Capítulo 4

CRITÉRIOS PARA ESCOLHA DAS OBSERVAÇÕES INDEPENDENTES

Para determinar as coordenadas das antenas dos receptores, deve-se inicialmente, organizar as diferenças de fases selecionadas e corrigidas dos erros sistemáticos em alguma estrutura de dados. O modelo estocástico deve ser estabelecido e os elementos da matriz design[1], calculados. A matriz dos pesos mostra as correlações entre as observações e a matriz design, o efeito da geometria na precisão dos resultados.

Se os posicionamentos são realizados com dois receptores rastreando ao mesmo tempo, o processo é chamado de ‘determinação de bases simples’ ou ‘solução base por base’ e se são usados três ou mais receptores, ‘solução multiestações’.

No processamento das simples ou duplas diferenças de fases observadas é necessário escolher entre as possíveis de serem formadas, aquelas que são independentes. Neste caso, o processo de escolha das observações, de formação da matriz dos pesos e da matriz das derivadas parciais é diferente daquele empregado quando apenas dois receptores são usados.

O processamento de dados coletados simultaneamente por dois receptores será tratado aqui com a finalidade de facilitar o desenvolvimento e a compreensão do processamento de multiestações.

Este capítulo trata, então, da organização das observações, da formação da matriz dos pesos, da equação linear, da matriz design e dos critérios para a escolha das observações independentes empregadas no processamento de bases simples ou de várias estações.

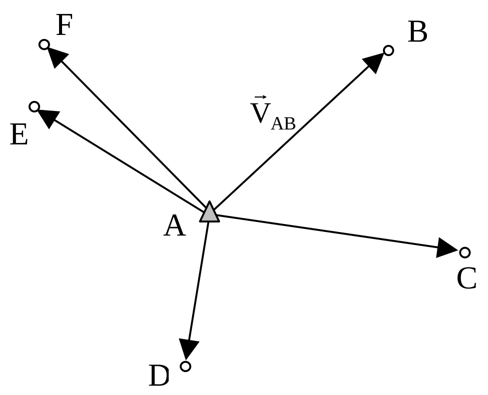
As bases ou vetores resultantes dos processamentos serão, posteriormente, capítulo 5, considerados como observações no ajustamento de uma rede de estações.

4.1- Posicionamento relativo estático

---

[1] A matriz das derivadas parciais das equações de observação em relação aos parâmetros, por conter informações sobre a conformação geométrica, será neste trabalho denominada ‘matriz design’.

A técnica de posicionamento por satélites GPS, onde dois ou mais receptores instalados em diferentes estações, rastreiam simultaneamente vários satélites, por um período relativamente longo - acima de 20 minutos, segundo Monico (2000) - é denominada 'posicionamento relativo estático'. Neste caso, durante o processamento das observações – geralmente, duplas diferenças de fases - assume-se que as coordenadas de uma das estações são conhecidas, e o objetivo do processamento passa a ser a determinação das coordenadas das outras estações ou a determinação das diferenças de coordenadas (ΔX, ΔY e ΔZ) entre elas, ou seja, das componentes dos vetores entre as estações. A Figura 4.1 esquematiza posicionamentos relativos com seis receptores e mostra a equação que define o vetor entre duas estações.



$$\vec{V}_{AB} = \begin{bmatrix} \Delta X_{AB} \\ \Delta Y_{AB} \\ \Delta Z_{AB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_B - X_A \\ Y_B - Y_A \\ Z_B - Z_A \end{bmatrix}$$

Figura 4.1- Posicionamentos relativos, com seis receptores, e definição do vetor entre duas estações

4.2- Organização das observações e formação da matriz dos pesos, para processamento de bases simples

