

JOSÉ JAIME DA CRUZ

Eng. Eletricista Eletrotécnico, Escola Politécnica da USP, 1974

PILOTAGEM AUTOMÁTICA DE EMBARCAÇÕES
COM EMPREGO DE CONTROLE ESTOCÁSTICO

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da USP para a obten-
ção do Título de Mestre em Enge-
nharia.

Orientador: Prof. Dr. Atair Rios Neto

São Paulo, 1981.

A meus pais,
Josefina e Antonio

AGRADECIMENTOS

- ao Prof. Dr. Atair Rios Neto pela orientação efetiva durante todo o desenvolvimento desta dissertação. A convivência está belecida em função do trabalho, que logo se transformou numa cara amizade, mostrou-me um raro exemplo de dignidade e dedicação ao ensino e à pesquisa.
- ao Prof. Dr. Hernani Luiz Brinati, de maneira especial, pelas discussões esclarecedoras.
- a todos os amigos do IPT que contribuiram para a realização deste trabalho, dentre os quais o Dr. Toshi-ichi Tachibana, os Engenheiros Danton Nunes, Fernando C. Frimm, Kazuo Hirata, Jairson de Lima, José T. Carvalho Filho, Mário R. G. Rúbio, a Sra. Maria Hirose, os Srs. Luis A. O. Lima e Ademir de Souza, as Srtas. Márcia Rossetto e Eleonora A. Sampaio, e a todos que, por omissão involuntária não são nominalmente citados.
- ao Instituto de Pesquisas Tecnológicas do Estado de São Paulo S.A. pelos recursos oferecidos através de sua Divisão de Engenharia Naval, fundamentais à realização deste trabalho.
- à Marinha do Brasil, e em particular ao Comandante Elcio de Sá Freitas, cujo apoio a projeto de pesquisa propiciou o surgimento das primeiras idéias aqui contidas.
- ao Sr. J.J. Berzelius que, embora com eficiência questionável, teve a infinita paciência de elaborar os programas computacionais em inúmeros fins de semana, muitos dos quais ensolarados.

RESUMO

O problema do desenvolvimento do "software" para a pilotagem automática de embarcações é tratado através da aplicação de conceitos de controle estocástico. O movimento da embarcação é descrito de forma aproximada através do modelo clássico das derivadas hidrodinâmicas. A partir do Princípio da Separação desenvolve-se um procedimento sequencial em que os problemas de estimação do estado e de controle são tratados concomitantemente com a identificação de efeitos não modelados da dinâmica adotada para o piloto automático. A estimação de estados realiza-se através do filtro estendido de Kalman, que opera sobre informações de posição e velocidade da embarcação. O controlador, de natureza sequencial, atua sobre a embarcação em tempo discreto, sendo o leme o único elemento de controle. O piloto automático proposto foi testado através de simulação digital e alguns resultados obtidos são apresentados e discutidos.

ABSTRACT

The software development problem for ship automatic steering is considered through the application of stochastic control concepts. Ship motion is described in an approximate way by the classical hydrodynamic derivatives model. A sequential procedure based on the Separation Principle is developed, being state estimation and control problems handled simultaneously with the identification of unmodeled effects of automatic pilot ship dynamics. State estimates are provided by the extended Kalman filter by using ship position and velocity measurements. The rudder is the only control element for the sequential, discrete-time controller. Digital simulation is employed for testing of the proposed automatic pilot, and some results are presented and discussed.

I N D I C E

1. INTRODUÇÃO	1
2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS	6
2.1.0. Considerações Preliminares	6
2.1.1. Controle Ótimo Determinístico	6
2.1.2. Princípio da Separação	8
2.2. Estimação de Estados	11
2.3. Determinação da Lei de Controle	16
3. PILOTO AUTOMÁTICO	26
3.0. Considerações Preliminares	26
3.1. Modelo Matemático do Movimento da Embarcação	30
3.2. Modelo Matemático da Máquina do Leme	34
3.3. Estimação de Estados	41
3.3.0. Considerações Preliminares	41
3.3.1. Acelerações Não Modeladas	44
3.3.2. Covariância do Ruído do Sistema	47
3.3.2.0. Considerações Preliminares	47
3.3.2.1. Acelerações Induzidas na Embarcação pela Ação de Vento e Corrente	51
3.3.2.2. Cálculo de $\Delta\epsilon_{vx}$, $\Delta\epsilon_{vy}$ e $\Delta\epsilon_r$	56
3.3.3. Processo de Observação	64
3.3.3.0. Considerações Preliminares	64
3.3.3.1. Relação entre as Variáveis Observadas e as Variáveis de Estado ..	66

3.4. Objetivo de Controle	69
4. RESULTADOS OBTIDOS	81
4.0. Considerações Preliminares	81
4.1. Modelo Matemático "Real" do Movimento da Embarcação	82
4.2. Sistema de Medida das Variáveis Observadas	85
4.3. Exemplos	85
4.3.1. Exemplo 1	88
4.3.2. Exemplo 2	100
4.3.3. Exemplo 3	113
4.3.4. Exemplo 4	125
5. COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES	138
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	144
APÊNDICE I	147
APÊNDICE II	160
APÊNDICE III	170
APÊNDICE IV	173

1. INTRODUÇÃO

O trabalho apresentado trata do problema de pilotagem automática de embarcações de superfície, utilizando o leme como elemento de controle. A solução proposta é desenvolvida a partir da aplicação de conceitos de controle estocástico a um modelo clássico de manobrabilidade de embarcações.

Os estudos relativos a manobrabilidade de embarcações tem assumido papel de importância crescente na construção naval.

Inicialmente, a menos de poucas exceções, as dimensões das embarcações eram determinadas a partir de requisitos tais como "dead-weight", velocidade, etc... As características de manobrabilidade eram consideradas apenas no dimensionamento do leme [1].

Nos últimos anos, porém, tem-se verificado uma tendência ao crescimento das dimensões dos navios, conjuntamente com modificações das formas dos cascos. Em vista disso, a avaliação da capacidade de manobra das embarcações, já na fase de projeto, tem-se apresentado como fundamental [1].

Dentro desse quadro, têm sido realizados vários estudos na área de manobrabilidade de embarcações, havendo a respeito extensa bibliografia.

O autor tem participado nos últimos anos de alguns trabalhos na área, desenvolvidos na Divisão de Engenharia Naval do I.P.T., podendo-se citar a elaboração de programas com putacionais para a simulação de manobras de embarcações de superfície, realizado em convênio com o Grupo Executivo de Integração da Política dos Transportes (GEIPOT) e a Superintendência Nacional de Marinha Mercante (SUNAMAM). Tomando por base um modelo dinâmico obtido por via experimental, esses programas permitem simular o comportamento de embarcações durante a execução de manobras ditas padrões (giro, zig-zag e espiral), bem como determinar estados de equilíbrio de embarcações navegando em canais ou em mar aberto sob a ação de agentes externos como ventos, correntes, etc...

Nesse trabalho incluiu-se a formulação de um piloto automático fundamentado na Teoria de Controle Clássico, destinado ao controle da trajetória de embarcações navegando em canais ou em mar aberto [2].

Posteriormente, Sotelo [3] estudou a questão da modelagem do timoneiro sob o enfoque da Teoria de Controle Moderno, resolvendo um problema de controle ótimo por processo numérico, com o objetivo de obter uma função de controle do leme similar àquela desempenhada por controlador humano ao conduzir embarcação em canal.

Utilizando dados experimentais obtidos através

de ensaios com modelos reduzidos realizados no Tanque de Provas do I.P.T., o "software" desenvolvido nesses trabalhos [2,3] tem sido utilizado tanto na solução de problemas relacionados com as características de manobrabilidade das embarcações, como com aspectos da via navegável.

É esse o contexto em que se situa o trabalho aqui apresentado. Ele se propõe a desenvolver o "software" correspondente a um piloto automático de embarcações, tratando o problema sob o ponto de vista de controle estocástico.

A solução proposta, inspirada no Princípio da Separação, apresenta dois aspectos fundamentais [9]:

- i) estimação de estados;
- ii) determinação, em malha fechada, do controle adequado.

Admite-se que o sistema controlado seja de dinâmica contínua, sendo realizadas em tempo discreto as medidas das variáveis observadas para efeito da estimação.

Para processar as medidas efetuadas, utiliza-se o filtro estendido de Kalman, para estimativas dos estados bem como dos efeitos não modelados da dinâmica adotada para o estimador [4, 5].

As imprecisões do modelo matemático do sistema conhecido pelo piloto automático (as quais englobam desvios nas derivadas hidrodinâmicas, efeitos não modelados de sucção devi do à proximidade com as margens do canal, variações de profundidade da água, bem como efeitos de ventos, correntes e interferências provocadas por cruzamentos ou ultrapassagens de em barcações em águas restritas) são tratadas neste trabalho sob a forma de acelerações não modeladas, estimadas conjuntamente com o estado do sistema [6, 7, 8]. Este enfoque tem como característica mais importante o fato de independe totalmente da natureza das acelerações não modeladas, não envolvendo quaisquer considerações a respeito de sua origem.

O controlador propriamente dito também é de natureza estocástica, operando de maneira sequencial. Em outras palavras, o controlador analisa o problema em tempo discreto , decidindo em cada passo o nível do controle a aplicar ao sistema com vistas a corrigir o desvio atual do estado da embarcação, de forma a satisfazer um objetivo de controle pré-estabelecido [9]. O objetivo de controle é descrito como função das variáveis de estado.

No capítulo 2 são apresentados os fundamentos teóricos em que se baseia este trabalho: o Princípio da Separação, o filtro estendido de Kalman referente a sistemas de dinâmica contínua e medidas discretas, bem como o método de determinação sequencial do controle na presença de incertezas.

No capítulo 3 apresenta-se a aplicação dessas técnicas ao problema de controle da trajetória de embarcações. Em primeiro lugar estabelece-se o modelo matemático da embarcação conhecido pelo piloto automático. A seguir apresenta-se o procedimento de estimação de estados, em que se detalha o tratamento dos efeitos não incluídos no modelo sob a forma de acelerações não modeladas. Define-se também o sistema de medida das variáveis observadas que alimentam o filtro estendido de Kalman. Finalmente apresenta-se a formulação do objetivo de controle em termos das variáveis de estado.

No capítulo 4, além do modelo matemático utilizado para a simulação do movimento da embarcação com vistas a testar o desempenho do piloto automático, são apresentados também resultados obtidos nesses testes.

Por fim, constam do capítulo 5 os comentários e conclusões a respeito do piloto automático proposto.

Em todo o contexto deste trabalho, salvo menção explícita em contrário, consideram-se todas as variáveis e parâmetros convenientemente adimensionalizados em relação à base ρ , L , V , respectivamente, densidade da água, comprimento e velocidade da embarcação. Pontos sobre variáveis denotam derivadas em relação ao tempo.

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

2.1.0. Considerações Preliminares

O objetivo no tratamento a seguir é o de situar a solução proposta para o problema de controle em questão, dentro da área de controle estocástico, apresentando alguns conceitos básicos da Teoria de Controle Moderno, a solução do regulador linear e o Princípio da Separação.

2.1.1. Controle Ótimo Determinístico

Considere-se o sistema linear determinístico descrito pelas equações de estado:

$$\dot{X}(t) = A(t).X(t) + B(t).U(t) \quad (2.1.1)$$

em que $X(t)$ é o vetor de estado e $U(t)$ o vetor de controle.

Para o sistema descrito pela equação (2.1.1) deseja-se determinar a lei de controle $U(t)$ que minimiza o índice de desempenho escalar quadrático:

$$J = \frac{1}{2} X^T(t_f) \cdot V_f \cdot X(t_f) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left[X^T(t) \cdot V(t) \cdot X(t) + U^T(t) \cdot R(t) \cdot U(t) \right] dt \quad (2.1.2)$$

supondo-se conhecidos o estado inicial $X(t_0)$ e o instante final t_f .

O problema assim colocado é conhecido como problema do regulador pois o controle determinado deve atuar sobre o sistema no sentido de transferí-lo em direção ao zero do espaço de estados.

As matrizes V_f , $V(t)$ e $R(t)$ são matrizes de peso especificadas e definem um compromisso entre o esforço de controle e a redução alcançada no estado.

Acrescentando algumas hipóteses adicionais a respeito das matrizes envolvidas, a solução do problema é dada por [5]:

$$\begin{aligned} U(t) &= -C(t).X(t) \\ C(t) &= R^{-1}(t).B^T(t).S(t) \\ \dot{S}(t) &= -A^T(t).S(t) - S(t).A(t) + \\ &\quad + S(t).B(t).R^{-1}(t).B^T(t).S(t) - V(t) \\ S(t_f) &= V_f \end{aligned} \tag{2.1.3}$$

Supondo que o estado é direta e perfeitamente observado, pode-se representar o sistema controlado através do seguinte diagrama (fig. 2.1):

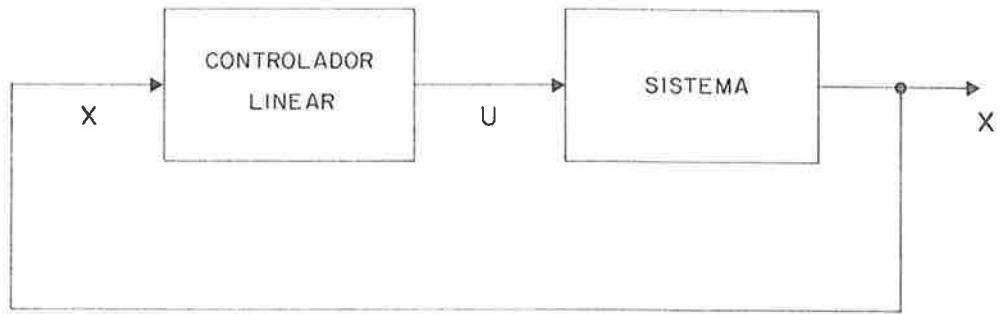


Fig. 2.1

2.1.2. Princípio da Separação

Admita-se que a dinâmica do sistema esteja sujeita a um ruído externo $W(t)$ branco, gaussiano, de média zero e variância conhecida:

$$\dot{X}(t) = A(t).X(t) + B(t).U(t) + G(t).W(t) \quad (2.1.4)$$

e que o estado não seja disponível diretamente mas seja definido pelo processo:

$$Y(t) = H(t).X(t) + N(t) \quad (2.1.5)$$

em que $N(t)$ é o ruído de medição, suposto branco, gaussiano, de média nula e variância conhecida.

