Marcio Michiharu Tsukamoto

Modelagem analítica e simulação numérica de um sistema móvel de supressão de *sloshing*

São Paulo

2011

Marcio Michiharu Tsukamoto

Modelagem analítica e simulação numérica de um sistema móvel de supressão de *sloshing*

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutor em Engenharia

Área de Concentração:

Engenharia Naval e Oceânica

Orientadores:

Prof. Dr. Kazuo Nishimoto

Prof. Dr. Cheng Liang-Yee

São Paulo

2010

À Motoe

À minha Família

Agradecimentos

À Motoe, pela compreensão, incentivo, carinho, amor e amizade, estando sempre presente em todos os momentos.

À minha Família, grande apoio que têm me proporcionado em todas as fases da minha vida.

Ao meu orientador Prof. Dr. Kazuo Nishimoto, pela orientação criteriosa e apoio no meu desenvolvimento acadêmico.

Ao meu co-orientador Prof. Dr. Cheng Liang-Yee, pelas orientações e ajuda que tem concedido para a realização desta pesquisa.

A todos do Departamento de Engenharia Naval e Oceânica.

Aos amigos do Laboratório Tanque de Provas Numérico que ajudaram direta ou indiretamente para o desenvolvimento do tema.

A CAPES – Fundação Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo apoio financeiro recebido neste doutoramento.

A todos que, de alguma maneira, contribuíram para a realização deste estudo.

Resumo

Um mecanismo móvel instalado no interior de tanques, e conectado à estrutura por molas é proposto para atenuar os efeitos de *sloshing* em diferentes níveis de preenchimento. Para realizar o estudo e desenvolvimento deste dispositivo, foram propostas duas ferramentas de análise. A primeira ferramenta é baseada em uma formulação desenvolvida analiticamente que calcula a resposta das forças nas paredes do tanque no domínio da frequência. Esta formulação foi desenvolvida como um sistema mecânico de dois graus de liberdade, onde são representados o corpo móvel e o *sloshing* descrito como um sistema do tipo massa-mola. A segunda ferramenta é uma abordagem utilizando simulações numéricas baseada em um método de partículas de cálculo de escoamento. O método numérico utilizado foi o *Moving Particle Semi-implicit* (MPS) que calcula o comportamento do fluido interagindo com o corpo móvel e as paredes do tanque sem restrições de movimento. Resultados qualitativos do método analítico foram analisados e mostraram-se bastante consistentes. Resultados quantitativos dos métodos analíticos e numéricos foram comparados com os resultados presentes na literatura e entre si com uma boa concordância. O método analítico é eficiente no dimensionamento inicial do corpo móvel considerando apenas efeitos lineares, e o método numérico é mais indicado para análises mais detalhadas onde efeitos não-lineares podem ser considerados. A integração dos efeitos do corpo móvel no *sloshing* mostra que o dispositivo de supressão é eficaz em diferentes razões de preenchimento do tanque na atenuação dos efeitos gerados pelo *sloshing*.

Abstract

A movable mechanism installed inside tanks and connected to the structure by springs is proposed to attenuate the *sloshing* effects for different filling ratios. To carry on the investigation and the development of this device, two analysis approaches were elaborated. The first approach is based on an analytical formulation that describes the coupled motion calculating the sloshing force on the walls in the frequency domain. This formulation was developed as a mechanical system with two degrees of freedom representing the moving body and the sloshing described as a mass-spring system. The second tool is an approach that uses numerical simulations based on a particle method to calculate the fluid flow called Moving Particle Semi-implicit method (MPS). This numerical approach calculates the fluid behavior interacting with the moving body and the tank walls without motions restrictions. Qualitative results of the analytical method were analyzed and they were consistent. Quantitative results of the analytical and numerical approaches were compared with the results found in the literature with good agreement. The analytical method is useful to define the moving device initial design considering only linear effects, and the numerical approach is indicated to more detailed analysis where non-linear effects can take place. The integration of the effects of sloshing with the moving body shows the effectiveness of the device for different filling ratios to attenuate the sloshing loads.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Abreviaturas e Siglas

FPSO	*Floating Production Storage and Offloading*
LNG	*Liquefied Natural Gas*
VLCC	*Very Large Crude Carrier*
IMO	*International Maritime Organization*
MPS	*Moving Particle Semi-implicit*
SPH	*Smooth Particle Hydrodynamics*

Lista de Símbolos

b	Largura do tanque
h	Altura do nível de preenchimento
g	Aceleração da gravidade
η	Equação da superfície livre
$y_{tanque}(t)$	Componente horizontal do movimento do tanque
A	Amplitude da componente horizontal do movimento do tanque
ϕ	Potencial de velocidade
ω	Frequência de excitação do tanque
n	Modo de vibração de *sloshing*
k_{s_n}	Constante de mola de *sloshing* do n-ésimo modo ímpar de vibração
m_{s_n}	Massa dinâmica de *sloshing* do n-ésimo modo ímpar de vibração
ω_{s_n}	Frequência natural de *sloshing* do n-ésimo modo ímpar de vibração
F	Força lateral exercida pelo fluido nas paredes do tanque
m_T	Massa líquida total
f	Frequência de excitação adimensionalizada
f_n	Frequência natural de *sloshing* do n-ésimo modo ímpar de vibração adimensionalizada
m_{s_f}	Parte “fixa” da massa de *sloshing*
m_{s_0}	Massa dinâmica de *sloshing* do modo fundamental de vibração
k_{s_0}	Constante de mola de *sloshing* do modo fundamental de vibração
m_b	Massa do corpo móvel
k_b	Constante de mola das linhas que conectam o corpo ao tanque
c_{s_0}	Coeficiente de amortecimento de *sloshing* do modo fundamental de vibração
m_s	Massa do fluido de *sloshing*
c_b	Coeficiente de amortecimento entre o corpo e o fluido
c_c	Coeficiente de amortecimento crítico de *sloshing* do modo fundamental.
μ	Relação entre a massa do corpo e a massa de *sloshing* do modo fundamental
ω_{s_0}	Frequência natural de *sloshing* do modo fundamental de vibração
ω_b	Frequência natural do corpo ligado ao tanque por linhas elásticas
p	Razão da frequência natural do corpo ligado ao tanque por linhas em relação a frequência natural no modo fundamental de *sloshing*
q	Razão da frequência de excitação do tanque em relação à frequência natural no modo fundamental de *sloshing*
F_D	Força de arrasto
c_D	Coeficiente de amortecimento de arrasto
ρ	Massa específica do fluido
S	Área projetada do corpo

$\vec{v}$	Vetor velocidade relativa entre o corpo e o meio fluido
h_1	Distância vertical entre o sistema de coordenadas e o ponto mais baixo do corpo móvel
h_2	Distância vertical entre o sistema de coordenadas e o ponto mais alto do corpo móvel
$\vec{u}$	Vetor velocidade de ponto do fluido
ν	Coeficiente e viscosidade cinemática
$\vec{f}$	Vetor de aceleração devido às forças externas
r	Distância entre duas partículas
$w(r)$	Função peso
r_{e}	Raio de vizinhança que delimita a região de influência de uma partícula
pnd	Densidade do número de partículas
pnd^0	Densidade do número de partículas de referência
pnd^*	Densidade do número de partículas calculada após a fase explícita
d	Número de dimensões
$\vec{r}_i$	Vetor posição da partícula i
$\vec{r}_j$	Vetor posição da partícula j
t	Instante de tempo
Δt	Incremento de tempo
P	Pressão
β	Critério para detecção de partículas de superfície livre
$\vec{F}$	Força hidrodinâmica resultante aplicada no corpo
$\vec{M}$	Momento hidrodinâmico resultante aplicado no corpo
p_i	Pressão da partícula i
S_i	Área projetada da partícula i
$\vec{n}_i$	Vetor normal que define a direção e sentido em que a força será aplicada à partícula i
m	Massa do corpo
$\vec{r}_{CG}$	Vetor de posição do centro de gravidade do corpo
$\vec{F}_{ext}$	Vetor das resultantes das forças externas
I	Momento de inércia do corpo
θ	Inclinação do corpo
$\vec{M}_{ext}$	Vetor das resultantes dos momentos externos
F_{el}	Força elástica
k	Constante de mola da linha de conexão
Δl	Elongação da linha de conexão
$F_{sloshing}$	Amplitude da força lateral nas paredes do tanque devido ao *sloshing*
F_{solid}	Amplitude da força lateral nas paredes do tanque considerando o fluido como um corpo rígido

Sumário

1 INTRODUÇÃO

Sloshing é um termo em inglês utilizado para se referir ao movimento fluido com superfície livre no interior de tanques. É um fenômeno de grande relevância no projeto e desenvolvimento de embarcações de carga líquida e plataformas flutuantes do tipo *Floating Production Storage and Offloading* (FPSO) devido aos violentos carregamentos hidrodinâmicos que são gerados nas paredes internas e nas estruturas locais dos tanques.

No caso de navios *Liquefied Natural Gas (*LNG), existe o risco de fratura frágil de importantes membros estruturais mesmo nos casos de pequenos vazamentos, que podem ser produzidos por fissuras resultantes de fadiga induzida pelo *sloshing*. Considerando o alto custo do reparo de tanques de LNG e a carga potencialmente explosiva, o estudo do fenômeno é particularmente crítico. Existem dois tipos principais de navios LNG: *Kvaerner-Moss type free-standing tank* (Figura 1a) de tanques esféricos e *Technigas membrane type* (Figura 1b) com tanque de formas prismáticas. Tendo em vista o crescimento notável da demanda mundial por navios LNG, o segundo tipo é cada vez mais predominante devido ao melhor aproveitamento do espaço interno e à possibilidade do aumento das dimensões e capacidade do navio cargueiro. No entanto, pela sua configuração geométrica, os tanques *membrane type*, são mais suscetíveis às violentas pressões de impacto de *sloshing*. Além disso, as pressões hidrodinâmicas negativas ocorridas na separação brusca da massa líquida junto às paredes dos tanques podem resultar no arrancamento da membrana de revestimento dos tanques, causando graves danos.

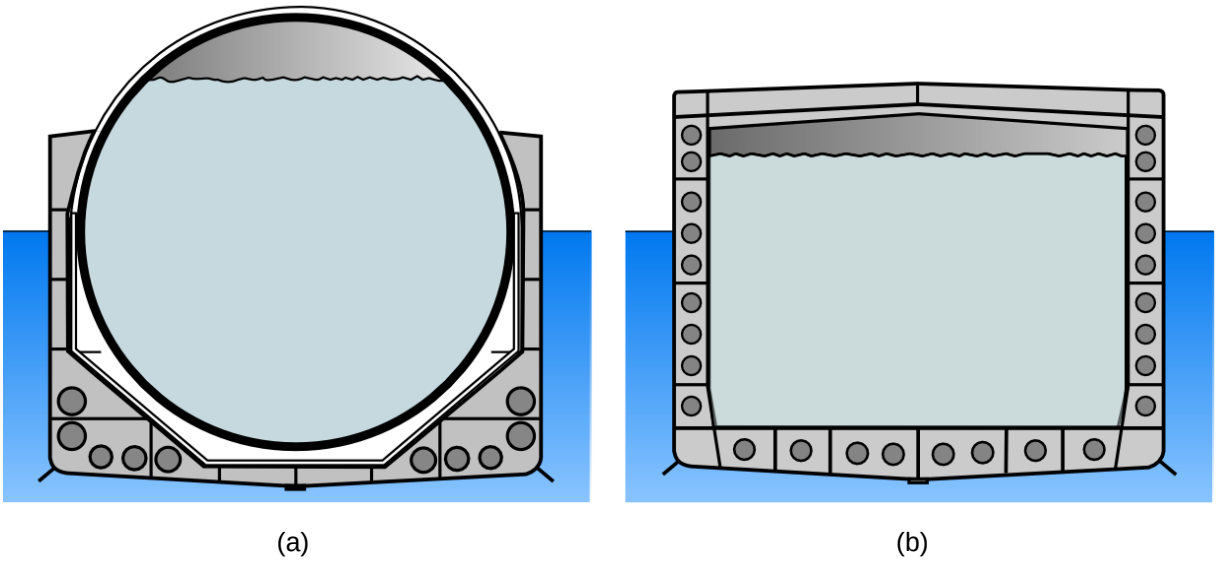


Figura 1 – Ilustrações de seções transversais de navios LNGs com tanque dos tipos: (a) *Kvaerner-Moss* e (b) *Technigas membrane*. Extraído de Tosaka (2008).

Com o aumento formidável da capacidade dos navios tanques nas décadas subsequentes à segunda guerra mundial, que culminou no lançamento dos navios *Very Large Crude Carriers* (VLCC), os problemas devido ao *sloshing* nestas embarcações tornaram-se cada vez mais relevantes. Porém, o maior impulso sobre o estudo dos problemas de *sloshing* nos navios VLCC foi na década de 1990, com o desastre ecológico causado pelo vazamento de óleo do VLCC acidentado da Exxon no Alasca. O desastre levou à mudança na legislação norte-americana com a exigência do casco duplo para navios tanques que alterou significativamente o arranjo estrutural dos navios. A preocupação com as mudanças nos comportamentos de *sloshing* frente às novas configurações dos tanques reside principalmente no aumento da largura, que acarreta no aumento do período natural de *sloshing,* passando a ficar mais próximo do período natural de *roll* e motivou diversas pesquisas sobre o tema.

Além da adoção do duplo casco nos navios tanques, a crescente preocupação com as questões ambientais também colocou em destaque os problemas de *sloshing* em tanques de lastro dos navios, inclusive aqueles não destinados às cargas líquidas.

O transporte de organismos junto as águas de lastro impulsionou a proliferação dos organismos “não-nativos” ao ecossistema local, causando impactos desastrosos no ambiente. Desta forma, a *International Maritime Organization* (IMO) aprovou em 1997 a resolução “*Ship Water Ballast Management Guidelines*”, que fomentou a

busca de soluções sobre a troca de água de lastro em alto mar para minimizar os impactos ambientais. Os dois métodos principais da troca de água de lastro são o contínuo (*Flow-through method*) e o sequencial (*Sequential method*). O último é mais eficiente por descarregar completamente a água de um tanque primeiro para depois preenchê-la novamente. No entanto, isso implica em tanque parcialmente preenchido em alto mar. A possibilidade da ocorrência de *sloshing* e o efeito deste, juntamente com a avaliação das condições seguras de operação em alto mar foram temas de vários estudos como Arai et al. (2002), Arai et al. (2003) e Arai e Cheng (2004).

Por outro lado, o crescimento da exploração de petróleo *offshore* a partir da década de 1970 demandou o desenvolvimento dos sistemas FPSO. Tendo em vista a operação destes em pontos fixo, ficam suscetíveis às alterações das condições ambientais do seu local de operação. Adicionalmente, como seus tanques de armazenamento frequentemente encontram-se parcialmente preenchidos devido ao carregamento e descarregamento contínuos, muitas vezes é necessário levar em conta os efeitos de *sloshing* numa faixa mais ampla de nível de preenchimento.

Em torno do ano 2000, análises de *sloshing* voltaram a ser tema de estudos visando projetos de navios LNG e plataformas FPSO para cargas de LNG. Motivados pelo crescimento das dimensões das embarcações, pela necessidade de enfrentar condições mais severas de mar e para diminuir as restrições do nível de preenchimento que pode operar, diversos estudos numéricos e experimentais sobre *sloshing* com ou sem acoplamento com o movimento da embarcação foram publicados neste período como em Kim (2007) e Peric et al. (2009).

Para reduzir os efeitos indesejáveis do *sloshing*, o principal dispositivo de atenuação utilizado atualmente consiste em estruturas instaladas no fundo, no teto ou nas paredes laterais dos tanques. Por serem fixas, a atuação delas são limitadas a uma pequena faixa de nível de preenchimento do tanque. Por exemplo, *baffles* [1] instalados nos fundos (Figura 2) são efetivos para eliminar o *traveling wave*[2] devido ao *sloshing* em níveis relativamente baixos de preenchimento. No entanto, são totalmente ineficazes para níveis maiores de preenchimento, por exemplo, próximo a

[1] *Baffle*: Placa ou barreira defletora. Dispositivo fixo que regula o escoamento.

[2] *Travelling wave*: Onda que se propaga em um meio de um local a outro. Ex. Ondas na superfície do oceano.

50%, onde a resposta do líquido interno ao tanque tende a ser mais crítica. *Baffles* instalados nas laterais do tanque são capazes de amortecer o escoamento na direção vertical que se concentra na região próxima às paredes e da superfície livre, ou seja, quando o nível de preenchimento é diferente da situação à qual o dispositivo foi projetado ele passa a ficar ineficiente ou simplesmente passa a não ter efeito nenhum no escoamento. Instalar diversos *baffles* para as diferentes condições pode ser uma solução para contornar esta limitação, no entanto, o aumento da quantidade acarreta em aumento de peso e de custo que o faz menos atraente. Outra solução fixa que pode diminuir os efeitos de *sloshing* é a utilização de anteparas que dividem o tanque em tanques menores deslocando a frequência natural de *sloshing* da faixa de frequência de excitações críticas. Porém, a quantidade de material necessário para tal estrutura é elevada o que acaba aumentando o seu peso e custo.

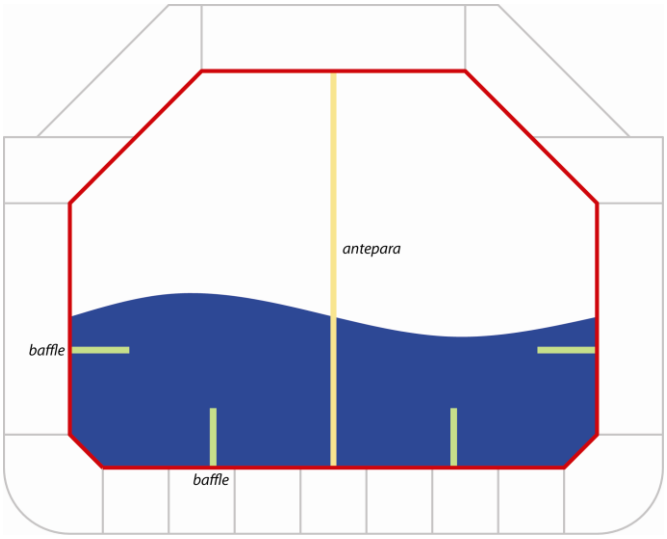


Figura 2 – Estruturas fixas de supressão de *sloshing*.

Para contornar estas limitações de perda de eficiência, existem soluções alternativas como tetos móveis que acompanham o nível do fluido para que não ocorra *sloshing* devido à ausência de superfície livre.

Neste estudo, outra solução é proposta onde o sistema de supressão de *sloshing* acompanha o nível da superfície do fluido para manter a sua eficácia em diferentes níveis de preenchimento. O dispositivo supressor proposto é um corpo flutuante de dimensões bem reduzidas se comparada às dimensões do tanque conectada a estrutura por molas horizontais.

Para realizar a análise e desenvolvimento deste tipo de dispositivo, não existem na literatura ferramentas capazes de considerar este acoplamento entre o escoamento do fluido no interior de um tanque em movimento e um corpo móvel interagindo com o fluido.

1.1 OBJETIVOS

Apesar do acúmulo dos conhecimentos sobre *sloshing* e seus efeitos ao longo das últimas décadas, um dos desafios atuais é a investigação e o desenvolvimento de mecanismos para o controle mais efetivos do fenômeno. Dentro deste contexto, o objetivo desta pesquisa é propor um novo dispositivo móvel para supressão de *sloshing*.

Para este fim, tendo em vista a inexistência de modelos analíticos e poucos modelos computacionais específicos para o estudo do fenômeno que envolve a interação do fluido com multicorpos, o segundo objetivo deste estudo é desenvolver um modelo analítico e um modelo computacional capazes de realizar análises sobre o movimento acoplado do fluido e de um corpo móvel conectado entre si por molas em um tanque preenchido parcialmente.

Finalmente, a intenção deste trabalho é mostrar a validade dos modelos desenvolvidos e a efetividade do sistema de supressão de *sloshing* proposto.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

O Capítulo 1 apresenta uma introdução do tema, as motivações e os objetivos deste trabalho.

Dentro do Capítulo 2, é apresentado um resumo dos trabalhos encontrados na literatura relacionados com *sloshing* e sistemas de supressão deste efeito de modo analítico, computacional e/ou experimental.

No Capítulo 3, é apresentada a modelagem analítica de *sloshing* e do sistema acoplado considerando apenas efeitos lineares. É descrita a modelagem que utiliza a teoria potencial para calcular o escoamento do fluido de *sloshing* para identificar

regiões onde a instalação de supressores pode ser mais eficiente. Na sequência, é apresentado o *sloshing* modelado como um sistema mecânico isolado e acoplado a um sistema móvel representando o dispositivo de supressão de *sloshing*. É apresentada a modelagem do acoplamento entre o *sloshing* e o supressor no domínio da frequência.

No Capítulo 4, é introduzida uma ferramenta numérica para calcular o escoamento, baseado em partículas, para analisar as mesmas situações do capítulo anterior com a vantagem de considerar efeitos não-lineares e grandes deslocamentos que são características interessantes para o melhor entendimento de efeitos que não são considerados no modelo analítico. É apresentado também, um resumo do funcionamento do método e adaptações realizadas para simulações deste tipo além de alguns resultados de validação.

No Capítulo 5, são realizadas comparações entre os métodos analítico e numérico para verificar sua validade e aplicabilidade. Resultados de ensaios de *sloshing* são comparados com resultados presentes na literatura e ensaios de *sloshing* com supressor são analisados utilizando os dois métodos.

Por fim, os Capítulos 6 e 7 apresentam as análises dos resultados e as conclusões deste trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Em razão da importância do *sloshing*, a investigação sobre o fenômeno e seus efeitos, o desenvolvimento das ferramentas de análise e o estudo de medidas de controle têm acompanhado a evolução dos sistemas navais e oceânicos. Inicialmente, o estudo do fenômeno hidrodinâmico não-linear foi baseado em abordagens analíticas e técnicas experimentais.

Entre as abordagens analíticas, é possível citar o trabalho de Graham e Rodriguez (1952) que apresentaram os detalhes de um sistema mecânico que modelou o movimento do combustível em tanque de aeronaves. Uma solução analítica para o escoamento não linear em regime permanente de *sloshing* foi proposto por Faltinsen (1974). Silverman e Abramson (1966) e Dodge (1966) modelaram o fenômeno de *sloshing* utilizando a teoria potencial. Esta abordagem foi também utilizada por Choun e Yun (1996) e Choun e Yun (1999) para calcular o escoamento dentro de um tanque com obstáculo fixo. Por outro lado, Vandiver e Mitome (1979) propõem um procedimento analítico utilizando um sistema dinâmico para modelar o fluido para estudar os efeitos de *sloshing* na frequência natural e o amortecimento das plataformas, e apresentou um método para a otimização da configuração dos tanques para a supressão da resposta dinâmica da estrutura.

Entre os estudos experimentais, é possível citar os trabalhos de Abramson et al. (1966), Abramson (1966), Abramson et al. (1974), Higuchi et al. (1976), Hagiwara et al. (1977) e Rognebakke e Faltinsen (2001). A partir da década de 80, com os avanços das técnicas de simulação computacional, aos poucos, os estudos experimentais foram direcionados para a validação dos métodos numéricos computacionais.

Na década de 80, surgiram diversos estudos numéricos computacionais sobre o fenômeno. Em Arai (1984), Mikelis et al. (1984), Mikelis e Robson (1985), Arai (1986), Tozawa e Sueoka (1989) e Eguchi e Niho (1989) foram estudados *sloshing* em tanques prismáticos, os efeitos das estruturas internas no escoamento e a validação experimental dos métodos numéricos. Os estudos eram limitados a casos 2D devido

à capacidade de processamento computacional da época. Alguns estudos sobre *sloshing* 3D foram reportados na época em Shinkai et al. (1989) e Iseki et al. (1989), porém, restritos aos fenômenos não impulsivos de *sloshing*.

Os efeitos tridimensionais em tanques de geometrias mais complexas, e a determinação dos carregamentos de impacto hidrodinâmicos consistiam os maiores desafios na simulação computacional de *sloshing* como foi mencionado em ISSC (1997). Nestas linhas destacam-se as contribuições de Arai et al. (1992) e Arai et al. (1993) que utilizaram o método de diferenças finitas para analisar *sloshing* e *swirling*[3] em tanques prismático, cúbico e cilíndrico, e os efeitos devido à utilização de *swash bulkhead*[4], com o ajuste dos parâmetros numéricos para minimizar a flutuação da pressão de impacto, cuja condição de contorno foi aprimorada por Arai et al. (2002), Cheng e Arai (2002) e Cheng e Arai (2003).

Sobre os efeitos dos elementos internos aos tanques, existem os trabalhos de Drake (2001) que investigou as influências de tubulações internas em *sloshing* de tanque circular, e de Kim (2001) que fez um estudo do *sloshing* 3D considerando os elementos estruturais verticais e horizontais dentro do tanque.

Com relação aos estudos sobre *sloshing* em tanques de geometrias mais complexas, há o trabalho de Nagahama et al. (1992) que utilizaram coordenadas generalizadas e simularam *sloshing* em tanques de vante e na seção mestra de um navio LNG. Kim et al. (2004) investigaram as pressões de impacto em tanques prismáticos tridimensionais com chanfros. Adotando a condição de contorno aprimorado por Arai et al. (2002), Cheng e Arai (2005) estudaram as pressões de impacto em tanques prismáticos de seção horizontal trapezoidal, e Arai et al. (2006) simularam *sloshing* no tanque de vante e da seção mestra de navios LNG em ondas. *Sloshing* sob excitação de *sway*[5] e *heave*[6] regulares ou aleatórias foram analisados por Sriram et al. (2006).

Tradicionalmente, as simulações de *sloshing* têm sido realizadas impondo-se uma excitação ao tanque e ignorando-se os efeitos de *sloshing* no movimento das

---

[3] *Swirling*: Formação de redemoinhos na água.

[4] *Swash bulkhead*: Antepara não estanque para redução dos efeitos da agitação fluida no interior de tanques.

[5] *Sway*: Deriva ou movimento na direção transversal da embarcação.

[6] *Heave*: Afundamento ou movimento na direção vertical da embarcação.

embarcações. Esta simplificação se justifica pelo fato da massa líquida dentro dos tanques parcialmente preenchidos, onde ocorrem *sloshing*, normalmente é pequena em relação à inércia do cargueiro. No entanto, o maior desafio é devido às dificuldades técnicas da modelagem numérico computacional da dinâmica de multicorpos. Recentemente, o avanço dos métodos numéricos computacionais sem malha (*gridless*) baseados na descrição lagrangeana abriu novas perspectivas aos estudos sobre a interação entre fluidos e sólidos. Um exemplo disso é o estudo dos efeitos de *sloshing* na resposta em ondas realizado por Silva et al. (2008) baseado no método *Moving Particle Semi-implicit* (MPS). Trabalhos como Souto-Iglesias et al. (2006), Delorme et al. (2009), Colagrossi et al. (2010), Colagrossi et al. (2006), Monaghan (2003) e Monaghan e Kos (1999) e mostraram resultados bastante interessantes comparando o método de partículas chamado *Smooth Particle Hydrodynamics* (SPH) com resultados experimentais de *sloshing*.

Faltinsen et al. (2011) e Faltinsen e Timokha (2011) apresentaram os resultados analíticos e experimentais de *sloshing* no interior de tanques retangulares com um antepara vertical instalada no centro do tanque.

Utilizando simulações numéricas e experimentos em escala reduzida, Kobayashi e Koyama (2010) analisaram a instalação de uma estrutura fixa ao teto de um tanque retangular funcionando como um divisor de câmaras para aproveitar o efeito de mola que o gás confinado para amortecer o movimento fluido.

Hasheminejad e Mohammadi (2011) mostraram análises semianalíticas do comportamento fluido em tanques circulares com *baffles* fixos na laterais, no fundo e no teto do tanque.

Belakroum et al. (2010) realizaram análises baseada em simulações numéricas do efeito da utilização de *baffles* nas laterias, no fundo e no teto de um tanque retangular.

Utilizando experimentos em um tanque quadrado com *baffles* verticais no fundo e horizontais nas paredes, Panigrahy et al. (2009) fizeram estudos das medições de pressões e movimento da superfície livre com e sem *baffles.*

Mesmo havendo diversos trabalhos com diferentes sistemas de supressão de *sloshing*, não foi encontrado nenhum trabalho contemplando analítica ou numericamente *sloshing* com estruturas móveis na parte central do tanque e

próximo à superfície livre. Assim como não foram encontrados métodos analíticos que investiguem o escoamento fluido com o movimento de um corpo móvel de forma acoplada.

3 MODELAGEM ANALÍTICA

Para estudar e entender o problema de *sloshing* acoplado ao movimento de um corpo ligado ao tanque por molas, antes de realizar simulações numéricas, é interessante analisar o sistema utilizando um modelo analítico. Este modelo analítico facilitará o entendimento dos mecanismos envolvidos no problema e direcionar as análises subsequentes.

O sistema em estudo é composto de um tanque com *sloshing* e um corpo em seu interior conectado ao tanque por molas como mostra a Figura 3. Para gerar o *sloshing*, são impostos ao tanque movimentos horizontais harmônicos.

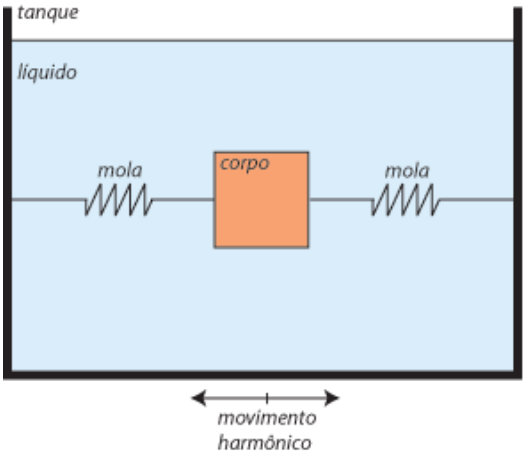


Figura 3 – Tanque retangular parcialmente preenchido com fluido e um corpo conectado ao tanque por molas horizontais.

