

HUGO PIETRANTONIO

Eng.Civil, Escola Politécnica da USP, 1983  
Economia, Faculdade de Economia e Administração da USP, 1985  
Mestre em Engenharia, Escola Politécnica da USP, 1989

MODELOS NORMATIVOS EM TRANSPORTES URBANOS:  
APLICAÇÃO AO PROJETO DE REDES DE TRANSPORTE  
PÚBLICO COLETIVO REGULAR URBANO DE  
PASSAGEIROS - TPCR/UP

Tese apresentada à Escola  
Politécnica da Universidade de  
São Paulo para obtenção do  
título de Doutor em Engenharia.

Orientador: Prof.Dr.  
Nicolau Dionísio Fares Gualda

Departamento de Engenharia de  
Transportes - Sub-área de  
Planejamento e Operação de  
Sistemas de Transportes

São Paulo, março de 1997

Aos meus filhos  
(como pedido de desculpas) !

Aos que acreditam no trabalho  
de investigação teórica !

## AGRADECIMENTOS

Esta tese de doutoramento foi uma grande oportunidade que eu tive de aprender a aprender. Portanto, os principais agradecimentos eu deveria às diversas pessoas que contribuíram para que eu experimentasse esta oportunidade.

Não vou tentar listar estas pessoas por dois motivos básicos.

Primeiro, porque teria de incluir um número fantástico de personalidades que encontrei ao longo da minha vida (começando por minha família e passando pelos professores e amigos que pude encontrar).

Segundo, porque a forma verbal é dúbia para expressar sentimentos. Já houve quem disse que o plágio é a única forma sincera de elogio (se não for tanto, pelo menos é o reconhecimento do valor relativo das palavras) e, coletando o espírito desta ponderação, eu diria que a retribuição é a única forma sincera de agradecimento.

É esta a forma de gratidão que eu desejo e espero poder exercitar no futuro, não apenas aos que me ajudaram mas também aos que necessitarem do apoio que eu necessitei.

Não posso deixar de mencionar, no entanto, a ajuda direta que eu tive na preparação deste trabalho, em especial no Departamento de Engenharia de Transportes da Escola Politécnica da USP e na URBES-Empresa de Desenvolvimento Urbano e Social de Sorocaba (que colaborou com a maior boa vontade para que eu tivesse os dados necessários ao trabalho de aplicação).

Que a menção do agradecimento a esta ajuda direta sirva de sinal de que também reconheço meu débito de gratidão para com os demais.

## SUMÁRIO

Lista de Figuras, Quadros e Tabelas

Resumo, Abstract

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Contexto dos Modelos Normativos em Sistemas Complexos	3
1.2. Avaliação e Formulação de Projetos Complexos	7
1.3. Características Peculiares do Transporte Urbano	13
1.4. Uso de Modelos e Estilos de Decisão	18
1.5. Uso de Modelos Estilizados e Modelos Práticos	24
1.6. Objetivos e Conteúdo do Trabalho	27
2. ANÁLISE DE ENFOQUES NORMATIVOS PROPOSTOS EM TRANSPORTES URBANOS	30
2.1. Enfoques Gerais Propostos	34
2.1.1. Enfoques Relacionados com Planejamento Urbano	36
2.1.2. Enfoques Relacionados com Planejamento de Mercado	53
2.2. Enfoque Propostos para o Projeto de Redes de Transporte Público Coletivo Regular, Urbano de Passageiros	73

2.2.1. Enfoques com Modelos Estilizados	76
2.2.2. Enfoques com Modelos Práticos	104
2.3. Avaliação dos Enfoques Normativos Propostos em Transportes Urbanos	142
3. MODELOS ESTILIZADOS E MODELOS PRÁTICOS: CASO DO PROJETO DA LOCALIZAÇÃO DE PONTOS DE PARADA	152
3.1. Formulação de um Modelo Estilizado Básico	156
3.2. Uma Análise Tradicional com a Ótica do Custo Social	171
3.3. Considerações sobre Aplicabilidade dos Resultados	185
3.4. Formulação de um Modelo Prático para Localização de Paradas	194
3.5. Aplicação à Definição da Localização de Pontos de Parada em um Contexto Real: Av.São Paulo, Sorocaba/SP	209
4. DEMANDA COMPETITIVA EM MODELOS ESTILIZADOS: ESTABELECIMENTO DE CRITÉRIOS PARA PROGRAMAÇÃO DA OFERTA DO TPCR/UP	220
4.1. A Determinação de Critérios Técnicos para Programação da Oferta	225
4.2. Frequência Ótima de Serviço com Demanda Cativa	233
4.3. Frequência Ótima de Serviço com Demanda Competitiva	257

4.4. Considerações sobre Aplicabilidade dos Resultados  
..... 274

5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES  
..... 280

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

## LISTA DE FIGURAS, QUADROS e TABELAS

- Figura 2.1. Medida de Benefício para os Usuários em KOCUR/HENDRICKSON/82 (pg.80)
- Figura 2.2. Representação da Formulação Detalhada em TSAO/SCHONFELD/84 (pg.93)
- Figura 2.3. Estratégias Operacionais para Corredores Analisadas em FURTH/86b
- Quadro 2.1. Estrutura de Decisões no Planejamento da Mão de Obra Operacional em HICKMAN/KOUTSOPOULOS/WILSON/88 (pg.139)
- Figura 3.1. Esquema de Análise da Distância Ótima entre Pontos de Parada (pg.157)
- Tabela 3.1. Valores (em metros) do Espaçamento Ótimo em Áreas Residenciais - Baixa Demanda (pg.187)
- Tabela 3.2. Valores (em metros) do Espaçamento Ótimo em Áreas Residenciais - Média Demanda (pg.188)
- Tabela 3.3. Valores (em metros) do Espaçamento Ótimo em Áreas Centrais Restritas - Alta Demanda (pg.189)
- Tabela 3.4. Valores (em metros) do Espaçamento Ótimo em Áreas Centrais Expandidas - Alta Demanda (pg.189)
- Figura 3.2. Espaçamento Ótimo - Visão Geral (pg.192)
- Tabela 3.5. Valores (em metros) do Espaçamento Ótimo - Geral (pg.192)
- Figura 3.3. Representação Específica para Localização de Pontos de Parada (pg.195)
- Figura 3.4. Estratégia do Algoritmo de Localização de Pontos de Parada com Programação Dinâmica (pg.200)
- Figura 3.5. Avaliação do Custo Social em Estágios (pg.201)
- Figura 3.6. Corredor Av.São Paulo - Sorocaba/SP (pg.211)
- Figura 3.7. Localização Atual dos Pontos de Parada (pg.212)
- Tabela 3.6. Dados do Corredor - Sentido Ida (Centro-Bairro) (pg.213)
- Tabela 3.7. Dados do Corredor- Sentido Volta (Bairro-Centro) (pg.213)

Tabela 3.8. Dados para Aplicação do Modelo Estilizado  
(pg.2156)

Figura 3.8. Locais Candidatos a Pontos de Parada (pg.216)

Tabela 3.9. Caracterização dos Sub-Trechos (Ida) (pg.218)

Tabela 3.10. Caracterização dos Sub-Trechos (Volta) (pg.218)

Figura 4.1. Esquema de Análise da Oferta Ótima de Serviço  
com Demanda Cativa (pg.235)

Figura 4.2. Esquema de Análise da Oferta Ótima de Serviço  
com Demanda Cativa - Diferenciação por Sentido (pg.250)

Figura 4.3. Esquema de Análise da Oferta Ótima de Serviço  
com Demanda Competitiva (pg.265)

Tabela 4.1. Lotação de Projeto Recomendada para Linha de  
Baixa Demanda - qp: 200 pax/h, qf: 100 pax/h (pg.275)

Tabela 4.2. Lotação de Projeto Recomendada para Linha de  
Baixa/Média Demanda - qp: 400 pax/h, qf: 200 pax/h  
(pg.276)

Tabela 4.3. Lotação de Projeto Recomendada para Linha de  
Média/Alta Demanda - qp: 800 pax/h, qf: 400 pax/h  
(pg.276)

Tabela 4.4. Lotação de Projeto Recomendada para Linha de  
Alta Demanda - qp: 1600 pax/h, qf: 800 pax/h (pg.277)

Tabela 4.5. Comparação de Frequência nos trechos (pg.279)

## RESUMO

Este trabalho busca analisar a metodologia de utilização de modelos normativos em transportes urbanos, examinando de forma particular problemas de projeto relacionados com redes de transporte público coletivo regular urbano de passageiros (TPCR/UP).

Questões teóricas e práticas são estudadas com o objetivo de identificar os aspectos importantes para tornar aplicáveis as recomendações obtidas com os modelos normativos. Estas questões vão da seleção de formas de mensuração de custos e benefícios, ou da incorporação de novas hipóteses e relações na formulação dos métodos de análise, até a avaliação de resultados da utilização de modelos com diferentes níveis de detalhamento da representação das especificidades locais.

Os pontos fortes e fracos da metodologia existente são examinados, de forma a contribuir para o desenvolvimento de novos procedimentos de modelagem que permitam oferecer uma orientação adequada ao projeto em Engenharia de Transportes, em particular para o transporte urbano e para o TPCR/UP.

## ABSTRACT

This study makes a methodological analysis of the application of normative models in urban transport, focusing on design problems of urban passenger public transit networks (TPCR/UP).

Theoretical and practical questions are studied with the aim of identifying the most important features that can make recommendations obtained from normative models more useful and applicable. These questions range from the selection of criteria for measuring costs and benefits, or the adoption of new hypothesis and relationships in the method of analysis, to the applicability of results from models developed at different levels of detail for representing local features.

The strong and weak points of current methodologies are investigated, in an effort to contribute to the development of new modelling procedures that can offer better guidelines to design problems in Transportation Engineering, in particular to urban transport and TPCR/UP studies.

## NOTAÇÃO

Ao longo do trabalho, especialmente onde a clareza pareceu mais importante, procurou-se manter a seguinte convenção:

- somente parenteses () foram utilizados para separar expressões algébricas; colchetes [] foram utilizados apenas para delimitar a lista de argumentos de uma função; chaves {} foram utilizadas para delimitar conjuntos de elementos;

$$\text{exemplo: } f[x+y], (x+y); \{x_i\}, a.\{x_i\} = \{a.x_i\};$$

- vetores e matrizes foram representados indistintamente como conjuntos (entendidos como listas ordenadas e dispostas em coluna); índices foram utilizados apenas como sub-índices (não existem índices elevados que poderiam ser confundidos com expoentes); os índices podem ser omitidos e, neste caso, o conjunto pode ser representado em negrito;

$$\text{exemplo: } \{x_i\}^T \cdot \{x_i\} = |\mathbf{x}|^2$$

- índices simplesmente sustapostos indicam as dimensões, no caso de matrizes, o que pode ser indicado também separando os índices por ponto e vírgula; as operações matriciais seguem estritamente a convenção de índices; a partição de uma das dimensões do conjunto em sub-conjuntos é indicada separando os índices por vírgulas;

$$\text{exemplo: } \{x_{ij}\} = \{x_{i;j}\} \neq \{x_{i,j}\}, \{a_{i;j,k}\} \cdot \{x_{j,k}\}, \{a_{ij}\}^T \cdot \{x_i\}$$

- os argumentos de problemas matemáticos são explicitamente indicados entre chaves como índices de suas abreviaturas; a abreviação s.a. significa "sujeito a", delimitando o conjunto de restrições;

$$\text{exemplo: } h[y] = \left( \max_{\{x\}} f[x,y] \text{ s.a. } \{g_j[x,y] = b_j\} \right)$$

- derivadas parciais são representadas utilizando variáveis como sub-índices com o símbolo tradicional  $\partial$ , notação que é estendida utilizando o símbolo  $\nabla$  para derivadas e diferenciais totais (ao invés de gradiente, que é sempre representado como conjunto);

$$\text{exemplo: } \partial_{x_i} f[\{x_i\}], \nabla_i f = \{\partial_{x_i} f\}^T \cdot \{\nabla_i x_i\}, \nabla f = \{\partial_{x_i} f\}^T \cdot \{\nabla x_i\}$$

- outras convenções são adotadas quando necessárias.

## 1. INTRODUÇÃO

O problema de administração de sistemas de transportes urbanos é, sem dúvida, um dos mais complexos entre as atividades de responsabilidade dos poderes públicos nos dias atuais.

As raízes desta complexidade podem ser encontradas em diversos aspectos. Para citar alguns, pode-se lembrar a onipresença dos problemas encontrados no transporte urbano em nosso dia a dia ou o alto grau de interdependência entre os elementos dos sistemas de transportes urbanos ou mencionar aspectos como a diversidade de interesses afetados pelas políticas de transportes urbanos e a variedade de motivações, instrumentos de cada agente afetado em suas intervenções.

Entre os pontos citados, a complexidade das interrelações existentes no sistema de transportes urbanos e entre o sistema de transportes e o restante do sistema urbano, caracterizam os aspectos técnicos (em sentido amplo) essenciais que estão relacionados com a preocupação da Engenharia de Transportes.

Tradicionalmente, o desenvolvimento das técnicas da Engenharia de Transportes, especialmente nos níveis das decisões de maior alcance (estratégicas ou estruturais), teve como dificuldade básica a formulação de procedimentos que incorporassem os aspectos relevantes destas relações complexas e

fornecessem respostas adequadas às questões relacionadas com os principais problemas enfrentados.

O campo de Planejamento de Transportes é um contexto típico que reflete as considerações feitas acima. A questão decorrente é que o enfoque da Engenharia de Transportes parece insuficiente para formar um consenso técnico capaz de consolidar critérios de projeto adequados, sua tarefa mais importante. Em função disto, as ações de maior alcance no que se refere aos sistemas de transportes são mais suscetíveis a enfoques empíricos com/sem base técnica e a pressões de grupos de interesse econômico.

Tanto no nível superior quanto inferior da hierarquia de decisões, há uma lacuna importante de recomendações de projeto de sistemas de transportes, em particular urbano (incluindo o transporte público), que decorre pelo menos em parte das dificuldades mencionadas.

Neste contexto coloca-se o objetivo desta tese: caminhar na formulação de uma metodologia normativa para orientar a análise de ações de diversos níveis (estruturais ou estratégicos, táticos ou operacionais) em transportes, em particular em transportes urbanos<sup>1</sup>. Dentro deste escopo, o projeto de sistemas de transporte coletivo regular público de passageiros (TPCR/UP) será tomado como um campo particular para estudo detalhado.

### 1.1. Contexto dos Modelos Normativos em Sistemas Complexos

As técnicas aplicadas em Engenharia de Transportes, e particularmente em transporte urbano, têm seguido uma orientação de uso de modelos de previsão dos "efeitos" importantes de (algumas) intervenções sobre o sistema de interesse. Este tipo de abordagem caracteriza o que é normalmente chamado de enfoque descritivo (de efeitos) das técnicas de análise tradicionais em Planejamento de Transportes (ver HUTCHINSON/74, STOPHER/MEYBURG/75 ou ORTÚZAR/WILLUNSEM/90).

A concepção das estratégias de ação e identificação de ações promissoras (isto é, a definição das intervenções a serem avaliadas, que está entre as atividades fundamentais do projeto) em geral ficam inteiramente a cargo do "bom senso" dos técnicos e dos políticos encarregados de solucionar os problemas. Esta é uma característica mais frequente nos níveis superiores de decisão e, mesmo quando os níveis de decisão inferiores contam com procedimentos "ótimos" de projeto, são provavelmente as atividades mais importantes, por condicionar os resultados a seguir possíveis (especialmente em sistemas complexos).

Contrário à prática típica da Engenharia, que é fundamentalmente normativa, abordagens como as tradicionalmente aplicadas ao Planejamento de Transportes são comuns também em diversas outras áreas técnicas, e são em geral decorrentes tanto da limitação do estado de conhecimento científico acumulado quanto da complexidade dos objetivos e restrições considerados nos problemas de concepção e projeto.

Por exemplo, a discrepância entre a lacuna de recomendações para concepção da estrutura de um edifício e o nível de detalhamento das normas de projeto dos elementos estruturais de concreto armado ou aço pode servir de ilustração. Dada uma

concepção estrutural para o edifício, muito das características de projeto estrutural ficam limitadas: esta simplificação é ao mesmo tempo o defeito e a virtude da decisão de nível superior !

Dado que a importância e complexidade de sistemas de transportes urbanos parecem ser muito maiores que os de um sistema estrutural de edifício, pode-se conjecturar que estas decisões de nível superior sejam ainda mais críticas em condicionar os resultados em seu contexto (isto é, que em certa medida a qualidade das decisões de nível superior seja tanto mais crítica quanto mais complexo o sistema tratado).

No caso de sistemas complexos, mesmo que se saiba exatamente o que se quer e que se conheça precisamente suas relações essenciais, não é em geral imediato selecionar a melhor forma de configurar o sistema real (quem dirá definir a melhor estratégia de ação para atingir o sistema projetado ou o objetivo desejado).

O desenvolvimento de disciplinas como a pesquisa operacional teve como preocupação básica a tentativa de preencher lacunas desta natureza na análise e projeto de sistemas complexos. Sua atenção foi inicialmente voltada para o ambiente industrial e militar, tendo sido posteriormente aplicada a outras áreas e a problemas de natureza variada com o mesmo enfoque normativo típico da engenharia (ver, BRADLEY/HAX/MAGNANTI/77 HILLIER/LIEBERMAN/80 ou WAGNER/86).

As dificuldades práticas de aplicação da pesquisa operacional mostram que a tarefa é bastante difícil. Saber exatamente o que se quer, ou o que se deve querer, e conhecer precisamente as relações essenciais em um sistema complexo são as dificuldades iniciais e talvez as mais importantes para analisar e resolver seus problemas.

A estruturação do transporte urbano e, em particular, o projeto de sistemas de transporte coletivo regular público de passageiros (TPCR/UP), são campos em que estas considerações são provavelmente verdadeiras.

O problema principal que preocupa este trabalho, entretanto, é exatamente este: como formular projetos que representem as melhores proposições (ou pelo menos proposições aceitáveis, considerando as diferentes óticas, as diferentes ponderações, ...).

Embora, em enfoques descritivos, a definição da intervenção seja em certo sentido anterior ao problema de avaliação da intervenção, definir as melhores proposições (o objetivo do enfoque normativo) naturalmente também pressupõe uma avaliação.

Não fosse a complexidade dos problemas de avaliação ou de projeto, a definição do método de avaliação poderia ser provavelmente considerado parte do problema global de projeto.

Portanto, em função da complexidade, o problema de projeto é em geral dividido em duas questões: a identificação de critérios gerais adequados de projeto e a identificação de situações em que a aplicação de um ou outro dos critérios é aplicável.

A primeira das questões é abstrata, no sentido de não procurar analisar uma situação real, específica. A segunda das questões é concreta, no sentido de ter de aplicar critérios técnicos (subjetivos ou objetivos) para identificar as intervenções que podem melhorar uma situação real, específica.

Embora os princípios de análise geral (sejam quais forem) pudessem ser aplicados diretamente a sistemas reais, formulando um procedimento global, a complexidade do problema de projeto de redes de transporte coletivo torna a tarefa muito difícil para um enfrentamento direto (justificando sua decomposição nas questões mencionadas).

Considerando este contexto geral, parecem existir dificuldades adicionais para a utilização deste procedimento tem de enfrentar em Engenharia de Transportes. Por exemplo, neste campo é em geral atribuído um grau de importância maior que em outros às especificidades de diferentes situações reais.

Basta citar, por exemplo, a singularidade da configuração espacial de cada cidade ou de cada corredor urbano para ilustrar a raiz e o peso desta característica.<sup>1</sup>

Este aspecto indica que tem de ser percorrido um caminho metodológico e empírico específico em Engenharia de Transportes para orientar um esforço frutífero na direção de definir um limite mais nítido entre a aplicabilidade de análises abstratas, em contextos estilizados, e de análises concretas, em contextos específicos, para o qual este trabalho busca contribuir.

---

<sup>1</sup> Esta é uma questão que permeia o esforço em qualquer campo teórico, entretanto a diferença de grau não é de todo irrelevante. Por exemplo, as pedras de agregado não tem a mesma posição relativa entre si ou em relação à armadura de aço em todas as vigas de concreto armado, aspecto que não perturba qualquer teórico em cálculo estrutural. Pode-se considerar o fato de que a Engenharia de Transportes lida com pessoas, mais que com pedras de agregados, como uma explicação para a importância das especificidades (que em certa medida refletem visões ou interesses individuais que devem ser ponderados). Esta parece ser, entretanto, uma resposta parcial relativa a este aspecto que, para este trabalho, é considerada uma questão metodológica: em que medida é necessário considerar as diversas especificidades para produzir análises com resultados aceitáveis, adequados para aplicação prática.

## 1.2. Avaliação e Formulação de Projetos em Sistemas Complexos

Dada a visão inicial sobre a aplicação de modelos normativos em sistemas complexos, um pressuposto natural deste trabalho é o de que a formulação de projetos em Engenharia de Transportes, visto como um problema global, pode ser entendido como uma extensão da aplicação de métodos de avaliação de ações (por exemplo, a análise de custo/benefício social, tradicional).

Os benefícios e custos a serem avaliados são de natureza variada: diretos X indiretos, monetários X não-monetários, imediatos X não-imediatos.

Dentro desta ótica, identificados os efeitos relevantes, cada projeto proposto teria ser caracterizado através de um quadro como o esquematizado abaixo:

	<b>BENEFÍCIOS</b>	<b>CUSTOS</b>
<b>USUÁRIOS</b>		
<b>OPERADORES</b>		
<b>PODER PÚBLICO</b>		
<b>COMUNIDADE</b>		

Entretanto, o problema de avaliação dos projetos propostos não é de forma nenhuma simples!

Existem dificuldades óbvias que teriam de ser enfrentadas na ponderação destes diversos tipos de efeitos, para os diversos grupos sociais ou áreas espaciais, sem mencionar a identificação e mensuração de cada um dos próprios efeitos.

Estes são problemas que teriam que ser enfrentados para avaliar os efeitos de cada intervenção sobre o sistema (como no enfoque descritivo).

Em princípio, existem pelo menos duas óticas distintas da qual poderia partir a análise do projeto de sistemas de transporte urbano ou, em particular, de transporte público: a ótica do governo ou a ótica do mercado.

Até alguns anos atrás, seria inquestionável adotar uma ótica relacionada com pontos de vista globais na análise dos problemas do transporte coletivo e atribuí-la ao governo. No caso, o qualificativo global seria sinônimo de algo como público, social, econômico.

Idealmente, a ótica do governo reflete um ambiente em que o Estado presta o serviço diretamente ou sua atividade de regulamentação define o serviço na maior parte, e deveria em princípio considerar aspectos como:

- preferências (em princípio dos usuários e da comunidade, quem sabe também dos operadores, ...);

- restrições (viabilidade técnica e custos das intervenções, princípios de financiamento do investimento ou subsistência do serviço, princípios de equidade ou premiação no atendimento aos usuários ou aos operadores, ...);

- influências indiretas (impactos sobre a comunidade e, por que não, sobre a burocracia estatal e outros grupos de interesse, ...).

Atualmente, o ambiente ideológico revive o favorecimento de uma ótica alternativa, defensora de soluções baseadas na iniciativa privada ou funcionamento do mercado. Isto pode ser entendido como mínima interferência do governo e máxima liberdade para os grupos econômicos privados.

Idealmente a ótica do mercado reflete um ambiente em que a atuação do governo orienta-se pelo princípio da minimização da atuação direta do Estado e pelo fomento de ações de concessão e/ou parceria e sua atividade regulamentadora é reduzida à proteção ao consumidor e à contenção do poder de monopólio, e deveria em princípio considerar aspectos como:

- competição (entre operadores, entre serviços ou modos de transportes, dentro de diferentes esquemas de regulamentação ...);

- custos (relações técnicas entre insumos e serviço, custo e receita marginal dos serviços ...);

- preferências (dos usuários, identificando segmentos de mercado e valor das características dos produtos ...).

Uma posição mais equilibrada não pode deixar de notar a similaridade e complementaridade entre ambas as óticas de análise.

Atualmente, alguma regulamentação é sempre admitida como necessária e algum grau de competição é sempre admitida como desejável. As análises derivadas de cada enfoque tornam-se então componentes essenciais complementares da discussão sobre a delimitação da ação do Estado de forma geral e em cada campo específico.

As preferências dos usuários (suplementarmente da comunidade e de grupos de interesse) e a estrutura de custos do serviço (suplementarmente o poder de mercado dos agentes) são aspectos fundamentais presentes em ambos os enfoques, revelando a similaridade (embora atuem por mecanismos distintos, em um caso a regulamentação e em outro a competição).

Qualquer visão que evite uma dose letal de ingenuidade na análise do problema deveria considerar os imperativos de ambos os pontos de vista e a tentativa de incorporar uma visão mais

realista do relacionamento entre setor público e setor privado (e os distintos agentes de cada setor).

A questão de estabelecer critérios gerais e aceitos para avaliar os resultados desejados para as políticas em transportes urbanos, em qualquer um destes contextos políticos, é um aspecto essencial para uma metodologia consistente de formulação de modelos normativos bastante próximo do conteúdo principal da Avaliação de Projetos, especialmente em Economia (do ponto de vista prático, corresponde ao conjunto de princípios de Análise Custo/Benefício).

Entretanto, os questionamentos usuais à aplicação dos procedimentos baseados na Teoria Econômica tradicional são numerosos e relevantes, visto que seu desenvolvimento é cheio de lacunas e controvérsias, aspecto que pode ser notado com facilidade no que se refere à metodologia de Análise Custo/Benefício empregada na Avaliação Econômica de Projetos.

Por exemplo, os questionamentos à Teoria Econômica tradicional quanto à validade empírica dos seus resultados (isto é, quanto à relevância e precisão de resultados obteníveis a partir de suas formulações teóricas) são fortes. Mesmo aspectos onipresentes que condicionam de forma importante as decisões de oferta e demanda, como incerteza sobre o futuro, informação assimétrica e rigidezes institucionais ou existência de bens duráveis/indivisíveis, de agentes com poder de mercado e com comportamento estratégico, são muitas vezes ignorados.

O enfoque teórico da Economia tradicional tem sido aplicado de forma extensa (extensíssima até) para análise dos mais variados aspectos do comportamento social (incluindo os citados acima), mas muito da produção teórica em Economia parece-me compartimentalizada, no sentido de focalizar isoladamente aspectos que, na realidade, estão presentes em meio a diversos outros fenômenos importantes. Há um problema fundamental de

verificação da relevância de cada aspecto, que é básico para aplicação prática.

Portanto, o estágio de desenvolvimento da Teoria Econômica representa, entretanto, um grau significativo de restrição à aplicação direta de uma estratégia desta natureza.

Em sistemas de transportes, por exemplo, existem diversos pontos distintos daqueles mais importantes em sistemas ou mercados usuais, como:

- a importância de aspectos de qualidade como determinantes dos custos de produção e da captação de demanda é um aspecto essencial;

- a possibilidade de restrições à fixação de tarifas ou à concorrência no serviço são também características eventualmente importantes face a um ambiente de regulamentação específico;

- a característica de bem público<sup>2</sup> intermediário e congestionável do transporte que, além de enfatizar as variáveis de qualidade, introduz o papel de gerador de economias externas (como redução de "custos" de interação e seu papel reestruturador da evolução social);

- a existência e a magnitude de diversas externalidades associadas à operação do transporte público e privado (poluição atmosférica, acidentes de trânsito) que vão além dos aspectos relacionados com o congestionamento;

- a amplitude e a diferenciação de impactos decorrentes de ações em transportes, tanto na dimensão espacial quanto na dimensão social, que somado à sua característica de bem público congestionável, gerador de economias externas e externalidades, torna essencial analisar a distribuição de custos e benefícios.

Embora muitos destes pontos tenham algumas propostas de tratamento dentro da Análise Custo/Benefício tradicional, a avaliação de impactos é sujeita a diversas críticas (face aos

supostos usuais da Teoria Econômica tradicional, que ignoram efeitos como poder de monopólio, externalidades e ganhos de escala).

Por fim, existem também o problema básico da avaliação distributiva que transcende, em certa medida, o escopo de uma análise técnica em Engenharia ou Economia (aparentemente insatisfatória dentro do seu princípio utilitarista). Mesmo, a forma de explicitação da ponderação política atribuída aos custos e benefícios dos diferentes grupos afetados é uma questão bastante controversa.

Entretanto, a avaliação distributiva coloca outras dificuldades práticas importantes. As previsões de impacto das intervenções tem de ser, em geral, muito mais detalhadas neste contexto. Por exemplo, uma redução de custo de transportes pode ser uma informação suficiente para uma avaliação do ponto de vista econômico, mas não no aspecto distributivo visto que neste caso seria necessário prever a parcela da redução de custos repassada para os preços (que determina a repartição de benefício entre lucro do operador e melhoria para os usuários), a parcela da melhoria para os usuários capitalizada em alterações de preço dos imóveis (que determina a repartição do benefício aos usuários entre empreendedores e proprietários), e assim por diante ...

Na análise destas repercussões, a fraqueza prática dos instrumentos derivados da Teoria Econômica tradicional são ainda maiores. Se não fossem, somente evidenciariam a distribuição de custos e benefícios, sem eliminar a questão de ponderá-los e avaliar o mérito final de uma intervenção.

### 1.3. Características Peculiares do Transporte Urbano

A perspectiva inicialmente adotada, de buscar uma metodologia consistente com a Avaliação de Projetos, para formulação de modelos normativos em transportes urbanos é importante mas parcial (não trata de muitas questões relevantes que transcendem este campo específico).

A descrição das relações técnicas envolvidas na operação do transporte urbano, por exemplo, é um aspecto da formulação dos modelos normativos não coberto pela discussão de princípios de Avaliação de Projetos, e que é essencial para a representação correta dos sistemas de transportes urbanos (e para a obtenção de resultados práticos na aplicação dos modelos normativos em Engenharia de Transportes).

A complexidade destas relações técnicas é, em meu julgamento, uma das principais dificuldades para o desenvolvimento de modelos normativos adequados em transportes urbanos. O projeto de redes de TPCR/UP é um campo que demonstra esta dificuldade, em que há uma clara predominância de enfoques heurísticos aproximados<sup>3</sup> nos trabalhos aplicados.

Os sistemas de transporte urbano tem dois componentes técnicos principais: a infra-estrutura de transporte e o sistema de transporte público.

Para o transporte privado, em que os usuários tem acesso próprio aos meios de transportes (mesmo quando contratados de terceiros mas direcionados a seus fins particulares), a provisão e regulamentação do uso da infra-estrutura de transporte é suficiente para sua operação (o que inclui decisões de projeto das vias e controle de tráfego).<sup>4</sup>

Para o transporte público, é ainda necessário definir o conjunto de serviços que serão operados e oferecidos ao público em geral. Neste sentido, o adjetivo público indica um serviço oferecido ao mercado, acessível a qualquer indivíduo (em particular os que não tem acesso ao transporte privado), desde que o usuário cumpra condições básicas mínimas, como pagamento de tarifa módica e comportamento urbanizado.

Em ambos os casos, o compartilhamento do uso do sistema viário, em geral uma infra-estrutura pública com capacidade limitada e utilização livre, traz como característica básica o equilíbrio em função do nível de serviço decorrente da utilização da infra-estrutura (isto é, do congestionamento).

Neste aspecto, estes atributos relacionados com o nível de utilização do sistema viário são tão importantes para os usuários quanto os relacionados a preços ou custos.

Para o transporte público, as tecnologias de transporte coletivo (que atendem simultaneamente a diversos usuários) com operação regular (isto é, previamente programadas, em termos de itinerários, tipos de veículos, horários, ...) são a forma preponderante de oferta do serviço nas maiores áreas urbanas.

Sua utilização decorre basicamente de vantagens em termos do compromisso entre custo, produtividade, capacidade e qualidade obteníveis e as necessidades de seus usuários (em particular os de menor renda).

Em função de suas peculiaridades, a modelagem adequada dos sistemas de transportes e de transporte coletivo (entre outros serviços de transporte) tem diversas facetas que devem ser reconhecidas e incorporadas. Duas facetas principais são:

- a especificidade das características que descrevem cada sistema, em particular do ponto de vista espacial;

- a variedade de atributos de qualidade a serem considerados conjuntamente com o preço do serviço na representação da avaliação dos usuários.

No transporte coletivo de passageiros, as características de transporte coletivo, regular e público é que lhe são distintivos e implicam:

- o atendimento simultâneo de diversas necessidades de transporte individuais por cada serviço oferecido;

- o recurso à pré-definição de rotas e horários de serviço como forma de favorecer a previsibilidade das características do sistema aos operadores e aos usuários;

- a necessidade de atendimento geral, a toda a população que não tem acesso a meios próprios de transportes ou a outras modalidades de transporte público (isto é, não coletivo ou não regular) ou privado.

Decorre disso, que as demandas individuais não correspondem, portanto, à demanda medida nos serviços de TPCR/UP. Formas alternativas de estruturar os sistemas de TPCR/UP podem oferecer (ou não) aos usuários maneiras alternativas de atender seus desejos de viagens.

A escolha de pontos de acesso aos serviços de TPCR/UP e de pontos de transbordo entre seus serviços ou com outros serviços são uma característica fundamental que determina a demanda no TPCR/UP, aspectos totalmente dependentes das definições sobre sua oferta e que estão na raiz das decisões de planejamento das redes de TPCR/UP.

Em particular para o TPCR/UP, estas características específicas estendem a importância dos atributos qualitativos e da sua interação com a oferta e destacam alguns pontos particulares relacionados com as externalidades geradas pelo transporte.

Estes aspectos estão basicamente relacionados com as características do transporte como serviço (aspectos destacados, por exemplo, em LIMA/95) e são:

- a importância das dimensões espaciais e temporais da demanda, em função do fato de que a oferta de transportes é imediatamente perecível (não pode ser armazenada e tem de ser produzida no instante do consumo);

- a importância de diversas características do processo de produção do TPCR/UP em função do fato de que estas características também afetam atributos de qualidade do serviço relevantes para o usuário (que presencia parte do processo de produção).

Na verdade, os aspectos de bem público e importância da qualidade estão intrinsecamente relacionados e seu conteúdo passa da Economia a este outro campo de análise mais familiar ao escopo da Engenharia de Transportes, que refere-se à representação das relações essenciais dos aspectos de oferta e demanda nos sistemas de transportes.

Embora a Teoria Econômica tradicional discuta estes aspectos de forma geral, existem diversas especificidades de cada setor de atividades que não são, de forma alguma, triviais.

Uma primeira decorrência das características do transporte urbano, e do TPCR/UP em particular, é que, em função da característica de bem de consumo não-rival (congestionável) e coletivo (opcional), parte dos mecanismos de equilíbrio entre oferta e demanda no TPCR/UP tem efeito sobre os atributos de qualidade afetados pelo nível de utilização dos serviços. Esta é uma das dimensões da relação entre oferta e qualidade de importância no TPCR/UP.

Uma segunda decorrência é que, em função da produção de efeitos externos relevantes, existem beneficiários indiretos dos serviços de TPCR/UP (além dos usuários que consomem diretamente o

serviço). Esta visão considera a melhora de acessibilidade como um ganho geral de eficiência econômica proporcionada pela oferta de TPCR/UP (ao invés de considerá-lo como um subproduto específico, consumido pelos beneficiários indiretos<sup>5</sup>).

Portanto, além das questões relacionadas com a mensuração dos custos e benefícios das intervenções relacionadas com o transporte urbano, existem outros aspectos específicos relativos à descrição da demanda e da oferta por transportes urbanos, e do TPCR/UP em particular, que tem de ser detalhados de forma a obter sua representação adequada nos modelos normativos.

#### 1.4. Uso de Modelos e Estilos de Decisão

Considerando a complexidade dos sistemas urbanos e a opção deste trabalho por uma análise objetiva, outro recurso natural é a utilização extensiva de modelos formais.

A utilização de modelos como apoio às decisões, em geral e particularmente na Engenharia de Transportes, é um aspecto polêmico. A existência de grande controversia a respeito é um indicador de que os mal-entendidos superaram a racionalidade na discussão do assunto.

Por um lado, muitas justas críticas a exercícios de utilização de modelos são mal-dirigidas e transformadas em críticas ao uso de modelos, em si. Por outro lado, muitos modelos merecem críticas genéricas porque são formulados ignorando aspectos críticos dos exercícios de sua utilização, que os invalidam por princípio.

Um modelo é entendido como uma representação, simplificada mas objetiva, seja real ou formal, de um fenômeno a ser estudado (ver MEREDITH/WONG/WOODHEAD/WORTMAN/85, capítulo 4).<sup>i</sup> Neste sentido é apenas um auxílio ao raciocínio sujeito a dois questionamentos fundamentais: a questão teórica básica que pode ser sintetizada no atributo relevância e a questão prática básica que pode ser sintetizada no atributo precisão.

---

<sup>i</sup> Uma discussão teórica sobre a utilização de modelos em ciência, particularmente em economia e ciências sociais, é relevante para a Avaliação de Projetos e para o Planejamento de Transportes e pode ser vista em MAYER/93, capítulo 9). Em síntese, a discussão precisa ir além dos aspectos metodológicos do paradigma convencional de procedimento científico, que pode ser representado pelo conceito popperiano de refutabilidade, incorporando aspectos éticos e questões de relevância. A Análise Custo/Benefício, em particular, por ser um ramo aplicado e normativo, tem de considerar com ênfase especial aspectos desta natureza que aparecerão reiteradamente ao longo deste trabalho.

Um modelo pode ser chamado de relevante se incorpora as relações essenciais para entender um fenômeno real. Se o objetivo é enfrentar um problema prático real, a relevância pode ser avaliada pela incorporação das variáveis importantes para medir a gravidade do problema atual ou futuro e conceber formas de eliminá-lo ou minorá-lo.

A tentativa de identificar as relações essenciais envolvidas em um fenômeno (isto é, o conjunto mínimo necessário à explicação de uma propriedade percebida) é um princípio básico da análise científica. Qualquer descrição exaustiva de um sistema real é excessivamente complexa para a análise científica. Um experimento físico tem de construir uma representação real adequada para medir e analisar algumas relações de interesse. Um conjunto de equações tem de representar adequadamente as relações a serem analisadas para poder inferir propriedades relevantes.

Esta é a motivação básica para a utilização de modelos e parece ser desnecessário defender sua necessidade ou utilidade face ao significativo avanço da ciência e aos seus frutos.

Existem, entretanto, diversas barreiras práticas a serem enfrentadas por um modelo que busca ter aplicação na solução de problemas reais, em particular em Engenharia (onde além de prever efeitos, será necessário projetar intervenções).

Um primeiro aspecto é o referente ao nível de precisão (relativa) exigida para aplicação do modelo. A Engenharia tem a estratégia geral de fazer suposições conservativas sempre que não pode obter dados com precisão adequada ou controlar sua variação, mas este procedimento tem de ser aplicado com cuidado para evitar que erros e margens não atuem de forma cumulativa e produzam um resultado distante do real, que acarrete um projeto anti-econômico ou um desempenho inadequado. A ponderação destes aspectos é em geral dependente da utilização que será feita dos resultados do modelo (isto é, do que vai ser projetado e de sua importância).

No caso de sistemas complexos, como o transporte urbano, em geral é possível formular modelos simplificados diversos que permitem identificar as variáveis relevantes de cada fenômeno particular e comprovar sua validade isoladamente. Entretanto, nos contextos reais, todas as facetas de um sistema complexo estão presentes simultaneamente.

Em geral, a menos da interação de fatores desfavoráveis, a identificação das relações essenciais e o estabelecimento de modelos parciais permitiriam satisfazer à necessidade de precisão (relativa) da maior parte das aplicações em Engenharia.

A questão é que a interação entre os fatores relevantes em cada fenômeno será, em geral, uma característica específica de cada situação. Em certos casos, muitos fatores podem não ser de interesse para o problema que se quer analisar ou outros fatores podem ocorrer com um grau de regularidade que permitiriam ignorar seu efeito.

Portanto, a necessidade de precisão pode ser satisfeita de forma distinta em cada contexto real e é difícil comprovar de forma geral a validade de modelos em situações diversas, sem modelar uma interação complexa de forma adequada.

Um segundo aspecto relevante, relacionado a este, refere-se à robustez (ou flexibilidade) que pode ser esperada da aplicação de modelos específicos.

Desde que se conhecesse os contextos em que um modelo pode ser aplicado com resultados satisfatórios, sua validade parcial poderia ser tolerada e não comprometeria sua praticidade.

Aliás, mesmo a aplicação de modelos fora do contexto em que são reconhecidamente válidos, mas para os quais não existem formulações melhores (feitas com precauções que favoreçam a utilização conservativa dos seus resultados) é usualmente aceita como prática aceitável no meio técnico em geral.

O principal questionamento que pode ser feito à utilização de modelos formais, neste aspecto, vem da rigidez de suas formulações e impossibilidade (ou dificuldade) de lidar com novas situações.

Por algum motivo, as relações essenciais envolvidas em um fenômeno podem alterar-se pelo aparecimento de novos fatores (ou ausência de outros) e a validade do modelo em um dado contexto pode ser reduzida pelo surgimento de interações significativas ou de problemas que ponderam outros fenômenos.

Neste caso, o processo formal teria de passar por um ciclo de revisão (um esforço em geral tão lento, custoso e incerto quanto o de sua formulação inicial). O mesmo ocorreria (com dificuldade e custo em geral menores) para qualquer conceito ou instrumento inadequados diante das mudanças.

Portanto, um modelo tem realmente que demonstrar sua utilidade em cada contexto prático específico, mas sua perspectiva de sucesso não me parece tão remota (a menos que este contexto de aplicação tenha um grau extremo de volatilidade e imprevisibilidade que inviabilize a maturação de quaisquer instrumentos formais de apoio à análise).

De qualquer forma, no contexto das questões discutidas até aqui, uma pergunta interessante é: qual a alternativa ao uso de modelos como orientação à decisão (ou seja, qual o aspecto essencial dos modelos como instrumento de apoio à decisão?).

Naturalmente, as pessoas que não utilizam modelos como suporte à decisão devem orientar-se de alguma forma para definir suas ações. Não necessariamente estas pessoas negam a validade da utilização de modelos, sejam formais ou reais, para outros fins (por exemplo, toda a transmissão de conhecimento no ensino tradicional está baseada na utilização de modelos, assim como boa parte da atividade de pesquisa científica).

Uma grande intuição prática ou experiência acumulada pode muitas vezes substituir esforços sistemáticos de avaliação de alternativas de intervenção. Esta é, sem dúvida, a forma preponderante de ação no campo do transporte urbano. A aplicação deste procedimento por pessoas com grande conhecimento sobre os sistemas reais em que se está intervindo é muitas vezes bastante efetiva.

Em ações de menor escala ou impactos, mesmo a atuação de pessoas de menor conhecimento e experiência pode trazer resultados bons. Por tentativa e erro, as diversas formas de ação sofrem um processo de seleção empírica, ampliadas pela difusão de imitações das intervenções originais (mais ou menos oportunas), com adaptações aos contextos particulares (mais ou menos adequadas).

Em meu ponto de vista, a coexistência entre estas formas de abordagem teórica e empírica no enfrentamento dos problemas de qualquer área é muito interessante, tanto mais desejável quanto menor a efetividade e menor o custo dos erros de cada linhagem de ação. A oposição aparente entre os pontos de vista decorre certamente de miopia lamentável (de uma ou ambas as partes) e a arrogância de qualquer das linhagens parece-me injustificável.

Por um lado, as críticas acumuladas aos trabalhos com preponderância da linhagem teórica são notáveis. Em diversas das experiências mais audaciosas de aplicação de pesquisa operacional, em diferentes ambientes e problemas, foi revelado que o próprio esforço de formulação e utilização de modelos é bastante difícil de realizar com êxito (ver os capítulos aplicados de BRADLEY/HAX/MAGNANTI/77 e HILLIER/LIBERMAN/80, capítulo 20, ou WAGNER/86, capítulo 22).

Muitas vezes as pessoas envolvidas na operacionalização das ações recomendadas não compreendem os sistemas considerados da mesma forma que os modelos os representam, visto que em geral a complexidade mencionada dos problemas faz com que os modelos

recorram a representações bastante "abstratas" ou "seletivas" dos elementos e relações reais.

A efetividade dos modelos (isto é, de sua abstração e seleção) e a aplicabilidade de seus resultados (isto é, sua possibilidade de implementação, da forma considerada mais adequada) não são problemas triviais (longe disso!).

Por outro lado, os problemas decorrentes das ações com preponderância da linhagem empírica não são menos notáveis. O custo dos erros decorrentes de intervenções apressadas, decididas por pessoas sem conhecimento adequado (por carência de intuição prática, experiência acumulada ou informação técnica), embora na verdade pouco estudados, parecem inegáveis e bastante significativos.

Quanto maiores e mais complexos os sistemas sobre os quais devem ser feitas as intervenções, menor a chance de que a intuição, experiência (e a sorte) sejam suficientes para garantir resultados adequados. Além disso, a aceitação de ações empíricas pouco colabora para a evolução do conhecimento dos sistemas sobre os quais se intervem (na maior parte das vezes, a defesa da forma de ação utilizada supera o interesse genuíno em avaliar sua adequação).

Talvez pior, a fragilidade e subjetividade dos critérios de atuação são também um caminho mais confortável (embora certamente não seja o único) para encobrir interesses ou negócios inconfessáveis. Aliás, poucas ações são totalmente inúteis e a análise sistemática dos condicionantes para transformar uma intervenção em ação desejável pode realizar algo até para os menos bem intencionados.

Parece-me, portanto, que o trabalho de validação da aplicação de modelos formais é o caminho mais frutífero a seguir (seja para recomendar ou não sua utilização).

### 1.5. Modelos Estilizados e Modelos Práticos

Mesmo admitindo a aplicação de modelos de apoio à decisão como um recurso útil ou essencial, resta a questão básica de formular modelos adequados à análise de cada elemento ou sistema, seja para avaliação ou projeto.

Neste aspecto também a experiência tradicional no campo da Engenharia de Transportes parece singular dentro do contexto global das engenharias.

Como já assinalado, a especificidade é uma forte característica dos sistemas de transportes, particularmente em função da singularidade da conformação espacial e da distribuição da demanda em cada situação real, tornando difícil distinguir relações gerais ou similaridades entre elas.

Em geral, os esforços de utilização de modelos em Planejamento de Transportes partem muitas vezes do pressuposto de que será necessário formular representações específicas da área de estudo em análise para obter respostas aplicáveis aos casos práticos.

A utilização de modelos com representação abstrata tem menos aceitação no campo da Engenharia de Transportes, embora não existam estudos sistemáticos analisando de forma objetiva a adequação de resultados obtidos com diferentes representações.

Modelos idealizados geralmente buscam identificar as relações relevantes na seleção de uma ou outra forma de intervenção, sem partir da descrição de sistemas reais (serão chamados de modelos estilizados), enquanto modelos profissionais usualmente buscam apoiar o projeto de sistemas reais (serão chamados de modelos práticos).

Em princípio, estes diferentes enfoques distinguem-se pelo objetivo do desenvolvimento dos modelos mas existe aqui mais do que pode parecer à primeira vista.

Talvez mesmo fruto do peso normalmente atribuído à especificidade em Engenharia de Transportes, existe um significativo divórcio entre estas linhagens teóricas.

Por exemplo, no que se refere ao projeto de sistemas de transporte coletivo regular público de passageiros (TPCR/UP), objeto de aplicação neste trabalho, existem modelos de ambos os tipos mas pouca relação entre eles.

Como decorrência, existem diversos trabalhos profissionais, e mesmo acadêmicos, realizados a respeito do projeto de sistemas de TPCR/UP baseados em critérios empíricos não justificados ou formalizados (e muitas vezes nem mesmo explicitados).

Parece-me inegável reconhecer a menor atenção recebida pelos modelos abstratos no meio técnico em Engenharia de Transportes, ao longo das últimas décadas, que não são normalmente nem considerados no desenvolvimento de modelos práticos.

Este trabalho, parte do pressuposto de que é necessário caminhar na integração destes esforços, vistos nas duas questões complementares anteriormente citadas: a definição de critérios gerais adequados de projeto e a identificação de situações em que a aplicação de um ou outro dos critérios é aplicável.

Além disso, procura analisar o peso real da necessidade de recorrer a representações específicas para obter resultados aplicáveis com a utilização de modelos, em particular, no contexto do projeto de sistemas de TPCR/UP.

Isto inclui tanto o trabalho teórico de desenvolvimento dos modelos estilizados, incorporando novos aspectos relevantes para a análise dos sistemas reais, quanto o trabalho empírico de investigação do seu grau de adequação das recomendações obtidas, selecionando formulações relevantes para a aplicação aos sistemas reais.

## 1.6. Objetivos e Conteúdo do Trabalho

Considerando o conjunto de aspectos discutidos até aqui, é agora possível enunciar o conteúdo deste trabalho. Os objetivos principais desta tese são dois:

- o de embasar a formulação de modelos com orientação normativa em transportes urbanos, desenvolvendo a aplicação ao planejamento de redes de transporte coletivo regular público de passageiros; e

- o de buscar validar as representações de relações básicas de forma a permitir aplicações consistentes e frutíferas neste campo particular do projeto de redes de transporte coletivo regular público de passageiros.

Ambos os aspectos são considerados essenciais para obter maior utilização e melhores resultados na aplicação de modelos normativos em transportes urbanos.

O primeiro objetivo busca incluir uma orientação geral, aplicável a problemas diversos que vão da avaliação do potencial de políticas de coordenação entre uso do solo e transportes na melhoria dos transportes urbanos aos de programação da operação de linhas de transporte coletivo ou de seleção de formas de controle de tráfego ou dimensionamento de semáforos.

Naturalmente, cada contexto pode ter diferentes aspectos importantes mas a abordagem geral deve ser aplicável a todos.

Este é o conteúdo específico do capítulo 2 desta tese, que certamente não esgota este estudo, tanto em amplitude quanto em profundidade.

Em diversos aspectos, este é um tema carente de desenvolvimentos e esclarecimentos, tanto teóricos quanto empíricos. Em certa medida, este sempre será um tema controverso, visto que envolve preferências e valorações pessoais e sociais.

O segundo objetivo busca atingir um nível de desenvolvimento compatível com a aplicação prática dos conceitos formulados, selecionando o projeto de redes de transporte coletivo como campo de prova para o desafio de avaliar a utilização de modelos normativos (como poderiam ser diversos outros campos).

Aqui, são enfrentados os aspectos diretamente relacionados com a operacionalização deste enfoque em aplicações práticas (em graus diferentes de profundidade, visto que seria impossível desenvolver todos os aspectos em grau suficiente no escopo de um único trabalho).

O capítulo 3 toma um dos casos mais simples do projeto de redes de transporte coletivo, a localização dos pontos de paradas em um corredor, e analisa de formulações teóricas calcadas em diferentes hipóteses e formas de representação das variáveis que afetam o problema. Este aspecto do estudo inclui a realização de um trabalho empírico em que é investigada a adequação das respostas obtidas com representações mais abstratas (chamadas de modelos estilizados) ou concretas (chamadas de modelos práticos) das especificidades de uma área de operação do transporte coletivo de passageiros.

No capítulo seguinte, problemas diversos do projeto de redes de transporte coletivo são analisados do ponto de vista teórico com o objetivo de identificar as relações essenciais que permitem captar os aspectos fundamentais a serem examinados em cada decisão. O impacto de considerar diversos aspectos até aqui negligenciados, como por exemplo a competição no atendimento à demanda, é analisado numericamente de forma a poder avaliar a aplicabilidade dos resultados.

Em ambas as partes, faz-se a opção comum pelo desenvolvimento de critérios e modelos formais para esclarecer os conceitos e raciocínios utilizados. É uma crença pessoal antiga, todavia, a de que qualquer "bom" formalismo pode ser "explicado" em palavras "simples" e "traduzido" em procedimentos diretos. Portanto, este trabalho tem também o objetivo de ser uma experiência concreta com esta orientação, reescrevendo este parágrafo sem estas tantas aspas.

## 2. ANÁLISE DE ENFOQUES NORMATIVOS PROPOSTOS EM TRANSPORTES URBANOS

Dentro do objetivo de estudar a formulação de modelos normativos em transportes urbanos, em geral, e tendo como seu objeto particular o transporte público coletivo regular urbano de passageiros (TPCR/UP), este capítulo terá como preocupação analisar criticamente a forma como enfoques normativos anteriormente propostos para projeto em transportes urbanos, e em especial no TPCR/UP, representaram os aspectos essenciais do problema, buscando então avaliar o estágio da evolução de seu desenvolvimento para aplicações práticas.

Em síntese, estes aspectos puderam ser agrupados em duas questões: como foram definidos objetivos e restrições a serem atendidas no projeto de intervenções; e como foram definidas relações técnicas envolvidas na operação dos serviços.

Os esforços sistemáticos para desenvolver um enfoque geral na formulação de modelos normativos em transportes urbanos são poucos, o que em geral também ocorre em outras áreas relacionadas com contextos complexos no campo da Engenharia. Este enfoque geral é bastante discutido em outros campos, notadamente na Economia (particularmente na Análise Custo/Benefício), mas o nível de desenvolvimento atingido nestas análises é muitas vezes insuficiente para aplicação prática consistente no que se refere a Transportes.

Portanto, embora pareça natural e desejável recorrer a formulações normativas coerentes com os princípios que seriam posteriormente utilizados para avaliar o mérito econômico dos projetos, esta é também uma perspectiva discutível, em certa medida, considerando de forma crítica o estágio do conhecimento neste campo específico de Análise Custo/Benefício.

No campo da Engenharia de Transportes, não apenas falta o enfoque geral acima mencionado mas muitas vezes são formulados e utilizados procedimentos de projeto com características distintas, em pontos importantes, função da carência de uma orientação segura em direção a objetivos bem definidos ou a uma representação adequada de aspectos práticos essenciais,.

Feitas estas ressalvas, é possível entender a necessidade de uma análise e avaliação críticas da literatura em Engenharia (e em Economia) para estabelecer um conjunto de princípios básicos realmente aplicáveis, de forma geral, à formulação de modelos normativos em transportes urbanos.

Inicialmente, serão examinados enfoques gerais propostos para a formulação de modelos normativos em transportes (isto é, enfoques não particularizados para algum problema específico ou inaplicáveis a diversos tipos de problemas). Será argumentado que estes enfoques gerais, passaram da visão de governo à visão de mercado, coletando diversos aspectos relevantes em termos de modelagem, que entretanto não permitem definir uma metodologia para formulação de modelos normativos, visto que suas recomendações são insuficientes para orientar de forma adequada o exercício de formulação de modelos normativos aplicados.

Tomando o campo específico do projeto de redes de TPCR/UP, será argumentado que parece haver uma lacuna importante a preencher entre duas linhagens de trabalhos relacionados com a formulação de modelos normativos de projeto de redes de TPCR/UP, chamados de modelos estilizados e práticos. Ambas as linhagens de trabalhos respondem de forma distinta às exigências de formular

procedimentos normativos e, em ambas, diversas características dos enfoques gerais usualmente não são observadas (aspectos pelo menos em parte decorrentes da complexidade mencionada do seu objeto).

Estes esforços serão revisados para identificar as necessidades e possibilidades de síntese e desenvolvimento em cada enfoque. As críticas formuladas nesta revisão serão tomadas como ponto de partida para a análise de aspectos metodológicos no desenvolvimento seguinte deste trabalho.

A iniciativa de examinar a particularização e o detalhamento destes princípios para aplicação no caso do projeto de redes de TPCR/UP visa contribuir a este mesmo escopo de avaliar aspectos relacionados com a aplicabilidade de modelos normativos, para atingir objetivos complementares:

- de forma a estabelecer um quadro concreto de relações entre variáveis de decisão e os atributos do serviço relevantes para usuários e operadores (eventualmente também para o poder público, a sociedade e a comunidade) e funções de mérito adequadas e gerais para avaliar projetos alternativos;

- de forma a avaliar aspectos metodológicos de aplicação, como os relativos ao nível de agregação e representação que deve ser adotado e os relativos às hipóteses de comportamento e interação dos agentes envolvidos, que permitam obter resultados realmente utilizáveis dos modelos normativos formulados.

Este conjunto de questões será considerado a seguir para avaliar o estágio atual das formulações aplicáveis a modelos normativos em transportes urbanos e, em particular, no projeto de redes de TPCR/UP. As conclusões obtidas estão convenientemente reunidas no item final deste capítulo.

A questão básica a ser respondida deve então receber um qualificativo prático: a representação das relações técnicas e de mercado incorporadas nos enfoques atualmente propostos no

transporte urbano, e do TPCR/UP em particular, permitem garantir a aplicabilidade nas recomendações obtidas da utilização de modelos normativos?

Embora o esforço teórico possa ser considerado um trabalho de interesse, em si, naturalmente as questões práticas relativas à sua aplicação são também importantes. Ainda mais observando-se que o projeto de redes de TPCR/UP é um tema complexo em que as recomendações existentes são muito menos do que constituiria um procedimento tecnicamente adequado para projeto (aspecto discutido em PIETRANTONIO/89, capítulo 3, por exemplo).

Nos próximos capítulos, o trabalho caminhará na investigação deste caminho metodológico, na direção dos problemas de aplicação.

## **2.1. Enfoques Gerais Propostos**

Considerando a ausência de uma teoria geral, aplicável aos diversos aspectos da formulação de modelos normativos em transportes urbanos, buscou-se identificar na literatura técnica as principais iniciativas de formulação e aplicação de modelos de projeto envolvendo decisões complexas neste campo técnico, cujo enfoque pudesse ser aplicado a diversos problemas (eventualmente com poucas alterações).

Em vista da raridade de aplicações de modelos normativos em transportes urbanos, foram investigadas linhas de pesquisa com enfoque normativo geral, cujas características podem também ser encontradas em aplicações isoladas diversas, e os principais esforços de pesquisa contínua relacionados com a sua evolução ou adaptação. Naturalmente, ambos os resultados não se restringem ao transporte urbano e sua análise tem, portanto, interesse mais geral.

A pesquisa sobre os trabalhos com orientação normativa em transportes urbanos e sua evolução ao longo do tempo mostrou uma interessante correlação entre a perspectiva adotada pelos estudos em cada época, com a predominância do ponto de vista do governo ou do mercado no cenário político contemporâneo. Esta é uma circunstância feliz para uma posição que considera estes pontos de vista como complementares.

Em síntese, os trabalhos da década de 70 e início dos anos 80 mostram uma orientação relacionada com a visão global atribuída ao governo, tratando da maximização de alguma medida de benefício social, enquanto os trabalhos do final dos anos 80 e início dos anos 90 voltam-se para preocupações relacionadas com a visão de mercado, tratando do comportamento dos agentes privados em um ambiente competitivo, eventualmente regulamentado. Os problemas

de planejamento urbano e de planejamento de mercado foram, respectivamente, os contextos típicos de preocupação de cada um dos enfoques.

Independente de circunscrever cada orientação a um período ou ambiente específico, é claramente instrutivo examinar as características de cada abordagem. Este é um primeiro passo importante na análise a seguir.

### 2.1.1. Enfoques Relacionados com Planejamento Urbano

Uma das principais linhas básicas de trabalhos que tem uma orientação nitidamente normativa e direcionada para analisar os problemas em transporte urbano pode ser associada à *Division of Building, Construction and Engineering* da CSIRO-Commonwealth Statistical and Industrial Research Organization, Austrália, e relacionada com o desenvolvimento e aplicação do modelo TOPAZ-*Technique for the Optimum Placement of Activities in Zones*, cujo enfoque original está descrito em BROTCHIE/SHARPE/TOAKLEY/73.<sup>i</sup> Uma revisão e generalização está em SHARPE/KARLQVIST/80, que será utilizada para a descrição e análise a seguir.

A discussão nesta linha de trabalhos é colocada mais diretamente no contexto de planejamento no poder público, preponderante nos anos 70.

O objetivo da comunidade é representado por uma função de bem-estar  $F[x,y,\alpha]$ , onde a categoria de variáveis  $x$  representa a oferta de bens e serviços públicos, sujeitas a uma série de restrições técnicas e econômicas de oferta  $\{h_k[x,\alpha]=a_k\}$ , a categoria de variáveis  $y$  representa a demanda do setor privado, sujeitas a uma série de restrições de comportamento  $\{f[y,x,\alpha]=0\}$ , e a categoria de variáveis  $\alpha$  representa parâmetros exógenos que afetam as relações relevantes. Esta é a formulação usual para decisão pelo planejador e é essencialmente normativa, podendo ser formalmente resumida por:

---

<sup>i</sup> É interessante notar que a preocupação geral destes pesquisadores também esteve relacionada com a formulação de modelos normativos gerais aplicáveis a problemas complexos em Engenharia Civil. A pesquisa desenrolou-se por décadas, com estas questões em foco, como pode ser visto a partir de BROTCHIE/67 e BROTCHIE/69. Outras referências sobre a formulação original do TOPAZ, principal produto desta linha de trabalhos, são SHARPE/BROTCHIE/72 e BROTCHIE/DICKEY/SHARPE/80.

$$\max_{(x_i)} F[x,y,\alpha] \text{ s.a. } \{h_k[x,\alpha]=a_k\} \text{ e } \{f[x,y,\alpha]=0\}.^1$$

As dificuldades de implementação de um modelo deste tipo são diversas, a começar pela especificação da função objetivo (de bem-estar da comunidade, incorporando necessidades e aspirações diversas, de grupos diversos), e passando pela redução das previsões de comportamento do setor privado (famílias, empresas) a restrições simples de comportamento.

Em um contexto mais geral, o comportamento do setor privado também pode ser representado por um modelo incorporando seus objetivos individuais e suas restrições individuais ou, de forma mais agregada, por um objetivo global equivalente  $G[y,x,\alpha]$  e restrições equivalentes ao nível global  $\{g_1[y,x,\alpha]=b_1\}$ , sem distinguir os agentes individuais, tendo-se:

$$\max_{(y_j)} G[y,x,\alpha] \text{ s.a. } \{g_1[y,x,\alpha]=b_1\}$$

Do ponto de vista do planejador, o modelo que representa o comportamento do setor privado é descritivo e visa somente prever as variáveis de demanda (ou outras) que têm importância para definir a melhor configuração da sua decisão.

Portanto, um modelo normativo para o setor privado poderia também servir para os objetivos de previsão do planejador, desde que suas prescrições representassem o comportamento efetivo do setor privado. Os princípios de modelagem podem eventualmente diferir, porque em um modelo normativo as diferenças entre comportamento previsto e efetivo podem ser avaliadas pelo decisor (usuário do modelo), enquanto em um modelo descritivo esta qualidade de previsão é um aspecto prático essencial (mesmo quando a base teórica fundamentando as equações de previsão é

pouco relacionada com as decisões que motivam cada comportamento).<sup>1</sup>

Sem lograr a redução das previsões de comportamento do setor privado a restrições simples, do tipo  $f[y,x,\alpha]=0$ , a representação global pode ser formulada como um jogo entre planejador e setor privado (ou seus grupos), que passa a ser:

$$\begin{aligned} \max_{\{x_i\}} F[x,y,\alpha] \text{ s.a. } \{h_k[x,\alpha]=a_k\} \\ \max_{\{y_j\}} G[y,x,\alpha] \text{ s.a. } \{g_1[y,x,\alpha]=b_1\} \end{aligned}$$

(um problema de otimização em dois níveis, que em geral ocorre em formulações de jogos do tipo líder-seguidor, principal-agente ou de Stackelberg).<sup>2</sup>

Para os objetivos deste trabalho, menos importante que a formulação abstrata é a compreensão sobre o alcance e as limitações do enfoque da CSIRO, que pode ser avaliada examinando a especificação típica de uma aplicação do TOPAZ para planejamento de atividades urbanas.

O problema é determinar a melhor localização de um conjunto de atividades urbanas  $m=1,\dots,M$  em zonas do seu território  $i=1,\dots,I$ . A função objetivo é representada por uma avaliação do custo de interação no meio urbano (por exemplo, transporte) e do custo de implantação de novas atividades (por exemplo, construção) ao longo de períodos sucessivos  $t=1,\dots,T$ :

$$W = - \left( \sum_{ijmnt} T^t_{imjn} \cdot g^t_{imjn} + \sum_{imt} \Delta X^t_{im} \cdot k^t_{im} \right)$$

---

<sup>1</sup>Entretanto, modelos descritivos de previsão que tem relação direta com os modelos normativos de decisão correspondentes são tão desejáveis quanto os modelos descritivos de previsão com base comportamental, que foram formulações exaustivamente buscadas durante as décadas de 70 e 80 (na verdade, os princípios são semelhantes pois o apelo dos modelos comportamentais é a base normativa que justifica tais comportamentos e seu desenvolvimento tradicional limitou-se aos agentes atômicos, como indivíduos ou famílias, em que o conteúdo normativo é menos claro).

onde  $g_{imjn}^t$  é o custo de interação entre a atividade  $m$  na zona  $i$  e a atividade  $n$  na zona  $j$ , no período  $t$ , e  $k_{im}^t$  é o custo de construção para acomodar a atividade  $m$  na zona  $i$ , no período  $t$ .

As restrições de oferta incorporam previsões sobre o crescimento total para cada atividade  $\Delta A_{im}^t$ , em cada período  $t$  (a ser distribuído), sobre a capacidade total de acomodação de atividades em cada zona  $Z_i^t$ , no período  $t$ , sobre a disponibilidade de recursos orçamentários para investimento  $G^t$ , no período  $t$ , que podem ser formuladas como:

$$\sum_i \Delta X_{im}^t = \Delta A_{im}^t, \quad X_{im}^t = X_{im}^{t-1} + \Delta X_{im}^t,$$

$$\sum_m X_{im}^t \leq Z_i^t, \quad \sum_{im} k_{im}^t \cdot \Delta X_{im}^t \leq G^t.$$

As restrições de demanda consideram o comportamento de interação das viagens urbanas  $T_{imjn}^t$  que não são controladas pelo planejador e, no caso, podem ser descritas como função dos custos generalizados de viagem  $g_{imjn}^t = c_{imjn}^t + \tau \cdot t_{imjn}^t$  (ponderando custo monetário e tempo de viagem), por exemplo, utilizando um modelo gravitacional como:

$$T_{imjn}^t = P_{im}^t \cdot Q_{jn}^t \cdot e^{-\gamma \cdot g_{imjn}^t},$$

$$\text{com } P_{im}^t = \frac{X_{im}^t}{\sum_{jn} Q_{jn}^t \cdot e^{-\gamma \cdot g_{imjn}^t}} \text{ e } Q_{jn}^t = \frac{X_{jn}^t}{\sum_{im} P_{im}^t \cdot e^{-\gamma \cdot g_{imjn}^t}}.$$

<sup>i</sup> Podem também ser formuladas restrições globais (por exemplo, apenas restringir  $Z_i$  e  $G$ , deixando a alocação entre períodos para a solução a ser obtida), e distinguidos modos de interação (de transporte, de compras, de comunicação). Formulações semelhantes foram utilizadas para planejamento regional ou de edificações, alterando-se as variáveis de interesse em cada caso. Note que as decisões de localização são tomadas como variáveis contínuas e o custo de implantação como função linear, sem fatores fixos (indicando uma perspectiva agregada e de longo prazo).

Portanto, o problema de alocação ótima de atividades às zonas pode ser resumido em:

$$\max_{\{\Delta X_{im}^t\}} - \left( \sum_{ijmnt} T_{imjn}^t \cdot g_{imjn}^t + \sum_{imt} \Delta X_{im}^t \cdot k_{im}^t \right),$$

$$\text{sujeito a } \sum_i \Delta X_{im}^t = \Delta A_m^t, \quad X_{im}^t = X_{im}^{t-1} + \Delta X_{im}^t,$$

$$\sum_m X_{im}^t \leq Z_i^t, \quad \sum_{im} k_{im}^t \cdot \Delta X_{im}^t \leq G^t$$

$$T_{imjn}^t = P_{im}^t \cdot Q_{jn}^t \cdot e^{-\gamma \cdot g_{imjn}^t},$$

$$P_{im}^t = \frac{X_{im}^t}{\sum_{jn} Q_{jn}^t \cdot e^{-\gamma \cdot g_{imjn}^t}}, \quad Q_{jn}^t = \frac{X_{jn}^t}{\sum_{im} P_{im}^t \cdot e^{-\gamma \cdot g_{imjn}^t}}$$

$$\text{e } \Delta X_{im}^t \geq 0.^i$$

Esta é uma formulação em que o comportamento da demanda por transportes dos usuários pode ser expresso em um sistema de equações (simultâneas).

No caso da demanda por viagens, o problema de interação espacial do setor privado poderia também ser formulado, em cada período  $t$ , como:

---

<sup>i</sup>Note que na formulação adotada estão sendo ignorados diversos fatores de conversão de unidades que poderiam ser incorporadas de forma trivial (por exemplo, atividades podem ser medidas em salas de aula, capacidade das zonas em  $m^2$  de terrenos utilizáveis e viagens em veículos por dia útil). Admite-se implicitamente, nesta formulação, que não é possível ou não é desejável remover atividades e também que o planejador tem controle total sobre as atividades consideradas (e não há interrelação entre as atividades consideradas e as não consideradas), de forma que a única função de comportamento a considerar é a de interação espacial (no caso, as viagens).

$$\max_{(T_{imjn}^t)} U^t = - \sum_{imjn} \left( T_{imjn}^t \cdot g_{imjn}^t + \frac{1}{\gamma} (T_{imjn}^t \cdot \ln[T_{imjn}^t] - T_{imjn}^t) \right)$$

$$\text{s. a. } \sum_{jn} T_{imjn}^t = X_{im}^t \quad \text{e} \quad \sum_{im} T_{imjn}^t = X_{jn}^t$$

(as equações anteriores são uma elaboração das condições de ótimo de primeira ordem deste problema de maximização).

Esta formulação foi incorporada posteriormente e sua justificativa inicial associada aos modelos de maximização de entropia, muito em voga nos anos 70.<sup>4</sup>

A derivação usual de um modelo de distribuição de viagens ou interação espacial por maximização de entropia é a solução do problema de otimização:

$$\max_{(T_{ij})} U = - \sum_{ij} (T_{ij} \cdot \ln[T_{ij}] - T_{ij})$$

$$\text{s. a. } \sum_j T_{ij} = X_i \quad , \quad \sum_i T_{ij} = Y_j \quad \text{e} \quad \sum_{ij} g_{ij} \cdot T_{ij} = G$$

cuja solução é o modelo gravitacional duplamente restringido

$$T_{ij} = P_i \cdot Q_j \cdot e^{-\gamma \cdot g_{ij}} \quad , \quad \text{com} \quad P_i = \frac{X_i}{\sum_j Q_j \cdot e^{\gamma \cdot g_{ij}}} \quad \text{e} \quad Q_j = \frac{Y_j}{\sum_i P_i \cdot e^{\gamma \cdot g_{ij}}} \quad , \quad \text{onde} \quad P_i = e^{-\mu_i} \quad \text{e}$$

$Q_j = e^{-\nu_j}$  foram obtidos a partir dos multiplicadores de Lagrange  $\mu_i$  (relacionado com a produção de viagens) e  $\nu_j$  (associado a atração de viagens) por transformação de variável (tendo-se também então  $T_{ij} = e^{-\mu_i - \nu_j - \gamma \cdot g_{ij}}$ ). Esta formulação é essencialmente equivalente à anterior.<sup>5</sup>

Do ponto de vista prático, a existência de um problema de maximização equivalente à previsão de comportamento do usuário representa uma alternativa adicional e pode ser útil para obter sua solução numérica.<sup>1</sup> Entretanto, a questão da base teórica da

---

<sup>1</sup>Note que não há razão definitiva para preferir uma formulação de otimização em relação a um sistema de equações na representação do

formulação dos problemas equivalentes ou do desempenho prático dos resultados da sua aplicação para previsão são mais importantes.

Independente deste conjunto de aspectos, alguns pontos que poderiam ser inicialmente discutidos sobre a formulação apresentada são:

- porque utilizar como função objetivo a minimização dos custos de transportes (ou interação) e os custos de implantação da infra-estrutura (eventualmente somados aos custos de operação ao longo de toda sua vida útil)?

- não seria conveniente considerar alguma medida de benefício comparativo ao invés de apenas considerar custos (neste caso, como medir os benefícios)?

- a descrição do comportamento do setor privado e das restrições tecnológicas é suficiente para obter resultados razoáveis?

- a incorporação do efeito de congestionamento ou a diferenciação das tecnologias de transporte público não seriam necessárias?

- a incorporação da dinâmica do mercado imobiliário ou mesmo da economia urbana não seriam também essenciais?

- a formulação geral apresentada, ou pelo menos as formulações particulares mais usuais, tem algum procedimento de solução conhecido e validado?

Estes questionamentos mostram um conjunto adicional de aspectos que tem de ser considerados na formulação de modelos normativos desta natureza. Por exemplo, o arcabouço geral é pouco

---

modelo descritivo de comportamento. Este é basicamente um aspecto de eficiência computacional, em um campo ainda pouco desenvolvido como a resolução de problemas de otimização em múltiplos níveis ou de modelos de Teoria dos Jogos.

poderoso se não for fácil derivar formulações adequadas para funções objetivo, restrições de comportamento e tecnológicas, algoritmos de solução.

Alguns dos desenvolvimentos subsequentes na linha de trabalhos da CSIRO parecem apoiar esta visão.

Por exemplo, ROY/LESSE/83 e ROY/JOHANSSON/84 buscaram firmar melhor a obtenção da formulação geral a partir da Teoria Econômica e da Teoria dos Jogos, especialmente derivando a função objetivo geral e as restrições de comportamento a partir de hipóteses aceitas na Teoria Econômica sobre preferências e comportamento dos agentes econômicos.

BROTCHIE/SHARPE/MAHEEPALA/MARQUEZ/UEDA/94, além de redefinir as variáveis da função objetivo na formulação geral como benefício menos custo (de interação e implantação), caminharam no detalhamento das relações técnicas e de comportamento nos sub-módulos de transportes (uma formulação incluindo escolha modal e equilíbrio com congestionamento), de recursos hídricos (com sistemas hierarquizados e independentes de abastecimento de água, coleta de esgotos e drenagem de águas pluviais), citando uma formulação preliminar para um sub-módulo de preço do solo e também alguns sub-módulos a desenvolver como telecomunicações e meio-ambiente.

SHARPE/MARKSJO/85 buscaram um novo algoritmo de solução baseado em busca direta aleatória (procedimento de anelamento simulado) de aplicação mais geral (embora também heurístico e aproximado), visto que o procedimento inicial utilizado no TOPAZ e na formulação baseada em Teoria dos Jogos eram heurísticos aproximados e de convergência difícil.

Entretanto, muitas contribuições relacionadas com ambos os conjuntos de aspectos mencionados vieram de linhas de trabalho distintas e, muitas vezes, independentes.

O desdobramento da análise dos modelos de demanda baseados nas formulações de maximização de entropia na *School of Geography* da *University of Leeds*, Inglaterra, cuja formulação foi inicialmente explorada em WILSON/70 e WILSON/74, produziu alguns aprimoramentos importantes. Uma síntese dos resultados desta linha de trabalhos teóricos pode ser encontrada em WILSON/COELHO/MacGILL/WILLIAMS/81.

As análises caracterizadas por um enfoque mais normativo foram iniciadas em COELHO/WILSON/76 e COELHO/WILLIAMS/WILSON/78, e pelo menos duas contribuições importantes podem ser identificadas nestes trabalhos.

