

Deleza . 19.10.83

CLAUDIO RUGGIERI

Eng^o Naval , Escola Politécnica da USP , 1983

**ANÁLISE PROBABILÍSTICA DA FRATURA EM REGIÕES HETEROGÊNEAS
E SUA EXTENSÃO A ANÁLISE DE FALHAS DE ESTRUTURAS SOLDADAS**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo para obtenção do
Título de Mestre em Engenharia.

Orientador : Prof. Dr. Gerson Machado
Professor do Departamento de
Engenharia Naval da EPUSP

SÃO PAULO

1983

219P

FD.1047r

Aos meus pais

À Carmen e Mariana

AGRADECIMENTOS

À Divisão de Engenharia Naval e Oceânica do Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo pelo apoio fornecido durante a realização deste trabalho.

Ao Prof. Gerson Machado, meu orientador, pelas sugestões e contribuições valiosas em todas as fases do trabalho.

Ao Prof. Célio Taniguchi, do Dep. de Engenharia Naval da EPUSP, pelas sugestões e incentivos durante o decorrer das pesquisas.

Ao Prof. Masao Toyoda, do Department of Welding Engineering - Osaka University, pela colaboração e gentileza em fornecer alguns de seus estudos recentes, os quais motivaram a realização deste trabalho.

Ao Prof. Hugo T.Y. Yoshizaki, do Dep. de Engenharia de Produção da EPUSP, e ao Prof. Celso P. Pesce, do Dep. de Engenharia Mecânica da EPUSP, que contribuíram com importantes sugestões e esclarecimentos.

Aos demais colegas da Divisão de Engenharia Naval e Oceânica do IPT pelo auxílio e pela contribuição à realização deste estudo.

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo sobre a abordagem probabilística do problema da fratura frágil em materiais reais, notadamente em regiões com alto nível de heterogeneidades mecânicas e metalúrgicas, e sua extensão à análise de falhas de estruturas soldadas.

Inicialmente é feita uma revisão bibliográfica sobre o problema da fratura em regiões heterogêneas e da avaliação da tenacidade em juntas soldadas, de forma a motivar a introdução do tratamento probabilístico teórico da fratura frágil. Através de considerações analíticas e hipóteses consistentes com o modelo apresentado, a abordagem teórica permite correlacionar, de maneira explícita, a fratura de materiais reais com distribuições estatísticas características de eventos extremos.

Uma vez que a análise de falhas de estruturas soldadas é fundamentada em modelos estatísticos derivados a partir da distribuição de Weibull, o trabalho apresenta, também, algumas considerações sobre o tratamento analítico da estimativa dos parâmetros daquela função, através do Método da Máxima Verossimilhança. Deste modo, é possível comparar a aplicabilidade das distribuições biparamétricas e triparamétricas sobre o modelo probabilístico de fratura. Adicionalmente, foi sugerida a

utilização da função composta de Weibull para a análise do comportamento elasto-plástico de juntas soldadas.

Finalmente, o trabalho apresenta o desenvolvimento analítico de um modelo probabilístico de fratura aplicado à análise de falhas de uma junta soldada na presença de trincas aleatórias. Através da análise de alguns resultados obtidos a partir de ensaios de CTOD conduzidos sobre aços BS4360 Gr50, foi possível comprovar a eficácia do método desenvolvido em relação à análise de falhas e ao comportamento à fratura de uma estrutura soldada. Adicionalmente, também foram mostrados alguns resultados obtidos através da utilização da função composta de Weibull em condições de predominância da fratura frágil.

ABSTRACT

This work deals with a study about the probabilistic approach on the brittle fracture problem of real materials, mainly of regions containing mechanical and metallurgical heterogeneities. This methodology is also extended to the failure analysis of welded joints and welded structures in order to determine its reliability.

At first, a survey of the brittle fracture problem of heterogenous regions and the evaluation of the fracture performance of welded joints containing local brittle zones is carried out. This review allows to introduce the theoretical approach, where primary emphasis is placed on the associated mathematical methods for the fracture problem, such as the weakest link model and the statistical theory of extremes. By means of analytical considerations and appropriate hypothesis, the correlation of the brittle fracture of real materials and the statistical theory of extremes is demonstrated.

Considering that the failure analysis of welded structures is based mainly on the Weibull distribution, a detailed analysis of the three-parameter Weibull function and the composite Weibull function is presented. The estimation of Weibull parameters through the Maximum Likelihood Method is also developed in order to analyse the applicability of two-parameter Weibull

distribution against the three-parameter Weibull distribution on the probabilistic fracture model. In addition, the analysis of the applicability of the composite Weibull distribution against the simple Weibull distribution on the probabilistic fracture model is also carried out.

Finally, this work presents the analytical development of a probabilistic fracture model used to determine the reliability of welded joints containing random cracks. The efficacy of the probabilistic model on the failure analysis of welded structures is demonstrated through CTOD values obtained by experiments performed on BS 4360 steels. Additional conclusions also include some results obtained from the use of the composite Weibull function, provided that the cleavage fracture is predominant. The probabilistic approach and the statistical theory of extremes is shown to lead to a powerful and usefulness method applicable for failure analysis of large welded structures.

INDICE GERAL

1. INTRODUÇÃO.....	1
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	7
2.1. Incidência de Zonas Heterogêneas em Juntas Soldadas	7
2.2. A Problemática da Avaliação da Tenacidade em Juntas Soldadas.....	13
2.3. Abordagem Probabilística do Problema da Fratura em Regiões Heterogêneas.....	26
3. TEORIA PROBABILÍSTICA APLICADA À FRATURA FRÁGIL.....	34
3.1. Abordagem Probabilística do Problema da Fratura em Regiões Heterogêneas.....	34
3.2. A Distribuição de Weibull.....	44
3.3. Influência da Espessura sob o Aspecto Probabilístico	49
4. ESTIMATIVA DE PARÂMETROS E AJUSTE DA FUNÇÃO DE WEIBULL...	56
4.1. Considerações Iniciais sobre a Estimativa de Parâmetros.....	56
4.2. Influência do Ajuste da Função sobre o Modelo de Fratura.....	57
4.3. Estimativa de Parâmetros.....	64
4.4. Influência do Parâmetro Limite γ sobre o Modelo Probabilístico de Fratura.....	72
4.5. Intervalos de Confiança do Parâmetro de Forma α	80

5. MODELO PROBABILÍSTICO DE FRATURA APLICADO À FRATURA FRÁGIL DE UMA JUNTA SOLDADA NA PRESENÇA DE SINGULARIDADES	84
5.1. Caracterização do Problema.....	84
5.2. Extensão do Modelo Probabilístico de Fratura ao Comportamento Elasto-Plástico de uma Região Heterogênea na Presença de uma Superfície de Trinca Unitária.....	86
5.3. Probabilidade de Falha de uma Junta Soldada na Presença de uma Trinca Aleatória Unitária.....	97
5.4. Utilização da Função Composta de Weibull no Modelo Probabilístico de Fratura.....	105
5.5. Probabilidade de Falha de uma Estrutura Soldada.....	107
6. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	110
6.1. Dados Iniciais e Parâmetros das Distribuições.....	110
6.2. Aplicação do Modelo Probabilístico sobre Amostras Geradas Aleatoriamente.....	111
6.3. Aplicação do Modelo Probabilístico sobre Juntas Soldadas.....	123
6.4. Utilização da Função Composta de Weibull.....	132
7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA ESTUDOS FUTUROS.....	137
7.1. Comentários Finais.....	137
7.2. Conclusões Finais.....	139
7.3. Sugestões para Estudos Futuros.....	143
ANEXO I - FORMA GERAL DA TERCEIRA DISTRIBUIÇÃO ASSINTÓTICA	148
ANEXO II - SOLUÇÃO DOS ESTIMADORES DE VEROSSIMILHANÇA ATRAVÉS DO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON.....	154
ANEXO III - GERAÇÃO ALEATÓRIA DA DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL....	167
ANEXO IV - PERCENTIS DA DISTRIBUIÇÃO DA ESTATÍSTICA W_{E^*} CÁLCULO DO INTERVALO DE CONFIANÇA DO ESTIMADOR α_L^*	171
ANEXO V - EQUAÇÃO DO CTOD MÉDIO DE UMA TRINCA SEMI-ELÍPTICA DE SEMI-EIXOS a e c	175

ANEXO VI - SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE PROBABILIDADE DE FALHA.... 177

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... 190

INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLÓGICAS DA USP
CAMPUS CAROLINA, SÃO CARLOS, SP, BRASIL
13560-970

INDICE DE FIGURAS

Figura	1	Diagrama esquemático de uma junta soldada obtida através de um único passe . a) regiões macroscopicamente distintas . b) diagrama de equilíbrio correspondente (ref. [3]).....	8
Figura	2	Valores do parâmetro de fratura representativo das amostras V e N (CTOD a -10°C) em função da temperatura máxima do 2 ^o Ciclo de reaquecimento (ref. [10]).....	11
Figura	3	Caracterização de uma junta soldada multipasse como um sistema físico metalúrgico localmente heterogêneo. (RCG - região de crescimento de grãos , RCGIA - região de crescimento de grãos intercriticamente aquecida , RCGSA - região de crescimento de grãos supercriticamente aquecida).	12
Figura	4	Deformações genéricas sobre a superfície de trinca de um sólido (a) e o campo de tensões nas vizinhanças da ponta da trinca (b).....	16
Figura	5	Conceito de COD segundo o modelo de Wells ⁽²⁰⁾ e segundo a hipótese de plastificação da ponta da trinca.....	18
Figura	6	Conceito da Integral J.....	19
Figura	7	Curva típica da carga aplicada P em função do deslocamento da abertura da trinca Δ , obtida em um ensaio de CTOD (ref. [35]).....	25
Figura	8	Influência do tamanho e da localização de zonas frágeis ao longo da frente de propagação da fratura sobre a tenacidade global da amostra (ref. [11]).....	31
Figura	9	Discretização de um sólido carregado, segundo o modo I de deformação, sob o aspecto de um modelo probabilístico de fratura.....	35

Figura 10	Influência do parâmetro de forma α sobre a função taxa de falhas da distribuição de Weibull ($\beta = 1$, $\gamma = 0$).....	47
Figura 11	Subdivisão de um sólido genérico em m volumes V_j , carregado segundo o modo I de deformação....	50
Figura 12	Idealização do efeito da espessura segundo o enfoque probabilístico, apresentado através da expressão (15).....	52
Figura 13	Influência do parâmetro limite γ sobre a distribuição de Weibull obtida a partir da mesma população	58
Figura 14	Modelo composto da função de Weibull.....	62
Figura 15	Modelo composto aproximado da função de Weibull.	64
Figura 16	Comparação entre as funções de verossimilhança obtidas para as amostras W8 e W9.....	76
Figura 17	Variação do estimador de verossimilhança do parâmetro α em função do parâmetro γ	77
Figura 18	Função de distribuição acumulada da amostra W1 em função da variação introduzida no parâmetro de forma α	78
Figura 19	Função de distribuição acumulada da amostra W8 em função da variação introduzida no parâmetro de forma α	79
Figura 20	Distribuição aleatória de um parâmetro de fratura ψ ao longo de uma frente de propagação de trincas em zonas heterogêneas.....	86
Figura 21	Representação geométrica de uma trinca semi-elíptica contida em uma placa de largura infinita e espessura t	94
Figura 22	Porção genérica de uma estrutura soldada na presença de uma trinca semi-elíptica, submetida a uma tensão axial σ	97
Figura 23	Valores de $\log \Phi_f$ em função da tensão aplicada	

	para $\alpha = 1,53$ e $\alpha = 5,11$ ($t = 50$ mm e $\beta = 0,50$).	113
Figura 24	Valores de $\log \Phi_f$ em função da tensão aplicada para $\beta = 0,53$ e $\beta = 1,59$ ($t = 50$ mm e $\alpha = 1,53$).	114
Figura 25	Valores de $\log \Phi_f$ em função da tensão aplicada para $t = 50$ mm e $t = 200$ mm ($\alpha = 1,53$ e $\beta = 0,53$).....	115
Figura 26	Valores de $\log \Phi_f$ em função da profundidade da trinca a para $\alpha = 1,53$ e $\alpha = 5,11$	116
Figura 27	Distribuição da profundidade da trinca a segundo o modelo Beta ($M=1$ e $N=6$).....	117
Figura 28	Distribuição do comprimento da trinca c , segundo o modelo exponencial ($H=0,1$).....	119
Figura 29	Valores de $\log \Phi_f$ para os casos de detectabilidade e não detectabilidade da trinca ($\alpha = 1,53$, $\beta = 0,53$ e $t = 50$ mm).....	120
Figura 30	Distribuição condicionada ao evento de detectabilidade da profundidade da trinca a	121
Figura 31	Distribuição condicionada ao evento de detectabilidade do comprimento da trinca c	121
Figura 32	Distribuição da profundidade da trinca a , segundo o modelo β , para espessura da chapa igual a 200 mm ($M=1$ e $N=6$).....	122
Figura 33	Valores de $\log \Phi_f$ em função da tensão aplicada para o aço L, considerando-se o intervalo de confiança do estimador α ($t = 50$, $I = 3$ KJ/mm, como soldado, $\sigma = 350$ MPa).....	127
Figura 34	Valores de $\log \Phi_f$ em função do número de trincas presentes na estrutura para o aço L ($t = 50$ mm, $I = 3$ KJ/mm, como soldado, $\sigma = 350$ MPa).....	128
Figura 35	Valores de $\log \Phi_f$ em função da tensão aplicada para os aços A, B, I, K e L (como soldado, $I = 3$ KJ/mm).....	129
Figura 36	Valores de $\log \Phi_f$ em função da tensão aplicada	

	para os aços A, B, I, K e L (como soldado, I = 5 KJ/mm).....	129
Figura 37	Valores de $\log \Phi_f$ em função da tensão aplicada para os aços A, B, I, K e L (pós-aquecido , I = 3 KJ/mm).....	130
Figura 38	Valores de $\log \Phi_f$ em função da tensão aplicada para os aços A, B, I, K e L (pós-aquecido, I = 5 KJ/mm).....	130
Figura 39	Valores de $\log \Phi_f$ em função do nível de tensão para os aços A e K , utilizando-se o modelo composto e o modelo simles de Weibull (condição como soldado, I = 3 KJ/mm).....	134

INDICE DE TABELAS

Tabela	1	Média e Variância da distribuição de Weibull em função do parâmetro α	48
Tabela	2	Distribuição de Weibull W1 gerada aleatoriamente a partir dos parâmetros $\alpha = 1,542$; $\beta = 0,363$; $\gamma = 0,201$	69
Tabela	3	Distribuição de Weibull W2 gerada aleatoriamente a partir dos parâmetros $\alpha = 6,421$; $\beta = 0,363$; $\gamma = 0,201$	70
Tabela	4	Distribuição de Weibull W3 gerada aleatoriamente a partir dos parâmetros $\alpha = 2,710$; $\beta = 0,590$; $\gamma = 0$	70
Tabela	5	Estimadores de verossimilhança obtidos para as amostras W1, W2 e W3.....	70
Tabela	6	Valores de J _{1c} obtidos para um aço ASTM A471 ensaiados em três níveis de temperatura, a partir dos resultados de Landes e Shaffer (ref. [31]).....	71
Tabela	7	Comparação entre os estimadores de Weibull para a distribuição biparamétrica, obtidos a partir do método gráfico e do método de máxima verossimilhança	71
Tabela	8	Amostra W7 - Valores de CTOD a -10°C para a região de crescimento de grãos da ZTA de soldas multipasses, obtidas a partir de aços BS4360 (ref. [66]).....	73
Tabela	9	Valores de CTOD crítico para a ZTA de uma junta soldada em aço BS4360 Gr50 a -10°C (ref. [66])..	75
Tabela	10	Parâmetros das distribuições relativas à geometria e à detectabilidade da trinca (ref. [52]).....	110
Tabela	11	Amostra W10 gerada aleatoriamente a partir de $\alpha = 1,5$, $\beta = 0,5$ e $\gamma = 0$	112

Tabela 12	Amostra W11 gerada aleatoriamente a partir de $\alpha = 5,0$, $\beta = 0,5$ e $\gamma = 0$	112
Tabela 13	Amostra W12 gerada aleatoriamente a partir de $\alpha = 1,5$, $\beta = 1,5$ e $\gamma = 0$	113
Tabela 14	Valores de CTOD (mm) a $-10C^{\circ}$ (ref. [66]). Soldagem ao arco submerso (SAS). Insumo de calor (I) = 3 KJ/mm. Condição como soldado (CS) e Pós-aquecido (PA). Espessura dos corpos de prova = 50 mm.....	123
Tabela 15	Valores de CTOD (mm) a $-10C^{\circ}$ (ref. [66]). Soldagem ao arco submerso (SAS). Insumo de calor (I) = 5 KJ/mm. Condição como soldado (CS) e Pós-aquecido (PA). Espessura dos corpos de prova = 50 mm.....	124
Tabela 16	Estimadores da distribuição de Weibull biparamétrica e valores de probabilidade de falha ($\sigma = 350$ MPa) para as amostras da tabela 14.....	125
Tabela 17	Estimadores da distribuição de Weibull biparamétrica e valores de probabilidade de falha ($\sigma = 350$ MPa) para as amostras da tabela 15.....	125
Tabela 18	Estimadores da distribuição composta de Weibull, valores do CTOD de transição e da probabilidade de falha para os aços A e K (condição como soldado, insumo de calor igual a 3 KJ/mm).....	133

SIMBOLOGIA

a	- profundidade da trinca ou semi eixo menor da elipse
A	- espaço amostral
B	- espessura do corpo de prova
B_0	- espessura do corpo de prova
$B(\cdot)$	- função Beta
c	- semi-comprimento da trinca ou semi-eixo maior da elipse
\bar{c}	- semi-comprimento efetivo da trinca
c	- função peso
C_0	- constante de multiplicação da expressão do CTOD médio
C_1	- constante de multiplicação da expressão de Φf
CS	- como soldado
CTOD	- <i>crack tip opening displacement</i>
CTOD ₀	- CTOD de transição entre a fratura frágil e dútil
$\bar{D}(a)$	- <i>fda</i> relativa à não detectabilidade de a
$\bar{D}(c)$	- <i>fda</i> relativa à não detectabilidade de c
exp	- base natural de logaritmos (e)
E	- módulo de elasticidade longitudinal
E_D	- evento de não detectabilidade da trinca
E_Y	- módulo de elasticidade no estado plano de deformações
E_ψ	- evento de ocorrência do parâmetro ψ
<i>fda</i>	- função de distribuição acumulada
<i>fdp</i>	- função densidade de probabilidade
$f(\cdot)$	- <i>fdp</i> associada ao parâmetro de fratura
$f_d(\cdot)$	- <i>fdp</i> associada à fratura dútil
$f_f(\cdot)$	- <i>fdp</i> associada à fratura frágil

- $f_x(\cdot)$ - *fdp* associada à variável aleatória X
 $f_x^i(\cdot)$ - *fdp* relativa ao *i*-ésimo valor associado à variável aleatória X
 $f_x^1(\cdot)$ - *fdp* relativa ao valor mais baixo associado à variável aleatória X
 $f_i(\cdot)$ - *fdp* do valor crítico de CTOD relativo à porção *i*
 $f_{ABC}(\cdot)$ - *fdp* do valor crítico de CTOD relativo ao corpo ABC
 $f^*(\cdot)$ - *fdp* condicionada ao evento E_D
 $f_B(\cdot)$ - *fdp* relativa à função Beta
 $f_E(\cdot)$ - *fdp* relativa à função Exponencial
 f_φ - função angular
 F - fator de correção de Newman e Raju
 $F_Z(\cdot)$ - *fda* relativa à variável aleatória transformada *z*
 $F_x(\cdot)$ - *fda* associada à variável aleatória X
 $F_x^1(\cdot)$ - *fda* relativa ao valor mais baixo associado à variável aleatória X
 $F_i^1(\cdot)$ - *fda* relativa ao valor mais baixo do parâmetro de fratura do elemento *i*
 $F_{x_j}^1(\cdot)$ - *fda* relativa ao valor mais baixo do *j*-ésimo elemento de volume, associado à variável aleatória X
 $F_{x_T}^1(\cdot)$ - *fda* relativa ao valor mais baixo do volume total, associado à variável aleatória X
 $F_o^1(\cdot)$ - *fda* relativa ao parâmetro de fratura para um corpo de prova de espessura B_o
 g_φ - função angular
 α_o - parâmetro da distribuição de não detectabilidade de *a*
 α_1 - parâmetro da distribuição de não detectabilidade de *a*
 $G^1(\cdot)$ - *fda* relativa ao parâmetro de fratura para um corpo de prova de espessura *B*
 $h(\cdot)$ - taxa de falhas associada à variável aleatória X
 h - parâmetro da distribuição do comprimento da trinca *c*
 h_o - parâmetro da distribuição de não detectabilidade de *c*
 h_1 - parâmetro da distribuição de não detectabilidade de *c*
 I - insumo de calor

J_{IC}	- valor crítico da integral J
k	- tamanho da amostra ou número de elementos
K_I	- fator de intensificação de tensões no modo I
K_{IC}	- valor crítico do fator de intensificação de tensões
L	- função de verossimilhança
m	- fator de intensificações de tensões plásticas
M	- tamanho da amostra ou número de elementos
μ	- parâmetro da função Beta e da distribuição da profundidade da trinca a
M_1	- constante do fator de Newman e Raju (F)
M_2	- constante do fator de Newman e Raju (F)
M_3	- constante do fator de Newman e Raju (F)
MB	- metal base
MELI	- melhor estimador linear invariante
MEMF	- modelo do elo mais fraco
MMV	- método da máxima verossimilhança
N	- tamanho da amostra ou número de elementos
N_T	- número médio de trincas
N	- parâmetro da função Beta e da distribuição da profundidade da trinca a
p	- parâmetro de proporcionalidade
PA	- pós aquecido
P_f	- probabilidade de falha de uma junta soldada
P_F	- probabilidade de falha de uma estrutura soldada
r	- número de falhas ocorridas
r_y	- raio da zona plástica
R	- relação de espessuras B/B_0
R_y	- confiabilidade de uma junta soldada
R_F	- confiabilidade de uma estrutura soldada
S	- superfície de trinca

- S_A - superfície de trinca relativa à porção A
 S_B - superfície de trinca relativa à porção B
 S_C - superfície de trinca relativa à porção C
 S_i - elemento da frente de propagação da trinca
 S - comprimento da frente de propagação da trinca relativo ao corpo de prova de espessura B
 S_0 - comprimento da frente de propagação da trinca relativo ao corpo de prova de espessura B_0
SAS - soldagem ao arco submerso
 t - espessura da chapa
 u - constante da distribuição assintótica tipo III
 v - volume de uma região genérica de um sólido
 V - volume de uma região genérica de um sólido
 v - constante da distribuição assintótica tipo III
 V - constante da distribuição assintótica tipo III
 W - estatística α_z^* / α_z
 x_0 - limite inferior de $F_x(\cdot)$
 X - variável aleatória relativa a uma população genérica
 z - variável transformada de x
 Z_j - raiz do polinômio de Laguerre
ZF - zona de fusão
ZFL - zona de fragilização localizada
ZTA - zona termicamente afetada
 α - parâmetro de forma da função de Weibull
 α_z - parâmetro de forma da função de Weibull transformada
 α_0 - parâmetro de forma da função de Weibull associada a corpos de prova de espessura B_0
 α_1 - parâmetro de forma da função de Weibull associada à fratura frágil
 α_2 - parâmetro de forma da função de Weibull associada à fratura dútil
 α^* - estimador de verossimilhança do parâmetro α

- α_L^* - estimador do parâmetro α para o aço L
- α_Z^* - estimador do parâmetro α da função transformada
- β - parâmetro de escala da função de Weibull
- β_S - parâmetro de escala da função de Weibull corrigido
- β_Z - parâmetro de escala da função de Weibull transformada
- β_0 - parâmetro de escala da função de Weibull associada a corpos de prova de espessura B_0
- β_1 - parâmetro de escala da função de Weibull associada à fratura frágil
- β_2 - parâmetro de escala da função de Weibull associada à fratura dútil
- β_{1S} - parâmetro de escala da função de Weibull corrigido relativo à fratura frágil
- β_{2S} - parâmetro de escala da função de Weibull corrigido relativo à fratura dútil
- β^* - estimador de verossimilhança do parâmetro β
- γ - parâmetro limite da função de Weibull
- γ_1 - parâmetro limite da função de Weibull associada à fratura frágil
- γ_2 - parâmetro limite da função de Weibull associada à fratura dútil
- γ^* - estimador de verossimilhança do parâmetro γ
- $\Gamma(\cdot)$ - função Gama
- δ_c - valor de CTOD para fratura instável ou região de *pop-in*
- δ_i - valor de CTOD no início da progressão estável da trinca
- δ_m - valor de CTOD no patamar de carga máxima
- δ_u - valor de CTOD para fratura instável ou região de *pop-in*
- δ_c - valor crítico de CTOD
- δ_c^* - valor mínimo de CTOD crítico
- δ_M - valor médio de CTOD
- Δs - comprimento do elemento S_i
- θ - vetor de parâmetros de $f_x(\cdot)$
- θ^* - estimador de verossimilhança de θ

λ	- parâmetro da distribuição assintótica tipo III
λ_0	- parâmetro da função Exponencial
λ_1	- parâmetro da função Exponencial
μ	- média populacional
ν	- coeficiente de Poisson
ξ	- parâmetro da distribuição assintótica tipo III
σ	- tensão aplicada
σ_y	- tensão de escoamento
σ^2	- variância populacional
ρ	- coordenada angular
ϕ	- integral elíptica do segundo tipo
\bar{x}^k	- distribuição do valor mais baixo de uma amostra de tamanho k , associada à variável aleatória X
ψ	- parâmetro genérico de fratura
ψ_c	- valor crítico do parâmetro de fratura
ψ_i	- parâmetro de fratura relativo ao elemento S_i
$\psi(s)$	- parâmetro de fratura puntual
ψ_M	- parâmetro de fratura médio
ψ_{M_1}	- parâmetro de fratura médio relativo à fratura frágil
ψ_{M_2}	- parâmetro de fratura médio relativo à fratura dútil
ω	- nível de significância
Ω	- região de um sólido genérico

1. INTRODUÇÃO

A necessidade de atender aos severos requisitos de projeto de estruturas de grande responsabilidade, tais como vasos de pressão, oleodutos, gasodutos, embarcações especializadas e plataformas marítimas para grandes lâminas d'água, incentivou significativamente a utilização de aços de elevada resistência mecânica, grande tenacidade e excelentes características de soldabilidade.

No caso particular de estruturas oceânicas, a introdução do conceito de águas profundas induziu a uma nova abordagem sobre a concepção de sistemas marítimos e substancial desenvolvimento tem sido obtido em projeto, construção e especificação de materiais. Os limites tecnológicos atualmente conhecidos formam uma matriz complexa de variáveis que envolvem análise estrutural, processos de fabricação, processos de instalação, evolução dos conceitos de mecânica da fratura e avaliação de ensaios não destrutivos, entre outros, todos tendo como interface comum a engenharia de materiais e, notadamente, a utilização dos aços.

Dentro deste contexto, a soldagem é o principal processo de fabricação utilizado na construção e na edificação da maior parte das estruturas oceânicas. Apesar da evolução das técnicas construtivas e dos materiais utilizados, diversos problemas peculiares aos processos de soldagem decorrem da grande

suscetibilidade a problemas metalúrgicos no metal depositado, função da adição de elementos de liga como forma de melhorar os níveis de propriedades mecânicas, da geometria das uniões soldadas e do nível de tensões residuais inerentes ao processo.

O problema da propagação da fratura a partir de regiões soldadas é particularmente relevante em relação à integridade estrutural de sistemas oceânicos. Desta forma, o conceito de tenacidade em juntas soldadas de aços microligados tem evoluído acentuadamente nos últimos anos, de modo a atender às severas condições impostas às estruturas oceânicas atuais e obter níveis de confiabilidade cada vez mais elevados.

Trabalhos recentes têm aprofundado o conhecimento existente sobre o comportamento mecânico e metalúrgico de juntas soldadas, identificando-se diversas microestruturas de características reconhecidamente frágeis e que assumem função importante durante a nucleação e propagação de trincas no material em serviço. Tal abordagem, no entanto, é de caracterização bastante complexa, pois diversos fatores interagem simultaneamente sobre a microestrutura resultante, dificultando sobremaneira o tratamento determinístico do problema.

O fenômeno da fratura em materiais reais é um processo localizado, fortemente dependente das condições de contorno nas vizinhanças da ponta da trinca. Sob o aspecto da fratura frágil o problema torna-se crítico, pois a nucleação em regiões localmente

heterogêneas, onde a microestrutura de zonas vizinhas à trinca assume natureza reconhecidamente aleatória, pode conduzir à sua propagação instável sob baixos níveis de tensões. A nível macroscópico, este fenómeno pode ser associado à grande variação observada em relação ao comportamento esperado da nucleação e propagação de uma trinca, caracterizando, portanto, a fratura como um processo aleatório.

A partir das observações experimentais da natureza aleatória do processo de fratura, diversos trabalhos têm tratado o problema através de uma abordagem probabilística, estabelecendo parâmetros quantitativos de avaliação do comportamento à fratura sob diversas condições. No caso particular do tratamento de juntas soldadas, a abordagem probabilística tem sofrido um significativo desenvolvimento nos últimos anos, como forma de contornar-se a problemática da avaliação da tenacidade e da significância de defeitos em estruturas soldadas.

Dentro deste contexto, este trabalho tem como objetivos principais introduzir a abordagem teórica do problema da fratura frágil em materiais reais, notadamente com alto nível de heterogeneidades, e desenvolver um modelo probabilístico adequado à análise de falhas de estruturas soldadas na presença de trincas e defeitos aleatórios.

Uma vez que o modelo apresentado é fundamentado na distribuição de Weibull, o trabalho fornece, ainda, o tratamento

analítico da estimativa dos parâmetros desta função, através do Método da Máxima Verossimilhança, desenvolvendo a ferramenta de cálculo dos estimadores da distribuição triparamétrica. Adicionalmente, também é apresentado uma breve discussão sobre a caracterização de zonas mecânica e metalurgicamente heterogêneas em materiais reais e sua correlação com a metodologia probabilística da análise da fratura frágil.

Desta forma, o capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica sobre os principais aspectos relativos à problemática da avaliação da tenacidade em juntas soldadas, discorrendo resumidamente sobre a incidência de heterogeneidades metalúrgicas em regiões soldadas de aços microligados. Alguns aspectos metalúrgicos sobre a nucleação de estruturas altamente fragilizadas são discutidos de modo a motivar a introdução da abordagem probabilística em regiões localmente heterogêneas e sua extensão à análise de falhas de juntas soldadas.

O capítulo 3 apresenta os fundamentos teóricos e analíticos da teoria probabilística aplicada à processos de fratura, caracterizando o fenômeno de nucleação e propagação de trincas em zonas heterogêneas como um caso particular da Teoria Estatística de Extremos. Através destes fundamentos, serão abordados, também, os aspectos analíticos do efeito da espessura sobre o processo de fratura. A compreensão mais profunda destes conceitos é fundamental para que se consiga investigar, de maneira abrangente, o comportamento à fratura de uma região heterogênea

sob um enfoque probabilístico.

A partir da discussão de algumas funções assintóticas adequadas à descrição de eventos extremos e da generalização de um processo de fratura através de uma função de Weibull, o capítulo 4 apresenta a metodologia para o ajuste da distribuição de Weibull e a estimativa de seus parâmetros. Nesta seção, também são discutidos alguns aspectos relativos à influência do ajuste adequado da função sobre o modelo de fratura, através da comparação entre as funções de Weibull biparamétrica e triparamétrica.

O capítulo 5 apresenta o desenvolvimento analítico de um modelo probabilístico de fratura frágil aplicado à análise de falhas de uma junta soldada na presença de trincas e defeitos. O modelo de fratura desenvolvido nesta seção utiliza os conceitos introduzidos nos capítulos 3 e 4, relativos à Teoria Estatística dos Extremos e à análise da dispersão dos resultados obtidos em ensaios de mecânica da fratura. Estes conceitos serão aplicados ao caso geral de uma estrutura soldada, sob a hipótese da ocorrência aleatória de trincas e defeitos. O modelo desenvolvido a partir destas premissas permite, portanto, calcular a probabilidade de falha de uma região soldada, sob condições de carregamento conhecidas.

O capítulo 6 apresenta os resultados obtidos, através do modelo probabilístico desenvolvido, para o caso particular de uma

junta soldada em um aço microligado BS4360 Gr50, utilizado na construção de plataformas oceânicas. Inicialmente, através de amostras geradas aleatoriamente, a resposta do modelo é analisada em função de alguns parâmetros de reconhecida significância, tais como os parâmetros da distribuição de Weibull e a geometria da trinca. A seguir o comportamento à fratura da ZTA de juntas soldadas reais é analisado, a partir de alguns resultados de CTOD disponíveis. Estes resultados permitem comparar a influência do insumo de calor e do pós-aquecimento sobre as curvas de probabilidade de falha.

O capítulo 7 apresenta, finalmente, as conclusões obtidas e comentários finais em relação à metodologia introduzida neste trabalho. Alguns tópicos e sugestões para estudos futuros também são incluídos naquele capítulo, de modo a contribuir para a continuidade e o aprofundamento deste estudo.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Incidência de Zonas Heterogêneas em Juntas Soldadas

Os aspectos relativos ao fluxo de calor e à distribuição de temperatura na soldagem ao arco elétrico exercem significativa influência sobre a microestrutura final de uma junta soldada, conforme demonstram diversos trabalhos sobre a microestrutura em metais de solda de aços microligados^(1,2,3,4,5,6). Em particular, Grong e Matloch⁽⁴⁾ apresentam, em recente trabalho de revisão bibliográfica, alguns mecanismos de nucleação de estruturas frágeis durante as transformações metalúrgicas envolvidas, decorrentes das fortes condições heterotérmicas introduzidas pelo arco elétrico.

A figura 1a apresenta a definição das diversas regiões componentes do espectro microestrutural de uma junta soldada, obtida através de um cordão de solda realizado em um único passe, em correspondência com as transformações metalúrgicas que ocorrem no diagrama de equilíbrio Fe-C¹ (figura 1b).

¹ Diagrama de transformações de fases para a liga binária Fe-C que fornece a sequência de formação de diferentes estruturas cristalinas sob uma velocidade de resfriamento muito baixa, de modo que as transformações de fase a cada temperatura ocorram completa e totalmente⁽⁷⁾.

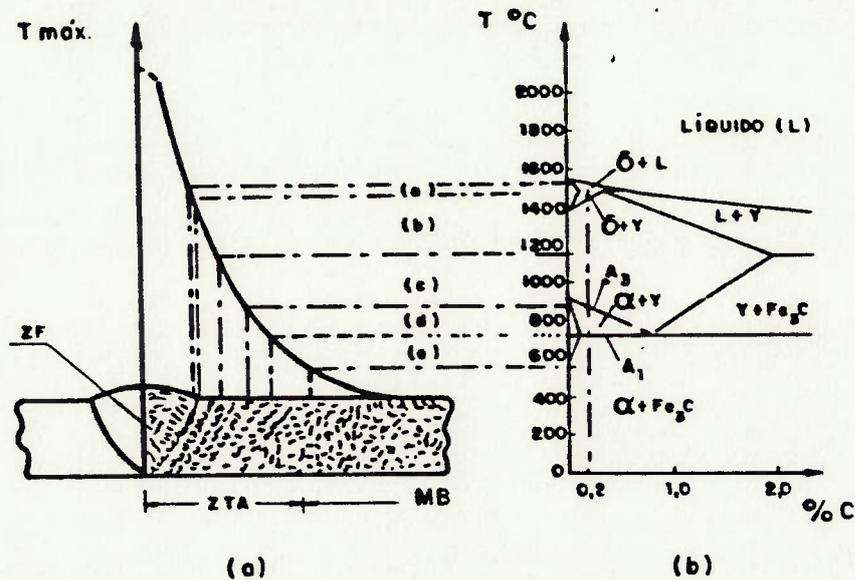


Figura 1 - Diagrama esquemático de uma junta soldada obtida através de um único passe. a) regiões macroscopicamente distintas. b) diagrama de equilíbrio correspondente (ref. [3]).

Através da figura 1 podemos identificar 3 zonas macroscopicamente distintas, denominadas Zona de Fusão (ZF), Zona Termicamente Afetada (ZTA) e o Metal Base (MB), inalterado pelo calor introduzido durante a soldagem. A ZTA é a porção do material de base submetida às temperaturas mais elevadas e pode, portanto, ser subdividida em 5 regiões adicionais, microscopicamente distintas :

- a. Região parcialmente fundida, praticamente coincidente com a linha de fusão, atingindo temperaturas em torno da temperatura de fusão .

- b. Região de grande crescimento de grãos, atingindo temperaturas entre 1100° e 1450°C (Região Supercrítica I).
- c. Região de refinamento de grãos, atingindo temperaturas entre 1100°C e A_{β}^2 (Região Supercrítica II).
- d. Região Intercrítica, atingindo temperaturas entre A_{β} e A_1^3 .
- e. Região Subcrítica, atingindo temperaturas abaixo de A_1 .

As evidências experimentais demonstram a grande incidência de zonas heterogêneas em metais de solda provocada por alterações microestruturais significativas na ZF e na ZTA de aços microligados, conforme revisto por Ruggieri^(8,9). Estudos conduzidos por Haize e Aihara⁽¹⁰⁾ demonstraram, também, a grande incidência de constituintes altamente fragilizados situados na região de grande crescimento de grãos da ZTA, próximo à linha de

² A temperatura A_{β} representa a linha de transformação parcial do Ferro na fase Gama para o Ferro na fase Alfa.

³ A temperatura A_1 representa a linha de transformação total do Ferro na fase Gama para o Ferro na fase Alfa.

fusão. Nesta região, os ciclos térmicos são reconhecidamente severos e os mecanismos metalúrgicos atuam de forma mais significativa sobre a cinética das transformações metalúrgicas. Sob este aspecto, Haize e Aihara⁽⁴⁰⁾ e Satoh e Toyoda⁽⁴¹⁾ observaram a nucleação preferencial de trincas a partir da região de crescimento de grãos da ZTA em proporções significativas, principalmente junto à linha de fusão.

Utilizando corpos de prova de CTOD⁴ obtidos a partir de simulação térmica e através de soldagem multipasse em aços HT50, Haize e Aihara⁽⁴⁰⁾ encontraram uma forte relação entre a nucleação da fratura frágil e a região de crescimento de grãos da ZTA reaquecida até a faixa intercrítica de temperatura ($A_1 \leq T \leq A_2$). Os corpos de prova utilizados mostraram sensível decréscimo dos valores do parâmetro de fratura obtido, conforme apresenta a figura 2, onde o pico de temperatura de reaquecimento atingiu temperaturas entre 750°C e 800°C . Este comportamento pode ser

⁴ A definição do parâmetro de CTOD será apresentada na seção 2.2 .

explicado através da formação de estruturas altamente fragilizadas⁵ nos contornos de grão austenítico⁶.

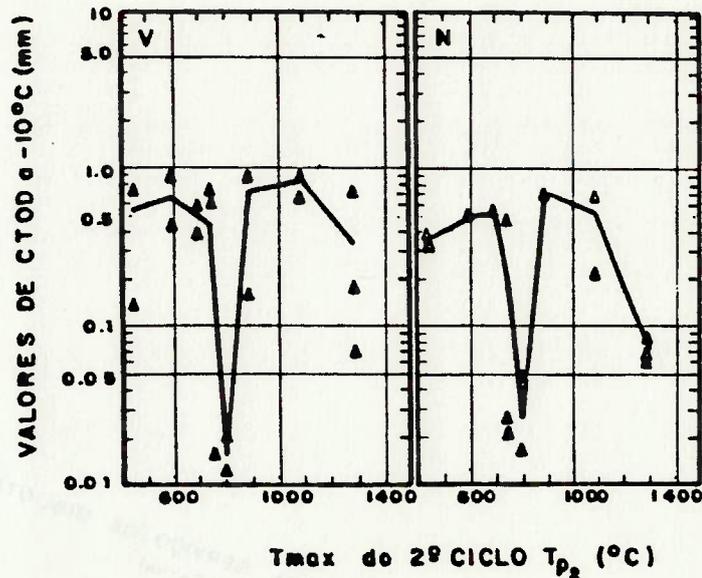


Figura 2 - Valores do parâmetro de fratura representativo das amostras V e N (CTOD a -10°C) em função da temperatura máxima do 2º ciclo de aquecimento (ref. [10]).

⁵ Haize e Aihara⁽¹⁰⁾ observam que na região de crescimento de grãos intercriticamente reaquecida ($A_1 \leq T \leq A_3$) ocorre reaustenitização parcial das estruturas lamelares formadas durante o primeiro ciclo de resfriamento (bainita superior e ferrita lamelar), preferencialmente nas zonas supersaturadas de Carbono, havendo difusão de Carbono da ferrita para a austenita. Após o resfriamento, a austenita enriquecida de Carbono transforma-se em uma estrutura de segunda fase altamente fragilizada, originando núcleos de martensita de alto Carbono.

⁶ Solução sólida de Carbono na fase Gama do Ferro.

Recentemente, alguns trabalhos têm introduzido o conceito de Zonas de Fragilização Localizadas (ZFLs)⁽⁸⁰⁾ como uma forma mais adequada de tratar as regiões genericamente heterogêneas, abordando seus aspectos mecânicos e metalúrgicos. A descrição detalhada do mecanismo de formação destas regiões em soldas multipasses de aços microligados foge do escopo deste trabalho mas, neste estudo, importa a caracterização de uma junta soldada, notadamente a sua Zona Termicamente Afetada, como um sistema físico localmente heterogêneo, ilustrado na figura 3. O estabelecimento deste conceito é fundamental para abordar a problemática da avaliação da tenacidade em juntas soldadas e materiais heterogêneos, introduzindo a abordagem probabilística do problema da fratura, como será visto no decorrer do trabalho.

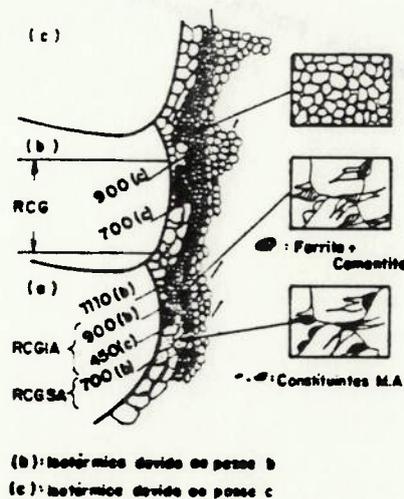


Figura 3 - Caracterização de uma junta soldada multipasse como um sistema físico metalúrgico, localmente heterogêneo. RCG - Região de crescimento de grãos, RCGIA - Região de crescimento de grãos intercriticamente aquecida, RCGSA - Região de crescimento de grãos subcriticamente aquecida (ref. [11]).

A figura 3 apresenta, simplificada, uma junta soldada em diversos passes como um sistema físico localmente heterogêneo. A diversidade de ciclos térmicos devido aos passes subsequentes (passes b e c) induz à formação de fases frágeis, responsáveis, na maior parte das vezes, pelos baixos valores de tenacidade do material, conforme introduzido na nota 5.