Se um conjunto de fases das portadoras emitidas por S satélites e observadas por dois receptores, em uma determinada época t, com antenas posicionadas em duas estações, A e B, é organizado em uma estrutura de dados matricial da seguinte forma:

$$\vec{\phi}(t)_{AB} = [\ \phi_A^1, \phi_A^2, \phi_A^3, \cdots, \phi_A^s, \phi_B^1, \phi_B^2, \phi_B^3, \cdots, \phi_B^s\ ]^T, \qquad (4.1)$$

e se se admite que as fases observadas são não correlacionadas e de mesma variância σ_ϕ^2, a matriz das variâncias e covariâncias (MVC) da matriz $\vec{\phi}(t)_{AB}$, é dada por:

$$\sum_{\vec{\phi}(t)_{AB}} = \sigma_\phi^2 \cdot {}_{2s}I_{2s} \,. \tag{4.2}$$

As simples diferenças de fases, $\Delta\phi_{AB}^j$, originadas dessas observações podem ser calculadas pela equação (3.7) e organizadas, para uma época t, numa matriz $S \times 1$, da seguinte forma:

$$\Delta\vec{\phi}(t)_{AB} = [\Delta\phi_{AB}^1, \Delta\phi_{AB}^2, \Delta\phi_{AB}^3, \cdots, \Delta\phi_{AB}^s]^T \,. \tag{4.3}$$

Assim, a matriz das simples diferenças pode ser obtida do seguinte produto matricial:

$$\Delta\vec{\phi}(t)_{AB} = [-{}_sI_s \quad {}_sI_s] \cdot \vec{\phi}(t)_{AB} \tag{4.4}$$

e, conseqüentemente, a MVC de $\Delta\vec{\phi}(t)_{AB}$, é dada por:

$$\sum_{\Delta\vec{\phi}(t)_{AB}} = 2 \cdot \sigma_\phi^2 \cdot {}_sI_s \,, \tag{4.5}$$

mostrando que não há correlação entre simples diferenças de fases para vetores determinados com apenas dois receptores.

As duplas diferenças, $\Delta^2\phi_{AB}^{jk}$, originadas das fases armazenadas na matriz $\vec{\phi}(t)_{AB}$, $2 \cdot S \times 1$, podem ser calculadas empregando as equações (3.9) e (3.7). O número total de duplas diferenças possíveis, para a época t, é dado por $\frac{S \cdot (S-1)}{2}$. No entanto, somente $(S-1)$ são linearmente independentes. Por exemplo, a dupla diferença entre as fases observadas em uma mesma época, pelos receptores posicionados em A e B, de sinais emitidos pelos satélites 2 e 3, dada por:

$$\Delta^2\phi_{AB}^{23} = \Delta\phi_{AB}^3 - \Delta\phi_{AB}^2 = (\phi_B^3 - \phi_A^3) - (\phi_B^2 - \phi_A^2) \;, \tag{4.6}$$

pode ser obtida de:

$$\Delta^2\phi_{AB}^{23} = \Delta^2\phi_{AB}^{13} - \Delta^2\phi_{AB}^{12} \tag{4.7}$$

uma vez que:

$$\Delta^2\phi_{AB}^{13} = \Delta\phi_{AB}^{3} - \Delta\phi_{AB}^{1} = (\phi_B^3 - \phi_A^3) - (\phi_B^1 - \phi_A^1) \qquad \text{e} \tag{4.8}$$

$$\Delta^2\phi_{AB}^{12} = \Delta\phi_{AB}^{2} - \Delta\phi_{AB}^{1} = (\phi_B^2 - \phi_A^2) - (\phi_B^1 - \phi_A^1)\,. \tag{4.9}$$

