

RAFAEL GARDEL AZZARITI BRASIL

**PROGRAMAÇÃO DE NAVIOS SONDA
HETEROGÊNEOS EM ATIVIDADES *OFFSHORE*
CONSIDERANDO A ELEGIBILIDADE**

São Paulo
2024

RAFAEL GARDEL AZZARITI BRASIL

**PROGRAMAÇÃO DE NAVIOS SONDA
HETEROGÊNEOS EM ATIVIDADES *OFFSHORE*
CONSIDERANDO A ELEGIBILIDADE**

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do Título de Mestre em Ciências.

São Paulo
2024

RAFAEL GARDEL AZZARITI BRASIL

**PROGRAMAÇÃO DE NAVIOS SONDA
HETEROGÊNEOS EM ATIVIDADES *OFFSHORE*
CONSIDERANDO A ELEGIBILIDADE**

Versão Corrigida

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do Título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração:

Engenharia de Produção

Orientadora:

Profa. Dra. Débora Pretti Ronconi

São Paulo
2024

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Este exemplar foi revisado e corrigido em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 02 de agosto de 2024

Assinatura do autor: Rafael Gardel Azzariti Brasil

Documento assinado digitalmente

Assinatura do orientador:  **DEBORA PRETTI RONCONI**
Data: 02/08/2024 17:59:54-0300
verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Catálogo-na-publicação

Brasil, Rafael Gardel Azzariti

Programação de navios sonda heterogêneos em atividades offshore considerando a elegibilidade / R. G. A. Brasil -- versão corr. -- São Paulo, 2024. 135 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.

1.Poços de petróleo 2.Heurística 3.Programação linear inteira mista 4.Programação de sondas I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Produção II.t.

Dedicatória

Dedico este trabalho à minha mãe, Alessandra Gardel Azzariti Brasil, e à minha irmã, Rafaela Gardel Azzariti Brasil, pela força e apoio dados a mim neste período e em todos os outros da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por toda a sabedoria e oportunidades concedidas a mim.

A professora orientadora, Profa. Dra. Débora Pretti Ronconi, pela orientação dispensada a mim ao longo deste trabalho, pela oportunidade de aprender mais.

A minha mãe e minha irmã, a quem dedico este trabalho, por todo o apoio e conselhos ao longo de todo este trajeto e por seguir ao meu lado, me apoiando e incentivando nas tomadas de decisões.

A minha família, por estarem sempre me apoiando e me incentivando.

Aos amigos que sempre me apoiaram e me incentivaram ao longo deste trabalho e por estarem sempre presentes, mesmo que distantes fisicamente.

“We the last in line”

-Ronnie James Dio

RESUMO

Este trabalho aborda a programação da construção de poços de petróleo no mar, utilizando sondas de perfuração. Os custos de perfuração constituem uma parte substancial dos custos totais de desenvolvimento de um campo no mar, portanto, planejar o uso eficiente das plataformas de perfuração é crucial para garantir a viabilidade econômica dos projetos de exploração e produção de petróleo e gás (E&P). O objetivo do problema é minimizar o tempo de conclusão de todas as operações envolvidas no desenvolvimento de poços submarinos, considerando a disponibilidade das sondas de perfuração, que possuem diferentes características e períodos de disponibilidade. Essas atividades são: perfuração, completação do poço e atividades de manutenção. São consideradas restrições técnicas, disponibilidade das embarcações de perfuração, datas de liberação e restrições de precedência das atividades. Além disso, as restrições de elegibilidade da embarcação são respeitadas. Cinco modelos de programação linear inteira mista, heurística construtiva e busca local foram desenvolvidos, considerando os objetivos e restrições acima. Experimentos numéricos, utilizando instâncias baseadas em situações de uma empresa real, apresentam comportamento adequado, o que demonstra que os modelos representam fielmente a situação retratada e pode ser combinada com meta-heurísticas e técnicas de otimização mais avançadas para obter melhores resultados.

Palavras-Chave – Poços de petróleo, Heurística, Programação linear inteira mista, Programação de sondas.

ABSTRACT

This work addresses the programming of offshore oil well construction, using drilling rigs. Drilling costs constitute a substantial portion of the total development costs of an offshore field, therefore, planning the efficient use of drilling platforms is crucial to ensure the economic viability of oil and gas exploration and production (E&P) projects. The objective of the problem is to minimize the completion time of all operations involved in the development of subsea wells, considering the availability of drilling rigs, which have different characteristics and availability periods. These activities include drilling, well completion, and maintenance activities. Technical constraints, availability of drilling vessels, release dates, and activity precedence constraints are considered. Furthermore, vessel eligibility constraints are respected. Five models of mixed-integer linear programming, constructive heuristics, and local search were developed, considering the above objectives and constraints. Numerical experiments, using instances based on situations from a real company, exhibit appropriate behavior, demonstrating that the models faithfully represent the depicted situation and can be combined with metaheuristics and more advanced optimization techniques to achieve better results.

Keywords – Oil wells, Heuristic, Mixed integer linear programming, Vessel scheduling.

LISTA DE FIGURAS

| | | |
|----|--|----|
| 1 | Evolução dos preços médios anuais no mercado spot dos petróleos dos tipos <i>Brent</i> e <i>WTI</i> – 2011-2020. | 16 |
| 2 | Camadas de Pré-sal e Pós-sal na Costa Brasileira | 18 |
| 3 | Evolução das reservas provadas de petróleo, por localização (terra e mar) – 2012-2021 | 19 |
| 4 | Evolução da obrigação de investimentos em pesquisa e desenvolvimento (P&D) – 2004-2013 | 26 |
| 5 | Evolução do número de sondas em operação no Brasil | 27 |
| 6 | Fases da exploração e produção de óleo e gás <i>offshore</i> | 31 |
| 7 | Estágios | 33 |
| 8 | Gráfico de Gantt do modelo 1 para uma instância com 3 sondas de perfuração e 10 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{1,6}=138$, $c_{1,9}=68$, $c_{1,10}=101$, $c_{2,1}=136$, $c_{2,2}=36$, $c_{2,3}=60$, $c_{2,4}=85$, $c_{2,8}=112$, $c_{3,5}=124$, $c_{3,7}=89$ | 44 |
| 9 | Gráfico de Gantt do modelo 2 para uma instância com 3 sondas de perfuração e 10 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{2,1}=195$, $c_{2,2}=267$, $c_{2,3}=243$, $c_{2,4}=37$, $c_{2,5}=219$, $c_{2,6}=311$, $c_{2,7}=81$, $c_{2,8}=104$, $c_{2,9}=148$, $c_{2,10}=171$ | 46 |
| 10 | Gráfico de Gantt do Modelo 3 para uma instância com 3 sondas de perfuração e 10 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{2,1}=84$, $c_{3,2}=98$, $c_{2,3}=36$, $c_{2,4}=60$, $c_{3,5}=63$, $c_{1,6}=142$, $c_{1,7}=68$, $c_{2,8}=108$, $c_{1,9}=105$, $c_{2,10}=132$ | 49 |
| 11 | Gráfico de Gantt do Modelo 4 para uma instância com 3 sondas de perfuração e 10 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{1,7}=68$, $c_{1,9}=105$, $c_{1,10}=138$, $c_{2,1}=84$, $c_{2,3}=36$, $c_{2,5}=60$, $c_{2,6}=129$, $c_{3,2}=98$, $c_{3,4}=63$, $c_{3,8}=133$ | 54 |
| 12 | Posições geográficas dos navios sonda e atividades dos experimentos. | 56 |

| | | |
|----|---|-----|
| 13 | Gráfico de Gantt do Modelo 1 para uma instância com 7 sondas de perfuração e 13 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{1,9}=68, c_{2,6}=56, c_{2,13}=100, c_{3,3}=100, c_{3,5}=63, c_{4,1}=44, c_{4,10}=100, c_{5,11}=48,$ $c_{5,12}=96, c_{6,2}=100, c_{6,4}=71, c_{7,7}=73, c_{7,8}=100.$ | 60 |
| 14 | Gráfico de Gantt do Modelo 1 para uma instância com 7 sondas de perfuração e 11 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{2,1}=61,$ $c_{3,2}=99, c_{3,3}=64, c_{2,4}=37, c_{2,5}=85, c_{4,6}=78, c_{1,7}=101, c_{7,9}=97, c_{6,11}=82,$ $c_{5,12}=48, c_{5,13}=96.$ | 61 |
| 15 | Gráfico de Gantt do Modelo 2 para uma instância com 7 sondas de perfuração e 13 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{1,6}=216, c_{1,7}=68, c_{1,9}=105, c_{1,12}=142, c_{1,13}=179, c_{2,1}=153, c_{2,2}=201, c_{2,3}=225,$ $c_{2,4}=81, c_{2,5}=129, c_{2,8}=105, c_{2,10}=177, c_{2,11}=57.$ | 64 |
| 16 | Gráfico de Gantt do Modelo 3 para uma instância com 7 sondas de perfuração e 13 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{1,7}=68, c_{1,12}=105, c_{2,3}=36, c_{2,4}=60, c_{2,8}=91, c_{3,1}=64, c_{4,2}=43, c_{4,10}=77,$ $c_{5,6}=95, c_{5,9}=48, c_{6,11}=82, c_{7,5}=52, c_{7,13}=98.$ | 67 |
| 17 | Gráfico de Gantt do Modelo 4 para uma instância com 7 sondas de perfuração e 13 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{1,9}=68, c_{2,6}=56, c_{2,13}=100, c_{3,1}=99, c_{3,4}=63, c_{4,2}=43, c_{4,5}=73, c_{5,11}=48,$ $c_{5,12}=96, c_{6,3}=49, c_{6,10}=96, c_{7,7}=73, c_{7,8}=97.$ | 70 |
| 18 | Gráfico de Gantt do Modelo 5 para uma instância com 7 sondas de perfuração e 13 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{1,7}=68, c_{1,8}=101, c_{2,2}=60, c_{2,3}=36, c_{2,5}=84, c_{3,13}=89, c_{4,1}=44, c_{4,4}=91,$ $c_{5,6}=101, c_{5,11}=48, c_{6,12}=84, c_{7,9}=73, c_{7,10}=97.$ | 74 |
| 19 | Razão Atividades/Sondas x Instante de término Máximo (Z) - Modelo 1 | 83 |
| 20 | Razão Atividades/Sondas x Tempo computacional - Modelo 1 | 84 |
| 21 | Gantt 2x10 - Heurística Construtiva (HC) | 94 |
| 22 | Gantt 2x10 - Heurística Construtiva (HC) + Busca Local (BL) | 102 |

LISTA DE TABELAS

| | | |
|----|---|----|
| 1 | Notação do modelo 1. | 36 |
| 2 | Comparação dos modelos 1 e 2 | 45 |
| 3 | Comparação dos modelos 1, 2 e 3 | 48 |
| 4 | Comparação dos Modelos 1, 2, 3 e 4 | 53 |
| 5 | Navios sonda: características e limitações técnicas. | 55 |
| 6 | Atividades <i>offshore</i> : características e limitações técnicas. | 57 |
| 7 | Detalhes do Modelo MILP 1 (número de variáveis e restrições) e resultados (para cada instância). | 59 |
| 8 | Detalhes do modelo MILP 2 (número de variáveis e restrições) e resultados (para cada instância). | 63 |
| 9 | Detalhes do Modelo MILP 3 (número de variáveis e restrições) e resultados (para cada instância). | 66 |
| 10 | Detalhes do Modelo MILP 4 (número de variáveis e restrições) e resultados (para cada instância). | 69 |
| 11 | Detalhes do Modelo MILP 5 (número de variáveis e restrições) e resultados (para cada instância). | 73 |
| 12 | Comparação do Modelo 5 com o Modelo 1 (número de variáveis e restrições) e resultados (para cada instância). | 76 |
| 13 | Teste de normalidade da função objetivo | 79 |
| 14 | Teste de normalidade do tempo de CPU (s) | 79 |
| 15 | Teste de Wilcoxon-Mann-Whitney dos valores de Z dos Modelos 1 e 5 | 80 |
| 16 | Teste de Wilcoxon-Mann-Whitney dos valores de Z dos Modelos 3 e 4 | 80 |
| 17 | Teste de Wilcoxon-Mann-Whitney do tempo de CPU (s) dos Modelos 3 e 4 | 81 |
| 18 | Teste de Wilcoxon-Mann-Whitney do tempo de CPU (s) dos Modelos 1 e 5 | 81 |
| 19 | Limitantes superiores LPT | 88 |

| | | |
|----|--|-----|
| 20 | Tempo de viagem entre atividades t_{ijk} em dias | 90 |
| 21 | Alocação das Atividades nas Avaliações | 93 |
| 22 | Tempo de viagem entre atividades t_{ijk} em dias | 99 |
| 23 | Resultados Heurística Construtiva + BL - Instâncias de pequeno porte . . | 104 |
| 24 | Instâncias de grande porte | 105 |
| 25 | Instâncias de grande porte - Resolvidas - Modelo 1 | 108 |
| 26 | Instâncias de grande porte - Resolvidas - HC | 109 |
| 27 | Resultados Heurística Construtiva com busca local x Modelo 1 - Instâncias de Grande Porte | 111 |
| 28 | Resultados Instâncias de grande porte - HC | 121 |
| 29 | Resultados Instâncias de grande porte - Modelo 1 | 126 |
| 30 | Resultados Instâncias de grande porte - Modelo 1 com Warm Start | 131 |

SUMÁRIO

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Introdução | 15 |
| 1.1 | Contextualização | 15 |
| 1.2 | Problema | 16 |
| 1.3 | Objetivo geral | 19 |
| 1.4 | Objetivos específicos | 20 |
| 1.5 | Justificativa | 20 |
| 1.6 | Delimitação do estudo | 21 |
| 1.7 | Estruturação do trabalho | 21 |
| 2 | Revisão de literatura | 22 |
| 2.1 | Roteirização de Veículos | 22 |
| 2.2 | Exploração de Óleo e Gás | 25 |
| 2.3 | Problemas de Roteamento e Programação de Sondas | 28 |
| 3 | Descrição do Problema | 31 |
| 3.1 | O ciclo de vida de um poço de petróleo <i>offshore</i> | 31 |
| 3.2 | Características específicas do problema | 33 |
| 4 | Modelos Matemáticos | 35 |
| 4.1 | Premissas dos modelos desenvolvidos | 35 |
| 4.2 | Modelo 1: Minimização do instante de término da última atividade (<i>Makespan</i>) | 36 |
| 4.3 | Modelo 2: Minimização da soma dos instantes de término das sondas | 45 |
| 4.4 | Modelo 3: Minimização da soma dos instantes de término das atividades | 48 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 4.5 | Modelo 4: Minimização do instante de término da última atividade(<i>Makespan</i>) + Instantes de término das atividades | 51 |
| 5 | Experimentos Numéricos | 55 |
| 5.1 | Premissas dos experimentos desenvolvidos | 55 |
| 5.2 | Resultados dos experimentos do Modelo 1 | 58 |
| 5.3 | Resultados dos experimentos do Modelo 2 | 62 |
| 5.4 | Resultados dos experimentos do Modelo 3 | 65 |
| 5.5 | Resultados dos experimentos do Modelo 4 | 68 |
| 5.6 | Extensões do Modelo | 71 |
| 5.6.1 | Extensão 1: Execução de atividades precedentes na mesma sonda . | 71 |
| 5.7 | Análise estatística dos Modelos | 78 |
| 5.7.1 | Teste de normalidade dos modelos | 78 |
| 5.7.2 | Teste de igualdade de medianas entre modelos | 79 |
| 5.8 | Conclusões parciais | 82 |
| 6 | Heurística | 85 |
| 6.1 | Heurística Construtiva | 86 |
| 6.2 | Busca Local | 96 |
| 6.3 | Resultados da heurística construtiva e busca local - Instâncias de pequeno porte | 103 |
| 6.3.1 | Resultados da heurística construtiva e busca local - Instâncias de grande porte | 105 |
| 6.3.2 | Experimentos Numéricos Instâncias de grande porte | 107 |
| 6.3.2.1 | Resultados do Modelo 1 - Instâncias de grande porte . . . | 107 |
| 6.3.2.2 | Resultados do Heurística Construtiva - Instâncias de grande porte | 108 |
| 6.3.2.3 | Comparação Modelo 1 x HC+BL - Instâncias de grande porte | 110 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 6.3.2.4 | Comparação Modelo 1 x HC - Instâncias de grande porte - Warm Start | 112 |
| 7 | Conclusão e Trabalhos Futuros | 113 |
| | Referências | 114 |
| | Anexo A – Resultados Instâncias de grande porte - HC | 121 |
| | Anexo B – Resultados Instâncias de grande porte - Modelo 1 | 126 |
| | Anexo C – Resultados Instâncias de grande porte - Modelo 1 com Warm Start | 131 |

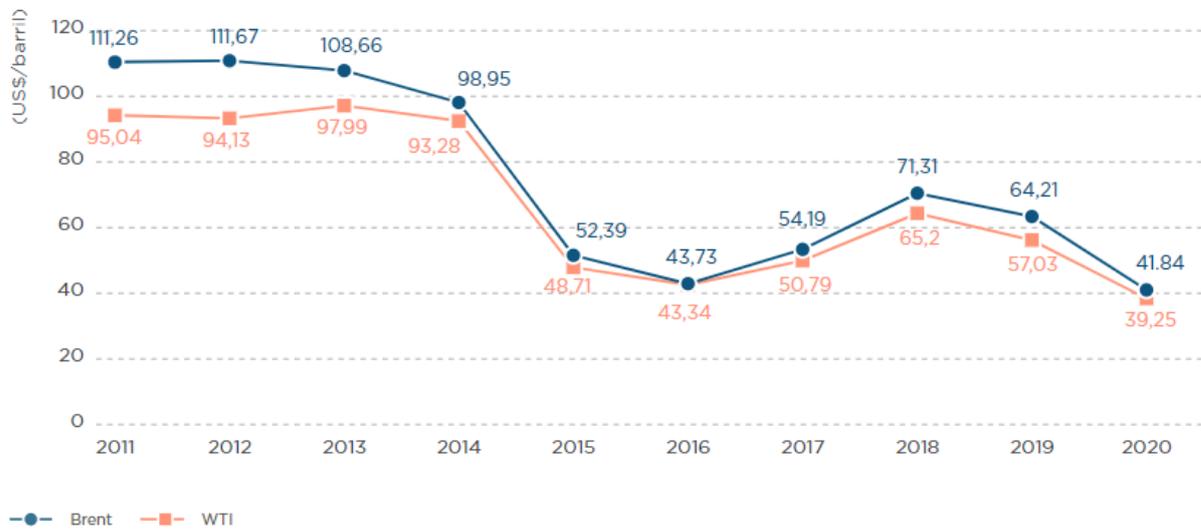
1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

Em 2020, os preços do marcador Brent registraram o menor valor desde 2004 IBP (2022). Segundo ANP (2021), a produção nacional de derivados cresceu 3,4% em 2020, atingindo 1,9 milhão de barris por dia, o que representa 77,2% da capacidade instalada de refino. Já as vendas de derivados do petróleo pelas distribuidoras registraram uma queda de 4,3% devido aos efeitos da pandemia de Covid-19. Segundo BP (2021), a nível mundial, em 2020, o consumo de óleo diminuiu em 9,3%, o menor valor desde 2011. O consumo caiu principalmente nos Estados Unidos, União Europeia e Índia, subindo apenas na China. Esta queda afetou consideravelmente os mercados de óleo e gás natural. Em relação ao consumo, o Brasil alcançou o oitavo lugar no ranking mundial, com um consumo de cerca de 2,3 milhões de barris por dia (2,6% do total mundial), representando uma queda de 4,8% em relação ao ano de 2019.

No início de 2020, ocorreram diversos eventos geopolíticos, como a intensificação das tensões entre os Estados Unidos e o Irã e também os impactos das ações preventivas relacionadas à pandemia de Covid-19 (Empresa de Pesquisa Energética, 2021). As medidas de isolamento e distanciamento social, que visavam diminuir a circulação de pessoas, geraram impactos no consumo, nos serviços e nas atividades industriais. Esses reflexos causaram uma diminuição na demanda global de combustíveis, como querosene de aviação, gasolina e diesel. Segundo International Energy Agency (2020), houve uma redução de 8,1 milhões de barris por dia na demanda global de petróleo em 2020. Segundo World Bank Group (2021), a pandemia de Covid-19 afetou significativamente mais o preço do petróleo do que o preço dos metais, devido às medidas de *lockdown* que impactaram as viagens. Segundo ANP (2021), em 2020, houve uma queda de 34,8% na cotação média do óleo do tipo *Brent* em relação a 2019, conforme a Figura 1 a seguir.

Figura 1: Evolução dos preços médios anuais no mercado spot dos petróleos dos tipos Brent e WTI – 2011-2020.



Fonte: (ANP, 2021, p. 40)

A partir do segundo semestre de 2021, os preços internacionais de petróleo e gás natural subiram, refletindo sobre os preços de combustível no Brasil, que se elevaram no período (Empresa de Pesquisa Energética, 2022).

1.2 Problema

A exploração de petróleo e gás *offshore* enfrenta diversos desafios, como as longas distâncias entre as plataformas de exploração e produção e os terminais marítimos, além das constantes mudanças nas condições climáticas (CUNHA et al., 2020). No Brasil, há o desafio adicional de que a maioria das atividades de exploração ocorre na camada do pré-sal, onde o mar possui profundidade superior a 2000 metros (MORAIS, 2013). Em janeiro de 2022, as atividades de produção de petróleo no pré-sal representaram 74,73% do total, enquanto o restante (25,27%) foi produzido em campos do pós-sal ou em terra (ANP, 2022b).

Os custos de uma operação de perfuração dependem de vários fatores, incluindo tempo de perfuração, distância da costa, profundidade e tipo de sonda. Esses custos também englobam o tempo não produtivo e o próprio custo de operação da sonda (HOSSAIN, 2015). A perfuração de poços em águas profundas pode variar de 600.000 a 800.000 dólares

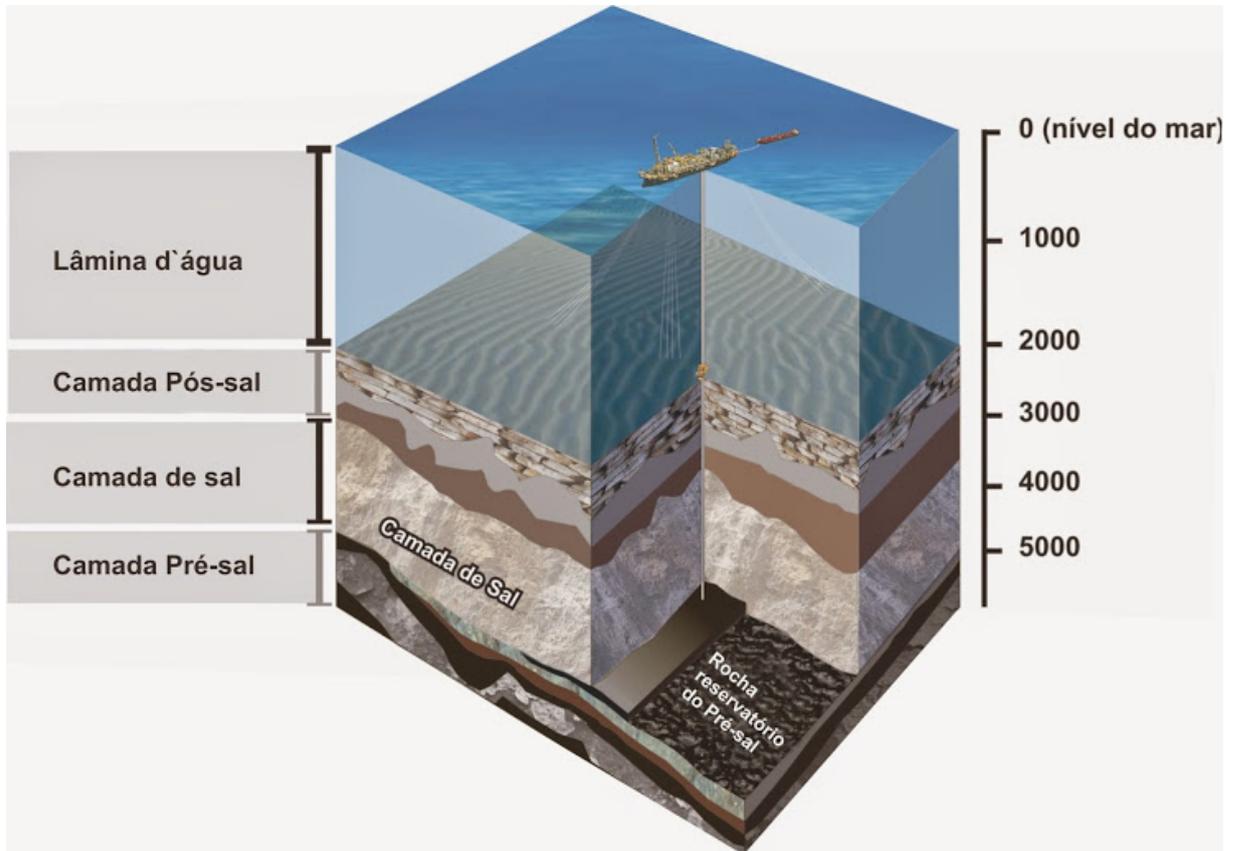
americanos por dia em valores de 2010 (AMADO, 2013). O autor complementa que, considerando valores de 2010, os custos em poços de águas profundas podem ser seis a oito vezes maiores do que os poços em terra. Além disso, a quantidade de dias de operação é proporcional à profundidade do poço, podendo um poço de 32.000 pés levar até 150 dias para ser perfurado.

Além da grande distância da costa, outros fatores contribuem para o aumento do custo das operações de perfuração, como a eficiência das sondas, fatores geológicos, o propósito do poço, trajetória, profundidade, diâmetro do poço, experiência do operador, entre outros (HOSSAIN, 2015; IKWAN et al., 2016). Segundo Thakkar et al. (2020), os custos de perfuração representam de 25% a 35% dos custos totais de desenvolvimento de um campo de petróleo *offshore* (THAKKAR et al., 2020). Para as empresas operadoras desses campos, a busca por maior eficiência é imperativa, especialmente porque, a partir de 2019, a maioria dos campos descobertos estava em áreas *offshore* (ANP, 2020).

Mesmo com os avanços alcançados na indústria de petróleo, os campos de petróleo em águas profundas representam metade dos poços descobertos nos últimos dez anos (International Energy Agency, 2018). Segundo Offshore Magazine (2021), espera-se que o Brasil continue sendo um dos principais atores na perfuração em águas profundas e expanda ainda mais suas atividades nos próximos anos. Avaliando a relação entre a localização dos campos de petróleo e a quantidade total produzida no Brasil, houve uma queda de 8,59% na produção em terra e um aumento de 6,30% na produção no mar (*offshore*). Em relação à produção no mar, houve um aumento de 17,78% nos campos localizados no pré-sal e uma diminuição de 14,75% nos campos localizados no pós-sal (ANP, 2020).

Segundo Petrobras (2022), o pré-sal é uma formação rochosa localizada no subsolo a cerca de 300 quilômetros da costa brasileira, com uma área de 800 quilômetros de extensão por 200 quilômetros de largura. A formação de petróleo ocorre em profundidades de 5 mil metros, sendo 2 mil de lâmina d'água, mil de sedimentos e outros 2 mil de sal. A Figura 2 ilustra a distribuição do pré-sal nas bacias sedimentares brasileiras.

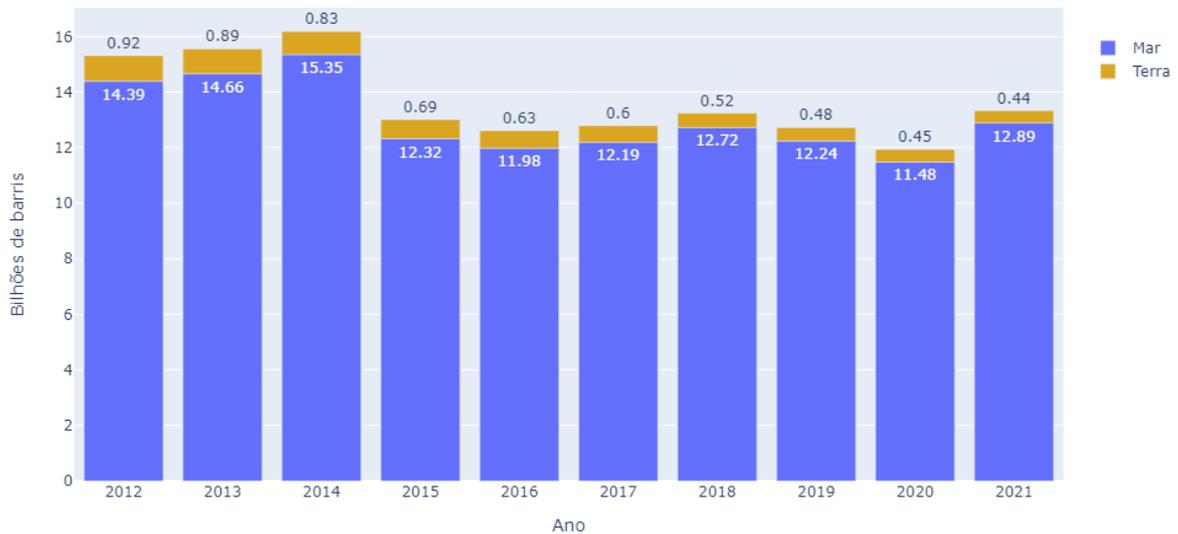
Figura 2: Camadas de Pré-sal e Pós-sal na Costa Brasileira



Fonte: (Petrobras, 2022)

Até o final de 2020, as reservas totais de petróleo do Brasil totalizaram 20,2 bilhões de barris, sendo 11,9 bilhões de barris como reservas provadas. Destas, 457,1 milhões de barris estão em terra e 11,5 bilhões no mar (ANP, 2021). A Figura 3 apresenta a evolução das reservas provadas de petróleo.

Figura 3: Evolução das reservas provadas de petróleo, por localização (terra e mar) – 2012-2021



Fonte: Adaptado de (ANP, 2022a)

De acordo com Suslick, Schiozer e Rodriguez (2009), o ambiente *offshore* é caracterizado por incerteza, altos investimentos e operações de alto risco, tornando o problema de roteamento de sondas ainda mais complexo. Bissoli, Chaves e Ribeiro (2016) sugerem que, em situações da vida real, os problemas de roteamento de sondas *offshore* devem considerar todos os possíveis elementos que afetam a otimização.

1.3 Objetivo geral

O objetivo do problema é resolver questões relacionadas ao tempo de conclusão de todas as operações envolvidas no desenvolvimento de poços *offshore*, considerando a disponibilidade das sondas de perfuração, que possuem diferentes características e períodos de disponibilidade, através do desenvolvimento de modelos de programação linear inteira mista e métodos heurísticos eficazes.

1.4 Objetivos específicos

Para alcançar o objetivo geral proposto por este trabalho, faz-se necessário alcançar os seguintes objetivos específicos listados abaixo:

- Revisar a literatura sobre métodos de otimização que abordam o desenvolvimento de poços;
- Propor uma abordagem baseada em Programação Linear Inteira Mista;
- Propor uma heurística que resolva o problema em questão;
- A partir dos resultados do método aplicado, propor sugestões e melhorias ao processo estudado por este estudo.

1.5 Justificativa

De maneira geral, as empresas do setor de óleo e gás contratam sondas para realizar as operações de perfuração, avaliação, completação e *workover*. Caso a frota possua tamanho abaixo do ideal, pode resultar em *delays* na produção e afetar a lucratividade dos poços, porém, caso o tamanho da frota seja acima do ideal, pode resultar em alta ociosidade e custos de oportunidade. Visto isso, o tamanho da frota, assim como o cronograma das operações, devem ser planejados de maneira a atender apropriadamente as atividades planejadas no lugar certo e na hora certa com o menor custo possível (SANTOS; HAMACHER; OLIVEIRA, 2021). Acrescenta-se também o fato de que incertezas relacionadas à demanda de óleo e gás, preços nos mercados internacionais e na capacidade de produção têm grande impacto nas decisões operacionais envolvendo toda a cadeia de suprimentos de óleo e gás (CUNHA et al., 2020).

Acrescenta-se ainda o fato de que, segundo ANP (2022a), em 2021, 97% da produção de petróleo no Brasil ocorreu em campos localizados no mar, enquanto 3% ocorreu em campos localizados em terra.

Espera-se que as metodologias propostas neste trabalho forneçam ferramentas que auxiliem a empresa a executar as atividades de exploração de petróleo e gás natural com uma menor utilização dos recursos de alocação de sonda e também a redução do tempo ocioso entre as atividades, contribuindo assim para a economia de recursos.

1.6 Delimitação do estudo

Vale ressaltar que, neste estudo, são consideradas apenas atividades de perfuração, completação e *workover* referentes aos cronogramas de construção. Entretanto, é possível estender este modelo para considerar casos com mais atividades e mais relações de precedência.

1.7 Estruturação do trabalho

No primeiro capítulo, Introdução, é feita a apresentação do trabalho, a contextualização do tema estudado, a apresentação do problema, os objetivos gerais e específicos do trabalho, as delimitações e a justificativa para a realização deste estudo.

No segundo capítulo, Revisão de Literatura, é apresentada uma pesquisa bibliográfica sobre a roteirização de veículos, exploração de óleo e gás no Brasil, e problemas de roteamento e programação de sondas, explicitando suas principais características. Também são apresentados trabalhos que introduzem conceitos e métodos utilizados neste trabalho.

No terceiro capítulo, Descrição do Problema, o problema abordado é descrito de maneira detalhada, e diversos conceitos utilizados durante o trabalho são apresentados e definidos.

O quarto capítulo, Modelos Matemáticos, tem como objetivo apresentar o desenvolvimento dos modelos matemáticos.

