

ODAIR CALTABELOTI

Engº Naval, Escola Politécnica da USP, 1972.
Mestre em Engenharia, Escola Politécnica, 1978

4

VERIFICAÇÃO DE TENSÕES EM UMA CAIXA DE
CHAPA FINA E REFORÇADORES, APRESENTANDO DESCON
TINUIDADE. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS OBTIDOS POR
MÉTODOS DIFERENTES

**Biblioteca da Escola Politécnica
São Paulo**

Tese apresentada à Escola Poli
técnica da USP para obtenção
do Título de Doutor em Engenha
ria

Orientador: Prof. Dr. OCTÁVIO GASPAS SOUZA RICARDO
Prof. Adjunto do Departamento de Enge
nharia Naval da EPUSP.

São Paulo, 1985.

HOMENAGEM

Ao saudoso Prof. Dr. Alfredo Coaracy Brazil Gandolfo, que nas qualidades de professor, orientador da dissertação de mestrado, chefe e amigo, muito colaborou no desenrolar das atividades acadêmicas do candidato.

HOMAGE

To the late Prof. Dr. Alfredo Coaracy Brazil Gandolfo, for his qualities as Professor, Adviser for the Master of Naval Engineering Degree Dissertation, chief and friend, and who very much helped the Author in his Academic life.

RESUMO

Desde a evolução dos computadores digitais, o Método dos Elementos Finitos tem sido aplicado em larga escala. Porém, é um método dispendioso, considerando tempo e custos. Na verdade, a preparação dos dados de entrada é trabalhosa, e a obtensão dos resultados requer muito tempo de máquina.

Por outro lado, o desenvolvimento dos micro-computadores aumentou as facilidades para os engenheiros, de pesquisar outros métodos de cálculo, métodos estes muito complexos para serem feitos manualmente.

Nesta tese, por meio de um programa para micro-computador, é feito a aplicação da teoria de J. Argyris e P.C. Dunne, relativa a efeitos de torção e/ou flexão em estruturas constituídas de chapas finas com reforçadores, desenvolvida em 1947.

O objetivo principal desta tese, é prover ao engenheiro a um baixo custo e pouco tempo, um método que o ajudaria no início de seu trabalho a definir-se quanto as várias alternativas de projeto que se apresentam. De fato, as estruturas de chapas finas com reforçadores apresentam particular dificuldade de cálculo junto a discontinuidade. É o caso de escotilhas no convés de navios, portas e aberturas em asas e fuselagens de aviões,

portas em vagões metroviários, etc, locais onde aparecem as chamadas tensões de "flexão na torção". Argyris e Dunne apresentam uma solução analítica para o problema, com as vantagens inerentes a tais soluções. Desejamos, então, desenvolver o algoritmo adequado para avaliar os resultados em face de outros processos mais usuais: o método numérico dos elementos finitos e o método experimental.

Um modelo em liga de alumínio foi especialmente construído para este trabalho. Ele foi submetido a esforços de torção e flexão. As tensões foram medidas por intermédio de extensômetros elétricos, e os resultados comparados com os cálculos pelo computador.

Portanto, os resultados foram comparados entre:

- a teoria de Argyris e Dunne;
- o Método dos Elementos Finitos;
- os resultados experimentais.

ABSTRACT

Since the introduction of the digital computers, the Method of Finite Elements has been generally applied. However, it is a costly method, considering both time and expenditure. In fact, the preparation of the input data is laborious, and the computing asks for a long time of use of the machine.

On the other hand, the development of the micro computers opens very broad possibilities to the engineer, in his search for other methods of calculation, when such methods are too complicated for hand manipulation.

In the present thesis by means of a program for micro-computers, it is made an application of the J. Argyris and P.C. Dunne's torsion-bending theory, proposed in 1947 for stressed-skin structures.

So, the main objective of this thesis work is to provide the design engineer with a trustful low cost and low-time consuming method, which will be of help to him at the beginning of his work, when many alternative design solutions should be rapidly appraised. In fact, the structures with thin plate and reinforcements, presents particular trouble for the calculation behind the discontinuities. Is the case of the ship's hatchway, door and openings in the wings and fuselage of airplanes, openings in wagons and metro-cars, etc, locals where appear the know stress caused by the "*bending in the torsion*". Argyris and Dunne presents an analytical solution for the pro

blem, with the inherent advantages for this solutions. We desire, then, to develop the adequate algorithm to evaluate the results in view of others more usuals processes: the finite element method and the experimental method.

An aluminum-alloy experimental model was specially built for this work. It was subjected to torsion and bending. Stresses were measured by means of electric strain-gages, and its data were used to compare with the computed results.

Therefore, a comparison was made between:

- the Argyris and Dunne's theory;
- Finite Element Method;
- Experimental results.

*A minha esposa Eloisa
e meus filhos Fábio, Fabíola e
Fabrízio.*

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Octávio Gaspar de Souza Ricardo , pelo seu empenho e dedicação junto ao candidato, na preparação dos experimentos e no auxílio aos estudos da teoria de Argyris e Dunne, sem os quais seria impossível a realização desta tese.

Ao Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo S.A., pelos auxílios financeiros e pela disponibilidade de tempo ofertados ao candidato.

Ao Eng^o Augusto Octávio Taliberti, pelo seu excelente trabalho na orientação para construção do modelo em liga de alumínio, junto ao hangar da AUDI S.A.

Aos meus colegas e amigos da Divisão de Engenharia Naval do IPT, pelo apoio moral e técnico recebido, em particular a:

- Marici Ap. Pasini e Vilma Araujo Souza pelos excelentes trabalhos de datilografia;
- Celhu Uezu e José Carlos do Nascimento pelos desenhos e figuras;
- Nêlio Roberto Nunes pelo auxílio na colocação do extensômetro no modelo experimental.

A Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo pelo fornecimento, de acordo com o pedido do Prof. Dr. Octávio Gaspar de Souza Ricardo, dos equipamentos para medidas de deformações utilizados e respectivos extensômetros elétricos.

A todos, o meu eterno agradecimento.

SIMBOLOGIA

A	=	área definida pelo perímetro médio da caixa fechada
$A_{O\delta}^R$	=	área varrida a partir do "o" até o ponto s , pelo raio vetor que parte do centro de rotação R , positiva <u>an</u> ti-horária
B_R	=	área do reforçador R
C	=	constante, de acordo com (2.19)
E	=	módulo de elasticidade
F_x	=	funções de forma para um elemento finito
G	=	módulo transversal
G_{σ_i}	=	função apenas de Z , que dá a variação de σ_i ao lon <u>g</u> o de Z no sistema i auto-equilibrado
G_{τ_i}	=	Ídem, para tensões τ na chapa
H_{σ_i}	=	função apenas de s , que fornece o valor de σ_R numa dada seção, no sistema (i) auto-equilibrado
H_{τ_i}	=	Ídem, para tensões τ nas chapas de uma seção
J	=	rigidez de Saint Venant para uma estrutura tipo <u>cai</u> xa
P_R	=	força axial no reforçador R
Q_x	=	esforço cortante na direção x
R	=	centro de rotação; (também em expoente)
R	=	(índice) = número de ordem de um reforçador
T	=	binário torçor na seção, da caixa
T_0	=	Ídem, uniforme ao longo da caixa
g	=	fator do potencial de tensões, função sô de Z [dimen <u>s</u> ão = força]
h	=	Ídem, função sô de s [número sem dimensão]
n	=	número de reforçadores na caixa

o	=	origem arbitrária do caminhamento s
q	=	fluxo de cisalhamento = τt
	=	caminhamento ao longo do perímetro, positivo anti-horário
t	=	espessura da chapa, podendo variar ao longo de
u	=	deslocamento de um ponto, direção x
v	=	deslocamento de um ponto, direção y
w	=	translação de um ponto na direção z ; "empêno"
x, y, z	=	referencial tri-ortogonal arbitrário
θ	=	rotação de uma seção em torno de
Θ	=	fator de razão de torção $\frac{d\theta}{dz}$ que depende só da geometria da seção
Ω_R	=	cofator do elemento da linha $(n+1)$
γ	=	deformação em cisalhamento
ξ	=	abscissa do centro de rotação, sistema xy
η	=	ordenada do centro de rotação, sistema xy
λ_i^2	=	raiz da equação característica (auto-valor)
$\bar{\tau}_c$	=	tensão crítica de cisalhamento
σ	=	tensão axial no reforçador
τ	=	tensão de cisalhamento na chapa
ν	=	coeficiente de Poisson
ϕ	=	potencial de tensões
ϕ_B	=	potencial de tensões no caso de um binário externo
μ_i	=	correlação entre E e G para um mesmo material, na forma $\frac{E}{G}$

I N D I C E

SIMBOLOGIA

1.	INTRODUÇÃO	01
2.	TEORIA DE ARGYRIS E DUNNE (1)	03
2.1.	Introdução	03
2.2.	Resumo das Equações de Argyris e Dunne (1)	07
2.2.1.	Chapa e um Reforçador	07
2.2.2.	Caixa com vários reforçadores	08
2.2.3.	Condição de compatibilidade. Equação de Argyris e Dunne	11
2.2.4.	Condições de equivalência	13
2.2.5.	Equação Característica	14
2.2.6.	Solução de Argyris e Dunne	14
2.2.7.	As funções de g_i	16
2.3.	Tensões de flexão e torção para uma caixa fechada	18
2.4.	Equações de Argyris e Dunne para um caixa aberta - Caso Geral	20
2.4.1.	Condições para determinação da equação característica	20
2.4.2.	Equação característica	22
2.4.3.	Solução de Argyris e Dunne	22
2.4.4.	Tensões s_0 para Torção	24
2.4.5.	Tensões s_0 para Flexão ($T=0$)	24
2.4.6.	Funções G_{σ_i} e G_{τ_i} para caixas de seção constante	25
2.4.6.a)	Binário concentrado	25

2.4.6.b)	Torçor variando linearmente	26
2.4.6.c)	Carga concentrada	28
2.4.7.	Aspectos Gerais	28
3.	PROGRAMAÇÃO PARA COMPUTADORES DA TEORIA DE ARGYRIS E DUNNE	31
3.1.	Metodologia Utilizada	31
3.2.	Descrição das Etapas do Programa para Computador .	33
3.2.1.	Programa Principal	33
3.2.2.	Subrotina RAIZ	33
3.2.3.	Subrotina MONTA	33
3.2.4.	Subrotina COFAT	37
3.2.5.	Subrotina CFNS/F e CFNS/A (Caixa fechada ou aberta)	37
3.3.	Descrição das Variáveis Utilizadas no Programa de Computador	38
3.4.	Diagrama Geral de Blocos do Programa para Computador	39
3.5.	Dados de Entrada para o Programa de Computador ...	40
4.	DESCRIÇÃO DO MODELO DA CAIXA DE CHAPAS FINAS COM REFORÇADORES	41
4.1.	Justificativa para uso de Liga AL-MG de Alta Resistência	41
4.2.	Projeto inicial do Modelo	41
4.3.	Construção do Modelo	42
5.	CÁLCULOS USANDO A TEORIA DE ARGYRIS E DUNNE	44
5.1.	Metodologia Utilizada	44
5.2.	Esquema para Cálculo sob Carga de Torção	45
5.2.1.	Valores geométricos para a caixa aberta ...	46
5.3.	Esquema para Cálculo sob Carga de Flexão	49

5.3.1. Valores geométricos para a caixa aberta ...	55
6. ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS	60
6.1. Programa utilizado para análise	60
6.2. Preparação do modelo para análise	60
6.3. Propriedades do material	66
6.4. Condições de contorno e carregamento	67
6.4.1. Análise em torção	67
6.4.2. Análise em Flexão	69
6.5. Resultados das análises por elementos finitos	70
6.6. Considerações sobre a teoria dos elementos fi- nitos utilizados na análise	71
6.6.1. Elemento tipo BEAM	71
6.6.2. Elemento tipo SHELL	72
7. ANÁLISE EXPERIMENTAL NO MODELO	77
7.1. Aspectos Gerais	77
7.2. Equipamento utilizado para os testes	79
7.3. Dispositivos e Esquemas usados para o teste de Torção	82
7.4. Dispositivos e Esquemas usados para o teste de Flexão	84
7.5. Resultados dos Testes	86
7.5.1. Resultados do Teste em Torção	86
7.5.2. Resultados do Teste em Flexão	88
8. COMPARAÇÕES DOS RESULTADOS	91
8.1. Esquema adotado	91
8.2. Comparação dos resultados para o modelo em torção.	91
8.3. Comparação dos resultados para o modelo em flexão.	96
9. AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS - COMPARAÇÃO DOS CUSTOS	99

9.1. Resultados relativos a torção	99
9.2. Resultados relativos a flexão	102
9.3. Comparação de Custos	103
10. CONCLUSÕES	108

BIBLIOGRAFIA ..

ANEXO A.- Listagem do programa da Teoria de Argyris e Dunne

ANEXO B - Desenho do Modelo em liga alumínio-magnésio

ANEXO C - Fotos dos testes de torção e flexão

ANEXO D - Resultados obtidos pelo programa de computador

VITA

1. INTRODUÇÃO

Um grande problema em engenharia é a confiabilidade em relação a resultados, sejam eles analíticos ou experimentais. Sempre deve e necessita o engenheiro, de ver a comprovação destes resultados, para aceitar em sua vida profissional, uma nova teoria ou um novo método de cálculo.

O objetivo principal deste trabalho é a comparação de resultados entre três métodos, a saber:

- método dos elementos finitos;
- método experimental;
- aplicação da teoria de J, Argyris e P.C. Dunne.

Os resultados para estas comparações, são obtidos a partir de análises em um modelo construído em chapas finas com reforçadores, em forma de caixa com abertura. Este modelo é de interesse para estruturas navais, aeronáuticas e mecânicas.

O método dos elementos finitos, é hoje usado em larga escala face a sua confiabilidade e a existência de facilidades oferecidas pelos modernos computadores.

O método experimental, oferece ao engenheiro, quando as experiências são bem efetuadas e os equipamentos bem calibrados, resultados que caracterizam a realidade.

A teoria de J. Argyris e P.C. Dunne, oferece fórmulas diretas para a obtenção de resultados, criando uma razoável facilidade na sua aplicação, com uma confiabilidade a ser verificada no decorrer deste trabalho.

Os dois primeiros métodos, oferecem custos normalmente elevados, e demandam certo tempo na sua execução. A aplicação da teoria de J. Argyris e P.C. Dunne, como terceiro método de comparação tenderá a ser mais econômica e rápida que os outros dois.

2. TEORIA DE ARGYRIS E DUNNE (1)

2.1. *Introdução*

O problema do estudo analítico de estruturas de chapas finas com reforçadores longitudinais e diafragmas, vem sendo tratado desde antes do II Conflito Mundial, face as necessidades dos projetos aeronáuticos.

Vários autores desenvolveram métodos, como Vlasov (5), Wagner (6), D. Williams (7), com o propósito de resolverem problemas de estruturas com aberturas, sob torção.

Porém, o principal problema na Aeronáutica era o comportamento da asa, considerada como viga engastada no plano de simetria, e construída com chapas finas e reforçadores longitudinais. A hipótese comum é considerar as tensões axiais σ , agindo no CG dos reforçadores e áreas efetivas adjacentes, ficando para a chapa apenas os fluxos de cisalhamento.

Face a elevada eficiência estrutural deste tipo de estrutura, o seu uso propagou-se para construção de ônibus, vagões, navios e pontes metálicas e em outros campos de nossa tecnologia.

Argyris e Dunne (1), mostraram que as seções onde cada fibra resiste simultaneamente a σ e τ exigem a rigor um tratamento bastante diferente do caso de chapas com reforçadores.

O problema geral foi resolvido, chegando-se a um sistema complexo de equações diferenciais que admitem soluções transcendentais.

O caso de chapas resistindo apenas a fluxos de cisalhamento é deduzido em (1) como particularização das expressões gerais, chegando-se a um sistema de equações algébricas, que são admitem soluções não triviais para valores característicos (auto-valores) de um parâmetros λ .

A cada raiz λ_i corresponde:

- a) um sistema auto-equilibrado de forças longitudinais, agindo nos reforçadores;
- b) um eixo de rotação da caixa sujeita à torção. Tais eixos podem ser bastante afastado do lugar geométrico do CEC (centro de esforço cortante, um para cada seção). O CEC só é o centro de rotação no caso do perfil aberto, longe de restrições axiais.

As soluções λ_i existem quando as áreas dos reforçadores e as espessuras das chapas variam ao longo do comprimento Z , da caixa segundo leis especiais. Felizmente, tais leis incluem o caso de chapas e reforçadores uniformes:

Existe um potencial de tensões,

$$\phi = gh \tag{2.1}$$

resultando

$$\sigma = g \left[\frac{1}{t} \frac{dh}{dS} \right] \quad (2.2)$$

$$\tau = -h \left[\frac{1}{t} \frac{dg}{dZ} \right] \quad (2.3)$$

Resultados extremamente úteis para o cálculo são:

a) o fluxo q num ponto S do perímetro depende apenas das propriedades geométricas das seções, variando proporcionalmente ao longo de Z ;

b) o amortecimento g das tensões σ ao longo do comprimento Z , é o mesmo para todos os reforçadores.

Na expressão (2.2), para construção aeronáutica há uma indeterminação, pois t resistente a σ tende a zero, e se σ é nulo o valor $\frac{dh}{dS}$ também tende a zero. Em (1), é mostrado que o limite é dado por:

$$\sigma_R = g \frac{h_{R, R+1} - h_{R-1, R}}{B_R} \quad (2.4)$$

Para caixas de seção uniforme, o segundo fator independe de Z , logo

$$\frac{h_{R, R+1} - h_{R-1, R}}{B_R} = C_{1R} \quad (2.5)$$

e (2.2) fica:

$$\left. \begin{aligned}
 E \frac{\partial \omega}{\partial Z} &= \sigma & E \frac{\partial^2 \omega}{\partial Z^2} &= \frac{\partial \sigma}{\partial Z} \\
 \gamma_1 &= \frac{\omega}{S_1} & \gamma_2 &= \frac{\omega}{S_2} \\
 \tau_1 t_1 &= q_1 & \tau_2 t_2 &= q_2 \\
 \gamma_1 &= \frac{\tau_1}{G} & \gamma_2 &= \frac{\tau_2}{G}
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{relações auxiliares para} \\ \text{a equação (2.7)} \end{array}$$

donde:

$$\frac{\partial^2 \omega}{\partial Z^2} = \frac{G}{B_1 E} \left[\frac{t_1}{S_1} + \frac{t_2}{S_2} \right] \omega = K \omega \quad (2.8)$$

Para o equilíbrio de um trecho de reforçador em uma caixa aberta ou fechada, quando as chapas trabalham apenas em cisalhamento, temos conforme a figura 2.2.

$$B \frac{\partial \sigma}{\partial Z} dZ - q_1 dZ + q_2 dZ = 0 \quad (2.9.a)$$

Admitindo q_2 positivo no sentido de s e ω positivo no sentido de Z e ainda que $q_2 > q_1$, resulta

$$EB \frac{\partial^2 \omega}{\partial Z^2} = B \frac{\partial \sigma}{\partial Z} = q_1 - q_2 \quad (2.9.b)$$

e de acordo com 2.8

$$\omega = \frac{q_1 - q_2}{K E B} < 0 \quad (2.9.c)$$

$$\sigma_R = C_{1R} \cdot g \quad (2.6)$$

2.2. *Resumo das Equações de Argyris e Dunne (1)*

2.2.1. *Chapa e um Reforçador*

Da solução clássica para chapa e reforçadores (2) e (3), de acordo com a figura 2.1, temos:

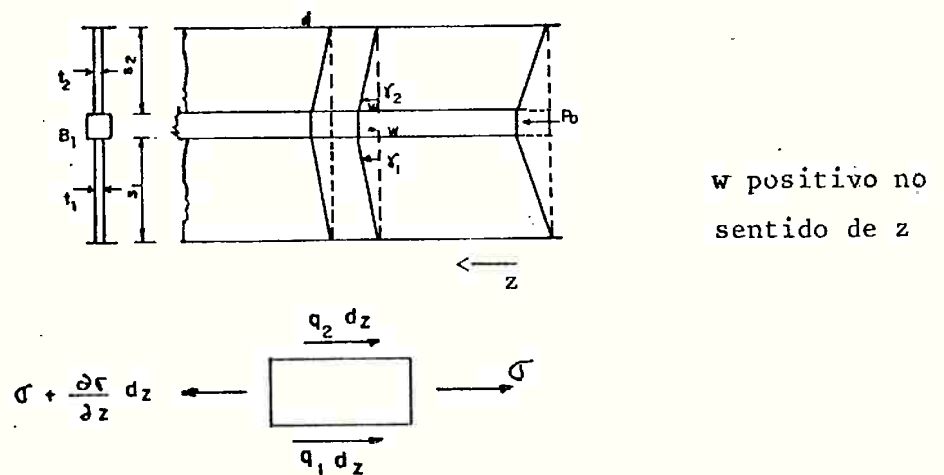


Figura 2.1. O problema mais simples de difusão

$$B_1 \frac{\partial \sigma}{\partial z} dz - q_1 dz - q_2 dz = 0 \quad (2.7)$$

2.2.2. Caixa com vários reforçadores

De acordo, com as figuras 2.2 e 2.3, e equação 2.9.c podemos definir a diferença de "empênos" por cisalhamento, como(ver folha 7.b)

$$[\omega_3 - \omega_2]_q = \frac{1}{G} \left[\int_2^3 \tau_{23} dS - \frac{A^R_{23}}{A} \int \tau dS \right] \quad (2.10)$$

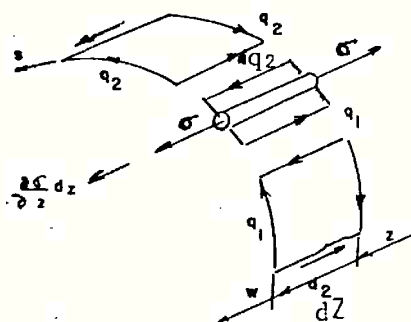


Figura 2.2. Equilíbrio de um trecho de reforçador

Admitir $q_{34} > q_{23} > q_{12}$

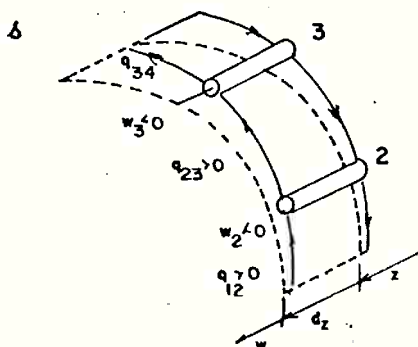


Figura 2.3. "Empêno" devido a fluxos de cisalhamento

De acordo com a figura 2.3, usando (2.9.c), temos:

$$\omega_2 = \frac{q_{12} - q_{23}}{K E B_2} < 0$$

$$\omega_3 = \frac{q_{23} - q_{34}}{K E B} < 0$$

$$[\omega_3 - \omega_2]_{\sigma} = \frac{1}{KE} \left[\frac{q_{23} - q_{34}}{B_3} - \frac{q_{12} - q_{23}}{B_2} \right] \quad (2.10.a)$$

representa o "empêno" entre 2 e 3 devido às tensões σ_2 e σ_3 . Deve-se observar que $\omega_2 \neq \omega_3$, logo as seções dos reforçadores não estão mais no mesmo plano.

A tensão de cisalhamento τ_{23} entre 2 e 3 é constante, pois todas as tensões σ agem, por hipótese, apenas nos reforçadores.

$$\tau_{23} = \frac{q_{23}}{t_{23}}$$

Os "empênos" devidos aos fluxos de cisalhamento ou às tensões ao longo de todo o perímetro, quando a seção gira em torno de R, é dado pela fórmula seguinte:

$$[\omega_3 - \omega_2]_q = \frac{1}{G} \int_2^3 \left[\frac{q_{23}}{t_{23}} d\delta - \frac{A^R}{A} \tau d\delta \right] \quad (2.10.b)$$

Demonstra-se a seguinte propriedade das áreas varridas (conforme figura 2.4):

$$2A_{23}^R = 2A_{23}^G - \xi(y_3 - y_2) + \eta(x_3 - x_2) \quad (2.11)$$

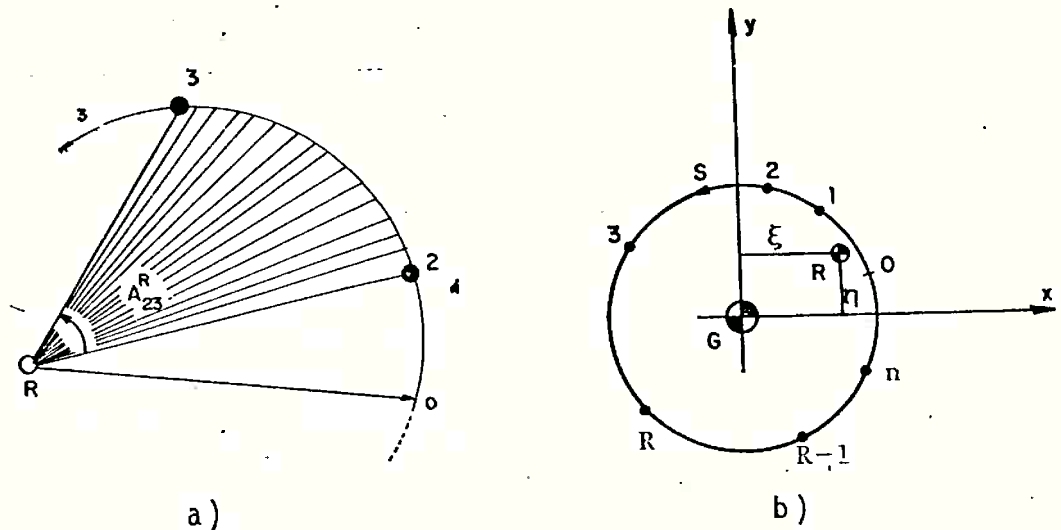


Figura 2.4. Área Varrida positiva

Aplicando agora (2.2), (2.3) e (2.11), obtemos da (2.10.b):

$$[\omega_3 - \omega_2]_q = -\frac{1}{G} \frac{dg}{dz} h_{23} \frac{\delta_{23}}{t_{23}} - \frac{1}{2A} \left[2A_{23}^G - \xi(y_3 - y_2) + \eta(x_3 - x_2) \right] \frac{h}{t} ds \quad (2.12)$$

Usando (2.2), (2.3) e (2.10.a), temos:

$$[\omega_3 - \omega_2]_\sigma = \frac{1}{KE} \frac{dg}{dz} \left[\frac{h_{34} - h_{23}}{B_3} - \frac{h_{23} - h_{12}}{B_2} \right] \quad (2.13)$$

2.2.3. *Condição de compatibilidade. Equação de Argyris e Dunne*

Os empênois causados pelas tensões σ devem ser iguais aos causados pelas tensões τ ou fluxos de cisalhamento q , logo

$$[w_3 - w_2]_q = [w_3 - w_2]_\sigma \quad (2.14)$$

Da equação (2.12) temos

$$[w_3 - w_2]_q = - \frac{1}{G} \frac{dg}{dZ} h_{23} \frac{\delta_{23}}{t_{23}} + \frac{1}{2AG} \frac{dg}{dZ} \left[2A_{23}^G - \xi(y_3 - y_2) + \eta(x_3 - x_2) \right] \cdot \int \frac{h}{t} dS \quad (2.12a)$$

Substituindo (2.13) e (2.14), temos

$$\left[\frac{h_{34} - h_{23}}{B_3} - \frac{h_{23} - h_{12}}{B_2} \right] + \frac{KE}{G} \frac{\delta_{23}}{t_{23}} h_{23} = \frac{KE}{2AG} \left[2A_{23}^G - \xi(y_3 - y_2) + \eta(x_3 - x_2) \right] \int \frac{h}{t} dS \quad (2.15)$$

que vem a ser a equação fundamental de Argyris e Dunne (1), para o trecho 2-3-4 da figura 2.3.

A permutação dos índices fornece n equações, sendo

$$\frac{KE}{G} = \lambda_i^2 \quad (2.16)$$

Conhecida a razão de torção para uma caixa fe
chada, como

$$\frac{d\theta}{dz} = \frac{1}{2GA} \int \tau ds \quad (2.17)$$

pelas equações fundamentais 2.2 e 2.3, temos

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\theta}{dz} &= - \frac{1}{2GA} \frac{dg}{dz} \int \frac{h}{t} ds \\ \frac{d\theta}{dz} &= \frac{dg}{dz} \frac{1}{2GA} \sum \frac{\delta_{R, R+1}}{t_{R, R+1}} h_{R, R+1} \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

chamando

$$\theta = \frac{1}{2A} \int \frac{h}{t} ds = \frac{1}{2A} \sum \frac{\delta_{R, R+1}}{t_{R, R+1}} h_{R, R+1} \quad (2.19)$$

verifica-se que tal fator da razão de torção depende somente da geometria da seção em ds , e pode ser posto à parte, ou:

$$\frac{d\theta}{dz} = - \frac{dg}{dz} \cdot \frac{1}{G} \cdot \theta \quad (2.20)$$

Logo, o primeiro termo do lado direito de (2.15), pode ser es
crito por:

$$\left[\frac{\lambda_i^2}{2A} \int \frac{h}{t} ds \right] 2A_{23}^G = A_{23}^G \lambda_i^2 \theta \quad (2.21)$$

Podemos assim, reescrever a equação (2.15) ou

$$\frac{1}{B_2} h_{12} + \left[\lambda_i^2 \frac{\Delta_{23}}{t_{23}} - \frac{1}{B_2} - \frac{1}{B_3} \right] h_{23} + \frac{1}{B_3} h_{34} + A_{23}^G (-\lambda_i^2 \theta) +$$

$$+ (x_3 - x_2)(-\lambda_i^2 \theta \eta) + (y_3 - y_2)(\lambda_i^2 \theta \xi) = 0 \quad (2.15a)$$

Para a equação (2.15a), temos um total de $n+3$ ou incôgnitas,

$$h_{12}, h_{23}, h_{34}, \dots, h_{n-1,n}, h_{n-1,n} \lambda_i^{-2} \theta, -\lambda_i^2 \theta \eta, \lambda_i^2 \theta \xi$$

e ficam assim faltando três equações.

2.2.4. Condições de equivalência

O sistema de esforços ligado aos números $h_{12}, \dots, h_{34}, \dots, h_{n-1,n}$, apenas compatibiliza as deformações causadas por σ e q . As tensões σ e τ calculadas pela Resistência dos Materiais, tem como resultantes os esforços cortantes Q_x e Q_y , e o binário torçor T agentes na seção, que são estaticamente equivalentes. Logo, o sistema de esforços, ligados a $h_{12}, \dots, h_{n-1,n}$, não pode adicionar mais nada a aquela equivalência. O sistema h é estaticamente nulo, ou melhor, é auto equilibrado, logo

$$\begin{aligned} \Sigma X_h &= 0 \therefore \sum_1^n (x_k - x_j) h_{jk} \equiv 0 \\ \Sigma Y_h &= 0 \therefore \sum_1^n (y_k - y_j) h_{jk} \equiv 0 \\ T_h &= 0 \therefore \sum_1^n A_{jk}^G h_{jk} \equiv 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

2.2.5. Equação Característica

Para uma estrutura com n reforçadores, temos na página seguinte a equação característica, formando o determinante de ordem $n+3$ (Equação 2.23).

2.2.6. Solução de Argyris e Dunne

A cada raiz λ_i^2 corresponde um sistema:

$$h_{12i}, h_{23i}, \dots, \theta_i, \xi_i \text{ e } \eta_i.$$

Com a normalização das funções h , de tal modo que

$$\sum_{l=1}^n \frac{\delta_{R, R+1}}{t_{R, R+1}} h_{R^2, R+1} = 1 \quad (2.24)$$

e resolvendo o sistema de equações (2.15a) e (2.22) definindo Ω_R , o cofator do elemento R da linha $(n+1)$ do determinante de 2.23, assim como

$$C = \frac{1}{\sqrt{\sum_{l=1}^n \frac{\delta_{R, R+1}}{t_{R, R+1}} [\Omega_R]^2}} \quad (2.25)$$

foi obtida uma solução para cada λ_i^2 , ou:

$$h_{R, R+1} = C \Omega_R \quad (2.26a)$$

	1	2	----- (n-1)	n	(n+1) (n+2) (n+3)
1	$\lambda^2 \frac{\Delta_{12}}{t_{12}} - \frac{1}{B_1} - \frac{1}{B_2}$	$\frac{1}{B_2}$	0	$\frac{1}{B_1}$	$A_{12} (x_2 - x_1) (y_2 - y_1)$
2	$\lambda^2 \frac{\Delta_{23}}{t_{23}} - \frac{1}{B_2} - \frac{1}{B_3}$	$\frac{1}{B_3}$	$\lambda^2 \frac{\Delta_{n-1, n}}{t_{n-1, n}} - \frac{1}{B_{n-1}} - \frac{1}{B_n}$	0	$A_{23} (x_3 - x_2) (y_3 - y_2)$
(n-1)	0	0	$\lambda^2 \frac{\Delta_{n, 1}}{t_{n, 1}} - \frac{1}{B_n} - \frac{1}{B_1}$	$\frac{1}{B_n}$	$A_{n-1, n} (x_n - x_{n-1}) (y_n - y_{n-1})$
(n)	$\frac{1}{B_1}$	0	$\frac{1}{B_n}$	$\lambda^2 \frac{\Delta_{n, 1}}{t_{n, 1}} - \frac{1}{B_n} - \frac{1}{B_1}$	$A_{n, 1} (x - x_1) (y - y_1) = 0$
(n+1)	A_{12}	A_{23}	$A_{n-1, n}$	$A_{n, 1}$	0 0 0
(n+2)	$(x_2 - x_1)$	$(x_3 - x_2)$	$(x_n - x_{n-1})$	$(x_n - x_1)$	0 0 0
(n+3)	$(y_2 - y_1)$	$(y_3 - y_2)$	$(y_n - y_{n-1})$	$(y_n - y_1)$	0 0 0

Incógnitas

h_{12}

h_{23}

$h_{n-1, n}$

$h_{n, 1}$

$\lambda^2 \theta$

$\lambda^2 \theta \eta$

$\lambda^2 \theta \xi$

Equação Característica 2.23

$$\theta = - \frac{c}{2\lambda_i^2} \Omega_{n+1} \quad (2.26.b)$$

$$\xi = - \frac{2\Omega_{n+3}}{\Omega_{n+1}} \quad (2.26.c)$$

$$\eta = \frac{2\Omega_{n+2}}{\Omega_{n+1}} \quad (2.26.d)$$

Para o cálculo das tensões, de acordo com (2.2), e (2.3), temos:

- no reforçador R

$$\sigma_R = g \frac{h_{R, R+1} - h_{R-1, R}}{B_R} = C_{1R} g \quad (2.27)$$

- na chapa R, R+1

$$q_{R, R+1} = h_{R, R+1} \frac{dg}{dz} \quad (2.28)$$

Sendo o valor $h_{R, R+1} - h_{R-1, R}$ função apenas de S, pode ser considerada constante ao longo do reforçador.

