

Renato Aparecido Aguiar

**UM MODELO *FUZZY* COMPORTAMENTAL PARA
ANÁLISE DE SOBRE-REAÇÃO E SUB-REAÇÃO NO
MERCADO DE AÇÕES**

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obten-
ção do Título de Doutor em Engenharia.

São Paulo

2007

**CONSULTA
FT-2471
Ed.rev.**

OK

Renato Aparecido Aguiar

UM MODELO *FUZZY* COMPORTAMENTAL PARA
ANÁLISE DE SOBRE-REAÇÃO E SUB-REAÇÃO NO
MERCADO DE AÇÕES

Tese apresentada à Escola Politécnica
da Universidade de São Paulo para
obtenção do Título de Doutor em Enge-
nharia.

Área de Concentração:
Engenharia de Sistemas

Orientador:
Prof. Dr. Roberto Moura Sales

São Paulo

2007

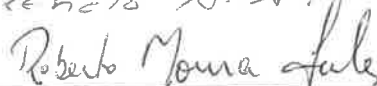
Este exemplar foi revisado e alterado em relação à versão original, sob responsabilidade única do autor e com a anuência de seu orientador.

São Paulo, 22 de 11 de 2007

Assinatura do autor



Assinatura do orientador



Aguiar, Renato Aparecido

Um modelo *fuzzy* comportamental para análise de sobre-reação e sub-reação no mercado de ações / R.A. Aguiar. – São Paulo, 2007.

72 p.

Tese (Doutorado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle.

1.Fuzzy (Aplicações) 2.Mercado financeiro 3.Ações I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Telecomunicações e Controle II.t.

Agradecimentos

À Deus, por mais esta conquista. Tudo seria impossível sem Ele.

Ao professor Roberto Moura Sales, pela disposição em me orientar precisamente e por toda atenção e paciência.

À minha família, especialmente à minha mãe, D. Nilda.

Resumo

Neste trabalho é proposto um novo modelo para análise empírica de sobre-reação e sub-reação no mercado de ações. O modelo proposto é baseado em uma técnica de classificação de padrão *fuzzy*, que permite estabelecer uma relação com as heurísticas de representatividade e ancoramento, oriundas da teoria de finanças comportamentais. O modelo é usado para classificar ações com base nos índices financeiros de companhias abertas. Resultados numéricos ilustram o procedimento de análise para ações do setor de petróleo/petroquímica e do setor têxtil do mercado brasileiro, com indicadores financeiros relativos ao período de 1994 a 2005.

Palavras-Chave: Sobre-Reação, Sub-Reação, Conjuntos *Fuzzy*, Finanças Comportamentais, Classificação de Ações.

Abstract

In this work a new model for empirical analysis of stock market overreaction and underreaction is proposed. Such model is based on a fuzzy pattern classification technique, which is strongly connected to the representativeness and anchoring heuristics from behavioral finance. The proposed model is used for stock classification by exploring financial ratios of public companies. Numerical results illustrate the analysis procedure in the cases of the petroleum/petrochemical and textile stocks from the Brazilian market, with financial ratios ranging from 1994 to 2005.

Keywords: Overreaction, Underreaction, Fuzzy Sets, Behavioral Finance, Stocks Classification.

Sumário

1	INTRODUÇÃO	1
2	ANÁLISE FINANCEIRA	4
2.1	Objetivos da Análise Financeira	5
2.2	Índices Financeiros	7
2.3	Índices Financeiros Utilizados	8
3	ANÁLISE DE AGRUPAMENTO	11
3.1	Agrupamento Particional	12
3.2	Agrupamento <i>Fuzzy</i>	15
3.3	Algoritmo <i>Fuzzy Clustering Means</i> - FCM	18
4	FINANÇAS COMPORTAMENTAIS	24
4.1	Mercado de Capitais Eficiente	25
4.2	Sobre-Reação e Sub-Reação	27
4.3	Heurística de Representatividade	28
4.4	Heurística de Disponibilidade	32
4.5	Heurística de Ancoramento e Ajustamento	34
4.6	Modelos em Finanças Comportamentais	35

5	MODELO <i>FUZZY</i> COMPORTAMENTAL	39
5.1	Metodologia para Obtenção do Modelo <i>Fuzzy</i> Comportamental . .	40
5.2	Testes de Hipóteses de Sobre-Reação e Sub-Reação	44
6	APLICAÇÃO DO MODELO <i>FUZZY</i> COMPORTAMENTAL AO MERCADO DE AÇÕES BRASILEIRO	47
6.1	Setor Petróleo/Petroquímica	48
6.2	Setor Têxtil	51
7	CONCLUSÃO	57

Lista de Figuras

3.1	Partição <i>crisp</i> com dois grupos	15
3.2	Subconjuntos C_1 e C_2	17
6.1	Retornos residuais semanais desde o 1º trimestre de 2001 até o 3º trimestre de 2005 para o setor petróleo/petroquímica	50
6.2	Retornos residuais semanais durante o 4º trimestre de 2002 para o setor petróleo/petroquímica	51
6.3	Retornos residuais semanais desde o 1º trimestre de 2001 até o 3º trimestre de 2005 para o setor têxtil	53
6.4	Retornos residuais semanais durante o 1º trimestre de 2004 para o setor têxtil	54

Lista de Tabelas

3.1	Índices de pertinência de cada elemento em relação a cada subconjunto - Matriz de Partição <i>Fuzzy</i>	23
6.1	Vetores de centro vencedor e de centro perdedor	49
6.2	Carteiras vencedora e perdedora em 2001	49
6.3	Vetores de centro vencedor e de centro perdedor	52
6.4	Carteiras vencedora e perdedora em 2001	52
6.5	Retornos residuais médios e Teste-t para o setor petróleo/petroquímica	55
6.6	Retornos residuais médios e Teste-t para o setor têxtil	56

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

O desenvolvimento de ferramentas que auxiliam a tomada de decisões de investidores na área de finanças tem sido, já há algumas décadas, objeto de intensa pesquisa em todo o mundo. De um modo geral, as decisões financeiras visam a maximização de retornos futuros e, neste contexto, a evolução das premissas básicas produziu o surgimento de teorias conflitantes, como é o caso da teoria de mercados eficientes e a teoria de finanças comportamentais, (1). Cada uma dessas teorias estruturou-se a partir de contribuições fundamentais de um grande número de autores, porém, destaca-se o fato de cada uma delas conter em suas origens trabalhos que receberam o prêmio Nobel em economia, que é o caso da teoria de portfolio proposta por Harry Markowitz, (2), (3), e a teoria de finanças comportamentais proposta por Daniel Kahnemann, (4), e Vernon L. Smith, (5). Este fato dá uma medida da importância do problema de tomada de decisões na teoria econômica. Alguns dos trabalhos que contribuíram para a evolução destas teorias são, (6), (7), (8), (9), (10), (11), (12), (13), entre outros. Os artigos (5), (14) e (15) apresentam uma ampla exposição dos questionamentos envolvendo essas duas teorias.

Resumidamente, a teoria de mercados eficientes pressupõe que o investidor é racional e avesso ao risco. Como consequência destas hipóteses, as decisões dos investidores são tomadas a partir de informações fortemente apoiadas em estatísticas e probabilidades que supostamente projetam o desempenho futuro

dos ativos e do mercado financeiro como um todo. Diferentemente, a teoria comportamental usa modelos que consideram fatores de caráter psicológico dos investidores na tomada de decisões, ou seja, os investidores não são totalmente racionais e suas decisões são afetadas por suas preferências e crenças, além de utilizarem heurísticas.

Apesar das diferenças de opiniões, que têm produzido um intenso debate envolvendo estas duas teorias, a teoria de finanças comportamentais tem-se mostrado uma ferramenta adequada na abordagem de diversos problemas. Na área de precificação de ativos, por exemplo, ela tem sido usada para interpretar fenômenos envolvendo retornos de ativos, tais como sobre-reação e sub-reação do mercado a notícias. Da análise de informações relativas ao comportamento do mercado financeiro, tem-se aprendido muito sobre a conduta de investidores e analistas. Na área de finança corporativa, a abordagem comportamental tem alertado para atitudes tais como excessiva aversão a risco e excessivo otimismo, (4).

O foco do presente trabalho é o estudo de fenômenos de sobre-reação e sub-reação relacionados com conceitos de finanças comportamentais. Os resultados são aplicados ao mercado de ações brasileiro. Alguns trabalhos que apresentam estudos semelhantes nos mercados brasileiro ou internacional são: (16), no mercado dos Estados Unidos, (17), no mercado da China, (15) e (18), no mercado do Brasil. Alguns trabalhos que também abordam o problema de sobre-reação e sub-reação utilizando conceitos de finanças comportamentais são: (19), (20), (9), (21), entre outros.

Para os desenvolvimentos aqui apresentados explora-se o elo, ainda pouco investigado na literatura, conforme observado em (22), entre a teoria de conjuntos *fuzzy*, originalmente proposta por Lofti A. Zadeh, (23), e as heurísticas da teoria de finanças comportamentais. Assim, desenvolve-se uma metodologia utilizando-se o algoritmo denominado *Fuzzy Clustering Means*, para a classificação de um conjunto de ações do mercado brasileiro, a partir de índices financeiros das empresas correspondentes. Para os resultados numéricos são utilizados dois conjuntos de ações: ações do setor petróleo/petroquímica e ações do setor têx-

til. Mostra-se, então, que o Modelo *Fuzzy* Comportamental proposto incorpora vieses produzidos pelas heurísticas da teoria de finanças comportamentais e, a partir deste modelo para classificação de ações, são apresentados testes empíricos para as hipóteses de sobre-reação e sub-reação. Os dados utilizados referem-se ao período de 1994 a 2005.

O trabalho está organizado da seguinte maneira: no capítulo 2 são apresentados os conceitos básicos de análise financeira; no capítulo 3 são apresentados os fundamentos da análise de *clustering* e os conceitos básicos relativos a conjuntos *fuzzy* e o algoritmo *Fuzzy Clustering Means*; no capítulo 4 são apresentados conceitos sobre finanças comportamentais e alguns modelos baseados nessa teoria; a metodologia para obtenção do Modelo *Fuzzy* Comportamental proposto é apresentada no capítulo 5 e, no mesmo capítulo, é também apresentado o procedimento para realização dos testes empíricos de hipóteses de sub-reação e sobre-reação; a aplicação do Modelo *Fuzzy* Comportamental ao mercado de ações brasileiro é apresentada no capítulo 6 e as conclusões no capítulo 7.

Capítulo 2

ANÁLISE FINANCEIRA

A análise das demonstrações financeiras está relacionada à elaboração de demonstrações das origens e aplicações dos recursos e ao cálculo de índices financeiros, (24). Uma empresa em atividade necessita da formação de um patrimônio, que são conjuntos de bens adquiridos através de empréstimos ou através de recursos próprios dos acionistas. O registro dessas operações básicas, conforme a metodologia adotada pela contabilidade, onde um registro no crédito de uma conta corresponde ao mesmo valor no débito, poderá ser compreendido através da observação dos fluxos de valores que dão origem aos registros contábeis. Esses fluxos de valores geram o que se chama de balanço patrimonial, (25).

O balanço patrimonial é constituído de dois mecanismos, (25):

- i) Origem dos recursos, que pode ser dividido em recursos próprios e recursos exigíveis. Os recursos próprios são formados pelo capital próprio da empresa ou patrimônio líquido e os recursos exigíveis são compostos pelo capital de terceiros, através de empréstimos e financiamento de fornecedores;
- ii) Aplicação dos recursos, cujo valor é igual ao das fontes correspondentes e que representa os bens com os quais a empresa conta para o desempenho de suas funções econômico- sociais.

A origem dos recursos é chamada, no balanço patrimonial, de Passivo e

a aplicação dos mesmos de Ativo, (26). A diferença existente entre o Ativo e o Passivo é chamada de Patrimônio Líquido, que representa o capital investido pelos proprietários da empresa e os lucros retidos. Além do balanço patrimonial, a demonstração financeira é composta também pela demonstração de resultados no exercício, que é uma demonstração dos aumentos e reduções causados no patrimônio líquido pelas operações da empresa. Todas as receitas e despesas estão incluídas na demonstração de resultados, fornecendo uma informação significativa sobre a empresa, (25), (26).

Através dos dados contidos no balanço patrimonial e na demonstração de resultados, pode-se extrair, através de cálculo apropriado, os índices financeiros que são muito úteis na avaliação do desempenho da empresa e também na avaliação de ações de companhias abertas.

2.1 Objetivos da Análise Financeira

As análises financeiras têm a finalidade de examinar e avaliar o comportamento de uma empresa sob o ângulo econômico financeiro, a partir de demonstrativos contábeis e principalmente através de índices financeiros que podem ser facilmente calculados.

A utilização de índices financeiros é necessária, tendo em vista que a configuração dos demonstrativos contábeis apresenta apenas os registros de valores e saldos individualizados pelas contas ou grupamento de contas. Esses demonstrativos, basicamente, não são organizados para dar proporções, relações, índices, taxas, coeficientes, definidos a partir dos valores das contas patrimoniais ou de resultados, os quais são fundamentais para as comparações e avaliações do comportamento da empresa.

Várias motivações, usualmente classificadas como internas e externas, podem ser identificadas para a realização de uma análise financeira, (25).

Como motivações internas, tem-se:

- i) Análise de desempenho para controle de resultados e bases de decisões da área financeira da empresa;
- ii) Análise de desempenho para decisões da alta administração da empresa;
- iii) Análise de desempenho para base de estudos de lançamento de ações no mercado e/ou de contratação de novos empréstimos.

Como motivações externas, tem-se:

- i) Análise por parte de analistas de mercado de capitais, gestores de fundos de investimento, companhias seguradoras, administradores de fundos de pensão, etc.;
- ii) Análise por parte de empresas interessadas em incorporar ou se fundir à empresa em questão.

Existem algumas técnicas de análise e avaliação de empresas, como por exemplo, análise através de índices, análise vertical e horizontal e análise de capital de giro, (26). Dentre essas técnicas, neste trabalho é enfatizada a análise através de índices financeiros.

A análise feita através de índices financeiros de uma companhia interessa a acionistas, credores e à própria administração da empresa. O acionista está interessado basicamente no nível presente e futuro do risco (liquidez, atividade, endividamento) e dos retornos (lucratividade). Ressalta-se que esses dois interesses básicos afetam diretamente o preço da ação, (24). O modelo apresentado em (27), por exemplo, utiliza como dados os índices financeiros de companhias abertas para classificação de ações através de uma técnica de agrupamento *fuzzy*, possibilitando definir, em termos de investimento, um grupo de ações promissor e um grupo não promissor. Um outro exemplo pode ser encontrado em (28), que apresenta um modelo baseado na lógica *fuzzy* em que várias companhias do setor de alimentos são avaliadas em termos da rentabilidade, considerando como características dessas companhias alguns índices financeiros.

Há duas maneiras de se utilizar os índices financeiros, (24), (26): comparativamente e numa análise de série temporal.

A análise comparativa envolve a comparação dos índices financeiros de diferentes empresas no mesmo instante ou a comparação entre os índices da empresa e os índices médios do setor industrial. A análise de série temporal é feita quando o analista financeiro mede o desempenho da empresa ao longo do tempo, o que permite ao analista avaliar se a empresa está progredindo conforme planejado, formando assim uma opinião sobre as tendências que estão sendo registradas pela própria empresa, (26).