Em primeiro lugar, a partir da discussão feita em WILLIAMS/76 e WILLIAMS/77 sobre a consistência interna dos modelos de demanda por transportes e sobre a consistência destes com as medidas de avaliação de planos de transportes usualmente adotadas (posteriormente estendidas aos planos de uso do solo e transportes) foi definido um enfoque teórico para estabelecer funções objetivo consistentes com a Teoria Econômica (e com a Análise Custo/Benefício), a partir da perspectiva da Teoria da Utilidade Aleatória.

A formulação de modelos de distribuição de viagens com base no conceito de utilidade aleatória parte da especificação estocástica da medida de preferência do destino  $j$  a partir da origem  $i$ , como:

$$U_{ij}^n = \bar{U}_{ij} + \varepsilon_{ij}^n$$

onde  $\bar{U}_{ij} = f(A_i, B_j, g_{ij})$  é a utilidade média (representativa) obtida na viagem de  $i$  a  $j$  (função de medidas relacionadas com a produção de viagens em  $i$ , a atração de viagens em  $j$  e o intercâmbio de viagens entre  $i$  e  $j$ ) e  $U_{ij}^n$  é a utilidade específica para um usuário  $n$  particular (sujeita a um termo de dispersão, em geral

admitido como um termo aditivo, com distribuição acumulada  $F_{ij}(\epsilon)$  para cada origem/destino).

Adotando a hipótese usual de que os erros são uniformes e seguem a distribuição de Gumbel<sup>6</sup>, a probabilidade de escolher um intercâmbio qualquer (isto é, de ser este intercâmbio a melhor alternativa) é dado por  $p_{ij} = \frac{e^{\lambda \bar{U}_{ij}}}{\sum_{kl} e^{\lambda \bar{U}_{kl}}}$ . A utilidade média esperada, considerando todas as alternativas disponíveis e a distribuição do termo aleatório, é dada por  $\tilde{U} = \frac{1}{\lambda} \ln(\sum_{kl} e^{\lambda \bar{U}_{kl}})$ , diferente do valor calculado com a utilidade média de cada alternativa  $\bar{U} = \sum_{kl} p_{kl} \cdot \bar{U}_{kl}$  (que seria a expressão válida em um contexto determinístico).

Adotando, por exemplo, uma especificação  $\bar{U}_{ij} = v_i + w_j - g_{ij}$ , os valores de  $v_i$  e  $w_j$  são associados às zonas de origem e destino, a relação com o modelo gravitacional duplamente restringido fica clara.

Neste caso, escrevendo  $e^{\lambda(v_i + w_j - g_{ij})} = A_i \cdot B_j \cdot e^{-\lambda \cdot g_{ij}}$ , tem-se então

$$T_{ij} = T \cdot \frac{A_i \cdot B_j \cdot e^{-\lambda \cdot g_{ij}}}{\sum_{kl} A_k \cdot B_l \cdot e^{-\lambda \cdot g_{kl}}}, \quad A_i = \frac{X_i}{\sum_j B_j \cdot e^{-\lambda \cdot g_{ij}}} \cdot \frac{Z}{T}, \quad B_j = \frac{Y_j}{\sum_i A_i \cdot e^{-\lambda \cdot g_{ij}}} \cdot \frac{Z}{T} \quad e$$

$Z = \sum_{kl} A_k \cdot B_l \cdot e^{-\lambda \cdot g_{kl}}$  (um sistema de equações simultâneas que permite determinar  $A_i$  e  $B_j$ , da mesma forma que  $P_i$  e  $Q_j$  eram determinados na formulação original do modelo gravitacional).<sup>7</sup>

A partir da medida generalizada de variação do excedente do consumidor (CS) de Hotelling, WILLIAMS/77 mostrou que, no contexto dos modelos de escolha derivados da formulação de utilidade aleatória, a medida estocástica de utilidade esperada é

o índice correto para avaliação econômica de benefícios aos usuários, isto é, que  $\Delta CS = \tilde{U}_F - \tilde{U}_1$ .<sup>8</sup>

Portanto, uma função objetivo adequada para um modelo normativo (no primeiro nível de decisão com um critério público ou de natureza social) poderia ser baseada na maximização da utilidade esperada, estocástica individual (dada uma demanda global constante), ou então na sua expressão agregada  $GS = T.\tilde{U}$  (aliás relacionada com a função objetivo da formulação de maximização de entropia).<sup>9</sup>

Este primeiro ponto teve um significado dúbio, porque em função desta propriedade decorrem duas características distintas:

- o excedente do consumidor agregado do setor privado pode ser incluído como índice adequado na função objetivo utilizada para o nível superior de decisão (que representa o aspecto normativo propriamente dito);

- a função objetivo do modelo de otimização utilizado para representar o comportamento da demanda para o nível inferior de decisão, discutido anteriormente, pode também ser representada pelo mesmo excedente do consumidor agregado (obtendo-se um modelo de comportamento, descritivo, com base normativa).

Atualmente, esta discussão sobre a formulação de problemas de otimização correspondentes à previsão do comportamento dos usuários também aparece relacionando o conceito excedente do consumidor agregado GS com a função de decisão equivalente do usuário representativo. A noção de usuário representativo, embora artificial do ponto de vista teórico, é muitas vezes utilizada no campo da Teoria Econômica como um instrumento importante para estabelecer uma relação direta com funções de comportamento agregadas (ver OPPENHEIN/94, ítem A.4.4).<sup>10</sup>

Entretanto, não parece haver justificativa para esperar que em geral prevaleça esta coincidência. Esta dubiedade prejudicou

algumas possibilidades de desenvolvimento dos trabalhos dos pesquisadores da *School of Geography da University of Leeds*, como por exemplo a discussão sobre outros aspectos que poderiam ser incorporados às funções objetivo (como eficiência urbana, equilíbrio regional ou distributivo, ...).

O conceito de usuário representativo teria a vantagem de enfatizar o aspecto descritivo (representar o comportamento agregado), tendo-se de recorrer aos critérios usuais da avaliação econômica de intervenções para representar o aspecto normativo. Entretanto, também nesta linha de trabalhos este não é, em geral, um ponto reconhecido (salvo exceções como ANAS/85).

Boa parte das formulações na Teoria Econômica tradicional desprezam efeitos de economias de escala (interna e externa), de externalidades e outras imperfeições de mercado, situação em que a coincidência entre a função objetivo do modelo descritivo de comportamento do usuário representativo e a medida de bem-estar social agregada também ocorre. A menos que os desvios de mercado pudessem ser representados corestrições, ao invés de alterar as funções objetivo dos usuários representativos, este é um resultado particular (não geral).<sup>11</sup>

Fica, entretanto, como primeira contribuição, a identificação de um critério claro para formulação das funções objetivo, compatível com a Análise Custo/Benefício (no caso, derivado da Teoria da Utilidade Aleatória). A justificativa da preferência por modelos descritivos com base comportamental (e se possível também normativa) de previsão é outro aspecto importante, mas não necessariamente relacionado, enquanto a coincidência ou não da função de mérito social e a função objetivo de problemas de otimização auxiliares é uma característica específica, em geral com significado apenas computacional.

Em segundo lugar, há um contribuição específica à formulação do problema de localização das atividades urbanas, relacionada com as restrições que representam o comportamento do setor

privado. Seguindo a linha da formulação original de Lowry, o simples modelo gravitacional foi detalhado para incorporar a interação entre as atividades urbanas compatível com o conceito de base econômica.

O modelo formulado por LOWRY/64 contém uma descrição da interação na localização das atividades, mediada pela acessibilidade gerada pela infra-estrutura e serviços de transportes, representando uma formulação alternativa para a descrição do comportamento do setor privado em relação ao modelo gravitacional de interação espacial. Pode ser vista como um detalhamento do funcionamento do mercado imobiliário que, considerando suas deficiências específicas (menor atenção ao funcionamento da oferta, formulação de equilíbrio estático, ...), fornece um arcabouço geral que pode ser estendido em direções diversas.

A formulação de LOWRY/64 distingue três atividades (moradia, emprego e compras), sendo que parte do emprego localiza-se de forma exógena em relação ao sistema urbano (o emprego básico, usualmente relacionado com setores cujo mercado está fora da área urbana, em especial os que podem ser diretamente controlados pelo planejador).

O emprego total  $E_j = Z_j^* + Y_j$  é a soma do emprego básico e não básico. O emprego não básico em  $j$  localiza-se em função do mercado da área urbana, em LOWRY/64 relacionado com a acessibilidade  $g_{ij}^s$  ao poder de consumo dos residentes em cada zona  $i$  e com a atratividade  $W_j^s$  à atividade de comércio da zona  $j$ , sendo representado por:

$$S_{ij} = (a_{sx} \cdot X_i) \cdot \frac{W_j^s \cdot e^{-\beta^s \cdot g_{ij}^s}}{\sum_k W_k^s \cdot e^{-\beta^s \cdot g_{ik}^s}}, \text{ tendo-se } \sum_j S_{ij} = a_{sx} \cdot X_i$$

sendo  $a_{sx}$  o coeficiente de comércio gerado por moradias e o emprego não básico decorrente calculado por  $Y_j = \sum_i S_{ij}$ .

Os residentes, por sua vez, também localizam-se em função do mercado da área urbana, em LOWRY/64 relacionado com a acessibilidade  $g_{ij}^T$  aos empregos em cada zona  $j$  e com a atratividade  $W_i^R$  à atividade de moradia da zona  $i$ , sendo representado por:

$$T_{ij} = E_j \cdot \frac{W_i^R \cdot e^{-\beta^T \cdot g_{ij}^T}}{\sum_k W_k^R \cdot e^{-\beta^T \cdot g_{kj}^T}}, \text{ tendo-se } \sum_i T_{ij} = E_j,$$

e calculando-se o total de moradias decorrente por  $X_i = \sum_j T_{ij}$ .<sup>1</sup>

O trabalho de WILSON/COELHO/MacGILL/WILLIAMS/81 mostra como a formulação de LOWRY/64 pode ser obtida utilizando-se os princípios da Teoria da Utilidade Aleatória, a partir da decomposição da utilidade derivada de residir em  $i$ , trabalhar em  $j$  e fazer compras em  $k$  como  $U[i,j,k] = U^R[i,j] + U^S[k/i,j]$ , permitindo

---

<sup>1</sup>Esta seria uma especificação mais detalhada do comportamento da demanda pelo uso do solo que altera de forma importante a estrutura do modelo normativo (o primeiro nível de decisão teria agora apenas a localização do emprego básico como variável de decisão, visto que a distribuição das demais atividades é endógena).

Note que na formulação adotada novamente estão sendo ignorados diversos fatores de conversão de unidades também triviais (por exemplo, moradia por ser medido em habitantes, emprego em trabalhadores, compras em  $m^2$  de área construída, interação em intercâmbios ou viagens). Este é um detalhe importante na especificação das medidas de benefício ou desutilidade, que devem ter a mesma referência (benefício ou desutilidade por morador ou por viagem, por exemplo).

Na verdade, alguns desses fatores de conversão poderiam ser considerados como variáveis em uma modelagem mais detalhada, principalmente quanto as unidades estiverem relacionadas com consumo do espaço urbano ( $m^2$  de área construída ou de terreno), mas este procedimento seria uma extensão à formulação original de LOWRY/64 (ver por exemplo DeLaBARRA/89 e também o item 8.6 de NOVAES/83).

obter a medida de benefício econômico aos usuários correspondente.

Para compras, a formulação deriva de admitir  $U^C[k/i,j] = U^C[k/i] = \bar{u}^C_k - g^S_{ik} + \varepsilon^C_{ik}$ , que, com a hipótese usual de erros uniformes seguindo a distribuição de Gumbel, implica um modelo de escolha de destino de compras dado por:

$$P[k/i] = \frac{e^{\beta^S(\bar{u}^S_k - g^S_{ik})}}{\sum_k e^{\beta^S(\bar{u}^S_k - g^S_{ik})}} = \frac{W^S_k \cdot e^{-\beta^S g^S_{ik}}}{\sum_k W^S_k \cdot e^{-\beta^S g^S_{ik}}}$$

onde  $W^S_k = e^{\beta^S \bar{u}^S_k}$  é a medida de atratividade e  $\tilde{u}^S_i = \frac{1}{\beta^S} \cdot \ln \left[ \sum_k W^S_k \cdot e^{-\beta^S g^S_{ik}} \right]$  é a medida de utilidade composta.

Para moradia, a formulação deriva de admitir  $U^R[i,j] = U^R[i/j] = \bar{u}^R_i + a_{SX} \cdot \tilde{u}^S_i - g^T_{ij} + \varepsilon^T_{ij}$ , incorporando a utilidade composta relacionada com as alternativas de compras, que, com a hipótese usual de erros uniformes e seguindo a distribuição de Gumbel, implica um modelo de escolha de origem de moradia dado por:

$$P[i/j] = \frac{e^{\beta^T(\bar{u}^R_i + a_{SX} \cdot \tilde{u}^S_i - g^T_{ij})}}{\sum_i e^{\beta^T(\bar{u}^R_i + a_{SX} \cdot \tilde{u}^S_i - g^T_{ij})}} = \frac{W^R_i \cdot e^{-\beta^T g^T_{ij}}}{\sum_i W^R_i \cdot e^{-\beta^T g^T_{ij}}}$$

onde  $W^R_i = W^T_i \cdot e^{\beta^T a_{SX} \cdot \tilde{u}^S_i} = e^{\beta^T(\bar{u}^R_i + a_{SX} \cdot \tilde{u}^S_i)}$  é a medida de atratividade e  $\tilde{u}^R_j = \frac{1}{\beta^T} \cdot \ln \left[ \sum_i W^R_i \cdot e^{-\beta^T g^T_{ij}} \right]$  é a medida de utilidade composta.

A medida usual de benefício econômico global para os usuários seria então:

$$\sum_j E_j \cdot \tilde{u}^R_j = \frac{1}{\beta^T} \cdot \sum_j \left( E_j \cdot \ln \left[ \sum_i W^R_i \cdot e^{-\beta^T \cdot g^T_{ij}} \right] \right),$$

ou seja,  $\frac{1}{\beta^T} \cdot \sum_j \left( E_j \cdot \ln \left[ \sum_i \left( W^T_i \cdot e^{-\beta^T \cdot g^T_{ij}} \cdot \sum_k \left( W^S_k \cdot e^{-\beta^S \cdot s^S_{ik}} \right) \right) \right] \right)$ .<sup>12</sup>

Uma descrição ainda mais detalhada seria necessária para representar adequadamente o funcionamento da oferta no mercado imobiliário e a dinâmica da formação e mudança do estoque de edificações (por exemplo, o caminho das formulações desenvolvidas a partir de ECHENIQUE/68, sintetizadas em DeLaBARRA/89, são passos nesta direção) ou incorporar efeitos outros de externalidades como os decorrentes de congestionamento (que serão discutidos adiante e poderiam seguir o caminho das formulações de ANAS/85 e OPPENHEIM/95).

O aspecto relevante desta segunda contribuição, para este trabalho, é a de mostra a importância de uma formulação realista das restrições técnicas e de mercado para obter um modelo normativo adequado, incluindo a definição da melhor forma de mensurar benefícios econômicos e especificar a função objective sintética (global).

A compreensão das variáveis de intervenção efetivamente disponíveis para os decisores também seria um aspecto pertinente e importante. Em geral pode ser considerado aceitável admitir uma mediação significativa entre as respostas obtidas (no caso, totais de atividades) e as variáveis de intervenção (restrições de zoneamento, incentivos à ocupação, localização de obras e serviços públicos, ...) quando for possível identificar uma relação simples entre elas.

Mesmo com a incorporação da concepção de LOWRY/64, este certamente não seria o caso no que se refere ao problema de localização de atividades, razão pela qual as extensões relativas à modelagem da oferta imobiliária foram perseguidas por diversos autores.<sup>4</sup>

---

<sup>4</sup>No contexto de modelos descritivos, existem diversos esforços teóricos (como os trabalhos citados, sintetizados em DeLaBARRA/89 e ANAS/87) e práticos (em que o Modelo de Uso do Solo e Transportes-MUT de São Paulo é um dos exemplos mais detalhados). Entretanto, não existem exemplos correspondentes no contexto de modelos normativos, sendo esta uma das muitas dificuldades deste campo de pesquisa (ver, por exemplo, PIETRANTONIO/STRAMBI/GUALDA/96).

### 2.1.2. Enfoques Relacionados com Planejamento de Mercado

Outra linha de trabalhos, com participações muito disseminadas, relacionadas com o embasamento teórico e prático da formulação dos modelos em transportes e sua integração com a Teoria Econômica tradicional (notadamente a partir dos conceitos de equilíbrio e concorrência e das formulações relacionadas com Teoria de Jogos), trouxe também contribuições relevantes. Pode-se identificar grupos desta linha de pesquisa na *University of Illinois at Urbana-Champaign* e *University of Pennsylvania*, Estados Unidos, e no *Centre de Recherche sur les Transports* da *Université de Montréal*, Canadá, entre outros. A análise pioneira voltada para modelos normativos é associada a FISK/BOYCE/83 e FISK/86. Uma síntese parcial desta linha de trabalhos pode ser encontrada em OPPENHEIM/94 (ver capítulo 9).

Nesta linha de pesquisa, os trabalhos com orientação normativa tiveram menor ênfase em problemas de planejamento no setor público e maior preocupação com políticas ótimas de planejamento ou operação das empresas de transportes. Neste campo, a tradição de formulação e aplicação de modelos normativos da pesquisa operacional é forte, mas usualmente limitada a enfoques restritos de minimização de custos de implantação e/ou de operação.

Além de incorporar resultados da evolução mais recente da pesquisa em Modelagem de Transportes, a contribuição desta linha de trabalhos pode ser identificada no reconhecimento do ambiente competitivo em que as empresas atuam (e nas restrições ou interações decorrentes).

Tanto as restrições decorrentes do comportamento da demanda quanto do comportamento das empresas (controladas ou lideradas) são descritas por FISK/86 a partir do conceito de equilíbrio em

concorrência entre agentes racionais, que maximizam suas funções objetivo correspondentes. Esta é a abordagem clássica da Teoria Econômica tradicional, renovada pela ênfase atual na aplicação da Teoria de Jogos em Economia.

Ao longo dos últimos anos, diversas formulações alternativas do problema de equilíbrio em Transportes e em Economia foram desenvolvidas e analisadas. Progressivamente, ambas as formulações foram compatibilizadas e podem ser representadas com uma descrição generalizada do problema de equilíbrio de mercado da Teoria Econômica tradicional (ver um caminho de síntese em NAGURNEY/93, especialmente os capítulos 3, 6 e 7).<sup>13</sup>

O princípio de equilíbrio do usuário, em Transportes, formulado verbalmente por WARDROP/52, pode ser expresso como uma alocação de fluxos de viagens entre rotas  $x_r \geq 0$  e custos de viagem com congestionamento  $c_r$  que satisfazem as condições:

$$- x_r > 0 \text{ se } c_r[\{x_r\}] = c_{\min}; \text{ e}$$

$$- x_r = 0 \text{ se } c_r[\{x_r\}] > c_{\min}$$

(ou seja, satisfazem a relação de complementaridade  $x_r \cdot (c_r[\{x_r\}] - c_{\min}) = 0$  com  $x_r \geq 0$ ) e as restrições de conservação de fluxo (abreviadas por  $x_r \in K$ ).

De forma correspondente, a decisão de compra em um mercado econômico com custos de transação (incluindo o custo de transporte) pode ser expresso como uma alocação da demanda entre transações  $Q_{ij} \geq 0$  satisfazendo as condições:

$$- Q_{ij} > 0 \text{ se } \pi_i[\{Q_{ij}\}] + c_{ij}[\{Q_{ij}\}] = \rho_j[\{Q_{ij}\}]; \text{ e}$$

$$- Q_{ij} = 0 \text{ se } \pi_i[\{Q_{ij}\}] + c_{ij}[\{Q_{ij}\}] > \rho_j[\{Q_{ij}\}]$$

(ou então as relações de complementaridade  $Q_{ij} \cdot (\pi_i[\{Q_{ij}\}] + c_{ij}[\{Q_{ij}\}] - \rho_j[\{Q_{ij}\}]) = 0$  com  $Q_{ij} \geq 0$ ), além de restrições de conservação de fluxo  $Q_{ij} \in K$ , onde  $Q_{ij}$  é a quantidade transacionada entre  $i$  e  $j$ ,  $c_{ij}[\{Q_{ij}\}]$  é o custo de transação entre  $i$  e  $j$  (uma função geral de todas as transações),  $\pi_i[\{Q_{ij}\}]$  é o preço de oferta de  $i$  (uma função geral, usualmente de  $s_i = \sum_j Q_{ij}$ , a oferta em  $i$ ),  $\rho_j[\{Q_{ij}\}]$  é o preço de demanda de  $j$  (uma função geral, usualmente de  $d_j = \sum_i Q_{ij}$ , a demanda em  $j$ ).<sup>14</sup>

Especificamente nas formulações usuais em Transportes, o custo de viagem usualmente incorpora atributos não-monetários, como o tempo de viagem, e eventualmente componentes estocásticos, como nos modelos com utilidade aleatória (ver por exemplo SHEFFI/85, em especial o capítulo 12). Neste caso, a alocação dos fluxos poderia ser representada por  $x_r = X \cdot f[\theta, \{cg_r\}]$ , onde  $\theta$  é um parâmetro de dispersão (ou concentração, em torno de  $cg_r = cg_{\min}$ ),  $X$  é o total de viagens e  $cg_r$  uma medida de custo generalizado (ponderando atributos não-monetários).

Ambos os aspectos são também relevantes para as formulações de equilíbrio em Economia, embora menos usuais. Por exemplo, no caso de mercados econômicos com produtos diferenciados, os atributos não-monetários, de qualidade, também deveriam ser incorporados. As formulações estocásticas seriam também justificáveis no contexto geral de transações econômicas, por permitir obter modelos mais gerais e fornecer um enfoque alternativo ao problema de agregação. O trabalho de ROUWENDAL/90 é um exemplo de formulações econômicas baseadas em conceitos bastante experimentados em Transportes.<sup>15</sup>

A partir destes conceitos, FISK/86 descreve três categorias básicas de formulações gerais que podem ser aplicadas em modelos normativos:

- a análise de ações de uma empresa, considerando as reações do mercado atendido por ela;

- a análise simultânea da competição entre diversas empresas, considerando a interação entre elas e as reações do mercado em que elas competem entre si;

- a análise de um órgão superior (de regulação/coordenação ou líder de mercado), considerando ao mesmo tempo a reação das empresas (controladas ou lideradas) e do mercado.

A primeira formulação traduz o esquema discutido até aqui, no caso do planejamento urbano, para o contexto de decisão privada. A função objetivo da empresa é tratada de forma tradicional, admitindo que ela possa ser adequadamente descrita pelo resultado econômico direto, isto é, pelo lucro  $s[x,y]$ , ao invés de uma função de bem-estar geral ou preferência  $F[x,y,\alpha]$ , e foi expressa como:

$$\max_{\{x_i \geq 0\}} s[x, y^*]$$

$$\text{sujeito a } \{y_j = G_j[x, y^*]\} \text{ e } \{x\} \in K_x$$

(onde as restrições de comportamento dos usuários estão representados como um sub-problema, incorporado às restrições, que determina  $y^*$  e as restrições acessórias  $\{g\}$  e  $\{h\}$  não foram explicitadas).<sup>16</sup>

A segunda formulação adota uma perspectiva mais geral, no contexto de decisão privada, em que diversas empresas competem entre si e buscam seu objetivo particular  $s_e[x,y]$  independentemente (isto é, de forma não-cooperativa), o que é

equivalente a resolver simultaneamente o conjunto de problemas individuais:

$$\left\{ \max_{e, \{x_{ei} \geq 0\}} S_e[x_e, x_{\bar{e}}, y^*] \right\}$$

sujeito a  $\{y_j^* = G_j[x_e, x_{\bar{e}}, y^*]\}$  e  $\{x_e\} \in K_e, \forall e$

(onde a partição  $x = \{x_e, x_{\bar{e}}\}$  separa as variáveis sob controle de uma empresa e de todas as suas concorrentes).<sup>17</sup>

A terceira categoria de problemas, cujo contexto é semelhante mas em que existe um órgão superior com informação e intervenção sobre o sistema (eventualmente imperfeitos) e que assume o papel de coordenação com uma função objetivo própria  $S[z, y, x]$ , global (como a de bem-estar social) ou particular (o lucro particular de uma empresa líder), cuja formulação pode ser expressa como:

$$\max_{\{z_k \geq 0\}} S[z, y^*, x^*]$$

sujeito a  $\{y_j^* = G_j[z, y^*, x^*]\}$ ,  $\{x_i^* = F_i[z, y^*, x^*]\}$ ,  $\{z_k\} \in K_z$

(onde são representados dois níveis de interações, usualmente associados com os consumidores e com as empresas reguladas ou competidoras).

Em todas as formulações, as reações de mercado relacionadas com o comportamento da demanda (isto é, os usuários dos serviços da empresa ou consumidores de seus produtos) são incorporadas como restrições. Na terceira formulação, o comportamento das empresas controladas ou lideradas também seria uma restrição, introduzindo um nível de representação adicional.

Um aspecto interessante da categorização feita por FISK/86 é a explicitação de algumas hipóteses comportamentais de interação entre os agentes (racional). As formulações com comportamento maximizador, simultâneo, por parte de diferentes decisores

constituem a abordagem usual em Economia, mas em geral adotam a hipótese de que cada agente não formula sua decisão como um problema estratégico (no sentido da Teoria dos Jogos, em que sua ação podem alterar a situação de mercado e a ação dos demais agentes, aspecto implícito na suposição usual de que cada decisor é um tomador de preços e considera apenas as quantidades transacionadas como variáveis de decisão).

A primeira categoria de problemas desvia desta hipótese ao considerar a reação de mercado na formulação do problema de decisão. Este é um caminho tradicional na Teoria Econômica e corresponde ao enfoque utilizado para modelar o comportamento de uma empresa monopolista (apenas permitindo adotar uma formulação mais complexa para previsão do comportamento da demanda), cuja solução (mais geral) pode ser expressa pelas condições de primeira ordem do problema de Lagrange correspondente:

$$\left\{ \partial_{x_i} s[x^*, y^*] - \{\lambda_j^*\}^T \cdot \{\partial_{x_i} G_j[x^*, y^*]\} = 0 \right\},$$

$$\{y_j^* = G_j[x^*, y^*]\}, \quad \{x^*\} \in K_x \text{ e } \{\lambda_j^*\} \text{ sem restrições}^{\dagger},$$

onde  $\partial_{x_i} y_j^*[x, y^*] = \partial_{x_i} G_j[x, y^*]$  representa o comportamento reativo do mercado consumidor (objetiva ou subjetivamente avaliado e não necessariamente redutível a funções simples).

A hipótese usual de ausência de comportamento estratégico por parte da empresa seria equivalente a admitir que seu processo de decisão assume  $\{\partial_{x_i} y_j^*[x, y^*] = 0\}$  globalmente (que no caso da empresa monopolista seria equivalente a não considerar a relação entre sua decisão de oferta e o preço de equilíbrio no mercado consumidor).

---

<sup>†</sup>Naturalmente, está sendo admitido a obtenção de uma solução interna em relação à  $K_x$  e também é necessário verificar as condições de segunda ordem, o que estará sempre suposto em toda a discussão a seguir.

Além disso, se for adotada uma função objetivo social ao invés do lucro da empresa, este problema é o mesmo anteriormente considerado no enfoque original da CSIRO (em que também o comportamento dos usuários foi representado por restrições de igualdade simples).

A segunda categoria de problemas tem uma especificação simplista na formulação de FISK/86, bastante próxima das formulações de modelos descritivos porque ainda não incorpora a possibilidade de comportamento estratégico na competição entre empresas (hipótese implícita na falta de interação entre as decisões das diferentes empresas). Na forma originalmente utilizada, a solução usual pode ser obtida de:

$$\left\{ \partial_{x_{ci}} s_e [x^*_e, x^*_{\bar{e}}, y^*] - \{\lambda^*_j\}^T \cdot \{\partial_{x_{ci}} G_j [x^*_e, x^*_{\bar{e}}, y^*]\} = 0 \right\}, \forall e,$$

$$\{y^*_j = G_j [x^*_e, x^*_{\bar{e}}, y^*]\}, \{x^*_e\} \in K_e, \forall e,$$

com  $\{\lambda^*_j\}$  sem restrições, que corresponde ao conceito de equilíbrio de Nash (que é a forma mais usual no contexto não cooperativo da Teoria dos Jogos), considerando apenas a reação de mercado (isto é, admitindo  $\{\partial_{x_{ci}} x^*_{\bar{e}} [x_e, x^*_{\bar{e}}, y] = 0\}$  globalmente).<sup>18</sup>

Esta formulação poderia ser estendida para contextos mais complexos, dentro da mesma estratégia de formulação enunciada por FISK/86, por exemplo, reconhecendo que cada decisor poderia considerar que seus competidores responderão às suas ações.<sup>19</sup> No entanto, a análise de conceitos como o equilíbrio de Nash é uma das principais contribuições da Teoria de Jogos à Economia: a identificação de uma situação em que nenhum agente pode melhorar unilateralmente seu objetivo, o que é uma condição que poderia ser considerada suficiente para justificar que sua função de reação é localmente estacionária, isto é, uma solução de equilíbrio local (pelo menos na ausência de mecanismos de

coordenação que conjecturem ações conjuntas, cooperativamente, ou da suposição de reações, em cadeia, consistentes).

A terceira categoria de problemas recoloca este contexto do decisor (empresa líder ou órgão de planejamento), que originou o desenvolvimento do enfoque da CSIRO, mas agora em um contexto mais amplo em que o comportamento da oferta também pode ser modelado de forma estratégica, com incorporação do comportamento da demanda, tendo-se:

$$\left\{ \partial_{z_k} S[z^*, y^*, x^*] - \{\lambda_j^*\}^T \cdot \{\partial_{z_k} G_j[z^*, y^*, x^*]\} - \{\theta_i^*\}^T \cdot \{\partial_{z_k} F_i[z^*, y^*, x^*]\} = 0 \right\}$$

$$\{y_j^* = G_j[z^*, y^*, x^*]\}, \{x_i^* = F_i[z^*, y^*, x^*]\}, \{z_k^*\} \in K_z,$$

com  $\{\lambda_j^*\}$  e  $\{\theta_i^*\}$  sem restrições (que também é um equilíbrio de Nash). Esta estratégia de formulação acrescenta um nível hierárquico adicional na estrutura do modelo normativo, sem modificar essencialmente as características das formulações anteriores (incluindo um grau maior de dificuldade computacional).

A preferência por formulações simultâneas ou hierárquicas não é detalhadamente discutida em FISK/86. Em um modelo normativo, pelo menos para um dos agentes envolvidos (que representa o decisor responsável pela análise) seria justificável adotar uma formulação mais detalhada.

Embora seja natural associar as restrições G à representação da demanda dos usuários e as restrições F à representação da oferta das empresas, a estrutura matemática proposta adiciona algumas suposições implícitas: a de que todos os consumidores agem como tomadores de preços (usualmente associado a um grande número de pequenos agentes individuais) e a de que todas as empresas lideradas ou regulamentadas não agem com poder de mercado. Naturalmente, a classificação entre consumidores e produtores e agentes tomadores de preço e com poder de mercado

não precisam coincidir necessariamente e a questão de adequar a formulação matemática à melhor representação do comportamento efetivo de cada agente é uma característica fundamental.

O aspecto referente ao grau de complexidade dos problemas associados com o comportamento de qualquer destes sub-níveis de representação é também negligenciado (em particular os aspectos relacionados com a geração de opções e a natureza das restrições ou relações técnicas).

FISK/86 utiliza dois problemas como exemplos para ilustrar, de forma bastante genérica, estas formulações: a definição de tarifas e frequências ótimas de serviço em um sistema de transporte regular (que será também discutido no próximo item, no contexto do TPCR/UP) e a definição de preços e de operação entre transportadores privados de carga competidores.

A discussão, entretanto, destaca com muito maior ênfase as diversas formulações matemáticas alternativas que podem ser dadas aos problemas (aliás, nenhuma delas comprovadamente operacional) do que os aspectos específicos de cada contexto de aplicação.

No caso da empresa de transporte regular são assinalados a competição com o automóvel e as restrições de conservação de fluxo nos terminais e adotadas como variáveis de decisão as frequências nas linhas e uma tarifa única no serviço. No caso das empresas de transporte de carga são assinalados restrições relacionados com conservação de fluxo nos terminais e com os terminais e ligações utilizáveis por cada transportador e adotadas como variáveis de decisão uma frequência por rota e uma tarifa por tipo de mercadoria. Em ambos os casos, os itinerários da linhas ou rotas e os tipos de veículos utilizados são considerados definidos e o comportamento dos usuários é

representado pela escolha de trajeto com custo generalizado mínimo (dadas as decisões de oferta).<sup>1</sup>

Portanto, esta contribuição traz pouco mais que uma ênfase em contextos competitivos, de interação entre agentes racionais, e uma modernização das técnicas de modelagem aplicáveis em Transportes. A integração com a Teoria Econômica tem um aspecto principal, a meu ver, que é relacionado com o fortalecimento do quadro de referência para mensuração de benefícios econômicos, embora este seja um campo ainda pouco desenvolvido para aplicações práticas na própria Economia (quando tem de ser considerada uma representação mais realista das relações econômicas).

No entanto, existem diversos aspectos normalmente negligenciados em Engenharia que são analisados, pelo menos isoladamente, no contexto da Teoria Econômica e da Análise Custo/Benefício, como a avaliação de externalidades e a incorporação de incertezas. Esta é uma característica importante em modelos normativos nos quais estes aspectos particulares estejam presentes ou em que a base teórica para mensurar de benefícios econômicos deva ser mais elaborada.<sup>20</sup>

As formulações de FISK/86, menos que a síntese de uma linha de trabalhos práticos, foram o resultado dos desenvolvimentos teóricos da modelagem em Transportes. Na verdade, poucas aplicações reais adotaram um arcabouço inspirado em suas formulações (na revisão atualizada do capítulo 9 de OPPENHEIM/94, pode-se notar detalhamentos da formulação geral para problemas de projeto de redes viárias, de redes de serviços, de controle de tráfego, de definição de preços).<sup>21</sup>

---

<sup>1</sup>A demanda em cada par origem/destino é considerada fixa, apenas a escolha de modo ou transportador e de rota é variável. No caso do transporte de carga é discutida a possibilidade de utilizar um modelo geral de equilíbrio espacial de preços para prever alterações na produção e consumo de cada zona de origem e destino. Esta alternativa é considerada uma formulação de longo prazo, mas são mantidas as mesmas variáveis de decisão (de curto prazo, mantendo itinerários, tipos de veículos, terminais, todos fixos !).

É fácil, portanto, negligenciar a importância deste quadro de referência geral.

Uma avaliação mais justa da contribuição deste enfoque pode ser obtida explorando o contraste entre suas formulações e alguns modelos normativos contemporâneos ao seu trabalho, que adotaram perspectivas usuais na Engenharia de Transportes.

Um dos melhores exemplos dentro deste enfoque tradicional pode ser encontrado na síntese de CRAINIC/ROUSSEAU/86, desenvolvida no *Centre de Recherche sur les Transports* da *Université de Montréal*, Canadá, dentro da mesma linha de evolução em modelagem de transportes. Esta linha de trabalhos originou-se em contato direto com aplicações práticas, em particular com a implementação de um modelo para planejamento tático de operações em uma grande empresa ferroviária (*Canadian National Railway*), e manteve esta ligação ao longo de boa parte de seu desenvolvimento (incluindo aplicação no Brasil).<sup>1</sup>

Em CRAINIC/ROUSSEAU/86, a seguinte formulação é proposta para o modelo normativo para definição das frequências  $f$  de viagens (por unidade de tempo ou no período de planejamento) para as diversas configurações de serviço  $h$  (itinerário, tipo de veículo, terminais, operações, ...):

$$\min_{\{x_{mk}\}, \{f_h\}} \Psi = \sum_h Y_h[\{f\}] + \sum_{m,k} Z_{mk}[\{x\}, \{f\}] + P[\{x\}, \{f\}]$$

---

<sup>1</sup>A formulação do modelo desenvolvido para o trabalho original pode ser encontrada em CRAINIC/FERLAND/ROUSSEAU/84. Uma adaptação do enfoque geral de CRAINIC/ROUSSEAU/86 para o transporte rodoviário de carga, um contexto de decisão mais complexo em diversos aspectos, esta descrita em ROY/DELORME/88. As experiências de utilização no Brasil, relacionadas com o desenvolvimento do modelo de planejamento estratégico STAN, que contou com o apoio da Empresa Brasileira de Planejamento de Transportes-GEIPOT, pode ser encontrada em CRAINIC/FLORIAN/LÉAL/90 e GUÉLAT/FLORIAN/CRAINIC/90 e nos relatórios finais do projeto FLORIAN/CRAINIC/89.

$$\text{sujeito a } \left\{ \sum_{m,k} x_{mk} = D_m \right\}, \quad \{x_{mk} \geq 0\}, \quad \{f_h = 0,1,2,\dots\},$$

onde  $D_m$  é a demanda por transporte na empresa para a mercadoria  $m$  e  $x_{mk}$  é o volume transportado da mercadoria  $m$  pelo trajeto  $k$  na rede física e de serviço. A frequência de viagens é considerada uma variável inteira a ser otimizada e, em princípio, permite selecionar também as melhores configurações de serviço (visto que a frequência nula é admitida como solução e equivale a não utilizar uma dada configuração).

A função objetivo incorpora três termos correspondentes ao custo fixo de operar um serviço  $h$   $Y_h[\{f\}]$ , em geral proporcional à sua frequência (isto é,  $Y_h = f_h \cdot y_h[f_h]$ , que pode incorporar efeitos de congestionamento que aumentariam o tempo de ciclo), ao custo variável de transporte  $Z_{mk}[\{x\},\{f\}]$ , em geral proporcional à quantidade transportada (isto é  $Z_{mk} = x_{mk} \cdot z_{mk}[\{x\},\{f\}]$ , também incorporando congestionamento, e espera por serviço, ..., e ponderando os diferentes serviços utilizados no trajeto  $k$ ), e a um termo genérico de penalidade  $P[\{x\},\{f\}]$ , que corresponde à incorporação de diversas outras restrições operacionais com fatores de penalidade (isto é,  $P[\{x\},\{f\}] = \sum_l \mu_l \cdot p_l[\{x\},\{f\}]$ , onde cada termo individual  $l$  pode representar restrições de capacidade em serviços  $h$ , restrições de disponibilidade global de frota  $M$ , eventualmente por tipo de veículo, ...).

Segundo CRAINIC/ROUSSEAU/86, a estrutura deste problema permite adotar como estratégia de solução um processo iterativo que decompõe, em cada passo, o problema em duas etapas:

- a determinação de ajustes na frequência em função da avaliação dos serviços (sua contribuição para a função objetivo poderia ser medida por um gradiente exato ou aproximado);

- a determinação do melhor roteamento das mercadorias na rede de serviço (sendo a rota entre terminais consecutivos determinada pelo transportador, mas considerando as escolhas dos usuários entre alternativas de trajeto).

CRAINIC/ROUSSEAU/86 discutem também o aspecto essencial de implementação referente à formulação de um algoritmo geral de solução para o problema com esta estratégia.

A etapa de ajuste da frequência de serviço parte de uma solução inicial com frequências máximas em todos os serviços e ajusta alguns valores em cada iteração a partir da análise das variações marginais aproximadas, calculadas com hipótese de alocação dos fluxos de tráfego fixa, da alteração unitária de cada frequência:

$$\left\{ \psi_h[1] = \Psi\left[\{\bar{x}\}, \{f_h, f_{\bar{h}}\}\right] - \Psi\left[\{\bar{x}\}, \{f_h - 1, f_{\bar{h}}\}\right] \right\},$$

onde  $\{\bar{x}\}$  é o valor corrente da alocação de tráfego (mantido fixo),  $f_h$  é o valor corrente da frequência do serviço  $h$  considerado e  $\{f_{\bar{h}}\}$  é o conjunto de frequências dos demais serviços (exceto  $h$ ).

O procedimento sugerido em CRAINIC/ROUSSEAU/86 ajusta em cada iteração a frequência do serviço mais promissor (de melhor  $\psi_h[1]$ ) e do segundo melhor serviço promissor que não possui nenhuma ligação compartilhada com o melhor (isto é, tem um trajeto disjunto). A magnitude do ajuste  $\Delta_h$  é selecionada de forma heurística a partir da análise das condições de operação no itinerário dos serviços selecionados e o impacto decorrente da alteração na função objetivo (evitando saturação das ligações ou aumento excessivo de esperas, visto que os demais fatores relacionados com congestionamento devem melhorar com reduções de frequência).

A etapa de alocação dos fluxos de transporte assume as frequências de serviço (ajustadas) como fixas e examina o problema de alocação dos fluxos de tráfego, considerando as diversas mercadorias simultaneamente transportadas. Como normalmente existe um número excessivo de trajetos alternativos em uma rede de transportes de tamanho realista, o procedimento identifica a cada iteração o melhor trajeto na rede de transportes na situação corrente, para cada mercadoria, e mantém apenas a referência ao conjunto dos trajetos identificados como ótimo ao longo das iterações  $K_m$  (o que caracteriza um procedimento de geração de colunas).

Considerando o conjunto de trajetos identificados para cada mercadoria, a alocação dos fluxos de tráfego também segue uma estratégia de decomposição, por mercadoria, resolvendo:

$$\min_{\{x_{mk}, k \in K_m\}} \Psi_m = \Psi[\{x_{mk}\}, \{x_{\bar{m}}\}, \{\bar{f}\}]$$

$$\text{sujeito à } \sum_{k \in K_m} x_{mk} = D_m \quad (x_{mk} = 0, \forall k \notin K_m),$$

onde  $\{\bar{f}\}$  é o valor corrente das frequências de serviço (mantidas fixas),  $\{x_{mk}\}$  é o fluxo de tráfego da mercadoria  $m$  no trajeto  $k$  (considerada a variável do problema componente) e  $\{x_{\bar{m}}\}$  é o conjunto de fluxos de tráfego das demais mercadorias (exceto  $m$ , temporariamente fixo).

A solução obtida considera todas as mercadorias, embora tenha somente os fluxos de uma das mercadorias como variável em cada problema no ciclo de iterações internas da segunda etapa, cuja convergência é verificada examinando as condições de Kuhn-Tucker do problema multi-mercadoria, diretamente. A função objetivo de cada problema componente  $\Psi_m$  é usualmente não-linear e terá de ser resolvida, em cada iteração interna, por um processo

iterativo tradicional de programação não-linear (para cada mercadoria).

A identificação de trajetos ótimos correntes, antes da solução do problema componente relativo a cada mercadoria tem a estrutura de um problema de caminho mínimo na rede de transportes (considerando percurso nas ligações e operações nos terminais). Os gradientes de  $\psi_m$ , caso sejam utilizados no processo iterativo de solução do problema componente, teriam de considerar as interações entre fluxos de cada trajeto (visto que as variáveis são os fluxos em cada trajeto, e não em cada ligação ou terminal) e poderiam analisar o caminho ótimo.

O critério de convergência global corresponde a identificar que nenhum ajuste de frequência é promissor (com contribuição positiva significativa, avaliada pela variação marginal aproximada, calculada na etapa de modificação de frequência).

A principal deficiência da formulação de CRAINIC/ROUSSEAU/86 (que inclusive compromete a eficácia de sua estratégia algorítmica em um contexto mais adequado) decorre da não distinção dos fatores fora do controle da empresa operadora após o ajuste de serviço, que seriam representadas por FISK/86 nas restrições de comportamento da demanda e dos competidores e manifestariam-se necessariamente na etapa de alocação de tráfego.

Sem este reconhecimento, a formulação de CRAINIC/ROUSSEAU/86 considera que a alocação de tráfego está totalmente dentro do controle da empresa operadora e que, portanto,  $\psi_h[1]$  calculado com o decréscimo da frequência no serviço  $h$ , mantendo a alocação dos fluxos de tráfego fixa, é um limite inferior para a melhoria total obtida em cada iteração (a realocação de tráfego, otimizando a mesma função objetivo do problema global, somente poderia melhorar ainda mais seu valor).

Portanto, caso a primeira etapa garanta a identificação de possibilidades de melhorias existentes (não necessariamente a

melhor em cada iteração), o procedimento é um algoritmo descendente que convergirá para uma solução (o ótimo global, caso a função objetivo seja convexa ou o problema admita um único ponto de ótimo).

Neste contexto, CRAINIC/ROUSSEAU/86 notam que o critério de parada é imperfeito visto que mesmo quando  $\psi_h[1]$  não representa uma melhoria significativa, ajustes de frequência poderiam ser positivas considerando o impacto da etapa de realocação de tráfego. Entretanto, as simulações com utilização do procedimento sugerem que o caso mencionado é bastante menos provável examinando decréscimos de frequência que acréscimos de frequência (tendo sido esta a razão básica para adotar esta estratégia de decréscimos sucessivos no algoritmo proposto).

É interessante observar que para CRAINIC/ROUSSEAU/86, a função objetivo deve incluir, em geral no termo relacionado com custo variável, atributos de qualidade de interesse do usuário (como tempos de percurso e atrasos), avaliados do ponto de vista dos usuários (por exemplo, o valor do tempo sendo medido pelo valor correspondente do estoque em trânsito) !

Naturalmente, a segunda etapa do processo iterativo descrito por CRAINIC/ROUSSEAU/86 poderia considerar o comportamento efetivo da demanda (e, portanto, suas preferências) na escolha de alternativas de trajeto e, de acordo com as formulações de FISK/86, a base de sua definição deveria ser a de um modelo de equilíbrio no comportamento dos usuários, eventualmente em um contexto de competição com outros transportadores. Ambos os aspectos não são observados por CRAINIC/ROUSSEAU/86 (o comportamento dos concorrentes não é sequer mencionada).

A forma de incorporação dos atributos de qualidade dos usuários na função objetivo do problema de planejamento do operador também envolve um aspecto dúbio. Segundo as formulações de FISK/86, admitindo para a empresa transportadora uma função objetivo privada de maximização do lucro, por exemplo, a

incorporação dos atributos de qualidade devem corresponder à uma previsão de sua participação na captação da demanda (e geração de receita) e de sua implicação na previsão dos custos de prestação do serviço (e, por conseguinte, no lucro). Na alternativa de adotar uma função objetivo social, a situação seria semelhante (considerando seus termos específicos). De qualquer forma resulta uma orientação clara para a formulação desta parcela da função objetivo.

CRAINIC/ROUSSEAU/86 consideram que a identificação dos trajetos ótimos em uma iteração deve selecionar caminhos a partir dos custos marginais de transportes, compatível com a determinação de alocações ótimas segundo o ponto de vista do sistema global. Embora possa representar de forma adequada a liberdade de comportamento da empresa no roteamento de cargas entre seus terminais (variáveis em seu controle), não considera o comportamento dos usuários face às alterações de serviço (seja em termos de demanda global quanto de seleção de formas de transporte), particularmente em face da possibilidade de escolher modos ou empresas concorrentes.

Note que o fato de que a restrição de comportamento da demanda e de interação com concorrentes não aparece explicitamente na formulação do problema ainda permitiria utilizar o procedimento heurístico de associar fatores de penalidade com medidas de consistência entre os valores utilizados e os valores de equilíbrio.

Segundo CRAINIC/ROUSSEAU/86, a incorporação de restrições operacionais diversas através de fatores de penalidade é um aspecto favorável em modelos de planejamento tático, pois permite identificar situações em que estas restrições estão sendo pressionadas, sem impô-las rigidamente. Permitiria desta forma obter informações para, por exemplo, revisar as configurações de serviço definidas como dados do problema.

Esta justificativa não se aplica, entretanto, para a identificação de valores de variáveis que divergem dos valores de equilíbrio. A partir da aceitação do modelo adotado para previsão de demanda e competição, isto indicaria simplesmente a existência de um erro nos valores adotados em relação à melhor previsão (uma inconsistência interna no modelo) !

Ao final, o ponto importante a observar é que no caso em que o problema incorpora restrição de equilíbrio no comportamento da demanda e da concorrência, a melhora obtida na primeira etapa não é um limite inferior para a melhora obtida considerando a realocação dos fluxos de transportes, o que destrói a consistência do algoritmo de solução. Isto ocorre porque a função objetivo de usuários e concorrentes não é a mesma função objetivo da empresa transportadora (apenas no contexto de uma empresa pública, na ausência de concorrência e externalidades, esta coincidência seria defensável).<sup>22</sup>

Por outro lado, CRAINIC/ROUSSEAU/86 devotam uma atenção bem maior à clara (pré-)definição das opções de configuração de serviços (serviços expressos, diretos ou paradores; transbordo por transferência de carga ou reclassificação de vagões; forma de balanceamento da movimentação da frota com fluxos de veículos vazios) e com a discussão da forma das funções de desempenho (para cada tipo de operação nas vias e terminais). Estes aspectos relativos à descrição da tecnologia de operação são naturalmente detalhes importantes para obtenção de um modelo fidedigno.<sup>1</sup>

Outro ponto essencial que também revela esta preocupação prática em CRAINIC/ROUSSEAU/86 é referente à formulação de um algoritmo geral de solução para o problema. Embora proponham um procedimento heurístico, aplicando critérios reconhecidamente

---

<sup>1</sup>Surpreendentemente, a discussão da representação das funções relacionadas com custos é sumária, embora este seja um aspecto comum em diversos trabalhos no campo da Engenharia de Transportes que tratam dos níveis superiores de decisão (com exceções importantes como ...). A discussão sobre funções de desempenho específicas para cada tipo de elemento do sistema viário ou de terminais de transportes é bastante mais extensa e detalhada.

imperfeitos, as simulações de uso do algoritmo buscaram verificar o comportamento efetivo da estratégia de solução proposta (uma análise essencialmente prática, para um problema cuja solução exata ainda hoje é um desafio).

Além da aplicação em CRAINIC/FERLAND/ROUSSEAU/84, que foi a motivação original, esta mesma estratégia de formulação e solução foi utilizada no contexto do transporte rodoviário em ROY/DELORME/88 (implementado no modelo NETPLAN). Em ambos os casos, o contexto é o de carga fracionada ou parcelada, que é mais complexo que o de carga plena, especialmente no transporte rodoviário. Esta complexidade adicional não se traduz em uma exigência excessiva visto que, na formulação básica, as configurações de serviços são (pré-)definidas externamente e apenas a frequência é determinada na solução do problema.<sup>23</sup>

Entretanto, no contexto rodoviário existem pelo menos duas características diferentes: as empresas em geral tem escala menor e a movimentação de veículos é em geral mais rápida. Desta forma, a necessidade de resposta rápida e eficiente é mais concreta. Em particular, estas características destacam a otimização dos fluxos de veículos vazios para balanceamento da frota disponível em cada terminal como outro componente endógeno do planejamento operacional. A própria adaptação periódica da estrutura dos serviços (como as rotas utilizadas, por exemplo) passa a requerer um tratamento também mais detalhado (idealmente também otimizador). Por fim, o ambiente competitivo no transporte rodoviário é significativamente mais restritivo e dinâmico.

No tratamento de ROY/DELORME/88, apenas a questão da otimização dos fluxos de veículos vazios merece consideração, utilizando entretanto uma procedimento inadequado, posterior à otimização do serviço. Portanto, no contexto rodoviário a descrição da tecnologia de operação adotada é claramente menos precisa (e, portanto, menos fidedignos são os resultados obtidos, como pode ser observado em ROY/DELORME/88, notando-se em

---

particular a influência do balanceamento da demanda na melhoria prevista em função do uso do modelo NETPLAN).

Em CRAINIC/FLORIAN/LÉAL/90 e GUÉLAT/FLORIAN/CRAINIC/90, que correspondem de forma mais direta à aplicação feita no Brasil, esta formulação foi adaptada para um contexto estratégico, considerando a competição de outros modos de transporte, com desenvolvimento do modelo STAN, aplicado ao planejamento de uma empresa ferroviária (no caso, a Rede Ferroviária Federal S/A). Em princípio, esta característica multi-modal enfatizaria a importância de incorporar as restrições decorrentes das interações com usuários e entre empresas concorrentes, aspecto que, entretanto, não é observado.

Manter a mesma formulação de minimização de uma função de custo generalizado global (com penalidades), sem reconhecer os objetivos e comportamentos de diferentes operadores e dos usuários do serviço, em um contexto multi-modal é também claramente inadequado. As contribuições relacionadas com o desenvolvimento do STAN resumem-se a um melhor tratamento de restrições e penalidades relacionadas com transferências modais, a uma descrição mais detalhada das interações entre fluxos de diferentes ligações. Note-se também a preservação da eficiência computacional do algoritmo de solução em um contexto mais complexo (multi-modal), mantendo a representação detalhada das configurações de serviço e dos efeitos de congestionamento.

Na discussão geral sobre esta linha de trabalhos, pode-se observar quanto pode ser perdido em função da falta de um arcabouço geral que identifique claramente os aspectos a serem incorporados. Por outro lado, o caráter aplicado destes trabalhos recolocou a ênfase na necessidade de complementar estas formulações gerais adotando um cuidado especial em descrever as restrições que descrevem as opções e possibilidades técnicas de operação de forma realista e adequada, sem mencionar ainda a definição de procedimentos práticos de solução.

## 2.2. Enfoques Propostos para Projeto de Redes de Transporte Público Coletivo Regular, Urbano de Passageiros

A literatura existente sobre projeto de redes de TPCR/UP é extensa. Coexistem estudos que partem de uma perspectiva de reformulação global ou somente de melhoria de sistemas existentes em cada região, estudos que buscam configurar o serviço como um todo ou então cada componente particular dos sistemas de TPCR/UP. Boa parte dos trabalhos existentes não é analítica e registra basicamente a prática incorporada nos sistemas existentes (ver, por exemplo, COPAS/LEVINSON/80 e SOBERMAN/HAZARD/80, ou a revisão no Apêndice A de BRANDÃO/93 ou no item I.3.3.1a de SETEPLA/83), não satisfazendo adequadamente os requisitos de uma abordagem técnica e científica.

Mesmo nos trabalhos que buscam formular procedimentos claros e critérios explícitos para aplicação, muitas vezes são utilizados alguns padrões de projeto empíricos cuja origem também é obtida de práticas observadas e cuja justificativa não é discutida de forma crítica e detalhada. Os estudos de investigação sobre estes padrões de projeto e seus valores recomendáveis foram desenvolvidos a partir de análises mais abstratas, sem afetar significativamente a formulação dos modelos com orientação prática (desenvolvidos paralelamente para os trabalhos aplicados), criando um hiato perceptível.

De um lado, os modelos de natureza preponderantemente teórica buscam formular claramente as relações básicas envolvidas no prestação do serviço de TPCR/UP (em níveis variados de abstração) e os objetivos a serem atingidos, para investigar aspectos relacionados com a definição de seus critérios de projeto (e estabelecer valores para estes critérios). Do outro lado, os modelos de natureza preponderantemente aplicada buscam incorporar aspectos práticos usualmente observados na operação dos serviços

de TPCR/UP, em cada sistema específico, e responder às questões usualmente colocadas para análise técnica (identificando as situações em que cada tipo de intervenção tende a produzir resultados adequados).

Os modelos de natureza preponderantemente teórica serão chamados de modelos estilizados (em vista de sua abstração de aspectos específicos de cada sistema) e os modelos de natureza preponderantemente aplicada serão chamados de modelos práticos (em vista de sua orientação para responder questões concretas).<sup>i</sup>

A década de 60 registrou trabalhos seminais em ambos os campos de investigação. Trabalhos de orientação teórica tiveram a contribuição pioneira de HOLROYD/65, estabelecendo uma perspectiva para definição de padrões de projeto em redes de TPCR/UP.<sup>ii</sup> Trabalhos de orientação prática surgiram a partir do estudo pioneiro e criterioso de LAMPKIN/SAALMANS/67, que concebeu um método sistemático para concepção da estrutura de linhas de

---

<sup>i</sup>Esta, sem dúvida, não é uma terminologia precisa ou tradicional. No decorrer da discussão realizada a seguir, será possível verificar outras características usualmente relacionadas com cada tipo de modelo e o maior ou menor grau em que um certo modelo incorpora características de um ou outro tipo de enfoque. Entretanto, o objetivo da discussão que será feita é menos orientada para classificar ou comparar cada tipo de enfoque do que para complementar e integrar os aspectos desejáveis de cada linhagem de formulação dos modelos normativos. A necessidade de distinguir estes tipos alternativos de modelos é, entretanto, bastante comum. Por exemplo, BIFULCO/93 utiliza uma classificação em modelos baseados e não-baseados redes de transporte para fazer o mesmo tipo de diferenciação que será examinada neste trabalho (em que se buscou verificar as especificidades de cada enfoque de forma mais ampla).

<sup>ii</sup>Diversos trabalhos podem ser citados na genealogia de HOLROYD/65, em particular HOLROYD/SCRAGGS/63 e HOLROYD/SCRAGGS/64, estudos que foram seguidos por WEBSTER/68, WEBSTER/OLDFIELD/72, BLY/OLDFIELD/74 e WEBSTER/BLY/80 (apêndice VIII), constituindo a linha de pesquisas produzida no *Transport and Road Research Laboratory - TRRL*, Inglaterra. Nos EUA, a primeira referência frequentemente citada é VUCHIC/NEWEL/68 (baseado na tese de doutorado de Vuchic na *University of California at Berkeley*, de 1966). No campo da Economia, pode-se também citar trabalhos voltados para estes problemas, dos quais MOHRING/72 é uma das primeiras referências. Enfoque semelhante foi também usado em trabalhos relacionados com externalidades viárias, em Engenharia ou Economia, como CREIGHTON/HOCK/SCHNEIDER/JOSEPH/60 ou WALTERS/61 e MOHRING/61.

transporte coletivo em uma área urbana, a partir de uma função objetivo e um procedimento heurísticos.<sup>i</sup>

Nos trabalhos mais recentes, pode-se ver diversas contribuições dentro de cada enfoque e modificações que permitem antever maiores possibilidades de integração entre ambos.

---

<sup>i</sup>Uma referência anterior é NEBELUNG/61 (para redes de VLT), que no entanto teve divulgação restrita. O trabalho de LAMPKIN/SAALMANS/67 adotou uma formulação com muitas características interessantes, algumas delas ausentes em trabalhos posteriores.

### 2.2.1. Enfoques Utilizando Modelos Estilizados

Sobre modelos normativos com orientação teórica, uma síntese dos primeiros trabalhos está em BLY/OLDFIELD/74 e uma comparação geral de trabalhos mais recentes pode ser encontrada em SPASOVIC/SCHONFELD/94 (com maior ênfase aos trabalhos propostos nos EUA). No Brasil, o trabalho de SZAZS/93 é uma referência com formulações típicas deste enfoque (ver também o trabalho de GONÇALVES/95).

Esta linha de pesquisa tem uma quantidade de trabalhos muito grande mas recebeu atenção menor no meio técnico, que traduz-se na significativa separação entre seu desenvolvimento e a formulação dos modelos com orientação prática. O quadro 2.1 descreve as características básicas de alguns trabalhos selecionados que tem orientação teórica.

Tabela 2.1. Descrição de Alguns Modelos Normativos Teóricos para Projeto de TPCR/UP.

AUTOR	BLY/OLDFIELD/74	BYRNE/76	JANSSON/80	WIRASINGHE/GHONEI M/81	SZAZS/93
Modo	Ônibus	Trem/Ônibus	Ônibus	Ônibus	Ônibus
Representação da Área de Estudo e da Demanda	-grade retangular (ambas as direções) -demanda uniforme, inelástica, uniformemente difusa	-grade retangular (corredores ao CBD), velocidades diferentes -demanda geral ou uniforme, inelástica, muitos/um (CBD)	-linhas individuais -demanda fixa por linha e período	- corredor linear (radial); -demanda geral (embarques e desembarques), inelástica, muitos/muitos	-corredor linear ou grade retangular -demanda uniforme ou pontual, inelástica
Variáveis de Decisão	espaçamento entre rotas, intervalo entre viagens	posicionamento das rotas (extensão), intervalo entre viagens	intervalo entre viagens por linha e período e capacidade do veículo por linha	espaçamento entre paradas (e posicionamento)	espaçamento entre rotas, alterações de itinerário ou serviço, pontos e frequência ótimos
Objetivos e Restrições	-mínimo custo do usuário e do operador -restrições de escolha dos usuários e frota	-mínimo custo do usuário e do operador -restrições de escolha dos usuários e eventualmente frota disponível	-mínimo custo do usuário e do operador -restrições de uso de frota e equipes (carro base e pico) e capacidade do veículo	-mínimo custo do usuário e do operador -restrições eventuais de capacidade dos veículos e escolha dos usuários	-mínimo custo do usuário e do operador -restrições eventuais de capacidade dos veículos e escolha dos usuários
Descrição do Procedimento	-solução funcional obtida desprezando termos de menor relevância com valores típicos dos parâmetros e influência dos períodos de picos	-para densidade geral: análise qualitativa das condições de primeira ordem sem restrição de frota -para densidade uniforme e linha completa: solução funcional recursiva	-solução funcional com variáveis contínuas para frequência (intervalo) ótima, análise das condições de primeira ordem para frequência e capacidade dos veículos	-otimização com aproximação contínua para distribuição de passageiros (extensão para paradas aleatórias, com demanda não nula, com solução numérica aproximada)	-otimização independente de cada variável de decisão ou verificação da melhor configuração entre serviços ou veículos.

Entre as formulações de modelos estilizados, uma das linhas de trabalho mais voltada para utilização prática dos seus resultados é a iniciada por KOCUR/HENDRICKSON/82<sup>i</sup>, podendo-se observar as características seguintes:

- considera demanda com densidade de viagens uniforme  $q$  (pax/h-km<sup>2</sup>) em área local com extensão  $X$  e largura  $W$  (demanda total  $q.X.W.T$ , para um período de duração  $T$ ), com orientação ao Centro (muitos para um, o CBD), optando entre ônibus e auto (o que faz a demanda no TPCR/UP elástica, de forma similar ao caso de considerar a geração de viagens elástica ou o modo à pé como competidor);

- considera a opção por vias paralelas ao Centro (rede em grade retangular em corredores paralelos), determinando o espaçamento entre rotas  $d_r$  na área local homogênea (o espaçamento entre pontos de parada  $d_p$  é dado e uniforme, sendo o tempo médio de viagem à pé calculado como  $t_p = \frac{d_p + d_r}{4.V_p}$ , onde  $V_p$  é a velocidade de percurso à pé);

---

<sup>i</sup>O procedimento descrito em KOCUR/HENDRICKSON/82, baseado na tese de doutorado de Kocur, de 1981, na *School of Urban and Public Affairs* da *Carnegie Mellon University*, foi estendido e incorporado ao software de apoio à decisão *FRACAS - Fare and Route Analysis Computer-Aided System*, desenvolvido no *Center for Transportation Studies* do *Massachusetts Institute of Technology - MIT*, EUA, sob patrocínio do U.S.DOT (ver KOCUR/83, KOCUR/TORE/84 e KOCUR/86).

Simultaneamente, o U.S.DOT patrocinou o desenvolvimento de outro sistema computacional, o *TOP-Transit Operations Planning Model*, na *Cornell University* (ver TURNQUIST/MEYBURG/RITCHIE/83), que tem a estrutura dos modelos de rede tradicionais em planejamento de transportes, adaptado para utilização na análise de serviços de TPCR/UP com consideração da competição com o transporte particular por auto e incluindo uma estimativa detalhada de custos de operação do serviço a partir da programação de veículos e equipes.

Na época, os sistemas de TPCR/UP nos EUA estavam sujeitos à forte pressão para redução dos subsídios acumulados na década de 70. Entretanto, ambos os modelos tiveram pouca difusão entre as empresas operadoras dos EUA (apesar sendo disponíveis para microcomputadores)!

- considera uma função de escolha modal aproximada com proporção de viagens no TPCR/UP dada por  $\tilde{P}_o \cong \beta - \alpha.(cg_o - cg_a)$ , em que a desutilidade associada à viagem por TPCR/UP é  $cg_o = a_{0o} + a_p.t_p + a_e.t_e + a_v.t_v + a_c.p_o$  (distinguindo tempo à pé, em espera, no veículo e tarifa, mas supondo  $a_p = a_e$ ) e a desutilidade associada à viagem por auto é  $cg_a = a_{0a} + a_a.t_a + a_c.c_a$  (distinguindo tempo no veículo e desembolsos, fazendo  $a_{0a} = 0$ );

- considera a programação de operação do TPCR/UP, determinando o intervalo uniforme entre viagens  $h$  (a frequência de viagens é  $F = \frac{1}{h}$ , com frota de veículos homogênea com capacidade em assentos  $C_A$  e a capacidade total  $C_N$ , e o tempo médio de espera é calculado como  $t_e = k_e.h = \frac{k_e}{F}$ , admitindo usualmente que a lotação satisfaz  $C < C_{máx}$ , a capacidade máxima física do veículo);

- a extensão típica da viagem dos usuários é  $L$ , tendo-se um tempo no veículo igual a  $t_v = \frac{L}{V_o}$  para o TPCR/UP (incluindo as paradas intermediárias no trajeto) e  $t_a = \frac{L}{V_a}$  para auto e o custo da viagem em auto é  $c_a = ck.L$  (tendo-se então  $cg_a = a_a.t_a + a_c.c_a = a_a.L/V_a + a_c.ck.L = a_d.L$ , onde  $a_d = a_a/V_a + a_c.ck$ );

- analisa funções objetivo do operador (máximo lucro, com restrição de comportamento dos usuários) e sociais (máximo benefício do usuário, com restrição de déficit operacional máximo, ou soma ponderada de benefícios dos usuários e lucro dos operadores), determinando a tarifa  $p_o$  cobrada no TPCR/UP (sem considerar externalidades e interações com transporte privado mas incorporando restrições de capacidade dos veículos de TPCR/UP).

Para incorporar o benefício aos usuários, o trabalho de KOCUR/HENDRICKSON/82 utiliza a medida usual de excedente do

consumidor de Marshall para os usuários do TPCR/UP apenas, conforme esquematizado na Figura 2.1. A formulação de KOCUR/HENDRICKSON/82, utiliza como preço equivalente composto, para determinação da demanda no TPCR/UP, uma medida monetária de custo generalizado diferencial no TPCR/UP  $\Delta cg_o = p_o + \Delta \tilde{c}$ , onde  $\Delta \tilde{c} = \left( a'_o + a'_p \cdot \left( \frac{d_p + d_r}{4 \cdot V_p} + k_c \cdot h \right) + a'_v \cdot \frac{L}{V_o} - a'_d \cdot L \right)$  é a diferença equivalente aos demais termos de desutilidade entre TPCR/UP e auto, em unidades monetárias<sup>24</sup>.

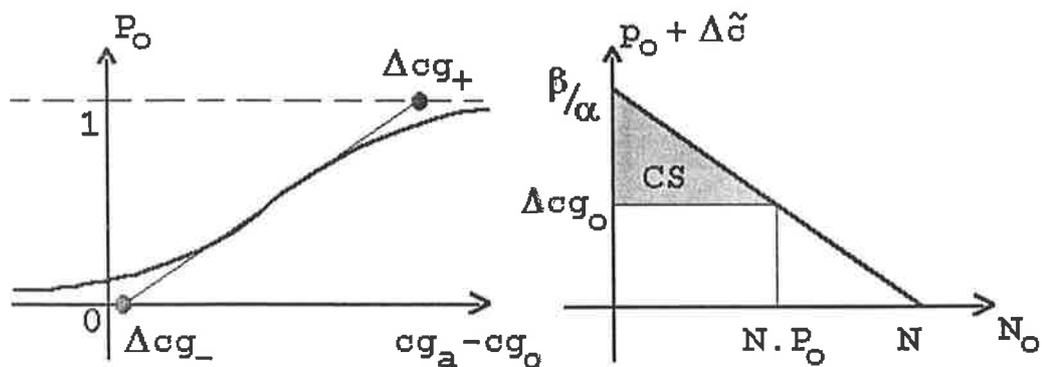


Figura 2.1. Medida de Benefício para os Usuários em KOCUR/HENDRICKSON/82

A função de demanda aproximada no TPCR/UP é dada por  $N_o = N \cdot \tilde{P}_o = q \cdot X \cdot W \cdot T \cdot (\beta - \alpha \cdot \Delta cg_o)$ , válida para  $0 \leq \tilde{P}_o \leq 1$  (isto é, entre  $N_o=0$ , que corresponde  $\Delta cg_o^- \geq \beta/\alpha$ , e  $N_o=N$ , que corresponde a  $\Delta cg_o^+ \leq (\beta-1)/\alpha$ ). Para uma demanda  $N_o$  e custo generalizado diferencial  $\Delta cg_o$ , a receita total seria  $RT_o = p_o \cdot N_o = p_o \cdot q \cdot X \cdot W \cdot T \cdot (\beta - \alpha \cdot \Delta cg_o)$  e a medida de excedente do

consumidor para os usuários do TPCR/UP seria  $CS_o = \frac{N_o}{2} \cdot \left( \frac{\beta}{\alpha} - \Delta cg_o \right)$ ,

ou seja,  $CS_o = \frac{q \cdot X \cdot W \cdot T}{2 \cdot \alpha} \cdot (\beta - \alpha \cdot \Delta cg_o)^2$ .

Na formulação de KOCUR/HENDRICKSON/82, o custo total de operação do serviço de TPCR/UP é dado por  $CT_o = CH \cdot HO$ , onde CH é o custo horário unitário. Considerando o número de rotas na área local  $n_r = \frac{W}{d_r}$ , o número de viagens em cada rota  $F.T = \frac{T}{h}$  e o tempo de ciclo correspondente  $TC = 2 \cdot \frac{X}{V_o}$  (ambos os sentidos), o total de horas de operação é  $HO = \left( \frac{W}{d_r} \cdot \frac{T}{h} \cdot 2 \cdot \frac{X}{V_o} \right)$ .

O critério de maximização de lucro (ou minimização de prejuízo, quando não há restrição de cobertura dos custos) pode ser associada ao resultado operacional  $LT_o = RT_o - CT_o$  e teria como função objetivo  $LT_o = p_o \cdot q \cdot X \cdot W \cdot T \cdot (\beta - \alpha \cdot \Delta cg_o) - CH \cdot HO$ , onde

$\Delta cg_o = \left( p_o + a'_o + a'_p \cdot \left( \frac{d_p + d_r}{4 \cdot V_p} + k_e \cdot h \right) + a'_v \cdot \frac{L}{V_o} - a'_d \cdot L \right)$  e também

$HO = 2 \cdot \left( \frac{W}{d_r} \cdot \frac{T}{h} \cdot \frac{X}{V_o} \right)$ , sendo a restrição de rentabilidade mínima ou

subsídio máximo dada por  $RT_o - CT_o \geq S_o$ . O critério de maximização de benefício aos usuários teria a função objetivo

$CS_o = \frac{q \cdot X \cdot W \cdot T}{2 \cdot \alpha} \cdot (\beta - \alpha \cdot \Delta cg_o)^2$  e o critério combinado seria  $LT_o + \omega \cdot CS_o$ .

Em todos os casos, pode-se incorporar restrições relativas à capacidade dos veículos (e eventualmente de disponibilidade de frota global). Com a formulação de KOCUR/HENDRICKSON/82, a demanda total no TPCR/UP  $N \cdot \tilde{P}_o = q \cdot X \cdot W \cdot T \cdot (\beta - \alpha \cdot \Delta cg_o)$  divide-se entre as  $\frac{W}{d_r}$  rotas e as  $F.T = \frac{T}{h}$  viagens. Sendo a capacidade dos

veículos  $C_N$ , a restrição de lotação (admitindo que não há renovação de passageiros na viagem) é  $q.X.d_r.h.(\beta - \alpha.\Delta c_{g_0}) \leq C_N$ .

No caso em que a função objetivo contém o benefício do usuário, as restrições relacionadas com o cobrimento dos custos ou déficit admissível poderiam ser incluídas (quando a função objetivo é o lucro máximo ou prejuízo mínimo, esta restrição adicional é naturalmente desnecessária, visto que a solução trará o melhor resultado econômico possível). Neste caso, a função de Lagrange correspondente seria  $CS_0 + \lambda.(S_0 - LT_0)$ , onde  $S_0$  é o valor máximo de subsídio definido. Note que esta função de Lagrange é estritamente similar à função objetivo combinada, a menos do fato que  $\omega$  deve ser especificado pelo decisor enquanto  $\lambda$  é determinado como solução, em função da rigidez da restrição econômica.

As soluções obtidas por KOCUR/HENDRICKSON/82, além da aproximação linear para a função de demanda inicialmente assumida, tiveram de recorrer a diversas simplificações, desprezando termos de menor importância relativa (os parâmetros típicos necessários para obter valores básicos foram tomados de dados reais para Hartford, Connecticut, USA).

Os resultados obtidos com formulações desta natureza são transformados em diretrizes práticas para projetos de redes de TPCR/UP. As principais recomendações enunciadas podem ser resumidas em:

- a relação entre espaçamento ótimo das rotas e intervalo ótimo entre viagens é  $k_e.h^* = d_r^* / 4.V_p$ , um resultado robusto observado para todas as funções objetivos analisadas, com e sem restrição de capacidade dos veículos (além de ter sido obtida por outros autores, como HOLROYD/65 e HURDLE/73; quando o valor atribuído ao tempo de espera e caminhada à pé é diferente, a expressão correspondente é  $VTE.k_e.h^* = VTP.(d_r^* / 4.V_p)$ );

- exceto no que se refere à tarifa, boa parte dos resultados segue relação de raiz cúbica se o espaçamento entre rotas é admitido como uma variável de decisão ou de raiz quadrada se o espaçamento entre rotas é fixado, revelando pouca sensibilidade a valores precisos dos parâmetros;

- exceções particulares a esta regra são o efeito da velocidade de caminhada  $V_p$  sobre o espaçamento ótimo entre rotas (admitindo que a variável que influencia a velocidade de caminhada  $V_p$  não afeta o valor do tempo de caminhada  $VTP$ ), do fator de irregularidade  $k_e$  sobre o intervalo ótimo entre viagens ou das restrições de capacidade do veículo sobre espaçamento e intervalo ótimos;

- a prática atual provê, de forma geral, um nível de acessibilidade maior (representado pela distância de caminhada até às rotas de ônibus) que o recomendado pelos resultados obtidos (que recomenda distâncias máximas de caminhada ao redor de 1/2 milha contra valores máximos usualmente recomendados de 1/4 de milha);<sup>1</sup>

- de forma recíproca, as recomendações sugerem linhas com frequências maiores (compatíveis com áreas de captação de demanda maiores, decorrentes do maior espaçamento entre rotas), a menos de limitações decorrentes de capacidade dos veículos que recomendam ajustar tanto frequência quanto espaçamento na mesma medida (o inverso da raiz da razão carregamento/capacidade com superlotação, para ambos, de forma a manter a relação

$k_e \cdot h^* = d_r^* / 4 \cdot V_p$  mesmo quando a restrição de capacidade é ativa);

---

<sup>1</sup> Este é um ponto interessante, observado de forma geral em diversas análises, e atribuído por KOCUR/HENDRICKSON/82 ao comportamento dos operadores na captação da demanda. Parece-me que tanto o contexto de competição entre os operadores quanto o efeito decorrente da cobertura dos custos do TPCR/UP com tarifas únicas ou gerais teriam de ser incorporadas para explicar este tipo de comportamento (visto que tanto operadores quanto usuários normalmente concordam com um nível de

- a tarifa é bastante mais sensível, tanto aos objetivos particulares assumidos quanto às variáveis de serviço e de preferência (incluindo os modos competidores); como resultado extremo, sem incorporar a restrição de capacidade dos veículos ou de limite ao subsídio, a tarifa nula é ótima para maximização do benefício ao usuário.<sup>1</sup>

Em KOCUR/86 é discutida a extensão da análise para examinar serviços expressos (e sua tarifa) e a diferenciação pico/fora-pico (intervalo e tarifa), ausentes da formulação original, e a extensão das rotas é incorporada como variável de decisão, além de permitir valores diferentes para o tempo de caminhada e de espera (o modelo extendido adota uma representação radial para a área de estudo, com densidade de demanda decrescente com a distância ao Centro, ou CBD, incorporando de forma simplificada também a existência de viagens não orientadas ao Centro).