Portanto $\Delta^2\phi_{AB}^{23}$, $\Delta^2\phi_{AB}^{13}$ e $\Delta^2\phi_{AB}^{12}$ são matematicamente dependentes. Conseqüentemente, para não tornar artificial e inverídica a precisão estimada, é necessário escolher entre as duplas diferenças possíveis, aquelas que podem ser usadas conjuntamente na determinação do vetor entre as estações A e B ($\vec{V}_{AB}$). Há duas formas de se fazer esta escolha:

a) Tomando um satélite como referência[2], o que leva à seguinte matriz de observações:

$$\Delta^2\vec{\phi}(t)_{AB} = [\ \Delta^2\phi_{AB}^{jk}, \Delta^2\phi_{AB}^{jl}, \Delta^2\,\phi_{AB}^{jm}, \cdots, \Delta^2\phi_{AB}^{js}\ ]^T\,, \tag{4.10}$$

ou

b) Utilizando satélites de forma seqüencial, e portanto as observações serão:

$$\Delta^2\vec{\phi}(t)_{AB} = [\ \Delta^2\phi_{AB}^{jk}, \Delta^2\phi_{AB}^{kl}, \Delta^2\phi_{AB}^{lm},\ \cdots,\ \Delta^2\phi_{AB}^{rs}\ ]^T \tag{4.11}$$

onde

$j, k, l, \cdots, s$ identificam os satélites usados e

$\Delta^2\vec{\phi}(t)_{AB}$ é a matriz, $(S-1)\times 1$, das duplas diferenças de fases independentes, para a época t.

[2] No processamento com o programa OMNI é possível escolher mais de um satélite para ser referência na sessão que está sendo processada. Mader (1994) et al. recomendam que sejam escolhidos os satélites de maior elevação, no intervalo de tempo em que estão mais elevados.

Quando um satélite é tomado como referência, a matriz das duplas diferenças de fases para a época t, pode ser obtida do seguinte produto matricial:

$$\Delta^2\vec{\phi}(t)_{AB} = C \cdot \Delta\vec{\phi}(t)_{AB} \tag{4.12}$$

onde C é uma matriz $(S-1)\times S$ e tem a seguinte forma:

$$_{S-1}C_S = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ & \vdots & & & \vdots & \\ -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

Aplicando a lei de propagação de covariâncias na equação (4.12), obtém-se:

$$\sum\nolimits_{\Delta^2\vec{\phi}(t)_{AB}} = C \cdot \sum\nolimits_{\Delta\vec{\phi}(t)_{AB}} \cdot C^T = C \cdot 2\sigma^2_{\phi}\cdot_S I_s \cdot C^T \quad . \tag{4.14}$$

Assim, a MVC das duplas diferenças formadas tomando um satélite como referência, para uma época t, terá a seguinte forma:

$$\sum\nolimits_{\Delta^2\vec{\phi}(t)_{AB}} = \sigma^2_{\phi} \cdot 2 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & 2 & \cdots & 1 \\ & \vdots & & \vdots & \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 2 \end{bmatrix}_{(S-1 \times S-1)} , \tag{4.15}$$

a qual mostra as correlações entre as duplas diferenças de fases.

A matriz dos pesos, para a mesma época t, será:

$$P(t) = \frac{1}{2\cdot\sigma^2_{\phi}} \cdot \frac{1}{S} \cdot \begin{bmatrix} S-1 & -1 & \cdots & -1 \\ -1 & S-1 & \cdots & -1 \\ \vdots & & \vdots & \\ -1 & -1 & \cdots & S-1 \end{bmatrix}_{(S-1 \times S-1)} \tag{4.16}$$

Para várias épocas, $t1,\ t2,\ t3,\ \cdots$, considerando as duplas diferenças entre épocas não correlacionadas, a matriz dos pesos será dada por:

$$P = \begin{bmatrix} P(t1) & 0 & 0 & \\ 0 & P(t2) & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & P(t3) & \\ & \vdots & & \ddots \end{bmatrix} \tag{4.17}$$

ou seja, a matriz dos pesos para uma sessão de observação será uma matriz bloco-diagonal, onde cada bloco é formado pela matriz dos pesos para uma determinada época. As sub-matrizes P(t1), P(t2), P(t3), etc, não têm necessariamente as mesmas dimensões, uma vez que pode haver um número diferente de duplas diferenças para diferentes épocas.