No quinto capítulo, Experimentos Numéricos, é realizada a aplicação e avaliação dos modelos MILP propostos no trabalho.

No sexto capítulo, Heurística, são aplicados e avaliados métodos heurísticos, além de uma comparação com um modelo MILP proposto no capítulo 5.

No sétimo capítulo, Conclusão e Trabalhos Futuros, será feita uma síntese de todo o trabalho desenvolvido, citando de maneira clara e resumida as dificuldades encontradas durante a realização do trabalho e recomendações para estudos futuros.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo, serão apresentadas duas seções. Na primeira seção, “Roteirização de Veículos”, são apresentados diversos trabalhos sobre roteirização de veículos, mostrando toda a evolução ocorrida ao longo dos anos, o estado atual e as tendências observadas nos trabalhos publicados na área.

Na segunda seção, “Exploração de Óleo e Gás”, são revisados trabalhos que, em conjunto, abordam a história recente da indústria de E&P no Brasil. O foco é apresentar ao leitor as pesquisas relacionadas ao tema envolvendo o país, bem como o estímulo à pesquisa do tema por meio de leis federais e a situação atual da indústria no país.

Já na terceira seção, “Problemas de Roteamento e Programação de Sondagens”, são apresentados trabalhos que introduzem conceitos e métodos utilizados no Capítulo 4.

2.1 Roteirização de Veículos

O Problema de Roteamento de Veículos (PRV) consiste na elaboração de rotas ótimas para a entrega ou coleta de um depósito central para clientes distribuídos geograficamente, sujeito a diversas restrições, como capacidade do veículo, extensão da rota, janelas de tempo, relações de precedência entre clientes, entre outras. Essa problemática é uma demanda cotidiana para milhares de distribuidores globalmente, possuindo uma relevância econômica significativa (LAPORTE, 2007).

Navios desempenham um papel vital como os vasos sanguíneos do comércio internacional, sendo cruciais para a expansão da economia global. O aumento constante da população, as mudanças nos padrões de vida e a crescente industrialização de países em desenvolvimento têm contribuído para o aumento da demanda por capacidade de transporte marítimo. Isso se estende tanto ao transporte de matérias-primas quanto de produtos manufaturados, frequentemente acondicionados em contêineres. Ao longo da primeira década dos anos 2000, a capacidade de carga dos navios petroleiros testemunhou um crescimento de 60%, enquanto a dos navios porta-contêineres registrou um aumento notável de 164%. Embora o aumento da capacidade da frota tenha impulsionado a expansão do comércio internacional em 40% durante a mesma década, é crucial ressaltar

que, não obstante o incremento na capacidade dos navios, a eficácia da programação e do roteamento dessas embarcações emerge como o principal determinante da produtividade da frota (CHRISTIANSEN et al., 2013).

Conforme mencionado por Christopher (2016), otimizações no roteamento de veículos, cronogramas mais eficientes e carregamentos aprimorados têm o potencial de incrementar a eficácia do transporte e contribuir para uma gestão mais eficiente de recursos limitados, especialmente em ambientes caracterizados pela incerteza. O autor ressalta que a utilização eficiente do transporte, por meio de rotas mais eficazes e planejamento estratégico, não apenas reduz o impacto ambiental, mas também diminui os custos operacionais para a empresa.

O PRV foi introduzido por Dantzig e Ramser (1959) no final da década de 1950 e, até os dias de hoje, é um dos problemas de otimização combinatorial mais estudados (LAPORTE, 2007). Centenas de modelos e algoritmos foram propostos com o objetivo de buscar soluções ótimas ou aproximadas. Autores como Toth e Vigo (2002) publicaram livros explorando extensivamente o problema, enquanto Golden, Raghavan Subramanian et al. (2008) e Laporte e Nobert (1987) propuseram métodos exatos para o problema de PRV e compuseram o estado da arte até 1980.

A partir da década de 1990, estudos mais específicos considerando coletas, entregas e janelas de tempo foram publicados por autores como Dumas, Desrosiers e Soumis (1991), Savelsbergh e Sol (1995), Rousseau, Gendreau e Pesant (2002), Reimann, Doerner e Hartl (2002), Bräysy, Dullaert e Gendreau (2004) e (OMBUKI; ROSS; HANSHAR, 2006).

Goel e Maini (2017) fizeram uma revisão sobre os métodos de solução para o PRV de 2009 até 2016. No trabalho, foram descritas seis variantes: janelas de tempo, coleta e entrega, dependentes do tempo, *backhauls*, dinâmicas e estocásticas. O autor também fez a descrição de soluções de métodos exatos, heurísticos e meta-heurísticos, resumindo métodos utilizados em 29 artigos.

Konstantakopoulos, Gayialis e Kechagias (2020) fizeram uma revisão sobre o PRV, realizando uma análise detalhada a respeito das diversas variantes, incluindo problemas de capacidade, múltiplas viagens, janelas temporais e problemas dependentes de tempo. Neste trabalho, foram identificados mais de 263 artigos relacionados ao transporte de carga que foram publicados entre 2010 e 2020.

Tan e Yeh (2021) publicaram uma revisão recente sobre PRV, contendo artigos de 2019 até 2021, descrevendo as diversas variantes do PRV e modelos existentes.

Diversos trabalhos abordaram problemas de roteamento dependentes de tempo. Bräysy e Gendreau (2005a) introduziram o problema de roteamento de veículos com janelas temporais e, neste trabalho, também fizeram a comparação de três heurísticas construtivas e a comparação de outras onze heurísticas.

Bräysy e Gendreau (2005b) publicaram um trabalho abordando o problema de roteamento de veículos com janelas temporais. Neste trabalho, foram avaliados diversos algoritmos de busca tabu, algoritmos genéticos e também outras meta-heurísticas, como *greedy randomized*, *adaptive search*, *simulated annealing*, colônia de formigas e também *variable neighborhood descent*.

Os problemas de PRV se estendem às mais variadas áreas possíveis. A seguir, serão citados alguns exemplos dessas aplicações:

Golden, Wang e Wasil (2023a) publicaram um trabalho que tratava a respeito de problemas de roteamento dependentes de tempo, com aplicações em roteamento de veículos incluindo navios, aeronaves e submarinos. Liang, Minanda e Gunawan (2022) abordaram o problema do roteamento de coleta de lixo, avaliando diversos artigos publicados entre os anos de 2014 e 2020. Anuar et al. (2021) avaliaram o roteamento de veículos utilizados em operações humanitárias, analisando 123 trabalhos publicados entre os anos de 2010 e 2020.

Já Utamima e Djunaidy (2022) fizeram uma revisão a respeito do planejamento de roteirização agrícola. Os trabalhos avaliados envolviam temas como colheita, fertilização e cultivo. Euchi, Masmoudi e Siarry (2022) fizeram a revisão dos problemas de roteamento relacionados aos cuidados de saúde domiciliares, avaliando 67 trabalhos publicados a respeito do tema. Zennaro et al. (2022) publicaram um levantamento de trabalhos que abordaram problemas de roteirização de veículos relacionados ao *e-commerce* na logística *outbound* e reversa.

Coelho, Renaud e Laporte (2016) fizeram um levantamento de aplicações reais de PRV, avaliando trabalhos publicados entre 2000 e 2015, e identificaram cinco áreas-chave: óleo e gás, varejo, coleta de lixo, coleta e entrega de pacotes, e distribuição de comida. Também foram identificadas três áreas com tendência de crescimento: *green transportation*, roteamento com tempo dependente e qualidade de serviço como um objetivo ou restrição.

Em relação à complexidade computacional, conforme discutido por Pinedo (2016), problemas envolvendo máquinas paralelas com restrições de precedência, nos quais as atividades não podem sofrer interrupções, são considerados tão desafiadores quanto pro-

blemas relacionados a máquinas paralelas sem restrições de precedência. Além disso, segundo Laporte (2007), são classificados como problemas NP-difíceis, pois incluem o problema de *Traveling Salesman Problem* (TSP) como um caso especial e, na prática, são considerados mais difíceis de resolver do que um problema de TSP do mesmo tamanho.

Segundo Golden, Wang e Wasil (2023b), autores de uma revisão bibliográfica extensa que avaliou trabalhos sobre PRV publicados entre 2005 e 2022, algumas áreas têm apresentado uma tendência de pesquisa e prática nos últimos 5 anos, como *green routing*, *drones*, entrega de última milha, distribuição urbana e roteamento dinâmico e estocástico.

2.2 Exploração de Óleo e Gás

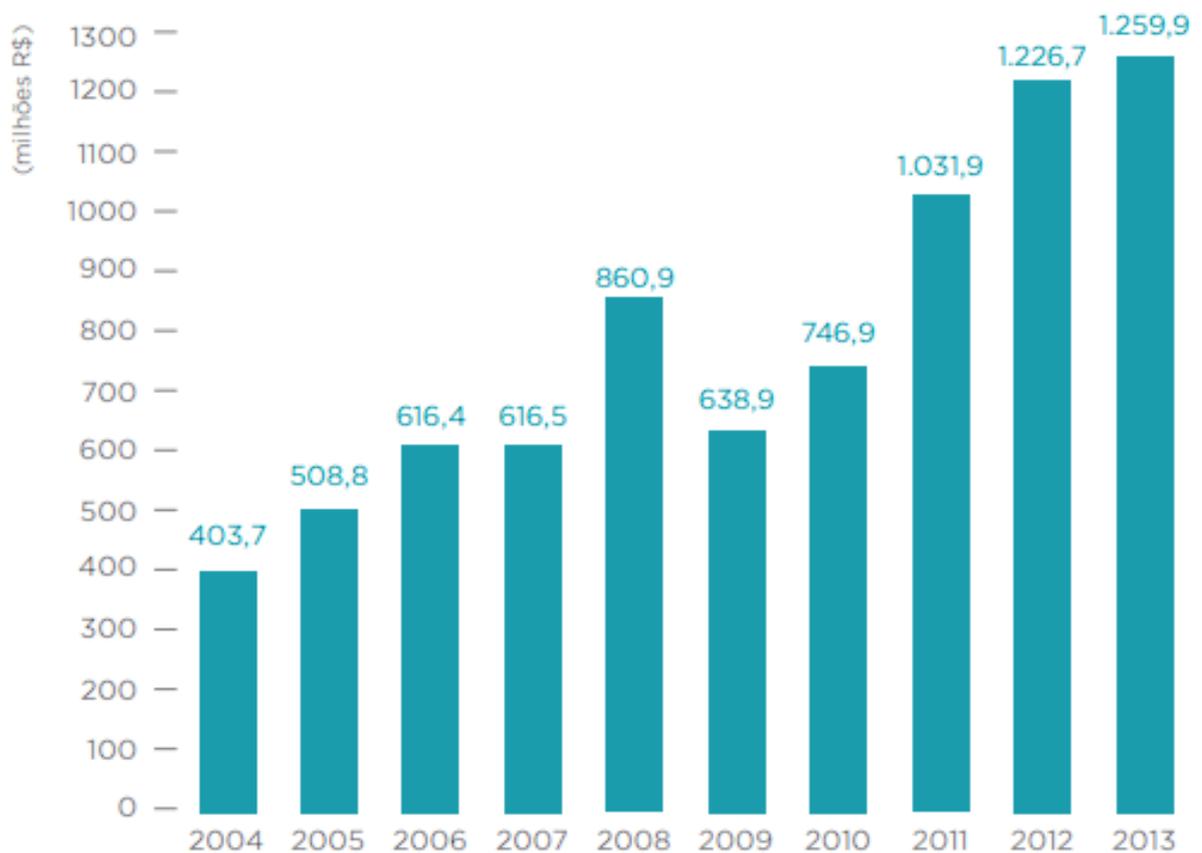
A partir dos anos 2000, houve um aumento na quantidade de trabalhos publicados na área de cronogramas de sondas de exploração de óleo e gás, principalmente pelo interesse de pesquisadores brasileiros e da indústria de óleo e gás neste tipo de problema. Santos, Hamacher e Oliveira (2021), Filho, Santos e Mansoori (2006), Iachan (2009) destacam três principais razões:

- Leis de investimento em petróleo que garantiam que parte dos royalties obtidos da exploração e produção de óleo e gás fossem investidos em pesquisas e desenvolvimentos de aplicações;
- Do anos 2000 até 2010, a maior parte dos campos de óleo foram descobertos no Brasil, levando ao crescimento na produção de óleo e a mais investimentos na área;
- A produção e exploração de óleo e gás no Brasil foram concentradas na empresa estatal Petrobras, que foi utilizada para manter o monopólio da cadeia de suprimento *downstream* e *upstream*;

A Lei nº 9.478/1997 (Lei do Petróleo) Brasil (1997) estabelece que uma das atribuições da Agência Nacional do Petróleo (ANP) é o estímulo à pesquisa, adoção de novas tecnologias de exploração, produção, transporte, refino e processamento. A partir de 1998, a ANP inclui nos contratos para exploração, desenvolvimento e produção de petróleo e gás natural uma cláusula que estabelece que 0,5% a 1% da receita bruta da produção deve ser investido em Pesquisa, Desenvolvimento e Inovação (PD&I), conforme as disposições específicas da modalidade do contrato (Concessão, Partilha de produção ou Cessão Onerosa) (ANP, 2016).

Em relação aos investimentos obrigatórios em pesquisa e desenvolvimento durante os anos de 2004 a 2013, ANP (2014) destaca que em 2013 o montante de investimentos alcançou R\$ 1,26 bilhão, valor 2,7% maior do que o de 2012, sendo 92,2% correspondente à Petrobras, conforme a Figura 4. Comparando com os valores mais recentes, nos anos 2018, 2019 e 2020 foram investidos R\$ 2,03, R\$ 1,93 e R\$ 1,46 bilhão, respectivamente (ANP, 2021).

Figura 4: Evolução da obrigação de investimentos em pesquisa e desenvolvimento (P&D) – 2004-2013



Fonte: (ANP, 2014, p. 91)

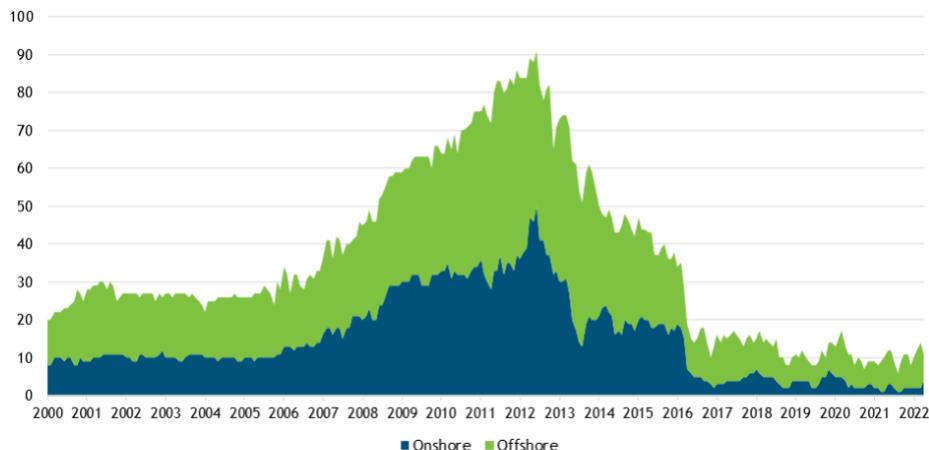
Em consequência aos massivos investimentos em pesquisa e otimização de operações, muitos estudos sobre cronograma de sondas foram publicados por autores filiados a instituições brasileiras, sendo a maior parte das produções de anais de conferências, entretanto, houve um volume significativo de artigos publicados em revistas científicas (SANTOS; HAMACHER; OLIVEIRA, 2021).

Devido ao aumento da demanda de óleo e gás, será necessário encontrar novas reservas de óleo ou criar fontes alternativas de combustível nos próximos 20 anos. Caso contrário, haverá um aumento dramático dos preços devido à diminuição da oferta (CHRISTOPHER, 2016).

No Brasil, a produção de petróleo em campos *offshore* representa a maior parte do petróleo produzido no país. A produção de petróleo em campos localizados no mar já representava 70% do total produzido no ano de 1992, e no ano de 2001 era de 83% (ANP, 2002). Em 2021, a produção em campos *offshore* representou 97% do total produzido (ANP, 2022a).

Em relação às sondas utilizadas na exploração e produção de petróleo, em 2011 o Brasil possuía 57 sondas ativas, sendo 10 pertencentes à Petrobras Kaiser e Snyder (2013). No entanto, esse número decresceu a partir de 2012, mesmo com os altos preços do petróleo na época. Já entre 2017 e 2021, o Brasil teve em média 12 sondas (Instituto brasileiro de petróleo e gás, 2022). A Figura 5 demonstra a variação da quantidade de sondas em operação no Brasil. Note que, em 2012, chegou-se a 90 sondas operando no país e, após 2012, o número de sondas foi diminuindo. Em 2022, existem 10 sondas em operação.

Figura 5: Evolução do número de sondas em operação no Brasil



Fonte: (Instituto brasileiro de petróleo e gás, 2022)

2.3 Problemas de Roteamento e Programação de Sondadas

Nesta seção, são descritos diversos trabalhos da literatura que abordam problemas de *Rig Scheduling Problem* (RSP). Nos trabalhos que serão citados, constam desde as primeiras abordagens focadas no problema de RSP até as mais recentes propostas nos últimos anos, mostrando a evolução das abordagens criadas ao longo do tempo, assim como suas contribuições ao problema.

As primeiras abordagens para resolução do problema de roteamento de sondas de perfuração *offshore* se iniciaram na década de 60, com a utilização de programação linear. Os autores Aronofsky e Williams (1962), Aronofsky (1962) propuseram dois modelos baseados em sondas de perfuração homogêneas. O primeiro modelo realizava o *scheduling* da curva de produção de óleo, dado um cronograma fixo, e no segundo, dada a produção em um período pré-definido, realizava o *scheduling* das sondas e atividades de perfuração. Posteriormente, Barnes, Brennan e Knapp (1976) propuseram dois modelos de *scheduling* de sondas de *workover* com o objetivo de minimizar a perda de produção de óleo e avaliaram o modelo em instâncias pequenas.

Posteriormente, com o aumento da capacidade computacional, foram desenvolvidos diversos outros tipos de modelos para o problema do roteamento de sondas. Os autores Haugland, Jørnsten e Shayan (1991) propuseram um modelo linear para alocar sondas fixas e móveis com o objetivo de maximizar o valor presente líquido (VPL). Em 2015, Haugland e Tjøstheim (2015) propuseram um modelo de programação linear para o *scheduling* e roteamento de uma frota heterogênea de sondas, neste modelo, o foco era nas decisões relacionadas à perfuração e localização. Em 2016, Amer et al. (2016) propuseram um modelo para o *scheduling* e gerenciamento de sondas de perfuração e de *workover* que possibilitava a viabilidade de validação sobre um cronograma mestre. Posteriormente, Silva L.M.R. (2016) propôs um modelo de programação linear inteira mista que considerava sondas heterogêneas, ou seja, sondas com diferentes características operacionais, como velocidade e capacidade de carga diferentes, com o objetivo de minimizar a perda de produção e os custos de utilização das sondas. Neste modelo, os autores avaliaram uma instância pequena com uma variedade de atividades e premissas realistas, o que resultou em um modelo com restrições não lineares. Em 2017, Boas (2017) propôs um modelo de programação linear inteira mista (MILP) para maximizar a alocação das atividades nas sondas já contratadas e minimizar a frota de sondas a ser contratada. Visando diminuir os requisitos computacionais do modelo, os autores consideraram as atividades em blocos

e o horizonte de tempo em semanas. Destaca-se que a estratégia de agrupar atividades em blocos e o horizonte de tempo em semanas é comumente utilizada em problemas de RSP, devido à maioria dos métodos existentes necessitarem de considerável esforço computacional devido aos longos horizontes de planejamento considerados, conforme aponta (SANTOS; HAMACHER; OLIVEIRA, 2021).

Já em 2018, focando em restrições técnicas e econômicas, Tavallali e Zare (2018) propuseram um modelo MILP considerando uma frota de sondas próprias e contratadas, com o objetivo de minimizar os custos de perfuração, deslocamento e contratação. Neste modelo, foram consideradas a elegibilidade da sonda para a atividade, o período de contrato, entre outras restrições. Diferente do modelo proposto por este trabalho, que considera apenas atividades de perfuração e não inclui atividades de completação e *workover*, além de incluir o custo total do projeto na função objetivo. Em 2020, Kulachenko e Kononova (2020a) propuseram um modelo que utilizava busca em vizinhança variável (VNS) em conjunto com um *solver* MILP, com o objetivo de otimizar as atividades e rotas de maneira a minimizar a distância total percorrida pelas sondas. Diferente do modelo proposto por este trabalho, as sondas podem operar simultaneamente no mesmo poço. Quanto às similaridades com o presente trabalho, temos que o modelo considera que cada poço tem um limitante inferior e superior de tempo, de maneira a definir quando uma atividade pode ser iniciada e até quando deve ser completada. Além disso, uma sonda que inicia uma atividade em um poço só volta a se deslocar para outro poço caso finalize a atividade iniciada. Outros autores também realizaram estudos a respeito dos navios sondas utilizados na exploração e produção de petróleo. Gribkovskaia, Laporte e Shlopak (2008) modelaram um problema em que consideravam uma única sonda com capacidade limitada de carregamento e descarregamento nas plataformas *offshore*, diferente do trabalho atual, que considera múltiplas sondas. Outros autores propuseram modelos matemáticos MILP, como Mardaneh et al. (2017), que abordaram o problema de RSP com múltiplas sondas com o objetivo de minimizar o custo de deslocamento das sondas e o tempo da viagem, sujeito a diversas restrições, como a capacidade de carregamento das sondas, demandas e janelas de tempo das instalações. A diferença com o trabalho atual está nos objetivos e nas restrições, visto que o foco dos trabalhos é diferente, apesar de se tratar de RSP. Já Halvorsen-Weare e Fagerholt (2017) propuseram um modelo com o objetivo de determinar o tamanho ótimo do número de sondas, assim como suas rotas e *scheduling* para atender atividades de instalações de óleo e gás *offshore*. Diferente do trabalho atual, neste as rotas são semanais. Já Pereira, Moura e Souza (2005) propuseram um modelo que otimizava o uso de PLSVs e navios sondas de perfuração para a geração de um cronograma do desen-

volvimento de um poço de petróleo *offshore*, com o objetivo de maximizar a produção em um dado horizonte de tempo. Entre as diferenças com o trabalho atual, destaca-se o uso do método GRASP. Moura, Pereira e Souza (2008) complementaram o mesmo problema, levando em consideração fatores como recursos e tempos de descarregamento.

Queiroz e Mendes (2012) e Moura (2012) modelaram o problema de *scheduling* de sondas como um problema de máquinas paralelas, baseado nos dois trabalhos citados anteriormente. Cunha et al. (2020) desenvolveram um modelo que também fazia analogia com máquinas paralelas e adicionalmente considerava restrições de disponibilidade, capacidade e elegibilidade da embarcação, em conjunto com as regras de priorização de atividades, suas respectivas datas de liberação e tempos de *setup*. Contudo, não consideravam atividades de perfuração, completação e *workover*, apenas atividades de conexão de poços utilizando PLSVs. A modelagem do problema de RSP como um problema de máquinas paralelas, além das restrições de disponibilidade e elegibilidade, também foi utilizada no trabalho atual.

Conforme visto nesta seção, existem diversos trabalhos relacionados ao problema de RSP que utilizam modelos de programação linear inteira mista e que, em sua modelagem, tratam o problema visualizando a sonda em um ambiente de máquinas homogêneas ou heterogêneas em paralelo, com tempos de *setup*, e que têm alcançado bons resultados na literatura.

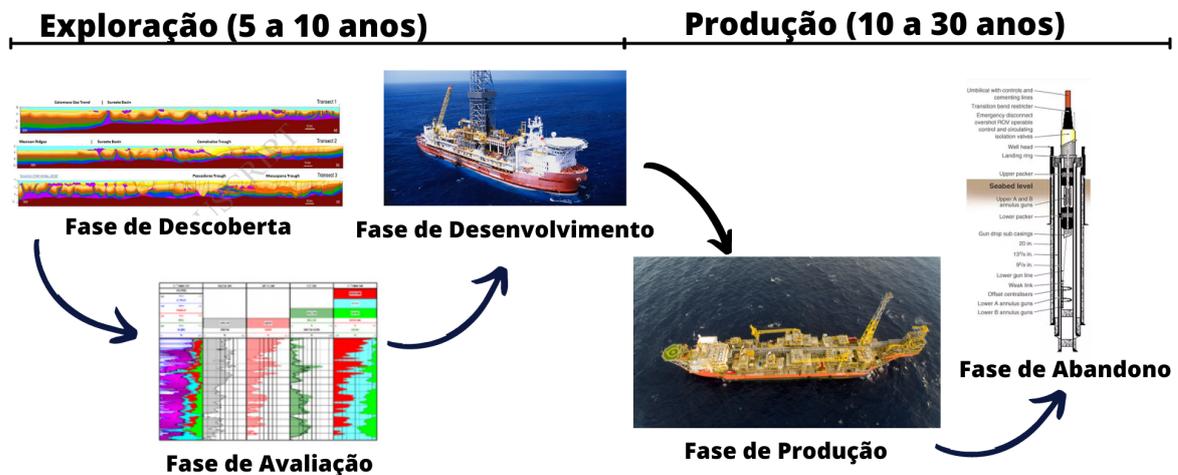
3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Neste capítulo, serão apresentadas as fases da exploração de óleo e gás *offshore*, bem como as características específicas do problema. O foco do capítulo é auxiliar o leitor a compreender melhor as premissas da modelagem matemática desenvolvida no capítulo 4.

3.1 O ciclo de vida de um poço de petróleo *offshore*

A exploração e produção de óleo e gás *offshore* pode ser dividida em cinco principais fases, segundo Baker (2001), FERASA (2016), Pereira, Moura e Souza (2007) e Santos, Hamacher e Oliveira (2021). A Figura 6 a seguir ilustra a relação entre estas fases:

Figura 6: Fases da exploração e produção de óleo e gás *offshore*



Fonte: Adaptado de (SANTOS; HAMACHER; OLIVEIRA, 2021; SHANN, 2021; Petrobras, 2014)

- Fase de descoberta: mapeamento de todos os possíveis campos através de estudos geológicos e sísmicos, e perfuração de poços exploratórios para confirmar a presença de hidrocarbonetos;
- Fase de avaliação: após a confirmação da presença de óleo, são realizados estudos para estimar as propriedades, o tamanho e o valor da reserva, assim como sua

viabilidade econômica;

- Fase de desenvolvimento: engloba atividades essenciais e decisões referentes à produção, incluindo o design do campo, a localização do poço, o tipo de rede, o planejamento da operação do campo (programação de perfuração de poço, programação de fluxo, programação de frota de sonda e logística *offshore*) e a construção de campo (fabricação e instalação de instalações, construção de poço, perfuração e completação);
- Fase de produção: pode se estender por décadas e por diversas outras fases que visam aumentar a produtividade, corrigir a perda do fluxo de óleo e resolver falhas mecânicas;
- Fase de abandono: quando a taxa de produção de hidrocarbonetos se torna inviável, o poço é abandonado;

O ciclo de vida de um poço de petróleo *offshore* pode ser resumido nas seguintes fases: descoberta, avaliação, desenvolvimento, produção e abandono. A seguir, serão descritas as relações entre cada uma das fases:

Fases de descoberta e avaliação: No primeiro estágio, as características do poço, sua construção, riscos e análises econômicas são levadas em consideração antes de o projeto ser aprovado. Uma vez aprovado, o projeto segue para a fase de desenvolvimento, consistindo em uma série de atividades que podem variar bastante de um projeto para outro.

Fase de desenvolvimento: Na fase de desenvolvimento, o poço é conectado a uma rede de dutos que o liga a uma plataforma de produção ou navio-sonda, ficando pronto para iniciar a fase de produção.

Fase de produção: Na fase de produção, é efetivamente iniciada a produção de óleo e gás no poço e, ao longo de toda essa fase, são realizadas as atividades de manutenção (*workover*).

Fase de abandono: A última fase, abandono, ocorre quando o poço chega ao fim de sua vida útil e é desativado (abandonado).

Em todas as atividades mencionadas, exceto na produção, um recurso crítico são as embarcações especializadas, assim como os navios-sondas e navios-sondas de assentamento de tubos utilizados nas fases de construção e desenvolvimento, respectivamente. As sondas também são utilizadas em atividades de manutenção (*workover*), seja programada ou emergencial.

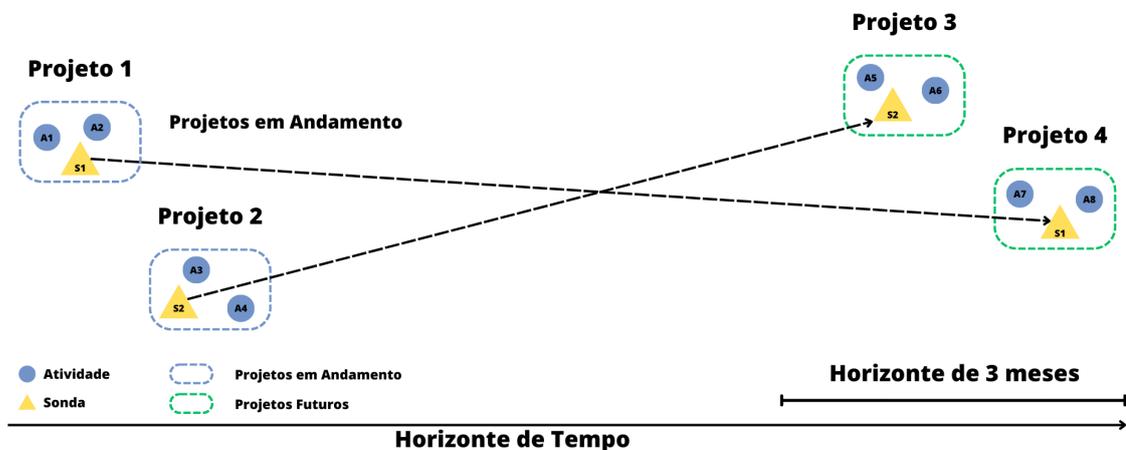
3.2 Características específicas do problema

Este trabalho foca na programação das sondas de perfuração, completação e *workover* utilizadas no desenvolvimento de poços de petróleo *offshore*. Para a programação dessas atividades, são considerados dois principais dados de entrada:

- Um portfólio de projetos aprovados: são selecionados projetos que serão iniciados dentro de um horizonte de 3 meses no futuro. Cada projeto possui atividades e características específicas que devem ser atendidas;
- Uma frota de navios-sondas em operação: é selecionada uma frota de sondas que já estão em operação, mas que estarão disponíveis dentro de um horizonte de 3 meses.

Na Figura 7, temos 2 sondas (S1 e S2) e 4 atividades (A1, A2, A3 e A4). A sonda S1 está alocada no projeto 1, executando as atividades A1 e A2, enquanto a sonda S2 está alocada no projeto 2, executando as atividades A3 e A4. Num horizonte de 3 meses, após as sondas finalizarem as atividades relacionadas aos projetos 1 e 2, elas podem ser alocadas aos projetos 3 e 4. Contudo, o projeto e as atividades que cada sonda executará dependem de diversos fatores, como a posição inicial da sonda, a elegibilidade da sonda para executar cada atividade, o tempo de disponibilidade da sonda, o horizonte disponível para a realização da atividade, entre outros fatores que serão descritos detalhadamente nesta seção.

Figura 7: Estágios



Fonte: O autor

A programação dos navios-sonda é dinâmica, as sondas estão em operação contínua enquanto novos projetos são liberados. Assim, a programação deve considerar quando cada navio-sonda estará disponível para uma nova operação, chamada de “Data de prontidão”. Os projetos também possuem uma “Data de início mais próxima”, pois requerem uma gama de materiais e equipamentos para a execução das operações, além das embarcações. As datas de disponibilização desses materiais e equipamentos são planejadas pela área de abastecimento e, a partir dessas datas, é definida a primeira data de início da operação, que será chamada de “data de lançamento”. Depois de identificar a disponibilidade dos navios e as datas de lançamento dos projetos, os novos projetos podem ser agendados.

Considerando a fase de construção, temos diferentes atividades que são previamente planejadas pela área de engenharia. Do ponto de vista do cronograma, esta fase será dividida em apenas dois estágios: perfuração e completação. No estágio de perfuração, ocorre de fato a perfuração dos poços. Já o estágio de completação consiste em atividades de construção que, depois da perfuração, preparam o poço para produção. Isso inclui finalizar o poço, instalar os equipamentos, entre outras atividades. Idealmente, as atividades de perfuração e completação devem ser realizadas em sequência, sem interrupção, usando a mesma sonda. Entretanto, devido a contingências de operação, há casos em que existe um intervalo de tempo entre a execução dessas atividades, e a embarcação é movida de uma posição geográfica para outra. Assim, no modelo de programação de atividades das sondas, considera-se que cada projeto de construção consiste exatamente em duas atividades sequenciais que podem ou não ser executadas pela mesma sonda. Outra característica do problema é que, após a execução de uma atividade, a sonda fica disponível para ser alocada em outra atividade.

4 MODELOS MATEMÁTICOS

Neste capítulo, na Seção 1, foram definidas as premissas dos modelos matemáticos desenvolvidos. Já nas Seções 2 e 3, foram definidas a função objetivo, as restrições e explicitado de que maneira cada uma atua nos modelos, assim como suas particularidades.