Neste estudo, foram utilizadas duas abordagens diferentes para a modelagem *sloshing*. Na primeira abordagem, é calculado o potencial de velocidade do fluido a partir da teoria potencial. Na segunda abordagem, é calculada a amplitude da força lateral no tanque considerando o *sloshing* como um sistema mecânico.

A primeira abordagem é útil na localização das regiões com altas velocidades. Regiões com concentrações de velocidades altas são interessantes para instalar sistemas de supressão baseado no amortecimento do escoamento. Esta abordagem fornece também uma primeira aproximação dos valores de velocidade em qualquer posição do domínio fluido.

A segunda abordagem baseada na descrição do *sloshing* como um sistema mecânico é útil para o cálculo das forças laterais aplicadas nas paredes no domínio da frequência. Utilizando esta abordagem, é possível acoplá-lo ao sistema de supressão móvel proposto neste trabalho.

Os detalhes deste desenvolvimento analítico, hipóteses e formulações serão apresentados nas seções deste capítulo.

3.1 CAMPO DE VELOCIDADES DE *SLOSHING*

O campo de velocidades em um tanque com *sloshing* pode ser descrito baseado na teoria potencial utilizando as formulações e condições de contorno apresentada por Graham e Rodriguez (1952). Parte deste desenvolvimento é apresentado a seguir.

Considerando um tanque retangular bidimensional com largura B e nível de preenchimento H (Figura 4), o escoamento em seu interior para fluidos incompressíveis, invíscitos e irrotacionais pode ser descrito utilizando o potencial de velocidade ϕ que deve ser a solução da equação de Laplace:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0 \text{ ou } \nabla^2\phi = 0 \quad . \tag{1}$$

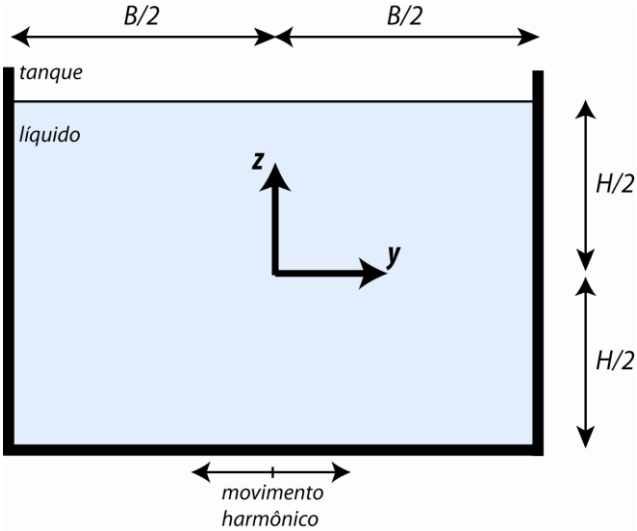


Figura 4 – Sistema de coordenadas e geometria do tanque retangular.

Este potencial de velocidade deve respeitar as condições de superfície livre linearizada:

$$g\eta\left(y,\frac{H}{2},t\right)=\frac{\partial\phi}{\partial t}\left(y,\frac{H}{2},t\right) \tag{2}$$

e

$$\frac{\partial\eta}{\partial t}\left(y,\frac{H}{2},t\right)=-\frac{\partial\phi}{\partial z}\left(y,\frac{H}{2},t\right) \quad . \tag{3}$$

onde g é a aceleração da gravidade e η é a equação da superfície livre.

Assumindo $y_{tanque}(t)$ como movimento lateral imposto ao tanque senoidal com amplitude A, temos:

$$y_{tanque}(t)=A\sin(\omega t) \quad . \tag{4}$$

As condições de contorno nas laterais e no fundo do tanque ficam:

$$\begin{gathered}\frac{\partial\phi}{\partial y}\left(\pm\frac{B}{2},z,t\right)=A\cos(\omega t)\\ \frac{\partial\phi}{\partial z}\left(y,-\frac{H}{2},t\right)=0 \quad .\end{gathered} \tag{5}$$

Fornecendo como solução:

$$\phi=-A\omega\cos\omega t\left\{y+\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{4B}{\pi^2(2n+1)^2}\left(\frac{\omega^2}{\omega_n^2-\omega^2}\right)\times\frac{\sin\left[(2n+1)\frac{\pi}{B}y\right]\cosh\left[(2n+1)\frac{\pi}{B}\left(z+\frac{H}{2}\right)\right]}{\cosh\left[(2n+1)\pi\frac{H}{B}\right]}\right\} \quad , \tag{6}$$

onde as frequências de ressonância ω_n são dadas por:

$$\omega_n^2=(2n+1)\frac{\pi g}{B}\tanh\left[(2n+1)\frac{\pi H}{B}\right] \quad . \tag{7}$$

Derivando a Eq. (6) em y e z e adimensionalizando-as, obtém-se os campos de velocidade em cada direção:

$$\frac{\partial\phi/\partial y}{A\omega}=-\cos(\omega t)\left[1+\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{4}{\pi(2n+1)}\left(\frac{\omega^2}{\omega_n^2-\omega^2}\right)\frac{\cos\left[(2n+1)\frac{y}{B}\pi\right]\cosh\left[(2n+1)\pi\left(\frac{z}{B}+\frac{1H}{2B}\right)\right]}{\cosh\left[(2n+1)\pi\frac{H}{B}\right]}\right] \tag{8}$$

e

$$\frac{\partial\phi/\partial z}{A\omega}=-\cos(\omega t)\left[\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{4}{\pi(2n+1)}\left(\frac{\omega^2}{\omega_n^2-\omega^2}\right)\frac{\sin\left[(2n+1)\frac{y}{B}\pi\right]\sinh\left[(2n+1)\pi\left(\frac{z}{B}+\frac{1H}{2B}\right)\right]}{\cosh\left[(2n+1)\pi\frac{H}{B}\right]}\right] \quad . \tag{9}$$

A Figura 5 apresenta a distribuição das amplitudes das velocidades adimensionais nas direções horizontal y e vertical z e o campo de vetores das velocidades adimensionais (no instante de máxima energia cinética) obtidos pelas formulações em um tanque com razão de preenchimento de 1,0 $\left(\frac{H}{B} = 1{,}0\right)$. É importante destacar que os campos de amplitudes das velocidades variam de acordo com a frequência de excitação e o valor desta frequência foi escolhido arbitrariamente para que o termo $\left(\frac{\omega^2}{\omega_n^2 - \omega^2}\right)$ seja igual a 1,0; ou seja, $\omega^2 = \frac{\omega_n^2}{2}$. Esta escolha não interfere na distribuição das amplitudes das velocidades do meio fluido, em outras palavras, as velocidades máximas são afetadas, mas as regiões onde se concentram as velocidades não são alteradas com a mudança da frequência de excitação.

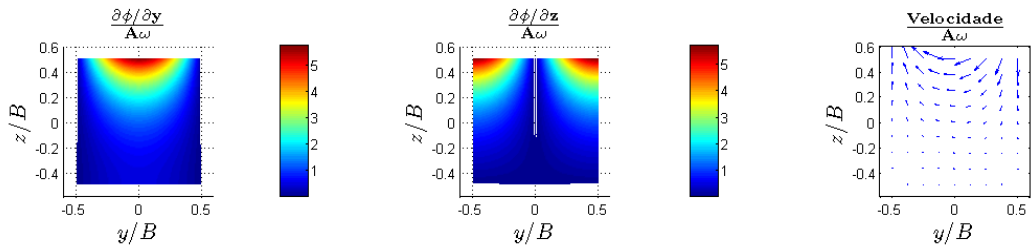


Figura 5 – Campo de amplitudes das velocidades adimensionais nas direções horizontal (y) e vertical (z) e o campo de vetores das velocidades adimensionais em um tanque com $\frac{H}{B} = 1{,}0$.

As Figuras 6 a 9 mostram tanques com diferentes razões de preenchimento e seus campos de velocidades.

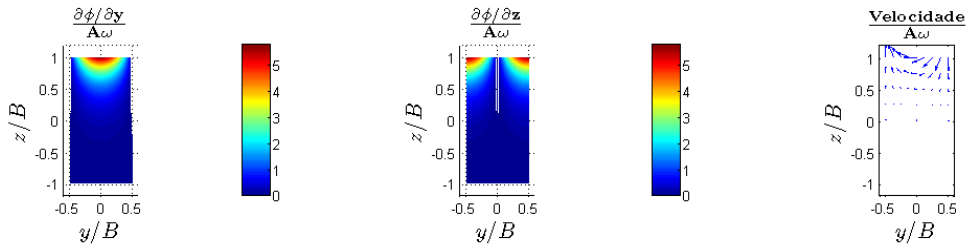


Figura 6 – Campo de amplitudes das velocidades adimensionais nas direções horizontal (y) e vertical (z) e o campo de vetores das velocidades adimensionais em um tanque com $\frac{H}{B} = 2{,}0$.

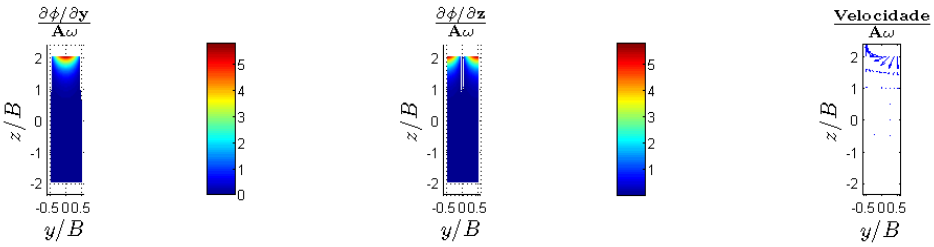


Figura 7 – Campo de amplitudes das velocidades adimensionais nas direções horizontal (y) e vertical (z) e o campo de vetores das velocidades adimensionais em um tanque com $\frac{H}{B} = 4{,}0$.

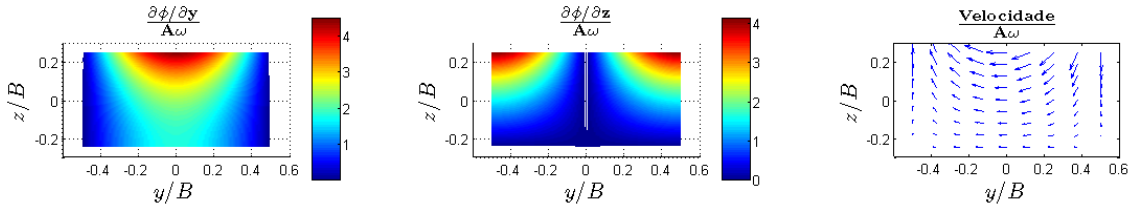


Figura 8 – Campo de amplitudes das velocidades adimensionais nas direções horizontal (y) e vertical (z) e o campo de vetores das velocidades adimensionais em um tanque com $\frac{H}{B} = 0{,}5$.

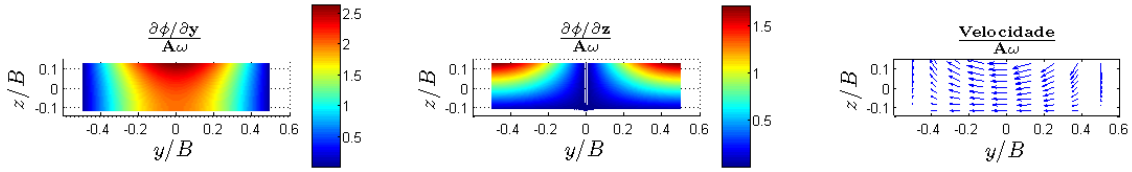


Figura 9 – Campo de amplitudes das velocidades adimensionais nas direções horizontal (y) e vertical (z) e o campo de vetores das velocidades adimensionais em um tanque com $\frac{H}{B} = 0{,}25$.

Observando os campos de amplitudes de velocidades apresentados nas Figuras 5 a 9, existem padrões de *sloshing* que estão associados diretamente com a razão de preenchimento: *standing wave* e *traveling wave*. *Standing wave* ocorre quando a razão de aspecto $\frac{H}{B}$ é alta e parte do fluido que não possui movimento em relação ao tanque, e *traveling wave* ocorre quando a razão de aspecto é baixa e quase todo fluido possui movimento relativo ao tanque.

No entanto, existem alguns comportamentos comuns aos dois padrões. Por exemplo, a ocorrência de concentrações de altas velocidades em regiões específicas do fluido.

As regiões de maiores velocidades verticais estão próximas à superfície livre e às paredes laterais. É comum utilizar apêndices nas paredes laterais para amortecer o escoamento aproveitando as altas velocidades verticais que ocorrem nesta região.

Existe também uma região de concentração de altas velocidades horizontais na parte central próxima à superfície livre independentemente da razão de preenchimento. Apesar da ausência de soluções para atenuação de *sloshing* que tirem proveito destas velocidades horizontais, esta é uma região interessante para posicionar obstáculos ao escoamento a fim de atenuar seu movimento. Porém, mesmo com a instalação de alguma estrutura fixa no local, o problema da faixa estreita de razão de preenchimento em que o dispositivo é efetivo persistirá se não aumentar consideravelmente as suas dimensões. Por outro lado, uma estrutura móvel capaz de acompanhar a superfície livre poderia ser uma possível solução para aproveitar as altas velocidades desta região.

3.2 REPRESENTAÇÃO DE *SLOSHING* UTILIZANDO UM SISTEMA MECÂNICO

Utilizando as formulações mostradas na seção anterior, podem-se calcular as forças nas paredes de um tanque retangular usando os dados do campo de velocidades. Modificando as condições de contorno, calcula-se o campo de velocidades para diferentes geometrias ou com obstáculos como é apresentado em Choun e Yun (1996) e Choun e Yun (1999). Porém, este procedimento pode aumentar consideravelmente a complexidade da solução. A partir dos resultados do campo de velocidades, as forças devido ao *sloshing* nas paredes laterais podem ser calculadas em função da frequência e amplitude de excitação, largura do tanque e altura de preenchimento como está descrito em Graham e Rodriguez (1952). Esta força pode ser interpretada como um sistema composto por uma massa estática que se move juntamente com o tanque e por conjuntos de massas-molas onde cada um deles representa um modo de vibração de *sloshing*.

Este modo de representação de *sloshing* em um tanque retangular como um sistema mecânico simplificará consideravelmente seu acoplamento ao supressor móvel proposto neste estudo para atenuar os efeitos deste fenômeno.

De acordo com Graham e Rodriguez (1952), considerando um sistema mecânico composto de uma massa de *sloshing* fixa m_{s_f} e um conjunto infinito de massas-mola (m_{s_n} e k_{s_n}) que se movimentam somente na direção do movimento do tanque, a equação do movimento deste sistema excitado é:

$$m_{s_n}(\ddot{y} - A\omega^2 \sin \omega t) = -k_{s_n} y \quad , \tag{10}$$

onde:

$k_{s_n} = m_{s_n}\omega_{s_n}^2$;

m_{s_n} é a parte dinâmica da massa de *sloshing* do n-ésimo modo de vibração;

k_{s_n} é a constante de mola de *sloshing* do n-ésimo modo de vibração;

ω_{s_n} é a frequência natural do n-ésimo modo de vibração de *sloshing*.

A força lateral pode ser calculada integrando a pressão ao longo da parede do tanque utilizando o potencial de velocidade da Eq. (6). Esta força adimensionalizada é dada por:

$$\frac{F}{m_T g} = \frac{A}{H} f^2 \sin(\omega t) \left\{ 1 + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8 \tanh\left[(2n+1)\pi \frac{H}{B}\right]}{\pi^3 (2n+1)^3} \frac{1}{\left(\frac{f_n}{f}\right)^2 - 1} \right\} \quad , \tag{11}$$

onde:

m_T é a massa total do fluido dentro do tanque;

$f^2 = \frac{H\omega^2}{g}$;

$f_n^2 = \frac{H\omega_{s_n}^2}{g} = (2n+1)\pi \frac{H}{B} \tanh\left[(2n+1)\pi \frac{H}{B}\right]$.

Para que as forças calculadas pelo sistema mecânico sejam iguais às forças obtidas pela Eq. (11) as massas de *sloshing* m_{s_n} e constantes de molas k_{s_n} para n-ésimo modo ímpar de vibração devem ser formuladas pelas Eqs. (12) e (14). A parcela da massa que se movimenta juntamente com o tanque chamado de m_{s_f} é calculada pela Eq. (13).

$$\frac{m_{s_n}}{m_T} = \frac{8 \tanh\left[(2n+1)\pi \frac{H}{B}\right]}{[(2n+1)\pi]^3 \frac{H}{B}} \quad , \tag{12}$$

$$\frac{m_{s_f}}{m_T} = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8 \tanh\left[(2n+1)\pi \frac{H}{B}\right]}{[(2n+1)\pi]^3 \frac{H}{B}} \quad , \tag{13}$$

$$\frac{k_{s_n} H}{m_T g} = \frac{\tanh^2\left[(2n+1)\pi\frac{H}{B}\right]}{[(2n+1)\pi]^2} \quad , \tag{14}$$

onde g é aceleração da gravidade.

Desta maneira, o sistema mecânico equivalente pode ser representado como mostra a Figura 10.

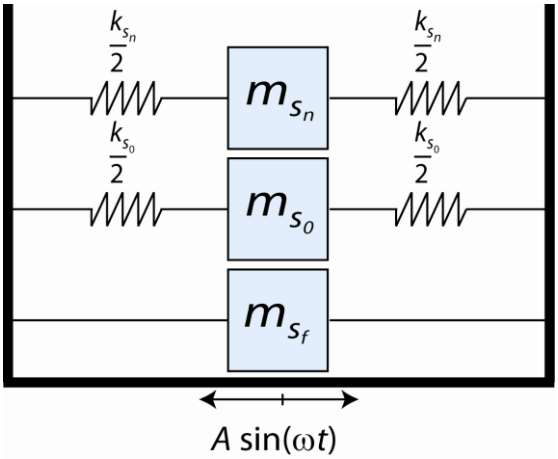


Figura 10 – Representação do sistema mecânico equivalente ao fenômeno de *sloshing*.

Combinando a Eq. (11) com a Eq. (12) tem-se:

$$\frac{F}{m_T g} = \frac{A}{H} f^2 \sin \omega t \left\{1 + \frac{m_{s_n}}{m_T} \frac{1}{\left(\frac{f_n}{f}\right)^2 - 1}\right\} \quad . \tag{15}$$

A Figura 11 apresenta o gráfico de variação da constante de mola adimensionalizada em função da razão de aspecto dado pela Eq. (14).

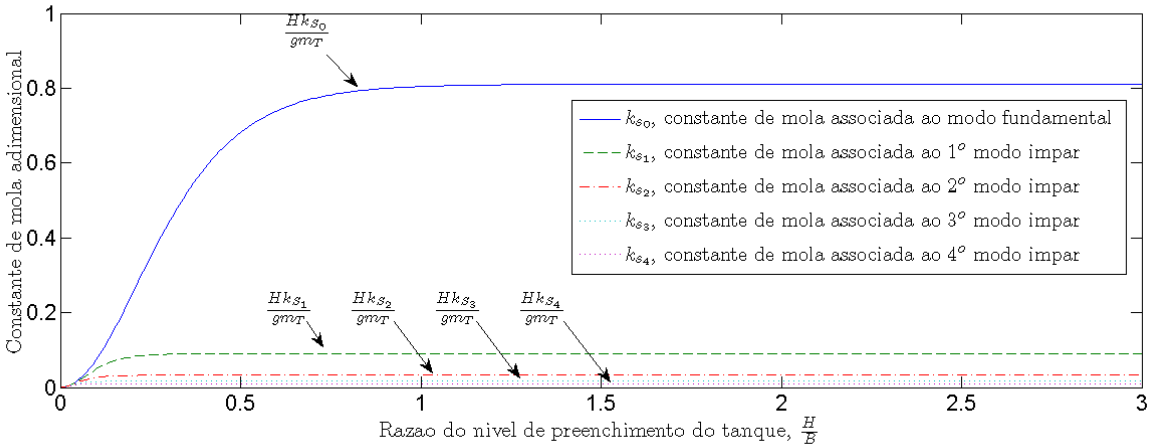


Figura 11 – Constante de mola adimensionalizado dos diferentes modos de *sloshing* em função da razão de aspecto.

Cada constante de mola k_{s_n} está relacionada a uma massa dinâmica m_{s_n} dada de forma adimensionalizada pela Eq. (12). O gráfico desta função é dado na Figura 12 juntamente com o gráfico da massa fixa ao tanque fornecida pela Eq. (13).

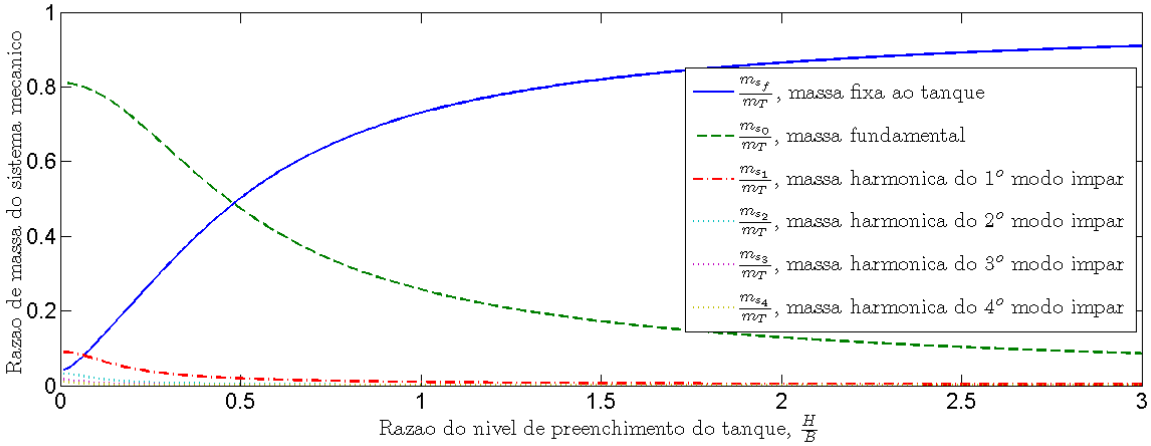


Figura 12 – Razão de massa dos diferentes modos de *sloshing* em função da razão de aspecto.

Pelo gráfico de massas apresentado na Figura 12, existem duas massas representando mais de 90% da massa total do sistema em qualquer razão de preenchimento que são a massa fixa ao tanque e a massa do modo fundamental. Esta constatação, para uma análise inicial, permite que os modos de vibração diferentes da fundamental e da estática sejam desprezados.

Assim, nas análises seguintes, apenas a massa estática e a massa dinâmica fundamental são consideradas no desenvolvimento do modelo acoplado de solução de *sloshing* com o supressor móvel.

3.3 PROPOSTA DE ACOPLAMENTO DO SISTEMA MECÂNICO DE *SLOSHING* COM SUPRESSOR MÓVEL

Para obter uma solução analítica do sistema acoplado, é interessante basear-se no sistema mecânico de representação de *sloshing* como ponto de partida. Durante o estudo, foram testadas e analisadas algumas formas de acoplamento dos dois sistemas mecânicos (*sloshing* e corpo móvel). Considerar o fluido em *sloshing* como um sistema mecânico e acoplá-lo ao dispositivo móvel que é um sistema mecânico real é uma das inovações deste estudo.

O primeiro modelo estudado foi o sistema que é utilizado em instalações prediais de grandes alturas para diminuir as amplitudes das vibrações laterais e tubulação em 'U' em navio para estabilização do movimento de balanço, por exemplo. Neste sistema, é acoplado um segundo corpo ao corpo principal por um conjunto de massa-mola como é representado no esquema da Figura 13, onde o corpo principal é representado pela massa fluida do modo fundamental m_{s_0} conectado através das molas $\frac{k_{s_0}}{2}$ e amortecedor c_{s_0} ao tanque que se move de forma harmônica. O segundo corpo é representado pela massa do supressor m_b conectado à massa fluida pela mola k_{bs_0} e amortecedor c_b. E, a massa m_{s_f} é fixa diretamente ao tanque.

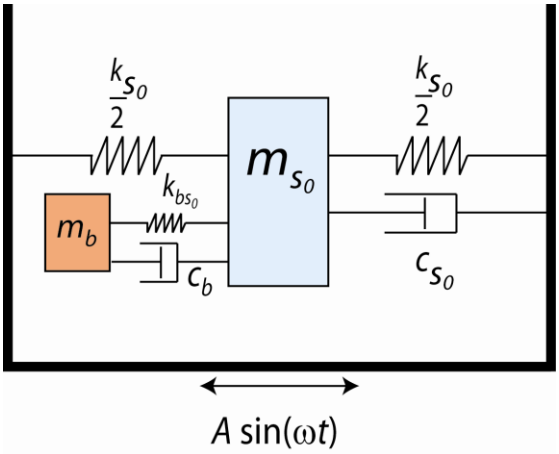


Figura 13 – Sistema de dois graus de liberdade de absorção de vibração.

Reorganizando o sistema apresentado na Figura 13 e ignorando a massa fixa ao tanque, obtém-se um sistema mostrado na Figura 14.

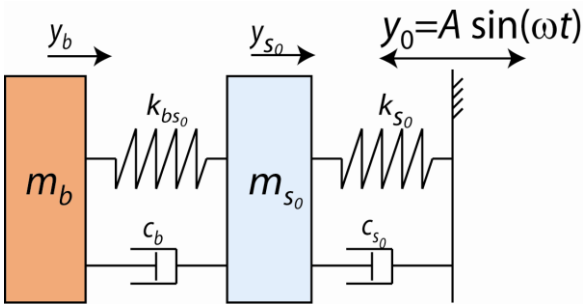


Figura 14 – Diagrama de blocos do sistema de dois graus de liberdade de absorção de vibração.

Esta solução pareceu interessante para o problema, porém, foi desqualificada por uma falha relacionada a ausência de uma conexão entre o corpo móvel e o tanque. Desta maneira, a contribuição das molas que suportam o corpo móvel é ignorada.

Introduzindo a contribuição das molas que suportam o corpo móvel, o modelo mostrado na Figura 13 fica da forma mostrada na Figura 15.

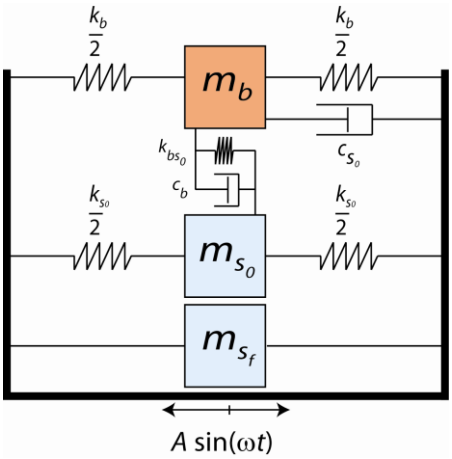


Figura 15 – Sistema de dois graus de liberdade de absorção de vibração com molas conectando o absorvedor ao tanque.

Esta solução mostrada na Figura 15 possui uma falha na conexão entre os corpos m_{s_0} e m_b. A natureza desta conexão não possui uma característica restauradora. Então, a mola k_{bs_0} perde a sua função neste sistema.

Analisando o sistema desde o início, o problema que deve ser considerado é de um sistema composto por um tanque de largura B preenchido até uma altura H por um fluido de massa m_s e um corpo móvel de massa m_b ligado ao tanque por molas horizontais sendo excitado harmonicamente com uma amplitude A e frequência ω como mostra a Figura 16.

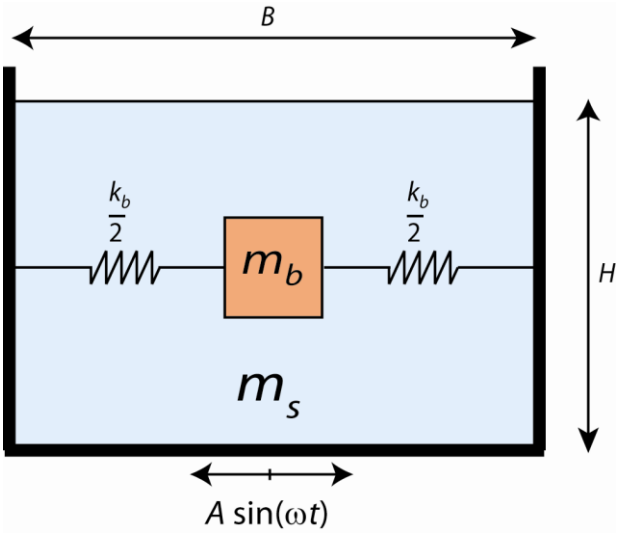


Figura 16 – Tanque parcialmente preenchido com fluido com um corpo móvel conectado à estrutura do tanque por molas horizontais.

O sistema pode ser dividido em dois sistemas distintos acoplados por uma força. O primeiro sistema é composto pelo tanque ligado a um objeto por molas e o segundo é o sistema do tanque com *sloshing* em seu interior. A força de acoplamento entre estes dois sistemas pode ser considerado como uma força de amortecimento como mostra a Figura 17.

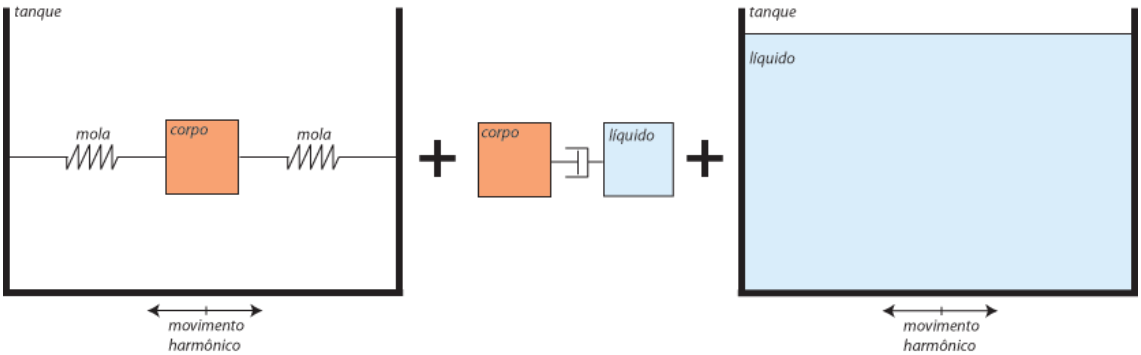


Figura 17 – Sistema mecânico do corpo conectado ao tanque por molas (a) ligado ao *sloshing* (c) por uma força de amortecimento (b).