Também, as funções objetivo relacionadas com as medidas teóricas de benefício aos usuários foram preteridas em relação à medidas relativas à demanda captada (mais diretamente envolvidas com as práticas usuais dos administradores de empresas operadoras

---

acessibilidade maior e os operadores usualmente resistem aos reclamos dos usuários que são em geral mais exigentes que os operadores).

<sup>1</sup>Esta previsão de tarifa ótima nula para maximização do benefício do usuário, sem restrição de capacidade dos veículos e sem restrição de limite ao subsídio, é outra demonstração da sutileza da relação entre hipóteses e resultados em modelos com estrutura de otimização. A restrição de capacidade dos veículos ou a existência de algum efeito de congestionamento no veículo seriam a descrição das possibilidades técnicas de produção. Portanto, com a ausência de restrições desta natureza, o custo marginal de transportar um passageiro adicional é nulo!

Uma propriedade estritamente matemática da formulação de otimização é igualar as vantagens e desvantagens marginais na solução ótima. Como o excedente do consumidor é a integral da função de demanda inversa, o benefício marginal ao usuário é medido pela tarifa que iguala-se ao custo marginal e, em consequência, a tarifa ótima também é nula. A incorporação da função de demanda de mercado, torna o caso da maximização de lucro equivalente à decisão de uma empresa monopolista que iguala o custo marginal com a receita marginal (que é diferente da tarifa, exceto na suposição de demanda perfeitamente elástica). Esta observação mostra claramente a importância da representação das restrições técnicas à produção para obter resultados realistas.

ou gerenciadoras do TPCR/UP). O objetivo de máximo benefício social foi substituído por um objetivo de máxima diferença entre o valor da demanda captada (a partir de um valor atribuído ao passageiro adicional, em princípio superior à receita gerada) e o prejuízo operacional, enquanto o objetivo de máximo benefício ao usuário sujeito à uma restrição de subsídio máximo foi substituído por um objetivo de máxima demanda captada sujeita à mesma restrição de subsídio máximo (uma discussão de objetivos operacionais pode ser encontrada em NASH/82, capítulo 4).

KOCUR/86 sugere também que, apesar de ter formulado um modelo para determinação simultânea de tarifa, de espaçamento e extensão de rota e de intervalo entre viagens, estes diversos aspectos devem ser analisados com estudos diferentes (a tarifa determinada para a área como um todo, o espaçamento e extensão de rota para cada corredor, o intervalo entre viagens para cada linha). Em todos os casos, recomenda a análise conjunta dos períodos de pico e fora-pico, para incorporar adequadamente os custos comuns (seguindo os resultados da análise pioneira de JANSSON/80, reproduzida e estendida em JANSSON/84).<sup>i</sup>

Estas recomendações de aplicação são interessantes porque mostram preocupações de operacionalização. O número de decisões e restrições envolvidas no problema completo (mesmo nestes modelos estilizados) é excessiva e normalmente supera em muito a quantidade de aspectos que um administrador está disposto e preparado para considerar (levando em conta sua capacidade de análise e sua esfera de decisão).<sup>ii</sup> Esta é uma observação

---

<sup>i</sup>KOCUR/86 cita os relatórios de desenvolvimento do FRACAS (KOCUR/83) sobre formulações e resultados referentes ao modelo estendido. O software desenvolvido para o U.S.DOT, o FRACAS, permite o recurso de realizar a análise para toda a área, para cada corredor e para cada linha, separadamente ou conjuntamente para pico e fora-pico. A apresentação do sistema computacional pode ser encontrada em KOCUR/TORRE/84.

<sup>ii</sup>Considerando que normalmente as decisões tem de ser cotidianamente ajustadas em função de flutuações (sistemáticas ou aleatórias) nas variáveis de oferta ou demanda e que existem restrições práticas de implementação de diferenciações ou alterações destas decisões, existe aqui um aspecto importante de operacionalização relacionado com a forma como

relevante para a formulação de modelos normativos, porque as recomendações obtidas são dependentes da identificação do conjunto de variáveis ajustadas simultaneamente, ou seja, da hipótese de comportamento ótimo em todos os aspectos ou níveis de decisão !

Entretanto, é possível discutir a pretensão de aplicabilidade prática de um modelo com tal nível de abstração sem ter sido feita uma análise mais detida justificando a validade empírica (dado o requisito de precisão) de suas hipóteses simplificadoras.

Neste aspecto, o ponto mais crítico é a representação da estrutura de custos do serviço e da sua variação em função das alterações consideradas.

Por exemplo, uma expressão simplificada para o custo total, refletindo as características mais importantes do serviço de TPCR/UP, seria:

$$CT = CF.NF + CN.NO + CM.MO + CE.HE + CK.KP^i$$

---

a informação é comunicada internamente à administração (que eventualmente pode envolver diversas instituições, públicas e privadas) e à amplitude das decisões usualmente atribuídas a cada área administrativa (pelo menos, fora das ocasiões em que revisões mais radicais de política estão sendo analisadas). Por exemplo, diferenciações ou alterações de tarifa tem grande custo administrativo associadas ao controle de receita e à arrecadação e um problema básico de comunicação com os usuários que são muito menores no caso de diferenciações ou alterações no intervalo entre viagens de uma linha (decisão que pode ser otimizada a cada período de dias típicos de operação, pelo menos no que se refere a flutuações sistemáticas).

<sup>i</sup>Esta expressão simplificada de custos é compatível com as metodologias recentes incorporadas às planilhas tarifárias (como DETESC/91 e GEIPOT/94). As restrições tecnológicas admitem o atendimento do perfil da demanda típico dos dias úteis com viagens em ciclo fechado mas incorporam de forma razoável as variáveis que determinam a frota operacional e a necessidade de mão de obra operacional. As formas usuais de descrição de restrições tecnológicas e da estrutura de custos nos serviços normalmente buscam uma forma por demais resumida, que não permite distinguir os diversos processos envolvidos na prestação do serviço (como mobilização de frota e pessoal, custos fixos e variáveis) e adequar-se melhor as recomendações práticas.

com as restrições tecnológicas  $NF \geq NO + NR$  (frota efetiva e de reserva),  $NO \geq F_p \cdot \left( \frac{L_c}{V_{CP}} + T_{rp} \right)$  (frota-pico),  $NB \geq F_f \cdot \left( \frac{L_c}{V_{CF}} + T_{rf} \right)$  (frota base),  $MO \geq 2 \cdot NB + 1 \cdot (NO - NB) = NO + NB$  (operadores efetivos, por dia),  $HO \geq F_p \cdot \frac{L_c}{V_{CP}} \cdot T_p + F_f \cdot \frac{L_c}{V_{CF}} \cdot T_f$  (horas de operação efetiva),  $HE \geq HO - MO \cdot H_N$  (horas extras) e  $KP = F_p \cdot L_c \cdot T_p + F_f \cdot L_c \cdot T_f$  (quilometragem percorrida), dados os tempos de regularização operacional nos pontos finais ( $T_{rp}$  no pico e  $T_{rf}$  fora-pico) e a jornada normal  $H_N$  horas por dia.<sup>25</sup>

Com relações mais detalhadas é possível representar aspectos específicos como indivisibilidade na alocação de frota e restrições decorrentes de normas trabalhistas que afetam o custo do serviço.

Este é um aspecto em geral negligenciado e que será reiteradamente notado como característica geralmente ignoradas na maioria dos trabalhos.

Algumas linhas de trabalhos paralelos dentro do enfoque de modelos estilizados merecem também ser analisadas.

Os estudos europeus usualmente enfocam algumas questões alternativas ou adotam abordagens distintas, tendo sido dominada por visões mais relacionadas com Economia de Transportes. Por exemplo, os aspectos relacionados com a seleção da tecnologia de transporte, usualmente mais voltadas para escolha do tipo de veículo que do modo de operação, ou com a consideração de benefícios externos gerados pelo transporte coletivo, inclusive em contextos alternativos de competição e regulamentação, foram mais extensivamente analisados com esta visão.

Entre os diversos trabalhos europeus, pode-se incluir o prosseguimento da linha pioneira de pesquisa do *Transport and Road Research Laboratory - TRRL*, Inglaterra, entre os esforços mais interessantes. Em BLY/OLDFIELD/86 e OLDFIELD/BLY/88 é também

utilizada uma formulação com demanda variável (com elasticidade constante em relação ao custo generalizado no transporte coletivo; sem consideração explícita da escolha entre modos alternativos) e associado um benefício externo proporcional à demanda atraída para o transporte coletivo (decorrente da redução no tráfego viário correspondente, que é considerada pequena pelos autores).

Ambos os trabalhos formulam problemas de maximização do benefício social líquido, definido como a medida de excedente do consumidor (benefício ao usuário, baseada no custo generalizado), mais os benefícios externos e menos o subsídio alocado ao serviço (fixado como valor total ou como proporção do custo de operação no serviço). Admitindo que o lucro final dos operadores será nulo (isto é, será o lucro normal correspondente ao custo de oportunidade do capital aplicado nas empresas operadoras), esta função é a mesma utilizada por KOCUR/HENDRICKSON/82 (o subsídio define o nível de prejuízo operacional aceito pelos operadores).

Em BLY/OLDFIELD/86, são distinguidos diferentes tipos de usuários que variam tanto na ponderação dos diferentes atributos de viagem quanto na elasticidade da demanda pelo transporte coletivo e coeficiente de benefício externo, agregando-se os benefícios às diferentes classes de usuários somando as medidas monetárias do excedente do consumidor de cada categoria (o que é o tratamento usual empregado para evitar questões distributivas na Análise Custo/Benefício). Além disso, sua formulação considera de forma esquemática o efeito do nível de lotação sobre o tempo de espera e o desconforto do tempo de viagem nos veículos.

Em OLDFIELD/BLY/88, os impactos dos diferentes tipos de veículos para os usuários (sobre o custo de operação, o tempo de espera e o tempo de viagem) e para o tráfego geral (função da frequência de viagens e do fator equivalente de cada tipo de veículo) são discutidos e representados (embora de forma aproximada e imperfeita). As tecnologias de transporte foram representadas pela capacidade dos veículos (como variável

contínua) e pela velocidade e custo de operação (este último com parâmetros definidos como função da capacidade do veículo, além de poucas variáveis de serviço)

Em ambos os casos, uma investigação analítica aproximada buscou determinar os efeitos genéricos dos parâmetros que condicionam as decisões sobre níveis de subsídio e tipos de veículos recomendados para o transporte coletivo em Londres.

É interessante observar a ausência nestas análises, em que predomina uma orientação econômica, dos problemas de interesse para o projeto de redes de TPCR/UP mais relacionados com a Economia de Transportes, a seleção de ambientes de competição ou formas de regulamentação<sup>26</sup> e a incorporação de aspectos distributivos nas medidas de mérito social.<sup>27</sup>

O impacto decorrente de diferentes formas de competição na oferta do transporte coletivo e da sua determinação a partir da relação entre mercado, tecnologia e regulamentação sempre foram questões controversas.

Em geral, existem análises de duas naturezas opostas: por um lado, estudos teóricos, altamente abstratos e de aplicabilidade duvidosa, e, por outro lado, estudos descritivos, essencialmente empíricos, avaliando experiências específicas com dados e conclusões questionáveis e generalização discutível. Entre os estudos teóricos, muitas vezes admite-se a eficácia dos mecanismos de concorrência (como, por exemplo, o comportamento tomador de preços, a vigência de lucros normais e a fixação de preço pelo custo marginal) para avaliar a viabilidade desta prática no contexto do transporte urbano (enfoque típico norte-americano, que está resumido em SMALL/89, item 4.6B) e seu impacto em termos de bem-estar geral (enfoque típico inglês).<sup>28</sup>

No que se refere a modelos normativos, estas discussões estão relacionadas com a seleção de formas de regulamentação (incluindo a desregulamentação). Em geral, as formulações normativas são incrivelmente ingênuas neste campo (supõem eficácia perfeita dos

instrumentos de regulamentação e objetivos diretamente orientados para o bem-estar social). Os aspectos mais diretamente relacionados com o relacionamento entre regulador e regulado, em especial em função de informação privada (assimétrica) sobre custos e demandas inobserváveis por um órgão regulador não envolvido na operação do serviço, tiveram maior atenção apenas nos trabalhos mais recentes.<sup>29</sup>

A questão distributiva é outro aspecto onipresente em que existe grande controversia.

A formulação de medidas de benefício social pela simples agregação das medidas monetárias de excedente do consumidor é em geral considerada uma abordagem discutível em Economia. A análise em BLY/OLDFIELD/86 é um exemplo de como esta abordagem permite evitar um tratamento explícito da questão que, na verdade, não é sequer tocada em sua discussão.

Considerando que diferentes grupos de usuários são clientes do mesmo serviço, ponderar benefícios e restrições é uma questão diretamente envolvida no projeto de redes de TPCR/UP (por exemplo na questão da fixação das tarifas para o serviço ou na seleção do tipo de serviço a operar quando os diferentes usuários tem visões diferentes sobre a combinação ótima entre preço e qualidade e a diferenciação do serviço não é uma estratégia viável ou recomendável).

Além disso, existem as interações com outros modos de transporte urbano (em particular a possibilidade de substituição de viagens no transporte por automóvel, grande responsável por externalidades relacionadas com congestionamento, poluição atmosférica ou acidentes de trânsito) e com outras atividades econômicas e sociais (em particular com o mercado imobiliário, com efeito muito significativo do ponto de vista de transferir benefícios para os proprietários de terrenos ou imóveis, mas também com as atividades em geral).

Mesmo fora do campo normativo, existem poucos estudos que tratam diretamente estas questões e muito menos existe uma formulação amplamente aceita para incorporar este aspecto distributivo. Boa parte dos trabalhos existentes tratam mais da interação entre transporte público e privado e poucos estudos analisam a distribuição de benefícios e custos entre os usuários do transporte público.<sup>30</sup>

Em suma, pelo fato de estarem mais voltadas para questões gerais de política de transportes, estas formulações são em geral menos aplicáveis para projeto de redes de TPCR/UP. Por exemplo, estes trabalhos abandonam a análise conjunta dos períodos de pico e fora-pico e não consideram nuances importantes das tecnologias de transporte coletivo (a existência de poucas opções de tipos de veículos e de arranjos físicos, diferenças qualitativas relacionadas com conforto e sua influência na valoração de outros atributos), além de poucas variáveis de serviço.

Por isso, apenas introduziram a consideração preliminar de outros aspectos da operação de sistemas de transportes, como os efeitos externos sobre o tráfego geral ou ambiente urbano (além de tocar questões relacionadas com formas de competição e regulamentação ou aspectos distributivos).

Entre os demais estudos norte-americanos, há pelo menos duas linhas de pesquisa relevantes: os trabalhos realizados ao redor do *Department of Civil Engineering* da *University of Maryland*, cujos passos iniciais foram apresentados em TSAO/SCHONFELD/83 e TSAO/SCHONFELD/84 e os desenvolvimentos seguintes apresentados em CHANG/SCHONFELD/91a, CHANG/SCHONFELD/91b, CHANG/SCHONFELD/92, CHANG/SCHONFELD/93, CHANG/LEE/93, SPASOVIC/SCHONFELD/94 e LEE/KUO/SCHONFELD/95, entre outros<sup>i</sup>, e ao redor do próprio

---

<sup>i</sup>Os trabalhos pioneiros nesta linha de pesquisa foram desenvolvidos a partir da tese de doutorado de Tsao, apresentada na *University of Maryland* em 1981, orientada por Schonfeld. Portanto, seu desenvolvimento inicial foi paralelo ao da linhas de pesquisas originada pela tese de Kocur, que se estabeleceu no *Massachusetts Institute of Technology - MIT*, embora de forma independente e sem apoio do U.S.DOT. Esta linha de pesquisa continuou aprofundando-se dentro da mesma perspectiva inicial,

Department of Civil Engineering do Massachusetts Institute of Technology-MIT, destacando-se os trabalhos relacionados com estratégias de racionalização da operação em corredores de TPCR/UP que se seguiram a FURTH/WILSON/81, em especial FURTH/85, DAY/FURTH/85, FURTH/86a e particularmente FURTH/86b<sup>i</sup>.

As contribuições iniciais de TSAO/SCHONFELD/83 e TSAO/SCHONFELD/84 contém a estratégia geral adotada na maioria destes trabalhos: a formulação de um modelo básico, resolvido analiticamente, e de um modelo detalhado, resolvido numericamente com técnicas de otimização (programação não-linear em variáveis contínuas).

Em TSAO/SCHONFELD/84, a representação adotada para a área de estudo é de um corredor bidimensional com um eixo de transporte que conduz ao Centro (CBD) e a demanda é considerada fixa em relação ao custo generalizado, embora variando espacialmente nos trechos ao longo do corredor. A análise utiliza uma função objetivo mais tradicional, a soma do custo de operação do serviço e do custo generalizado aos usuários (usualmente chamado de custo social), determinando simultaneamente o número de linhas e as zonas de atendimento de cada linha, a extensão de penetração e a frequência de operação das linhas em cada zona de atendimento.

A Figura 2.2 permite ilustrar a natureza do problema analisado por TSAO/SCHONFELD/84. O recurso a um algoritmo de solução numérica, ao invés de soluções analíticas (exatas ou

---

em especial a partir da tese de doutorado de Chang, apresentada na *University of Maryland* em 1990, e também orientada por Schonfeld.

<sup>i</sup>A tese de doutorado de Furth também foi defendida em 1981, no MIT, e seus trabalhos subsequentes foram sempre marcados por preocupações mais próximas das práticas operacionais. A análise teórica de FURTH/WILSON/81 foi desenvolvida paralelamente a diversos estudos sobre o ambiente real da operação do transporte coletivo nos EUA, como evidenciado na orientação do conteúdo de trabalhos como WILSON/GONZALEZ/82, ATTANUCCI/WILSON/McCOLLON/BURNS/82 (que culminaram na preparação do *Transit Data Collection Design Manual*, pelo U.S.DOT; ver FURTH/ATTANUCCI/WILSON/BURNS/85). As análises de FURTH/DAY/85, FURTH/86a e a contribuição do modelo formulado em FURTH/86b tem basicamente esta marca da preocupação com a operacionalidade dos resultados recomendados.

aproximadas), permitiu eliminar diversas das hipóteses simplificadoras adotadas por estudos anteriores sem perder relação com as soluções analíticas dos modelos básicos (que reproduzem todas as propriedades derivadas pelos estudos anteriores). Em relação a KOCUR/86, a formulação restringe-se à análise de corredores, sem considerar a escolha entre serviço expresso ou parador e admitindo a tarifa fixada exogenamente.<sup>31</sup>

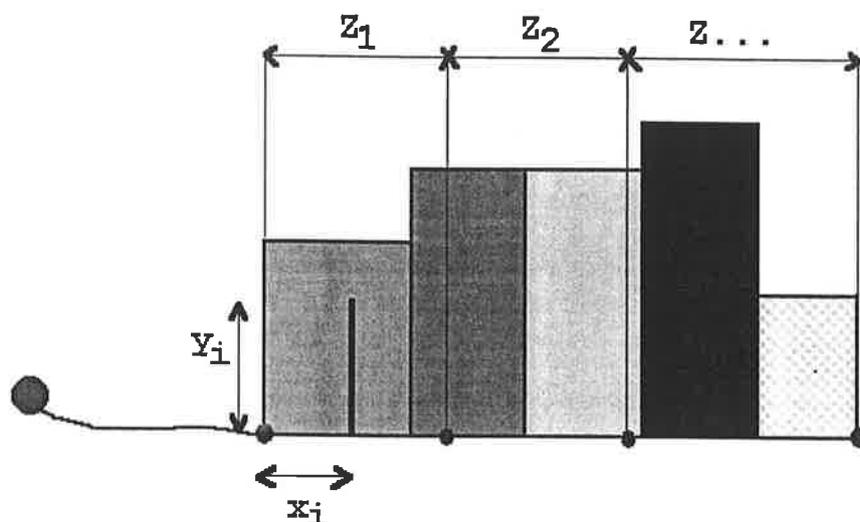


Figura 2.2. Representação da Formulação Detalhada em TSAO/SCHONFELD/84

Com os desenvolvimentos posteriores, estas formulações consideraram também hipóteses de demanda variável, analisando funções objetivo de maximização de lucro (receita menos custo para o operador) e de benefício social (excedente do consumidor mais lucro do operador), mantendo o objetivo de minimização do custo social para as formulações com demanda fixa.<sup>i</sup> Passaram

<sup>i</sup>Utilizando a medida de excedente do consumidor baseada no custo generalizado no TPCR/UP como medida de benefício social global, é fácil perceber que a solução de máximo benefício social com demanda fixa é a menor custo generalizado médio ou total, que é o custo social total quando a tarifa é igual ao custo médio. Incorporando o efeito sobre os operadores, esta seria a medida de benefício social com demanda fixa

também a considerar tanto modos de transporte regular quanto por demanda (com rotas flexíveis e demanda por adesão, seja através de contrato de fretamento ou de chamadas em tempo real).

Em CHANG/SCHONFELD/91a, são analisadas ambas as hipóteses de demanda fixa e variável e é adotada a mesma aproximação linear admitida por KOCUR/HENDRICKSON/82 para a variação da demanda em função da tarifa e das variáveis de nível de serviço incluídas no custo generalizado de viagem. Não é analisada a extensão ótima de penetração nas zonas de atendimento (admitindo percurso por toda a extensão da zona). Entretanto, são considerados múltiplos períodos diferentes de operação, com duração  $TP_t$  e características de oferta e demanda específicas, mas sem elaborar as relações correspondentes aos custos conjuntos aos períodos de pico e fora-pico (os custos horários são admitidos distintos  $CH_t$ , mas não relacionados com custos fixos e variáveis e outras variáveis de serviço).<sup>32</sup> Esta análise foi estendida em CHANG/SCHONFELD/93a para examinar especificamente a formulação de maximização do benefício social com restrições de financiamento (subsídio fixado ou restrição de equilíbrio entre receita e despesa), completando uma análise similar a KOCUR/HENDRICKSON/82. O resultado básico obtido é que os incrementos de benefício social são pequenos para níveis crescentes de subsídios próximos à solução ótima, sugerindo-se uma razão mínima entre os incrementos como critério de decisão (uma recomendação justificável, visto que existem diversas incertezas não consideradas adequadamente na análise).

---

mesmo quando a tarifa não é igual ao custo médio (o valor da tarifa transferiria benefício entre usuários e operadores, sem alterar o valor total). Como já foi assinalado, esta mesma função de benefício social líquido poderia ser atribuída ao ponto de vista público (admitindo que o lucro do operador é nulo e o subsídio é utilizado para equilibrar a tarifa). Entretanto, incorporando o efeito sobre o restante da sociedade, poderia ser necessário ponderar o custo de oportunidade dos recursos públicos, avaliar a possibilidade de ocorrer lucro excepcional e adicionar a parcela referente aos benefícios externos gerados pelo serviço, além de examinar a hipótese implícita na utilização de uma medida monetária agregada de benefício social de que o benefício tem igual valor independentemente de quem é o beneficiado (o que envolve questões distributivas e éticas).

Em CHANG/SCHONFELD/91b é analisado o transporte coletivo por demanda (por adesão), como uma alternativa ao transporte coletivo regular, considerando-se também esquemas mistos de operação em CHANG/SCHONFELD/92. Tanto a análise do transporte coletivo regular quanto por demanda são similares, a menos do fato de tomarem a capacidade dos veículos como variável e adotarem um fator de ocupação fixo na determinação do intervalo entre viagens, isto para ambas as formas de operação (uma formulação com fator de ocupação variável é discutida sem detalhes).<sup>33</sup> Em CHANG/LEE/93, a formulação é estendida para analisar demanda variável (com aproximação linear), objetivo de maximização de benefício social e restrição de financiamento.

Embora os serviços de transporte coletivo por demanda não estejam diretamente relacionados com o TPCR/UP, é interessante mencionar estes trabalhos por dois motivos.

Primeiro, porque identifica uma forma de operação superior ao transporte coletivo regular para baixas densidades de demanda (não necessariamente a melhor alternativa neste contexto), delimitando a faixa de utilização dos serviços de TPCR/UP. Os trabalhos conduziram uma análise interessante sobre os parâmetros que afetam o limiar da vantagem entre estas formas alternativas de operação, destacando-se os relacionados com características da área de serviço, dos coeficientes de custos de operação e de valoração dos atributos qualitativos do serviço (tipo de análise a que pode ser atribuído valor prático).

Segundo, porque analisa uma forma de operação alternativa com sensibilidade diferente a diversos dos parâmetros de serviço (indicando que o transporte regular tem menor custo para o operador e maior para o usuário, em comparação ao transporte sobre demanda, que o custo social do transporte regular tem menor sensibilidade a variações nos parâmetros de serviço e portanto menor instabilidade). Destacar estes aspectos que são marcadamente distintos entre formas de operação alternativas tem

---

a vantagem de chamar a atenção para formulação modelos normativos que reflitam facetas importantes. Por exemplo, o fato de que a demanda é sujeita a diversos fatores de variação exógenos, em parte aleatórios, tenderia a sugerir modelos que consideração aspectos relacionados com a distribuição de demanda e a incerteza nos dados.

A análise do transporte coletivo por demanda também colocou maior ênfase na seleção do tipo de veículo (tratada de forma clara com a hipótese de fator de ocupação fixo, ao contrário da hipótese de fator de ocupação variável). Entretanto, neste aspecto, a análise manteve os pontos criticáveis da tradição de JANSSON/80 e BLY/OLDFIELD/86 (representar tipos de veículos pela capacidade como variável contínua, com diferença principal apenas nos custos de operação). Deixar de lado a formulação de modelos detalhados também parece-me um ponto criticável (ao contrário de TSAO/SCHONFELD/84).

Por fim, em LEE/KUO/SCHONFELD/95 é feita uma análise específica da seleção do tipo de veículo para o transporte coletivo regular, considerando operação com frota homogênea ou frota mista. Em que pese o tratamento inadequado dos custos conjuntos (em particular os custos de capital relativos à frota, observados pelos próprios autores), o trabalho busca avaliar os ganhos obteníveis pela utilização de veículos diferentes em diferentes linhas de TPCR/UP (isto é, aproveitando os veículos maiores apenas para os períodos de pico das linhas de demanda mais forte e os veículos menores apenas para os períodos fora-pico das linhas de demanda mais fraca, e utilizando veículos médios na maior parte do tempo). Entretanto, em análises deste tipo parece ser imprescindível incorporar aspectos como indivisibilidades e custos conjuntos (além de interações entre capacidade dos veículos e a estrutura das rotas, visto que veículos de menor capacidade permitiriam atender melhor demandas mais rarefeitas).

A contribuição de FURTH/86b tem uma orientação complementar aos trabalhos já discutidos e representa um passo adicional na direção da aproximação entre modelos estilizados e práticos. As preocupações com a operacionalidade das soluções obtidas introduziram características interessantes nestas formulações (o trabalho de FURTH/WILSON/81 é um prenúncio deste aspecto).<sup>1</sup>

A partir da análise de TURNQUIST/79 (que também inspirou os trabalhos de TSAO/SCHONFELD/83 e TSAO/SCHONFELD/84), FURTH/86b buscou sintetizar diversos de seus trabalhos práticos anteriores sobre projeto de esquemas operacionais de racionalização da oferta em corredores de TPCR/UP (basicamente calcados na análise da programação detalhada de viagens e da alocação de frota ao serviço, como FURTH/86a), investigando a utilização de serviços zonais<sup>34</sup> ao longo de um corredor linear (ou mesmo ramificado) com atenção especial às restrições decorrentes de indivisibilidades relacionadas com a utilização da frota. A Figura 2.3 ilustra algumas alternativas de estratégias operacionais analisadas por FURTH/86b.

---

<sup>1</sup> Entre outras características, a formulação de FURTH/WILSON/81 representa demanda variável sensível à frequência como uma função por linha e período, compatível com a forma usual de obtenção dos dados, e incorporadas restrições de lotação do veículo e de intervalos máximos aceitáveis entre viagens, compatíveis com a prática operacional.

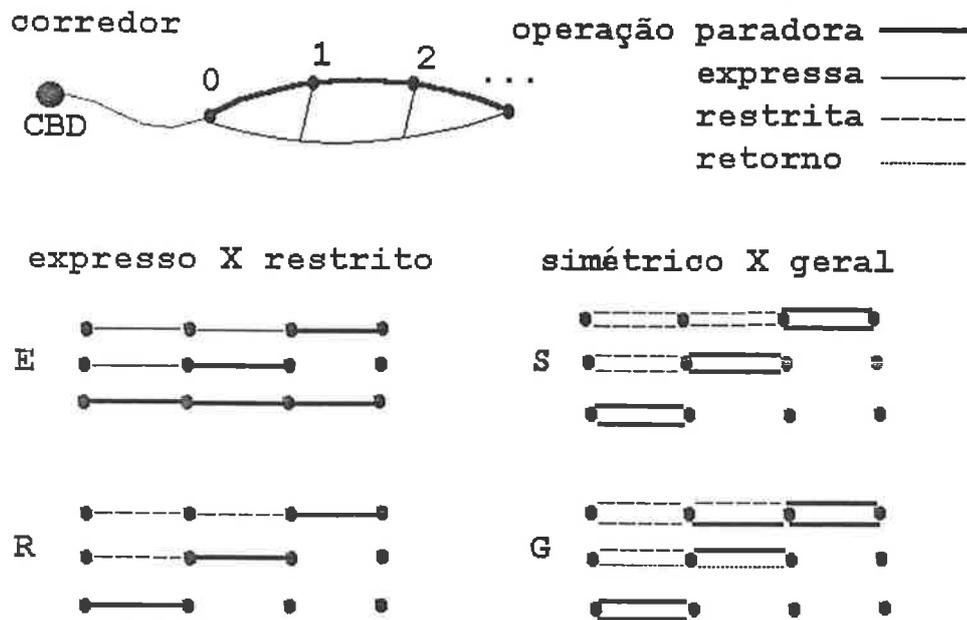


Figura 2.3. Estratégias Operacionais para Corredores  
Analisadas em FURTH/86b

Em relação às análises precedentes, o trabalho de FURTH/86b tem as seguintes características peculiares:

- o número de veículos alocado ao serviço é tomado como principal variável de custo (ao invés das horas de operação, como em KOCUR/HENDRICKSON/82) e é considerado como uma variável inteira (o custo pode incluir somente o operador ou também o usuário);

- o corredor serve uma demanda com orientação ao Centro (CBD) e é dividido em segmentos a partir da identificação de pontos que podem ser utilizados como terminais de rotas parciais; adiante do ponto terminal, em direção ao Centro, é definida uma zona de atendimento para cada rota parcial (onde a operação é paradora), seguindo então com operação especial (restrita ou expressa) entre esse trecho e o Centro; as zonas de atendimento são identificadas

pelos pontos extremos (0 é o Centro, e a numeração é crescente até o último ponto n);<sup>1</sup>

- métodos de enumeração baseados em programação dinâmica determinísticas são utilizados para obter a configuração ótima de serviço no corredor (o estágio k corresponde ao atendimento da demanda do Centro até o ponto limite k, pelo menos na direção dominante); desta forma, o procedimento é diretamente voltado para obtenção de soluções numéricas, ao invés de soluções analíticas;

- a frota mínima necessária NM para operar uma linha de serviço dada é determinada em função das restrições de ocupação máxima no trecho crítico e de intervalo máximo aceitável entre viagens; este é o valor adotado para a frota quando o objetivo é determinar a configuração de serviço com frota mínima (a decisão é operar ou não uma linha na configuração ótima); quando o objetivo considera o custo social, a frota N alocada à operação de uma linha pode ser maior que a mínima e é mais uma variável de decisão;

- com configuração de serviço simétrica (zonas de atendimento iguais nos dois sentidos de operação), o estágio corresponde ao ponto limite j servido, em ambos os sentidos a partir do Centro (CBD), e o estado é descrito pelo custo ótimo de atingir o atendimento do ponto limite j; a seleção do melhor trecho de operação i a j é calculado pela fórmula recursiva  $CS_k[j=k] = \min_{i,N} \{CS_i + CS_{ij}[N_{ij} = N]\} = CS_j$ ,  $N_{ij} \geq NM_{ij}$ ; a última linha de serviço adicionada segue com parada restrita (ou operação expressa) do Centro até i e então com operação paradora até j,

---

<sup>1</sup>Ao contrário de FURTH/86b, a descrição a seguir considera que uma linha de i a j atende apenas os pontos após i (exclusive) e até j (inclusive). Esta convenção é irrelevante e simplifica as fórmulas de recursão e a indicação dos retornos vazios (sem atender passageiros).

retorna com operação paradora de  $j$  a  $i$  e segue então até o Centro com operação especial (configuração simétrica, sendo  $i < j$ );

- neste caso, o estado inicial é  $CS_0=0$  e a solução é atingida ao obter  $CS_n$  (devendo-se armazenar os pontos iniciais dos trechos  $In[]$ , para obter as linhas da solução ótima  $In[n]$  a  $n$ , então  $In[In[n]]$  a  $In[n]$ , e assim sucessivamente até atingir o Centro);

- com possibilidade de configuração de serviço assimétrica (que pode ser eficiente nos períodos de pico, em que a demanda é desbalanceada, com um claro sentido dominante), o trecho atendido no sentido dominante  $i$  a  $j$  pode ser diferente do trecho atendido no sentido não dominante  $l$  a  $m$ ; entre outras restrições operacionais que reduzem o conjunto de configurações utilizáveis<sup>35</sup>, admite-se que o ponto limite extremo servido a partir do Centro (CBD) deve ocorrer no sentido dominante ( $j=k>l$ , sendo  $i < j$  e  $l > m$ ), caracterizando-se o estado pelo ponto limite servido em cada direção  $j$  e  $l$ ; o custo ótimo de atingir o atendimento de  $j$  e  $l$  é então calculado pela fórmula recursiva  $CS_k [j=k, l \leq k] = \min_{i,m,N} \{CS_{im} + CS_{ijlm} [N_{ijlm} = N]\} = CS_{jl}$ , com  $N_{ijlm} \geq NM_{ijlm}$ ; a última linha de serviço adicionada segue com operação especial do Centro até  $i$  e então com operação paradora até  $j$ , retorna com operação expressa de  $j$  a  $l$ , operação paradora de  $l$  até  $k$  e segue então até o Centro com operação especial;

- neste caso, o estado inicial é  $CS_{00}=0$  e a solução é atingida ao obter  $CS_{nn}$  (isto é, o trecho  $0$  a  $n$  deve ser atendido nos dois sentidos, devendo-se também armazenar os pontos iniciais dos trechos  $In[]$ , para obter as linhas da solução ótima);

- restrições globais de disponibilidade de frota também podem ser consideradas, implicando a consideração de mais uma variável de estado referente ao número de veículos total  $NT$  utilizados até o ponto limite  $j$  ser servido; com configurações simétricas, o melhor trecho de operação  $i$  a  $j$  é selecionado por

$CS_k[j=k, NT=NE] = \min_{i, NA, N} \{CS_i[NA] + CS_{ij}[N_{ij} = N/NA + N = NE]\} = CS_j[NE]$  com  $N_{ij} \geq NM_{ij}$  e  $NE \leq ND$ , onde  $ND$  é a frota total disponível; a última linha incluída operará com  $N$  veículos se a frota total da solução ótima for  $NE$ , isto é, se  $CS_{\eta}[NE]$  for o valor mínimo para atendimento de  $0$  a  $n$  (para configuração assimétrica, o procedimento é totalmente similar); sem restrição global de disponibilidade de frota, o número de veículos alocado à operação de uma linha é uma variável auxiliar determinada pela solução selecionada para atingir cada estado (considerada como variável inteira e, portanto, refletindo o impacto de indivisibilidades na operação e no custo);

- para o objetivo de minimização de frota, deve-se adotar  $CS=NT$ , mas em geral pode-se utilizar uma função objetivo qualquer, com custos do operador e do usuário (compatíveis com a hipótese de demanda fixa); a previsão da frota mínima necessária para operar uma linha é função da alocação da demanda entre as linhas utilizadas na configuração de serviço selecionada, e considera as restrições decorrentes da forma de operação analisada (parada restrita ou operação expressa, que determina as opções disponíveis a cada usuário e o tempo de viagem no veículo em cada linha) e pode considerar modelos práticos de programação de frequência (por exemplo, adotar intervalos redondos e ajustar o tempo de folga nos terminais).<sup>36</sup>

Note que formulações como estas destacam-se pela possibilidade de incorporar uma série de restrições realistas (desde que seja abandonada a pretensão de obter soluções analíticas) e poderiam ser colocados no limite entre os modelos estilizados e os modelos práticos.<sup>37</sup> Não fosse a descrição simplista da demanda de transportes, a classificação alternativa seria muito mais natural.

O ponto especialmente relevante nesta linha de trabalhos é a importância atribuída à representação adequada das relações técnicas (mesmo das práticas operacionais) para obtenção de

soluções utilizáveis, em especial as relacionadas com indivisibilidades (que usualmente manifestam-se como restrições de inteireza e exigem métodos discretos de análise). Um complemento essencial seria estender este detalhamento para a representação da estrutura de custos do serviço.

No entanto, existem também outras relações igualmente importantes que derivam de interações para as quais seria uma excessiva liberalidade utilizar o qualificativo técnicas.

Por exemplo, as relações decorrentes do comportamento reativo dos usuários e dos operadores deveriam ser consideradas restrições para formular um modelo normativo do ponto de vista do poder público (como seria o comportamento dos concorrentes e do poder regulador, no caso de um modelo normativo do ponto de vista de uma empresa operadora de serviços ou provedora de infraestrutura).

O aspecto mais claro com esta natureza seria a escolha entre linhas de TPCR/UP pelos usuários (quando a demanda não é cativa), que responde às alterações projetadas para o serviço. Estas relações foram ainda ignoradas nestes trabalhos, deixando a evolução a meio caminho.

Os pontos mencionados parecem importantes para avaliar a aplicabilidade dos resultados obtidos e estar representados de forma desequilibrada em formulações particulares.

Por exemplo, FURTH/WILSON/81 apresenta uma formulação em princípio mais geral (trata de todo o sistema de TPCR/UP e utiliza uma hipótese de demanda variável) em que as relações técnicas (opções e restrições) são representadas de forma simplista (admitindo-se implicitamente que, em todas as linhas, o serviço é executado com veículos operando em ciclos fechados e de forma independente). Em FURTH/86b altera-se basicamente o conjunto de possibilidades técnicas, permitindo incorporar práticas viáveis para lidar com características essenciais do serviço (os desequilíbrios espaciais e temporais). No entanto,

supõe eficácia perfeita dos mecanismos de coordenação da operação e trata de casos simples em que os usuários são cativos das alternativas de serviço consideradas.

Isto tornaria essencial ponderar a importância prática de cada aspecto específico para obtenção de recomendações válidas.

Concluindo a revisão sobre os modelos estilizados, pode-se avaliar melhor seu espectro de possibilidades e as suas limitações. Outras referências recentes sobre modelos estilizados para projeto de redes de TPCR/UP são ANDERSON/84, STEPHANEDES/MICHALOPOULOS/BOUNTIS/85 e GHONEIM/WIRASINGHE/87, entre outros.

Além destes, TEODOROVIC/88 é uma referência particularmente interessante por revisar modelos formulados para o transporte aéreo de passageiros, em que podem ser verificadas similaridades e nuances em relação aos sistemas de TPCR/UP no transporte urbano. Aliás, a literatura técnica sobre definição de serviços no transporte aéreo é um interessante campo alternativo em que os mesmos problemas analisados neste trabalho vem sendo intensamente pesquisados.

### 2.2.2. Enfoques Utilizando Modelos Práticos

Sobre modelos normativos com orientação prática, uma discussão geral pode ser encontrada em AXHAUSEN/SMITH/85, que examinou procedimentos europeus e norte-americanos propostos para projeto de redes de TPCR/UP até então, em especial os procedimentos heurísticos.<sup>i</sup> Suas referências principais estão revisadas também em AQUINO/80 e BRANDÃO/93. O trabalho de BRANDÃO/93 utiliza a análise de AXHAUSEN/SMITH/85 e inclui também dois trabalhos produzidos no Brasil com procedimentos heurísticos (AQUINO/80 e SOARES/82).

O quadro 2.2 descreve as características básicas de alguns trabalhos selecionados que tem orientação prática.<sup>ii</sup> Em todas

---

<sup>i</sup>AXHAUSEN/SMITH/85 partem da classificação dos métodos para reestruturação e otimização de redes de TPCR/UP em seis categorias de CHUA/SILCOCK/82: métodos manuais usando diretrizes e padrões de serviço, análise sistêmica utilizando métodos tradicionais de análise de demanda e alocação de tráfego, análise de mercado utilizando alocação de tráfego manual para corredores e pequenas áreas de serviço, análise sistêmica com ferramentas gráficas interativas, procedimentos heurísticos automáticos, procedimentos automáticos de programação matemática.

AXHAUSEN/SMITH/85 consideram que os procedimentos heurísticos automáticos de construção e alteração de redes de TPCR/UP representam um grau de compromisso adequado entre a análise sistêmica, possível para poucas alternativas (definidas externamente), e a otimização com programação matemática, possível para sistemas pequenos ou idealizados, e devotam mais atenção a estes. Na verdade, os métodos manuais usando diretrizes e padrões de serviços são também procedimentos heurísticos aplicados pessoalmente pelo técnico (em geral seguindo critérios subjetivos). Os procedimentos heurísticos automáticos tem a vantagem de poder analisar redes de TPCR/UP maiores e considerar mais alternativas de configuração, em função do uso de computadores, e exige a formulação de critérios objetivos de decisão. Por estes aspectos, o desenvolvimento de métodos heurísticos tem sido uma das principais linhas de evolução da técnica aplicada de projeto de redes de TPCR/UP.

<sup>ii</sup>Os métodos de DUBOIS/BEL/LLIBRE/79, MANDL/79 e AQUINO/80 são semelhantes a MANDL/80 (na verdade DUBOIS/BEL/LLIBRE/79 consideram também a repartição entre modos à pé e mesmo transporte privado). O método de SOARES/82 é um procedimento intermediário entre os enfoques analítico e não analítico, dentro do espírito de ROSELLO/76, que demonstra a existência de lacunas importantes nos demais procedimentos (SIMONIS/85 é um método de mesma natureza). O trabalho de SANCHES/87

estas contribuições pioneiras, os problemas de alocação de usuários às alternativas de viagem na rede de transporte público (descritivo) e de alocação de frota entre linhas (ou dimensionamento da frequência, quando a frota não é restringida, ambos normativos) são componentes básicos que, em geral, foram resolvidos de forma pelo menos aproximada. Entretanto, o problema de definição de rotas e de linhas de serviço, que tem natureza combinatorial e trata de atender às demandas simultâneas com as alternativas tecnológicas e viárias existentes, foi sempre o mais difícil.

---

também enfatiza a escolha de tecnologia, dentro do espírito de REA/72, a partir de um enfoque de programação inteira (cujas simplificações conduzem a uma formulação separável por linha).

Tabela 2.2. Descrição de Alguns Modelos Normativos Práticos para Projeto de TPCR/UP.

AUTOR	REA/72	ROSELLO/76	MANDL/79	SOARES/82
<p>LAMPKIM/ SAALMANS/67</p> <p>Ônibus</p> <p>interseções e centróides de zonas</p> <p>rota e frequência</p> <p>-rotas: maior fluxo direto corrigido (por fator de trajeto e integração) -frequência: menor tempo médio de viagem total; restrição de frota total e utilização na seção crítica</p>	<p>Ônibus/VLT...</p> <p>rotas, conexões e centróides de zonas</p> <p>tecnologia e frequência</p> <p>-menor tempo total de viagem; restrições de capacidade (frequência máxima e utilização na seção crítica) e viabilidade (demanda mínima) das tecnologias</p>	<p>VLT/Ônibus</p> <p>centróides de zonas e ligações entre centróides</p> <p>rota e frequência</p> <p>-menor tempo total de viagem (frequência uniforme); restrição de frota e máximo de rotas e nós por rota (arbitrários)</p>	<p>Ônibus/VLT</p> <p>interseções, terminais e centróides de zonas</p> <p>rota e frequência</p> <p>-menor tempo total de viagem; restrição de frota e conexão à rede de linhas</p>	<p>Ônibus</p> <p>interseções e centróides de zonas</p> <p>rota e frequência</p> <p>-racionalização da rede de linhas; restrição de conexão à rede de linhas, de demanda mínima dos serviços e de utilização na seção crítica</p>
<p>Descrição do Procedimento</p> <p>-rotas: esqueleto (4 nós) dado O/D e terminais; rotas com nós inseridos (sequencial); circuitação máxima 50%, sem retornos -frequência ótima por busca aleatória -alocação de usuários heurística com alternativa à pé</p>	<p>-discussão pública para identificar rotas -orevisão de carregamento e ajuste iterativo de frequência e tecnologia com especificação de serviço -alocação de equilíbrio por nível de serviço entre tecnologias</p>	<p>-rotas iniciais com melhores caminhos entre pares O/D -melhoria iterativa com inserções de nós extremos ou vizinhos, exclusões de nós, eliminações de linhas simples -realocação de frota entre linhas -alocação de viagens heurística com dispersão e alternativa à pé</p>	<p>-rotas iniciais caminhos mínimos mais longos entre terminais -melhoria iterativa com reconexão de linhas, inserção de desvios, eliminação de desvios com serviço duplicado -alocação heurística da frota -alocação de usuários proporcional à frequência</p>	<p>-rotas iniciais com caminhos naturais de O/D com demanda suficiente -consolidação e complementação da rede com critérios não analíticos -dimensionamento final de frequência e frota -alocação de viagens proporcional à frequência</p>

Entre as formulações de modelos práticos, o trabalho de HASSELSTRÖEM/81, dentro da linha de pesquisas da *Volvo Transportation Systems - VTS*, Suécia, que culminou no desenvolvimento do *VIPS - VTS Interactive Planning Systems* (ver *StockholmTransport/87*, os trabalhos pioneiros de ANDREASSON/77, de HASSELSTRÖEM/79 e de HADBERG/HASSELSTRÖEM/80), teve várias aplicações práticas ao redor do mundo (pouco documentadas, é verdade).<sup>2</sup>

Em HASSELSTRÖEM/81, o problema de planejamento da estrutura do TPCR/UP é tratado do ponto de vista do poder público, encarregado de definir rotas, veículos e frequência para linhas de serviço. Os problemas dos demais modos públicos e de todos os modos privados de transporte urbano e os problemas de planejamento da operação do TPCR/UP (estabelecimento de quadros de horários, programação do serviço de veículos e tripulações) ficam, portanto, fora de seu escopo. Embora tenha adotado esta delimitação, seu contexto de análise é amplo no que se refere ao planejamento dos serviços de TPCR/UP, tratando inclusive da seleção das tecnologias de transporte coletivo (aspecto usualmente ausente em modelos normativos globais).

O trabalho de HASSELSTRÖEM/81 parte da Análise Custo/Benefício como princípio básico para a derivação de um modelo normativo adequado ao planejamento da estrutura do TPCR/UP e adota a seguinte formulação genérica:

---

<sup>1</sup>Não deixa de ser interessante examinar os dados relatados pela VTS no material de propaganda do VIPS II. Citando três estudos realizados, a medida do potencial de melhoria da eficiência na rede de TPCR/UP avaliada a partir dos resultados da aplicação do VIPS II está reproduzida a seguir:

Estudo	Frota Pico Efetiva	Variação de Serviço	Redução da Frota Pico	Redução de Custos de Operação
Estocolmo (Centro)	239	~0%	- 32	-10%
Londres (Croydon)	266	-2%	- 35	-11%
Singapura	3050	+1%	-450	-15%

Note-se que a descrição de HASSELSTRÖEM/81 corresponde à versão original do VIPS. Os trabalhos seguintes que referem-se às principais melhorias divulgadas entre as incorporadas no VIPS II, também serão discutidos adiante.

$$\max_{\{f_{rk}\}} \text{CS}\{\{f_{rk}\}\} = \sum_{i,j} \text{CS}_{ij} [D_{ij}[\text{cg}_{ij}\{f_{rk}\}]]$$

$$\text{s.a.} \left\{ \sum_{r,k} \delta_{rz} \cdot f_{rk} \geq \hat{F}_z \right\}, \quad \sum_{r,k} c_{rk} \cdot f_{rk} = \hat{C}, \quad \{f_{rk}\} \in \Omega$$

onde a função objetivo CS é o excedente do consumidor agregado,  $\{D_{ij} = [\text{cg}_{ij}]\}$  e  $\{\text{cg}_{ij}[\{f_{rk}\}]\}$  são as funções de demanda e de desempenho (funções de demanda separáveis, variando apenas com seu custo generalizado específico, e funções de desempenho, em princípio, gerais),  $\delta_{rz}, \hat{F}_z$  são o indicador de cobertura da região z pela rota r e a oferta mínima para a região z (fixada a partir de considerações distributivas),  $c_{rk}, \hat{C}$  são o custo unitário por viagem na rota r com tipo de veículo k e o custo total de transporte (fixado como restrição) e  $\Omega$  é o conjunto de combinações de frequência viáveis tecnicamente (em função de restrições diversas, desde frequências convenientes para programação de horários até compatibilidade entre tipo de veículo e tipo de via na rota).<sup>38</sup>

HASSELSTRÖEM/81 observa que esta formulação é estática e desconsidera a existência de diferentes tipos de períodos ao longo de um dia típico de operação (em especial em função da variação da demanda, um aspecto essencial da operação do TPCR/UP, que também ocorre entre diferentes dias típicos), mas considera computacionalmente difícil enfrentar uma formulação mais detalhada e operacionalmente difícil implementar diferenciações de serviço significativas (recomenda, portanto, aplicar o modelo para o período de pico da manhã ou da tarde ou para o meio-dia, e adaptar frequências, eventualmente tipos de veículo, da solução obtida para os demais períodos).<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>HASSELSTRÖEM/81 também observa a conveniência de não representar a restrição de capacidade do veículos como restrição técnica na formulação de um modelo normativo desta natureza (aspecto posteriormente assinalado por CRAINIC/ROUSSEAU/86) e a importância do grau de realismo na

Aliás, em função de sua orientação aplicada, a preocupação com a viabilidade computacional e operacional da utilização dos procedimentos é um ponto importante ao longo de toda a discussão de HASSELSTRÖEM/81. Por exemplo, a perspectiva de formular um procedimento em dois níveis, separando a definição das rotas da determinação da frequência é basicamente motivada por considerações de viabilidade computacional. Por outro lado, a seleção do nível de agregação conveniente para a representação da rede de transportes e dos serviços de TPCR/UP e a busca de um algoritmo eficaz na obtenção de uma melhor solução é basicamente motivada por considerações operacionais.<sup>i</sup>

Um primeiro ponto de partida para especificar o procedimento de HASSELSTRÖEM/81 é a definição da função de demanda. A partir de dados observados, é calibrado um modelo de demanda direta

$$D_{ij} = \theta_0 \cdot P_i^{0_1} \cdot A_j^{0_2} \cdot e^{-\theta_3 \cdot cg_{oij}} \cdot cg_{aij}^{0_4},$$

onde  $P_i$  e  $A_j$  são medidas de produção e atração de viagens (usualmente combinação linear de dados como total de habitantes, empregos, vagas escolares, estabelecimentos comerciais de uma zona de tráfego),  $cg_{oij}$  e  $cg_{aij}$  são as medidas de custo generalizado no TPCR/UP e nos modos competidores (também uma combinação linear de atributos monetários e não monetários) e  $\{\theta_s\}$  são os parâmetros a calibrar (além dos coeficientes das combinações lineares de medidas de geração de viagem e custo generalizado).

---

representação do sistema de transportes para obter resultados realistas e ganhar a confiança dos planejadores.

<sup>i</sup>As questões operacionais, na visão de HASSELSTRÖEM/81 podem ser colocadas em dois níveis. Na etapa de realização do estudo é necessário fornecer meios adequados para interação entre os técnicos e os sistemas computacionais e uma linguagem de comunicação eficiente (tanto em termos de conteúdo quanto de apresentação). Na etapa de implantação das recomendações é preciso ter um resultado claramente traduzível em ações de intervenção e fornecer dados convincentes aos técnicos, administradores, políticos e líderes, a respeito das melhorias que serão obtidas ao final do processo.

Reunindo todos os fatores diferentes do custo generalizado em  $\kappa_{ij}$ , na situação usual em que estes permanecem constantes, a função de demanda pode ser expressa por  $q_{ij} = \kappa_{ij} \cdot e^{-\theta \cdot cg_{ij}}$  e o excedente do consumidor equivale, neste caso, ao total de passageiros servidos.<sup>39</sup> No caso geral de funções de demanda separáveis, HASSELSTRÖEM/81 demonstra que o custo social (do usuário e do operador), com a matriz de demanda fixa em  $q_{ij0} = D_{ij}[cg_{ij0}]$ , é o termo variável da medida de excedente do consumidor, calculado com uma aproximação de primeira ordem da função de demanda ao redor de  $cg_{ij0}$ <sup>40</sup>. Neste caso, recomenda a estimativa inicial do custo social com uma matriz de desejos de viagens, entendida como medida do potencial de demanda entre as zonas de tráfego, e obtida a partir da relação calibrada pela definição de padrões de serviço desejáveis (mas realistas)  $cg_{ij0} = cg_{ij}[\tilde{c}_{ij}, \tilde{g}_{ijs}]$  na viagem entre as zonas de tráfego (conforto no veículo, tempo no veículo relativo ao auto, tempo de espera máximo, ausências de transbordos, ...).<sup>1</sup>

Um segundo ponto de partida seria a especificação das funções de desempenho, relacionando o custo generalizado de viagem entre as zonas de tráfego com as variáveis de oferta do TPCR/UP, no caso as frequências para as configurações de rota e tipo de veículo consideradas. Esta é, entretanto, uma relação bastante mais difícil de expressar analiticamente e mesmo de representar computacionalmente e corresponde basicamente à previsão do valor de equilíbrio das variáveis de nível de serviço resultantes do comportamento dos usuários em reação à oferta de serviços definida.

---

<sup>1</sup>A recomendação de HASSELSTRÖEM/81 é de que os desejos de viagem sejam previstos a partir do crescimento na demanda relacionado com a adoção dos padrões de viagem desejados. Neste caso, a previsão do desejo de viagem seria  $\tilde{q}_{ij} = e^{\theta \cdot (g_{ij} - \tilde{g}_{ij})} \cdot q_{ij}$  (no caso em que outros fatores variam de forma significativa, a utilização equação original poderia ser vantajosa).

Incorporando os resultados obtidos para a função demanda separável e exponencial, e sua aproximação linear, a formulação geral pode ser expressa como:

$$\max_{\{f_{rk}\}} CS[\{f_{rk}\}] = \sum_{i,j} D_{ij} [cg_{ij}[\{f_{rk}\}]] \cong CS_0 - \sum_{i,j} q_{ij0} \cdot cg_{ij}[\{f_{rk}\}] + CG_0$$

$$s.a. \left\{ \sum_{r,k} \delta_{rz} \cdot f_{rk} \geq \hat{F}_z \right\}, \quad \sum_{r,k} c_{rk} \cdot f_{rk} = \hat{C}, \quad \{f_{rk}\} \in \Omega$$

com  $cg_{ij} = \min_{\{p\}} cg_{ijp}$  (o custo generalizado mínimo entre os caminhos disponíveis para o deslocamento de  $i$  até  $j$ ) e  $q_{ij} = \kappa_{ij} \cdot e^{-\theta \cdot cg_{ij}} = q_{ij0} \cdot e^{-\theta \cdot (cg_{ij} - cg_{ij0})}$  (a função de demanda exponencial). Conhecendo-se o caminho ótimo, tem-se que  $cg_{ijp} = \theta_{tv} \cdot t_{vp} + \theta_{ta} \cdot t_{ap} + \theta_{te} \cdot t_{ep} + \theta_{tx} \cdot t_{xp} + \theta_{nx} \cdot n_{xp} + c_p$  (sendo os parâmetros  $\theta$  os valores do tempo no veículo, do tempo de acesso à pé, do tempo de espera, do tempo de transferência e do número de transferências, respectivamente, que os transformam em unidade monetária).<sup>1</sup>

No caso da função objetivo aproximada e com custos apenas nas ligações, isto é, com  $cg_{ij} = \sum_{a,r,k} p_{ijark} \cdot cg_{ark}[\{f_{rk}\}]$ , tem-se que

$$CG[\{f_{rk}\}] = \sum_{i,j} q_{ij0} \cdot cg_{ij}[\{f_{rk}\}] = \sum_{i,j,a,r,k} q_{ij0} \cdot p_{ijark} \cdot cg_{ark}[\{f_{rk}\}] \quad e, \quad \text{portanto,}$$

$$CG[\{f_{rk}\}] = \sum_{a,r,k} q_{ark0} \cdot cg_{ark}[\{f_{rk}\}], \quad \text{onde } q_{ark0} = \sum_{i,j} q_{ij0} \cdot p_{ijark}. \quad \text{Esta nova função}$$

objetivo aproximada pode ser ainda mais simplificada considerando os diferentes componentes do custo generalizado mínimo  $cg_{ij} = \theta_{tv} \cdot t_{vij} + \theta_{ta} \cdot t_{aij} + \theta_{te} \cdot t_{eij} + \theta_{tx} \cdot t_{xij} + \theta_{nx} \cdot n_{xij} + c_{ij}$  e notando que usualmente apenas o tempo de espera e transferência são sensíveis à frequência de serviço. Neste caso, tem-se

<sup>1</sup>HASSELSTRÖEM/81 expressa a medida de impedância em tempo generalizado (no veículo), tendo-se usado o custo generalizado em unidade monetária por razão de consistência com o restante deste trabalho (a notação utilizada para os componentes da viagem também foi uniformizada). A diferença de unidade não é de forma alguma essencial.

$$CG[\{f_{rk}\}] = \theta_{te} \cdot \sum_{ark \in LE} q_{ark0} \cdot t_{ak} [\{f_{rk}\}] + \theta_{tx} \cdot \sum_{ark \in LX} q_{ark0} \cdot t_{ak} [\{f_{rk}\}] + \bar{C}_0, \quad \text{onde}$$

$$\bar{C}_0 = \theta_{tv} \cdot \sum_{ark \in LV} q_{ark0} \cdot t_{ak} + \theta_{ta} \cdot \sum_{ark \in LA} q_{ark0} \cdot t_{ak} + \theta_{nx} \cdot \sum_{ark \in LX} q_{ark0} + \sum_{ark \in LC} q_{ark0} \cdot c_{ak} \quad \text{inclui os}$$

termos independentes da frequência, em que LV, LA, LE, LX, LC são os sub-conjuntos de ligações nas quais há viagem no veículo, acesso à pé, espera, transferência e desembolso monetário, respectivamente.

Estas simplificações adicionais são extensivamente utilizadas em HASSELSTRÖEM/81, na busca de formulações operacionais (além da suposição circunstancial de que a tarifa, correspondente aos desembolsos monetários, é independente do caminho utilizado para cada deslocamento).<sup>41</sup>

Independente destas suposições simplificadoras, a determinação da função de desempenho na rede de serviços de TPCR/UP tem implícito um problema de comportamento dos usuários na escolha da alternativa de viagem, que envolve a seleção de trajetos na rede viária e a interação com as variáveis de oferta (itinerários, tipo de veículo/serviço, frequência, ...).<sup>42</sup>

Mesmo abandonando a pretensão de obter uma representação analítica para a função de desempenho, sua avaliação numérica envolve pelo menos a determinação de caminhos mínimos para todas as demandas de viagem (para cada configuração de serviços e programação de frequências), isto no caso mais simples da aproximação linear para a função objetivo (o custo social), em que a matriz de demanda é considerada fixa. No caso da função objetivo geral, em que a matriz de demanda é variável, a determinação de caminhos mínimos seria um componente do problema geral de previsão da alocação de equilíbrio da demanda dos usuários (diferente para cada configuração de serviço e programação de frequência).

HASSELSTRÖEM/81 considera que esta dificuldade torna inevitável utilizar diversas abordagens parciais para enfrentar o problema global formulado para o projeto da rede de TPCR/UP. Sua

sugestão é que o problema de otimização seja enfrentado com duas abordagens complementares, utilizando uma representação distinta do problema para avaliar um sub-conjunto específico de questões com uma precisão adequada em cada sub-problema (dividida por sua vez em algumas etapas de análise relativas a diferentes decisões ou procedimentos computacionais). Cada abordagem corresponde a um nível de otimização que transmite resultados ao nível seguinte, mas a articulação perfeita entre os níveis é considerada inviável, em função da complexidade do problema global.

O primeiro nível de otimização é utilizado para indicar configurações de serviço promissoras a partir de uma representação pouco detalhada da rede de transportes e da sua operação. Tanto os itinerários promissores são determinados quanto os tipos de veículos/serviços selecionados e as frequências de viagens definidas.

HASSELSTRÖEM/81 sugere e analisa três procedimentos alternativos para formular o sub-problema do primeiro nível, chamados de método direto, método indireto e método indireto simplificado.<sup>43</sup>

As principais definições fornecidas diretamente para a análise no primeiro nível de otimização são a matriz de viagens para o período de análise, os tipos de veículo/serviço candidatos em cada trecho do sistema viário e os nós da rede viária candidatos para iniciar ou terminar itinerários de linhas de TPCR/UP. Também são dados para o procedimento de análise os parâmetros de desempenho das tecnologias de TPCR/UP, implícitos nos atributos das ligações de transporte, o conjunto de frequências viáveis para operação de cada tipo de veículo/serviço, incorporados como restrição explícita, os parâmetros de custo de operação das tecnologias de TPCR/UP, incorporados diretamente na restrição global de custo, e os parâmetros de preferência entre atributos de viagem, implícitos na função de demanda ou de custo social.

O método direto gera rotas candidatas a partir da matriz de demanda e de regras heurísticas e então determina uma alocação de tipos de veículo/serviço e frequência para as rotas criadas (eliminando parte dos candidatos).<sup>44</sup>

O método indireto procura avaliar os melhores caminhos para cada demanda na rede básica (com vias e tipos de veículo/serviço), gerando previsões iniciais de fluxo que são incorporadas como informação na etapa de geração de rotas candidatas e na definição final de frequências e tipos de veículo/serviço das linhas.<sup>45</sup>

A idéia em HASSELSTRÖEM/81 é de que, embora mais simplificada, a análise realizada no primeiro nível de otimização pode ser utilizada, adaptada e/ou complementada por outras considerações, como insumo para iniciar a análise no segundo nível de otimização, que admite as configurações candidatas como dado definido. Na grande maioria dos trabalhos anteriores foi adotada uma etapa distinta para geração de configurações de serviço, mas HASSELSTRÖEM/81 difere dos demais em recomendar o uso de uma representação distinta da base de dados utilizada no procedimento do primeiro nível (e em buscar formulações de programação matemática como apoio a esta tarefa).

O segundo nível de otimização pode ser aplicado sobre a rede de TPCR/UP existente com as alternativas de configuração definidas pelo planejador, representando de forma detalhada as rotas e serviços considerados (inclusive com itinerários distintas em cada sentido de operação). Este segundo nível de análise inicia-se com um procedimento de previsão mais preciso de fluxos nas linhas (resultado que permite obter uma estimativa também mais precisa da matriz de demanda<sup>46</sup>), que calcula os fluxos de passageiros na rede de TRCPP com melhor consideração da competição no atendimento à demanda. Então, a repartição da demanda entre serviços e os trajetos ótimos são utilizados nos procedimentos normativos que otimizam a frequência e tipo de veículo utilizado e a estrutura de linhas de passagem em pontos

de conexão (podem ser aplicados ambos ou apenas um dos procedimentos, eventualmente com reiterações da previsão dos fluxos caso seja considerado necessário).

A partir de uma formulação geral, que será utilizada nos trabalhos de desenvolvimento do VIPS discutidos adiante, HASSELSTRÖEM/81 adota um procedimento simplificado para identificação das escolhas ótimas dos usuários entre serviços competidores, baseado no conceito de frequência equivalente  $f'_{rk} = \gamma_{rk} \cdot f_{rk}$  (calculada a partir da análise dos atributos da viagem utilizando a rota  $r$  com serviço  $k$ ), que é incorporado ao algoritmo heurístico de determinação de caminhos descrito em ANDREASSON/77.<sup>47</sup>

As formulações normativas são procedimentos independentes e podem ser aplicados, conjuntamente ou separadamente, dentro de um processo iterativo que envolve seguidas reavaliações dos fluxos de passageiros, pois para ambos os procedimentos a alocação da demanda e os trajetos selecionados são considerados temporariamente fixos (o que simplifica o problema matemático mas introduz uma grau de inconsistência pois a nova estrutura de serviços pode induzir uma escolha de trajetos e alocação de demanda significativamente diferentes dos inicialmente utilizados).

A rigor, a análise de HASSELSTRÖEM/81 não incorpora estes procedimentos dentro de uma formulação mais geral, incluindo esta restrição de comportamento da demanda, mas realiza experiências de aplicação que mostram a convergência deste processo iterativo (cuja estratégia é estritamente semelhante ao método de decomposição, posteriormente sugerido por CRAINIC/ROUSSEAU/86).<sup>48</sup>

Quanto à seleção da frequência e tipo de serviço, HASSELSTRÖEM/81 considera que todos os atributos, exceto o tempo de espera, são constantes (tanto para uma viagem quanto para toda a demanda). No que se refere à uma viagem, isto decorre da suposição de que os caminhos utilizados permanecem

temporariamente fixos, tendo-se  $cg_{ij0}[\{f_{rk}\}] = \sum_{a,r,k} p_{ijark0} \cdot cg_{ark0}[\{f_{rk0}\}]$  e

$cg_{ij}[\{f_{rk}\}] = \sum_{a,r,k} p_{ijark0} \cdot cg_{ark}[\{f_{rk}\}]$ . Portanto, pode-se escrever

$CS[\{f_{rk}\}] = \sum_{i,j} q_{ij0} \cdot e^{-\theta(cg_{ij} - cg_{ij0})} = \sum_{i,j} q_{ij0} \cdot e^{-\theta(\theta_{ic}(t_{cij} - t_{cij0}) + \theta_{ix}(t_{xij} - t_{xij0}))}$ , o que demonstra a

irrelevância dos demais atributos de viagem, mesmo com demanda variável, tendo-se então a seguinte formulação inicial do problema de determinação das frequências:

$$\begin{aligned} \max_{\{f_{rk}\}} \quad & CS[\{f_{rk}\}] = \sum_{i,j} q_{ij0} \cdot e^{-\theta(\theta_w \Delta t_{cij} + \theta_{ix} \Delta t_{xij})} \\ \text{s. a.} \quad & \left\{ \sum_{r,k} \delta_{rz} \cdot f_{rk} \geq \hat{F}_z \right\}, \quad \sum_{r,k} c_{rk} \cdot f_{rk} = \hat{C}, \quad \{f_{rk}\} \in \Omega \end{aligned}$$

(quando as rotas são fixas e apenas o tempo de espera é afetado pela decisão sobre frequências).

Como a hipótese de que a matriz e a alocação da demanda temporariamente fixas significa que a demanda por cada serviço

$q_{ark} = \sum_{i,j} p_{ijark0} \cdot q_{ij0} = q_{ark0}$  é também fixa, uma formulação baseada na

aproximação linear com matriz de demanda fixa e em custos apenas nas ligações seria:

$$\begin{aligned} \min_{\{f_{rk}\}} \quad & CG[\{f_{rk}\}] \cong \theta_{ic} \cdot \sum_{ark \in LE} q_{ark0} \cdot t_{ak}[\{f_{rk}\}] + \theta_{ix} \cdot \sum_{ark \in LX} q_{ark0} \cdot t_{ak}[\{f_{rk}\}] + C_0 \\ \text{s. a.} \quad & \left\{ \sum_{r,k} \delta_{rz} \cdot f_{rk} \geq \hat{F}_z \right\}, \quad \sum_{r,k} c_{rk} \cdot f_{rk} = \hat{C}, \quad \{f_{rk}\} \in \Omega \end{aligned}$$

onde  $C_0$  permanece constante e pode ser ignorado (LE e LX são os sub-conjuntos de ligações com espera e transferência, onde apenas os tempos de espera na transferência estão considerados).

HASSELSTRÖEM/81 considera que as restrições de oferta mínima podem ser ignoradas ou incorporadas às restrições de viabilidade das frequências ( $\{f_{rk}\} \in \Omega$ ) e que em geral pode-se admitir que

$\theta_{ix} = \theta_{te}$ . Entretanto, mesmo no caso em que o tempo de espera pode ser avaliado por  $t_e = \frac{k_e}{\sum_{r,k} \delta_{ark} \cdot f_{rk}}$ , é necessário simplificar esta

estimativa para obter um procedimento de solução utilizável em problemas práticos. Sua formulação adota uma função objetivo substituta  $CS\{\{f_{rk}\}\} = \sum_{r,k} q_{rk0} \cdot e^{-\frac{\tilde{\theta}}{2} \left( \frac{1}{f_{rk}} - \frac{1}{f_{rk0}} \right)}$ , não justificada, que tem a característica de ser decomponível em cada variável de decisão  $f_{rk}$ . O problema pode ser então formulado como:

$$\begin{aligned} \max_{\{f_{rk}\}} \quad CS\{\{f_{rk}\}\} &= \sum_{r,k} q_{rk0} \cdot e^{-\tilde{\theta} \left( \frac{k_e}{f_{rk}} - \frac{k_e}{f_{rk0}} \right)} \\ \text{s.a.} \quad \sum_{r,k} c_{rk} \cdot f_{rk} &= \hat{C}, \quad \{f_{rk}\} \in \Omega \end{aligned}$$

que pode ser resolvido com um algoritmo de programação dinâmica determinística.<sup>49</sup>

Eventualmente, a restrição de custo pode ser substituída por um conjunto de restrições de disponibilidade de frota  $\left\{ \sum_r f_{rk} \cdot TC_{rk} \leq N_k, \quad r \in \Omega_k \right\}$ , fornecendo um problema separável por tipo de veículo, a menos que alguma restrição de acoplamento em  $\{f_{rk}\} \in \Omega$ . No caso não separável, HASSELSTRÖEM/81 considera que o procedimento baseado em programação dinâmica determinística (multidimensional) torna-se computacionalmente inviável e sugere uma função objetivo incorporando multiplicadores de Lagrange  $v_k$  para as restrições de frota como:

$$\max_{\{f_{rk}\}} \quad CS\{\{f_{rk}\}\} + \sum_k v_k \cdot \left( N_k - \sum_r c_{rk} \cdot f_{rk} \right) \quad \text{s.a.} \quad \{f_{rk}\} \in \Omega$$

propondo a solução com um procedimento baseado em relaxação lagrangeana (que seria eficiente para o problema).<sup>50</sup>

Quanto à definição da estrutura de linhas de passagem em um ponto de conexão, HASSELSTRÖEM/81 adota uma formulação de programação inteira onde a variável de decisão é  $z_{mn} \in \{0,1\}$ , que corresponde a conectar ou não os serviços  $m=(r,k)$  e  $n=(s,k)$  (viável se ambos são operados com o mesmo tipo de serviço  $k$ ), para  $m \leq n$  (visto que as conexões tem de ser simétricas, sendo que  $z_{mn}$  representa a decisão de não conectar o serviço  $m$ , mantendo como um serviço individual). Eventualmente, existem diversas formas possíveis para combinar os serviços  $m$  e  $n$ , que podem ser distinguidas pelas variáveis  $z_{mnu} \in \{0,1\}$  e pela frequência  $f_{mnu}$  utilizada.<sup>1</sup> Partindo da aproximação linear para formular o problema de programação inteira tem-se:

$$\min_{\{z_{mnu}\}} CG[\{z_{mnu}\}] \cong \sum_{i,j} q_{ij0} \cdot cg_{ij}[\{f_{rk}\{z_{mnu}\}\}] = \sum_{a,r,k} q_{ark0} \cdot cg_{ark}[\{z_{mnu}\}]$$

$$s.a. \left\{ \sum_{m \leq n, u} \delta_{mnz} \cdot z_{mnu} \cdot f_{mnu} \geq \hat{F}_z \right\}, \quad \sum_{m \leq n, u} c_{mnu} \cdot z_{mnu} \cdot f_{mnu} \leq \hat{C}$$

onde  $cg_{ij}[\{f_{rk}\{z_{mnu}\}\}] = \hat{g}_{ij} + \theta_{tc} \cdot t_{cij}[\{z\}] + \theta_{tx} \cdot t_{xij}[\{z\}] + \theta_{nx} \cdot n_{xij}[\{z\}]$ , pode ignorar o termo constante  $\hat{g}_{ij}$  do custo generalizado.

A alocação de demanda e caminho ótimo são fixos e calculados para a alternativa sem conexões, tendo-se  $CG_0 = CG[\{z_{mnu} = 0\}]$ , que pode ser expressa como  $CG_0 = \sum_{a,r,k} q_{ark0} \cdot cg_{ark}[\{z_{mnu} = 0\}]$ . Somente serão alterados os tempos de espera nos serviços que passam pelo ponto de conexão e os tempos e número de transbordo das rotas combinadas tendo-se então

<sup>1</sup>Segundo HASSELSTRÖEM/81, se as frequências nos ramos são diferentes, existem pelo menos duas opções básicas: equalizar as frequências (adotando a frequência maior, menor ou alguma frequência intermediária) ou dividir o serviço mais frequente (mantendo um ramo desconectado, ajustando ou não as frequências de serviço). Uma formulação mais flexível poderia expressar o problema de combinação por veículo ou mesmo por viagem (desde que fosse adequadamente representado o efeito decorrente da indivisibilidade da frota alocada ao serviço).

$$CG\{z_{mnu}\} = \sum_m q_{m0} \cdot \theta_{te} \cdot \Delta t_{em} \{z\} + \sum_{m \leq n} q_{mn0} \cdot (\theta_{tx} \cdot \Delta t_{xmn} \{z\} + \theta_{nx} \cdot \Delta n_{xmn} \{z\})$$

(ignorando os termos que ficarão constantes).