4.1 Premissas dos modelos desenvolvidos

Existem diversos trabalhos visando dar suporte ao planejamento de operações *offshore*, desde métodos quantitativos e analíticos, como a programação matemática, heurísticas e também técnicas de *data science*. O uso de pesquisa operacional e métodos quantitativos para geração de cronogramas de óleo e gás se iniciou na década de 1960, desde então, as abordagens foram aprimoradas. Inicialmente predominavam os modelos lineares, porém, a partir de 2010, com o aumento do poder computacional e o desenvolvimento de novos trabalhos, passou a predominar a utilização de heurísticas. Acrescenta-se ainda que o problema de roteamento de embarcações envolve múltiplas dimensões da indústria de óleo e gás, além de diferentes técnicas, o que torna árduo o trabalho de identificar lacunas na pesquisa, oportunidades de melhoria e tendências (SANTOS; HAMACHER; OLIVEIRA, 2021).

O modelo de programação linear inteira mista apresentado a seguir é baseado no modelo proposto por Vallada e Ruiz (2011), que tem o objetivo de minimizar o instante de término da última atividade em um sistema com máquinas paralelas heterogêneas com tempos de *setup* dependentes. O modelo MILP proposto neste trabalho difere do modelo proposto por Vallada e Ruiz (2011) nos seguintes pontos: os tempos de *setup* são sequenciais e dependentes, representando os tempos de deslocamento das sondas de uma posição para outra. Os tempos de processamento das atividades correspondem ao tempo de execução das atividades de perfuração e completação, que são dependentes da sonda alocada.

Os modelos propostos visam fornecer um cronograma das atividades das embarcações de perfuração que considera, além dos condicionantes de disponibilidade dos recursos e das próprias atividades, o tempo de deslocamento das embarcações de uma posição geográfica

para outra. Também considera que os navios são diferentes em termos de eficiência e que nem todos os navios-sonda são elegíveis para cada um dos projetos. Baseado nas características das sondas, a engenharia determina o tempo necessário para a realização das atividades de perfuração e completação para cada uma das sondas elegíveis, bem como o tempo de deslocamento entre os poços e a precedência das atividades.

4.2 Modelo 1: Minimização do instante de término da última atividade (*Makespan*)

Seja m o número de sondas e n o número de atividades. Existe ao menos uma sonda i que pode executar uma atividade j , logo temos: p_{ij} ($i=1,\dots,m; j=1,\dots,n$) o tempo de processamento de uma atividade j usando uma sonda i . Uma atividade fictícia 0 será usada para representar o ponto inicial de cada sonda. Seja t_{ijk} ($i=1,\dots, m, j=1,\dots,n; k=1,\dots,n$) o tempo de deslocamento de cada sonda i , depois de executar uma atividade j , para executar uma atividade k . No início da cronograma, cada sonda i talvez esteja em uma localização particular onde uma atividade k está localizada, neste caso $t_{i0k} = 0$. As variáveis contínuas c_{ij} ($i=1,\dots,m; j=1,\dots,n$) representam o instante de término de uma atividade j usando a sonda i . O modelo a seguir tem o objetivo de minimizar o instante de término da última atividade no sistema, conhecido também na literatura de programação de tarefas (*scheduling*) como *makespan*. A Tabela 1 resume a notação utilizada no modelo 1.

Tabela 1: Notação do modelo 1.

| Conjuntos | |
|-----------------------|---|
| $M = \{1, \dots, m\}$ | conjunto das sondas |
| $N = \{1, \dots, n\}$ | conjunto das atividades |
| PR | pares de atividades (u, v) , onde u deve ser finalizada antes que v possa começar a ser processada |
| Parâmetros | |
| p_{ij} | tempo de processamento da atividade j usando a sonda i ; $i \in M, j \in N$ |
| t_{ijk} | tempo de deslocamento da sonda i , depois de executar a atividade j , para executar a atividade k ; $i \in M, j, k \in N$ |
| W | número suficientemente grande |
| r_i | tempo de prontidão da sonda i ; $i \in I$ |
| F_i | fim do contrato da sonda i ; $i \in M$ |
| \min_k^{ativ} | limite inferior para o início da atividade k (data de liberação); $k \in N$ |
| \max_k^{ativ} | limite superior para o início da atividade k ; $k \in N$ |
| a_i^k | constante binária que vale 1 se a sonda i é capaz de realizar a atividade k ; 0, caso contrário $k \in N$ |
| Variáveis de decisão | |
| x_{ijk} | 1, se a atividade j precede a atividade k na sonda i ; 0, caso contrário |
| c_i^{sonda} | instante de término do serviço da sonda i |
| c_{ij} | instante de término da atividade j na sonda i |
| y_{ik} | 1, se a atividade k é executada na sonda i ; 0, caso contrário |
| p_k^l | tempo de processamento da atividade k |
| c_k^{ativ} | instante de término da atividade k |
| $makespan$ | máximo instante de término |

Modelo MILP 1:

$$\text{Minimizar } makespan \tag{4.1}$$

sujeito a

$$makespan \geq c_{ij}, \quad i \in \mathcal{M}, j \in \mathcal{N}, \tag{4.2}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{M}} \sum_{\substack{j \in \{0\} \cup \mathcal{N} \\ j \neq k}} x_{ijk} = 1, \quad k \in \mathcal{N}, \tag{4.3}$$

$$\sum_{i \in \mathcal{M}} \sum_{\substack{k \in \mathcal{N} \\ j \neq k}} x_{ijk} \leq 1, \quad j \in \mathcal{N}, \tag{4.4}$$

$$\sum_{k \in \mathcal{N}} x_{i0k} \leq 1, \quad i \in \mathcal{M}, \tag{4.5}$$

$$\sum_{\substack{h \in \{0\} \cup \mathcal{N} \\ h \neq k, h \neq j}} x_{ihj} \geq x_{ijk}, \quad j, k \in \mathcal{N}, j \neq k, i \in \mathcal{M}, \tag{4.6}$$

$$c_{ik} + W(1 - x_{ijk}) \geq c_{ij} + t_{ijk} + p_{ik}, \quad j \in \{0\} \cup \mathcal{N}, k \in \mathcal{N}, j \neq k, i \in \mathcal{M}, \tag{4.7}$$

$$c_{i0} = r_i, \quad i \in \mathcal{M}, \tag{4.8}$$

$$c_i^{sonda} \geq c_{ij}, \quad i \in \mathcal{M}, j \in \mathcal{N}, \quad (4.9)$$

$$c_i^{sonda} \leq F_i, \quad i \in \mathcal{M}, \quad (4.10)$$

$$p'_k = \sum_{i \in \mathcal{M}} \sum_{\substack{j \in \{0\} \cup \mathcal{N} \\ j \neq k}} p_{ik} x_{ijk}, \quad k \in \mathcal{N}, \quad (4.11)$$

$$c_k^{ativ} = \sum_{i \in \mathcal{M}} c_{ik}, \quad k \in \mathcal{N}, \quad (4.12)$$

$$c_{ik} \leq W y_{ik}, \quad k \in \mathcal{N}, i \in \mathcal{M}, \quad (4.13)$$

$$1 - \sum_{\substack{j \in \{0\} \cup \mathcal{N} \\ j \neq k}} x_{ijk} \leq W(1 - y_{ik}), \quad i \in \mathcal{M}, k \in \mathcal{N}, \quad (4.14)$$

$$c_k^{ativ} - p'_k \geq \min_k^{ativ}, \quad k \in \mathcal{N}, \quad (4.15)$$

$$c_k^{ativ} - p'_k \leq \max_k^{ativ}, \quad k \in \mathcal{N}, \quad (4.16)$$

$$c_v^{ativ} - p'_v \geq c_u^{ativ}, \quad (u, v) \in PR, \quad (4.17)$$

$$\sum_{j \in \{0\} \cup \mathcal{N}} x_{ijk} \leq a_k^i, \quad k \in \mathcal{N}, i \in \mathcal{M}, \quad (4.18)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{N}} p'_k \leq \sum_{i \in \mathcal{M}} (F_i - r_i), \quad (4.19)$$

$$W = \sum_{i \in \mathcal{M}} \sum_{j \in \mathcal{N}} p_{ij} + \sum_{i \in \mathcal{M}} \sum_{j \in \mathcal{N}} \sum_{k \in \mathcal{N}} t_{ijk}, \quad (4.20)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{N}} \sum_{k \in \mathcal{N}} (p_{ik} + t_{ijk}) x_{ijk} \leq (F_i - r_i), \quad j \neq k, i \in \mathcal{M}, \quad (4.21)$$

$$(y_{ij} + y_{ik}) \geq 2(x_{ijk} + x_{ikj}), \quad j \in \mathcal{N}, k \in \mathcal{N}, j \neq k, i \in \mathcal{M}, \quad (4.22)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{M}} y_{ik} = 1, \quad k \in \mathcal{N} \quad (4.23)$$

$$c_{ij} \geq 0, \quad j \in \mathcal{N}, i \in \mathcal{M}, \quad (4.24)$$

$$p'_k \geq 0, \quad k \in \mathcal{N}, \quad (4.25)$$

$$c_k^{ativ} \geq 0, \quad k \in \mathcal{N}, \quad (4.26)$$

$$c_i^{sonda} \geq 0, \quad i \in \mathcal{M}, \quad (4.27)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\}, \quad j \in 0 \cup \mathcal{N}, \quad k \in \mathcal{N}, j \neq k, i \in \mathcal{M}, \quad (4.28)$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\}, \quad k \in \mathcal{N}, i \in \mathcal{M} \quad (4.29)$$

A função objetivo (4.1) visa minimizar a variável *makespan*, que representa o instante de término da última atividade no sistema (*makespan*).

As restrições (4.2) estabelecem o valor máximo do *makespan*, ou seja, o instante em que todas as atividades foram executadas.

O conjunto de restrições (4.3) garante que cada atividade está associada a exatamente

uma sonda e exatamente uma atividade predecessora. Dado que x_{ijk} pode assumir valor 0 ou 1, uma atividade k será executada depois de uma atividade j em apenas uma sonda i .

No exemplo a seguir, suponha que temos 2 sondas e 5 atividades. Se a sonda 2 executar a atividade 1 depois da atividade 4, temos:

$$x_{101} + x_{121} + x_{131} + x_{141} + x_{151} + x_{201} + x_{221} + x_{231} + x_{241} + x_{251} = 1$$

Como a sonda 2 irá executar a atividade 1 depois da atividade 4, apenas $x_{241} = 1$. Logo, temos:

$$0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 0 + 1 = 1 \text{ (Verdadeiro)}$$

As restrições (4.4) definem o número máximo de sucessores de cada atividade a um. Note que x_{ijk} pode assumir valor 0 ou 1, porém, a restrição (4.3) garante que uma atividade k seja executada na sonda i depois de uma atividade j .

As restrições (4.5) limitam o número de sucessores da atividade fictícia 0 a no máximo um por sonda. Note que x_{i0k} pode assumir valor 0 ou 1, porém, a restrição (4.3) garante que ao menos uma atividade k seja executada na sonda i depois da atividade fictícia, garantindo que toda sonda possua um ponto de partida.

O conjunto de restrições (4.6) garante que, se uma atividade j está alocada a uma sonda i , um predecessor h desta atividade deve existir na mesma sonda. Note que, caso nenhuma atividade h preceda a atividade j na sonda i , ela será precedida por uma atividade fictícia x_{i0k} .

No exemplo a seguir, suponha que temos 1 sonda e 3 atividades. Se a sonda 1 executar a atividade 1 depois da atividade 3, a atividade 3 pode ser precedida pela atividade 2 ou por uma atividade fictícia. Temos:

$$x_{103} + x_{123} \geq x_{131}$$

As variáveis x_{103} e x_{123} podem assumir valor 0 ou 1; ou seja, a atividade x_{131} deve ser precedida por ao menos uma atividade na mesma sonda.

Caso $x_{103} = 0$, temos:

$$0 + x_{123} \geq 1$$

$$\implies x_{123} = 1$$

Logo, a atividade 3 será precedida pela atividade 2 na sonda 1.

Porém, caso a atividade 3 fosse precedida pela atividade fictícia 0, teríamos $x_{103} = 1$, $x_{123} = 0$, o que também indicaria que a primeira atividade a ser executada pela sonda 1 será a atividade 1.

$$\begin{aligned} x_{103} + 0 &\geq 1 \\ \implies x_{103} &= 1 \end{aligned}$$

As restrições (4.7) visam controlar os tempos de conclusão das atividades nas sondas. Note que, se uma atividade k está alocada a uma sonda i depois da atividade j , tal que $x_{ijk} = 1$, seu instante de término, c_{ik} , deve ser maior ou igual ao instante de término da atividade j mais o tempo de deslocamento entre j e k e o tempo de processamento de k . Caso $x_{ijk} = 0$, ou seja, a atividade k não será executada depois de j na sonda i , o parâmetro W garante que a restrição seja atendida.

Note que se $x_{ijk} = 0$:

$$\begin{aligned} c_{ik} + W(1 - 0) &\geq c_{ij} + t_{ijk} + p_{ik} \\ c_{ik} + W &\geq c_{ij} + t_{ijk} + p_{ik} \end{aligned}$$

Note que se $x_{ijk} = 1$:

$$\begin{aligned} c_{ik} + W(1 - 1) &\geq c_{ij} + t_{ijk} + p_{ik} \\ c_{ik} &\geq c_{ij} + t_{ijk} + p_{ik} \end{aligned}$$

Caso as atividades i e j ocorram na mesma localização $t_{ijk} = 0$, logo:

$$c_{ik} \geq c_{ij} + p_{ik}$$

As restrições (4.8) garantem que uma sonda i pode apenas iniciar suas atividades depois do instante de prontidão r_i , enquanto as restrições (4.9) garantem que a sonda só irá finalizar seu deslocamento depois do término de todas as atividades associadas a ela. Além disso, o conjunto de restrições (4.10) garante que as sondas devem completar suas atividades dentro do período ao qual foram contratadas. Essas três restrições em conjunto são particularidades do problema em questão, pois, devido aos elevados custos das diárias

das sondas, são definidas as datas de prontidão em que as sondas estão disponíveis para a realização das atividades. Esses períodos de contrato devem ser respeitados para evitar que um projeto atrase devido à não disponibilidade de uma sonda.

As restrições (4.11) calculam o tempo de processamento de uma atividade k considerando que a atividade será executada apenas por uma das sondas disponíveis. Com as mesmas considerações, as restrições (4.12) determinam o instante de término de uma atividade k .

Suponha 3 sondas disponíveis e uma atividade $k = 3$.

$$c_k^{ativ} = \sum_{i \in \mathcal{M}} c_{ik}, \quad k \in \mathcal{N}$$

$$c_3^{ativ} = c_{13} + c_{23} + c_{33}$$

Garantido pela restrição (4.11), a atividade k será executada por apenas uma sonda i . Como $k = 3$ e supondo que a atividade k seja executada na sonda 3, temos:

$$c_3^{ativ} = 0 + 0 + c_{33}$$

$$c_3^{ativ} = c_{33} \geq 0 \text{ (Verdadeiro)}$$

As restrições (4.13) e (4.14) estabelecem, usando a variável binária auxiliar y_{ik} , que se uma atividade k não está alocada a uma sonda de perfuração i , ou seja, $x_{ijk} = 0$, a variável correspondente ao seu instante de término na sonda c_{ik} é igual a zero. A utilização do parâmetro W é necessária para associar as duas restrições, limitar o espaço de busca e garantir que o modelo não se torne não linear.

A seguir será apresentado um exemplo para elucidar a relação entre as restrições (4.13), (4.14) e (4.3).

Suponha que tenhamos 2 atividades e 2 sondas. Se a atividade 2 é executada depois da atividade 1 na sonda 1, temos $x_{112} = 1$.

Pela restrição (4.3), temos que $\sum_{i \in \mathcal{M}} \sum_{\substack{j \in \{0\} \cup \mathcal{N} \\ j \neq k}} x_{ijk} = 1$. Logo:

$$1 - 1 \leq W(1 - y_{12})$$

$$0 \leq W(1 - y_{12})$$

A variável y_{12} só pode assumir o valor 1, pois a atividade 2 está sendo executada na sonda 1.

Como $y_{12} = 1$:

$$\begin{aligned} 1 - 1 &\leq W(1 - 1) \\ 0 &\leq 0 \text{ (Verdadeiro)} \end{aligned}$$

E na restrição (4.13), temos:

$$\begin{aligned} c_{12} &\leq W y_{12} \\ c_{12} &\leq W \text{ (Verdadeiro)} \end{aligned}$$

E assim, as restrições (4.13) e (4.14) são respeitadas.

Note que, se a atividade 2 não é executada depois da atividade 1 na sonda i , temos $x_{112} = 0$ e, assim:

$$\begin{aligned} 1 - 0 &\leq W(1 - y_{12}) \\ 1 &\leq W(1 - y_{12}) \end{aligned}$$

Neste caso, y_{12} só pode assumir o valor 0, pois a atividade 2 não está sendo executada na sonda 1.

$$\begin{aligned} 1 &\leq W(1 - 0) \\ 0 &\leq W \text{ (Verdadeiro)} \end{aligned}$$

E na restrição (4.13), temos:

$$\begin{aligned} c_{12} &\leq W y_{12} \\ c_{12} &\leq 0 \\ \implies c_{12} &= 0 \text{ (Verdadeiro)} \end{aligned}$$

Ou seja, caso a atividade 2 não seja executada depois da atividade 1 na sonda 1, temos $x_{112} = 0 \implies y_{12} = 0$ para que as restrições (4.13) e (4.14) sejam respeitadas.

As restrições (4.15-4.16) definem os limites mínimos e máximos para o início de uma atividade k , enquanto as restrições (4.17) garantem que as precedências entre as atividades

sejam respeitadas, independentemente de as atividades serem realizadas na mesma sonda ou não.

O conjunto de restrições (4.18) restringe o uso das sondas para certas atividades. O parâmetro a_k^i é fornecido para verificar qual sonda pode ser usada para cada uma das atividades a ser executadas. Esta é uma característica real do problema, pois nem toda sonda pode executar todos os três tipos de atividades de perfuração, completação e *workover*. Logo, é necessário um parâmetro para limitar a execução de atividades a sondas capacitadas.

As restrições (4.19) definem que a soma dos tempos de processamento das atividades deve ser igual ou menor ao tempo total disponível para as atividades das sondas.

A equação (4.20) define o cálculo do parâmetro W .

A restrição (4.21) garante que a soma do tempo total de processamento das atividades associadas a uma sonda seja menor ou igual ao tempo disponível para o processamento dessas atividades.

As restrições (4.22), (4.23), (4.25) e (4.26) trabalham em conjunto e garantem que, caso duas atividades j e k sejam executadas na mesma sonda, ou seja, $x_{ijk} + x_{ikj} = 1$, o valor de $y_{ij} + y_{ik} = 2$. A seguir, será demonstrado um exemplo para elucidar a relação entre as restrições.

Suponha 2 atividades e 2 sondas. Se a atividade 2 é executada depois da atividade 1 na sonda 1, temos $x_{112} = 1$. Pela restrição (4.3), temos que $\sum_{i \in \mathcal{M}} \sum_{\substack{j \in \{0\} \cup \mathcal{N} \\ j \neq k}} x_{ijk} = 1$, assim, temos $x_{121} = 0$:

$$(y_{11} + y_{12}) \geq 2(x_{112} + x_{121})$$

Logo temos:

$$\begin{aligned} (y_{11} + y_{12}) &\geq 2 \\ \implies y_{11} = 1 \text{ e } y_{12} = 1 &\text{ (Verdadeiro)} \end{aligned}$$

Já no caso de nenhuma das atividades ser executada na sonda 1, temos $x_{112} = 0$ e $x_{121} = 0$. Assim:

$$(y_{11} + y_{12}) \geq 2(x_{112} + x_{121})$$

$$(y_{11} + y_{12}) \geq 0$$

$\implies (y_{ij} + y_{ik})$ só pode assumir valor 0 (Verdadeiro).

Note que $y_{ij} + y_{ik}$ só podem assumir zero neste caso, pois na restrição (4.14):

$$1 \leq W(1 - y_{11})$$

$$1 \leq W(1 - y_{12})$$

Devido às atividades 1 e 2 não serem executadas na sonda 1, pelas duas restrições acima, temos que y_{11} e y_{12} só podem assumir valor igual a 0.

A restrição (4.23) garante que o valor de $y_{ik} = 1$ em apenas uma sonda i .

As restrições (4.24), (4.25) e (4.26), (4.27), (4.28) e (4.29) indicam o domínio das variáveis de decisão.

Na Figura 8, temos um exemplo de uma instância com 3 sondas e 10 atividades utilizando o modelo 1.

Figura 8: Gráfico de Gantt do modelo 1 para uma instância com 3 sondas de perfuração e 10 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{1,6}=138$, $c_{1,9}=68$, $c_{1,10}=101$, $c_{2,1}=136$, $c_{2,2}=36$, $c_{2,3}=60$, $c_{2,4}=85$, $c_{2,8}=112$, $c_{3,5}=124$, $c_{3,7}=89$.



Fonte: O autor

4.3 Modelo 2: Minimização da soma dos instantes de término das sondas

Foi desenvolvido um segundo modelo com o objetivo de minimizar a soma dos instantes de término das atividades das sondas. Neste modelo, foram alteradas as equações (4.1) (Função objetivo) e (4.2), mantendo-se as mesmas notações do Modelo 1. O Modelo 2, em contraste com o Modelo 1, otimiza o problema de maneira a permitir que os navios estejam disponíveis para novas alocações o quanto antes.

Modelo MILP 2:

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in \mathcal{M}} c_i^{\text{sonda}} \quad (4.30)$$

A função objetivo (4.30) difere da (4.1), pois a (4.30) visa minimizar a soma dos instantes de término das atividades das sondas, ao invés de minimizar a variável *makespan* que representa o instante de término da última atividade no sistema (*makespan*). Por este motivo, a restrição (4.2) foi removida do Modelo 2.

Os modelos possuem comportamentos bem diferentes: enquanto o modelo 1 visa minimizar o (*makespan*), o modelo 2 visa minimizar a soma dos instantes de término das sondas. Comparando as funções objetivo de cada modelo em uma instância com 3 sondas e 10 atividades, temos:

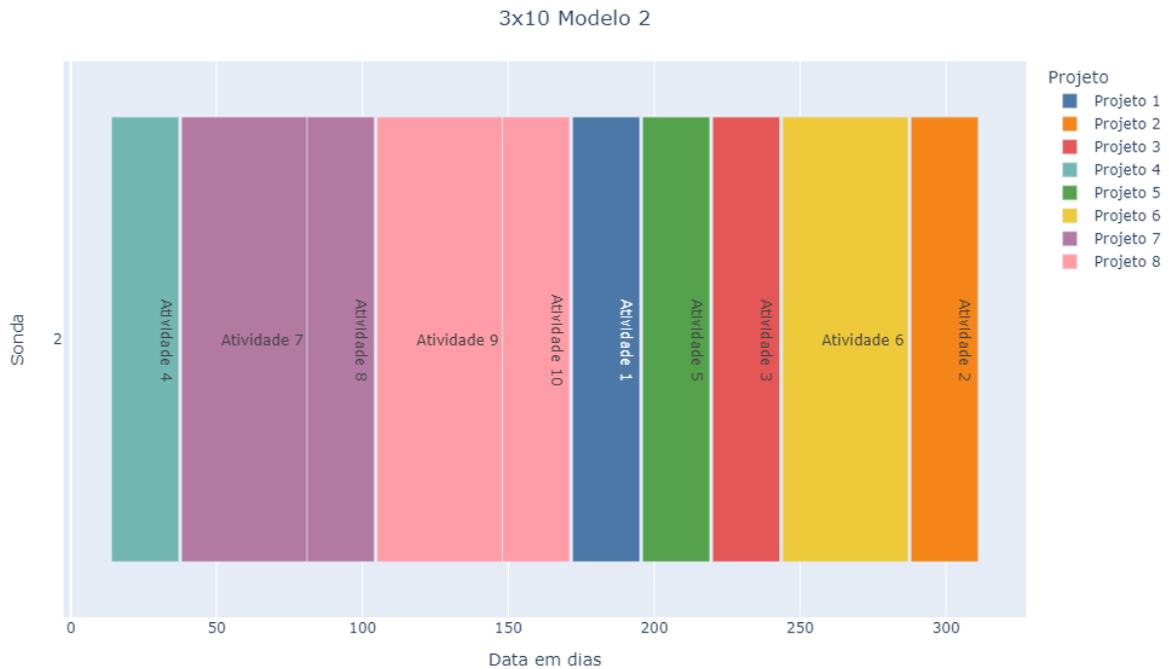
Tabela 2: Comparação dos modelos 1 e 2

| Modelo | <i>Makespan</i> | Soma dos instantes de término das sondas |
|--------|-----------------|--|
| 1 | 138 | 398 |
| 2 | 311 | 311 |

Note que o Modelo 2 apresenta o mesmo valor para as duas funções objetivo. Isso acontece pois a solução para a instância avaliada pelo modelo 2 possui apenas uma sonda, logo o *makespan* se iguala à soma dos instantes de término das atividades das sondas.

Na Figura 9, temos um exemplo de uma instância com 3 sondas e 10 atividades utilizando o Modelo 2. Note que a solução encontrada pelo Modelo 2 utiliza apenas uma sonda, enquanto a do Modelo 1 utiliza 3 sondas. Esse comportamento já era esperado, pois a sonda 2 é mais eficiente do que as sondas 1 e 3, além de possuir o menor tempo de prontidão ($r_2 < r_3 < r_1$). O fato de o Modelo 2 utilizar menos sondas torna sua utilização adequada em cenários onde se busca a diminuição de custos, pois, mesmo com o aumento do *makespan*, utiliza-se menos embarcações.

Figura 9: Gráfico de Gantt do modelo 2 para uma instância com 3 sondas de perfuração e 10 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{2,1}=195$, $c_{2,2}=267$, $c_{2,3}=243$, $c_{2,4}=37$, $c_{2,5}=219$, $c_{2,6}=311$, $c_{2,7}=81$, $c_{2,8}=104$, $c_{2,9}=148$, $c_{2,10}=171$.



Fonte: O autor

Comparando as outras restrições do Modelo 2 com as do Modelo 1, as restrições (4.3) até (4.29) se mantêm iguais às utilizadas no modelo 1, pois cada uma dessas restrições é necessária para garantir que as soluções do Modelo 2 respeitem todas as características do problema.

4.4 Modelo 3: Minimização da soma dos instantes de término das atividades

Foi desenvolvido um terceiro modelo com o objetivo de minimizar a soma dos instantes de término das atividades. Neste modelo, foram alteradas as equações (4.1) (Função objetivo) e (4.2), mantendo-se as mesmas notações do Modelo 1. O Modelo 3, ao contrário dos Modelos 1 e 2, visa otimizar o problema de forma a equilibrar melhor a importância de finalizar as atividades e liberar os navios para novas alocações o mais rapidamente possível.

Modelo MILP 3:

$$\text{Minimizar } \sum_{k \in \mathcal{N}} C_k^{ativ} \quad (4.31)$$

A função objetivo (4.31) difere da (4.1), pois a (4.31) visa minimizar a soma dos instantes de término das atividades, ao invés de minimizar a variável *makespan*, que representa o instante de término da última atividade no sistema (*makespan*). Por este motivo, a restrição (4.2) foi removida do Modelo 3.

Os modelos possuem comportamentos bem diferentes: enquanto o modelo 1 visa minimizar o (*makespan*), o Modelo 3 visa minimizar a soma dos instantes de término das atividades. Comparando as funções objetivo de cada modelo em uma instância com 3 sondas e 10 atividades, temos:

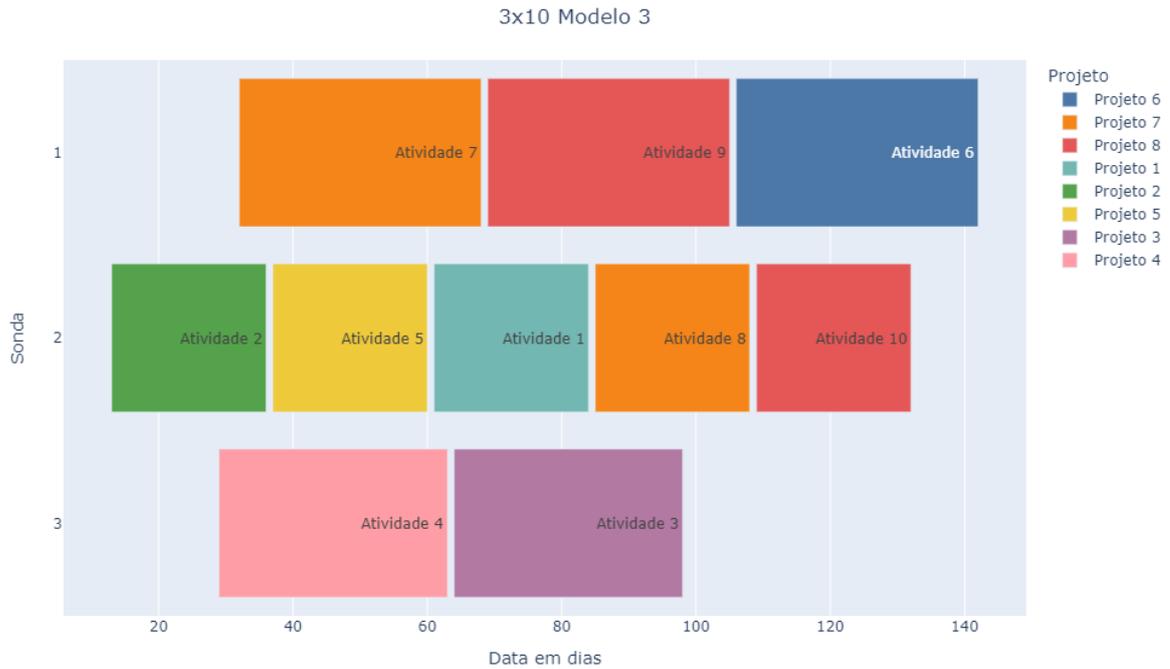
Tabela 3: Comparação dos modelos 1, 2 e 3

| Função objetivo | Modelo 1 | Modelo 2 | Modelo 3 |
|--|----------|----------|----------|
| <i>Makespan</i> | 138 | 311 | 142 |
| Soma dos instantes de término das sondas | 398 | 311 | 372 |
| Soma dos instantes de término das atividades | 949 | 1796 | 896 |

Note que o Modelo 3 apresenta o *makespan* com valor próximo ao valor encontrado pelo Modelo 1, utilizando a mesma quantidade de sondas.

Na Figura 10, temos um exemplo de uma instância com 3 sondas e 10 atividades utilizando o Modelo 3. Note que a solução encontrada pelo Modelo 3 utiliza a mesma quantidade de sondas que o Modelo 1.

Figura 10: Gráfico de Gantt do Modelo 3 para uma instância com 3 sondas de perfuração e 10 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{2,1}=84$, $c_{3,2}=98$, $c_{2,3}=36$, $c_{2,4}=60$, $c_{3,5}=63$, $c_{1,6}=142$, $c_{1,7}=68$, $c_{2,8}=108$, $c_{1,9}=105$, $c_{2,10}=132$.



Fonte: O autor

Comparando as outras restrições do Modelo 3 com as do Modelo 1, as restrições (4.3) até (4.29) se mantêm iguais às utilizadas no Modelo 1, pois cada uma dessas restrições é necessária para garantir que as soluções do Modelo 3 respeitem todas as características do problema.

4.5 Modelo 4: Minimização do instante de término da última atividade (*Makespan*) + Instantes de término das atividades

Foi desenvolvido um quarto modelo com o objetivo de minimizar o *makespan* e a soma dos instantes de término das atividades. Neste modelo, foi alterada a equação (4.1) (Função objetivo) e adicionadas as restrições (4.32), (4.33), (4.34), (4.35), (4.36), (4.37) e (4.38), mantendo-se as mesmas notações do Modelo 1. O Modelo 4, assim como o Modelo 1, minimiza o *makespan*, assim como os instantes de término das atividades. Diferente dos Modelos 1, 2 e 3, este modelo também busca minimizar o tempo de conclusão das atividades nas sondas. Isso resulta em um agrupamento mais eficiente das atividades nas sondas onde são realizadas e assegura que elas sejam finalizadas o mais rapidamente possível.

Comparando as outras restrições do Modelo 4 com as do Modelo 1, as restrições (4.2) até (4.29) se mantêm iguais às utilizadas no Modelo 1, pois cada uma dessas restrições é necessária para garantir que as soluções do Modelo 4 respeitem todas as características do problema.

Modelo MILP 4:

$$\text{Minimizar } makespan + \frac{\text{Soma dos instantes de término das atividades}}{V'} \quad (4.32)$$

$$V' = n * \left(\sum_{i \in \mathcal{M}} \sum_{j \in \mathcal{N}} p_{ij} + \sum_{i \in \mathcal{M}} \sum_{j \in \mathcal{N}} \sum_{k \in \mathcal{N}} t_{ijk} \right) \quad (4.33)$$

$$\text{Soma dos instantes de término das atividades} = \sum_{k \in \mathcal{N}} c_k^{ativ} \quad (4.34)$$

$$\text{Soma dos instantes de término das atividades} \geq \sum_{k \in \mathcal{N}} \min_k^{ativ} \quad (4.35)$$

$$\text{Soma dos instantes de término das atividades} \leq \sum_{k \in \mathcal{N}} \max_k^{ativ} \quad (4.36)$$

$$\frac{\text{Soma dos instantes de término das atividades}}{V'} \geq 0 \quad (4.37)$$

$$\frac{\text{Soma dos instantes de término das atividades}}{V'} \leq 1 \quad (4.38)$$

A função objetivo do Modelo 4 (4.32) difere da função objetivo do Modelo 1 (4.1), pois a (4.32) visa minimizar o (*makespan*) e a soma dos instantes de término das atividades, ao invés de minimizar apenas a variável *makespan*, que representa o instante de término da última atividade no sistema (*makespan*).

Essa modificação faz com que o Modelo 4 minimize também o instante de término das atividades nas sondas, fazendo com que as atividades fiquem mais agrupadas nas sondas em que são executadas e que terminem o quanto antes. Note que na função objetivo o valor *makespan* sempre resultara em um numero inteiro e o segundo termo, sempre estará entre 0 e 1 e servirá como critério de desempate.