A proposta para calcular os esforços laterais deste sistema é utilizar o modo fundamental da parte dinâmica do modelo mecânico que representa o *sloshing* e acoplá-lo ao corpo móvel. A proposta de acoplamento é ligar a massa do corpo móvel à massa do modo fundamental de *sloshing* por meio de um amortecimento cujo coeficiente chamou-se de c_b. O diagrama representando o sistema descrito é mostrado na Figura 18.

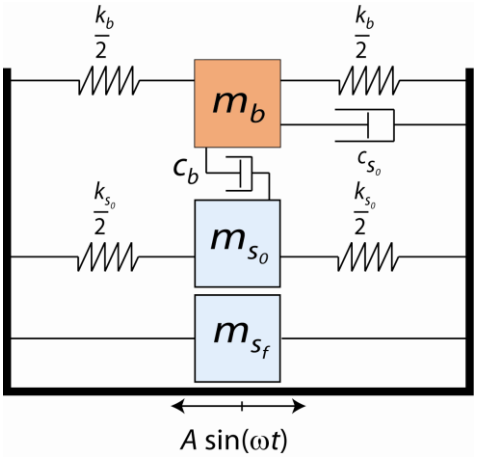


Figura 18 – Sistema mecânico equivalente ao tanque parcialmente preenchido com fluido e com um corpo móvel conectado por molas horizontais.

Reorganizando o sistema apresentado na Figura 18 e considerando apenas a parte dinâmica, foi obtido um sistema de dois graus de liberdade como mostra a Figura 19, onde m_{s_0} está ligado à fonte de excitação de movimento harmônico por uma mola k_{s_0} e amortecimento c_{s_0}, e à m_b por um amortecimento c_b que por sua vez está ligado à fonte de excitação de movimento por mola k_b.

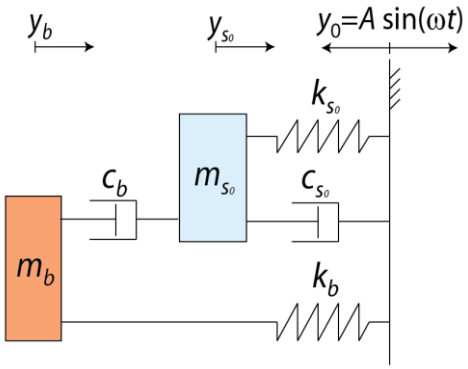


Figura 19 – Simplificação do sistema mecânico equivalente do tanque parcialmente preenchido com fluido com um corpo móvel conectado por molas horizontais.

O equacionamento deste sistema parte da Eq. (16) onde representam o equilíbrio de forças em m_{s_0} e m_b, respectivamente.

$$m_{s_0}\ddot{y}_{s_0} = -k_{s_0}(y_{s_0} - y_0) - c_{s_0}(\dot{y}_{s_0} - \dot{y}_0) - c_b(\dot{y}_{s_0} - \dot{y}_b) \quad ,$$
$$m_b\ddot{y}_b = -k_b(y_b - y_0) - c_b(\dot{y}_b - \dot{y}_{s_0}) \quad . \tag{16}$$

Desenvolvendo estas duas equações, obtêm-se a Eq. (17). Os detalhes do desenvolvimento deste sistema de equações são apresentados no Apêndice A -.

$$\frac{y_{s_0}}{A} = \frac{\left[\mu(p^2-q^2)-4\frac{c_b c_{s_0}}{c_c^2}q^2\right]+i\left[2\frac{c_b}{c_c}q(1+\mu p^2)+2\mu\frac{c_{s_0}}{c_c}q(p^2-q^2)\right]}{\left[\mu(q^2-1)(q^2-p^2)-4\frac{c_b c_{s_0}}{c_c^2}q^2\right]+i\left\{2\frac{c_b}{c_c}q[1-q^2+\mu(p^2-q^2)]+2\mu\frac{c_{s_0}}{c_c}q(p^2-q^2)\right\}} \quad , \qquad (17)$$

onde:

$\mu = \frac{m_b}{m_{s_0}}$,

$\omega_{s_0}^2 = \frac{k_{s_0}}{m_{s_0}}, \omega_b^2 = \frac{k_b}{m_b}$,

$p = \frac{\omega_b}{\omega_{s_0}}, q = \frac{\omega}{\omega_{s_0}}$ e

$c_c = 2m_{s_0}\omega_{s_0}$

A força total nas paredes do tanque pode ser obtida pela soma das forças obtidas pelos termos fixo e dinâmico pela expressão:

$$F_{sloshing} = -m_{s_f}\ddot{y}_0 - m_{s_0}\ddot{y}_{s_0} \quad . \qquad (18)$$

3.4 ACOPLAMENTO ENTRE O FLUIDO E O CORPO MÓVEL

Como mostra a Tabela 1, observando a formulação da resposta acoplada de *sloshing* com o dispositivo móvel da Eq. (17), os parâmetros $\boldsymbol{\mu} = \frac{\boldsymbol{m_b}}{\boldsymbol{m_{s_0}}}$, $\boldsymbol{f} = \frac{\boldsymbol{\omega_b}}{\boldsymbol{\omega_{s_0}}}$, $\boldsymbol{g} = \frac{\boldsymbol{\omega}}{\boldsymbol{\omega_{s_0}}}$ e $\boldsymbol{c_c} = \boldsymbol{2m_{s_0}\omega_{s_0}}$ são dados que dependem do das dimensões e características do tanque e do dispositivo móvel, ou seja, são dados de entrada do problema e o valor do amortecimento de *sloshing* $\boldsymbol{c_{s_0}}$ é um valor que pode ser obtido através de testes de decaimento de *sloshing*. O único valor que não é conhecido ainda é o coeficiente de amortecimento do dispositivo móvel em relação ao *sloshing* $\boldsymbol{c_b}$.

Tabela 1 – Lista de variáveis da formulação da resposta do sistema acoplado.

Variável	Descrição	Obs.
$\mu = \frac{m_b}{m_{s_0}}$	Razão entre a massa do corpo móvel e a massa de *sloshing*	Dado de entrada.
$f = \frac{\omega_b}{\omega_{s_0}}$	Razão entre a frequência de ressonância do corpo e a de *sloshing*	Dado de entrada.
$g = \frac{\omega}{\omega_{s_0}}$	Razão entre a frequência de excitação e a de *sloshing*	Dado de entrada.
$c_c = 2m_{s_0}\omega_{s_0}$	Amortecimento crítico de *sloshing*	Dado de entrada.
c_{s_0}	Coeficiente de amortecimento de *sloshing*	Teste de decaimento.
c_b	Coeficiente de amortecimento do corpo em relação ao fluido	Proposta: estimativa baseada em coeficientes de arrasto.

Como não existe na literatura o *sloshing* como um sistema mecânico acoplado ao dispositivo móvel, foi necessário elaborar um método para estimar a força de amortecimento que liga dois sistemas.

Na modelagem por sistema mecânico (Figura 19), o acoplamento entre o fluido e o corpo móvel é feita por meio de uma força de amortecimento hidrodinâmica cuja intensidade pode ser calculada baseada na força de arrasto.

A força de arrasto do fluido sobre um corpo fixo é calculada por:

$$F_D = c_D \frac{1}{2}\rho S|\vec{v}|\vec{v} \quad , \tag{19}$$

onde, c_D é o coeficiente de arrasto, ρ é a massa específica do meio fluido, S é a área projetada do corpo e $\vec{v}$ é o vetor velocidade do fluido.

Admitindo que a velocidade vertical do fluido na região central do tanque é desprezível, esta mesma fórmula pode ser aplicada para calcular o componente horizontal da força em um objeto de altura h e largura desprezível que está submerso em um tanque com *sloshing* preenchido até um nível H e largura B como mostra a Figura 20.

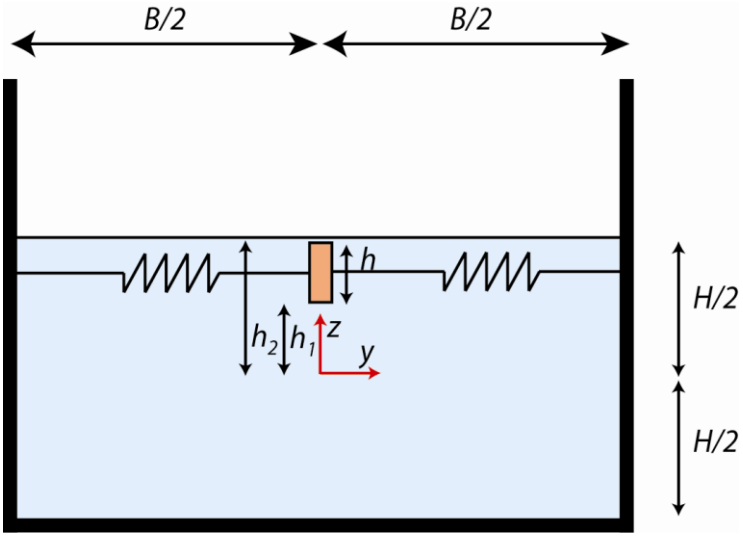


Figura 20 – Esquema de um tanque com um sólido móvel utilizado para o cálculo do coeficiente de amortecimento em *sloshing*.

Porém, esta equação necessita da velocidade que atravessa o objeto submerso. Esta velocidade horizontal pode ser estimada pela Eq. (8) que é derivada do potencial de velocidade na direção horizontal. Desta maneira, a Eq. (19) pode ser utilizada na forma:

$$F_D^{\phi} = c_D \frac{1}{2} \rho S \left| \overline{\frac{\partial \phi}{\partial y}} \right| \overline{\frac{\partial \phi}{\partial y}} \quad , \tag{20}$$

onde para uma determinada posição y e entre as posições verticais h_1 e h_2:

$$\overline{\frac{\partial \phi}{\partial y}}(y, h_1, h_2) = -\bar{v}(y, h_1, h_2, H, B, \omega) A\omega \cos \omega t \quad , \tag{21}$$

onde A é a amplitude de oscilação do tanque, ω a freqüência de excitação e $\bar{v}$ é a média espacial da amplitude da velocidade horizontal do escoamento no objeto submerso relativa ao tanque devido ao *sloshing*. A amplitude da velocidade horizontal $\bar{v}$ é calculada integrando $\frac{\partial \phi}{\partial y}$ da Eq. (19) entre as posições verticais h_1 e h_2 ficando da forma:

$$\bar{v}(y, h_1, h_2, H, B, \omega) = 1 + \frac{\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{4}{\pi(2n+1)} \left(\frac{\omega^2}{\omega_n^2 - \omega^2} \right) \frac{\cos\left[(2n+1)\frac{y}{B}\pi\right] \sinh\left[(2n+1)\pi\left(\frac{h_2}{B} + \frac{1H}{2B}\right)\right] - \sinh\left[(2n+1)\pi\left(\frac{h_1}{B} + \frac{1H}{2B}\right)\right]}{\cosh\left[(2n+1)\pi\frac{H}{B}\right] \quad (2n+1)\frac{\pi}{B}}}{(d_2 - d_1)} \quad . \tag{22}$$

Considerando agora um objeto livre movendo-se com a mesma velocidade do tanque dentro de um fluido em repouso, a força de arrasto neste objeto F_D^b é estimada em função de um coeficiente de arrasto c_b e de sua velocidade $\dot{y}$ como mostra a expressão:

$$F_D^b = c_b|\dot{y}|\dot{y} \quad , \tag{23}$$

onde:

$$\dot{y} = -A\omega \cos \omega t \quad . \tag{24}$$

Igualando este resultado à força calculada pela Eq. (20), temos:

$$c_D \frac{1}{2}\rho S \left|\overline{\frac{\partial \phi}{\partial y}}\right| \overline{\frac{\partial \phi}{\partial y}} = c_b|\dot{y}|\dot{y} \quad . \tag{25}$$

Substituindo a Eq. (21) e a Eq. (24) na Eq. (25):

$$c_b A^2\omega^2 \cos^2 \omega t = c_D \frac{1}{2}\rho S \bar{v}^2 A^2\omega^2 \cos^2 \omega t \quad . \tag{26}$$

Reorganizando:

$$c_b = c_D \frac{1}{2}\rho S \bar{v}^2 \quad . \tag{27}$$

O coeficiente c_b é o mesmo coeficiente que a Eq. (19) utiliza, ou seja, é possível estimar a força entre o *sloshing* e o objeto submerso baseado nas dimensões do objeto, massa específica do fluido e coeficientes de arrasto obtido experimentalmente.

4 FERRAMENTA NUMÉRICA DE ANÁLISE

Para avaliar os resultados obtidos pelo método analítico apresentado no capítulo anterior, foram utilizados como base de comparação os resultados obtidos por um método de simulação de partículas chamado *Moving Particle Semi-Implicit Method* (método MPS) que foi apresentado inicialmente em Koshizuka et al. (1995) e Koshizuka e Oka (1996).

A escolha do método é baseada na grande facilidade de simular efeitos de superfície livre e de simular sistemas onde fluidos, sólidos submersos ou flutuantes e linhas de conexão são calculados de forma acoplada. A adoção do método baseado em partículas lagrangeanas na análise de *sloshing* acoplado ao movimento do corpo móvel conectado por molas ao tanque é um dos grandes diferenciais deste estudo. Isto porque as abordagens numérico-computacionais tradicionais, baseada em malhas, apresentam sérias restrições para analisar o comportamento fluido excitado pelo movimento do tanque com um corpo flutuante em seu interior.

Neste capítulo serão apresentados resumidamente os mecanismos do método MPS, algumas funcionalidades que foram adicionadas ao método original e comparações com resultados teóricos, experimentais e de outros métodos para mostrar sua validade.

O código fonte do simulador foi desenvolvido inteiramente no Laboratório Tanque de Provas Numérico[7] da Universidade de São Paulo com intensa participação do autor desta tese.

4.1 MÉTODO DE PARTÍCULAS MPS

O método *Moving Particle Semi-implicit* (MPS) é um método de dinâmica de fluidos computacional desenvolvido para fluidos incompressíveis. O cálculo é feito do ponto

[7] http://tpn.usp.br/new/ [acessado em junho de 2011]. O Tanque de Provas Numérico (TPN) é um laboratório dentro da Universidade de São Paulo de análise hidrodinâmica com enfoques em projetos de sistemas oceânicos e de navios.

de vista lagrangeano sem a utilização de malhas. O modelo de simulação é gerado discretizando as geometrias por partículas que são apenas pontos no espaço. O método se baseia em duas equações governantes: equação da conservação de massa mostrada pela Eq. (28) e equação de conservação da quantidade de movimento mostrada pela Eq. (29).

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho(\nabla \cdot \vec{u}) = 0 \tag{28}$$

e

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nu\nabla^2\vec{u} + \vec{f} \quad , \tag{29}$$

onde $\vec{u}$ é o vetor velocidade de ponto do fluido, P é a pressão, ν é o coeficiente e viscosidade cinemática e $\vec{f}$ é o vetor de aceleração devido a forças externas.

Todos os operadores podem ser representados por modelos numéricos de interação entre partículas baseado numa função peso:

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1, & (r < r_\mathrm{e}) \\ 0, & (r > r_\mathrm{e}) \end{cases} \quad , \tag{30}$$

onde r é a distância entre as partículas e r_e é o raio efetivo, que limita a região onde ocorrerá interação entre as partículas.

O vetor gradiente e o Laplaciano podem ser definidos como funções das posições relativas entre as partículas. Considerando uma função escalar ϕ, o vetor gradiente e o Lapleaceano da partícula i nas posições r em relação às partículas vizinhas j podem ser representados por:

$$\langle\nabla\phi\rangle_i = \frac{d}{pnd^0}\sum_{i\neq j}\left[\frac{(\phi_j-\phi_i)}{|\vec{r}_j-\vec{r}_i|^2}(\vec{r}_j-\vec{r}_i)w(|\vec{r}_j-\vec{r}_i|)\right] \tag{31}$$

e

$$\langle\nabla^2\phi\rangle_i = \frac{2d}{pnd^0\lambda}\sum_{i\neq j}(\phi_j-\phi_i)w(|\vec{r}_j-\vec{r}_i|) \quad , \tag{32}$$

onde d é o número de dimensões espaciais considerados.

A densidade do número de partículas pnd, é o valor de normalização dos pesos e é um valor proporcional à densidade e serve para garantir a condição de incompressibilidade do fluido. pnd^0 é o valor de referência, na situação onde a vizinhança está cheia, que deve ser constante e deve ser respeitado para assegurar a condição de incompressibilidade. A densidade do número de partículas é calculada pela expressão:

$$pnd = \sum_{j \neq i} w\left(\left|\vec{r}_j - \vec{r}_i\right|\right) \quad . \tag{33}$$

O parâmetro λ é um parâmetro que representa o crescimento da variância e pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} \left|\vec{r}_j - \vec{r}_i\right|^2 w\left(\left|\vec{r}_j - \vec{r}_i\right|\right)}{\sum_{j \neq i} w\left(\left|\vec{r}_j - \vec{r}_i\right|\right)} \quad . \tag{34}$$

O método MPS segue um algoritmo semi-implícito. Excluindo o gradiente de pressões, todos os termos do lado direito da equação de Navier-Stokes são calculados explicitamente em um instante t e a equação de Poisson de pressão é resolvido implicitamente para o instante $(t + \Delta t)$. Esta equação de Poisson pode ser deduzida a partir da conservação de massa implícita e do termo do gradiente de pressões implícito ficando da seguinte forma:

$$\langle \nabla^2 P \rangle_i^{t+\Delta t} = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{pnd_i^* - pnd^0}{pnd^0} \quad , \tag{35}$$

onde pnd^* é a densidade do número de partículas calculada na parte explícita. O termo da esquerda pode ser discretizado utilizando o modelo do Laplaceano, obtendo assim, um sistema de equações lineares.

Utilizando a densidade do número de partículas como parâmetro, são consideradas partículas de superfície livre as partículas que forem menores que $(\beta \cdot pnd^0)$. Onde β é um valor constante menor que 1,0 que serve como critério para definir se uma partícula é de superfície livre ou não. Neste estudo, foi utilizado o valor de 0,97 para este coeficiente. Todas as partículas que forem de superfície livre terão sua pressão igualada à zero.

4.2 CORPO FLUTUANTE

O movimento de um corpo rígido dentro do programa de simulação é calculado resolvendo a sua equação do movimento utilizando como dados de entrada a sua massa, inércia, posição do centro de gravidade, geometria do contorno e como é apresentado em Sueyoshi et al. (2008). Partículas são utilizadas para descrever a geometria do contorno do corpo rígido. Desta maneira, as pressões ao redor do corpo são calculadas da mesma forma das partículas de fluidos e as suas posições são atualizadas resolvendo a equação de movimento do corpo.

Dois tipos de partículas foram utilizados para descrever a geometria do corpo. O primeiro tipo são partículas que podem entrar em contato com partículas fluidas e o cálculo de suas pressões é realizada da mesma maneira das partículas fluidas. O segundo tipo de partículas sólidas ocupam duas camadas adjacentes ao primeiro tipo do lado inverso da região fluida e estão presentes para o cálculo correto da densidade do número de partículas. Estas partículas auxiliares não entram em contato com partículas fluidas e o cálculo de suas pressões não é necessário.

Para calcular as forças hidrodinâmicas ao redor dos sólidos é feito o cálculo da contribuição da força de cada partícula que compõe a superfície do corpo. Esta força de cada partícula é calculada considerando a sua pressão, sua área projetada e seu vetor normal que indica a direção e sentido que a força hidrodinâmica é aplicada. O momento gerado pelas forças hidrodinâmicas é determinado pelo produto vetorial entre o vetor da força e o vetor posição da partícula em relação ao centro de gravidade do corpo. A área projetada de cada partícula é igual à distância média entre partículas por unidade de comprimento para casos bidimensionais ou a área do quadrado de lado igual à distância média entre partículas para casos tridimensionais. Com os vetores das forças de cada partícula calculada, a resultante da força hidrodinâmica é obtida pela somatória de todas estas forças das partículas que compõem a superfície do sólido como é mostrado na Eq. (36). O resultante do momento hidrodinâmico é obtido pela somatória de todos os momentos das partículas que compõem o corpo como é mostrado na Eq. (37).

$$\vec{F} = \sum(-p_i S_i \vec{n}_i) \tag{36}$$

e

$$\vec{M} = \sum \vec{r}_i \Lambda \vec{F}_i \quad , \tag{37}$$

onde $\vec{F}$ é a força hidrodinâmica resultante aplicada no corpo, $\vec{M}$ é o momento hidrodinâmico resultante aplicado no corpo, p_i é a pressão da partícula i, S_i é a área projetada da partícula i, $\vec{n}_i$ é o vetor normal que define a direção e sentido em que a força será aplicada à partícula i e $\vec{r}_i$ é a posição da partícula i em relação ao centro de gravidade do corpo.

A Figura 21 ilustra o esquema da distribuição das partículas do sólido para calcular as forças hidrodinâmicas utilizando a geometria do corpo descrita por partículas e seus vetores normais.

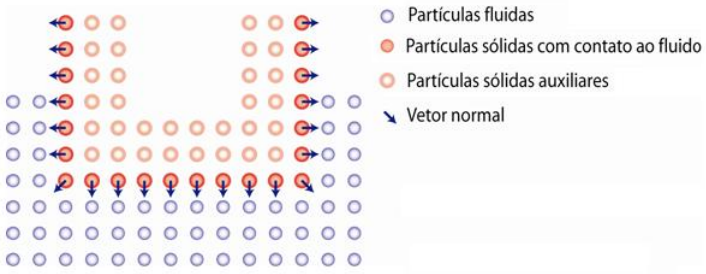


Figura 21 – Esquema para cálculo das forças hidrodinâmicas aplicadas no sólido.

Para o cálculo do movimento do corpo rígido, massa, centro de gravidade e momento de inércia do corpo podem ser calculados com base na distribuição e densidade das partículas que compõem o sólido. Porém, nesta abordagem é necessário que a distribuição das partículas reflita a distribuição da massa do corpo; isto traz uma complexidade adicional à modelagem do corpo. Para simplificar o processo de modelagem, e para melhorar a flexibilidade neste processo, massa, momento de inércia e o centro de gravidade do corpo móvel são considerados como dados de entrada. Seguindo esta abordagem, uma rotina que calcula o movimento do corpo utilizando a equação do movimento foi implementada no simulador deste estudo. Desta maneira, a dinâmica do corpo móvel pode ser obtida por:

$$m\ddot{\vec{r}}_{CG} = \vec{F} + \vec{F}_{ext} \tag{38}$$

e

$$I\ddot{\theta} = \vec{M} + \vec{M}_{ext} \tag{39}$$

onde m e I são a massa e momento de inércia do corpo, respectivamente; $\vec{r}_{CG}$ é a posição do centro de gravidade e θ é o movimento angular; $\vec{F}_{ext}$ e $\vec{M}_{ext}$ são as forças e momentos externos atuando sobre o corpo na forma de peso e forças de linhas, por exemplo.

Na integração temporal numérica do movimento do corpo, o método utilizado é o Euler, pois não há a necessidade de utilizar um método mais custoso do ponto de vista computacional devido ao tamanho relativamente pequeno do incremento de tempo necessário para satisfazer os critérios de convergência do método de partículas em relação ao passo de tempo que é necessário para o movimento do corpo de dimensões significativamente maiores.

4.3 LINHA DE CONEXÃO

Para realizar a simulação de molas que conectam o corpo móvel ao tanque, foi implementado no programa, um modelo de linha que simula este comportamento.

Assumindo linhas sempre tensionadas com espessura desprezível, onde a interação entre linha e fluido é pequena em relação aos outros esforços e não há transferência de momento, as forças de linhas elásticas F_{el} conectando corpos são calculadas baseadas na Lei de Hooke dada pela equação $F_{el} = k \cdot \Delta l$ considerando a constante de mola k invariante com a sua elongação Δl. O comprimento e direção da mola variam de acordo com a posição relativa entre os pontos de conexão da linha.

Esta força é adicionada à $\vec{F}$ da Eq. (36) afetando o movimento do corpo móvel.

5 VALIDAÇÕES DO MÉTODO NUMÉRICO PROPOSTO

Antes de aplicar o método numérico proposto no sistema acoplado completo, é necessário verificar se o simulador está calculando de maneira correta em situações relacionadas ao sistema estudado.

Foram selecionados simulações para validar os diferentes aspectos do sistema completo de maneira isolada. Foram realizadas comparações do método numérico com resultados de outros métodos numéricos, analíticos e/ou experimentais presentes na literatura. Estas comparações foram baseadas:

- nas pressões nas paredes do tanque com diferentes níveis de preenchimento quando excitado na frequência natural de *sloshing* em simulações bidimensionais e tridimensionais;
- nas amplitudes dos esforços aplicados nas paredes para diferentes frequências de excitação em modelos bidimensionais;
- nos resultados de período natural dos movimentos verticais e rotacionais de corpos flutuantes em testes de decaimento em simulações bidimensionais.

5.1 PRESSÕES DE *SLOSHING* DE SIMULAÇÕES BIDIMENSIONAIS

Para validar as pressões em simulações de *sloshing* obtidas pelo método MPS, os resultados numéricos foram comparados com os resultados experimentais e numéricos apresentados em Arai et al. (1992).

O método numérico utilizado por Arai et al. (1992) são baseados no SOLA apresentado por Hirt et al. (1975) e, entre os diversos resultados apresentados por estas referências, para efeito de validação deste método numérico, foram consideradas as séries temporais de pressão nos casos de excitações próximas às frequências naturais de *sloshing*, que são situações mais críticas.

Como mostra a Figura 22, três modelos bidimensionais foram utilizados nas análises comparativas de validação. Todos os modelos têm altura de 600 mm e largura de

900 mm e cinco pontos de medição de pressão identificados por P1, P2, P3, P4 e P5. O modelo C possui um ponto de medição adicional identificado como P6.

O modelo C é um tanque retangular enquanto que os modelos A e B possuem as mesmas dimensões principais do modelo C diferenciados pela presença de chanfros nos dois cantos superiores com ângulos de 45º e 60º com a vertical, respectivamente. Há diferenças também no posicionamento dos pontos de medição P4 e P5 como mostra a Figura 22.

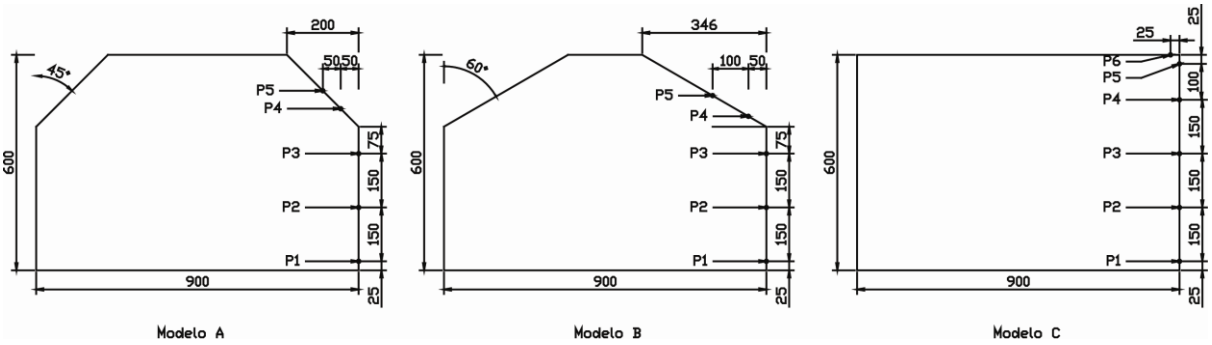


Figura 22 – Dimensões dos tanques 2D e as posições dos sensores de pressão (retirado de Arai et al. (1992).

É comum a utilização de chanfros em tanques de fluidos para reduzir a intensidade das forças devido ao impacto hidrodinâmico causado pelo *sloshing*.

Para os modelos A e B, o tanque foi preenchido com água até 50% da altura do tanque e foram aplicadas excitações harmônicas angulares com amplitude de 6° e frequência de 0,82 Hz.

Para o modelo C, o tanque foi preenchido com água até 75% da altura do tanque e foi excitado com movimentos angulares com amplitude de 4º e frequência de 0,89 Hz. As frequências de excitação são próximas às frequências naturais de *sloshing* dos respectivos casos. O eixo de rotação nos três casos localiza-se a meia distância da largura e da altura dos tanques, ou seja, no centro geométrico do retângulo que envolve o tanque. Todas as simulações foram iniciadas com o líquido em repouso e com ângulo de inclinação igual a zero.

A Tabela 2 apresenta o resumo das condições em que cada modelo foi submetido.

Tabela 2 – Casos de simulação 2D.