Nessas condições, o valor exato do vetor de estado $X(t)$ é desconhecido e portanto não há sentido em se considerar o índice J tal como consta da equação (2.1.2). É necesa-

sário definir um índice de desempenho de natureza estatística:

$$J = E \left[\frac{1}{2} X^T(t_f) V_f X(t_f) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [X^T(t) V(t) X(t) + U^T(t) R(t) U(t)] dt \right] \quad (2.1.7)$$

Seja $\hat{X}(t)$ a estimativa do estado num dado instante t , correspondente à média condicional:

$$\hat{X}(t) = E[X(t) | \theta(t)] \quad (2.1.7)$$

onde $\theta(t)$ corresponde às observações realizadas até o instante t :

$$\theta(t) = \{Y(\zeta) : \zeta \leq t\}. \quad (2.1.8)$$

O Princípio da Separação afirma que a lei de controle ótimo obtém-se pelo mesmo controlador linear determinístico (definido pela matriz $C(t)$), porém operando sobre a estimativa $\hat{X}(t)$:

$$U(t) = -C(t) \cdot \hat{X}(t) \quad (2.1.9)$$

Neste caso, o diagrama de blocos do sistema controlado fica sendo (fig. 2.2):

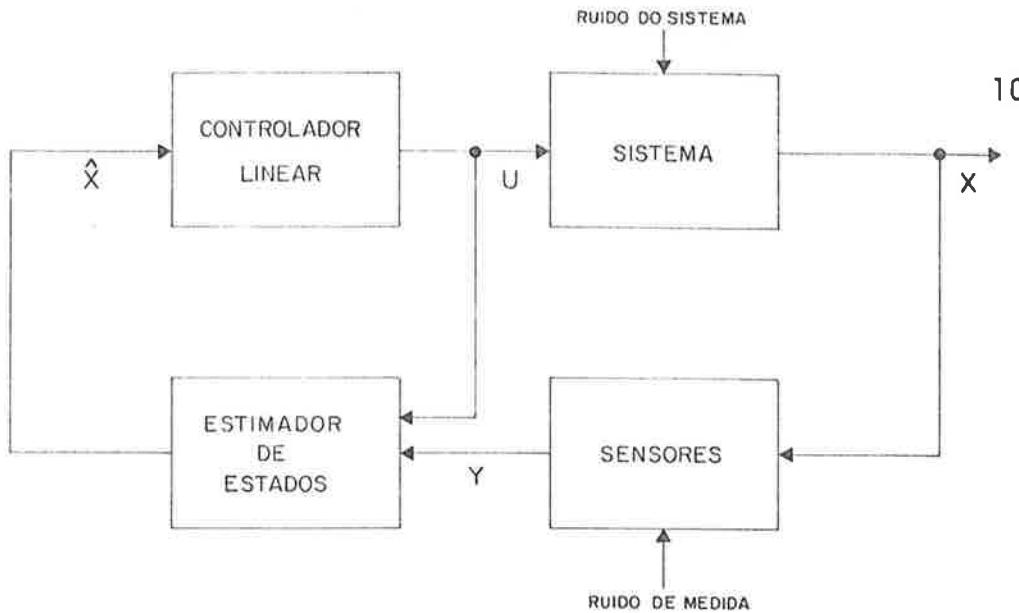


Fig. 2.2

O problema do regulador estocástico apresenta-se assim nitidamente separado em dois sub-problemas:

- i) o problema de estimação;
- ii) o problema de controle.

O Princípio da Separação, conforme consta deste item, é geralmente associado a sistemas estocásticos lineares gaussianos com índices de desempenho quadráticos. Entretanto, demonstra-se que, para outras formas de índices de desempenho e ruídos não gaussianos, também se aplica uma forma de Princípio da Separação [5].

Concluindo, o Princípio da Separação serviu como inspiração para o desenvolvimento do método proposto para

a solução de problemas de controle na presença de incertezas, no sentido de que tal solução comprehende duas etapas distintas, quais sejam: a estimação do estado do sistema e a determinação dos sinais de controle necessários para se atingir o objetivo de controle.

2.2. Estimação de Estados

Apresenta-se a seguir a extensão do filtro de Kalman ao caso de sistemas não lineares de dinâmica contínua e observações discretas [4, 5].

Seja o sistema não linear descrito por

$$\dot{X} = F(X, U) + W \quad (2.2.1)$$

onde X é o vetor de estados, U é o vetor de controle, que se supõe conhecido, e $W(t)$ um ruído branco gaussiano independente do estado inicial, para o qual:

$$E[W(t)] = 0 \quad (2.2.2)$$

$$E[W(t).W^T(\tau)] = Q'(t).\delta(t - \tau). \quad (2.2.3)$$

Considera-se além disso que as variáveis observadas relacionem-se com o estado segundo a equação:

$$Y(t_k) = H(X(t_k), t_k) + V(t_k) \quad (2.2.4)$$

em que Y é o vetor das variáveis observadas e V é o ruído do processo de observação gaussiano, branco e de média nula, independente de $X(t)$ e $W(t)$:

$$E [V(t_k)] = 0 \quad (2.2.5)$$

$$\text{e} \quad E [V(t_k) \cdot V^T(t_\ell)] = R(t_k) \cdot \delta_{k\ell} \quad (2.2.6)$$

$\delta_{k\ell}$ é o delta de Kronecker:

$$\delta_{k\ell} = 0 \quad \text{para } k \neq \ell$$

$$\delta_{k\ell} = 1 \quad \text{para } k = \ell$$

Denota-se por $\hat{X}(t_k | t_k)$ a estimativa do estado no instante t_k após o processamento das observações realizadas em t_k . Da mesma maneira, $P(t_k | t_k)$ é a matriz de covariância do erro dessa estimativa.

Diz-se que $\hat{X}(t_k | t_k)$ e $P(t_k | t_k)$ constituem o estado do filtro em t_k .

Considere-se a trajetória de referência obtida pela integração de:

$$\dot{\bar{X}} = F(\bar{X}, U) \quad (2.2.7)$$

no intervalo (t_k, t_{k+1}) , a partir da condição inicial $\bar{X}(t_k) = \hat{X}(t_k | t_k)$.

Definindo o desvio do estado em relação à trajetória de referência:

$$\delta X(t) = X(t) - \bar{X}(t) \quad (2.2.8)$$

e considerando que esse desvio seja pequeno, obtém-se a seguinte aproximação linear do processo estocástico $\{\delta X(t)\}$:

$$\dot{\delta X} = \frac{\partial F}{\partial X} \Big|_{\bar{X}, U} \cdot \delta X + W \quad (2.2.9)$$

A integração de (2.2.9) entre t_k e t_{k+1} fornece a forma discretizada:

$$\delta X(t_{k+1}) = \phi(t_{k+1}, t_k) \cdot \delta X(t_k) + W(t_{k+1}) \quad (2.2.10)$$

em que $\phi(t_{k+1}, t_k)$ é a matriz de transição de estados associada ao sistema linearizado:

$$\frac{\partial}{\partial t} \phi(t, t_k) = \frac{\partial F}{\partial X} \Big|_{\bar{X}, U} \cdot \phi(t, t_k) \quad (2.2.11)$$

com a condição inicial:

$$\phi(t_k, t_k) = I \quad (2.2.12)$$

$\{W(t_{k+1})\}$ é uma sequência branca, gaussiana, de

média nula e variância dada por:

$$Q(t_{k+1}) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \phi(t_{k+1}, \tau) \cdot Q'(\tau) \cdot \phi^T(t_{k+1}, \tau) d\tau \quad (2.2.13)$$

Quanto ao processo de observação, pode-se definir a medida nominal:

$$\bar{Y}(t_k) = H(\bar{X}(t_k), t_k) \quad (2.2.14)$$

e o desvio:

$$\delta Y(t_k) = Y(t_k) - \bar{Y}(t_k) \quad (2.2.15)$$

Definindo

$$M(t) = \left. \frac{\partial H}{\partial X} \right|_{\bar{X}(t), t} \quad (2.2.16)$$

obtém-se a equação linearizada de medida:

$$\delta Y(t_k) = M(t_k) \cdot \delta X(t_k) + V(t_k) \quad (2.2.17)$$

Portanto o filtro de Kalman em sua forma linear é diretamente aplicável ao problema dado pelas equações (2.2.10) e (2.2.17), trabalhando-se porém com desvios no estado e na medida.

Assim, realizada a medida $Y(t_k)$, calcula-se .. $\delta Y(t_k)$ através da equação (2.2.15); aplica-se o filtro linear obtendo-se a estimativa do desvio $\hat{\delta}X(t_k|t_k)$ que, adicionada ao estado nominal $\bar{X}(t_k)$, fornece a estimativa $\tilde{X}(t_k|t_k)$.

Em essência é esse o mecanismo do filtro de Kalman na forma estendida.

Resumindo, o filtro de Kalman é um algoritmo que, conhecido o estado do filtro em t_k : $[\tilde{X}(t_k|t_k), P(t_k|t_k)]$, após o processamento das observações realizadas em t_{k+1} , gera uma nova estimativa: $[\tilde{X}(t_{k+1}|t_{k+1}), P(t_{k+1}|t_{k+1})]$. Consiste dos seguintes passos:

i) calcular a predição do estado $\tilde{X}(t_{k+1}|t_k)$ a través da integração de:

$$\dot{\tilde{X}} = F(\tilde{X}, U) \quad (2.2.18)$$

a partir da condição inicial $\tilde{X}(t_k) = \bar{X}(t_k|t_k)$.

ii) calcular a predição da matriz de covariância do erro:

$$P(t_{k+1}|t_k) = \phi(t_{k+1}|t_k) \cdot P(t_k|t_k) \cdot \phi^T(t_{k+1}|t_k) + Q(t_{k+1}) \quad (2.2.19)$$

iii) calcular a matriz de ganho do filtro:

$$K(t_{k+1}) = P(t_{k+1}|t_k) \cdot M^T(t_{k+1}) \cdot [M(t_{k+1}) \cdot$$

$$\cdot P(t_{k+1} | t_k) \cdot M^T(t_{k+1}) + \\ + R(t_{k+1})]^{-1} \quad (2.2.20)$$

iv) processar a observação $Y(t_{k+1})$:

$$\hat{X}(t_{k+1} | t_{k+1}) = \hat{X}(t_{k+1} | t_k) + K(t_{k+1}) \cdot \\ \cdot [Y(t_{k+1}) - H(\hat{X}(t_{k+1} | t_k), t_{k+1})] \quad (2.2.21)$$

v) calcular a nova matriz de covariância do erro:

$$P(t_{k+1} | t_{k+1}) = \left[I - K(t_{k+1}) \cdot M(t_{k+1}) \right] \cdot \\ \cdot P(t_{k+1} | t_k) \cdot \left[I - K(t_{k+1}) \cdot M(t_{k+1}) \right]^T + \\ + K(t_{k+1}) \cdot R(t_{k+1}) \cdot K^T(t_{k+1}) \quad (2.2.22)$$

O algoritmo consiste assim de uma predição seguida de uma correção, que depende do ganho do filtro e do desvio entre a predição da observação e seu valor efetivo.

2.3. Determinação da Lei de Controle [9, 17]

Seja o sistema dinâmico descrito por equações de estado dado por:

$$\dot{X} = F(X, U) + W \quad (2.3.1)$$

em que W é um ruído branco, gaussiano, de média nula:

$$E[W(t)] = 0 \quad (2.3.2)$$

e covariância:

$$E[W(t)W^T(\tau)] = Q'(t).\delta(t - \tau) \quad (2.3.3)$$

Considere-se que o objetivo de controle seja fazer com que o estado do sistema (2.3.1) evolua no tempo de forma a satisfazer uma relação entre as variáveis de estado do tipo:

$$h(X) = 0 \quad (2.3.4)$$

Tendo em vista a natureza necessariamente digital das realizações do controlador aqui proposto, proceder-se-á à análise do problema em tempo discreto, sendo (t_k, t_{k+1}) um intervalo típico de discretização.