Para chegar a uma formulação operacional, HASSELSTRÖEM/81 impõe a condição de que cada segmento seja utilizado de apenas uma das formas possíveis e em apenas uma combinação ( $\sum_u z_{mnu} = z_{mn}, \forall m, n$  e  $\sum_{m < n} z_{mn} + \sum_{m \geq n} z_{nm} = 1, \forall n$ ), o que permite concluir que

a contribuição individual de cada decisão candidata pode ser avaliada independentemente, antes de analisar a combinação.<sup>1</sup> A função objetivo é então expressa por

$$CG\{z_{mnu}\} = \sum_m q_{m0} \cdot \theta_{te} \cdot \Delta t_{em} [z_{mnu}] + \sum_{m \leq n} q_{mn0} \cdot (\theta_{tx} \cdot \Delta t_{xmn} [z_{mnu}] + \theta_{nx} \cdot \Delta n_{xmn} [z_{mnu}])$$

(ignorando os termos que permanecerão constantes). Como toda função objetivo separável de um problema de programação inteira com variáveis binárias independentes pode ser transformada em uma função linear dos incrementos devidos à cada decisão, tem-se

$$CG\{z_{mnu}\} = \sum_{m < n, u} \Delta CG_{mnu} \cdot z_{mnu} \quad \text{com} \quad \Delta CG_{mnu} = CG[z_{mnu} = 1] - CG[z_{mnu} = 0] \quad \text{e}$$

$$CG[z_{mnu} = 0] = CG_0 \quad (\text{que permanece constante e pode ser ignorado}).$$

HASSELSTRÖEM/81 também considera que os ajustes de frequência provavelmente não violariam significativamente as restrições originais e julga importante incorporar uma restrição de disponibilidade de frota por tipo de veículo que seria formulada

$$\text{como} \quad \left\{ \sum_{m \leq n, u} z_{mnu} \cdot f_{mnu} \cdot TC_{mnu} \leq N_k, \quad m, n \in \Omega_k \right\} \quad (\text{no conjunto de serviço com})$$

---

<sup>1</sup>O próprio autor nota que esta é uma restrição importante na tecnologia de operação admitida para a solução. Por exemplo, isto elimina a possibilidade de repartir a oferta em um ramo de maior frequência em frações distintas conectadas com diversos ramos complementares. A definição das opções de combinação entre pares de ramos identificadas por  $z_{mnu}$  permitiria conceber diversas alternativas de operação na conexão destes serviços (incluindo, por exemplo, diferenciação da frequência em cada ramo e retornos vazios no sentido não-dominante no serviço conectado ou complementar), que teriam de ser estabelecidos externamente pelo planejador.

tipo k). Como as interconexões entre serviços de tipos diferentes não são permitidas, o problema torna-se separável por tipo de serviço.<sup>51</sup> Então, admitindo que as restrições relativas à frota são associadas a um conjunto de multiplicadores de Lagrange  $\{v_k\}$ , resulta a seguinte formulação para o problema global de reconexão:

$$\begin{aligned} \min_{\{z_{mnu}\}} & \sum_{m \leq n, u} \Delta CG_{mnu} \cdot z_{mnu} + \sum_k v_k \cdot \left( N_k - \sum_{m \leq n, u} z_{mnu} \cdot f_{mnu} \cdot TC_{mnu} \right) \\ \text{s.a.} & \sum_{m < n} z_{mn} + \sum_{m \geq n} z_{nm} = 1, \forall n \quad \text{e} \quad \sum_u z_{mnu} = z_{mn} \end{aligned}$$

que pode também ser resolvido independentemente para cada tipo de serviço k.

Como apenas uma alternativa de reconexão pode ser utilizada e a única restrição relativa a u é  $\sum_u z_{mnu} = z_{mn}$ , pode-se previamente selecionar apenas a opção com  $\Delta CG_{mn} = \min_{\{u\}} \{\Delta CG_{mnu}\}$  para incluir no problema de reconexão, referente à combinação entre as configurações de serviço de m e n, chegando-se a:

$$\begin{aligned} \min_{\{z_{mnu}, m, n \in \Omega_k\}} & \sum_{m \leq n \in \Omega_k} (\Delta CG_{mn} - v_k \cdot f_{mn} \cdot TC_{mn}) \cdot z_{mn} + v_k \cdot N_k \\ \text{s.a.} & \sum_{m < n} z_{mn} + \sum_{m \geq n} z_{nm} = 1, \forall n \end{aligned}$$

(que para um valor dado de  $v_k$  é um problema clássico de pareamento ou *matching*). Este sub-problema poderia ser incorporado a um procedimento de solução baseado em relaxação lagrangeana (de ajuste de multiplicadores) ou enumeração implícita (com funções de avaliação obtidas por relaxação de restrições ou outro método qualquer).<sup>52</sup>

A análise do trabalho de HASSELSTRÖEM/81 é instrutiva em diversos aspectos. Em particular, apesar de enunciar problemas

interessantes e propor métodos viáveis de solução sua abordagem é criticável em diversos pontos.

A distinção entre o primeiro e o segundo nível de otimização (ou a decomposição de um problema global em decisões parciais e sequenciais) é uma estratégia geralmente aceita e o recurso a técnicas de programação matemática para formular problemas de decisão pode ser uma abordagem desejável. A opção por enfrentar os problemas formulados em cada nível utilizando representações distintas seria também defensável como forma de lidar com a complexidade do problema global (esta estratégia lembra a sugestão feita por KOCUR/86 de examinar cada problema com um nível de agregação diferente). Entretanto, a análise de HASSELSTRÖEM/81 deixa a desejar quando recorre à sucessivas aproximações e hipóteses simplificadoras sem verificar a consistência entre elas, ou seja, sua coerência com um dado arcabouço teórico.

Neste aspecto, aproximações numéricas e hipóteses simplificadoras são aspectos metodológicos muito diferentes. As aproximações numéricas ou processos iterativos são características do método de solução, para o qual os requisitos de convergência, viabilidade, precisão e robustez são essencialmente operacionais e não teóricos. Para as hipóteses simplificadoras, além dos aspectos relacionados com precisão e robustez, é preciso ter consistência em seu uso para saber, afinal, qual problema está sendo resolvido (e que aspectos estão sendo ignorados) !<sup>53</sup>

Embora seja elogiável caminhar para a clara formulação de um problema e das hipóteses e aproximações admitidas em um procedimento de solução, a medida de adequação não pode ser traduzida no requisito de matematização. O conhecimento do significado específico das hipóteses formuladas e do seu grau de realismo e a avaliação da relevância das relações incorporadas ou omitidas na formulação do problema são requisitos de nível superior do ponto de vista teórico.

As considerações de HASSELSTRÖEM/81 relativas ao tratamento das restrições (a conveniência de sua consideração e a forma de incorporação em cada problema formulado) também são bastante discutíveis e provavelmente guiadas por preocupações predominantemente computacionais, induzindo decisões de modelagem que podem comprometer de forma drástica a utilidade da solução (o ótimo de uma formulação inadequada).<sup>i</sup>

Após este esforço original, os trabalhos recentes relacionados com o desenvolvimento do VIPS, como JANSSON/RIDDERSTOLPE/88 e RIDDERSTOLPE/88, enfatizam o aprimoramento da descrição da interação com os usuários e restringem-se à formulação do segundo nível de otimização (aliás, não há referência ao primeiro nível de otimização e mesmo ao problema de reconexão de linhas na documentação recente sobre o VIPS II, como Stockolm/87).

Em JANSSON/RIDDERSTOLPE/88, a questão da escolha entre opções de linhas alternativas de sistemas de TPCR/UP, previamente analisada em LAMPKIN/SAALMANS/67 e KULASH/71, é revisada.

---

<sup>i</sup> Por exemplo, a incorporação da restrição de capacidade das linhas é importante e pode ser feita representando o efeito do nível de lotação do veículo sobre o conforto na viagem ou o tempo de espera no embarque (o que traria maior realismo sem mascarar o efeito da restrição). O tratamento das restrições de disponibilidade de frota também são um ponto que merece discussão geral.

Em um horizonte imediato, a disponibilidade da frota é uma restrição rígida assim como a disponibilidade de operadores ou a viabilidade do deslocamento do veículo a tempo de executar o serviço pretendido. Na programação da operação, em função da necessidade de manter uma frota de reserva, há um ponto adicional que é o compromisso entre custo e confiabilidade decorrente da alocação de um veículo reserva para a operação.

Como decisão de investimento, entretanto, o grau de flexibilidade da restrição relativa à frota é muito diferente para as diversas tecnologias (por exemplo, ônibus e metrô), ambientes econômicos e institucionais (por exemplo, disponibilidade de crédito, empresas públicas ou privadas). Também, o problema envolve uma decisão relativa ao futuro que deveria ser analisada considerando cenários possíveis e critérios de decisão adequados (uma análise de sensibilidade não pode incorporar a incerteza na determinação da melhor decisão mas apenas avaliar a robustez de uma recomendação !).

Em LAMPKIN/SAALMANS/67, foi obtida uma fórmula para alocação de passageiros entre linhas e escolha entre TPCR/UP e transporte à pé, e avaliação do tempo médio de espera, considerando a regularidade das partidas no TPCR/UP.<sup>54</sup>

Em KULASH/71, foi obtida a fórmula usual de alocação proporcional à frequência a partir das hipóteses de chegadas poissonianas para passageiros e veículos (que ignora aspectos de regularidade dos horários nas linhas de TPCR/UP e a competição com a opção à pé ou por auto).<sup>55</sup>

JANSSON/RIDDERSTOLPE/88 retomam a análise básica de LAMPKIN/SAALMANS/67 e de HASSELTRÖEM/81, considerando diversas situações relativas ao conhecimento da programação de horários e à coordenação entre horários de linhas diferentes, e propondo um método sensível à diferenças entre tempos de viagens no veículo nas linhas (ou outros atributos, como tarifas, que podem ser reduzidas a diferenças no custo generalizado de viagem no veículo entre linhas).

Especificamente, JANSSON/RIDDERSTOLPE/88 consideram duas hipóteses alternativas sobre o conhecimento da programação de horários:

- os usuários conhecem os intervalos entre viagens em todas as rotas relevantes (A);

- os usuários conhecem os horários de passagem de todas as rotas relevantes, em todos os pontos relevantes (B);

e duas hipóteses alternativas sobre a coordenação dos horários de partida entre diferentes linhas de TPCR/UP:

- os horários de partidas de linhas diferentes são independentes (C);

- os horários de partidas de linhas diferentes são perfeitamente coordenados (D).<sup>56</sup>

Pelo menos três situações são consideradas de interesse prático por JANSSON/RIDDERSTOLPE/88, que corresponde à combinação das hipóteses A+C, B+C, B+D (A+C é considerada a combinação mais comum; A+D é considerada uma combinação pouco provável, não necessariamente difícil de tratar).<sup>1</sup> A suposição D, de forma geral, é considerada pouco adequada, embora possa ser adotada de forma restrita (isto é, para alguns sub-conjuntos de linhas).

No caso de conhecimento da programação de horários (A), a escolha dos usuários é sensível às diferenças entre tempos (ou custos generalizados) de viagem no veículo e cada usuário escolhe o melhor ponto de embarque e a melhor linha a utilizar (a variação entre escolhas decorre da variação entre os horários ideais de viagem dos usuários).<sup>57</sup>

No caso do conhecimento apenas do intervalo entre viagens, as diferenças entre tempos (ou custos generalizados) de viagem no veículo somente podem ser utilizadas para selecionar o conjunto de rotas atrativas para embarque em cada ponto e, então, o melhor ponto de embarque para um determinado destino (a variação da escolha entre linhas decorre, neste caso, tanto da variação dos horários ideais dos usuários quanto da variação na passagem do primeiro veículo após a chegada do usuário ao ponto).<sup>58</sup>

Em RIDDERSTOLPE/88, a questão da escolha de itinerários na rede de transporte com TPCR/UP é retomada e a formulação original de HASSELSTRÖEM/81 é aprimorada e compatibilizada com a análise sobre a escolha entre alternativas de linhas de JANSSON/RIDDERSTOLPE/88. A formulação de RIDDERSTOLPE/88 é ainda heurística e aproximada, mas diversos outros trabalhos recentes tratam de forma mais precisa e geral este mesmo problema.<sup>59</sup>

---

<sup>1</sup>Este julgamento pode ser considerado adequado no contexto do transporte público urbano mas não necessariamente no contexto do transporte regional de passageiros (seja rodoviário ou, eventualmente, aéreo), onde a coordenação da programação de horários poderia ser uma estratégia de repartição de mercado entre empresas oligopolizadas (uma estratégia de colusão, que evitaria uma concorrência mais acirrada). Um tratamento inicial aplicável a este contexto pode ser encontrado em TEODOROVIC/88 (em especial o capítulo 2).

Por exemplo, SPIESS/FLORIAN/89 e DeCEA/FERNANDEZ/89 formularam este problema de forma mais precisa, a partir de um procedimento de alocação sem congestionamento e de repartição da demanda entre linhas proporcional à frequência (ver DeCEA/BUSNTER/ZUBIETA/FLORIAN/88 para uma comparação entre ambos). Por sua vez, NGUYEN/PALLOTTINO/88a buscou a formulação rigorosa de um procedimento generalizado baseado em programação dinâmica estocástica e no conceito de hipercaminho (que inclui o conceito de estratégia simples definido e utilizado em SPIESS/FLORIAN/89).<sup>60</sup>

As generalizações destas formulações seguiram alguns passos básicos:

- SPIESS/FLORIAN/89 já comenta a aplicação de seu procedimento para o caso com congestionamento nas ligações e NGUYEN/PALLOTTINO/88b incorpora o conceito de hipercaminho também a um algoritmo de alocação com congestionamento nas ligações (formulado como um problema de desigualdades variacionais, cujos métodos específicos de solução são discutidos em WU/FLORIAN/MARCOTTE/94)<sup>61</sup>;

- formulações incorporando a restrição de capacidade da oferta nas linhas são mais raras, predominando ainda os enfoques heurísticos (como, por exemplo, PRASHKER/91); em DeCEA/FERNANDEZ/93 uma formulação mais elaborada é introduzida, em que há congestionamento apenas nos pontos de embarque, utilizando-se um procedimento de alocação baseado em um conceito de frequência efetiva (ainda grosseiro), para modificar o tempo de espera e a solução do problema de determinação das linhas comuns em cada iteração<sup>62</sup>;

- foram também obtidas formulações de equilíbrio multimodal, generalizando a extensa pesquisa sobre modelos combinados desenvolvida nos anos 70; as contribuições mais diretamente orientadas para a incorporação das características do TPCR/UP estão em OPPENHEIM/94 (capítulo 6), que discute genericamente a

integração entre alocação de tráfego, divisão modal e distribuição de viagens (posteriormente estendidos para incorporação da localização de atividades), e FERNANDEZ/DeCEA/FLORIAN/CABRERA/94, que discute a integração entre alocação de tráfego e divisão modal, incluindo a existência de modos combinados (auto-metrô, por exemplo, dentro de esquemas de *Park&Ride* ou *Kiss&Ride*).<sup>i</sup>

Um procedimento de alocação generalizado para sistemas com linhas de TPCR/UP deveria representar tanto o congestionamento nos pontos de embarque quanto o efeito de congestionamento e desconforto no veículo em função da sua lotação, aspectos certamente relevantes para os usuários. Esta estratégia seria superior tanto à imposição de uma restrição rígida de capacidade nas linhas de TPCR/UP (mascarando a alocação da demanda) quanto à suposição de capacidade ilimitada (dado que a frequência de oferta é considerada fixa em todos estes procedimentos).

Note que estes aspectos (previsão da repartição da demanda entre linhas e determinação dos caminhos ótimos em redes com TPCR/UP), resumem-se a obter uma melhor representação das restrições decorrentes do comportamento efetivo dos usuários do TPCR/UP, e apesar de não serem especificamente relacionados com o projeto de redes de TPCR/UP estão entre seus componentes essenciais para obter bons resultados na aplicação prática.

---

<sup>i</sup>A terminologia usual em Planejamento de Transportes distingue modos de transportes (em geral chamados de modos físicos ou de operador) e modos de viagem (em geral chamados de modos de uso ou de usuário). As características de operação em cada segmento de viagem estão normalmente associadas com os modos de transportes mas as decisões dos usuários com os modos de viagem integrais. Este pelo menos é o contexto usual em transportes urbanos, em que os passageiros são a principal demanda por transporte (não é o caso no transporte regional). Os modos combinados correspondem simplesmente aos modos de viagem, sendo que a análise de FERNANDEZ/DeCEA/FLORIAN/CABRERA/94 tem interesse principalmente por colocar a alternativa de escolha estocástica dos pontos de transferência modal (da mesma forma que a escolha entre modos), em adição à formulação tradicional de equilíbrio bimodal desta linha de pesquisa (ver FLORIAN/SPIESS/83, que apresenta o método implementado no software de planejamento de transportes EMME2).

Em alguns poucos trabalhos, a perspectiva adotada foi ampliada e incorporou problemas normativos básicos considerando, por exemplo, a determinação da frequência ou a alocação da frota como uma decisão endógena.<sup>1</sup> Estes são também problemas componentes essenciais que podem ser vistos como expressões alternativas da mesma decisão de oferta. Uma formulação ou outra pode favorecer a incorporação de algum aspecto particular, mas representam decisões claramente relacionadas (por exemplo, a formulação com alocação de veículos entre linhas pode, eventualmente, incorporar com mais facilidade uma restrição de frota global fixa ou tratar diretamente a indivisibilidade da frota alocada a cada linha ao procedimento matemático de solução). Ambos os problemas também estão intrinsecamente relacionados com a seleção entre tipos de veículos.

Este seria o primeiro nível na formulação de um modelo normativo.

Um trabalho pioneiro com esta orientação é LeBLANC/88, no campo dos modelos práticos, que coloca o problema no contexto do desenho de redes de transportes e propõe um critério de minimização de uma função ponderada da demanda perdida para o automóvel e do "custo" do serviço (suposto linearmente relacionado com a frequência), com solução por um algoritmo baseado no método de busca exploratória multidimensional de Hooke&Jeeves (o que é pouco mais que um método de força bruta, que no caso tem de resolver um problema de alocação com equilíbrio bimodal em cada avaliação da função objetivo).<sup>63</sup>

---

<sup>1</sup>Este problema, sem considerar a resposta dos usuários às modificações de frequência (a menos de intervenções do planejador, como no trabalho de HASSELSTRÖEM/81), foi incluído no enfoque heurístico de todos os principais estudos clássicos sobre planejamento de redes de TPCR/UP (por exemplo, LAMPKIN/SAALMANS/67, SILMAN/BARSILY/PASSY/74, ROSELLO/76, DUBOIS/BEL/LLIBRE/77, MANDL/80), o que mostra a importância do problema para a otimização dos sistemas de TPCR/UP. Diversos trabalhos também examinaram este problema específico de programação da oferta com o enfoque típico da pesquisa operacional (por exemplo, HAN/WILSON/82, ...), com formulações limitadas. Um aspecto interessante relaciona-se com a maior facilidade de incorporar restrições operacionais adequadas

Apenas recentemente estes enfoques de projeto, nitidamente normativos, vem tendo interesse maior.

CONSTANTIN/FLORIAN/95 está entre os poucos esforços com esta orientação voltado para o problema de otimização das frequências, incorporando o algoritmo proposto por SPIESS/FLORIAN/89 para identificação de caminhos ótimos. O problema de otimização de frequência é formulado como uma otimização em dois níveis, com a mesma função objetivo em cada nível, a minimização do custo generalizado de viagem (o que equivaleria a associar o nível superior à decisão de um órgão regulador público).<sup>1</sup>

No problema de otimização da frequência são incorporadas restrições de oferta mínima em cada linha e restrições de disponibilidade de frota total, por tipo de veículo, calculada considerando a operação independente em cada linha com ciclo fechado (considerando que cada linha deve operar com um tipo de veículo pré-definido).

Tanto a coincidência das funções objetivo quanto a opção de tomar a frequência por linha como variável de decisão contínua (apenas com a limitação de valor mínimo) ou a disponibilidade de frota imposta como igualdade (sem restrições de inteireza para a frota global ou por linha) parecem ter sido adotadas para obter um procedimento numérico viável, visto que, dentro desta linha de pesquisa, as dificuldades computacionais existentes ainda parecem bastante significativas.<sup>64</sup>

---

utilizando a formulação de alocação de frota (ao invés da determinação de frequência, adotada na maioria dos estudos).

<sup>1</sup>O algoritmo de SPIESS/FLORIAN/89 foi originalmente formulado como um problema de minimização do custo generalizado agregado pelos usuários de TPCR/UP, visto que no caso sem congestionamento essa solução ótima para o sistema coincide com o ótimo para os usuários. Atribuindo ao nível superior um ponto de vista global ou público, esta poderia ser uma das suas funções objetivo (com ou sem congestionamento). O caso de ter um operador privado no nível de decisão superior, levaria a uma função objetivo distinta em qualquer dos casos (como maximização de lucro). ...

É interessante comparar estas formulações com alguns desenvolvimentos relacionados com a formulação de modelos descritivos que partem de um formulação mais adequada para o comportamento dos agentes envolvidos, especialmente dos operadores, embasada em modelos normativos (em boa parte relacionados com o desenvolvimento das formulações de equilíbrio a partir da Teoria dos Jogos).

Os trabalhos de HARKER/88b,c podem ser considerados precursores, no contexto dos modelos de equilíbrio em transportes urbanos, destas formulações mais gerais que buscam incorporar o comportamento dos operadores de forma mais realista (considerando a definição de frequência e tarifa ou a possibilidade de comportamento estratégico), embora sua descrição das relações e decisões incorporadas seja menos detalhadas que em outras formulações. Os trabalhos de WILLIAMS/ABDULAAL/93 e WILLIAMS/MARTIN/93 também tem esta característica e utilizam formulações mais típicas em Engenharia de Transportes. Ambos os trabalhos incluem investigações teóricas interessantes e podem ser colocados na fronteira entre modelos práticos e estilizados.<sup>65</sup>

Um esforço voltado a aplicações está em FERNANDEZ/MARCOTTE/92 e FERNANDEZ/MARCOTTE/MONDSCHHEIN/VERA/WEINTRAUB/93, que analisam o mesmo problema utilizando as formulações usuais de comportamento dos usuários do transporte privado e público discutidas anteriormente (incluindo a hipótese de equilíbrio bimodal), em um contexto com tarifas fixas mas com liberdade de definição da frequência (ou melhor, a liberdade de seleção de linhas, visto que os autores admitem a existência de operadores autônomos individuais).<sup>i</sup>

---

<sup>i</sup>Mais diretamente, os trabalhos de FERNANDEZ/MARCOTTE/92 e FERNANDEZ/MARCOTTE/MONDSCHHEIN/VERA/WEINTRAUB/93 seriam melhor situados como extensão dos trabalhos de SPIESS/FLORIAN/89 e de DeCEA/FERNANDEZ/89, a respeito do problema de identificação de caminhos ótimos em redes com TPCR/UP (razão pela qual incorporam uma formulação mais detalhada e geral deste componente). Também o trabalho de CONSTANTIN/FLORIAN/95 pode ser colocado nesta linha de pesquisa.

Estes trabalhos consideram formulações com frota fixa ou variável (isto é, número de operadores autônomos fixo ou variável, com liberdade de entrada) e com divisão modal fixa ou variável. Os autores propõem um procedimento global com a solução alternada dos problema de equilíbrio dos usuários, primeiro, e dos operadores, a seguir (com a solução corrente para o equilíbrio dos usuários). A solução do problema de equilíbrio dos operadores corresponde basicamente à determinação da frequência ou alocação de veículos ótima.<sup>66</sup>

Embora possa ser verossímil para o caso em que foram aplicados os modelos de FERNANDEZ/MARCOTTE/92 e FERNANDEZ/MARCOTTE/MONDSCHHEIN/VERA/WEINTRAUB/93 (Santiago, Chile, após a desregulamentação do TPCR/UP), a suposição de operadores autônomos individuais dificilmente seria defensável em um contexto mais geral.

Entretanto, em termos formais, esta suposição pode também ser vista como uma hipótese de independência entre as decisões de alocação de cada veículo da frota entre diferentes linhas que, embora seja evidentemente falsa em vista da complementaridade entre diversos serviços, permite a omissão de um tratamento mais detalhado da estrutura de operação de cada empresa (sua frota específica, com composição por tipo de veículo, a localização de suas garagens, entre outros aspectos de interesse), um ponto que pode ser importante em formulações com objetivo normativo.

Portanto, as semelhanças entre os esforços normativos e descritivos analisados são importantes:

- em todos estes casos, o modelo descritivo inclui a previsão da determinação da frequência ou alocação da frota;

---

Todos estes esforços não tiveram larga aplicação nem demonstraram resultados importantes em teoria ou prática (talvez por sua orientação para obtenção de soluções numéricas).

- todos os estudos adotaram a maximização de lucro como função objetivo dos operadores (aliás, nenhum deles apresentou dados sobre a validação do procedimento, em termos de previsão);

- em todos os casos parecem faltar critérios ou restrições operacionais essenciais que determinam a seleção de serviços ou tipos de veículos;

- nenhuma das formulações, mesmo quando representou os operadores, inclui uma descrição de sua estrutura de operação.

Além disso, para nenhum dos algoritmos propostos foi demonstrada a garantia de convergência para uma solução (global).

Analisando estes esforços do ponto de vista da formulação de modelos normativos adequados para aplicação, suas principais falhas podem ser identificadas na utilização de relações inadequadas para descrever restrições tecnológicas ou de comportamento, a menos da previsão de comportamento dos usuários.<sup>1</sup>

Talvez a deficiência mais importante seja não considerar estratégias operacionais usuais como a utilização de retornos vazios, linhas de reforço, operação expressa, transferência entre linhas, supondo ciclos de operação fechados em cada linha (com serviço em ambos os sentidos) e ignorando a restrição de indivisibilidade da frota. Estas formulações correspondem, portanto, a uma descrição grosseira das possibilidades técnicas de operação, além de ignorar aspectos importantes como a definição do tipo de veículo a utilizar. Quanto a estes aspectos,

---

<sup>1</sup>Mesmo em relação a este aspecto, efeitos como aumento do tempo de viagem em função da demanda de passageiros transportados e da forma de operação e nível de congestionamento nas paradas ou como determinação da frequência máxima, do tempo de recuperação e da confiabilidade/regularidade da operação em vista de restrições de frota disponível não são adequadamente consideradas (ao contrário da interação entre veículos em cada ligação viária, usual nos modelos descritivos tradicionais, estes outros aspectos foram tratados de maneira simplificada e levariam a reformular os algoritmos de alocação de passageiros, com congestionamento, em redes com linhas de TPCR/UP).

os modelos estilizados chegaram a formulações mais realistas que os modelos práticos.

Embora os erros de previsão decorrentes destas deficiências pudessem vir a ser admitidos como aceitáveis para analisar certas políticas globais (tendo toda uma área de estudo como foco de atenção), certamente não seriam toleráveis para uma análise mais minuciosa ou para derivar recomendações para operação.

Os trabalhos analisados estão entre os mais avançados na formulação de métodos analíticos, no contexto dos modelos práticos, para projeto de redes de TPCR/UP. Outras referências recentes sobre projeto de redes de transporte coletivo com métodos heurísticos e de programação matemática são VanOUDHEUSDEN/RANJITHAN/SINGH/87, VanNES/HAMERSLAG/IMMERS/88 e a sequência de trabalhos sobre aplicação de inteligência artificial ao projeto de redes de TPCR/UP desenvolvida em BAAJ/MAHMASSANI/90, BAAJ/MAHMASSANI/91, BAAJ/MAHMASSANI/92 e BAAJ/MAHMASSANI/95.<sup>67</sup>

Entretanto, antes de finalizar, deve-se destacar dois pontos que merecem ser explicitamente analisados.

Primeiro, deve-se observar que a questão de definição dos itinerários (e tipos de serviço) permaneceu até aqui um problema sem formulação teórica adequada e métodos de solução aplicáveis.

O trabalho de HASSELSTRÖEM/81 contém uma discussão interessante sobre as características específicas do problema de planejamento de rotas e frequência no TPCR/UP, que o diferenciam das formulações tradicionais de problema de roteamento e programação de viagens tradicionais (particularmente em coleta e distribuição de carga, sobre os quais há uma extensa literatura no campo da otimização combinatorial).

Considerando o problema de definir rotas e horários de viagem a partir de um depósito/garagem, que seria a formulação usual em problemas de roteamento e programação de viagens, HASSELSTRÖEM/81

destaca algumas características especiais que justificariam uma formulação específica para o TPCR/UP:

- a demanda no TPCR/UP é endereçada (isto é, tem origem e destino próprios, diferentes do depósito/garagem);

- o número de locais em que a demanda inicia-se ou termina é grande (o número de deslocamentos maior ainda);

- o fluxo de passageiros a ser atendido é muito grande, o que torna possível a operação frequente (em ciclos de viagem);

- veículos podem transportar diversas pessoas por viagem, e realizar diversas viagens por dia ...;

- eventualmente, pode-se combinar veículos em composições (trens) e ter de considerar o custo da infra-estrutura.

Esta relação admite, de princípio, a importância e viabilidade do conhecimento prévio sobre a existência do serviço (incluindo seu itinerário e horário), que justifica a adoção de uma forma regular de operação. Combinada com a magnitude dos fluxos de passageiros, esta característica torna impraticável reprogramar a oferta de transportes e informar todos os usuários das alterações relevantes (exceto para níveis de demanda menores, onde serviços por chamada ou lotação podem ser considerados).

Além disso, outras dimensões poderiam ser adicionadas a partir da discussão feita até aqui:

- a importância maior dos atributos de qualidade da operação, em função da presença do usuário na execução do serviço (que não ocorre no transporte de mercadorias) e da dependência significativa entre frequência e qualidade ou entre custo generalizado e demanda no serviço;

- a existência de superposição na oferta decorrente da manifestação da característica de transporte público e de demanda expressa como origem e destino, que torna importante a

representação da escolha dos usuários e limita a decisão à escolha de itinerário e tipo de serviço (sem poder determinar a alocação de usuários às rotas definidas);

- a necessidade de combinar atendimento direto (sem transferência) e indireto (com transferência) para servir a demanda (simultaneamente à definição das rotas) e a liberdade de definição de pontos terminais das linhas de serviço (dado que a operação com rotas abertas ou em ciclos durante o período é bastante mais importante que as viagens de posicionamento e recolhimento a partir das garagens).

Entretanto, para transferir resultados de cada campo, sempre que possível e adequado, seria interessante estabelecer claramente a conexão do problema de definição de itinerários no TPCR/UP e as formulações para os problemas tradicionais de roteamento e programação de viagens ou mesmo para os problemas tradicionais de localização de atividades.

Um dos trabalhos que pode ser considerado uma tentativa rudimentar de avançar na definição de uma formulação que estabeleça esta conexão é VanOUDHEUSDEN/RANJITHAN/SINGH/87, que utiliza um problema de seleção de rotas com critérios de cobertura, baseado em modelos de programação inteira, ainda com a definição externa dos itinerários das rotas candidatas e com diversas hipóteses simplificadoras restritivas.

Com a hipótese de demanda fixa, é formulado um modelo de cobertura (*set covering*) para minimização de custos de operação, enquanto com a hipótese de demanda variável, é formulado um modelo de localização (*multiple plant location*) para minimização de prejuízo (ou maximização de lucros).<sup>68</sup> Em ambos os casos, além de exigir a geração prévia de rotas candidatas, o procedimento deve ter um grau razoável de interação com o analista até fornecer a uma solução matemática aceitável. Por exemplo, características operacionais como frequência ofertada e tipo de veículo utilizado devem ser previamente especificados (da mesma

forma que os itinerários), o que pode ter de ser revisado a partir de resultados obtidos em uma aplicação preliminar.

O reconhecimento das peculiaridades do TPCR/UP levaria a acrescentar diversas relações e restrições usualmente não consideradas em formulações desta natureza como a definição da alocação de frota (ou definição de frequência, flexibilizando as restrições de capacidade e influenciando custo e qualidade do serviço) e a representação das escolhas dos usuários entre rotas e serviços (eventualmente com transferências, em vista da característica de transporte público). Estas características aproximam a definição de serviços no TPCR/UP dos problemas de localização formulados de forma mais flexível.

Entretanto, a falta de representação das variáveis, relações e restrições relacionadas com a definição de itinerários e serviços é um aspecto também crítico (especialmente para um modelo normativo). Na verdade, a formulação de problemas de roteamento apresenta dificuldades ainda hoje significativas, apesar de ser uma área de intensa pesquisa, especialmente considerando múltiplas garagens e/ou tipos de veículos (e múltiplos veículos, naturalmente), com embarques e desembarques simultâneos (mesmo com demanda fixa). Ainda deveria ser incorporada a interação das decisões sobre definição de rotas e de frequência no serviço (considerando o efeito do tempo de viagem entre terminais sobre a produtividade dos veículos), sem mencionar a eventual conveniência de especializar a estrutura do serviço por período do dia (e dia da semana, ou tipo de dia pelo menos).

Este grande conjunto de aspectos peculiares e as interações entre eles têm efeito significativo sobre as variáveis de custo e qualidade e sobre a demanda no serviço, ambos representados por coeficientes fixos nas formulações usuais de problemas de roteamento ou localização. Além disso, também os aspectos relacionados com a competição com outros modos de transporte (ao invés da competição entre operadores, que seria mais importante

no contexto do transporte de carga), tornariam limitada a ótica usual de minimização de custos (mesmo generalizados e variáveis).<sup>69</sup>

Segundo, deve-se mencionar a quantidade enorme de trabalhos que assumem uma perspectiva normativa dentro do enfoque tradicional da Pesquisa Operacional, normalmente dirigindo sua atenção para alguns dos diversos aspectos da programação da operação do TPCR/UP (estabelecimento de horários de viagens, alocação de veículos e equipes operacionais ao serviço e, mesmo, programação da renovação de frota e contratação de pessoal). A análise desta categoria de modelos é particularmente interessante em função da existência de diversas experiências de aplicação prática, no contexto usual das empresas operadoras, e de um esforço contínuo de aprimoramento que pode revelar aspectos fundamentais para a eficácia de sua utilização.

As formulações relativas aos problema de programação de horários ou determinação das frequências básicas são o primeiro aspecto que pode ser considerado (visto que a determinação da estrutura do serviço, incluindo itinerários, não é uma aplicação usual neste contexto). As aplicações para este problema baseadas em Pesquisa Operacional podem ser consideradas simplistas (que desprezam, por exemplo, as interações com as demais decisões).<sup>70</sup>

As formulações mais tradicionais e desenvolvidas para o contexto prático de aplicação, que correspondem aos problemas de alocação de frota (e de equipes operacionais, neste caso, um problema mais complexo e menos comumente enfrentado com técnicas de Pesquisa Operacional), têm diversas características interessantes que vale a pena analisar com maior detalhe.

Do ponto de vista teórico, o problema de programação da operação dos veículos para cumprimento de uma programação de viagens determinada pode ser solucionado com a aplicação dos modelos mais básicos de programação linear em redes de transportes (problema de atribuição ou quase-atribuição e o

problema clássico de fluxo em redes, espaço-temporais, de transporte). A busca de soluções efetivamente viáveis e significativas em termos de melhoria proporcionou um ímpeto contínuo ao desenvolvimento de diferentes formulações.

Um aspecto fundamental revelado neste esforço contínuo é o reconhecimento da importância da representação adequada da estrutura do serviço e das estratégias de operação disponíveis (o que inclui a identificação dos terminais de viagens, das possibilidades de viagens vazias entre terminais e com as garagens, da conveniência de encadear viagens nas mesmas linhas e com os mesmos tipos de veículo, da eventual existência de áreas de apoio para armazenamento dos veículos durante o período de operação, da disponibilidade efetiva de veículos e da possibilidade da supressão de viagens não essenciais ou, em casos extremos, essenciais no caso de insuficiência de frota) para obter uma operação viável e eficiente.<sup>71</sup>

Em geral, pode-se dizer que a falta de interação com as decisões sobre ajuste de horários de viagens (em que normalmente há considerável flexibilidade) e a não incorporação da análise das decisões relativas à seleção de tipos de veículo são carências existentes até hoje. Entretanto, a principal necessidade do ponto de vista técnico e econômico, a consideração conjunta da decisão sobre programação da alocação de equipes operacionais (mesmo sem representar de forma detalhada a interação entre elas) foi incorporada em diversos trabalhos teóricos e práticos (por exemplo, HOFFSTADT/81, SCOTT/85, WREN/86 e EUSÉBIO/AMADO/FRAGOSO/PAIXÃO/88).

Todo este conjunto de aspectos pode ser associado a obter uma descrição realista e tão precisa quanto necessária das possibilidades de produção, o que se mostrou uma condição essencial para o sucesso de aplicações desta natureza.<sup>72</sup>

Do ponto de vista metodológico, estas aplicações ao problema de programação da alocação de frota e tripulação (em que pese as

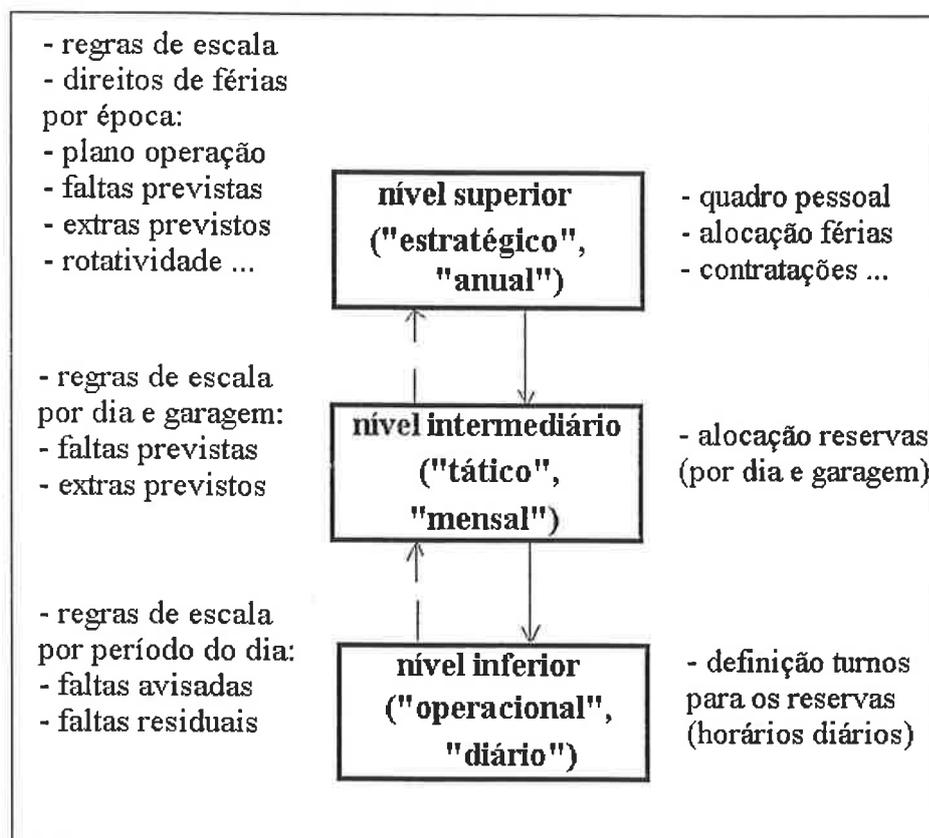
nuances relacionadas com a natureza das diversas restrições aos problemas e com seu grau de flexibilidade) podem ser consideradas simples por serem baseadas em informações em geral conhecidas e em boa medida determinísticas. Este aspecto é peculiar ao TPCR/UP e pode ser atribuído ao caráter regular de sua operação (as formulações estocásticas são bastante mais importantes, por exemplo, no contexto do transporte de mercadorias, que opera basicamente sob demanda).

Mesmo no que se refere à administração da frota e equipes, problemas que exigem um horizonte de análise mais extenso, como o planejamento da aquisição e operação da frota ou da contratação e rodízio de pessoal, apresentam diversas dificuldades mais fundamentais (nem sempre adequadamente consideradas). Por outro lado, existem problemas de natureza oposta, como o controle de armazenamento e despacho dos veículos em uma garagem, que tem restrições rígidas diretamente relacionadas com o momento em que as informações ficam disponíveis e os tempos envolvidos em cada atuação decidida (que justificariam a formulação de modelos específicos orientados para o controle da operação em tempo real).<sup>73</sup>

Outro aspecto fundamental revelado neste esforço contínuo é, portanto, a necessidade de reconhecer o contexto de cada decisão administrativa ou operacional para conceber um modelo normativo adequado. Neste sentido, embora a experiência no campo da Pesquisa Operacional seja já bastante grande e a necessidade de formular modelos específicos para decisões diversas esteja já consagrada, pode-se dizer que ainda falta uma identificação mais precisa dos pontos críticos para obter sucesso prático.

A análise de um exemplo que partiu de uma investigação bastante detalhada do contexto administrativo e operacional das decisões nas empresas operadoras do TPCR/UP pode ilustrar estas questões de forma mais clara. A partir de 1986, no *Center for Transportation Studies* do *Massachusetts Institute of Technology*-MIT, nos Estados Unidos, foram formulados e experimentados

diversos modelos destinados a aprimorar o planejamento da utilização da mão de obra de operação, visto de uma forma bastante ampla (ver os trabalhos de KOUTSOPOULOS/WILSON/87, HICKMAN/KOUTSOPOULOS/WILSON/88, KOUTSOPOULOS/90 e também SHIFTAN/WILSON/94). O Quadro 2.1 mostra um esquema dos insumos e produtos e dos níveis de decisão considerados nos trabalhos mencionados.



Quadro 2.1. Estrutura de Decisões no Planejamento da Mão de Obra Operacional em HICKMAN/KOUTSOPOULOS/WILSON/88

Todos estes trabalhos tomaram a necessidade de mão de obra operacional para cada tipo de dia e operação, em número de escalas diárias por tipo de turno de trabalho (em particular turno completo, turno parcial e viagens livres, que pode ser

obtida com modelos de programação operacional de frota e equipes como os discutidos acima), e consideraram as formas de mobilização de pessoal para garantir custo e confiabilidade adequada na execução do serviço.

As características identificadas, relativas à forma usual de realização do serviço e às regras de utilização de pessoal, podem ser resumidas da seguinte maneira:

- a necessidade de mão de obra é determinada pelo planejamento do serviço mas o planejamento da mão de obra deve ser feito antes do detalhamento do serviço, em função da duração do processo de contratação e treinamento, com uma previsão de variação das necessidades do serviço, da alocação dos períodos de férias e da promoção/mobilidade entre categorias profissionais e da rotatividade da mão de obra operacional;

- o absenteísmo dos operadores afeta a execução do serviço (ocasionando inclusive a supressão de viagens, um aspecto muito sensível da qualidade do serviço) e mostra, ao mesmo tempo, um padrão previsível de variação (por dia da semana e estação do ano) e uma significativa variância residual (o que justifica a utilização de um quadro de operadores de reserva para manter a confiabilidade da operação);

- o conhecimento sobre faltas ao serviço é apenas parcial até o dia anterior à operação (manifestando-se também como faltas não comunicadas), o que torna a aleatoriedade um aspecto intrínseco da definição das melhores políticas de alocação do pessoal de reserva, ponderando o desperdício representado pelo pagamento de horas improdutivas contra os efeitos relacionados com o custo de horas extras ou supressão de viagens (expedientes últimos na falta de operadores de reserva disponíveis);

- a programação dos dias de folga dos operadores e a distribuição dos operadores reservas disponíveis em cada dia tem de considerar os padrões de absenteísmo e a variância residual decorrente de faltas não comunicadas para otimizar a operação do

serviço (que sempre exige um nível último de intervenção, que ocorre durante a realização do serviço).

Em função destas características, é proposto uma estrutura hierárquica de modelos e processos que permitiria: adequar-se ao ritmo das decisões, responder às necessidades específicas de cada departamento, decompor o problema global em sub-problemas menores, utilizar recursos analíticos e computacionais adequados a cada atividade, incorporar aspectos detalhados de cada problema. Por exemplo, a identificação dos aspectos essenciais do problema e da informação efetivamente disponível em cada momento de decisão ou das relações que sintetizam o comportamento relevante dos sub-níveis para definir uma decisão superior são consideradas de forma detalhada.

Em função das características mencionadas acima, o processo de planejamento de utilização da mão de obra é dividido em três níveis que utilizam modelos específicos, com as suposições adequadas a cada contexto.<sup>74</sup>

Fica evidente que a caracterização do contexto específico de cada decisão (como o ritmo e escopo de atuação) e a identificação dos aspectos essenciais do problema enfrentados em cada momento (como a antecipação de ações ou a reação a fatores aleatórios) é vital para adequar o esforço analítico à necessidade de fornecer uma resposta efetivamente utilizável, sintetizando facetas técnicas (que estabelecem a comunicação com o pessoal técnico e entre áreas diferentes de decisão) e administrativas (que estabelecem a comunicação com o pessoal administrativo e entre níveis diferentes de decisão).

Os dois aspectos relevantes destacados da análise dos modelos de Pesquisa Operacional, entre muitos outros fatores críticos para o sucesso de procedimentos normativos propostos, são especialmente relevantes para a formulação dos modelos normativos.

. Avaliação dos Enfoques Normativos Existentes em Transportes Urbanos

Depois de discutir detalhadamente aspectos específicos de diferentes formulações de modelos normativos, vale a pena buscar uma visão mais geral para avaliar o ponto atingido no estágio metodológico atual.

Na análise de enfoques gerais, o objetivo foi verificar a existência de um quadro genérico a partir do qual fosse possível definir aspectos importantes para a formulação de modelos normativos quaisquer.

Ressalvando a lacuna de uma diretriz firmemente estabelecida, pode-se identificar diversas questões relacionadas com as perspectivas de modelagem, relevantes para os sistemas de transportes, em particular. Nesse nível mais geral, estas questões estão relacionadas com dois aspectos:

- a formulação dos objetivos que devem orientar a busca de soluções em procedimentos de projeto (que usualmente podem ser associados às funções objetivo dos modelos normativos utilizados para seu apoio);

- a identificação de restrições e interações importantes na identificação das soluções de projeto (que usualmente podem ser associadas com restrições incorporadas aos modelos normativos ou a subníveis de otimização).

Quanto à formulação de objetivos, a discussão evidenciou a distinção tradicional entre objetivos associados ao ponto de vista público e privado. No caso público, a abordagem teórica relacionada com as medidas de disposição a pagar normalmente

formuladas em Economia (e recomendadas para a Análise Custo/Benefício tradicional, como as medidas de excedente do consumidor e do produtor) foi normalmente preferida, enquanto no caso privado manifestou-se a usual (injustificável) unanimidade da utilização do objetivo de maximização de lucro (direto, monetário).<sup>1</sup>

No caso de objetivos associados ao ponto de vista público, as medidas de disposição a pagar permitem incorporar os diferentes aspectos de qualidade do serviço de importância para os usuários (o que seria usualmente associado a um preço hedônico em Análise Custo/Benefício e corresponde à noção usual de custo generalizado em Engenharia de Transportes) e podem ser distintas das funções objetivo atribuíveis aos usuários representativos, especialmente em um contexto em que as externalidades são importantes.

Entretanto, esta perspectiva baseada na disposição a pagar está diretamente condicionada pela distribuição de renda existente e pode ser sujeita a críticas como procedimento de agregação de benefícios (devido à ponderação implícitamente atribuída aos diferentes grupos sociais). Mais que uma carência de procedimentos operacionais, a lacuna corresponde à necessidade de definição de uma perspectiva social adequada.

No caso de objetivos associados ao ponto de vista privado, os aspectos de qualidade importam principalmente como formas para diferenciação de produtos que permitam ampliar a participação de mercado ou discriminar preços cobrados de diferentes usuários. A relação com os objetivos não se manifestam diretamente, portanto,

---

<sup>1</sup>É impressionante, por exemplo, que as formulações usuais referentes ao comportamento da empresa não relacionem decisões de preço e de investimento ou o lucro imediato com a sobrevivência de longo prazo das empresas. As formulações relativas ao comportamento intertemporal dos indivíduos no consumo são mais comuns que às referentes às empresas, na produção e investimento (o que parece injustificado). Também, a formulação do critério do indivíduo como uma função de utilidade genérica não tem correspondência com a redução do objetivo da empresa. A formulação correspondente seria atribuir ao indivíduo um objetivo de maximização da renda ou para empresa uma medida mais genérica (ponderando eventualmente satisfação ao cliente ou também contribuição ao bem estar social, embora menos convincente como objetivos privado).

mas apenas através da repercussão no resultado econômico das empresas (que eventualmente também inclui impactos sobre os custos de produção de diferentes produtos).

Por fim, destacam-se alguns requisitos importantes como a consistência na obtenção de medidas de benefícios agregadas, em qualquer dos contextos. Mesmo no caso mais simples, de usuários da mesma categoria e de apenas um efeito preponderante, a adoção de uma base teórica adequada é importante, por exemplo, através da Teoria da Utilidade Aleatória (que pode ser imediatamente generalizada para benefícios aos operadores ou outros grupos). As interações relevantes em cada contexto, entretanto, podem identificar um conjunto mais amplo de efeitos que tem de ser simultaneamente ponderados (referentes a outros modos de viagem ou às atividades urbanas em geral), em especial sob uma ótica global, e alteram as medidas finais de custo e benefício.

Na análise de enfoques específicos para o projeto de redes de TPCR/UP, estas mesmas observações puderam ser encontradas.

Neste caso, destacou-se também a simplificação dos objetivos decorrentes de correspondentes simplificações nas hipóteses sobre as funções de comportamento (caso específico do conceito de custo social, dentro de formulações com demanda fixa) e a significação de traduzir objetivos abstratos (como as medidas de excedente do consumidor) em variáveis compreendidas, aceitas e mensuráveis para a administração dos serviços.<sup>1</sup>

Além disso, evidenciou-se a necessidade de harmonizarem-se as formulações de modelos normativos com o contexto usual em que as decisões são tomadas, identificando objetivos e instrumentos compatíveis com o interesse de análise em cada nível ou momento

---

<sup>1</sup>Destacou-se também um aspecto especialmente relevante em termos de aplicação, referente à relação entre os objetivos, por um lado, e as hipóteses ou formas de representação e identificação de variáveis de decisão, que será discutida adiante.

de atuação (um aspecto que também reflete-se na seleção do conjunto de variáveis, relações e restrições de cada formulação).

Quanto à identificação de restrições e interações importantes, diversas deficiências foram reiteradamente observadas na formulação de modelos normativos examinados.

Um conjunto de relações básicas tratados de forma inadequada são as que caracterizam as restrições de possibilidades técnicas (e, em decorrência, os custos de produção e as decisões ótimas ou sub-ótimas de uso de insumos ou produção de serviços). Visões simplistas sobre a estrutura de produção (e de custos), além de comprometerem a qualidade das recomendações obteneveis da aplicação dos modelos, são um obstáculo a sua adoção pelos técnicos que devem implementar estas soluções (ignorar estratégias usuais pode gerar problemas de comunicação e reduzir a confiança nos resultados obtidos pela análise).

Entretanto, a discussão reiteradamente assinalou a necessidade de ampliar a definição das restrições e interação importantes através da identificação de componentes sociais, como o comportamento dos usuários do serviço ou das empresas concorrentes. Este conjunto de relações básicas relaciona-se à previsão da captação de demanda ou utilização dos serviços, reconhecendo aspectos como preferências dos consumidores, substituição entre preço e qualidade, diferenciação de produtos, segmentação do mercado e ambiente competitivo ou de regulamentação (aspectos cuja importância é muito grande).

Ambos os tipos de restrições podem ser sintetizadas no problema de definir duas características básicas das formulações de modelos normativos: a identificação dos agentes autônomos envolvidos (e de sua reação às ações que se deseja avaliar) e a representação de relações relevantes para estimativa das variáveis de custo e qualidade do serviço (às quais as decisões dos agentes sejam mais sensíveis).

Na análise de enfoques específicos para projeto de redes de TPCR/UP, algumas questões adicionais puderam ser identificadas a partir da análise da dicotomia entre modelos estilizados e práticos que, agora, é possível caracterizar de forma mais precisa.

De maneira geral, a análise de ambas as categorias de modelos normativos aplicados para o projeto de redes de TPCR/UP permite verificar que, independente da orientação para aplicação, algumas opções metodológicas básicas diferenciam seus enfoques, isto em relação a aspectos importantes para a formulação concreta de modelos normativos e para sua utilização.

Os modelos estilizados, em geral, tiveram uma evolução bastante significativa e mostraram:

- incorporação de análises parciais (de decisões isoladas) e integradas (tratando-as simultaneamente), embora não necessariamente compatíveis com o contexto prático de decisão;

- maior realismo na representação da tecnologia de operação (na decisão entre estratégias operacionais, eventualmente no reconhecimento dos efeitos de indivisibilidades, ...);

- representação simplificada da demanda por transportes, tanto sua distribuição espacial (por exemplo, somente demanda orientada ao Centro) quanto a interação com decisões de oferta (por exemplo, diante de serviços competitivos), mas uma atenção maior à distribuição temporal (pelo menos períodos de pico e fora-pico, com análise conjunta);

- representação simplificada da rede de transportes, em geral analisando corredores individuais ou ignorando os itinerários das linhas (tratadas como elementos independentes);

- necessidade de recorrer a soluções numéricas, ao invés de analíticas, para as formulações mais genéricas (mantendo e, muitas vezes estendendo, as formulações mais teóricas), em geral

com a aplicação de técnicas tradicionais (em particular quando é adotada a simplificação de admitir variáveis contínuas).

Os modelos práticos basearam-se preponderantemente em formulações heurísticas, ressaltando-se a evolução paralela ao desenvolvimento da modelagem em Planejamento de Transportes (ainda em curso) e os esforços esparsos de aplicação de Programação Matemática, casos em que mostraram:

- dificuldades de formulação para aplicação de algoritmos conhecidos para solução de problemas de grande escala, mesmo nas análises parciais (análise integrada em geral baseada em estratégias de decomposição e interação com os planejadores);

- apoio em formulações com representação de redes de transporte gerais, incluindo serviços de TPCR/UP, e nas formulações básicas para sua análise utilizadas nos modelos tradicionais de Planejamento de Transportes;

- maior realismo na representação da demanda, tanto no aspecto espacial (representada por matrizes Origem/Destino) quanto nas interações (caracterizando a competição entre linhas e modos de viagem), mas não no aspecto temporal (em geral com análise restrita a um período apenas);

- representação restrita da tecnologia de operação, mesmo considerando a exclusão da análise da definição de itinerários para as linhas, usualmente admitindo a operação independente das linhas e serviços;

- dificuldades matemáticas significativas, mesmo com formulações parciais e admitindo variáveis contínuas, em função a necessidade de resolver problemas ainda não tratados adequadamente pelas técnicas usuais de Programação Matemática.

Pode-se verificar um conjunto significativo de aspectos distintos, muitas vezes sem relação direta com a orientação inicial que motiva o desenvolvimento de cada tipo de enfoque. Por

exemplo, os modelos estilizados representam a tecnologia de operação de forma mais detalhada e os modelos práticos admitem contextos mais complexos de interação entre demanda e opções de linhas e modos de viagem.

Uma comparação com os modelos tradicionais da Pesquisa Operacional (em geral restritos a problemas de programação da operação e à otimização da função de produção) mostra que diversas facetas atuais dos modelos estilizados deveriam ser incorporados aos modelos práticos e que ambos ainda precisariam considerar algumas facetas não representadas mas relevantes ao serviço (por exemplo, os decorrentes da aleatoriedade intrínseca da operação do serviço e da incerteza em relação ao futuro).

Portanto, ambas as categorias de modelos tem características relevantes que seria importante transferir entre si e, em especial, a característica de integração entre formulações analíticas e numéricas existentes no contexto dos modelos estilizados deveria ser estendida aos modelos práticos.

Deficiências comuns também podem ser observadas, tanto no campo técnico quanto metodológico. Em ambos os modelos, no seu estágio atual, a representação dos operadores de transportes é incipiente e a representação das decisões relacionadas com opções de rotas não é adequadamente formalizada.

A discussão mostrou também carências práticas que indicam aspectos a desenvolver em ambas, como:

- a aplicação estruturada consistente com diferentes níveis de decisão e com a comunicação de decisões e restrições entre variáveis de cada nível;

- a compatibilidade com o contexto organizacional, considerando a forma usual de estruturação das atividades e compartimentalização das ações que preocupam cada área, além da necessidade de articulação e comunicação entre áreas;

- a validação de formas de representação dos problemas e de delimitação de respostas que permitam garantir a aplicabilidade dos resultados obtidos.

Neste trabalho, em meio ao extenso conjunto de questões identificadas, as motivações principais são direcionadas para desenvolver os seguintes aspectos:

- a integração entre formas adequadas de representação e análise de estratégias de operação alternativas, como nos modelos estilizados, e de representação do comportamento dos usuários na escolha de rotas e serviços, como nos modelos práticos;

- o detalhamento da interação entre qualidade de serviço, demanda e oferta no TPCR/UP, visto que muitos dos atributos de qualidade de serviço estão indiretamente relacionados com suas decisões sobre configuração do serviço, especialmente quando se relaciona com as características espaciais que diferenciam a forma ótima de atender as necessidades dos usuários (dado que os serviços oferecidos a cada usuário resultam bastante heterogêneos em função das próprias características de cada área, entre elas, a densidade de demanda servida);<sup>1</sup>

- a representação de diferentes contextos de coordenação, competição e equilíbrio no transporte urbano, de forma a ampliar a possibilidade de aplicação de modelos normativos em geral.

---

<sup>1</sup>A Teoria Econômica tradicional, quando analisa os aspectos relacionados com atributos de qualidade dos bens, considera que as decisões sobre quantidade a produzir e qualidade do produto são independentes, entre si, embora ambas contribuam para determinar o custo de produção e a demanda captada.

Este com certeza não é o caso quando a discussão tem como objeto os sistemas de transporte público. Por exemplo, em uma área de maior demanda, uma frequência maior de serviço (a decisão de quantidade) implica necessariamente em menor tempo de espera (a dimensão qualidade) e, possibilita, implantar um número maior de linhas, com rotas diretas para diferentes destinos (menor tempo de viagem e/ou de caminhada).

Especificamente no que se refere ao detalhamento da aplicação para projeto de redes de TPCR/UP, tem-se dois objetivos mais concretos:

- a análise da aplicabilidade prática de modelos estilizados, em diferentes níveis de abstração, que será realizada comparando seus resultados com os obtidos pela aplicação de formulações no espírito dos modelos práticos ou mais detalhados (realizada no capítulo 3, analisando o problema de localização de paradas em um corredor de TPCR/UP);

- a análise das diferentes hipóteses relacionadas com representação da demanda e da oferta, em especial no que se refere à competição entre serviços e modos de transportes, para identificar o arcabouço teórico mais adequado para obter uma representação sensível às principais características do serviço de TPCR/UP, importantes para extrair dos modelos normativos recomendações utilizáveis (que será examinado no capítulo 4).

Ambas as questões serão avaliadas a partir da aplicação dos modelos formulados a um caso real, típico do contexto do transporte por ônibus em cidades médias (o corredor Av. São Paulo em Sorocaba/SP).

Portanto, evidencia-se que o conteúdo específico deste trabalho tem uma orientação tanto metodológica quanto propriamente de aplicação técnica.

Naturalmente, não deixam de ficar ausentes aspectos considerados importantes para uma aplicação efetiva de modelos normativos em transportes urbanos, que não será possível examinar.

A onipresença de efeitos externos e de externalidades e a análise econômica das intervenções sobre o sistema de transportes é fundamentalmente dificultada pela sua característica de bem público e intermediário (relacionados com a oferta do que é usualmente considerado um serviço público essencial) e pela

importância dos atributos de qualidade (entendidos como atributos não monetários que devem somar-se à dimensão usual de preço).

Em um contexto de impactos tão amplos, uma deficiência tradicional como a ausência da consideração de aspectos distributivos, dada a controvérsia das diversas visões existentes sobre conceitos de equidade, é crucial. Mantendo uma preocupação distributiva, o que em geral não ocorre, a Análise Custo/Benefício permite pouco mais que apresentar de forma clara os impactos de cada proposta alternativa sobre os operadores, os usuários, o governo ou os grupos externos ao sistema de transportes, que no caso de impactos indiretos e não-monetários é bastante frágil (em especial no aspecto relacionado com valoração e/ou ponderação dos efeitos).<sup>75</sup>

O capítulo final fará uma avaliação sobre as direções de pesquisa mais importantes para aprofundar os resultados obtidos.

### 3. MODELOS ESTILIZADOS E MODELOS PRÁTICOS: ANÁLISE DO CASO DO PROJETO DA LOCALIZAÇÃO DE PONTOS DE PARADA

Este capítulo tem o objetivo de fazer uma avaliação comparativa da aplicabilidade de modelos estilizados e de modelos práticos, em termos de utilização dos resultados obtidos em situações reais, examinando uma das decisões mais simples do projeto do TPCR/UP: a definição da localização dos pontos de paradas.

O problema de decidir sobre a localização dos pontos de parada em uma rede de TPCR/UP tem diversas facetas. Uma primeira faceta é relacionada com a definição das vias a serem servidas pelo TPCR/UP (que serão percorridas por alguma linha de serviço). Uma segunda faceta é relacionada com a localização das paradas ao longo das vias utilizadas nos itinerários das linhas de TPCR/UP. Uma terceira faceta é relacionada com o dimensionamento das paradas definidas, função naturalmente do seu nível de utilização.

Naturalmente, estas três questões identificadas são relacionadas entre si e também com outras questões de projeto de redes de TPCR/UP (como a definição de itinerários das linhas ou a seleção de tipos de veículo, por exemplo) ou do sistema de transporte urbano (por exemplo, em função da interferência mútua com os semáforos que operam nas vias principais). Como discutido no capítulo anterior, não se deve concluir disto que todas as

questões devam ser examinadas conjuntamente, visto que é necessário ponderar as características dos contextos práticos em que modelos para projeto deste componente são aplicados.

Uma análise dos trabalhos técnicos existentes mostra que a segunda questão é a mais simples e mais estudada (considerada independentemente das demais questões), sendo formulada, no nível mais abstrato, como o problema de decidir sobre a distância a ser adotada entre paradas sucessivas.

Em geral, um modelo estilizado é utilizado para examinar a questão do espaçamento entre paradas de transporte coletivo e pode inicialmente ser formulado examinando um corredor linear com densidade de demanda homogênea e mesma utilização pelas linhas de TPCR/UP, ao longo de toda sua extensão.

A terceira questão também recebe significativa atenção na literatura técnica, tratando a decisão sobre dimensionamento de paradas como decisão independente (para cada parada), em geral discutindo-se a determinação do número de posições de parada (e, portanto, da extensão ocupada pelo ponto de parada). A definição de regras operacionais (como o escalonamento dos pontos com diversos berços de paradas múltiplas ou a inclusão de faixas de ultrapassagem em pontos de paradas em vias exclusivas) e o posicionamento relativo aos semáforos adjacentes (em função da interferência mútua na eficiência do aproveitamento da capacidade potencial de cada um) são, eventualmente, examinadas.

Restringindo a análise a um único ponto de parada, os modelos utilizados para dimensionamento e posicionamento geralmente podem representar com bastante detalhe a operação das paradas. Entretanto, modelos de simulação normalmente tem de ser utilizados para analisar formulações mais genéricas, função do grau significativo de complexidade matemática que decorre da necessidade de incorporar características estocásticas do serviço e obter uma representação mais precisa dos fenômenos.

Por sua vez, a primeira das questões identificadas usualmente não toca a definição dos pontos de parada, por considerar-se que a seleção de vias para uso do TPCR/UP afeta outras variáveis mais importantes ou mais sensíveis a esta decisão (como as distâncias de acesso aos corredores ou os tempos de espera e viagem que decorreriam da decisão relacionada sobre os itinerários das linhas de TPCR/UP que percorreriam as vias).

A seguir, serão analisados modelos que tratam a segunda questão utilizando diferentes representações que procuram percorrer o espectro dos modelos estilizados aos modelos práticos, mantendo a consistência teórica entre eles.

Mesmo considerando o menor interesse nestas distintas formulações que nos seus resultados comparativos, são discutidas as possibilidades de extensão das formulações apresentadas (incluindo a análise da segunda e terceira questões identificadas, simultaneamente).

O objetivo da análise, entretanto, é o de mensurar e ponderar a precisão e relevância dos modelos aplicados para produzir diretrizes efetivas para planejamento das redes de TPCR/UP (a partir da investigação desta decisão particular).

A única preocupação teórica, a de manter a consistência entre as sucessivas formulações analisadas, é um requisito menos difícil neste contexto (do que, por exemplo, no que será examinado no capítulo seguinte).

Para tanto, a exposição cumpre sucessivamente as seguintes tarefas:

- formula um modelo estilizado básico que seleciona as variáveis e relações relevantes para o problema;

- realiza a análise tradicional para determinação dos parâmetros de projeto;

- realiza uma avaliação da aplicabilidade dos resultados obteníveis com estes modelos estilizados;

- formula um modelo prático básico correspondente para a análise do problema;

- discute a aplicação e analisa resultados obtidos em uma situação real.

Considerando a simplicidade do problema examinado, estes passos tornam possível avaliar mais claramente os aspectos metodológicos da formulação e utilização de modelos normativos estilizados e práticos.

Deve-se observar que este problema particular tem características peculiares que permitirão tornar menos importantes os aspectos referentes à representação do efeito das indivisibilidades e das possibilidades de produção, que serão tratados de forma simplificada aqui, mas cuja análise estará sendo apenas adiada para o capítulo seguinte.

### 3.1. Formulação de um Modelo Estilizado Básico

A orientação teórica dos modelos estilizados é o contexto ideal para discutir as relações fundamentais para análise de um problema de projeto, como o da localização dos pontos de paradas, selecionando variáveis a considerar, restrições a observar e objetivos a buscar com o procedimento normativo.

Naturalmente, um menor espaçamento entre pontos de parada ao longo do corredor melhora a acessibilidade para os usuários em sua área de influência, ao reduzir a distância de caminhada desde o acesso ao corredor até a parada mais próxima.

Entretanto, existem pelo menos seis efeitos maléficos do aumento do número de paradas no corredor:

- mais paradas representam maior tempo dispendido na viagem para os usuários que estavam embarcados nos veículos já no início do trecho (isto é, pior qualidade de serviço);

- mais paradas representam maior custo operacional, em particular consumo de combustível, decorrente da manobra de aceleração e desaceleração envolvida;

- maior tempo de viagem pode representar uma necessidade maior de frota e horas de operação para atender uma mesma frequência de serviço (isto é, maior custo de operação); e

- maiores custos de operação, em decorrência, podem representar maior tarifa para o serviço (pelo menos quando não há um efeito adicional significativo de aumento de demanda);

- mais paradas representam maior interferência com os demais veículos motorizados (em particular o automóvel), em função do

eventual bloqueio de uma faixa de tráfego durante o atendimento aos passageiros no ponto;

- mais paradas representam maior interferência com outras atividades lindeiras ao corredor (isto é, com o uso do solo local), normalmente prejudicadas pela existência dos pontos de parada (eventualmente beneficiadas pela demanda gerada pelos seus usuários).<sup>i</sup>

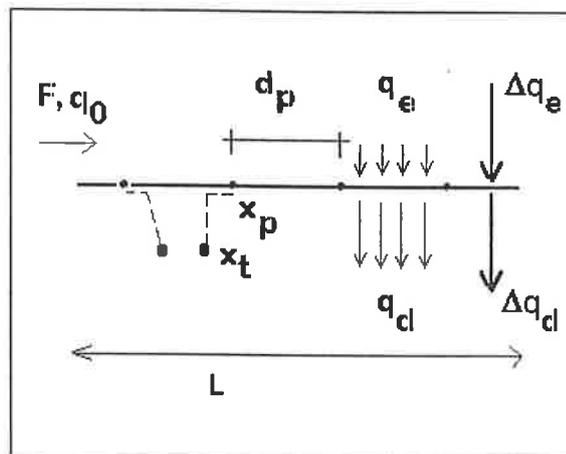


Figura 3.1. Esquema de Análise da Distância Ótima entre Pontos de Parada

Um modelo de análise teórica usual, esquematizado na Figura 3.1, pode partir das hipóteses seguintes:

- no início do trecho, a demanda é de  $q_0$  passageiros/hora e a frequência de coletivos é  $F$  viagens/hora, que atravessarão todo o trecho (isto é, sem entrada ou saída de linhas neste trecho do

<sup>i</sup> Naturalmente, existiriam outros efeitos que poderiam ser relevantes, especialmente no caso de uma análise global que buscasse estabelecer critérios gerais a serem aplicados no serviço como um todo. Por exemplo, a piora na qualidade do serviço poderia significar uma perda na captação da demanda que possui o automóvel como meio de transporte alternativo e, por este motivo, produzir custos sociais adicionais relacionados com acidentes de trânsito ou poluição do ar.

corredor), ou mais detalhadamente  $q_{0Rt}$  e  $F_{Rt}$  por linha R e período t, classificando os períodos em pico ( $t \in P$ , em que a disponibilidade de frota é restritiva) e fora-pico ( $t \in F$ )<sup>1</sup>;

- a extensão L do trecho analisado é maior que o espaçamento entre pontos  $d_p$ , sendo que desembarcarão  $q_d$  passageiros/hora (também entram no trecho com os passageiros  $q_0$  que seguirão direto) e embarcarão  $q_e$  passageiros/hora (que seguem adiante), ambos distribuídos homogeneamente, sendo a demanda ao longo do trecho igual a  $q_L = q_d + q_e$  em toda a extensão L (respectivamente  $q_d R t$ ,  $q_e R t$  e  $q_L R t$  por linha e período);

- a probabilidade de uma viagem parar em um ponto no corredor é  $p_p$  (função da demanda média por viagem prevista, para o ponto,  $q_{m_{pv}}$ ), tendo-se então um tempo de parada igual a  $t_0 = t_f + t_p \cdot q_{vp}$ , onde  $t_f$  é um tempo fixo (abrir as portas, permitir aproximação dos passageiros),  $t_p \cdot q_{vp}$  é o tempo gasto para movimentar (embarcar/desembarcar) os  $q_{vp}$  passageiros que usam o ponto na viagem ( $t_p$  é o tempo médio gasto por passageiro da viagem no ponto de parada); o valor médio de embarques  $q_{vp}$  é  $q_{m_{pv}}/p_p$ , para os veículos que param (dados que também poderiam ser diferenciados como  $p_p R t$ ,  $q_{m_{pv}} R t$  e  $q_{vp} R t$ , por linha e período, da mesma forma que  $t_f R$  e  $t_p R$  poderiam ser diferenciados por linha, em geral função do tipo de veículo selecionado para operá-la;

---

<sup>1</sup> A identificação dos períodos de pico e fora-pico será discutida de forma detalhada no capítulo seguinte, no contexto da definição da lotação de projeto ou da frequência de serviço (que é o dado básico que determina a frota necessária à operação, dadas as características de cada linha de serviço). Esta caracterização corresponde a um dia útil típico (diferentes tipos de dia e épocas do ano, de menor demanda, seriam dimensões adicionais, não consideradas de forma específica). A diferenciação entre o atendimento de diferentes tipos de dia, e mesmo dos diferentes picos de um mesmo tipo de dia (que poderiam normalmente ser atendidos independentemente, isto é, com frota e equipe operacional específicas), considerando a frota total disponível, traz algumas sutilezas adicionais que somente serão discutidas no próximo capítulo. A discussão a seguir deve assumir que todos os períodos de pico são igualmente restritivos e utilizam a frota total (em serviço ou reserva).

- o aumento do tempo de viagem para os passageiros e para o veículo em função de uma parada inclui o efeito da desaceleração e aceleração  $t_{ba} = V_0/2.b + V_0/2.a$  (onde  $V_0$  é a velocidade normal de percurso, sem parada,  $b$  a desaceleração e  $a$  a aceleração do veículo), que pode ser diferenciado por período e linha (especialmente em função da velocidade normal de percurso específica de cada período e do tipo de veículo utilizado), acarretando também um aumento de custo direto  $\Delta c_{ba}$  (usualmente associado ao consumo de combustível adicional), que devem ser ponderados pela probabilidade de parar (por período e linha);<sup>1</sup>

- o tempo perdido na espera em fila antes de estacionar para atendimento de passageiros no ponto de parada  $t_{\eta}$  é função do seu nível de utilização ( $\rho_t = F_t/C_{ot}$ , por período, onde  $F_t = \sum_R F_{Rt}$  é a frequência de viagens, considerando todas as linhas que o utilizam, e  $C_{ot}$  é a capacidade do ponto de parada em ônibus/hora para todos os veículos que passam pelo ponto, considerando o efeito dos veículos que não param);

- a capacidade do ponto de parada depende do número de posições de embarque  $m$  e do tipo de configuração (que determinam, em especial, a possibilidade de bloqueio e ultrapassagem e o uso exclusivo ou compartilhado com o tráfego geral), sendo função do intervalo mínimo entre veículos que param ( $h_{op} = \delta_{\eta} + t_o$ , incluindo um intervalo de separação mínima) ou não (o intervalo de passagem  $h_o$ ) e da probabilidade de parada  $p_p$  (além da proporção de tráfego de outros veículos  $p_a$ , com intervalo de passagem  $h_a$ , no caso de uso compartilhado), que pode ser expressa por  $C_o = k_c/h_{o,min}$  (ou

$C_{om} = k_{cm}/h_{o,min}$  por posição de parada, onde o intervalo mínimo médio pondera todas as linhas que utilizam o ponto de parada

$\bar{h}_{ot,min} = \sum_R p_{Rt} \cdot h_{oRt,min} + \frac{p_{at}}{(1-p_{at})} \cdot h_a$ , em cada período, onde  $p_R$  é a proporção na frequência da linha  $R$ ;<sup>2</sup>

- a extensão das linhas fora do trecho é representado por  $L_0$  (médio ou representativo, incluindo o sentido oposto), sendo o tempo de ciclo atual igual a  $\frac{L}{V_o} + t_{Tp} + \frac{L_0}{V_{co}}$  (onde  $V_{co}$  é a velocidade media global, com paradas nos pontos, e  $t_{Tp}$  é o tempo total relacionado com as paradas no corredor) e o tempo médio de viagem atual dos passageiros  $t_v$  igual a  $t_{v0} + \frac{L}{V_o} + t_{Tp}$  para os passageiros que atravessam todo o trecho (tendo uma fração de  $\frac{L}{V_o} + t_{Tp}$  para os passageiros que embarcam ou desembarcam no trecho), dados que podem ser diferenciados por linha e período ( $\frac{L}{V_{oRt}} + t_{TpRt} + \frac{L_{oR}}{V_{coRt}}$  e  $t_{vORt} + \frac{L}{V_{oRt}} + t_{TpRt}$ );<sup>1</sup>

- o efeito sobre os automóveis pode ser sintetizado pelo custo adicional  $\Delta \bar{c}_{aa}$  e pelo atraso médio  $\bar{t}_{ap}$  por automóvel (ou  $\bar{t}_{ao} = p_p \cdot t_{ao} = \bar{n}_{ao} \cdot t_{ap}$  por ônibus, onde  $\bar{n}_{ao}$  é o número de veículos afetados por parada) decorrentes da detenção dos veículos que são bloqueados pelos ônibus atendendo passageiros nos pontos de parada, o que seria função da frequência de paradas e do tempo médio de parada dos ônibus, do fluxo de autos na faixa lindeira e nas faixas adjacentes (que afetam o número de automóveis bloqueados e a facilidade de ultrapassar o veículo parado), podendo representar um efeito localizado ou estrutural (no caso de interferir em um gargalo de capacidade viária do corredor);<sup>3</sup>

- o efeito localizado sobre as atividades lindeiras ao corredor seria relacionada com a perda (ou eventual ganho) de

<sup>1</sup> Esta formulação pode ser generalizada referindo a frequência e a demanda das diferentes linhas a cada ponto de parada, especialmente no caso em que as linhas não percorrem (todas elas) todo o corredor.

atratividade do negócio decorrente do uso de parte da faixa frontal do imóvel pelo ponto de parada (com a proibição de estacionamento e interferência nos fluxos de entrada e saída de veículos e pessoas), que traduzem-se em perda de valor do imóvel  $\Delta VI_{uj}$  (capitalizando a perda de receita monetária  $\Delta R_{uj}$  diária, função das interferências citadas ou de danos à imagem do negócio, eventualmente somada a outros efeitos de desconforto ambiental ou psicológico decorrentes da vizinhança com o ponto de parada) e pode ser relacionado com o tipo de uso local.