Como existem vários índices financeiros, deve-se tomar cuidado na escolha dos índices que avaliarão o desempenho da empresa em questão. Observa-se que nem sempre o aumento do número de índices traz benefícios do ponto de vista da análise estatística. Em (26) o autor apresenta argumentos para a utilização de 4 a 11 índices.

2.2 Índices Financeiros

Os índices financeiros podem ser divididos em quatro grupos básicos, (29), (26):

- i) Estrutura de Capital ou Endividamento: participação de capitais de terceiros, composição de endividamento, imobilização do patrimônio líquido, imobilização de recursos não correntes, endividamento líquido;
- ii) Liquidez: liquidez seca, liquidez corrente, liquidez geral;
- iii) Rentabilidade: giro do ativo, margem líquida, margem bruta, rentabilidade do ativo, rentabilidade do patrimônio líquido;
- iv) Índices de Avaliação de Ações: valor patrimonial da ação, preço sobre o valor patrimonial da ação, lucro por ação, preço sobre lucro por ação, rentabilidade da ação, dividendo por ação, retorno de caixa, relação caixa por

rentabilidade da ação.

Os índices de estrutura de capital da empresa indicam o montante de dinheiro de terceiros que está sendo utilizado na tentativa de gerar lucros, enquanto os índices de liquidez informam a capacidade da empresa em satisfazer suas obrigações a curto prazo, (30), (26). As medidas de rentabilidade (ou lucratividade) relacionam os retornos da empresa com relação a suas vendas, aos seus ativos ou ao seu patrimônio líquido e permitem ao analista avaliar os lucros da empresa.

A lucratividade de uma empresa deve ser atentamente observada, pois para continuar existindo, a empresa precisa ser lucrativa. Assim, há uma grande preocupação com o incremento dos lucros da empresa, devido à grande importância dada ao lucro pelo mercado, (24).

Finalmente, os índices de avaliação de ações objetivam avaliar exclusivamente a viabilidade de investimentos em ações de uma empresa. Esses índices consideram dados obtidos das negociações de ações na bolsa de valores, como cotação, negociabilidade de ações e dados das demonstrações financeiras.

Para a concretização desse trabalho foram testados vários índices financeiros, agrupados de várias maneiras diferentes. Os índices selecionados, que são apresentados na seção seguinte, foram os que produziram os melhores resultados e foram portanto os índices efetivamente adotados.

2.3 Índices Financeiros Utilizados

O modelo proposto utiliza uma matriz, denominada matriz padrão, como forma de representação dos dados dos ativos que serão agrupados. Cada linha da matriz padrão corresponde a um ativo e cada coluna corresponde a uma característica do ativo, isto é, uma matriz com n ativos e p características. Estas características são representadas pelos índices financeiros de cada ativo. Os índices financeiros efetivamente utilizados, na aplicação proposta no capítulo 6, dividem-se em:

- Índice de rentabilidade: giro do ativo (GA), margem líquida (ML), rentabilidade do ativo (RA), rentabilidade do patrimônio líquido (RPL), (24);

- Índice de endividamento: endividamento líquido sobre o patrimônio líquido, (24);

- Índices de avaliação de ações: preço sobre o valor patrimonial da ação (P/VPA), preço sobre lucro por ação (P/L), (26).

i) Índices de Rentabilidade

Giro do Ativo: indica quanto a empresa vendeu para cada Real de investimento total. É calculado conforme a relação abaixo:

$$\text{Giro do Ativo} = \frac{\text{Vendas Líquidas}}{\text{Ativo}}$$

Margem Líquida: determina a porcentagem de cada Real de venda que restou após a dedução de todas as despesas, inclusive do imposto de renda.

$$\text{Margem Líquida} = \frac{\text{Lucro Líquido}}{\text{Vendas Líquidas}} \times 100$$

Rentabilidade do Ativo: indica quanto a empresa obtém de lucro para cada 100 Reais de investimento total. É obtido através da relação :

$$\text{Rentabilidade do Ativo} = \frac{\text{Lucro Líquido}}{\text{Ativo}} \times 100$$

Rentabilidade do Patrimônio Líquido: indica quanto a empresa obtém de lucro para cada 100 Reais de capital próprio investido. Este índice mostra o retorno ganho sobre o investimento dos proprietários (tanto acionistas preferenciais quanto comuns). Este índice é calculado como se segue:

$$\text{Rentabilidade do Patrimônio Líquido} = \frac{\text{Lucro Líquido}}{\text{Patrimônio Líquido}} \times 100$$

ii) Índices de Avaliação de Ações

Preço sobre Valor Patrimonial da Ação- P/VPA: indica a relação entre o preço da ação e o seu valor patrimonial. O valor patrimonial está relacionado com o patrimônio líquido e o número de ações de capital realizado, e mostra a representatividade de uma ação perante o Patrimônio Líquido da empresa.

$$P/VPA = \frac{\text{Valor da Cotação da Ação}}{\text{Valor Patrimonial da Ação}}$$

Preço sobre Lucro por Ação- P/L: indica em quanto tempo o investidor obteria o retorno do capital aplicado na aquisição de ações se fosse mantido o lucro por ação verificado no último exercício.

$$P/L = \frac{\text{Valor da Cotação da Ação}}{\text{Lucro por Ação}}$$

iii) Índice de Endividamento Líquido

$$Endiv Liq = \frac{\text{financiamento CP} + \text{financiamento LP} - D - \text{Investimento CP}}{\text{Patrimônio Líquido}},$$

onde

$$CP = \text{Curto Prazo}, LP = \text{Longo Prazo}, D = \text{Disponibilidades}$$

Utilizando-se estes índices como base fundamental para formação de grupos de ativos, foi gerado o Modelo *Fuzzy* Comportamental apresentado no capítulo 5.

Ressalta-se que o índice EBITDA, apesar de muito utilizado pelos investidores, é divulgado anualmente por um número reduzido de companhias abertas e começou a ser divulgado trimestralmente a partir de março de 2005 por algumas companhias. Sendo assim, os índices que relacionam o EBITDA não foram utilizados no modelo aqui proposto, pois reduziria sobremaneira o tamanho da amostra para os setores considerados neste trabalho.

Capítulo 3

ANÁLISE DE AGRUPAMENTO

A análise de agrupamento (*clustering analysis*) é o estudo formal de algoritmos e métodos para agrupamento ou classificação de objetos. A aplicação destes algoritmos visando agrupamento resulta na formação de grupos, compostos por objetos que possuam certas semelhanças.

Na primeira fase do estudo, as características que permitem identificar objetos semelhantes não são conhecidas. Apenas após a formação dos grupos é que ficam definidos os padrões correspondentes. Em uma segunda fase, a aplicação das técnicas de análise de agrupamento ao problema de classificação de objetos pressupõe que existem padrões pré-definidos para classificação. Neste caso, diz-se que as características do objeto em estudo seguem determinado padrão, o que justifica o termo classificação de padrões.

Na fase de formação de grupos a análise de agrupamento é chamada de reconhecimento de padrões com aprendizado não supervisionado. A fase de classificação de padrões é chamada de reconhecimento de padrões com aprendizado supervisionado, (31).

O agrupamento é uma partição que contém um conjunto de grupos que, por sua vez, são compostos por um conjunto de objetos similares. No contexto deste trabalho, existem algumas definições de um grupo, as quais são descritas a seguir, (32):

- i) É um conjunto de objetos que são similares e objetos de diferentes grupos não são similares;
- ii) Um grupo é uma agregação de pontos num espaço multidimensional, de modo que a distância entre quaisquer dois pontos no mesmo grupo é menor que a distância entre qualquer ponto no grupo e qualquer ponto fora dele;
- iii) É uma região de um espaço multidimensional contendo alta densidade de pontos, separada de outras regiões por uma região de baixa densidade de pontos.

Qualquer partição poderá somente ser formada através da análise e comparação das características dos objetos. Tais características proporcionam a concretização do processo de reconhecimento, isto é, são combinações de medidas que sintetizam um caminho útil para o reconhecimento de padrões.

O número de características considerado na análise de agrupamento é um fator importante, uma vez que a descrição completa de um objeto no mundo real é obviamente impraticável.

Por outro lado, um número insuficiente de características levará certamente a conclusões errôneas. De qualquer forma, o número ideal de características é uma particularidade de cada aplicação, (33).

Dentre as técnicas de análise de agrupamento existentes, destaca-se a técnica de agrupamento particional, usada freqüentemente em engenharia. Na seção seguinte são apresentados alguns detalhes desta técnica, por ser esta a técnica empregada neste trabalho.

3.1 Agrupamento Particional

O agrupamento particional é uma técnica que gera uma partição simples de objetos numa tentativa de recuperar grupos naturais presentes nos mesmos. Para tanto, antes de se aplicar uma análise de agrupamento particional, deve-se

representar convenientemente os objetos que serão agrupados. Uma forma de representação dos objetos é usualmente feita por uma matriz chamada matriz padrão.

Na matriz padrão cada objeto em um conjunto de n objetos é representado por um conjunto de p medidas (ou características) e deve ser representado por um vetor de dimensão p . O conjunto de todos os objetos com seus respectivos atributos é visto como uma matriz $n \times p$. Cada linha dessa matriz define um objeto e cada coluna está associada a uma característica.

O problema de agrupamento particional pode, então, ser formulado, resumidamente, da seguinte maneira, (32): dada uma matriz padrão $n \times p$, determinar uma partição que contenha k grupos, sendo que os objetos em um mesmo grupo devem ser mais similares que objetos em diferentes grupos. A solução teórica para este problema particional consiste simplesmente em selecionar um critério, avaliá-lo para todas as possíveis partições contendo k grupos e selecionar a partição que otimize o critério. Para evitar uma explosão combinacional define-se uma função objetivo que é calculada somente para um pequeno conjunto de partições e, através de uma técnica iterativa, procura-se otimizar esta função objetivo.

Esta técnica iterativa, resumidamente, pode ser descrita da seguinte forma, (32): inicia-se com uma partição inicial e os objetos são movidos de um grupo a outro no esforço de otimizar o valor de uma dada função objetivo. Isto resulta na avaliação de um número pequeno de partições e os algoritmos baseados nesta técnica são computacionalmente eficientes. Para que o ponto ótimo da função objetivo seja encontrado, é necessário que um critério seja adotado. Pelo fato de a similaridade entre os objetos estar baseada na distância entre eles, o critério do erro-quadrático é uma estratégia muito utilizada para agrupamento particional, cujo objetivo geral é obter uma partição que para um número fixo de grupos minimize o erro-quadrático total, (32).

Como exemplo, suponha que uma matriz padrão $n \times p$ tenha, por alguma razão, sido particionada dentro de k grupos $C_1, C_2, C_3, \dots, C_k$ de modo que o grupo C_k tenha n_k objetos e cada objeto esteja em exatamente um grupo, de

forma que:

$$\sum_{i=1}^k n_i = n \quad (3.1)$$

Ressalta-se que, pelo fato de cada objeto pertencer a exatamente um grupo, o agrupamento é chamado de *crisp* ou *hard*. Seja, então, os centros dos grupos definidos pela equação:

$$m_k = \frac{1}{n_k} \sum_{i=1}^{n_k} x_i \quad (3.2)$$

Considerando-se cada objeto e os centros de cada grupo, o erro- quadrático pode ser calculado pela distância Euclidiana entre cada objeto em um grupo e seu respectivo centro.

Desta maneira, o erro-quadrático para o grupo C_k , por exemplo, é a soma do quadrado das distâncias Euclidianas entre cada objeto em C_k e seu respectivo centro m_k , visto que a distância entre dois pontos padrão indica o quão semelhantes eles são. Este erro-quadrático é também chamado de variação dentro dos limites do grupo e calculado através da seguinte equação:

$$e_k^2 = (x_i - m_k)^t (x_i - m_k) \quad (3.3)$$

Finalmente, o erro-quadrático para a totalidade do agrupamento contendo k grupos é a soma das variações dentro do limite de cada grupo, ou seja:

$$E_k^2 = \sum_{i=1}^k e_i^2 \quad (3.4)$$

O objetivo do método de agrupamento utilizando o critério do erro- quadrático é encontrar uma partição contendo k grupos que minimize E_k^2 para um número fixo de grupos k . Os grupos devem ser tão compactos quanto possível e separados um do outro o quanto possível. A figura 3.1 representa uma partição *crisp* contendo dois grupos.

Nota-se que, o centro do grupo é uma referência de semelhança para cada objeto dentro do grupo pois, quanto mais próximo do centro do grupo estiver um objeto, mais semelhante a este ele será.

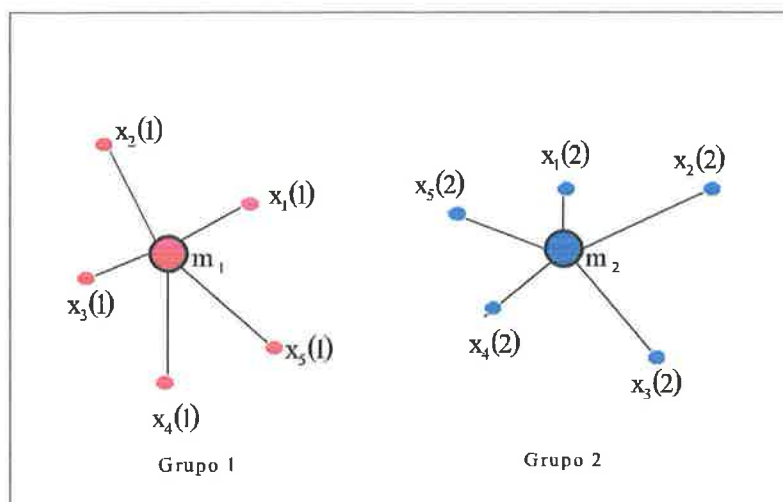


Figura 3.1: Partição *crisp* com dois grupos

Todos os algoritmos de agrupamento, baseados em conjuntos *fuzzy*, são essencialmente particionais. Alguns desses algoritmos *fuzzy* são modificações diretas dos algoritmos particionais com critério do erro-quadrático, (34).

3.2 Agrupamento *Fuzzy*

A teoria de conjuntos *fuzzy* foi originalmente introduzida por Lofti A. Zadeh, (23), e tem, como uma de suas principais características, o fato de permitir o tratamento de problemas que envolvem variáveis chamadas lingüísticas, ou seja, variáveis do tipo: quente, muito quente, alto, baixo, recomendável, pouco recomendável, muito arriscado, etc.

A propriedade que resulta quando se consideram variáveis lingüísticas para caracterizar os objetos estudados é que, ao invés de estes objetos pertencerem ou não a um certo conjunto, como determina a teoria clássica de conjuntos, eles possuirão índices de pertinência associados a diferentes conjuntos.

Como exemplo, pode-se dizer que um brasileiro com $1,85m$ de altura tem um índice de pertinência maior associado ao conjunto de pessoas altas do que o índice de pertinência associado ao conjunto de pessoas baixas. Dito de outra

maneira, esta pessoa tem um perfil que mais se aproxima de uma pessoa alta do que de uma pessoa baixa. No caso específico aqui considerado, o objetivo é identificar perfis característicos para diferentes conjuntos de ações e avaliar certas propriedades de cada um destes conjuntos de ações no mercado financeiro.