Em (1), é mostrado que os vários sistemas h_i são ortogonais entre si.

2.2.7. As funções g_i

O empêno no reforçador R, para o sistema auto-

equilibrado (considerando um λ_i), vale:

$$[\omega_R]_i = \frac{C_{iR}}{G\lambda_i^2} \cdot \frac{dg_i}{dz} \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial \omega_{Ri}}{\partial z} = \frac{C_{iR}}{G\lambda_i^2} \frac{d^2 g_i}{dz^2}$$

Da equação (2.21), temos:

$$\frac{\partial \omega_{Ri}}{\partial z} = \epsilon_{Ri} = \frac{\sigma_{Ri}}{E} = \frac{C_{iR}}{E} g \quad (2.30)$$

Igualando (2.29) e (2.30), temos:

$$\frac{d^2 g}{dz^2} = \frac{G\lambda_i^2}{E} g \quad (2.31.a)$$

$$\mu_i^2 = \frac{G}{E} \lambda_i^2 \quad (2.31.b)$$

$$\frac{d^2 g}{dz^2} - \mu_i^2 g = 0 \quad (2.31.c)$$

Cuja solução será:

$$g_i = C_{2i} \sinh \mu_i z + C_{3i} \cosh \mu_i z \quad (2.32)$$

2.3. Tensões de flexão e torção para uma caixa fechada

Considerando uma caixa fechada com reforçadores, conforme figura 2.4.b, onde em um ponto arbitrário E são aplicados os esforços cortantes e de torção, podemos escrever as equações para o cálculo das tensões σ e τ , como:

$$\sigma = \sigma_E + \frac{1}{2A} \sum_i T_{B_i} G_{\sigma_i} H_{\sigma_i} \quad (2.33)$$

$$\tau = \tau_E + \frac{1}{2A} \sum_i T_{B_i} G_{\tau_i} H_{\tau_i} \quad (2.34)$$

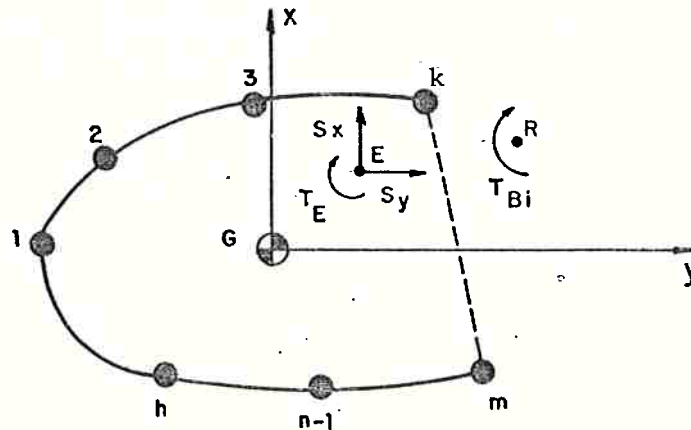


Figura 2.4.c. Caixa fechada com reforçadores

Os esforços que provocam flexão, S_x e S_y , são paralelos aos eixos x e y , e o torque T_{B_i} resulta para cada valor de λ_i obtido da equação característica 2.23, conforme a equação 2.34.

$$T_B = T_E + (\eta - \eta_E) S_x - (\xi - \xi_E) S_y \quad (2.34)$$

As coordenadas η_E e ξ_E são do ponto arbitrário E, e as coordenadas η e ξ obtidos de acordo com 2.24.c e 2.24.d para

cada λ_i .

As tensões σ_E e τ_E são obtidos mediante aplicação da teoria simples de vigas.

As funções $[H_\sigma]$ e $[H_\tau]$, para cada reforçador, de acordo com as equações 2.26.b e 2.27, podem ser definidas para cada λ da seguinte forma:

$$\left. \begin{aligned} [H_\sigma] &= 2.A.\theta. \frac{\Omega_R - \Omega_{R-1}}{\mu_i B_R} \\ [H_\tau]_{R,R+1} &= 2.A.\theta. C \frac{\Omega_R}{t_{R,R+1}} \\ [H_\tau]_{R,R+1} &= 2.A.\theta. \frac{h_{R,R+1}}{t_{R,R+1}} \end{aligned} \right\} (2.35)$$

ou usando 2.24.a

$$[H_\tau]_{R,R+1} = 2.A.\theta. \frac{h_{R,R+1}}{t_{R,R+1}}$$

As funções G_σ e G_τ , podem ser calculadas conforme o item 2.4.6.

2.4. Equações de Argyris e Dunne para uma caixa aberta - Caso Geral

2.4.1. Condições para determinação da equação característica

Considerando uma caixa aberta, com seção transversal qualquer, conforme mostrado na figura 2.5, e com rigidez de St. Venant, Argyris e Dunne em (1) definem:

$$J' = \frac{1}{3} \int_0^S t^3 dS + \sum J_m \quad (2,36)$$

onde

J_m = constante de torção para o m -ésimo reforçador;

J' = rigidez total de St. Venant para a caixa.

Para as deduções das equações, (1) adota para simular a rigidez torsional de St. Venant para a caixa aberta, um tubo fictício de área A_J e razão perímetro/espessura δ_J , onde:

$$J = \frac{4 A_J^2}{\delta_J} \quad (2.37)$$

Este tubo é simulado como se estivesse rigidamente ligado à caixa por diafragmas rígidos, recebendo assim os esforços devido à torção.

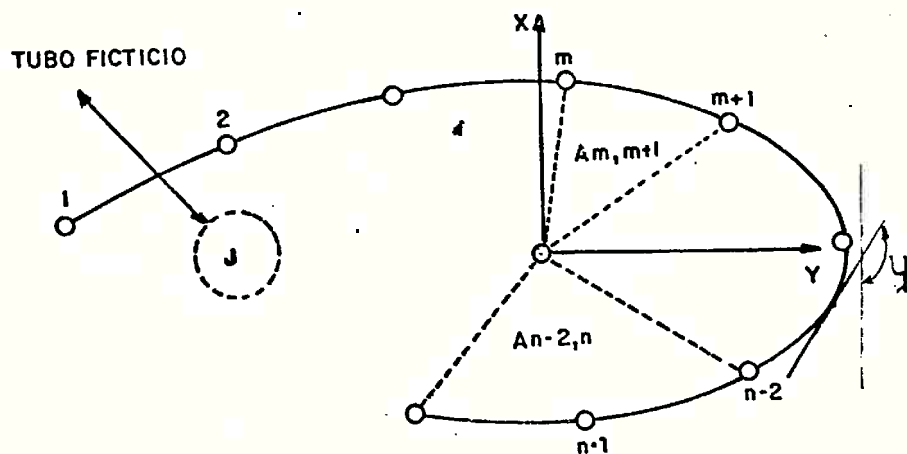


Figura 2.5. Tubo aberto com reforçadores e constante de torção J.

Partindo da equação (2.15a), considerando que o tubo fictício não tem esforço cortante, temos:

$$\int_C h_i \sin \psi \, dS = \int_C h_i \cos \psi \, dS \equiv 0 \quad (2.38)$$

onde \int_C é integral no contorno da caixa.

Dada a condição de torque nulo, resulta:

$$\oint h_i p dS = \int_C h_i p dS + \oint_J h_i p dS \equiv 0 \quad (2.39)$$

sendo \oint_J para o tubo fictício.

Com a normalização e ortogonalização das funções h_i , temos:

$$\int_C h_i^2 p dS + J \theta_i^2 = 1 \quad (2.40)$$

2.4.2. Equação característica

Partindo de (2.15a), com as condições (2.36), (2.37), (2.38), (2.39) e (2.40), podemos escrever na página seguinte a equação característica, e sendo uma caixa aberta com n reforçadores, terá um determinante de ordem $n+2$ (Equação 2.41).

2.4.3. Solução de Argyris e Dunne

Conforme o ítem 2.2.6, e com as devidas alterações para a caixa aberta, temos para cada λ_i^2 :

$$h_{R, R+1} = \frac{2 \lambda_i^2 \Omega_R \cdot C}{\sqrt{4 \lambda_i^2 + C^2 J \Omega_n^2}} \quad (2.41.a)$$

$$\theta_i = - \frac{\Omega_n C}{\sqrt{4 \lambda_i^2 + C^2 J \Omega_n^2}} \quad (2.41.b)$$

	2	(n-1)	(n)	(n+1)	(n+2)	
1	$\left[\frac{\lambda^2 \delta_{12}}{t_{12}} - \frac{1}{B_1} - \frac{1}{B_2} \right]$	$\frac{1}{B_2}$	A_{12}	$(x_2 - x_1)$	$(y_2 - y_1)$	
2	$\left[\lambda^2 \delta_{23} - \frac{1}{B_2} - \frac{1}{B_3} \right]$	$\frac{1}{B_2}$	A_{23}	$(x_3 - x_1)$	$(y_3 - y_2)$	
(n-1)	$\left[\lambda^2 \delta_{n-1, n} - \frac{1}{B_{n-1}} - \frac{1}{B_n} \right]$	$\frac{1}{B_{n-1}}$	$A_{n-1, n}$	$(x_n - x_{n-1})$	$(y_{n-1} - y_n)$	= 0
(n)	A_{12}	A_{23}	$\left[-\frac{J}{4\lambda^2} \right]$	0	0	
(n+1)	$(x_2 - x_1)$	$(x_3 - x_2)$	$(x_n - x_{n-1})$	0	0	
(n+2)	$(y_2 - y_1)$	$(y_3 - y_2)$	$(y_n - y_{n-1})$	0	0	
Incógnitas	h_{12}	h_{23}	$h_{n-1, n}$	$-\lambda^2 \Theta$	$-\lambda^2 \Theta \pi$	$\lambda^2 \Theta \xi$

Equação 2.41

$$\xi_i = - \frac{2 \Omega_{n+2}}{\Omega_n} \quad (2.41.c)$$

$$\eta_i = \frac{2 \Omega_{n+1}}{\Omega_n} \quad (2.41.d)$$

2.4.4. Tensões só para Torção

Para o caso de aplicação somente da Torção, te
mos:

$$\sigma_R = \sigma_{E_R} + \sum T_{Bi} \Theta \dot{G}_{\sigma i} L_{\sigma i} \quad (2.42)$$

$$\tau_{R, R+1} = \tau_{E_{R,R+1}} + \sum T_{Bi} \Theta G_{\tau i} L_{\tau i} \quad (2.43)$$

Usar T_{B_i} como definido em (2.3.4), e

$$\left[L_{\sigma i} \right]_R = \frac{1}{\lambda_i} \sqrt{\frac{E}{G}} \frac{(\Omega_R - \Omega_{R-1})}{B_R} \cdot C \quad (2.44)$$

$$\left[L_{\tau i} \right]_{R, R+1} = \frac{\Omega_R \cdot C}{t_{R, R+1}} \quad (2.45)$$

2.4.5. Tensões só para Flexão ($T=0$)

Para este caso temos:

$$h_{R, R+1} = C \Omega_R \quad (2.46.a)$$

$$b_x = \frac{C \cdot \Omega_n + 2}{\lambda^2} \quad (2.46.b)$$

$$b_y = \frac{C \cdot \Omega_n + 1}{\lambda^2} \quad (2.46.c)$$

Para o cálculo das tensões, utilizamos (2.42) e (2.43), substituindo:

$$\tau_{Bi}^{\theta} = [Q_x b_y - Q_y b_x] \quad (2.47)$$

2.4.6. Funções G_{σ_i} e G_{τ_i} para caixas de seção constante

2.4.6.a) Binário concentrado

Conforme a figura 2.6, para um Binário concentrado aplicado em qualquer ponto ao longo do comprimento da caixa, considerando uma extremidade livre e outra engastada, temos de acordo com (1):

- para o trecho $0 < Z < C$

$$G_{\sigma_i} = \frac{1 - \cos h \mu_i (L-C)}{\cos h \mu_i L} \text{sen } h \mu_i Z \quad (2.48)$$

$$G_{\tau_i} = - \frac{[1 - \cosh \mu_i (L-C)]}{\cos h \mu_i L} \cos h \mu_i Z \quad (2.49)$$

- para o trecho $C < Z < L$

$$G_{\sigma_i} = \frac{\text{senh} \mu_i - \text{senh} \mu_i C \cosh \mu_i (L-Z)}{\cosh \mu_i L} \quad (2.50)$$

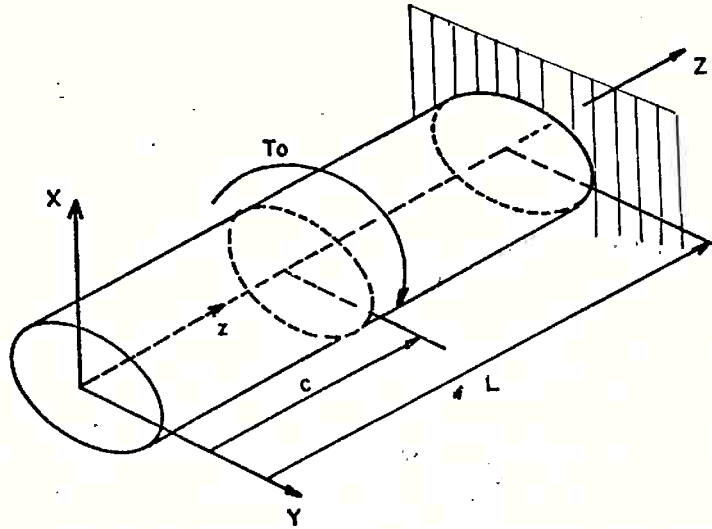


Figura 2.6. Momento Torçor concentrado

$$G_{\tau i} = - \frac{\cosh \mu_i Z + \frac{\sinh \mu_i C - \sinh \mu_i (L-Z)}{\cosh \mu_i L}}{\cosh \mu_i L} \quad (2.51)$$

onde da equação (2.31.b)

$$\mu_i^2 = \frac{G}{E} \lambda_i^2$$

2.4.6.b) Torçor variando linearmente

Conforme a figura 2.7, teremos para um torçor variando linearmente, desde um ponto de aplicação distante C da ex

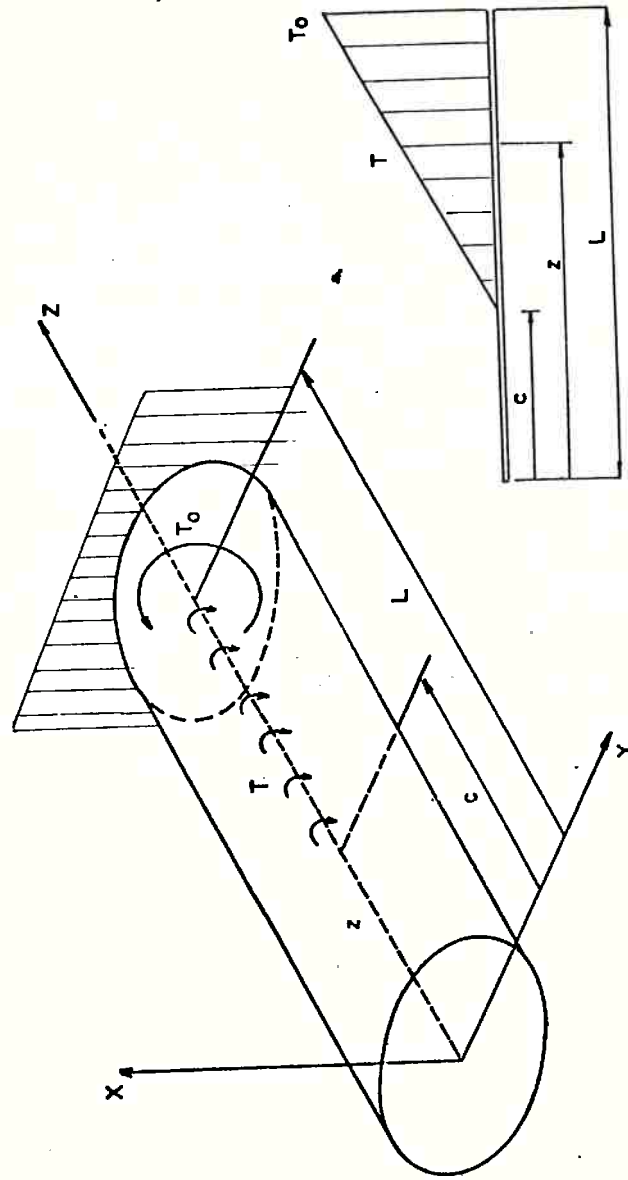


Figura 2.7. Momento torçor variando linearmente.

tremidade livre:

- para o trecho $0 < Z < C$

$$G_{\tau i} = \frac{[\mu_i(L-C) - \operatorname{senh}\mu_i(L-C)] \operatorname{senh}\mu_i Z}{\mu_i(L-C) \operatorname{cosh}\mu_i L} \quad (2.52)$$

$$G_{\tau i} = - \frac{[\mu_i(L-C) - \operatorname{senh}\mu_i(L-C)] \operatorname{cosh}\mu_i Z}{\mu_i(L-C) \operatorname{cosh}\mu_i L} \quad (2.53)$$

- para o trecho $C < Z < L$

$$G_{\sigma i} = \frac{\operatorname{cosh}\mu_i C \cdot \operatorname{cosh}\mu_i(L-Z) + \mu_i(L-C) \operatorname{senh}\mu_i Z - \operatorname{cosh}\mu_i L}{\mu_i(L-C) \operatorname{cosh}\mu_i L} \quad (2.54)$$

$$G_{\tau i} = - \frac{\operatorname{cosh}\mu_i C \operatorname{senh}\mu_i(L-Z) - \mu_i(L-C) \operatorname{cosh}\mu_i Z}{\mu_i(L-C) \operatorname{cosh}\mu_i L} \quad (2.55)$$

2.4.6.c) Carga concentrada

De acordo com (1), temos nas figuras 2.8 e 2.9 os valores de G_{σ} e G_{τ} para aplicação de carga concentrada a $L/3$ do engaste \bar{e} na extremidade livre.

2.4.7. Aspectos Gerais

A teoria e suas equações mostradas acima, permitem o cálculo da distribuição de tensões σ e τ em estruturas constituídas de chapas finas com reforçadores, submetidas a momento torçor e/ou flexão.

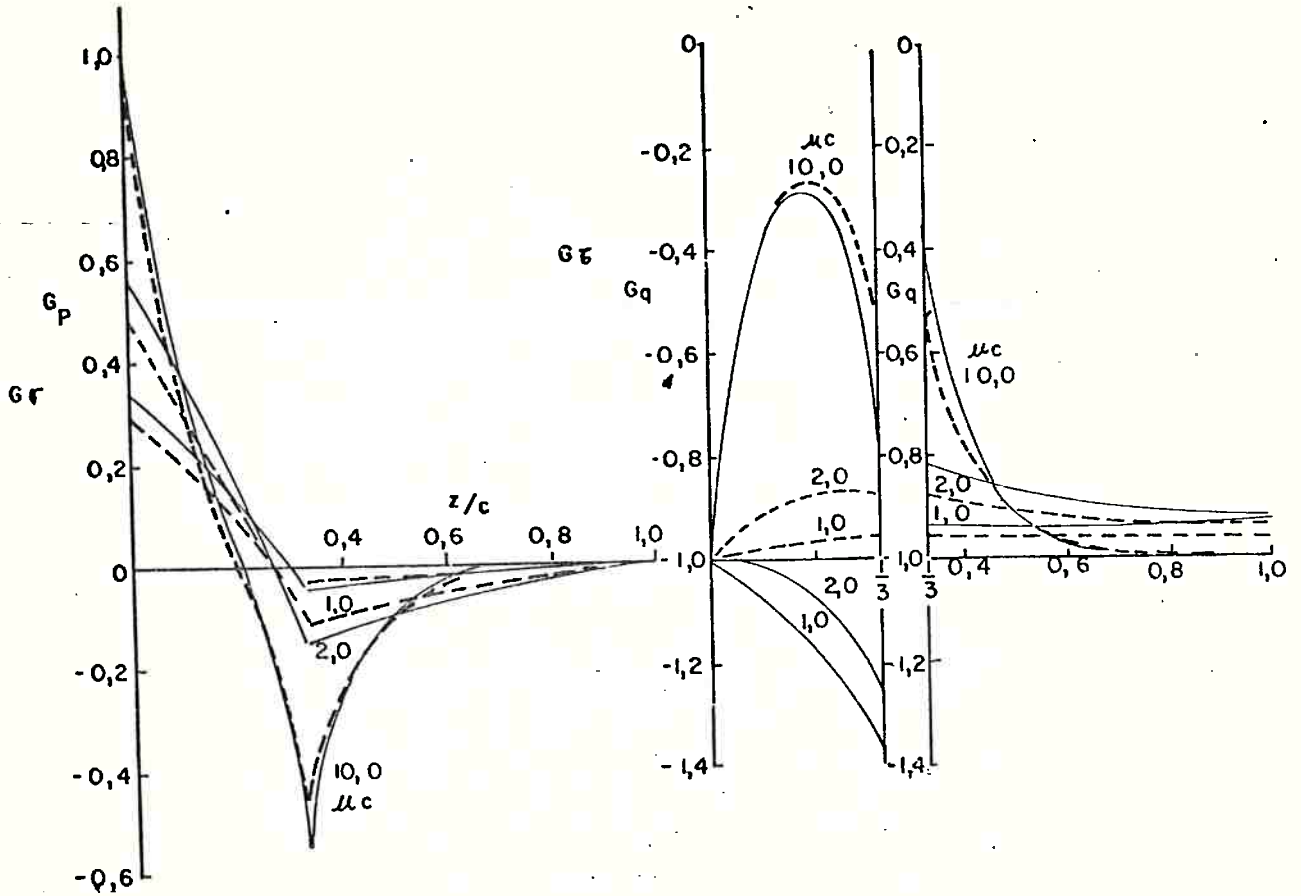


Figura 2.8.

Funções G_{σ} e G_{τ} para carga concentrada $Z/C = 1/3$

— Tubo cônico

-----Tubo cilíndrico

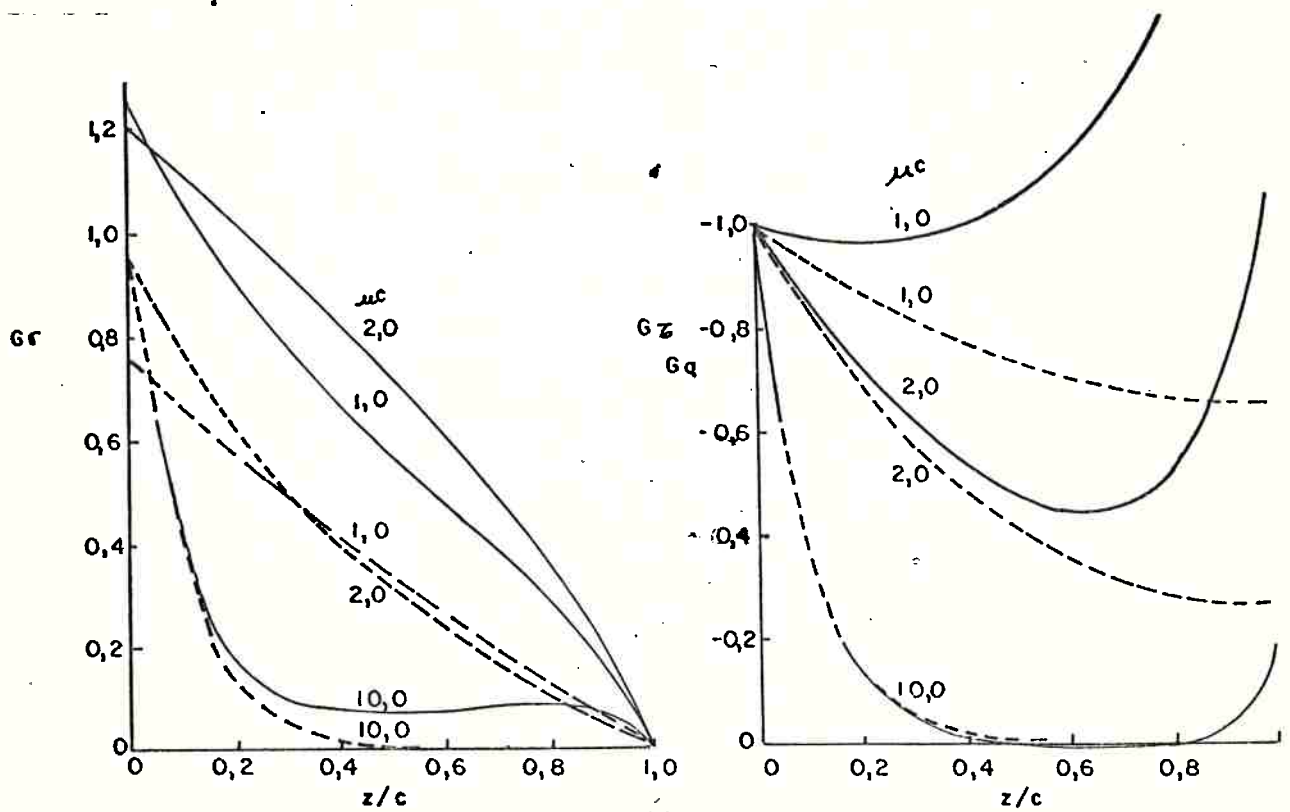


Figura 2.9.

Funções G_σ e G_τ para carga concentrada $Z/C=1$

- Tubo cônico
- Tubo cilíndrico

3. PROGRAMAÇÃO PARA COMPUTADORES DA TEORIA DE ARGYRIS E DUNNE

3.1. *Metodologia Utilizada*

A teoria esquematizada no Capítulo 2, consoante a determinação dos auto-valores λ_i das equações características (2.17) e (2.39) torna-se praticamente impossível de utilização, quando a estrutura apresentar vários reforçadores axiais, pois o cálculo manual dos auto-valores é extremamente longo, e em fase de projeto isto é extremamente desalentador.

Porém, é uma teoria perfeitamente programável em computador, tornando seu uso extremamente fácil e com isto servindo de excelente subsídio para um projeto afim.

Para a programação, optou-se pela Linguagem Fortran, por ser a mais prática e versátil para fins científicos, pensando-se no uso de micro-computadores da linha Apple.

O programa consiste basicamente em resolver os auto-valores λ_i das equações características (2.17) ou (2.39), usando o método de busca da solução por interpolação, ou:

- é estipulado um intervalo para os valores de λ_i ;
- para cada um dos valores é calculado o determinante da equação característica;

- entre os valores de determinantes com sinais diferentes, é feita uma nova busca em intervalos menores, até chegarmos a solução com a precisão desejada.

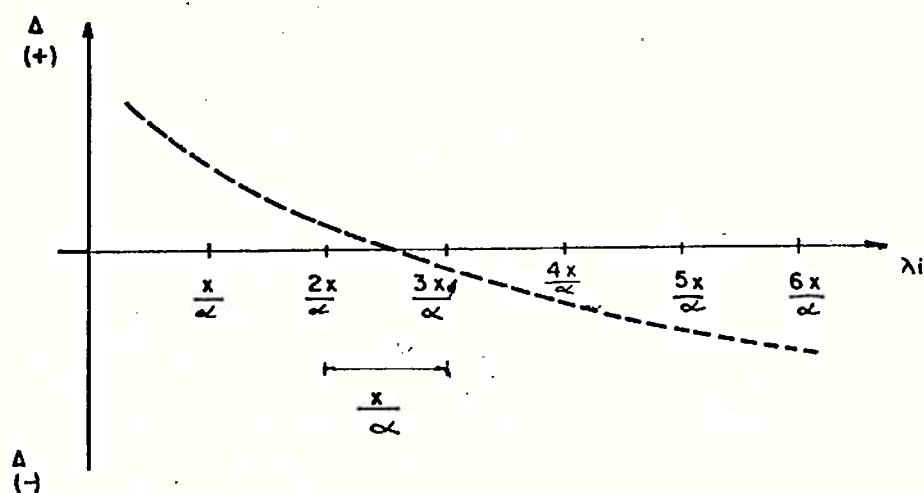


Figura 3.1. Esquema para busca dos auto-valores.

Na Figura 3.1, o intervalo x , foi dividido em α partes, onde cada valor $\frac{x}{\alpha}$ representa uma tentativa de determinar o auto-valor λ_i . Quando houver troca de sinais no valor do determinante, o novo intervalo (entre $\frac{2x}{\alpha}$ e $\frac{3x}{\alpha}$) será novamente dividido, em β partes para nova procura do auto-valor λ_i .

Com os m auto-valores calculados, usando as equações do Capítulo 2 podemos determinar as tensões σ e τ para uma estrutura aberta ou fechada, constituída de chapas finas com reforçadores.

3.2. Descrição das Etapas do Programa para Computador

3.2.1. Programa principal

Nesta etapa são lidos e impressos os dados necessários, com início do cálculo pela chamada das subrotinas.

3.2.2. Subrotina RAIZ

Nesta etapa, serão calculados os auto-valores, para a matriz característica, preparada pela subrotina Monta, seguindo o método já exposto no item 3.1.

A subrotina raiz, usa para cálculo dos determinantes a subrotina Dette, que usa o método do "pivot" para redução da matriz a coluna, ou método de "Gauss-Jordan" (14),(18).

3.2.3. Subrotina MONTA

A matriz característica, é dividida em duas matrizes como dados de entrada, na sequência:

$$[B1] \equiv \begin{bmatrix}
 \left[\lambda^2 \frac{\delta_{12}}{t_{12}} - \frac{1}{B_1} - \frac{1}{B_2} \right] & \frac{1}{B_2} & & & \\
 \frac{1}{B_2} & & & & \\
 & & \left[\lambda^2 \frac{\delta_{n-1,n}}{t_{n-1,n}} - \frac{1}{B_{n-1}} - \frac{1}{B_n} \right] & & \\
 & & & A_{n-1,n} \dots & (y_n - y_{n-1}) \\
 (y_2 - y_1) & & (y_n - y_{n-1}) & & 0 \dots 0
 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

podemos escrever também:

$$[B1] \equiv \begin{bmatrix}
 \left[B_{11} \lambda^2 - A_{11} \right] & & & & \\
 B_{12} & & & & B_{1,n+2} \\
 & & & & \\
 & & \left[B_{n-1,n-1} \lambda^2 - A_{n-1,n-1} \right] & & \\
 & & & & \\
 B_{n+2,1} & & & & B_{n+2,n+2}
 \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

sendo:

$$\left. \begin{aligned}
 A_i &= \frac{1}{B_i} - \frac{1}{B_{i+1}} & \text{para } i = 1 \text{ a } n-1 \\
 B_{ii} &= \frac{\delta_{i,i+1}}{t_{i,i+1}} & \text{para } i = 1 \text{ a } n-1 \\
 B_{ii} &= B_{j,j} & \text{para } j = n \text{ a } n+2
 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.a)$$

Logo, tendo como dados de entrada a matriz $[B]$ e a matriz $[A]$, podemos montar para cada valor de λ_i a matriz $[B1]$, cuja aplicação serve para determinação dos auto-valores λ_i^2 . A matriz $[B1]$, é a matriz que corresponde à equação equação característica definida em 2.17.

3.2.4. Subrotina COFAT

Nesta etapa, para cálculo dos cofatores Ω_R , e dos valores de $h_{R,R+1}$, conforme definido em 2.2.6, é feita uma montagem da matriz com o devido valor de λ_i . Para cada valor de λ_i , calcula-se os Ω_R e os $h_{R,R+1}$ até o m -ésimo reforçador.

3.2.5. Subrotinas CFNS/F e CFNS/A (Caixa fechada ou caixa aberta)

Nesta etapa, após a determinação dos valores de $h_{R,R+1}$ e Ω_R , é feito o cálculo das tensões σ e τ ao longo ao caixa, conforme o tipo de esforço (Torção concentrada, distribuída ou força aplicada). As funções G_{σ_i} e G_{τ_i} , conforme definidas em

2.4.6, são calculadas para cada ponto ao longo da caixa, pela subrotina FUNG.

3.3. Descrição das Variáveis Utilizadas no Programa de Computador

São seguintes as correlações das variáveis utilizadas no programa de computador, cuja diagramação em blocos encontra-se no item seguinte, e correspondente listagem no Anexo A.