4.3- Equação linear para a dupla diferença de fases e matriz design, para o processamento de bases simples

Considerando as duplas diferenças observadas de vários satélites em várias épocas, as coordenadas das estações, os termos relacionados com as ambigüidades e fatores de escalas para as correções troposféricas podem ser determinados empregando o método dos mínimos quadrados e o modelo das equações de observação. Para tanto, se o vetor dos parâmetros a serem ajustados, X^a, é

$$X^a = [\, X_A, Y_A, Z_A, X_B, Y_B, Z_B, \alpha_A, \alpha_B, \Delta N_{AB}^{jk} \,]^T \tag{4.18}$$

onde,

α_A e α_B são fatores de escala empregados para assumir possíveis imperfeições nos cálculos das correções troposféricas,

e a equação de observação para as duplas diferenças de fases, equação (3.14), não é linear em relação às coordenadas das estações, faz-se necessário torná-la linear. Assim procedendo, tem-se:

$$\Delta^2\Phi_{AB}^{jk}(t)\Big|_{obs} + V = \Delta^2\Phi_{AB}^{jk}(t)\Big|_0 + \left.\frac{\partial[\Delta^2\Phi_{AB}^{jk}(t)]}{\partial X_a}\right|_0 \cdot (X_a - X_0) \tag{4.19}$$

onde

$\Delta^2\Phi_{AB}^{jk}(t)\big|_{obs}$ é o vetor das duplas diferenças observadas na época t,

V é vetor dos resíduos das duplas diferenças de fases observadas na época t,

$\Delta^2\Phi_{AB}^{jk}(t)\big|_0$ é o vetor das duplas diferenças calculadas para a época t, substituindo os parâmetros aproximados na equação (3.14),

$\left.\dfrac{\partial[\Delta^2\Phi_{AB}^{jk}(t)]}{\partial X_a}\right|_0$ é a matriz das derivadas parciais da equação (3.14) em relação aos parâmetros estabelecidos, em X_0 e

X_0 é o vetor dos parâmetros aproximados.

O vetor das duplas diferenças calculadas para uma época t, em função dos parâmetros aproximados, será:

$$\Delta^2\Phi_{AB}^{jk}(t)\big|_0 = \left[\rho_{B0}^{k} - \rho_{A0}^{k} - \rho_{B0}^{j} + \rho_{A0}^{j}\right] + \rho at_{B0} - \rho at_{A0} \qquad (4.20)$$

e a matriz das derivadas parciais - matriz **A** ou matriz design - da equação (3.14) em relação aos parâmetros estabelecidos, para S satélites observados na época t, é dada por:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{X_A}^{jk}(t) & a_{Y_A}^{jk}(t) & a_{Z_A}^{jk}(t) & a_{X_B}^{jk}(t) & a_{Y_B}^{jk}(t) & a_{Z_B}^{jk}(t) & -d_A & d_B & \lambda s & 0 & \cdots & 0 \\ a_{X_A}^{jl}(t) & a_{Y_A}^{jl}(t) & a_{Z_A}^{jl}(t) & a_{X_B}^{jl}(t) & a_{Y_B}^{jl}(t) & a_{Z_B}^{jl}(t) & -d_A & d_B & 0 & \lambda s & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & \vdots & & & \vdots & & & \cdots & \vdots \\ a_{X_A}^{js}(t) & a_{Y_A}^{js}(t) & a_{Z_A}^{js}(t) & a_{X_B}^{js}(t) & a_{Y_B}^{js}(t) & a_{Z_B}^{js}(t) & -d_A & d_B & 0 & 0 & \cdots & \lambda s \end{bmatrix} \qquad (4.21)$$

onde

- para a estação A:

$$a_{X_A}^{jk}(t) = \frac{XS^k(t) - X_{A_0}}{\rho_{A_0}^{k}(t)} - \frac{XS^j(t) - X_{A_0}}{\rho_{A_0}^{j}(t)} \;,$$

$$a_{Y_A}^{jk}(t) = \frac{YS^k(t) - Y_{A_0}}{\rho_{A_0}^k(t)} - \frac{YS^j(t) - Y_{A_0}}{\rho_{A_0}^j(t)}, \qquad (4.22)$$

$$a_{Z_A}^{jk}(t) = \frac{ZS^k(t) - Z_{A_0}}{\rho_{A_0}^k(t)} - \frac{ZS^j(t) - Z_{A_0}}{\rho_{A_0}^j(t)},$$