Nas aplicações, a teoria *fuzzy* tem sido empregada em diversas áreas, como na engenharia (35), na medicina (36), na biologia (37) e também na economia (38), (39). Os inúmeros exemplos apresentados na literatura mostram que o emprego de variáveis lingüísticas e algoritmos *fuzzy* constitui uma ferramenta poderosa para a modelagem e análise do comportamento de sistemas complexos, (40), que apresentem fenômenos cuja descrição matemática não possa ser feita de forma adequada através de equações algébricas ou diferenciais.

A técnica de agrupamento *fuzzy* tem como fundamento principal a teoria de conjuntos *fuzzy*. Esta teoria possui várias ramificações, que incluem diversos conceitos além daqueles necessários para o entendimento do algoritmo *fuzzy* aqui utilizado e, sendo assim, a apresentação a seguir está organizada de forma a ser autocontida. Alguns textos clássicos da teoria de conjuntos *fuzzy* podem ser encontrados em (23), (40), (34), (41), (42).

Definição 2.1: Sejam o conjunto $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ e C_1, C_2, \dots, C_n subconjuntos de X . Sejam ainda números reais $0 \leq \mu_i(x_j) \leq 1$, $i = 1, 2, \dots, n$ e $j = 1, 2, \dots, m$, tais que para todo $j = 1, 2, \dots, m$, tem-se $\sum_{i=1}^n \mu_i(x_j) = 1$. Nessas condições, $\mu_i(x_j)$ é chamado índice de pertinência do elemento x_j com relação ao subconjunto C_i .

O índice de pertinência pode ser entendido como uma medida do grau de afinidade, similaridade ou compatibilidade entre elementos. O exemplo seguinte ilustra o significado desta definição.

Exemplo 1: Seja o conjunto $X = \{x_1 = (1, 2), x_2 = (2, 1), x_3 = (2, 3), x_4 = (4, 1), x_5 = (4, 3), x_6 = (5, 2)\}$ e os subconjuntos C_1 e C_2 representados na figura 3.2. Neste caso, cada subconjunto é formado por três elementos em um espaço de dimensão 2.

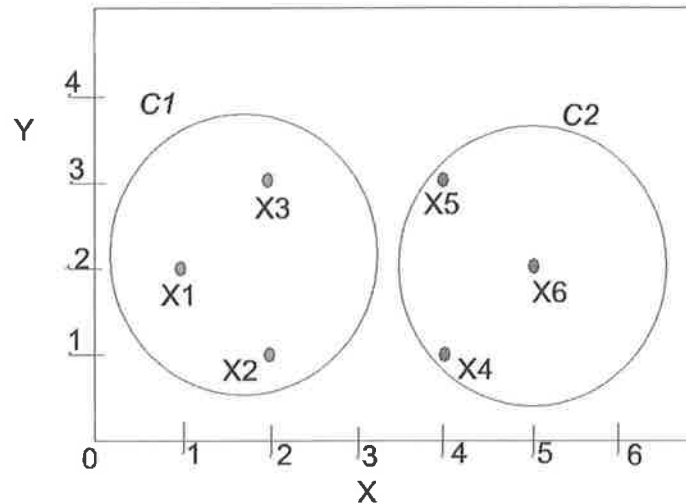


Figura 3.2: Subconjuntos C_1 e C_2

Segundo a teoria clássica de conjuntos, ao escrever $C_1 = \{x_1, x_2, x_3\}$ e $C_2 = \{x_4, x_5, x_6\}$, fica estabelecido que $x_{1,2,3} \in C_1$ e $x_{4,5,6} \in C_2$. Fica implícito, ainda, que $x_{1,2,3} \notin C_2$ e $x_{4,5,6} \notin C_1$. No contexto da teoria de conjuntos *fuzzy*, porém, a associação de índices de pertinência aos elementos x_i introduz a idéia de que x_1, x_2 e x_3 "pertencem mais" a C_1 do que pertencem a C_2 e x_4, x_5 e x_6 "pertencem mais" a C_2 do que pertencem a C_1 . Embora estes índices possam ser definidos de várias formas, uma definição bastante simples, para este exemplo, é $\mu_1(x_1) = \mu_2(x_6) = 1$ e $\mu_2(x_1) = \mu_1(x_6) = 0$, indicando pertinência total de x_1 em relação a C_1 , pertinência nula de x_1 em relação a C_2 , pertinência total de x_6 em relação a C_2 e pertinência nula de x_6 em relação a C_1 . Claramente, esta definição satisfaz as condições $\mu_1(x_1) + \mu_2(x_1) = 1$ e $\mu_1(x_6) + \mu_2(x_6) = 1$. Para os demais elementos, os índices de pertinência poderiam ser definidos, por exemplo, a partir das distâncias em relação aos elementos x_1 e x_6 , respectivamente, que são os elementos de pertinência total. A fim de respeitar as condições $\sum_{i=1}^2 \mu_i(x_j) = 1$, $j = 2, 3, 4, 5$, estas distâncias devem, no entanto, ser normalizadas pela soma das distâncias a estes pontos de pertinência total. Ainda, de forma a se ter maior pertinência quanto menor for a distância, faz-se

$$\mu_1(x_2) = 1 - \frac{d(x_2, x_1)}{d(x_2, x_1) + d(x_2, x_6)} = 1 - \frac{\sqrt{(2-1)^2 + (1-2)^2}}{\sqrt{(2-1)^2 + (1-2)^2} + \sqrt{(2-5)^2 + (1-2)^2}} = 0,691$$

$$\mu_2(x_2) = 1 - \frac{d(x_2, x_6)}{d(x_2, x_1) + d(x_2, x_6)} = 1 - \frac{\sqrt{(2-5)^2 + (1-2)^2}}{\sqrt{(2-1)^2 + (1-2)^2} + \sqrt{(2-5)^2 + (1-2)^2}} = 0,309$$

$$\mu_1(x_5) = 1 - \frac{d(x_5, x_1)}{d(x_5, x_1) + d(x_5, x_6)} = 1 - \frac{\sqrt{(4-1)^2 + (3-2)^2}}{\sqrt{(4-1)^2 + (3-2)^2} + \sqrt{(4-5)^2 + (3-2)^2}} = 0,309$$

$$\mu_2(x_5) = 1 - \frac{d(x_5, x_6)}{d(x_5, x_1) + d(x_5, x_6)} = 1 - \frac{\sqrt{(4-5)^2 + (3-2)^2}}{\sqrt{(4-1)^2 + (3-2)^2} + \sqrt{(4-5)^2 + (3-2)^2}} = 0,691$$

Analogamente,

$$\mu_1(x_3) = 1 - \frac{d(x_3, x_1)}{d(x_3, x_1) + d(x_3, x_6)} = 0,691$$

$$\mu_2(x_3) = 1 - \frac{d(x_3, x_6)}{d(x_3, x_1) + d(x_3, x_6)} = 0,309$$

$$\mu_1(x_4) = 0,309$$

$$\mu_2(x_4) = 0,691$$

Nota-se que $\mu_1(x_2) = 0,691$ e $\mu_2(x_2) = 0,309$. Isto significa que o elemento x_2 é mais semelhante ao grupo C_1 , visto que o grau de pertinência em relação à C_1 é maior que o grau de pertinência em relação à C_2 . Desta forma, fica claro que o elemento x_2 está mais próximo do elemento x_1 (que é o elemento mais representativo do grupo C_1). Obviamente, o grau de pertinência de um objeto em relação a um grupo é tão maior, quanto menor a distância entre o objeto e o elemento mais representativo do grupo.

Este é um exemplo clássico de uma partição *fuzzy*, onde os elementos pertencem a mais de um grupo com graus de pertinência diferentes. Dentre outros, um algoritmo muito utilizado e que produz eficientemente uma partição *fuzzy* é denominado *Fuzzy Clustering Means* - FCM.

3.3 Algoritmo *Fuzzy Clustering Means* - FCM

Dentre as técnicas para o agrupamento ou a classificação *fuzzy* de elementos em subconjuntos de um conjunto dado, o algoritmo *Fuzzy Clustering Means* -

FCM constitui uma ferramenta eficiente naqueles casos em que as características ou atributos dos elementos estudados podem ser representadas através de um vetor de números reais. Nestes casos, a partir da matriz padrão, (34), de dimensão $n \times p$, sendo n o número de elementos e p a dimensão dos vetores de características destes elementos, como definida na seção 3.1, o algoritmo FCM permite identificar grupos de elementos, tais que os elementos de um mesmo grupo sejam mais similares, ou mais compatíveis, que elementos em grupos diferentes. O grau de similaridade será definido com base na distância Euclidiana entre os elementos, em um espaço de dimensão p .

Seja, então, $v = (v_1, \dots, v_c) \in R^{cp}$ o vetor de todos os centros dos grupos. Em geral v_i não corresponde a nenhum elemento de X . Seja ainda a distância dada conforme a equação:

$$d_{ik} = d(x_k, v_i) = \|x_k - v_i\| = \left[\sum_{j=1}^p (x_{kj} - v_{ij})^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.5)$$

O objetivo é minimizar a distância quadrática entre o objeto e o centro do grupo correspondente, formando uma partição de aglomerados de objetos similares que mais se aproximam do centro do grupo a que pertencem.

Sendo assim, cada partição do conjunto $X = x_1, \dots, x_n$ em subconjuntos *fuzzy* S_i ($i = 1, \dots, c$) pode ser totalmente descrita por uma função de pertinência μ_{ik} , sendo que $\mu_{ik} \in [0, 1]$ e $\sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1$. Assim, μ_{ik} significa o grau de pertinência ou afinidade do objeto x_k com relação ao grupo S_i . Segue-se então a seguinte definição.

Definição 2.2: Seja $X = x_1, \dots, x_n$ um conjunto de n objetos e V_{cn} o conjunto de todas as matrizes reais $c \times n$, onde $2 \leq c \leq n$ é o número de grupos. A matriz $U = [\mu_{ik}] \in V_{cn}$ será considerada uma matriz de partição *fuzzy* se satisfizer as seguintes condições, (34):

1. $\mu_{ik} \in [0, 1] \quad 1 \leq i \leq c, \quad 1 \leq k \leq n$
2. $\sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1 \quad 1 \leq k \leq n$
3. $0 \leq \sum_{k=1}^n \mu_{ik} < n \quad 1 \leq i \leq c$

As partições *fuzzy* são obtidas freqüentemente através do critério do erro-quadrático, também conhecido como o critério de variância mínima. Portanto, para uma partição *fuzzy* composta por c grupos, de acordo com a definição 2.2, o critério de erro quadrático mínimo equivale à solução do seguinte problema de otimização:

$$\min J_m(U, V) = \min \sum_{k=1}^n \sum_{i=1}^c (\mu_i(x_k))^m \|x_k - v_i\|^2 \quad (3.6)$$

sujeito a $\sum_{i=1}^c \mu_{ik} = 1, k = 1, \dots, n$.

O problema de otimização dado pela equação 3.6 pode ser resolvido analiticamente e a solução é dada por James Bezdek, (43):

$$v_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^m [\mu_i(x_j)]^2} \sum_{j=1}^m [\mu_i(x_j)]^m x_j, \quad i = 1, \dots, c \quad (3.7)$$

$$\mu_i(x_j) = \frac{1}{\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{\|x_k - v_i\|^{m-1}} \right)}, \quad i = 1, \dots, c, \quad k = 1, \dots, n \quad (3.8)$$

O expoente m é chamado expoente peso que reduz a influência de distorções no cálculo dos centros dos grupos e no valor da função objetivo, isto é, reduz as influências de pertinências baixas (pontos afastados de v_i) comparados com pertinências altas (pontos próximos de v_i).

Apesar de o número de grupos poder ser escolhido de acordo com a aplicação, existem alguns critérios para validar a escolha ou até mesmo definir a escolha adequada do número de grupos numa partição. Um dos critérios utilizados para agrupamento *fuzzy* é o coeficiente de partição F , que mede a quantidade de sobreposição entre grupos. O coeficiente de partição F é inversamente proporcional à média total de sobreposição entre pares de subconjuntos *fuzzy*. Portanto, encontrando-se o máximo valor de F assume-se que a partição escolhida é válida. Nota-se que $F = 1$ significa que não existe compartilhamento de pertinências, isto é, não há sobreposição de quaisquer pares de grupos *fuzzy*, (43). Ressalta-se que o algoritmo FCM converge para o mínimo local da função objetivo através de um número finito de iterações, (34), (43).

A seguir são descritos os conceitos e os passos do algoritmo FCM.

Como na aplicação específica deste trabalho o critério anterior levou à definição de dois subgrupos apenas, a apresentação que se segue será particularizada para esta situação. Além disso, será adotado $m = 2$, o que possibilita determinar a pertinência do ponto que fica equidistante dos centros dos grupos, que obviamente deverá possuir pertinência igual a 0,5. Assim, sejam x_1, x_2, \dots, x_m elementos de um conjunto X e considere o problema de agrupar estes elementos em 2 subgrupos, C_1 e C_2 , de elementos de X . Estes subgrupos devem ser caracterizados através dos índices de pertinência associados aos elementos x_1, x_2, \dots, x_m , de forma que $\mu_1(x_i) > \mu_2(x_i)$ para todo x_i em C_1 e $\mu_2(x_j) > \mu_1(x_j)$ para todo x_j em C_2 , ou seja, a pertinência de um elemento de C_1 , relativamente a C_1 , deve ser maior do que a sua pertinência relativamente a C_2 e a pertinência de um elemento de C_2 , relativamente a C_2 , deve ser maior do que a sua pertinência relativamente a C_1 . Para os casos em que $\mu_2(x_j) = \mu_1(x_j)$ adota-se qualquer uma das possibilidades $x_j \in C_1$ ou $x_j \in C_2$. O algoritmo FCM determina os subgrupos C_1 e C_2 através da solução do seguinte problema.

Dados os elementos x_1, x_2, \dots, x_m , descritos na forma de vetores de dimensão p , determinar os vetores v_1 e v_2 , também de dimensão p , e os índices de pertinência $\mu_1(x_j) \geq 0$ e $\mu_2(x_j) \geq 0$, satisfazendo $\mu_1(x_j) + \mu_2(x_j) = 1$, $j = 1, 2, \dots, m$, de forma a minimizar a seguinte função:

$$\min \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^m [\mu_i(x_j)]^2 \|x_j - v_i\|^2 \quad (3.9)$$

sujeito a $\mu_1(x_j) + \mu_2(x_j) = 1$, $j = 1, 2, \dots, m$

Os vetores v_1 e v_2 são os vetores de centro associados aos subgrupos C_1 e C_2 , e podem não coincidir com nenhum dos elementos de X . Além disso, cada subgrupo resulta representado por uma concentração de elementos ao redor de um centro. Este centro, por sua vez, pode ser visto como uma referência de similaridade entre os elementos. Em outras palavras, o centro associado ao subgrupo pode ser entendido como um padrão que representa todos os elementos que o cercam. Desta forma, o centro associado ao subgrupo resulta sempre com um índice de pertinência igual a 1, relativamente a este subgrupo, e o índice de

pertinência de cada elemento em relação ao subgrupo está associado à distância entre cada elemento e o centro correspondente. Quanto maior a similaridade de um elemento em relação a um determinado subgrupo, isto é, quanto menor a distância de um elemento ao centro de um determinado subgrupo, mais próximo da unidade será o seu índice de pertinência em relação a este subgrupo.