Os modelos estilizados de análise usualmente partem de um espaçamento entre paradas  $d_p$  para analisar seus impactos na qualidade e custo do serviço, e então calcular o espaçamento ótimo entre paradas (ver BLY/OLDFIELD/74 ou EBTU/87). O número de paradas no trecho é admitido igual a  $n_p = X/d_p$ , inicialmente ignorando a restrição de ter de adotar um número de paradas inteiro e realizando a análise com variáveis contínuas.<sup>1</sup>

A caminhada média de um usuário até o ponto de parada tem dois componentes: uma distância de acesso ao corredor  $x_t$  e uma distância de acesso no corredor  $x_p$ , ao ponto. Apenas esta última parcela é função do espaçamento entre pontos de parada e, admitindo uma área de influência de cada parada igual a uma distância de  $d_p/2$  antes e depois da parada, a distância média de caminhada pode ser avaliada como  $x_p = k_p \cdot d_p \cong d_p/4$ , considerando distribuição homogênea dos usuários ao longo do corredor.<sup>4</sup> Ambas as distâncias são percorridas com uma velocidade  $V_p$  (o que

---

<sup>1</sup> A mesma análise poderia utilizar  $n_p$  e obter a solução ótima inteira, que para uma função objetivo usual (por exemplo, unimodal) seria um arredondamento (para menos ou para mais) da solução ótima contínua. No entanto, a melhor representação da variável de decisão poderia ser relevante para incorporar à análise a possibilidade de operação com regimes especiais de parada (como *skip-stop* ou paradas alternadas), que permitiriam diferenciar o espaçamento entre paradas por linha (mas mantendo-as como múltiplos do espaçamento entre pontos existente).

proporciona um tempo de deslocamento igual a  $(x_t + x_p) / V_p$ , em um trajeto que pode ser caracterizado por outros atributos como declividade e tipo de pavimento).

Portanto, o efeito de um espaçamento entre paradas  $d_p$  sobre a acessibilidade para os usuários do corredor pode ser estimada em  $Q_T \cdot (x_p + x_t) / V_p$ , onde  $Q_T$  é o total de passageiros que embarcam ou desembarcam no corredor. Admitindo, esquematicamente, dois períodos (o pico e o fora-pico), tem-se  $Q_T = (q_{dP} + q_{eP}) \cdot T_p + (q_{dF} + q_{eF}) \cdot T_f$  que pode ser escrito como  $(q_d + q_e) \cdot T = q_L \cdot T$ , para um dia com duração efetiva de  $T = T_p + T_f$  horas.<sup>i</sup> O efeito do período de pico é irrelevante para analisar este termo e o efeito do trajeto percorrido no acesso ao corredor  $x_t$  resulta independente da distância entre paradas.

O número médio de passageiros movimentados no trecho é  $q_0 + q_L$ , dos quais  $q_0$  percorrem todo o trecho e  $q_L$  percorrem apenas parte do trecho (com distribuição homogênea, esta parte corresponderia à metade do trecho), sendo a densidade de demanda no trecho igual a  $q_x = (q_d + q_e) / L = q_L / L$ . A movimentação média de passageiros nos pontos do trecho por viagem é  $q_v = (q_d + q_e) / F$  e por ponto é  $q_p = (q_d + q_e) / n_p$ , que corresponde à média de  $q_{m_{vp}} = q_v / n_p = q_p / F$  por viagem e ponto ou  $q_{vp} = q_{m_{vp}} / p_p$  por viagem e parada no trecho, e tem influência fundamental sobre o tempo de viagem dos usuários no trecho e sobre a capacidade dos pontos de parada. Deve-se notar que, na

<sup>i</sup> A exposição a seguir não distingue diferentes linhas de serviço e admite, simplificadamente, a existência de apenas dois períodos (P e F, pico e fora-pico, respectivamente). A generalização das expressões para a formulação mais geral, na maioria dos casos, é imediata (por exemplo, distinguindo os tipos de período, a expressão correspondente para  $Q_T$

seria  $Q_T = \sum_{t \in P} \left( \sum_R (q_{dRt} + q_{eRt}) \right) \cdot T_t + \sum_{t \in F} \left( \sum_R (q_{dRt} + q_{eRt}) \right) \cdot T_t$ , ou então seria

$Q_T = \sum_t \left( \sum_R (q_{dRt} + q_{eRt}) \right) \cdot T_t$ , sem diferenciar pico e fora-pico).

análise da decisão sobre pontos de parada, o termo  $q_v = \frac{q_L}{F}$  é uma característica específica, própria do corredor analisado.

O efeito médio de cada parada sobre o tempo de viagem e a capacidade dos pontos depende da existência de tráfego compartilhado ou exclusivo, do número de posições no ponto de parada, da possibilidade de ultrapassagens e do nível de utilização da capacidade dos pontos de parada, considerando o termo de congestionamento nos pontos de parada.

Em geral, o efeito total sobre o tempo de viagem poderia ser expresso como  $\bar{t}_{ba} + \bar{t}_n + \bar{t}_o$ , incluindo o efeito da desaceleração e aceleração, da espera do veículo para parar no ponto e do atendimento aos passageiros. Normalmente, assume-se que os efeitos mencionados afetam somente os veículos que param (embora a realidade operacional seja, em geral, menos ideal), de forma que o efeito médio deve ponderar a probabilidade de parar e a operação efetiva dos veículos que pararam.

O tempo médio de atendimento aos passageiros por parada é  $\bar{t}_o \cong p_p \cdot (t_l + q_{vp} \cdot t_p) = p_p \cdot t_l + qm_{vp} \cdot t_p$ , considerando a probabilidade de parar no ponto  $p_p$  (que também é função de  $qm_{vp}$ , a movimentação média de passageiros por ponto e por viagem, em cada parada).<sup>5</sup> O efeito médio do tempo de desaceleração/aceleração  $\bar{t}_{ba} = p_p \cdot t_{ba} = p_p \cdot \left( \frac{V_o}{2 \cdot b} + \frac{V_o}{2 \cdot a} \right)$  também tem esta ponderação (termo que, entretanto, não afeta a capacidade nos pontos de parada).

O tempo de atendimento por passageiro  $t_p$  considera os tempos de embarque e de desembarque de forma complexa, visto que ambas as manobras podem normalmente ocorrer simultaneamente (ou não) e podem ser diferentes as manobras críticas em cada ponto ou mesmo em cada ponto e em cada período (desembarque no pico da manhã e embarque no pico da tarde, por exemplo). Em geral, tomando um tempo médio por passageiro atendido (embarque ou desembarque), admite-se um valor próximo do tempo de embarque (que é a manobra

mais demorada, se o número de portas é igual) mas sempre seria preciso calibrar estatisticamente um fator de correção pela simultaneidade e pelo desequilíbrio de embarques e desembarques (simplificadamente admitido como igual a 1).

A hipótese usual sobre a probabilidade de parar em um ponto, dada a média de passageiros/viagem embarcando  $qm_{evp}$  e desembarcando  $qm_{dvp}$  na parada (ver, por exemplo, HENDRICKSON/78), é expressa pela fórmula de Poisson

$p_p = 1 - p_{e0} \cdot p_{d0} = 1 - e^{-qm_{evp}} \cdot e^{-qm_{dvp}} = 1 - e^{-qm_{vp}}$  (que corresponde a não ter demanda dos usuários no ponto de parada, considerando embarques e desembarques como variáveis poissonianas independentes, com  $qm_{vp} = qm_{evp} + qm_{dvp}$ ). Uma generalização, considerando o efeito da aleatoriedade nas passagens dos coletivos com a hipótese de chegadas poissonianas também para os intervalos entre veículos (ver, por exemplo, SZASZ/93), implica em

$$p_p = \frac{q_p}{(F + q_p)} = \frac{qm_{vp}}{(1 + qm_{vp})} = \frac{q_v}{(n_p + q_v)} \cdot 6$$

Em ambos os casos, o total de paradas por viagem no trecho é  $n_{pv} = p_p \cdot n_p$ , se a demanda é homogênea ao longo do corredor (podendo ser diferente no pico e fora-pico), e variaria por linha e período do dia !

O tempo de atendimento aos passageiros é também fundamental para a capacidade do ponto de parada porque determina o tempo médio ocupado por parada, e por veículo (considerando a probabilidade de não parar). O tempo de espera para atendimento em um ponto de parada, selecionada uma configuração adequada, seria então normalmente calculada utilizando as fórmulas usuais da Teoria de Filas (pelo menos de forma aproximada).

Em corredores de alta densidade de oferta e demanda, a seleção do tipo de configuração seria uma questão adicional, para a qual em geral poder-se-ia utilizar critérios simplificados (por exemplo, a partir da imposição de uma taxa de utilização

adequada, usualmente da ordem de 60%) que determinam a capacidade necessária no ponto e orientam a seleção do tipo de configuração que pode atendê-la (da forma mais econômica). Neste caso, a organização dos pontos de parada (quando o espaço existente é suficiente) é uma intervenção efetiva e de baixo custo que normalmente pode ser implantada sem problemas (visto que reduzir o efeito relacionado com congestionamento a níveis pouco significativos é uma ação fácil na maior parte das vezes).

Entretanto, considerando esta variável adicional, o custo de implantação e manutenção de paradas simples, duplas ou escalonadas teria de ser incorporado à análise, simultaneamente com a previsão de seu desempenho operacional específico (o que apenas seria relevante em corredores de alta densidade de oferta e demanda).

A análise com a consideração desta relação é, no entanto, algebricamente bastante mais trabalhosa. Por exemplo, a fórmula de Pollaczek-Khintchine generalizada é  $t_n = k_{nc} \cdot \bar{h}_{o,min} \cdot \frac{\rho}{(1-\rho)}$ , onde  $\rho = \frac{F}{C_o}$  é a taxa de utilização da capacidade no ponto e  $C_o = \frac{k_c}{\bar{h}_{o,min}}$  é a capacidade total da parada ( $k_{nc}$  é uma constante de ajuste empírico). Portanto, o termo fundamental seria  $\bar{h}_{o,min} \cong t_{h0} + p_p \cdot t_{hp} + t_p \cdot \frac{q_v}{n_p}$ , o intervalo mínimo entre paradas sucessivas de ônibus em uma posição, que é função do espaçamento entre paradas (onde  $t_{h0}$  reúne em um termo os fatores aproximadamente fixos e  $t_{hp}$  reúne os fatores afetados apenas pela probabilidade de parada).

Por fim, existem os efeitos sobre o tráfego geral (em particular os automóveis) e sobre o uso do solo lindeiro, que são fenômenos pouco estudados.

Para o efeito sobre o tráfego geral, expressões preliminares seriam  $\Delta \bar{c}_{aa} = \Delta c_{aa} \cdot F \cdot \bar{t}_o$  e  $\bar{t}_{ap} = t_{ap} \cdot F \cdot \bar{t}_o$  por veículo e ponto de parada, ou seja,  $\Delta \bar{c}_a = p_{ao} \cdot F_a \cdot \Delta c_{aa} \cdot F \cdot \bar{t}_o$  e  $\Delta \bar{t}_a = \bar{q}_{va} \cdot p_{ao} \cdot F_a \cdot t_{ap} \cdot F \cdot \bar{t}_o$  por ponto de parada (onde  $F_a$  é o fluxo de automóveis, ou outros veículos motorizados,  $p_{ao}$  é a proporção do fluxo correspondente na faixa com paradas de ônibus,  $\Delta c_{aa}$  é o custo de operação adicional por parada para automóveis,  $\bar{q}_{va}$  é ocupação média dos veículos,  $t_{ap}$  é um termo relacionado com a dificuldade de ultrapassar o veículo parado, que seria basicamente função do volume global do tráfego geral motorizado e do número total de faixas). Novamente, as variáveis importantes para a decisão considerada estão em  $\bar{t}_o = p_p \cdot t_l + t_p \cdot \frac{q_v}{n_p}$ , devendo-se distinguir o efeito por período.<sup>i</sup>

As análises mais comuns partem da situação mais simples, adotando a hipótese de paradas em todos os pontos e de tempo em espera nas filas aproximadamente constante (eventualmente, pequeno em relação ao tempo de serviço) e desprezando os efeitos sobre o tráfego geral e sobre o uso do solo lindeiro.<sup>7</sup>

Neste caso, o tempo de viagem adicionado por todas as paradas é  $(t_{ba} + t_l + t_p \cdot q_{pv}) \cdot n_p = (t_{ba} + t_l) \cdot n_p + t_p \cdot q_v = (t_{ba} + t_l) \cdot n_p + t_{pv}$  em cada viagem, onde o termo  $t_{pv} = t_p \cdot q_{mvp} \cdot n_p = t_p \cdot q_v = t_p \cdot (q_d + q_e) / F = t_p \cdot q_L / F$  é independente do número de

---

<sup>i</sup> A forma mais detalhada seria  $\Delta c_{aa} \cdot \sum_i \left( p_{aot} \cdot F_{at} \cdot \left( \sum_R F_{Rt} \cdot \bar{t}_{oRt} \right) \right)$  ou

$\bar{q}_{av} \cdot \sum_i \left( p_{aot} \cdot F_{at} \cdot t_{apt} \cdot \left( \sum_R F_{Rt} \cdot \bar{t}_{oRt} \right) \right)$ , o que evidencia que a influência das

diferentes linhas é considerada calculando  $\bar{t}_{ot}$  como uma média ponderada pela frequência (portanto, apenas os diferentes períodos precisam ser distinguidos). Note que o termo  $F \cdot \bar{t}_o$  corresponde à fração do tempo em que o ponto está ocupado (já ponderando a probabilidade de parar ou não nos pontos) e é tomado nas expressões acima como a probabilidade de um automóvel na mesma faixa ser bloqueado. O efeito sobre as atividades lindeiras, por sua vez, seria função do tipo de uso específico existente no local selecionado para o ponto de parada, o que o torna mais difícil de incorporar, de forma genérica (seria muito simplista, por exemplo, assumir um efeito homogêneo em todo o corredor).

pontos de parada (admitindo que todos os passageiros devem ser transportados e que  $t_p$  é constante, independente da movimentação de passageiros por viagem), assim como é constante  $t_{pT}=t_p \cdot q_v \cdot F \cdot T=t_p \cdot Q_T$  para todas as viagens e todo o período de operação. Portanto, o número de paradas afeta somente o termo fixo do tempo de parada (o tempo de atendimento é função somente da demanda total por viagem, e passa a não ser sensível ao espaçamento entre paradas). Apenas a movimentação por ponto é afetada pelo espaçamento entre paradas (o que influenciaria a capacidade dos pontos e seu nível de congestionamento, o que deveria ser incorporado se estes efeitos fossem importantes).

O tempo médio de viagem dos passageiros será majorado pelo tempo dispendido nas paradas do trecho. Considerando os tipos de passageiros que utilizam o trecho, os  $Q_{T0}$  usuários externos ao trecho terão uma majoração de  $(t_{ba}+t_l) \cdot n_p + t_{pvP}$  no pico e de  $(t_{ba}+t_l) \cdot n_p + t_{pvF}$  fora-pico e os  $Q_T$  usuários que embarcam ou desembarcam no corredor terão uma majoração  $((t_{ba}+t_l) \cdot n_p + t_{pvP})/2$  no pico e  $((t_{ba}+t_l) \cdot n_p + t_{pvF})/2$  fora-pico (menor para os usuários que desembarcam no início do corredor que para os que desembarcam no seu final), onde  $t_{pvP}=t_p \cdot q_{vP}=t_p \cdot (q_{dP}+q_{eP})/F_P$  e  $t_{pvF}=t_p \cdot q_{vF}=t_p \cdot (q_{dF}+q_{eF})/F_F$  não dependem do espaçamento entre paradas.<sup>i</sup>

A incorporação da probabilidade de não parar, altera a avaliação do efeito correspondente, que seria  $(t_{ba}+t_l+t_p \cdot q_{pv}) \cdot n_{pv}=(t_{ba}+t_l) \cdot p_p \cdot n_p + t_{pv}$ . Novamente,  $t_{pv}$  é constante e igual à  $t_p \cdot q_v=t_p \cdot q_l/F$  por viagem, e  $t_{pT}=t_p \cdot q_v \cdot F \cdot T=t_p \cdot Q_T$  para todas as viagens e todo o período de operação. O tempo total perdido por viagem nas paradas  $t_{vT}$  (incluindo o tempo fixo de parada  $t_{fv}$ , além do tempo de atendimento aos passageiros  $t_{pv}$ ) é, no entanto, diferente (assim como o tempo total perdido em todas as viagens  $t_{TpT}$ ) para cada

---

<sup>i</sup> É também usual desprezar o termo específico que representa o efeito sobre o tempo de viagem dos usuários do trecho (o que é razoável quando sua extensão é pequena). Note-se também que as viagens internas ao trecho (isto é, com origem e destino no próprio trecho) foram também desprezadas, desde o início (o que também pressupõe extensão pequena).

espaçamento entre paradas, ponderando a influência da probabilidade de parar nos pontos do corredor. Este efeito minora a influência de um menor espaçamento entre paradas.

No período de pico tem-se  $q_{vP}=(q_{dP}+q_{eP})/F_P$ ,  $q_{m_{vP}}=q_{vP}/n_P$  e  $q_{vPP}=q_{m_{vP}}/p_{PP}$  e, de forma correspondente, no período fora-pico tem-se  $q_{vF}=(q_{dF}+q_{eF})/F_F$ ,  $q_{m_{vF}}=q_{vF}/n_F$  e  $q_{vPF}=q_{m_{vF}}/p_{PF}$ . Como a influência relacionada com embarques e desembarques é constante (todos os passageiros serão atendidos), a movimentação de passageiros por viagens influenciará somente a probabilidade de parar e, por este efeito, a capacidade do ponto e o tempo de percurso (com ou sem congestionamento, para ônibus e para o tráfego geral). Neste caso, também seria necessário distinguir a distribuição da demanda por linha, visto que a movimentação média por viagem pode variar muito entre linhas.<sup>1</sup>

O tempo médio de viagem dos passageiros será majorado, correspondentemente: os  $Q_{T0}$  usuários externos ao trecho terão uma majoração  $(t_{ba}+t_l).p_{PP}.n_P+t_{pVP}$  no pico e  $(t_{ba}+t_l).p_{PF}.n_F+t_{pVF}$  fora-pico e os  $Q_T$  usuários que embarcam ou desembarcam no corredor terão uma majoração  $((t_{ba}+t_l).p_{PP}.n_P+t_{pVP})/2$  no pico e  $((t_{ba}+t_l).p_{PF}.n_F+t_{pVF})/2$  fora-pico (menor para os usuários que desembarcam no início do corredor que para os que desembarcam no seu final). Estes efeitos também poderiam ser distinguidos por linha e novamente  $t_{pVP}=t_p.q_{vP}=t_p.(q_{dP}+q_{eP})/F_P$  e  $t_{pVF}=t_p.q_{vF}=t_p.(q_{dF}+q_{eF})/F_F$  não dependem do espaçamento entre paradas.

A incorporação dos efeitos do espaçamento entre paradas sobre o congestionamento dos pontos de parada (e o aumento no tempo de

<sup>1</sup> Neste caso, tem-se  $t_{fvRt}=(t_{ba}+t_l).p_{PRt}.n_P$  como função de  $q_{m_{vPRt}}=(q_{dRt}+q_{eRt})/F_{Rt}$ , específicos de cada linha e período (naturalmente,  $t_{fTRt}=t_{fvRt}.F_{Rt}.T_t$  e  $t_{fT}=\sum_{R,t} t_{fTRt}$ ). Em geral, uma análise aproximada poderia

ser feita calculando  $p_p$  com o valor médio  $q_{vp}$  (sem distinguir os períodos de pico e fora-pico, para diferenciar  $p_{PP}$  de  $p_{PF}$ ). Tanto a demanda quanto a oferta são maiores no pico, de maneira que  $q_{pVP}$  não é, normalmente, muito maior que  $q_{pVF}$ . Da mesma forma, a variação entre linhas poderia ser ignorada.

viagem dos usuários no veículo) e a operação do tráfego geral (e atividades lindeiras) são analiticamente mais difíceis.

Para efeito sobre o tráfego geral, tem-se o efeito total  $\Delta \bar{c}_{aT} = \Delta \bar{c}_a \cdot n_p = \Delta c_{aa} \cdot F_{ao} \cdot F \cdot \bar{t}_o \cdot n_p$  e  $\Delta \bar{t}_{aT} = \Delta \bar{t}_a \cdot n_p = \bar{q}_{av} \cdot F_{ao} \cdot t_{ap} \cdot F \cdot \bar{t}_o \cdot n_p$  (onde  $F_{ao} = p_{ao} \cdot F_a$  é o fluxo de automóveis na faixa com paradas de ônibus), com  $\bar{t}_o \cong p_p \cdot (t_l + q_{vp} \cdot t_p) = p_p \cdot t_l + q_{m_{vp}} \cdot t_p = p_p \cdot t_l + t_p \cdot \frac{q_v}{n_p}$ , que deveriam ser distinguidos por período (ponderando as diferentes linhas de forma trivial).

Para o efeito sobre o congestionamento dos pontos, tem-se o efeito total  $\bar{t}_{ba} + \bar{t}_n + \bar{t}_o$  por parada, com

$$\bar{t}_{ba} = p_p \cdot t_{va} = p_p \cdot \left( \frac{V_o}{2 \cdot b} + \frac{V_o}{2 \cdot a} \right), \quad \bar{t}_o \cong p_p \cdot t_l + t_p \cdot \frac{q_v}{n_p} \quad \text{e} \quad \bar{t}_n = k_{nc} \cdot \bar{h}_{o,min} \cdot \frac{\rho}{1-\rho}$$

(onde,  $\bar{h}_{o,min} \cong t_{ho} + p_p \cdot t_{hp} + \frac{q_v}{n_p} \cdot t_p$  determina a capacidade dos pontos e

$q_v = \frac{q_L}{F}$  é uma característica do corredor), que também deveriam ser distinguidos por período (sem distinguir as características das diferentes linhas que utilizam o ponto, de forma compatível com a hipótese usual de demanda homogênea da Teoria de Filas).<sup>i</sup>

Em função desta complexidade, a suposição de que o tempo dispendido em fila é pequeno e está incorporado no tempo fixo de atendimento aos passageiros seria conveniente e aceitável, com

<sup>i</sup> A complexidade algébrica desta formulação deriva especialmente do fato de, mesmo com diversas suposições simplificadoras, ter-se  $C_o = \frac{k_c}{\bar{h}_{o,min}}$ ,

ou seja,  $\rho = \frac{F}{C_o} = \frac{F}{k_c} \cdot \bar{h}_{o,min}$  e então  $\frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\frac{F}{k_c} \cdot \bar{h}_{o,min}}{1 - \frac{F}{k_c} \cdot \bar{h}_{o,min}}$  (também função

de  $\bar{h}_{o,min}$ ). O reconhecimento da existência de diversas linhas, com características específicas (movimentação média ou tipo de veículo) corresponderia a considerar demandas heterogêneas (aspecto considerado apenas através da contribuição para a variância da distribuição dos tempos de serviço, sem diferenciar os tempos médios de cada linha).

exceção de alguns casos especiais. Uma alternativa adicional seria adotar uma expressão aproximada, do mesmo tipo da empregada para o efeito sobre o tráfego geral, que seria  $\bar{t}_n = t_{op} \cdot F \cdot \bar{t}_0$ , ignorando a relação entre  $t_{op}$  e  $\bar{t}_0$  e os efeitos não-lineares do congestionamento.<sup>1</sup>

Entretanto, considerando que este termo deve ser pequeno para a grande maioria dos casos e ponderando que para os casos especiais em que sua incorporação seria relevante, uma análise mais detalhada poderia tratá-lo como um aspecto específico e ser baseada em procedimentos numéricos que ficariam mais próximos do espírito dos modelos práticos (que serão formulados adiante).

Neste caso, poderiam ser utilizadas as expressões mais complexas para funções de desempenho (empíricas ou da Teoria de Filas) e mesmo incorporado o problema da seleção de configurações alternativas para os pontos de parada (com seus parâmetros específicos e os custos decorrentes).

Outros aspectos específicos, como o efeito sobre o uso do solo local (função do tipo de atividade lindeira ao ponto) ou a existência de trechos inadequados para localizar paradas (função da interferência em gargalos de capacidade ou de problemas de segurança viária), também poderiam ser incluídos em análises detalhadas desta natureza.

---

<sup>1</sup> Neste caso, restaria a questão de escolher um valor representativo, fixo, para  $t_{op}$  (um problema menor que o correspondente ao caso de ignorar totalmente o efeito de congestionamento ou incluí-lo selecionando uma parcela com valor fixo incorporado em  $t_j$ , que é a forma usual).

### 3.2. Uma Análise Tradicional com a Ótica do Custo Social

Considerando que a análise usual não considera efeitos decorrentes da decisão de espaçamento entre pontos de parada sobre a demanda captada pelo serviço de TPCR/UP, o procedimento usual poderia derivar recomendações de projeto do critério de minimização do custo social.<sup>i</sup>

Normalmente, no seu contexto típico de decisão, uma análise deste tipo deveria ater-se a algum corredor específico e teria de supor que a definição de localização perduraria por um tempo considerável, em vista das dificuldades de relocação dos pontos de parada (sobretudo relacionadas com os usos do solo no entorno e, também, com os custos de implantação dos pontos de parada).

As hipóteses tradicionais para análise normalmente adotam as suposições mais simplificadas ou, quando muito, incorporam a influência da movimentação média de passageiros sobre a probabilidade de parar nos pontos (desprezando o efeito do espaçamento entre pontos sobre o nível de congestionamento das paradas, e também sobre o tráfego geral e sobre o uso do solo lindeiro). Entretanto, da discussão anterior, pode-se verificar que tanto o efeito da movimentação média sobre a probabilidade de parar quanto a influência das paradas sobre o tráfego geral poderiam ser consideradas sem gerar dificuldades excessivas.

---

<sup>i</sup> Uma análise mais detalhada poderia eliminar esta hipótese e considerar, em particular, a competição do TCRP/UP com modos de transporte alternativos como o percurso à pé (especialmente para curtas distâncias), com táxi ou lotação (para distâncias maiores). Se a demanda total, considerando todos os modos, ainda for considerada constante, novamente a minimização do custo social poderia ser utilizada como objetivo (incluindo, no entanto, todos os modos e todos os atributos relevantes aos usuários e à comunidade em geral). Entretanto, deve-se notar a interdependência entre a medida de benefício agregado e a estrutura da função de demanda conjunta, discutida no capítulo 2.

A valoração dos atributos de qualidade do transporte analisados<sup>8</sup> poderia então ser decomposto nos três efeitos:

- da acessibilidade, que poderia ser estimado por  $VTP \cdot \frac{(x_t + k_p \cdot d_p)}{V_p} \cdot q_L \cdot T$ , onde VTP é o valor dado ao tempo dispendido em acesso à pé (médio ou típico para os usuários do trecho);

- do tempo de viagem dos usuários de ônibus, que poderia ser estimado por  $(VTV_0 \cdot q_{ot} + VTV \cdot \frac{q_{lt}}{2}) \cdot (p_{pt} \cdot (t_{ba} + t_l) \cdot n_p + t_p \cdot q_{vt}) \cdot T_t$  no pico e fora-pico, onde VTV<sub>0</sub> e VTV são os valores atribuídos ao tempo dispendido em viagem no veículo (médio ou típico), distinguidos para os usuários que atravessam o corredor e que embarcam ou desembarcam no trecho;

- do tempo de viagem dos usuários de automóvel e outros veículos motorizados, que poderia ser estimado por  $VTO \cdot \bar{q}_{av} \cdot (F_{aot} \cdot t_{apt} \cdot F_t \cdot (p_{pt} \cdot t_l \cdot n_p + t_p \cdot q_{vt}) \cdot T_t)$  no pico e fora-pico, onde VTO é o valor dado ao tempo de viagem de outros usuários da via.<sup>i</sup>

Estes efeitos poderiam ser avaliados para a demanda de passageiros e condições de operação atuais do corredor (visto que grandes variações nestas características justificariam também uma revisão da decisão sobre localização dos pontos), a menos de informação existente sobre alterações de curto prazo.

---

<sup>i</sup> Existem poucos estudos mais detalhados à respeito mas seria eventualmente importante distinguir os tempos gastos por motoristas e passageiros e os tempos gastos em movimento ou parado, que podem ter valoração diferente para os usuários. A valoração de aspectos de qualidade também poderia ser necessária no caso de incorporar o efeito sobre o uso do solo lindeiro, exceto na alternativa de mensurá-la através da capitalização no valor do imóvel (neste caso é usual admitir que todos os aspectos qualitativos já teriam sido considerados pelos clientes diretos ou indiretos e incorporados ao valor do imóvel, hipótese que depende da suposição crítica de informação perfeita que, entretanto, é normalmente adotada na Teoria Econômica tradicional).

A avaliação do aumento nos custos é mais delicada, em vista da existência de indivisibilidades, e também está relacionado com o aumento no tempo de viagem e seu efeito sobre a frota efetiva e as horas de operação necessárias para atender à frequência ofertada.

Tomando uma expressão simplificada usual para o custo total de operação do serviço de TPCR/UP,  $CT = CV.NO + CH.HO + CK.KP$ , onde NF e NO são a frota efetiva e operacional, HO é o total de horas de operação (considerando horas com remuneração normal e horas extras) e KP é o total de quilômetros percorridos, a distinção do efeito específico das paradas transformaria esta expressão em  $CT = CV.NO + CH.HO + CK_0.KP + \Delta c_{ba}.nP$ , onde  $CK_0$  corresponderia ao custo quilométrico sem paradas e  $nP$  seria o número total de paradas realizadas (onde o termo adicional poderia ser também expresso como  $\Delta \bar{c}_{ba}.NP$ , onde NP é o número total de pontos de paradas existentes e  $\Delta \bar{c}_{ba} = \bar{p}_p.\Delta c_{ba}$ ).<sup>i</sup> De forma correspondente, o custo de operação para os demais veículos motorizados seria  $CT = Ch.ho + Ck_0.km + \Delta c_{aa}.na$ , com coeficiente de custo próprios e assumindo a disponibilidade dos veículos (isto é, ignorando o efeito das condições de operação sobre a frota, como seria adequado para os usuários de automóvel particular ou

---

<sup>i</sup> Como anteriormente discutido, uma expressão simplificada compatível com as metodologias recentes incorporadas às planilhas tarifárias, em particular GEIPOT/94, é  $CT = CF.NF + CN.NO + CM.MO + CE.HE + CK.KP$ , considerando que os operadores são contratados como mensalistas. A expressão correspondente para operadores contratados como horistas seria  $CT = CF.NF + CN.NO + CH.HM + CE.HE + CK.KP$ , com representação menos clara do processo de utilização de mão de obra (mais flexível neste caso). Portanto, a expressão usual é uma simplificação adicional em relação a estas duas formulações, que perde detalhes relacionados com o processo de uso da mão de obra, aspecto que será discutido de forma mais cuidadosa no capítulo seguinte, e de frota de reserva. Note que também a expressão compatível com GEIPOT/94 deixa de lado aspectos que podem ser importantes, como uma representação mais adequada da seleção entre horas normais e extras e os custos relacionados com dispensas e contratações de pessoal, por exemplo.

mesmo para os serviços de taxi, que operam com grande ociosidade, mas eventualmente não para os veículos de carga).<sup>9</sup>

A questão principal é analisar a variação de custos decorrentes da decisão que está sendo examinada, ponderando seu escopo e horizonte específicos, em particular no que se refere ao efeito sobre as indivisibilidades.

Considerando que a análise refere-se especificamente a um certo corredor (isto é, um trecho do itinerário das linhas) e a adoção de um horizonte de médio prazo (que corresponde ao ciclo de revisão da decisão), tanto o efeito sobre a frota operacional (e total) quanto sobre o quadro de operadores (incluindo reservas) dependem de uma parcela complementar significativa (correspondente ao trajeto  $L_0$  fora do corredor), que neste contexto de decisão somente poderia ser efetivamente considerada como uma variável aleatória.

O efeito da decisão sobre a frota, por exemplo, que somente se manifesta no limite da indivisibilidade, não poderia ser diretamente associada à decisão de alteração da localização de pontos de parada em um trecho pouco extenso. Além disso, considerando que as restrições tecnológicas usuais admitem o atendimento do perfil da demanda típico dos dias úteis com viagens em ciclo fechado e que as modificações operacionais feitas ao longo do tempo poderiam alterar esta característica, torna-se necessário relativizar estas restrições de serviço ou ignorar as restrições de inteireza para os valores de frota, decorrentes das indivisibilidades mencionadas (o efeito sobre o quadro de operadores necessário ao serviço é ainda mais mais flexível, em função da possibilidade de utilizar horas extras).

Portanto, neste contexto, o efeito sobre as indivisibilidades deve ser tratado de uma forma diferente, em comparação com uma decisão que afeta o dimensionamento de recursos de forma imediata e direta e que pode ser reavaliado a cada modificação das

condições admitidas (como seria o caso da definição da frequência de viagens ou lotação de projeto).

A consideração de índices de produtividade média nos coeficientes de custo e/ou a eliminação a restrição de inteireza relacionada com as indivisibilidades relativas à frota ou pessoal seriam as formas usuais de lidar com estas características de indeterminação (ou incerteza).<sup>i</sup> As análises usuais adotam ambas as opções mas será inicialmente preferido manter os diferentes termos de custo para frota (operacional) e horas de operação e apenas ignorar a restrição de inteireza (o que também torna a análise matemática mais simples).

Adotando os pressupostos discutidos, a avaliação do impacto nos custos<sup>10</sup> pode então ser estimada admitindo que:

- o impacto na frota (assumindo uma proporção média de veículos de reserva) é calculado com a frequência média dos períodos de pico  $F_p \cdot (p_{pp} \cdot (t_{ba} + t_l) \cdot n_p + t_p \cdot q_{vp})$ , determinando um efeito marginal médio sobre a frota operacional necessária para operação;<sup>ii</sup>

- o impacto nas horas de operação em cada período (atendidos de forma combinada por aumento de horas normais e extras, mantendo-se a média de remuneração horária) é calculado por  $(p_{pt} \cdot (t_{ba} + t_l) \cdot n_p + t_p \cdot q_{vt}) \cdot F_t \cdot T_t$ , desprezando a parcela correspondente para outros veículos motorizados;

---

<sup>i</sup> Estes efeitos também poderiam ser avaliados, de maneira mais complexa, caracterizando de forma probabilística os diferentes cenários de efeito de indivisibilidades (isto é, cenários sobre  $L_0$ ), mas seria então necessário prever a evolução destes condicionantes em um horizonte de tempo compatível com o ciclo de revisão da decisão (uma informação adicional usualmente difícil de considerar, de maneira apropriada).

<sup>ii</sup> A inclusão dos custos relacionados com a frota operacional nos custos fixos correspondentes à frota total corresponde à suposição de que todos os períodos de pico são igualmente restritivos (que será discutida e examinada no capítulo seguinte). Esta é uma hipótese menos crítica, no entanto, considerando o tratamento em separado dos custos de pessoal de operação, expressos como custos por hora de operação.

- o impacto nos quilômetros de operação é nulo, mas há o efeito correspondente ao custo adicional das paradas, calculado por  $\Delta c_{ba} \cdot p_{pt} \cdot n_p \cdot F_t \cdot T_t$  para ônibus e  $\Delta c_{aa} \cdot F_{aot} \cdot (p_{pt} \cdot t_l \cdot n_p + t_p \cdot q_{vt}) \cdot F_t \cdot T_t$  para outros veículos motorizados.

As análises mais tradicionais não consideram o aspecto distributivo e adotam a perspectiva de minimização do custo social global, considerado a soma dos valores monetários de todos os custos e benefícios decorrentes de uma ação (incluindo seus impactos qualitativos). Com a redução dos efeitos a valores monetários, este método tem vantagem de incorporar em uma única medida todos os diversos impactos importantes de uma ação, facilitando a investigação analítica sobre a viabilidade ou otimalidade da intervenção.<sup>11</sup>

No caso de admitir que a probabilidade de parar nos pontos é  $p_p$ , a medida global dos custos sociais CST para uma distância entre paradas  $d_p$  seria:

$$\begin{aligned} CST = & \frac{VTP}{V_p} \cdot Q_{LT} \cdot (x_t + k_p \cdot d_p) + \\ & + \sum_t \left( VTV_0 \cdot q_{ot} + VTV \cdot \frac{q_{Lt}}{2} \right) \cdot (n_p \cdot (t_{ba} + t_l) \cdot p_{pt} + t_p \cdot q_{vt}) \cdot T_t + \\ & + CV \cdot F_p \cdot (n_p \cdot (t_{ba} + t_l) \cdot p_{pp} + t_p \cdot q_{vp}) + \\ & + \sum_t \left( CH \cdot (n_p \cdot (t_{ba} + t_l) \cdot p_{pt} + t_p \cdot q_{vt}) + \Delta c_{ba} \cdot n_p \cdot p_{pt} \right) \cdot F_t \cdot T_t + \\ & + \sum_t VTO \cdot \bar{q}_{av} \cdot F_{aot} \cdot t_{apt} \cdot F_t \cdot (n_p \cdot t_l \cdot p_{pt} + t_p \cdot q_{vt}) \cdot T_t + \\ & + \sum_t \Delta c_{aa} \cdot F_{aot} \cdot F_t \cdot (n_p \cdot t_l \cdot p_{pt} + t_p \cdot q_{vt}) \cdot T_t \end{aligned}$$

em que podem ser separados os termos relacionados ou não com  $d_p$ , tendo-se:

$$\begin{aligned}
CST = & \frac{VTP}{V_p} \cdot Q_{LT} \cdot k_p \cdot d_p + CV \cdot F_p \cdot (t_{ba} + t_l) \cdot \frac{L}{d_p} \cdot p_{pp} + \\
& + \sum_t \left( \left( VTV_0 \cdot Q_{0t} + VTV \cdot \frac{Q_{Lt}}{2} + F_t \cdot CH \cdot T_t \right) \cdot (t_{ba} + t_l) + \left( VTO \cdot Q_{aot} \cdot t_{apt} + \Delta c_{aa} \cdot N_{aot} \right) \cdot t_l \right) \cdot \frac{L}{d_p} \cdot p_{pt} + \\
& + \sum_t \Delta c_{ba} \cdot N_t \cdot \frac{L}{d_p} \cdot p_{pt} + CST_0
\end{aligned}$$

onde  $CST_0$  é o termo fixo (independente de  $d_p$ ) e  $N_t, N_{aot}$  são os totais de viagens de ônibus e de autos na faixa utilizada pelos ônibus (em veículos) nos períodos.<sup>1</sup>

A fórmula de probabilidade de parar com irregularidade  $p_p = q_m v_p / (1 + q_m v_p) = q_v / (n_p + q_v)$  tem a vantagem de permitir obter uma expressão algébrica para o espaçamento ótimo entre pontos de parada que introduz uma correção importante em relação à hipótese usual de paradas em todos os pontos, especialmente nas regiões de menor densidade de demanda (reduzindo, no custo social, o impacto no tempo de viagem, frota e horas de operação sem diminuir o benefício da melhoria de acesso, e permitindo analisar a alternativa de operação com paradas livre).

Simplificações adicionais podem ser obtidas utilizando uma caracterização média dos diferentes períodos de operação e desprezando o efeito das paradas sobre o tempo de viagem dos usuários do corredor (que é similar ao efeito sobre os usuários de passagem), que com  $n_{pv} = n_p \cdot p_p = n_p \cdot \frac{q_v}{(n_p + q_v)} = \frac{q_v}{(1 + q_v/L \cdot d_p)}$ ,

permite exprimir o custo social global como:

<sup>1</sup> Pode-se verificar que o termo fixo é dado por

$$\begin{aligned}
CST_0 = & \frac{VTP}{V_p} \cdot Q_{LT} \cdot x_t + CV \cdot F_p \cdot t_p \cdot q_{vp} + CH \cdot t_p \cdot Q_{LT} + \\
& + \sum_t \left( VTV_0 \cdot Q_{0t} + VTV \cdot \frac{Q_{Lt}}{2} \right) \cdot t_p \cdot q_{vt} + \sum_t \left( VTO \cdot Q_{aot} \cdot t_{apt} + \Delta c_{aa} \cdot N_{aot} \right) \cdot F_t \cdot t_p \cdot q_{vt}
\end{aligned}$$

e será importante na comparação com a operação com paradas livres.

$$\begin{aligned}
CST = & \frac{VTP}{V_p} \cdot Q_{LT} \cdot k_p \cdot d_p + CV \cdot \psi_p \cdot F \cdot (t_{ba} + t_l) \cdot \frac{q_v}{1 + q_v/L \cdot d_p} + \\
& + \left( VTV_0 \cdot Q_{OT} + F \cdot (CH \cdot T + VTO \cdot Q_{aoT} \cdot t_{ap} + \Delta c_{aa} \cdot N_{aoT}) \right) \cdot (t_{ba} + t_l) \cdot \frac{q_v}{1 + q_v/L \cdot d_p} + \\
& + \Delta c_{ba} \cdot N_T \cdot \frac{q_v}{1 + q_v/L \cdot d_p} + CST_0
\end{aligned}$$

e, então, obter uma fórmula para o espaçamento ótimo entre pontos de parada (que minimiza o custo social global), que seria:

$$d_p^* = \sqrt{\frac{\left( F \cdot (CV \cdot \psi_p + CH \cdot T) + VTV_0 \cdot Q_{OT} \right) \cdot (t_{ba} + t_l) + F \cdot \left( VTO \cdot t_{ap} \cdot Q_{aoT} + \Delta c_{aa} \cdot N_{aoT} \right) \cdot t_l + \Delta c_{ba} \cdot N_T}{k_p \cdot Q_x \cdot \frac{VTP}{V_p}}} - \frac{N_T}{Q_v}$$

ou

$$d_p^* = \sqrt{\frac{\left( \frac{CV}{T} \cdot \psi_p + CH + VTV_0 \cdot q_{v0} \right) \cdot (t_{ba} + t_l) + \left( VTO \cdot t_{ap} \cdot q_{ao} + \Delta c_{aa} \cdot F_{ao} \right) \cdot t_l + \Delta c_{ba}}{k_p \cdot \frac{q_v}{L} \cdot \frac{VTP}{V_p}}} - \frac{L}{q_v}$$

onde  $\frac{L}{q_v} = \frac{N_T}{Q_x}$  é a distância média entre usuários de uma viagem, que serve como termo de correção devido à influência da densidade de embarques e desembarques por viagem sobre a probabilidade de parar em um ponto do trajeto ( $\psi_p$  é o fator relativo de frequência de pico,  $Q_x = \frac{Q_{LT}}{L}$  é a densidade de demanda no trecho em pax/km.dia,  $q_{v0} = \frac{Q_{OT}}{N_T}$  é o carregamento médio da viagem no início do trecho e  $q_v = \frac{Q_{LT}}{N_T} = \frac{Q_x}{N_T} \cdot L$  é a demanda média por viagem no corredor).<sup>12</sup>

Com este efeito, uma densidade de embarques e desembarques por viagem pequena (isto é, baixa densidade de demanda relativa à frequência que utiliza o corredor) também justifica um

espaçamento entre pontos de parada pequeno. Pode-se inclusive investigar, nestas situações, a conveniência de permitir paradas livres, em qualquer ponto da via, ao invés de utilizar pontos de parada demarcados (observando um espaçamento mínimo).<sup>i</sup>

Neste caso, a regra de decisão corresponde à comparação direta entre as duas situações: o espaçamento ótimo com pontos de parada delimitados e a operação com paradas livre sem demarcação de pontos:

$$CST_L < CST^*,$$

onde  $CST_L$  é o custo social com a operação com paradas livres,  $CST^*$  é o custo de operação com pontos de parada fixos (eventualmente com a restrição adicional  $d_p > d_{pmin}$ ).

Este seria um critério simplificado, que ignoraria outros critérios para implantar pontos de parada e consideraria que a seleção do tipo de ponto adequado iguala o custo de implantação e manutenção dos pontos de parada, além de outros custos existentes, com os benefícios decorrentes da existência de pontos de parada (como a proteção dos usuários contra intempéries, em especial no caso de pontos de parada cobertos), considerando o tipo de ponto selecionado.<sup>13</sup>

Se a unidade de distância mínima entre paradas livres é  $\delta_{min}$  (não necessariamente igual a  $d_{pmin}$ , a distância mínima entre pontos de paradas demarcados) e a densidade de demanda no corredor é  $q_x = q_L/L = (q_d + q_e)/L$ , o fluxo médio de passageiros por unidade espacial é  $q_x \cdot \delta_{min}$ , ou seja,  $q_x / F \cdot \delta_{min}$  por viagem. A probabilidade de parar em uma unidade espacial seria, portanto,

---

<sup>i</sup> Pelo menos deve-se impor restrições relacionadas com espaçamentos mínimos  $d_{pmin}$  viáveis, visto que a fórmula permite obter espaçamentos negativos, especialmente para menores densidades de demanda  $q_v / L$ .

$p_p = q_{m_{vp}} / (1 + q_{m_{vp}})$  com  $q_{m_{vp}} = q_x / F \cdot \delta_{\min}$ . Para o trecho como um todo, com  $n_s = L / \delta_{\min}$  unidades espaciais, o número médio de paradas por viagem seria  $\hat{n}_{pv} = \hat{p}_p \cdot n_s = \frac{q_{m_{vp}}}{(1 + q_{m_{vp}})} \cdot L / \delta_{\min} = \frac{q_v}{(1 + q_v \cdot \delta_{\min} / L)} \cong q_v$  (para  $q_{m_{vp}}$  pequeno, como seria normalmente o caso).<sup>1</sup>

Admitindo que, com paradas livres, o percurso de acesso no corredor igual a  $k_p \cdot \delta_{\min}$  e há  $\hat{n}_{pv}$  paradas por viagem no trecho, o custo social global pode ser avaliado como:

$$\begin{aligned}
 CST = & \frac{VTP}{V_p} \cdot Q_{LT} \cdot (x_t + k_p \cdot \delta_{\min}) + \\
 & + \sum_t \left( VTV_0 \cdot Q_{0T} + VTV \cdot \frac{Q_{LT}}{2} \right) \cdot ((t_{ba} + t_l) \cdot \hat{n}_{pvt} + t_p \cdot q_{vt}) \cdot T_t + \\
 & + CV \cdot F_p \cdot ((t_{ba} + t_l) \cdot \hat{n}_{pvt} + t_p \cdot q_{vp}) + \\
 & + \sum_t \left( CH \cdot ((t_{ba} + t_l) \cdot \hat{n}_{pvt} + t_p \cdot q_{vt}) + \Delta c_{ba} \cdot q_{vt} \right) \cdot F_t \cdot T_t + \\
 & + \sum_t VTO \cdot \bar{q}_{av} \cdot F_{aot} \cdot t_{apt} \cdot F_t \cdot (t_l \cdot \hat{n}_{pvt} + t_p \cdot q_{vt}) \cdot T_t + \\
 & + \sum_t \Delta c_{aa} \cdot F_{aot} \cdot F_t \cdot (t_l \cdot \hat{n}_{pvt} + t_p \cdot q_{vt}) \cdot T_t
 \end{aligned}$$

e, portanto, utilizando uma caracterização média dos períodos e desprezando o efeito sobre o tempo de viagem dos usuários do trecho, pode-se concluir que a operação com paradas livres seria recomendada quando

$$\hat{n}_{pvt} - \frac{L}{d_p} \cdot p_p \leq \frac{k_p \cdot Q_x \cdot VTP / V_p \cdot L \cdot (d_p - \delta_{\min})}{(F \cdot (CV \cdot \psi_p + CH \cdot T) + VTV_0 \cdot Q_{0T}) \cdot (t_{ba} + t_l) + F \cdot (VTO \cdot t_{ap} \cdot Q_{aot} + \Delta c_{aa} \cdot N_{aot}) \cdot t_l + \Delta c_{ba} \cdot N_T}$$

<sup>1</sup> Estas são hipóteses simples, especialmente assumindo que todos os embarques e desembarques ocorrerão isoladamente. Da mesma forma como é feito para modelar processos de chegadas em intervalos de tempo, existem métodos análogos para modelar processos de chegadas em trechos ou áreas

ou 
$$\left( \frac{1}{\frac{L}{q_v} + \delta_{\min}} - \frac{1}{\frac{L}{q_v} + d_p} \right) \cdot \left( d_p^* + \frac{L}{q_v} \right)^2 \leq (d_p - \delta_{\min}),$$
 considerando as fórmulas obtidas para a probabilidade de parar e para o espaçamento ótimo entre pontos de paradas demarcados (que naturalmente recomenda paradas livres para  $d_p = d_p^* \leq \delta_{\min}$ ).

Esta verificação pode ser feita para qualquer espaçamento entre pontos de parada, incluindo o espaçamento ótimo. Em particular, considerando a condição  $d_p^* < d_{p\min}$ , um critério semelhante teria de ser utilizado quando  $\delta_{\min} \leq d_p^* \leq d_{p\min}$  para selecionar entre paradas livres e pontos de paradas com espaçamento  $d_{p\min}$  (com seleção de paradas livres quando  $CST_L < CST_m$ , onde  $CST_m$  é o custo social correspondente ao espaçamento  $d_{p\min}$ ). Neste caso, a verificação da superioridade da opção por paradas livres seria

$$d_p^* \leq \sqrt{\left( \frac{L}{q_v} + d_{p\min} \right) \cdot \left( \frac{L}{q_v} + \delta_{\min} \right)} - \frac{L}{q_v} = \hat{d}_p^*,$$
 que corresponde à solução para  $d_p^*$  com  $d_p = d_{p\min}$ .<sup>i</sup>

---

(ver LARSON/ODONI/85, itens 3.8 e 3.9) que também poderiam ser utilizados (neste caso, normalmente como processos não homogêneos).

<sup>i</sup> Ou seja, considerando a opção de espaçamento ótimo, as paradas livres devem ser adotadas para  $d_p^* \leq \hat{d}_p^*$ , o espaçamento mínimo deve ser adotado para  $\hat{d}_p^* \leq d_p^* \leq d_{p\min}$  e o espaçamento calculado deve ser adotado para  $d_p^* \geq d_{p\min}$ . É interessante observar que o valor de  $\delta_{\min}$  deve ser definido (a partir de observações de campo) para permitir utilizar estas expressões. Note que a condição original pode também selecionar a melhor

entre opções quaisquer por 
$$(d_{p1} - d_{p2}) \leq \left( \frac{1}{\frac{L}{q_v} + d_{p2}} - \frac{1}{\frac{L}{q_v} + d_{p1}} \right) \cdot \left( d_p^* + \frac{L}{q_v} \right)^2,$$

que podem corresponder ao arredondamento para valores inteiros de  $n_p$ .

Caso a opção com paradas livres seja considerada inadequada, por outros critérios,  $d_{p\min}$  deve sempre ser selecionado quando  $d_p^* \leq d_{p\min}$ , visto que a expressão de CST é essencialmente quadrática (e, portanto, convexa) em  $d_p$ .<sup>14</sup>

Em conclusão, a ótica do custo social permite explorar diversas características da decisão sobre localizar pontos de paradas (pelo menos na análise com modelos estilizados).

Há, entretanto, críticas importantes à aplicação da ótica do custo social, mesmo admitindo a hipótese de demanda fixa. Por exemplo, a hipótese de indiferença sobre a distribuição dos benefícios é naturalmente um ponto fraco da análise tradicional. Mesmo quando a redistribuição de custos e benefícios ocorre somente entre os usuários do sistema de TPCR/UP (que tem características socio-econômicas mais homogêneas que as da população da área urbana como um todo), este pode não ser um ponto de vista razoável. Por exemplo, pode-se questionar a atribuição de um mesmo peso para benefícios obtidos por usuários que fazem viagens curtas ou esporádicas e para usuários que fazem viagens longas e cotidianas, ou benefícios obtidos por usuários locais quando financiados pelo restante do sistema de TPCR/UP, ou a não observância de níveis mínimos de oferta que satisfaçam requisitos de universalidade de acesso ao serviço.

Deve-se observar que a incorporação da decisão sobre tarifação seria um dos requisitos mínimos para aplicar uma análise com enfoque distributivo. Outro requisito mínimo para avaliar a proposta obtida seria separar os efeitos nas diversas parcelas passíveis de ponderação diferente para os diversos grupos sociais. Por exemplo, benefício monetário e não monetário, benefício local e não-local, aumentos de custo, aumentos de subsídio cruzado ou subsídio externo, benefícios para usuários especiais ou para a comunidade ou sociedade como um todo podem ser ponderados de uma forma particular em uma análise sob a ótica do custo social, avaliações que podem ter de utilizar métodos

poucos aprimorados e com critérios normalmente sujeitos a grande variação, cuja precisão relativa deve ser considerada.

Aliás, as suposições usualmente adotadas pelos métodos tradicionais de valoração utilizados para obtenção de parâmetros para avaliação do custo social (que pondera atributos qualitativos) é em geral baseada nas medidas de disposição à pagar, que também são função da distribuição de renda existente (tanto quanto os preços de mercado). Pode-se, então, também questionar a diferenciação usual do valor do tempo de viagem para os usuários de transporte público e privado em função da renda dos usuários, mesmo reconhecendo alguma validade para os critérios que veem a remuneração relativa como uma medida da contribuição específica de cada indivíduo ao processo de produção (sua produtividade marginal, segundo a conceituação tradicional da Teoria Econômica).

Mesmo que não se considere estes aspectos normativos de avaliação social como relevantes ou pertinentes, deve-se reconhecer que a avaliação política (particular) das ações que é feita pelos grupos sociais leva fundamentalmente em conta as questões distributivas e cada um destes grupos age, vota ou mesmo opina, em função desta sua avaliação privada.

A elevação ou não da tarifa das linhas do corredor para compensar os custos decorrentes de aumentar a acessibilidade ao serviço interferem decididamente na forma como os usuários locais avaliarão a intervenção (em particular quando estes ponderam os custos monetários de uma forma diferente da média dos usuários).<sup>1</sup>

A definição da tarifação para os diferentes usuários permite examinar os conflitos de interesse entre operadores e usuários ou entre usuários locais ou não. Este aspecto é ainda mais importante quando são incorporados à análise os benefícios a outros usuários do transporte urbano (como os usuários de

---

<sup>1</sup> No caso de um problema com diversas variáveis de decisão, poderia haver interesse em utilizar soluções compensatórias (por exemplo, ao selecionar tipos de ponto de parada e espaçamento entre paradas).

automóveis) que tem condições socio-econômicas bastante distintas (e normalmente bastante superiores, tanto no usufruto do sistema de transportes quanto no seu poder de consumo geral).<sup>15</sup>

Naturalmente, a questão última e fundamental refere-se aos critérios adotados para ponderar os benefícios auferidos pelos diferentes grupos sociais (ou sua contribuição para cobertura dos custos correspondentes). Neste aspecto, que deseja ir além da elucidação de impactos diferenciais entre grupos sociais afetados, tem basicamente dois caminhos factíveis:

- a imposição de restrições de níveis mínimos de oferta que satisfaçam critérios de universalidade de acesso aos serviços de TPCR/UP, que corresponde ao conceito de necessidades básicas;

- a definição de pesos para os benefícios líquidos auferidos pelos diferentes grupos sociais afetados, usualmente em função da renda média individual das famílias.

A incorporação destes aspectos aponta para uma necessidade, mais que possibilidade, para uma análise realista das decisões de projeto discutidas no contexto do transporte urbano. Entretanto, mesmo neste contexto, a análise apresentada tem potencialidades normalmente não exploradas, que correspondem à possibilidade de avaliar o custo em termos de eficiência das diferentes ações orientadas por motivações distributivas.<sup>16</sup>

### 3.3. Considerações sobre Aplicabilidade dos Resultados

Uma primeira questão que pode ser colocada a partir da obtenção de um critério de decisão seria a de verificar a razoabilidade dos resultados propostos (a questão da validação).

Na maior parte das vezes, os técnicos em transportes e as partes envolvidas podem avaliar os resultados, pelo menos de sua ótica particular. Na verdade, estas avaliações de usuários e operadores foram incorporadas na formulação e o resultado proposto busca ser uma solução de compromisso entre as preferências de cada parte interessada.

Na verdade, a questão da validação de um modelo normativo parece ser bastante delicada (um aspecto aparentemente não considerado adequadamente até agora). Para evitar discussões extensas, a análise da aplicabilidade dos resultados será feita apenas a partir de uma avaliação técnica subjetiva.

Com os parâmetros típicos de custo para o tipo de veículo ônibus comum e de qualidade para o usuário de baixa renda, a fórmula numérica seria:

$$d_p^* = \sqrt{(1,2756 + 0,0536 + 0,0351) \cdot \frac{F}{q_x} + 0,0207 \cdot \left( \frac{q_0}{q_x} + \frac{L}{2} \right) - \frac{F}{q_x}} \quad (\text{em km})$$

com F em viagens/hora (média do dia),  $q_x = Q_x/T$  em passageiros/hora-quilômetro (médio, densidade total),  $q_0 = Q_0/T = F \cdot q_{v0}$  em passageiros/hora (médio, total) e L em quilômetros.<sup>i</sup>

---

<sup>i</sup> Para os custos unitários foram adotados os valores de 90 US\$/dia e 24 US\$/hora (sem incluir custos quilométricos). Foram assumidos também fator de frequência no pico igual a 1,5 vezes a média no dia, período de operação igual a 20 horas/dia (6 horas seriam pico), tempo fixo perdido

As parcelas constantes distinguidas na expressão numérica correspondem ao efeito dos custos operacionais, do custo do consumo de combustível correspondente às paradas e da interferência no tráfego geral (que é dominado pelo efeito no consumo de combustível dos demais veículos motorizados). Pode-se verificar que as aproximações usualmente adotadas no Brasil são razoáveis, visto que o termo relacionado com os custos de operação é dominante (devendo incluir, no entanto, a parcela correspondente à alocação dos custos fixos por veículo).

Os impactos sobre os usuários de passagem e sobre os usuários do trecho também podem ser distinguidos (tendo-se admitido o mesmo valor do tempo de viagem para ambas as categorias de

usuários) na expressão  $\left(\frac{q_0}{q_x} + \frac{L}{2}\right)$ , que também pode ser escrita

$$\left(q_{v0} + \frac{q_v}{2}\right) \cdot \frac{L}{q_v} = \left(q_{v0} + \frac{q_v}{2}\right) \cdot \frac{F}{q_x}. \text{ Pode-se ver que o efeito sobre o tempo}$$

de viagem dos usuários do trecho pode ser desprezado quando  $q_{v0} \gg q_v$  (o número de passageiros embarcados no início do trecho é maior que o número de passageiros embarcados, por viagem). A comparação da importância relativa entre o efeito sobre os custos e sobre o tempo de viagem também depende basicamente do carregamento por viagem e pode ser relacionado com um efeito da ordem de 10% para cada 6 passageiros embarcados ou 12 passageiros embarcando no trecho.<sup>1</sup>

---

por parada de 14 segundos (incluindo desaceleração e aceleração com 7 segundos e o tempo morto na parada, com um pequeno efeito de fila), velocidade à pé igual a 4 km/h, valor do tempo no veículo de 0,5 US\$/hora e à pé de 1,5 US\$/hora, com  $k_p=0,25$ , para usuários de ônibus.

<sup>1</sup> É interessante notar que as Figuras e Tabelas apresentadas consideram um valor fixo de densidade de demanda ( $q_x$ ) e variam a ocupação média do veículo no início do trecho ( $q_{v0}$ ). Portanto, o aumento da frequência corresponde tanto a uma redução do número de usuários locais por viagem ( $q_v=q_x \cdot L/F$ ) quanto o aumento da demanda total que atravessa o trecho ( $q_0=q_{v0} \cdot F$ ), observação que permite entender melhor o padrão de variação dos resultados obtidos.

Por exemplo, em um corredor em área residencial com extensão de 5 km e densidade de demanda baixa, de cerca de 2,5 pax/h-km, as distâncias ótimas entre paradas em função da frequência de viagens ofertada e da demanda captada antes do corredor estão mostrados na Tabela 3.1, que inclui sua variação nos contextos de ênfase na redução de custos/melhoria de qualidade.

F \ q <sub>v0</sub>	0,00	5,00	10,00	15,00	25,00	40,00
1,00	373,00	399,38	424,92	449,69	497,18	564,04
2,00	269,20	307,32	344,17	379,87	448,20	544,21
3,00	150,00	150,00	192,03	236,04	320,23	438,42
5,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	150,00
10,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Obs.: O valor 0,00 indica paradas livres. As relações importantes são  $q_v = q_x \cdot L / F$  e  $q_0 = q_{v0} \cdot F$  (L é 5 km).

Tabela 3.1. Valores (em metros) do Espaçamento Ótimo em Áreas Residenciais - Baixa Demanda

Essa densidade de demanda é baixíssima (corresponde a uma média de 400 metros entre passageiros em cada hora). Neste contexto, seria interessante incorporar a probabilidade de não parar em um ponto e examinar a alternativa de operar com paradas livres (visto que, na maior parte do tempo, apenas 1 passageiro estará embarcando ou desembarcando).

Para uma densidade de demanda de 10,0 pax/h-km (média de 100 metros entre passageiros em cada hora), os resultados correspondentes seriam os da Tabela 3.2. Para esta densidade de demanda já não se verificou a conveniência de utilizar paradas livres (os valores de espaçamento são entretanto bastante menores que os recomendados com fórmulas que ignoram a probabilidade de não parar nos pontos).

F \ q <sub>v0</sub>	0,00	5,00	10,00	15,00	25,00	40,00
1,00	333,90	345,69	357,18	368,38	390,02	420,80
2,00	369,81	387,73	405,12	422,02	454,52	500,44
3,00	379,05	401,58	423,41	444,61	485,28	542,61
5,00	356,71	386,45	415,23	443,13	496,60	571,80
10,00	189,97	232,78	274,14	314,21	390,88	498,55

Obs.: As relações importantes são  $q_v = q_x \cdot L / F$  e  $q_0 = q_{v0} \cdot F$  (L é 5 km).

Tabela 3.2. Valores (em metros) do Espaçamento Ótimo em Áreas Residenciais - Média Demanda

Nas áreas centrais, em que tanto a densidade de embarques e desembarques quanto a demanda coletada nos veículos é maior, os resultados são naturalmente diferentes.

As Tabelas 3.3 e 3.4 mostram os espaçamentos recomendados para densidade de demanda de 1000,0 pax.hora/km (média de 1 metro entre passageiros em cada hora) com centros em que a extensão de percurso das linhas é igual a 1 km ou 2 km. Esta é uma densidade de demanda bastante grande e representa, portanto, uma situação extrema. Entretanto, para valores intermediários (até cerca de 50 pax/h-km) observou-se a tendência a recomendar a adoção generalizada do espaçamento mínimo entre paradas.

F \ q <sub>v0</sub>	0,00	10,00	25,00	40,00	60,00	100,00
10,00	150,00	151,51	160,87	169,75	180,94	201,55
20,00	174,05	184,46	199,14	212,91	230,09	261,31
50,00	230,32	248,24	273,27	296,50	325,24	376,95
70,00	255,37	276,96	307,04	334,89	369,29	431,05
100,00	283,13	309,30	345,69	379,32	420,80	495,14

Obs.: As relações importantes são  $q_v = q_x \cdot L/F$  e  $q_0 = q_{v0} \cdot F$  (L é 1 km).

Tabela 3.3. Valores (em metros) de Espaçamento Ótimo em Áreas Centrais Restritas - Alta Demanda

F \ q <sub>v0</sub>	0,00	10,00	25,00	40,00	60,00	100,00
10,00	175,43	180,94	188,92	196,59	206,40	224,78
20,00	199,14	208,41	221,65	234,20	250,02	279,18
50,00	248,24	265,15	288,93	311,15	338,81	388,92
70,00	270,93	291,60	320,55	347,50	380,94	441,29
100,00	296,43	321,78	357,18	390,02	430,66	503,79

Obs.: As relações importantes são  $q_v = q_x \cdot L/F$  e  $q_0 = q_{v0} \cdot F$  (L é 2 km).

Tabela 3.4. Valores (em metros) de Espaçamento Ótimo em Áreas Centrais Expandidas - Alta Demanda

Na verdade, um resultado mais preciso poderia ser obtido revisando para este contexto específico os parâmetros relacionados com a interferência no tráfego geral, o que não foi

realizado em função do efeito reduzido prenunciado e da falta de dados reais sobre os valores característicos a serem utilizados.<sup>1</sup>

Deve-se notar que, entretanto, os valores de espaçamento recomendados crescem significativamente para valores de frequência mais elevados, como os que seriam correspondentes aos fluxos de ônibus que justificariam medidas de tratamento prioritário para o TPCR/UP (isto é, da ordem de 100 on/h), especialmente quando as distâncias percorridas nas áreas centrais são maiores.

Pode-se notar que os valores obtidos, mesmo para estes casos extremos, são bastante razoáveis e correspondem a critérios de projeto factíveis na maioria dos casos, sobre os quais poderiam ser colocadas restrições adicionais como uma distância máxima de caminhada  $d_c$  (implicando em  $d_{pmax}=2*d_c - x_t$ ), além da distância mínima entre pontos  $d_{pmin}$  (para evitar interferências operacionais significativas).<sup>17</sup>

Os resultados apresentados consideram a opção de utilização de paradas livre e de espaçamento mínimo entre pontos de parada (determinados em função dos valores de  $\hat{d}_p^*$ , conforme anteriormente discutido) e estão incorporadas nas Figuras e Tabelas mostradas acima (admitindo 150 metros como distância mínima entre paradas e 20 metros como extensão da unidade espacial).

A análise considerando o efeito da movimentação de passageiros por viagem nos pontos sobre a probabilidade de parar é importante por alterar de forma significativa os resultados

---

<sup>1</sup> Foram adotados a ocupação média de 1,5 passageiros/veículo, o fluxo de 200 v/h de autos nas faixas com ônibus, o tempo médio de bloqueio de 3 segundos, para todos os casos. O valor adotado para o tempo de viagem foi de 2,0 US\$/hora para outros usuários e os custos por parada foram US\$ 0,50 centavos e US\$ 0,45 centavos, para ônibus e automóvel, respectivamente (a velocidade de percurso dos ônibus e autos, nas faixas com ônibus, também foram mantidas nos valores de 30 e 40 km/h, respectivamente), também para todos os casos.

obtidos (que de outra forma recomendariam um espaçamento crescente, monotonicamente, com a frequência de viagem e a distância entre usuários, o que não ocorre na análise revisada).

Este é um exemplo claro da importância de uma formulação teórica adequada, reconhecendo os aspectos mais relevantes do fenômeno estudado, para a obtenção de resultados aplicáveis.

A verificação da operação com paradas livres é também interessante visto que esta foi uma opção considerada recomendável em situações usuais nas áreas residenciais de menor densidade de demanda relativa à oferta.<sup>i</sup>

Uma visão mais global da variação do espaçamento ótimo com os parâmetros específicos de cada corredor pode ser obtido vendo que as expressões fundamentais, com os valores adotados para os parâmetros básicos, podem ser escritas como:

$$d_p^* = \sqrt{\left(1,3642 + 0,0207 \cdot \left(q_{v0} + \frac{q_v}{2}\right)\right)} \cdot \frac{L}{q_v} - \frac{L}{q_v}$$

e

$$\hat{d}_p^* = \sqrt{\left(\frac{L}{q_v} + 0,15\right)} \cdot \left(\frac{L}{q_v} + 0,02\right) - \frac{L}{q_v}$$

onde as variáveis mais importantes são  $q_{v0}$  e  $q_v$  (a demanda média por viagem no início do trecho e local ao trecho). Um esboço desta variação global está mostrado na Figura 3.2 e Tabela 3.5.

---

<sup>i</sup> Deve-se notar que a sensibilidade destes resultados, em especial em relação aos valores adotados para os parâmetros de custo (que são os mais importantes), é maior para valores menores de  $q_v$  e, portanto, torna-se necessário tomar uma posição mais conservativa para recomendar paradas livres (visto que o espaçamento mínimo, que vigoraria como alternativa quando as paradas livres não são recomendadas, é definido diretamente como critério da análise técnica).

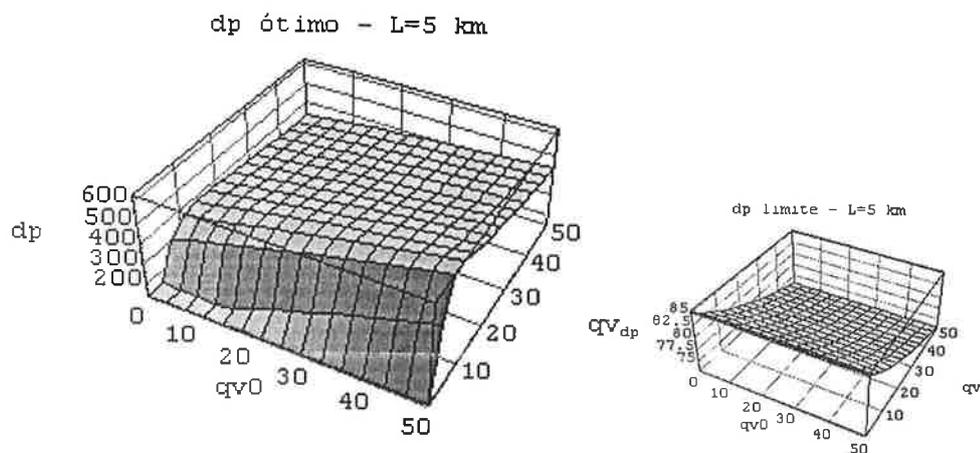


Figura 3.2. Espaçamento Ótimo - Variação Geral

$q_v \backslash q_{v0}$	0,00	1,00	5,00	10,00	20,00	50,00
1,00	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	0 / 0	196 / 0
5,00	352 / 189	358 / 198	379 / 232	405 / 274	455 / 353	590 / 566
10,00	341 / 356	345 / 362	360 / 386	378 / 415	413 / 470	507 / 619
20,00	296 / 376	299 / 380	309 / 397	321 / 416	345 / 454	410 / 557
50,00	234 / 333	235 / 336	241 / 345	249 / 357	263 / 379	301 / 440

Obs.: O valor 0 indica paradas livres. As relações importantes são  $q_x = q_v \cdot F/L$  e  $q_{v0} = q_0/F$  (pares de valores são para L 2/5 km)

Tabela 3.5. Valores (em metros) de Espaçamento Ótimo - Geral

A comparação entre os resultados correspondentes a cada caso analisado indica que as recomendações genéricas obtidas dos modelos estilizados seriam utilizáveis, a menos de especificidades de cada corredor que tornassem inviável adotar soluções próximas das sugeridas. Este é o ponto em que o recurso aos modelos práticos deveria buscar uma solução mais factível e

mesmo mais precisa (pela possibilidade de incorporar novos efeitos, como o congestionamento dos pontos de parada, ou novas decisões conjuntas, como a seleção de tipos de configuração para os pontos de parada).

### 3.4. Formulação de um Modelo Prático de Localização de Paradas

Embora os modelos estilizados possam percorrer um bom caminho no entendimento de um fenômeno, sua representação genérica pode comprometer a aplicação direta dos seus resultados. Em um contexto prático, existem diversas peculiaridades operacionais que tem de ser consideradas na decisão sobre localização dos pontos de parada e são ignoradas em um modelo estilizado.

Por exemplo, a demanda não é distribuída homogeneamente ao longo dos corredores (concentra-se próximo a grandes geradores de viagens ou a vias transversais importantes), os locais utilizáveis para implantação dos pontos de paradas são restritos (com graus diferentes de conveniência de sua utilização em função de impactos na fluidez ou segurança do tráfego de veículos motorizados ou de pedestres).

A incorporação em modelos formais das características específicas de um trecho (como a existência de locais especiais) e de algumas relações mais complexas (como o congestionamento nos pontos de paradas e a seleção de configurações) normalmente exigiria a solução baseada em procedimentos numéricos e, mesmo assim, ainda teria de ser adaptada pelos técnicos para viabilizar a implantação de suas recomendações.

Uma representação mais realista do corredor em análise poderia descrever as alternativas de localização como pontos discretos ou sub-trechos discretos e a demanda no corredor como densidades por sub-trecho e contribuições pontuais, conforme esquematizado na Figura 3.3.

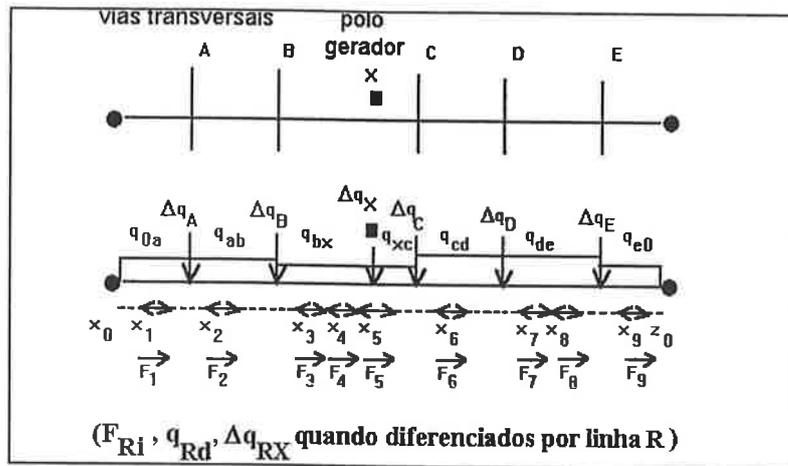


Figura 3.3. Representação Específica para Localização de Pontos de Paradas

Além disso, existem também fontes de erros numéricos na análise com modelos estilizados, decorrentes de hipóteses simplificadoras adotadas para viabilizar a obtenção de soluções analíticas, como ignorar indivisibilidades em variáveis importantes do problema (como o número de pontos e o acréscimo de frota e operadores) e desconsiderar o aproveitamento das ociosidades na operação usualmente decorrentes (visto que as indivisibilidades usualmente geram ociosidades na utilização dos recursos) ou ignorar a variação das características de operação entre diferentes períodos do dia e tipos de dia do ano (que tornariam a análise mais precisa mas também bastante mais trabalhosa, sem acrescentar aspectos muito importantes, a menos da distinção fundamental entre pico e fora-pico).