A restrição 4.34 define a soma dos instantes de término das atividades.

As restrições 4.35 e 4.36 definem os limites inferiores e superiores da soma dos instantes de término das atividades.

Já as restrições 4.37 e 4.38 definem o limite inferior e superior da razão entre a soma dos instantes de término e V' .

Comparando as funções objetivo de cada modelo em uma instância com 3 sondas e 10 atividades, temos:

Tabela 4: Comparação dos Modelos 1, 2, 3 e 4

| Função objetivo | Modelo 1 | Modelo 2 | Modelo 3 | Modelo 4 |
|--|----------|----------|----------|----------|
| <i>Makespan</i> | 138 | 311 | 142 | 138 |
| Soma dos instantes de término das sondas | 398 | 311 | 372 | 400 |
| Soma dos instantes de término das atividades | 949 | 1796 | 896 | 914 |
| <i>Makespan</i> + Soma dos instantes de término das atividades | 1087 | 2107 | 1038 | 1052 |

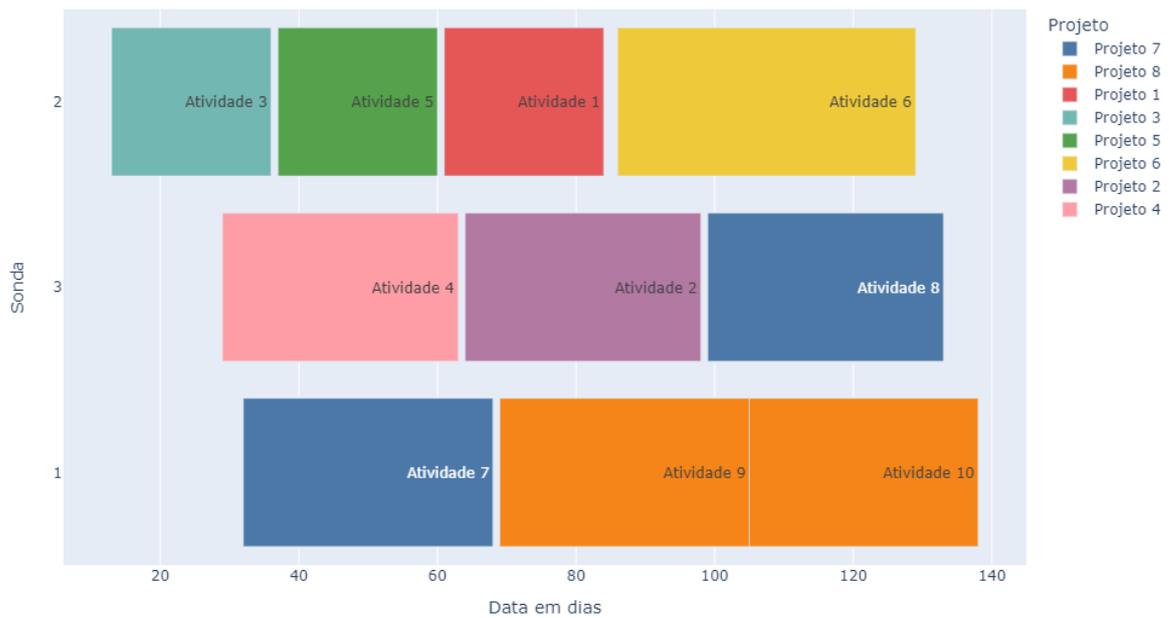
A partir da Tabela ??, verifica-se os seguintes comportamentos a respeito do Modelo 4:

Note que, na instância com 3 sondas e 10 atividades, o Modelo 4 apresenta o *makespan* com valor igual ao encontrado pelo Modelo 1, utilizando a mesma quantidade de sondas, e apresenta a soma dos instantes de término das atividades apenas 1,3% maior do que a encontrada pelo Modelo 3, em tempo de execução 87% maior. O tempo de execução de cada modelo será avaliado detalhadamente no capítulo 5.

Visando elucidar melhor as diferenças entre o Modelo 1 e o Modelo 4, serão apresentados a seguir os gráficos de *Gantt* para uma instância com 3 sondas e 10 atividades do Modelo 4.

Na Figura 11, temos um exemplo de uma instância com 3 sondas e 10 atividades utilizando o Modelo 4. Note que a solução encontrada pelo Modelo 4 utiliza todas as sondas, semelhante ao Modelo 1, porém, as lacunas entre as atividades são menores em comparação ao Modelo 1. Esse comportamento já era esperado, dado que o Modelo 4 visa minimizar o *makespan* e a soma dos instantes de término das atividades.

Figura 11: Gráfico de Gantt do Modelo 4 para uma instância com 3 sondas de perfuração e 10 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{1,7}=68$, $c_{1,9}=105$, $c_{1,10}=138$, $c_{2,1}=84$, $c_{2,3}=36$, $c_{2,5}=60$, $c_{2,6}=129$, $c_{3,2}=98$, $c_{3,4}=63$, $c_{3,8}=133$.



Fonte: O autor

5 EXPERIMENTOS NUMÉRICOS

Neste capítulo, na seção 1, foram definidas as premissas dos experimentos numéricos desenvolvidos e as características das instâncias avaliadas. Já nas seções 2 e 3, foram realizadas a aplicação e a avaliação dos modelos MILP propostos no trabalho.

5.1 Premissas dos experimentos desenvolvidos

Visando avaliar o desempenho do modelo MILP proposto, foram resolvidas diversas instâncias baseadas em dados do mundo real de projetos de exploração e produção cedidos por uma grande empresa de petróleo que opera no Brasil. Três tipos diferentes de atividades *offshore* executadas por sondas de perfuração foram consideradas: perfuração, completação e *workover*. A Tabela 5 apresenta as características das sondas. Cada sonda de perfuração é identificada por um número “Sonda” e tem uma janela temporal dada em dias que indica as datas que ela está disponível para começar a operar e a data limite que ela pode operar. Estas informações são indicadas pelas colunas “Disp. Ini” e “Disp. Fim”, respectivamente. As colunas “Pos. X” e “Pos. Y” indicam a posição inicial (km) da sonda, já a coluna “Velocidade” indica a velocidade (km/dia) da sonda. As últimas três colunas especificam os tempos padrão em dias para execução das atividades de perfuração, completação e *workover*.

Tabela 5: Navios sonda: características e limitações técnicas.

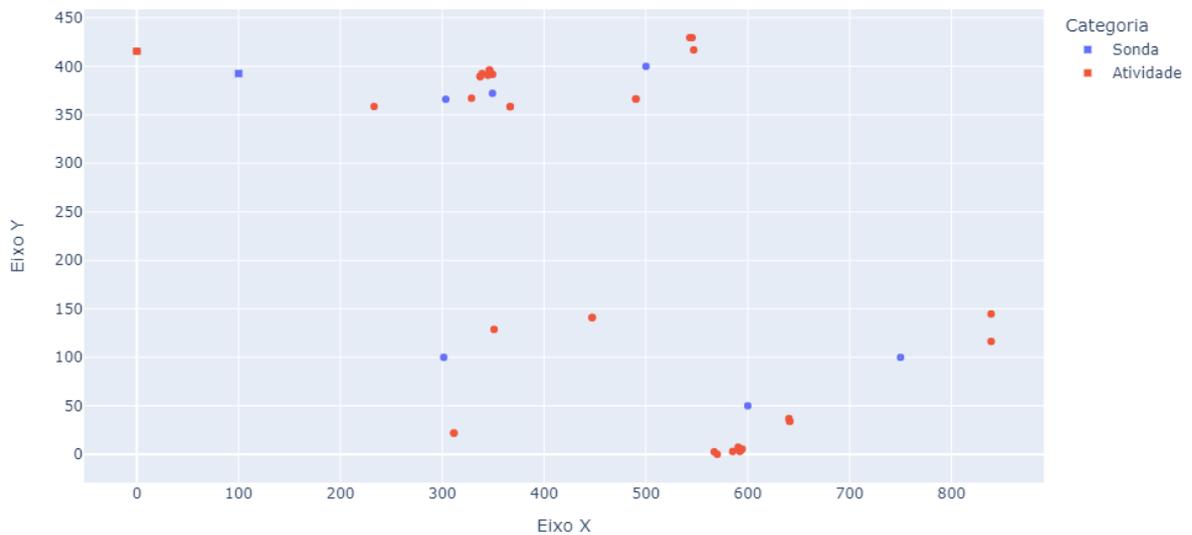
| Sonda | Disp. Ini | Disp. Fim | Pos. X | Pos. Y | Velocidade | Perfuração | Comp. | <i>Workover</i> |
|-------|-----------|-----------|--------|--------|------------|------------|-------|-----------------|
| 1 | 31 | 857 | 100,00 | 392,56 | 406 | 36 | 33 | 24 |
| 2 | 12 | 973 | 750,00 | 100,00 | 451 | 43 | 23 | 17 |
| 3 | 28 | 472 | 303,44 | 366,08 | 240 | 60 | 34 | 35 |
| 4 | 13 | 496 | 349,28 | 372,24 | 293 | 64 | 29 | 13 |
| 5 | 0 | 364 | 301,43 | 100,00 | 226 | 46 | 31 | 25 |
| 6 | 20 | 364 | 500,00 | 400,00 | 226 | 61 | 28 | 17 |
| 7 | 26 | 218 | 600,00 | 50,00 | 257 | 45 | 24 | 38 |

A Tabela 6 descreve as atividades que devem ser agendadas. As colunas “Atividade” e “Tipo” descrevem, respectivamente, a atividade e o tipo da atividade. A coluna

“Prec” indica se existe uma atividade que deve ser precedente para a execução da mesma, caso contrário, é preenchida com zero. Todas as atividades pertencem a um projeto, e o mesmo é indicado na coluna “Projeto”, que tem uma localização geográfica indicada pelas colunas “Pos. X” e “Pos. Y”. As atividades também têm uma janela temporal definida por uma data mínima de início e uma data máxima de início, “Dmin. Ini” e “Dmax. Ini”, dadas em dias da data inicial.

A Figura 12 mostra a distribuição geográfica das sondas e atividades consideradas neste experimento. Cada unidade do eixo X e do eixo Y está em km. Todos os dados foram alterados para manter a confidencialidade das informações, a pedido da empresa de petróleo que forneceu as informações.

Figura 12: Posições geográficas dos navios sonda e atividades dos experimentos.



Os dados das sondas (Tabela 5) e atividades (Tabela 6) permitem a composição de diferentes instâncias de teste.

Tabela 6: Atividades *offshore*: características e limitações técnicas.

| Atividade | Tipo | Prec. | Projeto | Pos. X | Pos. Y | Dmin. Ini | Dmax. Ini |
|-----------|-----------------|-------|---------|--------|--------|-----------|-----------|
| 1 | Completação | 0 | 1 | 0,00 | 415,60 | 0 | 364 |
| 2 | Completação | 0 | 2 | 542,95 | 429,59 | 0 | 364 |
| 3 | Completação | 0 | 3 | 546,86 | 416,95 | 0 | 364 |
| 4 | Completação | 0 | 4 | 344,83 | 390,83 | 0 | 62 |
| 5 | Completação | 0 | 5 | 339,06 | 392,55 | 0 | 364 |
| 6 | Perfuração | 0 | 6 | 545,27 | 429,58 | 0 | 364 |
| 7 | Perfuração | 0 | 7 | 366,68 | 358,41 | 0 | 364 |
| 8 | Completação | 7 | 7 | 366,68 | 358,41 | 0 | 101 |
| 9 | Perfuração | 0 | 8 | 346,41 | 396,07 | 0 | 364 |
| 10 | Completação | 9 | 8 | 346,41 | 396,07 | 0 | 172 |
| 11 | Perfuração | 0 | 9 | 349,45 | 391,74 | 0 | 23 |
| 12 | Perfuração | 0 | 10 | 0,00 | 415,60 | 0 | 364 |
| 13 | Perfuração | 0 | 11 | 337,15 | 389,59 | 0 | 240 |
| 14 | Completação | 13 | 11 | 337,15 | 389,59 | 0 | 364 |
| 15 | Perfuração | 0 | 12 | 490,10 | 366,40 | 0 | 138 |
| 16 | Perfuração | 0 | 13 | 233,03 | 358,59 | 0 | 31 |
| 17 | Completação | 0 | 14 | 570,03 | 0,00 | 14 | 259 |
| 18 | <i>Workover</i> | 0 | 15 | 567,05 | 2,59 | 30 | 110 |
| 19 | Perfuração | 0 | 16 | 58517 | 2,90 | 29 | 183 |
| 20 | Perfuração | 0 | 17 | 591,46 | 5,62 | 7 | 56 |
| 21 | Completação | 20 | 17 | 591,46 | 5,62 | 20 | 103 |
| 22 | Perfuração | 0 | 18 | 592,29 | 3,20 | 24 | 104 |
| 23 | Completação | 22 | 18 | 592,29 | 3,20 | 34 | 102 |
| 24 | Perfuração | 0 | 19 | 311,39 | 21,91 | 0 | 1750 |
| 25 | Completação | 24 | 19 | 311,39 | 21,91 | 0 | 714 |
| 26 | <i>Workover</i> | 0 | 20 | 640,44 | 36,87 | 25 | 34 |
| 27 | Perfuração | 0 | 21 | 641,15 | 34,01 | 22 | 178 |
| 28 | Completação | 27 | 21 | 641,15 | 34,01 | 32 | 240 |
| 29 | Completação | 0 | 22 | 350,85 | 128,82 | 26 | 364 |
| 30 | Completação | 0 | 23 | 328,71 | 367,17 | 11 | 364 |
| 31 | Completação | 0 | 24 | 838,99 | 116,39 | 18 | 364 |
| 32 | Completação | 0 | 25 | 838,99 | 144,74 | 19 | 364 |
| 33 | Perfuração | 0 | 26 | 447,21 | 141,02 | 5 | 364 |
| 34 | Completação | 33 | 26 | 447,21 | 141,02 | 23 | 364 |
| 35 | Perfuração | 0 | 27 | 594,31 | 5,35 | 0 | 364 |
| 36 | Completação | 35 | 27 | 594,31 | 5,35 | 0 | 364 |
| 37 | <i>Workover</i> | 0 | 28 | 590,57 | 7,36 | 0 | 4 |

Foi aplicado o modelo proposto em um conjunto de instâncias de pequeno porte, com o objetivo de avaliar seu desempenho e obter sua solução ótima. Neste conjunto, o número de sondas de perfuração varia entre 2 e 7, e o número de atividades varia entre 10 e 13.

Os experimentos numéricos foram executados em um computador com um processador AMD Ryzen 5 1600 3.2 GHz e 16 GB de memória. O *solver* GUROBI 10.0.1, com todos os parâmetros padrão, foi capaz de encontrar soluções viáveis para todas as instâncias avaliadas. Foi definido um limite de tempo de CPU de 1h para cada instância.

5.2 Resultados dos experimentos do Modelo 1

A Tabela 7 apresenta os resultados obtidos. A primeira coluna mostra a dimensão de cada instância, enquanto as próximas três colunas indicam as principais dimensões do modelo MILP associado. As colunas seguintes mostram o valor da função objetivo, o tempo requerido para rodar cada instância e a coluna $GAP(\%)$ indica a diferença percentual entre a solução incumbente e o *lower bound* determinado pelo *solver*.

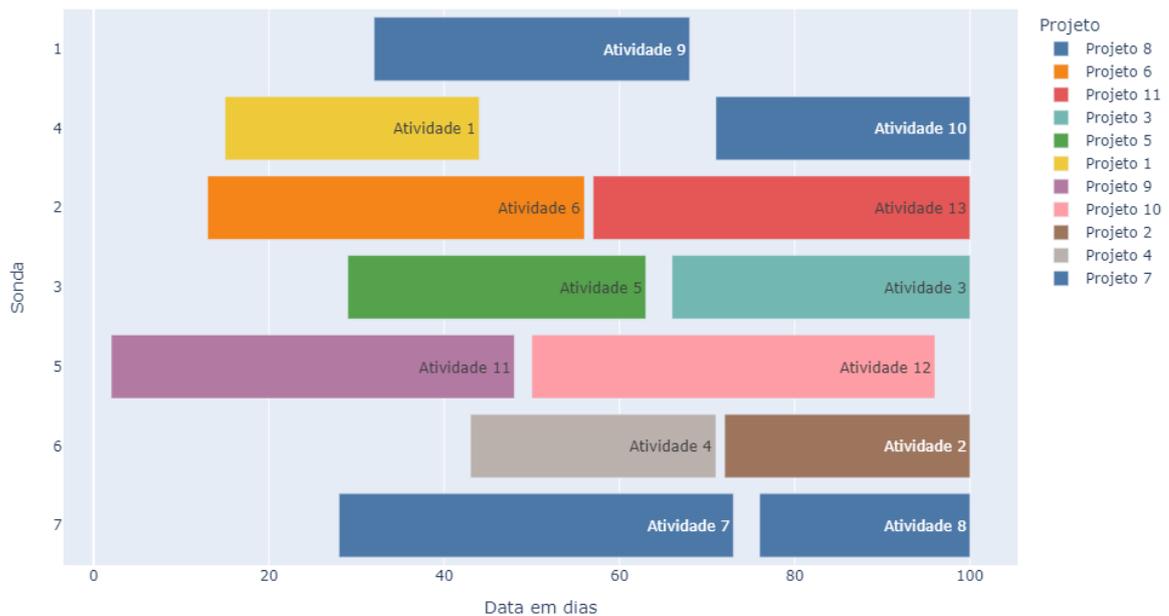
Tabela 7: Detalhes do Modelo MILP 1 (número de variáveis e restrições) e resultados (para cada instância).

| Sonda x Atividades | Var . Bin. | Var. Reais. | Restrições | Função Objetivo | Tempo de CPU (s) | GAP (%) |
|--------------------|------------|-------------|------------|-----------------|------------------|---------|
| 2 x 10 | 240 | 285 | 741 | 175,0 | 21,09 | 0,0 |
| 2 x 11 | 286 | 335 | 880 | 201,0 | 4,17 | 0,0 |
| 2 x 12 | 336 | 389 | 1031 | 212,0 | 51,03 | 0,0 |
| 2 x 13 | 390 | 447 | 1194 | 225,0 | 61,71 | 0,0 |
| 3 x 10 | 360 | 417 | 1075 | 138,0 | 20,03 | 0,0 |
| 3 x 11 | 429 | 491 | 1280 | 153,0 | 7,55 | 0,0 |
| 3 x 12 | 504 | 571 | 1503 | 171,0 | 68,03 | 0,0 |
| 3 x 13 | 585 | 657 | 1744 | 179,0 | 678,2 | 0,0 |
| 4 x 10 | 480 | 549 | 1409 | 105,0 | 8,96 | 0,0 |
| 4 x 11 | 572 | 647 | 1680 | 129,0 | 48,85 | 0,0 |
| 4 x 12 | 672 | 753 | 1975 | 138,0 | 217,19 | 0,0 |
| 4 x 13 | 780 | 867 | 2294 | 145,0 | 2102,2 | 0,0 |
| 5 x 10 | 600 | 681 | 1743 | 98,0 | 10,41 | 0,0 |
| 5 x 11 | 715 | 803 | 2080 | 103,0 | 14,68 | 0,0 |
| 5 x 12 | 840 | 935 | 2447 | 105,0 | 55,42 | 0,0 |
| 5 x 13 | 975 | 1077 | 2844 | 123,0 | 1333,99 | 0,0 |
| 6 x 10 | 720 | 813 | 2077 | 80,0 | 1,83 | 0,0 |
| 6 x 11 | 858 | 959 | 2480 | 98,0 | 19,17 | 0,0 |
| 6 x 12 | 1008 | 1117 | 2919 | 101,0 | 44,36 | 0,0 |
| 6 x 13 | 1170 | 1287 | 3394 | 105,0 | 132,12 | 0,0 |
| 7 x 10 | 840 | 945 | 2411 | 80,0 | 1,33 | 0,0 |
| 7 x 11 | 1001 | 1115 | 2880 | 80,0 | 2,28 | 0,0 |
| 7 x 12 | 1176 | 1299 | 3391 | 95,0 | 20,48 | 0,0 |
| 7 x 13 | 1365 | 1497 | 3944 | 100,0 | 70,6 | 0,0 |

Analisando a Tabela 7, pode-se ver que o *solver* foi capaz de alcançar a solução ótima dentro do tempo permitido em 100% das instâncias, e o GAP médio foi de 0%. Como esperado, as soluções encontradas pelo *solver* para instâncias mais restritas (maior taxa de atividades por sonda) contêm resultados (instante de término da última atividade) iguais ou piores do que os resultados das instâncias menos restritas.

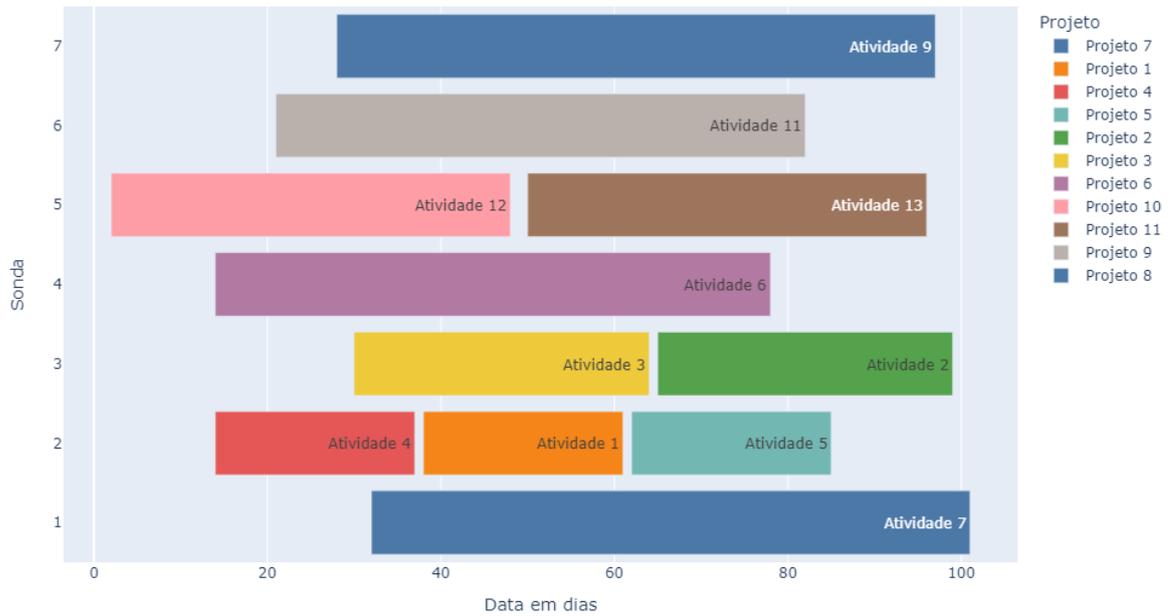
Para ilustrar os resultados alcançados com o modelo, a Figura 13 mostra o cronograma ótimo para uma instância com sete navios de perfuração e treze atividades.

Figura 13: Gráfico de Gantt do Modelo 1 para uma instância com 7 sondas de perfuração e 13 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{1,9}=68$, $c_{2,6}=56$, $c_{2,13}=100$, $c_{3,3}=100$, $c_{3,5}=63$, $c_{4,1}=44$, $c_{4,10}=100$, $c_{5,11}=48$, $c_{5,12}=96$, $c_{6,2}=100$, $c_{6,4}=71$, $c_{7,7}=73$, $c_{7,8}=100$.



No intuito de ilustrar os efeitos de considerar atividades de perfuração e completção como atividades separadas, a instância com 7 sondas e 13 atividades foi adaptada. Neste caso, as atividades 7 e 8 foram consideradas como uma atividade única na mesma localização. A mesma adaptação foi executada com as atividades 9 e 10. Como esperado, as quantidades de variáveis binárias e reais, 1365 e 1497, respectivamente, foram reduzidas para 1001 e 1115 (ver Tabela 7). O tempo computacional diminuiu em 80%, porém a função objetivo aumentou de 100 para 101. A Figura 14 mostra o cronograma ótimo para a instância adaptada (7 x 13 Modificado).

Figura 14: Gráfico de Gantt do Modelo 1 para uma instância com 7 sondas de perfuração e 11 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{2,1}=61$, $c_{3,2}=99$, $c_{3,3}=64$, $c_{2,4}=37$, $c_{2,5}=85$, $c_{4,6}=78$, $c_{1,7}=101$, $c_{7,9}=97$, $c_{6,11}=82$, $c_{5,12}=48$, $c_{5,13}=96$.



Destaca-se que, na instância 7 x 13 Modificado, apesar de haver uma diminuição no número de variáveis reais, variáveis binárias e também na razão atividades/sonda da instância (7 x 11), o tempo computacional foi 80% menor, porém com um leve aumento no *makespan* de 1%. Isso indica que a estratégia de agrupar atividades que ocorram no mesmo local pode se mostrar eficaz caso o objetivo seja a diminuição do tempo computacional.

5.3 Resultados dos experimentos do Modelo 2

A Tabela 5.3 apresenta os resultados obtidos. A primeira coluna mostra a dimensão de cada instância, enquanto as próximas três colunas indicam as principais dimensões do modelo MILP associado. As colunas seguintes mostram o valor da função objetivo, o tempo requerido para rodar cada instância, e a coluna $GAP(\%)$ indica a diferença percentual entre a solução incumbente e o *lower bound* determinado pelo *solver*.

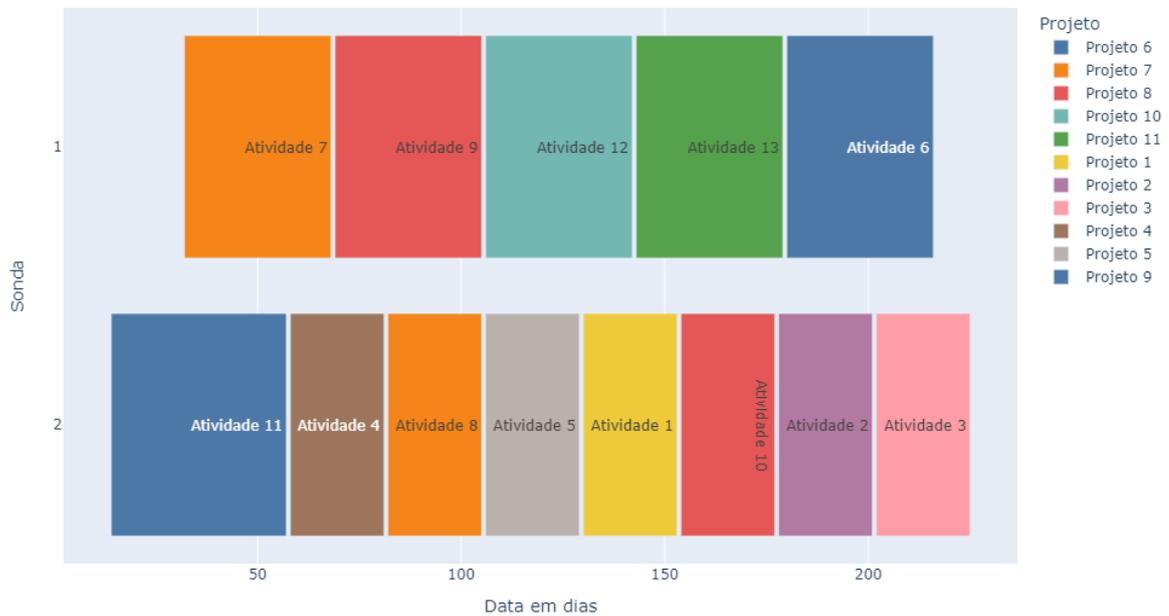
Tabela 8: Detalhes do modelo MILP 2 (número de variáveis e restrições) e resultados (para cada instância).

| Sonda x Atividades | Variáveis Binárias | Variáveis Reais | Restrições | Função Objetivo | Tempo de CPU (s) | GAP (%) |
|--------------------|--------------------|-----------------|------------|-----------------|------------------|---------|
| 2 x 10 | 240 | 285 | 722 | 311 | 42,35 | 0 |
| 2 x 11 | 286 | 335 | 859 | 367 | 5,49 | 0 |
| 2 x 12 | 336 | 389 | 1008 | 404 | 28,93 | 0 |
| 2 x 13 | 390 | 447 | 1169 | 441 | 151,55 | 0 |
| 3 x 10 | 360 | 417 | 1046 | 311 | 105,67 | 0 |
| 3 x 11 | 429 | 491 | 1248 | 367 | 63,29 | 0 |
| 3 x 12 | 504 | 571 | 1468 | 404 | 618,27 | 0 |
| 3 x 13 | 585 | 657 | 1706 | 441 | 3600,27 | 27,21 |
| 4 x 10 | 480 | 549 | 1370 | 311 | 248,22 | 0 |
| 4 x 11 | 572 | 647 | 1637 | 367 | 339,16 | 0 |
| 4 x 12 | 672 | 753 | 1928 | 404 | 3600,07 | 19,06 |
| 4 x 13 | 780 | 867 | 2243 | 441 | 3600,48 | 39,68 |
| 5 x 10 | 600 | 681 | 1694 | 311 | 2369,2 | 0 |
| 5 x 11 | 715 | 803 | 2026 | 359 | 2304,29 | 0 |
| 5 x 12 | 840 | 935 | 2388 | 402 | 3600,04 | 41,79 |
| 5 x 13 | 975 | 1077 | 2780 | 441 | 3600,13 | 50,57 |
| 6 x 10 | 720 | 813 | 2018 | 311 | 3600,16 | 16,08 |
| 6 x 11 | 858 | 959 | 2415 | 359 | 3600,06 | 21,45 |
| 6 x 12 | 1008 | 1117 | 2848 | 402 | 3600,51 | 42,04 |
| 6 x 13 | 1170 | 1287 | 3317 | 441 | 3600,35 | 54,65 |
| 7 x 10 | 840 | 945 | 2342 | 311 | 3600,1 | 28,3 |
| 7 x 11 | 1001 | 1115 | 2804 | 359 | 3600,38 | 27,86 |
| 7 x 12 | 1176 | 1299 | 3308 | 402 | 3600,16 | 45,52 |
| 7 x 13 | 1365 | 1497 | 3854 | 441 | 3600,07 | 55,1 |

Analisando a Tabela 5.3, pode-se ver que o *solver* foi capaz de alcançar a solução ótima dentro do tempo permitido em 44% das instâncias. Para as instâncias restantes, o GAP médio foi de 35,66%. Foi possível notar nas soluções encontradas pelo *solver* que o aumento da quantidade de sondas não implicou necessariamente em um resultado (soma dos instantes de término das atividades das sondas) pior, e que, mesmo com um número de sondas maior do que dois, o resultado não melhorou significativamente. Isso indica que o Modelo 2 utiliza menos sondas do que o Modelo 1 e gera soluções com mais sondas disponíveis.

Para ilustrar os resultados alcançados com o Modelo 2, a Figura 15 mostra o cronograma ótimo para uma instância com sete navios de perfuração e treze atividades.

Figura 15: Gráfico de Gantt do Modelo 2 para uma instância com 7 sondas de perfuração e 13 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{1,6}=216$, $c_{1,7}=68$, $c_{1,9}=105$, $c_{1,12}=142$, $c_{1,13}=179$, $c_{2,1}=153$, $c_{2,2}=201$, $c_{2,3}=225$, $c_{2,4}=81$, $c_{2,5}=129$, $c_{2,8}=105$, $c_{2,10}=177$, $c_{2,11}=57$.



Note na Figura 15 que, em comparação com a Figura 13 do Modelo 1, a quantidade de sondas utilizadas na solução foi 71% menor no Modelo 2, assim como o tempo ocioso entre as atividades. Destaca-se ainda que o *makespan* aumentou de 100 para 225. Esse comportamento era esperado, dado que o modelo não considera esta medida na função objetivo. Uma possibilidade para considerar este ponto seria restringir o *makespan* máximo admitido para a programação a ser obtida.

5.4 Resultados dos experimentos do Modelo 3

A Tabela 9 apresenta os resultados obtidos. A primeira coluna mostra a dimensão de cada instância, enquanto as próximas três colunas indicam as principais dimensões do modelo MILP associado. As colunas seguintes mostram o valor da função objetivo, o tempo requerido para rodar cada instância, e a coluna $GAP(\%)$ indica a diferença percentual entre a solução incumbente e o *lower bound* determinado pelo *solver*.