2.2. A Problemática da Avaliação da Tenacidade em Juntas Soldadas

As evidências experimentais sobre a elevada incidência de fraturas generalizadas em estruturas soldadas, submetidas a tensões inferiores às tensões de projeto, têm motivado estudos cada vez mais profundos sobre o comportamento à fratura frágil de juntas soldadas. Trabalhos pioneiros de Pellini e colaboradores⁽¹²⁾ apresentaram um dos primeiros estudos sistematizados sobre a problemática da fratura em regiões soldadas, introduzindo o conceito de Temperatura de Dutilidade Nula (TDN)⁷, associada ao fenômeno de interrupção do crescimento de trincas (conhecido, genericamente, como *Crack Arrest*) presentes

⁷ De acordo com Pellini⁽¹²⁾, o parâmetro controlador do início da fratura devido à presença de pequenas trincas é a Temperatura de Dutilidade Nula (TDN). Acima da TDN e sob determinadas condições de carregamento, a trinca não possui energia suficiente para sua propagação instável, devido à deformação plástica na ponta da trinca.

na estrutura.

Embora o princípio de TDN forneça, em diversos casos, um critério satisfatório à análise do desempenho em serviço de uma estrutura soldada⁽¹⁹⁾, as bases empíricas do conceito de temperatura de transição⁽¹²⁾, as dificuldades em estabelecer-se um critério único para sua caracterização⁽¹⁹⁾ e a elevada influência das variáveis de ensaio sobre seu valor⁽¹⁴⁾ a tornam um parâmetro impreciso e de significado restrito sobre a análise da fratura frágil⁽¹⁵⁾.

Tais limitações motivaram o desenvolvimento da abordagem clássica do problema da fratura em sólidos, através da descrição analítica das relações tensão-deformação atuantes sobre o material. Tal abordagem fornece, primariamente, um tratamento quantitativo de uma trinca geometricamente idealizada e submetida a um campo de tensões genérico⁽¹⁶⁾, originando o conceito do fator de intensificação de tensões K , introduzido por Irwin⁽¹⁷⁾.

A deformação da superfície de uma trinca em um sólido pode ser considerada como a superfície de descontinuidade de um vetor de deslocamento genérico U_i onde, em geral, sobre tal superfície as três componentes deste vetor podem sofrer descontinuidades. Assim, Irwin⁽¹⁷⁾ propôs a existência de três movimentos independentes da superfície da trinca, ilustrados na figura 4a, e que representam o deslocamento geral de um elemento local contendo uma trinca. Estes movimentos são os deslocamentos

necessários e suficientes para descrever todos os possíveis modos do comportamento à fratura no estado geral de tensões elásticas. Conseqüentemente, pode-se associar a cada um dos três movimentos mostrados na figura 4a um campo de tensões nas imediações da ponta da trinca, conforme apresentado na figura 4b.

A partir destas considerações, Irwin encontrou que as relações entre as deformações e o campo de tensões nas vizinhanças da ponta da trinca eram governadas por um fator, denominado K_i ($i = I, II, III$), relativo à intensidade ou magnitude das tensões locais e que assume função essencial na predição da resistência à fratura frágil de sólidos na presença de trincas. Uma vez que o modo I de deformação (figura 4a) é preponderante sobre os demais, o fator K_I , conhecido como fator de intensificação de tensões no modo I, é normalmente associado ao comportamento à fratura do material.

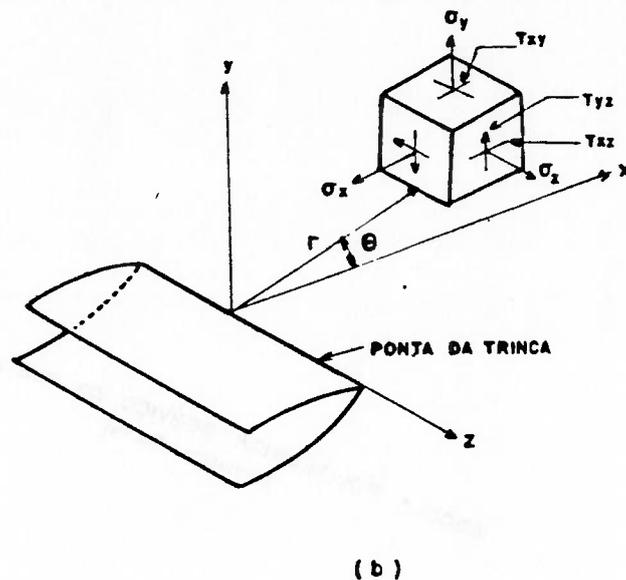
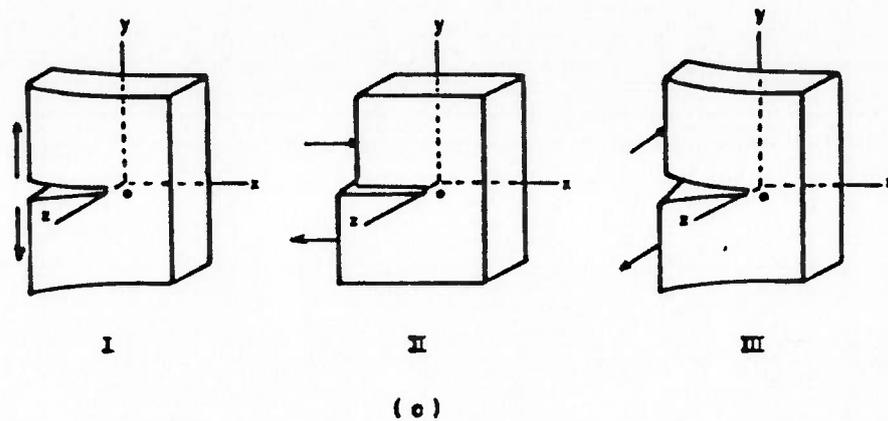


Figura 4 - Deformações genéricas sobre a superfície de trinca de um sólido (a) e o campo de tensões nas vizinhanças da ponta da trinca (b).

Após o desenvolvimento teórico da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE)⁸ e sua posterior extensão ao caso

⁸ A MFLE considera somente a aplicação das equações constitutivas elásticas sobre a deformação de uma trinca em um sólido, considerada como a superfície de descontinuidade de um vetor de deslocamento genérico U_i .

elasto-plástico de materiais reais⁹, a mecânica da fratura experimental ganhou significativo impulso e outros conceitos têm sido utilizados para avaliação do comportamento à fratura de materiais estruturais e de juntas soldadas, destacando-se o conceito de *Crack Tip Opening Displacement* (CTOD), desenvolvido por Burdekin e Stone⁽¹⁸⁾, e da Integral J, introduzido por Rice⁽¹⁹⁾, esquematicamente representados nas figuras 5 e 6.

A figura 5a apresenta o modelo proposto por Wells⁽²⁰⁾ para a avaliação do comportamento à fratura nas vizinhanças de uma trinca regular de comprimento $2c$, baseado no conceito da abertura de sua superfície (*Crack Opening Displacement* - COD) em relação às suas faces internas. No caso de ocorrer plastificação na ponta da trinca, o modelo é modificado supondo-se um comprimento efetivo da trinca $2\bar{c}$ igual ao seu comprimento real, subtraído da extensão da zona plástica r_y (figura 5b), onde as tensões atuantes sobre a zona plastificada tendem a fechar as superfícies da trinca e restringir a sua abertura. A análise da trinca através deste modelo é detalhadamente descrita por Burdekin e Stone⁽¹⁸⁾, onde as expressões desenvolvidas relacionam o valor da abertura da ponta da trinca CTOD e o campo de tensões externo. Genericamente, o parâmetro de CTOD é representado pela letra grega δ , conforme mostrado na figura 5b, tal como será feito no

⁹ A extensão da MFLE ao caso elasto-plástico, através da hipótese de escoamento de pequena monta na ponta da trinca, forma a base da Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP).

decorrer do trabalho.

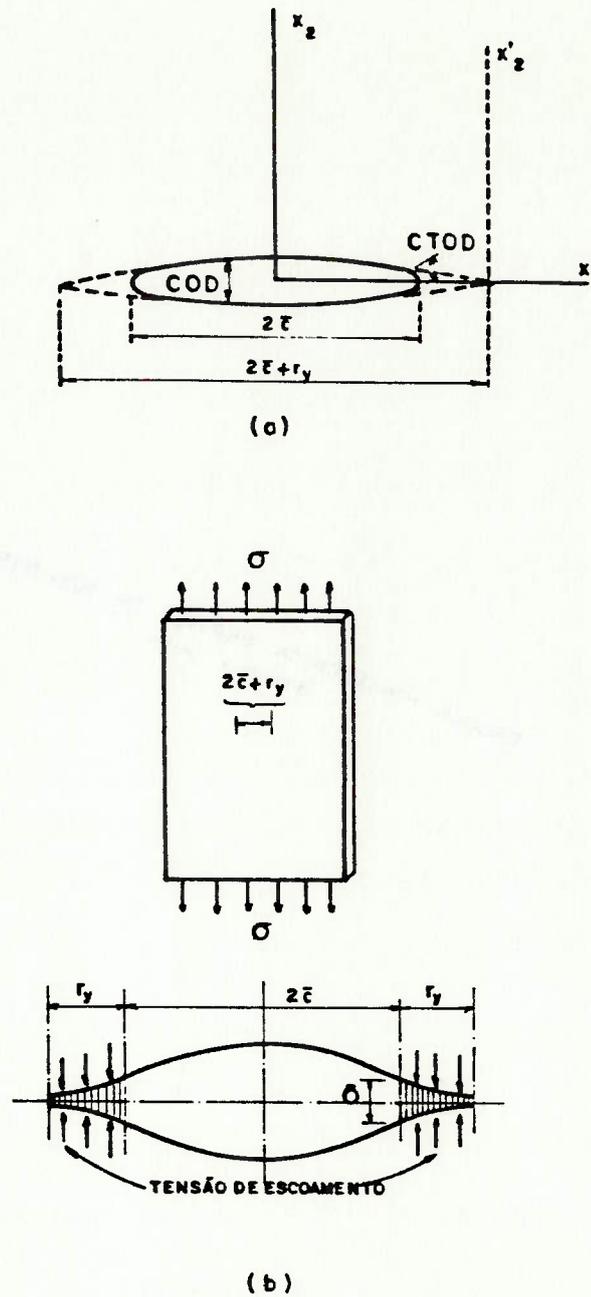


Figura 5 - Conceito de COD segundo o modelo de Wells⁽²⁰⁾ e segundo a hipótese de plastificação na ponta da trinca.

A figura 6a apresenta a superfície de uma trinca de

comprimento c geometricamente idealizada, submetida a um campo de tensões bidimensional. Utilizando considerações matemáticas sobre a variação energética de um sólido após a progressão infinitesimal de uma trinca, Rice⁽⁴⁹⁾ encontrou que a taxa de variação da energia potencial por unidade de espessura, em relação a uma extensão virtual dc , definida como integral de linha J , não dependia do caminho de integração. Sob um ponto de vista físico, J pode ser interpretado como a diferença de energia potencial entre dois corpos identicamente carregados, possuindo tamanhos de trinca c e $c+dc$, respectivamente, tal como ilustrado na figura 6b.

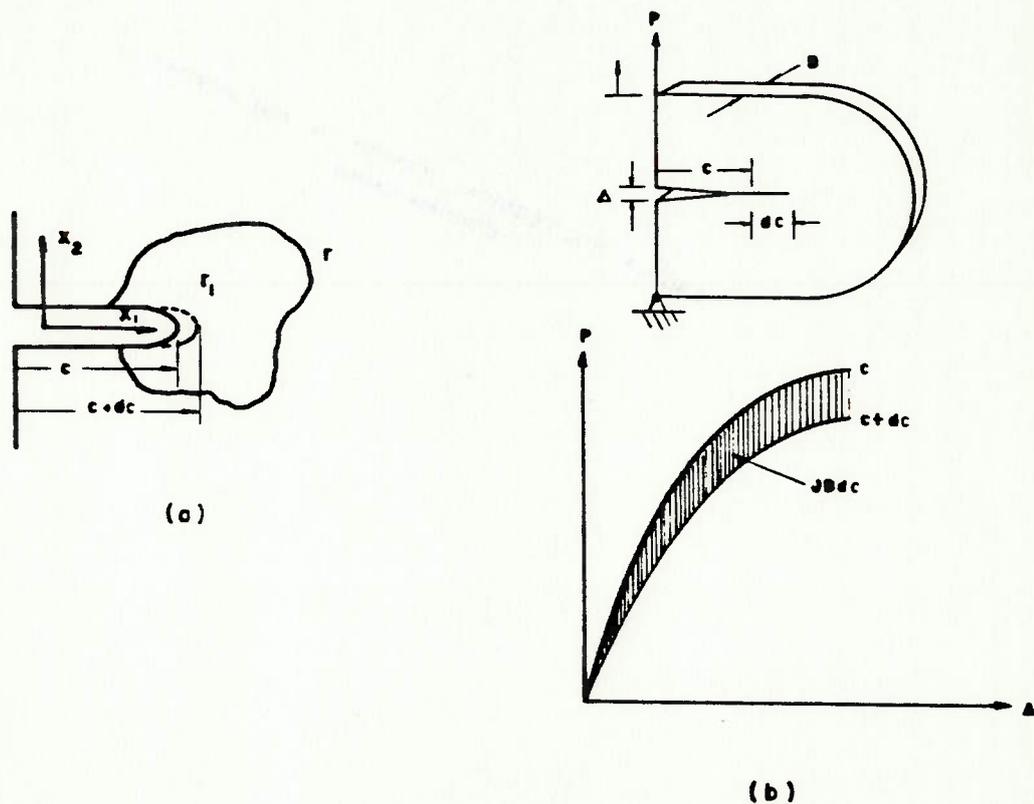


Figura 6 - Conceito da Integral J

Todos os conceitos apresentados anteriormente estão

intrinsecamente relacionados com a determinação de um parâmetro controlador do início da trinca, denominado parâmetro crítico¹⁰, associado a algum critério de estabelecimento do evento da nucleação instável da fratura. Apesar de certo grau de conservadorismo deste procedimento, como será destacado adiante, a avaliação do comportamento à fratura de materiais através da determinação do ponto de início da trinca possibilitou notáveis avanços nos critérios de segurança de estruturas de grande responsabilidade, particularmente estruturas soldadas.

No caso particular de estruturas oceânicas e plataformas marítimas, consideráveis esforços foram realizados no decorrer da década de 60 e no início da década de 70 no sentido de tornar o conceito de CTOD um parâmetro confiável à avaliação de sua integridade estrutural⁽²⁴⁾. Os resultados obtidos mostraram ser o CTOD uma ferramenta satisfatória à avaliação do comportamento em serviço de juntas soldadas e à determinação da significância de defeitos em soldas, tornando-se um dos métodos da Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP) mais largamente empregados na determinação das características de tenacidade de materiais

¹⁰ Os parâmetros críticos no modo I de deformação, associados aos conceitos de K_I , J_I e δ , são, respectivamente, K_{IC} , J_{IC} e δ_C . Uma vez que estes parâmetros são assumidos como valores característicos de cada material, é possível estabelecer um critério determinístico de início da trinca através da relação $\psi_i \geq \psi_C$, onde ψ_i é o parâmetro de fratura corrente (K_I , J_I ou δ) e ψ_C é o parâmetro de fratura crítico (K_{IC} , J_{IC} ou δ_C).

metálicos¹¹ e na análise de estruturas soldadas⁽²¹⁾.

Entretanto, diversos problemas associados ao método comprometem a utilização de seus resultados, principalmente na avaliação da tenacidade da Zona Termicamente Afetada (ZTA) de soldas multipasses de aços microligados⁽⁸⁾ :

- o Campo de tensões residuais inerentes aos processos de soldagem convencionais ;
- o Localização e orientação da trinca por fadiga ;
- o Presença de heterogeneidades mecânicas e metalúrgicas na frente de propagação da fratura ;
- o Estado de tensões na ponta da trinca ;
- o Incidência de pequenas deformações permanentes na ponta da trinca , precedida de intensa propagação instável, traduzidas por micro-deformações elasto-plásticas (fenômeno conhecido como *pop-in*) .

Dentro deste contexto, os requisitos estabelecidos pela BS5762⁽²²⁾ tratam muito superficialmente sobre a aplicação do

¹¹ As especificações relativas aos ensaios de CTOD sobre materiais metálicos são descritas pela norma BS 5762 (Methods for Crack Opening Displacement (COD) Testing)⁽²²⁾.

método em estruturas soldadas, já que os conceitos teóricos e experimentais foram estabelecidos a partir de estudos conduzidos sobre materiais macroscopicamente homogêneos⁽²³⁾.

Especificamente em relação à soldagem de chapas de espessura elevada, através de processos multipasse, as condições locais assumem características acentuadamente heterogêneas, onde a severidade dos ciclos térmicos decorrentes do próprio processo introduzem significativas alterações microestruturais em relação ao metal base⁽⁸⁾. Embora a anisotropia mecânica do material ocorra a nível microscópico, a existência de zonas metalurgicamente heterogêneas é suficiente para perturbar o campo de tensões e deformações nas vizinhanças da trinca, modificando o parâmetro de fratura experimental, conforme demonstram estudos conduzidos por Satoh e Toyoda⁽²⁴⁾. Trabalho recente, realizado por Machado⁽²⁵⁾, sobre a soldabilidade de um aço liga temperado e revenido sugeriu a correlação existente entre a energia absorvida em ensaios Charpy-V¹² e o tamanho de zonas plastificadas nas vizinhanças de regiões frágeis da ZTA.

Sob este aspecto, a avaliação da tenacidade da Zona Termicamente Afetada (ZTA) de uma junta soldada torna-se particularmente problemática devido às suas pequenas dimensões

¹² Ensaio do tipo impacto para determinação da energia requerida para fraturar um corpo de prova de pequenas dimensões, na presença de um entalhe, a uma temperatura conhecida⁽²⁵⁾.

(tipicamente de 3 a 4 mm para insumos de calor usuais na soldagem de aços C-Mn) e às grandes transformações microestruturais que ocorrem na região de grande crescimento de grãos, junto à linha de fusão, em dimensões próximas de 1 mm⁽²⁶⁾. Conforme mostram trabalhos recentes^(8,19,26,27,28,29), a existência de falhas catastróficas em estruturas soldadas está fortemente correlacionada com a iniciação da fratura a partir de microestruturas altamente fragilizadas localizadas na ZTA, em regiões estruturais severamente solicitadas e submetidas à elevada concentração de tensões. A existência destas regiões metalurgicamente heterogêneas é inevitável nos processos de soldagem convencionais devido, principalmente, à presença de elementos de liga fragilizantes nas classes de aço normalmente utilizadas e às condições inerentes aos próprios processos de soldagem⁽¹¹⁾.

A grande sensibilidade dos ensaios baseados em um parâmetro de iniciação de trinca (K_{IC} , CTOD, J_{IC}) em relação à microestrutura adjacente à frente de propagação da fratura é traduzida pela grande dispersão dos parâmetros experimentais obtidos, conforme mostram estudos conduzidos por Satoh e Toyoda⁽¹¹⁾, Landes e Shaffer⁽³¹⁾ e Wallin⁽⁹²⁾. Este aspecto tem levado alguns códigos e recomendações^(27,93,94), relativos ao parâmetro de CTOD de juntas soldadas, a adotarem o exame metalográfico em todas as amostras fraturadas, como forma de garantir-se a correta localização da trinca por fadiga sobre a região de interesse.

Apesar disto, as dificuldades em estabelecer-se um critério realista em relação ao parâmetro de fratura significativo permanecem. Alguns códigos e normas recentes, tais como a API RP2Z⁽⁹³⁾, determinam a utilização do parâmetro de CTOD mais baixo (*lower bound*), obtido através de diversos ensaios, como o parâmetro significativo da tenacidade da junta soldada, função do insumo de calor e do procedimento de soldagem. Satoh e Toyoda⁽⁴⁴⁾ argumentam, no entanto, que a utilização deste critério pode conduzir a um grau de conservadorismo excessivamente elevado, uma vez que a nucleação da fratura em alguma região fragilizada, a nível microscópico, pode ser absorvida através de deformação plástica do material circunvizinho de alta tenacidade.

Os aspectos de micro-deformações plásticas após a ocorrência da nucleação da fratura frágil (*pop-in*) são generalizados através de estudos realizados por Arimochi e Isaka⁽⁹⁵⁾, sobre a nucleação da fratura em Zonas de Fragilização Localizadas (ZFLs), incidentes em corpos de prova de CTOD de juntas soldadas. De maneira geral, a associação deste fenómeno com o evento crítico de determinação do ponto de início da trinca⁽⁹⁶⁾ invariavelmente conduz a baixos valores de CTOD e, conseqüentemente, a níveis de conservadorismo muito elevados. Conforme argumentam Satoh e Toyoda⁽⁴⁴⁾, a existência de micro-deformações plásticas após a nucleação da fratura frágil em estruturas reais não implica, necessariamente, na redução de sua integridade estrutural⁽⁹⁵⁾.

A figura 7 apresenta uma curva típica, obtida em um ensaio de CTOD, onde pode-se observar que a ocorrência da micro-deformação plástica, após o início de instabilidade (*pop-in*), exemplificado pela região I, afetou ligeiramente o estado de absorção da carga pela amostra. A caracterização deste evento como evento crítico claramente conduz à estimativas conservadoras do parâmetro de iniciação da trinca, se associarmos o evento crítico à região II.

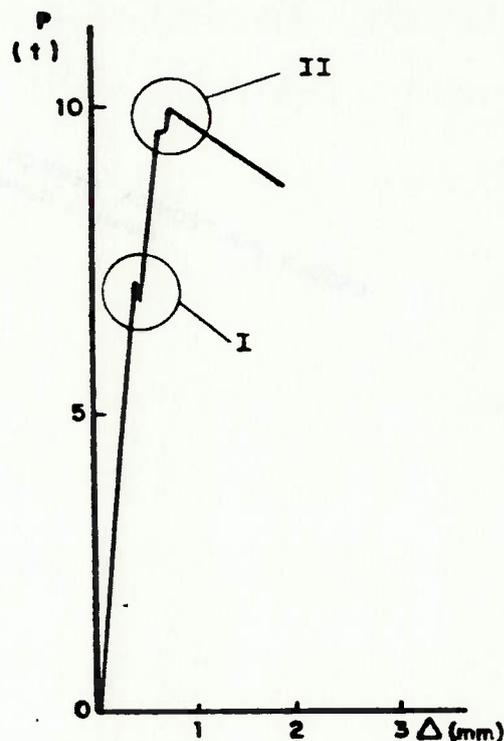


Figura 7 - Curva típica da carga aplicada P em função do deslocamento da abertura da trinca Δ , obtida em um ensaio de CTOD (ref. [35]).

2.3. Abordagem Probabilística do Problema da Fratura em Regiões Heterogêneas

As evidências experimentais, introduzidas anteriormente, sugerem o tratamento da fratura frágil em materiais microscopicamente heterogêneos, notadamente a ZTA de juntas soldadas de aços microligados, como um processo físico altamente localizado e fortemente dependente das condições locais nas vizinhanças da ponta da trinca. Dentro destas condições, é possível caracterizar, segundo Freudenthal⁽⁸⁷⁾, a fratura como um evento de natureza aleatória. A nível macroscópico, este comportamento pode ser traduzido pela grande dispersão de parâmetros experimentais observada durante a realização de ensaios de mecânica da fratura (K_{IC} , CTOD, J_{IC})^(41,81,82).

A dispersão dos parâmetros experimentais de fratura acrescenta, portanto, aspectos novos ao problema da análise de trincas em sólidos reais. De fato, a natureza aleatória do processo de iniciação e propagação da fratura deve ser considerada como um aspecto físico inerente ao próprio fenômeno⁽⁸⁷⁾, sugerindo a utilização de uma abordagem probabilística para a análise do processo global. Isto pode ser obtido através de modelos adequados ao problema da fratura em regiões não homogêneas, particularmente juntas soldadas.

Os trabalhos iniciais sobre a natureza aleatória do processo de fratura em materiais reais derivaram da tentativa em

correlacionar as propriedades macroscópicas com distribuições estatísticas representativas de heterogeneidades microscópicas da estrutura cristalina do material¹³ (discordâncias, vazios, inclusões, etc.)⁽⁸⁷⁾. Desta forma, a distribuição estatística das características macroscópicas do material dependia inteiramente da distribuição adotada para descrever a ocorrência de heterogeneidades na microestrutura, conforme pode ser visto em trabalho pioneiro de Epstein⁽⁹⁸⁾.

A hipótese básica da relação entre alguma distribuição estatística microscópica e as propriedades macroscópicas do material (tração uniaxial, resistência à propagação de fraturas, etc.) foram, posteriormente, generalizadas por Gumbel⁽³⁹⁾, através do desenvolvimento da Teoria Estatística dos Extremos, onde o problema da fratura é um caso particular da descrição matemática de eventos extremos¹⁴. Sob este aspecto, Epstein⁽⁴⁰⁾ fornece uma

¹³ Um exemplo desta proposição pode ser introduzido através de um modelo de cálculo da dispersão estatística das equações constitutivas de um meio elasto-plástico, derivado a partir da distribuição aleatória do limite de escoamento de sua estrutura cristalina⁽⁹⁷⁾.

¹⁴ A definição de evento extremo está associada com a distribuição dos valores limites de uma amostra aleatória de tamanho n (x_1, x_2, \dots, x_n), obtida a partir de uma população determinada, onde definimos duas estatísticas distintas: $y_n = \min(x_1, x_2, \dots, x_n)$ e $z_n = \max(x_1, x_2, \dots, x_n)$ ⁽⁴⁰⁾.

discussão bastante clara sobre a natureza analítica da Teoria Estatística dos Extremos e sua extensão à processos de fratura, fadiga e corrosão de metais, introduzindo, ainda, o conceito estatístico da influência da espessura sobre o problema da fratura em sólidos (a descrição analítica do efeito de espessura será apresentada no capítulo 3).

Posteriormente, Landes e Shaffer⁽³¹⁾ apresentaram um dos primeiros trabalhos sistematizados sobre a aplicação da abordagem probabilística clássica sobre o problema da fratura em materiais que apresentavam comportamento elasto-plástico, através da utilização de ensaios de J_{IC} . Embora seus estudos tenham sido restritos à caracterização estatística do efeito da espessura sobre o material utilizado, as investigações mostraram claramente a variação da tenacidade ao longo da frente de propagação da fratura, sugerindo que o ponto ou região de menor tenacidade local governe o comportamento à fratura global do material.

Apesar dos resultados promissores do tratamento probabilístico dos parâmetros de fratura macroscópicos de materiais com comportamento elasto-plástico, trabalhos realizados por Wallin⁽³²⁾ e Beremin⁽⁴¹⁾ concentraram esforços em relação à abordagem probabilística do micromecanismo de fratura. Tal abordagem estava restrita à análise da nucleação da trinca a partir de pequenos volumes contendo filmes de carbonetos dispersos na microestrutura de aços microligados.

Evidentemente, a correlação do comportamento à fratura de estruturas reais, a partir de pequenos volumes de material, é bastante limitada devido, entre outros aspectos, à influência do tamanho dos carbonetos sobre a tensão de fratura por clivagem¹⁵ do material⁽⁴²⁾. Além disto, o critério de falha envolvido no modelo de Wallin⁽³²⁾ assume a propagação instável da fratura a partir das hipóteses de Griffith⁽⁴⁸⁾, as quais, reconhecidamente, apresentam significado restrito sobre o comportamento elasto-plástico do material⁽⁴⁴⁾.

Desta forma, a extensão da abordagem probabilística à avaliação do comportamento à fratura frágil de juntas soldadas é baseada nos fundamentos analíticos da Teoria Estatística de Extremos⁽⁴⁰⁾ e na análise do efeito da espessura, realizada por Landes e Shaffer⁽³¹⁾. Dentro deste contexto, a maior parte dos trabalhos baseia-se em estudos realizados por Satoh e Toyoda^(24,11) e Satoh et alii^(45,46,47,48) sobre a análise probabilística da tenacidade da ZTA de aços microligados, utilizando ensaios de CTOD.

Os trabalhos preliminares^(24,45) utilizaram corpos de prova macroscopicamente heterogêneos, artificialmente preparados

¹⁵ Simplificadamente, o mecanismo de clivagem, relativo à fratura frágil de materiais com estrutura cristalina CCC, está associado à ausência de deformações plásticas, resultado da ação de tensões normais paralelas ao plano (010) da estrutura CCC⁽⁴⁴⁾.

através da soldagem de materiais dissimilares (aço inoxidável e aço carbono baixa liga)⁽²⁴⁾ ou através de deposição de camadas intermediárias altamente fragilizadas, durante a execução de soldagem multipasse⁽⁴⁵⁾. Em ambos os casos houve acentuada concordância entre a dispersão dos valores de CTOD e a Teoria Estatística de Extremos, representada por uma função assintótica de Weibull¹⁶.

Trabalhos recentes^(41,48), no entanto, abordaram diretamente o problema da fratura na ZTA de aços microligados, analisando a influência das Zonas de Fragilização Localizadas (ZFLs) sob um aspecto probabilístico. As principais conclusões obtidas conduzem à significativa influência do tamanho e da tenacidade local das ZFLs ao longo da frente de propagação da fratura sobre a tenacidade global da amostras, como ilustrado na figura 8.

¹⁶ A família de funções assintóticas de Weibull será detalhadamente descrita no capítulo 3.

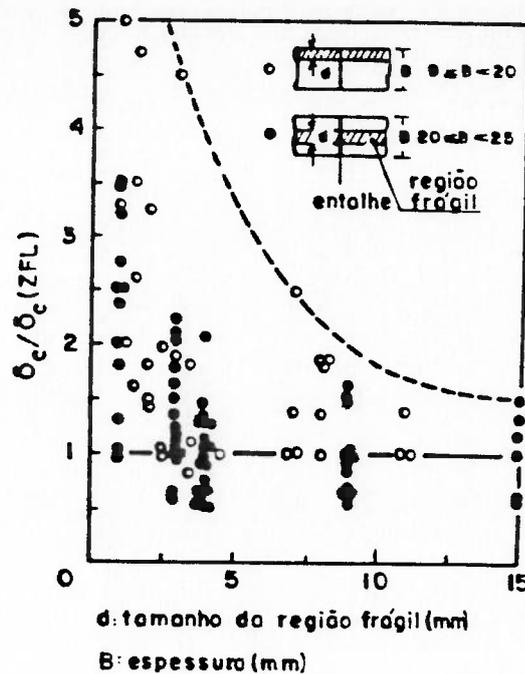


Figura 8 - Influência do tamanho e da localização de zonas frágeis ao longo da frente de propagação da fratura sobre a tenacidade global da amostra (ref. [11]).

Conforme pode ser visto na figura anterior, à medida que o tamanho da região frágil decresce, a influência da tenacidade local da região frágil $\delta_c(ZFL)$ é mais significativa sobre a dispersão dos valores em relação à tenacidade global δ_c .

A extensão destes conceitos à avaliação da integridade mecânica de estruturas soldadas está intrinsecamente relacionada com a introdução de um conceito mais amplo da metodologia

probabilística, relativo à análise da confiabilidade¹⁷ de juntas soldadas sob o aspecto da ocorrência da fratura frágil. Em termos gerais, a abordagem probabilística do problema da fratura em sólidos através da Teoria da Confiabilidade pode ser expressa considerando-se a deformação na ponta da trinca como uma variável aleatória sobre um intervalo genérico $[0, +\infty]$ ⁽⁴⁹⁾. Isto implica, entre outras coisas, em considerar-se a natureza aleatória de outros parâmetros significativos do processo global da fratura, tal como a natureza aleatória da ocorrência de trincas e defeitos na estrutura, decorrentes do próprio processo construtivo.

Dentro desta abordagem, Brückner e Munz⁽⁵¹⁾ e Itagaki e et alii⁽⁵²⁾ realizaram estudos sobre a confiabilidade de juntas soldadas na presença de trincas e defeitos. Os modelos obtidos permitiram obter a probabilidade de falha de estruturas soldadas submetidas a carregamentos conhecidos, considerando-se a dispersão dos parâmetros de fratura experimentais obtidos em ensaios de mecânica da fratura (utilizando, portanto, amostras de pequenas dimensões). Além disto, foi possível tratar-se o problema realisticamente considerando-se a natureza estatística da ocorrência de trincas e defeitos.

¹⁷ O termo confiabilidade pode, genericamente, ser definido como a probabilidade de um sistema físico estar no estado não falho no ponto $x = \psi$, dado que ele não tenha falhado a partir de $x = 0$ ⁽⁵⁰⁾. Matematicamente, a confiabilidade $R(x)$ é o complementar da probabilidade de falha $F(x)$, ou seja, $R(x) = 1 - F(x)$.

Apesar das diferenças metodológicas existentes em ambos os trabalhos, os resultados sugerem a grande potencialidade da abordagem probabilística sobre um modelo de trinca completo, traduzida pela aplicação da Teoria da Confiabilidade ao problema da fratura frágil em materiais heterogêneos. Conforme será apresentado no decorrer do trabalho, a análise de falhas de regiões soldadas é particularmente interessante à análise do problema global da fratura em estruturas soldadas, uma vez que permite o estabelecimento de um parâmetro quantitativo mais realista do comportamento em serviço da estrutura.

3. TEORIA PROBABILÍSTICA APLICADA À FRATURA FRÁGIL

3.1. Abordagem Probabilística do Problema da Fratura em Regiões Heterogêneas

Dentro da constatação previamente estabelecida de que a existência de imperfeições microestruturais e de regiões localmente heterogêneas em materiais reais decorre de um processo físico aleatório, serão abordados alguns conceitos importantes utilizados no tratamento probabilístico de processos aleatórios que conduzem à falhas generalizadas, tais como os processos de fratura.

Considerando, inicialmente, um sólido real genericamente carregado na presença de microtrincas e descontinuidades, será assumida uma região Ω , dividida em N partições suficientemente grandes, de volumes $V_1, V_2, V_3, \dots, V_N$, de modo a conter um número razoavelmente elevado de singularidades, conforme mostra a figura 9. Além disto, o tamanho de qualquer singularidade contida em cada região deve ser suficientemente pequeno de modo a assegurar a independência do campo de tensões nas suas vizinhanças. De modo a simplificar o tratamento do problema, será considerado somente o modo I de deformação, embora todas as proposições a seguir sejam igualmente válidas para outros modos de deformação.

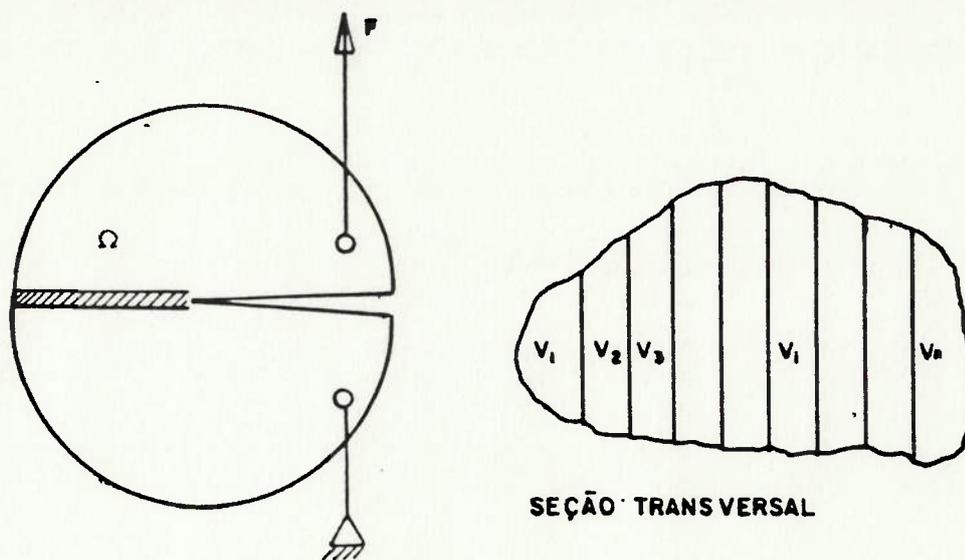


Figura 9 - Discretização de um sólido carregado, segundo o modo I de deformação, sob o aspecto de um modelo probabilístico de fratura.

De maneira a tornar o modelo aplicável, serão assumidas as seguintes hipóteses, baseadas em trabalho de Freudenthal⁽⁹⁷⁾:

h_1 - A distribuição de singularidades em cada volume V_i é homogeneamente distribuída ;

h_2 - Não há interação entre os campos de tensões locais de volumes adjacentes e não há interação entre os campos de tensões locais nas vizinhanças de cada trinca em cada volume V_i ;

h_3 - O comportamento à fratura de cada volume V_i é governado pelo elemento de volume de menor resistência. Analogamente, o comportamento à fratura global do sólido é governado pelo volume V_i de menor resistência. Esta hipótese implica em considerar que a fratura do sólido está identificada com a propagação instável da trinca a partir do elemento de volume mais frágil contido em Ω . Isto implica em certo grau de conservadorismo do modelo, uma vez que não será considerado o fenômeno de bloqueio da propagação da trinca (*crack arrest*), característico de materiais com certo nível de ductilidade.

Seja ψ_i um parâmetro genérico (K_{IC} , δ_c , J_{IC})¹⁸ que governa o comportamento à fratura de cada volume V_i , associado à variável aleatória X de uma população com função densidade de probabilidade (fdp) $f_x(x, \theta)$, onde $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_j)^T$ representa o vetor dos parâmetros de f_x .

¹⁸ Neste estudo, o parâmetro genérico ψ_i deve ser associado ao parâmetro relevante de fratura do método considerado. Desta forma, o parâmetro relevante de CTOD, genericamente denominado neste trabalho como δ_c , pode ser associado aos valores δ_{i_c} , δ_m , δ_u e δ_c , conforme definidos pela BS5762⁽²²⁾, em função do evento crítico considerado.

Considerando um evento E_ψ tal que o parâmetro que governa o comportamento à fratura de V_i pertença ao intervalo $[x, x+dx]$, resulta :

$$P(E_\psi) = P \left\{ x \leq X \leq x+dx \right\} \quad (1)$$

A expressão (1) implica que $i-1$ regiões de Ω (V_j , $j = 1, 2, \dots, i-1$) possuem um parâmetro de fratura $\psi < x$ e $N-i$ regiões de Ω (V_k , $k = i+1, i+2, \dots, n$) possuem um parâmetro de fratura $\psi > x+dx$. Desta forma, é possível tratar o problema considerando três eventos mutuamente excludentes¹⁹ : $E_1 : \{ \psi < x \}$, $E_2 : \{ x \leq \psi \leq x+dx \}$ e $E_3 : \{ \psi > x+dx \}$, onde a expressão (1) pode ser desenvolvida através da definição da distribuição multinomial²⁰, obtida através de Mann et alii⁽⁵⁸⁾:

¹⁹ Três eventos A , B e C são denominados mutuamente excludentes se a sua ocorrência simultânea for impossível, ou seja, a intersecção $A \cap B \cap C = \emptyset$ ⁽⁷⁸⁾.

²⁰ Considerando uma sequência de N eventos independentes, associados à variável aleatória X , o número de maneiras nas quais os N eventos podem ser divididos em l grupos de tamanho N_i ($i=1,2,\dots,l$) é dado pela distribuição multinomial da variável aleatória X ⁽⁷⁹⁾.

$$\varphi(E_{\psi}) = \frac{N!}{(i-1)! 1! (N-i)!} \varphi(E_1)^{i-1} \varphi(E_2) \varphi(E_3)^{N-i} \quad (2)$$

Através da definição de função de distribuição acumulada⁽⁵⁴⁾, a expressão anterior pode ser escrita na forma :

$$\varphi(E_{\psi}) = \frac{N!}{(i-1)! 1! (N-i)!} \left[F_x(x) \right]^{i-1} f_x(x) dx \left[1 - F_x(x) \right]^{N-i} \quad (3)$$

onde $F_x(x)$ é a função de distribuição acumulada e $f_x(x)$ é a função densidade de probabilidade, relativas à variável aleatória X .

Tomando o limite, resulta por definição⁽⁵⁵⁾ :

$$f_x^i(x) = \frac{N!}{(i-1)! (N-i)!} \left[F_x(x) \right]^{i-1} \left[1 - F_x(x) \right]^{N-i} f_x(x) \quad (4)$$

onde $f_x^i(x)$ é a função densidade de probabilidade relativa ao i -ésimo valor associado à variável aleatória X .

Admitindo a validade da terceira hipótese, deve-se obter a distribuição do valor mais baixo do parâmetro ψ inferindo-se,

portanto, a distribuição do comportamento à fratura global do sólido. Para tanto, é necessário e suficiente fazer $i=1$ na expressão (4) uma vez que, neste caso, $\mathcal{P}(E_1=0)$ resultando :

$$f_x^1(x) = N \left[1 - F_x(x) \right]^{N-1} f_x(x) \quad (5)$$

onde $f_x^1(x)$ é a função densidade de probabilidade do valor mais baixo associado à variável aleatória X .

Integrando a expressão (5) obtemos a função de distribuição acumulada do valor mais baixo de ψ :

$$F_x^1(x) = \mathcal{P}(X \leq x) = \int_0^x N \left[1 - F_x(x) \right]^{N-1} f_x(x) dx \quad (6)$$

onde $F_x^1(x)$ é a função de distribuição acumulada do valor mais baixo associado à variável aleatória X .

Fazendo a mudança de variável $u = 1 - F_x(x)$ e integrando resulta :

$$F_x^1(x) = 1 - \left[1 - F_x(x) \right]^N \quad (7)$$

A expressão (7) representa a distribuição exata do valor mais baixo de uma amostra de tamanho N e, para o modelo apresentado na figura 9, representa a distribuição do valor mais baixo do parâmetro de fratura ψ , característico da região Ω . Desta forma, a hipótese na qual o comportamento à fratura é governado pelo elemento de menor resistência implica em que a fratura do sólido sob consideração está identificada com a propagação instável da trinca mais severa entre N elementos, independentemente da resistência local de todos os outros elementos pertencentes à frente de propagação da fratura. A expressão (7) representa, portanto, a generalização matemática do chamado Modelo do Elo Mais Fraco (MEMF), descrito em trabalho de Mota⁽⁵⁵⁾, onde admite-se que a fratura em um sólido convenientemente discretizado ocorra no elemento mais frágil e que a fratura de cada elemento possa ser considerada um evento independente.

Sob um aspecto analítico, a distribuição exata do valor mais baixo de uma amostra de tamanho N , representando a discretização de um sólido real na presença de trincas e heterogeneidades, é um caso particular da Teoria Estatística dos Extremos, apresentada por Gumbel⁽⁵⁶⁾. A relevância desta teoria sobre os processos de falhas em materiais, tais como os mecanismos

de fratura e fadiga, está no estabelecimento de uma relação teórica entre algumas distribuições estatísticas e o processo físico de falha ⁽⁴⁰⁾.