Admita-se que o filtro estendido de Kalman, quando aplicado ao sistema no instante t_k , levando em consideração as observações efetuadas até t_k (inclusive), observações essas aqui simplesmente representadas por θ_k , forneça uma estimativa $\hat{X}(t_k | t_k)$ do estado $X(t_k)$:

$$\hat{X}(t_k | t_k) = E[X(t_k) | \theta_k] \quad (2.3.5)$$

com dispersão:

$$P(t_k | t_k) = E \left[(X(t_k) - \hat{X}(t_k)) . (X(t_k) - \hat{X}(t_k))^T | \theta_k \right] \quad (2.3.6)$$

Seja \bar{X} um vetor de estados de referência que, no intervalo (t_k, t_{k+1}) , obedece a equação:

$$\dot{\bar{X}} = F(\bar{X}, \bar{U}) \quad (2.3.7)$$

com a condição inicial em t_k :

$$\bar{X}(t_k) = \hat{X}(t_k | t_k) \quad (2.3.8)$$

sendo \bar{U} suposto constante nesse intervalo e igual a \bar{U}_{k-1} , valor calculado do controle no intervalo anterior:

$$\bar{U} = \bar{U}_k \stackrel{\Delta}{=} \hat{U}_{k-1} \quad (2.3.9)$$

Em palavras, $\bar{X}(t)$ seria o vetor de estados associado à trajetória descrita pelo sistema se, a partir do estado estimado $\hat{X}(t_k | t_k)$ em t_k , fosse aplicado durante o intervalo de discretização (t_k, t_{k+1}) o mesmo controle atuante sobre o sistema que aquele determinado para o intervalo (t_{k-1}, t_k) .

Expandindo (2.3.1) em série de Taylor em torno da trajetória de referência obtém-se:

$$\dot{\bar{x}} - \dot{\tilde{x}} = \frac{\partial F}{\partial X} \Big|_{\bar{X}, \bar{U}} \cdot (x - \bar{x}) + \frac{\partial F}{\partial U} \Big|_{\bar{X}, \bar{U}} \cdot (u - \bar{u}) + w + \\ + O(2) \quad (2.3.10)$$

e, retendo apenas os termos lineares:

$$\dot{\delta x} = \frac{\partial F}{\partial X} \Big|_{\bar{X}, \bar{U}} \cdot \delta x + \frac{\partial F}{\partial U} \Big|_{\bar{X}, \bar{U}} \cdot \delta u + w \quad (2.3.11)$$

Seja $\phi(\cdot, \cdot)$ a matriz de transição de estados associada à equação dinâmica linear (2.3.11), obtida através da integração de:

$$\frac{\partial}{\partial t} \phi(t, t_k) = \frac{\partial F}{\partial X} \Big|_{\bar{X}(t), \bar{U}(t)} \cdot \phi(t, t_k) \quad (2.3.12)$$

com a condição inicial:

$$\phi(t_k, t_k) = I \quad (2.3.13)$$

Seja ainda a matriz $\Gamma(\cdot, \cdot)$ definida por:

$$\Gamma(t, t_k) = \int_{t_k}^t \phi(t, \tau) \cdot \frac{\partial F}{\partial U} \Big|_{\bar{X}(\tau), \bar{U}(\tau)} d\tau \quad (2.3.14)$$

Sendo assim, se δu for suposto constante no intervalo (t_k, t_{k+1}) :

$$\delta U = \delta U_k \stackrel{\Delta}{=} U_k - \bar{U}_k \quad (2.3.15)$$

onde U_k é o valor do controle a determinar, a integração de (2.3.11) fornece:

$$\begin{aligned} \delta X(t_{k+1}) &= \phi(t_{k+1}, t_k) \cdot \delta X(t_k) + r(t_{k+1}, t_k) \cdot \delta U_k + \\ &+ W_{k+1} \end{aligned} \quad (2.3.16)$$

sendo $W_{k+1} \sim N(0, Q(t_{k+1}))$ e

$$Q(t_{k+1}) = \int_{t_k}^{t_{k+1}} \phi(t_{k+1}, \tau) \cdot Q'(\tau) \cdot \phi^T(t_{k+1}, \tau) d\tau \quad (2.3.17)$$

É oportuno observar que, a menos de termos de segunda ordem, $X(t_{k+1})$ seria o estado atingido pelo sistema no instante t_{k+1} se a ele fosse aplicado o controle U_k a partir do estado real $X(t_k)$, desconhecido.

Portanto, seria desejável que o estado $X(t_{k+1})$ obedecesse a equação (2.3.4):

$$h[X(t_{k+1})] = 0 \quad (2.3.18)$$

Entretanto, em virtude da incerteza no estado em t_k e do ruído do sistema, o que se pode pretender em relação a $X(t_{k+1})$ é satisfazer (2.3.18) a menos do erro $\delta X(t_k)$ no

instante t_k e da incerteza associada ao ruido w_{k+1} .

Expandindo (2.3.18) em série de Taylor em torno de $\bar{x}(t_{k+1})$, obtém-se:

$$h[\bar{x}(t_{k+1})] + H_{k+1}^* \cdot \delta x(t_{k+1}) + \varepsilon_{k+1} = 0 \quad (2.3.19)$$

onde:

$$H_{k+1}^* \stackrel{\Delta}{=} \frac{dh}{d\bar{x}} \Big|_{\bar{x}(t_{k+1})} \quad (2.3.20)$$

e ε_{k+1} representa os termos de ordem superior, correspondendo ao erro de linearização.

Multiplicando ambos os membros de (2.3.16) por H_{k+1}^* pela esquerda, e usando (2.3.19) vem:

$$\begin{aligned} -h[\bar{x}(t_{k+1})] &= H_{k+1}^* \cdot \phi(t_{k+1}, t_k) \cdot \delta x(t_k) + \\ &+ H_{k+1}^* \cdot \Gamma(t_{k+1}, t_k) \cdot \delta u_k + H_{k+1}^* \cdot w_{k+1} + \varepsilon_{k+1} \end{aligned} \quad (2.3.21)$$

Definindo:

$$z_{k+1} \stackrel{\Delta}{=} H_{k+1}^* \cdot \Gamma(t_{k+1}, t_k) \cdot \bar{u}_k - h[\bar{x}(t_{k+1})] \quad (2.3.22)$$

$$H_{k+1} \stackrel{\Delta}{=} H_{k+1}^* \cdot \Gamma(t_{k+1}, t_k) \quad (2.3.23)$$

$$\begin{aligned} \eta_{k+1} &\stackrel{\Delta}{=} H_{k+1}^* \cdot \phi(t_{k+1}, t_k) \cdot \delta X(t_k) + H_{k+1}^* \cdot W_{k+1} + \\ &+ \varepsilon_{k+1} \end{aligned} \quad (2.3.24)$$

e considerando (2.3.15) pode-se reescrever (2.3.21):

$$Z_{k+1} = H_{k+1} \cdot U_k + \eta_{k+1} \quad (2.3.25)$$

Admitindo que o erro de linearização tenha média nula, então:

$$E[\eta_{k+1}] = 0 \quad (2.3.26)$$

já que o filtro estendido de Kalman fornece estimativas justas do estado e W_{k+1} tem média nula.

Seja R_{k+1} a matriz de covariância do ruído η_{k+1} :

$$R_{k+1} = E[\eta_{k+1} \cdot \eta_{k+1}^T] \quad (2.3.27)$$

O problema se apresenta então como determinar U_k a partir da equação (2.3.25). Note-se que no instante t_k , em que o controlador deve calcular o controle a aplicar no sistema durante o intervalo (t_k, t_{k+1}) , tanto o vetor Z_{k+1} quanto a matriz H_{k+1} são conhecidos.

O estimador linear de mínimo erro médio quadrático

tico [15] aplicado ao problema acima fornece uma estimativa \hat{U}_k do vetor de controle U_k , a qual minimiza a soma dos termos da diagonal principal da matriz de covariância $E[(U_k - \hat{U}_k) \cdot (U_k - \hat{U}_k)^T]$:

$$\hat{U}_k = (H_{k+1}^T \cdot R_{k+1}^{-1} \cdot H_{k+1})^{-1} \cdot H_{k+1}^T \cdot R_{k+1}^{-1} \cdot Z_{k+1} \quad (2.3.28)$$

Essa forma do estimador de mínima variância foi derivada tomando por base as hipóteses de que não há informação a priori a respeito de U_k e de que não há correlação entre U_k e η_{k+1} .

Para estabelecer a intensidade do ruído η_{k+1} , através de sua matriz de covariância R_{k+1} , são necessárias algumas considerações adicionais.

Um procedimento de linearização é aceitável quando o termo predominante da expansão em série é o termo linear e, portanto, esse termo deve definir um limite para a ordem de magnitude do erro de linearização.

Assim, uma hipótese razoável acerca do erro de linearização em (2.3.19) é admiti-lo como tendo ordem de grandeza compatível com a do termo linear:

$$|\varepsilon_{k+1}| \leq |H_{k+1}^* \cdot \delta X(t_{k+1})| \quad (2.3.29)$$

e, de (2.3.16):

$$|\varepsilon_{k+1}| \leq |H_{k+1}^*| \cdot (|\phi(t_{k+1}, t_k)| \cdot |\delta X(t_k)| + |\Gamma(t_{k+1}, t_k)| \cdot |\delta U_k| + |2.W_{k+1}|) \quad (2.3.30)$$

onde para uma matriz $A = [a_{ij}]$, definiu-se $|A| = \left[|a_{ij}| \right]$.

Considerando (2.3.24) e (2.3.30) vem:

$$|\eta_{k+1}| \leq |H_{k+1}^*| \cdot (|\phi(t_{k+1}, t_k)| \cdot |2.\delta X(t_k)| + |\Gamma(t_{k+1}, t_k)| \cdot |\delta U_k| + |2.W_{k+1}|) \quad (2.3.31)$$

Como o objetivo é estabelecer ordens de grandeza, uma boa medida de $|2.\delta X(t_k)|$ é um vetor cujos elementos são as raízes quadradas dos elementos da diagonal da matriz de covariâncias $P(t_k | t_k)$, gerada pelo filtro estendido de Kalman.

De maneira análoga, uma medida de $|2.W_{k+1}|$ pode ser obtida a partir da matriz $Q(t_{k+1})$.

Quanto a $|\delta U_k|$, pode-se defini-lo como sendo a variação máxima admissível do vetor de controle num intervalo típico de discretização (t_k, t_{k+1}) .

Com essas escolhas e definindo o vetor ζ_{k+1} :

$$\begin{aligned} \zeta &\stackrel{\Delta}{=} |H_{k+1}^*| \cdot (|\phi(t_{k+1}, t_k)| \cdot |2 \cdot \delta X(t_k)| + \\ &+ |\Gamma(t_{k+1}, t_k)| \cdot |\delta U_k| + |2 \cdot W_{k+1}|) \quad (2.3.32) \end{aligned}$$

a matriz de covariância de η_{k+1} toma-se como:

$$R_{k+1} = \text{diag } (\alpha_i \cdot \zeta_{k+1,i}^2), \quad 0 < \alpha_i < 1 \quad (2.3.33)$$

onde i define a correspondente componente do vetor ζ_{k+1} .

Os parâmetros α_i destinam-se a possibilitar ajustes no nível do ruído e, através da simulação digital, adequá-lo a um desempenho satisfatório do controlador.

Além disso, através dos α_i pode-se atribuir maior ou menor importância relativa a cada equação $h_i(X) = 0$ com vistas a representar o objetivo de controle: valores menores de α_i correspondem a incertezas menores em $Z_{k+1,i}$ (eq. 2.3.25) e portanto a maior importância relativa da equação $h_i(X) = 0$.

3. PILOTO AUTOMÁTICO

3.0. Considerações Preliminares

Em todo problema de controle, o modelo sobre o qual se baseia o controlador para atuar sobre o sistema real, no sentido de satisfazer um determinado objetivo de controle, é, em maior ou menor grau, uma idealização da realidade. Assim é que, quanto mais fiel o modelo matemático disponível do sistema a controlar, tanto mais eficiente a ação do controlador dentro de uma dada política de controle.

Entretanto, com frequência há aspectos da realidade que, por razões várias, não são modelados de forma precisa e que influem de maneira relevante no comportamento global do sistema. Dentre as razões da modelagem aproximada podem-se citar o desconhecimento de relações que regem o fenômeno tratado, a complexidade proibitiva do modelo, a dificuldade de medida de variáveis intervenientes, etc...

Essas discrepâncias entre o modelo e a realidade atuam de maneira negativa sobre a qualidade do controle conseguido por duas razões básicas:

i) ocorrência de divergência entre a estimativa do estado do sistema e seu valor real - o controlador tem

uma idéia errada do ponto do espaço de estado em que o sistema se encontra e toma a decisão a respeito do controle a empregar com base em informações imprecisas;

ii) comportamento do sistema real discrepante do esperado pelo controlador - o sistema não reage à ação de controle como era previsto pelo controlador.

Sendo assim, tornam-se necessários certos cuidados na elaboração do "software" do piloto automático de modo a atenuar a influência desses problemas, objetivando conseguir um bom desempenho do piloto.

O modelo matemático da embarcação adotado para o piloto automático apresenta algumas limitações em sua formulação que fazem com que ele represente de maneira aproximada o comportamento da embarcação, especialmente sob certas condições.

Assim é que vento e corrente, dependendo de sua intensidade, podem induzir acelerações consideráveis na embarcação, desviando-a da trajetória desejada. Seu efeito pode ser tão acentuado que o sistema se torne incontrolável [2].

Conforme indicado no item 3.3.2.1, há expressões aproximadas para avaliar a força e momento resultantes sobre a embarcação como consequência da ação do vento. Essas expressões

são de natureza empírica e representam apenas de maneira aproximada esses efeitos.