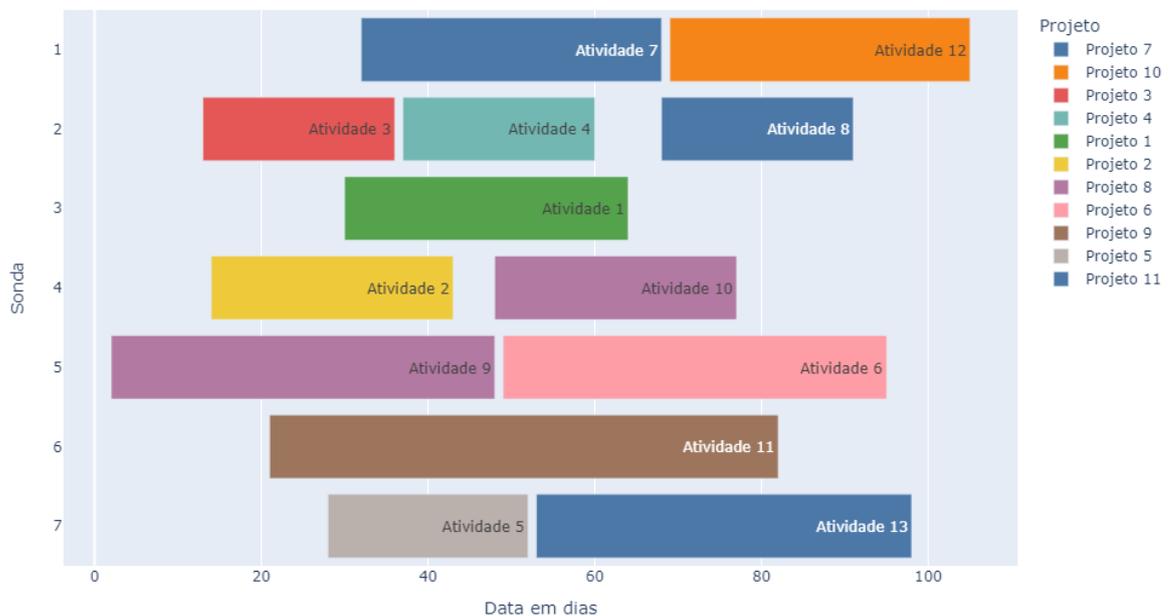
Tabela 9: Detalhes do Modelo MILP 3 (número de variáveis e restrições) e resultados (para cada instância).

| Sonda x Atividades | Variáveis Binárias | Variáveis Reais | Restrições | Função Objetivo | Tempo de CPU (s) | GAP (%) |
|--------------------|--------------------|-----------------|------------|-----------------|------------------|---------|
| 2 x 10 | 240 | 285 | 722 | 1062 | 45,08 | 0 |
| 2 x 11 | 286 | 335 | 859 | 1385 | 4,99 | 0 |
| 2 x 12 | 336 | 389 | 1008 | 1598 | 44,41 | 0 |
| 2 x 13 | 390 | 447 | 1169 | 1838 | 376,96 | 0 |
| 3 x 10 | 360 | 417 | 1046 | 896 | 27,21 | 0 |
| 3 x 11 | 429 | 491 | 1248 | 1134 | 34,38 | 0 |
| 3 x 12 | 504 | 571 | 1468 | 1314 | 343,86 | 0 |
| 3 x 13 | 585 | 657 | 1706 | 1500 | 3600,12 | 10,07 |
| 4 x 10 | 480 | 549 | 1370 | 773 | 14,81 | 0 |
| 4 x 11 | 572 | 647 | 1637 | 951 | 54,15 | 0 |
| 4 x 12 | 672 | 753 | 1928 | 1091 | 149,41 | 0 |
| 4 x 13 | 780 | 867 | 2243 | 1246 | 3600,17 | 6,98 |
| 5 x 10 | 600 | 681 | 1694 | 667 | 18,81 | 0 |
| 5 x 11 | 715 | 803 | 2026 | 801 | 56,46 | 0 |
| 5 x 12 | 840 | 935 | 2388 | 916 | 142,23 | 0 |
| 5 x 13 | 975 | 1077 | 2780 | 1049 | 3600,53 | 3,43 |
| 6 x 10 | 720 | 813 | 2018 | 631 | 10,69 | 0 |
| 6 x 11 | 858 | 959 | 2415 | 749 | 39,36 | 0 |
| 6 x 12 | 1008 | 1117 | 2848 | 860 | 100,27 | 0 |
| 6 x 13 | 1170 | 1287 | 3317 | 971 | 805,12 | 0 |
| 7 x 10 | 840 | 945 | 2342 | 609 | 17,83 | 0 |
| 7 x 11 | 1001 | 1115 | 2804 | 716 | 52,28 | 0 |
| 7 x 12 | 1176 | 1299 | 3308 | 814 | 99,72 | 0 |
| 7 x 13 | 1365 | 1497 | 3854 | 919 | 328,52 | 0 |

Analisando a Tabela 9, pode-se ver que o *solver* foi capaz de alcançar a solução ótima dentro do tempo permitido em 90% das instâncias. Para as instâncias restantes, o GAP médio foi de 6,83%. Foi possível notar nas soluções encontradas pelo *solver* que o aumento da quantidade de sondas não implicou necessariamente em um resultado (soma dos instantes de término das atividades das sondas) pior, e que, mesmo com um número de sondas maior do que dois, o resultado não melhorou significativamente. Isso indica que o Modelo 3 utiliza menos sondas do que o Modelo 1 e gera soluções com mais sondas disponíveis.

Para ilustrar os resultados alcançados com o Modelo 3, a Figura 16 mostra o cronograma ótimo para uma instância com sete navios de perfuração e treze atividades.

Figura 16: Gráfico de Gantt do Modelo 3 para uma instância com 7 sondas de perfuração e 13 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{1,7}=68$, $c_{1,12}=105$, $c_{2,3}=36$, $c_{2,4}=60$, $c_{2,8}=91$, $c_{3,1}=64$, $c_{4,2}=43$, $c_{4,10}=77$, $c_{5,6}=95$, $c_{5,9}=48$, $c_{6,11}=82$, $c_{7,5}=52$, $c_{7,13}=98$.



Note na Figura 16 que, em comparação com a Figura 13 do Modelo 1, a quantidade de sondas utilizadas na solução foi igual à do Modelo 1 no Modelo 3, assim como o tempo ocioso entre as atividades. Destaca-se ainda que o *makespan* aumentou de 100 para 105. Esse comportamento era esperado, dado que o modelo não considera esta medida na função objetivo. Uma possibilidade para considerar este ponto seria restringir o *makespan* máximo admitido para a programação a ser obtida.

5.5 Resultados dos experimentos do Modelo 4

A Tabela 10 apresenta os resultados obtidos. A primeira coluna mostra a dimensão de cada instância, enquanto as próximas três colunas indicam as principais dimensões do modelo MILP associado. As colunas seguintes mostram o valor da função objetivo, o tempo requerido para rodar cada instância, e a coluna $GAP(\%)$ indica a diferença percentual entre a solução incumbente e o *lower bound* determinado pelo *solver*.

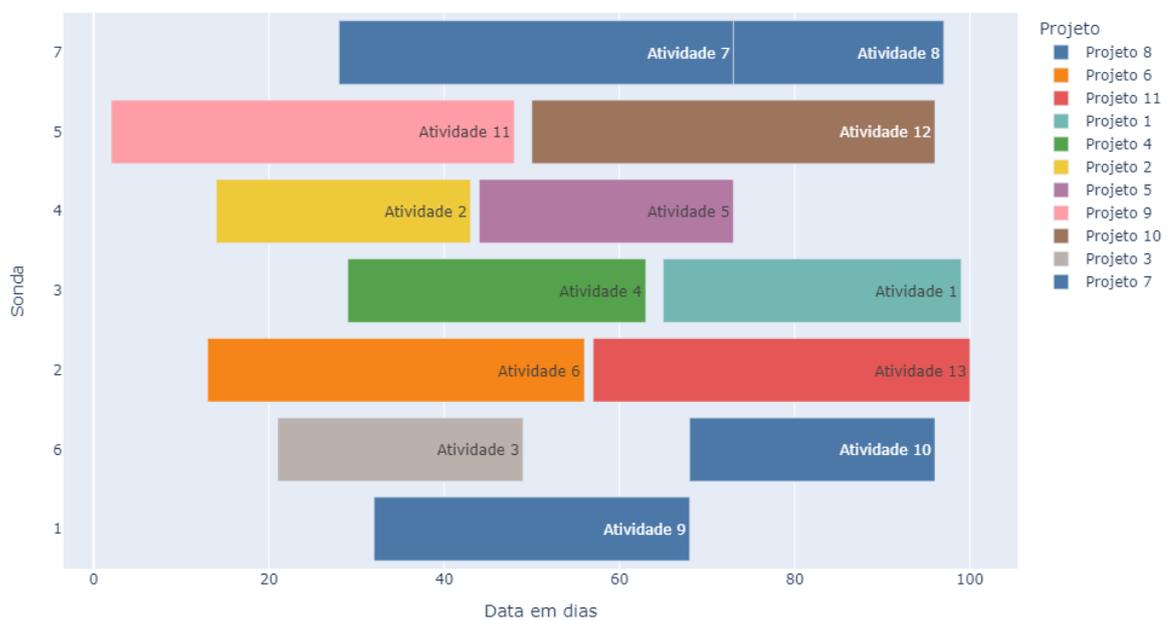
Tabela 10: Detalhes do Modelo MILP 4 (número de variáveis e restrições) e resultados (para cada instância).

| Sonda x Atividades | Variáveis Binárias | Variáveis Reais | Restrições | Função Objetivo | Tempo de CPU (s) | GAP (%) |
|--------------------|--------------------|-----------------|------------|-----------------|------------------|---------|
| 2 x 10 | 240 | 287 | 747 | 175,13 | 7,57 | 0 |
| 2 x 11 | 286 | 337 | 886 | 201,13 | 3,22 | 0 |
| 2 x 12 | 336 | 391 | 1037 | 212,12 | 26,69 | 0 |
| 2 x 13 | 390 | 449 | 1200 | 225,12 | 117,52 | 0 |
| 3 x 10 | 360 | 419 | 1081 | 138,07 | 50,79 | 0 |
| 3 x 11 | 429 | 493 | 1286 | 153,06 | 8,25 | 0 |
| 3 x 12 | 504 | 573 | 1509 | 171,06 | 102,68 | 0 |
| 3 x 13 | 585 | 659 | 1750 | 179,06 | 1007,54 | 0 |
| 4 x 10 | 480 | 551 | 1415 | 105,04 | 6,87 | 0 |
| 4 x 11 | 572 | 649 | 1686 | 129,04 | 60,8 | 0 |
| 4 x 12 | 672 | 755 | 1981 | 138,04 | 214,19 | 0 |
| 4 x 13 | 780 | 869 | 2300 | 145,03 | 2481,39 | 0 |
| 5 x 10 | 600 | 683 | 1749 | 98,03 | 7,1 | 0 |
| 5 x 11 | 715 | 805 | 2086 | 103,03 | 16,7 | 0 |
| 5 x 12 | 840 | 937 | 2453 | 105,02 | 47,47 | 0 |
| 5 x 13 | 975 | 1079 | 2850 | 123,02 | 2066,93 | 0 |
| 6 x 10 | 720 | 815 | 2083 | 80,02 | 2,39 | 0 |
| 6 x 11 | 858 | 961 | 2486 | 98,02 | 13,08 | 0 |
| 6 x 12 | 1008 | 1119 | 2925 | 101,02 | 32,21 | 0 |
| 6 x 13 | 1170 | 1289 | 3400 | 105,02 | 145,47 | 0 |
| 7 x 10 | 840 | 947 | 2417 | 80,02 | 2,62 | 0 |
| 7 x 11 | 1001 | 1117 | 2886 | 80,02 | 3,16 | 0 |
| 7 x 12 | 1176 | 1301 | 3397 | 95,02 | 30,14 | 0 |
| 7 x 13 | 1365 | 1499 | 3950 | 100,01 | 156,68 | 0 |

Analisando a Tabela 10, pode-se ver que o *solver* foi capaz de alcançar a solução ótima dentro do tempo permitido em 100% das instâncias, e o GAP médio foi de 0%.

Para ilustrar os resultados alcançados com o Modelo 4, a Figura 17 mostra o cronograma ótimo para uma instância com sete navios de perfuração e treze atividades.

Figura 17: Gráfico de Gantt do Modelo 4 para uma instância com 7 sondas de perfuração e 13 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{1,9}=68$, $c_{2,6}=56$, $c_{2,13}=100$, $c_{3,1}=99$, $c_{3,4}=63$, $c_{4,2}=43$, $c_{4,5}=73$, $c_{5,11}=48$, $c_{5,12}=96$, $c_{6,3}=49$, $c_{6,10}=96$, $c_{7,7}=73$, $c_{7,8}=97$.



Note na Figura 17 que, em comparação com a Figura 13 do Modelo 1, a quantidade de sondas utilizadas na solução foi igual à do Modelo 3, assim como o tempo ocioso entre as atividades. Destaca-se ainda que o *makespan* se manteve em 100, igual ao valor obtido no Modelo 1.

5.6 Extensões do Modelo

Durante o desenvolvimento dos modelos, foram executados diversos experimentos buscando tornar os modelos mais robustos. Nestes experimentos, foi identificado que, caso haja adaptações nas premissas do problema original explorado por este trabalho e que foram definidas no capítulo 3, é possível obter diversos ganhos relacionados ao tempo computacional necessário para encontrar soluções factíveis. Cada subseção a seguir representa uma modificação possível de ser implementada aos modelos e pode ser utilizada com diversos objetivos, conforme a necessidade.

5.6.1 Extensão 1: Execução de atividades precedentes na mesma sonda

Conforme será demonstrado a seguir, caso atividades precedentes sejam forçadas a ser executadas na mesma sonda, é possível obter soluções em tempo computacional expressivamente menor. Neste modelo, foram mantidas as mesmas notações e restrições do Modelo 1, porém foi realizada uma adaptação necessária que se dá pela adição das seguintes restrições ao Modelo 5.

$$\sum_{i \in M} (y_{iu} + y_{iv}) \geq 2, \quad (u, v) \in PR, \quad i \in M \quad (5.1)$$

$$(y_{iu} + y_{iv}) \geq 2 * \sum_{i \in M} (x_{iuv} + x_{ivu}), \quad (u, v) \in PR, \quad i \in M \quad (5.2)$$

As restrições (5.1) e (5.2) trabalham em conjunto e garantem que, caso a atividade j seja precedente à atividade k , ambas sejam executadas na mesma sonda, ou seja, $x_{iuv} + x_{ivu} = 1$ e o valor de $y_{iu} + y_{iv} = 2$. A seguir, será demonstrado um exemplo para elucidar a relação entre as restrições:

Suponha que há 2 atividades e 2 sondas. Se a atividade 2 é executada depois da atividade 1 na sonda 1, temos $x_{112} = 1$.

Pela restrição (4.3), temos que $\sum_{i \in M} \sum_{\substack{j \in \{0\} \cup \mathcal{N} \\ j \neq k}} x_{ijk} = 1$. Assim, temos $x_{121} = 0$.

$$(y_{iu} + y_{iv}) \geq 2 * (x_{112} + x_{121})$$

Logo temos:

$$(y_{iu} + y_{iv}) \geq 2$$

$$\implies y_{iu} = 1 \text{ e } y_{iv} = 1 \text{ (Verdadeiro)}$$

Já no caso de apenas uma das atividades ser executada na sonda i , temos $x_{112} = 1$ e $x_{121} = 0$, e assim:

$$(y_{iu} + y_{iv}) \geq 2(x_{112} + x_{121})$$

$$(y_{iu} + y_{iv}) \geq 2$$

$$\implies (y_{iu} + y_{iv}) \text{ só pode assumir valor 2 (Verdadeiro).}$$

Porém, isso contradiz as equações (4.13) e (4.14), já que o valor de $(y_{iu} + y_{iv})$ só poderia ser 1, considerando que $y_{iu} = 0$ e $y_{iv} \leq 1$. Logo, a soma só poderia ter valor igual a 1.

Assim:

$$\implies (y_{iu} + y_{iv}) \text{ só pode assumir valor 1 (Verdadeiro).}$$

Já no caso de nenhuma das atividades ser executada na sonda i , temos $x_{112} = 0$ e $x_{121} = 0$, e assim:

$$(y_{ij} + y_{ik}) \geq 2(x_{112} + x_{121})$$

$$(y_{ij} + y_{ik}) \geq 0$$

$$\implies (y_{ij} + y_{ik}) \text{ pode assumir valores 0, 1 ou 2 (Verdadeiro).}$$

A restrição (4.23) garante que o valor de $y_{ik} = 1$ ocorra em apenas uma sonda i .

A Tabela 11 apresenta os resultados obtidos. A primeira coluna mostra a dimensão de cada instância, enquanto as próximas três colunas indicam as principais dimensões do modelo MILP associado. As colunas seguintes mostram o valor da função objetivo, o tempo requerido para rodar cada instância e a coluna $GAP(\%)$ indica a diferença percentual entre a solução incumbente e o *lower bound* determinado pelo *solver*.

Tabela 11: Detalhes do Modelo MILP 5 (número de variáveis e restrições) e resultados (para cada instância).

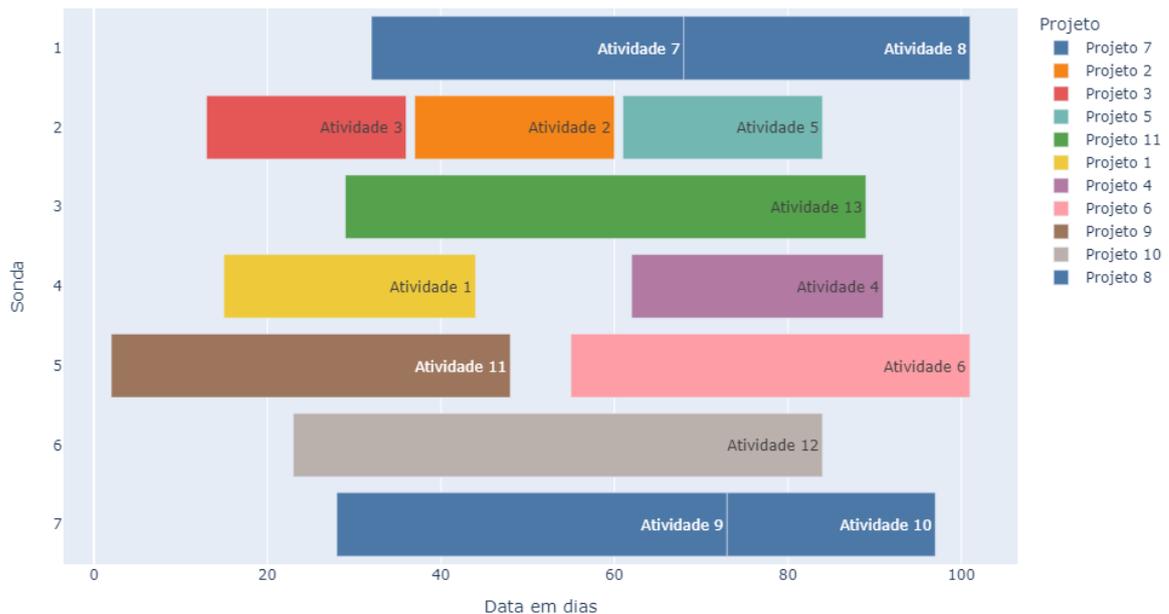
| Sonda x Atividades | Variáveis Binárias | Variáveis Reais | Restrições | Função Objetivo | Tempo de CPU (s) | GAP (%) |
|--------------------|--------------------|-----------------|------------|-----------------|------------------|---------|
| 2 x 10 | 240 | 285 | 545 | 175 | 1,53 | 0 |
| 2 x 11 | 286 | 335 | 642 | 205 | 1,47 | 0 |
| 2 x 12 | 336 | 389 | 747 | 220 | 6,42 | 0 |
| 2 x 13 | 390 | 447 | 860 | 241 | 10,71 | 0 |
| 3 x 10 | 360 | 417 | 779 | 138 | 3,27 | 0 |
| 3 x 11 | 429 | 491 | 921 | 158 | 3,69 | 0 |
| 3 x 12 | 504 | 571 | 1075 | 171 | 10,75 | 0 |
| 3 x 13 | 585 | 657 | 1241 | 184 | 51,45 | 0 |
| 4 x 10 | 480 | 549 | 1013 | 123 | 3,57 | 0 |
| 4 x 11 | 572 | 647 | 1200 | 133 | 6,59 | 0 |
| 4 x 12 | 672 | 753 | 1403 | 138 | 37,67 | 0 |
| 4 x 13 | 780 | 867 | 1622 | 147 | 304,56 | 0 |
| 5 x 10 | 600 | 681 | 1247 | 101 | 2,03 | 0 |
| 5 x 11 | 715 | 803 | 1479 | 103 | 3,56 | 0 |
| 5 x 12 | 840 | 935 | 1731 | 111 | 26,45 | 0 |
| 5 x 13 | 975 | 1077 | 2003 | 123 | 292,2 | 0 |
| 6 x 10 | 720 | 813 | 1481 | 80 | 0,78 | 0 |
| 6 x 11 | 858 | 959 | 1758 | 101 | 3,07 | 0 |
| 6 x 12 | 1008 | 1117 | 2059 | 103 | 23,38 | 0 |
| 6 x 13 | 1170 | 1287 | 2384 | 107 | 99,19 | 0 |
| 7 x 10 | 840 | 945 | 1715 | 80 | 0,46 | 0 |
| 7 x 11 | 1001 | 1115 | 2037 | 80 | 1,57 | 0 |
| 7 x 12 | 1176 | 1299 | 2387 | 97 | 11,44 | 0 |
| 7 x 13 | 1365 | 1497 | 2765 | 101 | 156,08 | 0 |

Analisando a Tabela 11, pode-se ver que o *solver* foi capaz de alcançar a solução ótima dentro do tempo permitido em 100% das instâncias. Para as instâncias restantes, o GAP médio foi de 0%. Como esperado, as soluções encontradas pelo *solver* para instâncias mais restritas (maior taxa de atividades por sonda) contêm resultados (instante de término da última atividade) iguais ou piores do que os resultados das instâncias menos restritas.

Analisando a Tabela 11, pode-se ver que o *solver* foi capaz de alcançar a solução ótima dentro do tempo permitido em 100% das instâncias. O GAP médio foi de 0%. Foi possível notar nas soluções encontradas pelo *solver* que o aumento da quantidade de sondas não implicou necessariamente em um resultado (*Makespan*) pior, e que mesmo com um número de sondas maior do que dois, o resultado não melhorou significativamente. Isso indica que o Modelo 5 utiliza menos sondas do que o Modelo 1 e gera soluções com mais sondas disponíveis.

Para ilustrar os resultados alcançados com o Modelo 5, a Figura 18 mostra o cronograma ótimo para uma instância com sete navios de perfuração e treze atividades.

Figura 18: Gráfico de Gantt do Modelo 5 para uma instância com 7 sondas de perfuração e 13 atividades com os seguintes valores de instante de término: $c_{1,7}=68$, $c_{1,8}=101$, $c_{2,2}=60$, $c_{2,3}=36$, $c_{2,5}=84$, $c_{3,13}=89$, $c_{4,1}=44$, $c_{4,4}=91$, $c_{5,6}=101$, $c_{5,11}=48$, $c_{6,12}=84$, $c_{7,9}=73$, $c_{7,10}=97$.



Note na Figura 18 que, em comparação com a Figura 13 do Modelo 1, a quantidade de sondas utilizadas na solução foi igual à do Modelo 1. Já o tempo ocioso entre as atividades diminuiu, já que as atividades precedentes, ao serem realizadas na mesma sonda, não possuem tempo de deslocamento entre elas. Destaca-se ainda que o *makespan* aumentou em alguns casos. Este comportamento era esperado, dado que o modelo força as atividades precedentes a serem executadas na mesma sonda, o que limita o espaço de busca por soluções melhores que poderiam ser encontradas caso não houvesse essa limitação.

Buscando-se comparar o Modelo 5 com o Modelo 1, foi gerada a Tabela 12 a seguir:

Tabela 12: Comparação do Modelo 5 com o Modelo 1 (número de variáveis e restrições) e resultados (para cada instância).

| Sonda x Atividades | FO - Modelo 1 | FO - Modelo 5 | Diferença (%) | Tempo (s) - Modelo 1 | Tempo (s) - Modelo 5 | Diferença (%) |
|--------------------|---------------|---------------|---------------|----------------------|----------------------|---------------|
| 2 x 10 | 175 | 175 | 0% | 21,09 | 1,53 | -93% |
| 2 x 11 | 201 | 205 | 2% | 4,17 | 1,47 | -65% |
| 2 x 12 | 212 | 220 | 4% | 51,03 | 6,42 | -87% |
| 2 x 13 | 225 | 241 | 7% | 61,71 | 10,71 | -83% |
| 3 x 10 | 138 | 138 | 0% | 20,03 | 3,27 | -84% |
| 3 x 11 | 153 | 158 | 3% | 7,55 | 3,69 | -51% |
| 3 x 12 | 171 | 171 | 0% | 68,03 | 10,75 | -84% |
| 3 x 13 | 179 | 184 | 3% | 678,2 | 51,45 | -92% |
| 4 x 10 | 105 | 123 | 17% | 8,96 | 3,57 | -60% |
| 4 x 11 | 129 | 133 | 3% | 48,85 | 6,59 | -87% |
| 4 x 12 | 138 | 138 | 0% | 217,19 | 37,67 | -83% |
| 4 x 13 | 145 | 147 | 1% | 2102,2 | 304,56 | -86% |
| 5 x 10 | 98 | 101 | 3% | 10,41 | 2,03 | -80% |
| 5 x 11 | 103 | 103 | 0% | 14,68 | 3,56 | -76% |
| 5 x 12 | 105 | 111 | 6% | 55,42 | 26,45 | -52% |
| 5 x 13 | 123 | 123 | 0% | 1333,99 | 292,2 | -78% |
| 6 x 10 | 80 | 80 | 0% | 1,83 | 0,78 | -57% |
| 6 x 11 | 98 | 101 | 3% | 19,17 | 3,07 | -84% |
| 6 x 12 | 101 | 103 | 2% | 44,36 | 23,38 | -47% |
| 6 x 13 | 105 | 107 | 2% | 132,12 | 99,19 | -25% |
| 7 x 10 | 80 | 80 | 0% | 1,33 | 0,46 | -65% |
| 7 x 11 | 80 | 80 | 0% | 2,28 | 1,57 | -31% |
| 7 x 12 | 95 | 97 | 2% | 20,48 | 11,44 | -44% |
| 7 x 13 | 100 | 101 | 1% | 70,6 | 156,08 | 121% |

Avaliando a Tabela 12 acima, note que o Modelo 5, em comparação ao Modelo 1, obteve um tempo de processamento 61% menor e o valor da função objetivo (Z) em média 2% maior nas instâncias analisadas. Este aumento médio da função objetivo pode ser algo tolerável caso o objetivo ao aplicar o modelo seja obter soluções de boa qualidade em menor tempo possível.

5.7 Análise estatística dos Modelos

A presente seção visa realizar uma análise estatística dos modelos desenvolvidos neste estudo, com o propósito de avaliar sua qualidade e desempenho. Ao longo deste estudo, foram construídos cinco modelos de programação linear inteira mista. Nesse contexto, é imperativo submeter esses modelos a uma avaliação estatística criteriosa.

Com o intuito de uma análise abrangente, serão aplicados testes de normalidade e testes de hipótese aos dados gerados pelos modelos. O teste de normalidade permitirá verificar se os dados seguem uma distribuição normal, pressuposto essencial para diversas análises estatísticas. Adicionalmente, os testes de hipótese serão empregados para investigar a existência de diferenças significativas entre os modelos em relação a variáveis de interesse.

Além disso, realizar-se-á uma comparação dos tempos de execução dos modelos, visando identificar eventuais discrepâncias de desempenho. A compreensão da eficiência computacional dos modelos é de suma importância para a adequada seleção da solução em diferentes contextos.

Através dessa análise estatística, busca-se fornecer uma avaliação sólida e imparcial dos modelos de programação linear desenvolvidos, evidenciando suas capacidades, limitações e distinções mútuas. Os resultados obtidos contribuirão para a tomada de decisões embasadas e o aprimoramento contínuo dos modelos, viabilizando sua aplicação mais eficiente e eficaz em situações práticas que demandam tais abordagens.

A seguir, serão descritos em detalhes os testes estatísticos a serem empregados, bem como a metodologia adotada para a comparação dos modelos.

Todas as análises estatísticas foram realizadas utilizando a linguagem R (R Core Team (2023)) no software RStudio (RStudio Team (2020)) com nível de significância $\alpha = 0,05$.

5.7.1 Teste de normalidade dos modelos

Inicialmente, foi verificado se os resultados dos modelos seguiam a distribuição normal. Com esse intuito, foi realizado o teste de normalidade de SHAPIRO e WILK (1965), avaliando o valor da função objetivo (Z) e também o tempo de CPU (s) de cada instância de cada modelo. Após a realização do teste, chegaram-se aos seguintes resultados:

Avaliando a função objetivo (Z):

Note na Tabela 13 que, em todos os modelos, obtivemos p-valor menor que α . Com

base nesses resultados, podemos concluir que há evidências estatísticas significativas para rejeitar a hipótese nula de normalidade. Em outras palavras, as funções objetivo dos modelos não seguem uma distribuição normal.

Tabela 13: Teste de normalidade da função objetivo

| Modelo | w | p-valor |
|----------|--------|------------|
| Modelo 1 | 0,8888 | 1,0539e-02 |
| Modelo 2 | 0,8668 | 3,737e-03 |
| Modelo 3 | 0,9172 | 4,4349e-02 |
| Modelo 4 | 0,8887 | 1,0499e-02 |
| Modelo 5 | 0,9016 | 1,9886e-02 |

Avaliando o tempo de CPU (s):

Note na Tabela 14 que, em todos os modelos, obtivemos p-valor menor que α . Com base nesses resultados, podemos concluir que há evidências estatísticas significativas para rejeitar a hipótese nula de normalidade. Em outras palavras, os tempos de CPU dos modelos não seguem uma distribuição normal.

Tabela 14: Teste de normalidade do tempo de CPU (s)

| Modelo | w | p-valor |
|----------|--------|-----------|
| Modelo 1 | 0,4521 | 1,302e-08 |
| Modelo 2 | 0,6924 | 5,765e-06 |
| Modelo 3 | 0,4823 | 2,515e-08 |
| Modelo 4 | 0,4572 | 1,452e-08 |
| Modelo 5 | 0,3879 | 3,461e-09 |

Dado que a função objetivo (Z) e o tempo de CPU (s) não seguem distribuição normal, será necessário realizar o teste de Wilcoxon-Mann-Whitney, proposto por Wilcoxon (1945), Mann e Whitney (1947), que é não paramétrico e não depende da suposição de normalidade.

5.7.2 Teste de igualdade de medianas entre modelos

Dado que cada modelo possui uma função objetivo distinta, a análise será focada em comparar modelos que têm propósitos semelhantes ou funções objetivo similares. Especificamente, serão avaliadas as diferenças entre os Modelos 3 e 4, que, embora tenham funções objetivo diferentes, são parcialmente similares em seus objetivos, e entre os Modelos 1 e 5, que têm funções objetivo idênticas.

A análise incluirá a comparação das medianas dos tempos de CPU e dos valores de Z entre esses pares de modelos. Utilizaremos o teste de Wilcoxon-Mann-Whitney para verificar diferenças significativas nas medianas

Avaliando o valor de Z dos Modelos 1 e 5:

Foi realizado o teste de Wilcoxon-Mann-Whitney com as seguintes hipóteses:

H0: A mediana dos valores de Z do Modelo 1 é menor ou igual à mediana dos valores de Z do Modelo 5.

H1: A mediana dos valores de Z do Modelo 1 é maior que a mediana dos valores de Z do Modelo 5.

Note na Tabela 15 que obtivemos p-valor maior que α . O valor p indica que não há evidência significativa para rejeitar a hipótese nula ao nível de significância de 0,05. Portanto, não há uma diferença significativa entre as medianas dos valores de Z dos Modelos 1 e 5.

Tabela 15: Teste de Wilcoxon-Mann-Whitney dos valores de Z dos Modelos 1 e 5

| W | p-valor |
|-----|-----------|
| 413 | 7.954e-01 |

Avaliando o valor de Z dos Modelos 3 e 4:

Foi realizado o teste de Wilcoxon-Mann-Whitney com as seguintes hipóteses:

H0: A mediana dos valores de Z do Modelo 3 é menor ou igual à mediana dos valores de Z do Modelo 4.

H1: A mediana dos valores de Z do Modelo 3 é maior que a mediana dos valores de Z do Modelo 4.

Note na Tabela 16 que obtivemos p-valor menor que α . O valor p indica que há uma evidência significativa para rejeitar a hipótese nula ao nível de significância de 0,05. Portanto, há uma diferença significativa entre as medianas dos valores de Z dos Modelos 3 e 4, com a mediana dos valores de Z do Modelo 3 sendo maior do que a do Modelo 4.

Tabela 16: Teste de Wilcoxon-Mann-Whitney dos valores de Z dos Modelos 3 e 4

| W | p-valor |
|-----|-----------|
| 408 | 3.124e-11 |

Avaliando o tempo de CPU (s) dos Modelos 3 e 4:

Foi realizado o teste de Wilcoxon-Mann-Whitney com as seguintes hipóteses:

H0: A mediana dos tempos de CPU (s) do Modelo 3 é menor ou igual à mediana dos tempos de CPU (s) do Modelo 4.

H1: A mediana dos tempos de CPU (s) do Modelo 3 é maior que a mediana dos tempos de CPU (s) do Modelo 4.

Note na Tabela 17 que obtivemos p-valor menor que α . O valor p indica que há uma evidência significativa para rejeitar a hipótese nula ao nível de significância de 0,05. Portanto, há uma diferença significativa entre as medianas, com a mediana dos tempos de CPU do Modelo 3 sendo maior do que a do Modelo 4.

Tabela 17: Teste de Wilcoxon-Mann-Whitney do tempo de CPU (s) dos Modelos 3 e 4

| W | p-valor |
|-----|-----------|
| 408 | 3.248e-02 |

Avaliando o tempo de CPU (s) dos Modelos 1 e 5:

Foi realizado o teste de Wilcoxon-Mann-Whitney com as seguintes hipóteses:

H0: A mediana dos tempos de CPU (s) do Modelo 1 é menor ou igual à mediana dos tempos de CPU (s) do Modelo 5.

H1: A mediana dos tempos de CPU (s) do Modelo 1 é maior que a mediana dos tempos de CPU (s) do Modelo 5.

Note na Tabela 18 que obtivemos p-valor menor que α . O valor p indica que há uma evidência significativa para rejeitar a hipótese nula ao nível de significância de 0,05. Portanto, há uma diferença significativa entre as medianas, com a mediana dos tempos de CPU do Modelo 1 sendo maior do que a do Modelo 5.