De fato, somente algumas classes de funções satisfazem à solução da expressão (7), de maneira a tornar o modelo matemático de eventos extremos representativo do processo físico. Gumbel ⁽³⁹⁾ mostrou que existem apenas algumas distribuições do tipo assintótica para a distribuição do valor mais baixo e que satisfazem àquela expressão. No caso particular da Teoria Estatística de Extremos aplicada a processos de fratura, duas condições devem necessariamente ocorrer. A primeira condição refere-se à função ser definida somente sobre um domínio limitado inferiormente por um parâmetro finito x_0 qualquer, ou seja, $F_x(x) = 0$ para todo $x \leq x_0$ ⁽⁴⁰⁾.

A segunda condição resulta a partir do Postulado da Estabilidade, apresentado por Gumbel ⁽³⁹⁾, que afirma que em N amostras de tamanho k , extraídas a partir da mesma população, a distribuição do valor extremo em kN observações tenderá assintoticamente à distribuição do valor extremo da amostra de

tamanho k , desde que tal distribuição exista e k seja grande²¹. O tratamento analítico desta condição é apresentado no anexo I, mas um exame simples da proposição anterior, no entanto, mostra que o Postulado da Estabilidade tem estreita relação com o modelo apresentado na figura 9.

De fato, as evidências experimentais demonstram a existência de grande número de singularidades, a nível microscópico, em materiais reais e que comportam-se como pontos potenciais de nucleação de trincas e falhas. A subdivisão de uma porção qualquer de material em N regiões distintas contendo um número k de singularidades fornece, a partir das proposições anteriores, a distribuição acumulada do valor mínimo da variável aleatória $x^{(40)}$:

²¹ A interpretação física desta proposição pode ser brevemente introduzida através de um exemplo simples, apresentado por Galambos⁽⁸⁸⁾. A resistência à ruptura S de uma chapa de metal de forma retangular pode ser considerada uma variável aleatória, com distribuição $L(x) = \mathbb{P}(S < x)$. Considere a divisão da chapa em n^2 partições iguais (ou seja, dividindo cada lado do retângulo em n partes iguais) e seja X_j a resistência à ruptura da j -ésima partição. Uma vez que a chapa do metal romperá se alguma das j -ésimas partições romper (ou seja, a partição mais fraca), a resistência da chapa S é, evidentemente, igual ao valor mais baixo de X_j . Desta forma, considerando a estatística $W_n = \min(X_1, X_2, \dots, X_j)$, $1 \leq j \leq n^2$, e a distribuição $L_n = \mathbb{P}(W_n < x)$ é possível inferir que $L_n(x) = L(x)$ para todo n (em particular, $L(x)$ é o limite de $L_n(x)$ quando $n \rightarrow \infty$).

$$F_x^1(x) = 1 - \exp \left[N \left[-\lambda(x-x_0)^\xi \right] \right], \quad x_0 \leq x < \infty, \quad \lambda, \xi > 0 \quad (8)$$

$$F_x^1(x) = 0, \quad x < x_0$$

onde λ e ξ são parâmetros da função e x_0 é o seu extremo inferior.

A expressão (8) é a forma geral da família de funções paramétricas que fornecem a distribuição do valor mais baixo de uma amostra de tamanho N , sendo denominada por Gumbel distribuição assintótica tipo III. Através desta expressão, torna-se possível descrever processos de fratura onde a falha ocorra devido ao elemento mais frágil ou de menor resistência, tal como ocorre nos processos de fratura e fadiga.

Apesar disto, nem todas as funções que obedecem à forma da expressão (8) são adequadas para descrever analiticamente o processo físico de fratura. De fato, determinadas famílias de funções apresentam-se relevantes na representação de certos fenômenos físicos⁽⁵⁹⁾. Em particular, a distribuição de Weibull tem sido extensivamente utilizada no tratamento de problemas ligados a processos de fratura através de eventos extremos, como será discutido a seguir.

3.2. A Distribuição de Weibull

Na seção precedente, a forma da distribuição da primeira falha em um processo característico da fratura de um sólido real genericamente carregado foi derivado a partir de considerações probabilísticas, acopladas à hipóteses consistentes com o modelo físico. O problema que se coloca a seguir é a determinação da distribuição mais adequada de modo a satisfazer a expressão (8) e descrever a natureza aleatória do processo.

Considerando que não há uma teoria geral para a escolha destas funções⁽⁵⁶⁾, diversas distribuições têm sido utilizadas para descrever processos aleatórios associados a eventos extremos. Mann et alii⁽⁵⁹⁾ destacam algumas distribuições importantes, obedecendo à condição assintótica descrita anteriormente, como a distribuição Exponencial, a distribuição Gama, a distribuição Lognormal e a distribuição de Weibull.

Dentre as distribuições estatísticas aplicáveis aos modelos de falha, a distribuição de Weibull é particularmente útil e largamente utilizada na representação dos processos de fratura que normalmente ocorrem nos materiais reais, tendo sido introduzida inicialmente por Waloddi Weibull (1939)⁽⁵⁷⁾, com base no princípio discutido na hipótese h_9 . Trabalhos recentes^(11, 24, 31, 32, 45-48, 51, 52) têm utilizado com sucesso a família paramétrica da distribuição de Weibull na análise de

regiões com grande incidência de trincas e zonas heterogêneas, tais como estruturas soldadas.

A forma geral da função densidade de probabilidade de uma variável aleatória x possuindo uma distribuição de Weibull triparamétrica é dada por⁽⁵³⁾ :

$$f_x(x) = \frac{\alpha}{\beta} \left[\frac{x - \gamma}{\beta} \right]^{\alpha-1} \exp \left[- \left[\frac{x - \gamma}{\beta} \right]^\alpha \right] ; \alpha, \beta > 0, \gamma \leq x < \infty \quad (9)$$

$$f_x(x) = 0 \quad ; \quad x < \gamma$$

onde α é o parâmetro de forma, β é o parâmetro de escala e γ é o parâmetro limite.

Considerando-se a definição da função de distribuição acumulada⁽⁵⁴⁾, a integração da expressão (9) fornece :

$$F_x(x) = 1 - \exp \left[- \left[\frac{x - \gamma}{\beta} \right]^\alpha \right] ; \alpha, \beta > 0, \gamma \leq x < \infty \quad (10)$$

$$F_x(x) = 0 \quad ; \quad x < \gamma$$

Mirshawka⁽⁵⁵⁾ apresenta uma discussão bastante abrangente sobre diversos aspectos da distribuição de Weibull e de

suas propriedades estatísticas. Entretanto, algumas definições importantes serão apresentadas a seguir, de maneira a permitir análises mais conclusivas sobre o modelo de confiabilidade de uma junta soldada, desenvolvido no capítulo 5.

A taxa de falhas associada à variável aleatória X é definida pela probabilidade condicionada⁽⁵³⁾ :

$$h(x) = \mathbb{P} \{x < X < x+dx \mid X > x\} \quad (11)$$

Resulta, sem demonstração, a partir da definição de probabilidade condicionada⁽⁵⁴⁾ :

$$h(x) = \frac{f_x(x)}{1-F_x(x)} \quad (12)$$

Portanto, a distribuição de Weibull pode ser caracterizada em função do parâmetro de forma e da definição da taxa de falhas, conforme apresenta a figura 10, onde o parâmetro α determina a forma da distribuição⁽⁵⁵⁾. Quando $\alpha > 1$ a função de taxa de falhas $h(x)$ é crescente. Quando $\alpha < 1$ a função de taxa de falhas $h(x)$ decresce monotonicamente. Quando $\alpha = 1$ a distribuição de Weibull reduz-se à distribuição exponencial e

a função de taxa de falhas $h(x)$ independe da variável x .

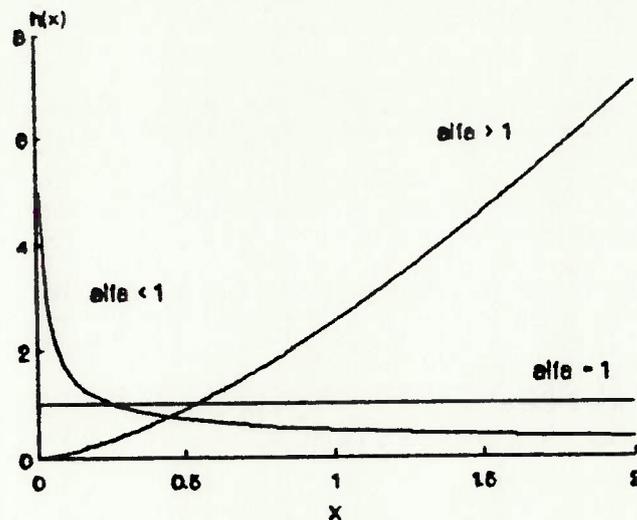


Figura 10 - Influência do parâmetro de forma α sobre a função taxa de falhas da distribuição de Weibull ($\beta = 1$, $\gamma = 0$).

Adicionalmente, as propriedades estatísticas mais significativas, sob o aspecto do modelo probabilístico de fratura, são a média e a variância da distribuição²². À medida que α cresce, a variância da distribuição aproxima-se de zero, conforme mostra a tabela 1⁽⁶⁵⁾:

²² A média μ e a variância σ^2 da distribuição biparamétrica são dadas através das expressões⁽⁶⁵⁾:

$$\mu = \beta \Gamma(1+\alpha^{-1})$$

$$\sigma^2 = \beta^2 [\Gamma(1+2\alpha^{-1}) - \Gamma^2(1+\alpha^{-1})]$$

onde $\Gamma(\cdot)$ é a função Gama.

Tabela 1 - Média e Variância da distribuição de Weibull em função do parâmetro α

α	MÉDIA/ β	VARIÂNCIA/ β^2
0,5	2,0000	20,000
1,0	1,0000	1,000
2,0	0,8862	0,215
3,0	0,8934	0,105
3,5	0,8998	0,081
4,0	0,9064	0,065
5,0	0,9182	0,044
6,0	0,9275	0,039
10,0	0,9514	0,018
20,0	0,9780	0,004

Desta forma, é possível associar ao parâmetro α , para efeito de análise da resposta do modelo de confiabilidade desenvolvido no capítulo 5, uma medida da dispersão dos pontos amostrados. Analogamente, pode-se admitir, em uma primeira aproximação, que o parâmetro β represente a média dos pontos amostrados. Evidentemente, sob um aspecto mais rigoroso, a análise criteriosa da resposta do modelo probabilístico de fratura deveria ser realizada através do cálculo da média e da variância em cada caso sob consideração. Entretanto, como será visto no capítulo 6, os resultados apresentados dentro de tal aproximação serão suficientes para validar as conclusões obtidas.

3.3. Influência da Espessura sob o Aspecto Probabilístico

Na seção precedente foi introduzido que o problema da distribuição da trinca mais severa em um sólido genérico, originando a propagação instável da fratura, segundo as hipóteses do Modelo do Elo Mais Fraco (MEMF), podia ser traduzido através da distribuição do valor mínimo do parâmetro de fratura. Nesta seção será introduzido um tópico adicional, relacionado à natureza probabilística do efeito da espessura sobre o comportamento à fratura de um material.

Conforme descrito em Mota⁽⁵⁵⁾, a família de funções paramétricas associadas à distribuição do valor mais baixo de uma amostra de tamanho N deve satisfazer à propriedade de que a distribuição do mínimo (valor mais baixo) de variáveis aleatórias independentes, cujas funções de distribuição estejam nesta família, seja também um de seus elementos. Desta forma, é possível explicar, sob argumentos essencialmente probabilísticos, a influência da espessura sobre os parâmetros de mecânica da fratura obtidos para um dado material.

Considerando um arranjo semelhante à figura 9, será admitido um sólido genérico discretizado em MN elementos de volume v , apresentado na figura 11. Será considerado, também, a subdivisão do volume total em M volumes V_j , contendo N elementos de volume v .

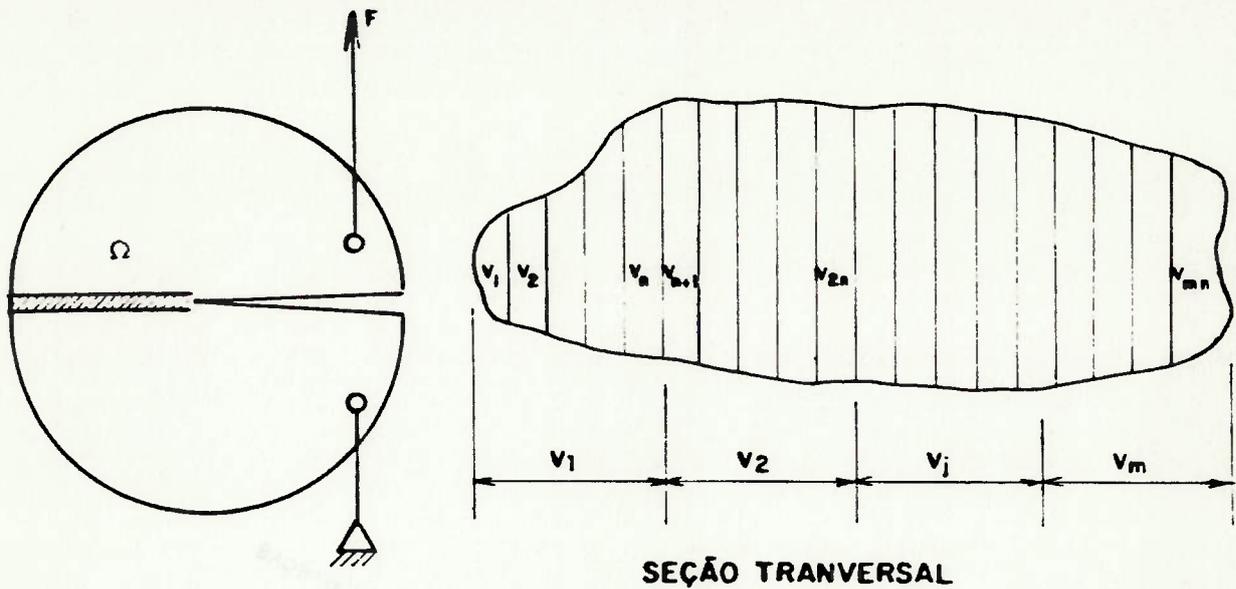


Figura 11 - Subdivisão de um sólido genérico em m volumes V_j , carregado segundo o modo I de deformação.

Desta forma, a aplicação da forma geral da distribuição do valor mais baixo sobre cada volume V_j , dada pela expressão (7), contendo N volumes v , fornece :

$$F_{x_j}^1(x) = 1 - [1 - F_x(x)]^N \quad (13)$$

onde $F_{x_j}^1(x)$ é a distribuição exata do valor mais baixo da variável aleatória X sobre cada subdivisão V_j e $F_x(x)$ é a função de distribuição acumulada, relativa à variável aleatória X , sobre cada elemento de volume v .

Assim, se $F_x(x)$ for representada por uma distribuição de Weibull de parâmetros α , β e γ , a expressão (13) resulta :

$$F_{x_j}^1(x) = 1 - \exp\left[-N \left(\frac{x - \gamma}{\beta}\right)^\alpha\right] \quad (14)$$

Através de simples inspeção, pode-se facilmente observar que a distribuição resultante é uma função de Weibull. Admitindo-se a validade das hipóteses do MEMF sobre o volume total, composto por M volumes V_j , e considerando novamente $F_x(x)$ representada por uma função de Weibull, a expressão (7) fornece :

$$F_{x_T}^1(x) = 1 - \left[1 - F_x(x)\right]^{MN} = 1 - \exp\left[-MN \left(\frac{x - \gamma}{\beta}\right)^\alpha\right] \quad (15)$$

Novamente, a distribuição resultante continua pertencendo à família paramétrica de funções de Weibull. Embora apenas algumas distribuições possuam esta propriedade⁽⁵⁵⁾, os resultados anteriores introduzem um importante conceito relativo à descrição probabilística da fratura frágil e que servirá de subsídio ao modelo de confiabilidade de uma estrutura soldada, desenvolvida no capítulo 5.

A partir da hipótese básica de que o ponto ou região de

menor tenacidade controla a propagação instável da trinca, pode-se inferir, através da expressão (15), que volumes maiores do mesmo material apresentarão maior suscetibilidade à nucleação e propagação da fratura frágil. Esta proposição pode ser verificada considerando que a quantidade de pontos ou regiões potencialmente problemáticas em relação à severidade de trincas e zonas fragilizadas é maior, conforme ilustra a figura 12.

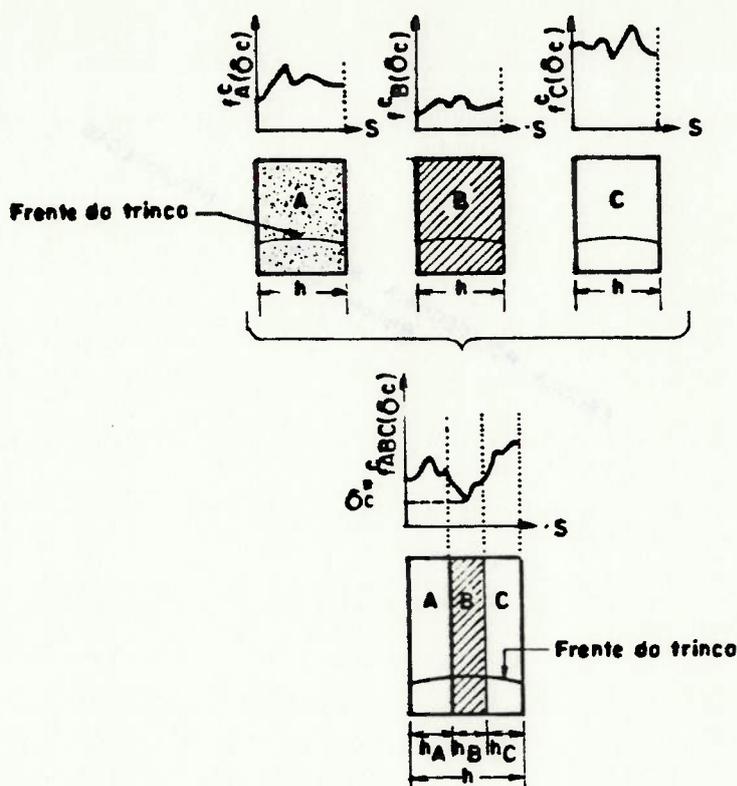


Figura 12 - Idealização do efeito da espessura segundo o enfoque probabilístico apresentado através da expressão (15).

A figura 12 apresenta a subdivisão de uma superfície de trinca S em três novas superfícies S_A , S_B e S_C . Cada nova

superfície apresenta sua própria distribuição do parâmetro crítico $f_i(\delta_c)$, onde $i = A, B$ ou C . Em cada superfície, portanto, a tenacidade global é controlada pelo ponto local mais frágil que pode, eventualmente, não ser o ponto mais frágil da superfície de trinca S . Este aspecto é ilustrado na figura 12, onde a distribuição $f_{ABC}(\delta_c)$ do parâmetro de fratura crítico da frente de trinca S apresenta um valor mínimo δ_c^* na região intermediária da placa.

Apesar dos fundamentos desta proposição serem relativamente simples, as conseqüências práticas assumem particular interesse na correlação entre o comportamento à fratura frágil de corpos de prova de diferentes dimensões, conforme demonstram trabalhos de Landes e Shaffer⁽³⁴⁾ e Satoh et alii^(45,46,47), sugerindo a análise de estruturas de grandes dimensões através de corpos de prova de tamanho reduzido.

Desta forma, assumindo as premissas anteriores e considerando ψ_c como o valor crítico do parâmetro representativo do comportamento à fratura de um dado material, o MEMF fornece⁽⁴⁵⁾:

$$G^1(\psi_c) = 1 - \left[1 - F_o^1(\psi_c) \right]^R \quad (16)$$

onde $G^1(\psi_c)$ e $F_o^1(\psi_c)$ são as distribuições dos valores mínimos do parâmetro de fratura crítico para corpos de prova de espessura B e

B_0 , respectivamente e $R = B/B_0$ é a relação de espessuras entre os corpos de prova.

Sob o aspecto da análise da dispersão dos resultados obtidos em ensaios de mecânica da fratura, a expressão anterior fornece boas correlações entre as distribuições esperadas para espessuras elevadas e espessuras reduzidas, conforme pode ser observado em Satoh e Toyoda⁽⁴⁴⁾, uma vez que a probabilidade da trinca nuclear em regiões desfavoráveis de corpos de prova de grandes dimensões é maior²³. Alguns desvios em relação aos valores esperados, no entanto, podem ocorrer na estimativa do parâmetro médio de fratura de corpos de prova de grandes dimensões a partir de corpos de prova de tamanho reduzido, conforme argumenta Pisarski⁽⁵⁸⁾.

Pisarski⁽⁵⁸⁾ encontrou discrepâncias entre os valores de K_{IC} obtidos para amostras de 100 mm de espessura em aços C-Mn normalizados e os valores obtidos a partir de amostras de 10 mm de

²³ Aparentemente, o enfoque probabilístico do efeito da espessura sobre a fratura frágil não considera a influência marcante da triaxialidade de tensões sobre o comportamento à fratura de materiais com espessura elevada. No entanto, é razoável admitir que a influência do estado de tensões na ponta da trinca está implicitamente contida dentro da abordagem probabilística. Com efeito, a triaxialidade de tensões favorece a nucleação da fratura em pontos potencialmente problemáticos, contribuindo, desta forma, para o aumento da probabilidade de ocorrência da falha.

espessura. Entre outros fatores, Pisarski⁽⁵⁸⁾ argumenta que a discrepância dos resultados esperados deve-se à acentuada diferença do estado triaxial de tensões na ponta da trinca e à diferença do modo de iniciação da fratura em ambas as amostras.

No caso particular de juntas soldadas, principalmente em relação à sua ZTA, os estudos realizados por Satoh e Toyoda^(24,41) e Satoh et alii^(45,46,47,48) não consideram as observações de Pisarski⁽⁵⁸⁾ devido à relevância das Zonas de Fragilização Localizadas (ZFLs) sobre a nucleação e propagação da trinca em regiões soldadas de aços microligados. Conforme pode ser visto em seus trabalhos, o tamanho das ZFLs ao longo da frente de propagação da fratura exerce forte influência sobre os valores de tenacidade global das amostras, fornecendo, neste caso, boas correlações com o MEMF apresentado anteriormente.

4. ESTIMATIVA DE PARAMETROS E AJUSTE DA FUNÇÃO DE WEIBULL

4.1. Considerações Iniciais sobre a Estimativa de Parâmetros

Dentro dos conceitos estabelecidos no capítulo anterior, o problema da fratura em materiais reais foi caracterizado através de um evento extremo e o fenômeno físico, associado ao processo de nucleação instável de uma singularidade, pôde ser descrito através de considerações analíticas rigorosas. Entretanto, a aplicação destes conceitos a problemas práticos envolve considerações adicionais bastante relevantes, principalmente em relação ao ajuste adequado da função de Weibull através dos resultados experimentais de mecânica da fratura.

Com efeito, é evidente que os estimadores associados à distribuição de probabilidade apresentada no capítulo anterior devem ser obtidos a partir de um número finito de observações. Uma vez que o estimador da distribuição de probabilidade também é uma variável aleatória⁽⁸⁹⁾, alguns aspectos estatísticos importantes devem ser introduzidos juntamente com o modelo probabilístico de fratura, desenvolvido no capítulo 5.

A abordagem do problema da estimativa de parâmetros da distribuição de Weibull a ser introduzida nas seções seguintes não pretende ser rigorosa. Obviamente, diversos estudos citados no

decorrer deste trabalho tratam a estimativa de parâmetros sob um enfoque muito mais preciso. Entretanto, a principal motivação para a introdução deste tópico consiste na pequena quantidade de informações disponíveis na literatura para tamanhos de amostra pequenos, como é usual ocorrer em ensaios de mecânica da fratura.

A maior parte da literatura disponível trata basicamente do problema da estimativa de parâmetros para tamanhos de amostras grandes, dificultando análises mais conclusivas para tamanhos de amostras pequenos. Desta forma, abstraindo-se do aspecto formal do problema, as considerações introduzidas a seguir serão úteis à avaliação do modelo de Weibull aplicado à confiabilidade de uma junta soldada e ao desenvolvimento de um método satisfatório de estimativa de parâmetros da distribuição.

4.2. Influência do Ajuste da Função sobre o Modelo de Fratura

Há grande divergência na literatura disponível sobre a aplicação da distribuição de Weibull triparamétrica a problemas de fratura em materiais reais, notadamente em juntas soldadas. O principal aspecto conflitante está relacionado com a utilização do parâmetro limite γ para o ajuste da distribuição. Diversos trabalhos^(11, 21, 22, 44, 46) utilizam $\gamma = 0$ de maneira a simplificar o tratamento da função e a estimativa dos parâmetros α e β . Em recente trabalho de investigação sobre a tenacidade de juntas

soldadas de aços microligados através de ensaios de CTOD, Satoh et alii⁽⁴⁵⁾ propuseram assumir o valor de γ como um valor mínimo teórico de CTOD, abaixo do qual a fratura instável por clivagem não ocorre²⁴.

Por outro lado, Wallin⁽⁸²⁾ e Kapur e Lamberson⁽⁵⁹⁾ sugeriram assumir o valor de γ como o extremo inferior da distribuição e, conseqüentemente, associá-lo a um parâmetro característico do material ou componente, abaixo do qual a probabilidade de falha é nula. A figura 13 apresenta a influência do parâmetro γ sobre uma função densidade de probabilidade genérica da distribuição de Weibull.

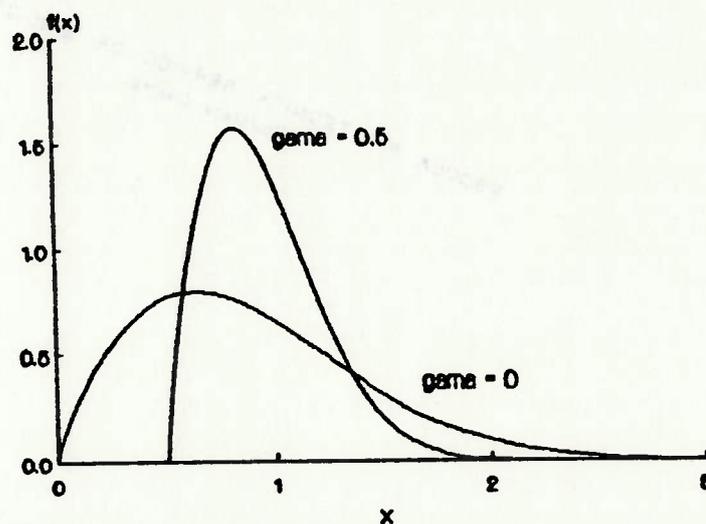


Figura 13 - Influência do parâmetro limite γ sobre uma distribuição de Weibull obtida a partir da mesma população.

²⁴ Satoh et alii⁽⁴⁵⁾ reconhecem, no entanto, ser este parâmetro de difícil caracterização e consideram como o CTOD mínimo o valor necessário para deformar plasticamente os planos de clivagem na ponta da trinca.

Evidentemente, a situação real que ocorre em problemas de fratura em materiais com alto grau de heterogeneidades, tais como juntas soldadas de aços microligados, pode apresentar alguns desvios em relação à proposição anterior. Tais desvios podem ocorrer devido à fatores físicos, inerentes ao próprio material, e que podem interagir sobre o processo de fratura, modificando o comportamento previsto pela distribuição de Weibull.

Conforme argumenta Freudenthal⁽⁹⁷⁾, a família de distribuições paramétricas, representadas pela forma geral da expressão (8), apresenta grande flexibilidade em relação ao ajuste da curva, o que pode comprometer a representatividade do mecanismo de fratura. Este aspecto é particularmente importante se considerarmos que a dedução de uma expressão geral, a partir de conceitos essencialmente probabilísticos, admitiu como hipótese fundamental a propagação instável da fratura imediatamente após a sua nucleação no elemento mais frágil do material. Considerando que tal hipótese é, fundamentalmente, a premissa básica da Teoria de Griffith⁽⁴⁸⁾ aplicada à ruptura de sólidos, pode-se inferir que os processos de fratura que apresentarem outros mecanismos físicos de progressão da trinca²⁵ poderão apresentar baixa correlação com a expressão geral, dada pela equação (8).

²⁵ Um exemplo desta afirmação está relacionado com o mecanismo de progressão da fratura através da coalescência progressiva de microtrincas, o qual difere sensivelmente do Modelo do Elo mais Fraco, apresentado anteriormente⁽⁹⁷⁾.

Dentro deste contexto, Mann et alii⁽⁵⁹⁾ apresentaram uma generalização dos processos característicos de falhas através da hipótese de que, na prática, certos modelos de falha poderiam ser compostos pela combinação simples de diferentes distribuições. Desta maneira, tipos diferentes de falhas, coexistindo no mesmo processo, podem ser representadas por distribuições específicas. Em uma primeira aproximação, parece razoável assumir distribuições da mesma família possuindo, porém, parâmetros distintos, representativos de cada tipo de falha.

Sob o aspecto dos processos de fratura em zonas heterogêneas, onde os comportamentos frágil e dútil podem coexistir²⁶, principalmente na região de transição do material, o enfoque de um processo mais geral de falhas através do modelo composto, descrito anteriormente, apresenta aplicações bastante interessantes. Seja a variável aleatória X associada a algum parâmetro de fratura (K_{IC} , J_{IC} , δ_c), representativo de um material em que coexistam os modos frágil e dútil, e seja $f_x(x)$ a sua função densidade de probabilidade relativa a um espaço amostral A . Considerando os subespaços A_i ($i=1,2$), representativos da ocorrência de fratura frágil e dútil respectivamente, e associando os índices f à fratura frágil e d à fratura dútil resulta, a partir da proposição anterior, a expressão para $f_x(x)$ dada por

²⁶ Este tipo de comportamento é mais marcante em materiais de estrutura cristalina CCC operando dentro da região de transição⁽⁴⁴⁾.

Satoh et alii⁽⁴⁵⁾ e Mann et alii⁽⁵⁹⁾ :

$$f_x(x) = p f_f(x) + (1-p) f_d(x) \quad (17)$$

onde :

p - parâmetro de proporcionalidade

$f_f(x)$ - f_{dp} associada à fratura frágil

$f_d(x)$ - f_{dp} associada à fratura dútil

Na equação anterior, o parâmetro de proporcionalidade expressa a probabilidade de que uma dada observação X_i pertença a uma população com $f_{dp} f_i(\cdot)$ ⁽⁶⁵⁾. Assumindo o modelo de Weibull de distribuição triparamétrica, a expressão (17) resulta :

$$f_x(x) = p \frac{\alpha_1}{\beta_1} \left(\frac{x - \gamma_1}{\beta_1} \right)^{\alpha_1 - 1} \exp \left[- \left(\frac{x - \gamma_1}{\beta_1} \right)^{\alpha_1} \right] + \quad (18)$$

$$+ (1-p) \frac{\alpha_2}{\beta_2} \left(\frac{x - \gamma_2}{\beta_2} \right)^{\alpha_2 - 1} \exp \left[- \left(\frac{x - \gamma_2}{\beta_2} \right)^{\alpha_2} \right]$$

$$\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2 > 0 \quad ; \quad \gamma_1, \gamma_2 \leq x < \infty \quad ; \quad 0 < p < 1$$

A figura 14 apresenta uma idealização da função geral do modelo composto para descrever o comportamento frágil-dútil do

material . Também é mostrado, independentemente, as funções densidade de probabilidade associadas às fratura frágil e dútil $f_f(x)$ e $f_d(x)$.

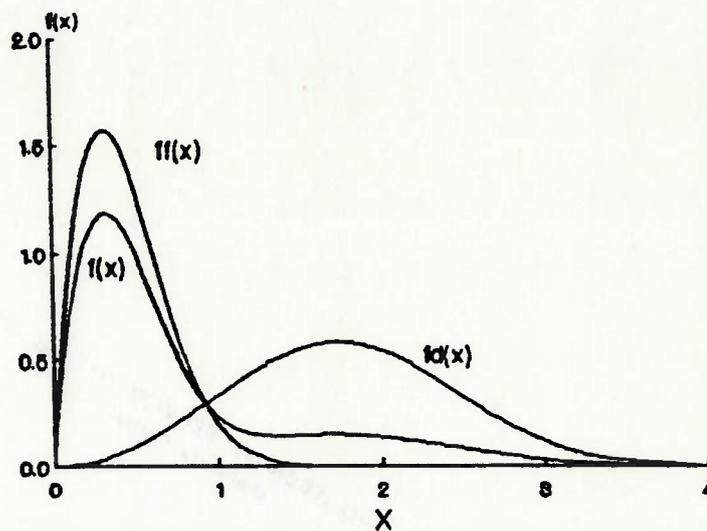


Figura 14 - Modelo composto da função de Weibull

A estimativa de parâmetros da função representada pela expressão (18), no entanto, pode vir a ser bastante problemática, uma vez que o método gráfico utilizado⁽⁵⁵⁾ envolve trabalho considerável e os métodos analíticos, principalmente o método de máxima verossimilhança a ser introduzido a seguir, fornecem sistemas indeterminados. Desta forma, Mann et alii⁽⁵⁹⁾ sugeriram uma aproximação do modelo composto de maneira a contornar os problemas da estimativa de parâmetros relativos ao

modelo anterior e que fornece boas correlações para valores pequenos do parâmetro de proporcionalidade p e valores grandes do parâmetro limite γ_2 . Neste caso, a representação gráfica dos pontos amostrados segundo um sistema de referência adequado (ver expressão (21)), conhecido como gráfico de Weibull, fornece duas retas distintas, conforme apresentado esquematicamente na figura 15.

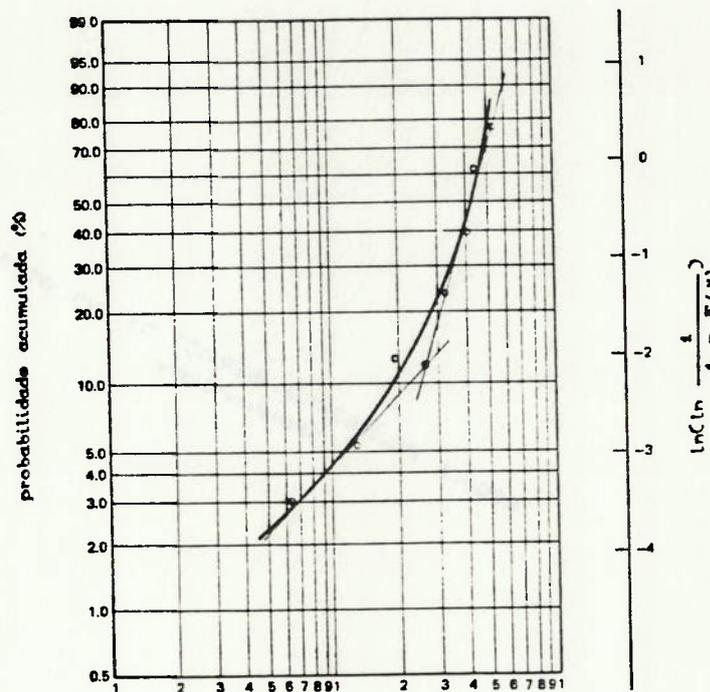


Figura 15 - Modelo composto aproximado da função de Weibull

Desta forma, assumindo o modelo de falhas de Weibull biparamétrico, a função de distribuição acumulada do modelo composto aproximado resulta ⁽⁵⁸⁾ :

$$F_x(x) = F_f(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta_1}\right)^{\alpha_1}\right], \quad 0 \leq x \leq \psi_0 \quad (19)$$

$$F_x(x) = F_d(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{\beta_2}\right)^{\alpha_2}\right], \quad \psi_0 < x \leq \infty$$

onde f representa a fratura frágil, d representa a fratura dútil e ψ_0 é um valor crítico que determina a transição entre o regime frágil e dútil. O parâmetro de transição ψ_0 pode ser expresso em termos dos parâmetros das funções $F_f(x)$ e $F_d(x)$, uma vez que, para $x = \psi_0$, a igualdade $F_f(x) = F_d(x)$ é necessariamente satisfeita, resultando⁽⁵⁹⁾:

$$\psi_0 = \left[\frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\beta_2^{\alpha_2}} \right]^{(\alpha_1 - \alpha_2)^{-1}} \quad (20)$$

4.3. Estimativa de Parâmetros

Diversos métodos têm sido propostos⁽⁶⁵⁾ para determinar estimadores apropriados à função de Weibull, principalmente em relação à sua distribuição triparmétrica, conforme pode ser visto em Mann et alii⁽⁵⁹⁾ e Mirshawka⁽⁶⁵⁾. De modo geral, os métodos analíticos devem ser resolvidos iterativamente e o uso de

algoritmos numéricos se faz necessário, embora o esforço de busca da solução seja bastante reduzido. Atualmente, entretanto, com a crescente introdução de recursos computacionais, o método gráfico e os métodos baseados na utilização de tabelas são facilmente manipuláveis e seu uso pode ser uma alternativa vantajosa.

O método gráfico é obtido tomando-se duas vezes o logaritmo neperiano da expressão (10)⁽⁵⁹⁾, fornecendo uma função linearizada da forma ²⁷ :

$$\ln \left[\ln \left(\frac{1}{1 - F_x(x)} \right) \right] = \alpha \ln(x - \gamma) - \alpha \ln \beta \quad (21)$$

Os pontos da amostra dispostos sobre um sistema de referência (conhecido como gráfico de Weibull), tal como indicado na expressão anterior, fornecem uma aproximação linear para os parâmetros da distribuição. Embora simples, o método gráfico pode ser utilizado como uma forma rápida para obter aproximações razoáveis para os estimadores lineares da distribuição de Weibull. O ajuste gráfico, entretanto, pode vir a ser bastante subjetivo, uma vez que o ajuste da função é realizado visualmente, podendo introduzir erros significativos e prejudicar

²⁷ A descrição detalhada do método gráfico de estimativa dos parâmetros da distribuição de Weibull pode ser encontrada em Kapur e Lamberson⁽⁵⁹⁾ ou Mirshavka⁽⁶⁵⁾.

a estimativa correta dos parâmetros da função⁽⁵⁹⁾. Desta forma, parece ser recomendável a utilização de métodos analíticos mais apropriados de forma a permitir uma avaliação mais criteriosa do modelo probabilístico de fratura proposto no capítulo 5.

Dentre os métodos analíticos, o princípio clássico de verossimilhança (MMV) ainda é bastante utilizado na literatura^(60,61,62,63,64), embora Mirshawka⁽⁶⁵⁾ apresente uma clara descrição das técnicas de estimação linear e de sua simplicidade de utilização²⁸. As técnicas de estimação linear, entretanto, são mais adequadas à estimativa de parâmetros da função biparamétrica, uma vez que o parâmetro limite γ deve ser conhecido⁽⁵⁹⁾. Desta forma, neste estudo, importa a utilização de um método numérico fundamentado para a análise da representatividade da função de Weibull triparamétrica em relação aos processos de fratura de juntas soldadas, tal como o princípio

²⁸ Apesar das técnicas de estimação linear e, particularmente, do Método do Melhor Estimador Linear Invariante (MELI) serem facilmente adaptáveis às ferramentas computacionais, sua utilização não permite obter os estimadores da função de Weibull triparamétrica. Uma vez conhecido o valor de γ , no entanto, é possível obter os estimadores α^* e β^* através da transformação linear $y = x - \gamma$, reduzindo o problema ao caso biparamétrico.

clássico de verossimilhança²⁹.

A função de verossimilhança relativa à variável aleatória $X = (X_1, X_2, \dots, X_N)^T$, associada à função densidade de probabilidade $f_x(x, \theta)$ e ao vetor de parâmetros de uma função de Weibull triparamétrica $\theta = (\alpha, \beta, \gamma)^T$ é dada por⁽⁵⁹⁾:

$$L = \prod_{i=1}^N f_x(x_i, \theta) \quad (22)$$

O estimador de máxima verossimilhança θ^* é obtido através da solução da seguinte equação⁽⁵⁹⁾:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \theta} = 0 \quad (23)$$

Para a função de Weibull triparamétrica, as expressões

²⁹ Apesar do método de Máxima Verossimilhança ser largamente utilizado na estimativa dos parâmetros da função de Weibull triparamétrica, conforme mostram as referências citadas, os tamanhos de amostras usualmente pequenos, utilizados em ensaios de mecânica da fratura, podem introduzir complicações adicionais ao cálculo dos estimadores. Meyer⁽⁶⁰⁾ argumenta que os estimadores de máxima verossimilhança podem ser tendenciosos, principalmente para tamanhos de amostras pequenos. Além disto, como será visto a seguir, a solução numérica das equações de verossimilhança para o caso triparamétrico nem sempre conduz a estimadores permissíveis e a aplicabilidade do método fica comprometida.

(22) e (23) resultam :

$$L = \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^N \prod_{i=1}^N \left(\frac{x_i - \gamma}{\beta} \right)^{\alpha-1} \exp \left[- \sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i - \gamma}{\beta} \right)^{\alpha} \right] \quad (24)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \alpha} = \frac{N}{\alpha} - N \ln \beta + \sum_{i=1}^N \ln(x_i - \gamma) - \sum_{i=1}^N \left(\frac{x_i - \gamma}{\beta} \right)^{\alpha} \ln \left(\frac{x_i - \gamma}{\beta} \right) = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta} = -N \frac{\alpha}{\beta} + \alpha \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \gamma)^{\alpha}}{\beta^{\alpha+1}} = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \gamma} = (1-\alpha) \sum_{i=1}^N (x_i - \gamma)^{-1} + \frac{\alpha}{\beta^{\alpha}} \sum_{i=1}^N (x_i - \gamma)^{\alpha-1} = 0 \quad (27)$$

Fazendo-se $\gamma = 0$, a equação (24) reduz-se à função de verossimilhança para a distribuição de Weibull biparamétrica e as equações de verossimilhança resultam :

$$\frac{\sum_{i=1}^N x_i^{\alpha} \ln x_i}{\sum_{i=1}^N x_i^{\alpha}} - \alpha^{-1} - N^{-1} \sum_{i=1}^N \ln x_i = 0 \quad (28)$$

$$\beta = \left[N^{-1} \sum_{i=1}^N x_i^\alpha \right]^{\frac{1}{\alpha}} \quad (29)$$

As equações de verossimilhança foram resolvidas utilizando-se o método de Newton-Raphson, apresentado no anexo II, onde é fornecido, também, o programa MMVWB que fornece o cálculo dos estimadores de máxima verossimilhança para a distribuição de Weibull triparamétrica e biparamétrica.

As tabelas 2, 3 e 4 apresentam algumas amostras obtidas a partir de distribuições de Weibull triparamétricas geradas aleatoriamente através do programa WBRAND, apresentado no anexo III. A tabela 5 apresenta os estimadores de verossimilhança α^* , β^* e γ^* , obtidos a partir do programa MMVWB.