Analogamente, a ação da correnteza sobre a embarcação é modelada de forma aproximada, admitindo-se por exemplo a uniformidade da corrente ao longo de toda a embarcação.

Além da imprecisão dos modelos, que não é crítica, para se levar em conta os efeitos de vento e corrente sobre a embarcação, seria necessário medir suas velocidades e direções. Enquanto que no caso do vento isso poderia ser feito com relativa facilidade, a medida de corrente a bordo apresenta dificuldades no que se refere à instalação dos instrumentos (molinetes, por exemplo), já que os mesmos devem detectar velocidade e direção da corrente não perturbada pela presença da embarcação.

Outros aspectos interessantes relacionam-se com a navegação em águas restritas.

Um dos fenômenos que ocorrem com embarcações navegando em canais, porém fora de sua linha de centro, é a sucção em direção à margem mais próxima. A intensidade desse efeito depende da distância à linha de centro do canal, sendo previsível de maneira bastante precisa para uma dada embarcação e fixada a configuração da secção transversal do canal.

Assim, o modelo dinâmico da embarcação estaria associado a um dado canal. Ora, é fundamental que o controlador proposto seja capaz de operar em outros ambientes e portanto aqui se situa mais um problema.

De maneira semelhante, a ultrapassagem ou cruzamento de embarcações em canais induzem forças nas mesmas de difícil previsão.

Um outro fator de grande relevância no comportamento da embarcação é a profundidade da água, sendo as derivadas hidrodinâmicas determinadas em correspondência a uma dada situação. Sabe-se que a embarcação apresenta comportamentos bastante diferentes ao navegar em águas rasas ou águas profundas [11].

Além de todos esses aspectos, há que se considerar ainda as imprecisões com que se conhecem as derivadas hidrodinâmicas da embarcação, que constituem a base do modelo matemático adotado.

Portanto, em vista dos fatos enumerados, é de fundamental importância para o bom desempenho do piloto automático que seu "software" seja capaz de tratar convenientemente todos esses aspectos.

Optou-se neste trabalho pela abordagem do pro-

blema sob a forma de acelerações não modeladas a serem estimadas conjuntamente com o estado do sistema. Esse procedimento, ao lado de melhorar a estimativa do estado e de fornecer um meio para a predição de estados futuros, tem a vantagem adicional de não exigir que se postule a fonte exata da aceleração desconhecida [8].

3.1. Modelo Matemático do Movimento da Embarcação

O modelo matemático adotado para descrever o movimento da embarcação consiste de um modelo de estados baseado nas derivadas hidrodinâmicas, sendo apresentado por Abkowitz em [12]. Tal modelo refere-se a movimento plano, podendo levar em consideração ações externas do meio sobre a embarcação, bem como efeitos de profundidade e sucção em direção às margens do canal.

As equações de estado são não lineares, sendo seus coeficientes determinados experimentalmente.

O procedimento mais usual para a determinação desses coeficientes utiliza resultados de ensaios realizados com modelos cativos através do Mecanismo de Movimento Plano: o modelo reduzido da embarcação é submetido a um movimento e, através do registro de esforços resultantes, determinam-se os coeficientes hidrodinâmicos.

Uma técnica mais recente consiste de um procedimento de Identificação de Parâmetros baseado na Teoria de Controle Moderno, segundo o qual alguns coeficientes hidrodinâmicos são determinados a partir de observações de movimentos do modelo reduzido ou da embarcação em escala real [13].

Seja um sistema de coordenadas $Oxyz$ fixo à embarcação e orientado positivamente. Considere-se ainda um outro sistema, de mesma orientação, O_0XYZ fixo em relação à Terra e no qual se pretende estudar o movimento da embarcação .. (fig. 3.1).

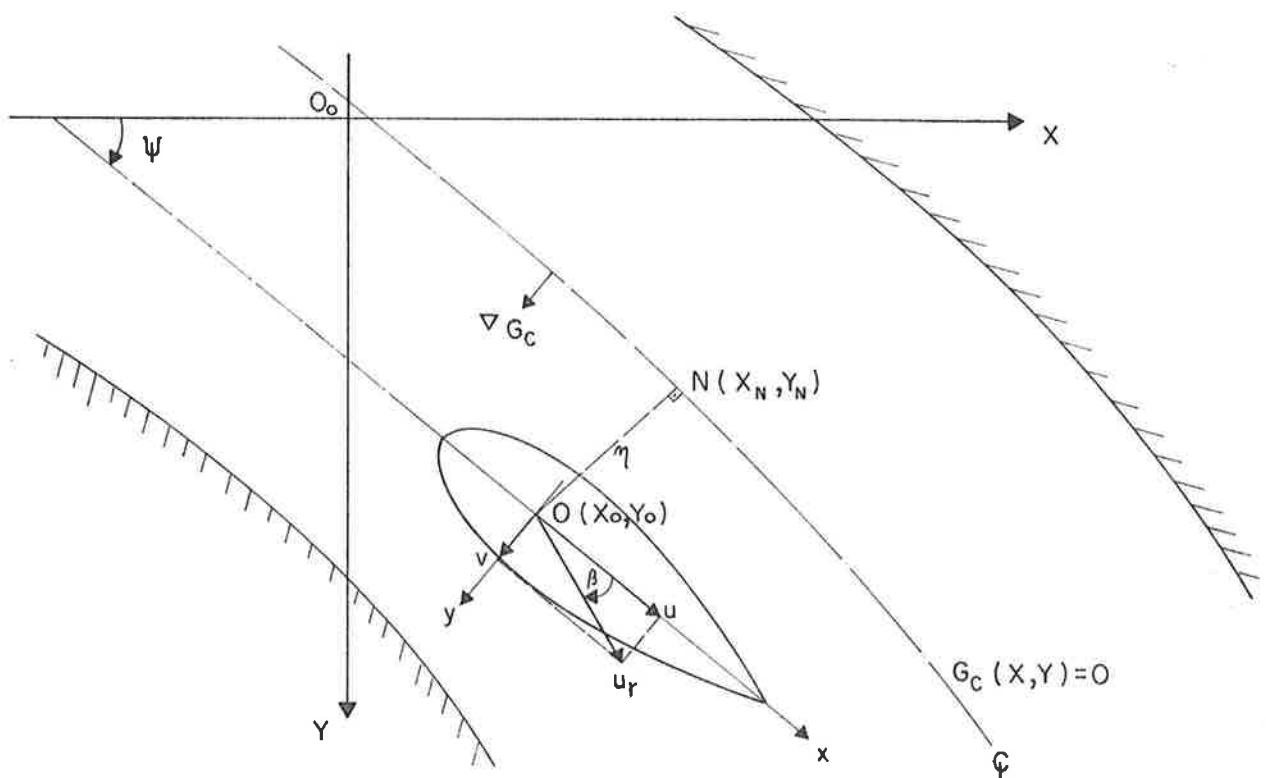


Fig. 3.1

Seja u_r a velocidade resultante da embarcação, com componentes u e v segundo os eixos Ox e Oy , respectivamente.

É conveniente expressar a componente u como:

$$u = u_0 + \Delta u = 1 + \Delta u \quad (3.1.1)$$

em que u_0 é a velocidade da embarcação correspondente à situação de movimento retilíneo e uniforme e Δu é uma perturbação nessa velocidade.

O ângulo β entre o vetor velocidade resultante u_r e o eixo Ox denomina-se ângulo de abatimento.

Seja ψ o ângulo de rumo aparente da embarcação referido ao eixo O_0X e r sua derivada em relação ao tempo, que fornece a velocidade angular.

Admite-se a linha de centro do canal descrita por uma equação implícita do tipo:

$$G_C(X, Y) = 0 \quad (3.1.2)$$

e seja $n(X_0, Y_0)$ a distância do ponto $O(X_0, Y_0)$ da embarcação à linha de centro do canal, afetada de um sinal algébrico. Convém que $n(X_0, Y_0)$ seja positivo quando tiverem sentidos

concordantes os vetores $(0-N)$ e $\nabla G_c(X_N, Y_N)$.

Nessas condições, a dinâmica da embarcação pode ser descrita por três equações:

$$\begin{aligned}\Delta u &= g_1[\Delta u, v, r, \eta(X_0, Y_0), \delta] \\ \dot{v} &= g_2[\Delta u, v, r, \eta(X_0, Y_0), \delta] \\ \dot{r} &= g_3[\Delta u, v, r, \eta(X_0, Y_0), \delta]\end{aligned}\quad (3.1.3)$$

onde δ é o ângulo do leme.

Essas equações são de origem hidrodinâmica e dependem do movimento da embarcação no meio fluído, da ação de temes e da condição de operação dos propulsores [12, 14]. São apresentadas em forma detalhada como função das derivadas hidrodinâmicas no Apêndice I.

Sejam v_x e v_y as componentes da velocidade u_r segundo os eixos O_0X e O_0Y , respectivamente, as quais podem ser escritas em função de Δu , v e ψ (Fig. 3.1) como:

$$\begin{aligned}v_x &= (1 + \Delta u) \cdot \cos\psi - v \cdot \sin\psi \\ v_y &= (1 + \Delta u) \cdot \sin\psi + v \cdot \cos\psi\end{aligned}\quad (3.1.4)$$

Derivando as equações (3.1.4) em relação ao tempo e considerando (3.1.3) obtém-se:

$$\dot{v}_x = -r \cdot v_y + g_1[v_x, v_y, r, n(x_0, y_0), \delta] \cdot \cos\psi - g_2[v_x, v_y, r, n(x_0, y_0), \delta] \cdot \sin\psi$$

$$\dot{v}_y = r \cdot v_x + g_1[v_x, v_y, r, n(x_0, y_0), \delta] \cdot \sin\psi + g_2[v_x, v_y, r, n(x_0, y_0), \delta] \cdot \cos\psi$$

Considerando as equações que definem v_x , v_y e r :

$$\begin{aligned}\dot{x}_0 &= v_x \\ \dot{y}_0 &= v_y \\ \dot{\psi} &= r\end{aligned}$$

obtem-se a primeira versão do modelo de estados:

$$\begin{aligned}\dot{x}_0 &= v_x \\ \dot{y}_0 &= v_y \\ \dot{\psi} &= r\end{aligned} \tag{3.1.5}$$

$$\begin{aligned}\dot{v}_x &= -r \cdot v_y + g_1[\cdot] \cdot \cos\psi - g_2[\cdot] \cdot \sin\psi \\ \dot{v}_y &= r \cdot v_x + g_1[\cdot] \cdot \sin\psi + g_2[\cdot] \cdot \cos\psi \\ \dot{r} &= g_3[\cdot]\end{aligned}$$

A influência de forças externas sobre o comportamento da embarcação será introduzida posteriormente.

3.2. Modelo Matemático da Máquina do Leme

Uma primeira escolha de variável de controle se

ria considerar o ângulo de leme δ como tal.

Entretanto, em virtude da dinâmica associada à máquina do leme, o ângulo de leme δ não pode ser caracterizado como variável de controle. Além disso, em virtude do tempo necessário para o acionamento do leme, até este atingir o valor comandado, a exigência representada pela equação (2.3.15) de que o controle seja constante por trechos não seria satisfeita.

A figura 3.2 ilustra esse fato através de representação do ângulo de leme como função do tempo; para isso admite-se que o leme se movimente com velocidade v_L desde sua posição atual até o ângulo comandado.

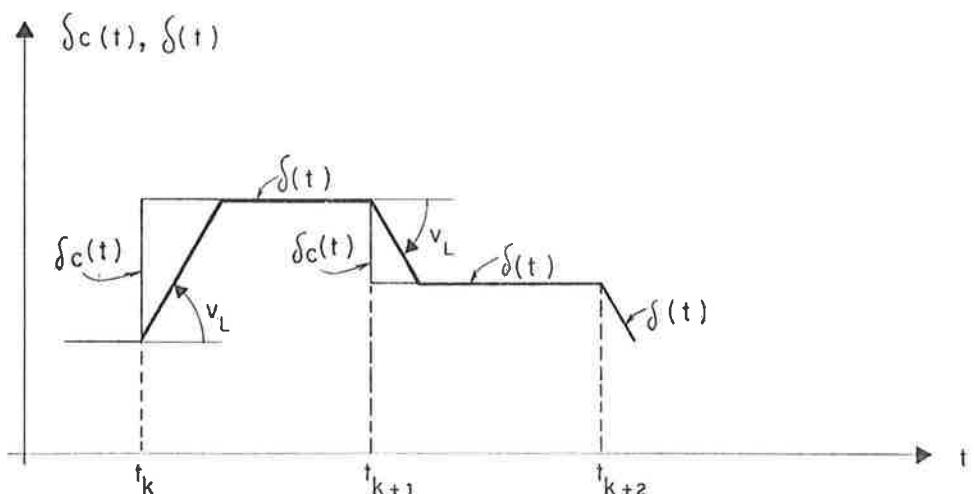


Fig. 3.2

Dessa forma, é conveniente distinguir entre o ângulo de leme comandado δ_c e o efetivamente assumido pelo leme δ , introduzindo no modelo de estados uma equação adicional para representar a máquina do leme (fig. 3.3).