- N = ordem da matriz característica;
- M = número de raízes ou auto-valores para a matriz característica;
- NR = número de reforçadores na seção;
- XINE = valor do intervalo \bar{a} esquerda para a procura de auto-valores;
- XIND = valor do intervalo \bar{a} direita para a procura de auto-valores;
- NDX1, NDX2 = subdivisão dos intervalos, conforme descrito em 3.1;
- NTF = número de pontos para cálculo das tensões ao longo da caixa;
- KFT = tipo de esforço a ser considerado;
- EG = razão elástica do material, definido como $\sqrt{\frac{E}{G}}$;
- ACX = área da caixa fechada;
- XLT = comprimento da caixa;
- XCT = local da aplicação do esforço tipo torção;
- A(N) = matriz auxiliar, conforme definido em 3.2.3;
- B(N,N) = matriz principal, conforme definida em 3.2.3;

- $B1(N,N)$ = matriz característica preparada para cálculo na subrotina DETTE, conforme 3.2.3;
- $XLAMB(M)$ = auto-valores da matriz característica;
- $BR(NR)$ = área dos reforçadores;
- $TRR1(NR+1)$ = espessura da chapa entre os reforçadores;
- $GSIG, GTAU$ = funções G_{σ_1} e G_{τ_i} , conforme definidos em 2.4.6;
- SIG, TAU = tensões σ e τ ;

3.4. Diagrama Geral de Blocos do Programa para Computador

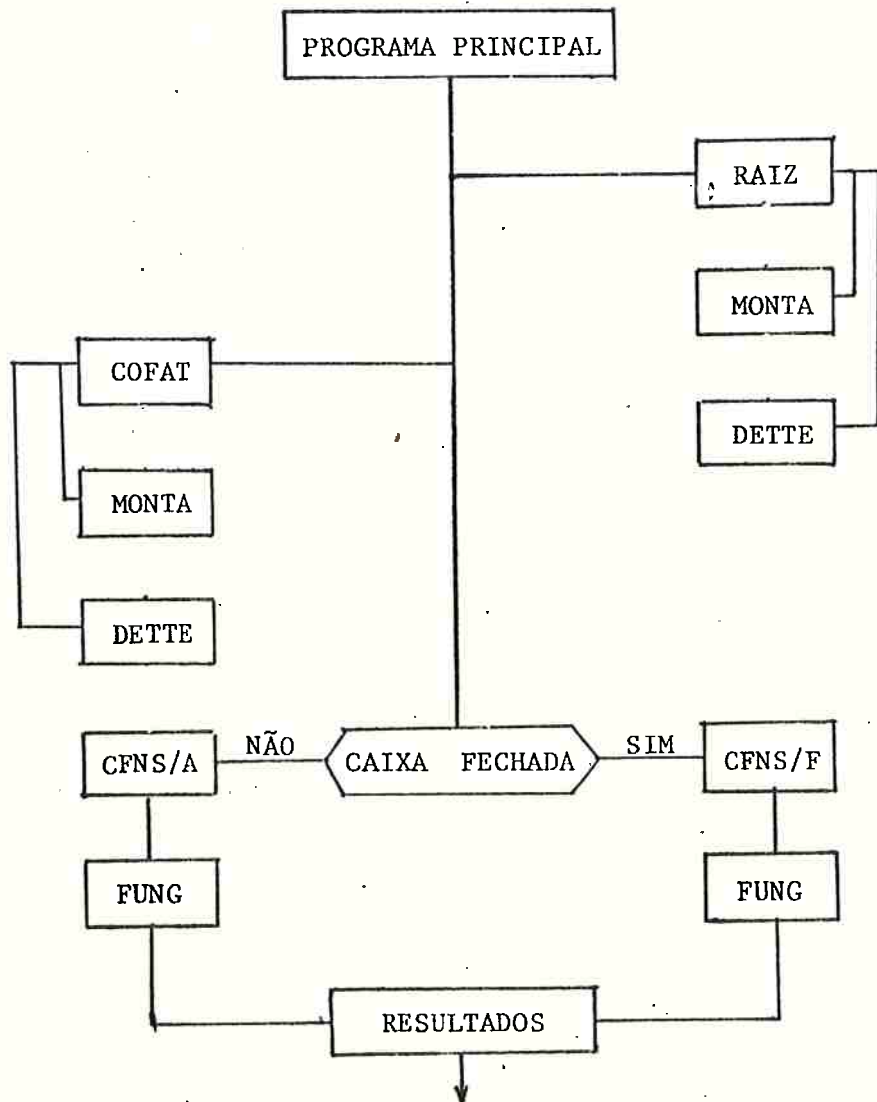


Figura 3.2. Esquema do Diagrama Geral.

3.5. Dados de Entrada para o Programa de Computador

De acordo com as variáveis definidas no item 3.3, temos como dados de entrada:

- N = valor da ordem da matriz, sendo NR+3 para caixa aberta;
- M = número de raízes a serem encontradas, em geral NR-3;
- NR = número de reforçadores longitudinais para a caixa;
- XINE, XIND = intervalo para busca dos auto-valores;
- A(N) = matriz auxiliar, conforme descrito em 3.2.3;
- B(N,N) = matriz principal, conforme descrito em 3.2.3;
- BR(NR) = área dos reforçadores longitudinais da caixa;
- TRR1(NR+1) = espessura dos chapas entre os reforçadores longitudinais;
- EG = razão elástica do material, definido como $\sqrt{\frac{E}{G}}$.

4. DESCRIÇÃO DO MODELO DA CAIXA DE CHAPAS FINAS COM REFORÇADORES

4.1. *Justificativa para uso de Liga AL-MG de Alta Resistência*

Para a realização de experimentos em estruturas, os modelos sempre que possível deverão ser compactos, leves e oferecerem boa resistência as cargas a serem aplicadas. Para o que se propoem neste trabalho, medidas de tensões em estrutura de chapas finas com reforçadores, e estas chapas sujeitas a tensões de compressão e tensões de cisalhamento e portanto sujeitas a instabilidade, o material mais indicado vem a ser a liga de AL-MG. Isto porque, o seu limite de escoamento é relativamente alto, permite uma excelente construção por intermédio de rebites e no mercado aeronáutico dispõe-se de ampla gama de materiais dentro dos valores necessários para o modelo.

Para a construção do modelo em questão, já dispunha-se de chapas da liga 2024-T3, gentilmente cedidas pela Empresa Brasileira de Aeronáutica - EMBRAER ao Dr. Octavio Gaspar Souza Ricardo tornando assim mais econômica a escolha do material.

4.2. *Projeto inicial do Modelo*

Com base nos materiais disponíveis, e procurando-se um modelo representativo em termos de estrutura constituída de chapas finais com reforçadores, foi elaborado um projeto preliminar, que definia uma caixa com as dimensões:

- Comprimento 2500,0mm;
- Largura 790,0mm;
- Altura 200,0mm.

Na sua parte central foi deixada uma abertura, com dois diafragmas rígidos em cada extremidade, para proporcionar o estudo de uma caixa aberta com reforçadores.

Todos os reforçadores longitudinais ficaram com o mesmo formato, construídos em chapa de liga AL-MG e devidamente dobrados em forma de Z. Ao longo da abertura na parte superior, dois reforçadores permaneceram contínuos. Nas duas extremidades da caixa, foram posicionados dois diafragmas constituídos de chapas duplas e reforçadores internos, com o intuito de melhor distribuir os esforços de aplicação da torção ou reações. Outros dois diafragmas rígidos, em chapa dupla com reforçadores, foram posicionados a meia distância entre o extremo da caixa e o centro, para permitir teste de flexão pois distribuem melhor as cargas aplicadas.

4.3. Construção do Modelo

Para construção do modelo, foi conseguido junto ao Aeroclube de São Paulo, pessoal especializado em reparos estruturais de pequenas aeronaves, funcionários do hangar da AUDI S.A., chefiados pelo Eng^o Augusto Octávio Taliberti. Os custos para a construção do modelo, foram providos pelo Instituto de Pesqui

sas Tecnológicas do Estado de São Paulo, junto a Divisão de Engenharia Naval, na qual o autor exerce a função de pesquisador.

Naturalmente, para uma construção mais simples e econômica, varias alterações junto ao projeto inicial foram necessárias. Estas alterações, sem em hipótese alguma influirem no objetivo do modelo, tornaram a construção possível de acordo com os recursos disponíveis.

Os desenhos finais da caixa, estão no Anexo B.

5. CÁLCULOS USANDO A TEORIA DE ARGYRIS E DUNNE

5.1. *Metodologia Utilizada*

A teoria descrita no Capítulo 2, permite a determinação de tensões ao longo de estruturas tipo caixa, com ou sem abertura, sob as condições de esforços de torção ou flexão.

Para a condição de torção, de acordo com o modelo descrito no Capítulo 4 e o correspondente teste em torção, dedicaremos interesse maior na distribuição de tensões nos reforçadores ao longo da abertura. Será portanto analisada pelo programa de computador descrito no Capítulo 3, a parte do modelo com abertura.

Para a condição de flexão, fica o interesse maior na distribuição de tensões na parte fechada do modelo, ao longo dos reforçadores que terminam ou acompanham a abertura. Isto é devido ao fato, que a região da abertura estando sob momento fletor constante sofrerá pouca variação na distribuição de tensões, e os cálculos pela Teoria Simples de Vigas permite boa aproximação. Já a parte fechada, devido ao interrompimento dos reforçadores na abertura da parte superior do modelo, oferece com o momento fletor variando linearmente um grande efeito de difusão dos tensões nos reforçadores. Será portanto analisado pelo programa de computador a parte do modelo fechada.

5.2. Esquema para Cálculo sob Carga de Torção

Para cálculo da distribuição de tensões no modelo, sob um binário de torção, e conforme item 4.4, será adotado o esquema da Figura 5.1.

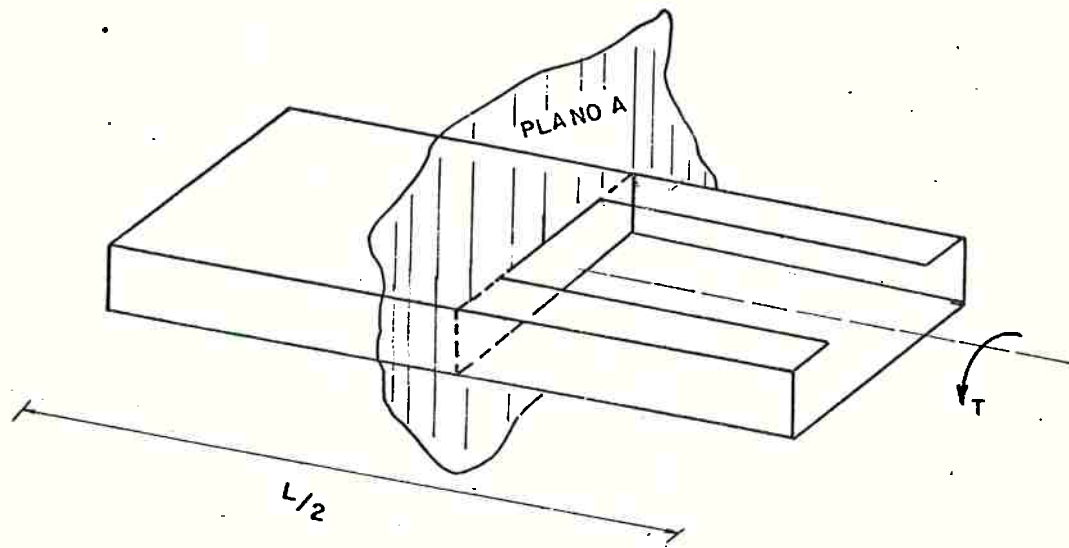


Figura 5.1. Esquema para Cálculo do Modelo sob Torção T.

De acordo com a Figura 5.1, para o cálculo utilizando a Teoria de Argyris e Dunne da parte aberta do modelo, as seguintes condições serão impostas:

- a parte aberta será considerada engastada na parte fechada, adotando-se "empêno nulo" em todo o perímetro conforme o corte do modelo pelo plano A da Figura 5.1;
- a meia distância dos extremos, exatamente no centro da abertura, devido a simetria estrutural e anti-simetria dos esforços, teremos tensões nulas, logo pode-se considerar uma região de "empêno livre", onde será aplicada a torção T.

Resume-se portanto o cálculo pela teoria de Argyris e Dunne de uma caixa aberta de seção constante, engastada em uma extremidade e livre na outra.

5.2.1. Valores geométricos para a caixa aberta

Na Figura 5.2, temos a definição dos valores necessários, conforme o item 3.5, para cálculo da equação característica 2.39 e posterior solução dos auto-valores.

Os reforçadores, conforme Figura 5.2 são adotados como área concentrada na linha de centro da chapa, incorporando parte da chapa com igual largura da aba inferior do perfil, conforme Figura 5.3.

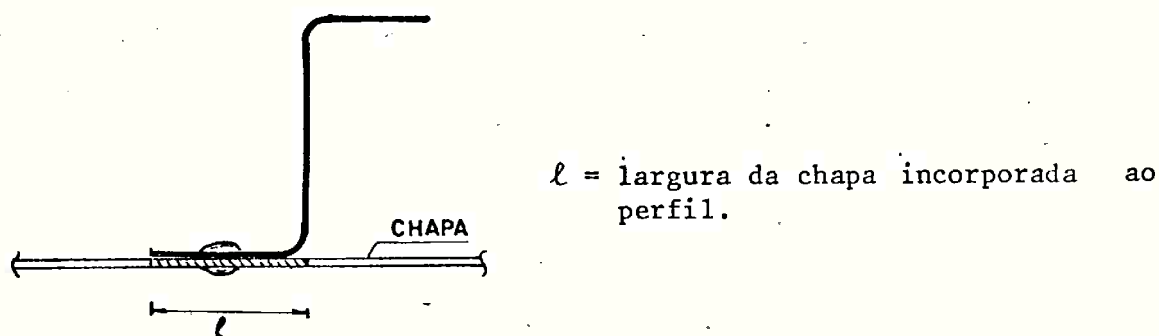
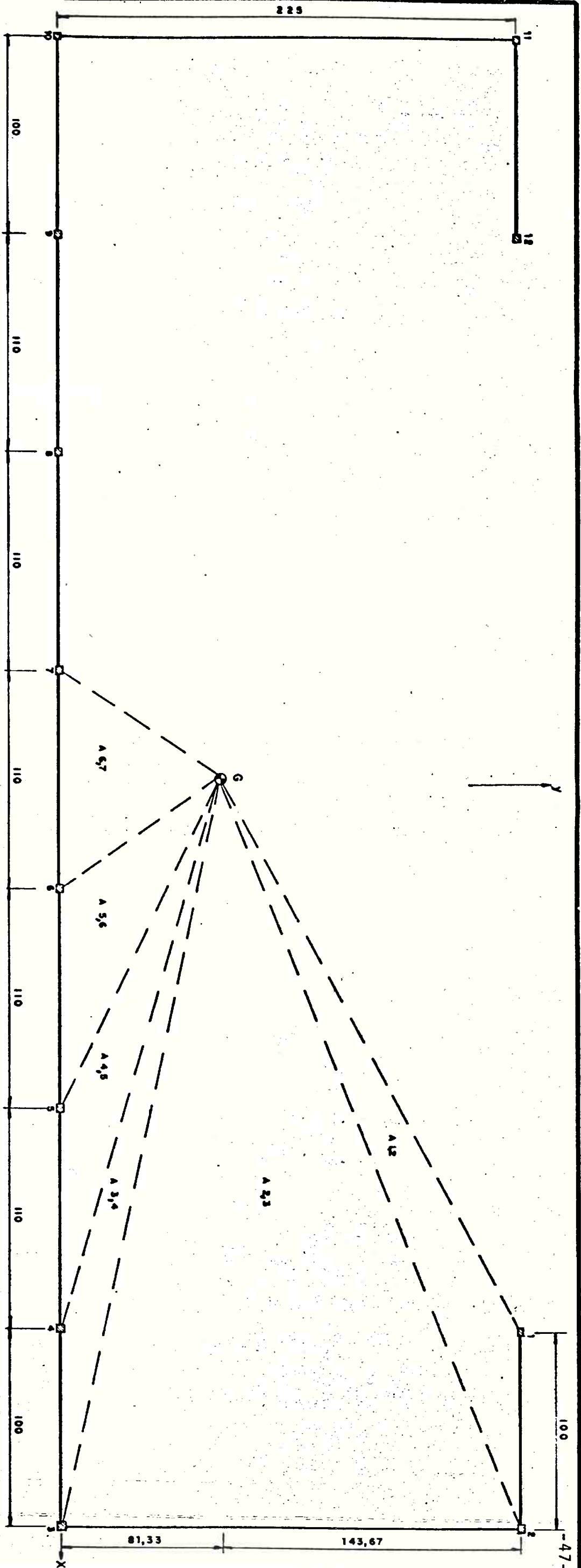


Figura 5.3. Esquema para Determinação da Área do Perfil.

A sequência dos dados de entrada, obtidos da Figura 5.2 e necessários pelo item 5.2, são os seguintes:

- N - dimensão da matriz característica, que para uma caixa aberta é:



AREA DOS PERFIS
(com parte da chapa)

A1 / A12 = 110,55 mm²
 A2 / A11 = 94,88 mm²
 A10 / A3 = 98,52 mm²
 A4 / A9 = 114,98 mm²

ESPESSURA DAS CHAPAS

T1,2 / T11,12 = 0,8128 mm
 T2,3 / T10,11 = 1,016 mm
 T3,4 e T9,10 = 1,016 mm

POSICÃO DO G

A1 110,55 228 24873,78
 A2 94,88 228 21348,00
 T1,2 100,0,8128 228 18288,00
 T2,3 225,1,016 112,3 25777,80
 T3,4 e T9,10 0,0
 A3 98,52 0,0
 A4 e A8 114,98 0,0
 Σ 1109,39 90227,88

AREA VARRIDA DO G
(mm²)

A12 = 100,143,67/2 = 7183,5
 A23 = 228,378/2 = 42197,5
 A34 = 100,81,33/2 = 4066,8
 A45 = 110,81,33/2 = 4473,18
 A56 = 110,81,33/2 = 4473,18
 A67 = 110,81,33/2 = 4473,18

VALORES DOS S_{ij} = Δx_iΔy_j

S₁₂ = 100/0,8128 = 123,03
 S₂₃ = 228/1,016 = 221,46
 S₃₄ = 100/1,016 = 98,43
 S₄₅ e S₆₇ = 110/1,016 = 108,27

VALORES ΔX e ΔY (mm)

(X2 - X1) = 100 (Y2 - Y1) = 0
 (X3 - X2) = 0 (Y3 - Y2) = 228
 (X4 - X3) = -100 (Y4 - Y3) = 0
 (X5 - X4) = -110 (Y5 - Y4) = 0
 (X6 - X5) = -110 (Y6 - Y5) = 0
 (X7 - X6) = -110 (Y7 - Y6) = 0
 (X8 - X7) = -110 (Y8 - Y7) = 0
 (X9 - X8) = -110 (Y9 - Y8) = 0
 (X10 - X9) = -100 (Y10 - Y9) = 0
 (X11 - X10) = 0 (Y11 - Y10) = 228
 (X12 - X11) = 0 (Y12 - Y11) = 0

VALORES 1/BR (1/mm²)

1/S₁₂ = 9,046 × 10⁻³ mm⁻¹
 1/S₂₃ = 10,840 × 10⁻³ mm⁻¹
 1/S₃₄ = 10,18 × 10⁻³
 1/S₄₅ = 8,729 × 10⁻³
 1/S₁₀ = 10,15 × 10⁻³
 1/S₁₁ = 10,54 × 10⁻³
 1/S₁₂ = 9,046 × 10⁻³

β_{ij} = t_{ij}³ Δy_j (mm⁴)

β₁₂ = 0,8128³ × 100,0 = 53,70
 β₂₃ = 1,016³ × 228,0 = 238,97
 β₃₄ = 1,016³ × 100,0 = 104,88
 β₄₅ e β₆₇ = 1,016³ × 110,0 = 118,36

JM = TORÇÃO DOS REFORÇADORES (mm⁴)

J1 = 80,27
 J2 = 57,76
 J3 = 61,17
 J4 e J8 = 83,68

YLN 5 G = 81,33 mm

Figura 5.2 VALORES PARA CALCULO DA CAIXA ABERTA

MEDIDAS EM MILIMETROS

$$N = N_R + 2$$

onde N_R é o número de reforçadores, logo:

$$N = 12 + 2 = 14$$

- M = número de raízes para a equação característica, ou:

$$M = N_R - 3$$

$$M = 9$$

- $XINE, XIND$ = intervalo para procura dos auto-valores, que no caso, após investigações preliminares ficou limitado entre:

$$XINE = 0,0$$

$$XIND = 0,02$$

- $NDX1, NDX2$ = subdivisão dos intervalos para procura dos auto-valores, ou:

$$NDX1 = 100$$

$$NDX2 = 10$$

- XLT = comprimento da parte do modelo em análise, no caso:

$$XLT = 345,0 \text{ mm}$$

- XLT - local da aplicação do momento torção T, que de acordo com a Figura 5.2 será aplicado na extremidade livre, ou:

$$XLT = XCT$$

- B(N,N) - matriz principal, conforme definida em 3.2.3, cujos valores obtidos da Figura 5.2, estão na Tabela 5.1;
- A(N) - matriz auxiliar, conforme definida em 3.2.3, cujos valores obtidos da Figura 5.2, estão na Tabela 5.2;
- TRR1(I) - espessura das chapas entre reforçadores, cujos valores estão na Tabela 5.3;
- BR(M2) - área dos reforçadores, cujos valores estão na Tabela 5.4.

Com os dados de entrada acima, o programa de computador calculará os auto-valores λ_i e as tensões nos reforçadores e respectivos cisalhamentos nas chapas entre reforçadores. No Anexo D, estão mostrados os resultados obtidos da análise em torção da caixa aberta, que posteriormente serão comparados com os demais resultados experimentais e por elementos finitos.

5.3. Esquema para Cálculo sob Carga de Flexão

Para o caso de flexão, a teoria de Argyris e Dunne permite o cálculo de tensões em uma caixa aberta ou fechada, sob uma carga concentrada aplicada na extremidade livre, ou ao longo da caixa. A outra extremidade deverá estar engastada, onde evidentemente as tensões serão as máximas.

Tabela 5.1. Elementos da Matriz Principal B(I,J) (Unidades com Base em mm)

I \ J	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	123,03	10,54x10 ⁻³	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7183,50	100,0	0,0
2	10,54x10 ⁻³	221,46	10,15x10 ⁻³	0	0	0	0	0	0	0	0	42187,50	0,0	-225,0
3	0	10,15x10 ⁻³	98,43	8,73x10 ⁻³	0	0	0	0	0	0	0	4066,50	-100,0	0,0
4	0	0	8,73x10 ⁻³	108,27	8,73x10 ⁻³	0	0	0	0	0	0	4473,15	-110,0	0,0
5	0	0	0	8,73x10 ⁻³	108,27	8,73x10 ⁻³	0	0	0	0	0	4473,15	-110,0	0,0
6	0	0	0	0	8,73x10 ⁻³	108,27	8,73x10 ⁻³	0	0	0	0	4473,15	-110,0	0,0
7	0	0	0	0	0	8,73x10 ⁻³	108,27	8,73x10 ⁻³	0	0	0	4473,15	-110,0	0,0
8	0	0	0	0	0	0	8,73x10 ⁻³	108,27	8,73x10 ⁻³	0	0	4473,15	-110,0	0,0
9	0	0	0	0	0	0	0	8,73x10 ⁻³	98,43	10,15x10 ⁻³	0	4066,50	-100,0	0,0
10	0	0	0	0	0	0	0	10,15x10 ⁻³	221,46	10,54x10 ⁻³	0	7183,50	100,0	225,0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	10,54x10 ⁻³	123,03	7183,50	1355,78	0	0,0
12	7183,50	42187,50	4066,50	4473,15	4473,15	4473,15	4473,15	4473,15	4066,50	42187,50	7183,50	1355,78	0	0
13	100,0	0,0	-100,0	-110,0	-110,0	-110,0	-110,0	-110,0	-100,0	-100,0	100,0	0	0	0
14	0,0	-225,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	225,0	0,0	0	0	0

Tabela 5.2. Elementos da Matriz Auxiliar A(I)

I	VALOR DE A(I) (mm ⁻¹)
1	19,59x10 ⁻³
2	20,69x10 ⁻³
3	18,88x10 ⁻³
4	17,46x10 ⁻³
5	17,46x10 ⁻³
6	17,46x10 ⁻³
7	17,46x10 ⁻³
8	17,46x10 ⁻³
9	18,88x10 ⁻³
10	20,65x10 ⁻³
11	19,59x10 ⁻³

Tabela 5.3. Espessuras t_{i,j}

i,j	Valor TRRI(I) ≡ t _{ij} (mm)
1, 2	0,8128
2, 3	1,0160
3,4 a 9,10	1,0160
10,11	1,0160
11,12	0,8128

Tabela 5.4. Área dos Reforços

I	VALOR BR(I) (mm ²)
1	110,55
2	94,88
3	98,52
4 a 9	114,56
10	98,52
11	94,88
12	110,55

Para o modelo em análise, conforme descrito no item 5.1, o cálculo das tensões, na parte fechada exigirá a aplicação de um esquema especial que o tornará possível. As Figuras 5.4, 5.5, 5.6 mostram este esquema.

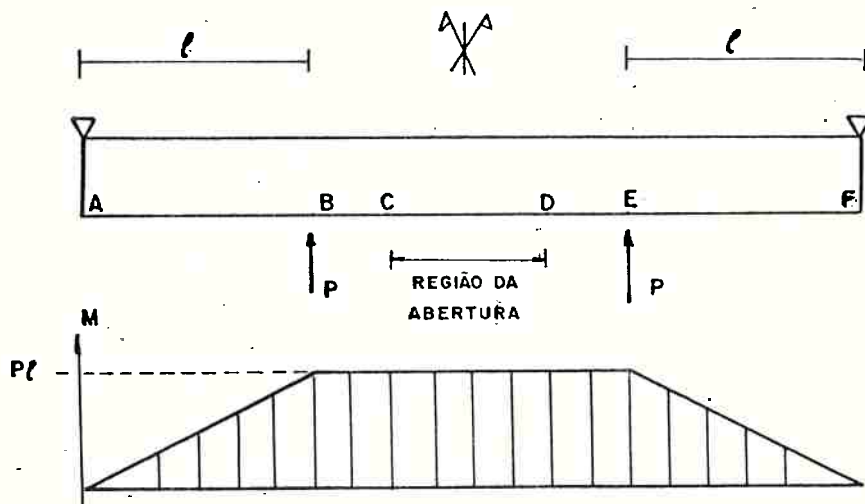


Figura 5.4. Esquema do Teste em Flexão para o Modelo.

Na Figura 5.4, vemos que a parte \overline{AB} , correspondente à parte fechada do modelo, está sob momento variando linearmente do valor 0.0 até Pl . Observando a Figura 5.5, que mostra a parte superior do modelo com seus reforçadores na parte fechada AB , vemos que somente são contínuos os reforçadores $R1$, $R2$, $R7$ e $R8$. Os demais reforçadores terminam na abertura, exatamente sobre um diafragma que separa a parte aberta da parte fechada.

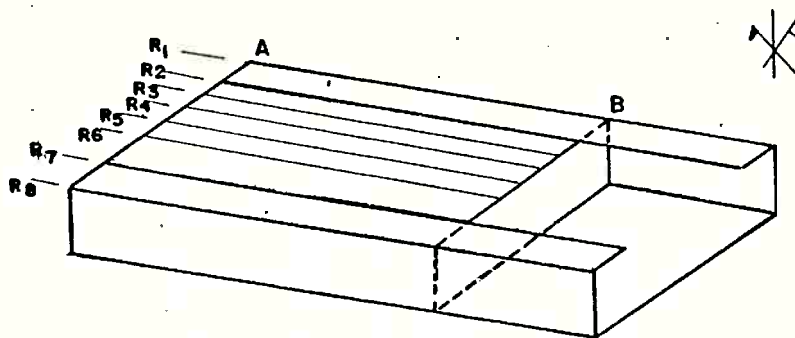


Figura 5.5. Parte A-B com seus reforçadores.

Para o uso da Teoria de Argyris e Dunne, somente é possível o cálculo conforme a Figura 5.6, ou

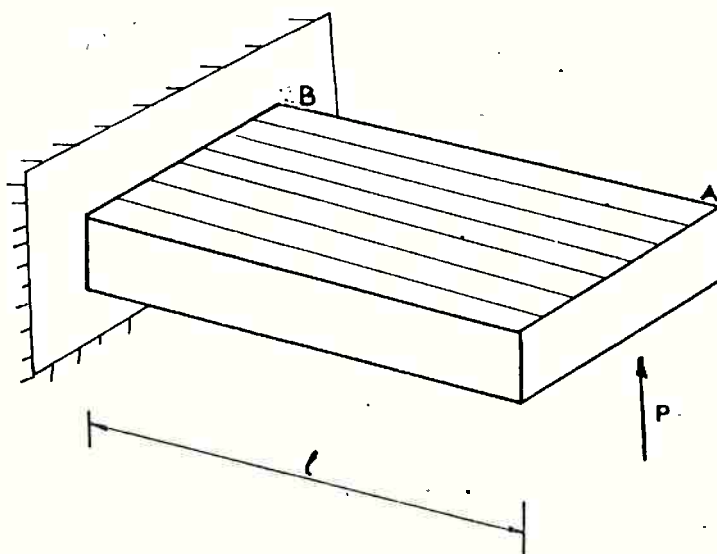


Figura 5.6. Esquema para o Cálculo usando a Teoria de Argyris e Dunne.

Da Figura 5.6, resulta o seguinte diagrama de momento fletor, conforme Figura 5.7.

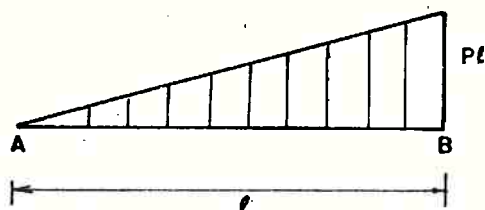


Figura 5.7. Diagrama de momento fletor proveniente do modelo para cálculo pela teoria de Argyris e Dunne

Logo, usando a teoria de Argyris e Dunne, teremos a distribuição de tensões sobre a parte AB do modelo, com a hipótese de engastamento no diagrama em B. Após o diafragma em B, até o início da abertura, os reforçadores R_2 , R_3 , R_4 , R_5 e R_6 , deverão sofrer variação nas suas tensões até atingirem valor nulo, exatamente no início da abertura ou sobre o diafragma em C (ver figura 5.5). A distância BC sendo da ordem de 50% da distância AB, implicará na hipótese do engastamento em B, em possíveis desvios nos valores das tensões nos reforçadores centrais, por estes estarem interrompidos na abertura.

5.3.1. Valores geométricos para a caixa aberta

Na figura 5.9, temos os valores necessários conforme o item 3.5. para cálculo da equação característica 2.17 e posterior solução dos auto-valores.

As simplificações e hipóteses são as mesmas adotadas para a caixa aberta e explicadas no item 5.2.1, e os dados para o programa de computador são os seguintes:

- N - dimensão da matriz característica para uma caixa fechada, sendo

$$N = N_R + 3$$

onde N_R é o número de reforçadores, logo

$$N = 16 + 3 = 19$$

- M = número de raízes para a equação característica, ou

$$M = N_R - 3$$

$$M = 13$$

- XINE, XIND - intervalo para a procura dos auto-valores

$$XINE = 0,0$$

$$XIND = 0,1$$

- NDX1, NDX2 - subdivisão dos intervalos para a procura dos auto-valores:

$$\text{NDX1} = 100$$

$$\text{NDX2} = 10$$

- XLT - comprimento da parte do modelo em análise, no caso:

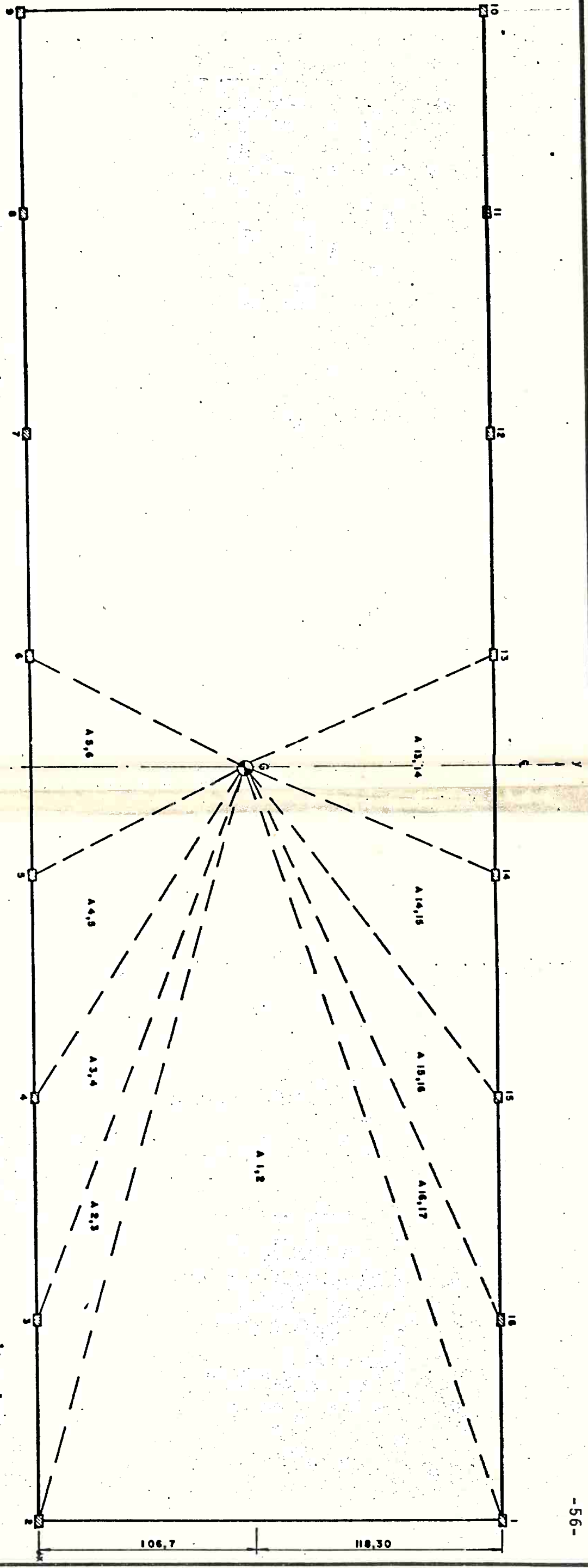
$$\text{XLT} = 530,0 \text{ mm}$$

- XCT - local de aplicação da força concentrada P que de acordo com a figura 5.6:

$$\text{XCT} = \text{XLT}$$

- B (N,N) - matriz principal, conforme definida em 3.2.3, cujos valores obtidos da figura 5.9 estão na Tabela 5.5.;
- A (N) - matriz auxiliar, conforme definida em 3.2.3, cujos valores obtidos da figura 5.9 estão na Tabela 5.6;
- TRR1(I) - espessura das chapas entre reforçadores, cujos valores estão na Tabela 5.7;
- BR (I) - área dos reforçadores, cujos valores estão na Tabela 5.4.