Tabela 2 - Distribuição de Weibull W1 gerada aleatoriamente a partir dos parâmetros $\alpha = 1,542$; $\beta = 0,363$; $\gamma = 0,201$

0.220	0.300	0.325	0.374
0.389	0.392	0.399	0.404
0.434	0.471	0.552	0.553
0.556	0.581	0.644	0.704
0.738	0.877	0.922	1.113

Tabela 3 - Distribuição de Weibull W2 gerada aleatoriamente a partir dos parâmetros $\alpha = 6,421$; $\beta = 0,363$; $\gamma = 0,201$

0.380	0.467	0.482	0.505
0.511	0.512	0.515	0.516
0.527	0.539	0.561	0.561
0.562	0.568	0.582	0.594
0.600	0.622	0.629	0.654

Tabela 4 - Distribuição de Weibull W3 gerada aleatoriamente a partir dos parâmetros $\alpha = 2,710$; $\beta = 0,590$; $\gamma = 0$

0.217	0.236	0.348	0.371
0.379	0.407	0.420	0.423
0.468	0.497	0.500	0.506
0.554	0.584	0.594	0.615
0.635	0.673	0.827	0.842

Tabela 5 - Estimadores de verossimilhança obtidos para as amostras W1 , W2 e W3 .

AMOSTRA	α^*	β^*	γ^*
W1	1,574	0,385	0,201
W2	6,234	0,351	0,218
W3	2,374	0,410	0,141

Os valores apresentados na tabela anterior mostram grande concordância entre os estimadores obtidos pelo MMV e aqueles utilizados na geração aleatória das amostras. Abstraindo-se da análise mais rigorosa destes resultados sob um aspecto estatístico, é possível verificar a eficácia do programa

MMVWB em relação à estimativa de parâmetros da função de Weibull.

A tabela 6 e a tabela 7 apresentam uma comparação entre os estimadores da distribuição de Weibull biparamétrica obtidos através do MMV e do método gráfico utilizado por Landes e Shaffer⁽³¹⁾. Os resultados foram obtidos através de ensaios de J_{IC} realizados sobre aços ASTM A471, em três níveis de temperatura.

Tabela 6 - Valores de J_{IC} obtidos para um aço ASTM A471 ensaiados em três níveis de temperatura, a partir dos resultados de Landes e Shaffer (ref. [31]).

AMOSTRA	Tensão (K)	VALORES DE J_{IC} (KJm^{-2})								
W4	294	115	130	140	150	150	175	190	210	
W5	311	185	200	210	225	235	260	385	430	
W6	325	220	230	260	440	460	610	720	755	

Tabela 7 - Comparação entre os estimadores de Weibull para a distribuição biparamétrica obtidos a partir do método gráfico e do método de máxima verossimilhança.

AMOSTRA	METODO GRAFICO		MMV	
	α^*	$\beta^{*(1)}$	α^*	β^*
W4	5	170	5,68	170,09
W5	4	286	3,27	297,15
W6	2	509	2,51	523,19

(31) - Estimado a partir dos valores médios das amostras, obtidos por Landes e Shaffer, através da relação $\beta = \bar{x} \Gamma(1 + \alpha^{-1})$, fornecida pela ref. [53], onde \bar{x} é o valor médio da amostra e $\Gamma(\cdot)$ é a função Gama.

Como se observa, existe uma concordância apreciável em relação aos parâmetros de forma α e parâmetros de escala β para as amostras fornecidas na tabela 6. O parâmetro β tem forte relação com a média da amostra e, portanto, a variação observada em relação a ambos os métodos é relativamente pequena. O parâmetro α é mais sensível ao método de estimativa utilizado, razão pela qual as diferenças observadas entre os métodos são mais acentuadas.

4.4. Influência do Parâmetro Limite γ sobre o Modelo Probabilístico de Fratura

Conforme introduzido anteriormente, alguns trabalhos relativos à abordagem probabilística da fratura^(92, 45, 59) propõem a existência de um parâmetro limite γ associado à distribuição de Weibull representativa do processo global de fratura. Este extremo inferior da função γ representa, analiticamente, o valor limite da variável aleatória associada a um parâmetro de fratura abaixo do qual a probabilidade de falha é nula, ou seja, a fratura não ocorre.

Este conceito de grande relevância analítica sugere, desta forma, que é possível determinar através do conjunto de pontos amostrados, relativo aos resultados obtidos em ensaios de mecânica da fratura, um parâmetro de fratura mínimo (*lower bound*) característico do material. Tal proposição, no entanto, parece

apresentar difícil solução prática e sua validade deve ser analisada. Consideremos a tabela 8 onde são apresentados os resultados de CTOD crítico a -10°C para a região de crescimento de grãos de juntas soldadas em aço BS4360 Gr50⁽⁸²⁾, obtidos a partir da referência [66].

Tabela 8 - Amostra W7 -Valores de CTOD a -10°C para a região de crescimento de grãos da ZTA de soldas multipasses obtidas a partir de aços BS4360 (ref. [66]).

0.07	0.07	0.07	0.07	0.12	0.12	0.12	0.12
0.16	0.16	0.16	0.20	0.20	0.23	0.23	0.23
0.23	0.28	0.28	0.28	0.33	0.33	0.33	0.33
0.38	0.40	0.40	0.40	0.42	0.45	0.47	0.47
0.66	0.79	0.89	1.03	1.03	1.10	1.18	1.24
1.24	1.27	1.31	1.39	1.45	1.61	1.92	2.79

A aplicação do método da máxima verossimilhança, com base nas expressões (25), (26), (27) e do método numérico de Newton-Raphson, apresentado no anexo I, fornece os seguintes estimadores para a amostra da tabela 8 :

$$\alpha^* = 8.23$$

$$\beta^* = 5.89$$

$$\gamma^* = -5.01$$

Os resultados acima evidenciam claramente a problemática da existência do parâmetro limite a casos práticos,

uma vez que não existe significado físico em um valor de CTOD negativo. Evidentemente, o problema pode ser contornado através da imposição de um valor mais realista para o parâmetro γ , reduzindo o problema ao caso biparamétrico através da transformação $y = x - \gamma^{(50)}$.

O problema, no entanto, pode ser abordado de outra forma, considerando a função de verossimilhança dada pela equação (24). A solução que satisfaz ao MMV deverá ser um vetor $\theta = [\alpha \ \beta \ \gamma]^T$ que maximize aquela função. Desde que sempre é possível obter valores reais positivos para α e β através da transformação $y = x - \gamma^{(50)}$, o problema consiste em analisar a influência do parâmetro γ sobre o comportamento da função de verossimilhança para o caso biparamétrico, através da expressão :

$$L = \max_{\alpha, \beta} \prod_{i=1}^N f_x(x_i, \theta) \quad | \quad \alpha, \beta \quad (30)$$

A tabela 9 apresenta os resultados de CTOD para a ZTA de uma junta soldada em aço BS4360 Gr50⁽⁸²⁾ ensaiada a -10°C , obtidos a partir da referência [66]. A amostra W8 representa os dados reais obtidos, enquanto que a amostra W9 foi obtida eliminando-se somente o último elemento da amostra W8. Os estimadores α^* , β^* e γ^* foram obtidos através do programa MMVWB.

Tabela 9 - Valores de CTOD crítico para a ZTA de uma junta soldada em aço BS4360 Gr50 a -10°C (ref. [66]).

AMOSTRA	VALORES DE δ_c						α^*	β^*	γ^*
W8	0,45	0,78	2,31	2,33	2,59	2,62	1,15	1,49	0,41
W9	0,45	0,78	2,31	2,33	2,59		1,84	1,82	0,07

Como pode ser visto através da tabela 9, o estimador γ^* é significativamente diferente para as duas distribuições, sugerindo uma grande sensibilidade do comportamento da função de verossimilhança em relação aos pontos amostrados. Este aspecto não recomenda a correlação entre o parâmetro γ e o parâmetro de fratura mínimo (*lower bound*) do material.

A figura 16 apresenta a função de verossimilhança em função do parâmetro limite γ , obtida através da expressão (30). Conforme mostra a figura, a condição de maximização da função da amostra W9 torna-se bastante prejudicada pelo patamar apresentado na curva, originando uma região de instabilidade numérica no cálculo da derivada de primeira ordem do logaritmo natural da função de verossimilhança.

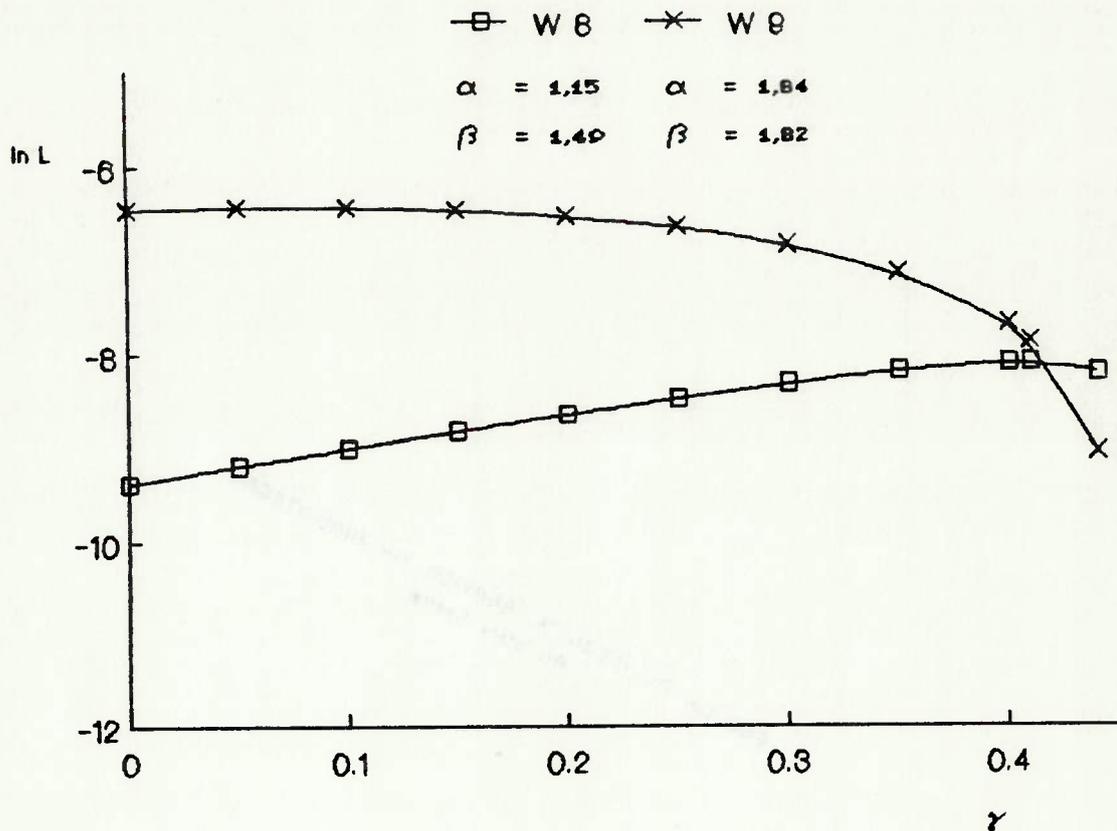


Figura 16 - Comparação entre as funções de verossimilhança obtidas para as amostras W8 e W9.

Estes resultados sugerem que a solução correta do parâmetro limite γ fica seriamente comprometida para alguns casos, principalmente ao se considerar que pequenas variações na população amostrada podem conduzir a estimadores sensivelmente diferentes. Os estimadores obtidos na análise anterior não recomendam assumir-se o extremo inferior da função de Weibull

triparamétrica como um parâmetro característico do material. Este aspecto é mais evidente considerando-se os tamanhos de amostras pequenos que usualmente são utilizados em ensaios de mecânica da fratura. Desta forma, parece ser mais razoável, sob o ponto de vista da aplicabilidade do modelo probabilístico de fratura, considerar somente a transformação $y = x - \gamma$, reduzindo-a ao caso biparamétrico. O erro introduzido por esta hipótese sobre o cálculo dos estimadores α^* e β^* e sobre o valor da função será discutido a seguir.

Considerando, novamente, a amostra W1, apresentada na tabela 2, e a amostra W8, apresentada anteriormente, a variação introduzida no parâmetro de forma α em função do parâmetro γ é mostrada na figura 17, onde α_0 e γ_0 correspondem aos parâmetros relativos à função de Weibull triparamétrica.

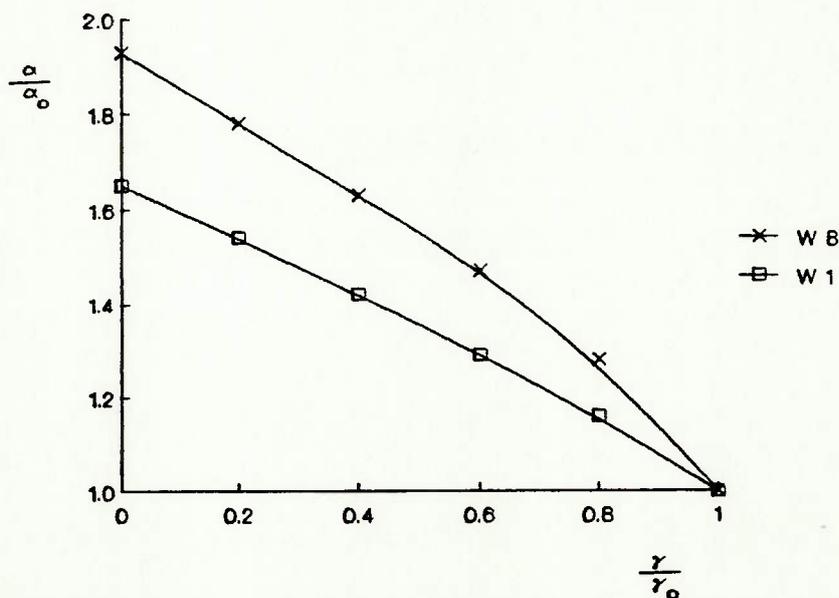


Figura 17 - Variação do estimador de verossimilhança do parâmetro α em função do parâmetro γ .

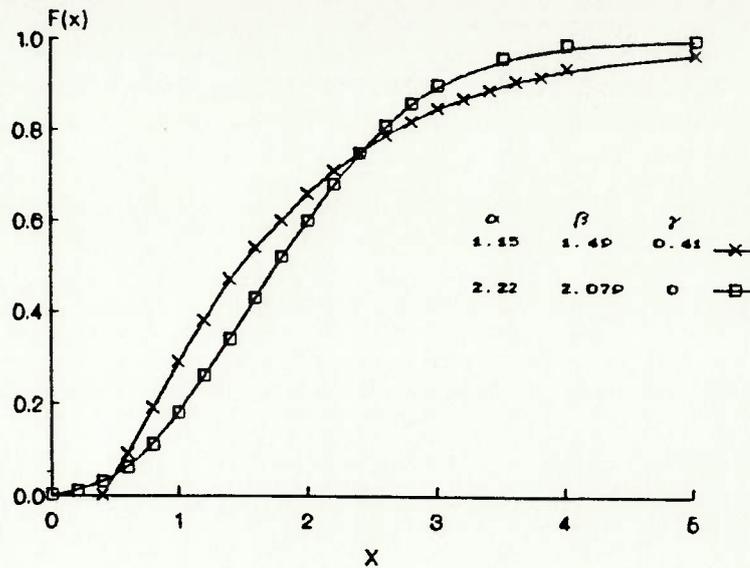


Figura 19 - Função de distribuição acumulada da amostra W8 em função da variação introduzida no parâmetro de forma α .

As figuras anteriores mostram que o comportamento das funções de probabilidade de falha, a partir das distribuições de Weibull biparamétrica e triparamétrica sobre os domínios considerados, é semelhante em ambos os casos. Sob um ponto de vista prático, portanto, a utilização da função de Weibull triparamétrica não parece introduzir ganhos significativos sobre a probabilidade de falha de um sistema físico baseado em um sólido genérico, tal como apresentado na figura 9.

Além disto, os resultados anteriores também sugerem a conveniência da utilização da função de Weibull biparamétrica sob o aspecto da construção de um modelo probabilístico de fratura. De fato, a obtenção dos estimadores da distribuição biparamétrica é muito mais simples, com a vantagem adicional do MMV não estar

sujeito a regiões de instabilidade numérica, conforme discutido anteriormente. Desta forma, é razoável admitir como hipótese básica para o desenvolvimento do modelo probabilístico de fratura, a ser introduzido no capítulo seguinte, somente o ajuste dos pontos amostrados através da distribuição biparamétrica.

4.5. Intervalos de Confiança do Parâmetro de Forma

O problema da estimativa de parâmetros a partir de populações finitas envolve um aspecto adicional, de grande relevância prática, relacionado com a construção de um intervalo numérico, dentro do qual a probabilidade de conter o valor verdadeiro do parâmetro seja conhecida⁽⁶⁷⁾.

No caso particular dos ensaios de mecânica da fratura usualmente conduzidos sobre corpos de prova de tamanho reduzido, o número de observações disponível é, na maior parte dos casos, pequeno, contribuindo consideravelmente sobre as incertezas dos parâmetros estimados. Neste aspecto, a estimativa do parâmetro de forma α da distribuição de Weibull assume grande importância, uma vez que a resposta do modelo probabilístico de falha é particularmente sensível a este parâmetro, conforme será mostrado no capítulo 6.

O método de construção de um intervalo de confiança para

o parâmetro de forma α de uma distribuição de Weibull biparamétrica que será introduzido a seguir, baseia-se em trabalhos de Mann⁽⁴⁸⁾ e Mann e Fertig⁽⁴⁹⁾, convenientemente condensados por Kapur e Lamberson⁽⁵⁰⁾, a partir de técnicas de simulação de estatísticas apropriadas.

Considerando, inicialmente, a função de distribuição acumulada de Weibull biparamétrica, obtida através da transformação $y = x - \gamma$ na expressão (10) e assumindo uma nova transformação $z = \ln y$, a função de distribuição acumulada resulta⁽⁵⁰⁾:

$$F_z(z) = 1 - \exp \left[-\exp \left(\frac{z - \beta_z}{\alpha_z} \right) \right], \quad -\infty < z < \infty \quad (31)$$

onde $\beta_z = \ln \beta$ e $\alpha_z = \alpha^{-1}$. Desta forma, o parâmetro de forma α_z pode ser estimado através da expressão⁽⁵⁰⁾:

$$\alpha_z^* = \sum_{i=1}^r c_i z_i \quad (32)$$

onde α_z^* é o estimador do parâmetro de forma da função transformada, r é o número de falhas ocorridas na população amostrada e c_i é uma função peso.

Considerando a estatística $W = \alpha_Z^* / \alpha_Z$ e assumindo um nível de confiança conhecido e igual a $1-\omega$, o intervalo de confiança para o parâmetro de forma α é dado por⁽⁵⁹⁾:

$$\frac{W_{1-\omega/2}}{\alpha_Z^*} \leq \alpha \leq \frac{W_{\omega/2}}{\alpha_Z^*} \quad (33)$$

Os valores das funções de peso c_i e da estatística W foram tabelados em função do tamanho da população N , do nível de confiança $1-\omega$ e do número de falhas r ocorridas na população. No caso particular de ensaios de mecânica da fratura, $r = N$, uma vez que os experimentos são sempre conduzidos até a falha completa de todos os corpos de prova, constituindo-se em um caso típico de censura tipo II³⁰. As tabelas completas para $3 \leq N \leq 20$ e $r \leq N$ podem ser encontradas nas referências [53] e [59].

A construção de intervalos de confiança para o parâmetro de forma α será utilizada na avaliação da resposta do modelo probabilístico proposto no capítulo 5 e, a título de conveniência na manipulação dos dados, o anexo IV fornece os

³⁰ Simplificadamente, uma amostra é chamada censurada tipo II se os experimentos forem conduzidos até a falha de um número especificado de elementos r . Inversamente, a censura é do tipo I se os experimentos forem conduzidos até um valor especificado da variável aleatória X ⁽⁶⁵⁾.

valores tabelados para $3 \leq N \leq 10$ e $r = N$, extraídos da referência [59]. O anexo IV apresenta, também, a construção do intervalo de confiança para os resultados obtidos em ensaios de CTOD a -10° C, a partir de uma junta soldada em aço BS4360 Gr50⁽⁸²⁾, mostrados no capítulo 6.

Os conceitos introduzidos nesta seção também aplicam-se à construção de um intervalo de confiança para o parâmetro β e à estimativa dos parâmetros da distribuição biparamétrica³¹. Entretanto, conforme será discutido no capítulo 6, a influência do parâmetro α sobre a resposta do modelo probabilístico de fratura é muito mais significativa que a influência do parâmetro β . Desta forma, este trabalho analisará somente o efeito dos limites inferior e superior do parâmetro de forma α sobre o comportamento da função de falha de uma região heterogênea na presença de trincas aleatórias. A descrição completa dos intervalos de confiança do parâmetro β e da estimativa linear dos parâmetros da distribuição biparamétrica podem ser vistos na referência [59].

³¹ A construção dos intervalos de confiança dos parâmetros α e β e a sua estimativa linear são resultantes do Método do Melhor Estimador Linear Invariante (MELI), descrito por Mirshavka⁽⁸⁵⁾.

5. MODELO PROBABILÍSTICO DE FALHAS APLICADO À FRATURA FRÁGIL DE UMA JUNTA SOLDADA NA PRESENÇA DE SINGULARIDADES.

5.1. Caracterização do Problema

As seções precedentes introduziram a abordagem do processo de fratura de zonas heterogêneas através de um enfoque essencialmente probabilístico, permitindo inferir o comportamento à fratura frágil esperado de um sólido a partir de ensaios realizados sobre corpos de prova de dimensões reduzidas. Adicionalmente, o modelo proposto anteriormente permite obter uma base analítica para a descrição do chamado efeito da espessura em materiais obedecendo às hipóteses introduzidas na seção 3.1.

No caso particular de juntas soldadas, alguns aspectos adicionais, inerentes ao próprio processo de soldagem, devem ser introduzidos de forma a permitir uma generalização do modelo de falhas apresentado no capítulo 3. Estes aspectos acrescentam, basicamente, a existência inevitável de trincas e defeitos, que serão tratadas simplificadaamente como singularidades, ao sistema formado pelo metal base, zona termicamente afetada e zona de fusão de uma região soldada.

Os recentes avanços obtidos em técnicas de detecção de tais singularidades através de ensaios não destrutivos (Raio X , Gamagrafia , Ultrassonografia) demonstram⁽⁷⁰⁾ o alto grau de

incidência de trincas e defeitos em estruturas obtidas através de processos convencionais de soldagem e a impossibilidade, sob um ponto de vista prático, de eliminá-las.

Desta forma, a introdução da natureza estatística de tais singularidades como variável do problema está intrinsecamente relacionada com a generalização do modelo probabilístico de fratura ao caso de estruturas soldadas. Inicialmente, o modelo será desenvolvido admitindo-se a natureza aleatória de uma trinca unitária semi-elíptica³² de comprimento $2c$ e profundidade a incidente em uma região heterogênea onde, a partir das soluções disponíveis para as relações tensão-deformação em uma superfície de trinca semi-elíptica, a probabilidade de falha será determinada. A extensão deste modelo ao caso de existência simultânea de diversas singularidades será feita através de hipóteses simplificadoras, de maneira a determinar-se a probabilidade de falha da estrutura global.

³² Conforme argumenta Broek⁽⁸⁰⁾, trincas e defeitos naturais tendem a crescer em direção ao centro da região em que foram nucleadas de forma semi-elíptica. Além disto, é extremamente conveniente aproximar-se trincas naturais através de formas elípticas, devido à disponibilidade de soluções analíticas e numéricas.

5.2. Extensão do Modelo Probabilístico de Fratura ao Comportamento Elasto-Plástico de uma Região Heterogênea na Presença de uma Superfície de Trinca Unitária.

Considerando uma superfície de trinca genérica S , incidente em um sólido de espessura B e submetido ao modo I de deformação, é possível subdividir S em N elementos S_i , de tal maneira que as hipóteses h_1 , h_2 e h_3 descritas em 3.1 sejam satisfeitas. Assumindo a existência de zonas heterogêneas ao longo da frente de propagação da trinca, a distribuição aleatória de um parâmetro de fratura ψ ao longo de S pode ser representada da forma mostrada na figura 20.

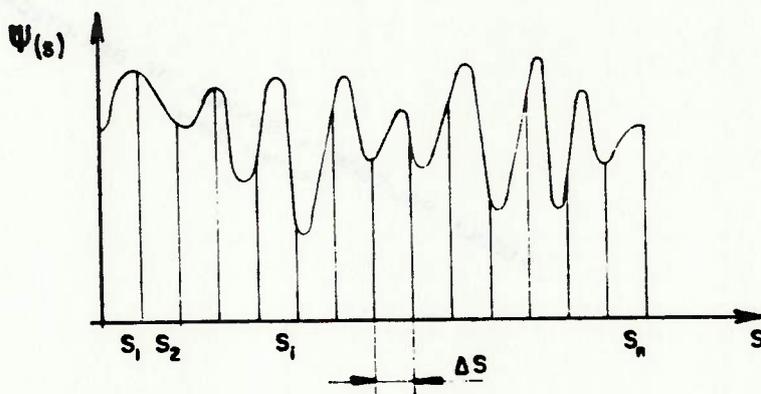


Figura 20 - Distribuição aleatória de um parâmetro de fratura ψ ao longo de uma frente de propagação de trincas em zonas heterogêneas.

Admitindo a existência de um parâmetro crítico de fratura ψ_c e sua função densidade de probabilidade associada $f(\psi_c)$, a probabilidade da falha do sólido ocorrer em algum

elemento S_i é dada pela integração de $f(\psi_c)$ sobre o intervalo $[0, \psi_i]$, resultando :

$$\mathcal{P}(\text{falha ocorrer no elemento } i) = \mathcal{P}(\psi_c \leq \psi_i) = \int_0^{\psi_i} f(\psi_c) d\psi_c \quad (34)$$

Considerando a definição de função de distribuição acumulada⁽⁵⁴⁾ e o MEMF, introduzido através da expressão (16), aplicado sobre cada elemento S_i , resulta :

$$\mathcal{P}(\psi_c \leq \psi_i) = F_i^1(\psi_i) = 1 - \left[1 - F_o^1(\psi_i) \right]^{\frac{\Delta s}{S_o}} \quad (35)$$

onde $F_o^1(\psi_i)$ é a distribuição acumulada do valor mais baixo de ψ_i obtida a partir de ensaios em corpos de prova de espessura B_o , $F_i^1(\psi_i)$ é a distribuição acumulada do valor mais baixo da variável aleatória ψ_i , relativa a cada elemento S_i , e S_o é o comprimento da frente de propagação de trinca tomado sobre o corpo de prova de espessura B_o .

Assumindo $F_o^1(\psi_i)$ representada por uma distribuição de

Weibull biparamétrica³³ de parâmetros α_0 e β_0 , a expressão (35) resulta :

$$F_i^1(\psi_i) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\psi_i}{\beta_s} \right)^{\alpha_0} \right] \quad (36)$$

onde

$$\beta_s = \beta_0 \left(\frac{S_0}{\Delta s} \right)^{\alpha_0^{-1}} \quad (37)$$

Assumindo que o comportamento à fratura global do sólido seja governado pelo elemento mais frágil (hipótese h_g , introduzida no capítulo 3), o sistema composto por N elementos Δs irá falhar se a trinca nuclear em algum dos elementos Δs_i . Portanto, a probabilidade de falha de uma região heterogênea na presença de uma superfície de trinca S é dada pelo complementar do produtório das funções de confiabilidade de cada elemento S_i ³⁴,

³³ Conforme introduzido no capítulo 4, a utilização da função de Weibull triparamétrica não parece introduzir ganhos significativos sobre o valor da função de falha. Desta forma, será utilizada a função biparamétrica, durante o desenvolvimento do modelo, como forma de simplificar-se as expressões obtidas.

³⁴ Esta proposição deriva diretamente dos conceitos fundamentais da teoria da probabilidade, considerando-se os eventos de ocorrência da fratura frágil em cada elemento S_i como eventos independentes.

resultando⁽⁵¹⁾:

$$F^1(\psi_i) = 1 - \prod_{i=1}^N \left[1 - F_i^1(\psi_i) \right] \quad (38)$$

Substituindo as expressões (36) e (37) em (38) e rearranjando convenientemente, obtém-se :

$$F^1(\psi_i) = 1 - \exp \left[- \frac{1}{S_0 \beta_0^{\alpha_0}} \sum_{i=1}^N \psi_i^{\alpha_0} \Delta s \right] \quad (39)$$

Tomando-se o limite , quando $\Delta s \rightarrow 0$ ³⁵, o somatório da expressão anterior aproxima-se da integral tomada sobre toda a superfície da trinca e $\psi_i \rightarrow \psi(s)$. Rearranjando convenientemente, resulta :

³⁵ Sob um aspecto mais rigoroso, o limite $\Delta S \rightarrow 0$ contraria, em uma primeira aproximação, as considerações iniciais, apresentadas na seção 9.1, em relação ao tamanho dos elementos de volume e das singularidades, de tal forma que as hipóteses h_1 e h_2 sejam garantidas. Dado que sempre é possível associar um número razoavelmente elevado de singularidades microscópicas a qualquer elemento de volume do material (desde que, obviamente, as dimensões do elemento de volume escolhido não sejam da mesma ordem de grandeza das dimensões cristalinas do material), esta proposição, na prática, parece ser bastante consistente.

$$F^1(\psi(s)) = 1 - \exp \left[- \frac{S}{S_0 \beta_0^{\alpha_0}} \frac{1}{S} \int_0^S [\psi(s)]^{\alpha_0} ds \right] \quad (40)$$

onde $S = f(a, c)$, é o comprimento da superfície de trinca de semi-eixos a e c .

A partir da expressão (40), é possível definir um valor médio do parâmetro de fratura ψ em função do contorno S e do parâmetro de forma α_0 através da seguinte expressão, proposta por Brückner⁽⁵¹⁾ :

$$\psi_M(s) = \frac{1}{S} \int_0^S [\psi(s)]^{\alpha_0} ds \quad (41)$$

Substituindo a expressão (41) na expressão (40), resulta :

$$F^1(\psi(s)) = 1 - \exp \left[- \frac{S}{S_0 \beta_0^{\alpha_0}} \psi_M(s) \right] \quad (42)$$

A expressão (42) fornece, portanto, a probabilidade de ocorrência da fratura frágil de uma região heterogênea na

presença de uma superfície de trinca, dadas as condições iniciais obtidas através de ensaios de mecânica da fratura. As expressões (40), (41) e (42) consideram somente a dispersão de resultados obtidos sobre os corpos de prova ensaiados e a existência de um valor médio do parâmetro de fratura ψ , relativo à frente de propagação de trinca, tal como apresentado na figura 20.

Este aspecto é particularmente importante sobre o cálculo da probabilidade de ocorrência da fratura frágil do modelo, uma vez que as expressões anteriores resultam em valores mais realistas do valor do parâmetro de fratura correspondente à superfície de trinca S . De fato, a aplicação do MEMF, sob um aspecto mais geral, considera somente valores pontuais do parâmetro ψ , podendo introduzir erros significativos no cálculo da probabilidade de falha do modelo, dependendo do ponto considerado³⁶.

O problema que se coloca a seguir é a escolha adequada do parâmetro de fratura ψ , principalmente em relação à aplicabilidade das proposições anteriores ao problema da junta

³⁶ Conforme será visto a seguir, a deformação de uma superfície de trinca semi-elíptica de semi-eixos a e c é função do par de coordenadas (x,y) que descreve a curva elíptica. Desta forma, o parâmetro de fratura também é função de ponto, uma vez que seu valor está intrinsecamente relacionado com a deformação da superfície elíptica.

soldada . Sob um aspecto teórico-experimental, a utilização do conceito de Integral J vem sofrendo significativo desenvolvimento em relação à análise do comportamento à fratura de materiais no regime elasto-plástico, conforme pode ser visto em Paris⁽⁷⁴⁾ e Broek⁽⁸⁰⁾, uma vez que fornece bases analíticas mais consistentes à análise dos processos de falhas⁽⁴⁴⁾. Sob o ponto de vista da aplicabilidade da Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP) à avaliação de materiais, no entanto, o conceito de CTOD vem sendo extensivamente utilizado na avaliação de juntas soldadas de estruturas de grande responsabilidade⁽²¹⁾, tais como vasos de pressão, plataformas oceânicas, submarinos, etc. Desde que neste estudo importa um parâmetro confiável e que permita comparações realistas com os critérios de falhas existentes, o conceito de CTOD será adotado no estabelecimento de uma função entre ψ e a geometria da trinca.

A solução da equação (40), deduzida anteriormente, exige, portanto, a determinação de uma relação analítica entre o parâmetro δ , relativo ao conceito de CTOD, e a geometria de uma trinca semi-elíptica de semi-eixos a e c . Devido à complexidade para a obtenção de uma relação funcional desta natureza, as soluções disponíveis estão limitadas somente ao caso elástico^(72,73,76,80), baseadas em contribuição de Irwin⁽⁷⁴⁾.

Em condições de pequena plastificação na ponta da trinca (escoamento de pequena monta), entretanto, é possível relacionar o regime elástico e as condições elasto-plásticas através da

expressão apresentada por Dawes⁽⁷⁵⁾:

$$\delta = \frac{K_I^2}{m \sigma_Y E_Y} \quad (43)$$

onde K_I é o fator de intensificação de tensões no modo I de deformação, σ_Y é a tensão de escoamento, E_Y é o módulo de elasticidade no estado plano de deformações e m é o fator de intensificação de tensões plásticas. Assumindo somente o regime elástico, o módulo de elasticidade no estado plano de deformações E_Y é dado pela relação $E/(1-\nu^2)$, onde E é o módulo de elasticidade longitudinal e ν é o coeficiente de Poisson.

Para trincas semi-elípticas no regime elástico incidentes em uma placa de espessura t , conforme ilustrado na figura 21, o fator de intensificação de tensões K_I em função da geometria da trinca pode ser descrito através das relações obtidas por Newman e Raju⁽⁷⁶⁾, a partir da análise por elementos finitos da deformação do contorno da trinca³⁷, válidas para $0 \leq a/c \leq 1,0$ e $0 \leq a/t \leq 1,0$. As expressões apresentadas a seguir foram

³⁷ Embora as soluções disponíveis apresentadas por Newman e Raju⁽⁷⁶⁾, através de técnica de elementos finitos, seja mais conveniente à construção do modelo, algumas soluções analíticas disponíveis na literatura podem ser obtidas em trabalho de Maddox⁽⁸¹⁾.

simplificadas em relação à formulação original, apresentada na referência [76], desprezando-se o efeito de largura finita e a ocorrência de momentos fletores :

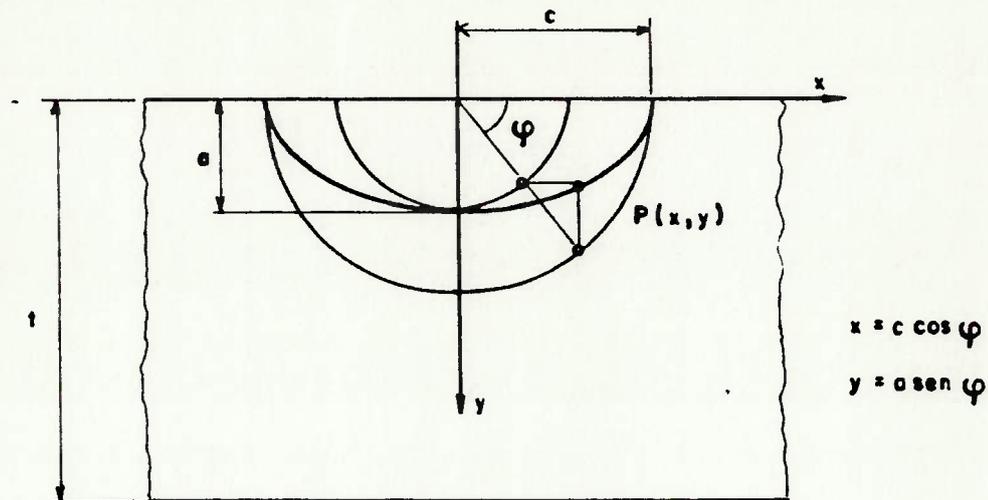


Figura 21 - Representação geométrica de uma trinca semi-elíptica contida em uma placa de largura infinita e espessura t .

$$K_I(a, c, t, \varphi) = \varphi^{-1} \sigma \sqrt{(\pi a)} F(a, c, t, \varphi) \quad (44)$$

onde

$$F(a, c, t, \varphi) = \left[M_1 + M_2 (a/t)^2 + M_3 (a/t)^4 \right] g_\varphi f_\varphi \quad (45)$$

$$M_1 = 1,13 - 0,09 (a/c) \quad (46)$$

$$M_2 = -0,54 + 0,89 \cdot (0,2 + (a/c))^{-1} \quad (47)$$

$$M_3 = 0,5 - (0,65 + (a/c))^{-1} + 14 \cdot (1 - (a/c))^{24} \quad (48)$$

$$\varepsilon_{\varphi} = 1 + (0,1 + 0,35 \cdot (a/t)^2) \cdot (1 - \operatorname{sen} \varphi)^2 \quad (49)$$

$$f_{\varphi} = (\operatorname{sen}^2 \varphi + (a/c)^2 \cdot \cos^2 \varphi)^{0,25} \quad (50)$$

Ainda na expressão (44), o parâmetro ϕ é uma integral elíptica completa de segundo tipo, definida por⁽⁷⁷⁾:

$$\phi = \int_0^{\pi/2} \left[1 - \frac{c^2 - a^2}{c^2} \operatorname{sen}^2 \varphi \right]^{1/2} d\varphi \quad (51)$$

Substituindo a equação (44) na equação (43) resulta:

$$\delta(a, c, t, \varphi) = \frac{\pi a \sigma^2 \left[F(a, c, t, \varphi) \right]^2}{\phi^2 m \sigma_Y E_Y} \quad (52)$$

A expressão (52) fornece o valor do CTOD em função da coordenada φ sobre a frente de propagação de uma trinca de semi-eixos a e c incidente em uma placa de espessura t . Substituindo esta expressão na equação (41) e rearranjando algebricamente, conforme pode ser visto no anexo V, resulta a

expressão do CTOD médio, em função da coordenada φ , para uma trinca semi-elíptica de semi-eixos a e c , submetida a uma tensão uniforme axial σ , incidente em uma placa de espessura t :

$$\delta_M(a, c, t, \varphi) = C_0 \int_0^{\pi} \left[F(a, c, t, \varphi) \right]^{2\alpha_0} (a^2 + (c^2 - a^2) \sin^2 \varphi)^{0,5} d\varphi \quad (53)$$

onde

$$C_0 = \frac{1}{2 c \phi} \left[\frac{\pi a \sigma^2}{\phi^2 m \sigma_Y E_Y} \right]^{\alpha_0} \quad (54)$$

Tomando-se $\psi_M(s) = \delta_M(s)$, as expressões (42) e (53) fornecem, portanto, a probabilidade de falha de uma trinca semi-elíptica de semi-eixos a e c , incidente em um sólido de espessura t e submetido à uma tensão axial σ , conhecidos os parâmetros α_0 e β_0 relativos à função de Weibull biparamétrica, característica do material ensaiado na espessura B_0 . As expressões anteriores consideram, ainda, um valor médio de CTOD obtido a partir de uma integral elíptica calculada sobre todo o contorno de uma trinca de dimensões conhecidas.

5.3. Probabilidade de Falha de uma Junta Soldada na Presença de uma Trinca Aleatória Unitária.

A seção anterior introduziu um modelo de falha aplicado à análise da fratura frágil de uma região heterogênea na presença de uma trinca unitária conhecida, baseado nas relações tensão-deformação para escoamento de pequena monta na ponta da trinca. A extensão do modelo ao caso real de uma estrutura soldada pode ser generalizada através da hipótese da incidência aleatória de trincas e defeitos segundo alguma distribuição estatística adequada.

A figura 22 mostra uma porção genérica de uma estrutura soldada submetida a um campo de tensões σ e uma trinca unitária, introduzida aleatoriamente, possuindo dimensões a e $2c$:

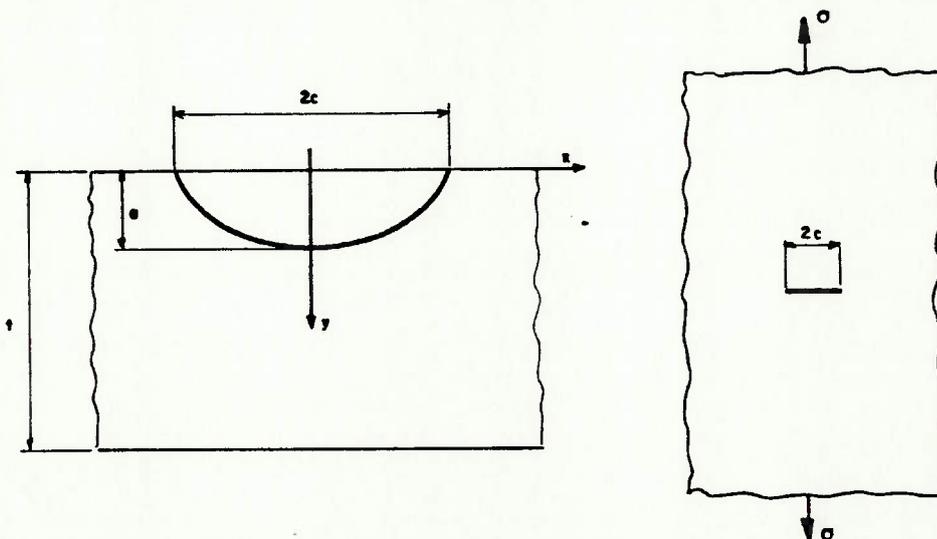


Figura 22 - Porção genérica de uma estrutura soldada na presença de uma trinca semi-elíptica, submetida a uma tensão axial σ .

De maneira a estabelecer os fundamentos da construção de um modelo geral, pode-se admitir as seguintes hipóteses :

h_4 - Toda a região de interesse (ZTA e ZF) foi submetida a algum exame não destrutivo de detecção de trincas incidentes ;

h_5 - Todas as trincas detectadas tenham sido devidamente reparadas e que o reparo destas regiões não tenha introduzido modificações prejudiciais à tenacidade de regiões adjacentes³⁸ ;

h_6 - A geometria da trinca será aproximada por uma semi-elipse de eixo maior $2c$ e eixo menor a . Isto implica em admitir somente a ocorrência de trincas com relação entre eixos $a/c \leq 1$ ³⁹ .

³⁸ Esta hipótese implica em certo otimismo do modelo apresentado, uma vez que o reparo de defeitos detectados em regiões soldadas pode introduzir consequências prejudiciais à integridade mecânica e metalúrgica da ZTA e da ZF. Isto ocorre, principalmente, devido à introdução de um novo ciclo térmico e localizado e que induz a formação de zonas altamente fragilizadas.

³⁹ Esta hipótese representa uma limitação sobre o universo considerado mas, como pode ser visto em trabalho de Rummel et alii⁽⁷⁰⁾, a incidência de trincas semi-elípticas com semi-eixo maior no sentido da espessura da placa apresenta probabilidade de ocorrência muito baixa.

h_7 - A falha do sistema ocorrerá se o valor do parâmetro médio de fratura sobre a superfície da trinca exceder o parâmetro crítico do material, conforme proposto na seção 5.2.