No caso específico da localização de paradas, o número de pontos intermediários no trecho é naturalmente uma variável inteira. Admitindo que o início e o fim do trecho são definidos por paradas já localizadas anteriormente, o número de paradas intermediárias seria a  $n_p = \frac{L}{d_p} - 1$ , onde  $d_p$  poderia ser diferente de  $d_p^*$ , em função da restrição de inteireza de  $n_p$ . Em casos mais gerais, em que a introdução de relações mais complexas

transformasse o comportamento da função objetivo (tornando-a multimodal ou não convexa), o número inteiro ótimo de paradas poderia ser distinto do arredondamento da solução contínua.

Entretanto, dado o número inteiro ótimo de pontos, a hipótese de um espaçamento homogêneo entre paradas também não é de forma geral adequada e somente seria aceitável se a hipótese de distribuição uniforme e homogênea da demanda fosse uma aproximação razoável e extensa e a demanda específica do trecho fosse pequena. Na verdade, como o espaçamento ótimo entre paradas é função da ocupação inicial do veículo no trecho (que é acumulada pelos embarques e desembarques em cada ponto), adotar um espaçamento homogêneo seria também contrário ao resultado obtido com modelos estilizados (a menos de haver balanceamento entre embarques e desembarques).

Mesmo considerando casos especiais, em que o cenário admitido na solução dos modelos estilizados estivesse mais próximo da situação real de um dado corredor, muitas vezes existem fatores que impedem a localização das paradas em um local inicialmente considerado adequado (como a proximidade das interseções, por exemplo, especialmente no caso de interseções semaforizadas que sofrem interferência significativa da operação dos pontos de parada e são gargalos estruturais em um corredor arterial).

As recomendações práticas usuais sobre localização de pontos de parada mostram que estas considerações diversas são bastante importantes.

Por exemplo, em EBTU/83 (ver item 3.3), o espaçamento entre paradas é tratado de forma simples: é recomendado adotar uma distância entre 300 e 500 metros em áreas residenciais e uma distância entre 150 e 350 metros em áreas centrais. Os aspectos práticos, por sua vez, são discutidos extensamente, em particular o posicionamento dos pontos nas quadras (antes ou depois da interseção, no meio de quadra, distância de semáforos) e seus pontos favoráveis e desfavoráveis (em especial quanto às

interferência com a capacidade nos semáforos ou com os movimentos de conversão e quanto à segurança ou conveniência para os pedestres), em conjunto com medidas de tratamento prioritário aos ônibus. O dimensionamento dos pontos de parada também é discutido em detalhe, tanto a determinação do número de posições de parada quanto a conveniência de utilizar pontos escalonados (e mesmo operação em comboios).

Em princípio, um modelo prático deveria considerar a maioria destas preocupações e adaptar as recomendações de projeto às peculiaridades de cada corredor.

A formulação que será analisada a seguir parte da suposição de que é possível segmentar cada trecho em um conjunto discreto de localizações possíveis em que o número de pontos de paradas a ser implantado seria um ou nenhum (isto é, haveria somente a decisão de localizar ou não um ponto de parada em cada uma das localizações possíveis).<sup>i</sup>

Em princípio, as localizações poderiam ser delimitadas permitindo superposições entre trechos adjacentes, pelo menos quando for pequena a possibilidade de ter dois trechos sucessivos selecionados para conter pontos de parada na mesma solução (por exemplo, com trechos de extensão menor que o espaçamento mínimo, como seria normalmente o caso). Admite-se, em todo caso, que cada localização candidata a ponto de parada pode ser associada a uma coordenada (dada)  $x_k$  e que há uma extensão mínima em cada

---

<sup>i</sup> Uma alternativa de análise seria utilizar como variável de decisão a localização ou não de paradas em um trecho onde sua implantação é possível e determinar a melhor localização do ponto de parada (ou dos pontos de parada). A decisão de localizar ou não e o número de pontos de parada em cada trecho seriam variáveis inteiras e a localização exata de cada ponto de parada poderia ser uma variável contínua auxiliar. A decisão de escolha do melhor ponto de parada para cada demanda agrupada espacialmente e por características socio-econômica também poderia ser incorporada, ao invés de relacionar diretamente a demanda aos pontos de parada ou trechos de via (o que permitiria tratar problemas em área e não apenas em corredores). Esta seria, entretanto, uma formulação mais complexa do ponto de vista matemático e talvez desnecessária em termos práticos (considerando o contexto usual da decisão). Uma exceção interessante, neste aspecto, é a decisão de localizar pontos de parada em um corredor ou nas vias transversais adjacentes, junto às interseções onde os itinerários deixam o corredor.

localização que permite acomodar uma parada (eventualmente restringindo o tipo de configuração que pode ser implantada em uma localização específica, quando esta decisão é também considerada).

Note que o trecho  $L$  é dividido em sub-trechos com densidade de demanda uniforme ( $q_d$  entre  $y_d$  e  $z_d$ , admitindo-se que a fração de desembarques em cada sub-trecho é  $\delta_d$ ) e com demandas localizadas no seu final ( $\Delta q_d$  em  $z_d$ , admitindo-se que a fração de desembarques em cada sub-trecho é  $\Delta_d$ ).<sup>1</sup> Não há correspondência necessária entre estes sub-trechos e localizações candidatas e a distância de acesso desta demanda distribuída ou concentrada ao corredor não é considerada (o que seria um aspecto relevante se os geradores de demanda pudessem optar entre diversos pontos de parada considerando variáveis outras que a distância de acesso percorrida no corredor). Os pontos fixos extremos do trecho como um todo também delimitam sub-trechos, podendo haver demandas localizadas nos pontos fixos ou no trecho adjacente que utilizarão este mesmo ponto de parada e precisam ser consideradas (visto que afetarão o desempenho destes pontos extremos).

A análise teórica do modelo prático, com a utilização do mesmo procedimento aplicado ao modelo estilizado, seria muito difícil. No entanto, como a sua formulação buscou representar características específicas de cada corredor, provavelmente uma análise teórica seria pouco útil em função do maior número de variáveis a estudar (agora existem tantas variáveis quantas são as localizações candidatas) e do efeito significativo das

---

<sup>1</sup> Pode-se também caracterizar a proporção da demanda, embarcando ou desembarcando, que realiza travessia no corredor, visto que diferentes localizações candidatas podem apresentar características distintas de facilidade de travessia para os pedestres ou de interferência correspondente no tráfego veicular. Travessias paralelas aos corredores também podem ser importantes. Em ambos os casos, os tempos de viagem à pé poderiam ter de considerar alternativas mais complexas de rotas (pelo menos considerando a travessia local versus a busca de um dos semáforos mais próximos ao ponto de parada). Outra possibilidade é haver a caracterização de vinculação de demanda às linhas e das linhas aos pontos (a frequência, dada em cada segmento, varia ao longo do trecho em função de entradas e saídas de linhas no corredor).

variáveis específicas (por exemplo, a posição de um grande gerador de viagem ou de um trecho extenso em que a implantação de um ponto de parada não é viável). Portanto, neste caso uma análise numérica é plenamente justificável.

A formulação de um modelo prático e de um algoritmo numérico para sua solução pode partir das seguintes observações:

- a contribuição da decisão de implantar ou não uma parada em uma localização para o custo da solução depende somente da posição dos pontos de parada adjacentes à localização analisada (e não da decisão para todas as demais localizações, antes ou depois dos pontos de parada adjacentes);

- dada a contribuição ao custo social acumulada até a parada  $k$ , com último ponto anterior em alguma localização  $j$  dada, anterior a  $k$ , a contribuição da decisão de implantar ou não o ponto de parada na localização  $k$  somente pode ser calculada se for conhecido a localização do ponto de parada seguinte.

Ambas as observações sugerem a utilização de um modelo de programação dinâmica ou markoviana, como esquematizado na Figura 3.4, em que a decisão sobre implantar ou não um ponto de parada em cada localização caracteriza um estágio.

No caso da formulação proposta, o estágio  $k$  analisa o atendimento da demanda nos pontos entre  $0$  e  $k$  admitindo a hipótese de um ponto de parada em  $k$ . Entretanto, a variável de estado após a decisão no estágio  $k$  (o custo social atingido) somente pode ser calculada conjecturando uma dada localização do ponto de parada posterior (considerando que algumas localizações candidatas foram rejeitadas), informação que tem de ser incorporada na descrição de estado no estágio  $k$ . O custo da transição pode ser calculado a partir da decisão de implantar ou não ponto de parada nas localizações anteriores, ou melhor, da suposição de que haverá ponto em alguma localização anterior,

selecionando-se a melhor opção para este ponto anterior, em cada estágio, que define a solução ótima parcial.

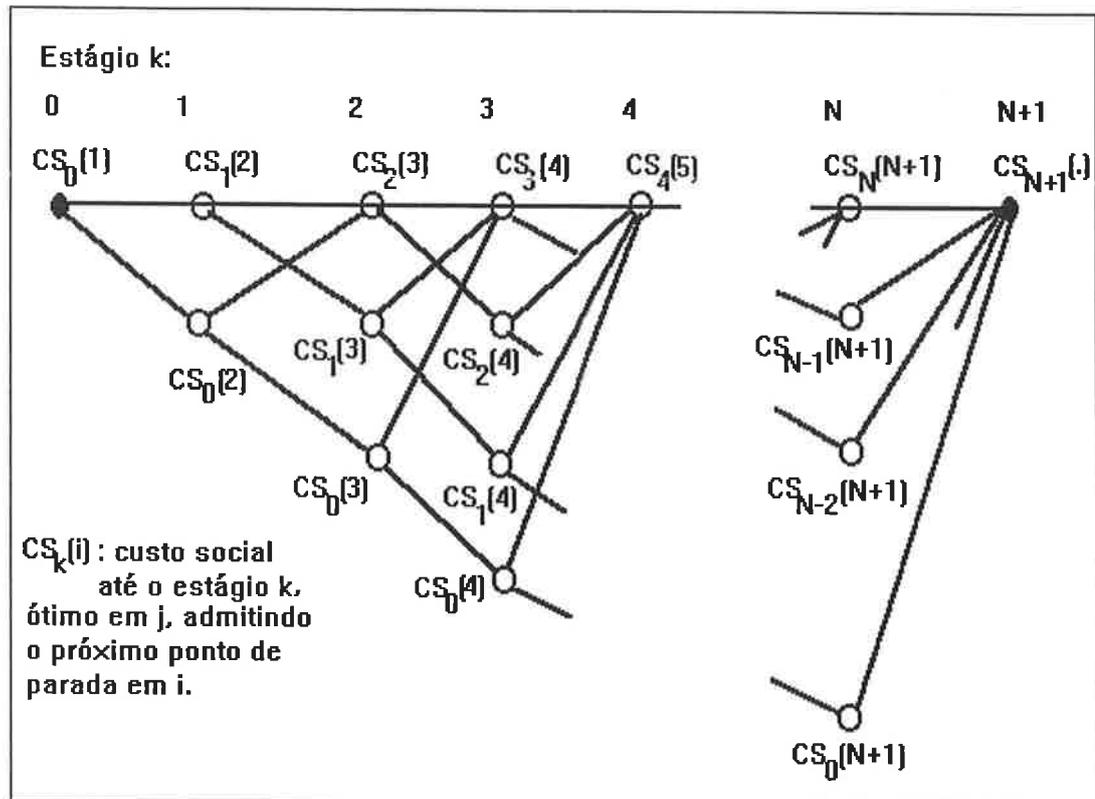


Figura 3.4. Estratégia de Localização de Pontos de Paradas com Programação Dinâmica

Os pontos de parada inicial (0) e final (N+1) são definidos na delimitação do trecho, havendo N localizações candidatas admissíveis para implantar os pontos de parada intermediários (somente  $n_p$  serão usadas, número não conhecido). Um estágio  $k$  pode corresponder à determinação da forma ótima de atendimento da demanda nos pontos de 0 a  $k$ .<sup>18</sup>

De maneira geral, a partir de um estágio  $k$ , se  $k$  não é o último ponto do trecho (isto é, exceto para  $k=N+1$ ), deve-se

avaliar o custo social ótimo  $CS_k[i]$ , de atender a demanda nos pontos de 0 a k com ponto de parada em k e depois somente em i, o que é feito tomando a decisão ótima no estágio k (isto é, verificando a melhor opção entre os pontos de parada anteriores j variando de 0 a k-1), para cada i de k+1 a N+1 (ou seja, para cada conjectura possível para o ponto seguinte).<sup>1</sup> Esta observação define a relação recursiva:

$$CS_k[i] = \min_{\{j\}} \{CS_j[k] + \Delta CS_k[j,i]\}$$

(onde  $CS_j[k]$  foi calculado no estágio j, representando o efeito até o ponto j com algum ponto anterior ótimo l, e  $\Delta CS_k[j,i]$  é o custo adicionado pelo ponto k, que pode ser calculado a partir do estado anterior (j,k) e da decisão de ter o próximo ponto em i, como ilustrado na Figura 3.5).

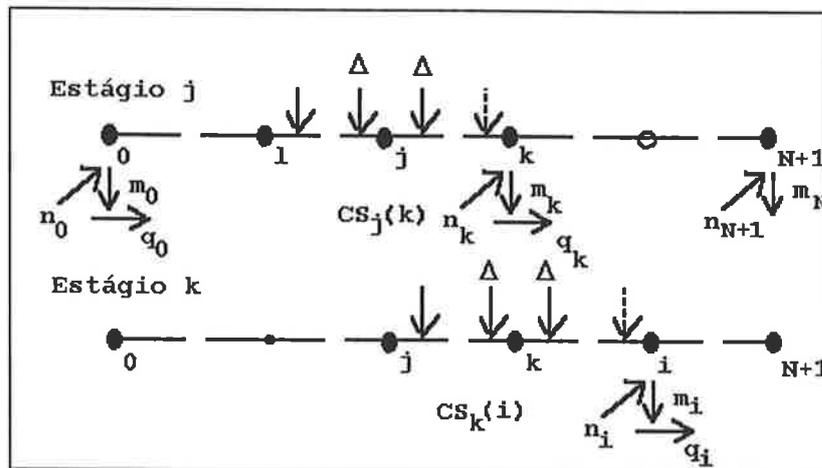


Figura 3.5. Avaliação do Custo Social nos Estágios

<sup>1</sup> No caso de  $k=N+1$ , basta selecionar a melhor parada anterior j, visto que os pontos em N+1 e fora do trecho são conhecidos e não serão alterados. Note que a demanda atendida até o estágio k inclui uma parcela dos passageiros gerados após k que o utilizam (que será um termo constante no estágio N+1).

Portanto, a obtenção do custo social  $CS_k[i]$  é feita selecionando o melhor estado anterior  $j$ , que incluiu o estado atual  $k$  como ponto seguinte (mas sem incluir o efeito em  $k$ ), e o custo adicional gerado pelo ponto de parada em  $k$  com ponto anterior em  $j$ , na suposição de ponto de parada seguinte em  $i$ .

Note que a transição de  $CS_j[k]$  para  $CS_k[i]$  mantém o ponto de parada em  $k$ , incorporando a definição da ausência de outros pontos de parada entre  $j$  e  $k$  e adicionando a hipótese de novo ponto de parada em  $i$  para calcular o custo social gerado pelo ponto  $k$  (condicional ao ponto seguinte ser  $i$ ).

Desta forma, todos os possíveis estados para a configuração de paradas no corredor serão adequadamente examinados e a comparação utiliza dados de custo calculáveis e consistentes (que referem-se ao atendimento da mesma demanda nos pontos de  $0$  a  $k$  quando o ponto seguinte é fixado e, por isso, a demanda que usa  $k$  é fixada). Naturalmente, a opção ótima para o ponto anterior para  $CS_k[i]$  deve ser anotada em uma variável auxiliar  $j_k[i]$  para permitir recuperar a solução ao final do procedimento.

Note também que o custo  $CS_k[j]$ , por incluir os pontos de  $0$  a  $k$ , garante considerar o custo social total do trecho  $L$  ao atingir o estágio final ( $N+1$ ) e que é preciso ter os dados referentes ao trechos adjacentes aos pontos  $0$  e  $N+1$ , antes e depois do trecho  $L$ , para efetuar os cálculos necessários (referente a toda a demanda afetada).<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Note que embora o tempo total de atendimento aos usuários some a uma constante (todos os embarques e desembarques do trecho  $L$ ), a falta de simetria no problema torna importante saber em que ponto as maiores esperas ocorrem (ao contrário do modelo estilizado, que admitia demanda homogênea e, portanto, simétrica) ! Como a probabilidade de não parar é também função da demanda que utiliza o ponto, este termo terá de ser considerado da mesma forma (e também terá uma influência maior).

As formulações de programação dinâmica usualmente definem as funções de transição para calcular o valor da função objetivo de cada estado (k,i) do estágio seguinte k (no caso o custo social CS) nas relações de recorrência, dado a função objetivo em cada estado anterior (j,l) obtido até o estágio precedente k-1 que permite a transição (ver, por exemplo, MINOUX/83, capítulo 9) e o valor incremental acumulado em função da própria transição (no caso,  $\Delta CS$  no ponto de parada k).

Portanto, o procedimento básico é o cálculo deste custo social incremental, utilizando a função de transição, que adiciona a demanda nos sub-trechos d entre j e i que utilizam o ponto k (e considera a demanda anterior que usa k, acumulada entre os pontos j e k). Esta avaliação depende da alocação da demanda entre pontos adjacentes (genericamente r e s, não necessariamente em localizações adjacentes).

Seguindo as hipóteses adotadas anteriormente, os passageiros entre r e s dividem-se de forma que  $x_{rs} = \frac{(x_r + x_s)}{2}$  delimita a área de influência de cada ponto de parada, para qualquer sub-trecho d com demanda interna. Pode-se então determinar a fração ou extensão dos usuários de cada sub-trecho que utiliza cada ponto ( $\alpha_{dr}^{rs} = \frac{x_{dr}^{rs}}{(z_d - y_d)}$  e  $\alpha_{ds}^{rs} = \frac{x_{ds}^{rs}}{(z_d - y_d)}$  para a demanda distribuída e  $\Delta q_{dr}$  e  $\Delta q_{ds}$  para a demanda concentrada), e a suas distâncias médias de acesso ( $\bar{x}_{dr}^{rs}$  e  $\bar{x}_{ds}^{rs}$  para a demanda distribuída,  $z_d - x_r$  e  $x_s - z_d$  para a demanda concentrada).<sup>19</sup> Estas frações seriam iguais para todas as linhas, no caso de distinguir sua demanda específica (com uma repartição dada), e períodos.

A demanda do trecho r a s alocada ao ponto de parada r é  $q_r^{rs} = \sum_d (x_{dr}^{rs} \cdot q_d + \Delta q_{dr})$ , sendo  $n_r^{rs} = \sum_d (x_{dr}^{rs} \cdot q_d \cdot (1 - \delta_d) + \Delta q_{dr} \cdot (1 - \Delta_d))$  embarques e  $m_r^{rs} = \sum_d (x_{dr}^{rs} \cdot q_d \cdot \delta_d + \Delta q_{dr} \cdot \Delta_d)$  desembarques (note que

$q_r^{rs} = n_r^{rs} + m_r^{rs}$  e que uma proporção  $(1-\delta_d)-\delta_d = 1-2\delta_d$  da demanda distribuída e  $(1-\Delta_d)-\Delta_d = 1-2\Delta_d$  da demanda concentrada de novos usuários fica embarcada no veículo após r).

A demanda total no ponto de parada r deve considerar a alocação dos dois trechos, anterior  $q_r^{0r}$  e posterior  $q_r^{rs}$ , e a movimentação média de passageiros por viagem é igual a  $qm_r = (q_r^{0r} + q_r^{rs})/F_r$  (valor a utilizar no cálculo da probabilidade de parada  $p_{pr}$  no ponto r e do tempo médio dispendido por parada atendendo  $qv_r = qm_r/p_{pr}$ ). O fluxo de passageiros embarcados no veículo antes do ponto r passará de  $q_{0r}$  a  $q_{0s}$  após o ponto r, em direção ao ponto de parada s, sendo  $q_{0s} = q_{0r} + n'_r + n_r - m'_r - m_r$ , onde  $n'_r$  e  $m'_r$  são o total de embarques e o total de desembarques no ponto de parada r do trecho anterior a r (que depende da localização do ponto anterior). Os valores correspondentes do trecho r a s alocados a s são utilizados para calcular estes dados e seriam  $q_s^{rs} = \sum_d (x_{ds}^{rs} \cdot q_d + \Delta q_{ds})$ ,  $n_s^{rs} = \sum_d (x_{ds}^{rs} \cdot q_d \cdot (1-\delta_d) + \Delta q_{ds} \cdot (1-\Delta_d))$  e  $m_s^{rs} = \sum_d (x_{ds}^{rs} \cdot q_d \cdot \delta_d + \Delta q_{ds} \cdot \Delta_d)$ . Note estes valores serão utilizados para obter o custo social na transição para qualquer ponto seguinte a partir de r a s (como  $q^{0s}$  no estágio  $k=s$  na opção de ter  $j=r$  como ponto anterior).<sup>20</sup>

Deve-se também observar que é necessário incorporar, como dado externo, a demanda nos pontos extremos do trecho:  $q_0$  é o fluxo que entra no trecho,  $q'_0$  é o fluxo de embarques e desembarques do trecho anterior no ponto inicial, sendo  $n'_0$  embarques e  $m'_0$  desembarques,  $q_{N+1}$  é o fluxo de embarques e desembarques do trecho posterior ao ponto final N+1, sendo  $n_{N+1}$  embarques e  $m_{N+1}$  desembarques (o carregamento final  $q_{0,N+1}$  pode ser fornecido mas seu valor deve ser consistente com a movimentação no trecho).<sup>21</sup>

Ambas as informações podem também ser facilmente diferenciadas por linha e período.

A partir destas considerações e das hipóteses utilizadas na análise do modelo estilizado, podem ser calculados, de forma bastante geral, os termos de custo social gerado pelo ponto k  $\Delta CS[j,k,i]$  entre os pontos de parada j e i:

- o termo relacionado com acesso aos pontos seria

$$\frac{VTP}{V_p} \cdot \sum_{dt} [x_{dk}^{ki} \cdot q_{dt} \cdot \bar{x}_{dk} + \Delta q_{dk} \cdot (z_d - x_k) + x_{di}^{ki} \cdot q_{dt} \cdot \bar{x}_{di} + \Delta q_{di} \cdot (x_i - z_d)] \cdot T_t,$$

incluindo o acesso de j a i até k (visto que este termo não depende do tempo dispendido adiante);

- o termo relacionado com o tempo de viagem adicional seria

$$\left( \sum_t VTV_o \cdot q_{otk} \cdot T_t \right) \cdot \left( (t_{nt} + t_{ba} + t_l) \cdot p_{ptk} + t_p \cdot qv_{tk} \right),$$

que depende de j e i em função de  $q_{otk}$  (que acumula automaticamente os passageiros no trecho) e de  $qv_{tk}$  e  $p_{ptk}$ ;

- o termo relacionado com o custo relativo à frota e horas de operação e ao consumo de combustível nas paradas seria

$$\left( CV \cdot F_{pk} + \sum_t CH \cdot F_{tk} \cdot T_t \right) \cdot \left( (t_{nt} + t_{ba} + t_l) \cdot p_{ptk} + t_p \cdot qv_{tk} \right) + \sum_t \Delta c_{ba} \cdot p_{pkt} \cdot F_t \cdot T_t,$$

que depende de j e i em função de  $qv_{tk}$  e  $p_{ptk}$  somente;

- o termo relacionado com o impacto no tráfego geral e usos lindeiros à via (defronte à localização k) seria

$$\left( \sum_t (VTO \cdot q_{aot} \cdot t_{apt} + \Delta c_{aa} \cdot F_{aot}) \cdot F_{tk} \cdot T_t \right) \cdot \left( (t_{nt} + t_l) \cdot p_{ptk} + t_p \cdot qv_{tk} \right) + \Delta R_k,$$

que depende de j e i em função de  $qv_{tk}$  e  $p_{ptk}$  somente.<sup>22</sup>

Todas estas expressões podem ser detalhadas diferenciando também dados por linha. Uma dificuldade particular, neste sentido, decorre do fato de ter linhas com itinerários distintos que abandonam o corredor ao longo de sua extensão. A frequência

de viagens, neste caso, seria  $F_{Rt}$  e assumiria um valor nulo após a interseção de saída das linhas no corredor. Neste caso, teriam de ser considerados os pontos de parada imediatamente fora do corredor, em cada itinerário alternativo. Além de admitir estes pontos como fixos, pontos que substituiriam os pontos adiante e posteriores à saída das linhas do corredor para avaliar de forma adequada o custo social global para cada linha, seria necessário considerar a distância excedente de caminhada da demanda gerada após a interseção de saída do corredor (que poderia ser representada como uma demanda local concentrada).<sup>i</sup> Estas particularidades são difíceis de representar (exceto de forma aproximada) quando as diferentes linhas não são distinguidas.

Note que não há dificuldade para acomodar uma função de desempenho qualquer para os pontos de parada e calcular o tempo médio de espera dos veículos em fila  $\bar{t}_n$ , desde que seus parâmetros possam ser obtidos a partir de  $qv_{tk}$  e  $p_{ptk}$  somente (e de dados conhecidos, como a programação dos semáforos adjacentes, por exemplo), mesmo com funções específicas para cada localização candidata.<sup>ii</sup> Esta flexibilidade decorre naturalmente da generalidade do método de programação dinâmica.

---

<sup>i</sup> Para modelos estilizados, a identificação das linhas que servem cada trecho seria um critério natural para delimitar trechos de análise em um corredor (em função de sua formulação, que admite de condições homogêneas, em particular para a oferta de viagens). Para os modelos práticos, além de ser desejável incorporar esta característica, existe um aspecto adicional que tem de ser usualmente analisado que corresponde à conveniência de deslocar os paradas de parte das linhas (as que saem) para fora do corredor, ao deslocar um ponto de parada para depois da interseção de saída destas linhas (e localizar um ponto alternativo próximo nas vias adjacentes). A análise adequada deste aspecto teria que considerar a possibilidade de alterar o conjunto de linhas eletivas de parte dos usuários e, por esse, a qualidade de serviço experimentada e a repartição de demanda correspondente (considerados fixos até aqui). A seleção do melhor ponto de parada e a previsão da repartição da demanda entre linhas seriam, então, aspectos relevantes para análise adicional.

<sup>ii</sup> Este é em geral o caso para uma dada configuração do ponto de parada e permite analisar questões práticas como o efeito de localizar os pontos de parada antes ou depois dos semáforos. Em qualquer caso, mesmo quando não é necessário selecionar entre tipos de configurações, a possibilidade de ter funções de desempenho específicas para cada localização candidata traz o encargo adicional de avaliar ou calibrar os

A incorporação da seleção da configuração adequada para os pontos de parada no corredor poderia também ser considerada mas faria crescer o espaço de estados, que teria de ser descrito também pelo tipo de configuração adotado para o ponto k (o que pode não ser um peso muito grande se apenas alguns locais permitem implantar pontos com características especiais).<sup>i</sup>

Da mesma forma, nesta formulação não haveria dificuldade em incorporar as restrições ou funções de custo mais diretamente relacionadas com o efeito das indivisibilidades de frota e pessoal (e considerar o aproveitamento da ociosidade na utilização de veículos e operadores). Cada uma destas preocupações geraria uma variável de estado auxiliar que poderia ser calculada e atualizada em cada estágio e para cada transição de estado possível (desde fossem convenientemente expressas e mantivessem a estrutura recursiva). Entretanto, estes efeitos foram excluídos de consideração para o contexto específico de decisão sobre pontos de parada em função da dependência de outras variáveis que flutuam durante o que seria um ciclo típico de revisão desta decisão.<sup>23</sup>

Naturalmente ainda existem diversos aspectos tratados de forma pouco detalhado na formulação do modelo prático proposta, notando-se resumidamente os seguintes:

- não considera outras configurações espaciais além do corredor linear (e a seleção entre pontos próximos localizados em vias distintas);

---

parâmetros aplicáveis a cada local (aspecto para o qual existem poucas formulações teóricas e estudos de campo).

<sup>i</sup> A relação de recorrência com a incorporação da seleção do tipo de configuração p seria  $CS_k[p,i] = \min_{\{j,o\}} \{CS_j[o,k] + \Delta CS[j,k,p,i]\}$ , onde o custo social incremental em k não depende das configurações dos demais pontos de parada (a menos de haver uma influência significativa desta variável sobre a repartição da demanda entre pontos adjacentes).

- não considera a relação da vinculação da demanda às linhas de uma forma mais geral (em particular para os pontos de entrada e saída das linhas no corredor e nas suas adjacências).

A necessidade de formulações mais complexas traz algumas questões novas à formulação do problema. Configurações em que o corredor linear ramifica-se em extensões independentes poderiam também ser incorporadas com a mesma formulação básica e maior esforço computacional (como em FURTH/86b). No entanto, configurações gerais provavelmente tornariam melhor substituir a estratégia de solução com programação dinâmica ou markoviana (em função da dificuldade de formular uma decomposição sequencial).<sup>24</sup>

Esta é, entretanto, uma discussão diferente da que motivou a formulação deste modelo prático.

A questão que se quer analisar neste ponto do trabalho é de outra natureza e pode ser formulada desta maneira: em que medida os resultados do modelo estilizado são utilizáveis ou o uso de modelos práticos é essencial.

### 3.5. Aplicação à Definição da Localização de Pontos de Parada em um Contexto Real: Av. São Paulo-Sorocaba/SP

A primeira questão metodológica que interessa analisar prescinde de uma aplicação prática de ambos os modelos de análise (estilizado e prático).

Salta aos olhos a relevância do modelo estilizado para a formulação do modelo prático. Dito de outra forma, o modelo prático é um detalhamento do modelo estilizado.

Os diversos aspectos discutidos na análise teórica do modelo estilizado tem implicações diretas para um modelo prático construído a partir dele (por exemplo, a incorporação da possibilidade de operar com paradas livres ou de incorporar o efeito do congestionamento dos pontos de parada para analisar também suas opções de dimensionamento.<sup>i</sup>

A segunda questão metodológica que interessa analisar, entretanto, é essencialmente prática: qual o grau adicional de aplicabilidade obtido com um modelo prático.

Esta é uma preocupação que exige a análise comparativa dos resultados de ambas as formulações (o modelo estilizado e o modelo prático).

Naturalmente, adaptações à solução sugerida pela análise teórica do modelo estilizado podem ser feitas diretamente pelos técnicos, pelo menos quando a diferença entre a solução teórica e uma configuração adequada e viável não é muito grande. Quando

---

<sup>i</sup> Um modelo estilizado poderia também ser útil para gerar solução inicial razoável como ponto de partida para a solução numérica do modelo prático. Este aspecto computacional também foi ilustrado na discussão anterior, embora esta alternativa (atraente, pelo menos do ponto de vista teórico) não seja usualmente utilizada.

este não é o caso, a formulação de um modelo prático, mesmo passível de análise numérica apenas, é fundamental.

Esta é a questão que será analisada no final deste capítulo.

Na verdade, a aplicação de modelos quaisquer, estilizados ou práticos, inclui outra faceta de sua validação: tanto a preparação dos dados que o alimentam quanto a utilização dos seus resultados são aspectos fundamentais em uma aplicação e não são de forma nenhuma triviais (na maior parte dos casos).

Embora problemas desta natureza estejam inevitavelmente envolvidos na comparação que será feita a seguir (tornando-a menos objetiva), deve-se observar que o objetivo pretendido é apenas o de obter uma avaliação preliminar da diferença (qualitativa) entre resultados que se pode esperar da aplicação de modelos estilizados e práticos. O resultado desta comparação é, naturalmente, específica para cada problema e para cada formulação utilizada para analisá-lo.

Mesmo para um problema e uma formulação específicos, as conclusões podem ser variadas em diferentes contextos de aplicação (no caso, diferentes tipos de corredores). A análise a seguir deve ser vista, portanto, como um primeiro passo no sentido de avaliar esta questão (em apenas um contexto específico).

Neste caso, o contexto específico da análise é um corredor típico do TPCR/UP em cidades de porte médio, pelo menos no Estado de São Paulo. O corredor da Av. São Paulo, na cidade de Sorocaba/SP, é o acesso principal ao centro de uma das suas maiores áreas residenciais. Este corredor ligasse à Rodovia Raposo Tavares, que segue em direção à São Paulo (distante cerca de 100 km adiante), tendo feito parte do antigo traçado desta rodovia.

O entorno imediato do corredor é ocupado por um significativo comércio setorial e a extensão do corredor abriga uma atividade



Os dados operacionais sobre o corredor foram coletados em final de Novembro de 1996, através de pesquisas de embarque/desembarque em uma amostra de viagens, para os três períodos, em dias úteis. Estes dados foram aferidos e expandidos através de pesquisas de frequência, realizadas no pontos de parada inicial e final do trecho (nestes pontos também foi realizada uma pesquisa específica para verificar a fração da demanda correspondente aos passageiros internos ao corredor). A Figura 3.7 mostra a localização atual dos pontos de parada no corredor.

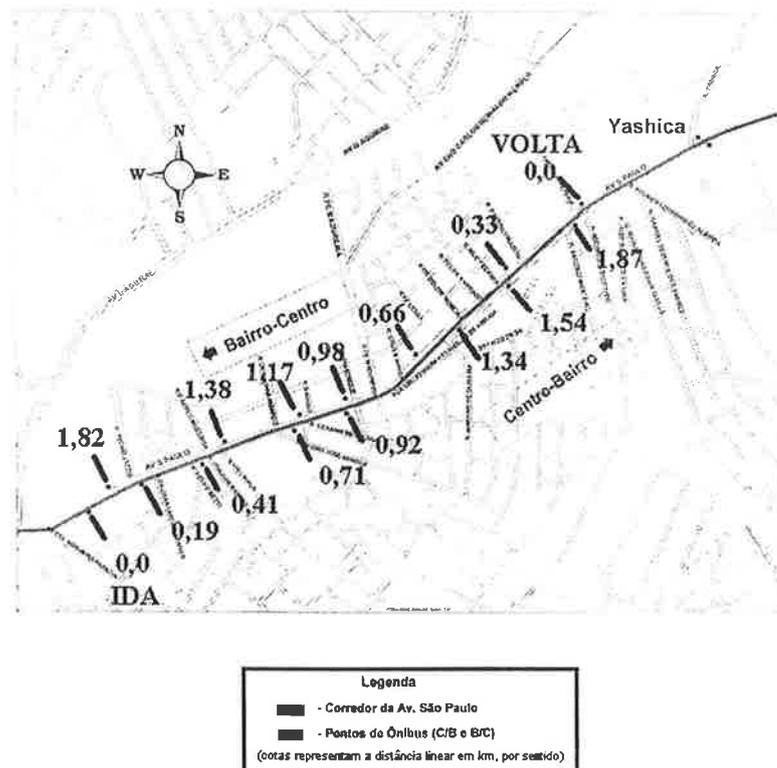


Figura 3.7. Localização Atual dos Pontos de Parada

O resumo das informações obtidas está mostrado nas Tabelas 3.6 e 3.7, por sentido de operação.

Sentido	IDA				C/C'	924,00			B/B	945,00	1.869,00
No. Ponto	C	1	2	3	4	5	6	7	8	B	
Distância	0,00	532,00	192,00	223,00	292,00	217,00	420,00	196,00	329,00	427,00	
Período	MANHÃ	06:30	10:00	Referência		1 hora					Fph30
Frequência	F0		27			F0		16			1,33
Fluxo	Q0		637			Q0		477			1,93
Embarques	41,67%	22	4	7	5		4	1	11	33,33%	
Desembarques	40,91%	5	24	17	29		12	5	13	78,10%	
Período	MEIO-DIA	10:00	16:00	Referência		1 hora					
Frequência	F0		26			F0		15			1,08
Fluxo	Q0		738			Q0		522			1,24
Embarques	29,58%	32	15	8	14		8	5	6	45,95%	
Desembarques	56,52%	3	3	6	9		15	6	6	64,39%	
Período	TARDE	16:00	20:30	Referência		1 hora					
Frequência	F0		28			F0		17			1,29
Fluxo	Q0		680			Q0		431			1,36
Embarques	17,86%	32	15	26	26		17	33	18	68,18%	
Desembarques	87,50%	1	3	3	14		15	5	9	43,90%	

Obs.: Dados médios horários por período. Dados em negrito diferenciam trechos C/C' (de B'/B).

Tabela 3.6. Dados do Corredor - Sentido Ida (Centro-Bairro)

Sentido	VOLTA	B/B'	660,00	C'/C	1.156,00			1.816,00
No. Ponto	B	2	3	4	5	6	7	C
Distância	0,00	334,00	326,00	323,00	184,00	214,00	435,00	574,00
Período	MANHÃ	10:00		Referência	1 hora			
Frequência	F0	15		F0	50			1,58
Fluxo	Q0	527		Q0	803			1,64
Embarques	43,90%	13	23	24	27	7	4	83,33%
Desembarques	68,18%	14	8	12	18	26	29	56,71%
Período	MEIO-DIA	10:00		Referência	1 hora			
Frequência	F0	16		F0	46			1,29
Fluxo	Q0	474		Q0	707			1,57
Embarques	64,39%	17	22	19	34	11	25	81,56%
Desembarques	45,95%	5	6	11	30	10	37	70,98%
Período	TARDE	16:00		Referência	1 hora			
Frequência	F0	16		F0	48			1,11
Fluxo	Q0	578		Q0	827			1,55
Embarques	78,10%	17	9	10	19	8	2	73,39%
Desembarques	33,33%	6	11	3	8	8	19	35,43%

Obs.: Dados médios horários por período. Dados em negrito diferenciam trechos C'/C (de B/B').

Tabela 3.7. Dados do Corredor - Sentido Volta (Bairro-Centro)

Em relação aos dados admitidos na formulação do modelo prático, não foram obtidos dados sobre demandas geradas por pólos de viagens existentes no corredor e não puderam ser calculadas informações confiáveis ao nível das diferentes linhas que percorrem o corredor. Foram verificados os locais impróprios para localizar pontos de parada e é conhecida a posição das principais interseções do corredor (em que há semáforos que, por um lado, podem sofrer efeitos dos pontos de parada e, por outro lado, podem facilitar a travessia dos pedestres).<sup>i</sup>

Pode-se verificar que o corredor pode ser dividido em 2 trechos, considerando a densidade de linhas que o percorrem. Os dados referentes a cada trecho e sentido e os espaçamentos atuais e calculados estão mostrados na Tabela 3.8.<sup>ii</sup>

Sentido	Trecho	L (km)	qv0	qv	d-atual	d-otimo
Ida	C/C'	0,92	25,77	4,39	231	429
	B'/B	0,94	30,09	3,90	315	458
Volta	B/B'	0,66	33,30	4,34	330	413
	C'/C	1,16	16,20	2,90	289	431

Tabela 3.8. Dados para Aplicação do Modelo Estilizado

Ao invés de tentar definir diretamente a localização dos pontos de parada, preferiu-se antes aplicar o procedimento de análise com o modelo prático (que fornece uma resposta

<sup>i</sup> Não foram considerados, entretanto, tempos fixos adicionais que poderiam representar atrasos em semáforos no percurso paralelo ao corredor (na travessia de vias transversais) ou na sua travessia.

<sup>ii</sup> Os valores obtidos são significativamente menores que os obtidos com fórmulas alternativas que não consideram a probabilidade de não parar nos pontos. Por exemplo, com a fórmula proposta em EBTU/87 (no anexo ao vol.3), e com valores dos parâmetros revisados de acordo com os adotados neste trabalho, as recomendações seriam 639, 701, 565, 830 metros, respectivamente.

diretamente utilizável, que poderá sugerir critérios para utilização dos resultados do modelo estilizado).

Na vistoria realizada em campo, foram identificados como locais impróprios para localizar pontos de parada as extensões com restrições geométricas (afunilamentos da via), de visibilidade (que trariam problema de segurança ao tráfego) ou operacionais (interferência direta com os semáforos principais ou com estacionamento muito intensamente utilizado). A Figura 3.8 mostra os locais candidatos identificados.<sup>i</sup>

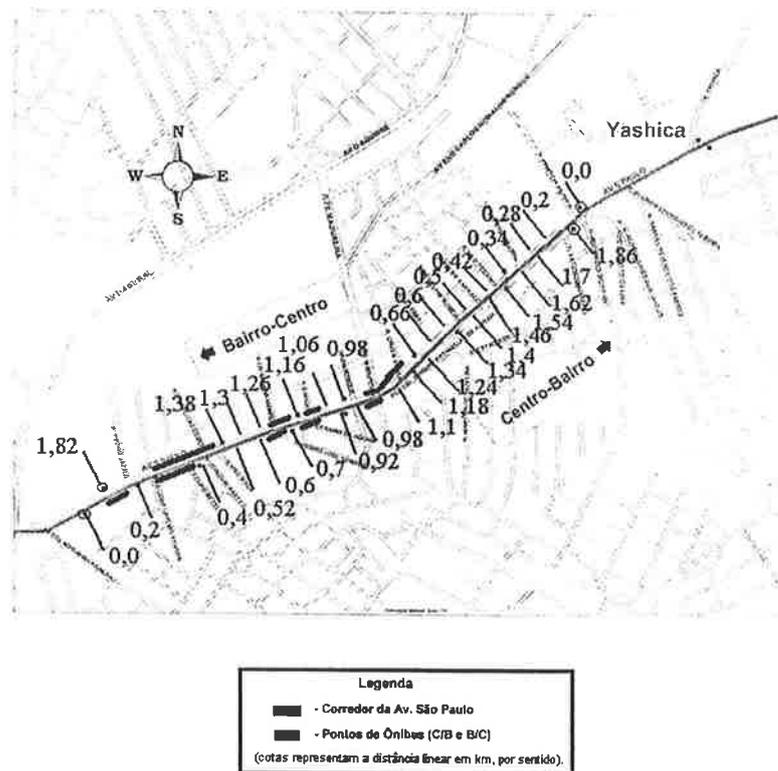


Figura 3.8. Locais Candidatos a Pontos de Parada

<sup>i</sup> Admitindo um espaçamento mínimo de 150 metros, as extensões imediatamente adjacentes aos pontos fixos foram ignoradas. A partir deste limite, foram definidos locais viáveis utilizando uma distância de resolução de 20 a 50 metros.

A caracterização dos sub-trechos de demanda foi feita a partir dos dados sobre os pontos de parada atual. Em princípio, admitiu-se a hipótese de divisão equitativa da demanda entre ambos os lados de cada ponto e a hipótese de áreas de influência a meia distância entre os pontos de parada adjacentes. Com estas suposições foram calculadas as densidades de demanda em cada um dos sub-trechos. Apenas para dois locais introduziu-se uma hipótese de existência de demanda concentrada, que teve o objective de testar a sensibilidade do procedimento a dados desta natureza: admitiu-se que 50% da demanda do ponto que atende a Santa Casa de Misericórdia de Sorocaba e 20% demanda junto a interseção de entrada/saída das linhas com itinerário parcial no corredor são concentradas nestes locais (onde hoje há pontos de parada adjacentes).

Os resultados relativos à caracterização dos sub-trechos de demanda estão apresentados na Tabela 3.9 e 3.10, por sentido.

Coordenada	qe	qd	$\Delta qe$	$\Delta qd$		
1	0,0960	1195,30	198,24	298,65	17,17	Início do Trecho
2	0,1920	881,77	611,98			
3	0,3035	759,19	526,91			
4	0,4150	836,77	488,79			
5	0,5610	639,04	373,29			
6	0,7070	369,35	373,12	107,85	108,95	Santa Casa
7	0,8155	497,00	502,07			
8	0,9240	366,08	330,32	19,86	17,92	Entroncamento
9	1,1340	189,14	170,67			
10	1,3440	325,24	480,71			
11	1,4420	696,94	1030,10			
12	1,5400	920,41	407,65			
13	1,7045	548,33	242,86			
14	1,8690	473,25	361,09	70,82	44,02	Final do Trecho

Obs.: Densidade de demanda em pax/km. Total dia.

Tabela 3.8. Caracterização dos Sub-Trechos (Ida)

coordenada	qe	qd	$\Delta qe$	$\Delta qd$		
1	0,1670	879,39	339,15	79,34	50,76	Início do Trecho
2	0,3340	492,51	258,98			
3	0,4970	504,60	265,34			
4	0,6600	772,09	347,24			
5	0,8215	779,26	350,46			
6	0,9830	605,08	299,69	122,15	60,5	Entroncamento
7	1,0750	1062,17	526,09			
8	1,1670	1041,85	757,61	191,7	139,4	Santa Casa
9	1,2740	895,79	651,40			
10	1,3810	576,17	886,92			
11	1,5985	283,45	436,32			
12	1,8160	400,46	945,29	32,45	164,65	Final do Trecho

Obs.: Densidade de demanda em pax/km. Total dia.

Tabela 3.9. Caracterização dos Sub-Trechos (Volta)

A análise comparativa dos resultados obtidos com os modelos prático e estilizado será feita analisando apenas a solução obtida no trecho inicial (C/C') do sentido ida (0,92 km).<sup>i</sup>

A solução ótima obtida com o modelo prático indica a localização de um ponto em 0,52 (e a eliminação dos pontos atuais em 0,20 , 0,40 e 0,70). Além desta solução, as opções de ponto em 0,40 ou 0,60 ou 0,40 e 0,70 estão a menos de 5% da ótima, enquanto a configuração atual está a 11,7% da ótima. Portanto, pelo menos a eliminação do ponto em 0,20 seria recomendada. A solução ótima do modelo estilizado indica um espaçamento de 429 metros, o que corresponde a 2,14 divisões (isto é, 1,14 pontos intermediários) na extensão do trecho. Em vista da necessidade de adotar valores inteiros, os espaçamentos possíveis seriam de 460 metros ou 306 metros (correspondente a 1 e 2 pontos intermediários respectivamente). A comparação entre os espaçamentos viáveis (460 e 306 metros) indica que seria mais adequado adotar o valor maior, que seria localizado próximo ao ponto médio (460 metros), isto é, em 0,40 ou 0,52.

Em um trecho maior, pode haver divergência entre as recomendações em função do fato de que o modelo estilizado admite espaçamentos uniformes (o que não pode ser satisfeito na prática). Isto mostra a necessidade de estudar mais detidamente a aplicação dos resultados dos modelos estilizados, considerando também que outros efeitos foram negligenciados na análise teórica (como o congestionamento nos pontos de parada ou os aspectos distributivos). Como a solução mostrou-se flexível, poder-se-ia recomendar o arredondamento sempre para o maior número de pontos intermediários. Neste caso, as coordenadas dos pontos intermediários ideais seriam 0,306 e 0,712 e, utilizando os pontos mais próximos, seriam escolhidos 0,40 e 0,70 (eliminando-se 0,20).

---

<sup>i</sup> A aplicação do modelo estilizado e do modelo prático consideram que o ponto inicial e final dos trechos são fixos e estes passam a ser os pontos 1 (0,00) e 5 (0,92) do sentido ida em C/C'.

#### 4. DEMANDA COMPETITIVA EM MODELOS ESTILIZADOS: ESTABELECIMENTO DE CRITÉRIOS DE PROGRAMAÇÃO DA OFERTA DO TPCR/UP URBANO

Este capítulo tem o objetivo de fazer uma avaliação comparativa da aplicabilidade dos resultados obtidos com modelos estilizados, a partir da incorporação de diferentes aspectos teóricos que foram identificados como pontos importantes na revisão geral sobre os enfoques normativos em transportes urbanos, e no projeto de redes de TPCR/UP em particular. Para tanto, será considerado um dos problemas mais básicos relacionados com o estabelecimento da oferta do TPCR/UP: a definição da programação do serviço.

Como será observado, a análise deste aspecto permite discutir também algumas questões relacionadas com outras decisões essenciais, como a estruturação do serviço (isto é, a definição de linhas) e a seleção de tecnologia (isto é, a escolha entre tipos de veículos). Este é um ponto importante, embora não seja o escopo mais estrito da análise, visto que revela interações que são eventualmente consideradas simultaneamente no ambiente prático de decisão (e, portanto, sua ponderação configuraria um requisito para garantir a utilizabilidade dos resultados recomendados).

Na verdade, a programação da oferta é um primeiro problema básico da análise de sistemas de TPCR/UP que tem duas faces distintas: a definição da programação da oferta de viagens e a

definição dos critérios de dimensionamento do serviço. Ambas as decisões estão bastante próximas da operação do TPCR/UP e, normalmente, podem ser revisadas com ciclos distintos, da mesma forma que a articulação deste nível de decisão com os aspectos mais marcadamente estruturais (isto é, a definição de linhas e de tipos de veículo).

Portanto, embora os métodos de dimensionamento sejam apresentados de forma simples, interessa aqui a questão de estabelecer os critérios de dimensionamento (como a lotação de projeto ou o intervalo máximo entre viagens), aspecto que contém uma complexidade significativa e usualmente permanece subjacente aos procedimentos utilizados, sendo considerado de forma simplista e genérica (ver, por exemplo, PIETRANTONIO/87).

Naturalmente, a lotação de projeto está relacionada com a capacidade dos veículos. Entretanto, pode-se questionar a idéia de estabelecer como lotação de projeto para uma linha de curta extensão com baixa demanda e alta renovação o mesmo valor adotado para um linha longa extensão, com alta demanda e sem renovação de lugares no seu trajeto.

Tanto o impacto em termos de custo quanto de qualidade desta decisão de adotar a capacidade dos veículos como lotação de projeto é diferente nos dois casos. No primeiro caso, o impacto de uma nova viagem é pequeno em termos de custo e significativo em termos de qualidade (reduzindo significativamente a lotação no veículo e evitando impor um tempo de espera excessivo aos seus usuários), enquanto no segundo caso a situação é inversa (visto que uma nova viagem representa um acréscimo de oferta pequeno e o custo de operação na linha longa é maior). A possibilidade de atender novos usuários com a oferta de um serviço de melhor qualidade também seria um aspecto adicional a ser ponderado, eventualmente significativa (por exemplo, substituindo viagens à pé).

A necessidade de diferenciar o critério de dimensionamento da oferta é ainda mais claro quando é observado que parte da demanda pode eventualmente ser atendida por linhas de serviço alternativas, que podem ser competidoras e/ou ter custos diferentes. Neste caso, pelo menos do ponto de vista do sistema como um todo, parece natural considerar mais vantajoso atender esta demanda competitiva com mais oferta da linha de menor custo do que o contrário (critério que pode ser conflitante com os pontos de vista privados, por exemplo, de cada operador).

Vê-se, portanto, a importância de considerar na análise as duas facetas destacadas na revisão dos enfoques normativos em transportes urbanos: a necessidade de representar de forma adequada o conjunto de possibilidades técnicas de produção (e o efeito decorrente nos custos de prestação de serviço) e a necessidade de considerar de forma mais atenta a interação entre oferta e demanda no serviço (de forma a prever adequadamente o funcionamento do sistema e o atingimento de objetivos finais).

Além disso, deve-se considerar as interações desta decisão dentro de um contexto mais amplo da operação dos serviços de TPCR/UP. Por exemplo, a disponibilidade de frota global (dos operadores ou do sistema, segundo o ponto de vista) pode introduzir uma restrição importante a considerar. Por sua vez, as regras de utilização dos veículos (que estão implícitas nos critérios de dimensionamento do serviço) têm uma interdependência óbvia com o problema de seleção do tipo e número de veículos a operar em cada linha e no sistema como um todo (visto que determinam sua produtividade e rentabilidade relativas). Normalmente, ambas as decisões relacionadas seriam tomadas em um outro contexto, com um horizonte de análise e um resultado básico específicos (por exemplo, a análise de um período amplo, no caso da decisão sobre a frota de veículos, eventualmente considerando cenários alternativos em relação ao futuro, deveria definir decisões de investimento).

A seguir, o problema de determinação dos critérios de projeto para programação da oferta é colocado em um contexto mais geral com o objetivo de definir uma perspectiva clara para a concepção de um modelo normativo. A partir desta definição, as formulações usuais, baseadas na hipótese de demanda cativa, são revisadas e exploradas, incluindo-se algumas extensões imediatas consideradas importantes para sua aplicação.

O esforço final é, então, dirigido à análise de formulações especiais, que buscam principalmente adequar as recomendações de projeto a um contexto com representação de demanda competitiva, com formas alternativas de atendimento à demanda, verificando-se também a possibilidade de ter resultados mais sensíveis a partir do detalhamento de relações técnicas de produção (que pode eventualmente ser estendida com a consideração de demanda variável e competição com outros modos de transporte).

As questões analisadas neste capítulo serão examinadas especificamente com a utilização dos modelos estilizados.

Para cada formulação alternativa são analisadas as características da solução obtida e é verificada a viabilidade da utilização das recomendações de projeto (a partir de valores típicos dos parâmetros de custo e qualidade envolvidos, em comparação com os critérios de dimensionamento usualmente recomendados nas publicações técnicas tradicionais).

Como foi discutido no capítulo anterior, mesmo no contexto simples da decisão sobre localização de pontos de parada, as recomendações são muito sensíveis às distintas hipóteses teóricas admitidas. Portanto, esta questão foi considerada fundamental e justificou uma avaliação mais detida.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Recorde-se que, para o problema específico examinado no capítulo 3, a questão de selecionar uma formulação teórica adequada (especificamente a incorporação do efeito da probabilidade de não parar) mostrou-se mais importante para ter resultados adequados do que a obtenção de valores precisos para os parâmetros necessários e do que a formulação de um modelo prático detalhado. Estas conclusões devem ser, entretanto,

O objetivo é o de permitir selecionar um conjunto de hipóteses capazes de produzir recomendações realmente aplicáveis ao contexto prático, o aspecto considerado fundamental.

---

circunscritas ao problema e ao contexto específicos analisados e naturalmente não podem ser facilmente generalizadas.

#### 4.1. A Determinação de Critérios Técnicos de Programação da Oferta

A questão de determinar o critério de dimensionamento do serviço, expresso usualmente como lotação de projeto, é também tradicionalmente analisado com a aplicação do enfoque do custo social, sendo este o ponto de partida da análise que será feita a seguir (ver, por exemplo, JANSSON/80).

Em princípio, quanto maior a lotação admitida na viagem para o veículo de TPCR/UP, menor será a oferta necessária e menor o custo do serviço a ser remunerado (para os usuários ou para o poder público, ...). Dentro desta perspectiva, a lotação de projeto poderia ser estabelecida apenas pela capacidade física do veículo e decidiria pela oferta mínima viável para operação.

Entretanto, existem pelo menos três malefícios decorrentes de admitir maiores lotações de projeto:

- o conforto dos usuários nas viagens é pior (isto é, tem-se uma oferta com pior qualidade de serviço no veículo);
- o intervalo entre as viagens resulta maior (portanto, os tempos de espera aleatórios nos pontos são maiores e há também uma pior qualidade de serviço fora do veículo);
- a menor oferta de viagens resulta em menor sincronismo entre horários desejados e realizados de viagens (implicando em esperas adicionais no local do destino ou origem da viagem).<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Novamente, poderiam existir outros efeitos se fosse examinado este mesmo problema em um nível mais global (como os decorrentes de alterações da divisão modal no atendimento à demanda do transporte urbano). Entretanto, em uma análise mais global provavelmente seria necessário considerar simultaneamente outras decisões (pelo menos a decisão relativa à tarifa, ou melhor dizendo subsídio ao serviço, como

De maneira geral, pioras na qualidade de serviço correspondem a um maior custo generalizado de viagem, para cumprir um mesmo deslocamento, e podem representar reduções de demanda decorrentes de supressão de viagens (normalmente relacionadas com redução de bem-estar, quando motivadas por alterações no sistema de transportes) ou da transferência para outros modos de transportes (em particular o modo à pé, no caso do TPCR/UP), outros operadores (especialmente relevante em um contexto competitivo) ou outras linhas (também especialmente relevantes, em função do custo relativo de prover viagens em cada diferente linha de serviço).<sup>1</sup>

Dentro da perspectiva de estabelecer uma oferta ótima de serviço (que incorpora a lotação de projeto e o intervalo máximo, a frequência de serviço e a alocação da frota) seria então necessário distinguir diversos aspectos:

- a medida em que é necessário considerar a demanda global como variável e sensível às decisões tomadas (ou possível admitir a hipótese de demanda global fixa);

- a medida em que é necessário considerar o comportamento reativo dos operadores ou da demanda (mesmo no limite de uma suposição de demanda global fixa, mas em que existem opções de serviços a utilizar);

---

nas análises clássicas de SHERMAN/71 e GLAISTER/LEWIS/78, que estão revisadas, entre outros trabalhos, em STRAMBI/91).

<sup>1</sup> A realização das viagens, uma atividade custosa, é um indicador de que a atividade fim deve gerar algum benefício relevante. A menos de supressão de viagens que tenham sido causadas por alterações em características das atividades, pode-se concluir que seu benefício ou sua viabilidade foi eliminado pela piora no serviço de transporte. Se as características das demais alternativas de transporte permanecem as mesmas, e correspondem a formas previamente disponíveis e não selecionadas pelos usuários antes da mudança no serviço, as alterações no seu padrão de realização também seriam um indicadores de redução de bem-estar, caso contrário estas alternativas teriam sido escolhidas mesmo antes da piora no serviço. Note, entretanto, que a existência de outras alterações simultâneas ou o contexto de informação imperfeita tornariam a questão mais difícil de avaliar.

- a forma de estruturar decisões compatível com a organização administrativa do TPCR/UP e eficaz no seu ambiente operacional (o que pode ser uma característica específica de diferentes contextos de competição);

- a necessidade de considerar características aleatórias diversas (em particular a aleatoriedade na operação e a demanda aleatória e incerta) e os instrumentos operacionais (recursos de reserva, sobre-oferta, ...) para tentar minorar seus efeitos e de atingir os níveis de confiabilidade e regularidade desejados;

- a necessidade de diferenciar a oferta nos períodos de pico (que determina a frota necessária para operar o serviço e tem, em consequência, impacto maior nos custos de operação) e nos períodos fora-pico.<sup>1</sup>

A maior parte destas questões é pouco discutida e há pouca justificativa sobre as hipóteses de análise selecionadas em diferentes estudos.

Por exemplo, tomando o estudo tradicional de JANSSON/80, pode-se dizer que o autor considera adequado admitir que a demanda é fixa e cativa de cada linha de serviço, que a decisão sobre oferta ótima (formulada como frequência) é independente e determina diretamente a frota a ser utilizada (sem ponderar outros aspectos), que a aleatoriedade é desprezível (ou bastante "regular"), sendo apenas necessário diferenciar a oferta nos períodos de pico e fora-pico em função de seu impacto diferencial

---

<sup>1</sup> Naturalmente, existe pouca justificativa para desperdiçar a capacidade física de transporte de um veículo e pode-se argumentar que a escolha de um tipo de veículo adequado deveria solucionar as questões colocadas (aspecto que será analisado adiante). Entretanto, mesmo que existessem muitos tipos de veículo disponíveis no mercado, como as condições de demanda e oferta em uma linha de transporte coletivo variam significativamente ao longo do dia (e entre tipos de dia), seria custoso e trabalhoso alterar seguidamente a frota em operação de uma linha e manter uma frota de reserva para cada tipo de veículo capaz de garantir esta flexibilidade (e que ficará ociosa parte razoável do tempo). O problema apresentado sempre ocorrerá em algum dos períodos ou dias da operação, qualquer que seja o tipo de veículo que venha a ser adotado (inclusive com a estratégia de utilizar uma frota de operação mista com 2 ou 3 tipos de veículos).

sobre os custos. Não há uma discussão clara destes pressupostos mas estas conclusões podem ser deduzidas das características do modelo formulado (utiliza uma medida de demanda determinística por linha, diferente para pico e fora-pico, adota custos fixos unitários distintos para pico e fora-pico, não impõe uma restrição relativa à frota disponível ou de outra natureza, que indique a existência de uma decisão mais rígida, ou de nível superior, a ser observada).

Naturalmente, em função da dificuldade em avaliar a maioria destes aspectos, suposições como estas são bastante comuns e não podem ser consideradas inadequadas sem melhor análise.

Por exemplo, a definição da frequência corresponde a uma lotação de projeto que pode ser vista como característica genérica do tipo de serviço a ser oferecido e utilizada para dimensionar a frota necessária para operá-la. Esta decisão poderia fazer parte de uma análise de médio prazo (correspondente a definir a melhor forma de atender a demanda), o que permitiria não somente ignorar uma restrição de disponibilidade de frota como também sua característica de variável inteira. A análise não seria direcionada, portanto, para orientar decisões operacionais e poderia fornecer um parâmetro para estas decisões de nível inferior (seja a frequência definida, entendida como característica intrínseca do serviço<sup>1</sup>, ou então a lotação de projeto correspondente, permitindo ajustes à demanda).

As hipóteses que serão adotadas na análise a seguir partem da suposição de que há um nível superior de decisão que define o tipo de serviço a ser oferecido e o número e características dos

---

<sup>1</sup> Esta é uma suposição bastante próxima da prática de algumas empresas operadoras do transporte coletivo rodoviário de passageiros, embora não seja comum no contexto do transporte urbano. Ambos os critérios poderiam ser combinados para orientar uma estratégia de oferta mínima programada e ajuste por demanda (mesmo tempo real), na hipótese de frota disponível e eventualmente até em face da disponibilidade de uma opção de aluguel de veículos excedentes. Em ambos os casos, no entanto, poderia ser necessário formular modelos mais detalhados para um nível de decisão operacional. O objetivo desta discussão é mostrar que a relevância de uma formulação deve considerar o contexto de decisão correspondente.

veículos a serem utilizados (decisões sobre investimento) e que devem ser determinados parâmetros de serviço (cujo melhor exemplo seria a lotação de projeto) a serem utilizados como orientação para decisões de nível inferior (ligado diretamente ao planejamento e execução da operação do serviço).

As demais características serão discutidas ao longo deste capítulo, de forma breve, reservando-se especial atenção para representação do contexto de demanda competitiva (e da existência de formas alternativas de atendimento à demanda).

Da mesma forma que para o contexto de demanda cativa, o problema básico de definição dos critérios de dimensionamento de viagens (e por conseguinte da operação do TPCR/UP) é importante nos contextos de competição.

Em geral, diversos aspectos econômicos e institucionais são responsáveis por determinar as características específicas de cada contexto de competição.

Entre estes, o mais simples é o contexto de demanda competitiva: considera-se que os usuários, ou parte deles, pode escolher livremente (isto é, com critérios próprios) as linhas a utilizar dentro de um conjunto de alternativas existentes, mantendo a suposição de coordenação na seleção da estratégia de atendimento à demanda (hipótese que seria abandonada no contexto de oferta competitiva).

Esta é uma caracterização que tem em vista especificamente os contextos em que a oferta do serviço é em grande parte regulamentada (com eficácia quase perfeita).

Métodos de dimensionamento ou mesmo critérios práticos de projeto para situações de competição são raros na literatura técnica, embora sejam cotidianamente enfrentados na realidade operacional dos sistemas de TPCR/UP (em particular o contexto de demanda competitiva).

A existência de superposição no atendimento à demanda e o fato que os usuários escolhem a linha a utilizar em função de critérios de custo e qualidade, alguns dos quais relacionados com a oferta a ser definida, permite incorporar um grau de indução na alocação da demanda como objetivo ou instrumento da definição da oferta (como no exemplo anteriormente citado: se a mesma demanda pode ser atendida por uma linha de curta ou longa extensão, é conveniente que a maior parcela possível escolha a linha de curta extensão, em que o incremento de oferta é menos custoso e pode substituir as viagens de longa duração).

Estratégias deste tipo são normalmente praticadas pelos operadores e planejadores de transportes com base em critérios e procedimentos empíricos e pessoais (por exemplo, utilizando uma sobre-oferta na linha de curta extensão, o que corresponde a alocar mais frota operacional ou adotar menor lotação de projeto para estas linhas).

A hipótese de demanda global fixa (mesmo para o TPCR/UP como um todo) é adotada na maior parte da discussão. Portanto, novamente o enfoque do custo social é um ponto de partida relevante para a análise da decisão de oferta ótima com demanda cativa ou competitiva. No entanto, o arcabouço da Teoria da Utilidade Aleatória, utilizado para analisar o contexto com demanda competitiva, presta-se com facilidade à incorporação de hipóteses mais genéricas (como a existência da alternativa de não realizar a viagem ou a competição com outros modos).

A decisão básica a ser tomada pode ser relacionada com a alocação da frota entre linhas, escolha que permite incorporar com mais facilidade a restrição de frota disponível, examinando conjuntamente todas as linhas que participam do atendimento da mesma demanda (em um mesmo corredor, por exemplo). Entretanto, a decisão também pode ser relacionada com o estabelecimento da lotação de projeto ou da frequência de serviço e a análise geral da aplicabilidade dos resultados destas formulações pode ser

feita com mais facilidade examinando as recomendações em termos de lotação de projeto (o que também é realizado).

Deve-se notar que esta forma de representação é bastante semelhante às que estão implícitas nas estratégias práticas usuais de operação no contexto do TPCR/UP. Em geral assume-se uma hierarquia entre decisões sobre frota a adquirir, lotação de projeto a adotar e horários de partida programados, mas de forma pouco rígida.

Na verdade, o conceito de lotação de projeto é muito mais importante na literatura técnica sobre programação operacional do TPCR/UP do que pode sê-lo na realidade operacional, como se tanto a frota necessária quanto a programação de horários pudessem ser obtidos como resultados diretos da sua definição. A discussão a seguir sugere um contexto bastante mais flexível e a este papel serve a discussão mais detalhada sobre a determinação da lotação de projeto.

Nas situações mais usuais, a existência de uma frota de reserva permite minorar os efeitos de restrições de frota disponível (fazendo com que os impactos iniciais de alterações nas ordens de serviço reflitam sobre a confiabilidade e regularidade do serviço). Desta forma, a discussão normalmente fica condicionada à existência de uma programação de horários viável para cada cenário de dimensionamento do serviço (aí sim decisões fortemente condicionadas por restrições operacionais de viabilidade da programação, como indivisibilidade da frota, encadeamentos de viagem, utilização de operadores, e pelo efeito de aleatoriedades na operação, como variações nos tempos de viagem e ocorrência de incidentes operacionais).

Estas fontes adicionais de flexibilidade devem ser ponderadas e justificam hipóteses alternativas que podem ser válidas em contextos específicos (como a disponibilidade de frota, por exemplo, que será diferenciada a seguir). Portanto, a análise deve distinguir diferentes contextos de restrições (no exemplo, a

possibilidade de determinar a frota a utilizar, a necessidade de considerar uma restrição rígida relativa à disponibilidade de veículos ou a eventualidade de ter abundância de veículos à disposição e sem destinação alternativa).

Deve-se notar, entretanto, que é muito provável que a própria estrutura de decisões tivesse que ser repensada para ambientes operacionais distintos. Por exemplo, o contexto de oferta competitiva (correspondente a um menor grau de regulamentação do serviço de TPCR/UP) poderia ensejar uma forma de atuação distinta, em que conceitos de lotação de projeto fossem abandonados em troca de mecanismos de ajuste diante da concorrência (por exemplo, pela maximização da frequência ofertada nos períodos de maior demanda ou pela definição de um comportamento reativo que busca manter uma fração de viagens ofertada).<sup>1</sup>

Em certa medida, pode-se dizer que a evidência coletada nos últimos anos sobre a operação de sistemas baseados no princípio de remuneração por medição (isto é, com Câmaras de Compensação ou Caixas Únicas, ao invés da remuneração pela tarifa coletada) sugere uma maior atenção a aspectos desta natureza (que descrevem a forma de atuação dos operadores).

---

<sup>1</sup> O contexto específico do transporte rodoviário de passageiros é outro exemplo que permite ter um contraponto interessante: como a demanda regular é bastante inferior à que ocorre nos períodos de pico sazonal de demanda (normalmente relacionados com feriados especiais), a programação da oferta básica do serviço poderia ser formulada supondo a disponibilidade efetiva de frota (ponderando outros aspectos como imagem do serviço ou conveniência às atividades dos usuários) e o atendimento aos picos sazonais considerada como um problema de maximização da oferta ou do lucro (obtido na maior parte nestes períodos). Este é um tipo de interrelação pouco estudada e que justifica uma atenção mais detida.

#### 4.2. Oferta Ótima de Serviço com Demanda Cativa

Conforme a discussão anterior, o primeiro passo da análise será a aplicação de modelos estilizados para avaliação de critérios de decisão deduzidos sob a hipótese simplificadora de que a demanda das linhas de transporte coletivo é cativa de cada uma delas. Não é preciso prever o impacto das decisões operacionais sobre a repartição da demanda entre as linhas, visto que está sendo admitido que as linhas não competem entre si no atendimento de demandas significativas (isto é, que a estrutura das linhas especializa seu atendimento à demanda).

Naturalmente esta hipótese não corresponde à realidade da operação nos corredores de TPCR/UP. Entretanto, a demanda das áreas mais afastadas é, na maior parte das vezes, cativa de uma linha ou de um grupo de linhas que pode ser analisado conjuntamente. Mesmo quando isto não ocorre para parte significativa da demanda de uma linha, o impacto de variações na captação da demanda de uma das linhas em um corredor (a que está sendo analisada) pode não ser tão relevante (por exemplo, quando a oferta de todas as outras linhas existentes é suficientemente maior que a da linha considerada).

Portanto, a análise neste contexto é mais que um passo na direção de formulações mais complexas, que serão discutidas em seguida. Alguns dos resultados podem ser diretamente aplicáveis em contextos práticos, por considerarem a maior parte dos aspectos relevantes do problema e proporcionarem uma precisão suficiente para análise. Neste caso, justificar-se-ia a opção por uma formulação mais simples.<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> A questão relativa à precisão somente pode ser avaliada comparando os diferentes exercícios de aplicação com as formulações que foram consideradas relevantes para cada tipo análise de ambos os casos (com e sem demanda competitiva), o que será um passo dado a seguir.

Um modelo estilizado de análise para estabelecer os padrões de dimensionamento com demanda cativa pode partir das hipóteses seguintes:

- a demanda de passageiros de uma linha R nos períodos de pico e fora-pico é  $q_{RP}$  e  $q_{RF}$ , sendo a demanda total da linha  $Q_{RT} = q_{RP} \cdot T_p + q_{RF} \cdot T_f$ , onde  $T = T_p + T_f$  é a duração efetiva da operação em um dia (genericamente, a demanda da linha em um período  $t$ , com duração  $T_t$  seria  $q_{Rt}$ );

- a oferta necessária ao atendimento da demanda é determinada em função das lotações de projeto (para os períodos de pico  $C_{RP}$  e fora-pico  $C_{RF}$ , a serem definidas) e dos índices de renovação de passageiros nas viagens (para os períodos de pico  $IR_{RP}$  e fora-pico  $IR_{RF}$ );

- a extensão total da linha é  $L_C$  (ambos os sentidos), percorrida com velocidade comercial  $V_{cP}$  nos períodos de pico e  $V_{cF}$  nos períodos fora-pico e, admitindo inicialmente a operação em ciclos fechados entre terminais, a oferta é igual nos dois sentidos de operação;

- a frota alocada para operar o serviço na linha R é  $N_R$  e impõe-se uma restrição de viabilidade técnica da operação

relativa à linha  $F_{RP} = \frac{q_{RP}}{IR_{RP} \cdot C_{RP}} \leq \frac{N_R}{TC_{TP}}$  (e naturalmente também

$F_{RF} = \frac{q_{RF}}{IR_{RF} \cdot C_{RF}} \leq \frac{N_R}{TC_{TF}}$ ), onde  $TC_{RP} = \frac{L_c}{V_{cP}} + T_{iP}$  é o tempo de ciclo no

pico ( $TC_{RF} = \frac{L_c}{V_{cF}} + T_{iF}$  fora-pico), ou mais simplificada

$TC_R = L_c / V_c$  (incluindo o efeito do tempo de regulação na velocidade comercial de operação)<sup>i</sup>;

- a frota disponível para operar o serviço como um todo (para um operador ou para todo o sistema) também deve satisfazer uma restrição de viabilidade  $\sum_R N_R \leq (1-r).NT$ , onde NT é a frota disponível total e r é fração de veículos de reserva (definida segundo requisitos de confiabilidade da operação).

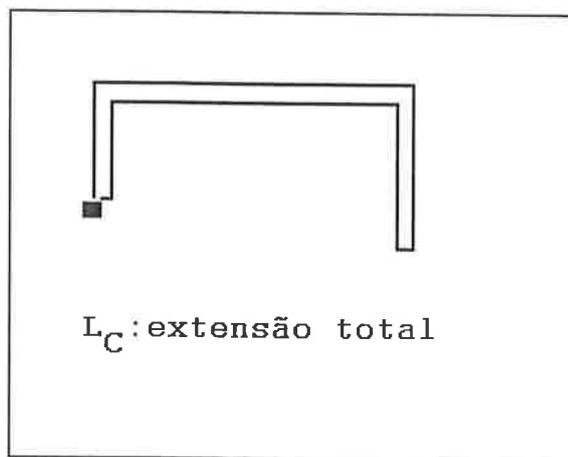


Figura 4.1. Esquema da Análise da Oferta Ótima de Serviço com Demanda Cativa

Formulações desta natureza são modelos bastante simplificados que já foram estendidos em diversas direções pelos estudos anteriormente revisados no capítulo 2. Por exemplo, além dos trabalhos na linha de JANSSEN/80, a consideração do contexto de demanda variável em FURTH/WILSON/81 e o tratamento da

<sup>i</sup> Esta simplificação será adotada ao longo de toda a discussão e não é de todo satisfatória. Existe uma interrelação entre tempos de regulação e a regularidade da operação no serviço, que é pouco conhecida e não parece ser pouco importante. Deve-se observar que os efeitos da irregularidade na operação são também pouco conhecidos e normalmente excluídos de modelos desta natureza, aspecto discutido no capítulo 2.

determinação da frequência em conjunto com outras decisões realizada na série de trabalhos iniciada por KOCUR/HENDRICKSON/82 ou TSAO/SCHONFELD/83 são estudos que admitiram estas hipóteses básicas de demanda cativa às linhas e operação em ciclos fechados com condições estacionárias.

O objetivo da reanálise feita aqui é somente o de estabelecer um ponto de partida para os desenvolvimentos e as análises posteriores e adicionar uma avaliação da aplicabilidade das recomendações para lotação de projeto que derivariam de um arcabouço como este (aspecto não explorado nos trabalhos anteriores, ainda mais com dados válidos para o Brasil).

Tradicionalmente, partindo da pré-definição dos períodos, o procedimento de análise investiga independentemente os períodos de pico e fora-pico, adotando o critério de alocar todos os custos relativos à frota somente ao período de pico (visto que este é o período que determina a sua aquisição).<sup>1</sup>

O parâmetro básico para determinar todos os itens de custo social é a frequência ofertada  $F=Q/(IR.C)$  ou  $F=N/TC$ , decorrente de estabelecer uma lotação de projeto  $C$  ou alocar uma frota de  $N$  veículos ao serviço, isto é,  $F_p = q_p / (IR_p.C_p) = N_r / TC_p$  e

$F_f = q_f / (IR_f.C_f) \leq N_r / TC_f$ , devendo-se ter  $F_f < F_p$  e  $NO_f < NO_p$  (restrições que normalmente decorrem das condições específicas da operação nos períodos de pico, onde há maior demanda dos usuários e menor produtividade na operação dos veículos).<sup>1</sup>

Resulta imediatamente que o total de quilômetros percorridos será  $KP=KMP+KM_f=F_p.T_p.LC+F_f.T_f.LC$ , o total de horas de operação será  $HO=HO_p+HO_f=F_p.T_p.LC/V_{cp}+F_f.T_f.LC/V_{cf}$  e a frota de em operação

---

<sup>1</sup> Na verdade, podem haver diversos períodos de pico ao longo do dia (e mesmo em diferentes tipos de dia e épocas do ano) e é importante analisar a vinculação de decisões relativas aos diferentes períodos (além de pico e fora-pico). Estes aspectos serão considerados adiante.

será  $NO_p = (F_p \cdot L_C / V_{cp} + T_{rp})$  e  $NO_f = (F_f \cdot L_C / V_{cf} + T_{rf})$  em cada período (devendo-se ter  $NO_p = N_R$  e  $NO_f < N_R$ ).