Com os dados de entrada acima, o programa de computador calculará para uma força concentrada P, na extremidade livre da caixa, a distribuição de tensões σ e τ com os resultados no Anexo D.



AREA DOS PERFIS (C/PARTE DA CHAPA)

A1 94,48 mm²
 A2 98,52 mm²
 A3 114,56 mm²
 A4 110,55 mm²

ESPESSURA DAS CHAPAS

T1,2 = 79,10 = 1,016 mm
 T10,11 = 16,1 = 0,635 mm

POSICÃO DO G

AREA	BRACO	MS
A1	225,0	21346,00
A2	0,0	0,0
A3	0,0	0,0
A4	225,0	74621,25
T1,2	225,0 x 1,016	228,75
T2/3	375,0 x 1,016	0,0
T4/1	375,0 x 0,635	238,0
Σ	1762,13	190266,75

L_N = 106,70 mm

AREA VARRIDA DO G (mm²)

A1,2 = 225,0 x 375/2 = 42187,50
 A2,3 = 100,0 x 106,7/2 = 5335,00
 A3,4 = 110,0 x 106,7/2 = 5868,50
 A15,16 = 110,0 x 118,3/2 = 6506,50
 A16,17 = 100 x 118,3/2 =

VALORES δ_{ij} = Δ_{ij}/L_N

δ_{1,2} = δ_{9,10} = 225,0/106,7 = 2,11
 δ_{2,3} = δ_{6,9} = 100,0/106,7 = 0,94
 δ_{3,4} = δ_{7,8} = 110,0/106,7 = 1,03
 δ_{10,11} = δ_{14,15} = 100,0/106,7 = 0,94
 δ_{11,12} = δ_{18,19} = 110,0/106,7 = 1,03

VALORES Δx e Δy (mm)

(X2 - X1) = 0,0 (Y2 - Y1) = -225,0
 (X3 - X2) = -100,0 (Y3 - Y2) = 0
 (X4 - X3) = -110,0 (Y4 - Y3) = 0
 (X5 - X4) = -110,0 (Y5 - Y4) = 0
 (X6 - X5) = -110,0 (Y6 - Y5) = 0
 (X7 - X6) = -110,0 (Y7 - Y6) = 0
 (X8 - X7) = -110,0 (Y8 - Y7) = 0
 (X9 - X8) = -100,0 (Y9 - Y8) = 0
 (X10 - X9) = 0,0 (Y10 - Y9) = 225,0
 (X11 - X10) = 100,0 (Y11 - Y10) = 0
 (X12 - X11) = 110,0 (Y12 - Y11) = 0
 (X13 - X12) = 110,0 (Y13 - Y12) = 0
 (X14 - X13) = 110,0 (Y14 - Y13) = 0
 (X15 - X14) = 110,0 (Y15 - Y14) = 0
 (X16 - X15) = 110,0 (Y16 - Y15) = 0
 (X1 - X16) = 100,0 (Y1 - Y16) = 0

VALORES 1/BR (1/mm)

1/δ₁ = 1/2,11 = 0,47
 1/δ₂ = 1/0,94 = 1,06
 1/δ₃ = 1/1,03 = 0,97
 1/δ₄ = 1/0,94 = 1,06
 1/δ₅ = 1/1,03 = 0,97

MEDIDAS EM MILIMETROS

FIGURA 8.9 VALORES PARA CALCULO DA CAIXA FECHADA

Tabela 5.5. Elementos da Matriz Principal B (I,J) (Unidades com base em mm)

I \ J	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	221,46	10,15x10 ⁻³	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	10,15x10 ⁻³	98,43	8,73x10 ⁻³	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	8,73x10 ⁻³	108,27	8,73x10 ⁻³	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	8,73x10 ⁻³	108,27	8,73x10 ⁻³	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	8,73x10 ⁻³	108,27	8,73x10 ⁻³	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	8,73x10 ⁻³	108,27	8,73x10 ⁻³	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	8,73x10 ⁻³	108,27	8,73x10 ⁻³	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	8,73x10 ⁻³	98,43	10,15x10 ⁻³	10,15x10 ⁻³	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	10,15x10 ⁻³	10,15x10 ⁻³	221,46	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	10,54x10 ⁻³	123,03	9,05x10	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9,05x10	135,33	9,05x10	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9,05x10	135,33	9,05x10	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9,05x10	135,33	9,05x10
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9,05x10	135,50
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9,05x10
16	10,54x10 ⁻³	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	42187,50	5335,00	5868,50	5868,50	5868,50	5868,50	5868,50	5335,00	42187,50	5915,0	6506,50	6506,50	6506,50	6506,50
18	0,0	-100,0	-110,0	-110,0	-110,0	-110,0	-110,0	0,0	100,0	100,0	110,0	110,0	110,0	110,0
19	-225,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	225,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Tabela 5.6. Valores da Matriz Auxiliar A(I)

I	A(I) (mm ⁻¹)	I	A(I) (mm ⁻¹)
1	20,69x10 ⁻³	11	18,10x10 ⁻³
2	18,88x10 ⁻³	12	18,10x10 ⁻³
3	17,46x10 ⁻³	13	18,10x10 ⁻³
4	17,46x10 ⁻³	14	18,10x10 ⁻³
5	17,46x10 ⁻³	15	18,10x10 ⁻³
6	17,46x10 ⁻³	16	19,59x10 ⁻³
7	17,46x10 ⁻³	17	0,0
8	18,88x10 ⁻³	18	0,0
9	20,69x10 ⁻³	19	0,0
10	19,59x10 ⁻³		

Tabela 5.7. Espessuras t_{i,j}

i,j	TRRI(J) ≡ t _{i,j} (mm)
1,2	1,016
2,3 a 8,9	1,016
9,10	1,016
10,11 a 16,1	0,8128

Tabela 5.8. Área dos Reforços

I	BR(I) (mm ²)
1	94,88
2	98,52
3 a 8	114,56
9	98,52
10	94,88
11 a 16	110,55

Os resultados obtidos, encontram-se no Anexo D.

6. ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS

6.1. *Programa utilizado para análise*

Devido as facilidades pertinentes ao autor, em usar o sistema de processamento de dados do IPT, interligado à rede Cyber da Control Data do Brasil, o programa escolhido foi o EASE 2, Versão 13.4 de 19 de Março de 1982.

O programa EASE 2 (11), é totalmente dirigido a análise linear, estática ou dinâmica de estruturas pelo método dos elementos finitos. Seu arquivo de elementos, inclui:

- BEAM - elementos de viga;
- MEMBRANE - elementos finitos para análise no estado plano de tensão ou deformação e análise axisimétrica;
- SHELL - elementos finitos para placas ou cascas, incluindo o efeito de membrana;
- SOLID - elementos finitos, com oito pontos nodais;
- PIPE - elementos de viga com características definidas para representar tubos.

Os procedimentos de análise inclusos neste programa, são muito semelhantes aos utilizados nos demais programas, como SAP-IV e STRUDL.

6.2. *Preparação do modelo para análise*

O modelo, como descrito no capítulo 4, é todo

construído em chapas finas com reforçadores, e será submetido a torção. A modelagem em elementos finitos, conforme mostrada nas figuras 6.1 a 6.5, foi definida com a malha mais fina possível dentro das possibilidades econômicas (custo de processamento) oferecidas pelo IPT ao autor. Todas as chapas foram consideradas como elementos tipo SHELL, com os reforçadores na forma de "Z", simulados como:

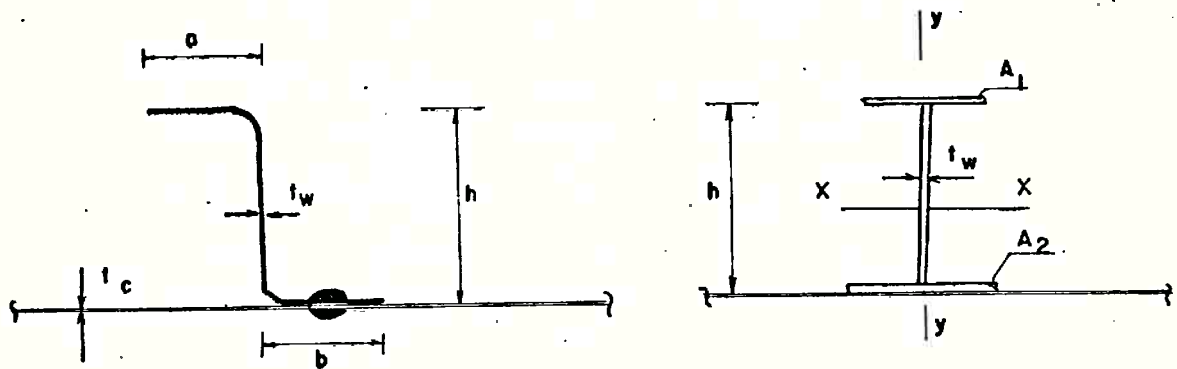


Figura 6.6. Simulação dos reforçadores na forma de "Z"

Na figura 6.6., a área A_1 é equivalente a aba superior do perfil, assim como a aba inferior que levará em conta uma largura de chapa igual a largura da aba, enquanto que a alma terá a mesma altura h e mesma espessura t_w , ou:

$$A_1 = a t_w$$

$$A_2 = b (t_w + t_c)$$

Para simular a inércia do perfil com relação ao

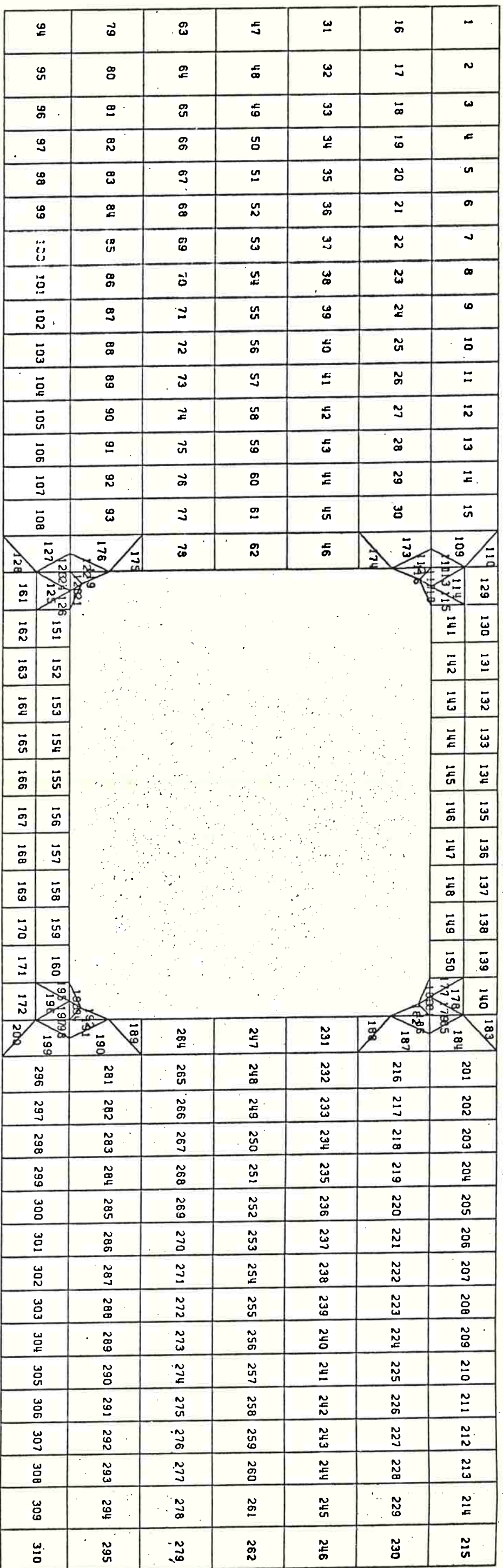
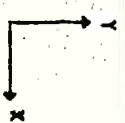


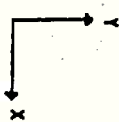
Fig. 6.1
 MODELO EM AL-MC ** TESE DE DOUTORADO CALABELOTTI **
 MODELACEM EM ELEMENTOS FINITOS
 VISTA DA PARTE SUPERIOR DO MODELO
 MODEL SCALE = 0.172



ERASEZ

320	321	322	323	324	325	326	327	328	329	330	331	332	333	334	335	336	337	338	339	340	341	342	343	344	345	346	347	348	349	350	351	352	353	354	355	356	357	358	359	360	361	362	363			
1130	1131	1132	1133	1134	1135	1136	1137	1138	1139	1140	1141	1142	1143	1144	1145	1146	1147	1148	1149	1150	1151	1152	1153	1154	1155	1156	1157	1158	1159	1160	1161	1162	1163	1164	1165	1166	1167	1168	1169	1170	1171	1172	1173	1174	1175	
1086	1087	1088	1089	1090	1091	1092	1093	1094	1095	1096	1097	1098	1099	1100	1101	1102	1103	1104	1105	1106	1107	1108	1109	1110	1111	1112	1113	1114	1115	1116	1117	1118	1119	1120	1121	1122	1123	1124	1125	1126	1127	1128	1129	1130	1131	
1042	1043	1044	1045	1046	1047	1048	1049	1050	1051	1052	1053	1054	1055	1056	1057	1058	1059	1060	1061	1062	1063	1064	1065	1066	1067	1068	1069	1070	1071	1072	1073	1074	1075	1076	1077	1078	1079	1080	1081	1082	1083	1084	1085	1086	1087	
408	409	410	411	412	413	414	415	416	417	418	419	420	421	422	423	424	425	426	427	428	429	430	431	432	433	434	435	436	437	438	439	440	441	442	443	444	445	446	447	448	449	450	451	452	453	
454	455	456	457	458	459	460	461	462	463	464	465	466	467	468	469	470	471	472	473	474	475	476	477	478	479	480	481	482	483	484	485	486	487	488	489	490	491	492	493	494	495	496	497	498	499	500
496	497	498	499	500	501	502	503	504	505	506	507	508	509	510	511	512	513	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523	524	525	526	527	528	529	530	531	532	533	534	535	536	537	538	539	540	541	542
496	497	498	499	500	501	502	503	504	505	506	507	508	509	510	511	512	513	514	515	516	517	518	519	520	521	522	523	524	525	526	527	528	529	530	531	532	533	534	535	536	537	538	539	540	541	542
910	911	912	913	914	915	916	917	918	919	920	921	922	923	924	925	926	927	928	929	930	931	932	933	934	935	936	937	938	939	940	941	942	943	944	945	946	947	948	949	950	951	952	953	954	955	956
584	585	586	587	588	589	590	591	592	593	594	595	596	597	598	599	600	601	602	603	604	605	606	607	608	609	610	611	612	613	614	615	616	617	618	619	620	621	622	623	624	625	626	627	628	629	630

Fig. 6.2
 MODELO EM AL-MC ** TESE DE DRAIN CALTABELOTA **
 MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS
 VISTA DA PARTE INFERIOR (FUNDO) DO MODELO
 MODEL SCALE = 0.172

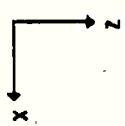


EPSC2

720	721	722	723	724	725	726	727	728	729	730	731	732	733	734	735	736	737	738	739	740	741	742	743	744	745	746	747	748	749	750	751	752	753	754	755	756	757	758	759	760	761	762	763
764	765	766	767	768	769	770	771	772	773	774	775	776	777	778	779	780	781	782	783	784	785	786	787	788	789	790	791	792	793	794	795	796	797	798	799	800	801	802	803	804	805	806	807

Fig. 63
MODELO EM AL-MG ** TESE DE GRADUACAO CALTABELOTI **
MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS
VISTA LATERAL ESQUERDA

MODEL SCALE = 0.172



ER5E2

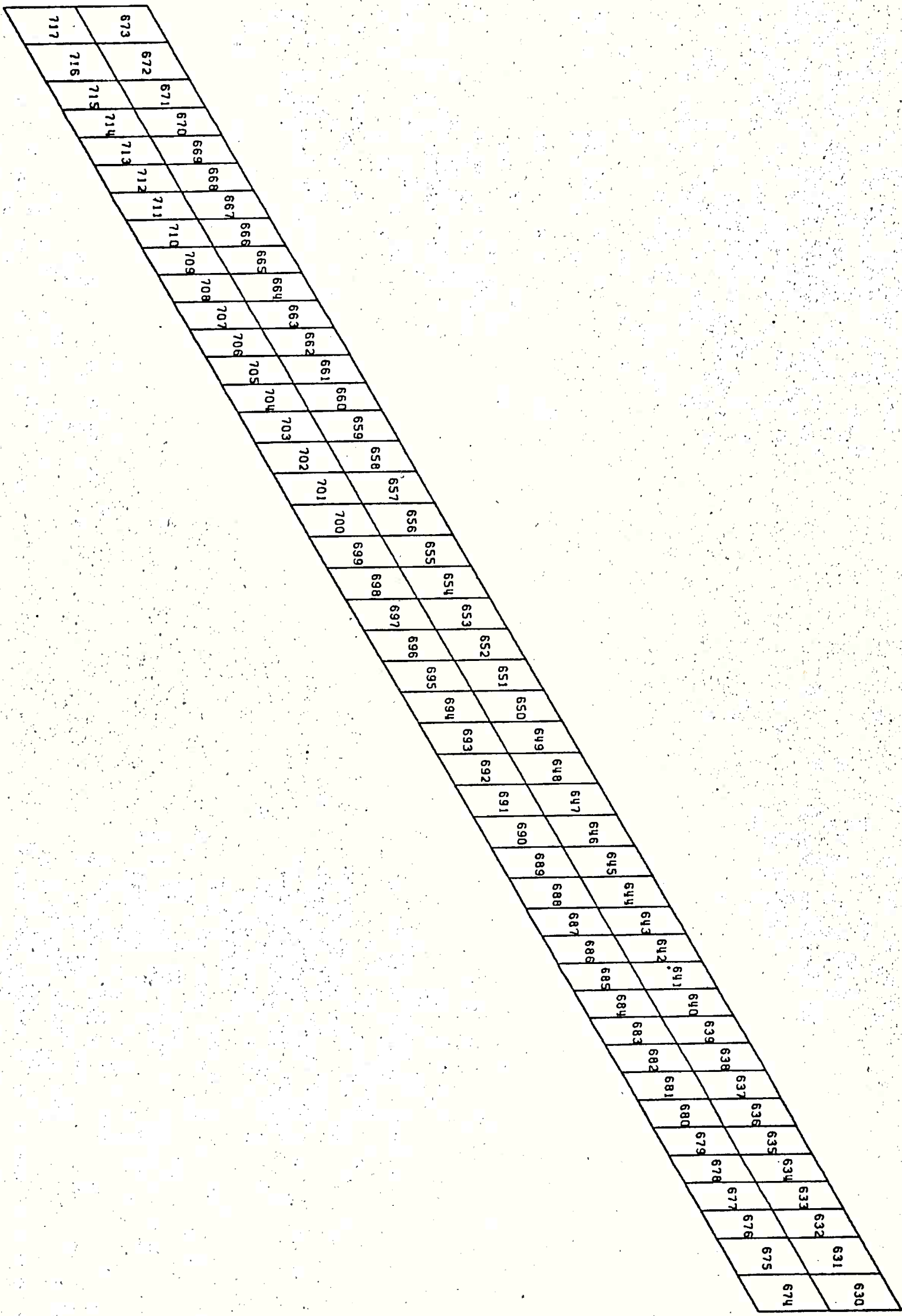
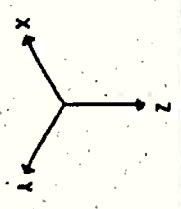


Fig. 6.4

MODELO EM AL-MC ** TESE DE DORIR CALTABELOTI **
MODELACEM EM ELEMENTOS FINITOS
VISTA DA LATERAL DIREITA

MODEL SCALE = 0.188



ER5E2

eixo \bar{y} , as barras simuladoras das abas do perfil reforçador, se rão consideradas na análise como elementos tipo BEAM com as propriedades geométricas adequadas.

Os reforçadores tipo "L", que nas extremidades das laterais do modelo, são utilizados para permitir a união das chapas por intermédio dos rebites, serão considerados como elementos tipo BEAM, ou

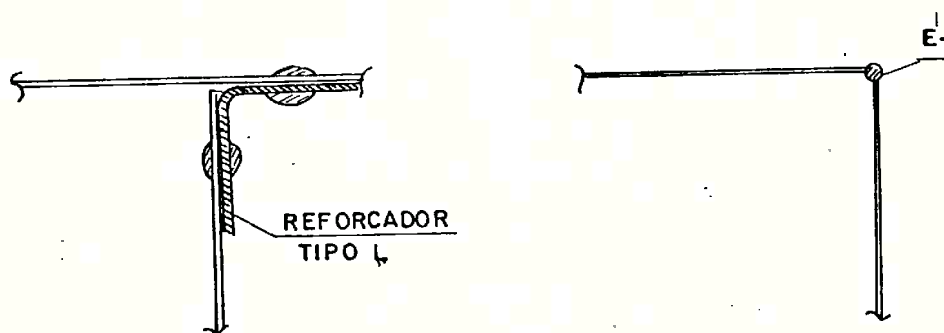


Figura 6.7. Simulação dos reforçadores tipo "L".

Na figura 6.7., o reforçador tipo "L" é simulado como o elemento E1, com as propriedades geométricas iguais, considerando as chapas de igual largura da aba, como efetivas.

6.3. Propriedades do material

O material que compõem o modelo é uma liga leve de Alumínio-Magnésio, com as características mostrados na Tabela 6.1., de (9).

Tabela 6.1 - Características da liga 2024-T3

I T E M	V A L O R
Porcentagem de Mg	1,2 - 0,9 %
Porcentagem de C _u	3,8 - 3,9 %
Porcentagem de M _n	0,3 - 0,9 %
Tensão de ruptura	45,00 kg/mm ² (min)
Tensão de escoamento	28,00 kg/mm ² (min)
Módulo de elasticidade	7400,0 kg/mm ²

Esta liga é tipicamente aeronáutica com elevada resistência, e logicamente, fabricada sob rigoroso controle de qualidade. Este rigoroso controle de qualidade, implica em total confiança nos valores mostrados na Tabela 6.1.

6.4. Condições de contorno e carregamento

6.4.1. Análise em torção

Conforme descrito no item 4.5, o carregamento em torção do modelo, exige as seguintes condições de contorno e carregamento, conforme a figura 6.8.

Na figura 6.8, para a aplicação do binário de Torção T, aplica-se a carga P em H, e elimina-se a rotação devido a torção na face A, B, C e D apoiando-se na direção \bar{Z} os pontos A e C. Desta forma a torção T passa constante pela abertura, com as duas extremidades nos diafragmas I e K garantindo esta

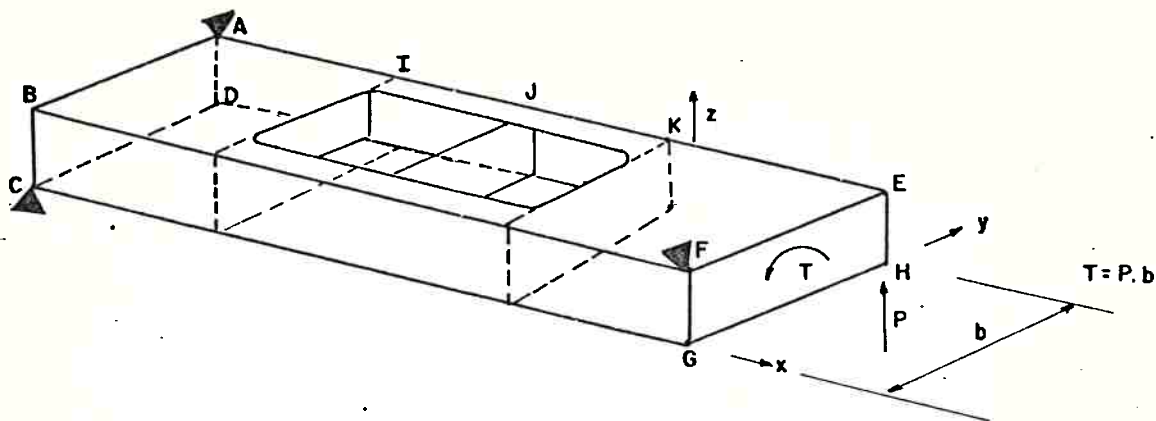


Figura 6.8. Esquema das condições para análise em torção

transmissão de torção. No diagrama J, por simetria, poderemos ter tensões σ nulas.

Para a elaboração da malha de elementos finitos, temos que considerar os seguintes fatos:

- ao longo de todo o comprimento da caixa, acontecerá uma mudança na posição do centro de torção, pois na parte fechada deverá estar localizado internamente à caixa e na parte aberta, externamente. Por outro lado, a compatibilidade geométrica exige um eixo de flexão contínua. Desta forma, há uma linha de transição entre a parte aberta e a fechada, cuja forma é desconhecida;
- na posição do diafragma J, haverá um empêno do mesmo devido à aplicação da torção, com consequentes deslocamentos fora do plano;
- o fato do diafragma uniformizar as deformações no seu plano, o tornam sujeito a tensões normais σ ortogonais

ao eixo da caixa. Por compatibilidade entre o diafragma e as chapas externas, estas também ficam, em princípio, sujeitas a tensões normais σ ortogonais ao eixo da caixa;

- o uso da simetria da estrutura para reduzir a posição da estrutura modelada exigiria, neste caso, a condição de contorno $\tau=0$ ao longo das geratrizes (nos planos de simetria) e na direção ortogonal ao eixo da caixa;
- pelas razões expostas, a condição de contorno $\tau=0$ nessas geratrizes e na direção ortogonal ao eixo da caixa, a rigor, é falsa;
- no caso de ser aplicado um momento torçor, existem sempre fluxos de cisalhamento ao longo das geratrizes nos planos de simetria. Sendo a distribuição destes fluxos incôgnitas importantes a investigar na "flexão - em - torções", sua presença exige a modelagem completa;
- além disso, estando a caixa sujeita ao empêno, seria forçar de antemão os resultados, numa experiência cuidadosa de verificação de uma teoria, a adoção daquela condição de contorno. Evidentemente, na prática comum da engenharia, poder-se-ia admiti-la, mas nunca na pesquisa em curso.

Devido aos fatos acima, optou-se por modelar toda a caixa em elementos finitos. Por outro lado, a modelagem de toda a caixa, virá facilitar em muito a escolha de pontos para colocação de extensômetros com vistas a melhor comparação possível dos resultados e máxima confiança nos mesmos.

6.4.2. Análise em Flexão

Conforme descrito no item 4.5, o carregamento em flexão do modelo, exige as seguintes condições de contorno e carregamento, como mostrado na figura 6.9.

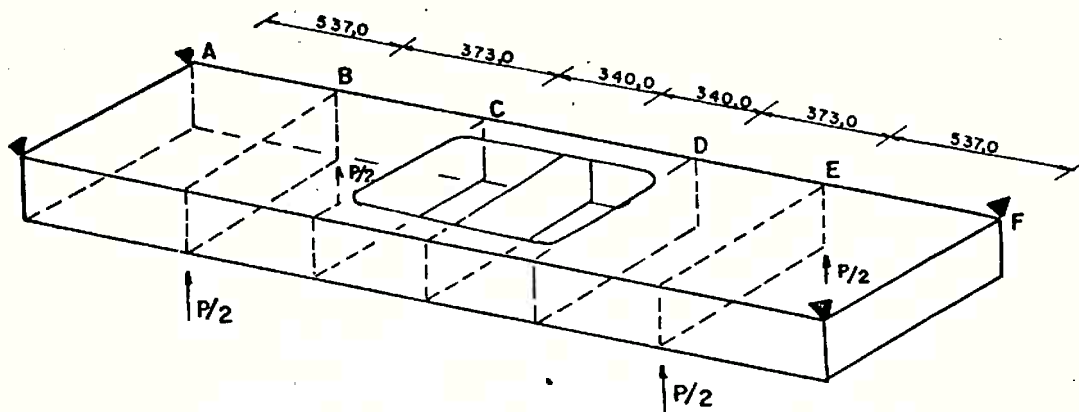


Figura 6.9. Esquema das condições para análise em flexão

Conforme a figura 6.9, nos diafragmas extremos da caixa, foram apoiados os quatro cantos, e aplicou-se o carregamento P , uma vez em cada diafragma reforçado intermediário entre extremos e início da abertura, sendo $P/2$ para cada ponto no qual que representa a interseção das laterais do modelo, com o diafragma. Desta forma, entre os diafragmas B e E, teremos uma região de momento fletor constante. Para esta análise, seria possível o uso da dupla simetria da caixa com razoável economia, porém, como o modelo já estava montado para a análise em torção, ficou mais econômico aproveitar este modelo do que preparar outro.

6.5. Resultados das análises por elementos finitos

Os resultados das análises de torção e flexão por elementos finitos, estarão mostradas no Capítulo 8, quando serão feitas as comparações de resultados.

6.6. *Considerações sobre a teoria dos elementos finitos utilizados na análise*

6.6.1. *Elemento tipo BEAM*

O elemento BEAM, é um dos elementos mais simples utilizados para análise estrutural por computador, tendo uma matriz de rigidez correspondente aos seis graus de liberdade em cada ponto nodal, com base na equação 6.1, ou de (15), (16), (17), (19) e (20):

$$[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dV \quad (6.1)$$

onde temos

$[B]$ - matriz que representa a função de forma do elemento, definida como

$$[B] = [\phi'] [\phi_0]^{-1} \quad (6.2)$$

sendo

$[\phi']$ - matriz que representa as deformações para cada deslocamento nodal;

$[\phi_0]$ - matriz que representa para o elemento, as funções de forma para os pontos nodais, funções estas derivadas das hipóteses do comportamento do elemento quando submetido a esforços nodais;

$[D]$ - matriz elasticidade, definida da compatibilização da lei de Hook.

A matriz $[K]$, resultante de (6.1), para um elemento de viga no espaço, \bar{e} de dimensão (12×12) .

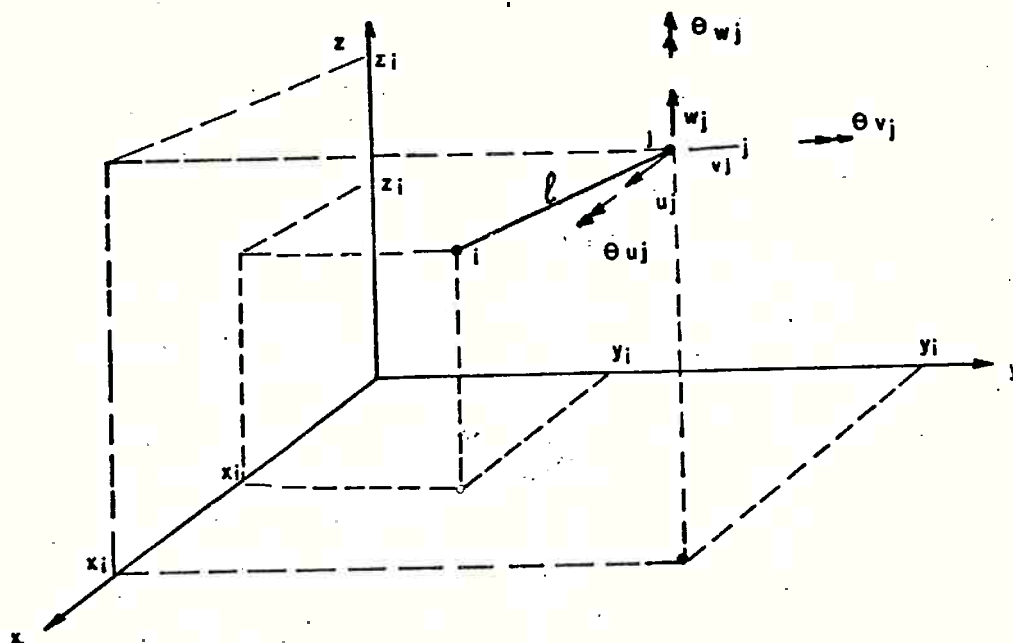


Figura 6.10. Elemento tipo BEAM, coordenadas e deslocamentos nodais

6.6.2. Elemento tipo SHELL

O elemento tipo SHELL, utilizado pelo programa EASE 2, \bar{e} um elemento triangular, com cinco deslocamentos por ponto nodal, permitindo assim a associação dos efeitos de membrana (Estado plano de tensão ou deformação) aos efeitos de flexão. A equação de definição de sua matriz de rigidez, continua sendo a (6.1), com as mesmas definições de cada parcela.