A partir destas hipóteses, a probabilidade de ocorrência da fratura frágil \mathfrak{P}_f para o sistema apresentado na figura 25, considerando as variáveis aleatórias a , c e δ_M , é dado por :

$$\mathfrak{P}_f = (0 \leq a \leq t \mid E_D ; a \leq c \leq \infty \mid E_D ; \delta_c \leq \delta_M) \quad (55)$$

onde E_D representa um evento tal que a trinca não tenha sido detectada após exame não destrutivo, δ_c é o valor crítico de CTOD da região de interesse e δ_M é o parâmetro médio de CTOD sobre a frente de propagação da trinca.

Assumindo todos os eventos estatisticamente independentes resulta, a partir da definição de probabilidade⁽⁵⁴⁾:

$$\mathfrak{P}_f = \int \int \int_D f^*(a) f^*(c) f(\delta_c) da dc d\delta_c \quad (56)$$

onde $f^*(a)$ e $f^*(c)$ são as funções densidade de probabilidade,

condicionada ao evento E_D , dos semi-eixos a e c da trinca remanescente, e $f(\delta_c)$ é a função densidade de probabilidade relativa ao parâmetro crítico de CTOD. Através dos extremos de integração estabelecidos na hipótese h_g , a expressão anterior fornece :

$$p_f = \int_0^l \int_a^\infty \int_0^{\delta_M} f^*(a) f^*(c) f(\delta_c) da dc d\delta_c \quad (57)$$

Considerando a definição da função de distribuição acumulada⁽⁵⁴⁾, a expressão (57) pode ser reescrita como :

$$p_f = \int_0^l \int_a^\infty f^*(a) f^*(c) F^1(\delta_M) da dc \quad (58)$$

onde $F^1(\delta_M)$ é a função de distribuição acumulada, relativa ao parâmetro crítico de CTOD, expressa pela equação (42), fazendo-se $\psi_M = \delta_M$.

As funções de densidade de probabilidade $f^*(a)$ e $f^*(c)$, relativas à trinca remanescente, devem ser obtidas a partir das funções de densidade de probabilidade dos semi-eixos a e c condicionadas à ocorrência do evento E_D , ou seja, ao evento de não detectabilidade destas dimensões. Desta forma, através da definição de função densidade de probabilidade condicionada,

fornecida por Papoulis⁽⁵⁴⁾, resulta :

$$f^*(a) = \frac{f(a) \bar{D}(a)}{\int_0^{\infty} f(a) \bar{D}(a) da} \quad (59)$$

$$f^*(c) = \frac{f(c) \bar{D}(c)}{\int_0^{\infty} f(c) \bar{D}(c) dc} \quad (60)$$

onde $f(a)$ e $f(c)$ são as funções densidade de probabilidade dos semi-eixos menor e maior da trinca, respectivamente, e $\bar{D}(a)$ e $\bar{D}(c)$ são as funções de distribuição acumulada relativas à não detectabilidade da trinca de dimensões a e c , respectivamente.

Evidentemente, o ajuste destas funções e a estimativa de seus parâmetros a partir de dados reais constitui-se em trabalho extenso, o qual foge do escopo desta investigação. O ajuste criterioso destas funções exige a análise de uma quantidade de dados significativa, relativa à incidência de defeitos em estruturas soldadas, em função do processo de soldagem e de outras variáveis. A literatura disponível, no entanto, fornece algumas distribuições obtidas a partir da análise de defeitos incidentes em estruturas típicas, tais como vasos de pressão, e que serão consideradas para efeito de análise da resposta do modelo probabilístico proposto.

Itagaki et alii⁽⁵²⁾ sugeriram a utilização da função Beta⁴⁰, limitada pela espessura da chapa t , para descrever a ocorrência de trincas com profundidade a (semi-eixo menor) e da função Exponencial⁴¹ para descrever a ocorrência de trincas com comprimento $2c$ (eixo maior). Em seu trabalho, as funções relativas à não detectabilidade da trinca foram assumidas como sendo distribuições Exponenciais.

Desta forma, as funções densidade de probabilidade e as funções de distribuição acumulada relativas às equações (59) e (60) serão dadas através das seguintes expressões, propostas por Itagaki et alii⁽⁵²⁾:

⁴⁰ A função densidade de probabilidade de uma variável aleatória contínua, pertencente ao intervalo $[0,1]$, segundo uma distribuição Beta, possuindo parâmetros M e N é dada por⁽⁷⁹⁾:

$$f_B(x, M, N) = \frac{\Gamma(M+N)}{\Gamma(M) \Gamma(N)} x^{M-1} (1-x)^{N-1}, \quad 0 < x < 1$$

$$0 < M, N$$

onde $\Gamma(y) = (y-1)!$ é a função gama.

⁴¹ A função densidade de probabilidade de uma variável aleatória contínua segundo a distribuição exponencial, possuindo parâmetros λ_0 e λ_1 , é dada por⁽⁵⁸⁾:

$$f_E(x, \lambda_0, \lambda_1) = \lambda_1 e^{-\lambda_1(x-\lambda_0)}, \quad 0 \leq \lambda_0 \leq x, \quad \lambda_1 > 0$$

- profundidade da trinca (a)

$$f_B(a, M, N) = \frac{1}{B(M, N)} \frac{a^{M-1} (t-a)^{N-1}}{t^{M+N-1}} \quad (61)$$

$$B(M, N) = \frac{(M-1)! (N-1)!}{(M+N-1)!} \quad (62)$$

- comprimento da trinca (c)

$$f_E(c, H) = H \exp(-Hc) \quad (63)$$

- não detectabilidade da trinca

$$\bar{D}(a, \sigma_1, \sigma_0) = \exp \left[-\sigma_1 (a - \sigma_0) \right] \quad (64)$$

$$\bar{D}(c, h_1, h_0) = \exp \left[-h_1 (c - h_0) \right] \quad (65)$$

A partir das expressões anteriores resulta , portanto , a expressão da probabilidade de falha \mathcal{P}_f de uma junta soldada na presença de uma trinca aleatória remanescente :

$$\varphi_f = C_1 \int_0^t a^{M-1} (t-a)^{N-1} \exp(-\sigma_1 a) \int_a^{\infty} \exp[-(H+H_1)c] F(\delta_M) dc da \quad (66)$$

onde

$$C_1 = \frac{(H + H_1)}{\int_0^t a^{M-1} (t-a)^{N-1} \exp(-\sigma_1 a) da} \quad (67)$$

Derivando-se a expressão (66) em relação ao semi-eixo a , obtém-se a influência da profundidade da trinca sobre o modelo de falha proposto através da expressão :

$$\frac{\partial \varphi_f}{\partial a} = C_1 a^{M-1} (t-a)^{N-1} \exp(-\sigma_1 a) \int_a^{\infty} \exp[-(H+H_1)c] F(\delta_M) dc \quad (68)$$

A expressão (68) fornece os valores da probabilidade de falha para o modelo apresentado, tomando-se o semi-eixo menor da elipse (profundidade a da trinca) constante e as dimensões do semi-eixo maior da elipse (semi-comprimento c da trinca) variando entre a e $+\infty$. Conforme será discutido no capítulo 6, as distribuições relativas à profundidade e ao comprimento da trinca são muito próximas e as conclusões obtidas através da expressão anterior podem também ser extendidas à influência do comprimento da trinca c sobre o modelo de falha.

5.4. Utilização da Função Composta de Weibull no Modelo Probabilístico de Fratura.

Conforme foi discutido no capítulo 4, a utilização de uma função composta sobre o modelo probabilístico apresentado em 5.3, descrevendo o comportamento frágil-dútil do material, pode apresentar resultados práticos bastante interessantes sobre a determinação da probabilidade de falha de uma junta soldada. Considerando, novamente, a função composta de Weibull, apresentada através da expressão (19), resulta :

$$F_x(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x}{\beta_1} \right)^{\alpha_1} \right] , \quad 0 \leq x \leq \psi_0 \quad (19)$$

$$F_x(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x}{\beta_2} \right)^{\alpha_2} \right] , \quad \psi_0 < x \leq \infty$$

Substituindo a expressão anterior na expressão (35) resulta, portanto, a distribuição do parâmetro de fratura ψ_i , obtida a partir de ensaios em corpos de prova de espessura B_0 , descrita por uma função composta biparamétrica de Weibull, com parâmetros α_1 , β_1 , α_2 e β_2 :

$$F_{x_i}^1(\psi_i) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\psi_i}{\beta_{1s}}\right)^{\alpha_1}\right], \quad \psi_i \leq \psi_0 \quad (69)$$

$$F_{x_i}^1(\psi_i) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{\psi_i}{\beta_{2s}}\right)^{\alpha_2}\right], \quad \psi_i > \psi_0 \quad (70)$$

onde ψ_0 é um valor crítico que determina a transição entre o regime frágil e dútil, definido pela expressão (20), e β_{1s} e β_{2s} são fornecidos através das expressões :

$$\beta_{1s} = \beta_1 \left(\frac{S_0}{\Delta s}\right)^{\alpha_1^{-1}} \quad (71)$$

$$\beta_{2s} = \beta_2 \left(\frac{S_0}{\Delta s}\right)^{\alpha_2^{-1}} \quad (72)$$

Analogamente à seção 5.3, a probabilidade de falha de uma trinca semi-elíptica de semi-eixos a e c , contida em um meio heterogêneo, possuindo a distribuição de seu parâmetro de fratura descrita por uma função de Weibull composta, é dada por :

$$F_x^1(\psi(s)) = 1 - \exp\left[-\frac{S}{S_0 \beta_{1s}^{\alpha_1}} \psi_{M_1}(s)\right], \quad \psi(s) \leq \psi_0 \quad (73)$$

$$F_x^1(\psi(s)) = 1 - \exp\left[-\frac{S}{S_0 \beta_2^{\alpha_2}} \psi_{M_2}(s)\right], \quad \psi(s) > \psi_0 \quad (74)$$

onde :

$$\psi_{M_1}(s) = \frac{1}{S} \int_0^s [\psi(s)]^{\alpha_1} ds, \quad \psi(s) \leq \psi_0 \quad (75)$$

$$\psi_{M_2}(s) = \frac{1}{S} \int_0^s [\psi(s)]^{\alpha_2} ds, \quad \psi(s) > \psi_0 \quad (76)$$

5.5. Probabilidade de Falha de uma Estrutura Soldada

A extensão do modelo desenvolvido anteriormente ao caso geral de uma estrutura soldada, contendo um número médio de trincas N_T , pode ser feita admitindo-se que a ocorrência de trincas ao longo da estrutura seja um evento aleatoriamente independente⁴², resultando :

⁴² Embora, em alguns casos, esta hipótese não corresponda à realidade, a sua utilização simplifica a análise de falha de uma estrutura soldada.

$$\mathcal{P}_F = 1 - \left[1 - \mathcal{P}_f \right]^{N_T} \quad (77)$$

A demonstração da expressão (77) pode ser obtida admitindo-se um estrutura contendo um número médio de trincas N_T como um sistema contendo N_T elementos em série. A falha do sistema ocorre se pelo menos um dos elementos falhar.

Considerando a definição de confiabilidade $\mathcal{R}_f^{(89)}$ de uma junta soldada na presença de uma trinca unitária aleatória, resulta :

$$\mathcal{R}_f = 1 - \mathcal{P}_f \quad (78)$$

A partir da hipótese de um sistema em série, decorre a confiabilidade do sistema \mathcal{R}_F :

$$\mathcal{R}_F = \prod_{i=1}^{N_T} \mathcal{R}_f = \mathcal{R}_f^{N_T} \quad (79)$$

Considerando a confiabilidade do sistema dada pela relação $\mathcal{P}_F = 1 - \mathcal{R}_F$ e a expressão (78) resulta :

$$p_F = 1 - R_F = 1 - \left[1 - p_f \right]^{N_T} \quad (77)$$

6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

6.1. Dados Iniciais e Parâmetros das Distribuições

A aplicabilidade do modelo probabilístico desenvolvido no capítulo anterior foi verificada através do programa PROFALHA, apresentado no anexo VI. Os parâmetros relativos à geometria e à detectabilidade da trinca foram obtidos a partir de trabalho realizado por Itagaki et alii⁽⁵²⁾, sendo apresentados na tabela 10 a seguir :

Tabela 10 - Parâmetros das distribuições relativas à geometria e à detectabilidade da trinca (ref. [52]).

DISTRIBUIÇÃO	PARÂMETROS
profundidade da trinca (a)	$M = 1$, $N = 6$
detectabilidade de a	$G1 = 0,25$, $G0 = 1$
comprimento da trinca (c)	$H = 0,10$
detectabilidade de c	$H1 = 0,20$, $H0 = 1$

A seção 6.3 analisará a resposta do modelo probabilístico de falhas de regiões heterogêneas aplicado a juntas soldadas em aço C-Mn, utilizado em estruturas oceânicas, segundo a especificação BS4360 Gr50⁽⁶²⁾. Os dados relativos aos procedimentos de soldagem utilizados e aos resultados dos ensaios de CTOD foram obtidos através da referência [66].

De forma a uniformizar os resultados para todos os exemplos que serão apresentados a seguir, foi admitido um limite de escoamento médio igual a 350 MPa. O comprimento da frente de propagação da trinca, relativo à amostra de espessura B_0 , será aproximado pela própria espessura dos corpos de prova e assumido igual a 50 mm, conforme apresentado na referência [66].

O fator de intensificação de tensões plásticas m foi assumido igual a 1,0, segundo valores experimentais obtidos por Robinson e Tetelman⁽⁸⁹⁾. O módulo de elasticidade longitudinal E e o módulo de Poisson ν para o aço foram assumidos iguais a 201600 MPa e 0,3, respectivamente.

6.2. Aplicação do Modelo Probabilístico sobre Amostras Geradas Aleatoriamente.

A análise do efeito de alguns parâmetros importantes sobre a resposta do modelo probabilístico de uma região heterogênea na presença de trincas foi realizada utilizando-se, inicialmente, amostras geradas aleatoriamente a partir do programa WBRAND, apresentado no anexo III. A vantagem deste procedimento é a reprodução, em qualquer instante, da amostra gerada e a escolha mais conveniente dos parâmetros da distribuição de Weibull α e β .

Consideremos, portanto, as amostras W10 e W11, apresentadas nas tabelas 11 e 12, geradas aleatoriamente a partir dos parâmetros $\alpha_{10} = 1,5$, $\alpha_{11} = 5,0$, $\beta_{10} = \beta_{11} = 0,5$ e $\gamma_{10} = \gamma_{11} = 0$, onde o índice i relaciona a amostra i . A estimativa dos

parâmetros da função de Weibull biparamétrica de cada amostra, através do programa MMVWB, resultou em $\alpha_{11}^* = 1,53$, $\beta_{11}^* = 0,53$, $\alpha_{12}^* = 5,11$, $\beta_{12}^* = 0,51$.

Tabela 11 - Amostra W10 gerada aleatoriamente a partir de $\alpha = 1,5$, $\beta = 0,5$ e $\gamma = 0$.

0.024	0.132	0.166	0.233	0.254
0.259	0.268	0.274	0.317	0.369
0.483	0.484	0.488	0.523	0.613
0.699	0.748	0.948	1.012	1.289

Tabela 12 - Amostra W11 gerada aleatoriamente a partir de $\alpha = 5,0$, $\beta = 0,5$ e $\gamma = 0$.

0.201	0.335	0.359	0.398	0.408
0.410	0.415	0.418	0.436	0.456
0.495	0.495	0.496	0.507	0.531
0.553	0.564	0.606	0.618	0.664

A amostra W12 , por outro lado, apresentada na tabela 13, foi gerada aleatoriamente a partir dos parâmetros $\alpha_{12} = 1,5$, $\beta_{12} = 1,5$ e $\gamma_{12} = 0$. A estimativa dos parâmetros da função biparamétrica, através do programa MMVWB , forneceu $\alpha_{12}^* = 1,53$ e $\beta_{12}^* = 1,59$.

Tabela 13 - Amostra W12 gerada aleatoriamente a partir de $\alpha = 1,5$, $\beta = 1,5$ e $\gamma = 0$.

0.072	0.396	0.498	0.700	0.761
0.776	0.805	0.823	0.952	1.106
1.448	1.453	1.464	1.568	1.840
2.096	2.244	2.840	3.035	3.867

A figura 23 apresenta uma comparação dos valores de probabilidade de falha em função do parâmetro de forma α , admitindo-se uma espessura de chapa igual a 50 mm e fazendo-se o valor de β constante e igual a 0,50.

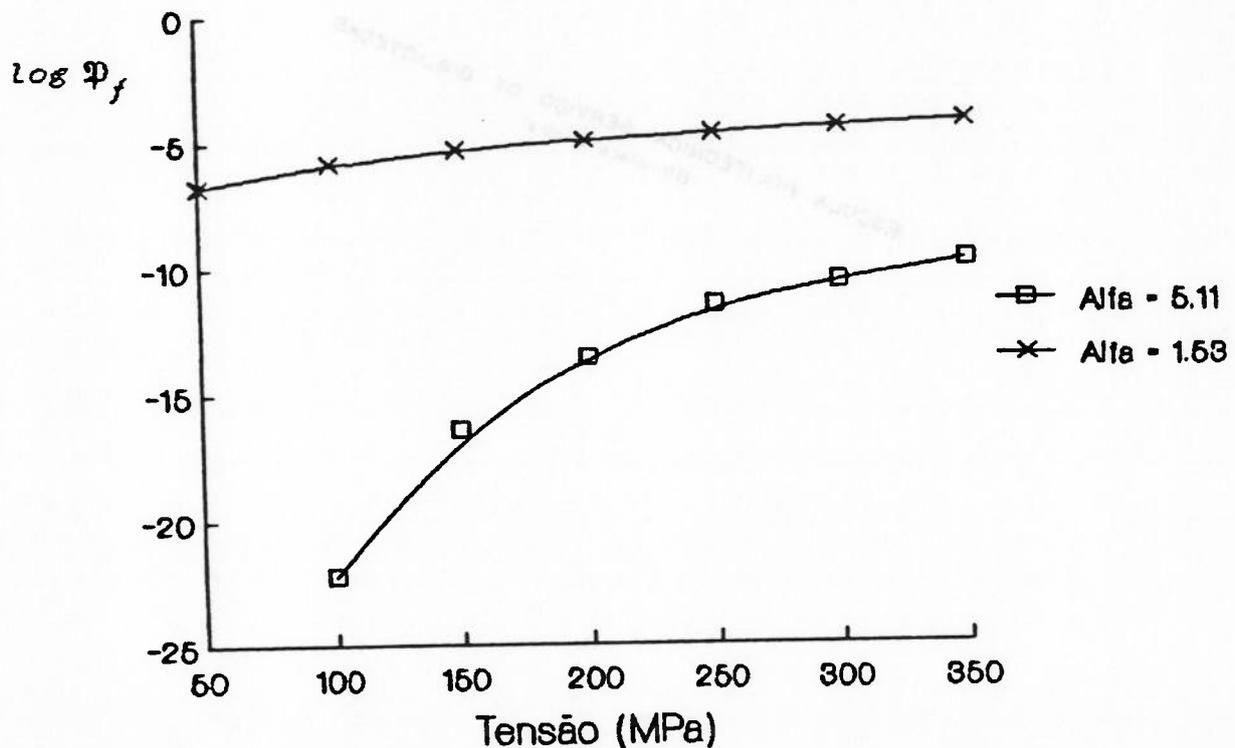


Figura 23 - Valores de $\log \Phi_f$ em função da tensão aplicada para $\alpha = 1,53$ e $\alpha = 5,11$ ($t = 50$ mm e $\beta = 0,50$).

A figura 24, por outro lado, apresenta os valores de

probabilidade de falha em função do parâmetro de escala β , para a espessura da chapa igual a 50 mm e fazendo-se o valor de α constante e igual a 1,53.

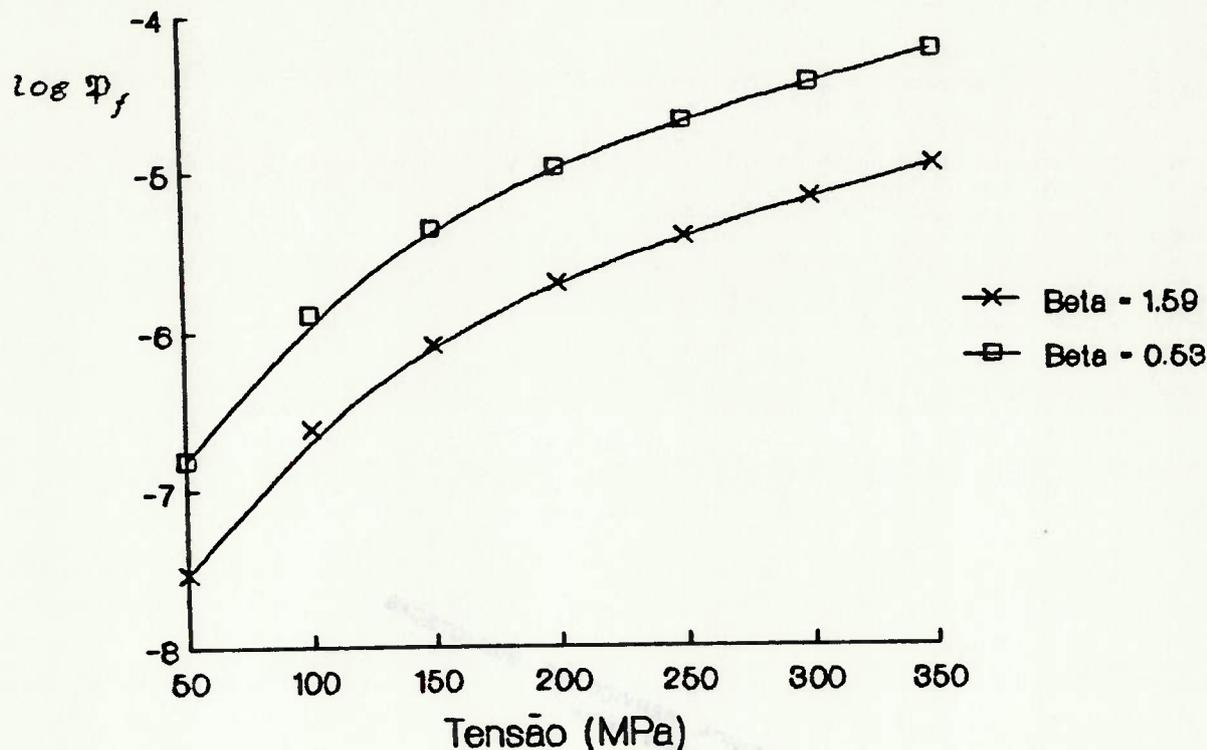


Figura 24 - Valores de $\log \Phi_f$ em função da tensão aplicada para $\beta = 0,53$ e $\beta = 1,59$ ($t = 50$ mm, $\alpha = 1,53$).

As figuras anteriores apresentam um resultado bastante importante sob o aspecto da aplicação de uma função de Weibull à descrição de processos de fratura. Conforme pode ser observado, a variação do parâmetro de forma α introduz modificações muito mais significativas no comportamento da função de falha do modelo, quando comparada com a variação introduzida pelo parâmetro β .

Retomando as definições introduzidas no capítulo 4, o parâmetro α representa uma medida da dispersão dos valores

pertencentes à amostra enquanto que o parâmetro β expressa, aproximadamente, o seu valor médio. Desta forma, a falha em regiões heterogêneas apresentando parâmetros de fratura razoavelmente dispersos é mais provável do que a falha em regiões heterogêneas apresentando parâmetros de fratura pouco dispersos. Além disto, o grau de dispersão dos resultados obtidos em ensaios de mecânica da fratura é mais relevante do que o valor médio da tenacidade do material.

A figura 25 apresenta os valores de probabilidade de falha, relativos à amostra da tabela 11, em função da espessura da chapa. Conforme descrito no capítulo 4, a aplicação do MEMF permite inferir o comportamento à fratura de materiais de espessura elevada a partir de corpos de prova de espessura reduzida.

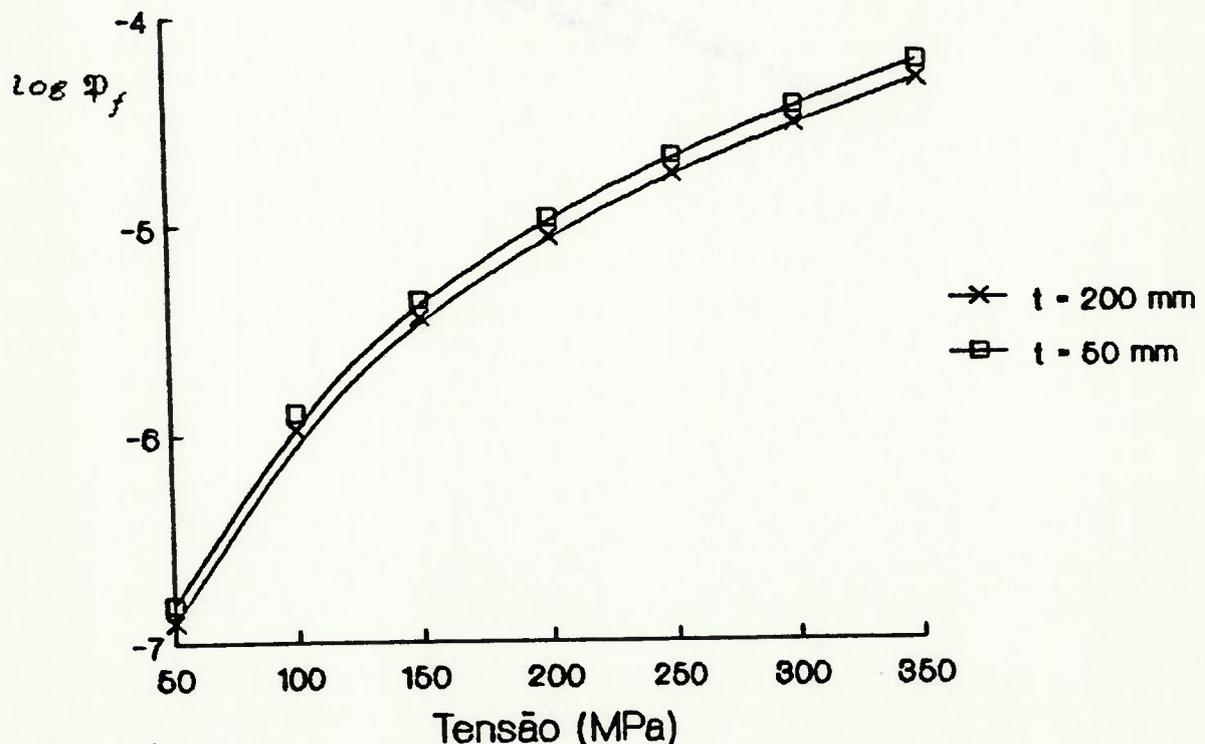


Figura 25 - Valores de $\log \Phi_f$ em função da tensão aplicada para $t = 50$ mm e $t = 200$ mm ($\alpha = 1,53$ e $\beta = 0,53$).

Inversamente ao comportamento apresentado pela aplicação simples do MEMF, onde espessura maiores apresentam maior probabilidade de fratura, as curvas de probabilidade de falha da figura anterior não são significativamente alteradas pela espessura da chapa. A explicação deste comportamento está intrinsecamente relacionada com as distribuições adotadas para a geometria e a detectabilidade da trinca, conforme será apresentado a seguir.

A figura 26 apresenta os valores de probabilidade de falha para o modelo desenvolvido, em função do parâmetro de forma α e da profundidade da trinca a , segundo a equação (68).

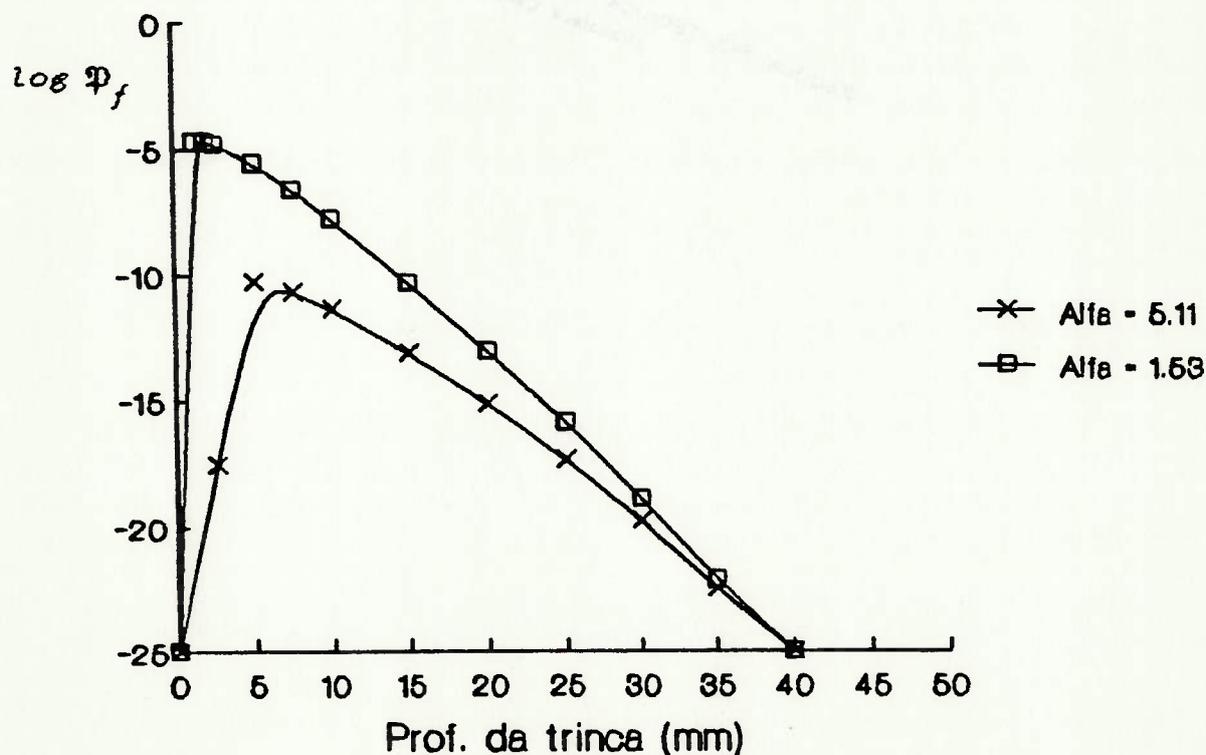


Figura 26 - Valores de $\log \Phi_f$ em função da profundidade da trinca a para $\alpha = 1,53$ e $\alpha = 5,11$

A figura anterior mostra a influência marcante de trincas de baixa profundidade sobre a fratura instável do material. Além disto, pode ser observado que parâmetros de forma maiores deslocam para a direita o valor máximo da probabilidade de falha do modelo. Este aspecto sugere que, em materiais com menor grau de heterogeneidades (parâmetros de forma elevados), a influência de trincas de menores dimensões não é tão significativa como no caso de materiais com alto grau de heterogeneidades (parâmetros de forma reduzidos).

Aparentemente conflitantes, os resultados apresentados na figura 26 devem ser interpretados sob um ponto de vista estatístico. Com efeito, apesar de trincas pequenas apresentarem deformações pequenas, a sua incidência é extremamente elevada, quando comparadas com trincas de dimensões maiores. A figura 27 apresenta a distribuição relativa à profundidade da trinca a , gerada a partir da distribuição Beta, fazendo-se $M=1$ e $N=6$.

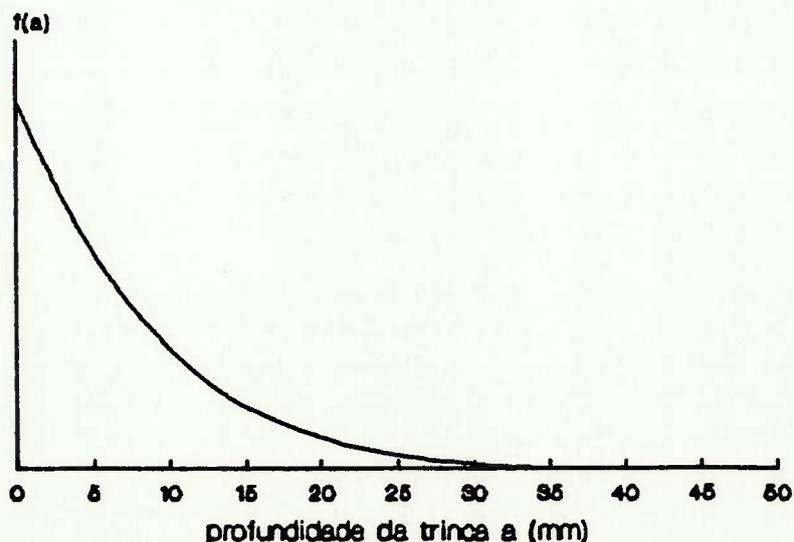


Figura 27 - Distribuição da profundidade da trinca a segundo o modelo Beta ($M=1$ e $N=6$).

A figura anterior mostra claramente a elevada incidência de trincas de baixa profundidade, em valores abaixo de 10 mm, e incidência praticamente desprezível para trincas com profundidade acima de 30 mm. Isto explica o comportamento observado na figura 26, uma vez que a parcela relativa à distribuição da profundidade da trinca na expressão (68) decresce muito mais rapidamente que o aumento da função de Weibull, relativa ao crescimento do CTOD médio.

O amortecimento deste comportamento para parâmetros de forma maiores, traduzido pelo deslocamento das curvas da figura 26 para a direita, pode, por outro lado, ser explicado através de simples inspeção da expressão do CTOD médio, dada pela equação (41). Naquela expressão, o CTOD médio foi derivado a partir de um valor de CTOD puntual na potência do parâmetro α , calculado sobre a superfície da trinca. Desta forma, valores elevados do parâmetro de forma conduzem a valores elevados do CTOD médio através de uma relação exponencial. Decorre, portanto, que a contribuição do aumento da função de Weibull cresce mais rapidamente que o caso anterior, atenuando o rápido decréscimo da distribuição da profundidade da trinca.

Analogamente, conclusão idêntica pode ser obtida em relação ao comprimento da trinca c , uma vez que sua distribuição é muito próxima à distribuição da profundidade a . A figura 28 apresenta a distribuição relativa ao comprimento da trinca c , gerada a partir da distribuição exponencial dada pela equação (63), fazendo-se $H = 0,1$.

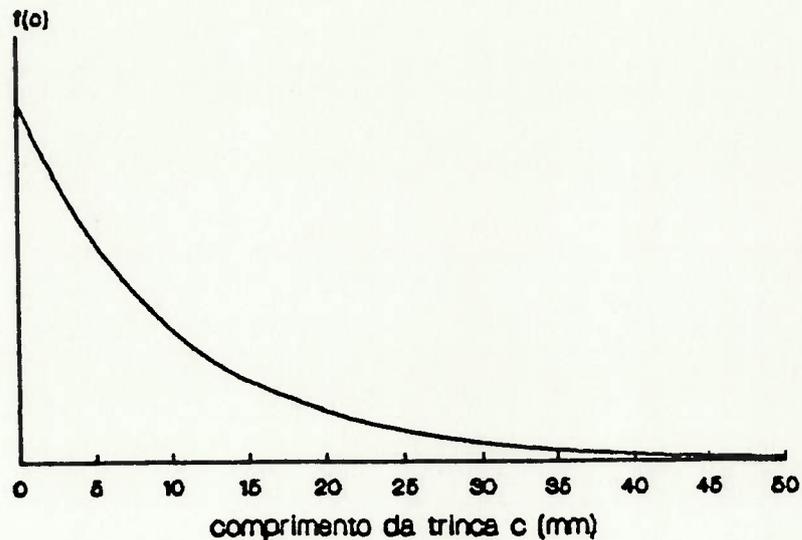


Figura 28 - Distribuição do comprimento da trinca c , segundo o modelo exponencial ($H = 0,1$).

Adicionalmente, deve ser considerado a influência da detectabilidade da trinca sobre o comportamento do modelo probabilístico de falha de uma região heterogênea. A figura 29 apresenta os valores de probabilidade de falha para a amostra da tabela 11 ($\alpha = 1,53$ e $\beta = 0,53$), supondo-se nulos os parâmetros de detectabilidade relativos à geometria da trinca (ou seja, a trinca não é detectada). A figura 29 apresenta, também, os valores de probabilidade de falha obtidos através da figura 23 ($G1 = 0,25$ e $H1 = 0,20$). Como pode ser observado na figura a seguir, a não detectabilidade da trinca provocou um aumento relevante nos valores da probabilidade de falha do modelo sob análise. Tal constatação é, obviamente, evidente, uma vez que, segundo as hipóteses admitidas no capítulo 5, toda trinca detectada é

reparada.

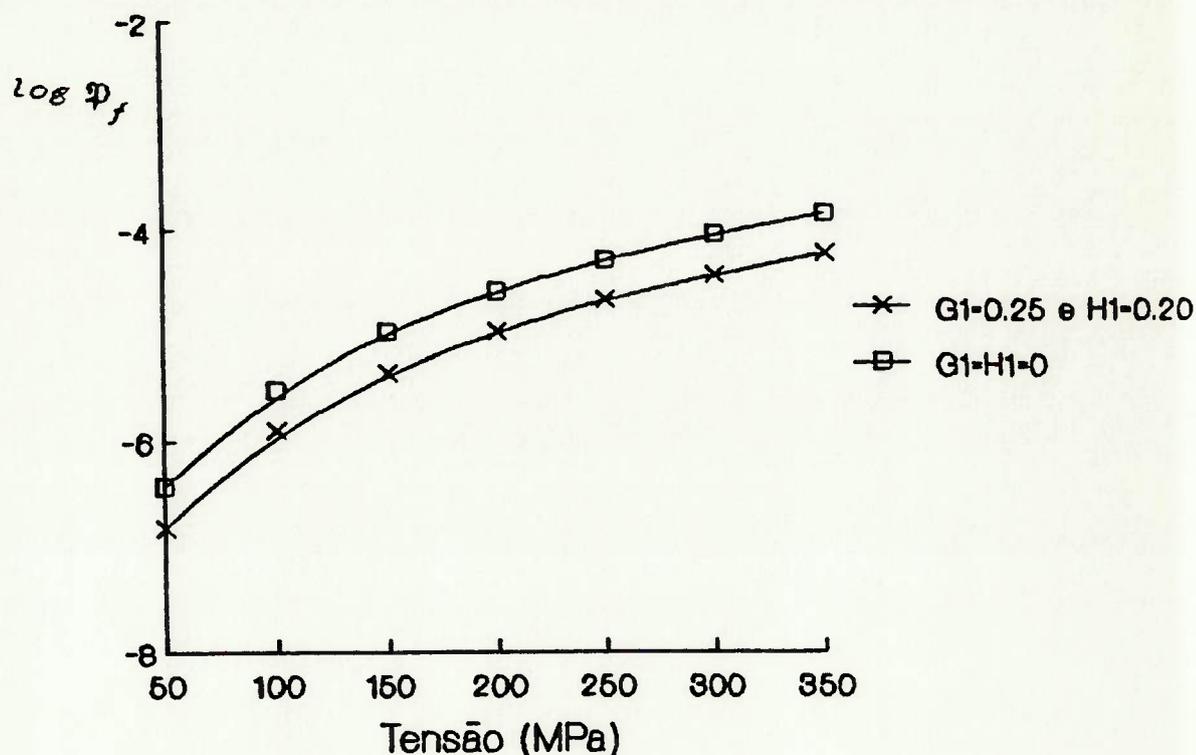


Figura 29 - Valores de $\log \Phi_f$ para os casos de detectabilidade e não detectabilidade da trinca ($\alpha = 1,53$, $\beta = 0,53$ e $t = 50$ mm)

Entretanto, a conclusão mais importante pode ser obtida retomando-se os resultados apresentados na figura 23 e comparando-os com a figura 29. Através de simples inspeção é possível verificar que a variação do parâmetro de forma α e, portanto, do grau de heterogeneidade do material, introduz mudanças muito mais significativas sobre o comportamento do modelo, quando comparadas com as mudanças introduzidas pelo nível de detectabilidade da trinca.

Tal como no caso anterior, este aspecto pode ser interpretado através da consideração das distribuições relativas à

geometria da trinca, condicionadas ao evento de sua detectabilidade (expressões (59) e (60)), apresentadas nas figuras 30 e 31. As distribuições relativas à geometria da trinca, sem a ocorrência do evento de detectabilidade (figuras 27 e 28) também são apresentadas, de forma a permitir comparações mais conclusivas.

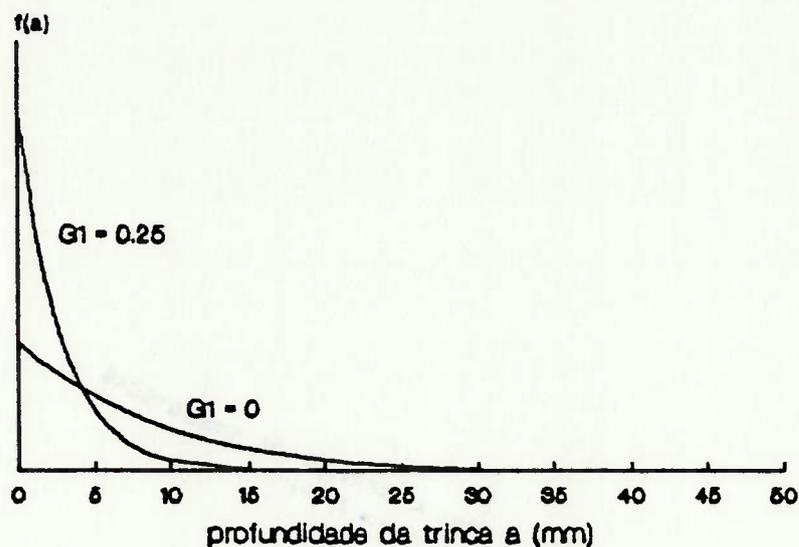


Figura 30 - Distribuição condicionada ao evento de detectabilidade da profundidade da trinca a .

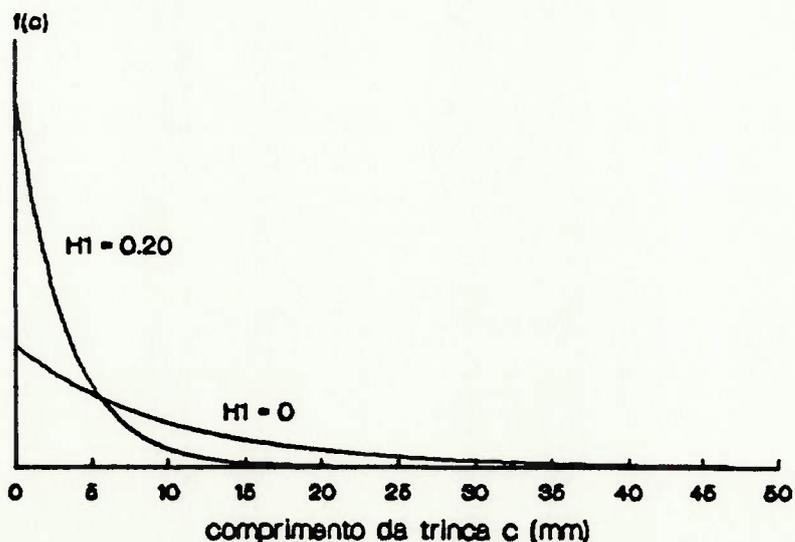


Figura 31 - Distribuição condicionada ao evento de detectabilidade do comprimento da trinca c .