Modelo	A	B	C
Nível de preenchimento (mm)	300	300	300
Massa específica do fluido (kg/m³)	1000	1000	1000
Amplitude do movimento (º)	6,0	6,0	4,0
Frequência natural (Hz)	0,82	0,82	0,89

Foram realizados testes com modelos de diferentes “tamanhos” de partículas para avaliar a melhor discretização para este tipo de fenômeno, e concluiu-se que a distância média entre partículas de 2,5 mm garante um bom nível de precisão sem onerar excessivamente o tempo de cálculo. Utilizando esta distância entre partículas, foram utilizados 46556, 46486 e 68238 partículas para gerar os modelos A, B e C, respectivamente. O passo de tempo utilizado para as simulações no método MPS foi de 0,5 ms que assegura a condição de estabilidade de Courant. Estes parâmetros relacionados com a simulação computacional juntamente com as informações da quantidade de partículas para tipo de partícula e os valores máximos do número de Courant estão resumidos na Tabela 3. O valor de Courant é calculada pela expressão:

$$c = \frac{v_{máx}}{\Delta t \cdot l_0} \quad , \tag{40}$$

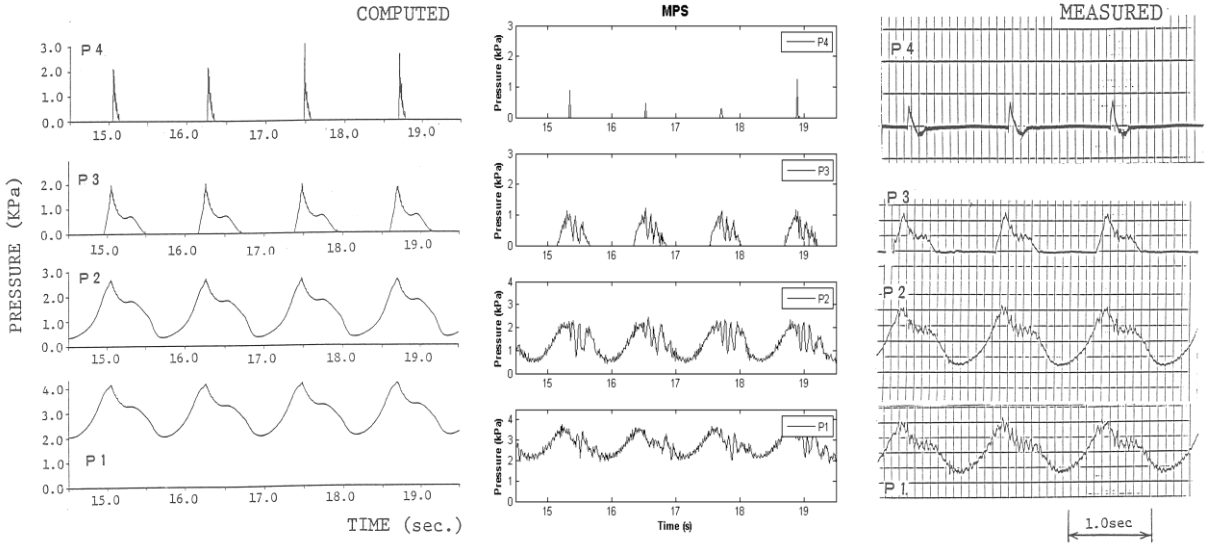
onde $v_{máx}$ é o módulo da maior velocidade das partículas em um determinado instante t, Δt é o incremento de tempo e l_0 é a distância inicial entre partículas.

De acordo com Koshizuka e Oka (1996), para garantir que a simulação não tenha problemas de convergência, este valor não deve exceder demasiadamente de 0,2.

Tabela 3 – Parâmetros de simulação dos modelos A, B e C.

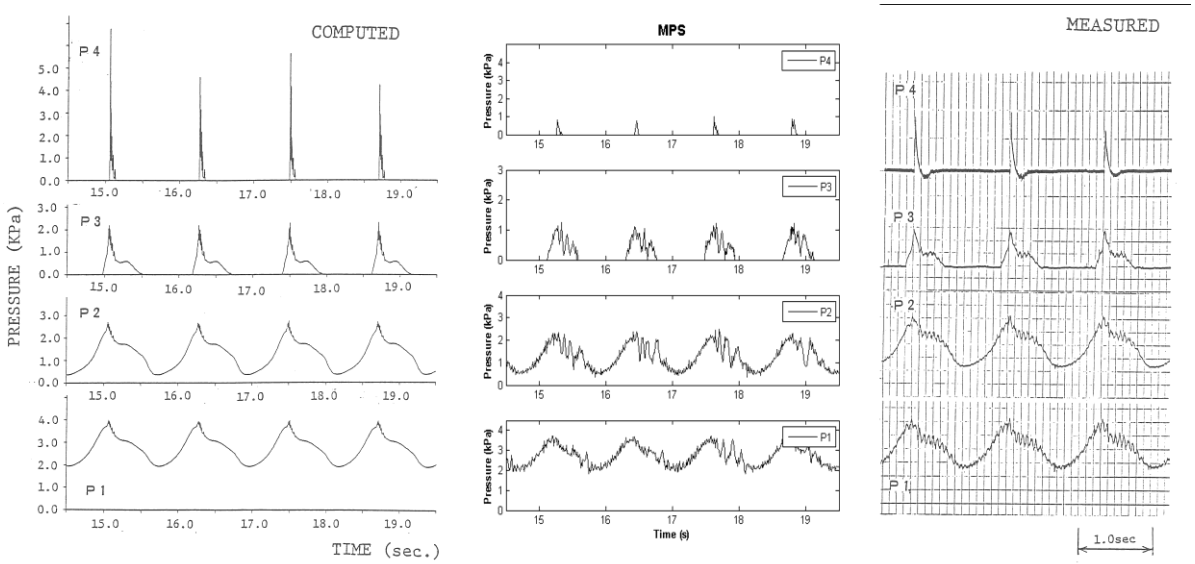
Modelo	A	B	C
Distância entre as partículas (mm)	2,5	2,5	2,5
Quantidade de partículas total	46556	46486	68238
Quant. de partículas de fluido	43204	43204	64806
Quant. de partículas de parede	3352	3282	3432
Incremento de tempo (ms)	0,5	0,5	0,5
Número de Courant máximo	0,24	0,25	0,16

Os resultados de pressões medidos em diferentes pontos dos tanques (P1, P2, P3 e P4) obtidos pelo método de diferenças finitas, pelo método MPS e experimentalmente são apresentados nas Figuras 23, 24 e 25, respectivamente.



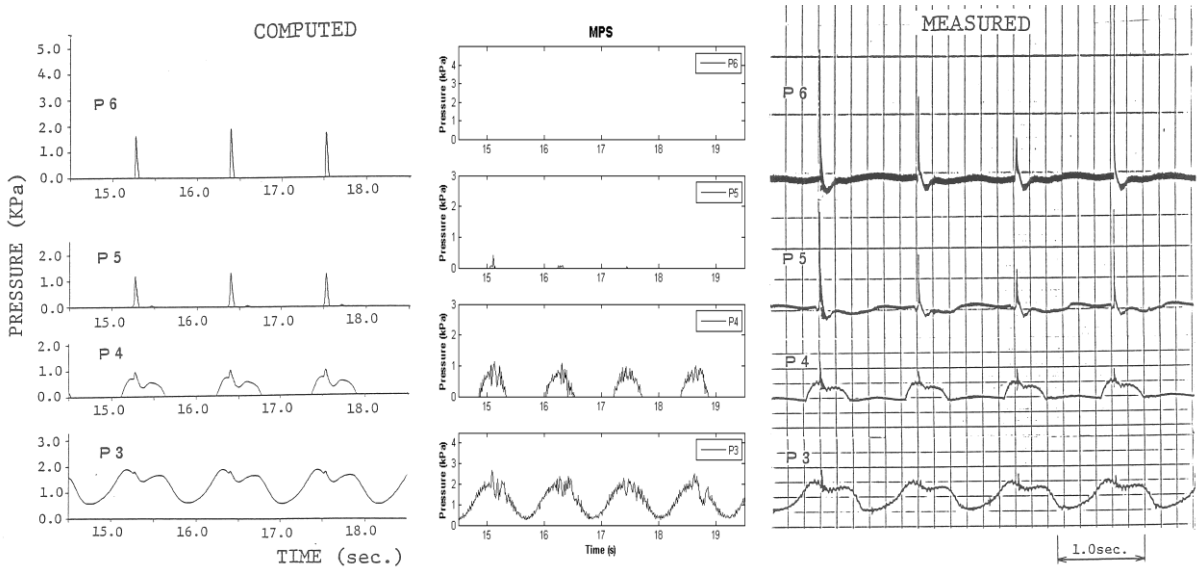
(a) (b) (c)

Figura 23 – Série temporal das pressões do modelo A calculado pelo (b) método MPS e retirados de Arai et al. (1992) obtidos (a) numericamente e (c) experimentalmente (preenchimento=50%, amplitude=6°, frequência=0,82 Hz).



(a) (b) (c)

Figura 24 – Série temporal das pressões do modelo B calculado pelo (b) método MPS e retirados de Arai et al. (1992) obtidos (a) numericamente e (c) experimentalmente (preenchimento=50%, amplitude=6°, frequência=0,82 Hz).



(a) (b) (c)

Figura 25 – Série temporal das pressões do modelo C calculado pelo (b) método MPS e retirados de Arai et al. (1992) obtidos (a) numericamente e (c) experimentalmente (preenchimento=75%, amplitude=4°, frequência=0,89 Hz).

Como podem ser observados nos gráficos das Figuras 23, 24 e 25, os valores das pressões obtidos pelo método MPS apresentam ruídos de alta frequência. Porém, as curvas médias dos valores de pressão no domínio do tempo estão de acordo com as medições experimentais e os resultados numéricos publicados.

As comparações entre os resultados mostraram que, a despeito das oscilações de alta frequência, os valores médios dos resultados obtidos com o método MPS estão de acordo com os resultados experimentais e numéricos de Arai et al. (1992). No entanto, estas flutuações numéricas da série temporal de pressão obtida pelo método MPS podem causar problemas quando o método é aplicado em estudos de fenômenos onde esta característica pode ser crítica.

A oscilação de alta frequência é um problema já conhecido do método devido a um conjunto de fatores como o método de identificação das partículas de superfície livre, a não conservação da quantidade de movimento do gradiente de pressão e pela alta sensibilidade do método devido a pequenas mudanças da distribuição de partículas no cálculo de pressão. Estes problemas foram discutidos por Khayyer et al. (2008), Khayyer e Gotoh (2008), Gotoh et al. (2009), Khayyer e Gotoh (2009), Tanaka e Masunaga (2010) e Kondo e Koshizuka (2010) que mostraram diversas abordagens para minimizar esta oscilação de pressão do ponto de vista espacial e temporal.

Estes métodos de minimização da oscilação de pressão não foram incorporados no programa desenvolvido neste estudo, pois estas oscilações de alta frequência não afetaram a precisão das análises de movimentos de corpos, cálculos de esforços nas paredes do tanque e do movimento acoplado entre fluido, tanque e sólido móvel porque os impulsos produzidos pela oscilação são relativamente pequenos, quando comparados à inércia do tanque e dos corpos móveis.

5.2 PRESSÕES DE *SLOSHING* DE SIMULAÇÕES TRIDIMENSIONAIS

Os resultados obtidos das simulações bidimensionais comprovaram a sua validade desconsiderando qualquer efeito da terceira dimensão. Porém, como o fenômeno de *sloshing* possui efeitos tridimensionais que não podem ser desprezados, existe a necessidade de validá-lo também para simulações tridimensionais.

Para a validação do método de partículas MPS em casos de *sloshing* 3D, resultados numéricos e experimentais publicados por Arai et al. (1992) foram utilizados como base de comparação.

O aparato experimental é composto de um tanque e uma base móvel onde é possível impor movimentos rotacionais oscilatórios em torno do eixo transversal, como é ilustrado na Figura 26. O tanque pode ser inclinado em qualquer direção no plano da base, e o eixo de rotação do movimento oscilatório passa pelo centro geométrico do tanque. Foram considerados três modelos de tanques para os ensaios: o modelo D é um tanque cúbico de 600 mm de lado; o modelo E é uma caixa com 900mm de comprimento, 600 mm de largura e 600 mm de altura; e o modelo F, o mesmo tanque do modelo E com uma barreira transversal de pequena espessura e altura de 150 mm instalada na parte inferior do tanque. As dimensões destes três modelos com a disposição dos sensores de medição de pressão estão ilustradas na Figura 27.

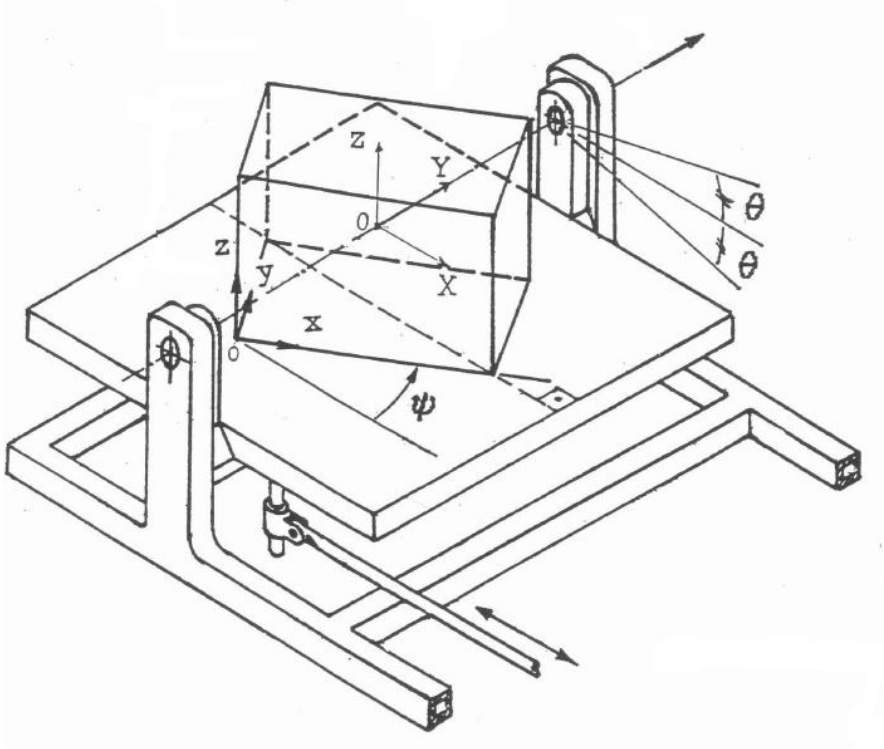


Figura 26 – Esquema ilustrativo do aparato experimental para ensaios de *sloshing* (retirado de Arai et al. (1992)).

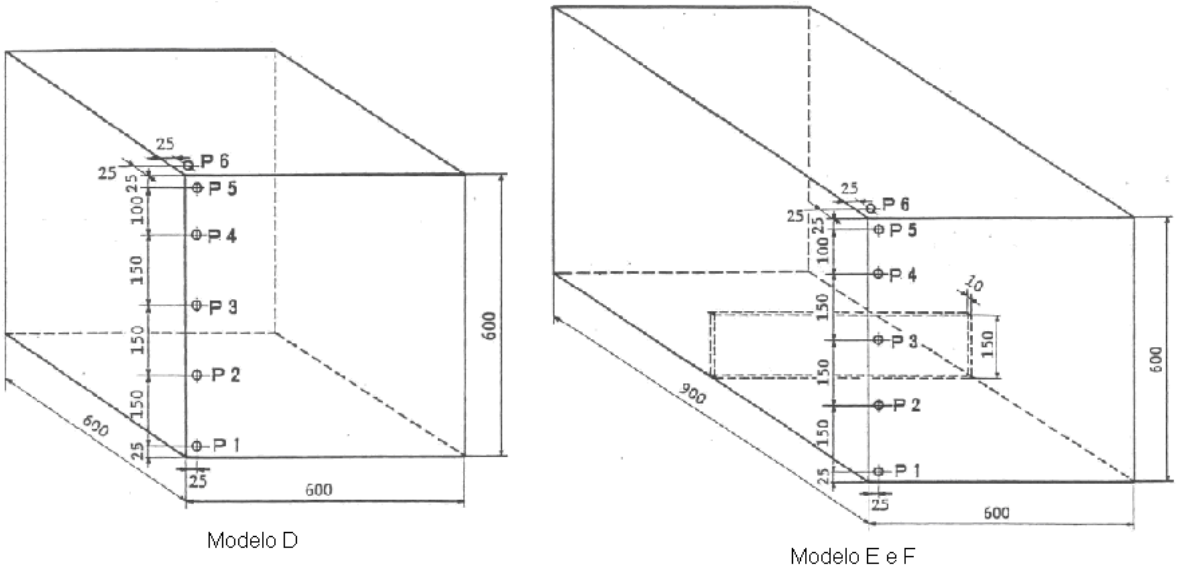


Figura 27 – Dimensões dos tanques D, E e F, e as posições dos sensores de pressão (retirado de Arai et al. (1992)).

Utilizando o sistema de coordenadas mostrado na Figura 26, o modelo D é inclinado de um ângulo ψ de 45,0º e o movimento rotacional oscilatório imposto durante o ensaio de *sloshing* tem a amplitude θ de 6º e frequência de 1,11 Hz. O modelo E é inclinado de um ângulo ψ de 33,7º e o movimento rotacional oscilatório imposto durante o ensaio de *sloshing* tem a amplitude θ de 6º e frequência de 0,83 Hz. O modelo F é inclinado de um ângulo ψ de 33,7º e o movimento rotacional oscilatório

imposto durante o ensaio de *sloshing* tem a amplitude θ de 6º e frequência de 0,67 Hz. Os movimentos em todos os três casos se iniciaram a partir do repouso, e a base posicionada horizontalmente com o valor de θ igual a zero grau. A Tabela 4 apresenta o resumo das dimensões e as condições de ensaio dos modelos D, E e F.

Tabela 4 – Dimensões dos modelos e condições de ensaio dos modelos D, E e F.

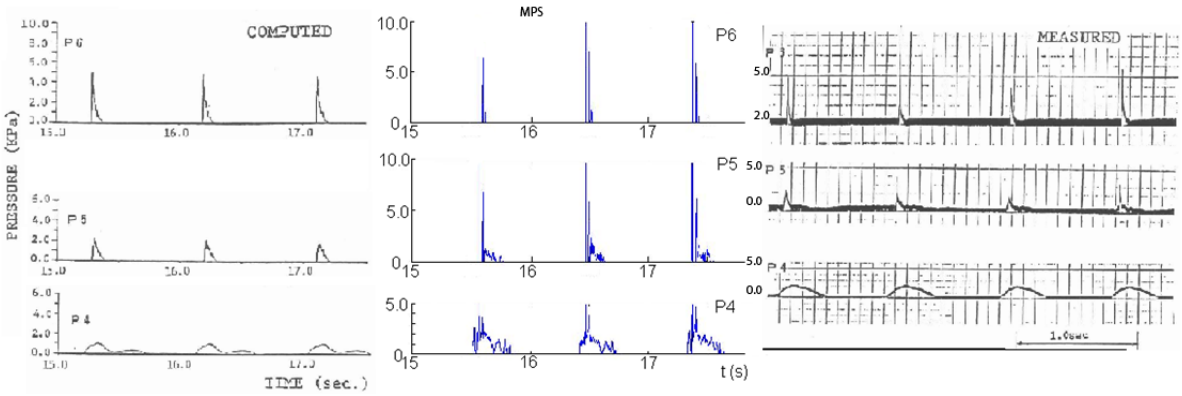
Modelo	D	E	F
Dimensões do tanque (mm x mm x mm)	600x600x600	600x600x900	900x600x600
Dimensões da antepara (mm x mm x mm)	-	-	10x600x150
Inclinação em relação ao eixo vertical da base móvel (°)	45	33,7	33,7
Nível de preenchimento	75%	75%	50%
Amplitude do movimento rotacional da base (°)	6,0	6,0	6,0
Frequência de excitação (Hz)	1,11	0,83	0,67

Para as simulações utilizando o método MPS, a distância entre partículas escolhida foi de 15,0 mm, resultando em modelos com 78957, 116643 e 92853 partículas para representar os modelos D, E e F, respectivamente. O incremento de tempo utilizado foi de 0,5 ms para todos os casos. O tempo total de simulação foi de 20,0s para registrar pelo menos dez períodos de oscilação em regime permanente. Estes parâmetros relacionados com a simulação computacional, juntamente com as informações da quantidade de partículas para tipo de partícula e os valores máximos do número de Courant, estão resumidos na Tabela 5.

Tabela 5 – Parâmetros de simulação dos modelos A, B e C

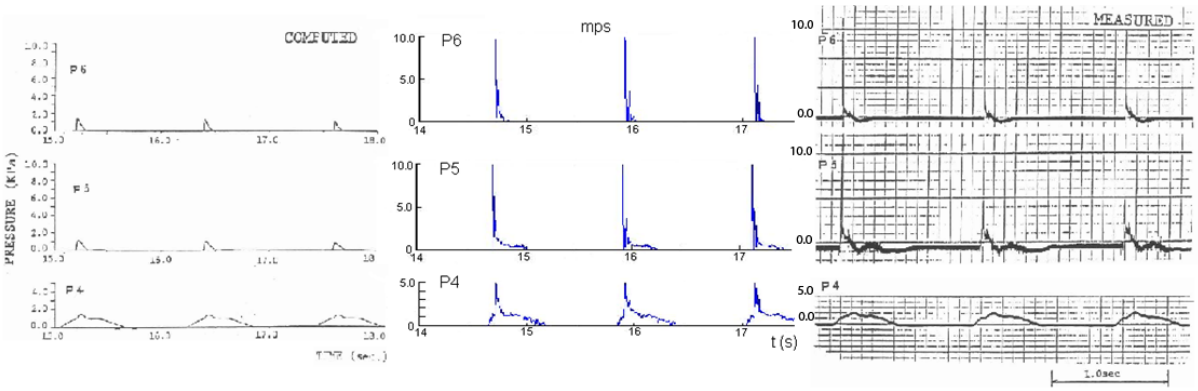
Modelo	D	E	F
Distância entre partículas (mm)	15	15	15
Quantidade de partículas total	78957	116643	92853
Quant. de partículas de fluido	47153	103341	49529
Quant. de partículas de parede	31804	43102	43324
Incremento de tempo (ms)	0,5	0,5	0,5
Número de Courant máximo	0,4	0,18	0.2

Os resultados de pressões medidos em diferentes pontos dos tanques (P4, P5, e P6) obtidos pelo método de diferenças finitas, pelo método MPS e experimentalmente são apresentados nas Figuras 28, 29 e 30, respectivamente.



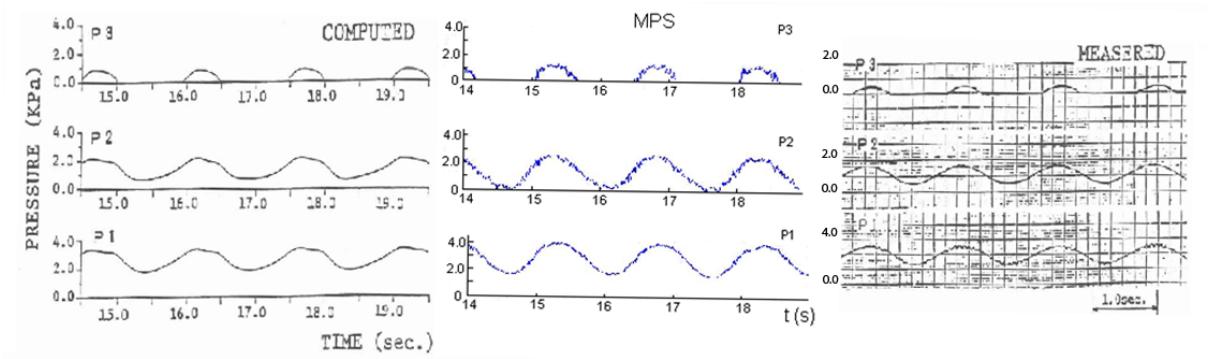
(a) (b) (c)

Figura 28 – Série temporal das pressões do modelo D calculado pelo (b) método MPS e retirados de Arai et al. (1992) obtidos (a) numericamente e (c) experimentalmente (preenchimento=75%, amplitude=6°, frequência=1,11 Hz, ψ=45º).



(a) (b) (c)

Figura 29 – Série temporal das pressões do modelo E calculado pelo (b) método MPS e retirados de Arai et al. (1992) obtidos (a) numericamente e (c) experimentalmente (preenchimento=75%, amplitude=6°, frequência=0,83 Hz, ψ=33,7º).



(a) (b) (c)

Figura 30 – Série temporal das pressões do modelo F calculado pelo (b) método MPS e retirados de Arai et al. (1992) obtidos (a) numericamente e (c) experimentalmente (preenchimento=50%, amplitude=6°, frequência=0,67 Hz, ψ=33,7º).

As comparações entre os resultados de ensaios tridimensionais apresentados nas Figuras 28, 29 e 30 mostraram que, a despeito das oscilações de alta frequência, os valores médios dos resultados obtidos com o método MPS estão de acordo com os resultados experimentais e numéricos obtidos por Arai et al. (1992).

5.3 AMPLITUDE DA FORÇA LATERAL NO TANQUE DEVIDO AO *SLOSHING*

Com a finalidade de validar a força lateral nas paredes do tanque devido ao *sloshing* calculada pelo programa de simulação, a amplitude da força lateral calculada analiticamente foi comparada com os obtidos de simulações utilizando o método MPS. O modelo considerado para esta análise é um tanque quadrado com 2,0 m de lado preenchido com água até a altura de 1,0 m, e para gerar o *sloshing*, o tanque foi excitado com movimentos senoidais na direção horizontal com amplitudes de 0,01 m, 0,02 m e 0,03 m varrendo a faixa de períodos entre 0,7s e 1,3s.

O modelo de simulação foi gerado utilizando a distância média entre partículas de 0,02 m e 6236 partículas. A escolha da discretização foi baseada em uma análise de convergência onde foram testadas distâncias média entre partículas de 0,040 m, 0,020 m, 0,010 m e 0,050 m para descrever o modelo preenchido até 1,0 m de altura. Nos testes de convergência, o tanque foi excitado com movimentos horizontais senoidais com amplitude de 0,030 m e períodos de 0,76 s, 1,04 s, 1,39 s, 1,67 s, 1,86 s e 2,79 s.

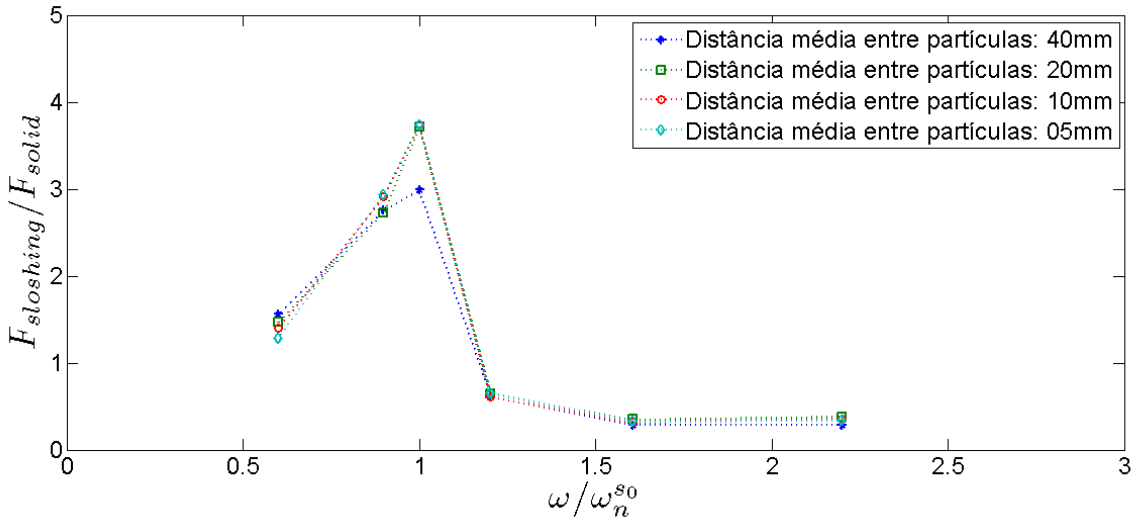


Figura 31 – Análise de convergência da discretização do modelo simulado pelo método MPS.

Como mostra a Figura 31, os resultados das forças nas paredes do tanque devido ao *sloshing* convergem para as discretizações de 0,02 m, 0,01 m e 0,005 m, apresentando uma discrepância mínima entre eles. Por outro lado, para a distância entre partículas de 0,040 m, os resultados também apresentaram boa concordância em geral, porém observa-se uma discrepância de quase 20% na proximidade do pico de ressonância.

O modelo analítico proposto neste estudo, que assumindo $\frac{c_b}{c_c} = 0{,}0$ e $\frac{c_{s_0}}{c_c} = 0{,}0$ fornece os mesmos resultados mostrados por Graham e Rodriguez (1952), foi utilizado como base de comparação.

A comparação da amplitude da resposta da força lateral no domínio da frequência obtida pelo método analítico proposto considerando $\frac{c_b}{c_c} = 0{,}0$ e $\frac{c_{s_0}}{c_c} = 0{,}365 \cdot 10^{-3}$ e pelo resultado obtido pelo método numérico são apresentados na Figura 32. Neste mesmo gráfico, é apresentada uma curva adicional utilizando o método analítico proposto considerando a razão entre o amortecimento de *sloshing* e o amortecimento crítico da massa fluida igual a $3{,}65 \cdot 10^{-3}$ $\left(\frac{c_{s_0}}{c_c} = 3{,}65 \cdot 10^{-3}\right)$, que é o valor obtido pela formulação da razão de amortecimento apresentado por Warnitchai e Pinkaew (1998) calculado pela Eq. (41).

$$\frac{c_{s_0}}{c_c} = \left(\frac{1+\frac{H}{E}}{2H}\right)\sqrt{\frac{2\nu}{\omega_{s_0}}} \quad , \tag{41}$$

onde H é a altura de preenchimento, E é a espessura do tanque (direção perpendicular ao plano do escoamento) e ν é a viscosidade cinemática do fluido.