Para a formação da matriz $[B]$, parte-se dos seguintes deslocamentos nodais, conforme (16), (17) e (20).

$$[\delta]_i = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \omega_i \\ \theta_{vi} \\ \theta_{mi} \end{Bmatrix} \quad (6.3)$$

Na figura 6.11, temos a configuração do elemento tipo SHELL, e os seus deslocamentos para o nó i .

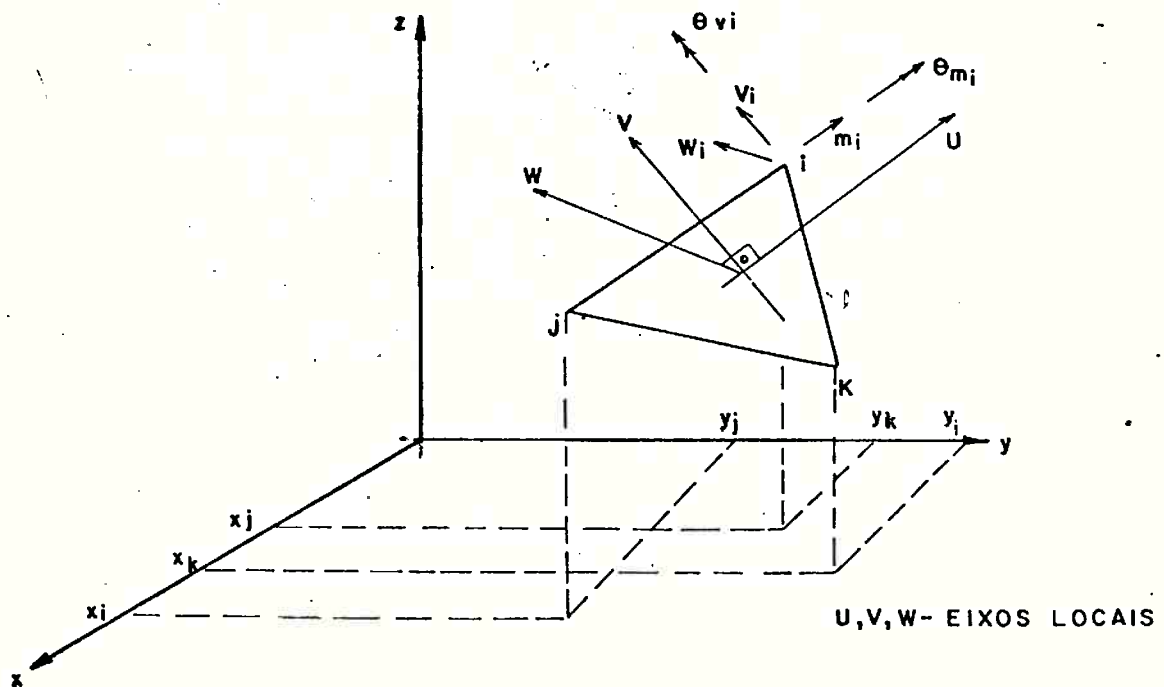


Figura 6.11. Deslocamentos no elemento tipo SHELL

O deslocamento ω_i , tem parcela que é função do movimento de corpo rígido do elemento na estrutura. A função de forma ao longo do elemento sem efeito de corpo rígido, considerando:

$$\omega_i = \omega_j = \omega_k = 0 \quad (6.4)$$

ficará sendo:

$$\omega^* = F_{x_i} \theta_{x_i}^* + F_{y_i} \theta_{y_i}^* + F_{x_j} \theta_{x_j}^* + F_{y_j} \theta_{y_j}^* + F_{x_k} \theta_{x_k}^* + F_{y_k} \theta_{y_k}^* \quad (6.5)$$

As funções F_{x_i}, \dots, F_{y_k} são impostas para cada n̄o, usando-se o método do deslocamento unitário para cada n̄o, considerando-se os demais fixos.

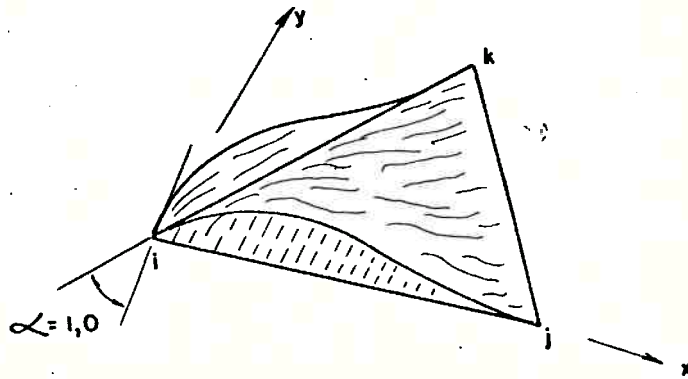


Figura 6.12. Esquema para configuração da matriz de forma

Na figura 6.12, temos a aplicação no n̄o i, de uma rotação unitária, que pode ser caracterizada como

$$\frac{\partial F_{x_i}}{\partial y} = -1 \text{ para o n̄o } i$$

$$\frac{\partial F_{x_i}}{\partial y} = 0 \text{ para os n\u00f3s } j \text{ e } k \quad (6.6)$$

$$\frac{\partial F_{x_i}}{\partial x} = 0 \text{ para os n\u00f3s } i, j \text{ e } k$$

As fun\u00e7\u00f5es F_{x_i}, \dots, F_{y_k} podem ser escritas na forma quadr\u00e1tica, ou para F_{x_i} :

$$F_{x_i} = (y_1 - y_2) \left[L_i^2 L_j + \frac{1}{2} L_i L_j L_k \right] + (y_1 - y_3) \left[L_i^2 L_k + \frac{1}{2} L_i L_j L_k \right] \quad (6.7)$$

sendo:

$$\begin{aligned} L_i &= \frac{A_i}{\Delta} \\ L_j &= \frac{A_j}{\Delta} \\ L_k &= \frac{A_k}{\Delta} \end{aligned} \quad (6.8)$$

$$\Delta = \frac{1}{2} \det \begin{bmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_k & y_k \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

Os valores A_i, A_j e A_k , s\u00e3o as \u00e1reas internas definidas por um ponto G no centro geom\u00e9trico do elemento, ou conforme a figura 6.13.

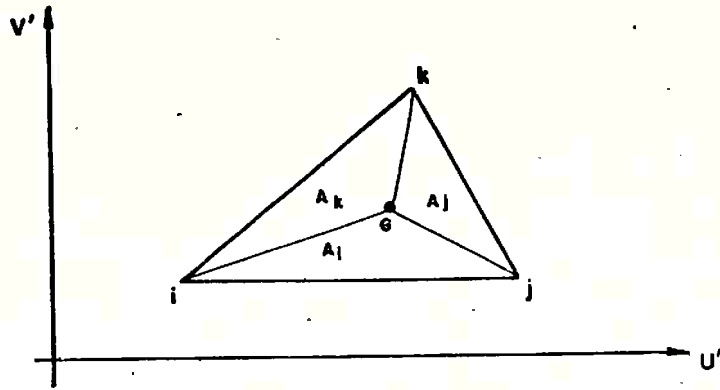


Figura 6.13. Áreas internas do elemento triangular

Quando usa-se o elemento quadrilátero, é assumida a formação de quatro elementos triangulares, conforme a figura 6.14. e depois de calculada a matriz para cada elemento triangular isoladamente é feita a condensação da matriz para o elemento quadrilátero.

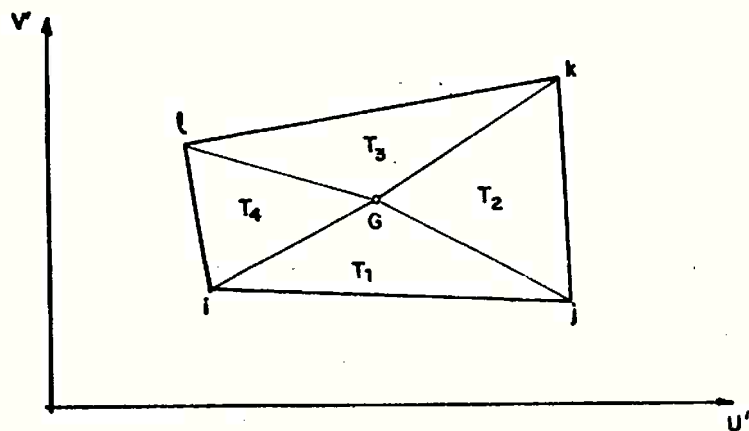


Figura 6.14. Subdivisão do elemento quadrilátero

7. ANÁLISE EXPERIMENTAL NO MODELO

7.1. *Aspectos Gerais*

Os testes experimentais consistiram na colocação de extensômetros elétricos em vários pontos do modelo, e medidas das deformações em dois tipos de testes:

- Torção, com carregamentos e condições de contorno exatamente idênticas as mostradas no item 6.4.1;
- Flexão, com carregamentos e condições de contorno exatamente idênticas as mostradas no item 6.4.2.

Os extensômetros, foram posicionados após as análises por elementos finitos, procurando-se assim os melhores pontos para comparação dos resultados. Isto deve-se principalmente ao fato que os resultados das análises por elementos finitos, são fornecidos em pontos discretos face a modelagem necessária da caixa.

Na Figura 7.1, temos a disposição dos oitenta e quatro extensômetros utilizados para os testes. As rosetas foram posicionadas, conforme a Figura 7.1, nos cantos da abertura com o objetivo de controlar as máximas tensões nos testes, pois os resultados por elementos finitos indicaram estes locais como mais solicitados.

DENOMINAÇÃO DOS REFORÇADORES																																						
																A	B																					
E8																			(94)(84)	(105)	57	74	64		(85)	(100)	(29)	25	165	19								
E12																																						
E11																																						
E10																																						
E9																																						
E7																																						

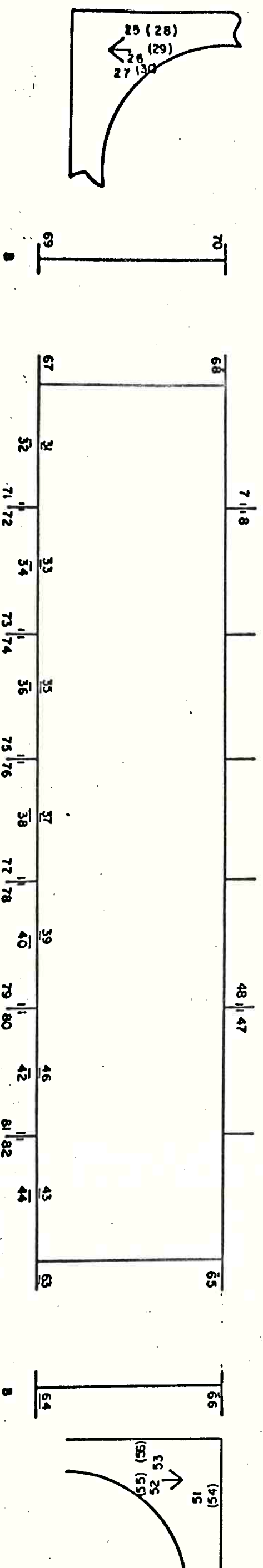


Figura 71 - DISPOSIÇÃO DOS EXTENSÔMETROS

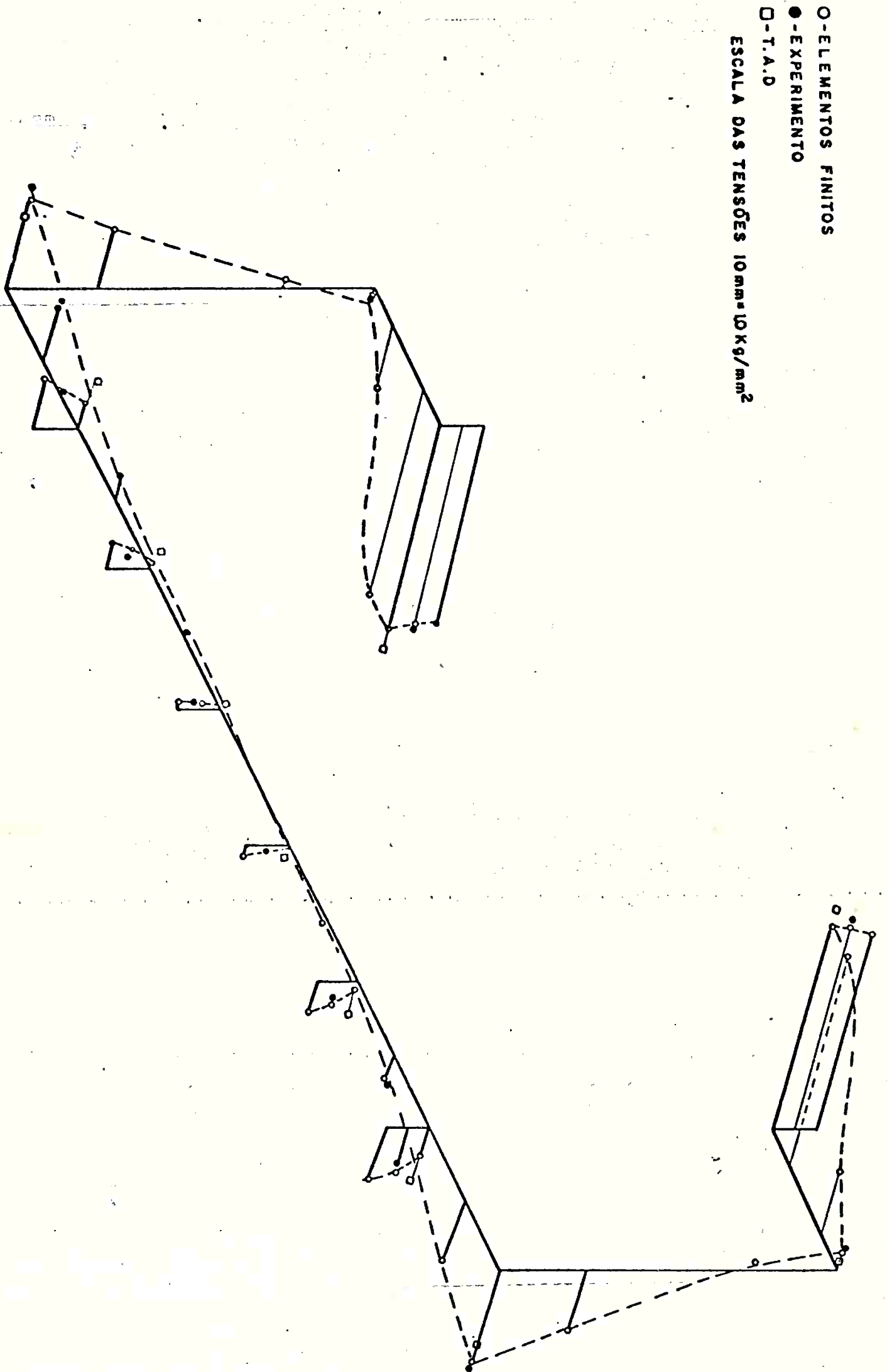


Figura 8.1 TENSÕES NA SEÇÃO A 850 mm DA EXTREMIDADE
 CARREGAMENTO DE TORÇÃO

- para todos os extensômetros coladas na mesma posição em lados opostos nas chapas do modelo, estabeleceu-se a média das tensões. Este procedimento visa a eliminar os efeitos de flexão ou instabilidade local nos pontos instrumentados, pois as chapas que constituem o modelo são muito finas;
- os resultados pela teoria de Argyris e Dunne, conforme mostrados no Anexo C, foram posicionados (somente os valores relativos as tensões normais σ) na figura 8.1, multiplicados por $750,0 \times 10^6$, pois estes resultados são referentes a um torque unitário, conforme estabelecido no programa de computador.

Na figura 8.2, gráfico a), estão mostradas as tensões normais σ ao longo do reforçador mais instrumentados por extensômetros elétricos, conforme figura 7.1, que acompanha a abertura no mesmo critério estabelecido para a figura 8.1. Acrescentou-se neste gráfico, as tensões medidas por extensômetros no reforçador oposto, que devido a anti-simetria terá também valores positivos.

Para comparação das tensões de cisalhamento, recorremos a tabela 8.1 e figura 8.3, pois não foram medidas tensões de cisalhamento nas chapas, nos testes de torção, logo a comparação fica entre a teoria de Argyris e Dunne e a análise por elementos finitos.

7.2. Equipamento utilizado para os Testes

De acordo com a Figura 7.1, foram colocados se tenta e dois extensômetros uniaxiais, com as seguintes características:

- Marca = Micro-Measurements;
- Tipo = EA-13-250BG-120;
- Resistência = $120,0 \pm 0,3\%$ OHMS;
- Fatos a 75°F = $2,05 \pm 0,5\%$;
- Coeficiente de Dilatação = $13,0\text{PPM}/^{\circ}\text{F}$.

Mais quatro rosetas, totalizando 12 canais, foram posicionadas conforme Figura 7.1, com as seguintes características:

- Marca = Kyowa;
- Tipo = KFC-5-017-23;
- Resistência = $119,5 \pm 0,6$ Ohms;
- Fator a 24°C = $2,17 \pm 1,0\%$;
- Coeficiente de dilatação = $23,4\text{PPM}/^{\circ}\text{C}$

Para medida das deformações, foi utilizado o equipamento descrito abaixo, todos de fabricação da Vishay Instruments, ou

Indicador de deformações:

- Tipo = V/E 20A;
- Capacidade = $\pm 199,900.0$ micro strain (μS);
- Precisão = $\pm 0,05\%$;
- Sensibilidade = 0,6 a $30\mu S$.

Modulos de conexão, calibração e balanço de re
sistências:

- Tipo = V/E 24L;
- Capacidade = 10 canais/módulo.

Foram usados ainda um controlador de leitura e uma impressora, permitindo assim leituras automáticas para cada carregamento.

Para medida das cargas aplicadas, foram utilizadas duas células de carga, com capacidade até 5000kg, sendo efetuada sua leitura por intermédio de um sistema amplificador de sinais em volts, o que permitiu a leitura separada das células de carga com relação aos extensômetros.

O principio de funcionamento dos extensômetros elétricos, é o da resistência variável por dilatação (ou encurtamento). Como estão colados ao material base (no caso, as chapas do modelo), os extensômetros medirão a alongação deste material, para um valor médio referente ao tamanho da sua base, ou conforme a Figura 7.2

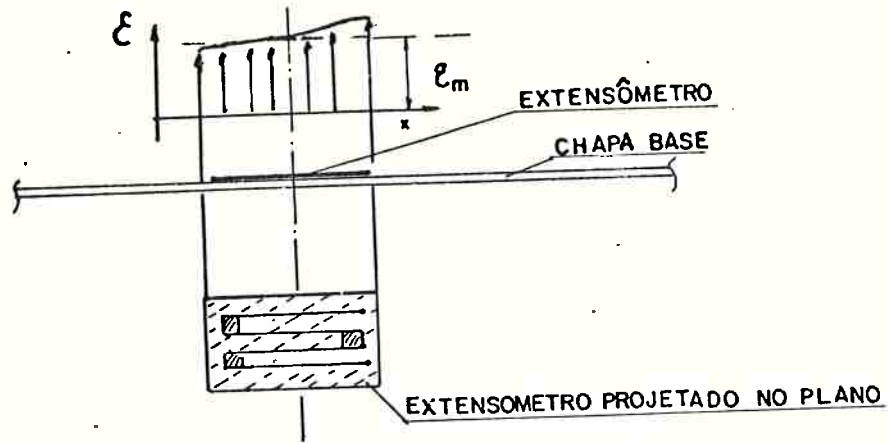


Figura 7.2. A Deformação Média Medida pelo Extensômetro.

O princípio básico de medida da deformação consiste no uso da ponte de "Wheatstone", onde conforme a Figura 7.3, temos:

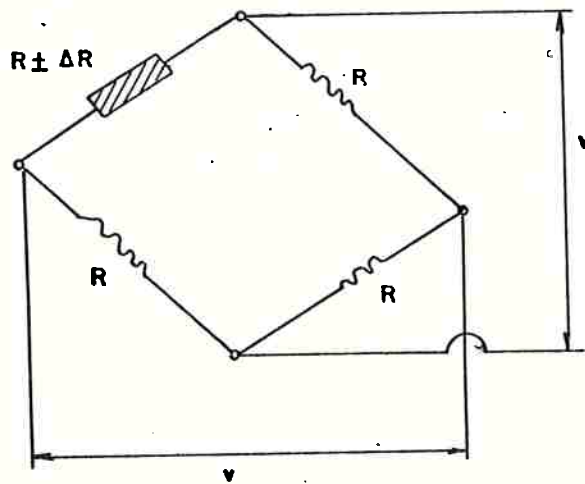


Figura 7.3. Ponte de "Wheatstone".

Na Figura 7.3 considerando o equilíbrio para o valor da resistência R (igual a resistência do extensômetro) te remos:

$$U = \frac{\pm \Delta R}{2(2R + \Delta R)} \cdot V \quad (7.1)$$

e sendo, $2R \gg \Delta R$:

$$U = \pm \frac{V}{4} \frac{\Delta R}{R} \quad (7.2)$$

Como o valor $\frac{\Delta R}{R}$ é influenciado pelas variações de resistividade elétrica devido a mudança de seção do fio que compõem o extensômetro, a voltagem de saída será:

$$U = \pm \frac{E}{4} K \epsilon \quad (7.3)$$

onde:

- K = fator do extensômetro elétrico;
- ϵ = deformação sofrida pelo material base ou extensômetro.

O indicador de deformação, de acordo com a calibração dos parâmetros R e K , fornece diretamente a deformação média sofrida no ponto em que foi colado o extensômetro.

7.3. Dispositivos e Esquemas usados para o Teste de Torção

Para o teste de torção, seguindo o esquema adotado para a análise por elementos finitos, conforme item 6.4.1, com o uso de cavaletes de aço, um atuador hidráulico e célula de carga

ga (ver fotos 1,2e3), montou-se de acordo com a Figura 7.3 o teste de torção.

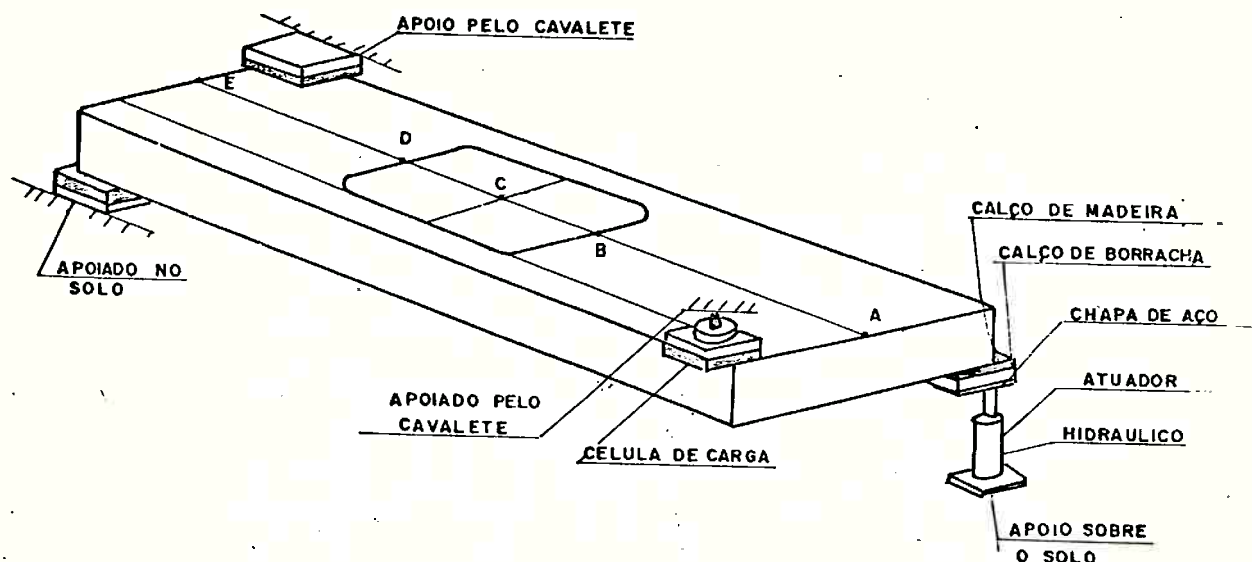


Figura 7.4 Montagem do teste em torção.

Na Figura 7.4, é mostrado a montagem do teste em torção, notando-se que para distribuir a carga nos cantos usou-se um calço de madeira e um calço de borracha (madeira de 50,0mm de espessura e aborracha com 25,0mm de espessura). Para aplicação da carga pelo atuador hidráulico sobre os calços de madeira e borracha, usou-se uma chapa em aço com espessura de 16,0mm.

Carregou-se a caixa até o valor máximo de 1000,0kg, fazendo-se medidas a cada 100,0kg para verificar-se a linearidade das tensões. Para cada medida, era efetuado também medições

do ângulo de torção, com o auxílio de um transferidor de nível com bolha, ao longo da caixa nos pontos A, B, C, D e E.

Na montagem do atuador e da célula de carga, procurou-se o melhor alinhamento dos centros com relação aos cantos da caixa, para que o momento torçor aplicado fosse o mais próximo possível do utilizado em elementos finitos.

7.4. Dispositivos e Esquemas Usados para o Teste de Flexão

Como no teste de torção, procurou-se neste teste seguir também as mesmas condições utilizadas para a análise dos elementos finitos, conforme item 6.4,2, com o uso de dois atuadores hidráulicos interligados por uma única bomba, duas células de carga e peças adequadas para apoio nas extremidades do modelo. Na Figura 7.5, temos o esquema utilizado (ver também Fotos 6, 7 e 8).

Na Figura 7.5, temos a disposição dos equipamentos para os testes em flexão, onde foram usados os mesmos tipos de calços de madeira com borracha dos testes em torção, sendo a carga P , aplicada no centro de uma cantoneira em aço, que distribui a carga em dois calços laterais, posicionados no encontro da lateral da caixa com o diagrama (ver Foto 8).

Como carregamento, aplicou-se cargas pelos dois atuadores, medindo-se o valor em cada célula de carga e procurando manter o mais próximo possível a carga de cada atuador. O

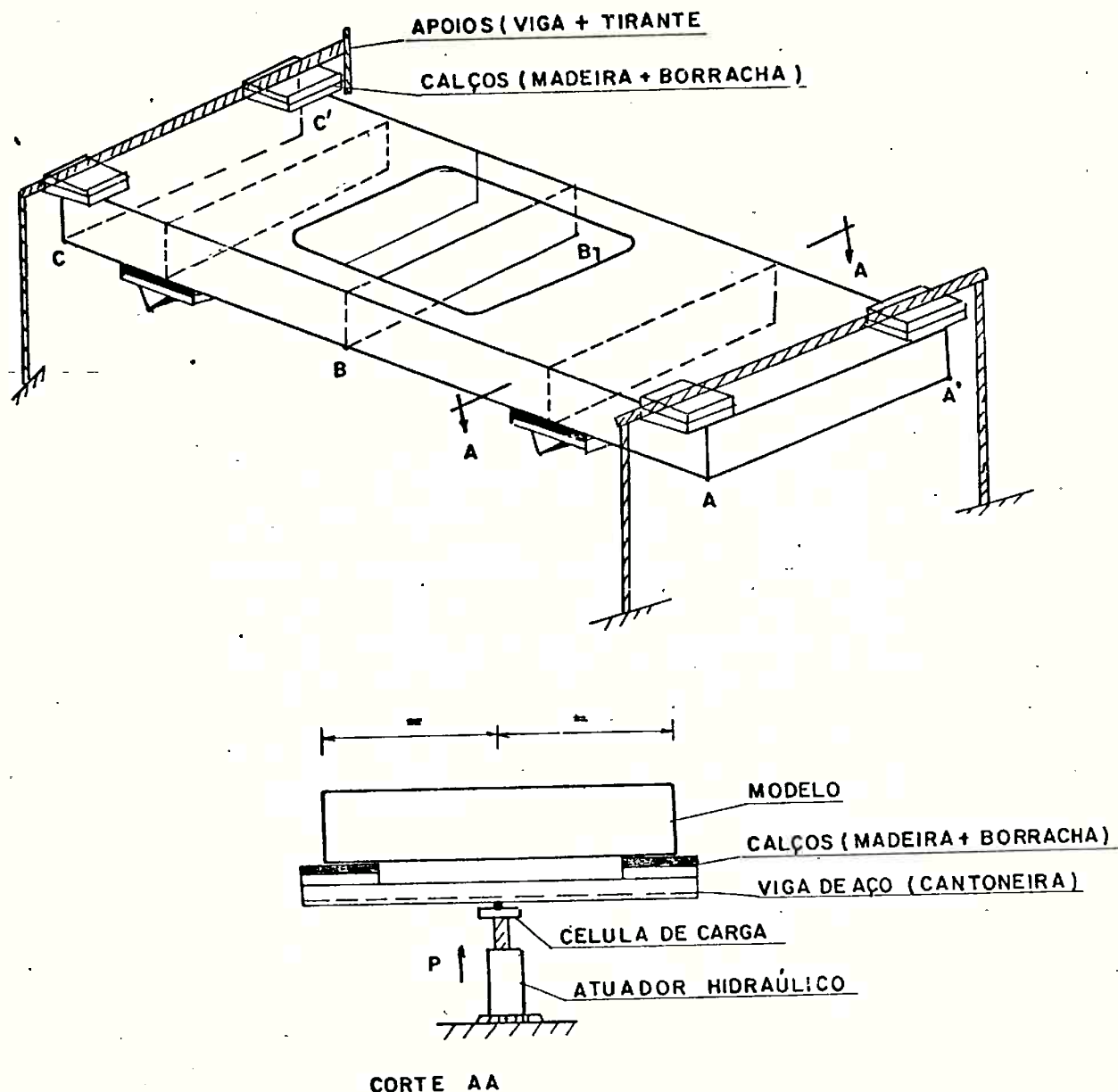


Figura 7.5. Montagem do Teste em Flexão

valor máximo no carregamento em flexão foi de 2000,0kg por atuador, com variação de 200,0kg em 200,0kg, para verificação da linearidade das tensões.

Foram medidas, por meio de relógios comparadores as deflexões nos pontos A, A', B, B', C e C' conforme mostrado na Figura 7.5.

7.5. Resultados dos Testes

7.5.1. Resultados do Teste em Torção

A Tabela 7.1, mostra para o binário relativo a carga P de 1000,0kg, os valores das tensões para cada extensômetro ou canal, de acordo com a Figura 7.1.

Tabela 7.1 - Tensões medidas no teste de torção

CANAL	σ (kg/mm ²)	CANAL	σ (kg/mm ²)	CANAL	σ (kg/mm ²)	CANAL	σ (kg/mm ²)
1	1,83	22	- 7,43	43	1,83	64	- 3,15
2	1,94	23	- 5,92	44	1,80	65	- 0,68
3	3,82	24	- 5,45	45	- 5,85	66	0,93
4	3,79	25	8,61	46	- 5,80	67	- 2,98
5	5,07	26	0,73	47	- 5,46	68	0,23
6	5,06	27	- 1,84	48	- 6,84	69	3,04
7	5,04	28	12,67	49	- 5,60	70	- 0,89
8	6,65	29	4,29	50	- 5,14	71	- 1,13
9	5,67	30	- 1,81	51	- 1,64	72	- 1,11
10	5,37	31	- 1,28	52	7,80	73	+ 0,38
11	4,80	32	- 1,68	53	5,18	74	- 0,19
12	4,39	33	- 0,77	54	2,31	75	0,10
13	3,12	34	- 0,57	55	-24,69	76	0,25
14	3,23	35	- 0,23	56	-10,59	77	- 0,08
15	- 0,33	36	- 0,26	57	5,56	78	- 0,05
16	- 0,22	37	- 0,01	58	5,39	79	0,34
17	- 4,81	38	- 0,03	59	4,85	80	0,29
18	- 4,97	39	- 0,02	60	6,55	81	1,06
19	- 5,80	40	0,53	61	5,80	82	0,97
20	- 5,48	41	0,18	62	4,69	83	—
21	- 5,47	42	1,03	63	2,87	84	—

Conforme os valores da Tabela 7.1, as quatro rosetas colocadas nos cantos da abertura, resultaram as tensões máximas, que estão na Tabela 7.2.

Tabela 7.2. Tensões Máximas nas Rosetas.

CANAIS	σ_1 (kg/mm ²)	σ_2 (kg/mm ²)	τ_{\max} (kg/mm ²)
R1 25,26,27,28, 29 e 30	10,22	2,40	3,92
R2 51,52,53,54, 55 e 56	2,90	-6,29	4,60

7.5.2. Resultados do teste em flexão

A Tabela 7.3, mostra para a carga P de 2000,0kg, aplicada conforme a Figura 7.4, os resultados das tensões obtidas para cada extensômetro ou canal.

Tabela 7.3 - Tensões medidas no teste de flexão

CANAL	$\bar{\sigma}$ (kg/mm ²)	CANAL	$\bar{\sigma}$ (kg/mm ²)	CANAL	$\bar{\sigma}$ (kg/mm ²)	CANAL	$\bar{\sigma}$ (kg/mm ²)
1	3,88	22	6,85	43	- 2,64	64	- 3,22
2	4,01	23	6,35	44	- 1,58	65	5,14
3	6,18	24	5,82	45	5,75	66	5,06
4	6,14	25	6,99	46	6,25	67	- 3,68
5	6,15	26	- 0,95	47	7,05	68	5,10
6	5,90	27	- 0,67	48	5,95	69	- 2,12
7	6,85	28	10,50	49	7,05	70	4,82
8	6,05	29	1,94	50	6,75	71	- 3,39
9	7,12	30	- 1,83	51	- 0,73	72	- 3,39
10	6,55	31	- 2,65	52	1,79	73	- 2,59
11	8,05	32	- 2,69	53	- 1,52	74	- 2,46
12	7,85	33	- 1,55	54	- 0,41	75	- 2,37
13	7,37	34	- 2,94	55	5,12	76	- 2,08
14	6,83	35	- 1,62	56	0,66	77	- 2,38
15	6,24	36	- 2,33	57	6,65	78	- 2,33
16	6,94	37	- 1,30	58	7,00	79	- 2,50
17	7,98	38	- 2,18	59	6,95	80	- 2,53
18	8,03	39	- 2,54	60	6,05	81	- 2,78
19	6,93	40	- 2,29	61	6,35	82	- 2,66
20	7,05	41	- 1,63	62	5,85	83	0,54
21	6,35	42	- 2,38	63	- 2,32	84	0,81

Na Tabela 7.4, temos os valores correspondentes as rosetas colocados nos cantos da abertura, ou:

Tabela 7.4. Tensões Máximas nas Rosetas.