As figuras anteriores evidenciam a elevada incidência de trincas de pequenas dimensões, apesar da ocorrência do evento de detectabilidade. De fato, o efeito dos parâmetros G_1 e H_1 sobre a distribuição condicionada somente é marcante para dimensões acima de 5 mm, tornando a ocorrência de trincas de dimensões maiores a 15 mm desprezível. Desta forma, trincas pequenas continuam a apresentar probabilidade de ocorrência bastante elevada e o comportamento do modelo não é significativamente alterado pelo nível de detectabilidade.

As conclusões anteriores permitem, finalmente, explicar o comportamento observado na figura 25, onde a espessura da chapa não introduziu alterações sensíveis sobre os valores de probabilidade de falha do modelo. Apesar da espessura da chapa elevada permitir a ocorrência de trincas mais profundas, a distribuição utilizada continua a privilegiar a incidência de trincas de baixa profundidade, conforme apresentado na figura 32.

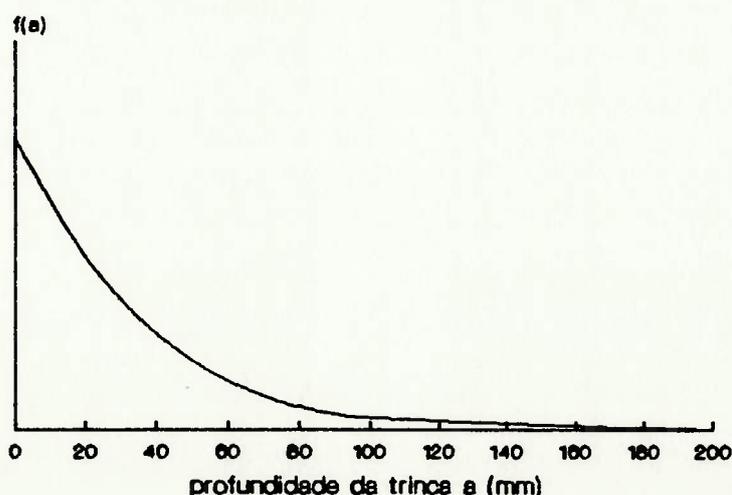


Figura 32 - Distribuição da profundidade da trinca a , segundo o modelo Beta, para espessura da chapa igual a 200 mm ($M=1$ e $N=6$).

6.3. Aplicação do Modelo Probabilístico sobre Juntas Soldadas.

A seção anterior apresentou diversas considerações sobre a influência de alguns parâmetros importantes sobre a resposta do modelo probabilístico de falha de uma região heterogênea na presença de trincas aleatórias. Uma vez estabelecido o comportamento esperado de um dado material, a partir da avaliação qualitativa do modelo, é possível analisar, de maneira mais objetiva, o comportamento à fratura frágil de juntas soldadas através do enfoque probabilístico.

As tabelas 14 e 15 apresentam os valores de CTOD para a ZTA de juntas soldadas de diversos aços C-Mn (segundo especificação básica dada pela BS4360^(B2)) em diferentes condições de soldagem, fornecidos através da referência [66] :

Tabela 14 - Valores de CTOD a -10°C (mm)⁽⁶⁶⁾. Soldagem ao Arco Submerso (SAS) . Insumo de Calor (I) = 3 KJ/mm . Condição Como Soldado (CS) e Pós-Aquecido (PA) . Espessura dos corpos de prova = 50 mm.

AÇO	CONDIÇÃO DE SOLDAGEM (I = 3 KJ/mm)											
	COMO SOLDADO						PÓS-AQUECIDO					
A	0,45	0,78	2,91	2,89	2,59	2,62	1,18	2,58	2,72	2,78	2,80	2,97
B	0,21	0,28	1,39	1,44	1,71	1,93	0,22	0,91	0,65	1,29	1,53	2,25
I	0,10	0,14	0,16	0,18	0,92	0,94	0,77	0,87	1,28	1,29	1,34	1,44
K	0,22	0,80	0,99	1,03	1,14	1,35	0,49	1,09	1,10	1,15	1,18	1,34
L	0,22	0,30	0,38	1,05	1,24	1,94	0,15	0,19	0,26	0,32	0,50	1,02

Tabela 15 - Valores de CTOD a -10°C (mm)⁽⁶⁶⁾. Soldagem ao Arco Submerso (SAS). Insumo de Calor (I) = 5 KJ/mm. Condição Como Soldado (CS) e Pós-Aquecido (PA). Espessura dos corpos de prova = 50 mm.

AÇO	CONDICAO DE SOLDAGEM (I = 5 KJ/mm)											
	COMO SOLDADO						PÓS-AQUECIDO					
A	0,11	0,11	0,36	0,86	1,09	1,71	0,19	0,49	0,76	0,77	1,88	1,91
B	0,02	0,03	0,06	0,07	0,07	0,15	0,03	0,03	0,04	0,13	0,31	0,45
I	0,04	0,10	0,11	0,17	0,22	0,45	0,04	0,10	0,28	0,46	0,56	0,89
K	0,05	0,34	0,48	0,74	0,76	0,89	0,04	0,04	0,05	0,18	0,46	0,58
L	0,02	0,04	0,08	0,12	0,16	1,79	0,08	0,16	0,19	0,26	0,33	0,46

Os valores dos parâmetros da função de Weibull biparamétrica, relativos às tabelas 14 e 15, foram estimados através da utilização do programa MMVWB. As curvas de probabilidade de falha em função do nível de tensão foram obtidas através do programa PROFALHA, utilizando-se os dados apresentados na seção 6.1. As tabelas 16 e 17 apresentam os estimadores α^* e β^* obtidos e o valor da probabilidade de falha \mathcal{P}_f para $\sigma = 350$ MPa.

Tabela 16 - Estimadores da distribuição de Weibull biparamétrica e valores de probabilidade de falha ($\sigma = 350$ MPa) para as amostras da tabela 14.

AÇO	CONDIÇÃO DE SOLDAGEM (I = 8 KJ/mm)					
	COMO SOLDADO			PÓS-AQUECIDO		
	α^*	β^*	$\mathcal{P}_f^{(1)}$	α^*	β^*	$\mathcal{P}_f^{(1)}$
A	2,22	2,08	$2,19 \times 10^{-7}$	6,56	2,72	$5,80 \times 10^{-29}$
B	1,62	1,29	$9,95 \times 10^{-6}$	1,43	1,14	$2,86 \times 10^{-5}$
I	2,49	0,23	$1,35 \times 10^{-5}$	6,05	1,26	$9,21 \times 10^{-16}$
K	2,95	1,03	$4,54 \times 10^{-8}$	5,41	1,17	$5,86 \times 10^{-14}$
L	1,41	0,94	$4,11 \times 10^{-5}$	1,52	0,46	$7,57 \times 10^{-5}$

(1) $\sigma = 350$ MPaTabela 17 - Estimadores da distribuição de Weibull biparamétrica e valores de probabilidade de falha ($\sigma = 350$ MPa) para as amostras da tabela 15.

AÇO	CONDIÇÃO DE SOLDAGEM (I = 5 KJ/mm)					
	COMO SOLDADO			PÓS-AQUECIDO		
	α^*	β^*	$\mathcal{P}_f^{(1)}$	α^*	β^*	$\mathcal{P}_f^{(1)}$
A	1,13	0,74	$1,82 \times 10^{-4}$	1,50	1,10	$2,20 \times 10^{-5}$
B	1,70	0,08	$7,65 \times 10^{-4}$	0,98	1,63	$1,56 \times 10^{-4}$
I	1,46	0,20	$3,16 \times 10^{-4}$	1,23	0,41	$2,49 \times 10^{-4}$
K	1,73	0,60	$2,25 \times 10^{-5}$	0,97	0,22	$1,12 \times 10^{-3}$
L	0,64	0,24	$2,74 \times 10^{-3}$	2,14	0,28	$2,39 \times 10^{-5}$

 $\sigma = 350$ MPa

De forma a caracterizar quantitativamente o nível de confiabilidade de uma junta soldada típica, a partir dos dados iniciais apresentados na seção 6.1, pode-se retomar o conceito de intervalo de confiança relativo ao parâmetro de forma α ,

introduzido na seção 4.4. Conforme mencionado naquela seção, o problema da estimativa de parâmetros a partir de populações finitas, principalmente em tamanhos de amostras pequenos, envolve a construção de um intervalo numérico, dentro do qual a probabilidade de conter o valor verdadeiro do parâmetro seja conhecida.

Será considerado, como exemplo, a análise de falha de uma junta soldada obtida a partir do aço L, na condição como soldada e insumo de calor igual a 3 KJ/mm . A construção do intervalo de confiança para $1-\omega = 95\%$, relativo ao parâmetro de forma α , é descrita no anexo IV e fornece os valores $0,45 \leq \alpha_L^* \leq 1,97$, onde α_L^* é o estimador do parâmetro de forma α para os valores de CTOD do aço L, nas condições descritas acima.

Desta maneira, a figura 33 fornece os valores de probabilidade de falha para a aço L considerando-se os limites superior e inferior do estimador do parâmetro α . Deve-se notar que a figura 33 fornece uma região finita de valores de probabilidade de falha em função do nível de tensão aplicado.

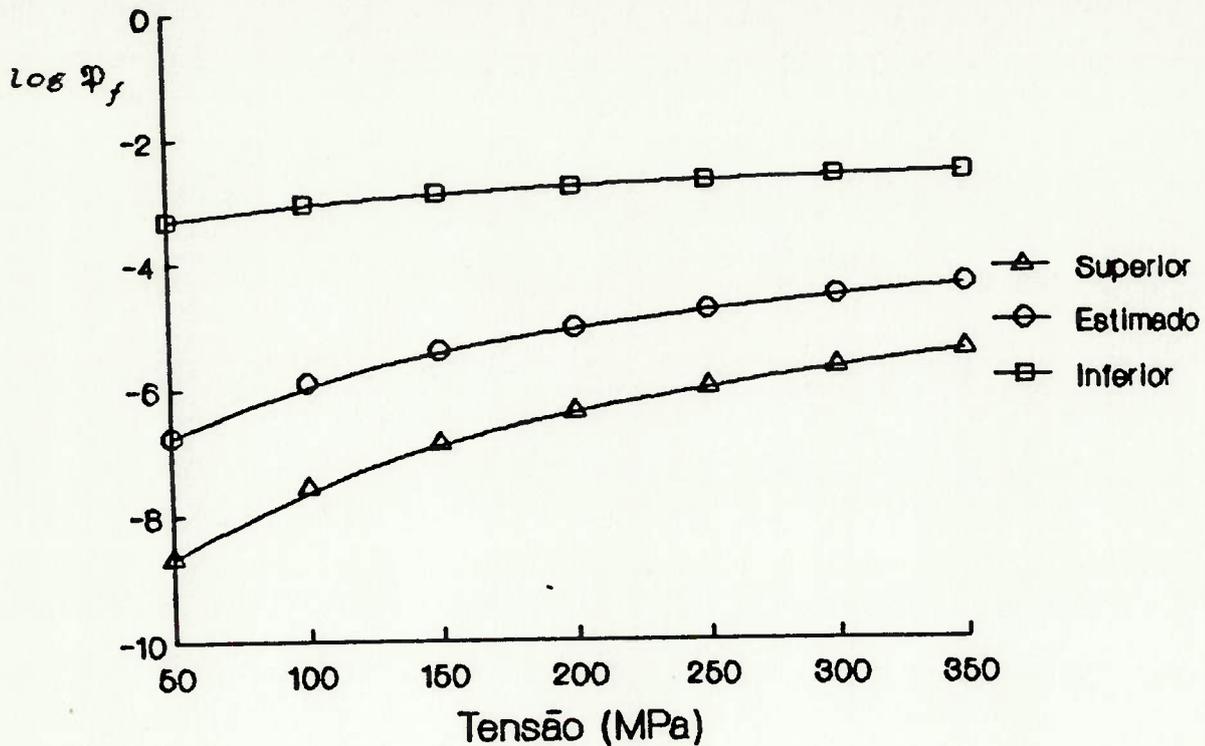


Figura 33 - Valores de $\log \Phi_f$ em função do nível de tensão para o aço L, considerando-se o intervalo de confiança do estimador α^* ($t = 50$ mm, $I = 3$ KJ/mm, como soldado, $\omega = 95\%$).

O resultado mais significativo, no entanto, pode ser visto na figura 34, onde são apresentados os valores de probabilidade de falha para o aço L, em função do número de trincas médio da estrutura, conforme descrito na seção 5.5. As curvas obtidas consideram somente $\sigma = 350$ MPa, nas condições descritas anteriormente.

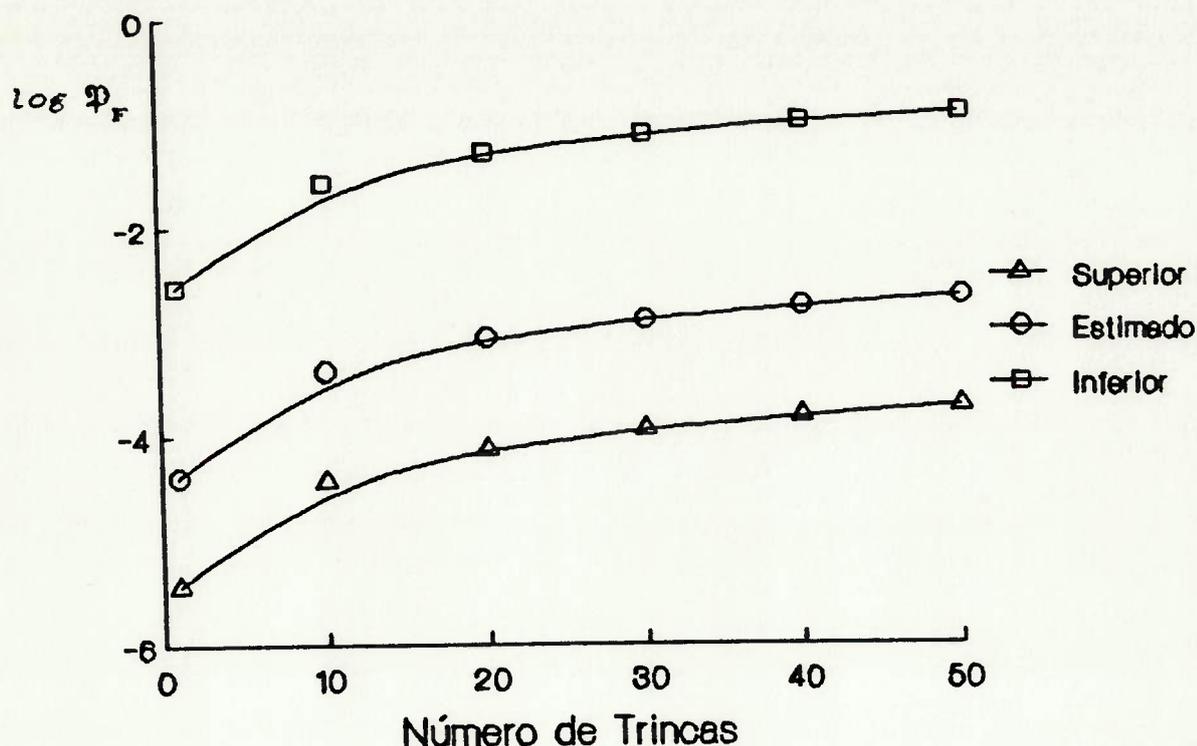


Figura 34 - Valores de $\log \Phi_F$ em função do número de trincas da estrutura para o aço L ($t = 50$ mm, $I = 3$ KJ/mm, condição CS, $\sigma = 350$ MPa).

As curvas fornecidas na figura anterior mostram valores de probabilidade de falha elevados, mesmo para número pequeno de trincas. Este aspecto é ainda mais evidente ao se considerar a curva do limite inferior do estimador α^* . Com efeito, esta observação sugere que a utilização de valores pessimistas do estimador de α (limite superior) pode conduzir a análises excessivamente conservadoras do problema da fratura em estruturas soldadas e o seu uso deve ser feito com critério.

As figuras 35, 36, 37 e 38 apresentam os valores de probabilidade de falha em função da tensão aplicada para os aços A, B, I, K e L, segundo os estimadores fornecidos pelas tabelas 16 e 17.

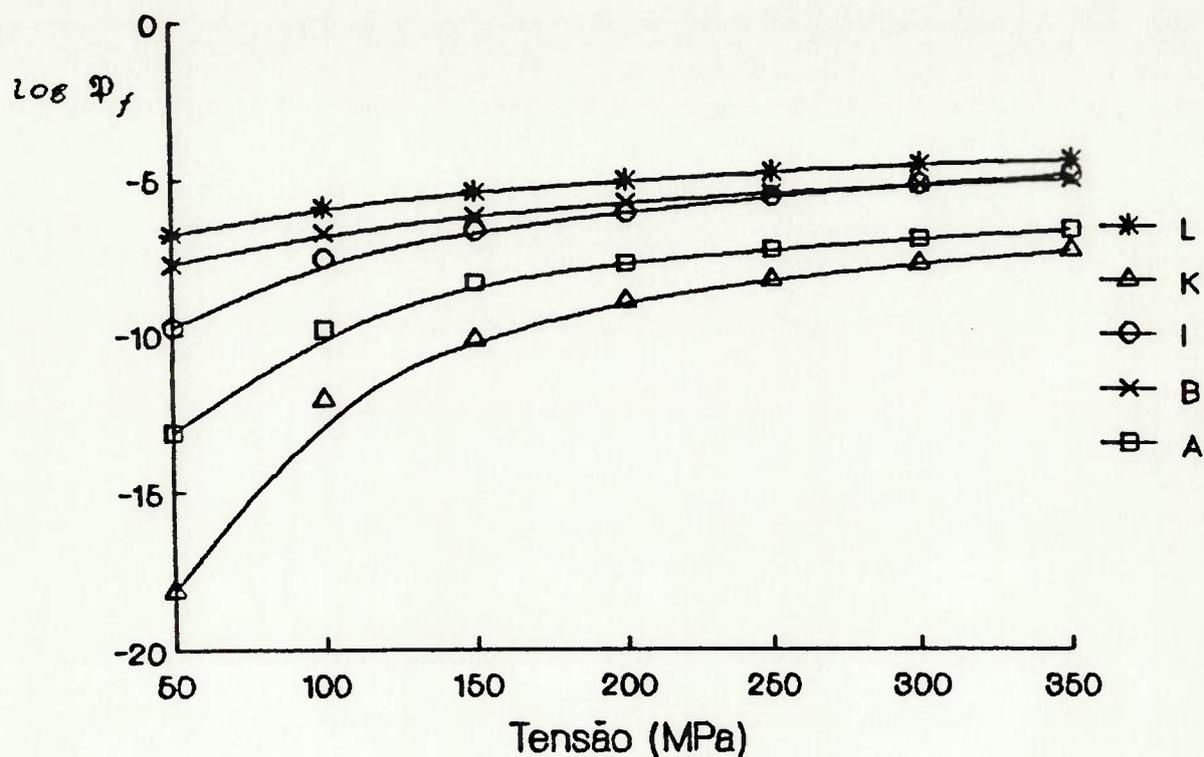


Figura 35 - Valores de $\log P_f$ em função da tensão aplicada para os aços A, B, I, K e L (como soldado, I = 3KJ/mm).

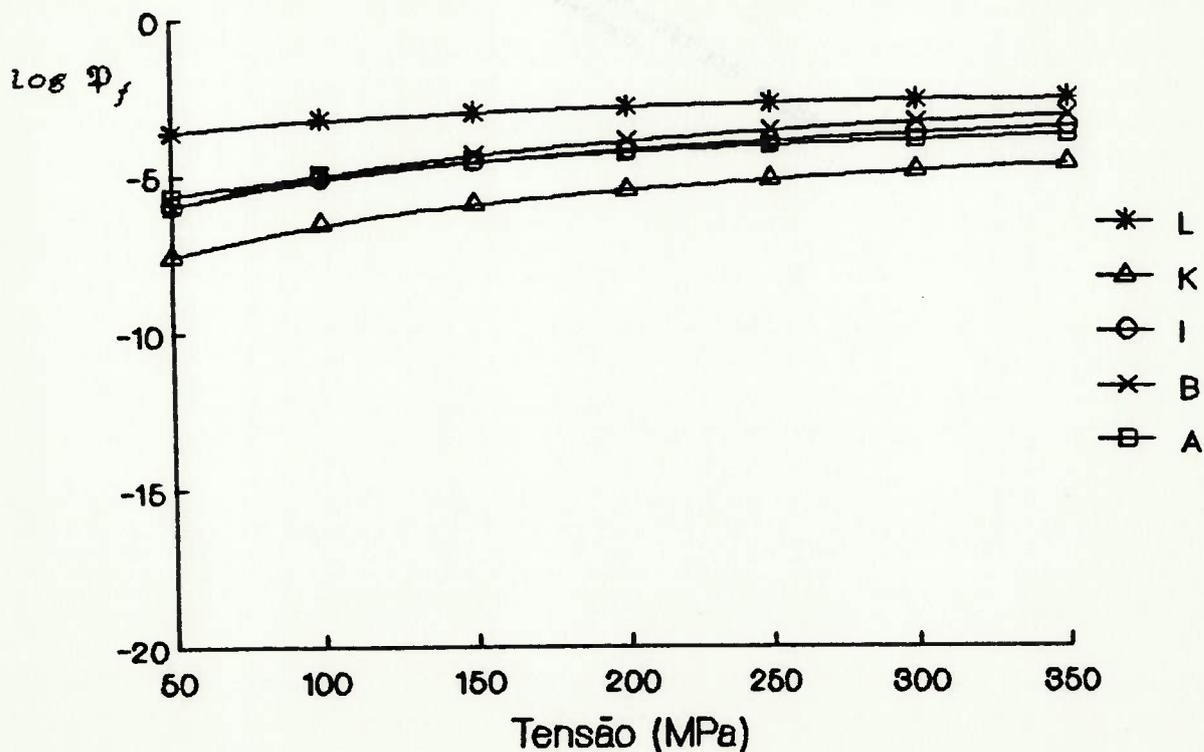


Figura 36 - Valores de $\log P_f$ em função da tensão aplicada para os aços A, B, I, K e L .Condição como soldado. I = 5KJ/mm.

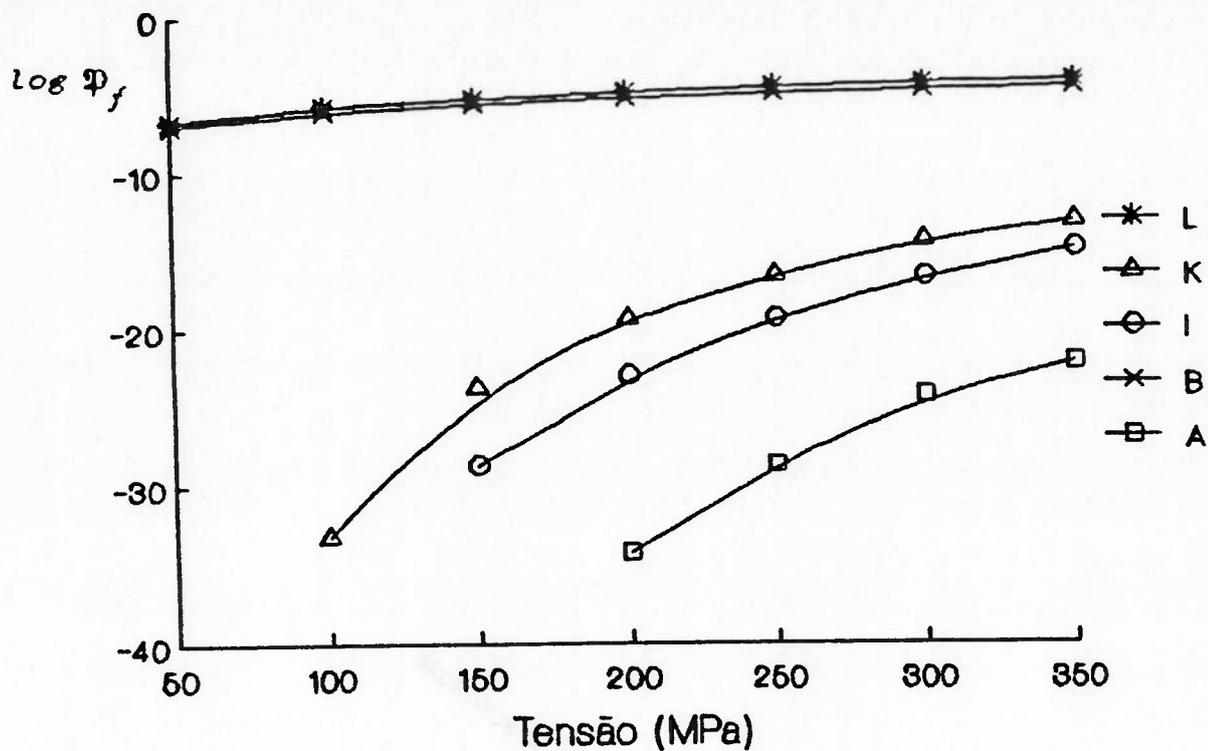


Figura 37 - Valores de $\log \Phi_f$ em função da tensão aplicada para os aços A, B, I, K e L (pós-aquecido, I = 3KJ/mm).

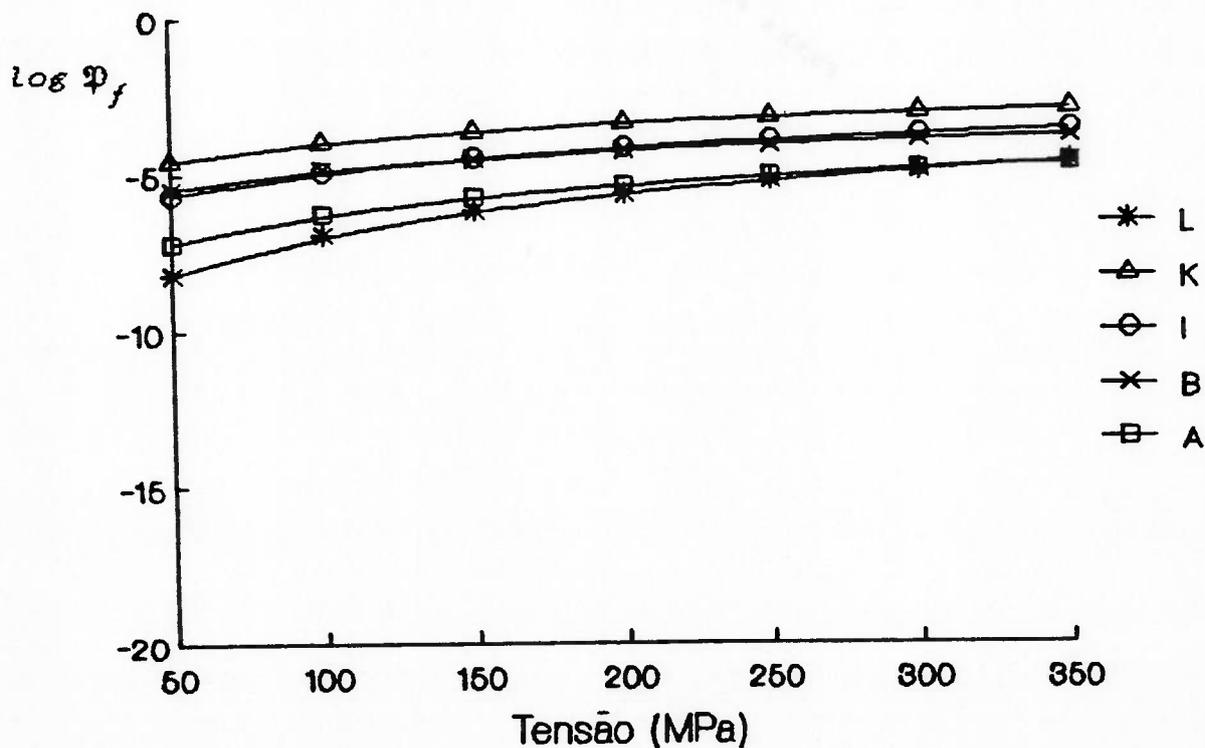


Figura 38 - Valores de $\log \Phi_f$ em função da tensão aplicada para os aços A, B, I, K e L (pós-aquecido, I = 5KJ/mm).

Conforme pode ser visto nas figuras 35 e 36, houve um efeito geral negativo provocado pelo insumo de calor mais elevado (5 KJ/mm) sobre as curvas de falha, principalmente para baixos níveis de tensões. Este efeito é, em princípio, previsível uma vez que insumos de calor maiores favorecem a formação de zonas fragilizadas na ZTA das juntas soldadas, reconhecidamente prejudiciais à tenacidade do material.

Entretanto, a utilização dos valores de CTOD na condição pós-aquecido não introduz alterações homogêneas e previsíveis, principalmente para insumos de calor iguais a 3 KJ/mm. Com efeito, uma comparação entre as figuras 35 e 37 e tabelas 15 e 16 mostra reduções drásticas nos valores de probabilidade de falha para os aços A, I e K na condição de pós-aquecimento. Por outro lado, não há praticamente alterações nas curvas de falha relativas ao aço B, ocorrendo, inclusive, aumento dos valores de probabilidade de falha para o aço L.

Este comportamento é menos marcante no caso da condição de pós-aquecimento para insumos de calor iguais a 5 KJ/mm. Apesar disto, no entanto, as alterações existentes continuam sendo relativamente heterogêneas, ocorrendo redução dos valores de probabilidade de falha para os aços A, B, I e L e aumento para o aço K.

Sob o aspecto probabilístico, portanto, a influência do pós-aquecimento parece estar condicionada a diversos fatores operacionais e relacionados à composição química dos aços.

pode ser visto na referência [66], os materiais sob apresentam ligeiras variações na composição dos elementos ntes, suficientes para alterar a microestrutura e após um ciclo de pós-aquecimento.

Obviamente, a correlação entre as curvas de falha a microestrutura resultante em cada aço não é possível el das informações disponíveis. Entretanto, é importante a grande potencialidade dos resultados anteriores em análise de falhas de estruturas soldadas uma vez que o apresentado e as curvas resultantes permitem estabelecer quantitativos de comparação entre diferentes variáveis e (composição química do metal de base e material de procedimento de soldagem, etc.).

Realização da Função Composta de Weibull

A análise da aplicabilidade da função composta de sobre o modelo probabilístico de fratura foi realizada do-se os valores de CTOD a -10°C para a ZTA dos aços A e dos através do processo arco submerso, apresentados na 4 (condição como soldado e insumo de calor igual a 3 As amostras do modelo composto foram obtidas nando-se em igual número de pontos as amostras originais, três primeiros pontos correspondem à uma função de Weibull etros α_1 e β_1 e os três pontos restantes correspondem a ão de Weibull de parâmetros α_2 e β_2 . O valor do CTOD de

transição ($CTOD_0$) foi obtido através da expressão (20), considerando-se os estimadores de verossimilhança das funções de Weibull da amostra particionada. A tabela 18 apresenta os estimadores da função composta, obtidos através do programa MMVWB, para as amostras particionadas, os valores do CTOD de transição e os valores de probabilidade de falha para $\sigma = 350$ MPa.

Tabela 18 - Estimadores da distribuição composta de Weibull, valores do CTOD de transição e de probabilidade de falha para os aços A e K (como soldado, $I = 3$ KJ/mm, $\sigma = 350$ MPa).

AÇO	α_1^*	β_1^*	α_2^*	β_2^*	$CTOD_0^{(1)}$	$\varphi_f^{(2)}$
A	1,55	1,32	28	2,57	2,67	$1,33 \times 10^{-5}$
K	2,18	0,76	9,58	1,23	1,41	$2,40 \times 10^{-6}$

(1) - Obtido através da expressão (20)

(2) - $\sigma = 350$ MPa.

A figura 39 apresenta os valores de probabilidade de falha em função do nível de tensão para o modelo composto aplicado sobre os aços A e K. Também são apresentados os valores de probabilidade de falha para os aços A e K, analisados sob o modelo simples, extraídos da figura 35.

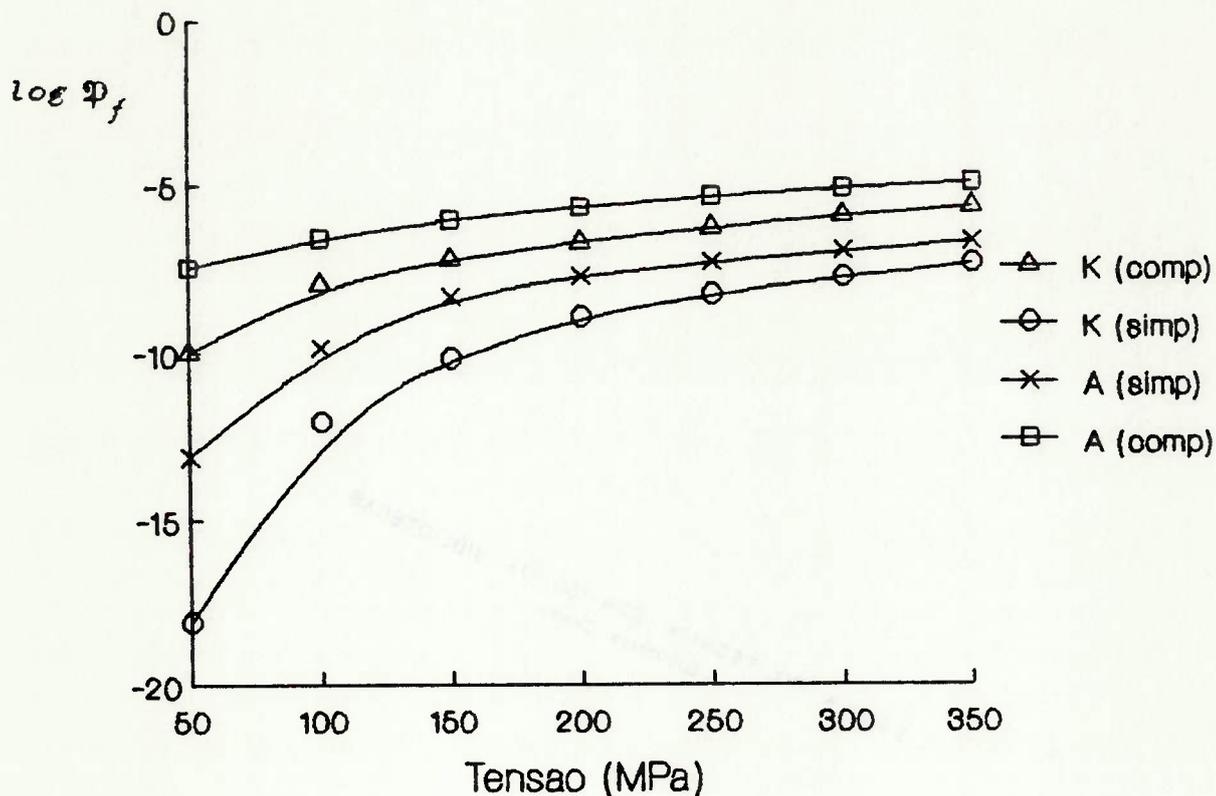


Figura 39 - Valores de $\log \Phi_f$ em função do nível de tensão para os aços A e K, utilizando-se os modelos composto e simples de Weibull (como soldado, $I = 3 \text{ KJ/mm}^2$).

Conforme pode ser observado através de comparação entre ambos os modelos, a utilização da distribuição composta de Weibull conduz a um aumento dos valores de probabilidade de falha para os aços analisados em relação ao modelo simples. Este resultado pode ser explicado comparando-se os estimadores do parâmetro de forma α para os modelo de Weibull simples e composto, apresentados nas

tabelas 16 e 18, respectivamente. O exame dos estimadores α^* obtidos mostra que o aumento da probabilidade de falha para os aços A e K, no modelo composto, está relacionado à uma redução do estimador α_1^* em comparação ao estimador α^* , relativo à distribuição de Weibull simples.

Retomando os conceitos introduzidos na seção 4.1, sobre a aplicação do modelo composto de Weibull a problemas de fratura, a principal motivação para seu uso estava relacionada com a separação do comportamento do material em duas regiões distintas, apresentando características predominantemente frágeis e dúteis, respectivamente. Desta forma, a distribuição composta de Weibull poderia descrever, de uma maneira mais realista, o comportamento elasto-plástico de regiões heterogêneas, notadamente juntas soldadas.

Os resultados apresentados anteriormente mostram que a utilização da distribuição composta de Weibull, nos casos possíveis de aplicação e sob o aspecto de um modelo probabilístico de fratura, pode ser interpretada como uma predominância do comportamento frágil sobre o comportamento dútil do modelo

composto⁴³. Tal aspecto, apesar de introduzir certo grau de conservadorismo nos resultados finais, parece ser mais adequado à análise de falhas de estruturas soldadas, uma vez que privilegia o colapso estrutural através da fratura frágil.

Além disto, a simples inspeção da figura 15 mostra claramente a existência de dois comportamentos distintos do processo de fratura descrito pelo modelo de Weibull, o que induz, mesmo sem considerações rigorosas, à utilização de um modelo composto nos casos semelhantes ao comportamento apresentado naquela figura. Evidentemente, os tamanhos de amostras que foram utilizados ($N = 6$) dificultam análises mais criteriosas, principalmente se considerarmos os tamanhos das amostras particionadas ($N = 3$). Sob o aspecto qualitativo, no entanto, o modelo composto pode ser um alternativa mais adequada à descrição de processos de fratura apresentando comportamento distintos, uma vez garantida a predominância da fratura frágil.

⁴³ Esta proposição deriva diretamente dos conceitos introduzidos no capítulo 8, relativos à definição de taxa de falha, onde o parâmetro α foi associado à natureza da falha. Dentro daqueles conceitos, falhas catastróficas estariam relacionados a valores de α próximos à unidade e falhas características de degeneração do material estariam relacionadas a valores de α elevados.

7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA ESTUDOS FUTUROS

7.1. Comentários Finais

Os tópicos e as proposições apresentadas neste trabalho introduziram, de forma bastante abrangente, o tratamento do problema da fratura frágil em regiões heterogêneas através de uma abordagem probabilística. A partir de hipóteses consistentes com o modelo inicialmente apresentado, a metodologia foi estendida ao caso particular de uma junta soldada na presença de trincas e defeitos, motivando a construção de um modelo mais geral de análise de falha de uma estrutura soldada.

O tratamento determinístico da avaliação da tenacidade em juntas soldadas parece ser extremamente conservador, uma vez que não considera a dispersão dos resultados obtidos em ensaios de mecânica da fratura. O estabelecimento de um critério de iniciação da trinca baseado unicamente no valor mais baixo dos resultados obtidos não representa o comportamento real do material. As observações e resultados obtidos sugerem a grande potencialidade da metodologia probabilística introduzida neste trabalho em relação à avaliação do comportamento à fratura de materiais com elevado nível de heterogeneidades e, notadamente, juntas soldadas.

Com efeito, um dos grandes problemas existentes no projeto e na seleção de materiais de estruturas de grande responsabilidade, sob o ponto de vista de engenharia, é prever,

com o devido rigor e precisão, as respostas reais fornecidas por tais estruturas quando submetidas às solicitações do meio externo. As seções anteriores, por outro lado, caracterizaram a fratura frágil de materiais heterogêneos, particularmente juntas soldadas de aços microligados, como um fenômeno fortemente localizado e localmente dependente das condições de contorno da ponta da trinca. Este aspecto implica na grande dificuldade em estabelecer-se parâmetros quantitativos do comportamento estrutural sob critérios unicamente determinísticos.

Dentro deste contexto, os conceitos apresentados neste trabalho permitem estabelecer, a partir de considerações teóricas, parâmetros realistas de análise do desempenho em serviço de estruturas quando submetidas à determinadas condições. Dentre estas condições, o modelo apresentado baseou-se na dispersão dos parâmetros característicos do comportamento à fratura do material e na ocorrência aleatória de trincas e defeitos. Desta forma, é possível, em tempo de projeto, simular as reais condições impostas à estrutura e avaliar as modificações necessárias para atingir-se o ponto de operação. Inversamente, também é possível determinar as reais limitações necessárias à sobrevivência da estrutura, uma vez que tal estrutura exista e as condições iniciais de operação tenham sido alteradas.

7.2. Conclusões Finais

Os resultados obtidos através da análise do modelo probabilístico de fratura aplicado à análise de falhas de uma estrutura soldada permitiram uma série de discussões e observações em relação ao comportamento à fratura de regiões heterogêneas e juntas soldadas de aços microligados. A partir destes resultados e das proposições apresentadas no decorrer do estudo, pode-se enumerar algumas conclusões principais, relativas ao escopo do trabalho :

- 1 - O tratamento probabilístico do problema da fratura frágil é baseado em considerações teóricas completamente estabelecidas. Sob determinadas condições, é possível obter uma distribuição assintótica representativa do fenômeno físico. Além disto, uma vez que as hipóteses iniciais sejam satisfeitas, é possível explicar o efeito da espessura sobre o processo de fratura através de considerações essencialmente probabilísticas ;

- 2 - Considerando-se o método de estimativa de parâmetros utilizado (MMV), a distribuição de Weibull triparamétrica não mostrou-se adequada ao ajuste dos resultados experimentais de CTOD obtidos sobre juntas soldadas.. O principal aspecto relativo à esta proposição baseia-se na alta sensibilidade da função de verossimilhança sobre

os pontos da amostra e nos tamanhos de amostra usualmente disponíveis. Tal constatação pode conduzir, muitas vezes, à valores não permissíveis do estimador γ^* . Adicionalmente, deve ser considerado que não ocorreu diferenças significativas nos valores da função de distribuição acumulada, nos casos biparamétricos e triparamétricos, para as amostras analisadas ;

3 - A associação do estimador do parâmetro limite γ^* a um valor característico do material, abaixo do qual a probabilidade de ocorrência da fratura é nula, não mostrou ser um critério adequado de determinação do valor mínimo do parâmetro de fratura (*lower bound*). De fato, tal como no caso anterior, a grande sensibilidade das funções de verossimilhança aos pontos amostrados não permite estabelecer, objetivamente, tal critério. Além disto, pela própria natureza do processo da fratura frágil em regiões heterogêneas, a nucleação e propagação instável da trinca pode ocorrer mesmo sob baixos níveis de deformação. Desta forma, parece ser mais razoável assumir $\gamma = 0$ em todos os processos que envolvam a fratura frágil ;

4 - A dispersão dos pontos amostrados é mais significativa, sob o aspecto da falha do modelo, do que o valor médio da amostra. Sob o ponto vista de confiabilidade estrutural,

esta proposição pode ser interpretada da seguinte forma : níveis elevados de heterogeneidades e zonas de fragilização presentes em uma junta soldada favorecem mais o colapso da estrutura do que baixos valores médios da tenacidade da região considerada ;

- 5 - Dentro do modelo desenvolvido, a espessura da chapa não exerce significativa influência sobre a probabilidade de falha de uma estrutura soldada. Este aspecto pode ser explicado através da elevada incidência de trincas pequenas independentemente da espessura da chapa ;

- 6 - Dentro do modelo desenvolvido, o nível de detectabilidade não exerce significativa influência sobre a probabilidade de falha de uma estrutura soldada. Pelo mesmo motivo anterior, este aspecto é explicado pela elevada incidência de trincas pequenas, apesar da ocorrência do evento de detectabilidade ;

- 7 - O efeito de um insumo de calor mais elevado sobre a probabilidade de falha dos aços analisados, na condição como soldado, apresentou comportamento previsível e homogêneo em relação às curvas de falha. Isto deve-se, provavelmente, à maior quantidade de zonas frágeis introduzidas na ZTA das juntas soldadas (devido à

maior severidade do ciclo térmico) e, conseqüentemente, maior nível de heterogeneidades metalúrgicas (traduzido, portanto, pela maior dispersão dos pontos amostrados) ;

8 - O efeito do pós-aquecimento sobre a probabilidade de falha dos aços analisados não apresentou comportamento previsível e homogêneo, principalmente para insumos de calor iguais a 3 KJ/mm . Não foi possível, através dos dados disponíveis, estabelecer as causas prováveis deste comportamento ;

9 - A utilização da distribuição composta de Weibull no modelo probabilístico de fratura conduz, em alguns casos, a valores mais pessimistas de probabilidade de falha do que a distribuição simples . Este aspecto pode ser usado na descrição mais conservadora do comportamento elasto-plástico do material, uma vez que o modelo composto privilegia a ocorrência da fratura sob baixas deformações. Nos casos em que o modelo composto fornece valores mais otimistas de probabilidade de falha, o modelo simples deve ser usado .