A solução do problema 3.9 é dada pelas equações 3.7 e 3.8, com $m = 2$ e $c = 2$, isto é:

$$v_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^m (\mu_i(x_j))^2} \sum_{j=1}^m [\mu_i(x_j)]^2 x_j, \quad i = 1, 2 \quad (3.10)$$

$$\mu_i(x_j) = \frac{\frac{1}{\|x_j - v_i\|^2}}{\sum_{k=1}^m \left(\frac{1}{\|x_k - v_i\|^2} \right)}, \quad i = 1, 2, \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (3.11)$$

Como pode-se observar, o cálculo dos vetores de centro, v_i , pela equação 3.10, depende dos índices de pertinência, $\mu_i(x_j)$. Estes, por sua vez, dependem de v_i , conforme a equação 3.11. A solução pode ser obtida de forma iterativa, através do algoritmo denominado FCM, cujos passos são descritos a seguir.

Passo 1: Inicializar uma matriz de índices de pertinência, de modo que $\mu_1(x_j) + \mu_2(x_j) = 1$, $j = 1, 2, \dots, m$ e $\mu_1(x_j) \geq 0$ e $\mu_2(x_j) \geq 0$, $j = 1, 2, \dots, m$;

Passo 2: Calcular os centros v_1 e v_2 , através da equação 3.10;

Passo 3: Recalcular, através da equação 3.11, a nova matriz de pertinências utilizando os vetores dos centros obtidos no passo 2;

Repetir os passos 2 e 3 até que o valor da função objetivo, equação 3.9, não mais decresça, segundo a precisão adotada.

Como ilustração, no exemplo da seção 3.2 a matriz padrão correspondente aos elementos x_1, x_2, \dots, x_6 possui 6 linhas, pois o número de elementos é $n = 6$, sendo cada linha formada pelas componentes que representam as características dos elementos, ou seja, as coordenadas no espaço de dimensão $p = 2$. Assim,

neste exemplo, a matriz padrão, M , será dada por:

$$M = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 2 & 3 \\ 4 & 1 \\ 4 & 3 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} .$$

A aplicação do algoritmo FCM na matriz padrão M produz como resultado os centros $v_1 = (1,65; 2,00)$ e $v_2 = (4,34; 2,00)$ e os índices de pertinência mostrados na tabela 3.1, que é a chamada matriz de partição *fuzzy*. Pode-se observar que os centros resultantes não coincidem com nenhum dos elementos dados, o que representa a situação mais freqüente nas aplicações.

Elemento	μ_1	μ_2
x_1	0,9630	0,0370
x_2	0,8532	0,1468
x_3	0,8530	0,1470
x_4	0,1470	0,8530
x_5	0,1468	0,8532
x_6	0,0370	0,9630

Tabela 3.1: Índices de pertinência de cada elemento em relação a cada subconjunto - Matriz de Partição *Fuzzy*

Capítulo 4

FINANÇAS

COMPORTAMENTAIS

No início da década de 1970, quando a teoria de mercados eficientes já havia atingido um alto grau de influência na tomada de decisões em economia, a busca do entendimento de anomalias de comportamento em mercados financeiros em todo o mundo trouxe a perspectiva da inclusão de conceitos da psicologia e da sociologia nas análises econômicas, a ponto de o trabalho de Daniel Kahnemann e Vernon L. Smith, (4), (5), ter sido merecedor do prêmio Nobel de economia em 2002. Os elementos envolvidos nesta nova abordagem levaram à elaboração da chamada teoria de finanças comportamentais.

Segundo a teoria comportamental, os indivíduos tomam decisões governados por heurísticas, com um raciocínio que se desvia de regras estatísticas, em contraposição, no contexto da economia, à teoria de mercados eficientes.

Uma afirmação defendida pela Hipótese de Mercados Eficientes (HME) diz que preços correntes sempre refletem toda informação relevante disponível (8), isto é, o mercado é formado por investidores racionais que coletivamente atuam em mercados racionais e, neste caso, ferramentas estatísticas são mais apropriadas e largamente utilizadas. Todavia, a teoria de finanças comportamentais constata que indivíduos, muitas vezes, não usam raciocínio estatístico na tomada de de-

ção, (10). Em vez disso, os indivíduos confiam em métodos subjetivos, usando heurísticas quando se deparam com circunstâncias objetivas.

A psicologia cognitiva, que estuda o mecanismo do pensamento, está na base dessa abordagem e mostra que os indivíduos valorizam excessivamente as experiências recentes e são demasiadamente confiantes em suas próprias habilidades, proporcionando, dessa forma, o surgimento de distorções em seus pensamentos, (13).

Assim, a teoria de mercados eficientes e a teoria de finanças comportamentais apresentam alguns pontos conflitantes em relação ao mercado de ações. A seguir é apresentado um breve estudo sobre mercados eficientes e em seguida é apresentado um resumo dos vieses produzidos pelas heurísticas de finanças comportamentais.

4.1 Mercado de Capitais Eficiente

A teoria da Hipótese de Mercados Eficientes, proposta por Eugene F. Fama na década de 1970, está baseada em premissas que pressupõem um investidor racional, avesso ao risco, atuando em um mercado racional. Nesse sentido, os investidores atuam no mercado sob a suposição de que os preços das ações, em qualquer tempo, refletem totalmente a informação disponível, o que caracteriza a eficiência do mercado, (8).

Em função do conjunto de informações disponível, um mercado eficiente pode ser classificado como:

- i) Eficiente na forma fraca: quando o conjunto de informações é composto apenas por preços históricos;
- ii) Eficiente na forma semi-forte: informações são publicamente disponíveis, tais como, lucros, divisões de ações, índices financeiros, etc.;
- iii) Eficiente na forma forte: quando o conjunto de informações contém informações de acesso monopolístico, ou seja, informações não disponíveis

publicamente.

Formalmente, em um mercado eficiente:

$$z_{j,t+1} = r_{j,t+1} - E(\tilde{r}_{j,t+1}|\Phi_t)$$

e,

$$E(\tilde{z}_{j,t+1}|\Phi_t) = E[(\tilde{r}_{j,t+1} - E(\tilde{r}_{j,t+1}|\Phi_t))|\Phi_t] = E(\tilde{u}_{j,t+1}|\Phi_t) = 0$$

sendo,

- Φ_t - conjunto de informações disponível no instante t ;
- $z_{j,t+1}$ - excesso de retorno da ação j no instante $t + 1$;
- $u_{j,t+1}$ - valor de excesso de retorno da ação j no instante $t + 1$; é a diferença entre o retorno observado, $r_{j,t+1}$, e o valor esperado do retorno que foi projetado em t com base no conjunto de informações Φ_t .

Em termos de carteira de ações, a hipótese de mercado eficiente implica que, (16):

$$E(\tilde{u}_{v,t+1}|\Phi_t) = E(\tilde{u}_{p,t+1}|\Phi_t) = 0$$

sendo,

- $\tilde{u}_{v,t+1}$: valor de excesso de retorno de uma carteira vencedora;
- $\tilde{u}_{p,t+1}$: valor de excesso de retorno de uma carteira perdedora.

Entretanto, nem sempre $E(\tilde{u}_{v,t+1}|\Phi_t) = E(\tilde{u}_{p,t+1}|\Phi_t) = 0$. Conforme (9) e (44), as situações em que $E(\tilde{u}_{v,t+1}|\Phi_t) > E(\tilde{u}_{p,t+1}|\Phi_t)$ ou $E(\tilde{u}_{v,t+1}|\Phi_t) < E(\tilde{u}_{p,t+1}|\Phi_t)$, caracterizam os fenômenos de sub-reação e sobre-reação, respectivamente, no mercado de ações. Estes efeitos encontrados no mercado de ações têm constituído um dos principais desafios empíricos à Hipótese de Mercados Eficientes, (45). Na seção seguinte os fenômenos de sobre-reação e sub-reação são descritos com mais detalhes.

4.2 Sobre-Reação e Sub-Reação

O efeito de sobre-reação, resumidamente, pode ser entendido como o resultado da comparação de duas situações distintas. Em termos do mercado de ações, a sobre-reação se dá quando títulos com pior desempenho passado (carteira perdedora) superam, no futuro, títulos com melhor desempenho passado (carteira vencedora).

Formalmente, a evidência de sobre-reação pode ser definida da seguinte forma, (9):

$$E(r_{t+1} | \Phi_t = G, \Phi_{t-1} = G, \dots, \Phi_{t-j} = G) < [E(r_{t+1} | \Phi_t = B, \Phi_{t-1} = B, \dots, \Phi_{t-j} = B)]$$

Onde $\Phi_t = G$ representa o conjunto de boas notícias e $\Phi_t = B$ o conjunto de más notícias.

Em outras palavras, a sobre-reação ocorre quando o retorno médio seguido de uma série de boas notícias é menor que o retorno médio seguido de uma série de más notícias. Em termos de carteiras de ações, a sobre-reação ocorre quando a carteira de pior desempenho passado (carteira perdedora), proporciona, no futuro, um retorno superior à carteira com um bom desempenho passado (carteira vencedora).

A ocorrência da sobre-reação no mercado de ações possibilita a aplicação de uma estratégia denominada estratégia contrária (*contrarian strategy*) consistindo na compra da carteira de ações com pior desempenho passado financiada com a venda da carteira de ações com melhor desempenho passado.

A sub-reação, por sua vez, pode ser formalmente definida como se segue, (9):

$$[E(r_{t+1} | \Phi_t = G) > [E(r_{t+1} | \Phi_t = B)]$$

Em outras palavras, o efeito da sub-reação ocorre quando o retorno médio seguido de boas notícias é maior que o retorno médio seguido de notícias ruins. Este efeito no mercado de ações induz à aplicação de uma estratégia denominada estratégia de momento (*momentum strategy*) que consiste em comprar carteira com melhor

desempenho passado (carteira vencedora) e a venda, simultânea, a descoberto, da carteira com pior desempenho passado (carteira perdedora).

Estes efeitos de sobre-reação e sub-reação podem ser decorrentes de fatores psicológicos, classificados como heurísticas nos trabalhos de Amos Tversky e Daniel Kahneman, (46).

Embora existam diversos vieses oriundos das heurísticas que influenciam a tomada de decisões, (46), as seções seguintes concentram-se apenas em alguns dos vieses produzidos pelo uso das heurísticas de representatividade, disponibilidade e ancoramento, as quais estão diretamente relacionadas com a teoria de conjuntos *fuzzy*, na forma tratada neste trabalho, (22).

4.3 Heurística de Representatividade

A heurística de representatividade refere-se a uma espécie de atalho mental que produz uma tendência em se presumir que um objeto pertence a um grupo particular, baseado na semelhança deste objeto com um membro particular dessa categoria.

Muitas questões probabilísticas que interessam às pessoas estão relacionadas com questões do tipo: qual a probabilidade de o objeto A pertencer à classe B? Qual a probabilidade de o evento A se originar do processo B? Para responder tais questões os indivíduos utilizam a heurística de representatividade, em que probabilidades são avaliadas pelo grau com o qual A se parece com B.

A heurística de representatividade está associada essencialmente à similaridade entre os elementos estudados. A seguir é apresentado um exemplo clássico, (10), em que a tomada de decisão, mesmo quando é conhecida a probabilidade de ocorrência, é fortemente influenciada por informações descritivas, isto é, os indivíduos preferem valorizar informações descritivas a considerar as probabilidades de ocorrência do fato.

Para ilustrar um julgamento influenciado pela heurística de representati-

dade, alguns indivíduos devem responder qual a ocupação de uma pessoa escolhida aleatoriamente em um grupo de dez pessoas, sabendo-se que oito pessoas do grupo são motoristas de caminhão e duas são corretores. No primeiro caso as dez pessoas estão igualmente vestidas e, após a escolha de uma pessoa dentre as dez, a maioria dos participantes, apoiada na probabilidade conhecida, julgaram que esta pessoa seria um motorista de caminhão. Já no segundo caso, foi adicionado um elemento de ambigüidade, ou seja, as dez pessoas foram vestidas diferentemente e foi escolhida uma pessoa, vestindo terno, óculos e portando uma pasta. Neste caso, a maioria dos participantes identificou esta pessoa como um corretor, apesar de a probabilidade de esta pessoa ser um motorista de caminhão superar a probabilidade, conhecida a priori, de ser um corretor.

Segundo Peters, (22), este desvio do comportamento racional surge porque os indivíduos estão tomando uma decisão baseados em um conjunto *fuzzy*, ao invés de uma avaliação probabilística. No exemplo, o homem vestindo terno, óculos e portando uma pasta tem mais similaridade com o conjunto de corretores e, portanto, menos similaridade com o conjunto de motoristas de caminhão.

Experimentos deste tipo fortalecem a hipótese de que sob condições de ambigüidade um método que utiliza conjuntos *fuzzy* é mais adequado para modelar a tomada de decisão do que métodos estatísticos, (10).

Alguns dos vieses produzidos pela heurística de representatividade podem ser destacados:

- i) Insensibilidade às bases de probabilidade: este viés mostra que a tomada de decisão pelos indivíduos, mesmo conhecendo a probabilidade de ocorrência, é fortemente influenciada por informações descritivas. Isto é, os indivíduos preferem valorizar a informação descritiva a considerar a probabilidade de ocorrência do fato. Um experimento realizado por Amos Tversky e Daniel Kahneman ilustra o resultado de uma decisão influenciada por este viés. Neste experimento os participantes foram informados sobre uma breve descrição da personalidade de uma pessoa retirada de um grupo de cem profissionais (engenheiros e advogados). Na primeira condi-

ção o grupo de profissionais consistia de 70 engenheiros e 30 advogados e na segunda condição o grupo era formado por 30 engenheiros e 70 advogados.

Os participantes deveriam responder se a pessoa retirada do grupo era um engenheiro ou advogado. Descreveu-se então a personalidade de Dick: *Dick é um homem de 30 anos, casado e sem filhos. Um homem com muita habilidade, motivação e com muita chance de ter sucesso em sua carreira profissional. Ele tem um bom relacionamento com os amigos.*

Os participantes julgaram a probabilidade de Dick ser um engenheiro igual a 0,5, embora a proporção de engenheiros era 0,7 na primeira condição e 0,3 na segunda condição. Por outro lado, uma outra pessoa retirada do grupo sem nenhuma informação descritiva foi julgada ser um engenheiro com probabilidade 0,7 na primeira condição e 0,3 na segunda condição. Assim, Amos Tversky e Daniel Kahneman concluíram que quando nenhuma evidência é dada, probabilidades a priori são utilizadas, e quando evidências sem valor são dadas, ou seja, quando é introduzida uma descrição, probabilidades a priori são ignoradas, (46);

- ii) Excesso de confiança: os indivíduos são excessivamente confiantes em suas próprias habilidades e tendem a investir no que eles têm mais familiaridade. Jay R. Ritter, em seu trabalho, (13), cita um exemplo em que os empregados das indústrias de automóveis em Detroit preferem investir nas companhias que eles mesmos trabalham. Do ponto de vista da teoria comportamental, esses indivíduos fazem isto apoiados na crença de que estão fazendo um ótimo investimento. Os indivíduos, muitas vezes apoiados nessa confiança excessiva, predizem resultados selecionando a resposta mais representativa das informações disponíveis;
- iii) Concepção errônea de chance: as pessoas esperam que uma seqüência de eventos gerada por um processo aleatório representará a característica essencial do processo, mesmo que a seqüência seja curta. Suponha as seqüências A e B de lançamento de moeda.