- para a estação B:

$$a_{X_B}^{jk}(t) = \frac{XS^j(t) - X_{B_0}}{\rho_{B_0}^j(t)} - \frac{XS^k(t) - X_{B_0}}{\rho_{B_0}^k(t)},$$

$$a_{Y_B}^{jk}(t) = \frac{YS^j(t) - Y_{B_0}}{\rho_{B_0}^j(t)} - \frac{YS^k(t) - Y_{B_0}}{\rho_{B_0}^k(t)}, \qquad (4.23)$$

$$a_{Z_B}^{jk}(t) = \frac{ZS^j(t) - Z_{B_0}}{\rho_{B_0}^j(t)} - \frac{ZS^k(t) - Z_{B_0}}{\rho_{B_0}^k(t)} \quad e$$

- d_A e d_B são as correções troposféricas para as estações A e B em unidade linear.

Dessa forma, **A** será, para cada época, uma matriz $(S-1)\times(S+7)$. Nela verifica-se, através das equações (4.22) e (4.23), que a precisão com que os parâmetros são determinados depende da configuração geométrica satélites-receptores.

As correções aos parâmetros aproximados são determinadas, no modelo das equações de observação, por:

$$\delta X = (A^T \cdot P \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot P \cdot L \qquad (4.24)$$

onde

$$L = \Delta^2\Phi_{AB}^{jk}(t)\Big|_{obs} - \Delta^2\Phi_{AB}^{jk}(t)\Big|_{o} \quad e \qquad (4.25)$$

δX é o vetor das correções aos parâmetros, ou seja

$$\delta X = \left[\delta X_A,\ \delta Y_A,\ \delta Z_A,\ \delta X_B,\ \delta Y_B,\ \delta Z_B,\ \alpha_A,\ \alpha_B,\ \Delta N_{AB}^{jk}\right]. \qquad (4.26)$$

O programa *OMNI* considera as coordenadas de uma das estações – estação de referência – fixas. Mader et al. (1994) recomendam que para distâncias menores que 100 km o fator de escala para a correção troposférica seja fixado na estação de referência. Na prática, a forma de fixar um parâmetro é eliminar a coluna da matriz design correspondente a este parâmetro.

Através da inversa da matriz normal, $(A^T PA)^{-1}$, pode-se verificar a correlação entre todos os parâmetros. Como resultado do ajustamento ter-se-á os valores dos parâmetros, as suas variâncias e os coeficientes de correlação entre eles.

Quando somente dois receptores são usados, uma rede de pontos pode ser observada empregando o método radial, onde o receptor da estação de referência é mantido fixo e outro é deslocado para as demais estações. Situações como a mostrada na Figura 4.1, onde as estações E e F estão muito próximas uma da outra, em comparação com a distância delas à estação de referência, recomenda-se ocupar as duas estações simultaneamente, a fim de manter a precisão relativa do posicionamento.

O intervalo de tempo em que são realizadas as observações GPS, é denominado ‘sessão’. A fim de possibilitar a detecção e a correção de erros sistemáticos ou grosseiros da rede e diminuir a possibilidade de retorno ao campo, os vetores devem ser observados em mais de uma sessão. Para que as sessões sejam independentes e para que se possa detectar qualquer erro na medida da altura da antena, recomenda-se que no final de cada sessão as antenas sejam desinstaladas. Melhor seria trocar o conjunto receptor/antena.