Tabela 18: Teste de Wilcoxon-Mann-Whitney do tempo de CPU (s) dos Modelos 1 e 5

| W | p-valor |
|-----|-----------|
| 413 | 2.589e-02 |

5.8 Conclusões parciais

Ao longo deste capítulo foram desenvolvidos 5 modelos de programação linear inteira mista. Cada modelo possui suas particularidades conforme descrito no Capítulo 4, adicionalmente serão descritos cenários nos quais é recomendada a utilização de cada modelo.

Modelo 1: A função objetivo deste modelo visa minimizar o *makespan*, ou seja, o instante de término da última atividade a ser executada, recomenda-se a sua utilização em cenários onde as atividades devem ser concluídas o mais breve possível. Porém, em instâncias de grande porte, este modelo pode demandar bastante tempo computacional para encontrar soluções factíveis e se recomenda a utilização da heurística construtiva em conjunto com a busca local que serão apresentadas no Capítulo 6.

Modelo 2: A função objetivo deste modelo visa minimizar a soma dos instantes de término das sondas. Recomenda-se a sua utilização em cenários onde existe a necessidade de que os navios estejam disponíveis para novas alocações o quanto antes. Neste tipo de cenário pode haver custo de locação ao se alocar os navios, ou seja, deseja-se que todas as atividades sejam realizadas, porém o tempo para se concluir as atividades não é um fator mais relevante que o custo de locação dos navios. Destaca-se ainda que mesmo em cenários onde existem diversas sondas aptas a alocação o modelo permite encontrar soluções que utilizam menos sondas do que o Modelo 1, gerando assim elevada economia de custos.

Modelo 3: A função objetivo deste modelo visa minimizar a soma dos instantes de término das atividades. O Modelo 3, em contraste com os Modelos 1 e 2, otimiza o problema de maneira a permitir um equilíbrio maior entre a importância do término das atividades e a liberação dos navios para novas alocações o quanto antes.

Modelo 4: A função objetivo deste modelo visa minimizar o *makespan* e a soma dos instantes de término das atividades. Diferente dos Modelos 1, 2 e 3, este modelo minimiza também o instante de término das atividades nas sondas, fazendo com que as atividades fiquem mais agrupadas nas sondas em que são executadas e que terminem o quanto antes. Conforme apresentado no Capítulo 4, por ter função objetivo bastante parecida com o Modelo 1, ele é capaz de encontrar soluções onde o *makespan* é minimizado como no Modelo 1 e é capaz de obter soluções factíveis em um tempo de execução menor.

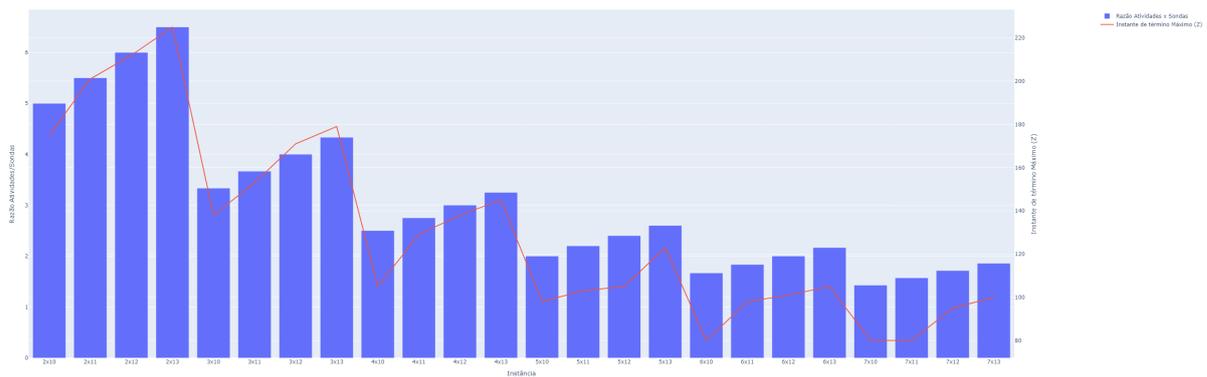
Modelo 5: A função objetivo deste modelo visa minimizar o *makespan*, semelhante ao Modelo 1, porém com adição de restrições que obrigam que as atividades com relação de precedência, sejam executadas na mesma sonda. Recomenda-se a sua utilização em

cenários onde o tempo computacional é um fator importante e não há como esperar muito tempo para se obter soluções factíveis de boa qualidade ou mesmo quando existe alguma regra de negócio que obrigue as atividades com relação de precedências a serem executadas pela mesma sonda.

Foi identificado também que agrupar atividades que ocorram no mesmo local pode se mostrar eficaz caso o objetivo seja a diminuição do tempo computacional, assim como a diminuição do valor da função objetivo conforme demonstrado a seguir em instâncias de pequeno porte com Modelo 1.

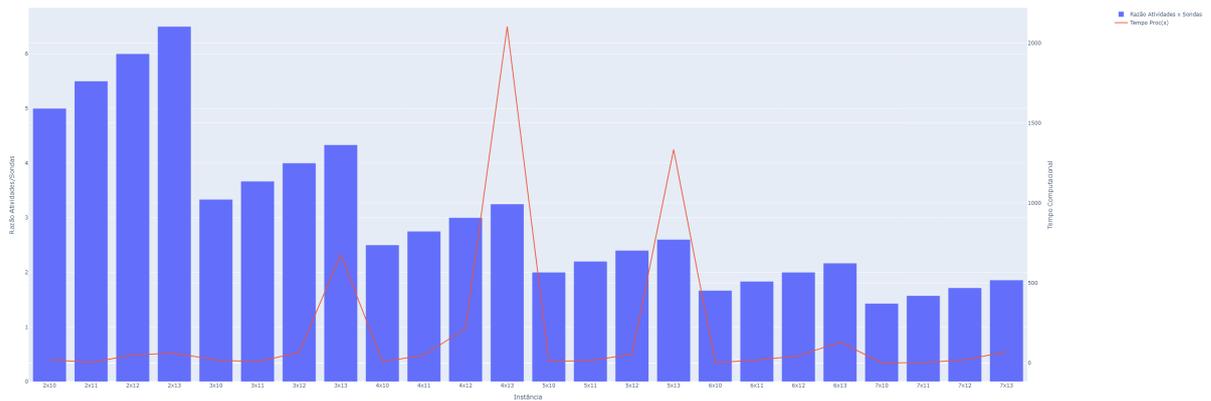
A Figura 19 ilustra como a razão de atividades por sonda influencia o valor alcançado na função objetivo das instâncias. Note que, à medida que a razão aumenta, o valor da função objetivo também aumenta.

Figura 19: Razão Atividades/Sondas x Instante de término Máximo (Z) - Modelo 1



Já a Figura 20 ilustra como a razão de atividades por sonda influencia o tempo computacional das instâncias. Note que, à medida que a razão aumenta, o tempo computacional também aumenta.

Figura 20: Razão Atividades/Sondas x Tempo computacional - Modelo 1



A respeito dos resultados dos experimentos numéricos, dos cinco modelos desenvolvidos, os Modelos 1, 4 e 5 alcançaram GAP igual a zero em todas as instâncias de pequeno porte.

Destaca-se ainda que os cinco Modelos podem ser adaptados a diferentes propósitos, como minimizar a perda de produção de petróleo ou minimizar o atraso total de conclusão dos projetos com base nas datas de vencimento.

6 HEURÍSTICA

O objetivo deste capítulo é o desenvolvimento de procedimentos heurísticos que sejam capazes de resolver instâncias maiores. Em problemas do mundo real de VRPTW (*Vehicle Routing Problem with Time Windows*), as instâncias possuem dezenas de sondas e centenas de atividades.

Apesar dos diversos avanços em hardware e das melhorias nos métodos de solução exata, soluções ótimas ainda não foram obtidas para as instâncias mais dimensionalmente complexas dos problemas de roteamento de veículos com janelas de tempo Gendreau e Tarantilis (2010), Pecin et al. (2017), Vidal et al. (2013), Toth e Vigo (2014).

Como consequência da não obtenção de soluções exatas em instâncias grandes do problema de VRPTW, algoritmos heurísticos são comumente empregados para abordar esses problemas (KULACHENKO; KONONOVA, 2020b). Meta-heurísticas também vêm sendo aplicadas a este problema com resultados satisfatórios Archetti e Speranza (2014).

Conforme demonstrado nos capítulos 4 e 5, com a formulação matemática do Modelo 1 foi possível encontrar as soluções ótimas em todas as instâncias, porém eram problemas pequenos comparados aos encontrados no mundo real e que, em algumas instâncias, exigiram mais de 1 hora de processamento. Logo, caso o mesmo Modelo 1 seja utilizado em instâncias de grande porte, o tempo exigido aumenta consideravelmente.

A partir das etapas percorridas até o momento com a revisão de literatura e elaboração dos Modelos matemáticos, foi possível obter conhecimento a respeito do problema estudado e assim assentar as bases para o desenvolvimento de procedimentos heurísticos adequados ao problema.

Para este fim, foi elaborada uma heurística construtiva baseada nas características específicas do problema e seus limitantes, como as janelas de tempo das atividades e sondas, e precedência entre pares de atividades. Nas seções a seguir, será abordada a heurística e seus resultados.

6.1 Heurística Construtiva

A ideia geral da heurística construtiva (HC) é alocar as atividades $k \in \mathcal{N}$ às sondas $i \in \mathcal{M}$ de maneira a respeitar os limitantes de instantes mínimos \min_k^{ativ} e máximos \max_k^{ativ} de início das atividades, a precedência entre as atividades PR e os prazos de contrato das sondas (r_i e F_i).

Inicialmente, é criado o conjunto de sondas $S = \{S_1, S_2, S_3, \dots, S_i\}$ (onde $i \in \mathcal{M}$). As sondas S estão inicialmente sem atividades alocadas e $S \leftarrow \emptyset$.

Seja criada uma lista de candidatos LC_{PREC} que contém os pares de atividades $(u, v) \in PR$. Em seguida, esta lista LC_{PREC} é ordenada em ordem crescente do menor \max_k^{ativ} do par (u, v) , de maneira a garantir que os pares (u, v) que sejam mais restritivos sejam alocados o quanto antes.

Em seguida, os pares de atividades $(u, v) \in LC_{PREC}$ são alocados às sondas que resultam no menor *makespan*. No caso de empate, aloque na sonda S que possua o menor instante de término.

Posteriormente, já com as atividades $k \in \mathcal{N} \cap LC_{PREC}$ alocadas, as atividades $k \in \mathcal{N}$ restantes são alocadas às sondas por meio do procedimento de múltipla inserção. É criada então uma lista de candidatos LC , composta por todas as atividades $k \in \mathcal{N}$ que não foram alocadas, e então ordenadas seguindo o critério de alocação. Este critério de alocação dinâmico é definido a seguir:

Seja LC_{ord} a lista de candidatos ordenada, inicialmente $LC_{ord} \leftarrow LC$.

Seja \mathcal{N}_{ALOC} o conjunto das atividades $k \in \mathcal{N}$ que já foram alocadas a alguma sonda $i \in \mathcal{M}$.

Para cada candidato k na lista de candidatos LC , são realizados os seguintes cálculos:

$$LC_{ord}[k] = \frac{\max_k^{ativ}}{\text{soma_proc_k} + \text{soma_desloc_aloc}} \quad (6.1)$$

Onde:

$$\text{soma_proc_k} = \sum_{i \in \mathcal{M}} p_{ik} \quad (6.2)$$

$$\text{soma_desloc_aloc} = \sum_{i \in \mathcal{M}} \sum_{j \in \mathcal{N}_{ALOC}} t_{ijk} \quad (6.3)$$

Após o cálculo para cada atividade k , a lista Lc_{ord} é ordenada em ordem crescente, e os índices de cada posição da lista são recuperados a fim de identificar as atividades. Assim, obtém-se uma lista ordenada contendo as atividades k associadas.

A ideia geral da equação 6.1 é alocar o quanto antes as atividades mais restritas, considerando o espaço disponível nas sondas. Note que quanto mais atividades forem alocadas, mais as atividades com muitas restrições ficam no início da lista Lc_{ord} . A ordenação é baseada nos limitantes inferiores para início das atividades e na atual alocação das atividades nas sondas. Isto se faz necessário devido às características específicas do problema. As atividades possuem um prazo mínimo e máximo para iniciar, além disso, algumas atividades só podem ser executadas caso outra atividade já tenha terminado, como, por exemplo, uma atividade de completação que só pode ser executada depois que uma atividade de perfuração já tenha sido realizada no mesmo poço. Conforme observado pelo autor deste projeto em diversos experimentos realizados, essas características do problema dificultam a alocação das atividades precedentes, pois essas possuem mais restrições de janela de tempo que as atividades sem precedência e, por isso, devem ser alocadas. Além disso, foi verificado em diversos experimentos que a estratégia de alocar pares com relação de precedência resulta em melhores resultados.

A equação 6.2 calcula a soma dos tempos de processamento da atividade k em todas as sondas $i \in \mathcal{M}$. Note que atividades que possuem maiores tempos de processamento nas sondas irão para o início da lista Lc_{ord} . Este comportamento foi inspirado na heurística LPT (*Longest Processing Time*), pois, segundo Pinedo (2016), esta regra em problemas envolvendo máquinas paralelas com janelas de tempo tende a produzir bons resultados. A heurística LPT tenta otimizar a distribuição das atividades de maneira a colocar as atividades mais curtas mais para o final do cronograma. Isso é feito para equilibrar as cargas nas máquinas ao longo do tempo, buscando uma distribuição mais uniforme das atividades.

Complementa-se ainda que, segundo Pinedo (2016), ao se utilizar a regra LPT em problemas de máquinas paralelas com janelas de tempo com m máquinas, no pior caso possível obtém-se um limitante superior que segue a seguinte regra:

$$\frac{C_{\text{max}}(\text{LPT})}{C_{\text{max}}(\text{OPT})} \leq \frac{4}{3} - \frac{1}{3m} \quad (6.4)$$

Na equação 6.4, $C_{\text{max}}(\text{LPT})$ representa o *makespan* do pior caso da LPT, já $C_{\text{max}}(\text{OPT})$ representa o ótimo global para um problema com m máquinas paralelas com janela de tempo. Considerando que foram apresentadas instâncias variando entre

2 e 7 sondas, porém, em problemas do mundo real, a quantidade de sondas pode ser maior e, mesmo nestes casos, os limitantes superiores não aumentam consideravelmente. Os limitantes superiores foram calculados e apresentados na Tabela 19 a seguir:

Tabela 19: Limitantes superiores LPT

| m | Limitante superior |
|-----|--------------------|
| 2 | 1,17 |
| 3 | 1,22 |
| 4 | 1,25 |
| 5 | 1,27 |
| 6 | 1,28 |
| 7 | 1,29 |
| 100 | 1,33 |
| 200 | 1,33 |

A partir dos resultados da Tabela 19, pode-se concluir que a estratégia apresentada resulta em uma boa alocação das atividades.

Já a equação 6.3 calcula a soma dos tempos de deslocamento de todas as atividades $j \in \mathcal{N}_{ALOC}$ até a atividade k em todas as sondas $i \in \mathcal{M}$.

Nesta etapa, em cada iteração, é realizada para cada atividade $k \in Lc_{ord}$ a avaliação de todas as possíveis posições de inserção que não violem os limitantes de instantes mínimos \min_k^{ativ} e máximos \max_k^{ativ} de início das atividades presentes na sonda. Esta avaliação é realizada em cada sonda, pois cada sonda contém diferentes posições possíveis de inserção e diferentes posições disponíveis para inserção. Após esta avaliação, é identificada a melhor posição de alocação e a atividade é, enfim, alocada a uma sonda. As iterações se repetem até que todas as atividades $k \in \mathcal{N}$ sejam alocadas.

Para um melhor entendimento, será exemplificado o funcionamento da heurística para uma instância.

Considere a instância com 2 sondas e 10 atividades, onde temos os seguintes parâmetros:

$$M = \{1, 2\}$$

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$PR = \{(7, 8), (9, 10)\}$$

$$r_i = [31, 12]$$

$$F_i = [857, 973]$$

$$\min_k^{ativ} = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$$

$$\max_k^{ativ} = [364, 364, 364, 62, 364, 364, 364, 101, 364, 172]$$

p_{ij} é dado pela matriz a seguir, onde cada linha da matriz representa os tempos de processamento de uma atividade j em uma sonda i :

| | | j | | | | | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| i | 1 | 33 | 33 | 33 | 33 | 33 | 36 | 36 | 33 | 36 | 33 |
| | 2 | 23 | 23 | 23 | 23 | 23 | 43 | 43 | 23 | 43 | 23 |

t_{ijk} é dado pelas tabelas a seguir, onde cada matriz representa os tempos de viagem entre atividades j e k em cada sonda i :

Seja $S = \{S_1, S_2\}$ as sondas i (onde $i \in \mathcal{M}$); inicialmente, as sondas $S \leftarrow \emptyset$ estão sem atividades alocadas.

Seja $LCPR = \{(\max_7^{ativ}, \max_8^{ativ}), (\max_9^{ativ}, \max_{10}^{ativ})\}$ a lista de candidatos com atividades com relação de precedência.

Seguindo a lógica da HC, ordena-se os pares $(u, v) \in LCPR$ em ordem crescente do menor \max_k^{ativ} do par (u, v) . Substituindo os respectivos valores, temos $LCPR = \{(364, 101), (364, 172)\}$; logo após a ordenação e substituição pelas respectivas atividades, temos: $LCPR = \{(7, 8), (9, 10)\}$.

Posteriormente, aloca-se o primeiro par da lista $LCPR$ na sonda que gerar o menor *makespan* e que siga as restrições do problema.

Ao avaliar o par $(9, 10)$, temos:

Caso seja alocado na sonda S_1 :

$$\text{Instante de término de } S_1 = r[1] + p[1][9] + p[1][10] + t[1][0][9] + t[1][9][10]$$

$$\text{Instante de término de } S_1 = 31 + 36 + 33 + 1 + 0 = 101$$

Caso seja alocado na sonda S_2 :

$$\text{Instante de término de } S_2 = r[2] + p[2][9] + p[2][10] + t[2][0][9] + t[2][9][10]$$

$$\text{Instante de término de } S_2 = 12 + 43 + 23 + 2 + 0 = 80$$

Note que o tempo de viagem entre as atividades 9 e 10 é 0, conforme a Tabela 20, pois as atividades estão no mesmo local.

Como o *makespan* resultante da alocação do par na sonda 2 é menor do que o *makespan* resultante da alocação do par na sonda 1 e a alocação segue todas as restrições, aloca-se o par na sonda 2.

Avaliando o par $(7, 8)$, temos:

Caso seja alocado na sonda S_1 :

$$\text{Instante de término de } S_1 = 31 + 36 + 33 + 1 = 101$$

Não é verificada a alocação do par na sonda S_2 , pois inicialmente tenta-se alocar o par apenas em sondas sem atividades.

Aloca-se o par $(7, 8)$ em S_1 .

Até o momento, temos:

$$S_1 = [7, 8]$$

$$S_2 = [9, 10]$$

O *makespan* é calculado da seguinte maneira:

Seja c_i o instante de término de uma sonda $i \in \mathcal{M}$.

Temos:

$$c_1 = 101$$

$$c_2 = 80$$

$$Makespan = \max(c_1, c_2)$$

$$Makespan = 101$$

Com as atividades precedentes já alocadas, cria-se a lista de candidatos LC , composta inicialmente por todas as atividades que não foram alocadas. Note que, caso o par (7,8) não pudesse ser alocado a S_1 , o par entraria na lista LC .

Cria-se a lista Lc_{ord} , onde são realizados os cálculos e a ordenação explicados nas equações 6.1, 6.2 e 6.3. $Lc_{ord} = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$

Após os cálculos, temos:

$$LC = [1.019, 1.019, 1.089, 0.185, 1.089, 1.089]$$

Cada posição da lista LC corresponde ao índice da atividade avaliada. Após a ordenação, podemos recuperar esses índices e chegamos à seguinte lista ordenada:

$$Lc_{ord} = [4, 6, 1, 2, 3, 5]$$

Logo, a atividade 4 é a atividade que deve ser alocada primeiro. A seguir, será avaliada a alocação da atividade 4.

Inicialmente, assume-se que o *melhor_makespan* é infinito. Posteriormente, verifica-se a alocação da atividade 4 em cada posição disponível em cada sonda, da seguinte maneira, conforme a Tabela 21:

Das avaliações realizadas, aquela que seguir as restrições e resultar no menor *makespan*, ou, em caso de empate com o valor do *makespan* de outra avaliação, resultar no menor instante de término, será considerada a melhor alocação. Este critério garante a alocação de atividades em sondas que estejam sem atividades ou que resultem em um instante de término menor do que o *makespan*, garantindo assim uma melhor distribuição das atividades nas sondas.

Tabela 21: Alocação das Atividades nas Avaliações

| Avaliação | S_1 | S_2 | Segue as Restrições | <i>Makespan</i> |
|-----------|-------|--------|---------------------|-----------------|
| 1 | 4,7,8 | 9,10 | Não | 135 |
| 2 | 7,4,8 | 9,10 | Não | 136 |
| 3 | 7,8,4 | 9,10 | Não | 135 |
| 4 | 7,8 | 4,9,10 | Sim | 104 |
| 5 | 7,8 | 9,4,10 | Sim | 105 |
| 6 | 7,8 | 9,10,4 | Não | 104 |

A atividade 4 será alocada na sonda definida como *melhor_sonda* na *melhor_posição*, onde *melhor_sonda* neste exemplo pode ser 1 ou 2. Já a *melhor_posição* identifica a posição de inserção da atividade, onde 0 indica que a atividade deve ficar na primeira posição na lista de atividades da sonda, 1 na segunda posição e assim por diante, com base na quantidade de atividades presentes na sonda até o momento.

Ao final, a atividade 4 foi alocada na sonda.

$$S_1 = [7, 8]$$

$$S_2 = [4, 9, 10]$$

$$Makespan = 104$$

O processo se repete até que toda atividade da lista de atividades ordenadas tenha sido alocada.

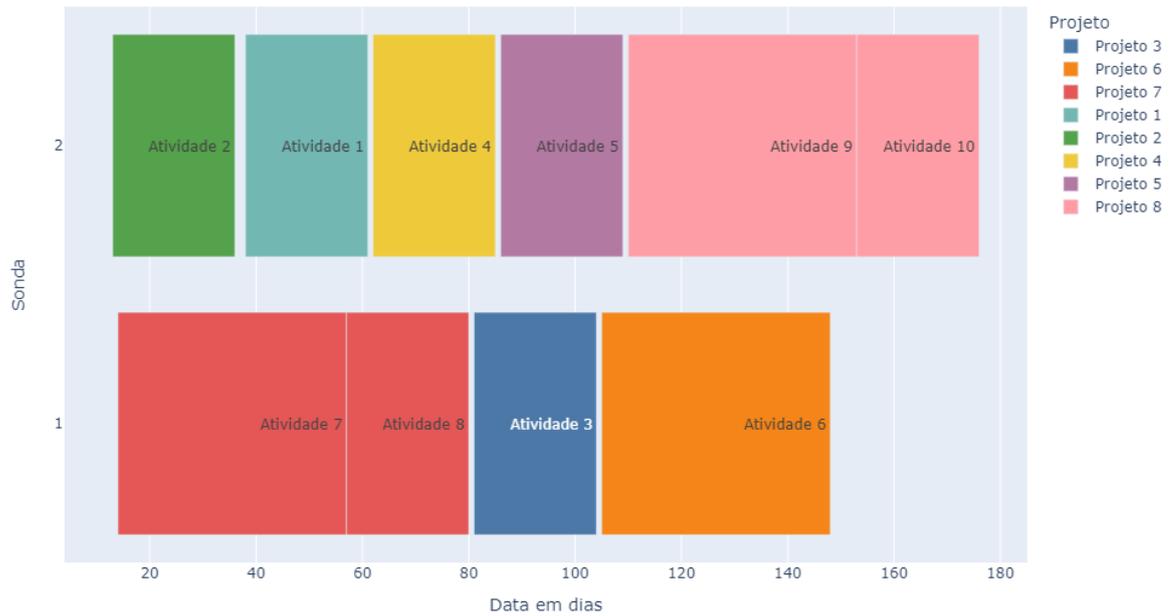
Por fim, chega-se à seguinte solução: $S_1 = [7, 8, 3, 6]$, $S_2 = [2, 1, 4, 5, 9, 10]$, $makespan = 176$.

Neste caso, a melhor solução encontrada pelo Modelo 1 (exato) é 175, e obteve-se um gap de 1% com a utilização da heurística construtiva.

Note que esta abordagem de alocação é adequada dadas as restrições de janela de tempo do problema e as relações de precedência entre atividades.

Na Figura 21 está o gráfico de *gantt* da heurística construtiva para a instância com 2 sondas e 10 atividades. Note que o *makespan* é igual a 176:

Figura 21: Gantt 2x10 - Heurística Construtiva (HC)



O pseudocódigo da HC encontra-se a seguir. Em relação aos dados de entrada (índices e parâmetros), foi utilizada a mesma notação matemática do Modelo 1. As demais variáveis serão explicadas ao longo desta seção. As principais etapas do algoritmo serão detalhadas após o pseudocódigo a seguir.

Algorithm 1 Pseudocódigo da HC

Data: $M, N, PR, p_{ij}, t_{ijk}, r_i, F_i, \min_k^{ativ}, \max_k^{ativ}, a_k^i$

Result: Alocação de atividades às sondas, atendendo às condições do problema

```

1  $S \leftarrow \emptyset$ 
2  $LC_{PR} \leftarrow \{(u, v) \in PR\}$ 
3 Ordenar  $LC_{PR}$  em ordem crescente de  $\max_k^{ativ}$ 
4 for  $(u, v)$  in  $LC_{PR}$  do
5   | Aloque  $(u, v)$  na sonda  $S$  que resulte no menor makespan, no caso de empate aloque
   |   na sonda  $S$  que possua o menor instante de término
6  $LC \leftarrow \{k \in \mathcal{N} \text{ que não foram alocadas a nenhuma sonda}\}$ 
7  $Lc_{ord} \leftarrow$  Ordenar  $LC$  utilizando a equação 6.1
8 while  $Lc_{ord} \neq \emptyset$  and alocou alguma atividade do
9   | alocou alguma atividade  $\leftarrow$  Falso
10  for candidato  $k$  in  $Lc_{ord}$  do
11    | Aloque o candidato  $k$  nas posições disponíveis nas sondas onde são respeitados
    |   os limitantes de janelas de tempo e escolha o par (sonda, posição) que resulte
    |   no menor makespan, no caso de empate aloque na sonda  $S$  que possua o menor
    |   instante de término.
12    if Alocou  $k$  em uma sonda  $i$  then
13      | alocou alguma atividade  $\leftarrow$  Verdadeiro
14      | Remover candidato  $k$  de  $Lc_{ord}$ 
15      | Ordenar  $Lc_{ord}$  usando a equação 6.1
16    else
17      | Continue
  
```

Nas linhas 4 e 5, são alocadas as atividades precedentes.

Nas linhas 6 e 7, caso haja atividades com relação de precedência não alocadas, elas são ordenadas junto de outras atividades sem relação de precedência e, posteriormente, independentemente de sua posição em $L_{c_{ord}}$, elas ficam na frente para serem alocadas o quanto antes.

Nas linhas 8 até 17, as atividades são alocadas nas sondas. Caso, em uma iteração, uma atividade não consiga ser alocada, ela permanece na lista e a atividade seguinte é avaliada para alocação. Caso nenhuma atividade consiga ser alocada na iteração, o *loop* para, pois a HC não conseguiu alocar todas as atividades.

6.2 Busca Local

Segundo Pinedo (2016), a busca local é um método de otimização que opera sobre soluções completas previamente estabelecidas. Ao contrário dos algoritmos construtivos, que criam uma solução incrementalmente, a busca local inicia com uma solução completa que pode vir de uma solução criada de maneira arbitrária ou gerada a partir de um algoritmo construtivo. O objetivo de um algoritmo de busca local é aprimorar uma solução inicial manipulando esta solução dentro de uma vizinhança específica. Em cada iteração, a busca local explora modificações bem-definidas na solução, avalia as soluções resultantes e decide se aceita ou rejeita uma solução candidata como a próxima melhor solução a ser adotada, baseando-se em critérios de aceitação-rejeição. Este processo iterativo visa encontrar soluções melhores, mas não necessariamente ótimas, no entorno da solução atual.

As entradas do algoritmo são: uma solução *solução_inicial* contendo as alocações de atividades nas sondas e os mesmos parâmetros utilizados na HC. A saída do algoritmo é uma nova solução *S*, que é encontrada após as iterações e a exploração da vizinhança *V* serem finalizadas.

Visando explorar a vizinhança de cada solução encontrada pela HC, foi implementada uma busca local (BL), que é apresentada no algoritmo 2 e descrita em detalhes a seguir:

Critério de parada: São dois critérios de parada: o primeiro critério de parada é: se ao final de uma iteração não houve melhoria, a busca local para. O segundo critério de parada é o limite de 30 minutos rodando a busca local.

Ou seja: enquanto: $tempo_atual \leq tempo_max$ e $houve_melhoria = Verdadeiro$

Vizinhança (V'): A vizinhança V' é composta por todos os pares de atividades alocadas, sem repetição. Para uma instância 2X6, inicialmente é identificada a sonda que possui o maior instante de término e, em seguida, são gerados todos os pares que contêm atividades dessa sonda.

Supondo que uma solução da HC possua a seguinte configuração:

$$\text{solução inicial} \leftarrow \{S_1 = [1, 2, 3], \quad S_2 = [4, 5, 6]\}$$

Sonda 1 (S_1): instante de término = 110

Sonda 2 (S_2): instante de término = 130

makespan = 130.

A seguir, a vizinhança (V') $\leftarrow \emptyset$, e por fim é iniciada a construção da vizinhança. V' é composta pelo conjunto de pares (j, k) tal que $j \neq k$, $j \in S_2$, e $k \in S_1 \cup S_2$.

Note que a sonda 2 possui o maior instante de término e, inicialmente, a vizinhança será gerada baseada nesta informação.

Temos que, inicialmente, a vizinhança é dada por:

$$V' = [(4,1),(4,2),(4,3),(5,1),(5,2),(5,3),(6,1),(6,2),(6,3),(4,5),(4,6),(5,6)]$$

Note que os pares são compostos por atividades que estão na sonda 2 e atividades que não estão na sonda 2. Este tipo de vizinhança permite que sejam identificadas trocas que diminuam o *makespan* modificando-se a ordenação das atividades da sonda e também melhorias obtidas trocando-se atividades da sonda com maior *makespan* com atividades de outra sonda de menor *makespan*. Note que a vizinhança é variável, pois é alterada se a sonda com maior *makespan* muda.

Movimento: O movimento que envolve a troca de pares de atividades, conforme exemplificado na lista de vizinhança, é alocado dentro do contexto de uma busca local avançada, especificamente conhecida como “Busca Local com Vizinhança Variável” ou “Variable Neighborhood Search” (VNS).

Na VNS, uma série de vizinhanças distintas é sistematicamente explorada sequencialmente, a fim de aprimorar uma solução existente. Nesse cenário particular, cada vizinhança é caracterizada pela permutação de pares de atividades entre diferentes sondas. A lógica subjacente a essa abordagem reside na diversificação da exploração da solução em questão e foi baseada no trabalho de (MLADENOVIĆ; HANSEN, 1997). A variação da vizinhança permite uma exploração abrangente de soluções, proporcionando, em última

análise, a oportunidade de descobrir soluções de maior qualidade.

A VNS é um método flexível e eficaz no âmbito da busca local, que possibilita a exploração minuciosa de múltiplas vizinhanças, cada uma equipada com operadores de movimento exclusivos, como a troca de pares de atividades, destinada à melhoria de soluções locais.

Por meio da VNS, é possível realizar uma exploração ponderada de várias vizinhanças, adaptando-se a diferentes aspectos da solução, até que uma solução satisfatória seja obtida ou até que se atinja um critério de término predefinido. Essa técnica oferece uma abordagem sistemática e robusta para aprimorar soluções locais em problemas complexos de otimização.

Para um melhor entendimento, será exemplificado o funcionamento da busca local para uma instância.

Considere a instância com 2 sondas e 10 atividades, onde temos os seguintes parâmetros:

$$M = \{1, 2\}$$

$$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$$

$$PR = \{(7, 8), (9, 10)\}$$

$$r_i = [31, 12]$$

$$F_i = [857, 973]$$

$$\min_k^{ativ} = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0]$$

$$\max_k^{ativ} = [364, 364, 364, 62, 364, 364, 364, 101, 364, 172]$$

p_{ij} é dado pelas matriz a seguir, onde cada linha da matriz representa os tempos de processamento de uma atividade j em uma sonda i :

| | | j | | | | | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| i | 1 | 33 | 33 | 33 | 33 | 33 | 36 | 36 | 33 | 36 | 33 |
| | 2 | 23 | 23 | 23 | 23 | 23 | 43 | 43 | 23 | 43 | 23 |

Inicialmente, as sondas $S_i \leftarrow$ solução_inicial, a solução inicial já possui sondas com atividades alocadas, a solução inicial obtida da HC é definida como a melhor solução, logo:

$$\text{solução_inicial} \leftarrow \{S_1 = [7, 8, 3, 6], \quad S_2 = [2, 1, 4, 5, 9, 10]\}$$

Instante de término de $S_1 = 172$

Instante de término de $S_2 = 176$

Note que a sonda 2 possui o maior instante de término, logo $\max_{sonda} \leftarrow 2$. Inicialmente, a vizinhança V' será gerada baseada nesta informação.