A: Coroa Coroa Coroa Coroa Coroa Coroa;

B: Coroa Cara Cara Coroa Coroa Coroa.

Pergunta-se aos participantes qual seqüência é mais provável de ocorrer. A maioria dos participantes escolheu a seqüência B, apesar de ambas terem a mesma probabilidade de ocorrência. Isto ocorre porque a seqüência B é mais similar ao ideal, conseqüentemente é mais provável que a seqüência A. Ou seja, a seqüência B tem mais similaridade com seqüências aleatórias e a seqüência A tem mais similaridade com rodadas de sorte, que é menos provável que ocorra.

- iv) Insensibilidade ao tamanho da amostra: para avaliar a probabilidade de se obter um resultado particular em uma amostra retirada de uma população específica, indivíduos aplicam a heurística de representatividade. Um experimento realizado por Amos Tversky e Daniel Kahneman ilustra este efeito: Em uma cidade, cerca de 45 bebês nascem por dia em um hospital grande e, em um hospital pequeno, cerca de 15 bebês nascem por dia. Sabe-se ainda que, em média, 50% de todos os recém-nascidos são garotos. Em um período de 1 ano, cada hospital registrou o número de dias em que mais de 60% dos recém-nascidos foram garotos. Os participantes deste experimento julgaram qual hospital registrou mais estes tais dias. A maioria dos participantes julgou a probabilidade de se obter mais de 60% de garotos recém-nascidos igual no pequeno e no grande hospital. Por outro lado, a teoria de amostragem impõe que o número esperado de dias com mais de 60% de garotos recém-nascidos é maior no pequeno hospital que no grande hospital, porque uma grande amostra é menos provável que se desvie da média que, neste exemplo, é 50%, (46).

Com relação ao tamanho da amostra, deve-se considerar ainda que, certas questões não podem ser respondidas diretamente em termos da freqüência de ocorrência no passado, (47). Como exemplo, haverá uma recessão nos próximos seis meses? Quais as chances de ocorrer uma alta no índice Bovespa? Todavia, desconsiderando a complexidade do problema, as pessoas tendem a tirar conclusões a partir de uma pequena amostra de dados.

Coincidentemente, conjuntos *fuzzy* também não dependem da frequência. Então, supondo a existência da seguinte afirmação: existe 70% de chance de que uma recessão tenha se iniciado. Naturalmente, não está sendo declarada uma probabilidade, uma vez que não há meios para amostrar a classe de dados. Por outro lado, esta resposta expressa que as condições correntes têm um grau de similaridade de 0,7 em relação ao conjunto de recessões, ou seja, as condições correntes têm muita similaridade com recessões passadas.

No contexto das decisões em economia, os indivíduos sob a influência da heurística de representatividade tendem a produzir previsões extremas, ou sobre-reação, (48), em que perdedores passados tendem a ser vencedores no futuro e vice-versa, (49).

4.4 Heurística de Disponibilidade

É uma espécie de atalho mental que produz uma tendência em julgar a probabilidade de um acontecimento em função da facilidade com que exemplos desse acontecimento vêm à mente. Neste caso, a decisão dependerá da quantidade de exemplos que estiverem disponíveis na consciência do indivíduo em um dado momento.

Há situações em que os indivíduos avaliam a frequência de uma classe ou a probabilidade de um evento pela facilidade com que exemplos e ocorrências vêm a mente. Por exemplo, alguém pode avaliar o risco de ataque no coração entre pessoas de média idade recordando tais ocorrências entre alguns conhecidos. Similarmente, pode-se avaliar a probabilidade que um dado negócio falhará, imaginando várias dificuldades que podem se encontrar. Alguns vieses produzidos pela heurística de disponibilidade são destacados a seguir.

- i) Viés devido à possibilidade de recuperação de eventos: em uma demonstração elementar deste efeito, Amos Tversky e Daniel Kahneman apresentam um experimento em que diferentes listas foram apresentadas para diferentes

grupos de pessoas, que devem responder se a lista apresentada contém mais nomes de homens que nomes de mulheres. Em algumas listas os homens eram mais famosos e, em outras listas as mulheres eram mais famosas.

Como resultado deste experimento, em cada uma das listas os indivíduos erroneamente julgaram que a classe (sexo) mais numerosa foi àquela com personalidades mais famosas. Ou seja, a lista que possuía mais homens famosos foi julgada, pelos indivíduos, como uma lista que continha mais nomes de homens e a lista que possuía mais mulheres famosas foi considerada como uma lista com mais nomes de mulheres. Neste experimento, Amos Tversky e Daniel Kahneman concluem que quando o tamanho de uma classe é julgado pela disponibilidade de exemplos, uma classe com exemplos facilmente recuperáveis parece mais numerosa que uma classe, de igual frequência, cujos exemplos são menos recuperáveis. Nesta demonstração, a saliência, representada pelo grau de fama de cada personalidade, afetou a possibilidade de recuperação de exemplos e, conseqüentemente, a decisão dos indivíduos, (46);

- ii) Viés devido a efetividade de uma busca de conjunto: como um exemplo para demonstração deste viés, alguns indivíduos devem responder se um conjunto de palavras de três letras ou mais, retirado de um texto em inglês, contém mais palavras que se iniciam com a letra r ou mais palavras com a letra r na terceira posição. Pela facilidade em buscar palavras pela sua primeira letra, a maioria dos participantes julgou que palavras que se iniciam com a letra r são mais numerosas que palavras com r na terceira posição, (46).

Assim, a heurística de disponibilidade ocorre quando a frequência de acontecimentos fica em função das lembranças de dados, das experiências marcantes ou dados salientes. Vale ressaltar que a diferença entre julgamentos de representatividade e disponibilidade é muito sutil. Nos julgamentos viesados pela heurística de disponibilidade, as decisões são tomadas em função dos exemplos que vêm à mente com mais facilidade e, em julgamentos viesados pela heurística de representatividade, algumas informações são recuperadas e comparadas com uma

determinada categoria.

4.5 Heurística de Ancoramento e Ajustamento

A heurística de ancoramento e ajustamento é uma espécie de atalho mental que utiliza um valor padrão como ponto de partida, ajustando-se a decisão em função desse ponto de partida.

Em muitas situações os indivíduos fazem estimativas apoiados em um valor inicial, que é ajustado para produzir a resposta final. O valor inicial pode ser sugerido pela formulação do problema ou pode ser resultado de um cálculo parcial. Em uma demonstração do efeito do ancoramento, indivíduos foram questionados, diante de uma roda da fortuna, a estimar a porcentagem de países Africanos que pertencem às Nações Unidas. Quando a roda da fortuna para no número 10, os participantes respondem que a média de países Africanos que pertencem às Nações Unidas é 25% e, quando a roda da fortuna para no número 65 os participantes respondem 45%. Amos Tversky e Daniel Kahneman concluem que o dado irrelevante fornecido pela roda da fortuna ancorou as respostas dos participantes, (46).

Um outro experimento mostra que o ancoramento também ocorre quando os indivíduos baseiam suas estimativas no resultado de algum cálculo incompleto. Neste experimento, dois grupos de estudantes devem estimar o valor de uma expressão em cinco segundos:

$$8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \text{ para o grupo 1;}$$

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \text{ para o grupo 2.}$$

Apesar de a resposta correta para as duas seqüências ser 40320, a estimativa média obtida pelo grupo 2 para a seqüência ascendente foi 512, enquanto a estimativa média obtida pelo grupo 1 para a seqüência descendente foi 2250. Isto ocorre pois na seqüência descendente os primeiros passos da multiplicação (da esquerda para a direita) produzem um número maior que na seqüência ascendente,

(46).

Desta forma, os indivíduos quando se deparam com situações complexas, tomam decisões apoiados em informações conhecidas. Quando se trata do mercado de ações, onde a quantidade de informações é muito extensa e dispersa, os indivíduos tendem à utilizar atalhos mentais, ou seja, julgamentos heurísticos na tomada de decisão, transformando um julgamento complexo em uma simples tarefa comparativa, (50).

Além disso, freqüentemente as pessoas baseiam-se em elementos ou condições de referência para tomar decisões. Neste caso, diz-se que a decisão está ancorada a um referencial, ou seja, a decisão baseia-se em uma heurística de ancoramento. A heurística de ancoramento, diferentemente da heurística de representatividade, conduz ao excesso de moderação na tomada de decisão, produzindo, assim, o fenômeno de sub-reação, (48), em que vencedores passados tendem a ser vencedores futuros e perdedores passados tendem a ser perdedores futuros, (49). A heurística de ancoramento está associada a decisões conservadoras, fazendo com que as pessoas resistam a mudanças bruscas de suas crenças face à novas informações.

Em termos da teoria de conjuntos *fuzzy*, uma decisão com base nesta heurística é focada no elemento de maior referência no conjunto, ou seja, o elemento de pertinência total, $\mu(x) = 1$, (22).

4.6 Modelos em Finanças Comportamentais

Conforme já mencionado, a teoria de finanças comportamentais incorpora elementos diferentes daqueles considerados na teoria de mercados eficientes, (13). Esse fato tem permitido o desenvolvimento de alguns novos modelos para explicar possíveis anomalias no mercado financeiro. Tais anomalias, quando inexplicáveis com as ferramentas clássicas, têm encontrado explicações satisfatórias através da teoria de finanças comportamentais, (51). A seguir são citados alguns modelos baseados na teoria de finanças comportamentais.

No trabalho desenvolvido por Nicholas Barberis, Andrei Shleifer e Robert Vishny, (9), foi proposto um modelo do sentimento do investidor baseado na existência de dois vieses comportamentais decorrentes da heurística de representatividade e ancoramento, conduzindo investidores a sub-reagir ou sobre-reagir às informações disponíveis. Neste modelo, a evidência de sub-reação ocorre quando o retorno médio em um período precedido por boas notícias é maior que o retorno médio em um período precedido por más notícias, enquanto que, a evidência de sobre-reação ocorre quando o retorno médio em um período precedido por más notícias, é maior que o retorno médio em um período precedido por boas notícias. As notícias ou as informações disponíveis neste modelo são os anúncios de lucros.

Neste modelo, os lucros seguem um passeio aleatório, porém, os investidores crêem que o comportamento dos lucros se dá em dois regimes. No regime 1 os lucros reverterem à média, enquanto que no regime 2, os lucros seguem uma certa tendência. Quando os investidores acreditam que o regime 1 atua no mercado, os preços das ações sub-reegem à mudanças nos lucros, pois o investidor reage muito pouco aos anúncios de alterações recentes nos lucros. Por outro lado, os investidores, incorretamente, extrapolam a tendência quando acreditam que o regime 2 atua no mercado, fazendo com que o preço da ação tenda a sobre-reagir.

Estes dois regimes são especificados como um processo de Markov, isto é, a alteração nos lucros em um período t depende somente da alteração nos lucros no período $t - 1$. A idéia de que o investidor creia que o mercado de ações é governado por um dos dois regimes é um meio de capturar as heurísticas de representatividade e ancoramento presentes na tomada de decisão do investidor.

O modelo de Kent Daniel, David Hirshleifer e Avanidhar Subrahmanyam, (21), visa conciliar as constatações empíricas de sobre-reação e sub-reação. Segundo estes autores, os investidores sem informações não apresentam vieses comportamentais, enquanto os investidores informados são influenciados por dois vieses, o excesso de confiança, que está associado à heurística de representatividade e a valorização demasiada de suas percepções, que está associada à heurística de ancoramento. A valorização demasiada da percepção conduz os investido-

res a darem menos ênfase às avaliações disponíveis publicamente, exagerando a precisão de suas análises sobre os valores dos ativos, enquanto que o excesso de confiança conduz os investidores a exagerarem na precisão de suas análises sobre os valores dos ativos financeiros. Como consequência, os autores constatarem que a sobre-valorização da informação privada e a sub-valorização da informação pública tendem a produzir sub-reação a curto-prazo, seguida de sobre-reação a longo-prazo, quando a informação pública tende a superar os vieses comportamentais.

No modelo de Harrison Hong e Jeremy Stein, (52), são caracterizados dois tipos de agentes: os expectadores de notícias e os operadores de momento. Os expectadores de notícias tomam decisões a partir de idéias e opiniões próprias, desprezando informações correntes e passadas. Os operadores de momento condicionam suas análises a medidas de preços passados, não levando em conta novas informações. Neste modelo, assume-se inicialmente uma tendência para sub-reação, em que os retornos estão correlacionados positivamente a curto prazo, e então constata-se que, com a inclusão de operadores de momento no mercado, cria-se um momento excessivo nos preços dos ativos, gerando, desta forma, uma sobre-reação, que consiste em retornos correlacionados negativamente. Assim, pelo modelo de Harrison Hong e Jeremy Stein, a existência de sub-reação pode gerar a sobre-reação.

No modelo desenvolvido por Werner F. M. De Bondt e Richard Thaler, (16), são apresentadas evidências de sobre-reação, decorrentes da heurística de representatividade, nos preços dos ativos, através de uma metodologia baseada em acúmulos de retornos mensais no mercado de ações americano. Com base nos retornos passados, eles constatarem que ações vencedoras no passado (ações com melhor desempenho passado) tendem a ser perdedoras no futuro, e vice-versa, atribuindo este efeito à sobre-reação do investidor, decorrente da heurística de representatividade.

Algumas pesquisas similares têm sido feitas em outros mercados com adaptação de metodologias já existentes. Como exemplo, Joseph Kang, Ming-Hua Liu

e Sophie X. Ni, (17), baseados no método proposto por Narasimhan Jegadeesh e Sheridan Titman, (19), avaliam a existência de sub-reação ou sobre-reação no mercado de ações da China. Herbert Kimura adapta a metodologia apresentada por Werner F. M. De Bondt e Richard Thaler ao mercado de ações do Brasil, (15). Também para ações do Brasil, Andrea M. A. F. Minardi verifica se séries históricas de preços de ações são capazes de prever retornos futuros, (18), utilizando uma metodologia análoga à de Narasimhan Jegadeesh, (20). Nos modelos aqui destacados o conjunto de informações não é composto por índices financeiros dos ativos. Sendo assim, a aplicação destes modelos no mercado de ações, testa, indiretamente, o mercado de ações na forma fraca, conforme a seção 4.1.

No capítulo seguinte é proposto um novo modelo, baseado na teoria de conjuntos *fuzzy* que possui forte ligação com as heurísticas de finanças comportamentais. Além disso, o modelo utiliza, como conjunto de informações, índices financeiros extraídos do balanço patrimonial das companhias consideradas, caracterizando assim uma forma semi-forte de análise. De forma resumida, diferentemente dos modelos citados anteriormente, o modelo proposto incorpora as características de representatividade e ancoramento e investiga as possíveis sobre-reações e sub-reações através da exploração do elo existente entre conjuntos *fuzzy* e a teoria de finanças comportamentais, baseado em um conjunto de informações composto por índices financeiros.