Bases observadas e processadas separadamente são independentes, ou seja, não há correlação entre seus parâmetros. No entanto, se elas são observadas conjuntamente, de acordo com HOFMANN-WELLENHOF, B. et al. (1997), é incorreto do ponto de vista teórico, processá-las separadamente.

4.4- Processamento de vários vetores com fases da portadora

No processamento de fases da portadora observadas simultaneamente por mais de dois receptores, é possível aproveitar a condição de fechamento dos polígonos e, assim, obter um conjunto de coordenadas consistentes, Wei, (1986).

Considerando que R, $R \geq 3$, receptores observam simultaneamente S satélites GPS, em uma determinada época t, as fases observadas podem ser organizadas da seguinte forma:

$$\vec{\phi}(t)_r = [\ \phi_A^1, \phi_A^2, \phi_A^3, \cdots, \phi_A^s, \phi_B^1, \phi_B^2, \phi_B^3, \cdots, \phi_B^s, \cdots, \phi_R^1, \phi_R^2, \phi_R^3, \cdots, \phi_R^S\ ]^T, \tag{4.27}$$

onde

$\vec{\phi}(t)_r$ é uma matriz com $R \cdot S \times 1$ valores.

Das simples diferenças possíveis de serem formadas para a época t, apenas $(R-1)\cdot S$, são linearmente independentes. Conforme Leick, (1995), há várias formas de escolher as diferenças de fases independentes, quando mais de dois receptores observam simultaneamente. Duas delas são:

a) Escolher uma estação como referência (“base station”).

   Rizos (1999) sugere que a escolha da estação de referência seja feita de acordo com a qualidade dos dados e com sua posição em relação às demais, buscando a formação de vetores que forneçam um somatório mínimo para as distâncias.

b) Escolher as estações de forma que as bases estejam em ordem crescente de comprimento.

O método empregado na escolha das diferenças de fases é uma característica do software de processamento[3],

A Figura 4.2 mostra o emprego das formas mencionadas acima, na escolha das diferenças de fases para um polígono observado com cinco receptores. No primeiro croqui, item (a) da figura, a estação A é escolhida como referência e no segundo, item (b), as diferenças são formadas entre as estações que determinam as menores distâncias. Conforme Leick (1995), este é um dos raros momentos onde a geometria da rede verdadeiramente importa.

---

[3] O programa OMNI escolhe as duplas diferenças para uma sessão a partir do estabelecimento pelo usuário, de uma, e somente uma, estação de referência.

Embora fale em geometria, esse mesmo autor afirma que o aspecto importante a ser considerado na escolha das observações é a maior, ou menor, facilidade de modelar precisamente os erros nelas contidos.

Em princípio, se os erros sistemáticos e grosseiros são eliminados, ou bem modelados, e o modelo estocástico empregado representa efetivamente a precisão das observações, o resultado do processamento é independente das diferenças de fases escolhidas, uma vez que as fases observadas, contidas na matriz $\vec{\phi}(t)_r$ e utilizadas no processamento, serão as mesmas.