Admitindo a expressão simplificada usual para o custo total de operação  $CT = CV \cdot NO + CH \cdot HO + CK \cdot KP$ , todos as variáveis de serviço relevantes estariam determinadas.<sup>i</sup>

Portanto, o custo total do serviço seria calculado por  $CT_R = CV \cdot N_R + CH \cdot (HO_p + HO_f) + CK \cdot (KM_p + KM_f)$ , ou seja,

$$CT_R = \left( \frac{CV}{V_{cp}} \cdot T_p + \frac{CH}{V_{cp}} + CK \right) \cdot F_p \cdot T_p \cdot L_C + \left( \frac{CH}{V_{cf}} + CK \right) \cdot F_f \cdot T_f \cdot L_C \quad (\text{dado que}$$

admitiu-se  $N_R = NO_p$ ). Esta mesma forma pode ser deduzida examinando separadamente os períodos de pico e fora-pico, alocando os custos relativos à frota totalmente ao período de pico. Neste caso, os custos de operação de cada período são

obtidos diretamente, tendo-se  $\left( \frac{CV}{V_{cp}} \cdot T_p + \frac{CH}{V_{cp}} + CK \right) \cdot F_p \cdot T_p \cdot L_C$  no

período de pico e  $\left( \frac{CH}{V_{cf}} + CK \right) \cdot F_f \cdot T_f \cdot L_C$  no período fora-pico. Note

que, embora um critério de alocação desta natureza fosse defensável (visto que está sendo admitido que  $N_p > N_f$ ), não é preciso introduzir considerações desta natureza.<sup>ii</sup>

<sup>i</sup> Note que, a rigor, a expressão usual admite implicitamente a utilização da frota operacional de pico e pode ser, então, reescrita mais propriamente como  $CT = CV \cdot NO_p + CH \cdot HO + CK \cdot KP$  ou

$CT = CV \cdot N + CH \cdot HO + CK \cdot KP$  (onde  $N$  é a medida da frota alocada às linhas, eventualmente agregada de forma compatível), uma dubiedade comum na descrição das funções de custo. Neste caso, o coeficiente relacionado com custos fixos  $CV$ , além de considerar a necessidade de manter uma fração adicional de veículos de reservas para operar o serviço com confiabilidade, deve ponderar a possibilidade de compartilhar a utilização de veículos entre linhas (especialmente na utilização de carros de reforço), normalmente admitindo condições médias observadas.

<sup>ii</sup> A discussão sobre alocação de custos fixos é envolta por critérios arbitrários, baseados no senso comum. Um critério alternativo seria atribuir somente o custo dos veículos correspondentes aos carros de reforço  $NO_p - NO_f$  totalmente ao período de pico, e alocar os custos relativos aos carros base  $NO_f$  segundo um critério de rateio. Por exemplo, os critérios de alocação poderiam utilizar as horas de operação, o número de viagens ou os passageiros transportados em cada

Para incorporar o efeito sobre a qualidade de serviço, os resultados a serem utilizados são menos imediatos.

O tempo médio de espera dos usuários nos períodos de pico e fora-pico é normalmente relacionado com a frequência de viagens ofertada em cada período e do índice de regularidade correspondente, tendo-se  $TE_p = K_e / F_p$  e  $TE_f = K_e / F_f$ , considerando que os usuários conseguem tomar o primeiro ônibus.<sup>2</sup>

Este tempo médio de espera normalmente não inclui a espera no destino da viagem (ou na origem), em função da falta de sincronismo entre os horários desejados e realizados de viagem. Em geral, este termo adicional também poderia ser considerado função do intervalo entre as viagens e deveria sofrer a influência da irregularidade da operação, pelo menos no caso da existência de atividades que tem horários rígidos de início ou de término ou penalidades por desvios no horário (tipicamente o caso da atividade trabalho). Portanto, para um motivo de viagem dado, sua avaliação e valoração seria feita da mesma forma que o tempo de espera no embarque.<sup>3</sup>

Considerando a valoração do tempo de espera  $VTE$  e a demanda de cada período, tem-se um custo social igual a  $VTE.TE_p.q_p.T_p = VTE.K_e.IR_p.C_p.T_p$  no período de pico e  $VTE.TE_f.q_f.T_f = VTE.K_e.IR_f.C_f.T_f$  no período fora-pico.

O efeito no tempo médio de viagem dos usuários é normalmente negligenciado mas também poderia ser avaliado em dois aspectos distintos: o efeito da utilização e ocupação do veículo sobre seu tempo de viagem (em função de ter mais paradas para embarque e desembarque e de ter pior velocidade de operação, em especial em termos de desempenho para aceleração).

---

período (nessa ordem, atribuindo uma parcela progressivamente maior dos custos ao pico). Entretanto, a própria arbitrariedade da escolha do critério de rateio sugere que a alocação de todos os custos ao período que determina a aquisição da frota seria a única opção com base técnica e econômica.

Admitindo o atendimento ao mesmo padrão de demanda, o tempo de viagem dos usuários pode sempre ser assumido como uma fração fixa do tempo de ciclo, tendo-se  $TV_P = K_v \cdot LC / V_{CP}$  e  $TV_F = K_v \cdot LC / V_{CF}$  (ignorando as diferenças entre usuários que viajam grandes ou pequenas porções do trajeto). Normalmente, a questão poderia então ser traduzida em avaliar o efeito da movimentação de passageiros por viagem sobre o tempo de ciclo e em ponderar o efeito do nível de lotação do veículo no valor do tempo que expressa o desconforto correspondente na viagem.

Considerando que a lotação máxima na viagem será  $C_p$  no período de pico e  $C_f$  fora-pico, tanto a valoração do tempo de viagem, incorporando o efeito do nível de conforto (no caso, especificamente a lotação na viagem), quanto o tempo de ciclo resultante, incorporando o efeito da movimentação de passageiros (e considerando seu índice de renovação), seriam determinados pela decisão de lotação de projeto.

Mesmo admitindo que a influência da movimentação dos passageiros sobre o tempo de viagem (ou melhor, sobre o tempo de ciclo, que inclui um tempo de regulação) seja um efeito de segunda ordem (especialmente considerando a variação usual dos valores de lotação de projeto normalmente adotados), a relação entre desconforto e lotação nas viagens parece um aspecto mais crítico para a formulação de critérios de projeto adequado (em especial adotando uma perspectiva social ou considerando a demanda captada como variável, objetivos em ambos os casos sensível à qualidade de serviço).<sup>i</sup>

---

<sup>i</sup> A variação dos tempos de viagem é considerada, por exemplo, por JANSSON/80, onde é associado ao tempo para embarque/desembarque dos passageiros. Em geral o efeito das paradas não supera 10% a 15% do tempo de ciclo de linhas urbanas (ver SZÁSZ/93) e a incorporação do efeito referente à lotação no veículo (que é relacionado com um mecanismo de equilíbrio da qualidade de serviço) pode ser considerada mais importante. Além disso, a variação dos tempos de viagem traz complexidades adicionais não consideradas pelos métodos usuais de dimensionamento do serviço, que normalmente utilizam uma representação da demanda referida aos horários no terminal de partida das viagens. A referência temporal da demanda corresponde a uma transferência no tempo da demanda ao longo dos pontos de parada intermediários, no seu instante

Para representar o efeito sobre o conforto na viagem, seria normalmente importante considerar a capacidade física do veículo ou algum índice de ocupação relativa.<sup>1</sup> Usualmente admite-se que o desconforto na viagem é muito mais significativo para os passageiros que viajam em pé, função da densidade de ocupação da área útil para acomodá-los (ou invasão de outros espaços, como degraus de embarque/desembarque, faixa de circulação nos corredores internos, ...).<sup>4</sup>

Neste caso, a dependência do conforto no veículo em relação à densidade de passageiros ocupando assentos e área para passageiros em pé poderia ser expressa fazendo o valor do tempo no veículo ser função das variáveis de densidade ou lotação como  $VTV=VTV_C+V_{d_0}.d_0$  ou  $VTV=VTV_C+V_{t_0}.t_0$ , sendo  $d_0=C/C_V$  a densidade de ocupação da capacidade do veículo para uma lotação  $C$  e  $t_0=(C-C_A)/AU$  a taxa de ocupação da área útil para passageiros em pé correspondente (para  $t_0>0$ , isto é, para  $C>C_A$ ), ou funções não lineares como  $VTV=VTV_C+V_a/(a.C_V-C)$  ou  $VTV=VTV_C.a.C_V/(a.C_V-C)$ , para  $C<C_L$ , sendo  $C_L=a.C_V$  uma medida da capacidade física limite do veículo (onde o parâmetro  $a$  poderia ser obtido por calibração, da mesma forma que  $VTV_C$  e os demais parâmetros de desconforto pela lotação do veículo).<sup>5</sup>

---

de chegada, para o intervalo correspondente à partida da viagem utilizada para transportá-lo. A variação do tempo de viagem, e do horário de passagem por um ponto intermediário, torna ambíguo o intervalo de partida correspondente a cada intervalo de chegada ao ponto de parada.

<sup>1</sup> O conceito de capacidade física do veículo é menos objetivo do que pode parecer à primeira vista. Em qualquer definição usual, a capacidade do veículo pode ser escrita como  $C_V=C_A+C_E$ , onde  $C_A$  é o número de assentos disponíveis e  $C_E=t_{0c}.AU$  é a capacidade extra relacionada com a utilização admissível da área útil para passageiros em pé e  $C_V$  é a capacidade fixada para o veículo. Portanto, a idéia de capacidade física estaria relacionada com a definição de alguma taxa de ocupação limite (maior que a taxa de ocupação crítica  $t_{0c}$  que é usualmente admitida como sendo 6 a 7 pax/m<sup>2</sup> para passageiros em pé em veículos coletivos). Como o projeto do veículo fixa, quando muito, sua área disponível em planta, existiriam também decisões relacionadas com o lay-out interno do veículo que deveriam ser ponderadas (por exemplo, o número de assentos, a área por assento). Portanto, estes conceitos são, em certa medida, ambíguos.

A seleção entre estas formas alternativas deve considerar aspectos relacionados com a precisão relativa, e ponderar a disponibilidade de dados sobre os parâmetros introduzidos e a complexidade algébrica das expressões resultantes.

Na verdade, apesar da evidente importância do efeito relacionados com os níveis usuais de lotação observados nas viagens do TPCR/UP sobre o conforto dos usuários, existem poucos estudos práticos a respeito. Portanto, em uma primeira análise, pode-se admitir a expressão linear como uma aproximação adequada (introduzindo a verificação explícita dos limites usuais de capacidade).<sup>1</sup>

De forma mais geral, o desconforto pode ainda ser melhor relacionado com a lotação de projeto (no trecho crítico da viagem) utilizando um fator adicional de correção  $K_0$ , função da ocupação média ao longo da viagem. Neste caso, considerando a demanda de cada período e traduzindo a variação do valor do tempo de viagem em função da lotação de projeto, tem-se um custo social igual a  $(VTVC+VTC.K_0.Cp).K_v.LC/V_{cp}.qp.Tp$  no período de pico e  $(VTVC+VTC.K_0.CF).K_v.LC/V_{cf}.qf.Tf$  no período fora-pico.

Portanto, o custo social relacionado com a qualidade do serviço para as lotações de projeto  $C_p$  e  $C_f$  seria igual a  $VTE.K_e.IR_p.C_p.Tp+(VTVC+VTC.K_0.Cp).K_v.LC/V_{cp}.qp.Tp$  no período de pico e  $VTE.TE_f.qf.Tf=VTE.K_e.IR_f.C_f.Tf+(VTVC+VTC.K_0.CF).K_v.LC/V_{cf}.qf.Tf$  fora-pico.

<sup>1</sup> No Brasil, existem alguns estudos interessantes a respeito, entre eles SENNA/TONI/LINDAU/94 e NOVAES/GONÇALVES/96, que adotaram especificações lineares e simplificadas para o efeito da lotação sobre o conforto experimentado pelos usuários nas viagens. Em particular, nenhum destes estudos relacionou o efeito de desconforto com um efeito cruzado entre lotação (eventualmente lotação máxima ou média) e tempo de viagem. Na verdade, a ponderação da lotação experimentada por cada usuário tornaria a representação deste efeito ainda mais complexa (incluindo a interrelação com a probabilidade de viajar sentado). Existe também uma interação entre o nível de lotação da viagem e a rejeição da alternativa de embarcar no veículo ou a probabilidade de partida do veículo antes do tempo necessário para embarque, especialmente em níveis de lotação mais críticos. Esta lacuna na análise de especificações mais complexas é um dos motivos para preferir a forma mais simples.

Note que a relação direta entre lotação de projeto e frequência ofertada em cada período, como utilizada aqui, torna indiferente considerar qualquer das variáveis como objeto da decisão. Também, visto que seus efeitos sobre o tempo de espera no embarque estão incorporados na análise, não é necessário adicionar critérios de intervalo máximo entre viagens.<sup>1</sup> Pode, entretanto, ser mais conveniente utilizar diretamente a frota alocada às linhas como variável de decisão.

O custo médio de operação por passageiro na linha resulta igual a  $C_{qp} = \left( \frac{CV}{V_{cp}} \cdot T_p + \frac{CH}{V_{cp}} + CK \right) \cdot \frac{F_p \cdot T_p}{Q_p} \cdot L_c$  no período de pico

e  $C_{qf} = \left( \frac{CV}{V_{cf}} \cdot T_f + \frac{CH}{V_{cf}} + CK \right) \cdot \frac{F_f \cdot T_f}{Q_f} \cdot L_c$  onde  $Q_p = q_p \cdot T_p$  e  $Q_f = q_f \cdot T_f$ ,

ou seja,  $C_{qp} = \left( \frac{CV}{V_{cp}} \cdot T_p + \frac{CH}{V_{cp}} + CK \right) \cdot \frac{L_c}{IR_p \cdot C_p}$  e

$C_{qf} = \left( \frac{CH}{V_{cf}} + CK \right) \cdot \frac{L_c}{IR_f \cdot C_f}$ , respectivamente. Admitida a função de custo linear em função das medidas de serviço, estes são também os custos marginais de transporte dos passageiros em cada período.<sup>6</sup>

A análise tradicional, ignorando aspectos distributivos<sup>7</sup>, indicaria frequências ótimas (ou lotações de projeto ótimas) obtidas minimizando o custo social total:

$$CST = \left( CK + \frac{CH + CV}{V_{cp}} \cdot T_p \right) \cdot \frac{Q_p \cdot L_c}{IR_p \cdot C_p} + VIE \cdot K_e \cdot IR_p \cdot C_p \cdot T_p + (VIV_B + VT_C \cdot K_o \cdot C_p) \cdot \frac{Q_p \cdot K_v \cdot L_c}{V_{cp}}$$

$$\left( CK + \frac{CH}{V_{cf}} \right) \cdot \frac{Q_f \cdot L_c}{IR_f \cdot C_f} + VIE \cdot K_e \cdot IR_f \cdot C_f \cdot T_f + (VIV_B + VT_C \cdot K_o \cdot C_f) \cdot \frac{Q_f \cdot K_v \cdot L_c}{V_{cf}}$$

<sup>1</sup> Já os critérios de conveniência de horários de viagens, utilizados para reduzir atrasos no local de destino (ou origem) e que são importantes quando a frequência de viagens é pequena e a atividade tem horários fixos, somente poderiam ser incorporados a partir de uma formulação mais detalhada, com a identificação destes horários de atividades e dos horários das viagens (uma representação imperfeita, seria fazer o valor do tempo de espera como função da frequência de viagens, pelo menos para baixas frequências).

que pode ser expresso, alternativamente, na forma  
 $CST = CST_0 + CST(C_p) + CST(C_f)$ , com

$$CST_p = \left( CK + \frac{CH + CV/T_p}{V_{cp}} \right) \cdot \frac{q_p \cdot L_c}{IR_p \cdot C_p} \cdot T_p + VTE \cdot K_e \cdot IR_p \cdot C_p \cdot T_p + VT_c \cdot K_{ov} \cdot C_p \cdot \frac{q_p \cdot K_v \cdot L_c}{V_{cp}} \cdot T_p$$

e

$$CST_f = \left( CK + \frac{CH}{V_{cf}} \right) \cdot \frac{q_f \cdot L_c}{IR_f \cdot C_f} \cdot T_f + VTE \cdot K_e \cdot IR_f \cdot C_f \cdot T_f + VT_c \cdot K_{ov} \cdot C_f \cdot \frac{q_f \cdot K_v \cdot L_c}{V_{cf}} \cdot T_f$$

permitindo então obter resultados separadamente para os períodos de pico e fora-pico, tendo-se:

$$C_p^* = \sqrt{\frac{\left( CK + \frac{CH + CV/T_p}{V_{cp}} \right) \cdot \frac{L_c}{IR_p}}{VT_c \cdot K_{ov} \cdot \frac{L_c}{V_{cp}} + VTE \cdot K_e \cdot \frac{IR_p}{q_p}}} \quad e \quad C_f^* = \sqrt{\frac{\left( CK + \frac{CH}{V_{cf}} \right) \cdot \frac{L_c}{IR_f}}{VT_c \cdot K_{ov} \cdot \frac{L_c}{V_{cf}} + VTE \cdot K_e \cdot \frac{IR_f}{q_f}}}$$

(onde  $K_{ov} = K_o \cdot K_v$  combina o efeito da ocupação do veículo durante o tempo de viagem do usuário).<sup>i</sup>

Deve-se notar que existem restrições efetivamente não incorporadas explicitamente ao problema que decorrem da existência de uma capacidade física limite do veículo ( $C_L$ ) e da

<sup>i</sup> Em termos de frequência ótima, as expressões correspondentes são

$$F_p^* = \sqrt{\frac{VT_c \cdot K_{ov} \cdot \frac{L_c}{V_{cp}} \cdot \frac{q_p^2}{IR_p} + VTE \cdot K_e \cdot q_p}{\left( CK \cdot V_{cp} + CH + \frac{CV}{T_p} \right) \cdot \frac{L_c}{V_{cp}}}}, \quad F_f^* = \sqrt{\frac{VT_c \cdot K_{ov} \cdot \frac{L_c}{V_{cf}} \cdot \frac{q_f^2}{IR_f} + VTE \cdot K_e \cdot q_f}{(CK \cdot V_{cf} + CH) \cdot \frac{L_c}{V_{cf}}}}. \text{ Estas}$$

são fórmulas tradicionais de raiz quadrada, entre as muitas obtidas na análise deste problema a partir da análise de MOHRING/72 (ver, por exemplo, JANSSON/80 ou SZÁZS/93). As diferenças entre elas são relacionadas com as hipóteses adotadas na formulação do problema e no tratamento conjunto de outras variáveis de decisão, como discutido no capítulo 2. Do ponto de vista da utilização prática de critérios derivados destas formulações, além das diferenças na análise teórica também tem de ser discutidos os valores dos parâmetros utilizados em cada trabalho. Entretanto, a introdução do efeito relacionado com a

consistência com as características implícitas na definição dos períodos de pico e fora-pico. Estas, no entanto, podem ser consideradas questões menores que podem ser enfrentadas de diversas maneiras práticas.<sup>8</sup>

Entretanto, todos os resultados obtidos com esta formulação tradicional podem também ser criticados em diversos aspectos importantes:

- a necessidade da identificação prévia dos períodos de pico e fora-pico (com a suposição de que os períodos de pico determinam a frota de operação necessária);

- a inexistência de uma descrição mais precisa das indivisibilidades importantes na operação do serviço (de frota, que definiria períodos de pico gerais, e de pessoal, que definiria períodos de pico restritos);

- a inexistência de uma descrição mais geral e flexível das possibilidades de produção, em particular a diferenciação da oferta (ao invés da operação simples em ciclos fechados);

- a inexistência de uma representação mais precisa do comportamento reativo dos demais agentes envolvidos, tanto dos usuários (que caracterizaria o contexto de demanda competitiva) quando os demais operadores (que caracterizaria o contexto de oferta competitiva).

Muitas destas questões são fundamentais mesmo no contexto das formulações que admitem demanda cativa (e fixa) para as linhas, para representar as características típicas do TPCR/UP, em particular, e em certa medida do transporte urbano em geral.

Entre estas, a questão relativa à identificação do período de pico (ou dos períodos de pico), é mais estudada no contexto da Economia e traz algumas observações importantes (ver uma exposição clássica em GLAITER/81, capítulo 5).

---

lotação no veículo, não incorporado em análises anteriores, afeta de

Considerando diversos períodos  $t$ , definidos de forma genérica (digamos em faixas horárias) e caracterizados pela demanda  $q_{Rt}$  (com índice de renovação  $IR_{Rt}$ ) e pela velocidade comercial  $V_{cRt}$  específicas, o problema de determinação da oferta ótima para a linha  $R$ , ao longo do dia, pode ser formulado como:

$$\min_{\{C_{Rt}, N_R\}} \sum_t CS_{Rt}[C_{Rt}] + CV \cdot N_R, \text{ onde}$$

$$\text{s. a. } \{NO_{Rt} \leq N_R\}, \forall t$$

$$CS_{Rt}[C_{Rt}] = \left( CK + \frac{CH}{V_{cRt}} \right) \cdot L_R \cdot \frac{q_{Rt}}{IR_{Rt} \cdot C_{Rt}} \cdot T_t + VTE \cdot K_e \cdot IR_{Rt} \cdot C_{Rt} \cdot T_t + VT_c \cdot C_{Rt} \cdot K_{vo} \cdot \frac{L_R}{V_{cRt}} \cdot q_{Rt} \cdot T_t$$

é o custo social no período  $t$  e  $NO_{Rt} = \frac{q_{Rt}}{IR_{Rt} \cdot C_{Rt}} \cdot \frac{L_R}{V_{cRt}}$  é a frota operacional no período  $t$  para a linha  $R$ . Esta é uma formulação idêntica ao problema tradicional de fixação de preços de pico (*peak-load pricing*) examinado na Teoria Econômica tradicional.<sup>i</sup>

Esta formulação com demanda cativa pode ser estendida com facilidade para um contexto de determinação conjunta da oferta em um conjunto de linhas, incluindo restrições globais de disponibilidade de frota  $\sum_R N_R \leq (1-r) \cdot NT$ . Entretanto, a formulação que inclui apenas restrições para a frota operacional utilizada é

---

forma significativa as recomendações práticas.

<sup>i</sup> Esta é uma das aplicações mais desenvolvidas da teoria de fixação de preços pelo custo marginal, formulada originalmente por Boiteaux, em 1938 na França, para analisar o problema de tarifação de energia elétrica na *EDF-Electricité de France*. A formulação econômica admite demanda variável e toma o preço como variável de equilíbrio (Boiteaux também analisa um caso com demanda fixa, com uma restrição de cobertura total dos custos, que recai na alocação total do custo fixo ao período de pico e não esclarece o problema de defini-lo). No caso do problema examinado aqui, a sensibilidade da qualidade do serviço à oferta permite estender esta análise também ao caso de demanda fixa (situação em que a decisão sobre preço tem apenas impactos distributivos). A análise de Boiteaux incluiu formulações com hipóteses de demanda interdependente entre períodos e mesmo estocástica, mas admitiu produto homogêneo (sem diferenciações de qualidade) e ausência de externalidades (como as de congestionamento ou superlotação).

mais interessante do ponto de vista teórico (e pode ser generalizada para tratar os demais casos com poucas adaptações).<sup>1</sup>

As condições de ótimo (de primeira ordem) para o problema formulado são essencialmente as mesmas da definição da lotação de projeto ótima no período fora-pico, discutido no item anterior, adicionando-se a condição  $\{\lambda_{Rt} \cdot (N_R - NO_{Rt}) = 0, \forall t\}$ , onde  $\lambda_{Rt} \geq 0$  é o multiplicador de Kuhn-Tucker associado às restrições de frota operacional utilizada, e  $CV - \sum_t \lambda_{Rt} = 0$ , que corresponde à condição de ótimo para  $N_R$  (também considerada como variável do problema), utilizada para determinação da frota total.<sup>9</sup>

Portanto, para cada restrição relativa à frota operacional utilizada, pode-se ter duas situações: se a restrição não é ativa tem-se a solução ótima característica de um período fora-pico

$$C_{Rt}^* = \sqrt{\frac{(CK + \frac{CH}{V_{cRt}}) \cdot \frac{L_C}{IR_{Rt}}}{VT_C \cdot K_{ov} \cdot \frac{L_C}{V_{cRt}} + VTE \cdot K_e \cdot \frac{IR_{Rt}}{q_{Rt}}}} \quad e \quad \lambda_{Rt}^* = 0 \quad (\text{para } t \in F,$$

identificando os períodos fora-pico) e, caso contrário, tem-se a

$$\text{restrição ativa } NO_{Rt}^* = N_R^* \text{ com } \lambda_{Rt}^* > 0 \text{ e } C_{Rt}^* = \frac{q_{Rt} \cdot L_R}{V_{cRt} \cdot IR_{Rt} \cdot N_R^*} \quad (\text{para}$$

$t \in P$ , que corresponde aos períodos de pico, todos operados com a frota operacional plena).

A função objetivo, expressa como  $\sum_t CS_{Rt}[NO_{Rt}] + CV \cdot N_R$  com

$$CS_{Rt}[NO_{Rt}] = (CK \cdot V_{cRt} + CH) \cdot NO_{Rt} \cdot T_t + \left( VTE \cdot K_e \cdot \frac{q_{Rt} \cdot L_R}{V_{cRt}} + VT_C \cdot \frac{K_{vo}}{IR_{Rt}} \cdot \left( \frac{q_{Rt} \cdot L_R}{V_{cRt}} \right)^2 \right) \cdot \frac{T_t}{NO_{Rt}}$$

(em função da frota operacional), permite ver que a contribuição marginal, por período, de um veículo adicional é

<sup>1</sup> A consideração da restrição de capacidade física do veículo  $\{C_{Rt} \leq C_L\}$  também poderia ser incluída sem trazer dificuldade maiores para a solução numérica do problema. A interação desta restrição com a forma

$(CK \cdot V_{cRt} + CH) \cdot T_t - \left( VTE \cdot K_e \cdot \frac{q_{Rt} \cdot L_R}{V_{cRt}} + VT_c \cdot \frac{K_{vo}}{IR_{Rt}} \cdot \left( \frac{q_{Rt} \cdot L_R}{V_{cRt}} \right)^2 \right) \cdot \frac{T_t}{NO_{Rt}^2}$ . Portanto, a

frota ótima é determinada pela condição

$$\sum_{t \in P} \left( VTE \cdot K_e \cdot \frac{q_{Rt} \cdot L_R}{V_{cRt}} + VT_c \cdot \frac{K_{vo}}{IR_{Rt}} \cdot \left( \frac{q_{Rt} \cdot L_R}{V_{cRt}} \right)^2 \right) \cdot \frac{T_t}{NO_{Rt}^2} \geq CV + \sum_{t \in P} (CK \cdot V_{cRt} + CH) \cdot T_t \quad (\text{onde}$$

são considerados apenas os períodos de pico, em que o veículo adicional seria utilizado). Na condição de ótimo, vale que

$$CV = \sum_{t \in P} \left( \left( VTE \cdot K_e \cdot \frac{q_{Rt} \cdot L_R}{V_{cRt}} + VT_c \cdot \frac{K_{vo}}{IR_{Rt}} \cdot \left( \frac{q_{Rt} \cdot L_R}{V_{cRt}} \right)^2 \right) \cdot \frac{T_t}{NO_{Rt}^2} - (CK \cdot V_{cRt} + CH) \cdot T_t \right), \quad \text{onde}$$

$$\lambda_{Rt}^* = \left( VTE \cdot K_e \cdot \frac{q_{Rt} \cdot L_R}{V_{cRt}} + VT_c \cdot \frac{K_{vo}}{IR_{Rt}} \cdot \left( \frac{q_{Rt} \cdot L_R}{V_{cRt}} \right)^2 \right) \cdot \frac{T_t}{NO_{Rt}^2} - (CK \cdot V_{cRt} + CH) \cdot T_t \quad \text{pode ser}$$

identificado como o multiplicador de Kuhn-Tucker associado à frota utilizado no período  $t$  ( $\lambda_{Rt}^* > 0$  para  $t \in P$ ). De forma geral, a lotação de projeto ótima pode, então, ser escrita como

$$C_{Rt}^* = \sqrt{\frac{(CK + \frac{CH}{V_{cRt}} + \frac{\lambda_{Rt}^*}{T_t \cdot V_{cRt}}) \cdot \frac{L_C}{IR_{Rt}}}{VT_c \cdot K_{ov} \cdot \frac{L_C}{V_{cRt}} + VTE \cdot K_e \cdot \frac{IR_{Rt}}{q_{Rt}}}}, \quad \text{onde } \lambda_{Rt}^* \text{ pode ser interpretado}$$

como a alocação do custo fixo ao período  $t$ , que induz a obtenção da solução ótima em termos de frequência e frota operacional (sem restrição de disponibilidade de frota).

Pode-se verificar que a frota ótima é determinada diretamente comparando benefícios marginais de aumentar a frota com o custo fixo correspondente a um novo veículo. Portanto, uma restrição de disponibilidade de frota global ou por linha poderia ser naturalmente considerada manipulando multiplicadores de Kuhn-Tucker correspondentes às restrições  $\sum_R N_R \leq (1-r) \cdot NT$  ou  $N_R = \hat{N}_R$ , incorporados aos custos fixos como  $CV_0 = CV + \lambda_0$  ou  $CV_R = CV + \lambda_R$ ,

---

funcional selecionada para a representação da sensibilidade dos usuários à variável conforto aplica-se também neste caso.

até obter-se a solução com a frota desejada (eventualmente inteira).<sup>i</sup>

Este é um ponto interessante porque sugere que a questão, pode ser diretamente relacionada com a determinação conjunta da lotação ou frequência ótima por período e da frota em operação ótima para uma linha. Neste caso, pode-se separar o dia em tantos períodos de operação quantos forem necessários para distinguir as condições típicas de demanda e oferta, obtendo-se tanto a frota ótima quanto a classificação dos períodos em dois conjuntos: os que operarão com frota operacional igual à  $N_R^*$  (a frota ótima obtida), que serão os períodos de pico, e os que operarão com frota operacional menor que  $N_R^*$ , que serão os períodos fora-pico.<sup>10</sup>

Portanto, os resultados desta análise são bastante consistentes e em geral aplicáveis. Extensões desta formulação básica para contextos com demanda variável, independente por período ou interdependente, também poderiam ser feitas, seguindo a linha usual das análises econômicas.<sup>ii</sup>

---

<sup>i</sup> Normalmente, como a expressão de  $CS_R[N_{R_i}]$  é convexa, a solução inteira deve ser um arredondamento da solução contínua correspondente, podendo-se verificar diretamente a melhor opção comparando  $CS_R[N_R]$  com  $CS_R[N_R + 1]$ , notando-se que os períodos de pico podem ser diferentes nos dois casos (poderia mesmo não haver período de pico no segundo caso, o que normalmente ocorreria apenas quando os custos fossem sensíveis à escala ou a indivisibilidade afetasse somente o investimento e não a produção decorrente). Outras formulações gozam de propriedades semelhantes, embora a existência de restrições particulares possa tornar o procedimento menos direto, permitindo somente soluções numéricas (ver a análise de MOHRING/70). Uma análise mais detalhada poderia também examinar o efeito de indivisibilidades associadas à oferta de mão de obra operacional (que normalmente são remuneradas por um turno mínimo de trabalho diário), a partir de sua representação adequada na função de custos (ao invés de uma análise mais empírica, como a realizada em JANSSON/80). Este é um aspecto interessante para analisar a diferenciação da oferta entre diferentes períodos de pico, de diferentes tipos de dia ou épocas do ano (para os quais a frota disponível é comum mas o quadro de pessoal alocado pode ser diferenciado).

<sup>ii</sup> As diferenças em relação à análise clássica da Economia são, novamente interessantes (em particular a presença de externalidades e de atributos não monetários), assim como é interessante uma síntese com

Também é importante notar que decisões de nível superior podem ter informações relevantes derivadas de uma análise desta natureza. Por exemplo, a existência de uma lotação ótima de projeto nos períodos de pico menor que a capacidade física do veículo ou a existência de benefícios marginais decorrentes do aumento da frota maiores que o custo fixo efetivo de um novo veículo seriam dados relevantes para as decisões de investimento correspondente (escolha do número e tipo de veículo). No entanto, estas análises tem de considerar seu contexto específico de decisão (com um horizonte de análise maior, considerando a incerteza sobre o futuro, ...).

Ainda no contexto dos modelos com demanda cativa, existem análises na Engenharia que buscam examinar com maior detalhe a descrição das possibilidades de produção, principalmente o problema da introdução de retornos vazios, diferenciando a oferta no sentido de operação com demanda dominante (ver, por exemplo, FURTH/85, FURTH/86a, CEDER/89 e também VIJAYARAGHAVAN/ANANTHARAMAIAH/95, ou BARRA/ALMEIDA/MOREIRA/87, no Brasil). Outras alternativas seriam incluir possibilidades de realização de viagens expressas ou serviços zonais (como em FURTH/86b, que teve de utilizar abordagens de solução numéricas, ou SZÁSZ/93, que obteve soluções analíticas mais simplificadas e também analisou alternativas de diametralização de linhas e a criação de atendimentos ou desvios de itinerário).

Tomando o caso dos retornos vazios, os resultados de análises desta natureza podem ser considerados instrutivos em, pelo menos,

---

características de ambos os enfoques (ver um esforço preliminar em JANSSON/93). Neste caso, a função objetivo deveria incorporar a medida de excedente social (do consumidor e do produtor) e examinar explicitamente as decisões relacionadas à preço (eventualmente com uma restrição de cobertura dos custos). Seguindo a tradição das formulações em Transportes, o efeito das diferentes variáveis qualitativas pode ser incorporado no conceito de custo generalizado de viagem e as formas usuais de representação de demanda,  $q_{Ri} = q_{Ri0} \cdot e^{-\gamma(cg_i - cg_{i0})}$ , no caso de

dois aspectos: a forma de representação detalhada das possibilidades técnicas de produção (e de suas restrições) e a integração dos resultados desta análise com o contexto operacional (que deve aplicar suas recomendações).

Mantendo a formulação dos modelos estilizados em termos de frequência (ou outra variável contínua relacionada), a análise formal pode ser estendida sem dificuldades.

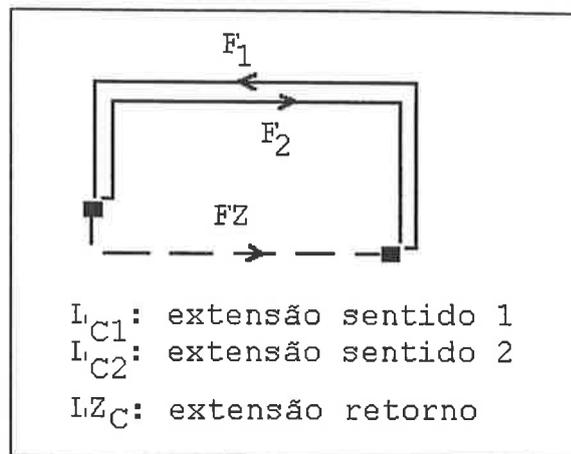


Figura 4.2. Esquema da Análise da Oferta Ótima de Serviço com Demanda Cativa - Diferenciação por Sentido

Embora ainda seja possível formular um modelo em termos de ciclos de operação (com percurso completo ou reduzido), é mais interessante examinar uma representação que distingue os sentidos de operação, como esquematizado na Figura 2.

Analisando especificamente o período de pico (uma possibilidade deduzida das análises anteriores, com a consideração dos custos fixos), e admitindo o sentido 1 como

---

independência, ou  $q_{Rt} = \frac{W_k \cdot e^{-\gamma \cdot cg_k}}{\sum_k W_k \cdot e^{-\gamma \cdot cg_k}}$ , no caso de interdependência, seriam

dominante, o problema de definição dos critérios de projeto pode ser formulado como:

$$\min_{\{F_{P1}, F_{P2}, FZ_P, N_R\}} CS[F_{P1}, F_{P2}, FZ_P] + CV \cdot N_R$$

$$\text{s. a. } F_{P1} = F_{P2} + FZ_P, \quad NO_P \leq N_R \quad \text{e} \quad FZ_P \geq 0$$

onde a frota operacional alocada ao período e o custo social total podem ser calculados por  $NO = F_1 \cdot \frac{L_{C1}}{V_{c1}} + F_2 \cdot \frac{L_{C2}}{V_{c2}} + FZ \cdot \frac{LZ_C}{V_z}$  e

$$CS[F_1, F_2, FZ] = CK \cdot (F_1 \cdot L_{C1} + F_2 \cdot L_{C2} + FZ \cdot LZ_C) \cdot T_p + CH \cdot \left( F_1 \cdot \frac{L_{C1}}{V_{c1}} + F_2 \cdot \frac{L_{C2}}{V_{c2}} + FZ \cdot \frac{LZ_C}{V_z} \right) \cdot T_p + CV \cdot N_R$$

$$+ VTE \cdot \left( K_{c1} \cdot \frac{q_1}{F_1} + K_{c2} \cdot \frac{q_2}{F_2} \right) \cdot T_p + VT_c \cdot \left( K_{ov1} \cdot \frac{L_{C1}}{V_{c1} \cdot IR_1} \cdot \frac{q_1^2}{F_1} + K_{ov2} \cdot \frac{L_{C2}}{V_{c2} \cdot IR_2} \cdot \frac{q_2^2}{F_2} \right) \cdot T_p + CST$$

(onde a notação foi abreviada, em vista de analisar o pico apenas).<sup>i</sup>

A solução ótima do modelo estilizado é obtida da forma usual, substituindo  $FZ = F_1 - F_2$  e observando que deve-se ter  $NO = N_R$ , por se tratar do período de pico. A restrição  $FZ \geq 0$  pode ser traduzida em  $F_1 - F_2 \geq 0$  e introduz uma condição adicional  $\lambda_z \cdot (F_1 - F_2) = 0$ , onde  $\lambda_z \geq 0$  é o correspondente multiplicador de Kuhn-Tucker.

Admitindo que a restrição  $FZ \geq 0$  não é ativa, tem-se  $\lambda_z = 0$ , o que leva a uma expressão totalmente separável em  $F_1$  e  $F_2$ , tendo-se:

---

utilizáveis no contexto de demanda cativa.

<sup>i</sup> Para tornar a análise mais simples e ilustrar os pontos que serão argumentados, está sendo admitido a prévia definição do período de pico e do sentido dominante correspondente e a utilização de retornos vazios apenas no sentido oposto ao dominante. Em uma formulação deste tipo com múltiplos períodos seria necessário representar retornos vazios em ambos os sentidos, visto que os sentidos dominantes normalmente são distintos nos diferentes períodos de pico. A conclusão de que os retornos vazios são utilizados apenas no sentido oposto ao dominante pode ser demonstrada neste contexto. No entanto, deve-se notar que a análise da viabilidade operacional da operação, que será discutida adiante, poderia tornar conveniente utilizar retornos vazios também na direção dominante

$$F_1^* = \sqrt{\frac{VT_C \cdot K_{ov1} \cdot \frac{L_{c1}}{V_{c1}} \cdot \frac{q_1^2}{IR_1} + VTE \cdot K_{e1} \cdot q_1}{CK \cdot (L_{c1} + L_{c2}) + \left( CH + \frac{CV}{T_P} \right) \left( \frac{L_{c1}}{V_{c1}} + \frac{L_{c2}}{V_{c2}} \right)}} \quad \text{no sentido dominante, e}$$

$$F_2^* = \sqrt{\frac{VT_C \cdot K_{ov2} \cdot \frac{L_{c2}}{V_{c2}} \cdot \frac{q_2^2}{IR_2} + VTE \cdot K_{e2} \cdot q_2}{CK \cdot (L_{c2} - LZ_C) + \left( CH + \frac{CV}{T_P} \right) \left( \frac{L_{c2}}{V_{c2}} - \frac{LZ_C}{V_Z} \right)}} \quad \text{no sentido oposto,}$$

onde deve-se verificar a condição adicional  $F_2^* \leq F_1^*$  (que decorre da restrição  $FZ \geq 0$ ). No caso em que esta condição é violada, a restrição deve ser ativa, tendo-se então  $FZ = 0$  e  $F_1 = F_2$  (que corresponde a operação com ciclo fechado), cuja solução seria:

$$F_1^* = F_2^* = \sqrt{\frac{VT_C \cdot \left( K_{ov1} \cdot \frac{L_{c1}}{V_{c1}} \cdot \frac{q_1^2}{IR_1} + K_{ov2} \cdot \frac{L_{c2}}{V_{c2}} \cdot \frac{q_2^2}{IR_2} \right) + VTE \cdot (K_{e1} \cdot q_1 + K_{e2} \cdot q_2)}{CK \cdot (L_{c1} + L_{c2}) + \left( CH + \frac{CV}{T_P} \right) \left( \frac{L_{c1}}{V_{c1}} + \frac{L_{c2}}{V_{c2}} \right)}}$$

(basicamente a mesma solução anterior para ciclo fechado, na notação adotada neste problema).<sup>i</sup>

---

(como forma de manter intervalos e ocupações mais homogêneos nas viagens em cada sentido de operação).

<sup>i</sup> Ao contrário das restrições  $F_1 \geq 0$  e  $F_2 \geq 0$ , que puderam ser ignoradas, salvo ao selecionar a raiz positiva na solução final, a restrição adicional relativa à  $FZ$  precisa ser considerada e acopla as decisões de  $F_1$  e  $F_2$  nos casos em que a restrição é ativa (fornecendo a mesma solução para ciclo fechado). Apesar da similaridade formal entre as fórmulas obtidas anteriormente, há uma diferença sutil que corresponde à forma de definir o índice de renovação considerando viagens em ciclo fechado ou por sentido. Além de considerar o trecho crítico de cada sentido, o índice de renovação por sentido considera os passageiros transportados por sentido (e não na viagem ida/volta). Por este motivo, o valor de  $Fp_1$  já é bastante próximo do valor para  $Fp$  com ciclo fechado (voltando a utilizar a referência ao pico). A mesma sutileza aplica-se à definição de  $K_V$ , mas é aqui menos importante ( $L$ ,  $K_e$  e  $V_c$  são também diferenciados por sentido de operação).

Novamente, estas decisões poderiam ser traduzidas em lotações de projeto e, dessa forma, serem integradas ao processo usual de programação operacional.

Basicamente, a formulação é alterada pela incorporação de uma restrição de balanceamento dos fluxos de ônibus que chegam e saem de cada terminal (que corresponde à restrição usual de conservação de fluxos nos nós de redes de transportes). Estas restrições de balanceamento de fluxos normalmente deveriam ser formuladas para ambos os terminais, que neste caso simples leva a condições idênticas, permitindo representar de forma mais detalhada as restrições operacionais. Por exemplo, a incorporação de viagens de posicionamento e recolhimento entre terminais e garagens (ou para áreas de armazenamento temporário de veículos) poderia também ser considerada, tornando estas restrições específicas (representação que permitiria também acoplar as decisões de alocação de frota operacional entre períodos, introduzindo o custo correspondente, formulado como  $\sum_t c_t \cdot (NO_t - NO_{t-1})$ ,  $NO_0 = 0$  e  $NO_{T+1} = 0$ , onde T é a duração do dia ou período de análise, e impor restrições de disponibilidade de frota por garagem ou de capacidade das áreas de armazenamento).

Pode-se perceber, de forma imediata, a similaridade entre estas formulações e os modelos de otimização da programação da alocação de veículos às viagens, usuais no contexto da Pesquisa Operacional (que foram revisados no capítulo 2). A diferença básica pode ser identificada na formulação de uma função objetivo estrita de minimização do custo operacional ou da frota necessária e, mais importante, na admissão da definição prévia da programação de viagens (especificadas por horários de partida em cada terminal). A variável de decisão, neste contexto, é o encadeamento de viagens na formação da programação dos veículos.

Entretanto, o problema básico enfrentado na adoção de recomendações desta natureza decorre do fato que a solução ótima obtida em termos de frequência é normalmente difícil de

implementar na prática. As restrições de indivisibilidade do número de veículos e de sincronismo das partidas e chegadas de viagens atribuídas a cada veículo, ignoradas nesta formulação, muitas vezes tornam nulos os ganhos reais decorrentes da diferenciação de frequências. Além disso, a duração limitada dos sucessivos períodos ao longo do dia (em particular, de cada período de pico, comparado com os tempos de viagem usuais no TPCR/UP), ao invés da situação estacionária admitida pela formulação utilizada, tornam este problema de viabilidade ainda mais provável (e comprometem a utilidade das recomendações).<sup>i</sup>

O problema de obter uma representação adequada de decisões sujeitas à restrições de factibilidade desta natureza, é atualmente, um problema em aberto (como demonstrado pelas dificuldades das formulações anteriormente citadas de FURTH/85, FURTH/86a, CEDER/89, VIJAYARAGHAVAN/ANANTHARAMAIAH/95 e BARRA/ALMEIDA/MOREIRA/87), que não foi possível aprimorar neste trabalho.<sup>11</sup>

Entretanto, é também interessante notar que boa parte das dificuldades de operacionalização das soluções apresentadas vem de buscar-se adequar sua utilização a um esquema de operação com intervalos uniformes entre viagens, nos dois sentidos de operação. Por exemplo, para o caso dos serviços zonais (em que as alternativas operacionais são usualmente vistas como linhas de serviço distintas) críticas desta natureza não são usualmente feitas (dado que não é considerado, então, necessário manter a

---

<sup>i</sup> Provavelmente, a consideração de formulações dinâmicas (com variáveis inteiras, como em FURTH/86b) seja inevitável nestes casos. Por exemplo, a divisão do período de análise (eventualmente restrito em cada pico) em intervalos de 5 a 15 minutos e a representação dos tempos de viagens entre terminais em cada tipo de viagem (além da demanda específica de cada período) seria uma estratégia de formulação desta natureza e poderiam ser complementares a análises teóricas mais simples (que identificariam o potencial das alternativas de ação). As abordagens dos trabalhos mencionados aproximam-se das análises combinatórias (usualmente difíceis, mas que refletem as singularidades existentes em cada solução específica) e não consideram estes aspectos. No entanto, é importante observar que o ponto de vista adotado ao longo deste trabalho tornaria a questão de selecionar entre estas formulações alternativas (incluindo a formulação usual) em um problema empírico (a verificação da aplicabilidade das recomendações fornecidas).

operação com intervalos uniformes entre viagens de linhas distintas). Este tipo de restrição fictícia, decorrente de uma interpretação rígida do conceito de lotação de projeto é injustificável à luz da discussão feita até aqui (a menos da circunstância específica em que a recomendação ótima sugeriu uma lotação de projeto próxima à capacidade física do veículo).

As perturbações operacionais decorrentes de adotar intervalos não uniformes são muito semelhantes às causadas por flutuações aleatórias da demanda, por exemplo, e poderiam ser melhor evitadas por estratégias operacionais específicas (por exemplo, evitar paradas adicionais nos pontos a partir de um nível de lotação dado, um recurso admissível quando a oferta é suficiente para o período como um todo).<sup>1</sup> Esta observação traria uma outra possibilidade interessante: integrar a análise entre a determinação de critérios de projeto e programação efetiva da operação a partir de relações agregadas que sintetizem o grau de sincronismo obtível em condições práticas de operação, considerando também características aleatórias do serviço (o que foi a abordagem de HICKMAN/KOUTSOPOULOS/WILSON/88, no contexto do planejamento da mão de obra operacional), considerando que as singularidades operacionais são sujeitas a situações mutáveis ao longo do tempo em que vigorariam os critérios de projeto (em que podem suceder-se diferentes programações de viagens produzidas com estes mesmos critérios).

---

<sup>1</sup> Da mesma forma que seria importante incorporar os efeitos da flutuação aleatória da demanda na determinação da oferta ótima (provavelmente representando seu efeito sobre a ocupação do veículo e o tempo de espera experimentado pelos usuários), o efeito destas estratégias operacionais também deveria ser caracterizado e levariam a ajustar a oferta de forma correspondente (com mais frequência, mais regularidade, ...). A busca de formulações mais complexas deve ser feita com cuidado e na medida em que seja necessário incorporar efeitos realmente importantes para a administração do serviço. Entretanto, é importante admitir de antemão que a utilização de modelos estilizados, quando adequada, não recairá sempre em fórmulas analíticas simples, sendo totalmente satisfatório recorrer a procedimentos de solução numéricos, especialmente quando permitam consolidar recomendações de projeto em formas eficientemente organizadas. Uma análise em etapas pode combinar os aspectos favoráveis dos dois tipos de formulação (identificação do potencial das alternativas com soluções analíticas e verificação da sua viabilidade operacional com procedimentos numéricos, eventualmente no nível de análise operacional).

Estas dificuldades contrastam com a forma simples em que as preocupações relacionadas com indivisibilidades da frota, por exemplo, puderam ser incorporadas no contexto das formulação com demanda cativa e operação em ciclos fechados (estacionária).

Portanto, seria necessário estudar mais detidamente o problema da programação de viagens de retorno vazio (a partir de uma perspectiva mais ampla que a dos estudos mencionados) para decidir sobre a forma adequada de articular a definição de critérios de projeto neste contexto com a utilização prática das recomendações no contexto operacional.

De qualquer forma, este e outros casos de diferenciação da oferta que é possível analisar no contexto de demanda cativa (sem envocar hipóteses selecionadas como tratamentos mais aproximados) merecem uma análise mais específica, tendo sido utilizados aqui principalmente para ilustrar a forma de representação mais detalhada das possibilidades de produção.<sup>12</sup>

#### 4.3. Oferta Ótima de Serviço com Demanda Competitiva

O objetivo da discussão a seguir é o de examinar os mesmos problemas investigados até aqui removendo a hipótese simplificadora de que a demanda das linhas de transporte coletivo é cativa de cada uma delas e introduzindo o impacto da interação entre as decisões operacionais, novamente na suposição de operação em ciclos fechados, e a repartição da demanda entre as linhas de serviço.

Introduzindo a competição no atendimento à demanda, abrem-se duas novas questões: a previsão da escolha dos usuários sobre alternativas de serviço oferecidas e, no caso em que as empresas operadoras tem maior atuação, a prescrição ou previsão do comportamento da oferta em ambiente competitivo.

A análise deste item introduz formulações mais complexas, que são discutidas a partir da análise do item anterior com uma ótica prescritiva. Estes foram aspectos considerados de forma mais detalhada em modelos práticos que em modelos estilizados (embora as formulações de HARKER/88b,c ou WILLIAMS/ABDULAAL/93 e WILLIAMS/MARTIN/93, que analisaram com mais atenção os contextos de decisão privada e utilizaram procedimentos numéricos de solução, pudessem ser consideradas como intermediárias).<sup>i</sup>

Diversas das decisões examinadas com hipótese de demanda cativa (como a análise das alternativas de criação de retornos antecipados, de diametralização de linhas, de criação de desvios ou atendimentos de itinerário) podem ser melhor considerados no

---

<sup>i</sup> Deve-se lembrar que este problema foi também analisado (e evitado) na formulação de HASSELSTRÖEM/81 sobre otimização de frequências e nos trabalhos posteriores que buscaram integrar este problema aos algoritmos de equilíbrio em redes de transportes (como os trabalhos de LeBLANC/88, CONSTANTIN/FLORIAN/95, FERNANDEZ/MARCOTTE/92 e FERNANDEZ/MARCOTTE/MONDSCHHEIN/VERA/WEINTRAUB/93, revisados no capítulo 2).

contexto de demanda competitiva, em que é permitido diferenciar os critérios de programação da oferta (como a lotação de projeto) entre serviços competidores (visto que seus custos de operação, ou a rentabilidade da operação, são distintos).

Seguindo a argumentação utilizada neste trabalho, qualquer formulação de modelo operacional, de simulação ou de otimização, aproximado ou exato, empírico, heurístico ou analítico, qualquer uma destas formulações incorpora uma seleção de efeitos e interações consideradas relevantes. Os modelos estilizados evidenciam com muito mais clareza a natureza destes efeitos e os resultados práticos e numéricos obtidos com sua utilização, podem ser analisados para verificar a adequação das suas hipóteses e seus procedimentos. Quaisquer aspectos de modelagem podem ser melhor examinados nesta análise abstrata antes de um exercício de aplicação concreta, que utilize diretamente suas recomendações ou eventualmente recorra a representações mais realistas (os modelos práticos).

Portanto, este é o plano a ser seguido e representa um caminho teórico que deixa de lado questões de operacionalização e implementação essenciais mas que, é a hipótese investigada, seriam mais importantes para a utilização concreta dos procedimentos, que para a adequação dos seus resultados.

Mantendo em mente a aplicabilidade mais geral, a análise que será feita a seguir terá como objeto o estudo de alternativas de criação de linhas com itinerários reduzidos para atendimento à demanda nos trechos críticos (chamadas de retornos antecipados, visto que normalmente realizam a viagem a partir de uma área central até um terminal intermediário e retornam em serviço). A análise pode ser feita considerando ciclos de operação e os serviços podem ser vistos como linhas distintas (que poderiam operar não apenas com critérios de programação distintos até com tipos de veículo diferentes), o que reduz a dificuldade de verificação da viabilidade operacional das recomendações sugeridas, discutida no item anterior.

A análise neste contexto com demanda competitiva deve iniciar examinando duas questões básicas: a representação do comportamento da demanda e a sua integração adequada em um modelo estilizado.

A primeira questão a ser colocada refere-se à representação (e previsão) da escolha dos usuários entre as linhas (ou mais genericamente serviços) que competem no atendimento de sua demanda.

Neste aspecto, a formulação mais tradicional e simples é considerar que a demanda reparte-se entre linhas competidoras em proporção à sua frequência, isto é,  $\phi_r = \frac{F_r}{F_T}$ , onde  $F_T$  é a frequência total das linhas que atendem a demanda considerada (ou seja, a demanda captada pela linha  $r$  é  $q_r = (F_r/F_T) \cdot D_T$ , onde  $D_T$  é o total da demanda competitiva). Esta é uma regra prática de utilização, que foi justificada a partir de algumas hipóteses particulares (chegadas de ônibus totalmente aleatórias, com distribuição de Poisson, ou totalmente coordenadas e chegadas uniformes de passageiros)<sup>13</sup>.

Esta formulação básica pode ser atribuída à KULASH/71 e foi estendida por CHIRIQUI/ROBILLARD/75 para um contexto em que também a decisão sobre o conjunto ótimo de rotas a utilizar é considerada pelos usuários. Esta análise pode ser considerada um exemplo da forma como resultados obtidos a partir da consideração de aspectos aleatórios intrínsecos à operação do serviço podem ser incorporados. Entretanto, as propriedades da solução obtida pode ser considerada pelo menos parcialmente inadequada, em vista de diversos aspectos relevantes.

Em primeiro lugar, esta regra de alocação ignora a regularidade da oferta do TPCR/UP, normalmente programado para operar com intervalos uniformes em cada período do dia. Mesmo sem ignorar as aleatoriedades que fazem com que as frequências de partida dos terminais e, principalmente, as frequências de

chegadas em pontos intermediários do itinerário não sejam perfeitamente uniformes, é impossível deixar de reconhecer que algum grau de regularidade permanece na grande maioria dos casos práticos (as exceções seriam talvez os casos extremos de frequências grandes em todas as linhas, em que as flutuações são de ordem de grandeza superior aos intervalos entre viagens).

Tanto a análise teórica (ver, por exemplo, os trabalhos de LAMPKIN/SALMANS/67 e JANSSON/RIDDERSTOLPE/88, revisados no capítulo 2) quanto os dados empíricos existentes permitem concluir que a divisão da demanda é viesada em favor das linhas de maior frequência (menor intervalo) em relação à regra de simples proporcionalidade (isto é, as linhas de maior frequência captam uma proporção maior que sua participação na frequência total e as linhas de menor frequência captam uma proporção correspondentemente menor da demanda).

Em segundo lugar, esta regra de alocação ignora os demais atributos de viagem em cada linha na repartição da demanda, no caso de opção pelo embarque nos seus veículos, que podem ter efeitos relevantes e conhecidos, entre eles a disponibilidade de lugares (essencial no caso de sistemas com grande solicitação), o tempo de viagem até o destino final (incluindo eventualmente a necessidade de novos transbordos) e a tarifa total paga em cada opção (incluindo tarifas pagas em transbordos seguintes). Como algumas linhas podem cumprir somente parte do desejo de viagem do usuário e permitir utilizar mais de uma opção de seguimento após a decisão local, as considerações feitas pelos usuários tem de ser necessariamente probabilísticas (considerando sua informação sobre o desempenho do sistema de TPCR/UP).

A análise de CHIRIQUI/ROBILLARD/75 considera que a determinação deste conjunto ótimo de linhas pode ser determinado em função dos atributos de viagem (especificamente representados pelas frequências  $F_r$  e tempos de viagens  $TV_r$ ), admitindo que o usuários as seleciona de maneira a formular uma estratégia que minimiza o tempo total esperado de viagem e tomando o primeiro

veículo a passar entre as opções selecionadas. A repartição entre linhas incluídas no conjunto ótimo utiliza ainda a regra de alocação proporcional à frequência, que fornece a probabilidade de que o veículo de cada linha chegue primeiro ao ponto, nas suposições usualmente adotadas.<sup>14</sup>

Este procedimento poderia ser generalizado, considerando de forma mais ampla uma medida de custo generalizado ou tempo equivalente no veículo em condições padrão  $TV_r$  (excluindo a espera, mas que poderia considerar o conforto no veículo, a tarifa paga, a necessidade de transbordos subsequentes, ...). A análise teórica e os dados empíricos, entretanto, novamente sugerem a que seria desejável considerar regras mais gerais de repartição da demanda entre linhas, calculando  $\phi_r$  (a probabilidade de embarcar no veículo de uma linha  $r$  admitida no conjunto ótimo) de forma mais precisa (reconhecendo o efeito de diferenças de tarifa, da regularidade, da probabilidade do veículo da linha  $r$  chegar lotado, ...).

No entanto, as análises de LAMPKIN/SALMANS/67 e JANSSON/RIDDERSTOLPE/88 são instrutivas das dificuldades enfrentadas em obter formas de representação operacionais a partir de considerações desta natureza. As formulações de LAMPKIN/SALMANS/67 são mesmo mais gerais (incorporando a competição com a alternativa de viagem à pé) mas exigem procedimentos de avaliação trabalhosos (além de ignorar alguns aspectos teóricos importantes, como a aleatoriedade na operação e a probabilidade de ter veículos vazios). Por sua vez, dentro do mesmo tipo de formulação, JANSSON/RIDDERSTOLPE/88 propõe um procedimento heurístico (analisando a repartição sucessivamente entre cada nova opção e uma agregação das alternativas já incorporadas ao conjunto ótimo) mais operacional (ainda ignorando os aspectos teóricos acima mencionados).

Portanto, existiria justificativa para buscar formas alternativas baseadas em formulações menos detalhadas mas mais flexíveis (que poderiam, entretanto, ter que ser calibradas para

cada situação prática específica). Este é o caso dos modelos de escolha baseados na Teoria da Utilidade Aleatória usualmente empregados para representar a repartição modal (em que admite-se existirem diversos fatores aleatórios não conhecidos e com influência relevante sobre processo de escolha).

Considerando as peculiaridades do TPCR/UP, esta observação levou HANSON/90 a propor o emprego dos modelos usuais de escolha discreta com a utilização da frequência de viagens oferecida em cada linha como uma variável de atratividade, tendo-se

$$\varphi_r = \frac{F_r^\alpha \cdot e^{-\lambda \cdot g_r}}{\sum_s F_s^\alpha \cdot e^{-\lambda \cdot g_s}} \quad (\text{onde a preferência por serviços mais frequentes}$$

seria representada com  $\alpha > 1$ , e a importância de outros atributos do serviço estaria incorporado em  $g_r$ ). Os trabalhos de WILLIAMS/ABDULAAL/93 e WILLIAMS/MARTIN/93 exploraram este tipo de formulação e consideraram a possibilidade de representar estruturas de escolha hierárquicas ou aninhadas, representando os atributos agregados de cada ninho por  $\tilde{g} = -\frac{1}{\lambda} \ln \left[ \sum_s F_s^\alpha \cdot e^{-\lambda \cdot g_s} \right]$ , de forma consistente com a Teoria da Utilidade Aleatória.<sup>i</sup>

Estas formulações mais flexíveis foram aplicados em estudos mais teóricos e não discutiram diversos detalhes relevantes da sua utilização. Por exemplo, não foi definido o problema de determinação do conjunto de alternativas consideradas pelo usuário (se o conjunto de escolha seria associado a um problema

---

<sup>i</sup> Note que este é um exemplo interessante de violação das hipóteses usuais dos modelos de escolha discreta que justificariam a utilização de um modelo Logit simples para determinar a escolha entre linhas. Este é um procedimento heurístico sem justificativa teórica detalhada mas que tem propriedades interessantes, representando uma generalização da regra tradicional de alocação da demanda. A liberalidade na utilização desta formulação tem sido ainda maior. Por exemplo, os trabalhos citados de Williams associam ninhos aos operadores ao invés de associá-los aos tipos de serviço. Esta é uma forma de representação que poderia ser criticada e exigiria uma especificação perfeita do custo generalizado no veículo associado a cada tipo de serviço (de maneira a não ter atributos não identificados correlacionados). Naturalmente, a hierarquia invertida também poderia ser criticada e seria necessário adotar estruturas de escolha mais gerais (que ainda não são de utilização corrente).

de seleção do conjunto ótimo de opções) e a estimativa do tempo médio de espera (e de viagem) dos usuário para cada alternativa utilizada e para o conjunto como um todo.<sup>15</sup>

Entretanto, os modelos de escolha discreta tem a propriedade interessante de garantir uma função de desutilidade agregada estritamente monotônica em relação ao número de alternativas (o que permitiria manter todas as alternativas no conjunto de escolha, mesmo as piores alternativas, que teriam probabilidades de seleção tanto menores quanto maior o parâmetro de dispersão, ou melhor concentração,  $\lambda$  do modelo de escolha) e as fórmulas usuais de avaliação do tempo de espera podem ainda ser utilizadas (este é o procedimento sugerido em WILLIAMS/ABDULAAL/93 e WILLIAMS/MARTIN/93).

Existem pelo menos dois pontos importantes a comentar em relação a esta forma mais flexível de representação.

Em primeiro lugar, a possibilidade de representar estruturas de escolha mais gerais é ao mesmo tempo um recurso e um novo problema, assim como é um novo problema a necessidade de ter de calibrar parâmetros (ou selecionar valores a transferir). O recurso permite, por exemplo, incorporar grupos de serviços com características semelhantes em ninhos distintos ou representar modos de transporte concorrentes (à pé ou com automóvel) ou mesmo a opção de não realizar a viagem (portanto, o contexto de demanda variável), sendo uma formulação com desempenho empírico bastante razoável para a grande maioria das aplicações. A necessidade de calibração (ou transferência de parâmetros) é, entretanto, uma dificuldade considerável, especialmente para estruturas de escolha mais complexas e detalhadas.

Em segundo lugar, deve-se observar que diversos atributos de viagem incorporados no custo generalizado no veículo são também sensíveis às variáveis de decisão. Esta característica torna a complexidade matemática dos problemas analisados com modelos normativos bastante maior (o que pode tornar inevitável o recurso

a procedimentos numéricos de solução). Neste aspecto, pode-se mencionar a possibilidade de utilizar aproximações locais, linearizadas (como em KOCUR/HENDRICKSON/82) ou não, que podem ser derivadas a partir das especificações mais gerais.<sup>i</sup> O exemplo mais importante deste tipo seria o valor da tarifa (essencial em análises relacionadas com diferenciação de preços, avaliação de subsídios ou aspectos distributivos).

A segunda questão a ser colocada refere-se a análise de um problema específico relacionado com o projeto de redes de TPCR/UP (ou outro campo de aplicação) e será examinado no estudo da definição de critérios de projeto para retornos antecipados.

A Figura 4.3 mostra uma representação esquemática de um problema mais geral, considerando apenas duas linhas, que possuem, cada uma, um trecho de atendimento exclusivo e um trecho comum (no caso dos retornos antecipados, apenas um das linhas possuiria de atendimento exclusivo).

---

<sup>i</sup> Por exemplo, a escolha entre serviços com características de conforto e preço distintas, e fixas, seria naturalmente formulada como

$$\varphi_r = \frac{F_r^\alpha \cdot \gamma_r}{\sum_s F_s^\alpha \cdot \gamma_s} = \frac{(F_r \cdot \gamma_r')^\alpha}{\sum_s (F_s \cdot \gamma_s')^\alpha}, \text{ onde } \gamma_r = e^{-\lambda \cdot g_r}, \gamma_r' = \sqrt{\gamma_r} \text{ e } g_r = \theta_{r0} + \sum_k \theta_k \cdot X_{rk}$$

ou  $g_{r/s} = \theta_{r/s0} + \sum_k \theta_k \cdot (X_{rk} - X_{sk})$  incorpora os atributos diversos (fixos),

incluindo uma constante específica. Esta aproximação justifica, e generaliza, a noção de frequência efetiva utilizada por HASSELSTRÖEM/81. Pode-se notar, também, que é possível ignorar atributos que não variam entre alternativas (por exemplo, tarifa única) e entre cenários de avaliação (entendido em um contexto amplo, que pode incluir modos de transportes competidores e, mesmo, a alternativa de não viajar).

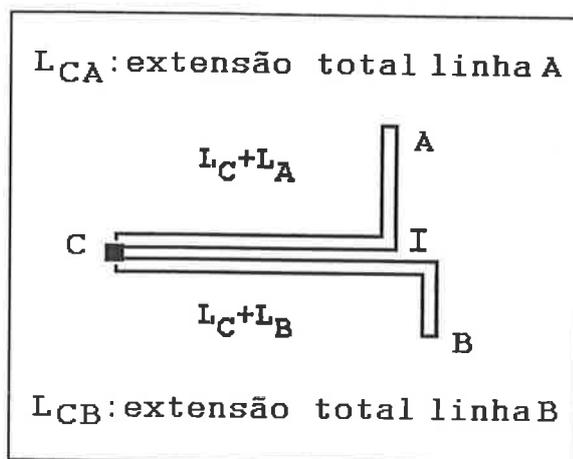


Figura 4.3. Esquema da Análise da Oferta Ótima com Demanda Competitiva

Um modelo estilizado para análise a partir do enfoque de custo social pode partir das hipóteses seguintes:<sup>16</sup>

- a demanda cativa das linhas A é  $D_A$  para C e  $D_a$  para I; a demanda cativa da linha B é  $D_B$  para C e  $D_b$  para I;  $D_C$  é a demanda competitiva para C de I, que pode escolher qualquer das linhas; todas as demandas são diferentes no pico e fora-pico;

- o carregamento antes e no corredor é  $Q_a$  e  $Q_A$  para a linha A,  $Q_b$  e  $Q_B$  para a linha B, tendo-se que normalmente a seção crítica de ambas ocorre no corredor comum (caso contrário, para alguma das linhas, o dimensionamento seria determinado pela demanda cativa)<sup>17</sup>;

- a oferta necessária ao atendimento da demanda de cada linha é determinada pela lotação de projeto ( $C_{PA}$  e  $C_{FA}$  para a linha A,  $C_{PB}$  e  $C_{FB}$  para a linha B), estabelecendo uma frequência de viagens ( $F_{PA}$  e  $F_{FA}$  para a linha A,  $F_{PB}$  e  $F_{FB}$  para a linha B) que

deve ser consistente com a repartição da demanda entre as linhas;<sup>i</sup>

- a extensão do percurso na linha A é  $L_{CA}=L_A+L_C$  e na linha B é  $L_{CB}=L_B+L_C$  (com tempo de ciclo  $L_{CA}/V_{cA}$  e  $L_{CB}/V_{cB}$ , diferentes no pico e fora-pico); ambas as extensões podem ser divididas em um trecho inicial,  $L_A$  para a linha A (velocidade  $V_A$ ) e  $L_B$  para a linha B (velocidade  $V_B$ ), e o trecho comum no corredor  $L_C$  (com velocidades  $V_{cA}$  e  $V_{cB}$  que podem ser distintas);

Admitindo inicialmente uma hipótese genérica de repartição em função das frequências  $\varphi_A[F_A, F_B]$  e  $\varphi_B[F_A, F_B]$ , as demandas nas linhas são: para a linha A,  $q_a=D_a+D_A$  no trecho inicial e  $q_A=D_A+\varphi_A.D_C$  no corredor; para a linha B,  $q_b=D_b+D_B$  no trecho inicial e  $q_B=D_B+\varphi_B.D_C$  no corredor.<sup>ii</sup> Com a definição de uma frequência  $F_A$  na linha A e uma frequência  $F_B$  na linha B (sendo  $F_T=F_A+F_B$  a frequência total,  $r=F_A/F_T$  a frequência relativa na linha A e  $F_B/F_T=(1-r)$  a frequência relativa complementar na linha B) os efeitos relevantes em termos de medidas operacionais e variáveis de serviço podem ser calculados.

Novamente é mais simples fazer a análise inicial em termos de determinação da frequência ótima (por exemplo, pode-se optar por analisar  $F_A$  e  $F_B$ , ou  $F_T$  e  $r$ ). Dada a frequência ofertada em cada uma das linhas, passa naturalmente a haver uma relação definida entre a demanda e as lotações  $C_A$  e  $C_a$  ou e as lotações  $C_B$  e  $C_b$ ,

---

<sup>i</sup> As demandas das linhas  $q_A$  e  $q_B$  tem índice de renovação  $IR_A$  e  $IR_B$ , respectivamente, que são função das demandas cativas e da captação da demanda competitiva. Portanto, neste contexto, é melhor formular o problema diretamente em termos de carregamentos ao invés de demandas.

<sup>ii</sup> A expressão geral para o carregamento no segmento  $l$  da linha  $r$  seria  $q_{lr} = \sum \delta_{l,rk} \cdot \varphi_{r,k} \cdot D_k$ , onde  $\delta_{l,rk}$  indica se a demanda  $k$  ocupa o segmento  $l$  da

linha  $r$  (dada a repartição da demanda entre linhas). A generalização das expressões introduzidas a seguir também é imediata na maior parte dos casos, assumindo implicitamente que apenas um trajeto é utilizado, para cada demanda, ou admitindo a possibilidade de usar diversos trajetos.

sem ter de identificar previamente o trecho crítico de cada tipo de viagem (que eventualmente é função da frequência relativa).<sup>1</sup>

Nesta primeira análise, será também admitida a hipótese tradicional de repartição proporcional à frequência (isto é,  $\varphi_A = \frac{F_A}{F_T}$  e  $\varphi_B = \frac{F_B}{F_T}$ ) e ignorada a possibilidade de diferentes velocidades operacionais para as linhas no corredor (por exemplo, com operação expressa para uma das linhas).

Mantendo a separação entre os trajetos iniciais e no corredor, tem-se os seguintes efeitos nas variáveis de serviço:

- as demandas dos usuários  $D_a$  e  $D_A$  são atendidas com a frequência  $F_A$  da linha A, que determina seu tempo de espera  $TE_A = K_{eA}/F_A$  e a lotação dos veículos no trecho inicial  $C_a = (D_a + D_A)/F_A$ ; para  $D_b$  e  $D_B$ , de forma análoga, tem-se  $TE_B = K_{eB}/F_B$  e  $C_b = (D_b + D_B)/F_B$ ;

- no trecho do corredor, a frequência será  $F_T = F_A + F_B$  e portanto a demanda  $D_C$  é atendida com um tempo de espera  $K_{eC}/F_T = K_{eC}/(F_A + F_B)$ , tendo-se a lotação no veículo igual a  $C_A = (D_A + \varphi_A \cdot D_C)/F_A = D_A/F_A + F_A/F_T \cdot D_C/F_A = D_A/F_A + D_C/F_T$  na linha A e  $C_B = (D_B + \varphi_B \cdot D_C)/F_B = D_B/F_B + D_C/F_T$  na linha B, em princípio desiguais;<sup>18</sup>

- no trecho inicial,  $D_a$  tem um percurso  $K_{va} \cdot L_A$ , onde a lotação média no veículo é  $K_{oa} \cdot C_a$  (que inclui os usuários de  $D_A$ ); de forma correspondente,  $D_b$  tem um percurso  $K_{vb} \cdot L_B$  com lotação média no veículo  $K_{ob} \cdot C_b$ ; os tempos de viagem são desiguais entre

<sup>1</sup> A lotação máxima nas viagens de cada linha são o maior valor entre  $C_A = Q_A/F_A$  ou  $C_a = Q_a/F_A$ , para a linha A, e  $C_B = Q_B/F_B$  ou  $C_b = Q_b/F_B$ , para a linha B, admitindo que a seção crítica para o dimensionamento pode ocorrer no trecho inicial ou no corredor para cada caso. A demanda transportada por cada linha também fica imediatamente determinada a partir da definição das frequências,  $q\varphi_A = D_a + D_A + \varphi_A \cdot D_C$  e  $q\varphi_B = D_b + D_B + \varphi_B \cdot D_C$ . Os índices de renovação médios das viagens das linhas A e B também dependem de saber qual é o trecho crítico da viagem em cada linha, mas não são necessários quando o dimensionamento é feito diretamente a partir dos carregamentos.

as linhas, tanto no trecho inicial ( $K_{va} \cdot L_A / V_A$  e  $K_{vb} \cdot L_B / V_B$ ) quanto no corredor ( $K_{vA} \cdot L_C / V_C$  e  $K_{vB} \cdot L_C / V_C$ );

- no trecho final,  $D_C$  terá um percurso  $K_{vC} \cdot L_C$ , com lotação no veículo  $C_A$  compartilhada com  $D_A$  para uma proporção  $\phi_A$  da demanda  $D_C$  e com lotação no veículo  $C_B$  compartilhada com  $D_B$  para uma proporção  $\phi_B$  da demanda  $D_C$ ; os tempos de viagem são iguais para os usuários de  $D_C$  que usam a linha A ou B ( $K_{vC} \cdot L_C / V_C$ );

- os usuários de  $D_A$  utilizam um percurso  $K_{vA} \cdot L_A + K_{vCA} \cdot L_C$  nos dois trechos, com um tempo de viagem  $K_{vA} \cdot L_A / V_A + K_{vCA} \cdot L_C / V_C$ ; de forma análoga, os usuários de  $D_B$  utilizam um percurso  $K_{vB} \cdot L_B + K_{vCB} \cdot L_C$  nos dois trechos, com um tempo de viagem  $K_{vB} \cdot L_B / V_B + K_{vCB} \cdot L_C / V_C$ ;

- admitindo que o valor do tempo no veículo é  $VTV = VTV_C + VT_C \cdot C$ , função de  $C_a$  e  $C_A$  para os usuários da linha A e de  $C_b$  e  $C_B$  para os usuários da linha B, os termos relacionados podem ser ponderados pela extensão do trajeto em cada trecho nos valores de  $K_0$  (o fator de conversão da ocupação média);

- para os usuários  $D_a$ ,  $VTV_a = VTV_C + VT_C \cdot C_a = VTV_C + VT_C \cdot K_{0a} \cdot (D_a + D_A) / F_A$  e tem-se uma valoração igual a  $VTV_a \cdot K_{va} \cdot L_A / V_A = (VTV_C + VT_C \cdot K_{0a} \cdot (D_a + D_A) / F_A) \cdot K_{va} \cdot L_A / V_A$ ; de forma análoga, para os usuários  $D_b$ ,  $VTV_b = VTV_C + VT_C \cdot C_b = VTV_C + VT_C \cdot K_{0b} \cdot (D_b + D_B) / F_B$  e tem-se uma valoração igual  $VTV_b \cdot K_{vb} \cdot L_B / V_B = (VTV_C + VT_C \cdot K_{0b} \cdot (D_b + D_B) / F_B) \cdot K_{vb} \cdot L_B / V_B$ ;

- para os usuários  $D_C$ , será admitido que o fator de conversão da ocupação média  $K_{0CT}$  pode considerar a lotação média de ambas as linhas no corredor  $C_M = (D_A + D_B + D_C) / F_T$ , permitindo expressar  $VTV \cdot K_{vC} \cdot L_C / V_C$  com  $VTV = VTV_C + VT_C \cdot C_M = VTV_C + VT_C \cdot K_{0CT} \cdot (D_A + D_B + D_C) / F_T$ ;

- para os  $D_A$  usuários, será admitido que o fator de conversão da ocupação média  $K_{0A}$  pode considerar a lotação média no corredor  $C_A=(D_A/F_A+D_C/F_T)$ , permitindo expressar  $VTV.(K_{vA}.L_A/V_A+K_{vCA}.L_C/V_C)$  em  $(VTV_C+VTC.K_{0A}.(D_A/F_A+D_C/F_T)).(K_{vA}.L_A/V_A+K_{vCA}.L_C/V_C)$ ; analogamente, para os  $D_B$  usuários tem-se  $VTV.(K_{vB}.L_B/V_B+K_{vCB}.L_C/V_C)$  em  $(VTV_C+VTC.K_{0B}.(D_B/F_B+D_C/F_T)).(K_{vB}.L_B/V_B+K_{vCB}.L_C/V_C)$ .<sup>1</sup>

Todos estes efeitos ocorrem nos períodos de pico ( $T_p$ ) ou fora-pico ( $T_f$ ) e os dados de oferta e demanda são os correspondentes a cada período.