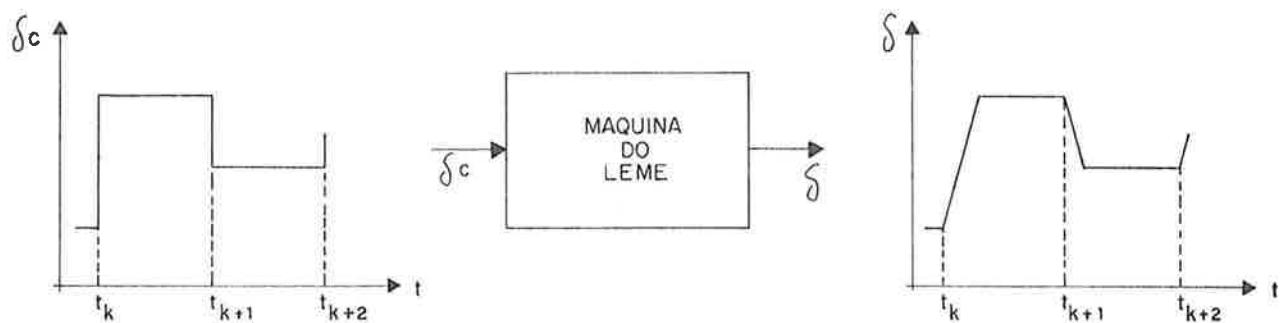


Fig. 3.3

Portanto, a dinâmica da máquina do leme poderia ser descrita em primeira aproximação pela função representada na figura 3.4.

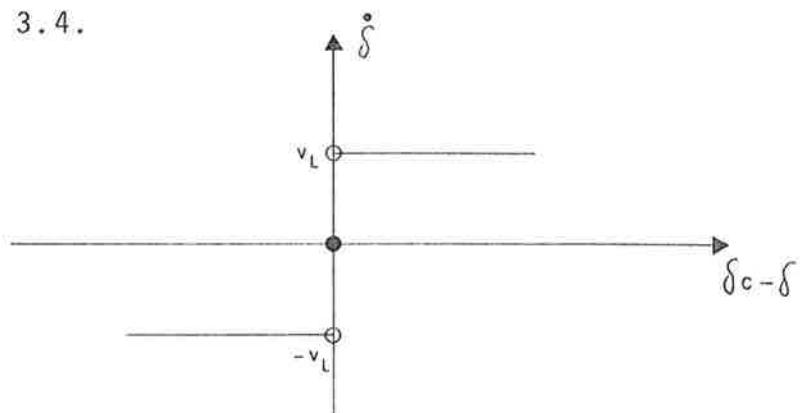


Fig. 3.4

cuja expressão analítica é:

$$\dot{\delta} = \begin{cases} v_L & \text{para } \delta_c - \delta > 0 \\ 0 & \text{para } \delta_c - \delta = 0 \\ -v_L & \text{para } \delta_c - \delta < 0 \end{cases} \quad (3.2.1)$$

Ora, como o procedimento de controle adotado exige o cálculo das derivadas parciais das equações de estado em relação à variável de controle, a representação anterior não é conveniente em razão da descontinuidade na origem e da constância da função para $\delta_c - \delta \neq 0$, o que torna nula a matriz $\Gamma(t_{k+1}, t_k)$ definida pela equação (2.3.14).

Esses aspectos sugeriram a adoção de um modelo ligeiramente mais complexo, porém mais fiel à realidade, que represente um comportamento similar ao apresentado mas sem as inconveniências anteriores.

Assim o modelo adotado é o seguinte:

$$\dot{\delta} = \begin{cases} v_L \cdot [1 - \exp(-(\delta_c - \delta)/\Delta)] & \text{para } \delta_c - \delta \geq 0 \\ -v_L \cdot [1 - \exp((\delta_c - \delta)/\Delta)] & \text{para } \delta_c - \delta < 0 \end{cases} \quad (3.2.2)$$

cuja representação gráfica é a da figura 3.5.

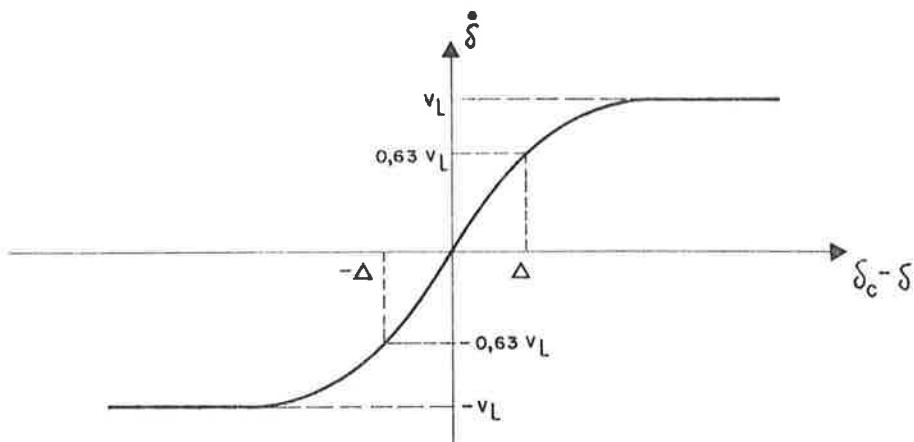
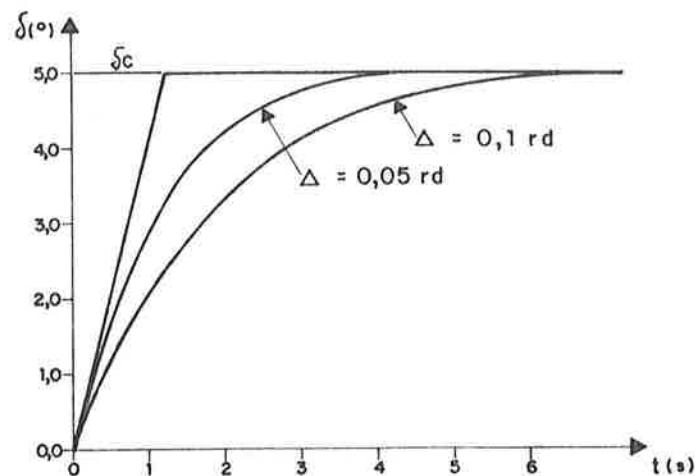


Fig. 3.5

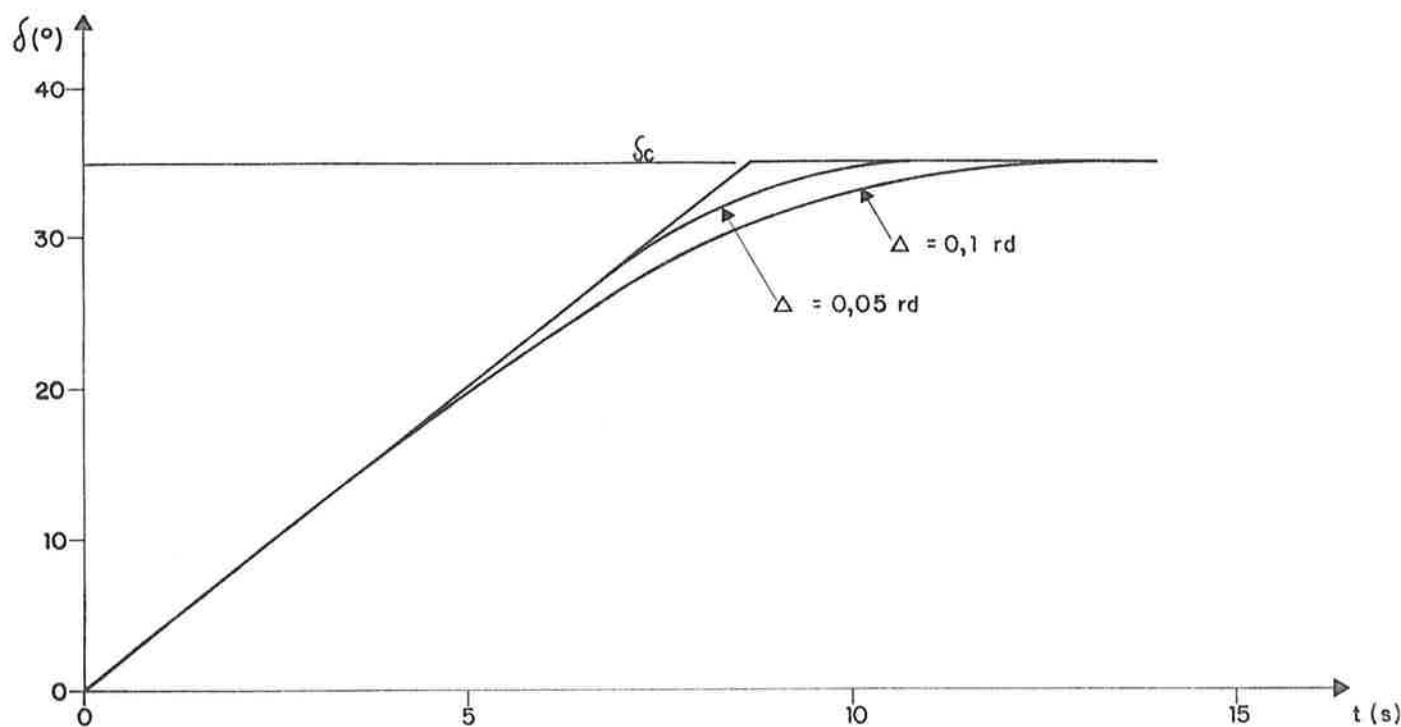
Dessa maneira, a função que relaciona $\dot{\delta}$ a $(\delta_c - \delta)$ é contínua com derivada contínua, sendo pois mais conveniente neste contexto.

O parâmetro Δ permite ajustar a inclinação da função na origem, de forma a aproxima-la do caso limite representado na figura 3.4.

O modelo das equações (3.2.2) é mais fiel à realidade pois, quando δ se aproxima de δ_c , a velocidade de acionamento diminui, o que contribui para suavizar a função $\dot{\delta}(t)$, conforme se observa nas figuras 3.6-a e 3.6-b, nas quais pode-se notar também a influência do parâmetro Δ na resposta obtida.



(a)



(b)

Fig. 3.6

Embora não seja o objetivo deste trabalho a modelagem da máquina do leme, o modelo proposto não deve implicar em alterações sensíveis na dinâmica da embarcação face à lentidão da resposta desta. Através de simulação digital observa-se que os resultados obtidos em manobras zig-zag não apresentam diferenças significativas em se adotando (3.2.1) ou (3.2.2).

Considerando assim a dinâmica da máquina do leme, completa-se o modelo de estados (3.1.5):

$$\begin{aligned}\dot{x}_o &= v_x \\ \dot{y}_o &= v_y \\ \dot{\psi} &= r \\ \dot{v}_x &= -r.v_y + g_1[\cdot].\cos\psi - g_2[\cdot].\sin\psi \\ \dot{v}_y &= r.v_x + g_1[\cdot].\sin\psi + g_2[\cdot].\cos\psi \\ \dot{r} &= g_3[\cdot] \\ \dot{\delta} &= g_4(\delta, \delta_c)\end{aligned}\tag{3.2.3}$$

em que a variável de controle é o ângulo comandado δ_c e a função $g_4(\delta, \delta_c)$ é definida por:

$$g_4(\delta, \delta_c) = \begin{cases} v_L \cdot [1 - \exp(-(\delta_c - \delta)/\Delta)] & \text{se } \delta_c - \delta \geq 0 \\ -v_L \cdot [1 - \exp((\delta_c - \delta)/\Delta)] & \text{se } \delta_c - \delta < 0 \end{cases}\tag{3.2.4}$$

3.3. Estimação de Estados

3.3.0. Considerações Preliminares

Conforme se disse na seção 3.0, o modelo matemático adotado para a embarcação apresenta uma série de limitações.

Em situações como essa, nas quais o filtro é construído tomando por base um modelo errôneo, conforme afirma Jazwinski [4], ele "aprende o estado errado demasiadamente bem" quando opera sobre muitos dados.

O problema é particularmente grave quando tanto o ruído de medida como o ruído no estado são de pequena magnitude.

Nessas circunstâncias, a matriz de covariância do erro da estimativa do estado pode se tornar suficientemente pequena, o que faz com que o ganho do filtro também seja pequeno, havendo portanto quase que nenhuma influência das observações seguintes na qualidade da estimativa. Como o modelo do filtro apresenta discrepâncias acentuadas em relação à realidade, pode haver divergência entre a estimativa e o estado real [4].

Ao lado do problema da estimação de estados, há

o problema de controle, no qual há necessidade de se fazer a predição com relativa precisão da evolução do sistema, de forma que a ação de controle seja melhor fundamentada.

Surge assim como opção dentro desse contexto o tratamento do problema através da incorporação de acelerações não modeladas à dinâmica do sistema, as quais devem ser estimadas conjuntamente com o estado.

A primeira dificuldade de implementação da solução é determinar uma única forma funcional capaz de representar de maneira adequada uma ampla variedade de acelerações não modeladas. Isto é particularmente importante no caso de embarcações em que as acelerações não modeladas podem ser devidas a diversas causas: sucção resultante da proximidade com uma das margens do canal, forças que surgem em razão de ultrapassagem ou cruzamento de embarcações em canais estreitos, ondas, ventos, correntes, erros nas derivadas hidrodinâmicas, etc...

Além disso, a função utilizada para modelar as acelerações desconhecidas deve ser razoavelmente fácil de manipular matematicamente.

O processo de Gauss-Markov de primeira ordem tem-se mostrado um bom modelo para o tratamento dessas acelerações desconhecidas [6, 7].

Esse processo compõe-se de uma porção correlacionada no tempo, que pode ser usada para propagar o efeito da aceleração não modelada, sendo pois útil para fins de controle, permitindo predizer o comportamento do sistema; a outra porção constitui-se de uma componente puramente aleatória, que pode representar a componente randômica da aceleração não modelada.