A amplitude da força lateral de *sloshing* é adiminesionalizada pela força exercida pela massa total de fluido sem considerar o efeito da superfície livre, ou seja, considerar a massa fluida como um sólido rígido. Esta amplitude de força é obtida pela expressão:

$$F_{solid} = m_T A \omega^2 \tag{42}$$

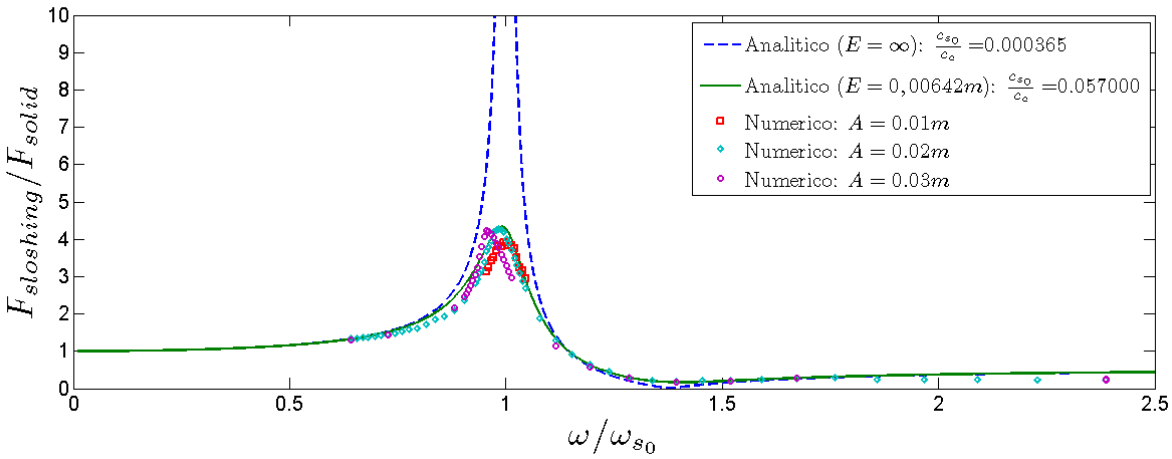


Figura 32 – Amplitude da força lateral no domínio da frequência obtida utilizando: o método analítico proposto com a razão de amortecimento calculada analiticamente $\left(\frac{c_{s_0}}{c_c} = 0{,}365 \cdot 10^{-3}\right)$, e com razão de amortecimento arbitrário $\left(\frac{c_{s_0}}{c_c} = 0{,}057\right)$, e obtido pelo método numérico proposto com três amplitudes de movimento do tanque (0,01 m, 0,02 m e 0,03 m).

O gráfico mostra uma boa concordância entre o método numérico e o analítico quando $\frac{c_{s_0}}{c_c} = 0{,}057$.

Entretanto, deve ser enfatizado que, enquanto os resultados do método analítico partem da hipótese de movimentos de pequena amplitude, os resultados obtidos pelo método MPS apresentam os efeitos não lineares evidenciados pela diferença de comportamento devido à variação da amplitude de excitação. A despeito dos resultados obtidos pelo método numérico não considerar a viscosidade do fluido, eles apresentaram um amortecimento muito acima do calculado analiticamente.

5.4 MOVIMENTO DO CORPO FLUTUANTE

Diversas simulações de corpos flutuantes movendo-se devido a ondas foram realizadas por Sueyoshi et al. (2008) e Silva et al. (2008) utilizando o método MPS e comparando-os com medições experimentais para validar o método numérico.

Neste estudo, como foram acopladas ao movimento do corpo flutuante linhas elásticas, o método numérico proposto necessita ser validado nestas novas condições.

Para esta finalidade, foram realizadas simulações bidimensionais de testes de decaimento do corpo flutuante e os resultados de períodos naturais foram comparados com resultados analíticos e obtidos por outros métodos numéricos. O modelo utilizado para as comparações é mostrado em detalhes na Figura 33. Ele é composto de um tanque retangular com 0,4 m de largura e 0,3 m de altura preenchido até a metade do tanque e um corpo flutuante conectado ao fundo do tanque por uma mola. Testes de decaimento foram realizados com e sem a conexão elástica. As informações do corpo flutuante necessárias para realizar as análises estão apresentadas na Tabela 7. Como é uma análise bidimensional, a massa e a inércia estão caracterizadas por unidade de comprimento.

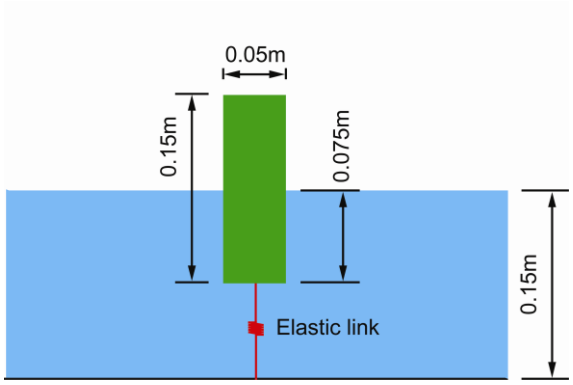


Figura 33 – Esquema do modelo para teste de decaimento.

Tabela 6 – Dado do corpo flutuante.

Parâmetro	Valor
Altura (m)	0,15
Largura (m)	0,05
Massa (kg/m)	3,75
Momento de inércia (kg×m^2/m)	0,03
Centro de gravidade vertical (m)	0,03 m

Os resultados do teste de decaimento utilizando o método numérico proposto foram comparados com os resultados obtidos pelo programa WAMIT®, que é baseado no método *boundary integral equation method,* que é conhecido também como método dos painéis apresentado em detalhes em Lee (1995).

A Tabela 7 apresenta os casos de simulação analisados mostrando o tipo de teste e a constante de mola. Nas simulações de todos os casos foram utilizados a distância média entre partículas de 2,5 mm, incremento de tempo de 0,25 ms e quantidade de partículas de 11136.

Tabela 7 – Parâmetros dos modelos de simulação utilizados no programa MPS.

Caso	Corpo	Teste de decaimento	Constante de Mola (N/m)
A	Livre	Vertical	-
B	Livre	Angular	-
C	Conexão elástica	Vertical	1000
D	Conexão elástica	Angular	1000

A Tabela 8 mostra os dados de massa e inércia adicionais calculados pelo programa WAMIT®. Nesta mesma tabela, os de períodos naturais do movimento vertical e angular calculados analiticamente e pelo programa WAMIT® podem ser comparados com os resultados obtidos pelo programa desenvolvido neste estudo nas condições A, B, C e D descrito na Tabela 7.

Tabela 8 – Dados obtidos pelo programa WAMIT®, analiticamente e pelo método MPS.

Caso	Corpo	Teste de decaimento	Massa (kg)	Massa adicional vertical (kg)	Momento de inércia (kg·m^2)	Mom. de inércia adicional (kg·m^2)	Período de natural (s)		
							WAMIT	Analítico	MPS
A	Livre	Vertical	3,75	1,32	0,0154	0,0071	0,643	-	0,632
B	Livre	Angular	3,75	2,21	0,0154	0,0167	2,058	-	1,900
C	Conexão elástica	Vertical	3,75	1,17	0,0154	0,0044	-	0,38	0,391
D	Conexão elástica	Angular	3,75	2,14	0,0154	0,0168	-	-	1,730

Os períodos naturais mostrados na Tabela 8 calculado pelo método numérico proposto são obtidos a partir da série temporal de movimento do corpo flutuante.

Na direção vertical, o ensaio de decaimento sem as conexões elásticas foi realizado deslocando inicialmente o corpo flutuante em 0,05 m acima da posição de equilíbrio.

O período natural obtido foi de 0,64 s. Este valor é bem próximo a 0,63 s calculado pelo programa WAMIT®.

Seguindo o mesmo procedimento para o modelo com a conexão elástica, foi obtido o valor de 0,39 s para o período natural do movimento vertical. Utilizando na formulação de período natural a restauração como a soma da constante de mola com o coeficiente de restauração calculado pelo programa WAMIT® e a massa como a soma da massa do corpo com a massa adicional calculada pelo programa WAMIT®, o valor do período natural calculado analiticamente foi de 0,38 s.

No movimento angular, o ensaio de decaimento sem as conexões elásticas foi realizado inclinando inicialmente o corpo flutuante em 0,2 radianos (11,46º) da posição de equilíbrio. O período natural obtido foi de 1,9 s, que é bem próximo ao valor de 2,06 s calculado pelo programa WAMIT®.

Seguindo o mesmo procedimento para o modelo com a conexão elástica, foi obtido o valor de 1,73 s para o período natural do movimento angular.

Os resultados mostraram que o programa de simulação baseado no método MPS calcula a influência da conexão elástica no movimento do corpo consistentemente aumentando a restauração do sistema e diminuindo o período natural nas duas direções consideradas.

6 ANÁLISE DOS EFEITOS DA INSTALAÇÃO DO SUPRESSOR MÓVEL NO TANQUE COM *SLOSHING*

Para entender o comportamento do sistema todo acoplado, e para verificar a consistência da formulação, alguns estudos paramétricos foram realizados considerando o *sloshing* como um corpo móvel conectado ao tanque por molas.

6.1 CASO DE ESTUDO

Os estudos analíticos e numéricos feitos neste trabalho foram baseados em um tanque bidimensional de 2,0 m de altura e 2,0 m de largura como mostra a Figura 34. O fluido utilizado para as análises possui a massa específica ρ de 1000,0 kg/m^3 e a

aceleração da gravidade g é de 9,806 m/s^2. Quatro razões de preenchimento $\frac{H}{B}$ foram consideradas: 0,25, 0,50, 0,37 e 0,75. Para excitar o fluido, foram impostos movimentos horizontais senoidais ao tanque.

O dispositivo de supressão é conectado ao tanque por quatro molas: duas molas no lado esquerdo do dispositivo e as outras duas no lado direito como mostram a Figura 34. As dimensões e a geometria do supressor de *sloshing* variam de acordo com o tipo de análise que está sendo feita. Este dispositivo é sempre posicionado inicialmente a meia largura do tanque com a parte superior do corpo alinhada à superfície do fluido em repouso. As molas estão conectadas nos vértices do retângulo que envolve o dispositivo. Este posicionamento inicial do dispositivo é feito para avaliá-lo como um sistema que modifica a sua posição vertical de acordo com o preenchimento do tanque. Em outras palavras, foi assumido que é possível controlar a posição vertical dos pontos de fixação das molas.

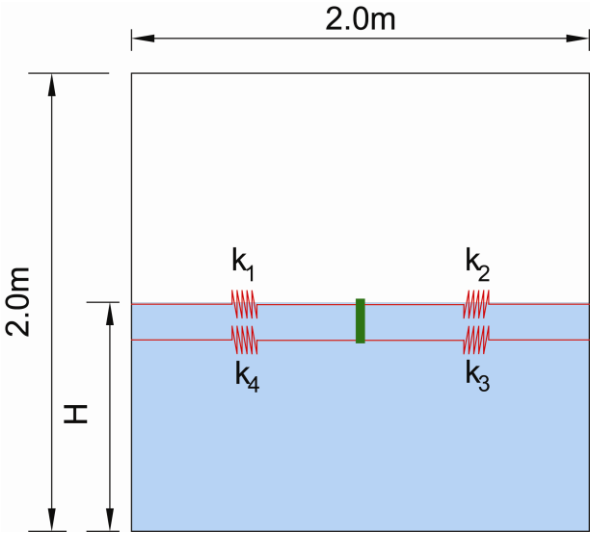


Figura 34 – Esquema do modelo utilizado nas análises paramétricas.

6.2 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE *SLOSHING* COM UM CORPO MÓVEL CONECTADO AO TANQUE POR MOLAS CONSIDERANDO O AMORTECIMENTO c_b CONSTANTE

Para aprofundar no entendimento do fenômeno acoplado, e para verificar a consistência do modelo analítico proposto, inicialmente é interessante limitar a análise somente na formulação da resposta do modelo analítico proposto neste

estudo ignorando as variações do amortecimento do corpo c_b em função das diferentes frequências de excitação.

Considerando um modelo com a altura do dispositivo h de 0,2 m e massa m_b de 4,0 kg instalado no tanque apresentado na Figura 34, a resposta do "movimento" e a fase do corpo fluido utilizando modelo analítico do sistema acoplado da Eq. (17) são mostrados nas Figuras 35 e 36, respectivamente, para diferentes valores de amortecimento entre o fluido e o dispositivo c_b e desprezando o efeito do amortecimento de *sloshing* $(c_{s_0} = 0{,}0)$.

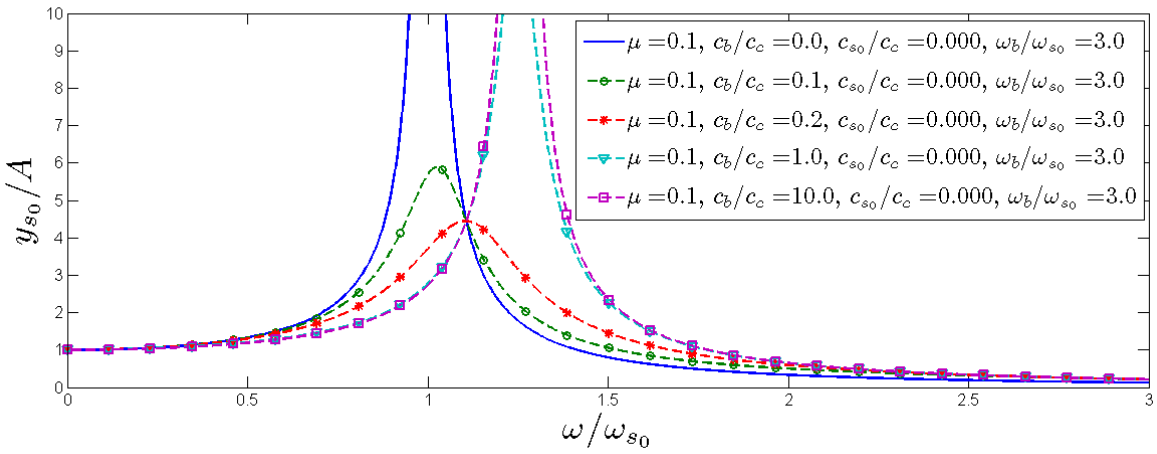


Figura 35 – Resposta de amplitude de movimento da massa dinâmica de *sloshing* do modelo analítico considerando um corpo móvel com h=0,02 m, m_b=4,0 kg e variando c_b (constante em função da frequência de excitação).

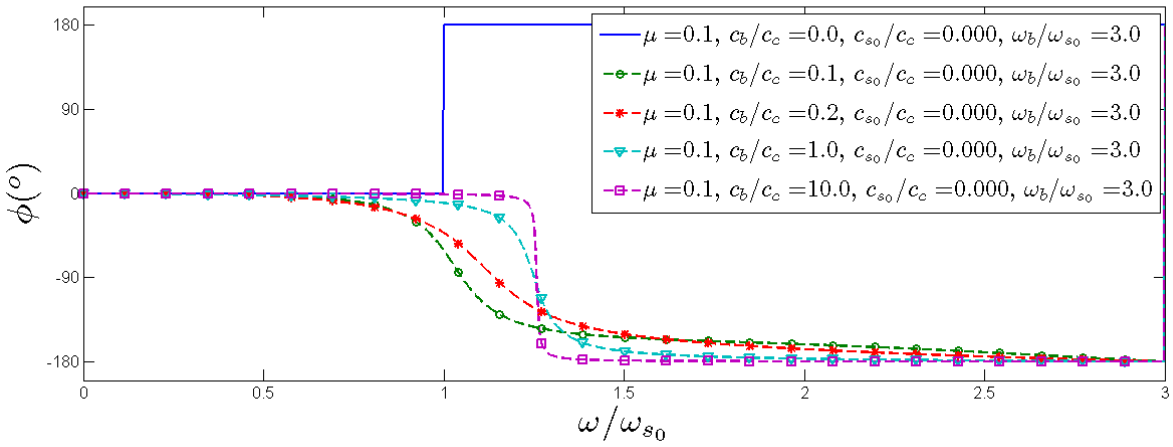


Figura 36 – Resposta de fase da massa dinâmica de *sloshing* do modelo analítico considerando um corpo móvel com h=0.02 m, m_2=4,0 kg e variando c_b (constante em função da frequência de excitação).

Em linhas gerais, o comportamento do corpo fluido segue a mesma tendência mostrada nas Figuras 35 e 36 para diferentes dimensões de tanque, configurações de molas e dispositivo de supressão de *sloshing*.

A amplitude da força total de *sloshing* exercida sobre o tanque pode ser obtida somando-se a força exercida pela parte “fixa” e a parte dinâmica do fluido que pode ser obtida utilizando a Eq. (17). Para a condição onde foram obtidos os resultados mostrados nas Figuras 35 e 36, as amplitudes das forças exercidas nas paredes do tanque divididas pela amplitude da força que o fluido exerceria se fosse um corpo rígido dada pela Eq. (41) são mostradas na Figura 37.

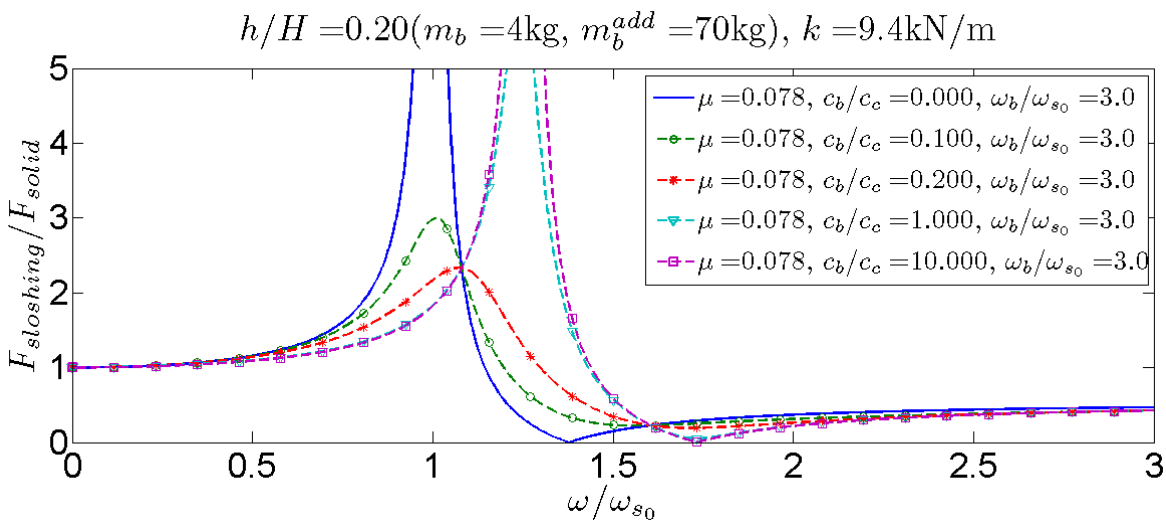
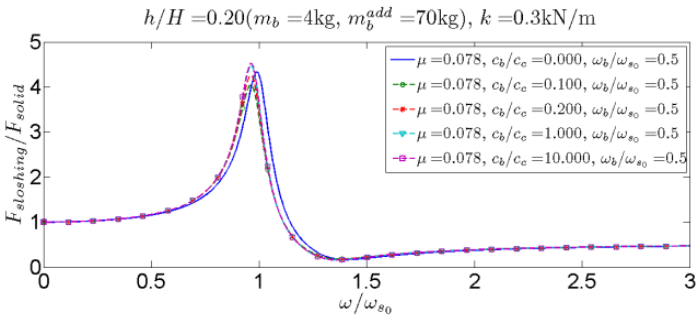


Figura 37 – Resposta da força lateral de *sloshing* do modelo analítico considerando um corpo móvel com h=0.02 m, m_2=4,0 kg e variando c_b (constante em função da frequência de excitação).

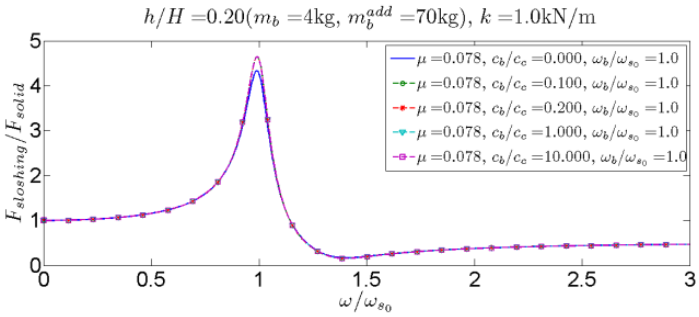
Com este resultado apresentado isoladamente, não é possível tirar conclusões a respeito do comportamento da solução analítica modelada. Para fazer uma análise mais aprofundada, é necessário escolher parâmetros relevantes a este tipo de fenômeno e analisar a sua influência na reposta do sistema acoplado.

A altura do corpo móvel dividido pela altura do tanque $\left(\frac{h}{H}\right)$, a relação entre as massas $\left(\mu = \frac{m_b}{m_{s_0}}\right)$ e a razão entre as frequências naturais $\left(\frac{\omega_b}{\omega_{s_0}}\right)$ são relações que influenciam na resposta do sistema e que precisam ser considerados no processo de dimensionamento do dispositivo de supressão de *sloshing*. Para analisar a influência de cada parâmetro citado anteriormente, foram comparadas respostas das forças laterais contemplando diferentes situações. As Figuras 38 a 40 mostram grupos de gráficos onde cada grupo representa uma altura diferente do corpo móvel

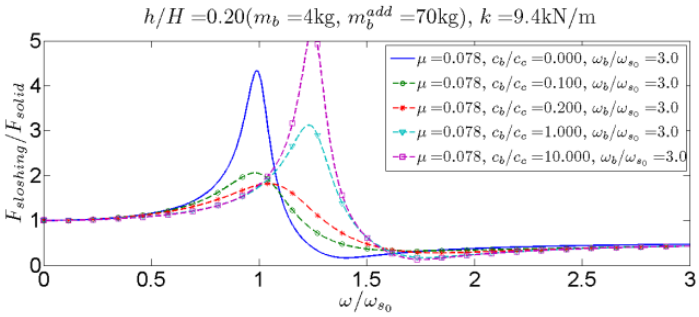
(0,2 m; 0,4 m e 0,6 m) com largura de 0,02 m em todas elas. Cada grupo possui quatro gráficos com cinco curvas cada. Os gráficos se diferenciam um dos outros pela razão entre frequências naturais (0,5; 1,0; 3,0 e 5,0), e as curvas se diferenciam pela variação da razão de amortecimento. Como foi mencionada anteriormente, a razão de amortecimento se mantém constante em cada curva, ou seja, não foi utilizada a formulação da Eq. (27) para calcular o amortecimento do corpo em função da frequência de excitação do tanque.



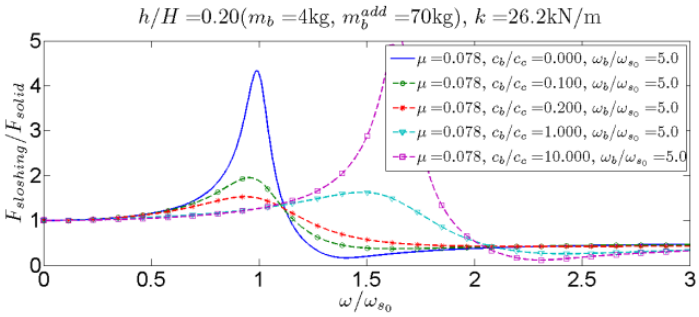
(a)



(b)

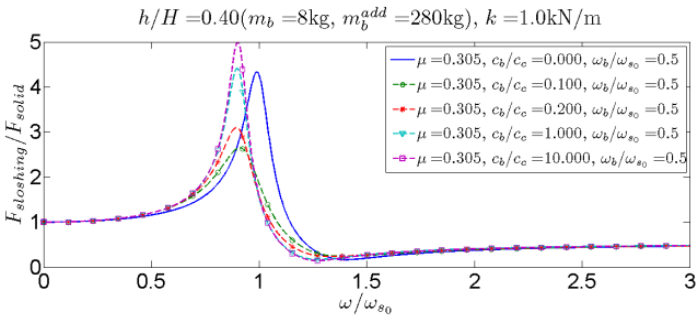


(c)

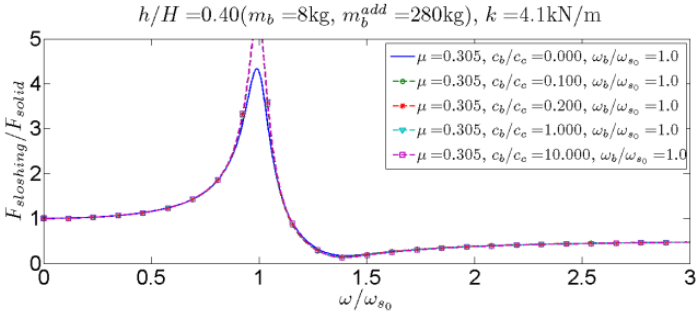


(d)

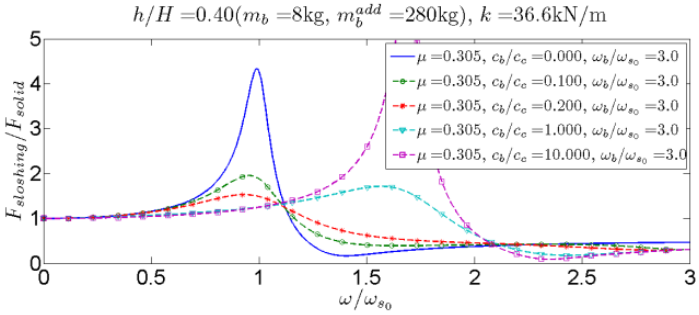
Figura 38 – Resultados do modelo analítico considerando um corpo móvel com h=0,2 m, m_2=4,0 kg e para diferentes valores de c_b (constante em função da frequência de excitação). Cada gráfico considera as relações entre freq. naturais de: (a) $\frac{\omega_b}{\omega_{s_0}} = 0{,}5$, (b) $\frac{\omega_b}{\omega_{s_0}} = 1{,}0$, (c) $\frac{\omega_b}{\omega_{s_0}} = 3{,}0$ e (d) $\frac{\omega_b}{\omega_{s_0}} = 5{,}0$.



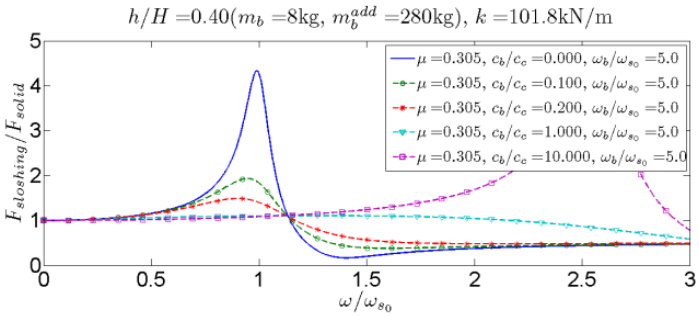
(a)



(b)

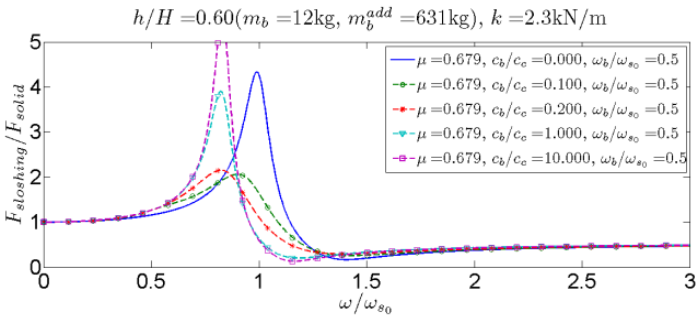


(c)

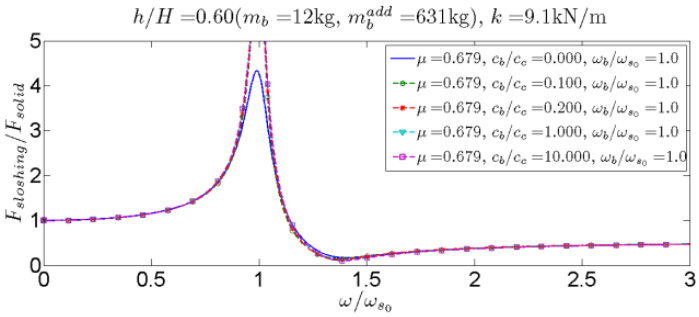


(d)

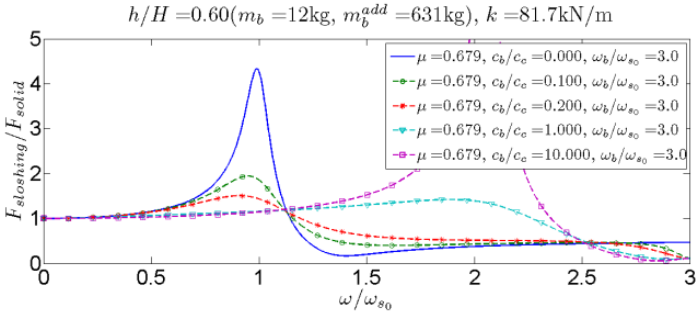
Figura 39 – Resultados do modelo analítico considerando um corpo móvel com h=0,4 m, m_2=8,0 kg e para diferentes valores de c_b (constante em função da frequência de excitação). Cada gráfico considera as relações entre freq. naturais de: (a) $\frac{\omega_b}{\omega_{s_0}} = 0{,}5$, (b) $\frac{\omega_b}{\omega_{s_0}} = 1{,}0$, (c) $\frac{\omega_b}{\omega_{s_0}} = 3{,}0$ e (d) $\frac{\omega_b}{\omega_{s_0}} = 5{,}0$.



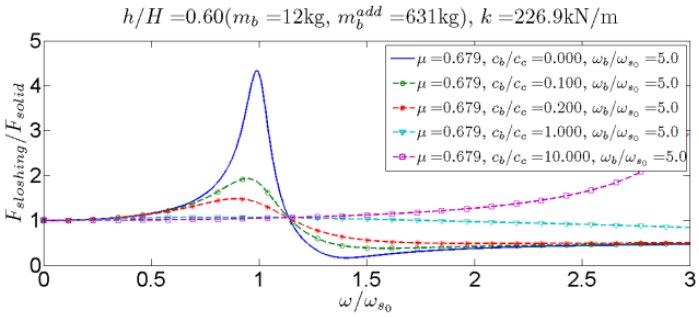
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 40 – Resultados do modelo analítico considerando um corpo móvel com h=0,6 m, m_2=12,0 kg e para diferentes valores de c_b (constante em função da frequência de excitação). Cada gráfico considera as relações entre freq. naturais de: (a) $\frac{\omega_b}{\omega_{s_0}} = 0{,}5$, (b) $\frac{\omega_b}{\omega_{s_0}} = 1{,}0$, (c) $\frac{\omega_b}{\omega_{s_0}} = 3{,}0$ e (d) $\frac{\omega_b}{\omega_{s_0}} = 5{,}0$.