7.3. Sugestões para Estudos Futuros

Conforme introduzido neste capítulo, os tópicos e as proposições apresentadas neste trabalho fornecem, de forma abrangente, o tratamento do problema da fratura frágil em regiões heterogêneas através de uma metodologia probabilística. Os resultados obtidos mostraram a eficácia do método em relação à análise de falhas de estruturas soldadas. O modelo desenvolvido conseguiu, portanto, contribuir para o estabelecimento de padrões quantitativos mais realistas de avaliação do desempenho em serviço de uma estrutura.

Diversos aspectos relacionados ao escopo do trabalho, no entanto, merecem ser objeto de estudos mais profundos e elaborados, tendo em vista a solução de tópicos pouco esclarecidos e a evolução de alguns conceitos e hipóteses adotadas. O objetivo destes estudos não deve ser o de tornar o modelo probabilístico desenvolvido meramente sofisticado ou complexo, mas o de estabelecer um padrão quantitativo mais confiável e tão realista quanto possível em relação ao comportamento em serviço de uma estrutura.

Desta forma, alguns dos aspectos mais significativos que podem ser analisados para dar continuidade ao trabalho desenvolvido são os seguintes :

- 1 - Avaliar, sob o aspecto experimental, a real significância dos resultados obtidos em ensaios de mecânica da fratura, particularmente ensaios de CTOD e J_{IC} . Conforme ficou evidenciado no capítulo 2, os ensaios experimentais para determinação do parâmetro de fratura representativo do material são fortemente influenciados pelas condições locais nas vizinhanças da ponta da trinca. Uma vez que o modelo probabilístico da fratura depende significativamente da distribuição do parâmetro de fratura considerado, é altamente recomendável obter pontos desta distribuição que tenham real correlação com o processo físico envolvido ;

- 2 - Introduzir no modelo probabilístico de fratura de um sólido genericamente carregado a hipótese relativa ao bloqueio da propagação da trinca após sua nucleação, ou seja, considerar o efeito do fenômeno conhecido como *crack arrest* sobre o modelo. Esta proposição pode ser interpretada através de modificações nos conceitos do Modelo do Elo Mais Fraco, introduzindo um modelo probabilístico mais refinado e que considere a deformação plástica na ponta da trinca ;

- 3 - Considerar o efeito do reparo de um defeito detectado sobre a análise de falhas de uma junta soldada . Como é conhecido, o reparo de defeitos em soldas introduz um

novo ciclo térmico sobre a microestrutura do material, podendo comprometer seriamente a integridade mecânica da região afetada e de regiões adjacentes. Deste modo, o modelo probabilístico de fratura pode estabelecer padrões quantitativos de decisão sobre o reparo de uma junta soldada ;

- 4 - Introduzir a aleatoriedade das forças externas na equação de probabilidade de falha do modelo . Esta proposição deriva da constatação de que, em diversas estruturas (particularmente estruturas oceânicas), as forças externas não são constantes, mas funções temporais ;

- 5 - Considerar o efeito da temperatura sobre os parâmetros característicos da fratura do material e, conseqüentemente, sobre as distribuições correspondentes. O modelo desenvolvido foi baseado nas distribuições dos parâmetros de fratura do material, obtidos à uma temperatura pré-determinada. Decorre, portanto, que as equações de probabilidade de falha são aplicáveis somente à análise da confiabilidade de estruturas operando àquela temperatura.

Diversos outros tópicos poderiam ser enumerados mas, genericamente, o objetivo principal de estudos futuros é

desenvolver, em todos os seus aspectos, a Mecânica da Fratura Probabilística (MFP). Embora os trabalhos pioneiros em relação à abordagem probabilística da fratura existam há mais de três décadas, somente nos últimos anos a MFP tem ganhado desenvolvimento significativo. Através de diversos trabalhos e publicações recentes é possível comprovar sua grande potencialidade e aplicabilidade em processos de fratura e fadiga não só em materiais e ligas ferrosas e não ferrosas, mas também em materiais compostos e plásticos.

Desta forma, o autor deste trabalho acredita ter contribuído para o esclarecimento de alguns tópicos importantes ao estabelecimento dos conceitos da MFP aplicada à análise da fratura de regiões heterogêneas. Além disto, espera-se significativa aplicação de metodologia desenvolvida sobre a análise de falhas e da significância de defeitos em estruturas soldadas, particularmente em estruturas oceânicas.

ANEXOS

ANEXO I - FORMA GERAL DA TERCEIRA DISTRIBUIÇÃO ASSINTÓTICA

Retomando o conceito do Postulado da Estabilidade, introduzido na seção 3.1, a distribuição do valor extremo em kN observações, realizadas sobre N amostras de tamanho k , extraídas da mesma população, tenderá assintoticamente à distribuição do valor extremo da amostra de tamanho k , desde que tal distribuição exista e k seja grande.

Considerando uma variável aleatória contínua X e sua função de distribuição acumulada $F_x(x)$, a probabilidade de que todos os valores de uma amostra de tamanho k sejam menores que um dado valor x é igual à probabilidade $F_x^k(x)$. Desta forma, se x for o maior valor da amostra então x é necessariamente maior ou igual ao k -ésimo elemento da amostra, resultando:

$$F_x^k(x) = \mathcal{P}(X_k \leq x) = \mathcal{P}(X_1 \leq x; X_2 \leq x; \dots; X_k \leq x) \quad (I.1)$$

Admitindo os eventos estatisticamente independentes, a expressão anterior fornece a distribuição do maior valor da amostra:

$$F_x^k(x) = \left[F_x(x) \right]^k \quad (I.2)$$

Considerando a transformação linear $z = ax - b$, é possível demonstrar que a probabilidade da variável aleatória X ser menor ou igual a um valor x é igual à probabilidade da transformação linear de x ⁽⁸⁸⁾:

$$\left[F_x(x) \right]^k = F_x(a_k x - b) \quad (I.3)$$

Admitindo como condição necessária para a existência da terceira distribuição assintótica do valor máximo a relação $x \leq 0$ (ou seja, o domínio da distribuição é limitado superiormente), a transformação linear $z = ax - b$ é satisfeita para $b = 0$ e $a_k \neq 1$ ⁽⁸⁹⁾. Desta forma, a expressão anterior resulta :

$$\left[F_x(x) \right]^k = F_x(a_k x) \quad (I.4)$$

De maneira a se obter a solução da equação (I.2), N amostras de tamanho k serão consideradas. Portanto, se a expressão (I.2) for válida para k observações então ela também é válida para Nk observações. Portanto, a expressão (I.4) resulta ⁽⁹⁷⁾ :

$$\left\{ \left[F_x(x) \right]^k \right\}^N = \left[F_x(a_k x) \right]^N = F_x(a_k a_N x) \quad (I.5)$$

Por outro lado, considerando novamente kN observações, a expressão (I.4) pode ser reescrita na forma⁽⁸⁷⁾ :

$$\left\{ \left[F_x(x) \right]^k \right\}^N = \left[F_x(x) \right]^{Nk} = F_x(\alpha_{kN} x) \quad (I.6)$$

Decorre, portanto, que a igualdade das expressões (I.5) e (I.6) é satisfeita através da condição :

$$\alpha_k \alpha_N = \alpha_{kN} \quad (I.7)$$

Resulta , através de simples inspeção, a solução da equação anterior :

$$\alpha_i = i^u \quad (I.8)$$

onde i representa o tamanho da amostra considerada (k , N , kN) e u é uma constante.

Tomando, a seguir, duas vezes o logaritmo natural da equação (I.4) e considerando a equação (I.8) é possível obter a seguinte relação :

$$\ln k + \ln \left[-\ln F_x(x) \right] = \ln \left[-\ln F_x(k^u x) \right] \quad (I.9)$$

A equação (I.9) é transcendental em $F_x(\cdot)$ e a sua solução pode ser obtida através de Gumbel⁽⁸⁹⁾, resultando :

$$\ln \left[-\ln F_x(x) \right] - (\ln x)/u = V \quad (I.10)$$

onde V é constante.

Rearranjando algebricamente a expressão anterior e assumindo a transformação $V = -(\ln v)/u$, onde v é constante, resulta :

$$\ln \left[-\ln F_x(x) \right] = (\ln x - \ln v) / u \quad (I.11)$$

Conseqüentemente, obtém-se :

$$\ln \left[-\ln F_x(x) \right] = u^{-1} \ln \left[\frac{x}{v} \right] = \ln \left[\frac{x}{v} \right]^{u^{-1}}$$

ou :

$$F_x(x) = \exp \left[- \left[\frac{x}{v} \right]^{u^{-1}} \right] \quad (I.12)$$

A forma geral da distribuição assintótica do terceiro tipo do valor máximo é obtida considerando-se a condição de contorno $F_x(0) = 1^{(39)}$, para todo $x \geq 0$, ou seja, o domínio da distribuição é limitado superiormente em $x = 0$. Desta forma, a equação (I.12) é satisfeita se e somente se o expoente $1/u > 0$ e $v < 0$, resultando :

$$F_x(x) = \exp \left[- \left[\frac{x}{v} \right]^{\xi} \right] , \quad x \leq 0 , \quad v < 0 , \quad \xi > 0 \quad (I.13)$$

onde :

$$\xi = u^{-1} \quad (I.14)$$

A expressão (I.13) pode, ainda, ser reescrita na forma :

$$F_x(x) = \exp \left[- \left[- \frac{x}{v} \right]^{\xi} \right] , \quad x \leq 0 , \quad v, \xi > 0 \quad (I.15)$$

Através do princípio de simetria, apresentado por Gumbel⁽³⁹⁾, a expressão anterior fornece :

$$F_x(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x}{v} \right)^\xi \right] , \quad x \geq 0 , \quad v, \xi > 0 \quad (I.16)$$

Assumindo a transformação $\lambda = v^{-\xi}$, a origem na abscissa x_0 e considerando a distribuição do valor mínimo de uma amostra de tamanho N , dada pela equação (7), resulta a forma geral da distribuição assintótica do terceiro tipo da variável aleatória X :

$$F_x^1(x) = 1 - \exp \left[N \left[- \lambda (x - x_0)^\xi \right] \right] , \quad x_0 \leq x \leq \infty , \quad \lambda, \xi > 0$$

(I.17)

$$F_x^1(x) = 0 , \quad x < x_0$$

ANEXO II - SOLUÇÃO DOS ESTIMADORES DE VEROSSIMILHANÇA ATRAVÉS DO MÉTODO DE NEWTON-RAPHSON .

II.1. Método Numérico .

As equações de verossimilhança, apresentadas em 4.2 , foram desenvolvidas utilizando-se o método de Newton-Raphson através da iteração⁽⁶⁴⁾ :

$$\chi_{j+1} = \chi_j - \delta\chi \quad (\text{II.1})$$

$$\delta\chi = H^{-1} U \quad (\text{II.2})$$

$$U = \frac{\partial \ln L}{\partial \chi} \Big|_{\chi = \chi_j} \quad (\text{II.3})$$

$$H = \frac{\partial^2 \ln L}{\partial \chi \partial \chi^T} \Big|_{\chi = \chi_j} \quad (\text{II.4})$$

A partir das derivadas das funções de verossimilhança, fornecidas pelas expressões (25), (26) e (27) , a construção da matriz Hessiana H é dada pelas seguintes equações :

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \alpha^2} = -\frac{N}{\alpha^2} - \sum_{i=1}^N \left[\ln \left(\frac{x_i - \gamma}{\beta} \right) \right]^2 \left(\frac{x_i - \gamma}{\beta} \right)^\alpha \quad (\text{II.5})$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \alpha \partial \beta} = -\frac{N}{\beta} + \sum_{i=1}^N \left[\alpha \beta^{-\alpha-1} (x_i - \gamma)^\alpha \ln \left(\frac{x_i - \gamma}{\beta} \right) + \frac{1}{\beta} \left(\frac{x_i - \gamma}{\beta} \right)^\alpha \right] \quad (\text{II.6})$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \alpha \partial \gamma} = \sum_{i=1}^N \left[-(x_i - \gamma)^{-1} + \alpha \beta^{-\alpha} (x_i - \gamma)^{\alpha-1} \ln \left(\frac{x_i - \gamma}{\beta} \right) + \beta^{-\alpha} (x_i - \gamma)^{\alpha-1} \right] \quad (\text{II.7})$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta \partial \alpha} = -\frac{N}{\beta} + \beta^{-(\alpha+1)} (1 - \alpha \ln \beta) \sum_{i=1}^N (x_i - \gamma)^\alpha + \alpha \beta^{-(\alpha+1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \gamma)^\alpha \ln(x_i - \gamma) \quad (\text{II.8})$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta^2} = \frac{N\alpha}{\beta^2} - \alpha(\alpha+1) \beta^{-(\alpha+2)} \sum_{i=1}^N (x_i - \gamma)^\alpha \quad (\text{II.9})$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta \partial \gamma} = -\alpha^2 \beta^{(\alpha+1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \gamma)^{\alpha-1} \quad (\text{II.10})$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \gamma \partial \alpha} = -\sum_{i=1}^N \left[(x_i - \gamma)^{-1} + (1 - \alpha \ln \beta) (x_i - \gamma)^{\alpha-1} + \alpha \beta^{-\alpha} (x_i - \gamma)^{\alpha-1} \ln(x_i - \gamma) \right] \quad (\text{II.11})$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \gamma \partial \beta} = -\alpha^2 \beta^{-(\alpha+1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \gamma)^{\alpha-1} \quad (\text{II.12})$$

$$\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \gamma^2} = (1 - \alpha) \sum_{i=1}^N (x_i - \gamma)^{-2} - \alpha \beta^{-\alpha} (\alpha - 1) \sum_{i=1}^N (x_i - \gamma)^{\alpha-2} \quad (\text{II.13})$$

II.2. Programa MMVWB

Linguagem

VAX PASCAL V3.6

Descrição

O programa MMVWB fornece os estimadores de verossimilhança para uma distribuição de Weibull triparamétrica através do método de Newton-Raphson, com opção para o cálculo dos estimadores de uma distribuição biparamétrica através da transformação $y_i = x_i - C_0$, onde $C_0 < x_1$.

A aproximação inicial do estimador γ^* é fornecida pela subrotina ZERO através do critério de Dubey, descrito em Mirshawka⁽⁶⁵⁾ e Mann et alii⁽⁵⁹⁾. O vetor inicial é posteriormente refinado através da transformação linear descrita acima e da utilização das subrotinas CALCALFA e CALCBETA, que fornecem os estimadores α^* e β^* para o caso biparamétrico. A aproximação inicial do estimador α^* , neste caso, é obtida utilizando-se a técnica de estimação linear (Método de Mann e Fertig^(68,69)) sobre o primeiro e o último ponto da amostra linearizada.

A convergência do método é analisada em tempo de execução através do erro especificado, do número de iterações

máximas ou dos valores dos estimadores α^* e γ^* . No caso de $\gamma^* > x_1$, a função de Weibull não é definida e o programa encerra o processo de convergência. Para o caso triparmétrico e valores de $\alpha^* \leq 1$, a função de verossimilhança, dada pela equação (24) é monotonicamente crescente no intervalo $[0, x_1]$, e γ^* é assumido igual ao valor de x_1 , segundo critério estabelecido por Hart e Moore⁽⁶⁰⁾.

Estrutura do Programa

- Parâmetros Formais

NPTO	inteiro	número de pontos da amostra
NPAR	inteiro	número de parâmetros
X	dupla precisão vetor	dados da amostra
CO	dupla precisão	parâmetro Gama da amostra no caso de NPAR = 2
NIT	inteiro	número de iterações
ALFA	dupla precisão	estimador de verossimilhança do parâmetro de forma α
BETA	dupla precisão	estimador de verossimilhança do parâmetro de escala β
GAMA	dupla precisão	estimador de verossimilhança do parâmetro limite γ

- Constantes

ITMAX	inteiro	número máximo de iterações (programa assume ITMAX = 50)
ERRO	real	critério de convergência para a solução do sistema de equações (programa assume ERRO = 10E-4)

- Subrotinas Auxiliares

ZERO	calcula a aproximação inicial dos parâmetros α e γ
CALCALFA	calcula o estimador de verossimilhança do parâmetro de forma α da função bipara
CALCBETA	calcula o estimador de verossimilhança do parâmetro de escala β da função biparamétrica
HESSIANO	calcula a matriz Hessiana
INVERSA	calcula a inversa da matriz Hessiana
FUNÇÃO	calcula o valor das funções de verossimilhança

- Listagem do Programa

```
PROGRAM MMVWB (INWB,OUTWB);
```

```
(*CALCULA OS ESTIMADORES DE VEROSSIMILHANCA DE UMA FUNCAO DE WEIBULL
TRIPARAMETRICA/BIPARAMETRICA ATRAVES DO METODO DE NEWTON-RAPHSON*)
```

```
(*AUTOR : CLAUDIO RUGGIERI
VERSAO : 1.1
DATA : MARCO/89 *)
```

```
CONST
```

```
ITMAX = 50;
ERRO = 0.0001;
```

```
VAR
```

```
NPTO,I,K,NIT,NPAR : INTEGER;
A0,B0,C0,ALFA,GAMA,BETA,DET,DIF,DIF1,DIF2,DIF3 : DOUBLE;
X : ARRAY [1..100] OF DOUBLE;
P,F,M : ARRAY [1..3] OF DOUBLE;
J,INVJ : ARRAY [1..3] OF ARRAY [1..3] OF DOUBLE;
INWB,OUTWB : TEXT;
```

```
(*****)
```

```
PROCEDURE CALCALFA (X3,Y1 : DOUBLE ; VAR X1 : DOUBLE);
```

```
(*CALCULA O ESTIMADOR DE VEROSSIMILHANCA DO PARAMETRO DE FORMA
ALFA DE UMA FUNCAO WEIBULL BIPARAMETRICA*)
```

```
VAR
```

```
I : INTEGER;
A1,A2,A3,A4,DIFA0 : DOUBLE;
```

```
BEGIN
```

```
(*RESOLVE A EQUACAO TRANSCEDENTAL NO PARAMETRO ALFA ATRAVES
DO METODO DE NEWTON-RAPHSON*)
```

```
A4:=0;
FOR I:=1 TO NPTO DO
  A4:=LN(X[I]-X3)+A4;
NIT:=0;
REPEAT
  A1:=0;
  FOR I:=1 TO NPTO DO
    A1:=((X[I]-X3)**Y1)*LN(X[I]-X3)+A1;
  A2:=0;
  FOR I:=1 TO NPTO DO
    A2:=((X[I]-X3)**Y1)+A2;
  A3:=0;
  FOR I:=1 TO NPTO DO
    A3:=((X[I]-X3)**Y1)*SQR(LN(X[I]-X3))+A3;
  X1:=Y1-(((A1/A2)-(1/Y1)-(A4/NPTO))/((1/SQR(Y1))+((A3*A2-
    SQR(A1))/SQR(A2))));
  DIFA0:=ABS(X1-Y1);
  Y1:=X1;
```

```

      NIT:=NIT+1;
    UNTIL (DIFA0<ERRO) OR (NIT=ITMAX);
  END;

  (*****)

  PROCEDURE CALCBETA (X1,X3 : DOUBLE ; VAR X2 : DOUBLE);

  (*CALCULA O ESTIMADOR DE VEROSSIMILHANCA DO PARAMETRO DE ESCALA
    BETA DE UMA FUNCAO WEIBULL BIPARAMETRICA*)

  VAR
    I : INTEGER;
    B1 : DOUBLE;

  BEGIN
    B1:=0;
    FOR I:=1 TO NPTO DO
      B1:=((X[I]-X3)**X1)+B1;
      X2:=(B1/NPTO)**(1/X1);
    END;

  (*****)

  PROCEDURE ZERO (VAR A0,C0 : DOUBLE);

  (*CALCULA A APROXIMACAO INICIAL DOS PARAMETROS ALFA E GAMA*)

  CONST
    PREC = 0.01;

  VAR
    I,J: INTEGER;
    XROOT : DOUBLE;
    XC : ARRAY [1..100] OF DOUBLE ;

  BEGIN
    IF (NPAR=3) THEN

      (*CALCULA A APROXIMACAO INICIAL DO PARAMETRO GAMA ATRAVES
        DO CRITERIO DE DUBEY*)

      BEGIN
        J:=2;
        XROOT:=SQRT(X[1]*X[NPTO]);
        IF (X[J]>XROOT) AND (X[1]<>X[J]) THEN
          C0:=(X[1]*X[NPTO]-SQR(X[J]))/(X[1]+X[NPTO]-2*X[J])
        ELSE
          C0:=X[1]-(PREC/2);
        END;
      END;

      (*REDUZ A AMOSTRA A UMA DISTRIBUICAO BIPARAMETRICA ATRAVES
        DE UMA TRANSFORMACAO LINEAR*)

```

```

FOR I:=1 TO NPTO DO
  XCL1]:=XCI]-C0;

(*CALCULA A APROXIMACAO INICIAL DO PARAMETRO ALFA DA
DISTRIBUICAO REDUZIDA UTILIZANDO ESTIMACAO LINEAR
-METODO DE MANN E FERTIG- SOBRE O PRIMEIRO E ULTIMO
PONTO DA AMOSTRA*)

A0:=1/(0.421383*(LN(XC[NPTO])-LN(XCL1)));
END;

(*****
PROCEDURE HESSIANO (X1,X2,X3 : DOUBLE ; VAR D : DOUBLE ;
VAR W : ARRAY [L1..U1:INTEGER] OF ARRAY
[L2..U2:INTEGER] OF DOUBLE);

(*CALCULA A MATRIZ HESSIANA DAS FUNCOES DE VEROSSIMILHANCA*)

VAR
L,M,N : INTEGER;
C1,C2,C3,C4,C5,C6,C7,C8,C9,C10,C11,C12,T1,T2,T3 : DOUBLE;

BEGIN

  (*INICIALIZA OS ELEMENTOS DA MATRIZ HESSIANA*)

  FOR L:=1 TO 3 DO
  BEGIN
    FOR M:=1 TO 3 DO
      W[L][M]:=0;
    END;
  END;

  (*CALCULA O VALOR DOS ELEMENTOS DA MATRIZ HESSIANA*)

  FOR N:=1 TO NPTO DO
    W[1][1]:=SQRT(LN((X[N]-X3)/X2))*(((X[N]-X3)/X2)**X1)+
      W[1][1];
    W[1][1]:=(-NPTO/SQRT(X1))-W[1][1];
    C1:=-X1*(X2**(-X1-1));
    C2:=1/X2;
    FOR N:=1 TO NPTO DO
      W[1][2]:=C1*((X[N]-X3)**X1)*LN((X[N]-X3)/X2)-
        C2*((X[N]-X3)/X2)**X1+W[1][2];
    W[1][2]:=(-NPTO/X2)-W[1][2];
    C3:=X1/(X2**X1);
    C4:=X2**X1;
    FOR N:=1 TO NPTO DO
      W[1][3]:=(-1/(X[N]-X3))+C3*((X[N]-X3)**(X1-1))*
        LN((X[N]-X3)/X2)+(((X[N]-X3)**(X1-1))/C4)+W[1][3];
    C5:=(1-(X1*LN(X2)))/(X2**(X1+1));
    C6:=X1/(X2**(X1+1));
    FOR N:=1 TO NPTO DO
      W[2][1]:=C5*((X[N]-X3)**X1)+C6*((X[N]-X3)**X1)*

```

```

                LN(X[N]-X3)+W[2][1];
W[2][1]:=(-NPT0/X2)+W[2][1];
C7:=-X1*(X1+1)*(X2**(-X1-2));
FOR N:=1 TO NPT0 DO
    W[2][2]:=((X[N]-X3)**X1)+W[2][2];
W[2][2]:=(NPT0*X1/SQR(X2))+(C7*W[2][2]);
C8:=-SQR(X1)/(X2**(X1+1));
FOR N:=1 TO NPT0 DO
    W[2][3]:=((X[N]-X3)**(X1-1))+W[2][3];
W[2][3]:=C8*W[2][3];
C9:=(1-X1*LN(X2))/(X2**X1);
C10:=X1/(X2**X1);
T1:=0;
FOR N:=1 TO NPT0 DO
    T1:=(-1/(X[N]-X3))+T1;
T2:=0;
FOR N:=1 TO NPT0 DO
    T2:=((X[N]-X3)**(X1-1))+T2;
T3:=0;
FOR N:=1 TO NPT0 DO
    T3:=((X[N]-X3)**(X1-1))*LN((X[N]-X3)/X2)+T3;
W[3][1]:=T1+C9*T2+C10*T3;
C11:=-SQR(X1)*(X2**(-X1-1));
FOR N:=1 TO NPT0 DO
    W[3][2]:=((X[N]-X3)**(X1-1))+W[3][2];
W[3][2]:=C11*W[3][2];
C12:=X1*(X1-1)/(X2**X1);
FOR N:=1 TO NPT0 DO
    W[3][3]:=(1-X1)*(1/SQR(X[N]-X3))-C12*((X[N]-X3)**(X1-2))+
                W[3][3];

(*CALCULA O DETERMINANTE DA MATRIZ HESSIANA*)

D:=(W[1][1]*W[2][2]*W[3][3])+(W[1][2]*W[2][3]*W[3][1])+
    (W[1][3]*W[2][1]*W[3][2])-(W[3][1]*W[2][2]*W[1][3])-
    (W[3][2]*W[2][3]*W[1][1])-(W[3][3]*W[2][1]*W[1][2]);

(*TESTA A EXISTENCIA DA SOLUCAO DO SISTEMA*)

IF D=0.0 THEN
    WRITELN (OUTWB, '0', '':5, 'DETERMINANTE DO HESSIANO NULO');
END;

(*****

PROCEDURE INVERSA (D : DOUBLE ; W : ARRAY [L1..U1:INTEGER] OF
    ARRAY [L2..U2:INTEGER] OF DOUBLE ;
    VAR INV : ARRAY [L3..U3:INTEGER] OF ARRAY
    [L4..U4:INTEGER] OF DOUBLE);

(*CALCULA A INVERSA DA MATRIZ *)

VAR
    M,N : INTEGER;

```

```

COF : ARRAY [1..3] OF ARRAY [1..3] OF DOUBLE;

BEGIN

  (*CALCULA A MATRIZ DOS COFADORES DA MATRIZ HESSIANA*)

  COF[1][1]:=-(W[2][2]*W[3][3])-(W[3][2]*W[2][3]);
  COF[1][2]:=- (W[2][1]*W[3][3])+(W[3][1]*W[2][3]);
  COF[1][3]:=-(W[2][1]*W[3][2])-(W[3][1]*W[2][2]);
  COF[2][1]:=- (W[1][2]*W[3][3])+(W[3][2]*W[1][3]);
  COF[2][2]:=-(W[1][1]*W[3][3])-(W[3][1]*W[1][3]);
  COF[2][3]:=- (W[1][1]*W[3][2])+(W[3][1]*W[1][2]);
  COF[3][1]:=-(W[1][2]*W[2][3])-(W[2][2]*W[1][3]);
  COF[3][2]:=- (W[1][1]*W[2][3])+(W[2][1]*W[1][3]);
  COF[3][3]:=-(W[1][1]*W[2][2])-(W[2][1]*W[1][2]);

  (*CALCULA A INVERSA DA MATRIZ*)

  FOR M:=1 TO 3 DO
    BEGIN
      FOR N:=1 TO 3 DO
        INVM[N]:=COF[N][M]/D;
      END;
    END;

  END;

  (*****

PROCEDURE FUNCAO ( X1,X2,X3 : DOUBLE ; VAR FX : ARRAY
  [L1..U1:INTEGER] OF DOUBLE);

  (*CALCULA O VALOR DAS FUNCOES DE VEROSSIMILHANCA PARA O VETOR DE
  ESTIMADORES DOS PARAMETROS*)

  VAR
    M : INTEGER;
    K1,K2,K3,K4,K5 : DOUBLE;

  BEGIN
    BEGIN
      K1:=0;
      FOR M:=1 TO NPTO DO
        K1:=LN(X[M]-X3)+K1;
      K2:=0;
      FOR M:=1 TO NPTO DO
        K2:=(((X[M]-X3)/X2)**X1)*LN((X[M]-X3)/X2)+K2;
      K3:=0;
      FOR M:=1 TO NPTO DO
        K3:=((X[M]-X3)**X1)+K3;
      K4:=0;
      FOR M:=1 TO NPTO DO
        K4:=(1/(X[M]-X3))+K4;
      K5:=0;
      FOR M:=1 TO NPTO DO
        K5:=((X[M]-X3)**(X1-1))+K5;
    
```

```

END;
FX[1]:= (NPT0/X1) - (NPT0*LN(X2)) + K1 - K2;
FX[2]:= (-NPT0*X1/X2) + (X1*K3/(X2**(X1+1)));
FX[3]:= ((1-X1)*K4) + (X1*K5/(X2**X1));
END;

(*****
BEGIN

(*ABRE ARQUIVOS E LEITURA DE DADOS DE ENTRADA*)

RESET (INWB);
OPEN (OUTWB, CARRIAGE_CONTROL:=CARRIAGE);
REWRITE (OUTWB);
  BEGIN
    READLN (INWB, NPT0);
    READ (INWB, NPAR);
    IF (NPAR=2) THEN
      READ (INWB, C0);
    FOR I:=1 TO NPT0 DO
      READLN (INWB, X[I]);
  END;

(*IMPRIME DADOS DE ENTRADA*)

WRITELN (OUTWB, '0', ':4, 'DADOS DE ENTRADA');
WRITELN (OUTWB, '0', ':4, 'NUMERO DE PONTOS = ', NPT0:4);
WRITELN (OUTWB, ':5, 'ERRO = ', ERRO:7);
WRITELN (OUTWB, ':5, 'NUMERO DE PARAMETROS = ', NPAR:4);
FOR I:=1 TO NPT0 DO
  WRITELN (OUTWB, ':5, 'X', I:2, ' = ', X[I]:6:3);

(*CALCULA APROXIMACAO INICIAL DOS PARAMETROS . SE NPAR=2,
  FORNECE OS ESTIMADORES PARA A FUNCAO WEIBULL BIPARAMETRICA*)

ZERO (A0, C0);
GAMA:=C0;
CALCALFA (C0, A0, ALFA);
CALCBETA (ALFA, C0, BETA);

(*CALCULA OS ESTIMADORES DA FUNCAO WEIBULL TRIPARAMETRICA*)

IF (NPAR=3) THEN
  BEGIN
    NIT:=0;
    REPEAT

      (*FORNECE AS VARIAVEIS PARA O CALCULO DO PASSO
        DE CONVERGENCIA*)
      HESSIANO (ALFA, BETA, GAMA, DET, J);
      INVERSA (DET, J, INVJ);
      FUNCAO (ALFA, BETA, GAMA, F);
      PC[I]:=ALFA;

```

```

P[2]:=BETA;
P[3]:=GAMA;

(*CALCULA O PASSO DE CONVERGENCIA*)

FOR I:=1 TO 3 DO
  MCIJ:=0;
  FOR I:=1 TO 3 DO
    BEGIN
      FOR K:=1 TO 3 DO
        MCIJ:=INVC[I][K]*F[K]+MCIJ;
        P[IJ]:=P[IJ]-MCIJ;
      END;
    END;

(*CALCULA O ERRO OBTIDO NA CONVERGENCIA DOS
ESTIMADORES, TOMANDO O MAXIMO ERRO COMO
PARAMETRO DE CONVERGENCIA*)

DIF1:=ABS(P[1]-ALFA);
DIF2:=ABS(P[2]-BETA);
DIF3:=ABS(P[3]-GAMA);
DIF:=MAX(DIF1,DIF2,DIF3);
ALFA:=P[1];
BETA:=P[2];
GAMA:=P[3];
NIT:=NIT+1;
UNTIL (DIF<ERRO) OR (NIT=ITMAX) OR (ALFA<=1)
OR (GAMA)=XC[1]);
END;

(*ASSUME O PARAMETRO GAMA COM O VALOR DE XC[1] EM CASO DE
ALFA <= 1 E SISTEMA POSSIVEL*)

IF (ALFA <=1) AND (GAMA<=XC[1]) THEN
  GAMA:=XC[1];

(*IMPRIME RESULTADOS E FECHA ARQUIVO*)

WRITELN (OUTWB, '0', ':4, 'ESTIMADORES DE VEROSSIMILHANCA ');
WRITELN (OUTWB, '0', ':4, 'ALFA = ', ALFA:6:3);
WRITELN (OUTWB, ':5, 'BETA = ', BETA:6:3);
WRITELN (OUTWB, ':5, 'GAMA = ', GAMA:6:3);
WRITELN (OUTWB, ':5, 'NUMERO DE ITERACOES = ', NIT:4);

(*IMPRIME MENSAGENS DE ADVERTENCIA*)

IF (NIT=50) THEN
  BEGIN
    WRITELN (OUTWB, '0', ':4, 'NAO HOUVE CONVERGENCIA ');
    WRITELN (OUTWB, ':5, 'NUMERO DE ITERACOES EXCEDIDO');
  END;
IF (GAMA)=XC[1]) THEN
  BEGIN
    WRITELN (OUTWB, '0', ':4, 'NAO HOUVE CONVERGENCIA');
  
```

```
        WRITELN (OUTWB, ',', ':5, 'PARAMETRO GAMA EXCEDE X[1]');  
    END;  
    IF (ALFA<=1) AND (GAMA<=X[1]) THEN  
        BEGIN  
            WRITELN (OUTWB, '0', ':4, 'PARAMETRO ALFA (<= 1)';  
            WRITELN (OUTWB, ',', ':5, 'PARAMETRO GAMA ASSUMIDO = X[1]');  
        END;  
    CLOSE (OUTWB);  
END.
```

ANEXO III - GERAÇÃO ALEATÓRIA DA DISTRIBUIÇÃO DE WEIBULL

III.1. Método Numérico

A geração aleatória da distribuição de Weibull foi obtida através do cálculo da função inversa $F^{-1}(x)$, de acordo com a expressão :

$$x = \beta \left\{ -\ln [1 - F(x)] \right\}^{\alpha^{-1}} + \gamma \quad (\text{III.1})$$

onde $F(x)$ é um número gerado no intervalo $[0,1]$, através do método da congruência, descrito em Naylor et alii⁽⁸⁴⁾.

III.2. Programa WBRAND

Linguagem

VAX PASCAL V3.6

Descrição

O programa WBRAND fornece uma distribuição de Weibull pseudo-aleatória através da utilização da rotina MTH\$RANDOM ,

disponível na biblioteca de funções do sistema VAX-VMS , que gera um número pseudo-aleatório no intervalo [0,1]. A seqüência gerada é transformada na distribuição correspondente através do cálculo da função inversa e ordenada em forma crescente.

Estrutura do Programa

- *Parâmetros Formais*

NPTO	inteiro	número de pontos da amostra
ALFA	real	parâmetro de forma α
BETA	real	parâmetro de escala β
GAMA	real	parâmetro limite γ
RSEED	inteiro	valor inicial da geração aleatória
X	vetor real	amostra gerada

- *Subrotinas Auxiliares*

RAND	gera valores pseudo-aleatórios no intervalo [0,1]
------	---

- Listagem do Programa

```
PROGRAM WBRAND (INRAND,OUTRAND);
```

```
(*FORNECE A GERACAO PSEUDO-ALEATORIA DE UMA DISTRIBUICAO DE
WEIBULL TRIPARAMETRICA/BIPARAMETRICA *)
```

```
VAR
  NPTO,CONT,I,RSEED : INTEGER;
  ALFA,BETA,GAMA,AUX : REAL;
  X : ARRAY [1..100] OF REAL;
  INRAND,OUTRAND : TEXT;
```

```
(*****)
```

```
PROCEDURE RAND (S : INTEGER ; VAR RND : ARRAY [L1..U1 : INTEGER] OF
REAL);
```

```
(*GERA VALORES PSEUDO-ALEATORIOS NO INTERVALO [0,1] A PARTIR DE
UM NUMERO INTEIRO*)
```

```
VAR
  K : INTEGER;
  ARG : REAL;
  FDA : ARRAY [1..100] OF REAL ;
```

```
[EXTERNAL,ASYNCHRONOUS] FUNCTION MTH$RANDOM
(VAR SEED : INTEGER)
: REAL;
EXTERNAL;
```

```
BEGIN
  FOR K:=1 TO NPTO DO
    BEGIN
      FDA[K]:=MTH$RANDOM(S);
      ARG:=1.0-FDA[K];
      RND[K]:=BETA*((-LN(ARG))**(1/ALFA))+GAMA;
    END;
```

```
(*IMPRIME VALORES GERADOS NO INTERVALO [0,1]*)
```

```
WRITELN (OUTRAND,'0',':4,'VALORES PSEUDO-ALEATORIOS',
' NO INTERVALO [0,1]');
```

```
WRITELN (OUTRAND);
FOR K:=1 TO NPTO DO
  WRITELN (OUTRAND,'9',FDA[K]);
```

```
END;
```

```
(*****
)
```

```
BEGIN
```

```
(*ABRE ARQUIVOS E LE DADOS DE ENTRADA*)
```

```
RESET (INRAND);
```

```

OPEN (OUTRAND,CARRIAGE_CONTROL:=CARRIAGE);
REWRITE (OUTRAND);
  BEGIN
    READLN (INRAND,NPT0);
    READLN (INRAND,ALFA,BETA,GAMA);
    READLN (INRAND,RSEED);
  END;

(*IMPRIME DADOS DE ENTRADA*)

WRITELN (OUTRAND,'0','':4,'GERACAO DE WEIBULL PSEUDO-ALEATORIA');
WRITELN (OUTRAND,'0','':4,'DADOS DE ENTRADA');
WRITELN (OUTRAND,'0','':9,'NUMERO DE PONTOS = ',NPT0:4);
WRITELN (OUTRAND,'':10,'ALFA = ',ALFA:6:3);
WRITELN (OUTRAND,'':10,'BETA = ',BETA:6:3);
WRITELN (OUTRAND,'':10,'GAMA = ',GAMA:6:3);
WRITELN (OUTRAND,'':10,'VALOR INICIAL ',
        ' DA GERACAO RANDOMICA = ',RSEED:10);

(*EXECUTA ROTINA DE GERACAO ALEATORIA*)

RAND (RSEED,X);

(*ORDENA A SEQUENCIA GERADA A PARTIR DO SEU VALOR INFERIOR*)

REPEAT
  I:=1;
  CONT:=1;
  REPEAT
    IF X[I]>X[I+1] THEN
      BEGIN
        AUX:=X[I];
        X[I]:=X[I+1];
        X[I+1]:=AUX;
      END
    ELSE
      CONT:=CONT+1;
    I:=I+1;
  UNTIL I=NPT0;
UNTIL CONT=NPT0;

(*IMPRIME A SEQUENCIA ORDENADA*)

WRITELN (OUTRAND,'0','':4,'SEQUENCIA PSEUDO-ALEATORIA',
        ' GERADA');
WRITELN (OUTRAND);
FOR I:=1 TO NPT0 DO
  WRITELN (OUTRAND,'':9,X[I]);
END.

```

ANEXO IV - PERCENTIS DA DISTRIBUIÇÃO DA ESTATÍSTICA W E CÁLCULO DO INTERVALO DE CONFIANÇA DO ESTIMADOR α_L^*

IV.1. Percentis da Distribuição da Estatística W .

A tabela IV.1 apresenta os percentis da distribuição da estatística W , extraídos da referência [59]. Considerando que os tamanhos normais de amostras relativos aos ensaios de mecânica da fratura são usualmente pequenos e os experimentos são conduzidos até a falha total dos corpos de prova, a tabela IV.1 fornece somente os valores tabelados para $3 \leq N \leq 10$ e $r = N$.

Tabela IV.1 - Percentis da distribuição da estatística $W = \alpha_z^* / \alpha_z$

N	1-w										
	0.02	0.05	0.10	0.25	0.40	0.50	0.60	0.75	0.90	0.95	0.98
3	0.11	0.17	0.25	0.42	0.57	0.67	0.78	0.99	1.33	1.56	1.86
4	0.20	0.28	0.37	0.54	0.68	0.77	0.86	1.05	1.33	1.53	1.77
5	0.28	0.36	0.44	0.60	0.73	0.82	0.91	1.07	1.33	1.50	1.70
6	0.33	0.41	0.50	0.65	0.77	0.85	0.93	1.07	1.31	1.46	1.64
7	0.38	0.46	0.54	0.69	0.80	0.87	0.95	1.08	1.30	1.43	1.60
8	0.42	0.50	0.58	0.71	0.82	0.89	0.96	1.09	1.28	1.41	1.56
9	0.45	0.53	0.60	0.74	0.84	0.90	0.97	1.08	1.27	1.39	1.53
10	0.48	0.55	0.62	0.76	0.85	0.91	0.98	1.09	1.26	1.38	1.51

IV.2. Cálculo do Intervalo de Confiança do Estimador α_L^*

A partir dos valores de CTOD para o aço L na condição como soldado e insumo de calor igual a 3 KJ/mm, fornecidos pela tabela 13, a tabela IV.3 apresenta a sistematização do cálculo do estimador α_z^* , segundo a equação (32), a partir da técnica de estimação linear.