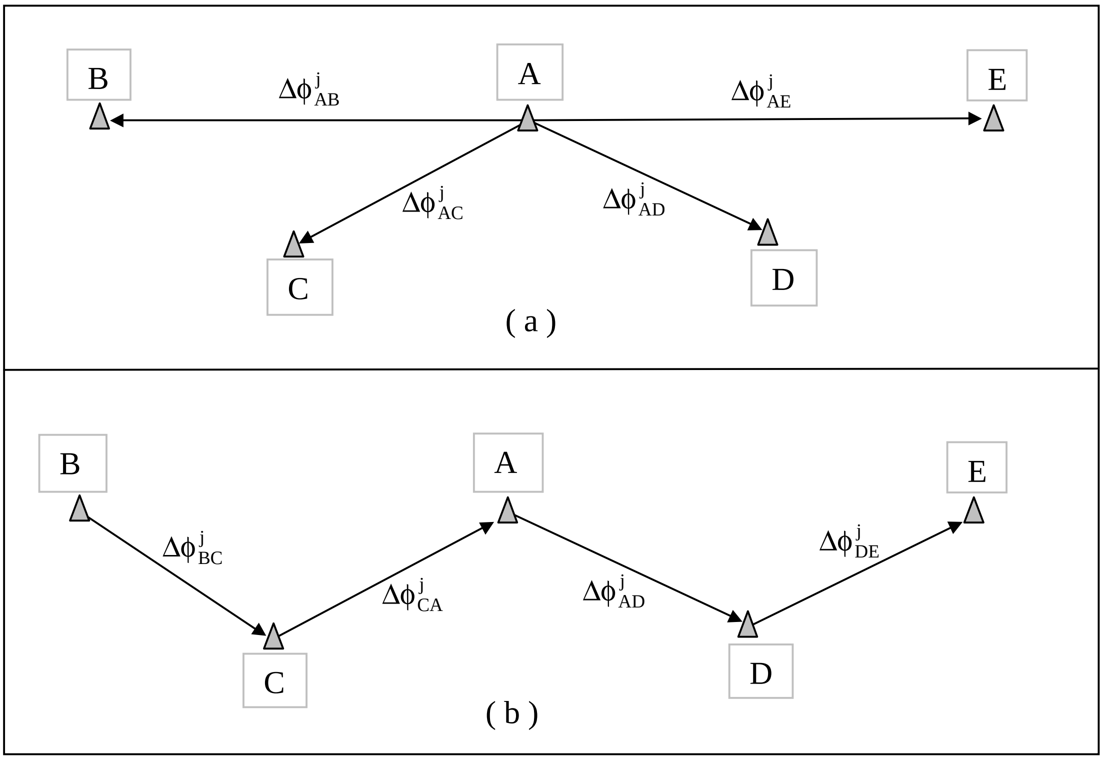


Figura 4.2- Formação das diferenças de fases, observadas por cinco receptores simultaneamente, escolhendo uma estação como referência (a), e alternando entre estações que estão mais próximas umas das outras (b).

Considerando R estações, $R \geq 3$, e tomando a estação A como referência, a matriz $(R-1) \cdot S \times 1$, das simples diferenças independentes será constituída por:

$$\Delta\vec{\phi}(t) = [\Delta\phi^1_{AB}, \Delta\phi^2_{AB}, \Delta\phi^3_{AB}, \cdots, \Delta\phi^s_{AB}, \Delta\phi^1_{AC}, \Delta\phi^2_{AC}, \Delta\phi^3_{AC}, \cdots, \Delta\phi^s_{AC}, \cdots, \Delta\phi^1_{AR}, \Delta\phi^2_{AR}, \Delta\phi^3_{AR}, \cdots, \Delta\phi^s_{AR}]^T , \qquad (4.28)$$

Assim, as simples diferenças podem ser obtidas do seguinte produto matricial:

$$\Delta\vec{\phi}(t) \; = \; C \cdot \vec{\phi}(t)_r \tag{4.29}$$

onde C é uma matriz $(R-1) \cdot S \times R \cdot S$ e tem a seguinte forma:

$$C \;\; = \begin{bmatrix} -_s I_s & _s I_s & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ -_s I_s & 0 & _s I_s & 0 & \cdots & 0 \\ & \vdots & & & \vdots & \\ -_s I_s & 0 & 0 & \cdots & 0 & _s I_s \end{bmatrix} \quad . \tag{4.30}$$

Aplicando a lei de propagação das covariâncias na equação (4.29), verifica-se que a MVC de $\Delta\vec{\phi}(t)$, tem o seguinte formato:

$$\sum\nolimits_{\Delta\vec{\phi}(t)} \; = \; \sigma_\phi^2 \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & & 1 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 2 \end{bmatrix}_{(R-1)\cdot S \times (R-1)\cdot S} \tag{4.31}$$

mostrando a correlação entre as simples diferenças de fases de dois vetores com uma estação em comum.