CANAIS	σ_1 (kg/mm ²)	σ_2 (kg/mm ²)	τ_{\max} (kg/mm ²)
25,26,27,28, 29 e 30	9,14	2,62	3,22
51,52,53, 54 e 56	4,68	-1,453	2,62

8. COMPARAÇÕES DOS RESULTADOS

8.1. *Esquema adotado*

Para comparação dos resultados, obtidos dos cálculos pela teoria de Argyris e Dunne das análises por elementos finitos e dos testes com o modelo, adotaremos o esquema de comparar as tensões obtidas por meio de gráficos, nas regiões do modelo onde foram posicionados os extensômetros elétricos. Os ângulos medidos nos testes de torção e as deflexões obtidas dos testes em flexão serão comparados somente com os resultados das análises por elementos finitos.

8.2. *Comparação dos resultados para o modelo em torção*

Na figura 8.1, na seção da região aberta da caixa, logo após o diafragma (a 850mm da extremidade da caixa) estão colocados os valores obtidos nos cálculos, testes e análises. Os valores obtidos por elementos finitos, foram plotados com relação ao centro dos elementos, tanto do tipo BEAM com tipo SHELL, e unidos por uma linha tracejada, para obter-se uma idéia da distribuição de tensões.

Como valores discretos, em alguns pontos somente, foram colocados os valores obtidos pelos extensômetros elétricos e pela teoria de Argyris e Dunne, adotando-se critério seguinte:

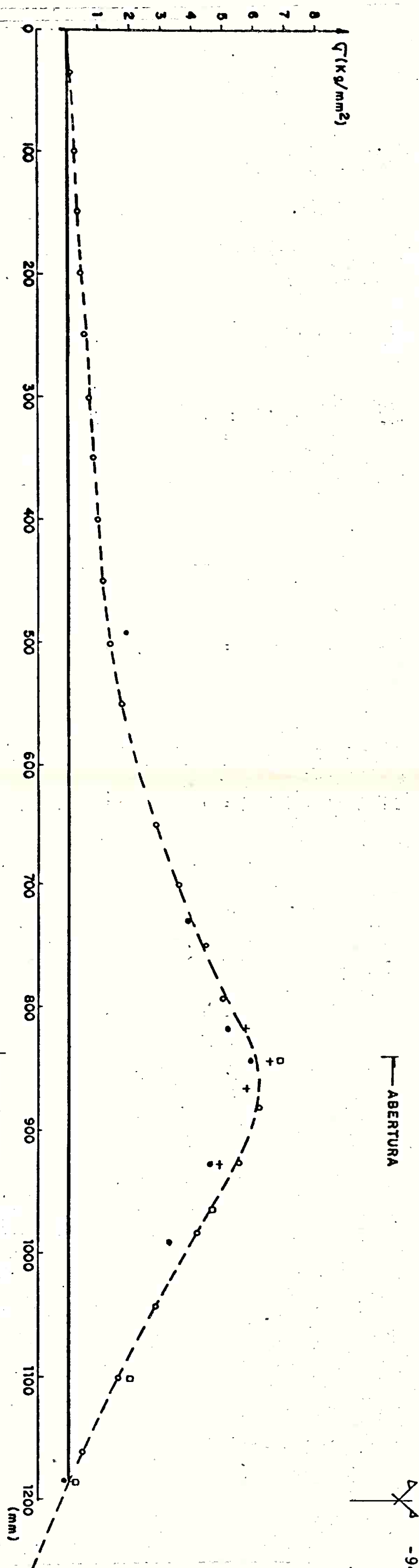


Figura 8.2a) TENSÕES NO REFORÇADOR E7 - TORÇÃO

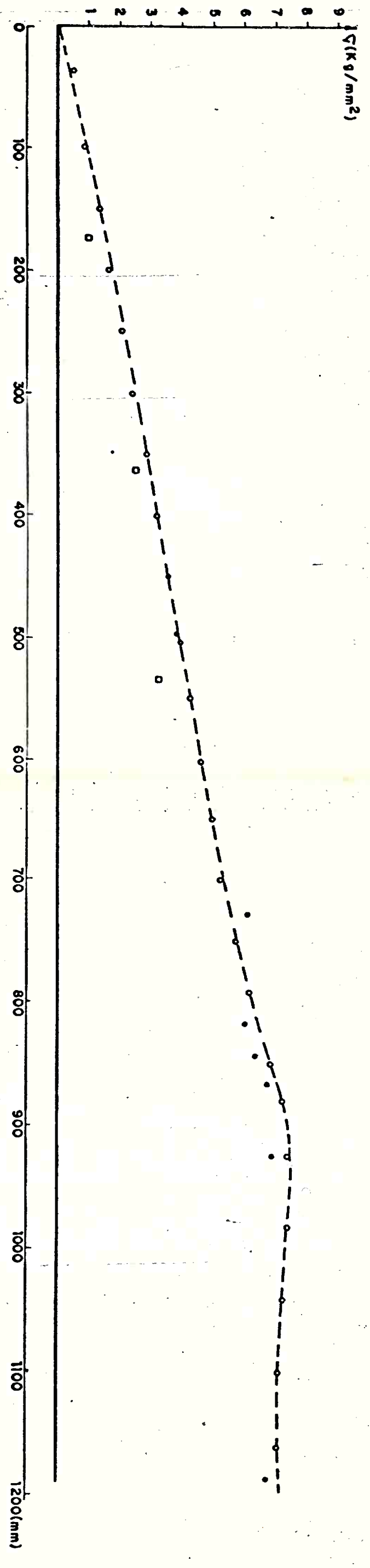


Figura 8.2b) TENSÕES NO REFORÇADOR E7 - FLEXÃO

- ELEMENTOS FINITOS
- EXPERIMENTAL
- (+) EXPERIMENTAL NO REFORÇADOR E8
- TEORIA DE ARGYRIS E DUNNE

Figura 8.2 TENSÕES NOS REFORÇADORES AO LONGO DA ABERTURA

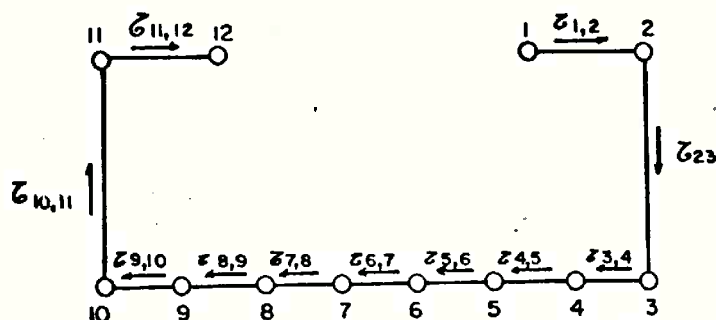


Figura 8.3. Disposição das chapas para comparação das Tensões de cisalhamento.

Tabela 8.1. Comparação das tensões de cisalhamento

Posição da Chapa	Argyris e Dunne τ (kg/mm ²)	Elementos Finitos τ (kg/mm ²)	Δ (%)
1 - 2	4,730	4,656	+ 1,6
2 - 3	3,234	3,261	- 0,9
3 - 4	1,386	1,320	+ 5,0
4 - 5	1,070	0,973	+10,0
5 - 6	0,783	0,824	- 4,8
6 - 7	0,764	0,780	- 2,1
7 - 8	0,783	0,824	- 4,8
8 - 9	1,068	0,973	+ 9,7
9 - 10	1,392	1,320	+ 5,4
10 - 11	3,230	3,261	- 1,0
11 - 12	4,735	4,656	+ 1,70

Na tabela 8.2, temos as comparações dos ângulos de torção, medidos em cinco pontos ao longo da caixa, conforme

figura 7.4, entre os resultados da análise por elementos finitos e os testes de torção.

Tabela 8.2. Comparação dos ângulos em torção

LOCAL	Ângulo Medido	Ângulo por Elementos Finitos	Δ (%)
A	0,92°	1,03°	+ 12,0
B	0,58°	0,75°	+ 29,3
C	0,48°	0,55°	+ 15,0
D	0,32°	0,33°	+ 3,1
E	0,0°	0,0°	—

8.3. Comparação dos resultados para o modelo em flexão

Na figura 8.4, na seção da região aberta da caixa, logo após o diafragma (a 850mm da extremidade da caixa) estão colocados os valores obtidos nos testes de flexão e análise por elementos finitos. Com relação as medidas dos extensômetros elétricos, seguiu-se o mesmo esquema apresentado no item 8.1. Como já foi discutido no item 5.3, para a comparação das tensões na região de momento fletor constante não é possível calcular pela teoria de Argyris e Dunne, ficando assim a comparação somente entre os testes e análise por elementos finitos. Já, para a região de momento fletor variando linearmente, é possível o cálculo pela teoria de Argyris e Dunne, quando de acordo com os resultados no Anexo C e o gráfico b) da figura 8.2 é efetuada a comparação.

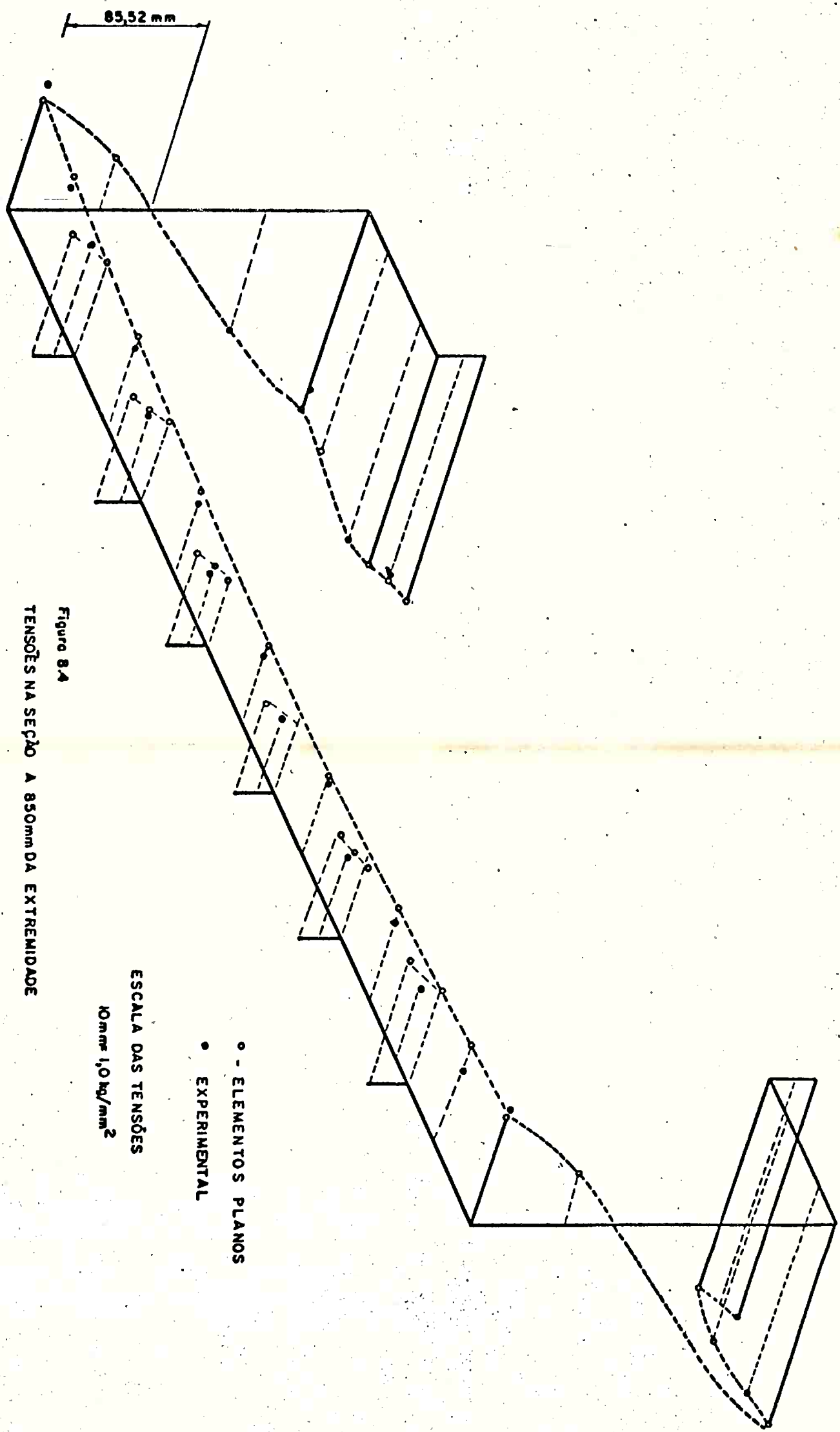


Figura 8.4
 TENSÕES NA SEÇÃO A 850mm DA EXTREMIDADE
 CARREGAMENTO DE FLEXÃO

ESCALA DAS TENSÕES
 10mm = 1,0 kg/mm²

○ - ELEMENTOS PLANOS
 ● - EXPERIMENTAL

Nas figuras 8.5a) e 8.5b), estão colocados os valores das tensões obtidas pela teoria de Argyris e Dunne e análise por elementos finitos, em dois reforçadores da parte superior do modelo, que terminam na abertura.

As deflexões medidas nos testes, serão comparadas, conforme Tabela 8.3, somente com os resultados obtidos das análises por elementos finitos, nos pontos A, A', B, B' e C, C', posicionados conforme a figura 7.4. Para esta comparação, determinou-se inicialmente os deslocamentos relativos entre os pontos B e B', e os pontos dos extremos da caixa, sendo determinado o valor médio exatamente no centro da caixa.

Tabela 8.3. Comparação das flexões.

L O C A L	Medido no Teste (mm)	Calculado por Elementos Finitos (mm)	Δ (%)
Meio da Caixa	5,47	4,81	- 12,1

9. AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

9.1. *Resultados relativos a torção*

Os resultados apontados no capítulo 8, relativos à torção, mostraram uma grande compatibilidade entre si. A distribuição de tensões apresentada na figura 8.1, para uma seção da caixa na região da abertura, quando da aplicação da torção mostram valores extremamente próximos.

Aceitando que os resultados experimentais sempre traduzem um comportamento real, sendo evidente que este comportamento depende dos cuidados e equipamentos usados, podemos dizer que os resultados oferecidos pela teoria de Argyris e Dunne, são confiáveis.

No gráfico a) da figura 8.2, onde foram calculados pela teoria de Argyris e Dunne as tensões somente na região da abertura, nota-se uma pequena discrepância para os valores intermediários, do início da abertura até o centro da caixa, devendo-se principalmente as funções G_Q conforme item 2.4.6, que definidas a partir de modelos simples (cilindros de seção uniforme) não representam corretamente a variação das tensões ao longo do reforçador, como para o modelo em análise. As tensões de cisalhamento, calculadas por Argyris e Dunne e por elementos finitos, conforme mostrados na Tabela 8.1 apresentaram um desvio

percentual muito pequeno, mostrando assim o bom comportamento da teoria em estudo. Por outro lado, s̄o foi constatada instabilidade por cisalhamento, nas chapas 1-2 conforme figura 8.3, quando de uma carga de torç̄ao superior a 1100,0kg (t̄odos os resultados apresentados em torç̄ao s̄ao referentes a carga de 1000,0kg). Conforme o valor m̄aximo em cisalhamento e de acordo com a tabela 8.1, na chapa 1-2, podemos concluir que esta trabalhou nos testes como parcialmente engastada pelos c̄alculos abaixo.

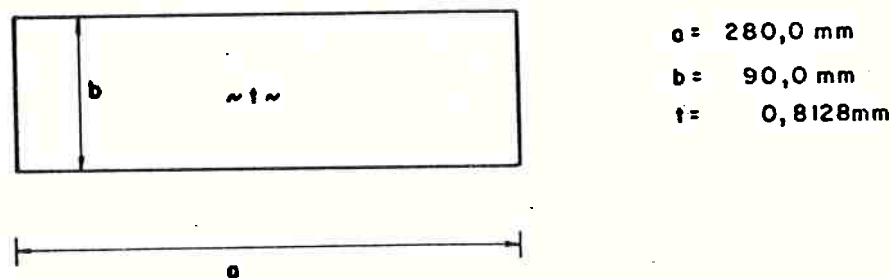


Figura 9.1. Esquema da chapa 1-2

Usando (8), podemos escrever:

$$\bar{\tau}_c = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left[\frac{t}{b} \right]^2 \quad \text{sendo}$$

$$E = 7400,0 \text{ kg/mm}^2$$

k = coeficiente tirado de (8), onde:

$$k = 5,34 + 4 \left[\frac{b}{a} \right]^2; \text{ para chapas apoiadas;}$$

$$k = 8,98 + 5,6 \left[\frac{b}{a} \right]^2; \text{ para chapas engastadas}$$

$$\bar{\tau}_c(\text{apoiada}) = 3,14 \text{ kg/mm}^2$$

$$\bar{\tau}_c(\text{engastada}) = 5,21 \text{ kg/mm}^2$$

Conforme a tabela 8.1, o valor máximo da tensão de cisalhamento, para a carga de 1100,0kg (início de instabilidade) é de:

$$\tau_{1.2} \approx 1,1 \times 4,73 = 5,20 \text{ kg/mm}^2$$

O valor acima, extrapolado do valor da tabela 8.1, é praticamente igual ao valor teórico obtido para a chapa engastada. Evidentemente o início real de instabilidade, talvez invisível a olho nũ durante os ensaios, tenha se dada a cargas menores (950,0 ou 1000,0kg), porém visualmente sũ foi constatada apũs 1100,0kg. Devemos acrescentar ainda, que apũs a primeira sobrecarga (ou apũs passar de 1100,0kg) a chapa se acomodou nos rebites e posteriormente com cargas ligeiramente menores (900,0 - 950,0kg) devido as deflexões residuais, apresentou efeitos de instabilidade. Nas fotos 1 a 8 do Anexo C, temos na foto 4, uma visũo do efeito de instabilidade na chapa ao lado da abertura.

Os ângulos de torçũo, medidos nos testes e calculados por elementos finitos e conforme colocados na tabela 8.2, mostram um equilĩbrio no comportamento do modelo testado e a análise por elementos finitos, com a diferença mēdia de 15%, podendo em parte ser atribuida ao sistema de medida utilizado, um

transferidor de nível de bolha com precisão de 5'.

9.2. Resultados relativos a flexão

Os testes em flexão foram efetuados com o intuito de acrescentar mais informações sobre o modelo, porém não representam o escopo principal do trabalho. Os resultados são apresentados na figura 8.4, para a região da abertura sob a condição de momento fletor constante, comparando os resultados dos testes em flexão e análise por elementos finitos.

Os resultados mostrados no gráfico b) da figura 8.2 e os gráficos das figuras 8.5a) e 8.5b), quando da comparação dos resultados da teoria de Argyris e Dunne, para a parte fechada da caixa com os resultados obtidos por elementos finitos, apresentaram certas discrepâncias. Nota-se principalmente na figura 8.6, a diferença na distribuição de tensões, na seção a 530mm da extremidade sob o efeito de "shear-lag", e a tendência dos reforçadores que terminam na abertura apresentarem pela teoria de Argyris e Dunne valores mais altos de tensões. Isto é devido ao modelo de cálculo usado para a teoria de Argyris e Dunne, que não levou em conta que os reforçadores centrais da parte superior do modelo, tem tensões σ nulas na abertura e logicamente a seção considerada como engaste, não é um engaste perfeito.

As deflexões nos testes de flexão e análise por

elementos finitos, conforme mostrado na tabela 8.3, podem ser consideradas boas, pois um modelo construído com chapas rebita-
das, sempre oferece escorregamento entre as chapas, que nos mo
delos de cálculo não pode ser considerado.

9.3. Custos de cada Método

Como foi preconizado no capítulo 1, um dos grandes interesses no estudo e aplicação da teoria de Argyris e Dun-
ne (1), vem a ser a economia possível de ser obtida, nos custos
de análises de estruturas constituídas de chapas finas com re
forçadores, com descontinuidades.

Ao longo de todo o trabalho, os custos de tempo
de máquina foram sendo anotados, e neste caso podemos apresen-
tar uma relação entre os valores gastos na análise do modelo por
elementos finitos e da mesma análise usando o programa desenvol-
vido para aplicação da teoria de Argyris e Dunne.

Para a avaliação dos custos, será adotado como u
nidade a ORTN's, sendo estabelecido:

- 2,5 ORTN's relativas ao custo do homem-hora;
- 0,035 ORTN's por UNTS (Unidade de processamento estabeleci-
da pela Control Data do Brasil).

Para a análise por elementos finitos, temos os seguintes custos:

- a) Custo de preparação do modelo, consistindo de feitura da malha, elaboração das propriedades geométricas e digitação dos dados de entrada, sendo gastas 56,0 horas, logo

$$C_1 = 2,5 \times 56,0 = 140,0 \text{ ORTN}$$

- b) Custo de "check" de dados, com plotagem das malhas para verificação da consistência dos dados e correção dos dados de entrada, sendo gastas 68,0 horas mais 1650,0 UNTS, logo

$$C_2 = 2,5 \times 68,0 + 0,035 \times 1650,0 = 227,750 \text{ ORTN}$$

- c) Custo de análise pelo programa EASE 2, consistindo de um único carregamento, sô torção, sendo gastos 3150,0 UNTS, considerando para o modelo em análise os valores:

- número de nós = 1316;
- número de "BEAMS" = 1235;
- número de "SHELLS" = 1379;
- número de equações = 7896;
- largura de banda da matriz de rigidez da estrutura = 228

logo

$$C_3 = 3150,0 \times 0,035 = 110,25 \text{ ORTN}$$

- d) Custo da análise dos resultados, com verificação das tensões no início da abertura, deflexões e reações, sendo gastas 20,0 horas, logo

$$C_4 = 2,5 \times 20,0 = 50,0 \text{ ORTN}$$

Para a análise, usando o programa de aplicação da teoria de Argyris e Dunne, temos:

- a) Custo de preparação do modelo para análise, consistindo da preparação dos valores da matriz característica e demais valores necessários para o programa, sendo gastos 8,0 horas, logo

$$C_1' = 2,5 \times 8,0 = 20,0 \text{ ORTN}$$

- b) Custo de "check" dos dados, que na verdade representa o tempo gasto para gravar no "disket" os dados de entrada, e verificar como recebe estes dados, considerando custo "zero" de computador, sendo gastas 4,0 horas, logo

$$C_2' = 2,5 \times 4,0 = 10,0 \text{ ORTN}$$

- c) Custo de processamento no micro computador, envolvendo apenas o tempo para gravação de resultados em "disket" e ou acertos finais dos dados de entrada, sendo gastos 6,0 horas, logo

$$C_3' = 2,5 \times 6,0 = 15,0 \text{ ORTN}$$

- d) Custo de análise de resultados, com verificação das tensões σ e τ , e suas distribuições ao longo dos reforçadores, sendo gastas 18,0 horas, logo

$$C_4' = 2,5 \times 18,0 = 45,0 \text{ ORTN}$$

Confrontando-se os valores finais, teremos, na tabela 9.1 a relação percentual entre os custos, ou:

Tabela 9.1. Custos de cada método

CUSTOS	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	T O T A L (ORTN)
ANÁLISE	C ₁ '	C ₂ '	C ₃ '	C ₄ '	
Elementos (A) Finitos	140,0	227,75	110,25	50,0	528,0
Argyris (B) e Dunne	20,0	10,0	15,0	45,0	90,0
$\frac{B}{A} \times 100$ (%)	14,3	4,4	13,7	90,0	17,1

Para uma primeira fase do projeto, tais resultados fazem prever que o uso da formulação teórica conduz a uma economia sensível.

Pode-se observar, entretanto, que o custo pelo método dos elementos finitos seria menor, se a simetria fosse utilizado na modelagem.

Os custos referentes a parte experimental, não foram estimados, em virtude do seguinte:

- o modelo foi construído há mais de dois anos, e a um preço basicamente simbólico;
- os extensômetros foram doados pela Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo, assim como os equipamentos (de altíssimo custo) que foram usados em outros trabalhos acadêmicos e também utilizados nos cursos de pós-graduação da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo;
- a montagem dos experimentos foram totalmente efetuadas

pelo candidato.

Pode-se por^ẽm afirmar, que os custos envolvendo os experimentos seriam muito superiores aos gastos nas an^ãlises por Elementos Finitos, ficando claro que a elabora^ço de um teste experimental encarece violentamente o custo de um projeto estrutural.

10. CONCLUSÕES

Após a realização dos testes e comparação dos resultados, podemos concluir que o advento dos "micro computadores", que hoje são largamente difundidos e utilizados, computadores estes que possuem capacidades de memória até superior que alguns antigos computadores de grande porte (como IBM/360, B-3600, etc), determinam uma nova filosofia de aplicação de critérios e teorias para cálculo de estruturas, pois a personificação de seu uso permite ao engenheiro um tratamento mais pessoal e direto das mesmas. Basicamente, hoje, o engenheiro pode dar mais personalidade aos seus projetos, pois pode sozinho desenvolver cálculos que há bem pouco tempo atrás exigiria o uso de grandes computadores. A teoria estudada neste trabalho, já apresentou bons resultados e, uma otimização do programa em termos de facilidade de entrada de dados, já em andamento, apresenta-se como extremamente útil para análises preliminares de projetos de balsas, pequenas embarcações e carrocerias de veículos (ônibus, troleibus e vagões de passageiros) em geral.

BIBLIOGRAFIA

- (1) HADJI-ARGYRIS, J. & DUNNE, P.C. The general theory of cylindrical and conical tubes under torsion and bending loads: single and many cell tubes of arbitrary cross-section with rigid diaphragms: part VI. Journal of The Royal Aeronautical Society, (462):558-620, Jun. 1949.
Resumo em Structural Principles and Data, (handbook of Aeronautics, nº 1). Pitman Publishing Corporation 1954, 322p.
- (2) WILLIAMS, D. An introduction to the theory of aircraft. London, Edward Arnold, 1960.
- (3) KUHN, P. Stresses in aircraft and shell structures. New York, Mc Graw-Hill, 1956.
- (4) VAN LANGENDONCK, Telemaco H.M. Resistência dos Materiais. São Paulo, Edgard Blucher, V.2.
- (5) VLASOV, V.S. Thin-walled elastic beams. IPST, 1961.
- (6) WAGNER, H. Verdrehung und knickung von offenen Profilen.
- (7) WILLIAMS, D. Aircraft Structures. Arnolds Publishing Co. 1960.
- (8) BLEICH, Friedrich. Building strenght of metal structures. New York, Mc Graw-Hill, 1952, 508p (Engineering Societies Monographs).
- (9) GERARD, George. Introduction to structural stability theory. New York, Mc Graw-Hill, 1962. 170p (Mc Graw Hill Series in Structural Engineering Mechanics).
- (10) ROARK, Raymond J. & YOUNG, Warren C. Formulas for stress and strain. 5. ed. Tokyo, Mc Graw-Hill Kogakusha,

c 1975. 624p.

- (11) CONTROL DATA CORPORATION. EASE 2: User information manual. Minneapolis, Min., c 1979..
- (12) TIMOSHENKO, S. & WOINOWSKY-KRIEGER, S. Theory of plates and shells. New York, Mc Graw-Hill, 1959p. (Engineering Societies Monographs).
- (13) RICARDO, Octávio Gaspar S. Breve introdução à teoria de Argyris e Dunne relativa à torção de caixas simples cilíndricas, fechadas, com reforçadores. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA 5., Campinas, 12-15 dez 1979. Anexo V. Campinas, ABCM, 1979. p.c-313-27.
- (14) VENANCIO FILHO, Fernando. Análise matricial de estruturas: estática, estabilidade, dinâmica. Rio de Janeiro. Almeida Neves Ed., 1975. 256p.
- (15) MELOSH, R.J. A flat trianglugar shell element stiffness matrix. In: CONFERENCE on MATRIX METHODS in STRUCTURAL MECHANICS, Dayton. Ohio, 26-28 Oct. 1965. Proceedings. s.l.p., Air Force Flight Dynamics Laboratory/Air Force Institute of Technology, 1966. p 503-14. (AFFDL-TR-66-80).
- (16) CLOUGH, Ray W. & TOCHER, James L. Finite elementstiffness matrices for analysis of plate bending. In: CONFERENCE on MATRIX METHODS in STRUCTURAL MECHANICS, Dayton, Ohio, 26-28 Oct., 1965. Proceedings, s.l.p., Air Force Flight Dynamics Laboratory/Air Force Institute of Technology, 1966. p. 515-45. (AFFDL-TR-66-80).
- (17) BAZELEY, G.P. et alii. Triangular elements in plate bending-conforming and non-conforming solutions. In: CONFERENCE on MATRIX METHODS in STRUCTURAL MECHANICS, Dayton, Ohio, 26-28 Oct., 1965. Proceedings s.l.p. , Air Force Flight Dynamics Laboratory/Air Force Institute of Technology, 1966. p. 547-76. (AFFDL-TR-66-80).

- (18) BATHE, K. & WILSON, E.L. Numerical Methods in Finite Element Analysis. Prentice Hall Inc. 1976.
- (19) HERRMANN, L.R. A bending analysis for plates. In: CONFERENCE on MATRIX METHODS in STRUCTURAL MECHANICS, Dayton, Ohio, 26-28 Oct. 1965. Proceedings, s.l.p., Air Force Flight Dynamics Laboratory/Air Force Institute of Technology, 1966. p. 577-602 (AFFDL-TR-66-80).
- (20) ZIENKIEWICZ, O.C. The finite element method. 3 ed. London, Mc Graw-Hill, 1977. 787p.
- (21) CALTABELOTI, O. Verificação da distribuição de tensões em uma célula fechada submetida a esforços de flexão e torção; comparação dos resultados com os obtidos pelo método dos elementos finitos. Dissertação de Mestrado, EPUSP, 1978.