Capítulo 5

MODELO *FUZZY*

COMPORTAMENTAL

Neste capítulo são apresentadas as metodologias utilizadas para o desenvolvimento do modelo *fuzzy* comportamental proposto e para os testes de hipóteses de sobre-reação e sub-reação. Esse modelo é constituído de duas etapas: reconhecimento de padrões e classificação de ações. Os dados ou características das ações, utilizados pelo modelo, são indicadores financeiros de companhias abertas, compreendendo alguns índices de rentabilidade, índices de avaliação de ações e um índice de endividamento líquido. A forte relação entre estes índices e o retorno financeiro das ações de uma determinada companhia é um tema bastante discutido na literatura, (24), (53), (54), (29), o que justifica o uso dos mesmos.

Para o exemplo de aplicação apresentado no capítulo 6, relativo ao mercado de ações brasileiro, estes índices foram coletados trimestralmente no banco de dados Economática.

Para a aplicação do modelo proposto, apresentada no capítulo 6, foram testados diversos conjuntos de índices financeiros relacionados à liquidez, à rentabilidade, ao endividamento e à avaliação de ações, agrupados de diferentes maneiras conforme já mencionado na seção 2.2. Os índices selecionados foram os que produziram melhores resultados e foram os índices efetivamente adotados.

No entanto, deve-se observar que, em outros casos em que o modelo venha a ser utilizado, novos testes com agrupamentos diferentes devem ser realizados.

5.1 Metodologia para Obtenção do Modelo *Fuzzy* Comportamental

A metodologia para obtenção do modelo proposto consiste em duas etapas: reconhecimento de padrões e classificação de ações.

A primeira etapa utiliza dados relativos a um determinado período, chamado período de reconhecimento de padrões, e a segunda etapa utiliza dados relativos a um período subsequente ao da primeira etapa.

Etapa 1: nesta etapa, denominada etapa de reconhecimento de padrões, o período correspondente é inicialmente dividido em subperíodos $t = 1, 2, \dots, m$. Para cada subperíodo t o algoritmo FCM é empregado para separação das ações estudadas em c grupos, utilizando, para tanto, dados relativos ao subperíodo. Como consequência, conforme visto na seção 3.3, cada grupo, em cada subperíodo, resulta caracterizado por um vetor de centro e as ações em cada grupo serão aquelas com maiores índices de pertinência, quando comparados aos índices relativos ao outro grupo no mesmo subperíodo. Em cada subperíodo t , o algoritmo FCM é aplicado à matriz padrão M_t , de dimensão $n \times p$, em que cada uma das n linhas corresponde a uma companhia e cada uma das p colunas corresponde aos índices financeiros associados à companhia. Em seguida, para cada um dos grupos é calculado o log-retorno financeiro médio que o grupo produziu ao final do subperíodo $t + 1$, conforme a equação 5.1.

$$r_{t+1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \frac{P_{t+1}^i}{P_t^i} \quad (5.1)$$

sendo

P_t^i - valor da ação i ao final do subperíodo t ;

P_{t+1}^i - valor da ação i ao final do subperíodo $t + 1$;

n - número de ações no grupo.

Utilizando-se o algoritmo FCM, obteve-se então, iterativamente, através da equação 3.8, uma matriz de pertinências de dimensão $n \times c$ constituída pelo grau de pertinência de cada companhia n em relação a cada grupo c . Conforme comentado na seção 3.3, o maior valor de F para a aplicação deste trabalho, apresentada no capítulo 6, foi encontrado para uma partição contendo 2 grupos e, portanto tem-se $c = 2$. Os índices de pertinência são dados pela equação 3.11, reescrita a seguir.

$$\mu_i(x_j) = \frac{1}{\|x_j - v_i\|^2} \left(\frac{1}{\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{\|x_k - v_i\|^2} \right)} \right), \quad i = 1, 2, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (5.2)$$

Também foi obtido em cada subperíodo t , com a aplicação do algoritmo FCM, um centro para cada grupo, cuja dimensão corresponde ao número de índices financeiros considerados. Estes vetores de centro foram calculados, iterativamente, através da equação 3.10, reescrita a seguir.

$$v_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^n (\mu_i(x_j))^2} \sum_{j=1}^n [\mu_i(x_j)]^2 x_j, \quad i = 1, 2 \quad (5.3)$$

O grupo que produziu um retorno financeiro médio maior em $t + 1$ foi denominado grupo bom e o que produziu menor retorno financeiro médio foi denominado grupo ruim. A cada um destes grupos estão ainda associados os respectivos vetores de centro.

É interessante observar que, nesta etapa de reconhecimento de padrões, a caracterização do grupo como bom ou ruim só é possível ao final do subperíodo $t + 1$, ou seja, a posteriori. O objetivo da etapa 2 é estabelecer um procedimento que permita, já ao final do subperíodo t , caracterizar o grupo que supostamente terá um desempenho bom ou ruim ao final do subperíodo $t + 1$.

Etapa 2: esta etapa, denominada etapa de classificação de ações, foi desenvolvida a partir dos resultados obtidos na etapa 1 e tem como objetivo obter uma classificação, ao final do subperíodo t , dos grupos de ações com desempenho presumivelmente bom e ruim ao final do subperíodo $t + 1$. Assim, diferentemente da etapa 1, pretende-se aqui fazer uma classificação a priori.

Como já descrito na seção 3.3, o vetor de centro obtido na etapa 1 para cada grupo é um referencial de semelhança para as ações daquele grupo. Devido à característica básica do modelo proposto, de utilizar índices financeiros divulgados trimestralmente através dos balanços das companhias, a partir deste ponto os subperíodos serão considerados como trimestres. Portanto, para esta segunda etapa foram considerados, separadamente, os conjuntos formados pelos centros de cada trimestre t na etapa de reconhecimento de padrões.

O procedimento adotado a partir deste ponto, baseia-se nos conjuntos formados pelos 1^{os} trimestres, 2^{os} trimestres, 3^{os} trimestres e 4^{os} trimestres. Como o procedimento se repete para cada conjunto de trimestres, a descrição que se segue é especificada apenas para o conjunto dos 1^{os} trimestres.

Nestas condições, suponha que no período de reconhecimento de padrões haja q 1^{os} trimestres. Para cada um destes trimestres foi obtido, na etapa 1, um vetor de centro para o grupo bom e um vetor de centro para o grupo ruim, ou seja, v vetores de centro bons e v vetores de centro ruins. O algoritmo FCM foi então, novamente aplicado, aqui, a este conjunto de centros bons e ruins. Como resultado, obteve-se um vetor de centro representativo dos centros bons, aqui denominado centro vencedor, ao redor do qual os vetores de centros bons se concentram, e um vetor de centro representativo dos centros ruins, aqui denominado centro perdedor, ao redor do qual se concentram os centros ruins.

Em outras palavras, para cada trimestre t considerado na etapa 1 formou-se uma matriz padrão M_v^t , composta pelo vetor v_{jc}^t , em que:

$t = 1, 2, 3, 4$: trimestres;

$j = 1, \dots, q$: número de trimestres iguais no período de reconhecimento de padrões;

$c = 1, 2$: número de grupos considerados e definidos, respectivamente, como vencedor e perdedor.

Portanto, para os 1^{os} trimestres, ou seja, para $t = 1$, formou-se a seguinte matriz de vetores de centros:

$$M_v^1 = \begin{bmatrix} v_{11}^1 & v_{21}^1 & \cdot & \cdot & \cdot & v_{q1}^1 \\ v_{12}^1 & v_{22}^1 & \cdot & \cdot & \cdot & v_{q2}^1 \end{bmatrix}.$$

Aplicando-se o algoritmo FCM na matriz de centros M_v^1 , obtém-se um vetor de centro vencedor v_v^1 e um vetor de centro perdedor v_p^1 para os 1^{os} trimestres.

Os vetores de centro vencedor e perdedor são assumidos, respectivamente, como referenciais para as ações promissoras e não promissoras naquele trimestre. O mesmo procedimento foi adotado para obtenção dos vetores de centro vencedor e perdedor para os 2^{os} trimestres, 3^{os} trimestres e 4^{os} trimestres.

A partir deste ponto, para a classificação de uma ação em um determinado trimestre no período subsequente ao de reconhecimento de padrões, calculam-se os índices de pertinência relativos aos centros vencedor e perdedor correspondentes àquele trimestre, ou seja, para a classificação de uma ação, calcula-se o grau de pertinência da ação considerada em relação aos grupos de ações promissor e não promissor através da equação:

$$\mu_i(x_j) = \frac{\frac{1}{\|x_j - v_i\|^m}}{\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{\|x_k - v_i\|^{m-1}} \right)}, \quad i = 1, \dots, c, \quad j = 1, \dots, n \quad (5.4)$$

O índice de pertinência maior define a ação como promissora ou não promissora naquele subperíodo.

No que se segue, para cada subperíodo, o grupo de ações promissoras será denominado carteira vencedora e o grupo de ações não promissoras será denominado carteira perdedora.

A partir das carteiras vencedoras e perdedoras, na seção seguinte são descritos procedimentos para testes das hipóteses de sobre-reação e sub-reação.

5.2 Testes de Hipóteses de Sobre-Reação e Sub-Reação

Os fenômenos de sobre-reação e sub-reação têm sido freqüentemente estudados a partir de pesquisas empíricas, (9), (16), (15), (18). Como já detalhado na seção 4.2, o fenômeno de sobre-reação caracteriza-se pelo fato de perdedores passados passarem a vencedores futuros, ou vice-versa, e o fenômeno de sub-reação ocorre quando vencedores passados permanecem vencedores no futuro ou perdedores passados permanecem perdedores no futuro.

Os procedimentos para realização dos testes empíricos das hipóteses de sobre-reação e sub-reação, juntamente com os testes de significância estatística, apresentados neste trabalho, são semelhantes àqueles realizados em DeBondt e Thaler, (16), e são descritos a seguir.

- i) Utilizando-se os vetores de centro vencedor e perdedor, ações são classificadas no final de cada subperíodo t , como descrito na seção 5.1. São assim formadas as carteiras vencedoras e as carteiras perdedoras para cada subperíodo $t + 1$.
- ii) Utilizando-se as carteiras vencedora e perdedora, obtidas ao final do subperíodo t , calcula-se o retorno residual correspondente, para cada semana do subperíodo $t + 1$, conforme as equações 5.5-5.7,

$$RR_{t+1,j}^V = r_{t+1,j}^V - r_{t+1,j}^{Im} \quad (5.5)$$

$$r_{t+1,j}^V = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \frac{P_{t+1,j}^i}{P_t^i} \quad (5.6)$$

$$r_{t+1,j}^{Im} = \ln \frac{Im_{t+1,j}}{Im_t} \quad (5.7)$$

sendo,

$RR_{t+1,j}^V$ - retorno residual para a carteira vencedora, na semana j do subperíodo $t + 1$

$r_{t+1,j}^V$ - retorno da carteira vencedora, na semana j do subperíodo $t + 1$

$r_{t+1,j}^{Im}$ - retorno associado ao índice de mercado, na semana j do subperíodo $t + 1$

$P_{t+1,j}^i$ - valor da ação i , da carteira vencedora, no final da semana j do subperíodo $t + 1$

P_t^i - valor da ação i , da carteira vencedora, no final do subperíodo t

$Im_{t+1,j}$ - índice de mercado no final da semana j do subperíodo $t + 1$

Im_t - índice de mercado no final do subperíodo t

n - número de ações da carteira vencedora.

Cálculos análogos são feitos para a carteira perdedora.

- iii) A partir dos retornos residuais correspondentes às semanas de cada subperíodo, são calculados os retornos residuais médios da carteira vencedora, RRM_t^V , e da carteira perdedora, RRM_t^P , para cada subperíodo t , do período de classificação de ações. A hipótese de sobre-reação diz que $RRM_t^V - RRM_t^P < 0$, (9), (15). A fim de avaliar se, em cada subperíodo, a diferença entre os retornos residuais médios é estatisticamente significativa, é feito um teste de estatística-t conforme equação 5.8.

$$T_t = [RRM_t^V - RRM_t^P] / \sqrt{2 \cdot S_t^2 / N} \quad (5.8)$$

A variância S_t^2 é dada pela equação 5.9.

$$S_t^2 = \left[\sum_{w=1}^N (RR_{w,t}^V - RRM_t^V)^2 + \sum_{w=1}^N (RR_{w,t}^L - RRM_t^P)^2 \right] \cdot 2(N - 1) \quad (5.9)$$

sendo,

$RR_{w,t}^V$ - retorno residual da carteira vencedora na semana w do subperíodo t ;

$RR_{w,t}^P$ - retorno residual da carteira perdedora na semana w do subperíodo t ;

N - número de semanas no subperíodo t .

A hipótese nula a ser testada é $H_0 : RRM_t^V - RRM_t^P = 0$, contra a hipótese alternativa de sobre-reação $H_A : RRM_t^V - RRM_t^P < 0$. De forma análoga, a hipótese alternativa para sub-reação resulta $H_A : RRM_t^V - RRM_t^P > 0$.

Com isto, torna-se possível investigar possíveis sub-reações e sobre-reações no mercado de ações utilizando uma ferramenta de reconhecimento de padrões baseada na teoria de conjuntos *fuzzy*.

Capítulo 6

APLICAÇÃO DO MODELO *FUZZY* COMPORTAMENTAL AO MERCADO DE AÇÕES BRASILEIRO

Nesta capítulo o Modelo *Fuzzy* Comportamental proposto na seção 5.1 é inicialmente utilizado para o reconhecimento de padrões e a classificação de ações no mercado de ações brasileiro. Em seguida, são feitos testes de hipóteses de sobre-reação e sub-reação, conforme apresentado na seção 5.2.

Para esta aplicação, são considerados separadamente dois conjuntos de ações: do setor petróleo/petroquímica e do setor têxtil. A justificativa para que estes conjuntos de ações sejam analisados separadamente deve-se ao fato de não ser recomendada a análise conjunta de ações de diferentes setores quando se utilizam índices financeiros como neste trabalho, (26). Para cada setor, as ações escolhidas são tais que, no período considerado, foi constatada uma alta frequência de divulgação dos índices financeiros adotados, conforme a seção 2.3, ou seja: giro do ativo, margem líquida, rentabilidade do ativo, rentabilidade do patrimônio líquido, endividamento líquido, preço sobre o valor patrimonial da

ação, preço sobre lucro por ação.

Conforme já mencionado anteriormente, cada sub-período t é representado por um trimestre e o período estudado estende-se desde o 4º trimestre de 1994 até o 3º trimestre de 2005. Neste período, os índices financeiros do 4º trimestre de 1994 até o 3º trimestre de 2000 foram utilizados para a fase de reconhecimento de padrões e os índices financeiros do 4º trimestre de 2000 até o 3º trimestre de 2005 foram utilizados para a fase de classificação de ações.

O índice de mercado utilizado é o Índice da Bolsa de Valores do Estado de São Paulo - IBOVESPA.

6.1 Setor Petróleo/Petroquímica

As ações do setor petróleo/petroquímica utilizadas são: Ciquine, Copene, Copesul, Ipiranga Dist, Ipiranga Ref, Ipiranga Pet, Oxiteno, Petrobras, Petroflex, Petroquímica União, Polialden, Politeno, Química Geral, Supergasbras, Triken, Unipar.

Na fase de reconhecimento de padrões, foram obtidos os vetores de centro vencedor e de centro perdedor, correspondentes a cada trimestre, indicados na tabela 6.1.

Na fase de classificação de ações, para ilustração dos resultados, na tabela 6.2 são mostradas as ações classificadas como sendo da carteira vencedora e da carteira perdedora, no ano de 2001.