A seguir, a vizinhança $(V') \leftarrow \emptyset$, e, por fim, é iniciada a construção da vizinhança. V' é composta pelo conjunto de pares (j, k) tal que $j \neq k$, $j \in S_2$, e $k \in S_1 \cup S_2$. Assim, temos:

$$V' = [(2, 9), (2, 10), (2, 7), (2, 8), (2, 4), (2, 6), (2, 1), (2, 3), (2, 5), (1, 9), (1, 10), (1, 7), (1, 8), (1, 4), (1, 6), (1, 3), (1, 5), (4, 9), (4, 10), (4, 7), (4, 8), (4, 6), (4, 3), (4, 5), (5, 9), (5, 10), (5, 7), (5, 8), (5, 6), (5, 3), (9, 10), (9, 7), (9, 8), (9, 6), (9, 3), (10, 7), (10, 8), (10, 6), (10, 3)]$$

Finalizada a construção da vizinhança, inicia-se o processo de exploração da vizinhança. O processo de exploração da vizinhança é executado enquanto: $\text{tempo_atual} \leq \text{tempo_max}$ e $\text{houve_melhoria} = \text{Verdadeiro}$.

O primeiro elemento da vizinhança é o par $(2, 9)$. São avaliadas duas condições:

1. Caso a atividade 2 troque de lugar com a atividade 9 em suas respectivas sondas, esta solução satisfaz todas as restrições?
2. O *makespan* resultante (*makespan_da_troca*) é menor do que o *melhor_makespan* ?

Caso as duas condições sejam verdadeiras, $\text{melhor_makespan} \leftarrow (\text{makespan_da_troca})$.

O *loop* se repete enquanto forem encontradas melhorias e os limites de tempo máximo de execução forem atendidos.

Algorithm 2 Pseudocódigo da BL

Data: $M, N, PR, p_{ij}, t_{ijk}, r_i, F_i, \min_k^{ativ}, \max_k^{ativ}, a_k^i$, solução_inicial, iteracoes_max

Result: Alocação de atividades às sondas, atendendo às condições do problema

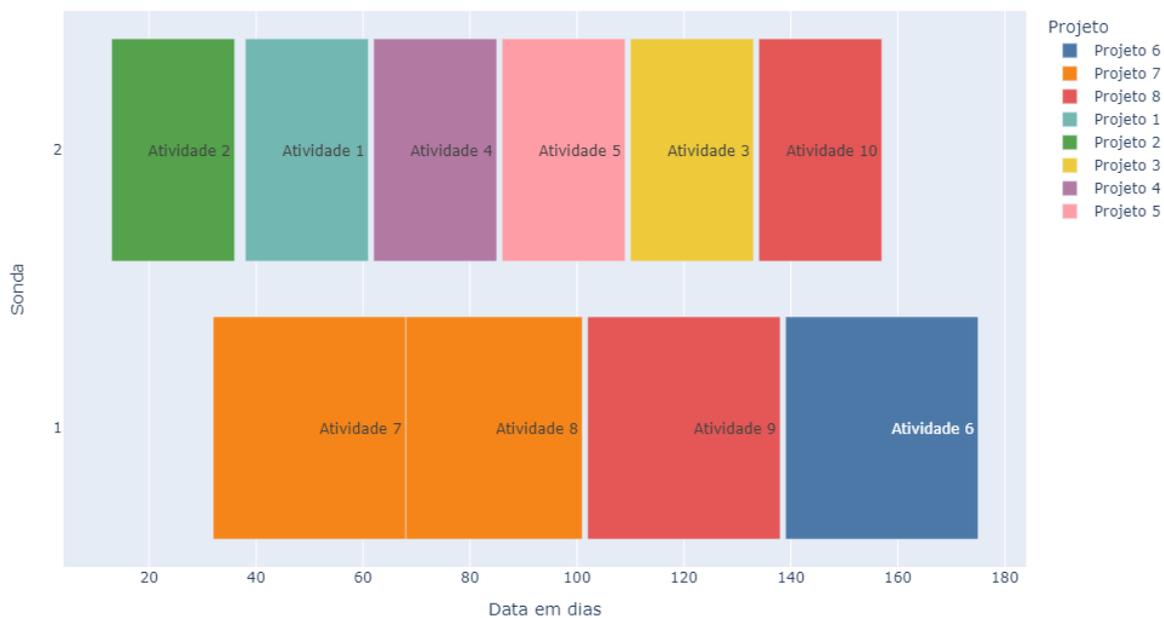
```

1 Inicialização  $best_{sol} \leftarrow$  solução_inicial
2  $S' \leftarrow best_{sol}$ 
3  $V' \leftarrow \emptyset$ 
4  $max_{sonda} \leftarrow$  Índice da sonda com maior instante de termino
5 for  $j \in$  atividades de  $max_{sonda}$  do
6   for  $k$  em atividades alocadas do
7     if  $(j \neq k)$  e  $(j, k)$  não está na Vizinhaça then
8        $V' \leftarrow (j, k)$ 
9  $houve_melhoria \leftarrow$  Verdadeiro
10  $tempo_max \leftarrow$  1800 segundos
11 while  $tempo_{atual} \leq$   $tempo_max$  e  $houve_melhoria =$  Verdadeiro do
12    $houve_melhoria \leftarrow$  Falso
13   for candidato in  $V'$  do
14     if  $makespan_{do\_candidato} <$   $melhor\_makespan$  then
15        $melhor\_makespan \leftarrow$   $makespan_{do\_candidato}$ 
16        $best_{sol} \leftarrow$  candidato
17        $houve_melhoria \leftarrow$  Verdadeiro
18   if  $houve_melhoria =$  Verdadeiro then
19      $S' \leftarrow best_{sol}$ 
20     Atualizar vizinhaça  $V'$ 

```

Na Figura 22 está o gráfico de *gantt* da heurística construtiva + busca local para a instância com 2 sondas e 10 atividades. Note que o *makespan* é igual a 175 e que houve uma redução de 1% no valor do *makespan* em comparação ao valor obtido pela heurística construtiva.

Figura 22: Gantt 2x10 - Heurística Construtiva (HC) + Busca Local (BL)



6.3 Resultados da heurística construtiva e busca local - Instâncias de pequeno porte

A Tabela 23 apresenta os resultados obtidos pela execução da HC nas instâncias de pequeno porte. Ao final dos experimentos, obteve-se um gap médio de 5,28% na heurística construtiva (HC), enquanto o gap médio da HC + busca local é de 3,55%. Já em relação aos tempos médios de execução, a heurística construtiva leva em média 0,07 segundos, a busca local em média 0,26 segundos e o tempo de execução total, em média, 0,34 segundos.

Os gaps foram calculados baseando-se nos resultados encontrados pelo Modelo MILP, conforme a Tabela 7 presente no capítulo 5. A heurística construtiva (HC) foi capaz de encontrar a solução ótima em 12,5% das instâncias, já a heurística construtiva (HC) + Busca Local (BL) foi capaz de encontrar a solução ótima em 29,17% das instâncias, conforme a Tabela 23 a seguir. Nela, a coluna “Instância” representa a identificação da instância, a coluna “DIF-HC” representa a diferença encontrado pela HC em relação ao Modelo 1, a coluna “DIF-HC+BL” representa a diferença encontrada pela HC com a busca local em relação ao Modelo 1, a coluna “Tempo de Execução-HC (s)” representa o tempo de execução de HC em segundos, a coluna “Tempo de Execução-HC+BL (s)” representa o tempo de execução de HC com busca local em segundos, e a coluna “Tempo de Execução Total (s)” representa o tempo de execução total da HC+BL em segundos.

Os GAPS em relação ao Modelo 1 foram calculados conforme a equação 6.5 a seguir.

$$\text{Gap}(\%) = \left(\frac{Z - Z\text{-HC}}{Z} \right) * 100 \quad (6.5)$$

Onde Z é o resultado encontrado pelo Modelo 1 para a instância e Z-HC é o resultado encontrado pela HC para a instância.

Tabela 23: Resultados Heurística Construtiva + BL - Instâncias de pequeno porte

| Instância | DIF-HC (%) | DIF-HC+BL (%) | Tempo de Execução-HC (s) | Tempo de Execução-BL (s) | Tempo de Execução Total (s) |
|-----------|------------|---------------|--------------------------|--------------------------|-----------------------------|
| 2x10 | 0,57 | 0,00 | 0,04 | 0,07 | 0,11 |
| 2x11 | 2,49 | 0,02 | 0,05 | 0,04 | 0,09 |
| 2x12 | 3,77 | 0,04 | 0,05 | 0,07 | 0,12 |
| 2x13 | 8,00 | 0,07 | 0,06 | 0,16 | 0,22 |
| 3x10 | 6,52 | 0,00 | 0,04 | 0,11 | 0,15 |
| 3x11 | 10,46 | 0,09 | 0,05 | 0,15 | 0,20 |
| 3x12 | 0,58 | 0,01 | 0,06 | 0,17 | 0,23 |
| 3x13 | 8,94 | 0,00 | 0,07 | 0,53 | 0,60 |
| 4x10 | 18,10 | 0,15 | 0,05 | 0,13 | 0,18 |
| 4x11 | 4,65 | 0,04 | 0,06 | 0,08 | 0,14 |
| 4x12 | 7,25 | 0,00 | 0,07 | 0,32 | 0,39 |
| 4x13 | 9,66 | 0,01 | 0,09 | 0,39 | 0,48 |
| 5x10 | 4,08 | 0,01 | 0,06 | 0,24 | 0,30 |
| 5x11 | 4,85 | 0,05 | 0,07 | 0,11 | 0,18 |
| 5x12 | 5,71 | 0,05 | 0,09 | 0,25 | 0,34 |
| 5x13 | 8,94 | 0,08 | 0,1 | 0,48 | 0,58 |
| 6x10 | 0,00 | 0,00 | 0,07 | 0,18 | 0,25 |
| 6x11 | 4,08 | 0,01 | 0,08 | 0,37 | 0,45 |
| 6x12 | 6,93 | 0,06 | 0,1 | 0,44 | 0,54 |
| 6x13 | 2,86 | 0,03 | 0,12 | 0,19 | 0,31 |
| 7x10 | 0,00 | 0,00 | 0,08 | 0,2 | 0,28 |
| 7x11 | 0,00 | 0,00 | 0,09 | 0,27 | 0,36 |
| 7x12 | 4,21 | 0,03 | 0,11 | 0,52 | 0,63 |
| 7x13 | 4,00 | 0,03 | 0,13 | 0,88 | 1,01 |

6.3.1 Resultados da heurística construtiva e busca local - Instâncias de grande porte

O trabalho de Brasil et al. (2021) apresenta 24 instâncias aderentes ao problema estudado por este trabalho. No entanto, para uma melhor avaliação do desempenho da heurística construtiva, foi necessária a criação de instâncias de grande porte. O trabalho de Mattos Ribeiro, Desaulniers e Desrosiers (2012) foi utilizado para este fim. Este artigo trata do problema de Roteamento de Equipamentos de Manutenção (WRRP) em campos de petróleo terrestres, onde a produtividade dos poços de petróleo diminui quando a manutenção é necessária. O WRRP tem como objetivo encontrar rotas para uma frota heterogênea de equipamentos de manutenção, a fim de minimizar a perda total de produção dos poços ao longo de um horizonte finito. Os poços têm diferentes taxas de perda e requisitos de serviço, e podem não ser atendidos dentro do horizonte devido à disponibilidade dos equipamentos. Os equipamentos têm posições iniciais e não são idênticos. O trabalho é diferente do presente trabalho, mas nas instâncias utilizadas foi possível obter alguns dados que são aderentes ao problema, como por exemplo as posições onde são realizadas as atividades, posições iniciais das sondas, quantidade de atividades e quantidade de sondas. Foram criadas 130 instâncias distribuídas conforme a Tabela 24 a seguir.

Tabela 24: Instâncias de grande porte

| Quantidade de Sondas | Quantidade de Atividades | Quantidade de Instâncias |
|----------------------|--------------------------|--------------------------|
| 2 | 200 | 10 |
| 4 | 200 | 10 |
| 5 | 100 | 10 |
| 5 | 200 | 10 |
| 6 | 200 | 10 |
| 8 | 200 | 10 |
| 10 | 50 | 10 |
| 10 | 100 | 10 |
| 10 | 150 | 10 |
| 10 | 200 | 10 |
| 10 | 250 | 10 |
| 10 | 300 | 10 |
| 12 | 200 | 10 |

Nas instâncias, os dados com as características das sondas foram gerados utilizando as regras descritas a seguir:

Quanto aos dados referentes às sondas:

Quanto aos dados Sonda, Pos x e Pos y, foram utilizadas as localizações originais obtidas das instâncias de Mattos Ribeiro, Desaulniers e Desrosiers (2012).

Velocidade Média (km/dia), Eficiência de Perfuração (dias) e Eficiência de Completação (dias) foram geradas baseadas na coluna “Equipment Level” das instâncias de Mattos Ribeiro, Desaulniers e Desrosiers (2012) e nas velocidades das 5 sondas da instância 5x13 de Brasil et al. (2021). A coluna “Equipment Level” representa o nível de equipamento de cada sonda e varia de 1 até 5. Dependendo do valor do nível de equipamento da sonda, foram utilizados os valores referentes encontrados nas sondas 1 até 5 da instância 5x13 de Brasil et al. (2021).

Já os dados Disponibilidade Início e Disponibilidade Fim foram gerados baseados na média e no desvio padrão das instâncias de Brasil et al. (2021).

Quanto aos dados referentes as atividades:

Os dados Iniciar Até e Iniciar A Partir De foram gerados por meio de distribuição normal, baseados na média e desvio padrão das instâncias originais de Brasil et al. (2021).

A coluna projeto foi gerada com base nas mesmas proporções presentes nas instâncias de Brasil et al. (2021). 91% das atividades pertenciam ao projeto número 1 e 9% eram do projeto número 2. Estas proporções também foram seguidas nas instâncias que foram criadas.

Os dados pos x, pos y, tipo e precedência utilizaram as localizações originais obtidas das instâncias de Mattos Ribeiro, Desaulniers e Desrosiers (2012), porém com uma adaptação devido à existência de atividades precedentes. Nas instâncias de Brasil et al. (2021), 39% das atividades eram de perfuração, 61% eram de completação, e 15% das atividades eram precedentes. Foi realizado um sorteio aleatório, onde foram escolhidas uma quantidade de pares de atividades mais próximas entre si de maneira proporcional à quantidade de atividades da instância. Foram, então, modificados os valores de pos x e pos y de maneira que essas atividades fossem realizadas na mesma posição geográfica, com uma atividade de perfuração e outra de completação. A atividade de perfuração deveria ser realizada antes da atividade de completação.

Todas as instâncias de pequeno e grande porte estão disponíveis no link:

[⟨https://github.com/rafaelgard/DRPTW⟩](https://github.com/rafaelgard/DRPTW)

6.3.2 Experimentos Numéricos Instâncias de grande porte

Foram executados experimentos com as 130 instâncias utilizando tanto a heurística quanto o Modelo 1 através do solver Gurobi. Do total de 130 instâncias iniciais, 21 instâncias se mostraram inviáveis. Em 13 instâncias, o solver encontrou uma solução factível, enquanto em 64 instâncias o solver não encontrou uma solução factível e calculou o *lower bound*. Em 32 instâncias, o solver não conseguiu encontrar uma solução factível, mas conseguiu determinar o *lower bound*. Serão avaliados inicialmente os resultados alcançados pelo Modelo 1, posteriormente os resultados obtidos pela heurística, e por fim, uma comparação entre os resultados da heurística HC e do Modelo 1. Os resultados de cada uma das 130 instâncias estão presentes no ANEXO B.

6.3.2.1 Resultados do Modelo 1 - Instâncias de grande porte

Em 12 instâncias (11% do total de 109 instâncias) onde o solver foi capaz de encontrar uma solução factível, o gap médio foi de 71,40%.

Nas instâncias onde o solver não conseguiu encontrar uma solução factível, foram identificados dois motivos: limite de tempo de execução (3600 segundos) e/ou falta de memória disponível (16GB).

As instâncias onde o solver foi capaz de encontrar uma solução e os gaps associados estão apresentadas na tabela a seguir. Nesta tabela, a coluna “Instância” representa a identificação da instância, “Qtd_sondas” indica a quantidade de sondas, “Qtd_Atividades” representa a quantidade de atividades, “Z” é o resultado encontrado pelo Modelo 1, e a coluna “GAP” mostra o gap encontrado pelo Modelo 1.

O calculo do GAP foi realizado pelo solver da seguinte maneira:

$$\text{gap} = \left(\frac{Z - \text{lower bound}}{Z} \right) * 100 \quad (6.6)$$

Onde “Z” representa o resultado da objetivo obtida pelo solver.

Tabela 25: Instâncias de grande porte - Resolvidas - Modelo 1

| Instância | Qtd_sondas | Qtd_Atividades | Z | GAP (%) |
|-----------|------------|----------------|------|---------|
| 10-50-1 | 10 | 50 | 213 | 64,32 |
| 10-50-2 | 10 | 50 | 202 | 62,38 |
| 10-50-3 | 10 | 50 | 225 | 66,22 |
| 10-50-4 | 10 | 50 | 214 | 64,49 |
| 10-50-5 | 10 | 50 | 213 | 64,32 |
| 10-50-6 | 10 | 50 | 237 | 67,93 |
| 10-50-7 | 10 | 50 | 218 | 65,14 |
| 10-50-8 | 10 | 50 | 353 | 78,47 |
| 10-50-9 | 10 | 50 | 286 | 73,43 |
| 10-50-10 | 10 | 50 | 222 | 62,61 |
| 10-100-5 | 10 | 100 | 620 | 87,74 |
| 10-150-9 | 10 | 150 | 2844 | 99,72 |

Note que todas as instâncias da Tabela 25 a seguir contêm 10 sondas. Dentre essas, 10 são instâncias com 50 atividades (77%), 1 é uma instância com 100 atividades e 1 com 150 atividades. Outro ponto importante é que, à medida que a quantidade de atividades aumenta, o gap também aumenta, refletindo a maior dificuldade do Modelo 1 em encontrar uma solução factível. Esses resultados comprovam a necessidade da utilização de métodos heurísticos para a resolução de instâncias de grande porte.

6.3.2.2 Resultados do Heurística Construtiva - Instâncias de grande porte

Em relação aos resultados da HC para as instâncias de grande porte, devemos considerar inicialmente que, das 130 instâncias geradas, 21 eram infactíveis. Portanto, foram consideradas apenas 109 instâncias onde existem soluções factíveis, conforme os experimentos realizados com o MILP proposto. A Tabela 26 a seguir apresenta a quantidade de instâncias resolvidas pela heurística HC, considerando a quantidade de sondas, a quantidade de atividades em cada instância e o tempo de execução de cada instância. O tempo médio de execução da HC foi de 160,42 segundos por instância. Observe que o tempo de execução aumenta conforme a taxa de atividades por sonda.

Tabela 26: Instâncias de grande porte - Resolvidas - HC

| Quantidade de sondas | Quantidade de atividades | Quantidade de Instâncias | Tempo Exec - HC(s) |
|----------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------|
| 2 | 200 | 1 | 272,29 |
| 4 | 200 | 3 | 220,27 |
| 5 | 100 | 6 | 25,71 |
| 5 | 200 | 5 | 212,30 |
| 6 | 200 | 6 | 203,86 |
| 8 | 200 | 2 | 199,92 |
| 10 | 50 | 10 | 4,27 |
| 10 | 100 | 9 | 28,60 |
| 10 | 150 | 7 | 89,64 |
| 10 | 200 | 3 | 202,40 |
| 10 | 250 | 5 | 397,27 |
| 10 | 300 | 3 | 677,85 |
| 12 | 200 | 6 | 210,24 |

6.3.2.3 Comparação Modelo 1 x HC+BL - Instâncias de grande porte

Comparando os resultados obtidos pelo Modelo 1 com os resultados da heurística HC, foi gerada a Tabela 27 a seguir. Nesta tabela, a coluna “Instância” identifica a quantidade de sondas, atividades e o ID da instância. A coluna “Z-Modelo 1” representa o valor da função objetivo do Modelo 1, a coluna “Z-HC” representa o valor da função objetivo da HC, e a coluna “Z-HC+BL” representa o valor da função objetivo da HC com a busca local. A coluna “Tempo de Execução-HC (s)” representa o tempo de execução da heurística HC, enquanto a coluna “GAP-Modelo 1 (%)” apresenta o GAP obtido pelo Modelo 1 em relação ao *lower bound* fornecido pelo solver. A coluna “DIF-HC (%)” mostra a diferença entre o resultado obtido pela heurística HC e o resultado obtido pelo Modelo 1, e a coluna “DIF-HC+BL (%)” representa a diferença entre o resultado obtido pela heurística com busca local (HC+BL) e o resultado do Modelo 1.

Note que a heurística HC obteve uma diferença média de -16,16%, enquanto a heurística HC com a busca local (HC+BL) obteve uma diferença média de -16,39%. Em ambas as abordagens, o tempo de execução foi 99% menor em comparação ao Modelo 1, que rodou por uma hora nas instâncias onde tanto a HC quanto o Modelo 1 foram capazes de encontrar uma solução factível. Nas instâncias onde a HC não conseguiu alocar todas as atividades, a média de atividades não alocadas foi de 2.

O cálculo dos GAPs foi realizado utilizando as equações 6.5 e 6.6.

Tabela 27: Resultados Heurística Construtiva com busca local x Modelo 1 - Instâncias de Grande Porte

| Instância | Z-Modelo 1 | Z-HC | Z-HC+BL | Tempo de Execução-HC (s) | GAP-Modelo 1 (%) | DIF-HC (%) | DIF-HC+BL (%) |
|-----------|------------|------|---------|--------------------------|------------------|------------|---------------|
| 10x50-1 | 213 | 216 | 216 | 4,23 | 64,32 | 1,41 | 1,41 |
| 10x50-2 | 202 | 207 | 207 | 4,36 | 62,38 | 2,48 | 2,48 |
| 10x50-3 | 225 | 202 | 202 | 4,24 | 66,22 | -10,22 | -10,22 |
| 10x50-4 | 214 | 214 | 214 | 4,24 | 64,49 | 0,00 | 0,00 |
| 10x50-5 | 213 | 213 | 213 | 4,23 | 64,32 | 0,00 | 0,00 |
| 10x50-6 | 237 | 214 | 214 | 4,24 | 67,93 | -9,70 | 9,70 |
| 10x50-7 | 218 | 209 | 209 | 4,44 | 65,14 | -4,13 | 4,13 |
| 10x50-8 | 353 | 211 | 211 | 4,34 | 78,47 | -40,23 | -40,23 |
| 10x50-9 | 286 | 210 | 210 | 4,11 | 73,43 | -26,57 | -26,57 |
| 10x50-10 | 222 | 214 | 214 | 4,24 | 62,61 | -3,60 | -3,60 |
| 10x100-5 | 620 | 445 | 430 | 28,73 | 82,33 | -28,23 | -30,65 |
| 10x150-9 | 2844 | 709 | 699 | 93,11 | 98,86 | -75,07 | -75,42 |

6.3.2.4 Comparação Modelo 1 x HC - Instâncias de grande porte - Warm Start

Devido ao fato de a heurística construtiva (HC) encontrar uma solução factível em 66 instâncias e o Modelo 1 encontrar solução factível em apenas 12 instâncias, foram realizados experimentos adicionais com o Modelo 1. Nessas experiências, as soluções obtidas pela heurística construtiva com busca local (HC+BL) foram utilizadas como soluções iniciais para o Modelo 1. O objetivo foi avaliar se o solver seria capaz de encontrar uma solução factível melhor do que a solução inicial obtida e calcular o GAP da solução inicial fornecida pela heurística construtiva HC com busca local.

Dos 66 experimentos onde a heurística HC com busca local (HC+BL) foi utilizada como solução inicial, o Modelo 1 conseguiu encontrar uma solução factível em 48 instâncias (72%). Este número é significativamente maior do que as 12 instâncias para as quais o solver havia encontrado uma solução anteriormente sem a solução inicial da HC+BL. Entretanto, nas 48 instâncias em que o solver encontrou uma solução factível, a solução obtida foi igual à solução inicial fornecida pela heurística HC+BL. Não houve melhoria significativa nas soluções, mas foi possível calcular o GAP da solução inicial, resultando em um GAP médio de 86,72%.

Para as instâncias em que o solver não conseguiu encontrar uma solução factível nem o *lower bound*, mesmo com a solução inicial fornecida pela HC+BL, foram identificados dois principais motivos: o limite de tempo de execução (3600 segundos) e/ou a falta de memória disponível (16GB).

Esses resultados reforçam a importância da utilização de métodos heurísticos para encontrar soluções factíveis em problemas de grande porte. Para uma análise mais detalhada dos resultados, consulte o Anexo C.

7 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho abordou a programação da construção de poços de petróleo *offshore* utilizando navios sonda. Dado que os custos associados a esta operação representam uma parte significativa dos custos totais de desenvolvimento de um campo *offshore*, uma programação eficiente das sondas de perfuração é crucial para a viabilidade econômica dos projetos de exploração e produção de petróleo. Com isso em mente, o objetivo deste estudo foi minimizar o tempo de conclusão de uma carteira de projetos de desenvolvimento de poços submarinos, levando em consideração as restrições de precedência entre as atividades, bem como outras restrições operacionais, como elegibilidade, prontidão, contratos de sondas, precedência e prazos para as atividades.

Foram desenvolvidos cinco modelos de programação linear inteira mista, além de uma heurística construtiva e busca local, levando em consideração as restrições práticas do problema abordado. Experimentos numéricos, baseados em cenários do mundo real, demonstraram que os Modelos representam fielmente a operação descrita e são capazes de gerar cronogramas otimizados quando combinados com técnicas avançadas de otimização. Esses experimentos mostraram resultados consistentes, evidenciando uma redução no tempo de conclusão das atividades com o aumento do número de navios sonda disponíveis. Isso indica que, com um número maior de embarcações, apesar das restrições operacionais, mais atividades podem ser realizadas em paralelo, permitindo a antecipação do início da produção de poços e um aumento no volume de produção no período analisado.

Adicionalmente, os modelos apresentados podem ser facilmente adaptados para diferentes funções objetivos, como minimizar a perda de produção de petróleo ou minimizar o atraso total de conclusão dos projetos com base nas datas de vencimento. Como continuidade deste trabalho, sugere-se o desenvolvimento de procedimentos meta-heurísticos para lidar com instâncias de maior escala. Dentre as diversas opções avaliadas, o autor propõe o desenvolvimento de uma meta-heurística que explore características específicas do problema abordado. É importante ressaltar que, devido às muitas limitações do problema, criar um procedimento avançado representa um grande desafio, pois a solução pode facilmente perder sua viabilidade.

REFERÊNCIAS

- AMADO, L. *Reservoir exploration and appraisal*. [S.l.]: Gulf Professional Publishing, 2013.
- AMER, M. et al. A Fair and Competitive Drilling and Workover Services Assignment Process. In: . [S.l.: s.n.], 2016. (IADC/SPE Asia Pacific Drilling Technology Conference and Exhibition, Dia 2 Terça, 23 de Agosto, 2016).
- ANP. *Anuário estatístico brasileiro do petróleo, gás natural e biocombustíveis 2002*. [S.l.], 2002.
- ANP. *Anuário estatístico brasileiro do petróleo, gás natural e biocombustíveis 2014*. [S.l.], 2014.
- ANP. *Anuário estatístico brasileiro do petróleo, gás natural e biocombustíveis 2016*. [S.l.], 2016.
- ANP. *Oil, Natural Gas and Biofuels Statistical Yearbook 2020*. [S.l.], 2020.
- ANP. *Anuário estatístico brasileiro do petróleo, gás natural e biocombustíveis 2021*. [S.l.], 2021.
- ANP. *Anuário estatístico brasileiro do petróleo, gás natural e biocombustíveis 2022*. [S.l.], 2022.
- ANP. *Painéis Dinâmicos de Produção de Petróleo e Gás Natural*. 2022.
 (https://www.gov.br/anp/pt-br/centrais-de-conteudo/paineis-dinamicos-da-anp/paineis-dinamicos-sobre-exploracao-e-producao-de-petroleo-e-gas/paineis-dinamicos-de-producao-de-petroleo-e-gas-natural). Acesso em: 10 de mar. de 2022.
- ANUAR, W. K. et al. Vehicle routing optimisation in humanitarian operations: A survey on modelling and optimisation approaches. *Applied Sciences*, MDPI, v. 11, n. 2, p. 667, 2021.
- ARCHETTI, C.; SPERANZA, M. G. A survey on matheuristics for routing problems. *EURO Journal on Computational Optimization*, Elsevier, v. 2, n. 4, p. 223–246, 2014.
- ARONOFSKY, J. Linear programming a problem-solving tool for petroleum industry management. *Journal of Petroleum Technology*, OnePetro, v. 14, n. 07, p. 729–736, 1962.
- ARONOFSKY, J.; WILLIAMS, A. The use of linear programming and mathematical models in under-ground oil production. *Management Science*, INFORMS, v. 8, n. 4, p. 394–407, 1962.
- BAKER, R. *A primer of oilwell drilling: a basic text of oil and gas drilling*. [S.l.]: Petroleum Extension Service, Continuing & Extended Education, University of Texas at Austin, 2001.

- BARNES, J. W.; BRENNAN, J.; KNAPP, R. Scheduling a backlog of oil well workovers. *Soc. Pet. Eng. AIME, Pap.:(United States)*, 1976.
- BISSOLI, D. de C.; CHAVES, G. d. L. D.; RIBEIRO, G. M. Drivers to the workover rig problem. *Journal of Petroleum Science and engineering*, Elsevier, v. 139, p. 13–22, 2016.
- BOAS, M. Augusta de C. V. *Core: Decision support system for oil rig scheduling*. Dissertação (Mestrado), 2017. Monografia (Bacharel em Informática), PUC (Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro), Rio de Janeiro, Brazil.
- BP. *Statistical Review of World Energy 2021*. [S.l.], 2021.
- BRASIL. Lei nº 9.478, de 6 de agosto de 1997. *Diário Oficial [da] República Federativa do Brasil*, Brasília, DF, 1997. ISSN 1677-7042. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1997/lei-9478-6-agosto-1997-365401-publicacaooriginal-1-pl.html>.
- BRASIL, R. G. A. et al. Scheduling drillships in offshore activities. In: MES, M.; LALLA-RUIZ, E.; VOSS, S. (Ed.). *Computational Logistics*. Cham: Springer International Publishing, 2021. p. 66–81.
- BRÄYSY, O.; DULLAERT, W.; GENDREAU, M. Evolutionary algorithms for the vehicle routing problem with time windows. *Journal of Heuristics*, Springer, v. 10, p. 587–611, 2004.
- BRÄYSY, O.; GENDREAU, M. Vehicle routing problem with time windows, part i: Route construction and local search algorithms. *Transportation science*, INFORMS, v. 39, n. 1, p. 104–118, 2005.
- BRÄYSY, O.; GENDREAU, M. Vehicle routing problem with time windows, part ii: Metaheuristics. *Transportation science*, INFORMS, v. 39, n. 1, p. 119–139, 2005.
- CHRISTIANSEN, M. et al. Ship routing and scheduling in the new millennium. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, v. 228, n. 3, p. 467–483, 2013.
- CHRISTOPHER, M. *Logistics & supply chain management*. [S.l.]: Pearson Uk, 2016.
- COELHO, L. C.; RENAUD, J.; LAPORTE, G. Road-based goods transportation: a survey of real-world logistics applications from 2000 to 2015. *INFOR: Information Systems and Operational Research*, Taylor & Francis, v. 54, n. 2, p. 79–96, 2016.
- CUNHA, V. et al. An ils heuristic for the ship scheduling problem: application in the oil industry. *International Transactions in Operational Research*, v. 27, n. 1, p. 197–218, 2020. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/itor.12610>.
- DANTZIG, G. B.; RAMSER, J. H. The truck dispatching problem. *Management science*, Inform, v. 6, n. 1, p. 80–91, 1959.
- DUMAS, Y.; DESROSIERS, J.; SOUMIS, F. The pickup and delivery problem with time windows. *European journal of operational research*, Elsevier, v. 54, n. 1, p. 7–22, 1991.
- Empresa de Pesquisa Energética. *Oil price forecasts 2021-2030*. 2021. <https://www.epe.gov.br/sites-en/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/Paginas/Special-Report-Oil-Price-Forecasts-2021-2030.aspx>. Acesso em: 07 de out. de 2021.

Empresa de Pesquisa Energética. *Boletim de conjuntura da indústria do óleo gás-02-2022*. 2022. <<https://www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/boletim-de-conjuntura-da-industria-do-oleo-gas>>. Acesso em: 02 de mar. de 2022.

EUCHI, J.; MASMOUDI, M.; SIARRY, P. Home health care routing and scheduling problems: a literature review. *4OR*, Springer, v. 20, n. 3, p. 351–389, 2022.

FERASA. *What are the main steps of an oil or gas field development project?* 2016. <<https://ferasa.net/what-are-the-main-steps-of-an-oil-or-gas-field-development-project/>>. Acesso em: 26 de mar. de 2022.

FILHO, P. de A. P.; SANTOS, F. L. S.; MANSOORI, G. A. An update on the developments in petroleum production research in brazil. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, Elsevier, v. 51, n. 1-2, p. 1–5, 2006.

GENDREAU, M.; TARANTILIS, C. D. *Solving large-scale vehicle routing problems with time windows: The state-of-the-art*. [S.l.]: Cirrelt Montreal, 2010.

GOEL, R.; MAINI, R. Vehicle routing problem and its solution methodologies: a survey. *International Journal of Logistics Systems and Management*, Inderscience Publishers (IEL), v. 28, n. 4, p. 419–435, 2017.

GOLDEN, B.; WANG, X.; WASIL, E. *The Evolution of the Vehicle Routing Problem A Survey of VRP Research and Practice from 2005 to 2022*. 2023.

GOLDEN, B.; WANG, X.; WASIL, E. *The Evolution of the Vehicle Routing Problem A Survey of VRP Research and Practice from 2005 to 2022*. 2023.

GOLDEN, B. L.; RAGHAVAN SUBRAMANIAN, W. E. A. et al. *The vehicle routing problem: latest advances and new challenges*. [S.l.]: Springer, 2008. v. 43.