ANEXO A

LISTAGEM DO PROGRAMA DA TEORIA
DE ARGYRIS E DUNNE

PROGRAMA PRINCIPAL
CALCULO DE COEFICIENTES P/ESTUDO DE TORCAO EM CAIXAS

LEITURA DE DADOS

```

IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
COMMON/RIALL/A(10),B(10,10),B1(100),XLAMB(10),DET(101),DET1(101)
COMMON/R2ALL/XLA1(101),XLA(101),XINE,XIND,SIGF(20,10),TAUF(20,10)
COMMON/I1ALL/N,K,NDX2,NDX1,LD(10),MD(10)
COMMON/R3F56/GSIG(10,10),GTAU(10,10),SIG(10,10),TAU(10,10),ZZ(10)
COMMON/R4F56/BR(10),TRR1(10),ACX,XLT,XCT,EG
COMMON/I2F56/NR,NTF,KFT
COMMON/ES/IO,ARQ(3)
COMMON/ES1/SIGE(20,10),TAUE(20,10),XR(20),YR(20),XRR(20),YRR(20)
COMMON/ES2/TMF(20),TQF(20)

```

```

C      N=ORDEN DA MATRIZ
C      M=NUMERO DE RAIZES
C      NDX1=NUMERO DE PONTOS -1, PASSO
C      NDX2=NUMERO DE PONTOS -2 PASSO
C      XINE=VALOR DO INTERVALO - ESQUERDA
C      XIND=VALOR DO INTERVALO - DIREITA
C      A(N)=MATRIZ AUXILIAR P/DIAGONAL
C      B(N)=MATRIZ PRINCIPAL
C
C      IFC= 0 CAIXA ABERTA
C           = 1 CAIXA FECHADA

```

```

CALL ABRE
1000 READ(6,1000)IA,IPP,ISS
      FORMAT(1X,I1,2I2)
      READ(6,1)N,K,NDX1,NDX2,L,NR,NTF,KFT,IFC
      READ(6,2)XINE,XIND
      READ(6,2)(A(I),I=1,N)
      READ(6,2)(TMF(I),TQF(I),I=1,NTF)
      DO 1001 I=1,N
1001  READ(6,2)(B(I,J),J=1,N)
      CONTINUE
      READ(6,2)EG,ACX,XLT,XCT
      READ(6,2)(BR(I),XR(I),YR(I),I=1,NR)
      READ(6,2)(TRR1(I),XRR(I),YRR(I),I=1,NR)
1      FORMAT(1X,10(I5))
2      FORMAT(1X,8(F10.0))
C
C      IMPRESSAO DE DADOS
      WRITE(10,3)
      READ(6,500)
      WRITE(10,22)
500    FORMAT(9A8)
      WRITE(10,21)N,K,NDX1,NDX2,XINE,XIND,NR,NTF,KFT,EG,ACX,XLT,XCT
22     FORMAT(1H1,5(/),20X,'CALCULO DE TORCAO EM CAIXAS',/)
      PRINT 500
21     FORMAT(1H0,5(/),26X,'DADOS DE ENTRADA',///
2      11X,'ORDEN DA MATRIZ' //

```

```

3 11X,'NUMERO DE RAIZES                      ='15, //
4 11X,'NUMERO DE PONTOS P/1 PASSO           ='15, //
5 11X,'NUMERO DE PONTOS P/2 PASSO           ='15, //
6 11X,'VALOR DO INTERVALO A ESQUERDA       ='F7.2, //
7 11X,'VALOR DO INTERVALO A DIREITA        ='F7.3, //
8 11X,'NUMERO DE REFORCADORES                ='15, //
9 11X,'NUMERO DE PONTOS P/CALCULO           ='15, //
1 11X,'TIPO DE ESFORCO                       ='15, //
2 11X,'RAZAO ELASTICA                        ='F6.3, //
4 11X,'COMPRIMENTO                           ='F6.1, //
5 11X,'LOCAL DE APLICACAO DO MOMENTO        ='F6.2, //
      IF(IPP.EQ.1) GO TO 50

C
      WRITE(IO,4) (A(I),I=1,N)
4      FORMAT(1H0,10X,5(E11.4,2X),///)
      WRITE(IO,7)
7      FORMAT(1H0,///,20X,'MATRIZ PRINCIPAL',///)
      DO 10 I=1,N
      WRITE(IO,5) (B(I,J),J=1,N)
10     CONTINUE
      5      FORMAT(1H0,10X,5(E11.4,2X),/)

C
C  CALCULO DAS RAIZES
50     CONTINUE
      CALL RAIZ

C
C  IMPRESSAO DOS RESULTADOS
      WRITE(IO,24)
      DO 20 J=1,M
      WRITE(IO,6)J,XLAMB(J),DET(J)
20     CONTINUE
24     FORMAT(1H1,3(/),15X,'RAIZES PARA CALCULO DAS TENSOES',/,15X
1      '-----',3(/),12X,'RAIZ NUMERO'
2      27X,'VALOR',/)
6      FORMAT(1H0,17X,12,27X,E11.4,/)
200    IF(L.EQ.0) GO TO 100
      CALL COFAT(L)
      IF(ISS.EQ.1) GO TO 300
      DO 30 LL=1,M
      WRITE(IO,8)LL
      K1=1+(LL-1)*N
      N1=K1+(N-1)
      DO 30 K=K1,N1
      WRITE(IO,9)K,XLAI(K)
30     CONTINUE
      IF(IFC.EQ.0) CALL CFNSA
      CALL CFNSF
300    DO 410 II=1,NTF
      WRITE(IO,31) II,XZT
      DO 410 JJ=1,NR
      WRITE(IO,32) JJ,SIGF(JJ,II)
410    CONTINUE
31     FORMAT(1H1,15X,'TENSOES SIGMA PARA OS REFORCADORES(PONTO',12,
1      ',/,',-----',///,15X,'Z =',E12.5,///,
2      REFORCADOR',26X,'SIGMA',/)

```

```

WRITE(10,42) II,III,TAUF(NTF,II)
510 CONTINUE
41  FORMAT(1H1,20X,'TENSOES TAU PARA CHAPAS',/,20X,'-----
-----',//,12X,'Z ='E11.4,///,14X,'CHAPA',28X,'TAU',//)
42  FORMAT(1H0,19X,12,'-',12,24X,E11.4,//)
FORMAT(1H1,30X,5(/),' VALORES DE H(R,R+1) PARA RAIZ ='15,2(/))
9   FORMAT(1H0,40X,' H('12,')= 'E14.7,1(/))
100 STOP
END

```

```

SUBROUTINE MONTA(XL)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
COMMON/RIALL/A(10),B(10,10),B1(100),XLAMB(10),DET(101),DETI(101)
COMMON/R2ALL/XLA1(101),XLA(101),XINE,XIND
COMMON/IIALL/N,M,NDX2,NDX1,LD(10),MD(10)

```

```

C
C SUBROTINA P/ MONTAGEM DA MATRIZ B(I,J)*LAMBDA**KA(I)
C SO MUDARA A DIAGONAL
C

```

```

DO 200 I=1,N
DO 200 J=1,N
IJ=I+(J-1)*N
200 B1(IJ)=B(I,J)
DO 10 I=1,N
II=I+(I-1)*N
10 B1(II)=B(I,I)*XL*XL-A(I)
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE ABRE
COMMON/ES/IO,ARQ(3)

```

```

C
C ABERTURA DO ARQUIVO DE DADOS
C

```

```

CALL HOME
WRITE(1,24)
READ(1,25)(ARQ(I),I=1,3)
CALL OPEN(6,ARQ,0)

```

```

C
C ESCOLHA DO DISPOSITIVO DE SAIDA
C

```

```

27 WRITE(1,26)
READ(1,1)IO
IF(.NOT.((IO.EQ.1).OR.(IO.EQ.2).OR.(IO.EQ.8))) GO TO 27

```

```

C
RETURN
1  FORMAT(11,4A2,5A5,A3,5A5,A3,1X,4A2,12,4I1)
24  FORMAT(5X,'ARGYRIS - VERSAO APPLE II-PLUS',///,
1   1X,'QUAL O NOME DO ARQUIVO DE ENTRADA?',//)
25  FORMAT(2A4,A3)
26  FORMAT(//,1X,'QUAL O NUMERO DO DISPOSITIVO DE SAIDA?',//,
1   /,1X,'<1> CONSOLE',
2   /,1X,'<2> PRINTER',
3   /,1X,'<8> DISCO',/)
END

```

```

      SUBROUTINE DETTE(A,N,D,L,M)
      IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
C     SUBROTINA PARA CALCULO DO DETERMINANTE
C     PARAMETOS
C     A = MATRIZ DE ENTRADA
C     N = ORDEM DA MATRIZ
C     D = DETERMINANTE
C     L,M = VETORES AUXILIARES
C
      DIMENSION A(1),L(1),M(1)
C
C     BUSCA DO MAIOR ELEMENTO
C
      D=1.
      NK=-N
      DO 80 K=1,N
      NK=NK+N
      M(K)=K
      L(K)=K
      KK=NK+K
      BIGA=A(KK)
      DO 20 J=K,N
      IZ=N*(J-1)
      DO 20 I=K,N
      IJ=IZ+I
10      IF(DABS(BIGA)-DABS(A(IJ))) 15,20,20
15      BIGA=A(IJ)
      L(K)=I
      M(K)=J
20      CONTINUE
C     TROCA DE LINHAS
      J=L(K)
      IF(J-K)35,35,25
25      KI=K-N
      DO 30 I=1,N
      KI=KI+N
      HOLD=-A(KI)
      JI=KI-K+J
      A(KI)=A(JI)
30      A(JI)=HOLD
C     TROCA DE COLUNAS
35      I=M(K)
      IF(I-K)45,45,38
38      JP=N*(I-1)
      DO 40 J=1,N
      JK=NK+J
      JI=JP+J
      HOLD=-A(JK)
      A(JK)=A(JI)
40      A(JI)=HOLD
C     DIVISAO DA COLUNA PELO PIVOT
45      IF(BIGA)48,46,48
46      D=0.0
      RETURN
48      DO 55 I=1,N

```

```
      IF(I-K)50,55,50
50     IK=NK+I
      A(IK)=A(IK)/(-BIGA)
55     CONTINUE
C   REDUCAO DA MATRIZ
      DO 65 I=1,N
      IK=NK+I
      HOLD=A(IK)
      IJ=I-N
      DO 65 J=1,N
      IJ=IJ+N
      IF(I-K)60,65,60
60     IF(J-K)62,65,62
62     KJ=IJ-I+K
      A(IJ)=HOLD*A(KJ)+A(IJ)
65     CONTINUE
C   DIVISAO DA LINHA POR PIVOT
      KJ=K-N
      DO 75 J=1,N
      KJ=KJ+N
      IF(J-K)70,75,70
70     A(KJ)=A(KJ)/BIGA
75     CONTINUE
      D=D*BIGA
C   TROCA DO PIVOT PELO RECIPROCO
      A(KK)=1./BIGA
80     CONTINUE
      RETURN
      END
```

```

SUBROUTINE RAIZ
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
COMMON/RIALL/A(10),B(10,10),B1(100),XLAMB(10),DET(101),DET1(101)
COMMON/R2ALL/XLA1(101),XLA(101),XINE,XIND
COMMON/I1ALL/N,M,NDX2,NDX1,LD(10),MD(10)
COMMON/ES/IO,ARQ(3)

C
C  ESTA SUBROTINA USA O PROCESSO DE BUSCA NO INTERVALO DADO
C  DE VALORES DE LAMBDA QUE ANULEM O DETERMINANTE
C
C      VARIAVEIS IMPORTANTES
C  DX  = ACRESCIMO P/ BUSCA 1 - PASSO
C  DXX = ACRESCIMO P/ BUSCA 2 - PASSO
C  XLA(I) = VALOR DE LAMBDA NA MATRIZ
C  XLAMBDA(I) = VALOR DA RAIZ
C  XLDA = VALOR DA PRECISAO P/ DETERMINANTE NULO
      MM=M+1
      L=1
      DX=(XIND-XINE)/NDX1
      NN=NDX1+1
      DO 10 L1=1,NN
        XLA(L1)=XINE+(L1-1)*DX
C  MONTAGEM DA MATRIZ
C  CALCULO DO DETERMINANTE
      CALL MONTA(XLA(L1))
      CALL DETTE(B1,N,DETER,LD,MD)
      WRITE(IO,9) DETER,XLA(L1),L1
      DET(L1)=DETER
10    CONTINUE
      K=2
C  VERIFICACAO DOS CRUZAMENTOS
110   DO 30 L1=K,NN
      XXD1=(DET(L1-1)-DET(L1))/NDX2/100.
      XLDA=DABS(XXD1)
      XLDA=XLDA/1.E06
      IF(DABS(DET(L1)).LE.XLDA)GO TO 20
      DETCR=DET(L1-1)/DET(L1)
      IF(DETCR.LT.0)GO TO 40
      IF(DABS(DET(L1-1)).LE.XLDA)GO TO 60
      GO TO 30
20    XLAMB(L)=XLA(L1)
      DET(L)=DET(L1)
      L=L+1
      IF(L.EQ.MM) GO TO 100
      GO TO 30
60    XLAMB(L)=XLA(L1-1)
      DET(L)=DET(L1-1)
      L=L+1
      IF(L.EQ.MM) GO TO 100
30    CONTINUE
C  VERIFICACAO DA INEXISTENCIA DE RAIZES
      IF((L-1).EQ..0) GO TO 100
C
C  PROCURA DE RAIZES NO SUB INTERVALO
C

```

```

40      DXX=(XLA(L1)-XLA(L1-1))/NDX2
        XIND1=XLA(L1-1)
        XLA1(1)=XIND1
        DET1(1)=DET(L1-1)
C
        NNN=NDX2+1
        K2=2
90      DO 50 L2=K2,NNN
        XLA1(L2)=XIND1+(L2-1)*DXX
C
        CALL MONTA(XLA1(L2))
C
        CALL DETTE(B1,N,DETER,LD,MD)
C
        DET1(L2)=DETER
        IF(DABS(DETER).LE.XLDA)GO TO 70
        IF(DET1(L2-1)/DET1(L2).LT..0)GO TO 80
50      CONTINUE
        GO TO 100
C
9       FORMAT(1H0,E11.4,2X,E11.4,2X,I5,2X,I5)
80      DXX=(XLA1(L2)-XLA1(L2-1))/NDX2
        XIND1=XLA1(L2-1)
        XLA1(1)=XIND1
        DET1(1)=DET1(L2-1)
70      GO TO 90
        XLAMB(L)=XLA1(L2)
        DET(L)=DET1(L2)
        L=L+1
        K=L+1
        IF(L.EQ.(M+1))GO TO 100
        GO TO 110
100     RETURN
        END

```



```

SUBROUTINE COFAT(L)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
COMMON/RIALL/A(10),B(10,10),B1(100),XLAMB(10),DET(101),DET1(101)
COMMON/R2ALL/XLA1(101),XLA(101),XINE,XIND
COMMON/I1ALL/N,M,NDX2,NDX1,LD(10),MD(10)
COMMON/ES/IO,ARQ(3)
C SUBROTINA PARA CALUCLO DOS COFATORES E H(R,R+1)
C
C DET(ID1) =DETERMINANTE DE ORDEM N-1
C XLA1(ID1)=VALOR DE H(R,R+1) PARA CADA RAIZ
C
      DO 10 LL=1,M
      DO 10 K=1,N
C
C MONTAGEM DA MATRIZ DE ORDEM N-1
C
      CALL MONTA(XLAMB(LL))
C
      II=0
      DO 50 I=1,N
      IF(I.EQ.L)GO TO 20
      II=II+1
      JJ=0
      DO 20 J=1,N
      IF(J.EQ.K)GO TO 20
      JJ=JJ+1
      IN=I+(J-1)*N
      IN1=II+(JJ-1)*(N-1)
      DET1(IN1)=B1(IN)
20      CONTINUE
50      CONTINUE
      N1=N-1
      XLK=(-1)**(K+L)
C
C SOLUCAO DO DETERMINANTE
C
      CALL DETTE(DET1,N1,D,LD,MD)
C
      ID1=K+(LL-1)*N
      DET(ID1)=D*XLD
      WRITE(IO,101)ID1,DET(ID1)
10      CONTINUE
101     FORMAT(1H0,30X,'DET('13,')='E14.7,/)
C
C CALCULO DE SIGMA E H(R,R+1)
C
      DO 30 LL=1,M
      XLA(LL)=D.O
      DO 40 K=1,N
      ID1=K+(LL-1)*N
      XLA(LL)=XLA(LL)+2.*(DET(ID1)*DET(ID1)*B(K,K))
40      CONTINUE
      XL=XLA(LL)
      XLA(LL)=DSQRT(XL)
      DO 30 K=1,N
      ID1=K+(LL-1)*N
      XLA1(ID1)=DET(ID1)/XLA(LL)
30      CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE FUNG(KK)
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
COMMON/RIALL/A(10),B(10,10),B1(100),XLAMB(10),DET(101),DET1(101)
COMMON/R2ALL/XLA1(101),XLA(101),XINE,XIND,SIGF(20,10),TAUF(20,10)
COMMON/I1ALL/N,M,NDX2,NDX1,LD(10),MD(10)
COMMON/R3F56/GSIG(10,10),GTAU(10,10),SIG(10,10),TAU(10,10),ZZ(10)
COMMON/R4F56/BR(10),TRR1(10),ACX,XLT,XCT,EG
COMMON/I2F56/NR,NTF,KFT
COMMON/ES/IO,ARQ(3)
C
C  CALCULO DOS VALORES DAS FUNCOES GSIGMA E GTAU
C
      DCOSH(X)=(DEXP(X)+DEXP(X))/2.
      DSINH(X)=(DEXP(X)-DEXP(X))/2.
      DO 10 LL=1,M
      XMI=XLAMB(LL)/EG
      IF(KFT.GT.0) GO TO 100
      IF(XCT.EQ..0) GO TO 200
      DZ=XCT/NTF
      Z=0.0
      XMILC=(XLT-XCT)*XMI
      XMIL=XMI*XLT
      XMIC=XMI*XCT
      NTF1=NTF+1
      DO 20 K=1,NTF1
      Z=Z+DZ*(K-1)
      ZZ(K)=Z
      XMIZ=XMI*Z
      KF=KFT+1
      GO TO(300,400,500,600),KF
300    GSIG(K,LL)=(1.-DCOSH(XMILC))*DSINH(XMZ)/DCOSH(XMIL)
      GTAU(K,LL)=- (1.-DCOSH(XMILC))*DCOSH(XMZ)/DCOSH(XMIL)
      GO TO 200
500    GSIG(K,LL)=FGSIG(XCT)
      GTAU(K,LL)=FGTAU(XCT)
20    CONTINUE
      GO TO 210
200    K=0
210    XMIL=XMI*XLT
      XMIC=XMI*XCT
      XMILC=(XLT-XCT)*XMI
      DZ=(XLT-XCT)/NTF
      K1=K+1
      KNTF=NTF+K+1
      DO 30 KK=K1,KNTF
      Z=XCT+DZ*(KK-1)
      ZZ(KK)=Z
      XMIZ=XMI*Z
      XMILZ=(XLT-Z)*XMI
      GSIG(KK,LL)= DSINH(XMIZ)-DSINH(XMIC)*DCOSH(XMILZ) /DCOSH(XMIL)
      GTAU(KK,LL)=- (DCOSH(XMIZ)+DSINH(XMIC)*DSINH(XMILZ)) /DCOSH(XMIL)
30    CONTINUE
10    CONTINUE
100   RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE CFNSF
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
COMMON/R1ALL/A(10),B(10,10),B1(100),XLAMB(10),DET(101),DET1(101)
COMMON/R2ALL/XLA1(101),XLA(101),XINE,XIND,SIGF(20,10),TAUF(20,10)
COMMON/I1ALL/N,M,NDX2,NDX1,LD(10),MD(10)
COMMON/R3F56/GSIG(10,10),GTAU(10,10),SIG(10,10),TAU(10,10),ZZ(10)
COMMON/R4F56/BR(10),TRR1(10),ACX,XLT,XCT,EG
COMMON/I2F56/NR,NTF,KFT
COMMON/ES/IO,ARQ(3)
COMMON/ES1/SIBE(20,10),TAUE(20,10),XR(20),YR(20),XRR(20),YRR(20)
C
C  CALCULO DAS TENSOES PARA CAIXA FECHADA
C
      DO 10 LL=1,M
      ID1=(NR+1)*LL
      CC1=ACX/(XLAMB(LL)**3)*(DET(ID1)/XLA(LL))*EG
      KI=N*(LL-1)+1
      KF=KI+(NR-1)
      DET1(KI)=DET(KF)
      KI=KI+1
      DO 20 KID=KI,KF
      DET1(KID)=DET(KID-1)
20    CONTINUE
C
C  DETERMINACAO DOS VALORES DE SIG E TAU P/CADA RAIZ E
C  P/CADA REFORCADOR
C
      KI=KI-1
      DO 10 K=1,NR
      KK=KI+(K-1)
      SIG(K,LL)=CC1*(DET1(KK+1)-DET1(KK))/BR(K)
      TAU(K,LL)=CC1/XLA(LL)*(DET1(KK+1)/TRR1(K))
10    CONTINUE
C
C  DETERMINACAO DAS FUNCOES G
C
      CALL FUNG(NP)
      NP=NUMERO DE PONTOS USADOS
      CALL TENSA
C
      DO 30 K=1,NP
      DO 30 KK=1,NR
      SIGT=0.0
      TAUT=0.0
      DO 40 LL=1,M
      SIGT=SIGT+SIG(KK,LL)*GSIG(K,LL)
      TAUT=TAUT+TAU(KK,LL)*GTAU(K,LL)
40    CONTINUE
      SIGF(NR,NP)=SIGT+SIGF(NR,NP)
      TAUF(NR,NP)=TAUT+TAUE(NR,NP)
30    CONTINUE
C
C
      RETURN
      END

```

```

      TAU(K,LL)=CC2*DET1(KK+1)-DET1(KK))/BR(K)
10  CONTINUE
C
C  DETERMINACAO DAS FUNCOES G
C
      CALL FUNG(NP)
C  NP=NUMERO DE PONTOS USADOS
      CALL TENS
C
      DO 30 K=1,NP
      DO 30 KK=1,NR
      SIGT=0.0
      TAUT=0.0
      DO 40 LL=1,M
      SIGT=SIGT+SIG(KK,LL)*GSIG(K,LL)
      TAUT=TAUT+TAU(KK,LL)*GTAU(K,LL)
40  CONTINUE
      SIGF(NR,NP)=SIGT+SIGE(NR,NP)
      TAUT(NR,NP)=TAUT+TAUE(NR,NP)
30  CONTINUE
C
C
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE CFNSA
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
COMMON/R1ALL/A(10),B(10,10),B1(100),XLAMB(10),DET(101),DET1(101)
COMMON/R2ALL/XLA1(101),XLA(101),XINE,XIND,SIGF(20,10),TAUF(20,10)
COMMON/I1ALL/N,M,NDX2,NDX1,LD(10),MD(10)
COMMON/R3F56/GSIG(10,10),GTAU(10,10),SIG(10,10),TAU(10,10),ZZ(10)
COMMON/R4F56/BR(10),TRR1(10),ACX,XLT,XCT,EG
COMMON/I2F56/NR,NTF,KFT
COMMON/ES/IO,ARQ(3)
COMMON/ES1/SIGE(20,10),TAUE(20,10),XR(20),YR(20),XRR(20),YRR(20)
C
C  CALCULO DAS TENSOES PARA CAIXA ABERTA
C
      QSI=0.0
      DO 5 LR=1,NR
      QSI=QSI+B(LR,LR)*DET(LR)
5     CONTINUE
      DO 10 LL=1,M
      ID1=(NR+1)*LL
      CC1=(1/XLAMB(LL))*EG*(1/DSQRT(QSI))
      CC2=1/QSI
      KI=N*(LL-1)+1
      KF=KI+(NR-1)
      DET1(KI)=DET(KF)
      KI=KI+1
      DO 20 KID=KI,KF
      DET1(KID)=DET(KID-1)
20    CONTINUE
C
C     DETERMINACAO DE SIG E TAU
C
      KI=KI-1
      DO 10 K=1,NR
      KK=KI+(K-1)
      SIG(K,LL)=CC1*(DET1(KK+1)-DET1(KK))/BR(K)
      TAU(K,LL)=CC2*DET1(KK+1)/TRR1(K)
10    CONTINUE
      ID1=(NR+1)*LL
      CC1=ACX/(XLAMB(LL)**3)*(DET(ID1)/XLA(LL))*EG
      KI=N*(LL-1)+1
      KF=KI+(NR-1)
      DET1(KI)=DET(KF)
      KI=KI+1
      DO 20 KID=KI,KF
      DET1(KID)=DET(KID-1)
20    CONTINUE
C
C     DETERMINACAO DOS VALORES DE SIG E TAU P/CADA RAIZ E
C     P/CADA REFORCADOR
C
      KI=KI-1
      DO 10 K=1,NR
      KK=KI+(K-1)
      SIG(K,LL)=CC1*(DET1(KK+1)-DET1(KK))/BR(K)

```

SUBROUTINE TENSA

```
IMPLICIT DOUBLE PRECISION (A-H,O-Z)
```

```
COMMON/RIALL/A(10),B(10,10),B1(100),XLAMB(10),DET(101),DET1(101)
```

```
COMMON/R2ALL/XLA1(101),XLA(101),XINE,XIND,SIGF(20,10),TAUF(20,10)
```

```
COMMON/I1ALL/N,M,NDX2,NDX1,LD(10),MD(10)
```

```
COMMON/R3F56/GSIG(10,10),GTAU(10,10),SIG(10,10),TAU(10,10),ZZ(10)
```

```
COMMON/R4F56/BR(10),TRR1(10),ACX,XLT,XCT,EG
```

```
COMMON/I2F56/NR,NTF,KFT
```

```
COMMON/ES/I0,ARQ(3)
```

```
COMMON/ES1/SIGE(20,10),TAUE(20,10),XR(20),YR(20),XRR(20),YRR(20)
```

```
COMMON/ES2/TMF(20),TGF(20)
```

C
C
C

```
CALCULO DE TENSOES SIGE E TAUE
```

```
NRR=NR
```

```
IF(IFC.EQ.1)NRR=NR+1
```

```
CONTINUE
```

```
DO 10 I=1,NRR
```

```
  I1=I-1
```

```
  XMSX=BR(I)*XR(I)+XMSX
```

```
  XMSY=BR(I)*YR(I)+XMSY
```

```
  IF(I.EQ.NRR.AND.IFC.EQ.1) I1=1
```

```
  CONTINUE
```

```
  IF(I.EQ.NRR.AND.IFC.EQ.1) I=NR
```

```
  CONTINUE
```

```
  XMSX=TRR1(I)*ABS(XR(I)-XR(I1))*YRR(I)+XMSX
```

```
  XMSY=TRR1(I)*ABS(YR(I)-YR(I1))*XRR(I)+XMSY
```

```
  XMIX=BR(I)*YR(I)**2+XMIX
```

```
  XMIY=BR(I)*XR(I)**2+XMIY
```

```
  XMIX=TRR1(I)*(YR(I)-YR(I1))**2+TRR1(I)*ABS(XR(I)-XR(I1))**3  
1+XMIX
```

```
  XMIY=TRR1(I)*(XR(I)-XR(I1))**2+TRR1(I)*(YR(I)-YR(I1))**3  
2+XMIY
```

```
  ATX=BR(I)+TRR1(I)*SQRT((YR(I)-YR(I1))**2+(XR(I)-XR(I1))**2)  
3+ATX
```

```
  IF(I.EQ.NR.AND.I1.EQ.1) I=NRR
```

```
  CONTINUE
```

```
10 CONTINUE
```

```
  YLNX=XMSX/ATX
```

```
  YLNY=XMSY/ATX
```

```
  XMIX=XMIX-YLNX**2*ATX
```

```
  XMIY=XMIY-YLNY**2*ATX
```

C

```
DO 20 J=1,NTF
```

```
  XMR=0.0
```

```
DO 20 I=1,NRR
```

```
  I1=I-1
```

```
  SIGE(I,J)=TMF(NTF)*((YR(I)-YLNX)/XMIX+((XR(I)-
```

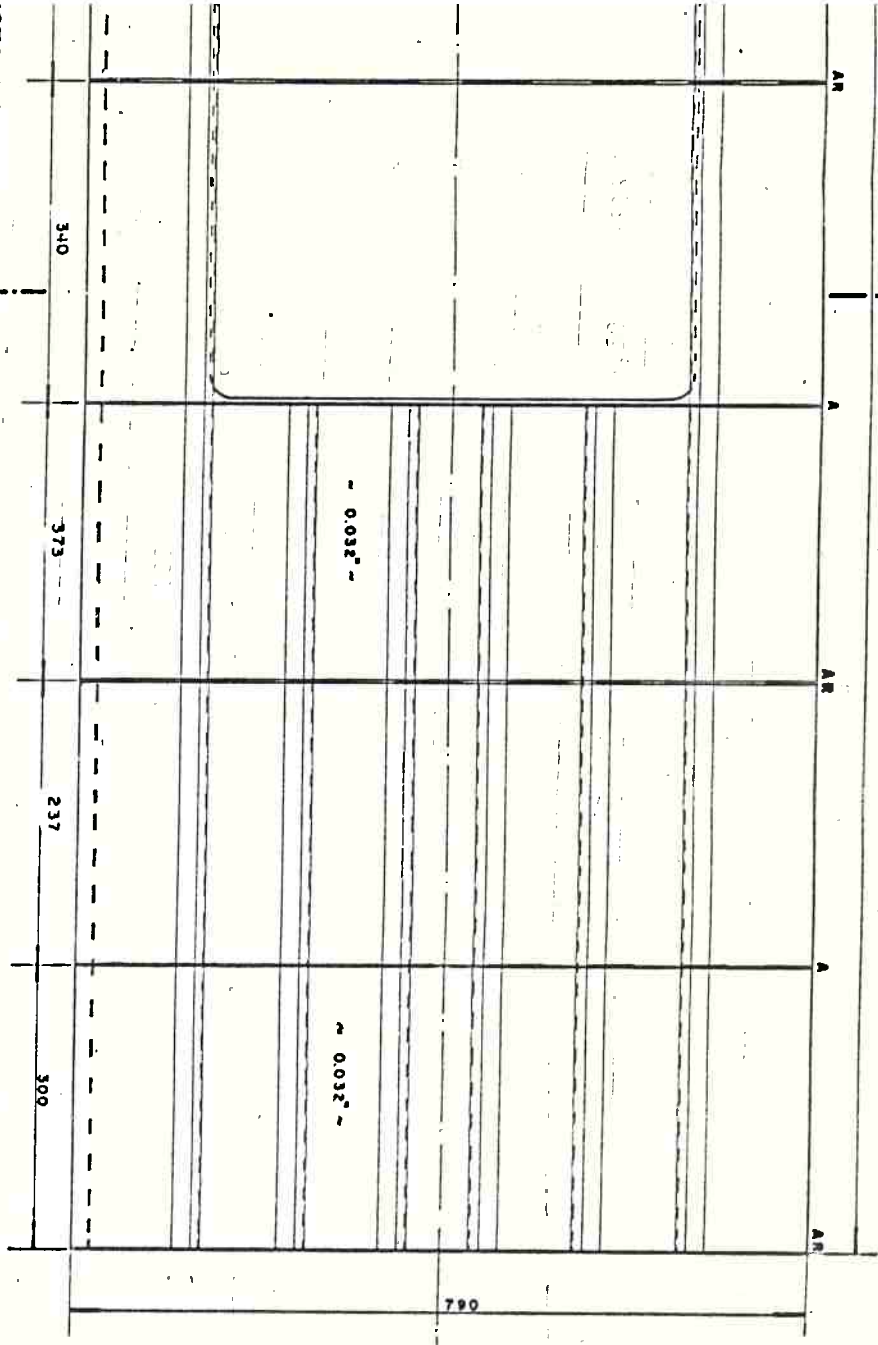
```
1 YLN $\bar{X}$ )/YLN $\bar{X}$ ))  
  
IF(I.EQ.NRR.AND.IFC.EQ.1) I1=1  
CONTINUE  
IF(I.EQ.NRR.AND.IFC.EQ.1) I=NR  
CONTINUE  
XMR=BR(I)*((YR(I)-YLN $\bar{X}$ )+(XR(I)-YLN $\bar{X}$ )+TRR1(I)*(ABS(XR(I)-  
1 XR(I1))*YRR(I)+ABS(YR(I)-YLN $\bar{X}$ )*XRR(I)+(XR(I)-YLN $\bar{X}$ ))+  
2 XMR  
TAUE(I,J)=TQF(NTF)*XMR/(TRR1(I)*(XKIX+YKIX)  
20 CONTINUE
```

```
RETURN  
END
```

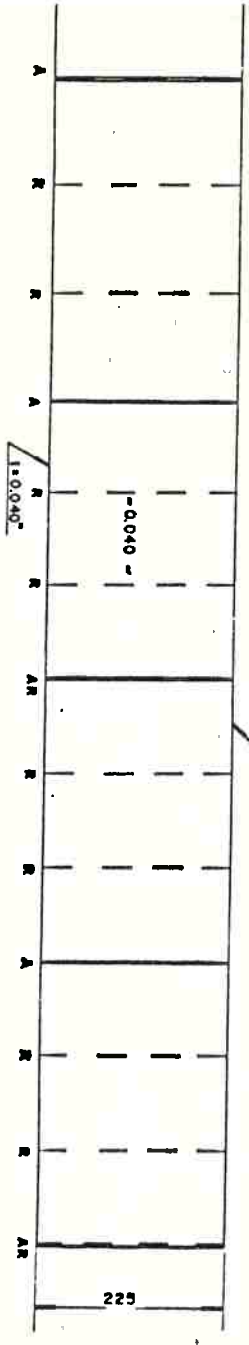
ANEXO B

DESENHO DO MODELO EM LIGA
ALUMINIO-MAGNESIO

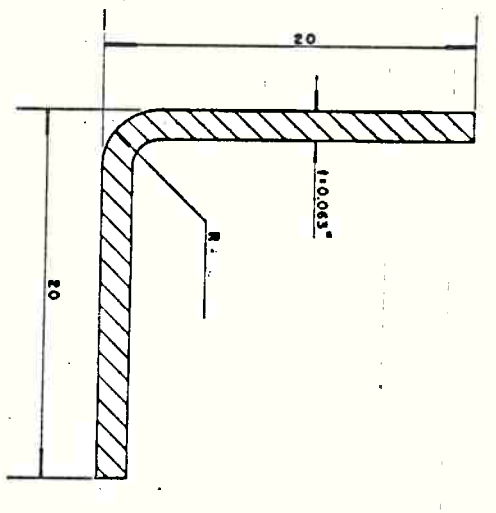
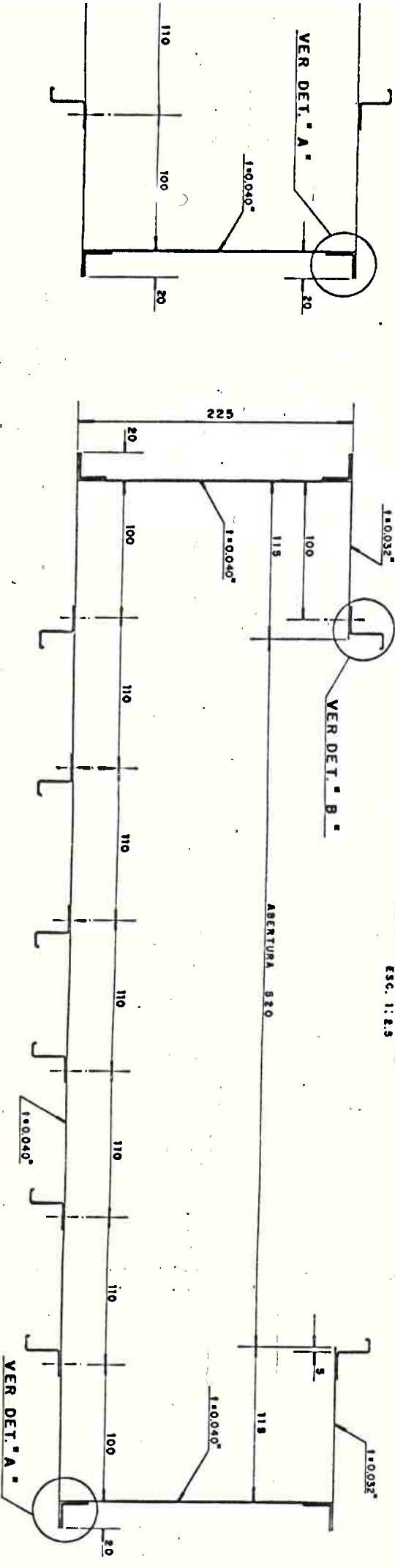
ISTA SUPERIOR
ESCALA
2500



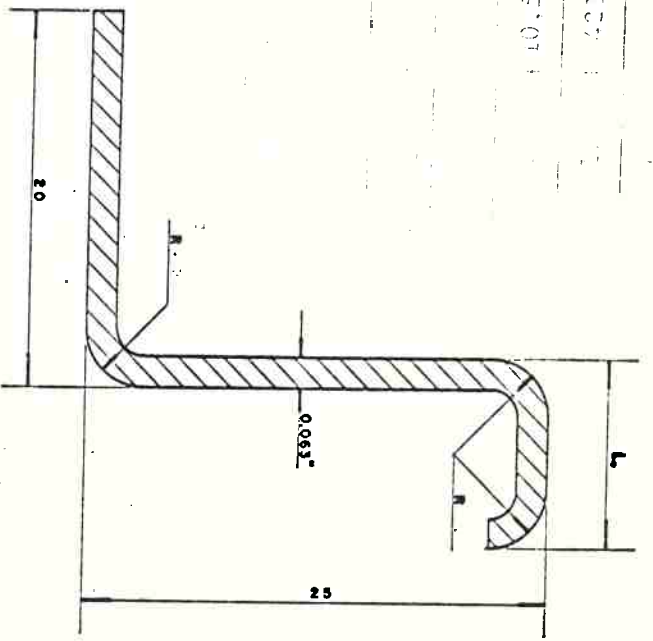
ISTA LATERAL
ESCALA
1:5



CORTE E-E
ESCALA
1:2.5



DETALHE "A"
ESCALA
2.5:1
P2



DETALHE "B"
ESCALA
2.5:1
P1

- TODOS OS REFORÇADORES DEVERÃO SER REAITADOS COM ENCRUAMENTO DE 50% E REBITES COM Ø 1/8"
- OS RAIO DE DOBRAMENTO DOS PERFIS OU REFORÇADORES DEVERÃO SER O MÍNIMO EXIGIDO PELA ESPESURA
- A COTA L DEVERÁ SER MAIOR QUE 20 MM O SUFICIENTE PARA DOBEM.