Todos os gráficos das Figuras 38 a 40 mostram que a introdução do corpo móvel não influenciou significativamente em baixas frequências onde $\frac{\omega}{\omega_{s_0}}$ é menor que 0,5.

Próxima à frequência de ressonância, a amplitude da força lateral decresce proporcionalmente ao amortecimento do corpo enquanto $\frac{c_b}{c_c}$ é menor que 0,2. Para valores de $\frac{c_b}{c_c}$ maiores que 1,0, o pico de ressonância se desloca em direção à ressonância do corpo móvel isolado. Este comportamento se deve ao grande amortecimento entre os dois corpos fazendo com que se movam cada vez mais juntos, chegando ao extremo de se comportar como um único corpo de massa igual à soma das massas dos dois corpos.

Quando as frequências naturais dos dois sistemas isolados se coincidem $\left(\frac{\omega_b}{\omega_{s_0}} = 1{,}0\right)$, a altura do corpo móvel e o amortecimento entre as duas massas não afetam a resposta do sistema. Isto pode ser explicado pelo fato das massas estarem conectadas diretamente à mesma fonte de excitação por molas, e como as frequências naturais são as mesmas $(\omega_b = \omega_{s_0})$, elas se movem na mesma fase sem um movimento relativo significativo.

Quanto maior a razão entre massas μ, menor é a diferença entre ω_b e ω_{s_0} necessária para afetar a reposta de *sloshing*. Isto pode ser explicado pelo aumento da inércia do corpo móvel com massas maiores fazendo com que o corpo acompanhe menos o movimento do fluido aumentando a velocidade relativa entre eles.

Quando a razão entre massas μ é menor que 0,3, e a relação entre frequências naturais $\frac{\omega_b}{\omega_{s_0}}$ é menor que 1,0, o dispositivo móvel acompanha o movimento da massa de *sloshing,* e a velocidade relativa entre os corpos é muito baixo para gerar uma força de amortecimento que afete o movimento da massa de *sloshing*.

Quanto maior a diferença entre as frequências naturais, maior é a atenuação da amplitude da força lateral devido ao aumento da rigidez do dispositivo elevando a velocidade relativa entre o corpo e o fluido e aumentando a força de amortecimento.

6.3 ANÁLISE DO COMPORTAMENTO DE *SLOSHING* COM UM CORPO MÓVEL CONECTADO AO TANQUE POR MOLAS CALCULANDO O AMORTECIMENTO c_b BASEADO NO COEFICIENTE DE ARRASTO

Verificada a consistência da solução analítica para o sistema acoplado, e considerando o coeficiente de amortecimento entre as massas como um valor constante, é necessária a análise desta solução calculando o coeficiente de amortecimento em função da frequência de excitação e utilizando o coeficiente de arrasto calculado pela Eq. (27).

A Figura 41 mostra os resultados da amplitude da força lateral devida ao *sloshing* dividido pela amplitude da força que o fluido exerceria se fosse um corpo rígido, no domínio da frequência, obtida a partir da solução analítica acoplada que foi proposta neste estudo. O amortecimento entre as massas é calculado baseado no coeficiente de arrasto de um corpo retangular com largura de 0,02 m e altura de 0,2 m. Seis curvas com diferentes razões entre as frequências naturais $\frac{\omega_b}{\omega_{s_0}}$ são comparados com a curva obtida sem a presença do dispositivo móvel.

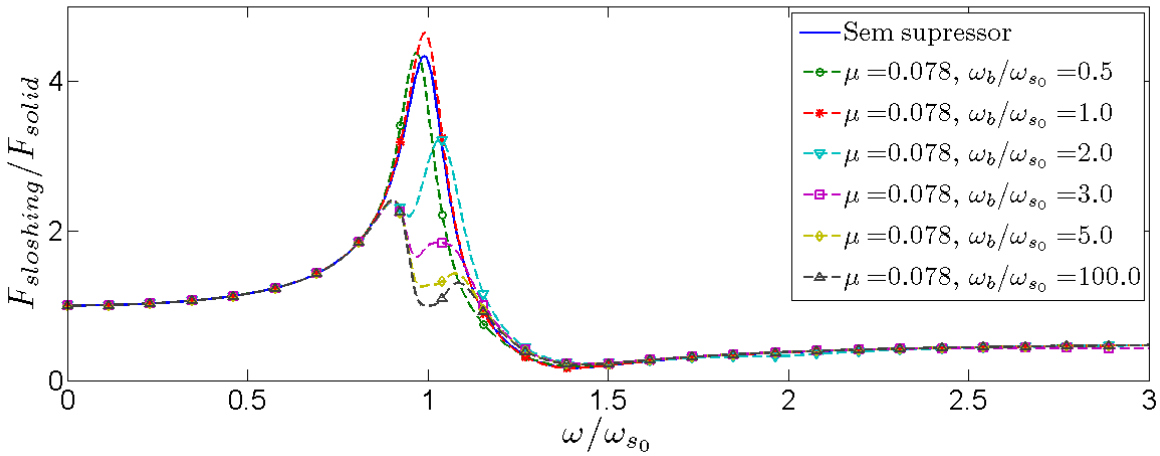


Figura 41 – Amplitude da força lateral devido ao *sloshing* em um tanque com largura de 2,0 m e preenchido até 1,0 m de altura sem e com o dispositivo móvel com c_b variável ($S = 0{,}2$; $\rho = 1000{,}0$; $C_D = 2{,}05$).

A Figura 42 mostra os resultados da amplitude da força lateral obtida a partir da solução analítica acoplada proposta neste estudo no domínio da frequência. O amortecimento entre as massas é calculado baseado no coeficiente de arrasto de um corpo retangular com largura de 0,02 m e altura de 0,4 m. Seis curvas com

diferentes razões entre as frequências naturais $\frac{\omega_b}{\omega_{s_0}}$ são comparados com a curva obtida sem a presença do dispositivo móvel.

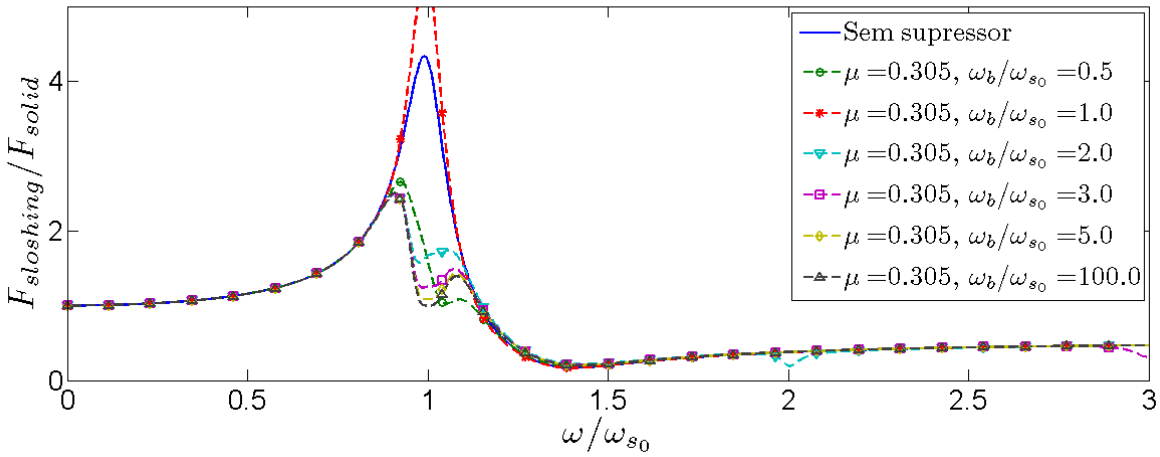


Figura 42 – Amplitude da força lateral devido ao *sloshing* em um tanque com largura de 2,0 m e preenchido até 1,0 m de altura sem e com o dispositivo móvel com c_b variável ($S = 0{,}4$; $\rho = 1000{,}0$; $C_D = 2{,}05$).

A Figura 43 mostra os resultados da amplitude da força lateral obtida a partir da solução analítica acoplada proposta neste estudo no domínio da frequência. O amortecimento entre as massas é calculado baseado no coeficiente de arrasto de um corpo retangular com largura de 0,02 m e altura de 0,6 m. Seis curvas com diferentes razões entre as frequências naturais $\frac{\omega_b}{\omega_{s_0}}$ são comparados com a curva obtida sem a presença do dispositivo móvel.

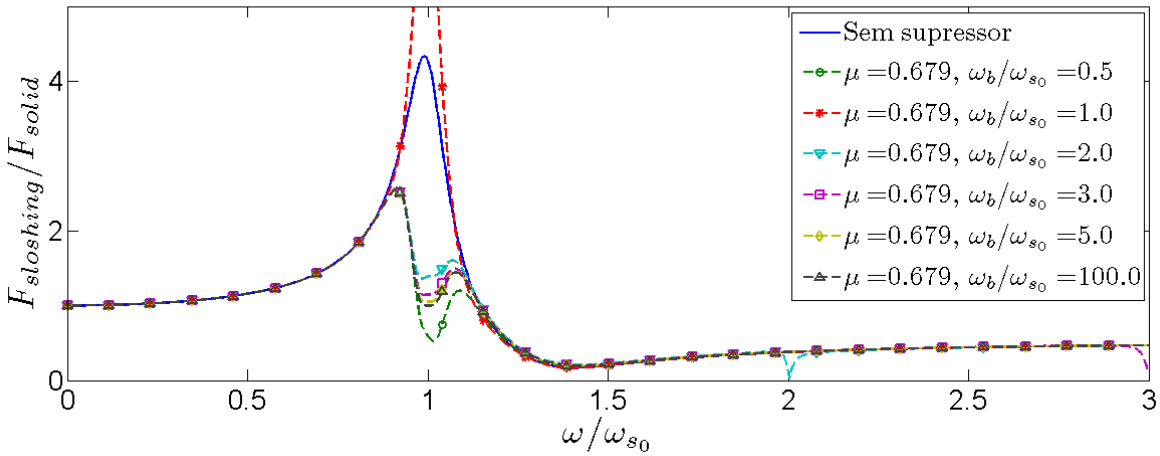


Figura 43 – Amplitude da força lateral devido ao *sloshing* em um tanque com largura de 2,0 m e preenchido até 1,0 m de altura sem e com o dispositivo móvel com c_b variável ($S = 0{,}6$; $\rho = 1000{,}0$; $C_D = 2{,}05$).

A Figura 44 mostra a comparação entre os resultados do carregamento devido ao *sloshing* com e sem o dispositivo móvel calculado a partir dos modelos analítico e numérico.

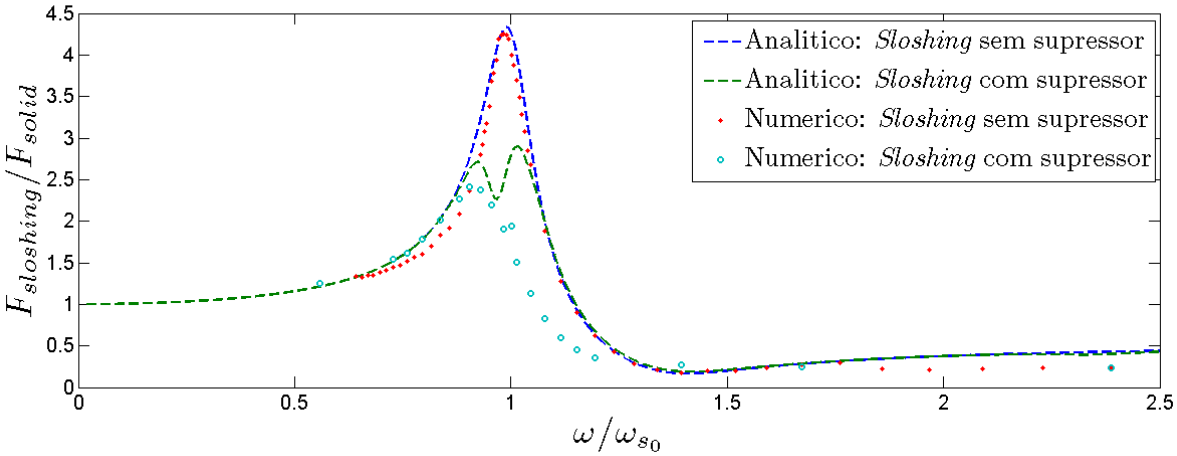


Figura 44 – Amplitude da força lateral no tanque devido ao *sloshing* sem e com o dispositivo móvel.

Observando estes resultados, a redução da magnitude da força lateral é significativa em frequências próximas à ressonância mostrando a efetividade do dispositivo móvel na atenuação dos efeitos de *sloshing*. A diferença entre os resultados analítico e numérico na região de ressonância pode ser explicada pelo modo simplificado que o coeficiente amortecimento c_b foi calculado no modelo analítico, desprezando influências da deformação da superfície livre e o coeficiente de arrasto c_D foi considerado constante independente da frequência de excitação.

6.4 ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA GEOMETRIA DO DISPOSITIVO MÓVEL

Um aspecto do dispositivo de supressão de *sloshing* é como a variação de sua geometria pode influenciar no fenômeno de *sloshing*.

Para esta análise, foram consideradas três geometrias diferentes (quadrado, losango e círculo) com o mesmo comprimento característico como é apresentado na Figura 45. As massas dos corpos foram definidas de maneira que as mantivessem em equilíbrio quando submerso.

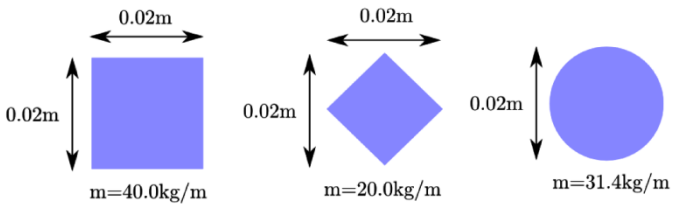


Figura 45 – Geometrias, dimensões e massas dos dispositivos móveis de supressão de *sloshing*.

Os coeficientes de arrasto das geometrias bidimensionais escolhidas são de 2,1 para o quadrado, 1,6 para o losango e 1,2 para o círculo retirado de White (2002).

A Figura 46 mostra os resultados da amplitude da força lateral nas paredes do tanque devido ao *sloshing* em função da frequência de excitação obtidos pela simulação numérica, e pela formulação analítica utilizando as diferentes geometrias para o dispositivo móvel. Existe uma curva adicional mostrando o resultado da formulação analítica sem nenhum corpo móvel para utilizar como base de comparação.

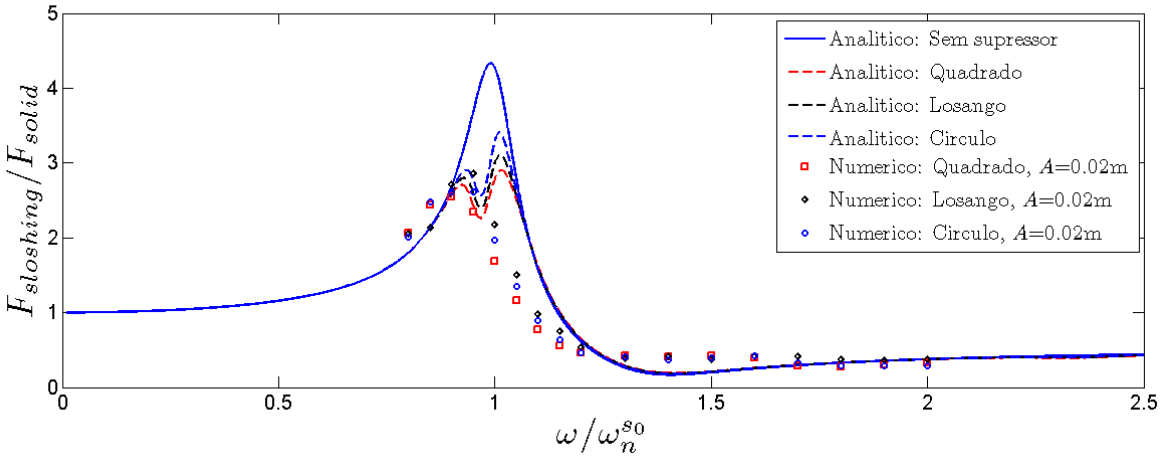


Figura 46 – Resultados da amplitude da força lateral nas paredes do tanque com *sloshing* em função da frequência de excitação com diferentes geometrias para o corpo móvel.

Os resultados apresentados na Figura 46 comprovaram que há uma atenuação significativa da amplitude da força lateral com a utilização do dispositivo como foi prevista pela formulação analítica. Porém, não há diferença significativa devido à geometria do dispositivo com comprimentos característicos iguais. Isto pode ser explicado pela faixa estreita que os coeficientes de arrasto variam e por este amortecimento afetar somente a parcela dinâmica de *sloshing,* que neste caso específico é em torno de 50% do fluido total.

6.5 ANÁLISE DE EFETIVIDADE DO DISPOSITIVO DE SUPRESSÃO DE *SLOSHING*

As comparações entre os resultados analíticos e numéricos foram conduzidos respeitando os limites de amplitude de movimentos baixos que é a região onde a teoria linear é válida. A formulação analítica proposta neste estudo é de grande utilidade para um primeiro dimensionamento do dispositivo móvel de supressão de *sloshing*. Porém, esta primeira aproximação não é suficiente para concluir sobre a sua eficácia. É necessário analisar aspectos não lineares e verificar sua efetividade para diferentes razões de preenchimento.

Por isso, simulações considerando estas não linearidades foram realizadas para verificar a eficácia do dispositivo para diferentes razões de preenchimento e com amplitude de ondas fora da faixa linear.

O dispositivo de supressão de *sloshing* escolhido para realizar as análises de eficácia possui uma geometria retangular com largura de 0,08 m e altura de 0,20 m no tanque de dimensões mostradas na Figura 34. Quatro diferentes razões de preenchimento $\frac{H}{B}$ foram testados: 0,25 (H=0,50 m), 0,37 (H=0,74 m), 0,50 (H=1,00 m) e 0,75, (H=1,5 m).

Para cada razão de preenchimento, duas simulações foram realizadas com e sem o dispositivo móvel, impondo ao tanque movimentos senoidais com amplitude de 0,05 m e períodos de excitação coincidindo com os períodos de ressonância de *sloshing*. O período de ressonância é de 1,98 s quando $\frac{H}{B}$ é de 0,25, 1,76 s quando $\frac{H}{B}$ é de 0,37, 1,67 s quando $\frac{H}{B}$ é de 0,50 e 1,62 s quando $\frac{H}{B}$ é de 0,75.

Foram utilizadas duas molas em cada lado do corpo móvel com constante de mola de 1000,0 N/m. As linhas foram numeradas de 1 a 4, iniciando da linha posicionada à esquerda na parte superior do dispositivo no sentido horário (as linhas 1 e 4 foram instaladas no lado esquerdo do dispositivo e as linhas 2 e 3 no lado direito).

Para os modelos de simulação, foi utilizada a distância média entre partículas l_0 de 0,02 m, o número de partículas utilizadas em cada um dos modelos foi de 3736, 4936, 6236 e 8736 com $\frac{H}{B}$ de 0,25, 0,37, 0,50 e 0,75, respectivamente. Em todos os casos com o sistema de supressão, a parte superior do dispositivo móvel está alinhada com a superfície livre do fluido.

O parâmetro utilizado para a análise de eficácia do dispositivo de supressão de *sloshing* foi a amplitude da força lateral nas paredes do tanque, forças nas linhas e movimento da superfície livre.

A Figura 47 mostra algumas imagens da simulação com e sem o dispositivo de supressão de *sloshing* lado a lado em instantes iguais para o modelo com $\frac{H}{B}$ de 0,25. As simulações foram calculadas considerando as linhas elásticas conectando o corpo móvel à estrutura do tanque, porém, não aparecem nas imagens.

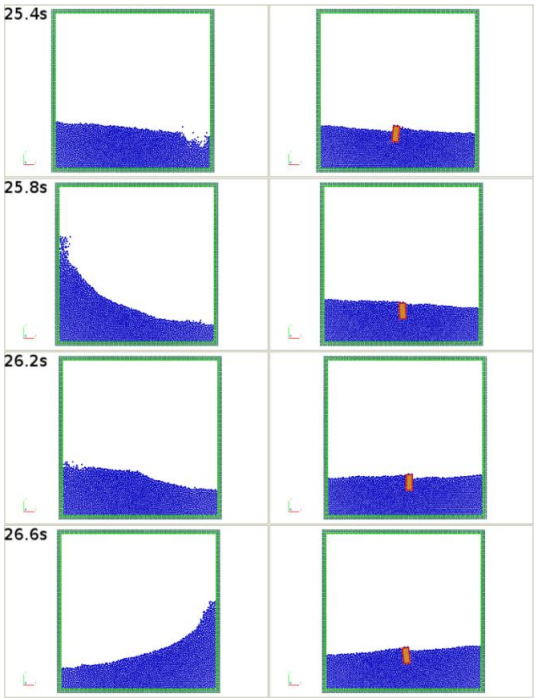


Figura 47 – Imagens do resultado da simulação ($\frac{H}{B}$=0,25; amplitude do movimento horizontal: 0,05 m; período de excitação: 1,98 s).

A série temporal da componente horizontal da força hidrodinâmica nas paredes do tanque com e sem o dispositivo móvel na situação com $\frac{H}{B}$ de 0,25 é mostrada na Figura 48.

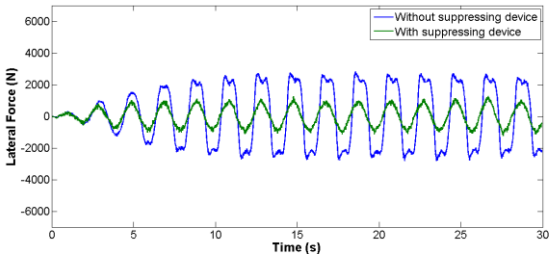


Figura 48 – Força lateral nas paredes do tanque ($\frac{H}{B}$=0,25; amplitude do movimento horizontal: 0,05 m; período de excitação: 1,98 s).

A série temporal da força nas linhas elásticas quando o dispositivo está instalado é mostrado na Figura 49.

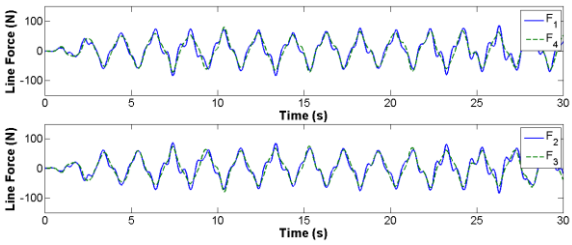


Figura 49 – Forças nas linhas elásticas ($\frac{H}{B}$=0,25; amplitude do movimento horizontal: 0,05 m; período de excitação: 1,98 s).

A Figura 50 mostra algumas imagens da simulação com e sem o dispositivo de supressão de *sloshing* lado a lado em instantes iguais para o modelo com $\frac{H}{B}$ de 0,37. As simulações foram calculadas considerando as linhas elásticas conectando o corpo móvel à estrutura do tanque, porém, não aparecem nas imagens.

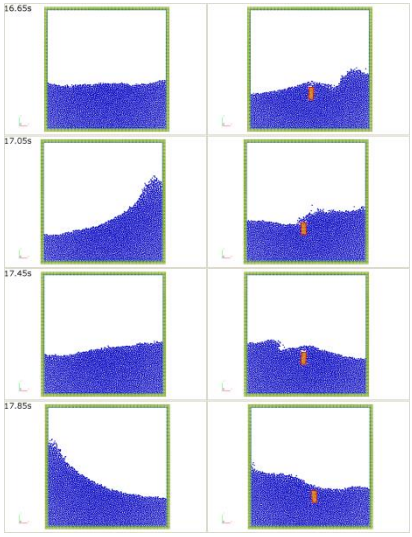


Figura 50 – Imagens do resultado da simulação ($\frac{H}{B}$=0,37; amplitude do movimento horizontal: 0,05 m; período de excitação: 1,76 s).

A série temporal da componente horizontal da força hidrodinâmica nas paredes do tanque com e sem o dispositivo móvel na situação com $\frac{H}{B}$ de 0,37 é mostrada na Figura 51.

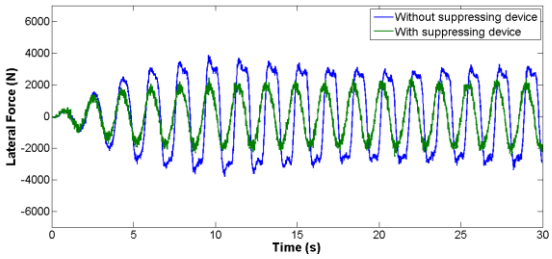


Figura 51 – Força lateral nas paredes do tanque ($\frac{H}{B}$=0,37; amplitude do movimento horizontal: 0,05 m; período de excitação: 1,76 s).

A série temporal da força nas linhas elásticas quando o dispositivo está instalado é mostrado na Figura 52.

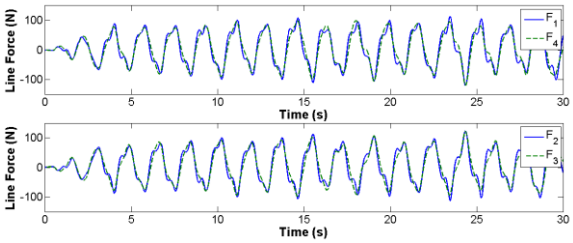


Figura 52 – Forças nas linhas elásticas ($\frac{H}{B}$=0,37; amplitude do movimento horizontal: 0,05 m; período de excitação: 1,76 s).

A Figura 53 mostra algumas imagens da simulação com e sem o dispositivo de supressão de *sloshing* lado a lado em instantes iguais para o modelo com $\frac{H}{B}$ de 0,50. As simulações foram calculadas considerando as linhas elásticas conectando o corpo móvel à estrutura do tanque, porém, não aparecem nas imagens.

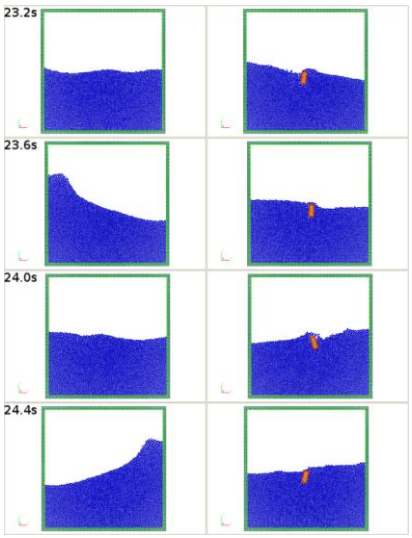


Figura 53 – Imagens do resultado da simulação ($\frac{H}{B}$=0,50; amplitude do movimento horizontal: 0,05 m; período de excitação: 1,67 s).

A série temporal da componente horizontal da força hidrodinâmica nas paredes do tanque com e sem o dispositivo móvel na situação com $\frac{H}{B}$ de 0,50 é mostrada na Figura 54.

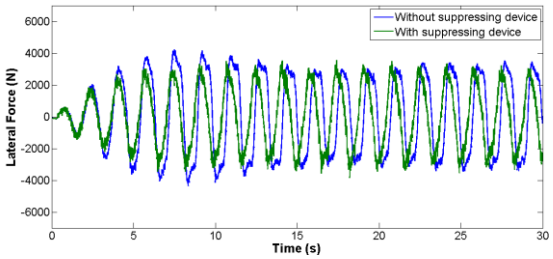


Figura 54 – Força lateral nas paredes do tanque ($\frac{H}{B}$=0,50; amplitude do movimento horizontal: 0,05 m; período de excitação: 1,67 s).

A série temporal da força nas linhas elásticas quando o dispositivo está instalado é mostrado na Figura 55.

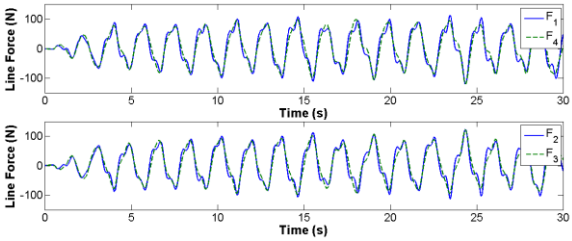


Figura 55 – Forças nas linhas elásticas ($\frac{H}{B}$=0,50; amplitude do movimento horizontal: 0,05 m; período de excitação: 1,67 s).

A Figura 56 mostra algumas imagens da simulação com e sem o dispositivo de supressão de *sloshing* lado a lado em instantes iguais para o modelo com $\frac{H}{B}$ de 0,75. As simulações foram calculadas considerando as linhas elásticas conectando o corpo móvel à estrutura do tanque, porém, não aparecem nas imagens.

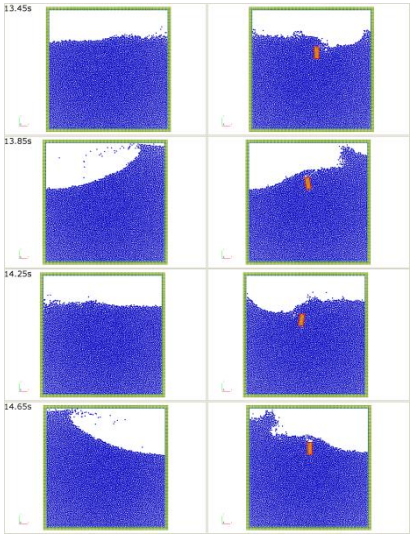


Figura 56 – Imagens do resultado da simulação ($\frac{H}{B}$=0,75; amplitude do movimento horizontal: 0,05 m; período de excitação: 1,62 s).

A série temporal da componente horizontal da força hidrodinâmica nas paredes do tanque com e sem o dispositivo móvel na situação com $\frac{H}{B}$ de 0,75 é mostrada na Figura 57.