Uma vez obtidas as carteiras vencedora e perdedora para os trimestres de 2001 a 2005, foram realizados os testes de hipóteses de sobre-reação e sub-reação, conforme descrito na seção 5.2.

A figura 6.1 mostra os gráficos dos retornos residuais obtidos em cada semana desde o 1º trimestre de 2001 até o 3º trimestre de 2005, bem como a diferença entre eles, para as carteiras consideradas como vencedoras e perdedoras.

1º trimestre	GA	ML	RA	RPL	P/L	Endiv	P/VPA
centro vencedor	0,143	-1,009	-0,706	-2,367	7,272	67,378	0,511
centro perdedor	0,318	10,712	1,904	2,365	9,005	8,646	0,572
2º trimestre	GA	ML	RA	RPL	P/L	Endiv	P/VPA
centro vencedor	0,292	12,452	2,066	2,707	10,101	11,479	0,567
centro perdedor	0,169	8,159	0,514	0,646	15,449	89,137	0,721
3º trimestre	GA	ML	RA	RPL	P/L	Endiv	P/VPA
centro vencedor	0,283	8,227	1,329	1,744	8,676	13,343	0,521
centro perdedor	0,255	5,565	0,270	0,463	69,636	86,546	0,854
4º trimestre	GA	ML	RA	RPL	P/L	Endiv	P/VPA
centro vencedor	0,142	-7,668	-0,473	-0,643	5,651	65,482	0,529
centro perdedor	0,305	9,881	1,975	2,629	10,068	8,570	0,625

Tabela 6.1: Vetores de centro vencedor e de centro perdedor

Subperíodo	Carteira Vencedora	Carteira Perdedora
1ºtrim/2001	Copesul, IpirangaPet, Triken	IpirangaDist, IpirangaRef, Petrobras, Petroquímica União, Polialden, Politeno, Unipar
2ºtrim/2001	IpirangaDist, IpirangaRef, Ipiranga Pet, Petrobras, Petroquímica União, Polialden, Politeno, Unipar	Copesul, Triken
3ºtrim/2001	Copesul, Triken	IpirangaDist, IpirangaRef, IpirangaPet, Petrobras, Petroquímica União, Polialden, Politeno, Unipar
4ºtrim/2001	IpirangaDist, IpirangaRef, Ipiranga Pet, Petrobras, Polialden, Politeno, Unipar	Copesul, Petroquímica União, Triken

Tabela 6.2: Carteiras vencedora e perdedora em 2001

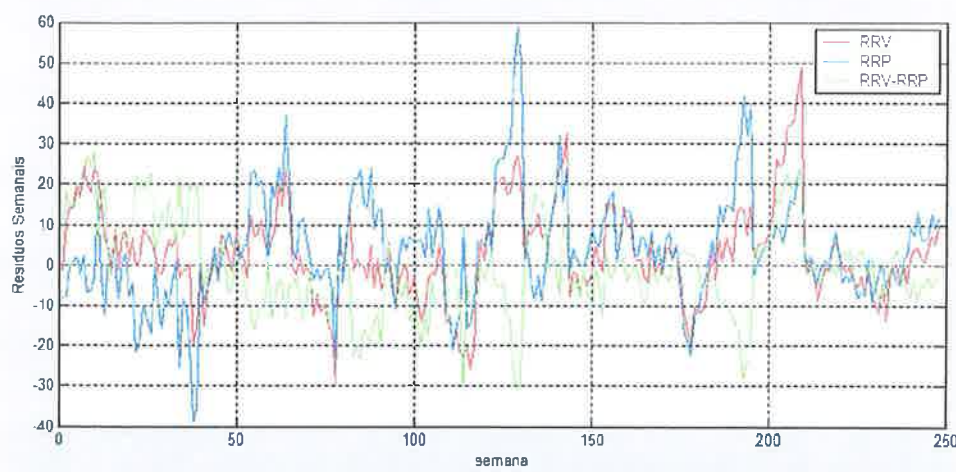


Figura 6.1: Retornos residuais semanais desde o 1º trimestre de 2001 até o 3º trimestre de 2005 para o setor petrolífero/petroquímica

Visualmente, constata-se que há um maior número de semanas em que os retornos residuais das carteiras perdedoras superam os retornos das carteiras vencedoras, o que sugere indícios de sobre-reação associados ao setor petrolífero/petroquímica.

Como ilustração, na figura 6.2 são mostrados com mais detalhes, para cada semana do 4º trimestre de 2002, os retornos residuais para a carteira vencedora e para a carteira perdedora obtidas no final do 3º trimestre de 2002, bem como a diferença entre os retornos residuais. Neste caso, são evidentes os indícios de sobre-reação.

Calculando-se os retornos residuais médios para este trimestre, para as carteiras vencedora e perdedora, constata-se que a carteira perdedora supera em 7,85% o retorno residual médio da carteira vencedora, significante ao nível de 5% (estatística t : 3,483).

A tabela 6.5, apresentada no final deste capítulo, mostra o resultado desta análise para todos os trimestres do período de classificação de ações, ou seja, do 1º trimestre de 2001 ao 3º trimestre de 2005. Nota-se que na maior parte dos trimestres há fortes indícios de sobre-reação, estatisticamente significantes.

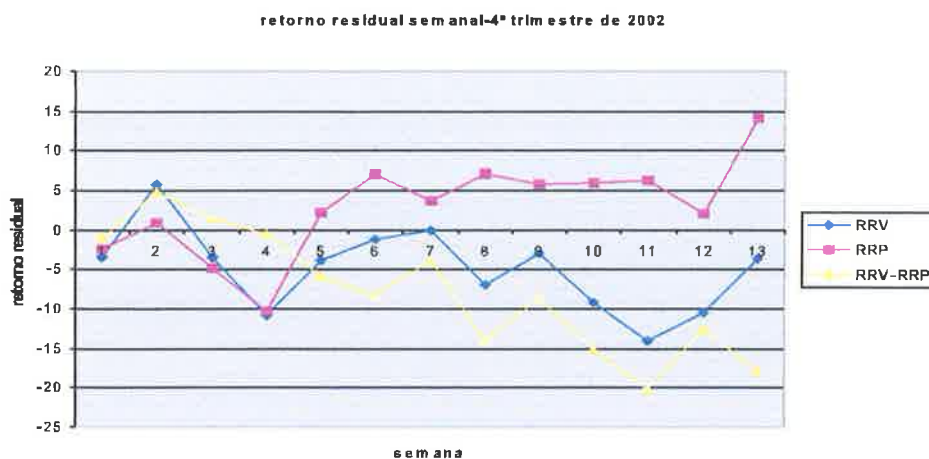


Figura 6.2: Retornos residuais semanais durante o 4º trimestre de 2002 para o setor petróleo/petroquímica

6.2 Setor Têxtil

As ações do setor têxtil utilizadas são: Alpargatas, Alpargatas Santista, Brasperola, Cambuci, Cia Hering, Coteminas, Cremer, Fab. C. Renaux, Guararapes, Karsten, Marisol, Pettenati, Tecel. S. José, Teka.

Na fase de reconhecimento de padrões, foram obtidos os vetores de centro vencedor e de centro perdedor, correspondentes a cada trimestre, indicados na tabela 6.3.

Na fase de classificação de ações, para ilustração dos resultados, na tabela 6.4 são mostradas as ações classificadas como sendo da carteira vencedora e da carteira perdedora, no ano de 2001.

Uma vez obtidas as carteiras vencedora e perdedora para os trimestres de 2001 a 2005, foram realizados os testes de hipóteses de sobre-reação e sub-reação que foram descritos na seção 5.2.

A figura 6.3 mostra os gráficos dos retornos residuais obtidos em cada semana desde o 1º trimestre de 2001 até o 3º trimestre de 2005, bem como a diferença entre eles.

1º trimestre	P/L	GA	ML	RA	RPL	Endiv	P/VPA
centro vencedor	45,749	0,161	15,452	1,300	2,136	4,504	0,650
centro perdedor	-15,124	0,1871	-2,016	-0,216	-0,323	20,569	0,389
2º trimestre	P/L	GA	ML	RA	RPL	Endiv	P/VPA
centro vencedor	26,259	0,179	13,313	1,367	2,052	6,673	0,540
centro perdedor	-18,794	0,193	-6,076	-1,271	-2,919	78,089	0,563
3º trimestre	P/L	GA	ML	RA	RPL	Endiv	P/VPA
centro vencedor	25,965	0,185	10,302	0,632	0,606	16,282	0,462
centro perdedor	0,255	5,565	0,270	0,463	69,636	86,546	0,854
4º trimestre	P/L	GA	ML	RA	RPL	Endiv	P/VPA
centro vencedor	1,648	0,184	-3,859	-1,174	-3,398	33,639	0,370
centro perdedor	47,221	0,153	41,142	1,572	1,774	6,683	0,738

Tabela 6.3: Vetores de centro vencedor e de centro perdedor

Subperíodo	Carteira Vencedora	Carteira Perdedora
1ºtrim/2001	Cia Hering, Cremer, Pettenati	Alpargatas, Coteminas, Guararapes
2ºtrim/2001	Alpargatas, Coteminas, Guararapes	Cia Hering, Cremer, Pettenati
3ºtrim/2001	Alpargatas, Coteminas, Guararapes, Pettenati	Cia Hering, Cremer
4ºtrim/2001	Alpargatas, Coteminas, Guararapes, Pettenati	Cia Hering, Cremer

Tabela 6.4: Carteiras vencedora e perdedora em 2001

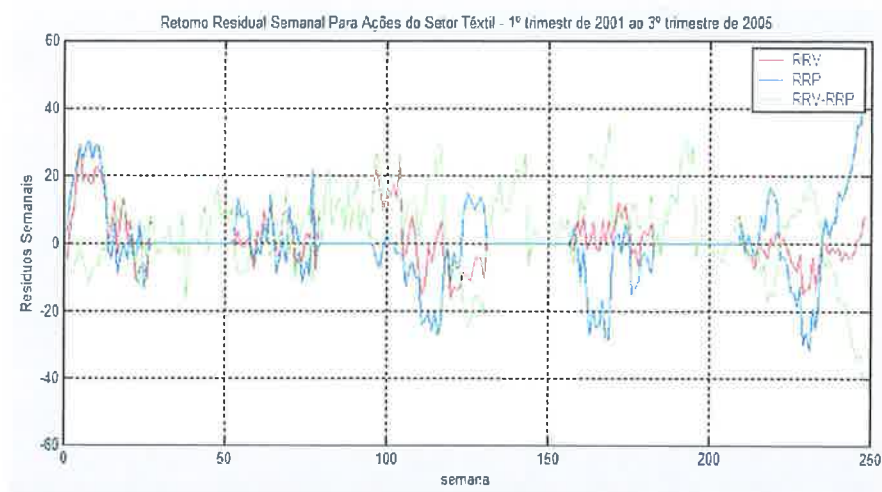


Figura 6.3: Retornos residuais semanais desde o 1º trimestre de 2001 até o 3º trimestre de 2005 para o setor têxtil

Visualmente, constata-se que há uma maior número de semanas em que os retornos residuais das carteiras vencedoras superam os retornos das carteiras perdedoras, o que sugere indícios de sub-reação associados ao setor têxtil.

Como ilustração, na figura 6.4 são mostrados com mais detalhes, para cada semana do 1º trimestre de 2004, os retornos residuais para a carteira vencedora e para a carteira perdedora obtidas no final do 4º trimestre de 2003, bem como a diferença entre os retornos residuais. Neste caso, são evidentes os indícios de sub-reação.

Calculando-se os retornos residuais médios para este trimestre, para as carteiras vencedora e perdedora, constata-se que a carteira vencedora supera em 16,73% o retorno residual médio da carteira perdedora, significativa ao nível de 5% (estatística t : 4,700).

A tabela 6.6, apresentada no final deste capítulo, mostra o resultado desta análise para todos os trimestres do período de classificação de ações, ou seja, do 1º trimestre de 2001 ao 3º trimestre de 2005, para as carteiras vencedora e perdedora formadas com ações do setor têxtil. Nota-se que na maior parte dos trimestres há fortes indícios de sub-reação, estatisticamente significantes.

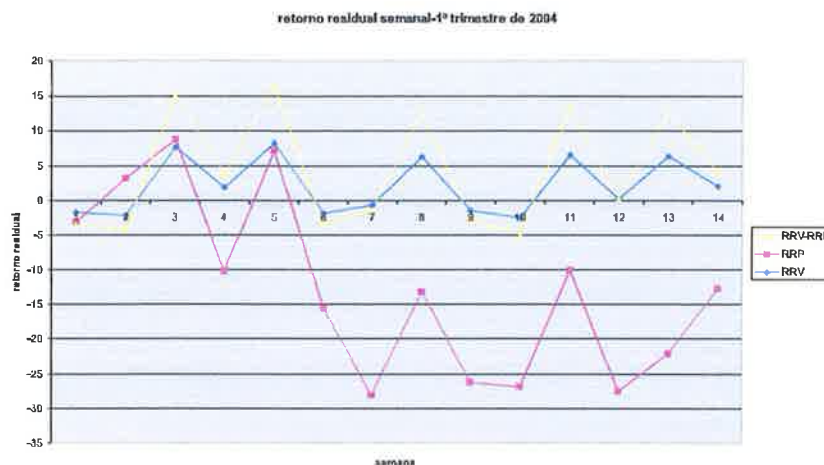


Figura 6.4: Retornos residuais semanais durante o 1º trimestre de 2004 para o setor têxtil

Ressalta-se que, para ações do setor têxtil, em alguns trimestres o retorno residual médio da carteira perdedora, RRM_t^P , é igual a zero. Isto ocorre devido ao fato de todas as ações consideradas terem sido classificadas como vencedoras, ou seja, não houve ações classificadas como perdedoras pelo modelo proposto. Além disso, como pode ser visto nas tabelas 6.5 e 6.6, nota-se que nos resultados obtidos existe uma alternância entre sub-reação e sobre-reação em alguns trimestres. Sendo assim, as indicações de sobre-reação para o setor petróleo/petroquímica e sub-reação para o setor têxtil devem ser vistas como uma informação de apoio ao analista quando da tomada de decisão. Obviamente, a decisão final de investimento deve levar em conta um conjunto mais amplo de informações, tanto quantitativas quanto qualitativas.