Das duplas diferenças possíveis, para a época t, somente $(R-1) \cdot (S-1)$ são linearmente independentes. Os critérios para a escolha das duplas diferenças são aqueles usados para as simples diferenças, acrescidos dos critérios para a escolha dos satélites.

Escolhendo a estação A e o satélite j como referências, a matriz das duplas diferenças de fases independentes, para a época t, $\Delta^2\vec{\phi}(t)$, com dimensões $(R-1) \cdot (S-1) \times 1$ será:

$$\Delta^2\vec{\phi}(t) \; = \; [\; \Delta^2\phi_{AB}^{jk}, \Delta^2\phi_{AB}^{jl}, \Delta^2\,\phi_{AB}^{jm}, \cdots, \Delta^2\phi_{AC}^{js}\, \Delta^2\phi_{AC}^{jk}, \Delta^2\phi_{AC}^{jl}, \Delta^2\,\phi_{AC}^{jm}, \cdots, \Delta^2\phi_{AC}^{js}\,,$$

$$\cdots \Delta^2\phi_{AR}^{jk}, \Delta^2\phi_{AR}^{jl}, \Delta^2\,\phi_{AR}^{jm}, \cdots, \Delta^2\phi_{AR}^{js} \,\Big]^T \tag{4.32}$$

Se as simples diferenças para observações simultâneas com mais de dois receptores são correlacionadas, é de se esperar que as duplas diferenças também o sejam. Em HOFMANN-WELLENHOF, B. et al. (1997), pode-se verificar que a matriz dos pesos para duplas diferenças originadas das fases observadas de quatro satélites, simultaneamente por três receptores, em uma época t, adotando o critério satélite base e estação base, é igual a:

$$P(t) = \frac{1}{12} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -2 & -2 & -3 & 1 & 1 \\ -2 & 6 & -2 & 1 & -3 & 1 \\ -2 & -2 & 6 & 1 & 1 & -3 \\ -3 & 1 & 1 & 6 & -2 & -2 \\ 1 & -3 & 1 & -2 & 6 & -2 \\ 1 & 1 & -3 & -2 & -2 & 6 \end{bmatrix} \qquad (4.33)$$

Leick (1995) mostra como é constituída a matriz design para o processamento de várias estações simultaneamente. Nela verifica-se que a precisão do posicionamento depende da geometria satélites-receptores.

No processamento das fases ou diferenças de fases observadas por três ou mais receptores em uma mesma sessão, é avaliada a qualidade das observações, são eliminadas as observações com possíveis erros grosseiros, é estimado um valor único para cada coordenada de forma a não haver erro de fechamento no polígono – definido pelas posições das antenas dos receptores – e é avaliada a precisão de cada coordenada resultante. A precisão das coordenadas resultantes é dada pelos seus desvios padrão e coeficientes de correlação, determinados no processamento.

O programa OMNI apresenta como resultados, além das coordenadas das estações, seus desvios padrão e os coeficientes de correlação entre elas, as componentes de todos os possíveis vetores do polígono. Vale ressaltar que os desvios padrão para as coordenadas da estação de referência são nulos e que os vetores determinados em uma mesma sessão são estatisticamente correlacionados.

Quando a quantidade de receptores disponíveis não é suficiente para ocupar todos os pontos de uma rede, esta é dividida em partes – polígonos – que serão observados em épocas diferentes. Entre os polígonos que formam uma rede deve haver no mínimo uma estação em comum. De acordo com Seeber (1993), quanto maior o número de estações em comum, maior será a confiabilidade da rede. Seeber (1993) recomenda ainda que nas estações em comum haja troca de receptor, o que possibilitará uma melhor detecção de erros sistemáticos ou grosseiros nas estações que conectam os polígonos da rede.

A Figura (7.2) mostra os polígonos da Rede Minas levantados simultaneamente e as estações em comum entre eles. Nela verifica-se que há no mínimo dois pontos comuns entre polígonos adjacentes.