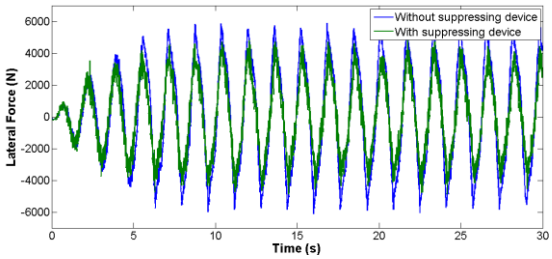


Figura 57 – Força lateral nas paredes do tanque ($\frac{H}{B}$=0,75; amplitude do movimento horizontal: 0,05 m; período de excitação: 1,62 s).

A série temporal da força nas linhas elásticas quando o dispositivo está instalado é mostrado na Figura 58.

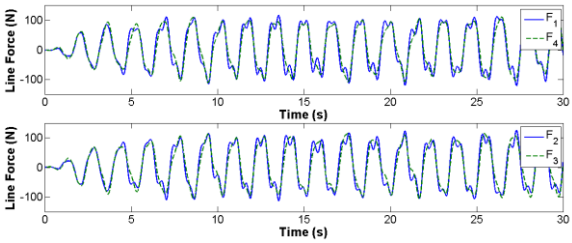


Figura 58 – Forças nas linhas elásticas ($\frac{H}{B}$=0,75; amplitude do movimento horizontal: 0,05 m, período de excitação: 1,62 s).

Com o intuito de verificar a efetividade do sistema móvel de supressão de *sloshing* em relação aos sistemas fixos, simulações numéricas foram realizadas para duas configurações com dispositivos fixos como mostra a Fig. 59. Na primeira configuração, a parte inferior do dispositivo é fixa ao fundo do tanque como mostra a Fig. 59(a) e, na segunda configuração, a parte superior do dispositivo é alinhada a altura média do tanque como mostra a Fig. 59(b). As dimensões dos dispositivos fixos são os mesmos do dispositivo móvel com 0,08 m de largura e 0,20 m de altura. Para cada uma destas duas configurações, foram simuladas as mesmas condições de níveis de preenchimento e movimento do tanque para que as amplitudes das forças laterais possam ser comparadas.

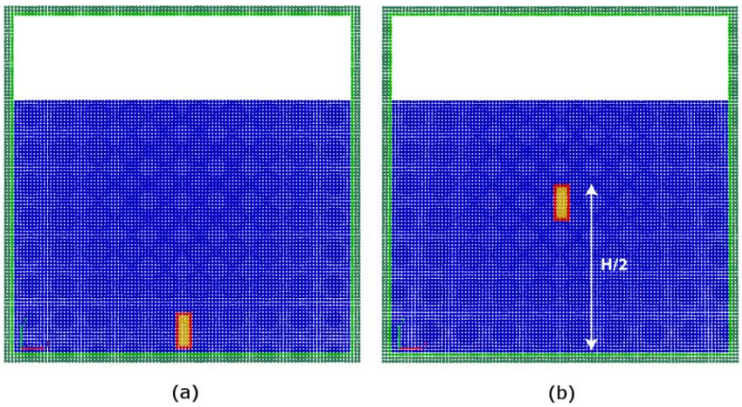


Figura 59 – Disposição do supressor fixo (a) no centro e (b) no fundo do tanque.

A Figura 60 apresenta, para os diferentes $\frac{H}{B}$, as amplitudes das forças hidrodinâmicas laterais na estrutura do tanque e a amplitude das forças nas linhas. As amplitudes das forças nas paredes são apresentadas nas situações sem nenhum dispositivo supressor de *sloshing* e com um dispositivo supressor móvel seguido pelas forças nas linhas que suportam este supressor. Há mais dois conjuntos de pontos que mostram os resultados obtidos de simulações com dispositivos fixos no centro e no fundo do tanque como mostra a Fig. 59. Estes dispositivos fixos têm a mesma altura e largura do dispositivo móvel.

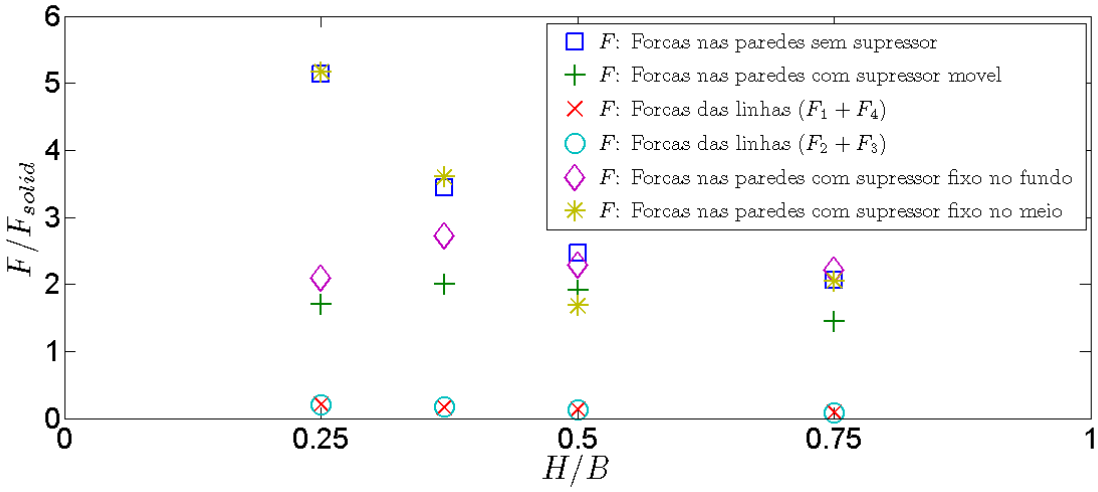


Figura 60 – Amplitudes das forças hidrodinâmicas laterais e forças nas linhas calculadas pelo método numérico proposto neste trabalho.

No caso de $\frac{H}{B}$ ser 0,25, o movimento do fluido sem o dispositivo de supressão mostra que o efeito de *travelling wave* é predominante. Comparando estes resultados com os do modelo com o dispositivo supressor instalado, a grande inclinação da onda gerada logo após o impacto da onda na parede não ocorre mais com a presença do

dispositivo. Isto provoca uma redução significativa na força lateral nas paredes do tanque com o custo de uma relativamente pequena força nas linhas. Nesta razão de preenchimento, o dispositivo é extremante efetivo na atenuação da amplitude das ondas de *sloshing*.

As simulações mostraram que o dispositivo móvel atenua o movimento da superfície livre em todos os quatro casos, e é mais efetivo quando a razão de preenchimento é menor que $1/2$.

A atenuação da força hidrodinâmica lateral é mais significativa quando o nível de preenchimento é menor porque, assim como é previsto pelo método analítico proposto, quanto maior a razão de preenchimento, maior é a parcela da massa de fluido que não possui movimento relativo ao tanque.

A Figura 60 mostra que o carregamento hidrodinâmico na condição com $\frac{H}{B}$ de 0,25 é de mais de 70%.

Quando $\frac{H}{B}$ é de 0,75, a redução do carregamento hidrodinâmico é em torno de 30%. Nesta situação, o uso do dispositivo não é tão efetivo quanto em situações com a razão de preenchimento menor. Porém, como mostram as imagens da Figura 56, a ocorrência de impactos de fluido no teto do tanque é significativamente menor, e mesmo quando ocorre, a magnitude do carregamento hidrodinâmico é menor. Esta é uma grande vantagem deste sistema de supressão de *sloshing* nos casos de alta razão de preenchimento, pois o impacto hidrodinâmico no teto do tanque é um dos fenômenos mais críticos de *sloshing*.

Um das grandes preocupações do dispositivo de supressão de *sloshing* proposto é em torno das forças nas linhas com o sistema em funcionamento.

Pela Figura 60, a magnitude das forças nas linhas é bem pequena quando comparada com a força hidrodinâmica lateral nas paredes e em relação à redução alcançada. Isto ocorre devido ao carregamento impulsivo concentrado em um pequeno intervalo de tempo quando o dispositivo não está instalado e, quando instalado, boa parte da energia de *sloshing* é absorvida pelo dispositivo durante todo o movimento do fluido.

Como as forças de absorção estarão concentradas nas linhas e nos pontos de fixação, é mais fácil reforçar estas estruturas em vez de reforçar toda a região do teto e das paredes onde podem ocorrer impactos devido ao *sloshing*.

Como mostra a Figura 60, o dispositivo fixo no fundo do tanque atenua significativamente o carregamento de *sloshing* para $\frac{H}{B}$ de 0,25, mas perde eficiência para $\frac{H}{B}$ maiores. A efetividade do sistema fixo no fundo é menor que o sistema móvel para a faixa de níveis de preenchimento consideradas. O dispositivo fixo próximo ao centro do tanque não alcança o fluido para $\frac{H}{B}$ de 0,25 e 0,37. Para $\frac{H}{B}$ de 0,50, o dispositivo diminui os efeitos de *sloshing* de forma mais acentuada que o dispositivo móvel. Para $\frac{H}{B}$ de 0,75, o dispositivo perde eficiência e não atenua os carregamentos devido ao *sloshing*. Em outras palavras, estes dispositivos fixos são eficientes em situações específicas de nível de preenchimento tornando-se ineficiente rapidamente com a mudança de $\frac{H}{B}$. Comparando os carregamentos conclui-se que o dispositivo móvel é capaz de ser efetivo nas diversas condições de preenchimento superando esta limitação das estruturas fixas.

As amplitudes das forças medida nas linhas foram em torno de 100 N por comprimento de tanque. A área requerida de estrutura para resistir a esta força é de $0{,}5 \cdot 10^{-6}$ m^2 para cada comprimento de tanque considerando a tensão de escoamento de 200 MPa. A relação entre esta área requerida e a área lateral de uma das paredes é de $0{,}25 \cdot 10^{-6}$.

Outra preocupação sobre o dispositivo proposto é a amplitude do movimento do corpo móvel. Ele não deve colidir em momento nenhum com a estrutura para evitar qualquer tipo de dano nas paredes e no próprio dispositivo. A Figura 61 mostra a trajetória do centro de massa do corpo móvel em relação ao centro do fundo do tanque excitado horizontalmente na frequência natural com amplitude de 0,05 m para $\frac{H}{B}$ de 0,75; 0,50; 0,37 e 0,25.

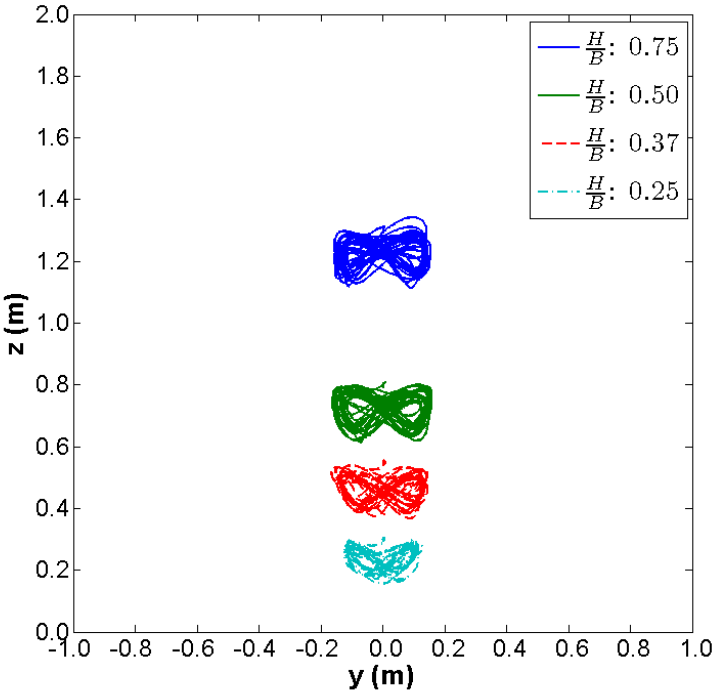


Figura 61 – Trajetória do corpo móvel em 30 s de simulação (20 a 30 vezes do período de ressonância de *sloshing*).

A Tabela 9 mostra a amplitude do movimento do dispositivo nas direções horizontal e vertical e seus valores relativos à largura do tanque e ao nível de preenchimento.

Tabela 9 – Amplitude do movimento o corpo móvel.

H/B	0,25	0,37	0,50	0,75
y (m)	0.1	0.13	0.13	0.14
y/B	5%	6%	7%	7%
z (m)	0,05	0,06	0,07	0,07
z/H	9%	8%	7%	5%

Para este caso em particular, a amplitude do movimento do dispositivo é menor que 0,2 m na direção horizontal e menor que 0,1 m na direção vertical. Estes valores são pequenos demais para colidir com a estrutura do tanque.

7 CONCLUSÕES

Para atenuar os efeitos de *sloshing* em uma faixa grande de razão de preenchimento de um tanque, um sistema móvel de supressão foi proposto neste estudo.

O estudo de efetividade do dispositivo móvel de supressão de *sloshing* foi realizado utilizando um método analítico e um método de simulação numérica que foram desenvolvidos neste trabalho.

A formulação analítica do sistema acoplado mostrou-se consistente baseada em um sistema de dois graus de liberdade composta por dois sistemas mecânicos distintos ligados entre si por uma força de amortecimento, onde o primeiro é o sistema que representa o *sloshing* e o segundo é o sistema que descreve o dispositivo móvel e as molas.

O método de simulação numérica baseada no método MPS foi validado com resultados presentes na literatura para este tipo de aplicação.

Os resultados obtidos por estes dois métodos tiveram uma boa concordância entre si utilizando o coeficiente de amortecimento de *sloshing* obtido através das simulações. O coeficiente de amortecimento de *sloshing* obtido pelo método MPS ficou significativamente maior que o encontrado na literatura devido à existência de uma perda de energia no método MPS. Na região de ressonância e para baixas frequências, os resultados mostraram uma boa concordância. Para altas frequências, houve uma diferença significativa entre os resultados. Isto é esperado por causa das simplificações feitas no cálculo do coeficiente de amortecimento entre o corpo e a massa fluida. Isto pode ser corrigido aprimorando o método de cálculo deste coeficiente.

A partir dos resultados da investigação analítica e pelas simulações numéricas, foi observado que o sistema móvel de supressão de *sloshing* atenuou significativamente os carregamentos hidrodinâmicos nas paredes do tanque.

Para $\frac{H}{B}$ menor que 0,50, os resultados mostraram que o dispositivo diminui significativamente os carregamentos nas paredes. Para razões de preenchimento

maiores, esta atenuação ocorre de forma mais discreta. Porém, houve a diminuição da ocorrência de impactos hidrodinâmicos no teto do tanque.

Os esforços exercidos nas linhas quando o dispositivo está amortecendo o escoamento são pequenos em relação às forças nas paredes e em relação à parcela atenuada de força. Com este sistema, reforços estruturais são mais fáceis de dimensionar, pois os esforços estão concentrados nas linhas e em seus pontos de fixação.

A análise do movimento do dispositivo de *sloshing* mostrou que ele ficou confinado em uma região pequena dentro do tanque e não existe o risco de colisão com a estrutura do tanque.

As ferramentas analíticas e numéricas mostraram-se úteis no dimensionamento e análise deste tipo de problema. A abordagem analítica é interessante para um dimensionamento inicial sem considerar grandes deslocamentos, e a abordagem numérica é interessante para um estudo mais aprofundado onde efeitos não lineares podem fazer alguma diferença e para extrair informações mais completas sobre os esforços atuantes.

Os resultados obtidos permitem concluir que a utilização das ferramentas desenvolvidas neste trabalho se mostraram promissores para investigação de sistemas móvel de supressão de *sloshing* devido à facilidade e rapidez que o método analítico fornece os resultados e pelo detalhamento do escoamento calculado pelo método de simulação numérica.

Finalmente, os resultados mostraram que o dispositivo é efetivo na supressão de *sloshing* sendo interessante aprofundar o estudo sobre este conceito a fim de viabilizá-lo nas aplicações. Para isto, é necessário realizar análises mais detalhadas do ponto de vista estrutural, operacional e econômico.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abramson, H.N. The dynamic behavior of liquid containers. *NASA SP-106*, 1966.

Abramson, H.N.; Bass, R.L.; Faltinsen, O.M.; Olsen, H.A. Liquid sloshing in LNG Carriers. In *10th Symposium Naval Hydrodynamics*., 1974.

Abramson, H.N.; Chu, W.H.; Kana, D.D. Some studies of nonlinear lateral sloshing in rigid containers. *Applied Mechanics*, 33, pp.777-84, 1966.

Amsden, A.A.; Harlow, F.H. *The SMAC Method: A Numerical Technique for Calculationg Incompressible Fluid Flows*. LA-4370., 1970.

Arai, M. Experimental and numerical studies of sloshing pressure in liquid cargo. *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, 155, pp.121-27, 1984.

Arai, M. Experimental and numerical studies os sloshing in liquid cargo tanks with internal structures. *IHI Engineering Review*, 19(2), pp.51-56, 1986.

Arai, M.; Cheng, L.Y. An accurate and stable method for computing sloshing impact pressure and its application to the study of bulk-carrier ballast-tank sloshing. In *The Proceeding of the Ninth International Symposium on Practical Design of Ships and Other Floating Structures (PRADS2004)*. Luebeck-Travemuende, Germany, 2004.

Arai, M.; Cheng, L.Y.; Inoue, Y. 3d numerical simulation of impact load due to liquid cargo sloshing. *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, (171), pp.317-24, 1992.

Arai, M.; Cheng, L.Y.; Inoue, Y. Numerical simulation of sloshing and swirling in cubic and cylindrical tank. *Journal of the Kansai Society of Naval Architects*, (219), pp.97-101, 1993.

Arai, M.; Cheng, L.Y.; Kumano, A.; Miyamoto, T. A technique for stable numerical computation of hydrodynamic impact pressure in sloshing simulation. *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, (191), pp.309-17, 2002.

Arai, M.; Makiyama, H.S.; Cheng, L.Y. Numerical simulation of sloshing of water in ship tanks during sequential ballast water exchange in seaways. In *The Proceedings of the 21st International Conference on Offshore Mechanics and Artic (OMAE2002)*. Oslo, Norway, 2002. ASME.

Arai, M.; Makiyama, H.S.; Cheng, L.Y. Numerical Simulation of Ballast Water Sloshing in Tanks of Bulk Carriers. In *Conference Proceedings The Society of Naval Architects of Japan.* Japan, 2003.

Arai, M. et al. Numerical and experimental study of 3-D sloshing in tanks of LNG carriers. In *The Proceedings of the 25th International Conference on Offshore Mechanics andArtic (OMAE2006)*. Hamburg, Germany, 2006.

Belakroum, R.; Kadja, M.; Maalouf, C. An efficient passive technique for reducing sloshing in rectangular tanks partially filled with liquid. *Mechanics Research Communications*, 37(3), pp.341-46, 2010.

Cheng, L.Y. *3D numerical study of liquid cargo sloshing in the floating bodies*. Yokohama: Yokohama National University, 1992.

Cheng, L.Y.; Arai, M. A numerical treatment os the boundary conditions for stable assessment of hydrodynamic impact pressure. In *The Proceedings of 21th International Conference on Offshore Mechanics and Artic (OMAE2002)*. Oslo, Norway, 2002.

Cheng, L.Y.; Arai, M. A technique for stable numerical assessment of hydrodynamic impact pressure due to sloshing in chemfered tanks. In *Conference Proceedings The Society of Naval Architects in Japan*. Japan, 2003.

Cheng, L.Y.; Arai, M. A 3D numerical method for assessment of impact loads due to sloshing in liquid cargo tanks. In *Conference Proceedings of the Fifteenth International Offshore and Polar Engineering Conference & Exhibition*. Seoul, Korea, 2005.

Choun, Y.-S.; Yun, C.-B., 1996. Sloshing charachteristics in rectangular tanks with submerged block. *Comput. Struct.*, pp.401-13.

Choun, Y.-S.; Yun, C.-B. Sloshing analysis of rectangular tanks with a submerged structure by using small-amplitude wave theory. *Earthquake Engineering and Structure Dynamics*, 28(7), pp.763-83, 1999.

Colagrossi, A.; Colocchio, G.; Lugni, C.; Brocchini, M. A study of violent sloshing wave impacts using an improved SPH method. *Journal of Hydraulic Research*, 48, pp.94-104, 2010.

Colagrossi, A. et al. Experimental and numerical investigation of 2D sloshing: scenarios near the critical filling depth. In *21th International Workshop on Water Waves and Floating Bodies*. Loughborough, 2006.

Delorme, L. et al. A set of canonical problems in sloshing, PartI: Pressure field in forced roll—comparison between experimental results and SPH. *OceanEngineering*, 36(2), pp.168-78, 2009.

Dodge, F.T. *Analytical representation of lateral sloshing by equivalent mechanical models. NASA SP-106*. Washington, D.C.: NASA, 1966.

Drake, K.R. The effect of internal pipes on the fundamental frequency of liquid sloshing in a circular tank. *Applied Ocean Research*, 21, pp.133-43, 2001.

Eguchi, T.; Niho, O. A numerical simulation of 2-dimensional sloshing problem. *Mitsui Zosen Technical Problems*, pp.41-52, 1989.

Faltinsen, O.M. A nonlinear theory of sloshing in rectangular tanks. *Journal of Ship Research*, 18(4), pp.224-41, 1974.

Faltinsen, O.M.; Firoozkoohi, R.; Timokha, A.N. Analytical modeling of liquid sloshing in a two-dimensional rectangular tank with a slat screen. *Journal of Engineering Mathematics*, 70(1), pp.93-109, 2011.

Faltinsen, O.M.; Rognebakke, O.F.; Timokha, A.N. Resonant three-dimensional nonlinear sloshing in a square-base basin. *Journal of Fluid Mechanics*, 487, pp.1-42, 2003.

Faltinsen, O.M.; Timokha, A. Natural sloshing frequencies and modes in a rectangular tank with a slat-type screen. *Journal of Sound and Vibration*, 330(7), pp.1490-503, 2011.

Gotoh, H.; Khayyer, A.; Ikari, H.; Hori, C. 3D-CMPS method for improvement of water surface tracking in braking waves. In *Proceeding of Coastal Dynamics 2009*. Tokyo, 2009.

Graham, E.W.; Rodriguez, A.M. The characteristics od fuel motion which affect airplane dynamics. *Journal of Applied Mechanics*, 123(9), pp.381-88, 1952.

Hagiwara, K.; Yamagata, S.; Itaya, T.; Yamashita, M. On some characteristics of sloshing force. *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, 143, pp.111-22, 1977.

Hasheminejad, S.M.; Mohammadi, M.M. Effect ofanti-slosh baffles on free liquid oscillations in partially filled horizontal circular tanks. *Ocean Engineering*, 38, pp.49-62, 2011.

Higuchi, M.; Tanaka, T.; Endo, S. Study on hull vibration-induced tank liquid sloshing in LPG tanks. (72), pp.111-22, 1976.

Hirt, C.W.; Nichols, B.D.; Romero, N.C. *SOLA - A numerical solution algorithm for transient fluid flows*. Report LA-5852. Los Alamos: Los Alamos Scientific Laboratory, 1975.

Iseki, T.; Shinkai, A.; Nakatake, K. Boundary element analysis of 3-dimensional sloshing problems by using cubic spline elements. *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, 166, pp.335-62, 1989.

ISSC. *Commitee 1.2. "Loads"*., 1997. Report, 13th, Vol. 1.

Khayyer, A.; Gotoh, H. Development of Cmps method for accurate water-surface tracking in breaking waves. *Coastal Engineering Journal*, 50(02), p.179, 2008.

Khayyer, A.; Gotoh, H. Modified Moving Particle Semi-implicit methods for the prediction of 2D wave impact pressure. *Coastal Engineering*, 56(4), pp.419-40, 2009.

Khayyer, A.; Gotoh, H.; Shao, S. Corrected Incompressible SPH method for accurate water-surface tracking in breaking waves. *Coastal Engineering*, 55(3), pp.236-50, 2008.

Kim, Y. Numerical simulation of sloshing flows with impact load. *Applied Ocean Research*, 23, pp.53-62, 2001.

Kim, Y. Experimental and numerical analyses of sloshing flows. *Journal of Engineering Mathematics*, 58, pp.191-210, 2007.

Kim, Y.; Shin, Y.S.; Lee, K.H. Numerical study on slosh-induced impact pressures on three-dimensional prismatic tanks. *Applied Ocean Research*, 26, pp.213-26, 2004.

Kobayashi, N.; Koyama, Y. Semi-active sloshing suppression control of liquid in vessel with bulkhead. *Journal of Pressure Vessel Technology*, 132(5), 2010.

Kondo, M.; Koshizuka, S. Improvement of stability in moving particle semi-implicit method. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2010.

Kondo, M.; Koshizuka, S., 2011. Improvement of stability in moving particle semi-implicit method. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, pp.638-54.

Koshizuka, S.; Oka, Y. Moving Particle Semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid. *Nuclear Science and Engineering*, 123, pp.421-34, 1996.

Koshizuka, S.; Oka, Y. Moving-Particle Semi-Implicit Method for fragmentation of incompressible fluid. *Nuclear Science and Engineering*, 123, pp.421-34, 1996.

Koshizuka, S.; Tamako, h.; Oka, Y. A particle method for incompressible viscous flow with fluid fragmentation. *Journal of Computational Fluid Dynamics*, 4, pp.29-46, 1995.

Lee, C.-H. *WAMIT Theory Manual*. Report 95-2. Dept. of Ocean Eng., 1995.

Lee, B.; Park, J.; Kim, M. Two-dimensional vessel-motion/liquid-sloshing interactions and impact loads by using a particle method. In *Proceedings of the ASME 29th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering (OMAE2010)*. Shanghai, 2010.

Mikelis, N.E.; Miller, J.K.; Taylor, K.V. Sloshing in partially filled liquid tanks and its effects on ship motion. Numerical simulation and experimental verification. *Transactions of Royal Institution of Naval Architects*, 126, pp.267-77, 1984.

Mikelis, N.E.; Robson, D.W. Sloshing in arbitrary shaped tanks. *Journal of the Society of Naval Architectsof Japan*, 158, pp.246-55, 1985.

Monaghan, J.J. Fluid motion generated by impact. *Journal of Waterway*, 129(6), pp.250-59, 2003.

Monaghan, J.J.; Kos, A. Solitary waves on a cretan beach. *Journal ofWaterway, Port, Coastal and Ocean Engineering*, 125(3), pp.145-54, 1999.

Nagahama, M. et al. A 3-dimensional analysis of sloshing by means of tank wall fitted coordinate system. *Journal of the Society of Naval Architects of Japan*, 172, 1992.

Panigrahy, P.K.; Saha, U.K.; Maity, D. Experimental studies on sloshing behavior due to horizontal movement of liquids in baffled tanks. *Ocean Engineering*, 36(3-4), pp.213-22, 2009.

Peric, M. et al. Simulation of Sloshing in LNG-Tanks. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, 131(3), p.031101, 2009.

Rognebakke, O.F.; Faltinsen, O.M. Effect of sloshing on ship motions. In *16th International Workshop on Water Waves and Floating Bodies*. Hiroshima, 2001.

Shinkai, A.; Nozu, Y.; Yamaguchi, K.; Fukuda, J. Numerical analysis of three-dimensional sloshing problems. *Transactions of the Western-Japan Society of Naval Architects of Japan*, 166, pp.335-62, 1989.

Silva, G.E.R. et al. Validation study of MPS (Moving Particle Semi-implicit Method) for sloshing & damaged stability analysis. In *27th International Conference on Offshore Mechanics and Artic Engineering, OMAE2008*. Estoril, 2008.

Silva, G.E.R. et al. Validation study of MPS (Moving Particle Semi-Implicit Method) for sloshing and damage stability analysis. In *The Proceedings of the 27th International Conference on Offshore Mechanics and Artic (OMAE2008)*. Estoril, Portugal, 2008.

Silverman, S.; Abramson, H.N. *Lateral Sloshing in Moving Containers, NASA SP-106*. Washington, D.C.: NASA, 1966.

Souto-Iglesias, A.; Delorme, L.; Pérez-Rojas, L.; Abril-Pérez, S. Liquid moment amplitude assessment in sloshing type problems with smooth particle hydrodynamics. *Ocean Engineering*, 33(11-12), pp.1462-84, 2006.

Sriram, V.; Sannasiraj, S.A.; Sundar, V. Numerical simulation of 2D sloshing waves due to horizontal and vertical random excitation. *Applied Ocean Research*, 28, pp.19-32, 2006.

Sueyoshi, M.; Kashiwagi, M.; Naito, S. Numerical simulation of wave-induced nonlinear motions of a two-dimensional floating body by the moving particle semi-implicit method. *Journal of Marine Science and Technology*, 13(2), pp.85-94, 2008.

Tanaka, M.; Masunaga, T. Stabilization and smoothing of pressure in MPS method by Quasi-Compressibility. *Journal of Computational Physics*, pp.4279-90, 2010.

Tosaka, 2008. *Wikimedia Commons*. [Online] Available at: http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/2/2c/LNG_tanker_2_types_%28front_view%29.PNG [Accessed 12 Augustus 2010].

Tozawa, S.; Sueoka, H. Experimental and numerical studies on sloshing in partially filled tanks. In *The proceedings of the Forth International Symposium on Practical Design of Ships and Mobile Units*., 1989.

Vandiver, J.K.; Mitome, S. Effect of liquid storage tanks on the dynamic response of offshore platforms. *Applied Ocean Research*, 1(2), pp.67-68, 1979.

Warnitchai, P.; Pinkaew, T. Modelling of liquid sloshing in rectangular tanks with flow-damping devices. *Engineering Structures*, 20(7), pp.593-600, 1998.

White, F.M. *Mecânica dos Fluidos*. 4th ed. Rio de Janeiro: McGraw-Hill Interamericana do Brasil Ltda., 2002.