Trimestres/Ano	RRM_t^V	RRM_t^P	$RRM_t^V - RRM_t^P$	$test - t$	Sobre/Sub-Reação
1º trim/2001	15,700	-2,198	17,898	6,232*	Sub
2º trim/2001	4,449	-7,152	11,601	4,343*	Sub
3º trim/2001	-1,759	-14,238	12,479	3,022*	Sub
4º trim/2001	0,417	1,236	-0,819	-0,369	Sobre
1º trim/2002	10,198	18,828	-8,630	-2,671*	Sobre
2º trim/2002	-8,240	-0,396	-7,844	-2,208*	Sobre
3º trim/2002	1,440	13,893	-12,453	-2,869*	Sobre
4º trim/2002	-4,963	2,888	-7,851	-3,483*	Sobre
1º trim/2003	-13,477	-5,327	-8,150	-1,861**	Sobre
2º trim/2003	15,046	25,200	-10,154	-1,746**	Sobre
3º trim/2003	15,528	6,935	6,593	1,516	Sub
4º trim/2003	1,583	6,440	-4,857	-1,646	Sobre
1º trim/2004	3,441	6,138	-2,697	-1,312	Sobre
2º trim/2004	-6,273	-6,009	-0,264	-0,075	Sobre
3º trim/2004	6,173	19,125	-12,951	-3,044*	Sobre
4º trim/2004	22,277	9,204	13,073	2,751*	Sub
1º trim/2005	-0,064	0,863	-0,928	-0,586	Sobre
2º trim/2005	-5,521	-4,043	-1,478	-1,025	Sobre
3º trim/2005	2,249	5,580	-3,330	-1,761**	Sobre

Tabela 6.5: Retornos residuais médios e Teste-t para o setor petróleo/petroquímica

* estatisticamente significativa ao nível de 5%

** estatisticamente significativa ao nível de 10%

Trimestres/Ano	RRM_t^V	RRM_t^P	$RRM_t^V - RRM_t^P$	$test - t$	Sobre/Sub-Reação
1º trim/2001	16,260	22,544	-6,284	-1,973**	Sobre
2º trim/2001	0,100	-2,827	2,928	1,043	Sub
3º trim/2001	-0,057	0,000	-0,057	-0,031	Sobre
4º trim/2001	6,759	0,000	6,759	4,254*	Sub
1º trim/2002	1,735	4,122	-2,387	-1,094	Sobre
2º trim/2002	1,111	-0,711	1,823	0,582	Sub
3º trim/2002	11,172	0,000	11,172	5,959*	Sub
4º trim/2002	13,189	-1,481	14,669	7,190*	Sub
1º trim/2003	-2,355	-16,486	14,131	4,732*	Sub
2º trim/2003	-9,177	3,519	-12,696	-4,344*	Sobre
3º trim/2003	14,174	0,000	14,174	7,226*	Sub
4º trim/2003	1,584	0,000	1,584	1,540	Sub
1º trim/2004	2,090	-14,636	16,726	4,700*	Sub
2º trim/2004	3,265	-4,377	7,642	3,328*	Sub
3º trim/2004	14,171	0,000	14,171	4,307*	Sub
4º trim/2004	-0,274	0,000	-0,274	-0,229	Sobre
1º trim/2005	-1,305	5,494	-6,799	-3,228*	Sobre
2º trim/2005	-6,783	-16,971	10,188	3,352*	Sub
3º trim/2005	-1,152	18,379	-19,531	-4,518*	Sobre

Tabela 6.6: Retornos residuais médios e Teste-t para o setor têxtil

* estatisticamente significativa ao nível de 5%

** estatisticamente significativa ao nível de 10%

Capítulo 7

CONCLUSÃO

Neste trabalho é proposto um modelo para classificação de ações, visando a realização de testes empíricos das hipóteses de sobre-reação e sub-reação no mercado de ações brasileiro.

O modelo proposto baseia-se na teoria de conjuntos *fuzzy*, que por sua vez possui estreita relação com a teoria de finanças comportamentais, sugerindo assim a denominação de Modelo *Fuzzy* Comportamental. Para a classificação de ações, o modelo proposto utiliza indicadores financeiros de companhias abertas.

Neste estudo são utilizados dois conjuntos de ações: do setor têxtil e do setor petróleo/petroquímica. O setor de petróleo/petroquímica apresenta indícios estatisticamente significantes de sobre-reação, indicando uma forte influência da heurística de representatividade, ou seja, é dada mais importância às informações recentes. No caso das ações do setor têxtil, constatam-se indícios de sub-reação, que indicam uma influência significativa da heurística de ancoramento na formação dos grupos, ou seja, um excesso de moderação. Estes fatores comportamentais têm um relacionamento direto com o modelo aqui proposto nos seguintes sentidos: a heurística de representatividade está baseada principalmente na similaridade, a qual está intimamente relacionada com o grau de pertinência do Modelo *Fuzzy* Comportamental; por outro lado, a heurística de ancoramento está relacionada com a formação dos grupos vencedores e perdedores a partir de um referencial

para cada grupo, representado pelo vetor de centro, que pode ser visto como uma âncora, com grau de pertinência igual a 1.

Estas constatações, aliadas ao elo existente entre conjuntos *fuzzy* e a teoria de finanças comportamentais, apontam, assim, para influências, associadas a diferentes setores, das heurísticas de representatividade e ancoramento no comportamento do mercado de ações brasileiro.

Os resultados obtidos sugerem ainda as seguintes conclusões:

1. Segundo a teoria da Hipótese de Mercado Eficiente (H.M.E.), há três tipos de testes relacionados com o conjunto de informações disponível que podem ser feitos no mercado de ações para verificar se preços sempre refletem as informações disponíveis: teste na forma fraca, teste na forma semi-forte e teste na forma forte.

Desta forma, o Modelo *Fuzzy* Comportamental, por utilizar índices financeiros de cada ativo, indiretamente testa o mercado de ações na forma semi-forte. Os resultados apontam, assim, para uma rejeição à eficiência do mercado de ações brasileiro na forma semi-forte.

2. Nos casos de ações do setor petróleo/petroquímica e do setor têxtil constatou-se uma relação direta entre a reação do mercado e o setor considerado. Assim, os resultados mostram que a sobre-reação e a sub-reação são funções do setor a que pertencem os ativos.

Além disso, a importância dos fenômenos de sobre-reação ou sub-reação decorre do fato de na tomada de decisão a sobre-reação justificar a escolha da estratégia de investimento denominada estratégia contrária e a sub-reação a escolha de estratégia de momento. Assim, ao adotar-se o modelo proposto para uma situação de tomada de decisão que considere certas ações do setor petróleo/petroquímica, os resultados sugerem que o investidor poderá realizar um ganho anormal com a compra da carteira perdedora e a venda simultânea, a descoberto, da carteira vencedora, o que caracteriza a estratégia contrária. Já para o setor têxtil, o modelo sugere a compra da carteira vencedora e a venda simultânea, a descoberto,

da carteira perdedora, caracterizando, assim, a estratégia de momento. O modelo proposto deve ser visto, no entanto, como uma ferramenta complementar ao conjunto de informações que levarão à decisão final.

Neste sentido, contrastando com o que se espera na teoria moderna de finanças, os resultados obtidos através do modelo proposto sugerem uma postura não racional no processo de tomada de decisão quando os indivíduos são viesados pelas heurísticas de representatividade e ancoramento. Enquanto a Hipótese de Mercado Eficiente, que constitui um dos blocos construtivos da teoria de finanças modernas, afirma que os preços das ações refletem toda informação disponível, os resultados aqui obtidos indicam que o mercado é informacionalmente ineficiente, visto que há evidências significativas de sobre-reação e sub-reação.

Algumas limitações do modelo proposto devem ser destacadas como motivações para pesquisas futuras: em cada subgrupo de ações o valor de capital é o mesmo para cada ação, diferentemente do que se espera na formação de carteiras; o modelo foi aplicado considerando conjuntos de ações de companhias de um mesmo setor; uma consequência direta desta limitação é a pequena amostra de dados; custos de transação associados às aplicações de estratégias de investimento; ponderação das ações com a liquidez; outras características, quantitativas ou qualitativas, associadas às empresas, poderiam ser incluídas no modelo proposto. Além disso, a não utilização de ajuste do retorno em função do risco torna-se, também, um fator limitador do modelo aqui proposto.

Referências Bibliográficas

- 1 SHILLER, R. J. From efficient market theory to behavioral finance. *Cowles Foundation for Research in Economics, Yale University*, v. 49, p. 307–343, 2002. Cowles Foundation Discussion Paper N° 1385.
- 2 MARKOWITZ, H. M. Portfolio selection. *The Journal of Finance*, v. 7, p. 77–91, 1952.
- 3 MARKOWITZ, H. M. *Portfolio Selection*. New York: John Wiley & Sons, 1959.
- 4 KAHNEMAN, D. Maps of bounded rationality. *Prize Lecture*, p. 449–489, 2002.
- 5 SMITH, V. L. Constructivist and ecological rationality economics. *Prize Lecture*, p. 502–555, 2002.
- 6 MODIGLIANI, F.; MILLER, M. H. The cost of capital, corporation finance, and the theory of investment. *The American Economic Review*, XLVIII, p. 261–297, 1958.
- 7 SHARPE, W. F. Capital assets prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. *Journal of Finance*, v. 4, p. 425–442, 1964.
- 8 FAMA, E. Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, v. 25, p. 383–417, 1976.
- 9 BARBERIS, N.; SHLEIFER, A.; VISHNY, R. A model of investor sentiment. *Journal of Financial Economics*, v. 49, p. 307–343, 1998.

- 10 PETERS, E. Simple and complex market inefficiencies: Integrating efficient markets, behavioral finance, and complexity. *The Journal of Behavioral Finance*, v. 4, 2003.
- 11 PENNING, J. M. E.; CANDEL, M.; EGELKRAUT, T. A behavioral decision-making modeling approach toward hedging services. *The Journal of Behavioral Finance*, v. 4, p. 307–343, 1998.
- 12 BENZION, U.; YAGIL, J. Portfolio composition choice: A behavioral approach. *The Journal of Behavioral Finance*, v. 4, n. 2, 2003.
- 13 RITTER, J. R. Behavioral finance. *Pacific-Basin Finance Journal*, v. 11, p. 429–437, 2003.
- 14 LIMA, M. V. Um estudo sobre finanças comportamentais. *RAE Eletrônica*, v. 2, 2003.
- 15 KIMURA, H. Aspectos comportamentais associados às reações do mercado de capitais. *RAE Eletrônica*, v. 2, 2003.
- 16 BONDT, W. F. M. D.; THALER, R. H. Does the sock market overreact? *Journal of Finance*, v. 40, p. 793–807, 1985.
- 17 KANG, J.; LIU, M.; NI, S. X. Contrarian and momentum strategies in the china stock market. *Pacific-Basin Finance Journal*, v. 10, p. 243–265, 2002.
- 18 MINARDI, A. Retornos passados prevêm retornos futuros. *RAE Eletrônica*, v. 3, 2004.
- 19 JEGADEESH, N.; TITMAN, S. Returns to buying winners and selling losers: Implications for stock market efficiency. *Journal of Finance*, v. 48, p. 65–91, 1993.
- 20 JEGADEESH, N. Evidence of predictable behavior of security returns. *Journal of Finance*, v. 45, p. 881–899, 1990.

- 21 DANIEL, K.; HIRSHLEIFER, D.; SUBRAHMANYAM, A. Investor psychology and security market seasonality. *Journal of Finance*, v. 53, p. 1839–1886, 1998.
- 22 PETERS, E. *Chaos and Order in the Capital Markets*. New York: Wiley, 1996.
- 23 ZADEH, L. A. Fuzzy sets. *Information and Control*, v. 8, p. 338–353, 1965.
- 24 GITMAN, L. J. *Princípios de Administração Financeira*. Brasil: Harper & Row, 1984.
- 25 CARVALHO, F. M. *Análise e Administração Financeira*. Rio de Janeiro: IBEMEC, 1980.
- 26 MATARAZZO, D. *Análise Financeira de Balanços*. Brasil: Editora Atlas, 1998.
- 27 AGUIAR, R. A.; SALES, R. M.; SOUSA, L. A. Classificação de ações de companhias abertas utilizando técnicas *Fuzzy*. VI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - SBAI. 2003.
- 28 BORBA, J. A.; DILL, R. Análise da rentabilidade de empresas: uma abordagem baseada na lógica nebulosa (*Fuzzy Logic*). *RAC-Eletrônica*, v. 1, p. 47–66, 2007.
- 29 HELFERT, E. A. *Techniques of Financial Analysis*. USA: IRWIN, 1994.
- 30 KANITZ, S. C. *Como Prever Falências*. São Paulo: Mcgraw-Hill do Brasil, 1978.
- 31 DUDA, R. O.; HART, P. E. *Pattern classification and scene analysis*. Wiley-Interscience, New York, 1973.
- 32 JAIN, A. K.; DUBES, R. C. *Algorithms for Clustering Data*. N.J.: Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1988.

- 33 KANDEL, A. *Fuzzy techniques in Pattern Recognition*. New York: Wiley-Interscience, 1982.
- 34 ZIMMERMANN, H. J. *Fuzzy Set Theory and its Application*. Boston: Kluwer Academic, 1996.
- 35 GRAHAM, I.; NEWELL, R. B. Fuzzy adaptive control of a first-order process. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 31, p. 47–65, 1989.
- 36 BATES, J. H. T.; YOUNG, M. P. Applying fuzzy logic to medical decision making in the intensive care unit. *American Journal of Respiratory and Critical Care Medicine*, v. 167, p. 948–952, 2003.
- 37 WOOLF, P. J.; WANG, Y. A fuzzy logic approach to analyzing gene expression data. *Physiol. Genomics*, v. 3, p. 9–15, 2000.
- 38 DOURRA, H.; SIY, P. Investment using technical analysis and fuzzy logic. *Fuzzy Sets and Systems*, v. 40, p. 221–240, 2002.
- 39 WONG, F. S.; WANG, P. Z. A stock selection strategy using fuzzy neural networks. *Neurocomputing*, v. 2, p. 233–242, 1991.
- 40 ZADEH, L. A. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics Information and Control*, v. 3, p. 28–44, 1973.
- 41 DIAMOND, P.; KLOEDEN, P. *Metric Spaces of Fuzzy Sets Theory and Applications*. New York: Academic Press, 1994.
- 42 KAUFMANN, A. *Introduction to Theory of Fuzzy Subsets*. New York: Academic, 1975.
- 43 BEZDEK, J. C. *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithm*. New York: Plenum Press, 1981.
- 44 BAYTAS, A.; CAKICI, N. Do markets overreact: International evidence. *Journal of Banking & Finance*, v. 23, p. 1121–1144, 1999.

- 45 SOARES, J. V.; SERRA, A. P. Overreaction e undereaction: Evidência do mercado accionista português. *Cadernos do Mercado de Valores Mobiliários*, v. 54, p. 55–84, 2004.
- 46 TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. Judgement under uncertainty: Heuristics and biases. *Science*, v. 185, p. 1124–1131, 1974.
- 47 KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. Prospect theory: An analysis of decisions under risk. *Econometrica*, v. 47, p. 263–291, 1979.
- 48 AMIR, E.; GANZACH, Y. Overreaction and underreaction in analysts' forecasts. *Journal of Economic Behavior & Organization*, v. 37, p. 333–347, 1998.
- 49 FAMA, E. Markets efficiency, long-term returns, and behavioral finance. *Journal of Finance Economics*, v. 49, p. 283–306, 1998.
- 50 MUSSWEILER, T.; SCHNELLER, K. What goes up must come down- how charts influence decisions to buy and sell stocks. *The Journal of Behavioral Finance*, v. 4, p. 121–130, 2003.
- 51 STRACCA, L. Behavioral finance and assets prices: Where do we stand. *Journal of Economic Psychology*, v. 25, p. 373–405, 2004.
- 52 HONG, H.; STEIN, J. C. A unified theory of underreaction, momentum trading, and overreaction in asset markets. *Journal of Finance*, v. 54, p. 2143–2184, 1999.
- 53 CASAGRANDE, H.; SOUSA, L. A.; ROSSI, M. C. *Abertura do Capital de Empresas no Brasil: enfoque prático*. São Paulo: Atlas, 2000.
- 54 MARTINS, E. *Avaliação de Empresas: da Mensuração Contábil à Econômica*. São Paulo: Editora Atlas, 2001.