OBS.

R - REFORÇADOR NO COSTADO

A - ANTEPARA COMUM

AR - ANTEPARA REFORÇADA

MATERIAL ALUMÍNIO 2024 T3

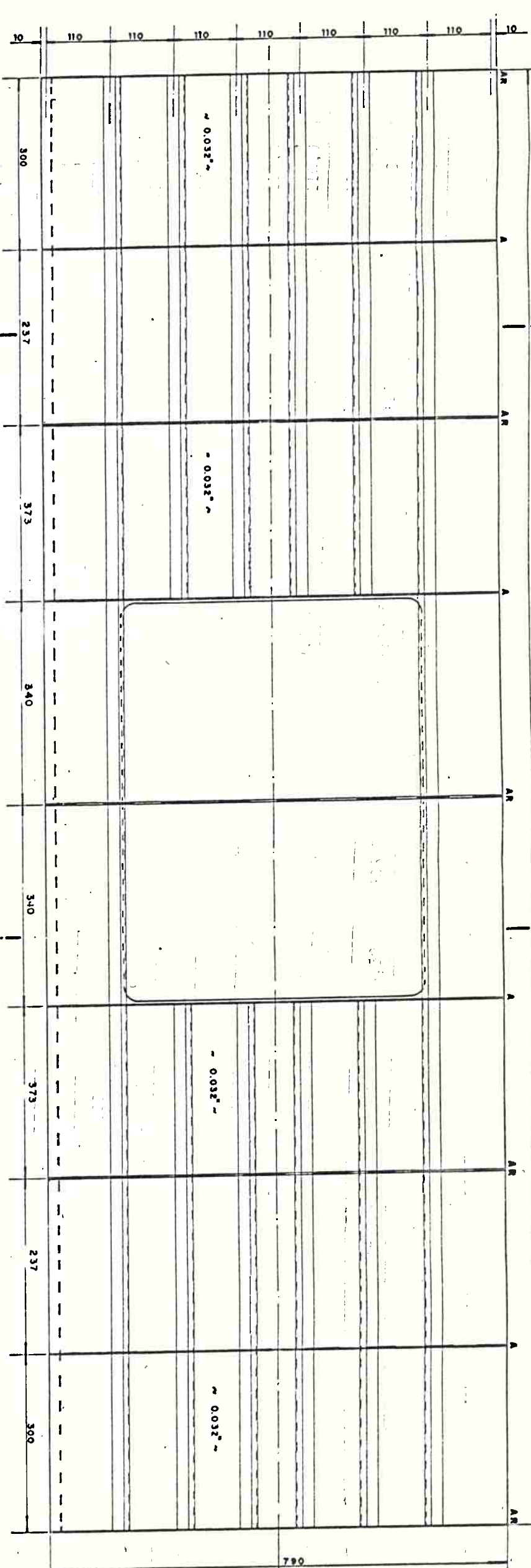
DIMENSÕES :

Milímetros e Polegadas

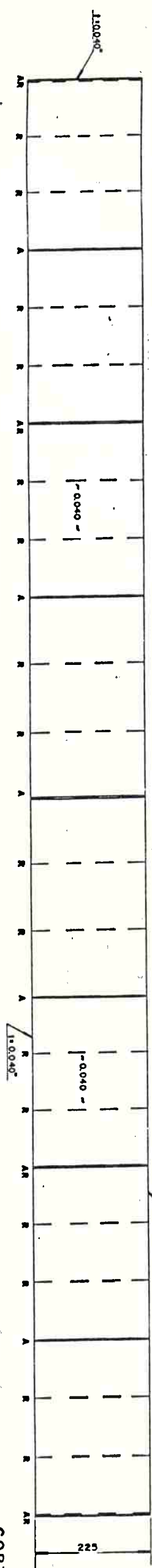
REVISÃO	TÍTULO	PROJETO	Engenharia Nova
ESCALA	CAIXA DE ALUMÍNIO	DESENHO	CA-1
IND.			
DATA	NUMERICAL	RESPONSÁVEL	
08/79	11/01		
CALE.			
VER			

INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLÓGICAS
Engenharia Nova

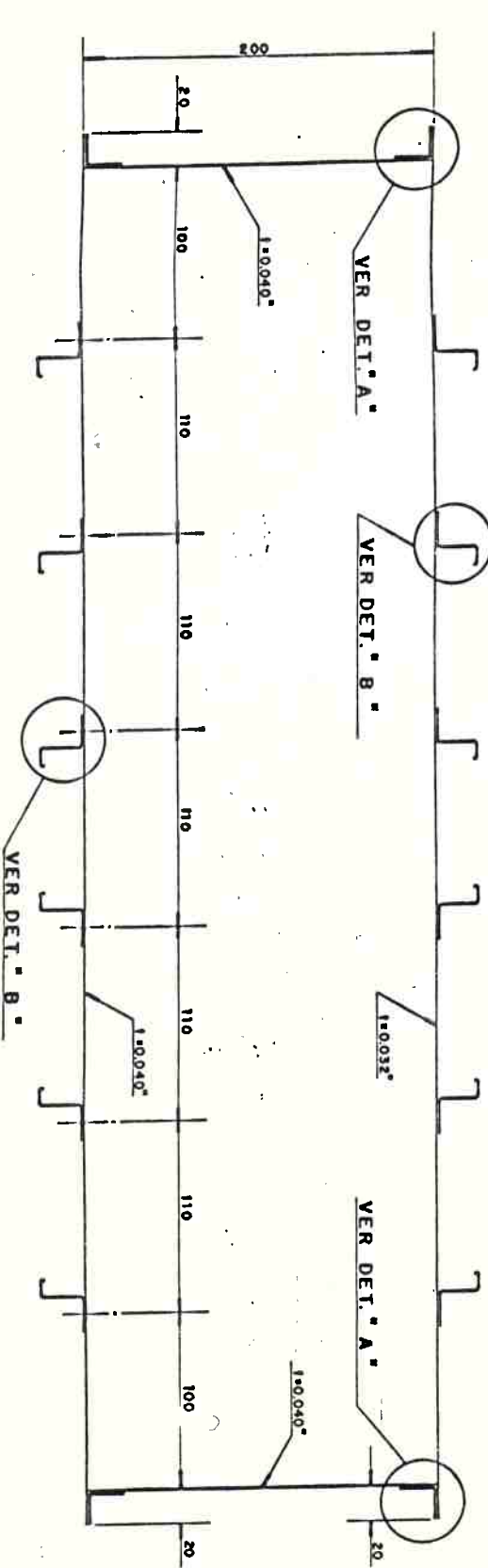
VISTA SUPERIOR
ESC. 1:8
2800



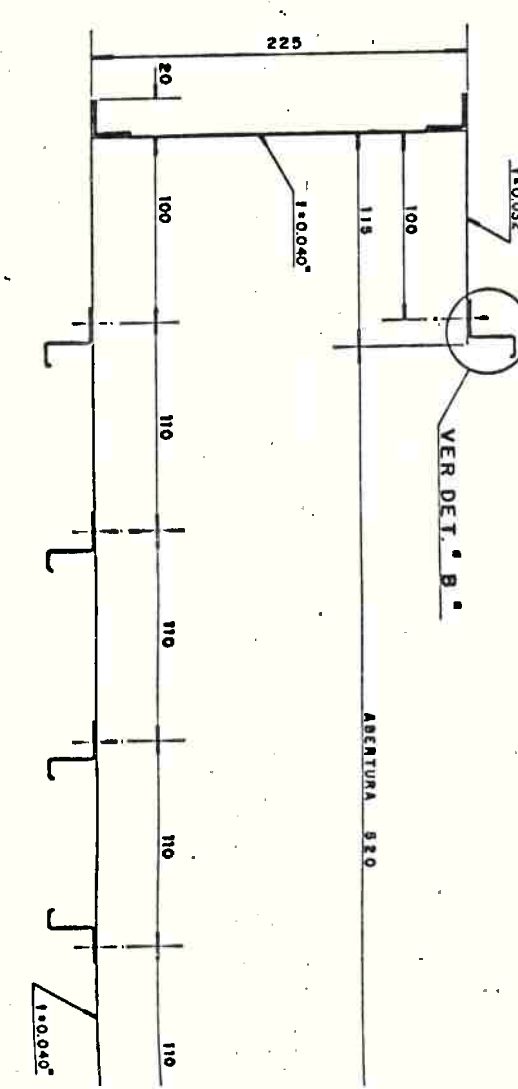
VISTA LATERAL
ESC. 1:5



CORTE D-D
ESC. 1:25



CORTE E-E
ESC. 1:25



ABERTURA 520

ANEXO C

FOTOS DOS TESTES DE TORÇÃO E FLEXÃO

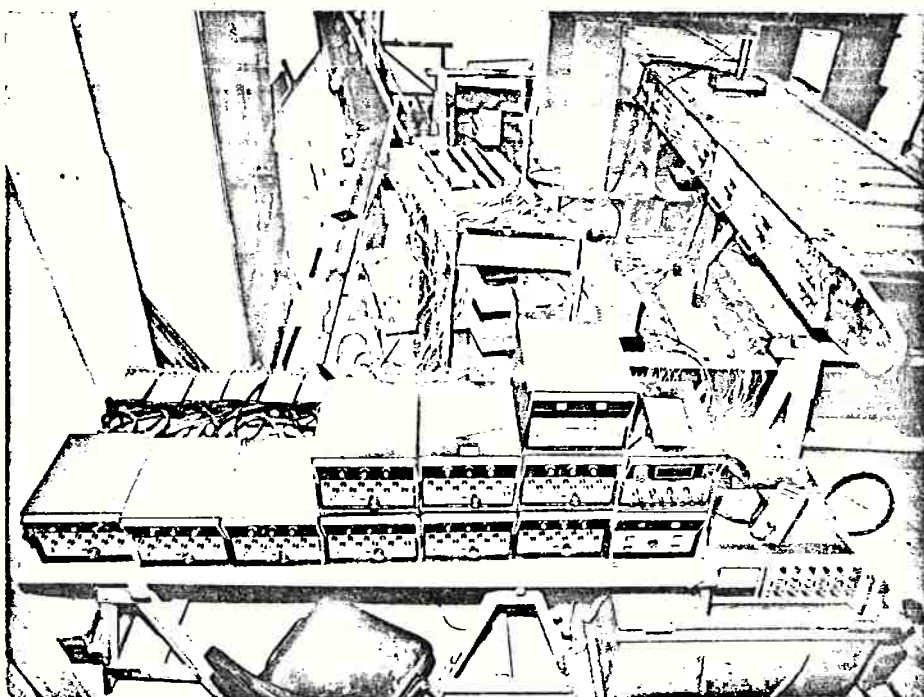


Figura 1 - Vista geral do ensaio de torção, vendo-se ao fundo o modelo e em primeiro plano o equipamento para medidas de deformações.

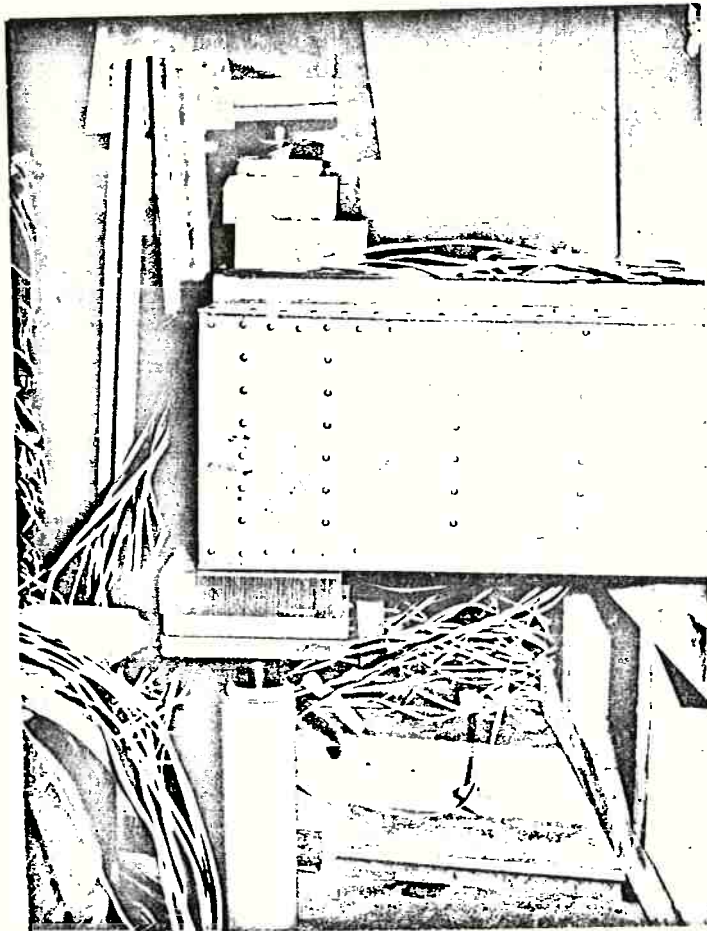


Figura 2 - Visto do atuador hidráulico e da célula de carga, usados para o ensaio de torção.

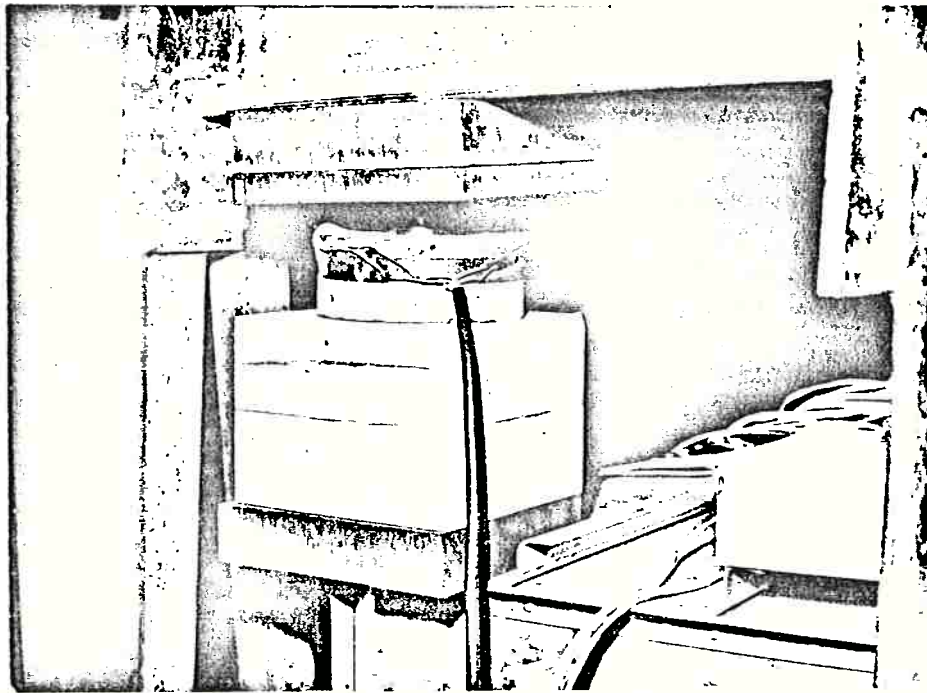


Figura 3 - Vista mais detalhada da célula de carga, vendo-se os calços de madeira e borracha usados.

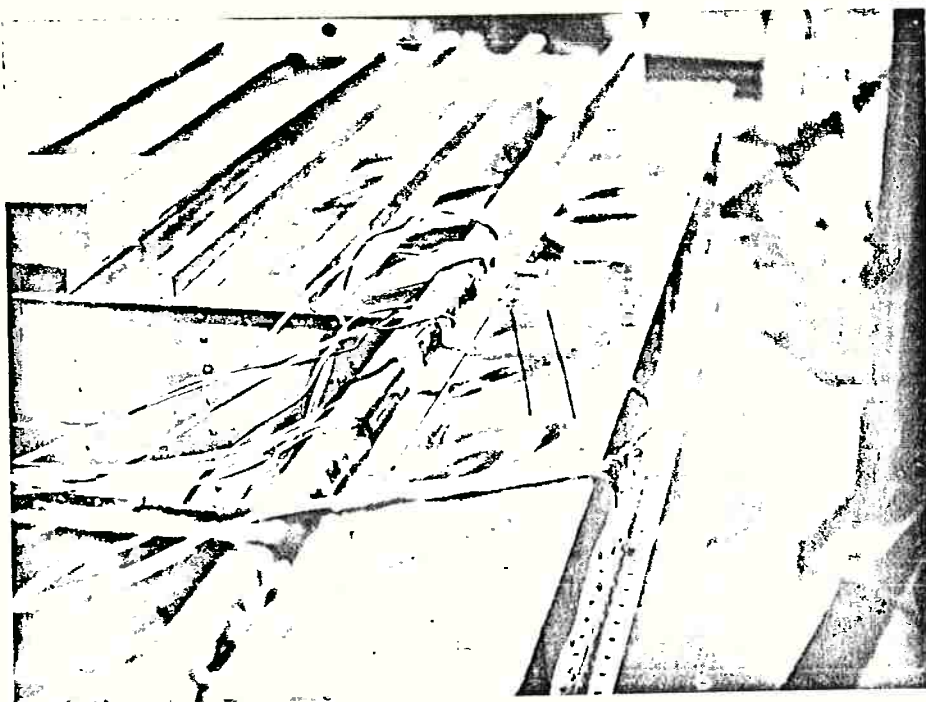


Figura 4 - Chapas flambadas por cisalhamento, com carga de 2000,0 kg na célula de carga, na parte superior do modelo.

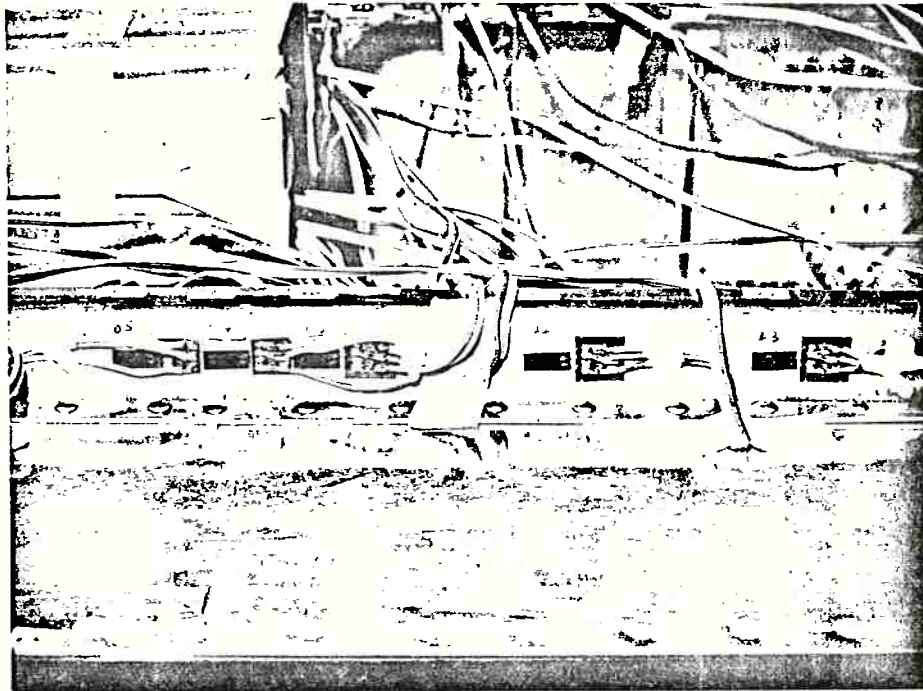


Figura 5 - Vista de alguns extensômetros colocados no reforçador contínuo da parte superior do modelo, no início da abertura.

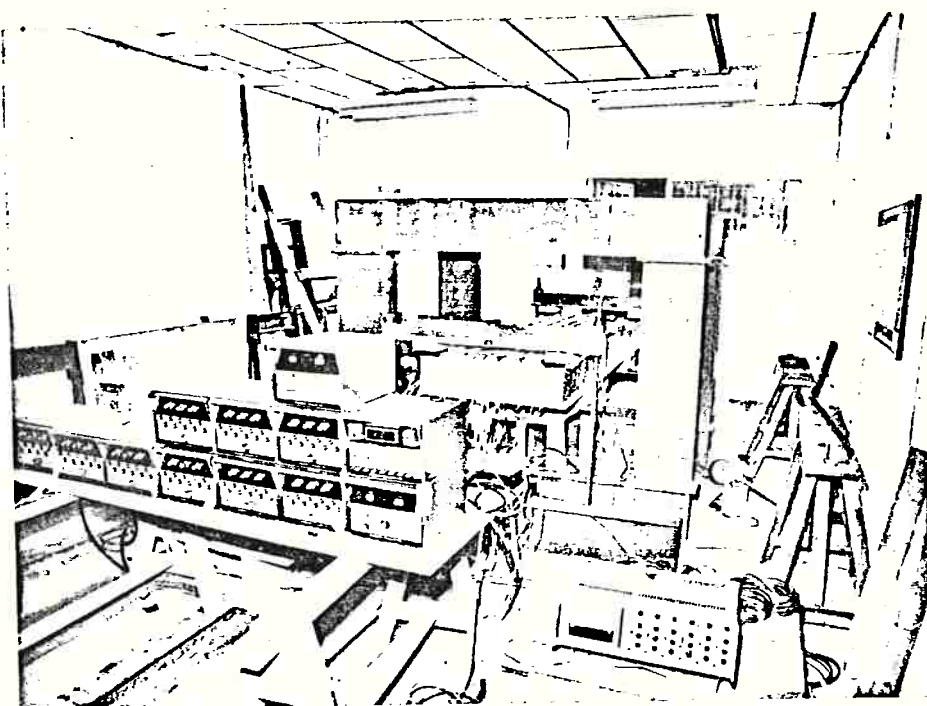


Figura 6 - Vista geral do ensaio de flexão, vendo-se ao fundo o modelo e seus apoios, e em primeiro plano o equipamento utilizado.



Figura 7 - Vista dos apoios utilizados para o ensaio de flexão, com os calços de madeira e borracha.

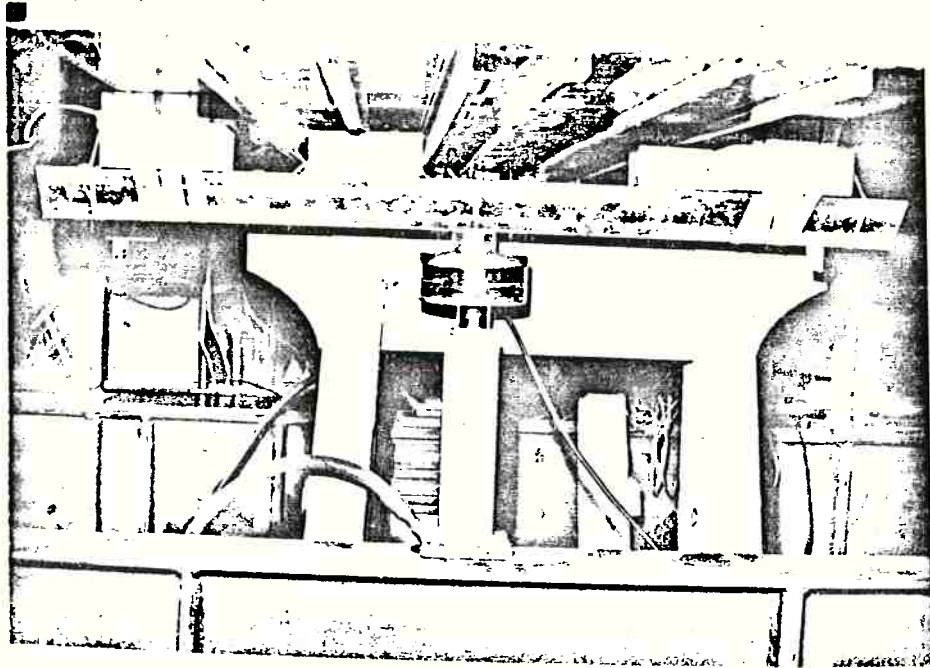


Figura 8 - Vista do sistema usado para aplicação da carga em cada diafragma rígido, vendo-se o atuador e a célula de carga aplicando esforço, em uma can toneira que o distribue para cada lateral do mo delo.

ANEXO D

RESULTADOS OBTIDOS PELO
PROGRAMA DE COMPUTADOR

CALCULO DE TORCAO EM CAIXAS

CAIXA ABERTA COM DOZE REFORCADORES - COMPRIMENTO 345,0 MM

DADOS DE ENTRADA

ORDEM DA MATRIZ	=	14
NUMERO DE RAIZES	=	9
NUMERO DE PONTOS P/ 1 PASSO	=	100
NUMERO DE PONTOS P/ 2 PASSO	=	10
VALOR DO INTERVALO A ESQUERDA	=	0.00
VALOR DO INTERVALO A DIREITA	=	0.02
NUMERO DE REFORCADORES	=	12
NUMERO DE PONTOS P/ CALCULO	=	4
TIPO DE ESFORCO	=	1
RAZAO ELASTICA	=	1.612
COMPRIMENTO	=	345.0
LOCAL DE APLICACAO DO ESFORCO (Z)	=	0.00

RAIZES PARA O CALCULO DAS TENSOES

RAIZ NUMERO	VALOR
1	0.7255E-02
2	0.9665E-02
3	0.1264E-01
4	0.1296E-01
5	0.1306E-01
6	0.1329E-01
7	0.1564E-01
8	0.1692E-01
9	0.1771E-01

TENSOES SIGMA PARA OS REFORCADORES (PONTO 1)

Z = 0 .00000E+00

REFORCADOR	SIGMA
1	0.1440E-11
2	0.1600E-20
3	-0.9530E-27
4	-0.2667E-13
5	0.0239E-18
6	0.1334E-13
7	-0.8967E-13
8	0.4006E-14
9	0.7333E-13
10	0.1200E-12
11	0.9215E-27
12	0.7733E-12

TENSOES SIGMA PARA OS REFORCADORES (PONTO 2)

Z = 0.11500E+03

REFORCADOR	SIGMA
1	-0.2816E-10
2	-0.8133E-12
3	-0.1061E-10
4	-0.7173E-11
5	-0.3493E-11
6	-0.1213E-11
7	0.9467E-11
8	0.3293E-11
9	0.6773E-11
10	0.1084E-10
11	0.6933E-12
12	0.2796E-10

TENSOES SIGMA PARA OS REFORCADORES (PONTO 3)

Z = 0.2300E+03

REFORCADOR	SIGMA
1	-0.6157E-10
2	-0.1413E-11
3	-0.2239E-10
4	-0.1463E-10
5	-0.6773E-11
6	-0.2227E-11
7	0.1893E-11
8	0.6600E-11
9	0.1420E-10
10	0.2205E-10
11	0.1293E-11
12	0.6048E-10

TENSOES SIGMA PARA OS REFORCADORES (PONTO 4)

 $Z = 0.3450E+03$

REFORCADOR	SIGMA
1	-0.9088E-10
2	-0.1973E-11
3	-0.3181E-10
4	-0.2011E-10
5	-0.9587E-11
6	-0.3147E-11
7	0.2853E-11
8	0.9707E-11
9	0.2048E-10
10	0.3196E-10
11	0.1800E-11
12	0.8984E-10

TENSOES TAU PARA CHAPAS

Z = 0.3450E+03

CHAPA	TAU
1 - 2	0.6307E-10
2 - 3	0.4299E-10
3 - 4	0.2448E-10
4 - 5	0.1427E-10
5 - 6	0.1044E-10
6 - 7	0.1019E-10
7 - 8	0.1044E-10
8 - 9	0.1424E-10
9 - 10	0.1856E-10
10 - 11	0.4307E-10
11 - 12	0.6313E-10
12 - 1	0.0000E+00

CALCULO DE TORCAO EM CAIXAS

CAIXA FECHADA COM DEZESSEIS REFORCADORES - COMPRIMENTO 530,0 MM

DADOS DE ENTRADA

ORDEM DA MATRIZ	=	19
NUMERO DE RAIZES	=	13
NUMERO DE PONTOS P/ 1 PASSO	=	100
NUMERO DE PONTOS P/ 2 PASSO	=	10
VALOR DO INTERVALO A ESQUERDA	=	0.00
VALOR DO INTERVALO A DIREITA	=	0.10
NUMERO DE REFORCADORES	=	16
NUMERO DE PONTOS P/ CALCULO	=	4
TIPO DE ESFORCO	=	3
RAZAO ELASTICA	=	1.612
COMPRIMENTO	=	530.0
LOCAL DE APLICACAO DO ESFORCO (Z)	=	0.00

RAIZES PARA O CALCULO DAS TENSOES

RAIZ NUMERO	VALOR
1	0.6372E-03
2	0.1965E-02
3	0.3279E-02
4	0.4665E-02
5	0.4975E-02
6	0.6567E-02
7	0.9383E-02
8	0.1049E-01
9	0.1209E-01
10	0.1413E-01
11	0.1618E-01
12	0.1772E-01
13	0.5843E-01

TENSOES SIGMA PARA OS REFORCADORES (PONTO 1)

Z = 0.00000E+00

REFORCADOR	SIGMA
1	0.7172E-34
2	0.3205E-32
3	-0.2706E-41
4	0.3036E-41
5	-0.2961E-40
6	-0.1716E-17
7	0.1239E-19
8	-0.3127E-28
9	0.3647E-19
10	0.2119E-26
11	0.9634E-28
12	-0.2664E-29
13	0.1731E-26
14	-0.1205E-41
15	-0.1706E-36
16	0.2917E-31

TENSOES SIGMA PARA OS REFORCADORES (PONTO 2)

Z = 0.1767E+03

REFORCADOR	SIGMA
1	0.6885E-05
2	0.6905E-05
3	-0.5417E-05
4	-0.4918E-05
5	-0.3916E-05
6	-0.4125E-05
7	-0.4963E-05
8	-0.5429E-05
9	-0.7100E-05
10	0.6817E-05
11	0.4476E-05
12	0.4508E-05
13	0.3871E-05
14	0.3935E-05
15	0.4475E-05
16	0.5375E-05

TENSOES SIGMA PARA OS REFORCADORES (PONTO 3)

Z = 0.3533E+03

REFORCADOR	SIGMA
1	0.1440E-04
2	-0.1497E-04
3	-0.1206E-04
4	-0.9106E-05
5	-0.8106E-05
6	-0.8017E-05
7	-0.8906E-05
8	-0.1179E-05
9	-0.1506E-04
10	0.1440E-04
11	0.1158E-04
12	0.8896E-05
13	0.7926E-05
14	0.8025E-05
15	0.8800E-05
16	0.1149E-04

TENSOES SIGMA PARA OS REFORCADORES (PONTO 4)

Z = 0.5300E+03

REFORCADOR	SIGMA
1	0.1946E-04
2	-0.2017E-04
3	-0.1806E-04
4	-0.1299E-04
5	-0.1067E-04
6	-0.1101E-04
7	-0.1292E-04
8	-0.1876E-04
9	-0.1906E-04
10	0.1899E-04
11	0.1609E-04
12	0.1296E-04
13	0.1171E-04
14	0.1174E-04
15	0.1215E-04
16	0.1649E-04

VITA

Odair Caltabeloti, nasceu em São Paulo, a 19 de Dezembro de 1945, filho de Herculano Caltabeloti e Anna Maria Presoto Caltabeloti. Graduou-se em Engenharia Naval em 1972, pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, obteve o Título de Mestre em Engenharia em 1976, pela Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. É Professor Assistente em tempo parcial junto ao Departamento de Engenharia Naval da EPUSP, e Engenheiro Pesquisador I no Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo, junto a Divisão de Engenharia Naval e Oceânica. É casado com Palmira Eloisa Prior Caltabeloti, residindo à Rua Diana, 231 - ap. 63, Perdizes, São Paulo, Capital, Cep. 05019, Tel. 864-1619.

Departamento de Engenharia Naval - EPUSP
Cidade Universitária - C.P. 30077
São Paulo - SP
Tel: 815-9122 - Ramal 350

Divisão de Engenharia Naval e Oceânica - IPT
Cidade Universitária - C.P. 7141
São Paulo - SP
Tel: 268-2211 - Ramal 468