APÊNDICE A - DESENVOLVIMENTO DA SOLUÇÃO ANALÍTICA DO SISTEMA ACOPLADO

Os equilíbrios de forças para o corpo do fluido e corpo móvel são:

$$m_{s_0}\ddot{y}_{s_0} = -k_{s_0}\left(y_{s_0} - y_0\right) - c_{s_0}\left(\dot{y}_{s_0} - \dot{y}_0\right) - c_b\left(\dot{y}_{s_0} - \dot{y}_b\right) \tag{43}$$

e

$$m_b\ddot{y}_b = -k_b(y_b - y_0) - c_b\left(\dot{y}_b - \dot{y}_{s_0}\right) \quad . \tag{44}$$

Sabendo que a posição y_n, velocidade $\dot{y}_n$ e acelerações $\ddot{y}_n$ para $(n = 0, s_0, b)$ são, respectivamente:

$$y_n = a_n e^{i\omega t} \quad , \tag{45}$$

$$\dot{y}_n = i\omega a_n e^{i\omega t} \tag{46}$$

e

$$\ddot{y}_n = -\omega^2 a_n e^{i\omega t} \quad . \tag{47}$$

Substituindo estas expressões nas Eqs. (43) e (44), temos:

$$-m_{s_0}a_{s_0}\omega^2 + k_{s_0}\left(a_{s_0} - a_0\right) + i\omega c_{s_0}\left(a_{s_0} - a_0\right) + i\omega c_b\left(a_{s_0} - a_b\right) = 0 \tag{48}$$

e

$$-m_b a_b \omega^2 + k_b(a_b - a_0) + i\omega c_b\left(a_b - a_{s_0}\right) = 0 \quad . \tag{49}$$

Isolando a_b da Eq. (49):

$$a_b = \frac{a_0(k_b) + a_{s_0}(c_b i\omega)}{(-m_b\omega^2 + k_b + i\omega c_b)} \quad . \tag{50}$$

Rearranjando a Eq. (48):

$$a_{s_0}\left(-m_{s_0}\omega^2 + k_{s_0} + i\omega c_{s_0} + i\omega c_b\right) - a_b(c_b i\omega) = a_0\left(k_{s_0} + i\omega c_{s_0}\right) \quad . \tag{51}$$

Substituindo a Eq. (50) na Eq. (51):

$$a_{s_0}\left(-m_{s_0}\omega^2 + k_{s_0} + i\omega c_{s_0} + i\omega c_b\right)\left(-m_b\omega^2 + k_b + i\omega c_b\right) - \left[a_0(k_b\ ) + a_{s_0}(c_b i\omega)\right](c_b i\omega) = a_0\left(k_{s_0+}\ i\omega c_{s_0}\right)\left(-m_b\omega^2 + k_b + i\omega c_b\right) \quad . \tag{52}$$

Desenvolvendo a Eq. (52):

$$a_{s_0}\begin{bmatrix} m_{s_0}m_b\omega^4 - k_b m_{s_0}\omega^2 - ic_b m_{s_0}\omega^3 - \\ k_{s_0}m_b\omega^2 + k_{s_0}k_b + k_{s_0}(i\omega c_b) - \\ ic_{s_0}m_b\omega^3 + k_b i\omega c_{s_0} - c_{s_0}c_b\omega^2 - \\ ic_b m_b\omega^3 + k_b i\omega c_b - c_b^2\omega^2 - c_b^2\omega^2 \end{bmatrix} = a_0\begin{bmatrix} -k_{s_0}m_b\omega^2 + k_{s_0}k_b + i\omega c_b k_{s_0} - \\ ic_{s_0}m_b\omega^3 + i\omega c_{s_0}k_b - c_{s_0}c_b\omega^2 \end{bmatrix} \quad . \tag{53}$$

Rearranjando a Eq. (53):

$$a_{s_0}\begin{Bmatrix} \left(m_{s_0}\omega^2 - k_{s_0}\right)\left(m_b\omega^2 - k_b\right) - c_{s_0}c_b\omega^2 - 2c_b^2\omega^2 + \\ i\omega\left[-c_b m_{s_0}\omega^2 + k_{s_0}c_b - m_b\omega^2\left(c_{s_0} - c_b\right) + k_b\left(c_{s_0} + c_b\right)\right] \end{Bmatrix} = a_0\begin{bmatrix} -k_{s_0}m_b\omega^2 + k_{s_0}k_b - c_{s_0}c_b\omega^2 + \\ i\omega\left[k_{s_0}c_b - c_{s_0}m_b\omega^2 + c_{s_0}k_b\right] \end{bmatrix} \quad . \tag{54}$$

Resultado em:

$$\frac{a_{s_0}}{a_0} = \frac{-k_{s_0}m_b\omega^2 + k_{s_0}k_b - c_{s_0}c_b\omega^2 + i\omega\left[k_{s_0}c_b - c_{s_0}\left(m_b\omega^2 + k_b\right)\right]}{\left(m_{s_0}\omega^2 - k_{s_0}\right)\left(m_b\omega^2 - k_b\right) - \omega^2\left(c_{s_0}c_b - 2c_b^2\right) + i\omega\left[\left(-m_{s_0}\omega^2 + k_{s_0}\right)c_{sb} + \left(-m_b\omega^2 + k_b\right)\left(c_{s_0} + c_b\right)\right]} \quad . \tag{55}$$

Este resultado pode ser reescrito da forma dividindo o numerador e o denominador por $k_{s_0}^2$:

$$\frac{a_{s_0}}{A} = \frac{\left[\mu\left(p^2 - q^2\right) - 4\frac{c_b c_{S_0}}{c_c^2}q^2\right] + i\left[2\frac{c_b}{c_c}q\left(1 + \mu p^2\right) + 2\mu\frac{c_{S_0}}{c_c}q\left(p^2 - q^2\right)\right]}{\left[\mu(q^2 - 1)(q^2 - p^2) - 4\frac{c_b c_{S_0}}{c_c^2}q^2\right] + i\left\{2\frac{c_b}{c_c}q\left[1 - q^2 + \mu\left(p^2 - q^2\right)\right] + 2\mu\frac{c_{S_0}}{c_c}q\left(p^2 - q^2\right)\right\}} \quad , \tag{56}$$

onde:

$$\begin{aligned} p &= \frac{\omega_b}{\omega_{s_0}} \quad , \\ q &= \frac{\omega}{\omega_{s_0}} \quad , \\ \omega_{s_0}^2 &= \frac{k_{s_0}}{m_{s_0}} \quad , \\ \omega_b^2 &= \frac{k_b}{m_b} \quad , \\ \mu &= \frac{m_b}{m_{s_0}} \quad . \end{aligned} \tag{57}$$

ANEXO A - MÉTODO DE PARTÍCULAS MPS

O método *Moving Particle Semi-implicit* (MPS) é um método de dinâmica de fluidos computacional desenvolvido para fluidos incompressíveis. O cálculo é feito do ponto de vista lagrangeano sem a utilização de malhas. O modelo de simulação é gerado discretizando as geometrias por partículas que são apenas pontos no espaço. O método se baseia na solução de duas equações governantes do escoamento incompressível: equação da conservação de massa mostrada pela Eq. (28) e equação de conservação de momento mostrada pela Eq. (29).

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho(\nabla \cdot \vec{u}) = 0 \tag{58}$$

e

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla P + \nu\nabla^2\vec{u} + \vec{f} \quad , \tag{59}$$

onde $\vec{u}$ é o vetor velocidade de ponto do fluido, P é a pressão, ν é o coeficiente e viscosidade cinemática e $\vec{f}$ é o vetor de aceleração devido a forças externas.

Anexo A.1. MODELO DE INTERAÇÃO ENTRE PARTÍCULAS

Como não existe uma topologia fixa entre partículas lagrangeanas, todos os operadores utilizados no MPS são derivados usando modelos numéricos de interação entre partículas baseado numa função peso:

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1, & (r < r_\mathrm{e}) \\ 0, & (r > r_\mathrm{e}) \end{cases} \quad , \tag{60}$$

onde r é a distância entre as partículas e r_e é o raio efetivo, que limita a região onde ocorrerá interação entre as partículas. A Fig. 62 mostra o gráfico da função peso em função distância entre partículas.

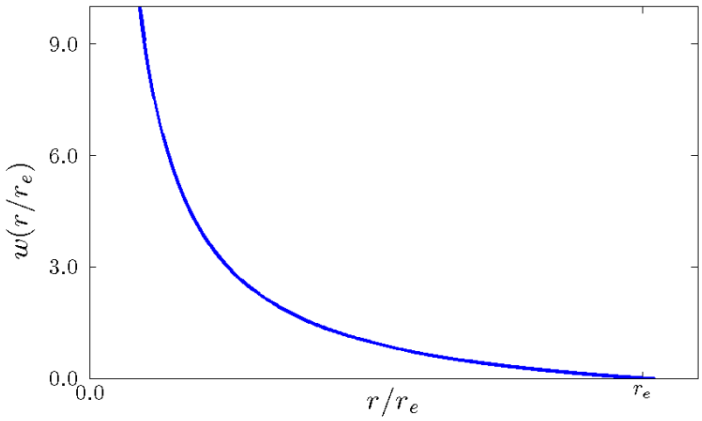


Figura 62 – Função peso.

O vetor gradiente e o Laplaciano podem ser definidos como funções das posições relativas entre as partículas. Considerando uma função escalar ϕ, o vetor gradiente e o Lapleaceano da partícula i nas posições r em relação às partículas vizinhas j podem ser representados por:

$$\langle \nabla \phi \rangle_i = \frac{d}{pnd^0} \sum_{i \neq j} \left[\frac{(\phi_j - \phi_i)}{|\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2} (\vec{r}_j - \vec{r}_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \right] \tag{61}$$

e

$$\langle \nabla^2 \phi \rangle_i = \frac{2d}{pnd^0 \lambda} \sum_{i \neq j} (\phi_j - \phi_i) w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \quad , \tag{62}$$

onde d é o número de dimensões espaciais considerados.

A densidade do número de partículas pnd, é o valor de normalização dos pesos e é um valor proporcional à densidade e serve para garantir a condição de incompressibilidade do fluido. pnd^0 é o valor de referência, na situação onde a vizinhança está cheia, que deve ser constante e deve ser respeitado para assegurar a condição de incompressibilidade. A densidade do número de partículas é calculada pela expressão:

$$pnd = \sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \quad . \tag{63}$$

O parâmetro λ é um parâmetro que representa o crescimento da variância e pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$\lambda = \frac{\sum_{j \neq i} |\vec{r}_j - \vec{r}_i|^2 w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|)}{\sum_{j \neq i} w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|)} \quad . \tag{64}$$

O método MPS segue um algoritmo semi-implícito. Excluindo o gradiente de pressões, todos os termos do lado direito da equação de Navier-Stokes são calculados explicitamente usando as informações do instante t, e a equação de Poisson de pressão é resolvido implicitamente para o instante $(t + \Delta t)$. Esta equação de Poisson pode ser deduzida a partir da conservação de massa implícita e do termo do gradiente de pressões implícito ficando da seguinte forma:

$$\langle \nabla^2 P \rangle_i^{n+1} = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{pnd_i^* - pnd^0}{pnd^0} \quad , \tag{65}$$

onde pnd^* é a densidade do número de partículas calculada na parte explícita. O termo da esquerda pode ser discretizado utilizando o modelo do Laplaceano, obtendo assim, um sistema de equações lineares.

Utilizando a densidade do número de partículas como parâmetro, são consideradas partículas de superfície livre as partículas que forem menores que $(\beta \cdot pnd^0)$. Onde β é um valor constante menor que 1,0 que serve como critério para definir se uma partícula é de superfície livre ou não. Neste estudo, foi utilizado o valor de 0,97 para este coeficiente. Aplicando condição dinâmica de superfície livre, todas as partículas que forem de superfície livre terão sua pressão igualada à zero.

Anexo A.2. ALGORITMO SEMI-IMPLÍCITO

O método MPS utiliza um algoritmo semi-implícito, como mostra a Fig. 63, semelhante ao *Simplified* MAC (SMAC) proposto por Amsden e Harlow (1970).

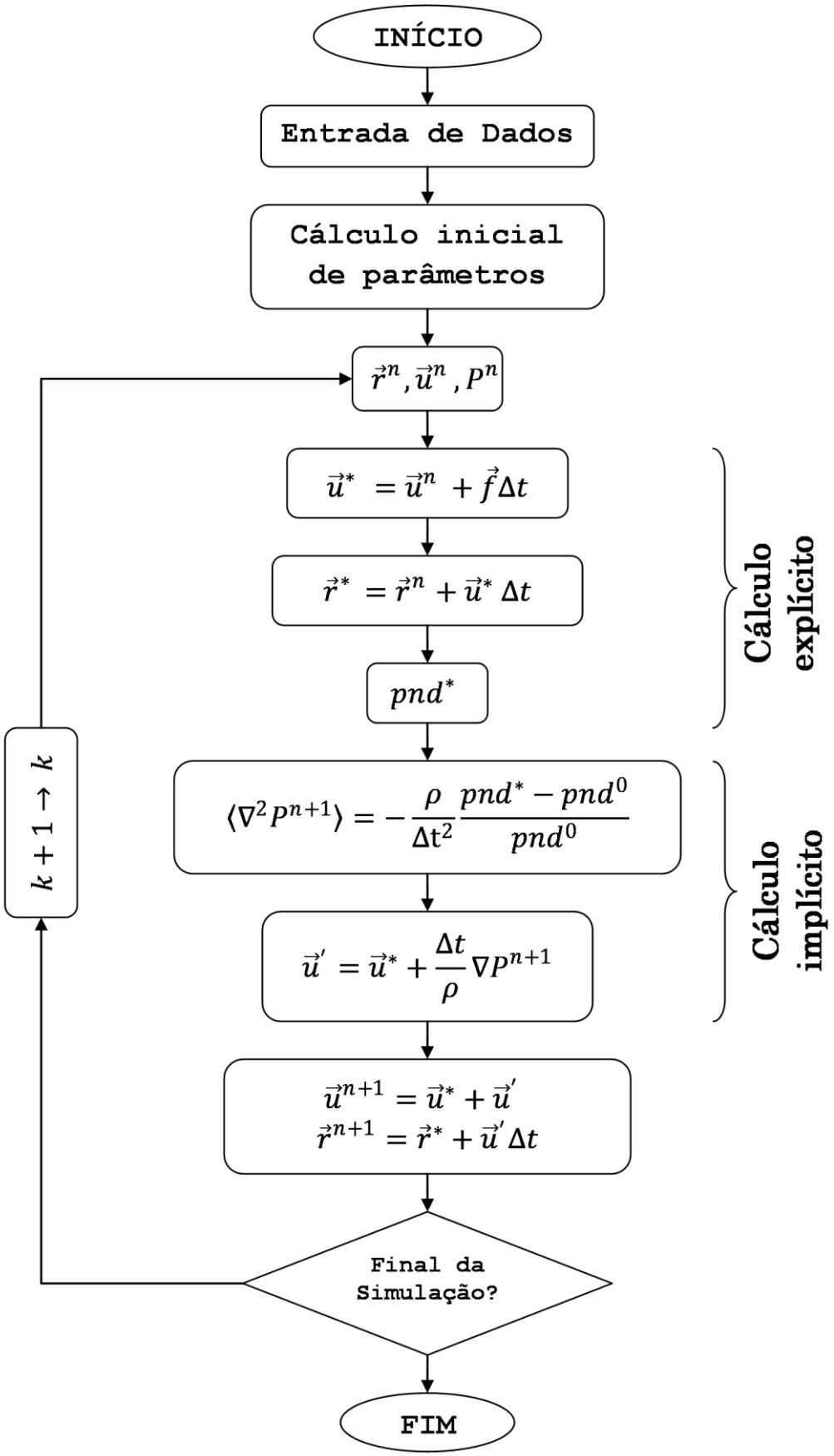


Figura 63 – Algoritmo do método MPS.

Em cada instante de tempo, conhecendo as informações do instante atual k de posição $\vec{r}_i^n$, velocidade u_i^n e pressão P_i^n de cada partícula i, as informações do instante seguinte $n+1$ de $\vec{r}_i^{n+1}$, u_i^{n+1} e P_i^{n+1} são calculadas em uma fase explícita e outra implícita. Desta maneira, a equação da continuidade e o gradiente de pressão da equação de Navier-Stokes são resolvidos implícitamente e a contribuição da aceleração devido a forças externas e a viscosidade são calculados explicitamente, ficando da forma:

$$\left[\frac{D\rho}{Dt}\right]^{n+1} = 0 \tag{66}$$

e

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\left[\frac{1}{\rho}\nabla P\right]^{n+1} + [\nu\nabla^2\vec{u}]^n + \left[\vec{f}\right]^n \quad . \tag{67}$$

Para obter as velocidades e posições das partículas do instante $n+1$ dada pela Eq. (67), é necessário inicialmente calcular explicitamente os valores intermediários das velocidades $\vec{u}^*$ e das posições $\vec{r}^*$ considerando a contribuição da viscosidade e das outras forças externas utilizando a formula:

$$\vec{u}^* = \vec{u}^n + \Delta t\left[\nu\nabla^2\vec{u}\right]^n + \Delta t\left[\vec{f}\right]^n \tag{68}$$

e

$$\vec{r}^* = \vec{r}^n + \Delta t\,\vec{u}^* \quad . \tag{69}$$

Todos os termos da direita das Eq. (68) são termos do instante atual e conhecidos, portanto, $\vec{u}^*$ é obtido diretamente por esta formulação. Na sequência, é possível obter o valor de $\vec{r}^*$ pela Eq. (69).

O termo referente à viscosidade da Eq. (68) é calculado utilizando o modelo de laplaceano dada pela Eq. (62) substituindo ϕ por $\vec{u}^n$ ficando da forma:

$$\langle\nabla^2\vec{u}\rangle_i^n = \frac{2d}{pnd^0\lambda}\sum_{i\neq j}(\vec{u}_j - \vec{u}_i)w(|\vec{r}_j - \vec{r}_i|) \quad . \tag{70}$$

Com a posição estimada na fase explícita, a densidade do número de partícula intermediária pnd^* é calculada utilizando a Eq. (63). Para garantir a condição de continuidade, é necessário que a densidade do número de partículas do instante

seguinte pnd^{n+1} seja igual ao valor de referência pnd^0. Isto ocorre quando é adicionada à pnd^* um termo de correção chamada de pnd':

$$pnd^{n+1} = pnd^0 = pnd^* + pnd' \quad . \tag{71}$$

Este processo ocorre adicionando a velocidade estimada na fase explícita uma velocidade de correção u' da seguinte forma:

$$\vec{u}^{n+1} = \vec{u}^* + \vec{u}' \quad . \tag{72}$$

$$\vec{r}^{n+1} = \vec{r}^* + \Delta t\, \vec{u}' \quad . \tag{73}$$

A Eq. (74) apresenta como a velocidade de correção $\vec{u}'$ pode ser obtida utilizando o gradiente de pressões considerando pressões no instante $n+1$ calculadas implicitamente.

$$\vec{u}' = -\frac{\Delta t}{\rho} \nabla P^{n+1} \quad . \tag{74}$$

A condição de conservação de massa dada pela Eq. (58) pode ser reescrita da forma:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho_0 (\nabla \cdot \vec{u}) = 0 \quad , \tag{75}$$

onde ρ_0 é o valor constante da massa específica do fluido.

Como ρ é proporcional à pnd, a Eq. (75) pode ser reescrita em função de pnd:

$$\frac{1}{pnd^0} \frac{D(pnd)}{Dt} + \nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad , \tag{76}$$

Admitindo que o termo de correção pnd' está relacionado diretamente com $\vec{u}'$ e discretizando no tempo, tem-se:

$$\frac{pnd'}{pnd^0\, \Delta t} + \nabla \cdot \vec{u}' = 0 \quad . \tag{77}$$

Inserindo $\vec{u}'$ e pnd' das Eqs. (74) e (71) em (77), é obtida a equação de Poisson de pressão:

$$\nabla^2 P^{n+1} = \frac{\rho_0}{\Delta t^2} \frac{pnd^* - pnd^0}{pnd^0} \quad . \tag{78}$$

O lado esquerdo da Eq. (78) pode ser discretizada utilizando o modelo de laplaceano da Eq. (62) substituindo ϕ por P^{n+1}:

$$\langle \nabla^2 P \rangle_i^{n+1} = \frac{2d}{pnd^0 \lambda} \sum_{i \neq j} \left(P_j^{n+1} - P_i^{n+1} \right) w\left(\left| \vec{r}_j^{\,*} - \vec{r}_i^{\,*} \right| \right) \quad . \tag{79}$$

Igualando as Eqs. (78) e (79), é formada um sistema de equações lineares do tipo $Ax = b$, onde A é a matriz com dos coeficiente calculadas pela função peso multiplicada à constante $\frac{2d}{pnd^0 \lambda}$; b é o vetor com os termos calculados por $\frac{\rho_0}{\Delta t^2} \frac{pnd_i^* - pnd^0}{pnd^0}$ e x é o vetor com as incógnitas P_i^{n+1}. Este sistema de equações lineares possui uma matriz definida, simétrica e esparsa sem uma banda definida que pode ser resolvido pelos diferentes métodos de resolução de sistemas lineares diretos ou iterativos existentes.

Anexo A.2.1. Melhorias do método MPS

Desde a sua criação, o método sofreu e vem sofrendo modificações para melhorar precisão dos resultados numéricos. Algumas das novas propostas serão apresentadas a seguir.

<u>Operador gradiente de pressão: modelo de interação entre partículas</u>

Foi proposto por Koshizuka e Oka (1996) utilizar o modelo do operador gradiente dado pela Eq. (61) substituindo ϕ por P^{n+1}. Porém, como ϕ_i pode ser substituído por qualquer valor de referência e não necessariamente o valor de P_i^{n+1}, eles propõe que ϕ_i seja substituído por $\hat{P}_i^{n+1}$ ficando da forma:

$$\langle \nabla P_i^{n+1} \rangle_i = \frac{d}{pnd^0} \sum_{i \neq j} \left[\frac{\left(P_j^{n+1} - \hat{P}_i^{n+1} \right)}{\left| \vec{r}_j - \vec{r}_i \right|^2} \left(\vec{r}_j - \vec{r}_i \right) w\left(\left| \vec{r}_j - \vec{r}_i \right| \right) \right] \quad , \tag{80}$$

onde $\hat{P}_i^{n+1}$ é o menor valor de pressão das partículas que estão dentro do raio de vizinhança da partícula i:

$$\hat{P}_i = \min_{j \in J} \left(P_i, P_j \right). J = \left\{ j : w\left(\left| \vec{r}_j - \vec{r}_i \right| \right) \neq 0 \right\} \quad . \tag{81}$$

Esta mudança foi proposta para aumentar a estabilidade numérica, evitando a atração entre as partículas e a eventual formação de aglomerados de partículas. Este é a formulação utilizada neste trabalho para calcular as simulações.

Khayyer e Gotoh (2008) demonstraram que a formulação do gradiente de pressão proposta por Koshizuka e Oka (1996) não garante a conservação da quantidade de movimento. Eles propuseram uma nova formulação que corrige este esta inconsistência pela Eq. (82).

$$\langle \nabla P_i^{n+1} \rangle_i = \frac{d}{pnd^0} \sum_{i \neq j} \left[\frac{\left(P_i^{n+1} + P_j^{n+1}\right) - \left(\hat{P}_i + \hat{P}_j\right)}{\left|\vec{r}_j - \vec{r}_i\right|^2} \left(\vec{r}_j - \vec{r}_i\right) w\left(\left|\vec{r}_j - \vec{r}_i\right|\right) \right] \quad , \tag{82}$$

onde $\hat{P}_j$ é o menor valor de pressão das partículas que estão dentro do raio de vizinhança da partícula j.

Tanaka e Masunaga (2010) alegando a falta de conservação da quantidade de movimento, propuseram uma outra formulação utiliza no método SPH dada pela Eq. (83) para solucionar o problema.

$$\langle \nabla P_i^{n+1} \rangle_i = \frac{d}{pnd^0} \sum_{i \neq j} \left[\frac{P_i^{n+1} + P_j^{n+1}}{\left|\vec{r}_j - \vec{r}_i\right|^2} \left(\vec{r}_j - \vec{r}_i\right) w\left(\left|\vec{r}_j - \vec{r}_i\right|\right) \right] \quad . \tag{83}$$

<u>Termo independente do sistema de equações lineares</u>

Os termos independentes de um sistema de equações lineares do tipo $Ax = b$ são representados pelo vetor b de tamanho $nPart$, onde $nPart$ é o número de partículas considerado. Cada um dos termos deste vetor é calculado pela Eq. (84) no método MPS original.

$$\langle \nabla^2 P \rangle_i^{n+1} = -\frac{\rho}{\Delta t^2} \frac{pnd_i^* - pnd^0}{pnd^0} \quad . \tag{84}$$

Tanaka e Masunaga (2010) propuseram outra formulação considerando, além do termo já considerado com um fator de relaxação γ, o divergente da velocidade.

$$\nabla^2 P_{\mathrm{i}}^{n+1} = \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \vec{v}^* + \gamma \frac{\rho}{\Delta t^2} \left(\frac{pnd^0 - pnd^*}{pnd^0} \right) \quad . \tag{85}$$

A vantagem de utilizar o divergente de velocidade reside no fato do campo de velocidade de um escoamento não é muito sensível à variação das posições das

partículas, tal como ocorre com o valor de pnd. Sendo assim, teoricamente permite um cálculo mais estável da pressão. No entanto, a desvantagem é não garantir rigorosamente a incompressibilidade que por sua vez pode ser totalmente assegurado com o cálculo baseado na variação de pnd.

Em Kondo e Koshizuka (2011), é proposta a formulação dada pela Eq (86).

$$\frac{1}{\rho^0}\langle\nabla^2 P\rangle_i^{n+1} = \frac{1-\beta}{\Delta t^2}\frac{pnd_i^* - 2pnd_i^n + pnd_i^{n-1}}{pnd^0} + \frac{\beta-\gamma}{\Delta t^2}\frac{pnd_i^* - pnd_i^n}{pnd^0} + \frac{\gamma}{\Delta t^2}\frac{pnd_i^* - pnd^0}{pnd_0} \quad , \tag{86}$$

onde pnd_i^n é a densidade do número de partículas da partícula i no instante atual, pnd_i^{n-1} é a densidade do número de partículas da partícula i no instante anterior $(k-1)$, β e γ são coeficientes de suavização de pressão.

A formulação do termo fonte mostrada na Eq. (86) é a soma de três formulações distintas propostas por diversos autores. O primeiro termo é a formulação proposta por Kondo e Koshizuka (2011) que é de ordem superior deduzida a partir da segunda derivada temporal da densidade. O segundo termo inclui aproximadamente a contribuição do divergente da velocidade na forma:

$$\frac{pnd_i^* - pnd_i^n}{pnd^0\,\Delta t} = \left[\frac{1}{\rho^0}\left(\frac{D\rho}{\Delta t}\right)\right]_i^* = -(\nabla\cdot\vec{u})_i^* \quad , \tag{87}$$

e o terceiro termo é igual à formulação de Koshizuka e Oka (1996) onde é baseada no desvio da densidade do fluido.

Utilizando diferentes combinações de β e γ na Eq. (86), é possível obter as formulações propostas por outros autores. A estratégia que os autores seguem é utilizar combinações dos parâmetros β e γ que calculem simulações mais estáveis.

<u>Detecção das partículas de superfície livre</u>

Dentro do método de partículas MPS, é necessário identificar as partículas de superfície livre e aplicar a condição de contorno para que o sistema de equações lineares tenha solução. Este sistema de identificação das partículas de superfície livre usa como base de comparação a densidade do número de partículas pnd calculada pela Eq. (63) utilizando a função peso proposta originalmente por Koshizuka e Oka (1996) pela Eq. (60).

Desta maneira, o valor de pnd calculado para uma partícula i é comparado com o valor de pnd na situação onde a vizinhança estaria cheia chamado de pnd^0 da forma:

$$pnd_i < \beta \cdot pnd^0 \tag{88}$$

Onde, β é o valor de controle para determinar se a partícula é ou não de superfície livre.

Koshizuka e Oka (1996) realizaram testes mostrando que o valor de β deve ficar entre $0{,}80$ e $0{,}99$ sendo que o valor escolhido para as simulações realizadas neste trabalho foi de $0{,}97$. Isto porque utilizando $0{,}97$ para o valor de β, o método de detecção identificam de maneira bastante satisfatória as partículas na superfície livre. Porém, nota-se que com o uso do valor, a detecção torna-se muito sensível a pequenas variações de distância entre a partícula e suas vizinhas, mesmo estando no meio do fluido, acaba sendo identificado como partícula de superfície livre.

Em Tanaka e Masunaga (2010), tentando contornar estes problemas, a função peso para detecção da superfície livre foi modificada na forma:

$$w^t(r) = \begin{cases} 1, & (r < r_e) \\ 0, & (r > r_e) \end{cases} \tag{89}$$

Ou seja, faz-se uma contagem do número de partículas e compara-a ao valor obtido na situação em que a vizinhança está cheia.

Observando os resultados com diferentes valores de β, obteve-se uma significativa melhora no interior do fluido não identificando mais partículas de superfície livre nesta região. Porém, problemas ocorreram na calibração de β para que a superfície livre ficasse bem representada. Para valores baixos de β (menores que 0,80~0,85), mais de uma camada próxima a superfície livre é identificada como superfície livre. Para valores altos de β (maiores que 0,80~0,85), para situações com a superfície sem ondulações o critério é eficaz, mas quando a superfície é irregular o critério deixa de identificar diversas partículas de superfície livre. Quando β assume um valor entre 0,80 e 0,85, o resultado é uma combinação destas duas situações.

Lee et al. (2010) utilizou estas duas funções peso para detectar as partículas de superfície livre. Ou seja, as funções peso $w(r)$ e $w^t(r)$ foram utilizadas para calcular

as densidades do número de partículas pnd e pnd^t , respectivamente. Em seguida, estes valores são comparados, utilizando a Eq. (88), com pnd_0 e pnd_0^t que são as densidades do número de partículas quando a vizinhança está cheia de partículas utilizando a função peso de Koshizuka e Oka (1996) e Tanaka e Masunaga (2010), respectivamente. Os valores de β foram de 0,97 para o critério baseado em pnd_0 e 0,85 para o critério baseado em pnd_0^t.

Combinando estes dois critérios é possível aproveitar as boas características de cada um deles selecionando somente a camada mais externa da superfície livre pelo primeiro critério e excluindo partículas no meio do fluido pelo segundo critério.