A derivada parcial da observação com respeito à aceleração não modelada é identicamente nula e, portanto, o efeito das acelerações desconhecidas deve se fazer sentir ao procedimento de estimação através da dinâmica do sistema.

Deve-se ressaltar que o enfoque adotado é suficientemente geral no sentido de que independe de qualquer conhecimento prévio da natureza das acelerações não modeladas e tem sido aplicado com sucesso em problemas análogos de estimação de órbitas de satélites artificiais em órbitas próximas da Terra [7, 8], bem como de satélites lunares [6].

Nessas aplicações, o método não só forneceu boas estimativas das acelerações não modeladas, como também propiciou uma melhora na estimativa do estado.

Finalmente, cabe observar que, para fins de estimação, é possível considerar o efeito das acelerações não modeladas sobre o sistema adicionando um ruído fictício ao esta-

do. Isso faz com que haja um aumento dos elementos da matriz de covariância do estado, impedindo a divergência entre a estimativa e o estado real. Este procedimento, embora ofereça a vantagem de ser consideravelmente mais rápido, não produziria qualquer informação acerca da aceleração não modelada, que não seria estimada nem propagada para fins de controle [4, 6].

3.3.1. Acelerações Não Modeladas

As acelerações não modeladas, aqui representadas por ϵ_{vx} , ϵ_{vy} e ϵ_r , são incorporadas ao modelo como parcelas adicionadas às acelerações modeladas.

Para que possam ser estimadas através do filtro estendido de Kalman, é necessário expandir o estado. O mesmo ocorre com os coeficientes de correlação temporal T_{vx} , T_{vy} e T_r , os quais também devem ser estimados a partir do processamento das observações efetuadas.

Considerando que as acelerações não modeladas são representadas por um processo de Gauss-Markov de primeira ordem, o modelo de estados das equações (3.2.3) transforma-se finalmente em:

$$\begin{aligned}\dot{x}_0 &= v_x \\ \dot{y}_0 &= v_y \\ \dot{\psi} &= r\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \dot{v}_x &= -r.v_y + g_1[.] \cdot \cos\psi - g_2[.] \cdot \sin\psi + \varepsilon_{vx} + \\
 &\quad w_4(t) \\
 \dot{v}_y &= r.v_x + g_1[.] \cdot \sin\psi + g_2[.] \cdot \cos\psi + \varepsilon_{vy} + \\
 &\quad w_5(t) \\
 \dot{r} &= g_3[.] + \varepsilon_r + w_6(t) \\
 \dot{\delta} &= g_4(\delta, \delta_c) \\
 \dot{\varepsilon}_{vx} &= -\frac{1}{|\dot{T}_{vx}|} \varepsilon_{vx} + w_8(t) \\
 \dot{\varepsilon}_{vy} &= -\frac{1}{|\dot{T}_{vy}|} \varepsilon_{vy} + w_9(t) \\
 \dot{\varepsilon}_r &= -\frac{1}{|\dot{T}_r|} \varepsilon_r + w_{10}(t) \\
 \dot{T}_{vx} &= 0 \\
 \dot{T}_{vy} &= 0 \\
 \dot{T}_r &= 0
 \end{aligned} \tag{3.3.1}$$

O ruído representado por $w_4(t)$, $w_5(t)$ e $w_6(t)$ foi introduzido para incorporar ao modelo as perturbações de frequência alta, que escapam ao processo de observação.

Os ruídos $w_i(t)$ são admitidos brancos, gaussiana nos e de média nula:

$$E[w_i(t)] = 0 \tag{3.3.2}$$

$$E[w_i(t).w_j(t)] = \sigma_i^2(t) \cdot \delta_{ij} \cdot \delta(t - \tau) \tag{3.3.3}$$

para $i = 4, 5, 6, 8, 9, 10$.

δ_{ij} é o delta de Kronecker e $\delta(\cdot)$ é o delta de Dirac.

Portanto a matriz de covariância do ruído:

$$E[w(t) \cdot w^T(\tau)] = Q'(t) \cdot \delta(t - \tau) \quad (3.3.4)$$

é quadrada, com dimensão igual à do estado, apresentando como elementos não nulos:

$$Q'_{ii}(t) = \sigma_i^2(t) \text{ para } i = 4, 5, 6, 8, 9, 10 \quad (3.3.5)$$

A escolha do nível adequado do ruído, representado pelos $\sigma_i^2(t)$, é fundamental para o bom funcionamento do filtro estendido de Kalman, sendo seu cálculo discutido no item 3.3.2 deste trabalho.

Com as considerações deste item, conclui-se o modelo de estados que, em sua forma final, apresenta como vetor de estados:

$$x^T = [x_0 \ y_0 \ \psi \ v_x \ v_y \ r \ \delta \ \varepsilon_{vx} \ \varepsilon_{vy} \ \varepsilon_r \ T_{vx} \ T_{vy} \ T_r] \quad (3.3.6)$$

e como variável de controle:

$$u = \delta_c \quad (3.3.7)$$

As equações (3.3.1) correspondem assim à descrição da dinâmica do sistema em variáveis de estado na forma desejada:

$$\dot{X} = F(X, u) + W$$

As matrizes de derivadas parciais $\partial F / \partial X$ e $\partial F / \partial u$, necessárias nos procedimentos de estimação de estados e de cálculo do controle, constam do Apêndice II.

3.3.2. Covariância do Ruído do Sistema

3.3.2.0. Considerações Preliminares.

Um dos aspectos fundamentais do procedimento de filtragem é a estabilidade. A insensibilidade do filtro a novas observações é uma das causas possíveis de instabilidade, sendo que isso pode ocorrer se a matriz de covariância do erro na estimativa do estado se tornar muito "pequena".

Há essencialmente duas soluções para o problema, que tem o caráter de técnicas de compensação de erros no modelo [4]:

i) adição de ruído de entrada fictício ao modelo do sistema;

ii) ponderação das observações efetuadas, atribuindo de alguma forma um maior peso aos dados mais recentes.

Este segundo procedimento tem o papel de fazer com que o filtro "esqueça" a informação antiga, aumentando consequentemente a matriz de covariância. A justificativa para des considerar velhas observações é que a predição por longos períodos de tempo com base em tais observações pode ser de nenhum valor em face do modelo errado.

Adotou-se neste trabalho a primeira alternativa. A ação do ruído sobre o filtro pode ser entendida através da inspeção da equação (2.2.20) que define o ganho do filtro:

$$K(t_{k+1}) = P(t_{k+1}|t_k) \cdot M^T(t_{k+1}) \cdot [M(t_{k+1}) \cdot P(t_{k+1}|t_k) \cdot M^T(t_{k+1}) + R(t_{k+1})]^{-1}$$

A matriz $K(t_{k+1})$ pode-se tornar pequena se ... $P(t_{k+1}|t_k)$ for pequena ou se $[M(t_{k+1}) \cdot P(t_{k+1}|t_k) \cdot M^T(t_{k+1}) + R(t_{k+1})]$ for grande.

Por outro lado, um exame da equação de propagação da matriz de covariância do estado (2.2.19):

$$P(t_{k+1}|t_k) = \phi(t_{k+1}, t_k) \cdot P(t_k|t_k) \cdot \phi^T(t_{k+1}, t_k) +$$

$$+ Q(t_{k+1})$$

mostra que a matriz $Q(t_{k+1})$ pode ser utilizada de forma a impedir que $P(t_{k+1}|t_k)$ se aproxime de zero.

No entanto, se a magnitude do ruído de entrada do sistema, que é o que representa a matriz $Q(t_{k+1})$, for muito grande, pode ocorrer que o desempenho do filtro não seja satisfatório em virtude de a matriz $[M(t_{k+1}).P(t_{k+1}|t_k).M^T(t_{k+1}) + R(t_{k+1})]$ se tornar muito grande, acarretando um pequeno ganho.

Fica então claro que, embora importante para garantir a estabilidade do filtro, a magnitude do ruído de entrada do sistema deve ser estabelecida com cuidado.

Segundo Ingram [6], essencialmente a matriz $Q(t_{k+1})$ assegura a estabilidade do procedimento de filtragem se o ruído do estado for modelado corretamente.

Gelb [5] acentua que a escolha do nível apropriado dos elementos de Q é heurística e depende em grande parte do conhecimento que se tem acerca das acelerações não modeladas, sugerindo que a intensidade do ruído corresponda grosseiramente à possível faixa de variação da aceleração durante o intervalo de tempo de interesse. É esse pois o único conhecimento necessário a respeito das acelerações não modeladas.

Seguindo essa orientação, adotou-se para a matriz $Q'(t)$ da equação (3.3.4) a seguinte definição:

$$\begin{aligned} Q'_{8,8} &= \frac{(\Delta \varepsilon_{vx})^2}{\Delta t} \\ Q'_{9,9} &= \frac{(\Delta \varepsilon_{vy})^2}{\Delta t} \\ Q'_{10,10} &= \frac{(\Delta \varepsilon_r)^2}{\Delta t} \end{aligned} \quad (3.3.8)$$

onde Δt é o intervalo de tempo entre duas observações sucessivas e $\Delta \varepsilon_{vx}$, $\Delta \varepsilon_{vy}$ e $\Delta \varepsilon_r$ são as faixas de variação possíveis das acelerações não modeladas ε_{vx} , ε_{vy} e ε_r , respectivamente.

Admita-se então que as acelerações não modeladas se devam em grande parte a ação do vento e corrente sobre a embarcação. Essa é uma hipótese razoável uma vez que se pretende apenas estabelecer grosseiramente uma faixa de variação para aquelas acelerações.

No item 3.3.2.1 são apresentadas expressões que permitem avaliar esses efeitos e no item 3.3.2.2 são estabelecidas as faixas $\Delta \varepsilon_{vx}$, $\Delta \varepsilon_{vy}$ e $\Delta \varepsilon_r$.

Quanto aos demais elementos de matriz $Q'(t)$, cujo papel é representar as componentes de alta frequência em \dot{v}_x , \dot{v}_y e \dot{r} que escapam ao processo de observação, admitiu-se

que sejam da seguinte forma [7, 8]:

$$\dot{Q}_{ii}(t) = \theta_1 \cdot P_{ii}(t) \quad (3.3.9)$$

em que θ_1 , é uma constante, $0 < \theta_1 < 1$.

3.3.2.1. Acelerações Induzidas na Embarcação

Pela Ação de Vento e Corrente.

Considere-se o vento atuando sobre a embarcação, caracterizado por sua velocidade absoluta v_{AV} e direção de ação ψ_{AV} (fig. 3.7).

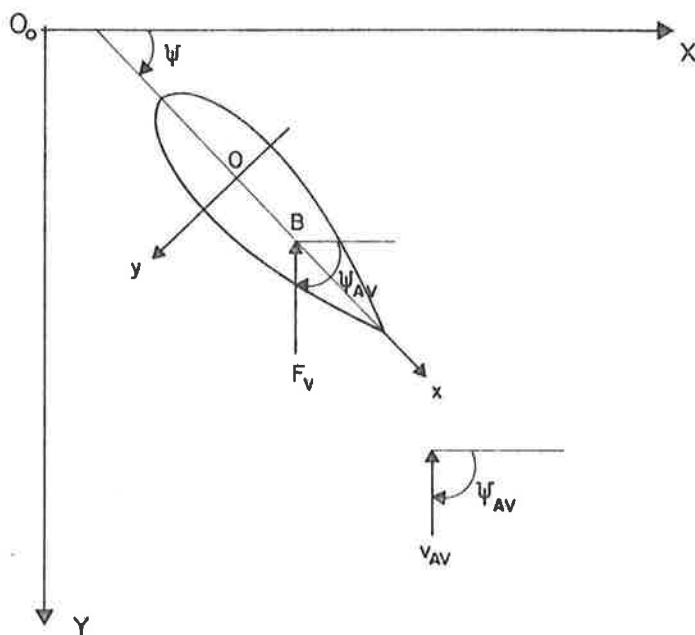


Fig. 3.7

F_v é a força resultante sobre a embarcação, aplicada no ponto B, de coordenadas $(0, x_B)$ em relação ao sistema Oxy.

M_v é o momento resultante em relação ao ponto 0.

Sejam A_L e A_F , respectivamente, as áreas laterais e frontal projetadas acima da linha d'água (fig. 3.8).

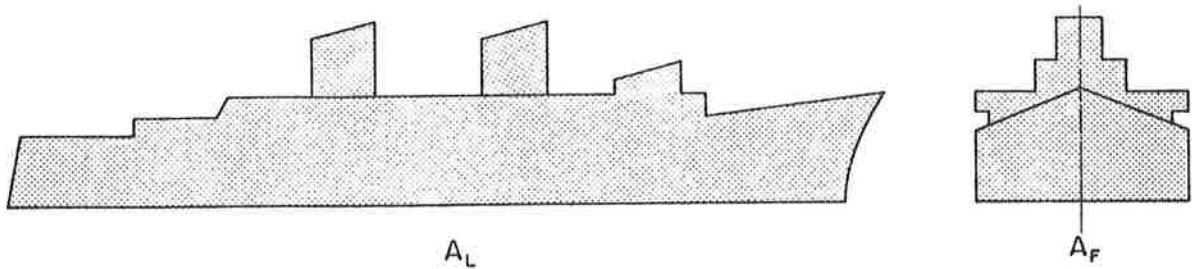


Fig. 3.8

Nessas condições tem-se [2]:

$$F_v = 0,1375 \cdot 10^{-2} \cdot \left[A_F^2 \cdot \cos^2(\psi_{AV} - \psi) + A_L^2 \cdot \sin^2(\psi_{AV} - \psi) \right] \cdot v_{AV}^2 \quad (3.3.10)$$

onde o fator constante resulta do produto do coeficiente de obras vivas C_R ($\sim 1,1$) pela relação entre as densidades do ar e

da água ($\sim 1,25 \times 10^{-3}$).