Tabela IV.3 - Cálculo do estimador α_z^* para o aço L (CS, I=3 KJ/mm)

x_i	$z_i = \ln x_i$	c_i	$z_i c_i$
0.22	-1.5141	-0.128810	0.1950
0.30	-1.2040	-0.132102	0.1591
0.38	-0.9676	-0.111951	0.1083
1.05	0.0488	-0.064666	-0.0032
1.24	0.2390	0.031796	0.0076
1.94	0.6627	0.405773	0.2689

$$\sum z_i c_i = 0.7357$$

Considerando os níveis de confiança $1-\omega_1 = 80\%$, $1-\omega_2 = 90\%$ e $1-\omega_3 = 95\%$, obtém-se os percentis da distribuição da estatística W , a partir da tabela IV.1 :

$$\bullet 1 - \omega_1 = 80 \%$$

$$W_{1-(0,2/2)} = W_{0,90} = 0,50$$

$$W_{0,2/2} = W_{0,10} = 1,31$$

$$\bullet 1 - \omega_2 = 90 \%$$

$$W_{1-(0,1/2)} = W_{0,95} = 0,41$$

$$W_{0,1/2} = W_{0,05} = 1,46$$

$$\bullet 1 - \omega_3 = 95 \%$$

$$W_{1-(0,05/2)} = W_{0,98} = 0,33$$

$$W_{0,05/2} = W_{0,02} = 1,64$$

Substituindo os valores encontrados na expressão (33), resultam os intervalos de confiança do estimador α_L^* em função do nível de confiança adotado :

$$\bullet 1 - \omega_1 = 80 \% \rightarrow 0,67 \leq \alpha_L^* \leq 1,76$$

$$\bullet 1 - \omega_2 = 90 \% \rightarrow 0,55 \leq \alpha_L^* \leq 1,97$$

$$\bullet 1 - \omega_3 = 95 \% \rightarrow 0,45 \leq \alpha_L^* \leq 2,21$$

ANEXO V - EQUAÇÃO DO CTOD MÉDIO DE UMA TRINCA SEMI-ELIPTICA DE SEMI-EIXOS a e c .

Considerando o parâmetro de fratura $\psi(s)$ como o parâmetro de CTOD e assumindo a representação geométrica de uma trinca semi-elíptica contida em uma placa de largura infinita e espessura t , dada pela figura 21, a expressão (41) fornece o valor médio de CTOD em função da geometria da trinca, da espessura da chapa e da coordenada φ :

$$\delta_M(a, c, t, \varphi) = \frac{1}{S} \int_0^S \left[\delta(a, c, t, \varphi) \right]_{\alpha_0}^{\alpha} ds \quad (V.1)$$

Ainda na figura (21), as equações paramétricas da elipse são dadas por⁽⁸⁵⁾:

$$x = c \cos \varphi \quad (V.2)$$

$$y = a \sin \varphi \quad (V.3)$$

Através da fórmula do comprimento de um arco⁽⁸⁵⁾, o elemento do arco de elipse em coordenadas polares é dado por:

$$ds = \left[a^2 + (c^2 - a^2) \operatorname{sen}^2 \varphi \right]^{0,5} d\varphi \quad (\text{V.4})$$

Portanto, a expressão (V.1) resulta:

$$\delta_M(a, c, t, \varphi) = \frac{1}{S} \int_0^\pi \left[\delta(a, c, t, \varphi) \right]^{\alpha_0} \left[a^2 + (c^2 - a^2) \operatorname{sen}^2 \varphi \right]^{0,5} d\varphi \quad (\text{V.5})$$

Substituindo a equação (52) na equação (V.5) e considerando que o comprimento da semi-elipse é dada pela expressão $S = 2c\phi^{(77)}$, onde c é o semi-eixo maior e ϕ é a integral elíptica de segundo tipo definida pela equação (51), obtém-se a expressão geral do CTOD médio:

$$\delta_M(a, c, t, \varphi) = C_0 \int_0^\pi \left[F(a, c, t, \varphi) \right]^{2\alpha_0} \left[a^2 + (c^2 - a^2) \operatorname{sen}^2 \varphi \right]^{0,5} d\varphi \quad (\text{V.6})$$

onde:

$$C_0 = \frac{1}{2c\phi} \left[\frac{\pi a \sigma^2}{\phi^2 m \sigma_y E_y} \right]^{\alpha_0} \quad (\text{V.7})$$

ANEXO VI - SOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE PROBABILIDADE DE FALHA

VI.1. Método Numérico

Conforme apresentado no capítulo 5, a expressão de probabilidade de falha \mathcal{P}_f de uma junta soldada na presença de uma trinca aleatória remanescente é dada por :

$$\mathcal{P}_f = C_1 \int_0^t a^{M-1} (t-a)^{N-1} \exp(-\sigma_1 a) \int_a^\infty \exp[-(H+H_1)c] F(\delta_M) dc da \quad (66)$$

onde :

$$C_1 = \frac{(H+H_1)}{\int_0^t a^{M-1} (t-a)^{N-1} \exp(-\sigma_1 a) da} \quad (67)$$

A integração das equações (66) e (67) foi resolvida através de métodos numéricos adequados aos domínios de integração existentes nas expressões anteriores. As integrais apresentando domínios de integração limitada dentro do intervalo finito $[0, t]$ foram resolvidas através do método de Simpson, descrito por Humes et alii⁽⁶⁶⁾. A integral sobre um domínio semi-infinito $[a, +\infty]$ foi

resolvida através do método da quadratura de Gauss-Laguerre, descrito por Kopal⁽⁸⁷⁾, utilizando-se a transformação :

$$Z_j = c (h+h_1) - a \quad (\text{VI.1})$$

onde Z_j é a raiz do polinômio de Laguerre⁽⁸⁷⁾, c e a são os semi-eixos maior e menor da trinca, respectivamente, h e h_1 são parâmetros das distribuições relativas ao comprimento da trinca e à sua detectabilidade, respectivamente. O programa apresenta a opção de utilização da distribuição Exponencial para descrever a profundidade da trinca devido à sua maior simplicidade.

VI.2. Programa PROFALHA

Linguagem

VAX PASCAL V3.6

Descrição

O programa PROFALHA calcula a probabilidade de falha de uma estrutura, submetida ao modo I de deformação, na presença de

uma trinca aleatória, utilizando a distribuição Exponencial e a distribuição Beta para descrever a geometria da trinca.

Os valores de probabilidade de falha são fornecidos para diversos níveis de carregamento da estrutura, função da tensão máxima (usualmente a tensão de escoamento do material) e do número de carregamentos desejado. Para cada nível de tensão, a probabilidade de falha é calculada em função da profundidade da trinca a , onde o incremento desta dimensão é obtido através do número de divisões da placa (espessura t) especificado.

Estrutura do Programa

- *Parâmetros Formais*

DIST	alfanumérico	distribuição adotada para a profundidade da trinca a .
MODWB	alfanumérico	modelo da função de Weibull adotado.
CIMP	alfanumérico	controle de impressão de resultados intermediários.
CIMPLG	alfanumérico	controle de impressão das funções peso do método de integração de Gauss-Laguerre.
M, N	real	parâmetros da função Beta.
G1, G0	real	parâmetros da distribuição exponencial relativa à detectabilidade de a .

H	real	parâmetro da distribuição exponencial.
H1, HO	real	parâmetros da distribuição exponencial relativa à detectabilidade de c.
ALFA	real	parâmetro α da distribuição simples de Weibull.
BETA	real	parâmetro β da distribuição simples de Weibull.
ALFA1, ALFA2	real	parâmetros α da distribuição composta de Weibull.
BETA1, BETA2	real	parâmetros β da distribuição composta de Weibull.
CODCRIT	real	CTOD de transição.
TENSMAX	real	tensão máxima atuante.
NLOAD	inteiro	número de carregamentos.
TAMOSTRA	real	espessura B_0
TCHAPA	real	espessura da chapa B
NPTO	inteiro	número de subdivisões da espessura da chapa.
FPLAST	real	fator de intensificação de tensões plásticas na ponta da trinca.
MELAST	real	módulo de elasticidade do material.
MPOISSON	real	módulo de Poisson do material.

PF	real, vetor	probabilidade de falha em relação a um dado nível de carregamento.
<i>- Constantes</i>		
NSIMP	inteiro	número de intervalos para a integração de Simpson.
<i>- Subrotinas Auxiliares</i>		
SIMPSON		fornece o valor da integral de Simpson para um conjunto de N pontos igualmente espaçados.
PREFUNC		calcula o valor do integrando do denominador da constante de multiplicação.
FUNCAO1		calcula os valores discretos da FDP da profundidade da trinca.
PARCRIT		monitora os parâmetros do modelo composto de Weibull.
TRINCA		calcula o valor médio do parâmetro de CTOD ao longo do contorno de uma trinca semi-elíptica de dimensões a e $2c$.
QUADRATURA		calcula o valor de uma integral semi-infinita através do método de quadratura de Gauss-Laguerre.

- Listagem do Programa

```

PROGRAM PROFALHA (ARQPAR_E,ARQPAR_B,LAGUERRE,ARQDADOS,PROFRATU);

(* CALCULA A PROBABILIDADE DE FALHA DE UMA ESTRUTURA SUBMETIDA AO MODO
I DE DEFORMACAO NA PRESENCA DE UMA TRINCA ALEATORIA , UTILIZANDO
A DISTRIBUICAO EXPONENCIAL E A DISTRIBUICAO BETA PARA DESCREVER
A GEOMETRIA DA TRINCA *)

(* AUTOR : CLAUDIO RUGGIERI
VERSAO : 2.0
DATA : JULHO/89 *)

VAR
  I,J,NPTO,NLOAD,NLAG : INTEGER;
  TCHAPA,TENSMAX,IQ,ALFA,BETA,ALFA1,ALFA2,BETA1,BETA2,
  CODCRIT,MPOISSON,G,G1,G0,H,H1,H0,M,N,IQ1,XA,F1,
  FPLAST,MELAST,MELAST_Y,STRESS,TAMOSTRA,CMULT: REAL;
  Q0 : ARRAY [1..10] OF ARRAY [1..100] OF REAL;
  Q : ARRAY [1..10] OF ARRAY [1..100] OF REAL;
  AUXQ : ARRAY [1..100] OF REAL;
  Q1 : ARRAY [1..100] OF REAL;
  W : ARRAY [1..15] OF REAL;
  Z : ARRAY [1..15] OF REAL;
  PF : ARRAY [1..100] OF REAL;
  TENSAO : ARRAY [1..100] OF REAL;
  A : ARRAY [1..100] OF REAL;
  ARQPAR_E,ARQPAR_B,LAGUERRE,ARQDADOS,PROFRATU : TEXT;

TYPE DPROF = (E,B);
  VAR DIST : DPROF;

TYPE IMPCOD = (COD,NCOD);
  VAR CIMP1 : IMPCOD;

TYPE FWB = (S,C);
  VAR MODWB : FWB;

TYPE IMPLG = (CLAG,NCLAG);
  VAR CIMP2 : IMPLG;

TYPE IMPPROF = (PROF,NPROF);
  VAR CIMP3 : IMPPROF;

CONST
  Z0 = 0;
  NSIMP = 20;

(*****)

PROCEDURE SIMPSON (NP : INTEGER ; P,Q : REAL ; F : ARRAY [1..U1
:INTEGER ] OF REAL ; VAR ISIMP : REAL);

(*FORNECE O VALOR DA INTEGRAL DE SIMPSON PARA UM CONJUNTO DE N PONTOS
IGUALMENTE ESPACADOS*)

```

```

VAR
  K,N1,N2 : INTEGER;
  SOMA1,SOMA2,DELTA : REAL;

BEGIN
  DELTA:=(Q-P)/(3*(NP-1));
  N1:=(NP-1) DIV 2;
  N2:=N1-1;
  SOMA1:=0;
  SOMA2:=0;
  FOR K:=1 TO N1 DO
    SOMA1:=SOMA1+F[2*K];
  FOR K:=1 TO N2 DO
    SOMA2:=SOMA2+F[1+2*K];
  ISIMP:=DELTA*(F[1]+F[NP]+4*SOMA1+2*SOMA2);
END;

(*****)

PROCEDURE PREFUNC (X: REAL ; VAR Y : REAL);
(*CALCULA O VALOR DO INTEGRANDO DO DENOMINADOR DE F1*)

VAR
  AUX1 : REAL;

BEGIN
  IF (X=0) AND (M=1) THEN
    AUX1:=1
  ELSE
    AUX1:=X**(M-1);
  Y:=AUX1*((TCHAPA-X)**(N-1))*EXP(-G1*X);
END;

(*****)

PROCEDURE FUNCA01 (X : REAL ; VAR F1 : REAL);
(*CALCULA OS VALORES DISCRETOS DA FDP DA PROFUNDIDADE DA TRINCA NO
INTERVALO [0,T]*)

VAR
  AUX2 : REAL;

BEGIN
  IF (DIST=E) THEN
    F1:=EXP(-(G+G1)*X)
  ELSE
    BEGIN
      IF (X=0) AND (M=1) THEN
        AUX2:=1
      ELSE
        AUX2:=X**(M-1);
      F1:=AUX2*((TCHAPA-X)**(N-1))*EXP(-G1*X);
    END
  END

```

```

        END;
END;

(*****)

PROCEDURE PARCRIT (A,X1,M1,M2,M3,Q1 : REAL ;
                  VAR XALFA,XBETA : REAL);

(*MONITORA OS PARAMETROS DO MODELO COMPOSTO DE WEIBULL*)

VAR
    F,COD : REAL;

CONST
    Z2 = 1.57079633;

BEGIN
    F:=M1+M2*SQR(X1)+M3*(X1**4);
    COD:=2*Z2*A*SQR(STRESS*F)/(SQR(Q1)*FPLAST*TENSMAX*MELAST_Y);
    IF (COD<=CODCRIT) THEN
        BEGIN
            XALFA:=ALFA1;
            XBETA:=BETA1;
        END
    ELSE
        BEGIN
            XALFA:=ALFA2;
            XBETA:=BETA2;
        END;
    END;
END;

(*****)

PROCEDURE TRINCA (A,C : REAL ; VAR BETA_C,MCOD : REAL);

(*CALCULA O VALOR MEDIO DO PARAMETRO DE COD AO LONGO DO CONTORNO
DE UMA TRINCA SEMIELIPTICA DE DIMENSOES 'A' E '2C'*)

VAR
    K : INTEGER ;
    X1,X2,Q1,Q2,M1,M2,M3,TETA,KD : REAL;
    E,F0,F,G,H : ARRAY [1..100] OF REAL;

CONST
    Z1 = 0;
    Z2 = 1.57079633;

BEGIN
    X1:=A/TCHAPA;
    X2:=A/C;

    (*CALCULA INTEGRAL ELIPTICA DO SEGUNDO TIPO*)

    FOR K:=1 TO NSIMP+1 DO

```

```

      BEGIN
        TETA:=(K-1)*Z2/NSIMP;
        ECKJ:=SQRT(1-(1-SQR(X2))*SQR(SIN(TETA)));
      END;
    SIMPSON (NSIMP+1,Z1,Z2,E,Q1);

    (*CALCULA VALOR MEDIO DO FATOR DE CORRECAO E VARIAVEIS DE SAIDA*)

    M1:=1.13-0.09*X2;
    M2:=-0.54+0.89/(0.2+X2);
    M3:=0.5-1/(0.65+X2)+14*((1-X2)**24);
    IF (MODWB<>S) THEN
      PARCRIT(A,X1,M1,M2,M3,Q1,ALFA,BETA);
      BEGIN

KD:=(2*Z2*A*SQR(STRESS)/(SQR(Q1)*FPLAST*TENSMAX*MELAST_Y)**ALFA;
      FOR K:=1 TO NSIMP+1 DO
        BEGIN
          TETA:=(K-1)*2*Z2/NSIMP;
          F0EKJ:=(SQR(SIN(TETA))+SQR(X2)*SQR(COS(TETA)))**0.25;
          GKJ:=1+(0.1+0.35*SQR(X1))*((1-SIN(TETA))**2);
          FCKJ:=(M1+M2*SQR(X1)+M3*(X1**4))*F0EKJ*GKJ;
          HCKJ:=((FCKJ)**(2*ALFA))*SQRT(SQR(A)+(SQR(C)*SQR(A))*SQR(SIN(TETA)));
        END;
        SIMPSON (NSIMP+1,Z1,2*Z2,H,Q2);
        MCODE:=KD*Q2/(2*C*Q1);
        BETA_C:=(2*C*Q1)*(BETA**(-ALFA))/TAMOSTRA;
      END;
    END;

    (*****);

    PROCEDURE QUADRATURA (XA : REAL ; VAR IGAUSS : REAL);

    (*CALCULA O VALOR DE UMA INTEGRAL SEMI-INFINITA ATRAVES DO METODO
    DE QUADRATURA DE GAUSS-LAGUERRE*)

    VAR
      K : INTEGER;
      CODMED,BETACOR,XC,SOMA : REAL;
      B : ARRAY [1..15] OF REAL;

    BEGIN
      SOMA:=0;
      FOR K:=1 TO NLAG DO
        BEGIN
          XC:=(ZCKJ+XA)/(H+H1);
          TRINCA (XA,XC,BETACOR,CODMED);
          IF (CIMP1=COD) THEN
            WRITELN (PROFRATU,',' ,':15, 'XC = ',XC:6:2,',' ,':15,
              'COD MEDIO = ',CODMED:8,',' ,':15, 'BETACOR =
              ',BETACOR);
            BCKJ:=1-EXP(-BETACOR*CODMED);

```

```

                SOMA:=SOMA+B[K]*W[K];
            END;
        1GAUSS:=SOMA*EXP(-XA)/(H+H1);
    END;

    (*****)

    BEGIN

        (*ABRE ARQUIVOS E LE DADOS INICIAIS*)

        RESET (ARQPAR_E);
        RESET (ARQPAR_B);
        RESET (LAGUERRE);
        RESET (ARQDADOS);
        OPEN (PROFRATU,CARRIAGE_CONTROL:=CARRIAGE);
        EXTEND (PROFRATU);
        BEGIN
            READLN (ARQDADOS,DIST,MODWB,CIMP1,CIMP2,CIMP3);
            IF (DIST=E) THEN
                READLN (ARQPAR_E,G,G1,G0,H,H1,H0)
            ELSE
                IF (DIST=B) THEN
                    READLN (ARQPAR_B,M,N,G1,G0,H,H1,H0)
                ELSE
                    WRITELN (PROFRATU,'+', 'OPCAO ESCOLHIDA PARA ',
                        ' A DISTRIBUICAO DA PROFUNDIDADE DA ',
                        ' TRINCA INCORRETA');
                IF (MODWB<>S) AND (MODWB<>C) THEN
                    WRITELN (PROFRATU,'+', 'OPCAO ESCOLHIDA PARA O ',
                        ' MODELO COMPOSTO INCORRETA');
                IF (MODWB=S) THEN
                    READLN (ARQDADOS,ALFA,BETA)
                ELSE
                    READLN (ARQDADOS,ALFA1,BETA1,ALFA2,BETA2,CODCRIT);
                READLN (ARQDADOS,TENSMAX,NLOAD,TAMOSTRA,TCHAPA,NPTO,
                    FPLAST,MELAST,MPOISSON);
                READLN (LAGUERRE,NLAG);
                FOR I:=1 TO NLAG DO
                    BEGIN
                        READLN (LAGUERRE,Z[I],W[I]);
                    END;
            END;

        END;

        (*IMPRIME DADOS DE ENTRADA*)

        IF (CIMP2=CLAG) THEN
            BEGIN
                WRITELN (PROFRATU,'0', '':3, 'COEFICIENTES DE LAGUERRE');
                WRITELN (PROFRATU,'0', '':5, 'Z[I]', '':15, 'W[I]');
                WRITELN (PROFRATU,'');
                FOR I:=1 TO NLAG DO
                    WRITELN (PROFRATU,'',Z[I], '':10,W[I]);
            END;
        END;
    END;

```

```

        WRITELN (PROFRATU, '1', '');
    END;

    IF (DIST=E) THEN
        WRITELN (PROFRATU, '0', 'OPCAO = EXPONENCIAL');
    ELSE
        WRITELN (PROFRATU, '0', 'OPCAO = BETA');
        WRITELN (PROFRATU, '0', 'PARAMETROS DAS DISTRIBUICOES RELATIVAS A
            TRINCA');
        WRITELN (PROFRATU, '0', ':5, 'PROF. DA TRINCA : ');
        IF (DIST=E) THEN
            WRITELN (PROFRATU, '', ':10, 'G = ', G:6:2);
        ELSE
            BEGIN
                WRITELN (PROFRATU, '', ':10, 'M = ', M:6:2);
                WRITELN (PROFRATU, '', ':10, 'N = ', N:6:2);
            END;
        WRITELN (PROFRATU, '0', ':5, 'DETECTABILIDADE DA PROF. ');
        WRITELN (PROFRATU, '', ':10, 'G1 = ', G1:6:2);
        WRITELN (PROFRATU, '', ':10, 'G0 = ', G0:6:2);
        WRITELN (PROFRATU, '0', ':5, 'COMPR. DA TRINCA');
        WRITELN (PROFRATU, '', ':10, 'H = ', H:6:2);
        WRITELN (PROFRATU, '0', ':5, 'DETECTABILIDADE DO COMPR. ');
        WRITELN (PROFRATU, '', ':10, 'H1 = ', H1:6:2);
        WRITELN (PROFRATU, '', ':10, 'H0 = ', H0:6:2);
        IF (MODWB=S) THEN
            BEGIN
                WRITELN (PROFRATU, '0', 'PARAMETROS DA DISTRIBUICAO',
                    ' DE WEIBULL ');
                WRITELN (PROFRATU, '0', ':4, 'ALFA = ', ALFA:6:2);
                WRITELN (PROFRATU, '', ':5, 'BETA = ', BETA:6:2);
            END
        ELSE
            BEGIN
                WRITELN (PROFRATU, '0', 'PARAMETROS DO MODELO',
                    ' COMPOSTO DE WEIBULL ');
                WRITELN (PROFRATU, '', ':4, 'ALFA1 = ', ALFA1:6:2);
                WRITELN (PROFRATU, '', ':5, 'BETA1 = ', BETA1:6:2);
                WRITELN (PROFRATU, '', ':5, 'ALFA2 = ', ALFA2:6:2);
                WRITELN (PROFRATU, '', ':5, 'BETA2 = ', BETA2:6:2);
                WRITELN (PROFRATU, '', ':5, 'CTOD CRIT. = ', CODCRIT:6:3);
            END;
        WRITELN (PROFRATU, '0', 'DADOS DE ENTRADA ');
        WRITELN (PROFRATU, '0', ':4, 'TENSAO DE ESCOAMENTO (MPa) =
            ', TENSMAX:6:2);
        WRITELN (PROFRATU, '', ':5, 'MODULO DE ELASTICIDADE (MPa) =
            ', MELAST:6);
        WRITELN (PROFRATU, '', ':5, 'FATOR DE INTENSIFICACAO PLASTICA =
            ', FPLAST:6:2);
        WRITELN (PROFRATU, '', ':5, 'MODULO DE POISSON = ', MPOISSON:6:2);
        WRITELN (PROFRATU, '', ':5, 'ESPESSURA DA AMOSTRA (mm) =
            ', TAMOSTRA:6:2);
        WRITELN (PROFRATU, '', ':5, 'ESPESSURA DA CHAPA (mm) =
            ', TCHAPA:6:2);

```

```

WRITELN (PROFRATU, '', ':5, 'NUMERO DE PONTOS = ', NPT0:3);
WRITELN (PROFRATU, '', ':5, 'NUMERO DE CARREGAMENTOS = ', NLOAD:3);

(*CALCULA VALOR DA CONSTANTE DE MULTIPLICACAO*)

IF (DIST=E) THEN
  BEGIN
    IQ1:=1-EXP(-(G+G1)*TCHAPA);
    CMULT:=(G+G1)*(H+H1)/IQ1;
  END
ELSE
  BEGIN
    FOR I:=1 TO NSIMP+1 DO
      BEGIN
        ACIJ:=(I-1)*TCHAPA/NSIMP;
        PREFUNC (ACIJ,Q1[CIJ]);
      END;
    SIMPSON (NSIMP+1,Z0,TCHAPA,Q1,IQ1);
    CMULT:=(H+H1)/IQ1;
  END;

(*ROTINA PRINCIPAL*)

MELAST_Y:=MELAST/(1-SQR(MPOISSON));
FOR I:=1 TO NLOAD DO
  BEGIN
    TENSAO[CIJ]:=I*TENSMAX/NLOAD;
    STRESS:=TENSAO[CIJ];
    IF (CIMP1=COD) THEN
      WRITELN (PROFRATU, '1', ':15, 'TENSAO = '
        ,STRESS:6:2);
    FOR J:=1 TO NPT0+1 DO
      BEGIN
        AC[J]:=(J-1)*TCHAPA/NPT0;
        XA:=AC[J];
        FUNCAO1(XA,F1);
        IF (XA=0) THEN
          Q0[CIJ][J]:=0
        ELSE
          BEGIN
            IF (CIMP1=COD) THEN
              BEGIN
                WRITELN (PROFRATU, '0',
                  ':15, 'PROF. DA TRINCA = ', XA:6:2);
                WRITELN (PROFRATU, '0');
              END;
            QUADRATURA (XA,Q0[CIJ][J]);
          END;
          Q[CIJ][J]:=F1*Q0[CIJ][J];
          AUXQ[J]:=Q[CIJ][J];
        END;
      SIMPSON (NPT0+1,Z0,TCHAPA,AUXQ,IQ);
      PFCIJ:=CMULT*IQ;
    END;
  END;

```

(*IMPRIME RESULTADOS E FECHA ARQUIVOS*)

```
WRITELN (PROFRATU, '1', 'VALORES DE PROBABILIDADE DE FALHA');
WRITELN (PROFRATU, '0', 'TENSAO (MPa) ':14, ':8, 'PF', ':8, 'LOG PF');
WRITELN (PROFRATU, '');
```

```
FOR I:=1 TO NLOAD DO
```

```
  BEGIN
```

```
    IF (PFC[I]<>0) THEN
```

```
      WRITELN (PROFRATU, TENSAO[I]:12:2, ':5, PFC[I]:15, ':5,
        LN(PFC[I])/LN(10):15)
```

```
    ELSE
```

```
      WRITELN (PROFRATU, TENSAO[I]:12:2, ':5, PFC[I]:15, ':10,
        '-');
```

```
  END;
```

```
IF (CIMP3=PROF) THEN
```

```
  BEGIN
```

```
    FOR I:=1 TO NLOAD DO
```

```
      BEGIN
```

```
        WRITELN (PROFRATU, '0', 'TENSAO = ', TENSAO[I]:6:2);
```

```
        WRITELN (PROFRATU, '0', 'PROF. DA TRINCA ':20, ':23,
          'PF');
```

```
        FOR J:=1 TO NPT0+1 DO
```

```
          WRITELN (PROFRATU, AC[J]:15:2, ':25,
            CMULT*Q[C][J]:15);
```

```
      END;
```

```
    END;
```

```
CLOSE (ARQPAR_E);
```

```
CLOSE (ARQPAR_B);
```

```
CLOSE (LAGUERRE);
```

```
CLOSE (ARQDADOS);
```

```
CLOSE (PROFRATU);
```

```
END.
```

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. GLOVER, A.G. et alii . The Influence of Cooling Rate and Composition on Weld Metal Microstructures in C/Mn and HSLA Steels . *Welding Journal* , 56(9):267s-273s, 1977.
2. COCRHANE, R.C. Weld Metal Microstructures - A State of the Art Review. *Welding in the World* , 21(1/2):16-24, 1983.
3. GRONG, O. & AKSELSEN, O.M. HAZ Toughness of Microalloyed Steels for Offshore . *Metal Construction* , 18(9):557-562, 1986.
4. GRONG, O. & MATLOCK, D.K. Microstructural Development in Mild and Low Alloy Steel Weld Metals . *International Metal Review*, 31(1):27-48, 1986.
5. HOEKSTRA, S. et alii. Microstructure and Notch Toughness of Ferritic Weld Metal . *Metal Construction* , 18(12):771-775, 1986.
6. HARRINSON, P. & FARRAR, R. Microstructural Development and Toughness of C-Mn and C-Mn-Ni Weld Metals. Part 1 : Microstructural Development. Part 2 : Toughness . *Metal Construction* , 19(7):392R-399R , 19(8):477R-450R . 1987.
7. TANIGUCHI, C. *Princípios de Engenharia de Soldagem* . São Paulo, 1982, EPUSP/DEN . 175 p. (Apostila do curso de PNV 741).
8. RUGGIERI, C. *Aspectos Metalúrgicos sobre a Tenacidade Local de Juntas Soldadas*. São Paulo, 1988, EPUSP/DEN. 59 p. (Seminário apresentado ao curso de PNV 801).
9. RUGGIERI, C. *Microestrutura de Metais de Solda de Aços Ferríticos*. São Paulo, IPT/DINAV , 1987 . 40p. (Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo , Publicação Técnica 86).
10. HAIZE, T. & AIHARA, S. *Metallurgical Factors Controlling HAZ Toughness in HT50 Steels* . s.l.p. , International Institute

of Welding , 1986 . 39p. (IIW Doc. IX-1423-86).

11. SATOH, K. & TOYODA, M. Evaluation of LBZ : HAZ Fracture Toughness Testing and Utilization of Toughness Data to Structural Integrity in *Proceedings of 7th International Conference Offshore Mechanics and Arctic Engineering Symposium* , Houston , 1988 . 3:495-502 (7th OMAE - 1988).
12. PELLINI, W.S. *Evolution of Engineering Principles for Fracture-Safe Design of Steel Structures* . Washington , D.C. NRL , 1969 . 100p. (Naval Research Laboratory Report 6957).
13. MASSUBUCHI, K. *Analysis of Welded Structures* . New York , Pergamon Press , 1980 . 642 p.
14. ROLFE, S.T. & BARSON, J.M. *Fracture and Fatigue Control in Structures* . New Jersey, Prentice Hall, 1977 . 562 p.
15. DAWES, M.G. Fracture Control in High Yield Strength Weldments . *Welding Journal* , 53(9):369s-379s , 1974.
16. IRWIN, G.R. & WIT, R. A Summary of Fracture Mechanics Concept . *Journal of Testing and Evaluation* , 11(1):56-65 , 1983.
17. IRWIN, G.R. Analyses of Stresses and Strains Near the End of a Crack Transversing a Plate. *Journal of Applied Mechanics* , 24(3):361-364 , 1957.
18. BURDEKIN, F.M. & STONE, D.E.W. The Crack Opening Displacement Approach to Fracture Mechanics in Yielding Materials . *Journal of Strain Analysis* , 1(2):145-153, 1966.
19. RICE, J.R. A Path Independent Integral and the Aproximate Analysis of the Strain Concentration by Notches and Cracks . *Journal of Applied Mechanics* , 35:379-386 , 1968.
20. WELLS, A.A. Unstable Crack Propagation in Metals-Cleavage and Fast Fracture in *Proceedings of Crack Propagation Symposium*, Cranfield , 1961 . p. 210-230.
21. HARRISON, J.D. The State-of-the-Art in Crack Opening Displacement (CTOD) Testing and Analysis . Part 1 -

- Background and Testing Methods . Part 2 - Interpreting Records and Effects of Testing Variables. Part 3 - Application of the CTOD Approach . *Metal Construction* , 12(9) :415-418, 420-422, 12(10):524-529 , 12(11):600-605, 1980.
22. BRITISH STANDARD. *Methods for Crack Opening Displacement (COD) Testing* . London, 1979 . (BS 5762).
23. SATOH, K. & TOYODA, M. *Report for the Strasbourg Assembly, Working Group on Fracture Mechanics Testing of Weld Metal and HAZ* . s.l.p., International Institute of Welding , 1985, 27p.(IIW Doc. X-1089-85).
24. SATOH, K. & TOYODA, M. *The Incidence of Mechanical Heterogeneity on Fracture Toughness Evaluations of Welds* . s.l.p. , International Institute of Welding, 1983, 17p. (IIW Doc. X-1031-83).
25. MACHADO, G. *Estudo sobre a Soldabilidade de um Aço Liga Temperado e Revenido : Análise da Zona Termicamente Afetada de Juntas Soldadas Reais e Obtidas por Simulação* . São Paulo, 1983 . p. irreg. (Tese Apresentada à Escola Politécnica da USP para a obtenção do Título de Doutor em Engenharia).
26. PISARSKI, H.G. & PARGETER, R.J. *Fracture Toughness of HAZ in Steels for Offshore Platforms* . *Metal Construction* , 16(7):412-417 , 1984.
27. PISARSKI, H.G. et alii. *Guidelines for Fracture Toughness Testing of Heat Affected Zones* . *The Welding Institute Research Bulletin* , 25(6):188-190 , 1984.
28. PRASANNAKUMAR , S. et alii. *Fracture Toughness Testing Weld Composite Specimens* . *Metal Construction* , 15(3):142-146 , 1983.
29. HARRINSON, J.D. *Material Selection Considerations for Offshore Steel Structures* . Cranfield , Welding Institute , 1981 . p. irreg. (Report 150).
30. KUDOH, J. & PISARSKI, H.G. *Exploratory Studies on the Fracture Toughness of Multipass Welds with Locally Embrittled Regions* . Cranfield , Welding Institute , 1986. p. irreg. (Report 294).

31. LANDES, J.D. & SHAFFER, D.H. Statistical Characterization of Fracture in the Transition Region in *Fracture Mechanics : Twelfth Conference* . American Society for Testing and Materials, 1980 . p. 368-382 (ASTM STP 700).
32. WALLIN, K. The Scatter in K_{IC} Results . *Engineering Fracture Mechanics* , 19(6):1085-1093 , 1984.
33. AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE. *Recommended Practice for Preproduction Qualification for Steel Plates for Offshore Structures*. Washington , 1987 . 18 p. (API RP2Z).
34. SQUIRREL, S.J. et alii . *Recommended Procedures for the Crack Tip Opening Displacement (CTOD) Testing of Weldments*. Cranfield , Welding Institute, 1986 . p. irreg. (Report 311/86).
35. ARIMOCHI, K. & ISAKA, K. *A Study on Pop-in Phenomenon in CTOD Test for Weldment and Proposal of Assesment Method for Significance of Pop-in*. s.l.p., International Institute of Welding , 1986. 27p. (IIW Doc. X-1118-86).
36. KAMATH, M.S. & GITLOS, M.F. The Incidence of Pop-ins in Fracture Toughness Testing . *The Welding Institute Research Bulletin* , 20(4):114-122 , 1979.
37. FREUDENTHAL, A.M. Statistical Approach to Brittle Fracture in *Fracture : An Advanced Treatise . Vol II : Mathematical Fundamentals* . New York, Editado por H. Liebowitz , 1968 . p. 591-619.
38. EPSTEIN, B. Statistical Aspects of Fracture Problems . *Journal of Applied Physics* , 19:140-147 , 1948.
39. GUMBEL, E.J. *Statistics of Extremes* . New York , Columbia University Press , 1958 . 375p.
40. EPSTEIN, B. Elements of the Theory of Extreme Values . *Technometrics* , 2(1):27-41 , 1960.
41. BEREMIN, F.M. A Local Criterion for Cleavage Fracture of a Nuclear Pressure Vessel Steel . *Metallurgical Transaction* ,

14A:2277-2293 , 1983.

42. OKUMURA, O. Cleavage Fracture of Low Carbon Ferritic Steels with Fine Grain . *Metal Science* , 17:581-589, 1983.
43. GRIFFITH, A. A. The Phenomena of Rupture and Flow in Solids. *Philosophical Transactions of the Royal Society* , 221A:861-906 , 1920.
44. RUGGIERI, C. *Introdução à Mecânica da Fratura Elasto-Plástica* . São Paulo, IPT/DINAV , 1988. 35p. (Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo, Publicação Técnica 87).
45. SATOH, K. et alii. A Probabilistic Approach to Evaluation of Fracture Toughness of Welds with Heterogeneity . *Transactions of the Japan Welding Society* , 16(1):70-81 , 1985.
46. MINAMI, F. et alii. A Probabilistic Analysis on Thickness Effect in Fracture Mechanics . *Engineering Fracture Mechanics* , 26(3):443-444 , 1987.
47. SATOH, K. et alii. *Thickness Effect in Fracture Toughness of Steel Welds* . s.l.p., International Institute of Welding , 1987 . 21p. (IIW Doc. X-1135-87).
48. MINAMI, F. et alii. *Probabilistic Analysis of Fracture Toughness of Weld HAZ with LBZ* . s.l.p., International Institute of Welding , 1988 . 16p. (IIW Doc. X-1159-88).
49. THOMPSON, W.A. On the Foundation of Reliability . *Technometrics*, 23(1):1-13 , 1981.
50. VESELY, W.E. A Time-Dependent Methodology for Fault Tree Evaluation . *Nuclear Engineering and Design*, 13:337-360, 1970.
51. BRÜCKNER, A. & MUNZ, D. Prediction of Failure Probabilities for Cleavage Fracture from the Scatter of Crack Geometry and of Fracture Toughness Using the Weakest Link Model . *Engineering Fracture Mechanics* , 18(2):359-375 , 1983.
52. ITAGAKI et alii. Reliability Analysis of Welded Joints with

- Flaws . *Naval Architecture and Ocean Engineering* .
21:165-186 . 1983.
53. MANN, N.R. et alii. *Methods for Statistical Analysis of Reliability and Life Data* . New York , Jonh Wiley & Sons, 1974 . 563p.
 54. PAPOULIS, A. *Probability, Random Variables and Stochastic Processes* . New York , McGraw-Hill , 1965. 583 p.
 55. MOTA, J.M.A. *Teoria de Valores Extremos com Aplicação à Confiabilidade de Materiais Fibrosos* . São Paulo , 1981 . 68p. (Dissertação Apresentada ao IME-USP para Obtenção do Grau de Mestre em Estatística).
 56. CANFIELD, R.V. Some Distributions of Time to Failure for Reliability Applications . *Technometrics* , 17(2):263-268, 1975.
 57. WEIBULL, W. A Statistical Distribution Function of Wide Applicability . *Journal of Applied Mechanics* , 18(3):293-297 , 1951.
 58. PISARSKI, H.G. Influence of Thickness on Critical Crack Displacement . *International Journal of Fracture* , 17(4):427-440 , 1981.
 59. KAPUR, K.C. & LAMBERSON, L.R. *Reliability in Engineering Design* . New York , Jonh Wiley & Sons , 1977 . 586p.
 60. HARTER, H.L. & MOORE, A. H. Maximum-Likelihood Estimation of the Parameters of Gamma and Weibull Popultions from Complete and from Censored Samples . *Technometrics* , 7(4):639-643 , 1965.
 61. LEMON, G.H. Maximum Likelihood Estimation for the Three Parameter Weibull Distribution Based on Censored Samples . *Technometrics* , 17(2):247-254 , 1975.
 62. BAIN, L.J. & ENGELHARDT, M. Simple Aproximate Distributional Results for Confidence and Tolerance Limits for the Weibull Distribution Based on Maximum Likelihood Estimators . *Technometrics* , 23(1):15-19 , 1981 .

63. PRESCOTT, P. & WALDEN, A.T. Maximum Likelihood Estimation of the Parameters of the Three-Parameter Generalized Extreme-Value Distribution from Censored Samples. *Journal of Statistical, Computational and Simulation*, 16:241-250, 1983.
64. FORSYTHE, G. & MOLER, C.B. *Computer Solution of Linear Algebraic Systems*. New Jersey, Prentice-Hall, 1967. 148p.
65. MIRSHAWKA, J. *O Modelo de Weibull e Aplicações à Confiabilidade*. São Paulo, 1979, 239 p. (Dissertação apresentada ao IME-USP para obtenção do grau de mestre em estatística).
66. HARRINSON, P.L. & HART, P.H.M. *HAZ Toughness of Thick Section Steels Draft Final Report for Phases I and II*. Cranfield, Welding Institute, 1988. p.irreg. (Report 5543/41/88).
67. COSTA NETO, P.L.O. *Estatística*. São Paulo, Edgard Blücher, 1977. 264 p.
68. MANN, N.R. Tables for Obtaining the Best Linear Invariant Estimates of the Weibull Distribution. *Technometrics*. 9:629-645, 1967.
69. MANN, N.R. & FERTIG, K.W. Tables for Obtaining Confidence Bounds and Tolerance Bounds Based on Best Linear Invariant Estimates of Parameters of the Extreme-Value Distribution. *Technometrics*, 15:87-101, 1970.
70. RUMMEL, W.D. et alii. *The Detection of Fatigue Cracks by Nondestructive Testing Methods*. Washington, D.C., National Aeronautics and Space Administration, 1974 (NASA CR-2369).
71. PARIS, P.C. Fracture Mechanics in the Elastic-Plastic Regime in *Flow Growth and Fracture*. American Society for Testing and Materials, 1977. p. 3-27 (ASTM STP 631).
72. SMITH, C.W. et alii. Stress Intensity Distributions for Natural Flaws Shapes Approximating "Benchmark" Geometries in *Fracture Mechanics: Thirteenth Conference*. American Society for Testing and Materials, 1981. p. 422-437 (ASTM STP 743).

- for Testing and Materials, 1981 . p. 422-437 (ASTM STP 743).
73. HARRINSON, J.D. et alii. The COD Approach and its Application to Welded Structures in *Elastic-Plastic Fracture* . American Society for Testing and Materials, 1979. p. 606-631 (ASTM STP 668).
 74. IRWIN, G.R. Crack-Extension Force for a Part-Through Crack in a Plate . *Journal of Applied Mechanics*, 29(4):651-654 , 1962.
 75. DAWES, M.G. Elastic-Plastic Fracture Toughness Based on the COD and J-Contour Integral Concepts in *Elastic-plastic Fracture* . American Society for Testing and Materials, 1979. p. 307-333 (ASTM STP 668).
 76. NEWMAN, J.C. & RAJU, I.S. *Analysis of Surface Cracks in Finite Plates under Tension or Bending Loads* . Washington, D.C., National Aeronautics and Space Administration , 1979 . (NASA TPa-1578).
 77. CAYLEY, A. *An elementary Treatise on Elliptic Functions* . New York , Dover Publications , 1961 . 386 p.
 78. GNEDENKO, B. *The Theory of Probability* . Moscow , MIR Publishers , 1978 . 392 p.
 79. BURY, K.V. *Statistical Models in Applied Science* . New York, John Wiley & Sons , 1975. 625p.
 80. BROEK, D. *Elementary Engineering Fracture Mechanics* . The Hague , Martinus Nijhoff , 1982 . 468 p.
 81. MADDOX, S.J. An Analysis of Fatigue Cracks in Fillet Welded Joints . *International Journal of Fracture* , 11(2):221-243, 1975.
 82. BRITISH STANDARD . *Specification for Weldable Structural Steels* . London, 1986 (BS 4360).
 83. ROBINSON, J.N. & TETELMAN, A.S. Measurement of K_{Ic} on Small Specimens Using Critical Crack Tip Opening Displacement in *Fracture Toughness and Slow-Stable Cracking* . American Society for Testing and Materials, 1974 . p. 139-158 (ASTM

84. NAYLOR, T.H. et alii. *Técnicas de Simulação em Computadores*. São Paulo, Vozes, 1971. 402 p.
85. PISKOUNOV, N. *Cálculo Diferencial e Integral*. Vol. 1. Porto, Lopes da Silva Editora, 1974 . 516 p.
86. HUMES, A.F.P.C. et alii. *Nocões de Cálculo Numérico*. São Paulo, McGraw Hill , 1984. 201 p.
87. KOPAL, Z. *Numerical Analysis* . New York, Jonh Wiley & Sons, 1975 . 556 p.
88. GALAMBOS, J. *The Asymptotic Theory of Extreme Order Statistics* . New York, Jonh Wiley & Sons, 1978 . 352 p.
89. MEYER, P.L. *Probabilidade e Aplicações a Estatística*. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico , 1974 . 391 p.