GRIBKOVSKAIA, I.; LAPORTE, G.; SHLOPAK, A. A tabu search heuristic for a routing problem arising in servicing of offshore oil and gas platforms. *Journal of the Operational Research Society*, Springer, v. 59, n. 11, p. 1449–1459, 2008.

HALVORSEN-WEARE, E. E.; FAGERHOLT, K. Optimization in offshore supply vessel planning. *Optimization and Engineering*, Springer, v. 18, n. 1, p. 317–341, 2017.

HAUGLAND, D.; JØRNSTEN, K.; SHAYAN, E. Modelling petroleum fields with movable platforms. *Applied mathematical modelling*, Elsevier, v. 15, n. 1, p. 33–39, 1991.

HAUGLAND, D.; TJØSTHEIM, B. P. Optimal intake and routing of floating oil rigs in the north sea. In: *Case Studies in Operations Research*. [S.l.]: Springer, 2015. p. 315–336.

HOSSAIN, M. E. Drilling costs estimation for hydrocarbon wells. *Journal of Sustainable Energy Engineering*, v. 3, n. 1, p. 3–32, 2015. ISSN 2164-6295.

IACHAN, R. A brazilian experience: 40 years using operations research at petrobras. *International Transactions in Operational Research*, Wiley Online Library, v. 16, n. 5, p. 585–593, 2009.

- IBP. *Evolução dos preços internacionais do petróleo e projeções 2022-2025*. 2022. <[https://www.ibp.org.br/observatorio-do-setor/snapshots/evolucao-dos-precos-internacionais-do-petroleo-e-projecoes-para-2025/#:~:text=Em%202020%2C%20em%20virtude%20da,quinqu%C3%AAnio%20\(2021%2D25\).](https://www.ibp.org.br/observatorio-do-setor/snapshots/evolucao-dos-precos-internacionais-do-petroleo-e-projecoes-para-2025/#:~:text=Em%202020%2C%20em%20virtude%20da,quinqu%C3%AAnio%20(2021%2D25).)> Acesso em: 10 de jan. de 2022.
- IKWAN, U. et al. Comparative analysis of drilling cost used for petroleum economics in the North Sea, Gulf of Mexico and Niger Delta regions. In: Society of Petroleum Engineers (Ed.). *SPE Nigeria Annual International Conference and Exhibition*. Lagos, Nigeria: [s.n.], 2016. v. 2, p. 1179–1190.
- Instituto brasileiro de petróleo e gás. *Evolução do número de sondas em operação no Brasil – Snapshots – IBP*. 2022. <<https://www.ibp.org.br/observatorio-do-setor/snapshots/evolucao-mensal-sondas-no-brasil/>>. Acesso em: 28 de mar. de 2022.
- International Energy Agency. *Offshore Energy Outlook*. 2018. <<https://www.iea.org/reports/offshore-energy-outlook-2018>>. Acesso em: 10 de jul. de 2021.
- International Energy Agency. *Oil price forecasts 2021-2030*. 2020. <<https://www.iea.org/reports/oil-market-report-june-2020>>. Acesso em: 03 de fev. de 2022.
- KAISER, M. J.; SNYDER, B. The five offshore drilling rig markets. *Marine policy*, Elsevier, v. 39, p. 201–214, 2013.
- KONSTANTAKOPOULOS, G. D.; GAYIALIS, S. P.; KECHAGIAS, E. P. Vehicle routing problem and related algorithms for logistics distribution: a literature review and classification. *Operational research*, Springer, p. 1–30, 2020.
- KULACHENKO, I.; KONONOVA, P. A matheuristic for the drilling rig routing problem. In: SPRINGER. *International Conference on Mathematical Optimization Theory and Operations Research*. [S.l.], 2020. p. 343–358.
- KULACHENKO, I.; KONONOVA, P. A matheuristic for the drilling rig routing problem. In: SPRINGER. *International Conference on Mathematical Optimization Theory and Operations Research*. [S.l.], 2020. p. 343–358.
- LAPORTE, G. What you should know about the vehicle routing problem. *Naval Research Logistics (NRL)*, Wiley Online Library, v. 54, n. 8, p. 811–819, 2007.
- LAPORTE, G.; NOBERT, Y. Exact algorithms for the vehicle routing problem. In: *North-Holland mathematics studies*. [S.l.]: Elsevier, 1987. v. 132, p. 147–184.
- LIANG, Y.-C.; MINANDA, V.; GUNAWAN, A. Waste collection routing problem: A mini-review of recent heuristic approaches and applications. *Waste Management & Research*, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 40, n. 5, p. 519–537, 2022.
- MANN, H. B.; WHITNEY, D. R. On a test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other. *The Annals of Mathematical Statistics*, v. 18, n. 1, p. 50–60, 1947.
- MARDANEH, E. et al. Cargo scheduling decision support for offshore oil and gas production: a case study. *Optimization and Engineering*, Springer, v. 18, n. 4, p. 991–1008, 2017.

- Mattos Ribeiro, G.; DESAULNIERS, G.; DESROSIERS, J. A branch-price-and-cut algorithm for the workover rig routing problem. *Computers Operations Research*, v. 39, n. 12, p. 3305–3315, 2012. ISSN 0305-0548. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054812000901>.
- MLADENOVÍČ, N.; HANSEN, P. Variable neighborhood search. *Computers Operations Research*, v. 24, n. 11, p. 1097–1100, 1997. ISSN 0305-0548.
- MORAIS, J. M. de. *Petróleo em águas profundas: uma história tecnológica da Petrobras na exploração e produção offshore*. [S.l.]: IPEA, 2013.
- MOURA, A. V.; PEREIRA, R. A.; SOUZA, C. C. D. Scheduling activities at oil wells with resource displacement. *International Transactions in Operational Research*, Wiley Online Library, v. 15, n. 6, p. 659–683, 2008.
- MOURA, V. C. *Programação de frota de embarcações de lançamento de dutos*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2012.
- Offshore Magazine. *Brazil, Guyana to boost offshore drilling market recovery*. 2021. <https://www.offshore-mag.com/drilling-completion/article/14199897/brazil-guyana-to-boost-offshore-drilling-market-recovery>. Acesso em: 10 de jan. de 2022.
- OMBUKI, B.; ROSS, B. J.; HANSHAR, F. Multi-objective genetic algorithms for vehicle routing problem with time windows. *Applied Intelligence*, Springer, v. 24, p. 17–30, 2006.
- PECIN, D. et al. New enhancements for the exact solution of the vehicle routing problem with time windows. *INFORMS Journal on Computing*, INFORMS, v. 29, n. 3, p. 489–502, 2017.
- PEREIRA, R.; MOURA, A.; SOUZA, C. Grasp strategy for the scheduling of oil well development activities. *Boletim Técnico da Produção de Petróleo*, v. 2, p. 217–239, 06 2007.
- PEREIRA, R. A.; MOURA, A. V.; SOUZA, C. C. d. Comparative experiments with grasp and constraint programming for the oil well drilling problem. In: SPRINGER. *International Workshop on Experimental and Efficient Algorithms*. [S.l.], 2005. p. 328–340.
- Petrobras. *Exploração e Produção de Petróleo e Gás*. 2014. <https://petrobras.com.br/infograficos/tipos-de-plataformas/desktop/index.html>. Acesso em: 26 de mar. de 2022.
- Petrobras. *Pré-Sal Bacia de Santos — Comunicação Bacia de Santos*. 2022. <https://comunicabaciadesantos.petrobras.com.br/conteudo/pr%C3%A9-sal-bacia-de-santos.html>. Acesso em: 10 de mar. de 2022.
- PINEDO, M. L. *Scheduling*. [S.l.]: Springer, 2016.
- QUEIROZ, M. M.; MENDES, A. B. Heuristic approach for solving a pipe layer fleet scheduling problem. *Sustainable maritime transportation and exploitation of sea resources*, p. 1073–1080, 2012.

- R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria, 2023. Disponível em: <https://www.R-project.org/>.
- REIMANN, M.; DOERNER, K.; HARTL, R. F. Insertion based ants for vehicle routing problems with backhauls and time windows. In: SPRINGER. *International Workshop on Ant Algorithms*. [S.l.], 2002. p. 135–148.
- ROUSSEAU, L.-M.; GENDREAU, M.; PESANT, G. Using constraint-based operators to solve the vehicle routing problem with time windows. *Journal of heuristics*, Springer, v. 8, p. 43–58, 2002.
- RStudio Team. *RStudio: Integrated Development Environment for R*. Boston, MA, 2020. Disponível em: <http://www.rstudio.com/>.
- SANTOS, I. M.; HAMACHER, S.; OLIVEIRA, F. *A Systematic Literature review for the rig scheduling problem: Classification and state-of-the-art*. [S.l.]: Elsevier Ltd, 2021.
- SAVELSBERGH, M. W.; SOL, M. The general pickup and delivery problem. *Transportation science*, INFORMS, v. 29, n. 1, p. 17–29, 1995.
- SHANN, M. V. The sureste basin of mexico: its framework, future oil exploration opportunities and key challenges ahead. *Geological Society, London, Special Publications*, Geological Society of London, v. 504, n. 1, p. 119–146, 2021. ISSN 0305-8719.
- SHAPIRO, S. S.; WILK, M. B. An analysis of variance test for normality (complete samples)†. *Biometrika*, v. 52, n. 3-4, p. 591–611, 12 1965. ISSN 0006-3444. Disponível em: <https://doi.org/10.1093/biomet/52.3-4.591>.
- SILVA L.M.R., S. A. G. C. A mixed integer formulation for the offshore rig scheduling problem. In: SPRINGER. *3rd International Conference on Maritime Technology and Engineering*. [S.l.], 2016. p. 1005–1012.
- SUSLICK, S. B.; SCHIOZER, D.; RODRIGUEZ, M. R. Uncertainty and risk analysis in petroleum exploration and production. *Terrae*, v. 6, n. 1, p. 30–41, 2009.
- TAN, S.-Y.; YEH, W.-C. The vehicle routing problem: State-of-the-art classification and review. *Applied Sciences*, MDPI, v. 11, n. 21, p. 10295, 2021.
- TAVALLALI, M. S.; ZARE, M. Planning the drilling rig activities - routing and allocation. In: *Computer Aided Chemical Engineering*. [S.l.]: Elsevier, 2018. v. 43, p. 1219–1224.
- THAKKAR, A. et al. A comprehensive review of the application of nano-silica in oil well cementing. *Petroleum*, v. 6, n. 2, p. 123–129, 2020. ISSN 2405-6561.
- TOTH, P.; VIGO, D. *The vehicle routing problem*. [S.l.]: SIAM, 2002.
- TOTH, P.; VIGO, D. *Vehicle routing: problems, methods, and applications*. [S.l.]: SIAM, 2014.
- UTAMIMA, A.; DJUNAIDY, A. Agricultural routing planning: A narrative review of literature. *Procedia Computer Science*, Elsevier, v. 197, p. 693–700, 2022.

VALLADA, E.; RUIZ, R. A genetic algorithm for the unrelated parallel machine scheduling problem with sequence dependent setup times. *European Journal of Operational Research*, v. 211, n. 3, p. 612–622, 2011. ISSN 03772217.

VIDAL, T. et al. A hybrid genetic algorithm with adaptive diversity management for a large class of vehicle routing problems with time-windows. *Computers & operations research*, Elsevier, v. 40, n. 1, p. 475–489, 2013.

WILCOXON, F. Individual comparisons by ranking methods. *Biometrics Bulletin*, v. 1, n. 6, p. 80–83, 1945.

World Bank Group. *Commodity Markets Outlook: causes and consequences of metal price shocks*. 2021. (<http://thedocs.worldbank.org/en/doc/c5de1ea3b3276cf54e7a1dff4e95362b-0350012021/original/CMO-April-2021.pdf>). Acesso em: 21 de jun. de 2021.

ZENNARO, I. et al. Implementing e-commerce from logistic perspective: Literature review and methodological framework. *Sustainability*, MDPI, v. 14, n. 2, p. 911, 2022.

ANEXO A – RESULTADOS INSTÂNCIAS DE GRANDE PORTE - HC

Tabela 28: Resultados Instâncias de grande porte - HC

| Instância | Alocou todas as atividades | Infactível | Makespan-HC | Makespan-HC+BL |
|-----------|----------------------------|------------|-------------|----------------|
| 10x50-1 | VERDADEIRO | FALSO | 216 | 216 |
| 10x50-2 | VERDADEIRO | FALSO | 207 | 207 |
| 10x50-3 | VERDADEIRO | FALSO | 202 | 202 |
| 10x50-4 | VERDADEIRO | FALSO | 214 | 214 |
| 10x50-5 | VERDADEIRO | FALSO | 213 | 213 |
| 10x50-6 | VERDADEIRO | FALSO | 214 | 214 |
| 10x50-7 | VERDADEIRO | FALSO | 209 | 209 |
| 10x50-8 | VERDADEIRO | FALSO | 211 | 211 |
| 10x50-9 | VERDADEIRO | FALSO | 210 | 210 |
| 10x50-10 | VERDADEIRO | FALSO | 214 | 214 |
| 10x100-1 | VERDADEIRO | FALSO | 453 | 436 |
| 10x100-2 | VERDADEIRO | FALSO | 425 | 410 |
| 10x100-3 | VERDADEIRO | FALSO | 439 | 437 |
| 10x100-4 | VERDADEIRO | FALSO | 437 | 432 |
| 10x100-5 | VERDADEIRO | FALSO | 445 | 430 |
| 10x100-6 | VERDADEIRO | FALSO | 449 | 432 |
| 10x100-7 | VERDADEIRO | FALSO | 431 | 411 |
| 10x100-8 | FALSO | VERDADEIRO | - | - |
| 10x100-9 | VERDADEIRO | FALSO | 441 | 436 |
| 10x100-10 | VERDADEIRO | FALSO | 469 | 448 |
| 10x150-1 | FALSO | VERDADEIRO | - | - |
| 10x150-2 | VERDADEIRO | FALSO | 656 | 648 |
| 10x150-3 | VERDADEIRO | FALSO | 714 | 698 |

Continuação da Tabela 28

| Instância | Alocou todas as atividades | Infactível | Makespan-HC | Makespan-HC+BL |
|-----------|----------------------------|------------|-------------|----------------|
| 10x150-4 | VERDADEIRO | FALSO | 688 | 674 |
| 10x150-5 | FALSO | FALSO | - | - |
| 10x150-6 | VERDADEIRO | FALSO | 708 | 693 |
| 10x150-7 | VERDADEIRO | FALSO | 663 | 652 |
| 10x150-8 | FALSO | VERDADEIRO | - | - |
| 10x150-9 | VERDADEIRO | FALSO | 709 | 699 |
| 10x150-10 | VERDADEIRO | FALSO | 744 | 727 |
| 10x200-1 | VERDADEIRO | FALSO | 948 | 929 |
| 10x200-2 | FALSO | VERDADEIRO | - | - |
| 10x200-3 | FALSO | FALSO | - | - |
| 10x200-4 | VERDADEIRO | FALSO | 941 | 933 |
| 10x200-5 | FALSO | FALSO | - | - |
| 10x200-6 | VERDADEIRO | FALSO | 947 | 946 |
| 10x200-7 | FALSO | VERDADEIRO | - | - |
| 10x200-8 | FALSO | FALSO | - | - |
| 10x200-9 | FALSO | FALSO | - | - |
| 10x200-10 | FALSO | FALSO | - | - |
| 10x250-1 | VERDADEIRO | FALSO | 1204 | 1189 |
| 10x250-2 | FALSO | VERDADEIRO | - | - |
| 10x250-3 | VERDADEIRO | FALSO | 1233 | 1219 |
| 10x250-4 | VERDADEIRO | FALSO | 1185 | 1185 |
| 10x250-5 | FALSO | VERDADEIRO | - | - |
| 10x250-6 | FALSO | VERDADEIRO | - | - |
| 10x250-7 | FALSO | VERDADEIRO | - | - |
| 10x250-8 | FALSO | FALSO | - | - |
| 10x250-9 | VERDADEIRO | FALSO | 1239 | 1226 |
| 10x250-10 | VERDADEIRO | FALSO | 1304 | 1283 |
| 10x300-1 | VERDADEIRO | FALSO | 1447 | 1429 |
| 10x300-2 | VERDADEIRO | FALSO | 1398 | 1398 |
| 10x300-3 | FALSO | VERDADEIRO | - | - |
| 10x300-4 | FALSO | FALSO | - | - |
| 10x300-5 | FALSO | VERDADEIRO | - | - |

Continuação da Tabela 28

| Instância | Alocou todas as atividades | Infactível | Makespan-HC | Makespan-HC+BL |
|-----------|----------------------------|------------|-------------|----------------|
| 10x300-6 | VERDADEIRO | FALSO | 1477 | 1465 |
| 10x300-7 | FALSO | FALSO | - | - |
| 10x300-8 | FALSO | FALSO | - | - |
| 10x300-9 | FALSO | FALSO | - | - |
| 10x300-10 | FALSO | VERDADEIRO | - | |
| 12x200-1 | FALSO | FALSO | - | - |
| 12x200-2 | VERDADEIRO | FALSO | 811 | 811 |
| 12x200-3 | VERDADEIRO | FALSO | 839 | 822 |
| 12x200-4 | VERDADEIRO | FALSO | 799 | 782 |
| 12x200-5 | FALSO | FALSO | - | - |
| 12x200-6 | VERDADEIRO | FALSO | 812 | 803 |
| 12x200-7 | FALSO | FALSO | - | - |
| 12x200-8 | FALSO | VERDADEIRO | - | |
| 12x200-9 | VERDADEIRO | FALSO | 835 | 820 |
| 12x200-10 | VERDADEIRO | FALSO | 867 | 852 |
| 2x200-1 | FALSO | FALSO | - | - |
| 2x200-2 | FALSO | FALSO | - | - |
| 2x200-3 | FALSO | VERDADEIRO | - | |
| 2x200-4 | FALSO | FALSO | - | - |
| 2x200-5 | FALSO | FALSO | - | - |
| 2x200-6 | FALSO | FALSO | - | - |
| 2x200-7 | VERDADEIRO | FALSO | 4140 | 4137 |
| 2x200-8 | FALSO | FALSO | - | - |
| 2x200-9 | FALSO | FALSO | - | - |
| 2x200-10 | FALSO | FALSO | - | - |
| 4x200-1 | FALSO | FALSO | - | - |
| 4x200-2 | FALSO | FALSO | - | - |
| 4x200-3 | VERDADEIRO | FALSO | 2416 | 2401 |
| 4x200-4 | FALSO | FALSO | - | - |
| 4x200-5 | FALSO | FALSO | - | - |
| 4x200-6 | FALSO | VERDADEIRO | - | - |
| 4x200-7 | VERDADEIRO | FALSO | 2093 | 2093 |

Continuação da Tabela 28

| Instância | Alocou todas as atividades | Infactível | Makespan-HC | Makespan-HC+BL |
|-----------|----------------------------|------------|-------------|----------------|
| 4x200-8 | FALSO | FALSO | - | - |
| 4x200-9 | FALSO | VERDADEIRO | - | - |
| 4x200-10 | VERDADEIRO | FALSO | 2425 | 2416 |
| 5x100-1 | FALSO | FALSO | - | - |
| 5x100-2 | VERDADEIRO | FALSO | 820 | 795 |
| 5x100-3 | FALSO | VERDADEIRO | - | - |
| 5x100-4 | VERDADEIRO | FALSO | 855 | 838 |
| 5x100-5 | VERDADEIRO | FALSO | 831 | 830 |
| 5x100-6 | VERDADEIRO | FALSO | 892 | 886 |
| 5x100-7 | FALSO | FALSO | - | - |
| 5x100-8 | FALSO | VERDADEIRO | - | - |
| 5x100-9 | VERDADEIRO | FALSO | 832 | 832 |
| 5x100-10 | VERDADEIRO | FALSO | 888 | 862 |
| 5x200-1 | VERDADEIRO | FALSO | 1886 | 1874 |
| 5x200-2 | FALSO | FALSO | - | - |
| 5x200-3 | VERDADEIRO | FALSO | 1948 | 1948 |
| 5x200-4 | VERDADEIRO | FALSO | 1862 | 1858 |
| 5x200-5 | VERDADEIRO | FALSO | 1869 | 1860 |
| 5x200-6 | FALSO | VERDADEIRO | - | - |
| 5x200-7 | FALSO | FALSO | - | - |
| 5x200-8 | FALSO | FALSO | - | - |
| 5x200-9 | VERDADEIRO | FALSO | - | - |
| 5x200-10 | VERDADEIRO | FALSO | 1969 | 1961 |
| 6x200-1 | FALSO | FALSO | - | - |
| 6x200-2 | VERDADEIRO | FALSO | 1532 | 1521 |
| 6x200-3 | FALSO | VERDADEIRO | - | - |
| 6x200-4 | VERDADEIRO | FALSO | 1595 | 1571 |
| 6x200-5 | VERDADEIRO | FALSO | 1577 | 1573 |
| 6x200-6 | FALSO | FALSO | - | - |
| 6x200-7 | VERDADEIRO | FALSO | 1457 | 1433 |
| 6x200-8 | VERDADEIRO | FALSO | 1750 | 1726 |
| 6x200-9 | FALSO | FALSO | - | - |

Continuação da Tabela 28

| Instância | Alocou todas as atividades | Infactível | Makespan-HC | Makespan-HC+BL |
|-----------|----------------------------|------------|-------------|----------------|
| 6x200-10 | VERDADEIRO | FALSO | 1679 | 1656 |
| 8x200-1 | VERDADEIRO | FALSO | 1165 | 1148 |
| 8x200-2 | FALSO | FALSO | - | - |
| 8x200-3 | VERDADEIRO | FALSO | 1216 | 1192 |
| 8x200-4 | FALSO | FALSO | - | - |
| 8x200-5 | FALSO | FALSO | - | - |
| 8x200-6 | FALSO | FALSO | - | - |
| 8x200-7 | FALSO | FALSO | - | - |
| 8x200-8 | FALSO | FALSO | - | - |
| 8x200-9 | FALSO | VERDADEIRO | - | - |
| 8x200-10 | FALSO | FALSO | - | - |

ANEXO B – RESULTADOS INSTÂNCIAS DE GRANDE PORTE - MODELO 1

Tabela 29: Resultados Instâncias de grande porte - Mo-
delo 1

| Instância | Infactível | <i>Best Lower Bound</i> | Z | GAP |
|-----------|------------|-------------------------|-----|-------|
| 10x50-1 | FALSO | - | 213 | 64,32 |
| 10x50-2 | FALSO | - | 202 | 62,38 |
| 10x50-3 | FALSO | - | 225 | 66,22 |
| 10x50-4 | FALSO | - | 214 | 64,49 |
| 10x50-5 | FALSO | - | 213 | 64,32 |
| 10x50-6 | FALSO | - | 237 | 67,93 |
| 10x50-7 | FALSO | - | 218 | 65,14 |
| 10x50-8 | FALSO | - | 353 | 78,47 |
| 10x50-9 | FALSO | - | 286 | 73,43 |
| 10x50-10 | FALSO | - | 222 | 62,61 |
| 10x100-1 | FALSO | 76 | - | - |
| 10x100-5 | FALSO | 76 | 620 | 87,74 |
| 10x100-2 | FALSO | 76 | - | - |
| 10x100-3 | FALSO | 75 | - | - |
| 10x100-4 | FALSO | 75 | - | - |
| 10x100-6 | FALSO | 75 | - | - |
| 10x100-7 | FALSO | 76 | - | - |
| 10x100-8 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 10x100-9 | FALSO | 75 | - | - |
| 10x100-10 | FALSO | 75 | 802 | 90,65 |

Continuação da Tabela 29

| Instância | Infactível | <i>Best Lower Bound</i> | Z | GAP |
|-----------|------------|-------------------------|------|-------|
| 10x150-1 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 10x150-2 | FALSO | 11 | - | - |
| 10x150-3 | FALSO | 75 | - | - |
| 10x150-4 | FALSO | 20 | - | - |
| 10x150-6 | FALSO | 42 | - | - |
| 10x150-7 | FALSO | 8 | - | - |
| 10x150-8 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 10x150-9 | FALSO | 8 | 2844 | 99,72 |
| 10x150-10 | FALSO | 8 | - | - |
| 10x200-1 | FALSO | - | - | - |
| 10x200-2 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 10x200-3 | FALSO | - | - | - |
| 10x200-4 | FALSO | - | - | - |
| 10x200-5 | FALSO | - | - | - |
| 10x200-6 | FALSO | - | - | - |
| 10x200-7 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 10x200-8 | FALSO | - | - | - |
| 10x200-9 | FALSO | - | - | - |
| 10x200-10 | FALSO | - | - | - |
| 10x250-1 | FALSO | - | - | - |
| 10x250-2 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 10x250-3 | FALSO | - | - | - |
| 10x250-4 | FALSO | - | - | - |
| 10x250-5 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 10x250-6 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 10x250-7 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 10x250-8 | FALSO | - | - | - |
| 10x250-9 | FALSO | - | - | - |
| 10x250-10 | FALSO | - | - | - |
| 10x300-1 | FALSO | 0 | - | - |
| 10x300-2 | FALSO | 0 | - | - |
| 10x300-3 | VERDADEIRO | - | - | - |

Continuação da Tabela 29

| Instância | Infactível | <i>Best Lower Bound</i> | Z | GAP |
|-----------|------------|-------------------------|---|-----|
| 10x300-4 | FALSO | 0 | - | - |
| 10x300-5 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 10x300-6 | FALSO | 0 | - | - |
| 10x300-7 | FALSO | 0 | - | - |
| 10x300-8 | FALSO | 0 | - | - |
| 10x300-9 | FALSO | 0 | - | - |
| 10x300-10 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 10x300-1 | FALSO | 0 | - | - |
| 12x200-1 | FALSO | - | - | - |
| 12x200-2 | FALSO | - | - | - |
| 12x200-3 | FALSO | - | - | - |
| 12x200-4 | FALSO | - | - | - |
| 12x200-5 | FALSO | - | - | - |
| 12x200-6 | FALSO | - | - | - |
| 12x200-7 | FALSO | - | - | - |
| 12x200-8 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 12x200-9 | FALSO | - | - | - |
| 12x200-10 | FALSO | - | - | - |
| 2x200-1 | FALSO | 90 | - | - |
| 2x200-2 | FALSO | 78 | - | - |
| 2x200-3 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 2x200-4 | FALSO | 78 | - | - |
| 2x200-5 | FALSO | 78 | - | - |
| 2x200-6 | FALSO | 78 | - | - |
| 2x200-7 | FALSO | 77 | - | - |
| 2x200-8 | FALSO | 95 | - | - |
| 2x200-9 | FALSO | 78 | - | - |
| 2x200-10 | FALSO | 76 | - | - |
| 4x200-1 | FALSO | 19 | - | - |
| 4x200-2 | FALSO | 75 | - | - |
| 4x200-3 | FALSO | 19 | - | - |
| 4x200-4 | FALSO | 75 | - | - |

Continuação da Tabela 29

| Instância | Infactível | <i>Best Lower Bound</i> | Z | GAP |
|-----------|------------|-------------------------|---|-----|
| 4x200-5 | FALSO | 75 | - | - |
| 4x200-6 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 4x200-7 | FALSO | 77 | - | - |
| 4x200-8 | FALSO | 89 | - | - |
| 4x200-9 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 4x200-10 | FALSO | 75 | - | - |
| 5x100-1 | FALSO | 76 | - | - |
| 5x100-2 | FALSO | 76 | - | - |
| 5x100-3 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 5x100-4 | FALSO | 76 | - | - |
| 5x100-5 | FALSO | 75 | - | - |
| 5x100-6 | FALSO | 78 | - | - |
| 5x100-7 | FALSO | 78 | - | - |
| 5x100-8 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 5x100-9 | FALSO | 77 | - | - |
| 5x100-10 | FALSO | 76 | - | - |
| 5x200-1 | FALSO | 16 | - | - |
| 5x200-2 | FALSO | 18 | - | - |
| 5x200-3 | FALSO | 75 | - | - |
| 5x200-4 | FALSO | 16 | - | - |
| 5x200-5 | FALSO | 16 | - | - |
| 5x200-6 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 5x200-7 | FALSO | 77 | - | - |
| 5x200-8 | FALSO | 89 | - | - |
| 5x200-9 | FALSO | 16 | - | - |
| 5x200-10 | FALSO | 16 | - | - |
| 6x200-1 | FALSO | 14 | - | - |
| 6x200-2 | FALSO | 13 | - | - |
| 6x200-3 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 6x200-4 | FALSO | 75 | - | - |
| 6x200-5 | FALSO | 13 | - | - |
| 6x200-6 | FALSO | 13 | - | - |

Continuação da Tabela 29

| Instância | Infactível | <i>Best Lower Bound</i> | Z | GAP |
|-----------|------------|-------------------------|---|-----|
| 6x200-7 | FALSO | 77 | - | - |
| 6x200-8 | FALSO | 15 | - | - |
| 6x200-9 | FALSO | 13 | - | - |
| 6x200-10 | FALSO | 13 | - | - |
| 8x200-1 | FALSO | - | - | - |
| 8x200-2 | FALSO | - | - | - |
| 8x200-3 | FALSO | - | - | - |
| 8x200-4 | FALSO | - | - | - |
| 8x200-5 | FALSO | - | - | - |
| 8x200-6 | FALSO | - | - | - |
| 8x200-7 | FALSO | - | - | - |
| 8x200-8 | FALSO | - | - | - |
| 8x200-9 | VERDADEIRO | - | - | - |
| 8x200-10 | FALSO | - | - | - |

ANEXO C – RESULTADOS INSTÂNCIAS DE GRANDE PORTE - MODELO 1 COM WARM START

Tabela 30: Resultados Instâncias de grande porte - Modelo 1 com Warm Start

| Instância | Z | GAP (%) |
|---------------|-----|---------|
| 10 x 50 - 1 | 216 | 64,81 |
| 10 x 50 - 2 | 207 | 63,29 |
| 10 x 50 - 3 | 202 | 62,38 |
| 10 x 50 - 4 | 214 | 64,49 |
| 10 x 50 - 5 | 213 | 64,32 |
| 10 x 50 - 6 | 212 | 64,15 |
| 10 x 50 - 7 | 209 | 63,64 |
| 10 x 50 - 8 | 211 | 63,98 |
| 10 x 50 - 9 | 210 | 63,81 |
| 10 x 50 - 10 | 214 | 61,21 |
| 10 x 100 - 1 | 453 | 83,44 |
| 10 x 100 - 2 | 425 | 82,35 |
| 10 x 100 - 3 | 439 | 79,04 |
| 10 x 100 - 4 | 437 | 82,61 |
| 10 x 100 - 5 | 430 | 82,33 |
| 10 x 100 - 6 | 449 | 83,30 |
| 10 x 100 - 7 | 431 | 82,60 |
| 10 x 100 - 9 | 441 | 82,99 |
| 10 x 100 - 10 | 469 | 84,01 |

Continuação da Tabela 30

| Instância | Z | GAP (%) |
|---------------|--------------|---------|
| 10 x 150 - 2 | 656 | 98,32 |
| 10 x 150 - 3 | 714 | 98,88 |
| 10 x 150 - 4 | 688 | 97,09 |
| 10 x 150 - 6 | 708 | 94,07 |
| 10 x 150 - 7 | 663 | 98,79 |
| 10 x 150 - 9 | 699 | 98,86 |
| 10 x 150 - 10 | 744 | 98,92 |
| 10 x 200 - 1 | 948* | - |
| 10 x 200 - 4 | 941* | - |
| 10 x 200 - 6 | 947* | - |
| 10 x 250 - 1 | 1204* | - |
| 10 x 250 - 3 | 1233* | - |
| 10 x 250 - 4 | 1185* | - |
| 10 x 250 - 9 | 1239* | - |
| 10 x 250 - 10 | 1304* | - |
| 10 x 300 - 1 | 1447* | - |
| 10 x 300 - 2 | 1398* | - |
| 10 x 300 - 6 | 1477* | - |
| 12 x 200 - 2 | 811* | - |
| 12 x 200 - 3 | 839* | - |
| 12 x 200 - 4 | 799* | - |
| 12 x 200 - 6 | 812* | - |
| 12 x 200 - 9 | 835* | - |
| 12 x 200 - 10 | 867* | - |
| 2 x 200 - 7 | 4140 | 98,14 |
| 4 x 200 - 3 | 2416 | 99,21 |
| 4 x 200 - 7 | 2093 | 96,32 |
| 4 x 200 - 10 | 2425 | 96,91 |
| 5 x 100 - 2 | 815 | 90,67 |
| 5 x 100 - 4 | 853 | 91,09 |
| 5 x 100 - 5 | 831 | 90,85 |
| 5 x 100 - 6 | 892 | 91,26 |

Continuação da Tabela 30

| Instância | Z | GAP (%) |
|--------------|--------------|---------|
| 5 x 100 - 9 | 832 | 90,75 |
| 5 x 100 - 10 | 862 | 91,18 |
| 5 x 200 - 1 | 1886 | 99,15 |
| 5 x 200 - 3 | 1948 | 96,15 |
| 5 x 200 - 4 | 1862 | 99,14 |
| 5 x 200 - 5 | 1869 | 99,14 |
| 5 x 200 - 10 | 1969 | 99,19 |
| 6 x 200 - 2 | 1532 | 99,15 |
| 6 x 200 - 4 | 1595 | 95,30 |
| 6 x 200 - 5 | 1577 | 99,18 |
| 6 x 200 - 7 | 1457 | 94,72 |
| 6 x 200 - 8 | 1750 | 99,14 |
| 6 x 200 - 10 | 1679 | 95,53 |
| 8 x 200 - 1 | 1165* | - |
| 8 x 200 - 3 | 1216* | - |

*Instâncias nas quais o solver não conseguiu inicializar a busca por falta de memória.