As componentes de F_v referidas aos eixos $0x$ e $0y$ são:

$$F_{vx} = -F_v \cdot \cos(\psi_{AV} - \psi) \quad (3.3.11)$$

$$F_{vy} = -F_v \cdot \sin(\psi_{AV} - \psi) \quad (3.3.12)$$

e o momento em relação ao ponto 0:

$$M_v = -F_{vy} \cdot x_B \quad (3.3.13)$$

Designando por e_{v1} e e_{v2} as acelerações segundo os eixos $0x$ e $0y$, respectivamente, e e_{v3} a aceleração angular, tem-se [2]:

$$e_{v1} = -\frac{F_{vx}}{x_{\dot{u}} - m} \quad (3.3.14)$$

$$e_{v2} = \frac{M_v \cdot (Y_{\dot{r}} - m \cdot x_G) - F_{vy} \cdot (N_{\dot{r}} - I_z)}{(Y_{\dot{v}} - m) \cdot (N_{\dot{r}} - I_z) - (N_{\dot{v}} - m \cdot x_G) \cdot (Y_{\dot{r}} - m \cdot x_G)} \quad (3.3.15)$$

$$e_{v3} = \frac{M_v \cdot (Y_{\dot{v}} - m) - F_{vy} \cdot (N_{\dot{v}} - m \cdot x_G)}{(Y_{\dot{r}} - m \cdot x_G) \cdot (N_{\dot{v}} - m \cdot x_G) - (N_{\dot{r}} - I_z) \cdot (Y_{\dot{v}} - m)} \quad (3.3.16)$$

onde:

m é a massa da embarcação

x_G é a abscissa do centro de gravidade da embarcação referida ao eixo Ox

I_z é o momento de inércia em relação ao eixo z

$X_{\dot{u}}$, $Y_{\dot{r}}$, $N_{\dot{r}}$, $Y_{\dot{v}}$, $N_{\dot{v}}$ são derivadas hidrodinâmicas.

Finalmente, as acelerações referidas ao sistema O_0XY são:

$$e_{xv} = e_{v1} \cdot \cos \psi - e_{v2} \cdot \sin \psi \quad (3.3.17)$$

$$e_{yv} = e_{v1} \cdot \sin \psi + e_{v2} \cdot \cos \psi \quad (3.3.18)$$

$$e_{rv} = e_{v3} \quad (3.3.19)$$

A formulação apresentada representa de forma simplificada os efeitos resultantes da ação do vento sobre a embarcação. No Capítulo 4 são citadas algumas das limitações associadas a essas equações.

Quanto às acelerações provocadas pela ação da corrente sobre o casco da embarcação, considere-se esta navegando em águas que se movem em relação ao referencial geográfico O_0XY com velocidade v_{AC} , segundo a direção ψ_{AC} (fig. 3.9).

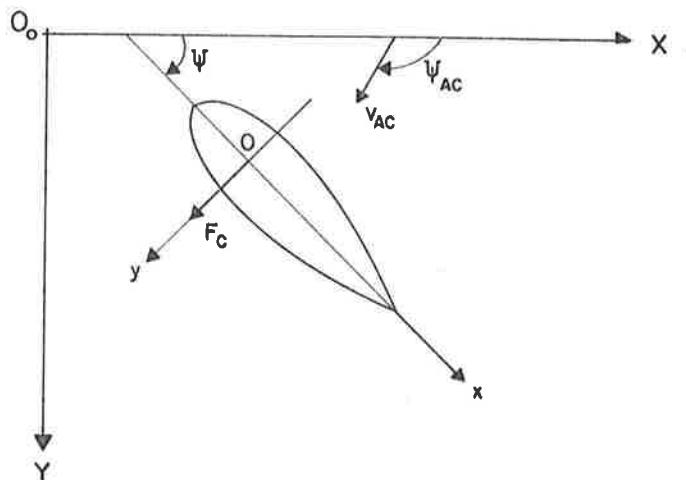


Fig. 3.9

A força resultante sobre a embarcação assume-se que tenha componente não nula apenas segundo Oy , desprezando - -se a componente segundo o eixo Ox [2] :

$$F_c = [v_{AC} \cdot \operatorname{sen}(\psi - \psi_{AC})] \cdot Y_v + [v_{AC} \cdot \operatorname{sen}(\psi - \psi_{AC})]^3 \cdot Y_{vvv} \quad (3.3.20)$$

O momento M_c causado pela ação da corrente é:

$$M_c = [v_{AC} \cdot \operatorname{sen}(\psi - \psi_{AC})] \cdot N_v + [v_{AC} \cdot \operatorname{sen}(\psi - \psi_{AC})]^3 \cdot N_{vvv} \quad (3.3.21)$$

Usando uma notação análoga à referente ao vento, tem-se as acelerações em relação ao sistema Oxy :

$$e_{c1} = 0 \quad (3.3.22)$$

$$e_{c2} = \frac{M_c \cdot (Y_r - m \cdot x_G) - F_c \cdot (N_r - I_z)}{(Y_v - m) \cdot (N_r - I_z) - (N_v - m \cdot x_G) \cdot (Y_r - m \cdot x_G)} \quad (3.3.23)$$

$$e_{c3} = \frac{M_c \cdot (Y_v - m) - F_c \cdot (N_v - m \cdot x_G)}{(Y_r - m \cdot x_G) \cdot (N_v - m \cdot x_G) - (N_r - I_z) \cdot (Y_v - m)} \quad (3.3.24)$$

Por fim, referindo essas acelerações ao sistema O_0XY obtém-se:

$$e_{xc} = -e_{c2} \cdot \sin\psi \quad (3.3.25)$$

$$e_{yc} = -e_{c2} \cdot \cos\psi \quad (3.3.26)$$

$$e_{rc} = e_{c3} \quad (3.3.27)$$

3.3.2.2. Cálculo de $\Delta\varepsilon_{vx}$, $\Delta\varepsilon_{vy}$ e $\Delta\varepsilon_r$

Considere-se de início a avaliação de $\Delta\varepsilon_{vx}$, que pode ser dado aproximadamente por:

$$\Delta\varepsilon_{vx} \approx \dot{\varepsilon}_{vx} \cdot \Delta t \quad (3.3.28)$$

em que $\dot{\varepsilon}_{vx}$ corresponde ao valor absoluto máximo da derivada em relação ao tempo da aceleração ε_{vx} .

O problema resume-se pois em avaliar $\dot{\varepsilon}_{vx}$.

Para isso, considerem-se atribuídos valores de

referência \bar{v}_{AV} e \bar{v}_{AC} às velocidades do vento e corrente e que tais velocidades sejam vetores de mesma direção e sentido, constantes no tempo (fig. 3.10).

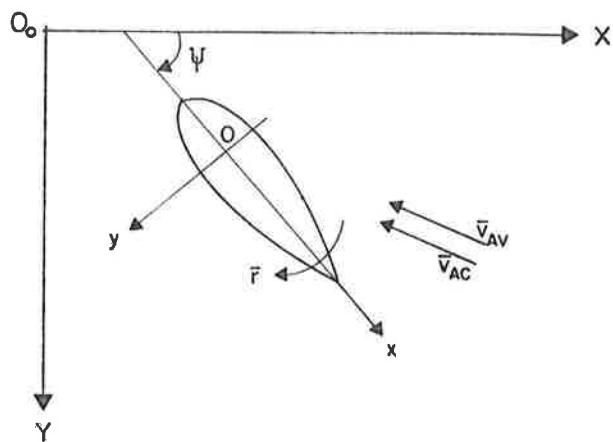


Fig. 3.10

Admita-se adicionalmente que a embarcação apresente um movimento de rotação pura, caracterizado pela velocidade angular de referência \bar{r} .

Os valores de referência, no caso de operação real do piloto automático, poderiam ser estabelecidos a favor da segurança por um observador experiente.

Então, em vista da forma das expressões que exprimem os efeitos de vento e corrente sobre a embarcação, a situação a considerar para fins de cálculo de $\dot{\epsilon}_{vx}$ é a representada na figura 3.11, em que $\epsilon_{vx} = 0$ e $|\dot{\epsilon}_{vx}|$ é máximo.

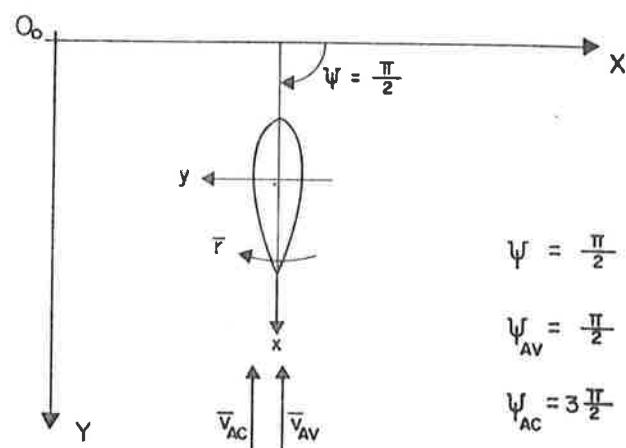


Fig. 3.11

Nessas condições, a componente da aceleração segundo O_0X é:

$$e_{xvc} = e_{v1} \cdot \cos \psi - (e_{v2} + e_{c2}) \cdot \sin \psi \quad (3.3.29)$$

cuja derivada em relação ao tempo para $\psi = \pi/2$ é:

$$\dot{e}_{xvc} = (-\ddot{e}_{v1} + \dot{e}_{v2} + \dot{e}_{c2}) \cdot \bar{r} \quad (3.3.30)$$

Considerando o limite superior para F_v :

$$\bar{F}_v = 0,1375 \cdot 10^{-2} \cdot (A_F^2 + A_L^2) \cdot \bar{v}_{AV}^2 \quad (3.3.31)$$

obtém-se \ddot{e}_{v1} :

$$\ddot{e}_{v1} = - \frac{\bar{F}_v}{x_{\dot{u}} - m} \quad (3.3.32)$$

Quanto a \ddot{e}_{v2} , convém fazer algumas considerações sobre a equação (3.3.15). O numerador da fração compõe-se de duas parcelas, quais sejam:

i) $\bar{M}_v \cdot (Y_{\dot{r}} - m \cdot x_G)$ - representa a parcela da aceleração segundo Oy que surge como consequência da ação do momento \bar{M}_v (equação 3.3.13); o termo $(Y_{\dot{r}} - m \cdot x_G)$ pode ser positivo ou negativo, dependendo da embarcação;

ii) $-\bar{F}_{vy} \cdot (N_{\dot{r}} - I_z)$ - representa a parcela da aceleração segundo Oy que surge em razão da ação da força \bar{F}_{vy} (equação 3.3.12); quanto ao termo $(N_{\dot{r}} - I_z)$, tem-se:

$$(N_{\dot{r}} - I_z) \ll 0.$$

Como exemplo, no caso do Mariner [16], o segundo termo é da ordem de 15 vezes maior que o primeiro.

Portanto é razoável admitir a aproximação:

$$\ddot{e}_{v2} \approx \frac{-\bar{F}_{vy} \cdot (N_{\dot{r}} - I_z)}{(Y_{\dot{v}} - m)(N_{\dot{r}} - I_z) - (N_{\dot{v}} - m \cdot x_G)(Y_{\dot{r}} - m \cdot x_G)} \quad (3.3.33)$$

e portanto:

$$\dot{\ddot{e}}_{v2} \approx \frac{-\dot{\bar{F}}_{vy} \cdot (N_{\dot{r}} - I_z)}{(Y_{\dot{v}} - m)(N_{\dot{r}} - I_z) - (N_{\dot{v}} - m \cdot x_G)(Y_{\dot{r}} - m \cdot x_G)} \quad (3.3.34)$$

Como $\psi = \psi_{AV} = \pi/2$, da equação (3.3.12) vem:

$$\dot{\bar{F}}_{vy} = \bar{F}_v \cdot \bar{r} \quad (3.3.35)$$

Assim:

$$\dot{\bar{e}}_{v2} \approx \frac{-\bar{F}_v \cdot \bar{r} \cdot (N_r - I_z)}{(Y_v - m) (N_r - I_z) - (N_v - m \cdot x_G) (Y_r - m \cdot x_G)} \quad (3.3.36)$$

Por outro lado, considerando apenas a parcela linear de F_c (equação 3.3.20):

$$\bar{F}_c \approx [\bar{v}_{AC} \cdot \sin(\psi - \psi_{AC})] \cdot Y_v \quad (3.3.37)$$

cuja derivada em relação ao tempo para $\psi = \pi/2$ e $\psi_{AC} = 3\pi/2$ vale:

$$\dot{\bar{F}}_c \approx -\bar{v}_{AC} \cdot \bar{r} \cdot Y_v \quad (3.3.38)$$

Considerações análogas a i) e ii) levam por fim a:

$$\dot{\bar{e}}_{c2} \approx \frac{\bar{v}_{AC} \cdot \bar{r} \cdot Y_v \cdot (N_r - I_z)}{(Y_v - m) (N_r - I_z) - (N_v - m \cdot x_G) (Y_r - m \cdot x_G)} \quad (3.3.39)$$