Mantendo também a separação entre os trajetos iniciais e no corredor, os efeitos nas medidas operacionais são os seguintes:

- para cada período de operação, a quilometragem percorrida é  $KP=(F_A.(L_A+L_C)+F_B.(L_B+L_C))$  e as horas de operação são  $HO=(F_A.(L_A/V_A+L_C/V_C)+F_B.(L_B/V_B+L_C/V_C))$ , tendo-se também a frota operacional  $NO=F_A.(L_A/V_A+L_C/V_C)+F_B.(L_B/V_B+L_C/V_C)$ .

Admitindo a função usual de custo operacional  $CT=CV.NO+CH.HO+CK.KP$ , a avaliação dos efeitos é direta (atribuindo os custos fixos totalmente ao período de pico).

Novamente, o problema pode ser decomposto em decisões independentes para os períodos de pico e fora-pico. Desta forma, a partir da ótica do custo social, a decisão de definição de oferta deveria minimizar  $CST=CST_p+CST_f+CST_0$ , onde

<sup>1</sup> A manutenção da sensibilidade do desconforto no veículo como função da lotação traz uma complexidade algébrica excessiva e estas simplificações tem o objetivo de permitir chegar a uma solução comparável com a obtida no contexto com demanda cativa, sem prejudicar a representação do contexto de competição no atendimento à demanda.

$$\begin{aligned}
CST_F = & VTE \cdot \left( (D_a + D_A) \cdot \frac{K_{eA}}{F_A} + (D_b + D_B) \cdot \frac{K_{eB}}{F_B} + D_C \cdot \frac{K_{eC}}{F_A + F_B} \right) \cdot T_F + \\
& + VT_C \cdot \left( \frac{D_a + D_A}{F_A} \cdot D_a \cdot K_{ova} \cdot \frac{L_A}{V_A} + \frac{D_b + D_B}{F_B} \cdot D_b \cdot K_{ovb} \cdot \frac{L_B}{V_B} \right) \cdot T_F + \\
& + VT_C \cdot \left( \frac{D_A + D_B + D_C}{F_T} \cdot D_C \cdot K_{ovCT} \cdot \frac{L_C}{V_{CA}} \right) \cdot T_F + \\
& + VT_C \cdot \left( \left( \frac{D_A}{F_A} + \frac{D_C}{F_T} \right) \cdot D_A \cdot \left( K_{ovA} \cdot \frac{L_A}{V_A} + K_{ovCA} \cdot \frac{L_C}{V_C} \right) + \left( \frac{D_B}{F_B} + \frac{D_C}{F_T} \right) \cdot D_B \cdot \left( K_{ovB} \cdot \frac{L_B}{V_B} + K_{ovCB} \cdot \frac{L_C}{V_C} \right) \right) \cdot T_F + \\
& + CK \cdot (F_A \cdot (L_A + L_C) + F_B \cdot (L_B + L_C)) \cdot T_F + CH \cdot \left( F_A \cdot \left( \frac{L_A}{V_A} + \frac{L_C}{V_C} \right) + F_B \cdot \left( \frac{L_B}{V_B} + \frac{L_C}{V_C} \right) \right) \cdot T_F
\end{aligned}$$

(com os dados de oferta e demanda fora-pico) e

$$\begin{aligned}
CST_P = & VTE \cdot \left( (D_a + D_A) \cdot \frac{K_{eA}}{F_A} + (D_b + D_B) \cdot \frac{K_{eB}}{F_B} + D_C \cdot \frac{K_{eC}}{F_A + F_B} \right) \cdot T_P + \\
& + VT_C \cdot \left( \frac{D_a + D_A}{F_A} \cdot D_a \cdot K_{ova} \cdot \frac{L_A}{V_A} + \frac{D_b + D_B}{F_B} \cdot D_b \cdot K_{ovb} \cdot \frac{L_B}{V_B} \right) \cdot T_P + \\
& + VT_C \cdot \left( \frac{D_A + D_B + D_C}{F_T} \cdot D_C \cdot K_{ovCT} \cdot \frac{L_C}{V_{CA}} \right) \cdot T_P + \\
& + VT_C \cdot \left( \left( \frac{D_A}{F_A} + \frac{D_C}{F_T} \right) \cdot D_A \cdot \left( K_{ovA} \cdot \frac{L_A}{V_A} + K_{ovCA} \cdot \frac{L_C}{V_C} \right) + \left( \frac{D_B}{F_B} + \frac{D_C}{F_T} \right) \cdot D_B \cdot \left( K_{ovB} \cdot \frac{L_B}{V_B} + K_{ovCB} \cdot \frac{L_C}{V_C} \right) \right) \cdot T_P + \\
& + CK \cdot (F_A \cdot (L_A + L_C) + F_B \cdot (L_B + L_C)) \cdot T_P + \\
& + \left( CH + \frac{CV}{T_P} \right) \cdot \left( F_A \cdot \left( \frac{L_A}{V_A} + \frac{L_C}{V_C} \right) + F_B \cdot \left( \frac{L_B}{V_B} + \frac{L_C}{V_C} \right) \right) \cdot T_P
\end{aligned}$$

(com os dados de oferta e demanda do período de pico).

As condições de ótimo (de primeira ordem)  $\partial_{F_A} CST = 0$  e  $\partial_{F_B} CST = 0$ , para cada período, produzem um sistema de equações:

$$\begin{aligned}
CK.(L_A + L_C) + \left( CH + \frac{CV}{T} \right) \cdot \left( \frac{L_A}{V_A} + \frac{L_C}{V_C} \right) &= VTE \cdot \frac{K_{eA} \cdot D_{aA}}{F_A^2} + VTE \cdot \frac{K_{eC} \cdot D_C}{F_T^2} + \\
&+ \frac{VT_C}{F_A^2} \cdot D_A^2 \cdot \left( K_{oA} \cdot \frac{L_A}{V_A} + K_{oCA} \cdot \frac{L_C}{V_C} \right) + \\
&+ \frac{VT_C}{F_T^2} \cdot \left( (D_{ABC} \cdot D_C \cdot K_{oC} + D_A \cdot D_C \cdot K_{oCA} + D_B \cdot D_C \cdot K_{oCB}) \cdot \frac{L_C}{V_C} + D_A \cdot D_C \cdot K_{oA} \cdot \frac{L_A}{V_A} + D_B \cdot D_C \cdot K_{oB} \cdot \frac{L_B}{V_B} \right)
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
CK.(L_B + L_C) + \left( CH + \frac{CV}{T} \right) \cdot \left( \frac{L_B}{V_B} + \frac{L_C}{V_C} \right) &= VTE \cdot \frac{K_{eB} \cdot D_{aA}}{F_B^2} + VTE \cdot \frac{K_{eC} \cdot D_C}{F_T^2} + \\
&+ \frac{VT_C}{F_B^2} \cdot D_B^2 \cdot \left( K_{oB} \cdot \frac{L_B}{V_B} + K_{oCB} \cdot \frac{L_C}{V_C} \right) + \\
&+ \frac{VT_C}{F_T^2} \cdot \left( (D_{ABC} \cdot D_C \cdot K_{oC} + D_B \cdot D_C \cdot K_{oCB} + D_A \cdot D_C \cdot K_{oCA}) \cdot \frac{L_C}{V_C} + D_B \cdot D_C \cdot K_{oB} \cdot \frac{L_B}{V_B} + D_A \cdot D_C \cdot K_{oA} \cdot \frac{L_A}{V_A} \right)
\end{aligned}$$

(simplificando a notação utilizada, onde o termo relacionado com CV não existe no período fora-pico).

A solução de um sistema de equações não-lineares deste tipo

$$\frac{a_A}{F_A^2} + \frac{b_A}{(F_A + F_B)^2} = c_A \quad \text{e} \quad \frac{a_B}{F_B^2} + \frac{b_B}{(F_A + F_B)^2} = c_B \quad \text{normalmente exigiria}$$

procedimentos numéricos.

Entretanto, para o caso dos retornos antecipados que se quer analisar mais detalhadamente, pode-se admitir que a linha B é um trajeto reduzido sobre a linha A (tendo-se então  $D_b=0$ ,  $D_B=0$  e  $L_B=0$ ), e o sistema de equações fica simplificado para

$$\frac{a'_A}{F_A^2} + \frac{b'_A}{(F_A + F_B)^2} = c'_A \quad \text{e} \quad \frac{b'_B}{(F_A + F_B)^2} = c'_B, \quad \text{que pode ser resolvido}$$

primeiro em  $F_T^* = \sqrt{\frac{b'_B}{c'_B}}$ , depois em  $F_A^* = \sqrt{\frac{a'_A}{c'_A \cdot F_T^{*2} - b'_A}}$  e finalmente

$F_B^* = F_T^* - F_A^*$ . Naturalmente, esta formulação não incorporou explicitamente a restrição  $F_B \geq 0$ , mas um valor de negativo de  $F_B^*$  permite identificar a situação em que esta restrição seria ativa, o que corresponde a não recomendar a utilização de retornos antecipados (devendo-se recalcular a frequência ótima na linha A, com a operação simples).

No caso da formulação discutida acima, as soluções são:

$$F_T^* = \sqrt{\frac{VTE.K_{ec}.D_C + VT_C \cdot \left( (D_{AC}.K_{oc} + D_A.K_{oCA}) \cdot D_C \cdot \frac{L_C}{V_C} + D_A \cdot D_C \cdot K_{oA} \cdot \frac{L_A}{V_A} \right)}{CK.L_C + (CH + CV/T) \cdot \frac{L_C}{V_C}}}$$

a frequência total ótima no corredor,

$$F_A^* = \sqrt{\frac{VTE.K_{eA}.D_{aA} + VT_C.D_A^2 \cdot \left( K_{oA} \cdot \frac{L_A}{V_A} + K_{oCA} \cdot \frac{L_C}{V_C} \right)}{CK.L_A + (CH + CV/T) \cdot \frac{L_A}{V_A}}} \quad (\text{independe de } F_T^*),$$

a frequência ótima na linha normal, extensa (sendo  $F_B^* = F_T^* - F_A^*$  a frequência ótima no retorno antecipado).<sup>19</sup>

As recomendações para utilização de linhas de reforço com retornos antecipados será analisada para comparar as diferenças entre as recomendações genéricas derivadas de modelos com demanda cativa e competitiva.

Esta formulação permite analisar diversas decisões sobre a estruturação do serviço de TPCR/UP. Por exemplo, atendimentos em extensões e retornos antecipados são funcionalmente semelhantes e derivações de trajeto distinguem-se do caso analisado somente em função do fato de ter um trecho de atendimento comum antes do trecho de atendimento exclusivo. A análise de viagens expressas e paradoras deveria ser adaptada, visto que constituem alternativas

que tem mesmo itinerário mas distinguem-se pela velocidade operacional.<sup>i</sup>

Deve-se notar que a complexidade algébrica da análise foi significativa maior que no contexto com demanda cativa, mesmo admitindo a hipótese usual de repartição proporcional à frequência. Portanto, hipóteses mais gerais ou situação mais gerais provavelmente exigiriam procedimentos de solução numéricos.

---

<sup>i</sup> As viagens expressas, neste conjunto de estratégias operacionais, tem a característica peculiar de também justificar-se em função da melhoria do tempo de viagem que podem proporcionar aos usuários. Entretanto, na maior parte das vezes, a motivação básica para sua utilização vem da possibilidade de reduzir o tempo de ciclo (eventualmente em conjunto com as demais estratégias operacionais). A existência de ociosidade no sentido oposto ao dominante é, em todos estes casos, uma possibilidade de reduzir sua oferta (sem comprometer de forma significativamente a qualidade de serviço ofertada) que deve ser utilizada para melhorar a eficiência operacional do sistema. Note que a operação de linhas diametrais também pode ser analisada dentro do mesmo contexto, considerando a eventual existência de desbalanceamento na oferta entre os ramos opostos do seu itinerário. Todos estes casos podem ser analisados de forma simples a partir da hipótese de demanda cativa por linha, que no entanto é inapropriada para a maior parte das situações.

#### 4.4. Considerações sobre a Aplicabilidade dos Resultados

As recomendações decorrentes de cada contexto de análise podem ser tornadas mais concretas avançando na avaliação dos resultados numéricos.

No caso da análise de formulações com a hipótese de demanda cativa, com os parâmetros típicos de custo para o tipo de veículo ônibus comum e de qualidade para o usuário de baixa renda, as recomendações relativas às lotações de projeto a serem adotadas para programação do serviço podem ser sintetizadas em:

$$C_p^* = \sqrt{\frac{172,8.L_{CT}}{IR_{CTP} \cdot \left( VT_c \cdot L_{CT} + 45 \cdot \frac{IR_{CTP}}{q_{CTP}} \right)}}$$

e

$$C_F^* = \sqrt{\frac{112,8.L_{CT}}{IR_{CTF} \cdot \left( VT_c \cdot L_{CT} + 45 \cdot \frac{IR_{CTF}}{q_{CTF}} \right)}}$$

onde  $IR_{CT}$  é o índice de renovação de passageiros na viagem (ciclo fechado),  $q_{CT}$  é o fluxo médio de passageiros correspondente em pax/hora, no período considerado, e  $L_{CT}$  é a extensão do percurso na linha (ciclo fechado).<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup> Os valores assumidos foram custo unitários de 90 US\$/dia, 24 US\$/hora e 0,28 US\$/km,  $V_c=15$  km/h no pico e fora-pico, período de operação igual a 20 horas/dia (6 horas no pico e 14 horas fora-pico), coeficiente de irregularidade igual à 25% ( $K_e=0,75$ ), de tempo de viagem do usuário no tempo de ciclo igual à 25% ( $K_v=0,25$ ) e de ocupação média em relação à lotação de projeto igual à 100% ( $K_o=1,0$ ), valor do tempo de espera de 1,0 US\$/h, valor básico do tempo no veículo de 0,5 US\$/hora. Para o coeficiente de sensibilidade à densidade em pé, expresso em termos de capacidade, adotou-se  $VT_c=0,02$  US\$/h-pax em pé (que corresponde a uma

A partir destas fórmulas numéricas, pode-se verificar que os valores recomendados são compatíveis com a prática usual dos operadores.

As situações em que o limite de capacidade física do veículo é violado restringem-se às linhas de baixa renovação de passageiros (mesmo assim somente para extensões maiores). A diferenciação da frequência ofertada no pico e fora-pico é recomendada para todos os casos usuais quando a relação entre a demanda no pico e fora-pico é da ordem de 2, existindo casos de operação com a mesma oferta apenas para relações menores que 1,5 (particularmente nos casos de linhas com menor demanda).

Por exemplo, para linhas de baixa demanda e operação no período fora-pico ( $q_f=100$  pax/h, frequência por lotação máxima da ordem de 1 ou 2 viagens/hora), os resultados obtidos podem ser vistos na Tabela 4.1, indicando lotações de projeto abaixo da capacidade em assentos dos ônibus, exceto para linhas longas ou com baixa renovação de passageiros.

		Cpico*			Cforapico*		
		1	2	4	1	2	4
L	IR						
	10	63,07	36,06	19,60	40,96	22,26	11,68
	20	73,55	44,60	25,50	50,65	28,96	15,74
	30	78,40	49,14	29,07	55,82	33,02	18,46
	50	83,07	53,99	33,35	61,32	37,88	22,06

Tabela 4.1. Lotação de Projeto Recomendada para Linha de Baixa Demanda -  $q_p$ : 200 pax/h,  $q_f$ : 100 pax/h

---

relação 1:3 para o tempo de viagem na capacidade nominal em relação ao valor básico do tempo no veículo), considerando que o valor do tempo básico vale até uma lotação de 20 pax (da ordem de metade do número de assentos) e que a capacidade nominal do veículo é de cerca de 70 pax.

Da mesma forma, para linhas de demanda média e operação no período fora-pico ( $q_f=200$  a  $400$  pax/h, frequência por lotação máxima da ordem de 6 viagens/hora), os resultados apresentados nas Tabelas 4.2 e 4.3 já indicam lotações de projeto maiores, chegando próximo da capacidade nominal dos ônibus para linhas longas e de baixa renovação.

		Cpico*			Cforapico*		
\ IR		1	2	4	1	2	4
L							
	10	73,55	44,60	25,50	50,65	28,96	15,74
	20	81,22	52,01	31,53	59,07	35,82	20,48
	30	84,37	55,44	34,75	62,97	39,47	23,35
	50	87,17	58,74	38,17	66,72	43,36	26,78

Tabela 4.2. Lotação de Projeto Recomendada para Linha de Baixa/Média Demanda -  $q_p: 400$  pax/h  $q_f: 200$  pax/h

		Cpico*			Cforapico*		
\ IR		1	2	4	1	2	4
L							
	10	81,22	52,01	31,53	59,07	35,82	20,48
	20	86,08	57,43	36,77	65,24	41,77	25,33
	30	87,91	59,66	39,20	67,76	44,53	27,91
	50	89,46	61,64	41,53	70,01	47,18	30,66

Tabela 4.3. Lotação de Projeto Recomendada para Linha de Média/Alta Demanda -  $q_p: 800$  pax/h,  $q_f: 400$  pax/h

Para operação nos períodos de pico, as linhas com demanda média ( $q_p=400$  pax/h, que corresponderiam ao caso de baixa demanda fora-pico, ou  $q_p=800$  pax/h, que corresponderiam ao caso de média demanda fora-pico), os resultados também mostrados nas Tabelas 4.2 e 4.3 são novamente consistentes e maiores que os valores adotados fora-pico, superando a capacidade nominal admitida e chegando próximo da capacidade limite dos veículos para as linhas longas e de baixa renovação.

Para linhas de alta demanda e operação no período de pico ( $q_p=1600$  pax/h, frequência por lotação máxima de cerca de 25 viagens/hora ou mais de uma partida cada 3 minutos, que corresponderiam ao caso de média demanda fora de pico), os resultados mostrados na Tabela 4.4 também são consistentes. Nos casos mais favoráveis (linhas curtas de alta renovação), mesmo nesta situação, são recomendadas lotações de projeto próximas à capacidade em assentos dos ônibus. Por outro lado, as lotações de projeto sistematicamente superam capacidade limite do veículo para os casos mais desfavoráveis (linhas longas de baixa renovação).

\ IR L		Cpico*			Cforapico*		
		1	2	4	1	2	4
10		86,08	57,43	36,77	65,24	41,77	25,33
20		88,87	60,87	40,61	69,14	46,13	29,54
30		89,86	62,16	42,18	70,61	47,91	31,49
50		90,67	63,25	43,58	71,85	49,50	33,36

Tabela 4.4. Lotação de Projeto Recomendada para Linha de Alta Demanda -  $q_p$ : 1600 pax/h,  $q_f$ : 800 pax/h

É interessante observar que para linhas longas, os níveis de demanda parecem ter pouca influência nas lotações de projeto recomendadas (tanto no pico quanto fora-pico, embora sistematicamente diferentes nos dois períodos).

Nos casos analisados, a capacidade física limite do veículo não foi frequentemente violada, mas diversas situações indicam lotações de projeto superiores à capacidade nominal ou inferiores à capacidade em assentos dos ônibus. Naturalmente, em alguns dos casos mencionados, os resultados sugerem a inadequação da adoção do ônibus convencional como tipo de veículo para operar as linhas nas suas condições específicas.

Portanto, a integração da análise sobre a definição dos critérios de programação da oferta e sobre a seleção dos tipos de veículos para operação do serviço seria um ponto importante.

As recomendações obteníveis a partir da análise de formulações com a hipótese de demanda competitiva, no caso específico da utilização de retornos antecipados, podem ser também avaliados da mesma forma. A análise será feita apenas para o período de pico e é estritamente similar no período fora-pico.

Para tornar os resultados mais facilmente comparáveis, é conveniente reformular as recomendações derivadas da análise com a hipótese de demanda cativa em termos de frequência, tendo-se:

$$F^* = \sqrt{\frac{45 \cdot q_{CT} + VT_c \cdot L_{CT} \cdot q_{CT}^2 / IR_{CT}}{172,8 \cdot L_{CT}}}$$

Com os mesmos parâmetros típicos de custo para o tipo de veículo ônibus comum e de qualidade para o usuário de baixa renda<sup>1</sup>, as recomendações correspondente à análise da utilização

---

<sup>1</sup> Está sendo admitido também que as velocidades e fatores de conversão são iguais entre trechos e assumem os mesmos considerados anteriormente no caso de demanda cativa.

de retornos antecipados com a hipótese de demanda competitiva podem ser sintetizadas em:

$$F_T^* = \sqrt{\frac{45.D_C + VT_c.(D_{AC}.D_C.L_C + D_A.D_C.(L_A + L_C))}{172,8.L_C}}$$

e

$$F_A^* = \sqrt{\frac{45.D_{aA} + VT_c.D_A^2(L_A + L_C)}{172,8.L_A}}$$

Além da similaridade de ambas os resultados, pode-se também verificar que as diferenças decorrem basicamente da consideração da demanda específica de cada tipo de usuário. A comparação entre os resultados deve, portanto, considerar esta particularidade.

Notando que, por definição, tem-se  $L_{CT} = L_A + L_C$  e  $q_{CT} = D_a + D_A + D_C = D_{aA} + D_C = D_a + D_{AC}$ , a Tabela 4.5 mostra a frequência relativa nos trechos inicial e do corredor em função das proporções de trajeto e de demanda envolvidas.

		400		400		800	
$q_T$		400		400		800	
$D_a$		100	25,0%	50	12,5%	100	12,5%
$D_C$		200	200,0%	150	300,0%	300	300,0%
$L_T$	$L_A$	início	corredor	início	corredor	início	corredor
20	5	0,93	0,98	0,83	1,28	0,85	1,22
	10	1	1	1	1	1	1
40	10	1	1	0,85	1,22	0,86	1,19
	15	1	1	0,89	1,00	0,90	0,97

OBS: Frequência Relativa com e sem Retorno Antecipado.

O valor 1 indica que a estratégia não é recomendada.

Tabela 4.5. Comparação de Frequência nos trechos.

Pode-se verificar que a diferença entre as recomendações é significativa e representa uma racionalização da oferta, aproximando a ocupação nos trechos e explorando o novo potencial de redução de custo.

## 5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Os objetivos pretendidos neste trabalho, como enunciado na introdução da tese e de cada capítulo, podem ser resumidos nos seguintes pontos:

- identificar o estágio atual dos enfoques existentes para formulação de modelos normativos em transportes urbanos;
- identificar as características principais a serem observadas para formular modelos normativos adequados;
- verificar a aplicabilidade de modelos normativos estilizados em comparação com modelos práticos;
- verificar a sensibilidade relativa das recomendações derivadas de modelos estilizados.

Estas duas últimas questões foram analisadas tomando casos práticos relacionados com o projeto de redes de TPCR/UP.

Do ponto de vista teórico, na perspectiva mais geral, a revisão dos enfoques existentes para formular modelos normativos permitiu estabelecer a importância de integrar conceitos correntes na Engenharia e na Economia e a importância de, através desta integração, ensejar desenvolvimentos significativos nas duas áreas (com a oportunidade de utilizar aplicações práticas

para aferir a relevância de diferentes formulações teóricas e preencher as diversas lacunas hoje existentes).

Diversos aspectos essenciais para formulação de modelos normativos que permitam produzir resultados aplicáveis foram identificados e discutidos, destacando-se a importância de considerar:

- as formas de definição de funções objetivo;
- a formulação de possibilidades e restrições técnicas;
- a representação do comportamento reativo dos demais agentes;
- a articulação com o contexto das decisões.

Estes aspectos podem ser resumidos na necessidade de obter uma representação adequada do problema e de suas variáveis de decisão.

Como avaliação geral, pode-se dizer que não existe uma metodologia bem definida para orientar a formulação de modelos normativos em transportes urbanos.

No campo específico do projeto de redes de TPCR/UP, existe uma produção técnica muito extensa relacionada com a análise dos sistemas de transportes, o que inclui numerosos estudos com perspectiva normativa (isto é, com o objetivo de orientar decisões de projeto).

Entretanto, foram identificados dois tipos de enfoque que têm sido aplicados de forma independente, e configuram tradições estanques, em grande parte, apesar da complementariedade evidente entre a abordagem de cada uma. Esses enfoques foram denominados de modelos estilizados e modelos práticos.

Estas abordagens usualmente enfatizaram características distintas do serviço de TPCR/UP, não necessariamente

correspondente a um maior detalhamento de aspectos importantes para aplicação. Por exemplo, na representação da demanda por transportes, os modelos práticos devotam maior atenção às características de variação espacial enquanto os modelos estilizados consideram mais detidamente a variação temporal, em particular a existência dos períodos de pico.

Salta aos olhos a conveniência de integrar os dois enfoques e investigar a importância relativa dos aspectos hoje presentes em uma ou outra tradição de abordagem.

Do ponto de vista das aplicações práticas, foram analisados dois problemas distintos, com objetivos também distintos.

A análise da localização dos pontos de parada buscou comparar a aplicabilidade das recomendações obtidas de modelos estilizados e de modelos práticos. A investigação teórica e prática permitiu verificar, pelo menos neste contexto específico, que:

- a tarefa principal da análise tem apoio importante na formulação de modelos estilizados;

- a seleção das hipóteses de modelagem tem importância crucial para derivar resultados aplicáveis;

- os aspectos específicos da adaptação das recomendações de modelos estilizados podem ser deixados aos técnicos ou utilizar modelos práticos que forneçam soluções mais diretas.

A análise da definição de critérios de programação da oferta em linhas de TPCR/UP buscou avaliar a importância de diferentes hipóteses adotadas na modelagem dos problemas, verificando seu impacto nas recomendações derivadas da análise, destacando dois aspectos: a representação das possibilidades e restrições técnicas à produção do serviço, que permitam considerar opções de ajuste na operação considerados no contexto prático, e a representação de um contexto competitivo específico, em que o comportamento reativo dos usuários às alterações de serviço é um

aspecto essencial. Neste caso, a análise representou um esforço teórico, em maior grau, que destacou como importantes:

- o reconhecimento (ou a definição) do contexto de decisão, um aspecto fundamental (usualmente negligenciado);

- a dificuldade de obter soluções analíticas para formulações mais gerais (que pode sugerir a conveniência de utilizar um procedimento em dois estágios: identificação e detalhamento);

- a necessidade de desenvolver formulações dinâmicas ou outros enfoques que permitam verificar, no contexto dos modelos estilizados, a viabilidade operacional das recomendações.

Considerando ambas as análises, e no limite destes casos específicos, pode-se notar diversas características comuns:

- boa parte dos resultados obtidos foram robustos em relação aos parâmetros envolvidos na definição da melhor decisão;

- as recomendações obtidas com modelos estilizados foram uma orientação bastante útil para decisões técnicas (desde que selecionadas hipóteses de modelagem adequadas).

Em função das conclusões coletadas neste trabalho, é possível derivar diversas recomendações que poderiam ser seguidas por estudos teóricos ou práticos relacionados com este tema.

Em primeiro lugar, pode-se destacar a importância de aprofundar o trabalho teórico e prático relacionado com a avaliação de novas hipóteses, ou incorporação de aspectos não considerados, e com o aumento da experiência na aplicação prática das recomendações técnicas obtidas de modelos normativos.

Neste aspecto, é importante destacar diversas limitações teóricas admitidas de antemão neste trabalho:

- intencionalmente limitou-se o estudo ao contexto de demanda global fixa, que permite uma análise detalhada ignorando questões

relativas à fixação de preços (por isso exclui a análise de decisões na ótica privada, além de limitar a análise na ótica pública);

- evitou-se a discussão sobre a incorporação de aspectos distributivos, em função da falta de consenso sobre a melhor forma de considerá-los na análise técnica;

- foram admitidas formas de representação simples para diversos fenômenos que merecem análise mais detida (em particular a influência de aspectos aleatórios na operação dos sistemas de transportes);

- evitou-se intencionalmente decisões mais complexas, o que inclui questões relacionadas com investimentos (dependentes da representação e ponderação de cenários futuros) ou com a operação do serviço (em que precisam ser representadas restrições de viabilidade mais rígidas e difíceis);

- evitou-se intencionalmente modelos mais complexos e em particular a articulação entre níveis de decisão (que caracterizaria a necessidade de modelos com estrutura hierárquica, procedimentos de alimentação e realimentação ...)

Em segundo lugar, pode-se destacar a conveniência de trabalhar no caminho de integrar modelos práticos (e suas características de análise, como demanda geral, análise da competição) e modelos estilizados (e os aspectos destacados em sua abordagem, como a existência de períodos de pico e a adoção de funções de custos mais detalhadas).

Em terceiro lugar, há a necessidade de desenvolver ambas as formulações (o que muitas vezes toca temas comuns da Engenharia e da Economia). Neste campo, atualmente há uma linha de pesquisa bastante ativa e promissora que investe no estudo sobre formulações de equilíbrio com comportamento reativo da oferta (e pode considerar, por exemplo, a necessidade de uma representação mais adequada da estrutura de produção).

Por último, os estudos sobre tópicos específicos, como a forma de descrição mais flexível (e realista) das possibilidades e restrições técnicas de produção e a forma de integrar a representação genérica de decisões sobre definições de rotas, são também desafios importantes.

Cabe destacar que, em um campo em que se destaca a importância de diferentes formulações teóricas, um aspecto muitas vezes negligenciado é a necessidade de submeter continuamente a avaliação dos desenvolvimentos teóricos ao crivo das aplicações práticas.

O *modus operandi* da pesquisa científica em outras áreas, especificamente na Teoria Econômica, é um exemplo triste dos efeitos maléficos que um distanciamento entre investigações teóricas e práticas pode trazer.



REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aiyoshi, E.; Shizumu, K. (1984) - "A Solution Method for the Static Constrained Stackelberg Problem via a Penalty Method" em IEEE Transactions on Automatic Control AC29:1111-1114.
- Anas, A. (1984) - "Discrete Choice Theory and the General Equilibrium of Employment, Housing and Travel Networks in a Lowry-type Model of the Urban Economy" em Environment and Planning A, vol.16:1489-1502.
- Anas, A. (1985) - "The Combined Equilibrium of Travel Networks and Residential Location Markets" em Regional Science and Urban Economics, vol.15:1-21.
- Anas, A.; Cho, J.R. - (1986) - "Existence and Uniqueness of Price Equilibria - Theory and Application to Discrete Choice Models" em Regional Science and Urban Economics, vol.16:211-239.
- Anas, A. (1987) - "Modelling in Urban and Regional Economics", Harwood, USA.
- Anas, A.; Cho, J.R. - (1988) - "A Dynamic, Policy Oriented Model of the Regulated Housing Market - The Swedish Prototype" em Regional Science and Urban Economics, vol.18:201-231.
- Anas, A. (1995) - "Capitalization of Urban Improvements into Residential and Commercial Real Estate: Simulations with a Unified Model of Housing, Travel Mode and Shopping Choices" em Journal of Regional Science, vol.35:351-375.
- Anderson, J.E. (1984) - "Optimization of Transit-Systems Characteristics" em Journal of Advanced Transportation vol.18:77-111.
- Anderson, S.P.; De Palma, A.; Thisse, J.-F. (1989) - "Demand for Differentiated Products, Discrete Choice Models, and the Characteristics Approach" em Review of Economic Studies 56:21-35.
- Andreasson, I. (1977) - "Connecting Bus Routes at a Point of Intersection" em Advances in Operations Research, Proceedings:1-9, Elsevier, Holanda.
- Aquino, W.J. (1980) - "Uma Abordagem ao Problema de Definição de Rede Intraurbana de Rotas de Ônibus", Dissertação de Mestrado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil.
- Axhausen, K.W.; Smith Jr., R.L. (1984) - "Evaluation of Heuristic Transyt Network Optimization Algorithm" em Transportation Research Record 976, Transportation Research Board, USA.
- Attanucci, J.; Wilson, N.H.M.; McCollon, B.; Burns, I. (1982) - "Design of Bus Transit Monitoring Programs", em Transportation Research Record 857, Transportation Research Board, USA.

Baaj, M.H.; Mahmassani, H.S. (1990) - "TRUST: a LISP Program for the Analysis of Transit Route Configurations" em Transportation Research Record 1283, Transportation Research Board, USA.

Baaj, M.H.; Mahmassani, H.S. (1991) - "An AI-Based Approach for Transit Route System Planning and Design" em Journal of Advanced Transportation, vol.25:187-210.

Baaj, M.H.; Mahmassani, H.S. (1992) - "Artificial Intelligence-Based System Representation and Search Procedures for Transit Route Network Design" em Transportation Research Record 1358, Transportation Research Board, USA.

Baaj, M.H.; Mahmassani, H.S. (1995) - "Hybrid Route Generation Heuristic Algorithm for the Design of Transit Network" em Transportation Research C, vol.3:31-50.

Bard, J.F.; Falk, J.E. (1982) - "An Explicit Solution to the Multilevel Programming Problem" em Computers and Operations Research 9:77-100.

Barra, A .L.O .; Almeida, E.M.V.; Moreira, M.L.L. (1987) - "Adequação da Oferta de Transporte aos Desequilíbrios da Demanda" em Revista dos Transportes Públicos, vol.38:37-53.

Bazaraa, M.; Sherali, H.; Shetty, C. (1993) - "Nonlinear Programming", 2nd.Edition, John Wiley, USA.

Beckmann, M.; McGuire, C.B.; Winsten, C.B. (1956) - "Studies in the Economics of Transportation", Yale University Press, USA (appud NAGURNEY/83, entre outros).

Ben-Akiva, M.; Lerman, S.R. (1985) - "Discrete Choice Analysis: Theory and Application to Travel Demand", MIT Press, USA.

Bertossi, A . A .; Carraresi, P.; Gallo, G. (1987) - "On Some Matching Problems Arising in Vehicle Scheduling Models" em Networks, vol.17:271-281.

Bertsekas, D.P.; Tsitsiklis, J.N. (1989) - "Parallel and Distributed Computation - Numerical Methods", Prentice-Hall, USA.

Bly, P.H.; Oldfield, R.H. (1974) - "Optimisation of a Simple Model Bus Network", Road Research SR270C, Transport and Road Research Laboratory, UK.

Bly, P.H.; Oldfield, R.H. (1986) - "An Analitic Assessment of Subsidies to Bus Services" em Transportation Science 29:200-212.

Brandão, L.M. (1993) - "O Planejamento da Estrutura dos Serviços de Transporte Coletivo Regular de Passageiros em Cidades de Porte Médio", Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia de Transportes, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Brasil.

- Bradley, S.P.; Hax, A.C.; Magnanti, T.L. (1977) - "Applied Mathematical Programming", Addison Wesley, USA.
- Brice, S. (1989) - "Derivation of Nested Transport Models within a Mathematical Programming Framework" em Transportation Research B, 23:19-28.
- Brotchie, J.F. (1967) - "On the Structural Design Problem", Civil Engineering Transactions:151-158, Institute of Engineers, Austrália (appud ROY/LESSE/83).
- Brotchie, J.F. (1969) - "A General Planning Model" em Management Science (Theory) vol.10:265-266.
- Brotchie, J.F. (1978) - "A New Approach to Urban Planning" em Management Science vol.24:1753-1758.
- Brotchie, J.F.; Sharpe, R.; Toakley, A.R. - "Econometric Model to Aid in Urban Planning Decisions" em ASCE Journal of the Urban Planning and Development Division vol.99:25-46.
- Brotchie, J.F.; Dickey, J.W.; Sharpe, R. (1980) - "TOPAZ - General Planning Technique and its Application at the Regional, Urban and Facilities Levels", Springer, Alemanha (appud DeLaBARRA/89 entre outros).
- Brotchie, J.F.; Sharpe, R.; Maheepala, S.; Marquez, L.; Ueda, T. (1994) - "TOPAZ-URBAN", International Seminar on "Transportation Planning and Policy in a Network and Price Equilibrium Framework", Division of Building, Construction and Engineering, CSIRO, Australia.
- Carraresi, P.; Gallo, G. (1984) - "Network Models for Vehicle and Crew Scheduling" em European Journal of Operational Research, vol.16:139-151.
- Ceder, A.; Wilson, N.H.M. (1986) - "Bus Network Design" em Transportation Research B, vol.20:331-343.
- Ceder, A. (1989) - "Optimal Design of Transit Short-Run Trips" em Transportation Research Record 1121, Transportation Research Board, USA.
- Chang, S.K.; Schonfeld, P.M. (1991a) - "Multiple Period Optimization of Bus Transit Systems" em Transportation Research B, vol.25:453-478.
- Chang, S.K.; Schonfeld, P.M. (1991b) - "Optimization Models for Comparing Conventional and Subscription Bus Feeder Services" em Transportation Science, vol.25:281-297.
- Chang, S.K.; Schonfeld, P.M. (1992) - "Integration of Fixed- and Flexible-Route Bus Systems" em Transportation Research Record 1308, Transportation Research Board, USA.
- Chang, S.K.; Lee, C.J. (1993) - "Welfare Comparison of Fixed- and Flexible-Route Bus Systems" em Transportation Research Record 1390, Transportation Research Board, USA.

- Chang, S.K.; Schonfeld, P.M. (1993) - "Welfare Maximization with Financial Constraints for Bus Transit Systems" em Transportation Research Record 1395, Transportation Research Board, USA.
- Chen, M.; Alfa, S. (1992) - "A Network Design Algorithm using a Stochastic Incremental Traffic Assignment Approach" em Transportation Science, vol.25:215-224.
- Chiriqui, C.; Robillard, P. (1975) - "Common Bus Lines" em Transportation Science, vol.9:115-121.
- Chua, T.A.; Silcock, D.T. (1982) - "The Practice of British Bus Operators in Planning Urban Bus Services" em Traffic Engineering and Control, vol. :66-70.
- Clarens, G.; Hurdle, V. (1975) - "An Operating Strategy for a Commuter Bus System" em Transportation Science, vol.9:1-20.
- Coelho, J.D.; Williams, H.C.W.L.; Wilson, A. (1977) - "Entropy Maximizing Submodels within Overall Mathematical Programming Framework", Working Paper 197, School of Geography, University of Leeds, UK (appud SHARPE/KARLQVIST/80).
- COGEP (1980) - "PROJETO MUT - Modelo de Uso do Solo e Transportes de São Paulo", Vol.1 (Conceituação Teórica), Vol.10 (Modelo de Uso do Solo - Calibração), Vol.13 (Modelo de Transportes - Calibração), Prefeitura Municipal de São Paulo, Brasil.
- Constantin, I.; Florian, M. (1995) - "Optimizing Frequencies in a Transit Network: a Nonlinear Bi-Level Programming Approach" in International Transactions on Operational Research, vol.2:149-164.
- Copas, T.L.; Levinson, H.A.; editores (1980) - "Bus Route and Scheduling Planning Guidelines" em NCHRP Synthesis of Highway Practice 69, Transportation Research Board, USA.
- Crainic, T.G.; Ferland, J.A.; Rousseau, J-M. (1984) - "A Tactical Planning Model for Rail Freight Transportation" em Transportation Science, vol.18:165-184.
- Crainic, T.G.; Rousseau, J-M. (1986) - "Multicommodity, Multimode Freight Transportation: a General Modeling and Algorithmic Framework for the Service Network Design Problem" em Transportation Research B, vol.20:225-242.
- Crainic, T.G.; Florian, M.; Léal, J.E. (1990) - "A Model for the Strategic Planning of National Freight Transportation by Rail" em Transportation Science, vol.24:1-24.
- Davis, G.A. (1993) - "Exact Local Solution of the Continuous Network Design Problem via Stochastic User Equilibrium Assignment" em Transportation Research B, vol.28:61-75.

- De Cea, J.; Bunster, J.P.; Zubieta, L.; Florian, M. (1988) - "Optimal Strategies and Optimal Routes in Public Transit Assignment Models: an Empirical Comparison" em Traffic Engineering and Control, vol.29:520-526.
- De Cea, J.; Fernandez, J.E. (1989) - "Transit Assignment to Minimal Routes: an Efficient New Algorithm" em Traffic Engineering and Control, vol.30:491-494.
- De Cea, J.; Fernandez, J.E. (1993) - "Transit Assignment for Congested Public Transport Systems: an Equilibrium Model" em Transportation Science, vol.27:133-147.
- Dial, R. (1967) - "Transit Pathfinder Algorithm" em Highway Research Board 205, Highway Research Board, USA.
- De La Barra, T. (1989) - "Integrated Land Use and Transport Modelling", Cambridge University Press, UK.
- Dodgson, J.S.; Newton, C.R.; Katsoulacos, Y. (1992) - "A Modelling Framework for the Empirical Analysis of Predatory Behaviour in the Bus Service Industry" em Regional Science and Urban Economics, vol.22:51-70.
- Dubois, D.; Bel, G.; Llibre, M. (1977) - "A Set of Methods in Transportation Network Synthesis and Analysis" em Journal of the Operations Research Society, vol.30:797-808.
- EBTU (1983) - "Tratamento Preferencial ao Transporte Coletivo por Ônibus", 2 vols. (elaborado pela CET/SP), Brasil.
- EBTU (1987) - "Gerência do Sistema de Transporte Público de Passageiros: Planejamento Operacional", 8 vols., (elaborado com coordenação da TTC), Brasil (versão final publicada em 19...).
- Echenique, M. (1968) - "Urban Systems: Towards an Explorative Model", Working Paper 7, Centre of Land Use and Built Form Studies, University of Cambridge, UK (appud DeLaBARRA/89).
- El-Azm, A . (1985) - "The Minimum Fleet Size Problem and Its Applications to Bus Scheduling" em Rousseau, J.-M.; editor - Computer Scheduling of Public Transport 2, Elsevier Science Publishers/North Holland, Canadá.
- Eusébio, J.R.; Amado, L.; Fragoso, L.; Paixão, J.P. (1988) - "Development and Implementation of na Automatic System for Bus and Crew Scheduling" em Daduna, J.R.; Wren, A .; editores - Computer-Aided Transit Scheduling, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 308, Springer, Alemanha.
- Evans, A. (1987) - "A Theoretical Comparison of Competition with Other Economic Regimes for Bus Services" em Journal of Transport Economics and Policy, vol...:7-36.

Fernandez, J.E.; Marcotte, P (1992) - "Operators-Users Equilibrium Model in a Partially Regulated Transit System" em Transportation Science, vol.26:93-105.

Fernandez, J.E.; Marcotte, P.; Mondschein, S.; Vera, J.; Weintraub, A. (1993) - "Solution Approaches to the Bus Operator Problem" em Transportation Research B, vol.27:1-11.

Fernandez, J.E.; De Cea, J.; Florian, M.; Cabrera, E. (1994) - "Network Equilibrium Models with Combined Modes" em Transportation Science, vol.28:182-192.

Fisk, C.S.; Boyce, D.E. (1983) - "Alternative Variational Inequality Formulations of the Network Equilibrium-Travel Choice Problem" em Transportation Science, vol.17:454-463.

Fisk, C.S. (1984) - "Optimal Signal Controls on Congested Networks" em Vollmuller, J.; Hamerslag, R. (eds.) - Transportation and Traffic Flow Theory, VNU Science Press, Holanda.

Fisk, C.S. (1986) - "A Conceptual Framework for Optimal Transportation Systems Planning with Integrated Supply and Demand Models" em Transportation Science, vol.20:37-47.

Florian, M.; Los, M. (1982) - "A New Look at Static Spatial Price Equilibrium Models" em Regional Science and Urban Economics, vol.12:579-597.

Florian, M; Crainic, T.G.; editores (1989) - "Strategic Planning of Freight Transportation in Brazil: Methodology and Applications", 5 volumes, Final Report (Publication #638-642), Centre de Recherche sur les Transports, Université de Montréal, Canadá.

Friesz, T.; Harker, P. (1983) - "Multicriteria Spatial Price Equilibrium Network Design: Theory and Computational Results" em Transportation Research B, vol.17:411-426.

Friesz, T.; Tobin, R.L.; Cho, H.; Metha, N.J. (1990) - "Sensitivity Analysis-based Heuristic Algorithms for Mathematical Programs with Variational Inequality Constraints" em Mathematical Programming, vol.48:265-284.

Friesz, T.; Anandalingam, G.; Mehta, N.J.; Nam, K.; Shah, S.J.; Tobin, R.L. (1993) - "The Multiobjective Equilibrium Network Design Problem Revisited:a Simulated Annealing Approach" in European Journal of Operational Research, vol.65:44-57.

Furth, P.G.; Wilson, N.H.M. (1981) - "Setting Frequencies on Bus Routes: Theory and Practice" em Transportation Research Record 818, Transportation Research Board, USA.

Furth, P.G. (1985) - "Alternating Dead-heading in Bus Route Operations" em Transportation Science, vol.19:13-28.

Furth, P.G.; May, F.D. (1985) - "Transit Routing and Scheduling Strategies for Heavy Demand Corridors" em Transportation Research Record 1011, Transportation Research Board, USA.

Furth, P.G.; Attanucci, J.; Wilson, N.H.M.; Burns, I. (1985) - "Transit Data Collection Design Manual", Urban Mass Transportation Administration, USA.

Furth, P.G. (1986a) - "Short Turning on Transit Routes" em Transportation Research Record 1108, Transportation Research Board, USA.

Furth, P.G. (1986b) - "Zonal Route Design for Transit Corridors" em Transportation Science, vol.20:1-12.

Ghoneim, N.S.A.; Wirasinghe (1987) - "Optimum Zone Configuration for Planned urban Commuter Rail Lines" em Transportation Science, vol.21:106-114.

Glaister, S. (1981) - "Fundamentals of Transport Economics", Basil Blackwell, UK.

Glaister, S.; Lewis, D. (1978) - "An Integrated Fares Policy for Transport in London" em Journal of Public Economics, vol.9:341-355.

Gonçalves, M.B.; Ulysséa-Neto, I. (1993) - "The Development of a New Gravity-Opportunity Model for Trip Distribution" em Transportation Research A, 25:817-826.

Gonçalves, N. (1995) - "Economias de Escala em uma Linha de Ônibus Urbano: o Enfoque Micro-analítico", Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil.

Gondran, M.; Minoux, M. (1979) - "Graphs et Algorithmes", Collection de la Direction des Études et Recherches, França (traduzido para o inglês em 1984 pela John Wiley & Sons; consultada a edição inglesa).

Guélat, J.; Florian, M.; Crainic, T.G. (1990) - "A Multimode Multiproduct Network Assignment Model for Strategic Planning of Freight Flows" em Transportation Science, vol.24:25-39

Hadberg, B.; Hasselström, D. (1980) - "A Method to Assign Frequencies and Vehicle Types to Fixed Route Urban Public Transport Systems", Volvo Transportation Systems AB, Suécia (appud HASSELSTRÖEM/1981)

Han, A.F.; Wilson, N.H.M. (1982) - "The Allocation of Buses in Heavily Utilized Networks with Overlapping Routes" em Transportation Research B, vol.16:221-232.

Hansen, W.G. (1959) - "How Aecessibility Shapes Land Use" em Journal of the American Institute of Planners, vol.25:...- (appud DeLaBARRA/89).

Harker, P.T. (1986) - "Alternative Models of Spatial Competition" em Operations Research, vol.34:410-425.

Harker, P.T. (1988a) - "Dispersed Spatial Price Equilibrium" em Environment and Planning A, vol.20:353-368.

Harker, P.T. (1988b) - "Multiple Equilibrium Behaviour on Networks" em Transportation Science, vol.22:39-46.

Harker, P.T. (1988c) - "Private Market Participation in Urban Mass Transportation: Application of Computable Models of Network Competition" em Transportation Science, vol.22:96-111.

Harker, P.T. (1991) - "Generalized Nash Games and Quasi-variational Inequalities" em European Journal of Operational Research, vol.54:81-94.

Harker, P.T.; Pang, J.-S. (1990) - "Finite-Dimensional Variational Inequality and Nonlinear Complementarity Problems: a Survey of Theory, Algorithms and Applications" em Mathematical Programming, vol.48:161-220.

Harvey, D. (1975) - "Social Justice and the City", John Hopkins University Press, USA (traduzido para o português da edição original pela Editora Hucitec em 1980).

Hasselströen, D. (1977) - "Connecting Bus Routes at a Point of Intersection" em Advances in Operations Research, Proceedings:199-205, Elsevier, Holanda.

Hasselströen, D. (1981) - "Public Transportation Planning: a Mathematical Programming Approach", PhD.Thesis, Departament of Business Administration, University of Gothenburg, Suécia.

Hendrickson, C.T. (1978) - "Travel Time and Volume Relationships in Scheduled, Fixed-Route Public Transportation" in Transportation Research A, vol.15:173-182.

Hickman, M.D.; Koutsopoulos, H.N.; Wilson, N.H.M. (1988) - "Strategic Model for Operator Work-force Planning in the Transit Industry" em Transportation Research Record 1165, Transportation Research Board, USA.

Hillier, F.S.; Lieberman, G.J. (1980) - "Introduction to Operations Research", 3rd.Edition, Holden Day, USA (primeira edição de 19.., há quinta edição de 1990, tradução para o português da terceira edição pela Editora Campus, coedição com a EDUSP, em 1988).

Hobeika, A.G.; Chu, C. (19..) - "Equilibration of Supply and Demand in Designing Urban Bus Routes for Small Urban Areas" em Transportation Research Record 609, Transportation Research Board, USA.

Holroyd, E.M.; Scraggs, D.A. (1963) - "Journal Times by Car and Bus in Central London", Laboratory Note LN442, Transport and Road Research Laboratory, UK.

Holroyd, E.M.; Scraggs, D.A. (1964) - "Journal Times by Car and Bus in Central London" em Traffic Engineering and Control, vol.6:169-173.

- Holroyd, E.M. (1965) - "The Optimal Bus Service: a Theoretical Model for a Large Uniform Urban Area" em 3rd Symposium on the Theory of Traffic Flow, Proceedings:308-328 (reimpresso em Eddie, L.C.; editor (1967) - "Vehicular Traffic Science", American Elsevier, USA).
- Horowitz, Alan J. (1981) - "Subjective Value of Time in Bus Transit Travel" em Transportation, no.10:149-164.
- Hurdle, V. (1973) - "Minimum Cost Locations for Parallel Public Transportation Lines" em Transportation Science, vol.7:340-350.
- Hutchinson, B.G. (1974) - "Principles of Urban Transport Systems Planning", Scripta Book Co., Canadá (traduzido para o português da edição original pela Editora Guanabara Dois em 1979).
- Jansson, J.O. (1980) - "A Simple Bus Line Model for Optimization of Service Frequency and Bus Size" em Journal of Transport Economics and Policy, vol.14:53-80.
- Jansson, J.O. (1984) - "Transport System Optimization and Pricing", John Wiley & Sons, USA.
- Jansson, K.; Ridderstolpe, B. (1988) - "A Method for the Route-Choice Problem in Urban Transport System", Draft Report 88-07-22, VTS Transportation Systems AB, Suécia (também publicado, em 1992, em Transportation Science, vol.26:246-251).
- Jayakhrisnan, R; McNally, M.G.; Marar, A.G. (1995) - "Recursive Structure for Exact Line Probabilities and Expected Waiting Times in Multipath Transit Assignment" em Transportation Research Record 1493, Transportation Research Board, USA.
- Johansson, P. (1987) - "The Economic Theory and Measurement of Environmental Benefits", Cambridge University Press, UK.
- Kocur, G.; Hendrickson, C. (1982) - "Design of Local Bus Service with Demand Equilibration" em Transportation Science, vol.16:149-170.
- Kocur, G. (1983) - "A Unified Approach to Performance Standards and Fare Policies for Urban Transit Systems", Report DTRS-5680-C-00014, 4 vols., Department of Transport, USA (appud KOCUR/86; foi obtido o volume 1 apenas).
- Kocur, G; Tore, J. (1984) - "FRACAS: a Strategic Planning Model for Bus Transit Systems" em Transportation Research Record 994, Transportation Research Board, USA.
- Kocur, G (1986) - "An Extended Optimization Model of an Urban Bus System with Demand Variation" em TIMS Studies in the Management Sciences 22 (Swersey, A.J.; Ignall, E.J.; editores - Delivery of Urban Services), Elsevier Science Publishers, USA.
- Koutsopoulos, H.N.; Odoni, A .R.; Wilson, N.H.M. (1985) - "Determination of Headways as a Function of Time Varying Characteristics on a Transit

Network" em Rousseau, J.-M.; editor - Computer Scheduling of Public Transport 2, Elsevier Science Publishers/North Holland, Canadá.

Koutsopoulos, H.N.; Wilson, N.H.M. (1987) - "Operator Workforce Planning in the Transit Industry" em Transportation Research A, vol.21:127-138.

Koutsopoulos, H.N. (1990) - "Scheduling of Extraboard Operator in Transit Systems" em Transportation Science, vol.24:87-104.

Kuah, G.K.; Perl, J (1988) - "Optimization of Feeder Bus Routes and Bus Stop Spacings" em Journal of Transportation Engineering, ASCE, vol.114:341-354.

Kulash, D.K. (1971) - "Routing and Scheduling in Public Transportation Systems", PhD Thesis, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute Of Technology, USA.

Laffont, J.J.; Tirole, J. (1993) - "A Theory of Incentives in Procurement and Regulation", MIT Press, USA.

Laffont, J.J. (1994) - "The New Economics of Regulation Ten Years After" em Econometrica, vol.62:507-537.

Lampkin, W.; Saalmans, P.D. (1967) - "The Design of Routes, Service Frequencies and Schedules for a Municipal Bus Undertaking: a Case Study" em Operations Research Quarterly, vol.18:375-397.

Le Blanc, L.J.; Boyce, D.E. (1986) - "A Bilevel Programming Algorithm for Exact Solution of the Network Design Problem with User Optimal Flows" em Transportation Research B, vol.20:259-265.

Le Blanc, L.J. (1988) - "Transit System Network Design" em Transportation Research B, vol.22:383-390.

Le Clercq, F. (1972) - "A Public Transport Assignment Method" em Traffic Engineering and Control, vol.13:91-96.

Lima, L.C.; Granja, L.; Mora-Camino, F.; Silva, G. (1977) - "Otimização de um Sistema de Transporte Público Urbano: uma Abordagem de Equilíbrio" em Revista dos Transportes Públicos, julho:...

Lima Jr., O.F. (1995) - "Qualidade em Serviços de Transportes: Conceituação e Procedimento para Diagnóstico", Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia de Transportes, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Brasil.

Lingaraj, B.P.; Chatterjee, A.; Sinha, K.C. (1976) - "An Optimization Model for Determining Headways for Transit Routes" in Transportation Planning and Technology, vol.3:81-90.

Lowry, I.S. (1964) - "A Model of Metropolis", Santa Monica:Rand Corporation, USA (reimpresso em Hemmens, G.; editor (1968) - "Urban Development Models", HRB Special Report 97, Highway Research Board, USA).

- Mandl, C. (1979) - "Applied Network Optimization", Academic Press, USA.
- Mandl, C. (1980) - "Evaluation and Optimization of Urban Public Transportation Networks" em European Journal of Operational Research, vol.5:396-404.
- Marcotte, P. (1983) - "Network Optimization with Continuous Control Parameters" em Transportation Science, vol.17:181-197.
- Marcotte, P. (1986) - "Network Design Problem with Congestion Effects: a Case of Bilevel Programming" em Mathematical Programming, vol.34:142-162.
- Marlin, P.G.; Nauss, R.M.; Smith, L.D.; Rhoades, M. (1988) - "Computer Support for Operator Assignment and Dispatching in an Urban Transit System" em Transportation Research A, vol.22:13-26.
- Mayer, T. (1993) - "Truth versus Precision in Economics", Edward Elgar Publishing Ltd., USA.
- Max-Colell, A.; Whinston, M.D.; Green, J.R. (1995) - "Microeconomic Theory", Oxford University Press, USA.
- Meredith, D.D.; Wong, K.W.; Woodhead, R.W.; Wortman, R.H. (1985) - "Design and Planning of Engineering Systems", 2nd.Edition, Prentice-Hall, USA.
- Minoux, M. (1983) - "Programmation Mathématique - Théorie et Algorithmes", 2 vols., Dumod, França (traduzido para o inglês em 1986 pela John Wiley; consultada a edição francesa).
- Mohring, H. (1970) - "The Peak Load Problem with Increasing Returns and Pricing Constraints" em American Economic Review, vol.:... .
- Mohring, H. (1972) - "Optimisation and Scale Economies in Urban Bus Transportation" em American Economic Review, vol.:... .
- Morisugi, H.; Ohno, E. (1995) - "Proposal of a Benefit Incidence Matrix for Urban Development Projects" em Regional Science and Urban Economics, vol.25:461-481.
- Nash, C.A. (1982) - "Economics of Public Transportation", Longman Inc., USA.
- Nebelung, H. (1961) - "Rationelle Umgestaltung von Strassenbahnnetzen in Grossstaedten", Ministerium fuer Wirtschaft, RFA (appud AXHAUSEN/SMITH/84).
- Nguyen, S.; Pallotino, S. (1988a) - "Hyperpaths and Shortest Hyperpaths" em Simeone, B.; editor - Combinatorial Optimization, Lecture Notes in Mathematics 1403, Springer, Alemanha.

Nguyen, S.; Pallotino, S. (1988b) - "Equilibrium traffic Assignment for Large Scale Transit Networks" em European Journal of Operational Research, vol.37:176-186.

Novaes, A.G.N. (1983) - "Modelos em Planejamento Urbano, Regional e de Transportes", Edgar Blücher, Brasil.

Novaes, A.G.N. (1996) - "Market Share Analysis of Transport Services with Stated Preference Data" em Coletânea Politécnica, vol.1:78-91.

Novaes, A.G.N.; Gonçalves, N. (1996) - "Incorporating User's Preferences in the Planning and Operation of Public Transport", em VII CODATU, Nova Deli, Índia.

Oldfield, R.H.; Bly, P.H. (1988) - "An Analitic Investigation of Optimal Bus Size" em Transportation Research B, vol.22:319-337.

Oppenheim, N. (1994) - "Urban Travel Demand Modelling - from Individual Choices to General Equilibrium", John Wiley & Sons, USA.

Oppenheim, N. (1995) - "On the Integrability Problem in Discrete Spatial Activity Systems with Site and Network Externalities" em Regional Science and Urban Economics, vol.25:85-108.

Ortúzar, J.de D.; Willumsen, L. (1990) - "Modelling Transport", Wiley, USA (há segunda edição de 1994).

Paixão, J.P.; Branco, I.M. (1987) - "A Quasi-Assignment Algorithm for Bus Scheduling" em Networks, vol.17:249-269.

Paixão, J.P.; Branco, I.M. (1988) - "Bus Scheduling with a Fixed Number of Vehicles" em Daduna, J.R.; Wren, A .; editores - Computer-Aided Transit Scheduling, Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems 308, Springer, Alemanha.

Pietrantonio, H. (1987) - "Dimensionamento do Serviço de Ônibus", IPT/CEPAM.

Pietrantonio, H. (1989) - "Sistemas de Informação Computadorizados na Gerência do Transporte Coletivo Urbano de Passageiros em Cidades de Médio Porte", Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia de Transportes, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Brasil.

Pietrantonio, H.; Strambi, O; Gualda, N.D.F. (1996) - "Integração entre Políticas de Uso de Solo e Transportes: Dificuldades e Necessidades" em X Congresso da ANPET-Associação Nacional de Ensino e Pesquisa em Transportes, Universidade de Brasília, Brasil.

Potts, R.B.; Oliver, R.M. (1972) - "Flows in Transportation Networks", Academic Press, USA.

Powell, W.B. (1988) - "A Comparative Review od Alternative Algorithms for the Dynamic Vehicle Allocation Problem" em Golden, B.L.; Assad, A.

A.; editores - "Vehicle Routing: Methods and Studies", Elsevier Science Publishers/North Holland, USA.

Prashker, J.N. (1991) - "Multipath Capacity-Limited Transit Assignment" em Transportation Research Record 1283, Transportation Research Board, USA.

Prastacos, P. (1986a) - "An Integrated Land-use/Transportation Model for the San Francisco Region: 1. Design and Mathematical Structure" em Environment and Planning B, vol.18:307-322.

Prastacos, P. (1986b) - "An Integrated Land-use/Transportation Model for the San Francisco Region: 2. Empirical Estimation and Results" em Environment and Planning B, vol.18:511-528.

Rawls, J. (1971) - "A Theory of Justice", Harvard University Press, USA.

Rea, J.C. (1972) - "Designing Urban Transit Systems: an Approach to the Route-Technology Selection Problem" em Highway Research Record 417, Highway Research Board, USA.

Rees, R. (1976) - "Public Enterprise Economics", London School of Economics Handbooks in Economic Analysis, Weidenfeld and Nicolson, Inglaterra (traduzido para o português da primeira edição pela Zahar Editores em 1979).

Ridderstolpe, B. (1988) - "A Multipath Assignment Algorithm for Route Networks", Draft Report 88-05-02, VTS Transportation Systems AB, Suécia.

Rosello, X. (1976) - "An Heuristic Algorithm to Generate an Urban Bus Network" em Advances in Operations Research, Proceedings:..., Elsevier, Holanda.

Rouwendal, J. (1990) - "Existence and Equilibrium of Stochastic Price Equilibria in Heterogeneous Markets" em Regional Science and Urban Economics, vol.20:43-64.

Roy, J.; Delorme, L. (1988) - "NETPLAN: a Network Planning Model for Tactical Planning in the Less-than-Truckload Motor-Carrier Industry" em INFOR, vol.27:22-35.

Roy, J.R.; Lesse, P.F. (1983) - "Planning Models for Non-cooperative Situations - a Two-Player Game Approach" em Regional Science and Urban Economics 13:195-211.

Roy, J.R.; Johansson, B. (1984) - "On Planning and Forecasting the Location of Retail and Service Facility" em Regional Science and Urban Economics 14:433-452.

Safwat, K.N.A.; Magnanti, T.L. (1988) - "A Combined Trip Generation, Trip Distribution, Modal Split, and Trip Assignment Model" em Transportation Science, vol.18:14-30.

- Sanches, S.P. (1988) - "Contribuição à Análise Operacional de Redes de Transporte Coletivo em Cidades de Porte Médio", Tese de Doutorado, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, Brasil.
- Savard, G.; Gauvin, J. (1994) - "The Steepest Descent Direction for the Nonlinear Bilevel Programming Problem" em Operations Research Letters, vol.15:265-272.
- Scott, D. (1985) - "A Large Scale Linear Programming Approach to the Public Transport Scheduling and Costing Problem" em Rousseau, J.-M.; editor - Computer Scheduling of Public Transport 2, Elsevier Science Publishers/North Holland, Canadá.
- Senna, L.A.S.; Toni, J.; Lindau, L.A. (1994) - "O Valor Monetário Atribuído pelos Usuários ao Conforto no Transporte Público" em VIII Congresso da ANPET-Associação Nacional de Ensino e Pesquisa em Transportes, Universidade Federal de Pernambuco, Brasil.
- Sharpe, R.; Karlqvist, A. (1980) - "Towards a Unifying Theory for Modelling Urban Systems" em Regional Science and Urban Economics 10:241-257.
- Sharpe, R.; Marksjo, B.S. (1985) - "Facility Layout Optimisation using the Metropolis Algorithm" em Environment and Planning B, 12:443-453.
- Sheffi, Y. (1985) - "Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods", Prentice-Hall, USA.
- Sheffi, Y.; Sugiyama, M. (1982) - "Optimal Bus Scheduling on a Single Route" em Transportation Research Record 895, Transportation Research Board, USA.
- Shiftan, Y.; Wilson, N.H.M. (1994) - "Absence, Overtime, and Reliability Relationships in Transit Workforce Planning" em Transportation Research A, vol.28:245-258.
- Silman, L.A.; Barsily, Z.; Passy, U. (1974) - "Planning the Route System for Urban Buses" em Computers and Operations Research, vol.1:201-211.
- Simms, B.W.; Lamare, B.G.; Jardine, A .K.S.; Boudreau, A . (1984) - "Optimal Buy, Operate and Sell Policies for Fleets of Vehicles" em European Journal of Operational Research, vol.15:183-195.
- Simonis, C. (1985) - "Economic Improvement of Public Transport by Demand-Oriented Route Optimization" em ... World Conference on Transportation Research, Proceedings:857-869, ...
- Small, K.A. (1992) - "Urban Transportation Economics", Harwood Academic Publishers, USA.
- Smith, L.D.; Nauss, R.M.; Bird, D.A . (1990) - "Decision Support for Bus Operations in a Mass Transit System" em Decision Sciences, vol.21:183-203.

Smith, M.J. (1979) - "Existence, Uniqueness, and Stability of Traffic Equilibria" em Transportation Research B, vol.13:259-304.

Soares, N.B. (1982) - "Determinação de Itinerários de Transporte Coletivo através de Ônibus: um Processo Aplicável a Cidades de Porte Médio", Dissertação de Mestrado, COPPE, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil.

Soberman, F.M.; Hazard, H.A.; editores (1980) - "Canadian Transit Handbook", Canadian Surface Transportation Administration/TRANSPORT CANADA, Canadá.

Spasovic, L.N.; Schonfeld, P.M. (1994) - "Method for Optimizing Transit Service Coverage" em Transportation Research Record 1402, Transportation Research Board, USA.

Spiess, H.; Florian, M. (1989) - "Optimal Strategies: a New Assignment for Transit Networks" em Transportation Research B, vol.23:83-102.

Steenbrink, P.A (1974) - "Optimization of Transport Network", Wiley, New York, USA.

Stephanedes, Y.J.; Michalopoulos, P.G; Bountis, T. (1985) - "Dynamic Scheduling under Efficiency Constraints" em Transportation Research B, vol.19:95-111.

Sherman, R. (1971) - "Congestion Interdependence and Urban Transit Fares" em Econometrica, vol.39:565-576.

Stockholm Transport (1987) - "Computerized Planning of Transport Network - VIPS II" em 47th International Congress of UITP, workshop report, Lausanne, Suíça.

Stopher, P.R.; Meyburg, A.H. (1975) - "Urban Transportation Modeling and Planning", Lexington Books, Canadá.

Strambi, O. (1991) - "Critérios de Eficiência e Equidade para a Análise de Estruturas Tarifárias para o Transporte Público Urbano", Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia de Transportes, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, Brasil.

Swait Jr., Joffre Dan (1984) - "Probabilistic Choice Set Formation in Transportation Demand Models", PhD Thesis, Department of Civil Engineering, Massachusetts Institute Of Technology, USA.

Százs. P.A. (1993) - "Manual de Operación de Transporte Público", versão preliminar, SEDESOL, México.

Tan, H.; Gershwin, S.; Athans, M. (1979) - "Hybrid Optimization in Urban Traffic Networks", LIDS Technical Report, Massachusetts Institute Of Technology, USA (appud OPENNHEIM/94 entre outros).

- Tanino, T.; Ogawa, O. (1984) - "An Algorithm for Solving Two-Level Convex Optimization Problems" em International Journal of Systems Science, vol.15:163-174.
- Teodorovic, D. (1988) - "Airline Operations Research", Gordon and Breach Science Publishers, Iugoslávia.
- Tsao, S.; Schonfeld, P. (1983) - "Optimization of Zonal Transit Service" em Journal of Transportation Engineering, ASCE, vol.109:257-272.
- Tsao, S.; Schonfeld, P. (1984) - "Branched Transit Services: an Analysis" em Journal of Transportation Engineering, ASCE, vol.110:112-128.
- Turnquist, M. (1979) - "Zone Scheduling of Urban Bus Routes" em ASCE Journal of Transportation Engineering, vol.105:1-13.
- Turnquist, M.; Meyburg, A.; Ritchie, S. (1983) - "TOP: a Transit Operations Planning Model", Report ..., Department of Transport, USA.
- Van Nes, R.; Hamerslag, R.; Immers, B.H. (1989) - "Design of Public Transport Networks" em Transportation Research Record 1202, Transportation Research Board, USA.
- Van Oudheusden, D.L.; Ranjitan, S.; Singh, K.N. (1987) - "The Design of Bus Route Systems - an Interactive Location-Allocation Approach" em Transportation, vol.14:253-270.
- Van Turen, T.; Van Vliet, D. (1992) - "Route Choice and Signal Control", Avebury, UK.
- Varian, H.R. (1984) - "Microeconomic Analysis", 2nd Edition, W.W.Norton, USA (há terceira edição de 1992; traduzido para o português da segunda edição pela Editora Campus em 1994).
- Vemuganti, R.R.; Oblak, M.; Aggarwal, A. (1989) - "Network Models for Fleet Management" em Decision Sciences, vol.20:182-197.
- Verboven, F. (1996) - "The Nested Logit Model and Representative Consumer Theory" em Economics Letters, vol.50:57-63.
- Vijayaraghavan, T.A.S.; Anantharamaiah, K.M. (1995) - "Fleet Assignment Strategies in Urban Transportation Using Express and Partial Services", em Transportation Research A, vol.29:157-171.
- Wagner, H.M. (1986) - "Principles of Operations Research", 2nd.edition, Prentice Hall, USA (primeira edição de 19.., traduzido para o português da segunda edição pela Prentice-Hall do Brasil em 1986).
- Wardrop, J.G. (1952) - "Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research" em Proceedings of the Institute of Civil Engineers, II:325-378, UK (appud NAGURNEY/93 entre outros).

Webster, F.V. (1968) - "A Theoretical Estimate of the Effect of London Car Commuters Transferring to Bus Travel", Laboratory Report LR165, Transport and Road Research Laboratory, UK.

Webster, F.V.; Oldfield, R.H. (1972) - "A Theoretical Study of Bus and Car Travel in Central London", Laboratory Report 451, Transport and Road Research Laboratory, UK.

Webster, F.V.; Bly, P.H.; eds. (1980) - "The Demand for Public Transport", Report of the International Collaborative Study of the Factors Affecting Public Transport Patronage, Transport and Road Research Laboratory, UK.

Williams, H.C.W.L. (1976) - "Travel Demand Models, Duality Relations and User Benefit Measures" em Journal of Regional Science, vol.18:147-166.

Williams, H.C.W.L. (1977) - "On the Formation of Travel Demand Models and Economic Evaluation Measures of User Benefit" em Environment and Planning A, vol.9:285-344.

Williams, H.C.W.L.; Kim, K.S.; Martin, D. (1990a) - "Location-Spatial Interaction Models: 1. Benefit-Maximizing Configurations of Services" em Environment and Planning A, vol.22:1079-1089.

Williams, H.C.W.L.; Kim, K.S.; Martin, D. (1990b) - "Location-Spatial Interaction Models: 2. Competition between Independent Firms" em Environment and Planning A, vol.22:1155-1168.

Williams, H.C.W.L.; Kim, K.S.; Martin, D. (1990c) - "Location-Spatial Interaction Models: 3. Competition between Organizations" em Environment and Planning A, vol.22:1281-1290.

Williams, H.C.W.L.; Abdulaal, J. (1993) - "Public Transport Services under Market Arrangements: 1. A Model of Competition between Independent Operator" em Transportation Research B, vol.27:369-387.

Williams, H.C.W.L.; Martin, D. (1993) - "Public Transport Services under Market Arrangements: 2. A Model of Competition between a Group of Services" em Transportation Research B, vol.27:389-399.

Williamson, O.E. (1966) - "Peak-Load Pricing and Optimal Capacity under Indivisible Constraints" em American Economic Review, vol.....:.....

Wilson, A. (1967) - "A Statistical Theory of Spatial Distribution Models" em Transportation Research, vol.1:263-269 (appud WILLIAMS/76).

Wilson, A. (1970) - "Entropy in Urban and Regional Modelling", Pion, UK.

Wilson, A. (1974) - "Urban and Regional Models in Geography and Planning", John Wiley, UK.

Wilson, A.G.; Kirwan, R.M. (1969) - "Measures of Benefit in the Evaluation of Urban Transport Improvements", Working Paper 43, Center for Environment Studies, UK.

Wilson, A.; Coelho, J.D.; MacGill, S.M.; Williams, H.C.W.L. (1981) - "Optimization in Locational and Transport Analysis", Wiley, USA.

Wilson, N.H.M.; Gonzalez, S. (1982) - "Methods for Service Design" em Transportation Research Record 862, Transportation Research Board, USA.

Wren, A . (1986) - "Software for Bus Operations Planning" em Bonsall, P; Bell, M. (editors) - "Information Technology Applications in Transport", VNU Science Press, Inglaterra.

Wu, J.H.; Florian, M.; Marcotte, P. (1994) - "Transit Equilibrium Assignment: a Model and Solution Algorithms" em Transportation Science, vol.28:193-203.

Yan, H.; Lam, W.H.K. (1996) - "Optimal Road Tolls under Conditions of Queueing and Congestion" in Transportation Research A, vol.30:319-332.

Zerbe, R.O.; Dively, D.D. (1994) - "Benefit-Cost Analysis in Theory and Practice", Harper Collins, USA.

Zhao, L.; Dafermos, S. (1991) - "General Economic Equilibrium and Variational Inequalities" em Operations Research Letters, vol.10:369-376.