Conclui-se pois das equações (3.3.30), (3.3.32), (3.3.36) e (3.3.39) que:

$$\dot{\varepsilon}_{vx} \approx \left[\left| \frac{\bar{F}_v}{X_{\dot{u}} - m} \right| + \left| \frac{(N_{\dot{r}} - I_z)(-\bar{F}_v + \bar{v}_{AC} \cdot Y_v)}{(Y_{\dot{v}} - m)(N_{\dot{r}} - I_z) - (N_{\dot{v}} - m \cdot x_G)(Y_{\dot{r}} - m \cdot x_G)} \right| \cdot \bar{r} \right] \bar{r}$$

(3.3.40)

É óbvio que o mesmo raciocínio, aplicado ao caso representado na figura 3.12, levaria à mesma conclusão a respeito de $\dot{\varepsilon}_{vy}$ e portanto:

$$\dot{\varepsilon}_{vy} = \dot{\varepsilon}_{vx} \quad (3.3.41)$$

E, da mesma forma,

$$\Delta \varepsilon_{vy} = \dot{\varepsilon}_{vy} \cdot \Delta t \quad (3.3.42)$$

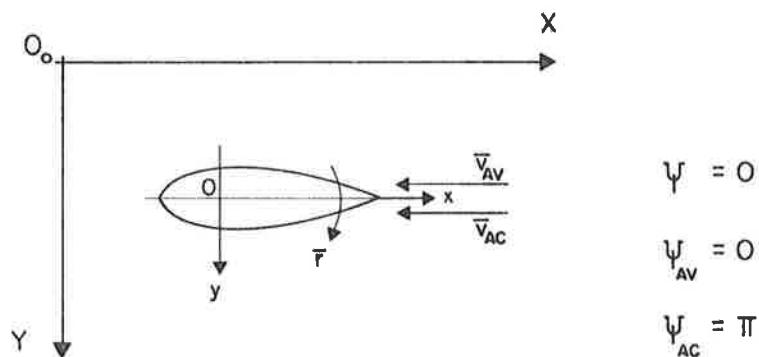


Fig. 3.12

Quanto a $\Delta \varepsilon_r$, a situação de interesse para o cálculo de $\dot{\varepsilon}_r$ é a representada na figura 3.13.

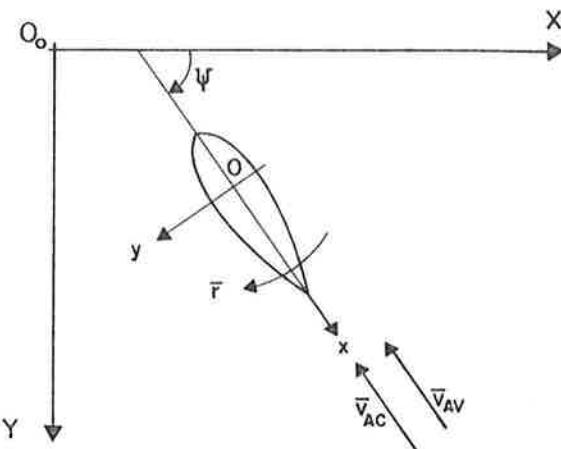


Fig. 3.13

Das equações (3.3.19) e (3.3.27) vem:

$$\dot{\varepsilon}_{r_{VC}} = \frac{(M_V + M_C)(Y_{\dot{V}} - m) - (F_{VY} + F_C)(N_{\dot{V}} - m \cdot x_G)}{(Y_{\dot{r}} - m \cdot x_G)(N_{\dot{V}} - m \cdot x_G) - (N_{\dot{r}} - I_Z)(Y_{\dot{V}} - m)} \quad (3.3.43)$$

Por considerações análogas às i) e ii), também neste caso é razoável tomar a aproximação:

$$\dot{\varepsilon}_{r_{VC}} \approx \frac{(M_V + M_C)(Y_{\dot{V}} - m)}{(Y_{\dot{r}} - m \cdot x_G)(N_{\dot{V}} - m \cdot x_G) - (N_{\dot{r}} - I_Z)(Y_{\dot{V}} - m)} \quad (3.3.44)$$

Derivando a equação (3.3.44) em relação ao tempo, obtém-se:

$$\dot{\epsilon}_r \approx \frac{(\dot{M}_v + \dot{M}_c)(Y_v - m)}{(Y_r - m \cdot x_G)(N_v - m \cdot x_G) - (N_r - I_z)(Y_v - m)} \quad (3.3.45)$$

As equações (3.3.12), (3.3.13) e (3.3.21) fornecem para $\psi_{AV} - \psi = 0$ e $\psi_{AC} - \psi = \pi$:

$$\dot{M}_v \approx \bar{F}_v \cdot \bar{r} \cdot x_B \quad (3.3.46)$$

$$\dot{M}_c \approx \bar{v}_{AC} \cdot \bar{r} \cdot N_v \quad (3.3.47)$$

A aproximação contida na equação (3.3.46) deve-se ao fato de nela comparecer a força de referência \bar{F}_v , enquanto que a equação (3.3.47) foi obtida considerando-se apenas o termo linear da equação (3.3.21).

Resulta então:

$$\dot{\epsilon}_r \approx \frac{(|\bar{F}_v \cdot x_B| + |\bar{v}_{AC} \cdot N_v|) \cdot \bar{r} \cdot (Y_v - m)}{(Y_r - m \cdot x_G)(N_v - m \cdot x_G) - (N_r - I_z)(Y_v - m)} \quad (3.3.48)$$

e portanto:

$$\Delta \epsilon_r = \dot{\epsilon}_r \cdot \Delta t \quad (3.3.49)$$

3.3.3. Processo de Observação

3.3.3.0. Considerações Preliminares

A caracterização do processo de observação envolve a abordagem de dois aspectos básicos:

- i) a relação entre as variáveis observadas e o estado do sistema;
- ii) a intensidade do ruído de medida.

Considera-se neste trabalho que sejam medidas distância e velocidade de aproximação de um ponto da embarcação em relação a pontos de referência fixos na Terra. Além disso, supõe-se também que sejam medidos diretamente a velocidade angular r , o ângulo de rumo aparente ψ e o ângulo de leme δ .

Essa escolha de variáveis observadas fundamenta-se em sua relativa facilidade de medição e em requisitos mínimos do processo de observação no sentido de se conseguir estimar o estado satisfatoriamente [18].

Assim, em razão de a trajetória de referência, que se pretende seja descrita pela embarcação, apresentar-se definida em relação ao referencial geográfico O_0XY , é conveniente medir distâncias da embarcação a pontos fixos na Terra;

essas medidas devem facilitar a estimativa da posição da embarcação, isto é, de X_0 e Y_0 .

Paralelamente, as observações de velocidades de aproximação são interessantes no que se refere à estimação das componentes da velocidade da embarcação (v_x e v_y).

Existe disponível no mercado equipamento de radar que permite a realização dessas medidas de maneira simples e segura.

Quanto à velocidade angular e ao ângulo de rumo aparente, podem ser medidos diretamente através de "rate-gyro" e giroscópio, respectivamente.

O ângulo de leme pode ser medido através de potenciômetro de precisão utilizado como transdutor de deslocamento angular.

Evidentemente, o processo de observação adotado apresenta inter-relações entre as variáveis de estado e as observadas; assim, por exemplo, a observação de velocidades de aproximação envolve variáveis de posição (X_0 , Y_0 e ψ), não significando que a observação de tais velocidades apenas permitem a estimação de v_x e v_y de maneira dissociada das demais variáveis de estado!

Convém notar que o processo de observação adota do envolve diretamente todas as variáveis de estado do sistema original (equações 3.2.3).

As acelerações não modeladas, em virtude de não comparecerem nas equações de observação, devem ser estimadas a penas através da dinâmica do sistema.

Quanto ao ruído do processo de medida , embora, como acentua Brinati [13], possa ser utilizado para representar aspectos desconhecidos da estrutura da função de medida, é de modelagem relativamente simples no problema aqui tratado,definindo a precisão dos instrumentos de medida utilizados.

Assim é que todas as variáveis medidas supõem-se afetadas de um erro de média nula e dispersão conhecida,característica do instrumento utilizado.

3.3.3.1. Relação Entre as Variáveis Observadas e as Variáveis de Estado.

Seja $R(d_R, \theta)$ um ponto da embarcação definido por suas coordenadas em relação ao sistema Oxy e seja $P_i(\bar{X}_i, \bar{Y}_i)$ um ponto de referência fixo em relação à Terra, com coordenadas dadas no sistema O_0XY (fig. 3.14).

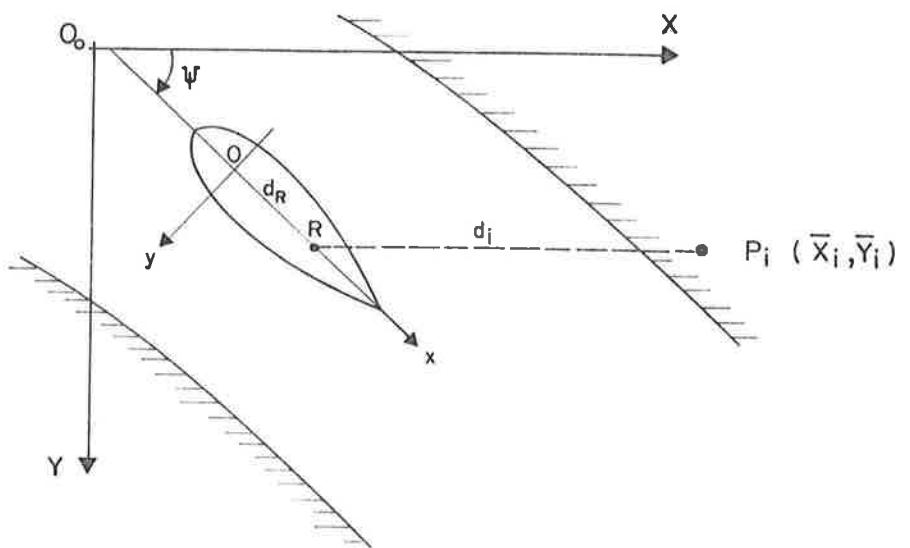


Fig. 3.14

Nessas condições, a distância d_i entre os pontos R e P_i pode ser expressa em função das variáveis de estado como:

$$d_i = \sqrt{(X_R - \bar{X}_i)^2 + (Y_R - \bar{Y}_i)^2} \quad (3.3.50)$$

onde:

$$X_R = X_0 + d_R \cdot \cos \psi \quad (3.3.51)$$

$$Y_R = Y_0 + d_R \cdot \sin \psi \quad (3.3.52)$$

Considerando que os pontos de referência P_i sejam em número de n_{OBS} , podem-se então definir as primeiras n_{OBS} componentes do vetor de observações Y referido na equação (2.2.4):

$$y_i = d_i, \quad 1 \leq i \leq n_{OBS} \quad (3.3.53)$$

A velocidade de aproximação do ponto R em relação a P_i obtém-se derivando a equação (3.3.50):

$$\dot{d}_i = \frac{(x_R - \bar{x}_i) \cdot \dot{x}_R + (y_R - \bar{y}_i) \cdot \dot{y}_R}{d_i} \quad (3.3.54)$$

onde, de acordo com as equações (3.3.51) e (3.3.52):

$$\dot{x}_R = v_x - d_R \cdot \sin\psi \cdot r \quad (3.3.55)$$

$$\dot{y}_R = v_y + d_R \cdot \cos\psi \cdot r \quad (3.3.56)$$

Com isso, definem-se as n_{OBS} componentes seguintes do vetor de observações:

$$y_i = \dot{d}_i, \quad n_{OBS} + 1 \leq i \leq 2 \cdot n_{OBS} \quad (3.3.57)$$

Além disso, supõem-se observadas diretamente a velocidade angular r , o ângulo de rumo aparente ψ e o ângulo de leme δ :

$$y_{2 \cdot n_{OBS} + 1} = r \quad (3.3.58)$$

$$y_{2 \cdot n_{OBS} + 2} = \psi \quad (3.3.59)$$

$$y_{2 \cdot n_{OBS} + 3} = \delta \quad (3.3.60)$$

Resumindo, o vetor de observações fica:

$$Y^T = [d_1 \ d_2 \ \dots \ d_{n_{OBS}} : \dot{d}_1 \ \dot{d}_2 \ \dots \ \dot{d}_{n_{OBS}} : r \ \psi \ \delta] \quad (3.3.61)$$

Está portanto definido o vetor $H(.,.)$ da equação (2.2.4) que relaciona as variáveis observadas ao estado. O Apêndice III contém tanto $H(.,.)$ quanto a matriz de derivadas parciais $M(.)$ definida através da equação (2.2.16).

3.4. Objetivo de Controle

Considera-se como objetivo a ser atingido, através da ação de controle, que a embarcação navegue sobre uma trajetória pré-estabelecida e paralelamente a ela em todos os instantes.

A trajetória que se pretende seja seguida pela embarcação é dada por uma equação implícita do tipo:

$$G_D(X, Y) = 0 \quad (3.4.1)$$

Seja B um ponto sobre a linha de centro do navio tomado como referência para a medida dos desvios em relação à trajetória desejada (3.4.1). O ponto B é dado através de suas coordenadas $(d_B, 0)$ em relação ao sistema de coordenadas

fixo à embarcação (fig. 3.15):

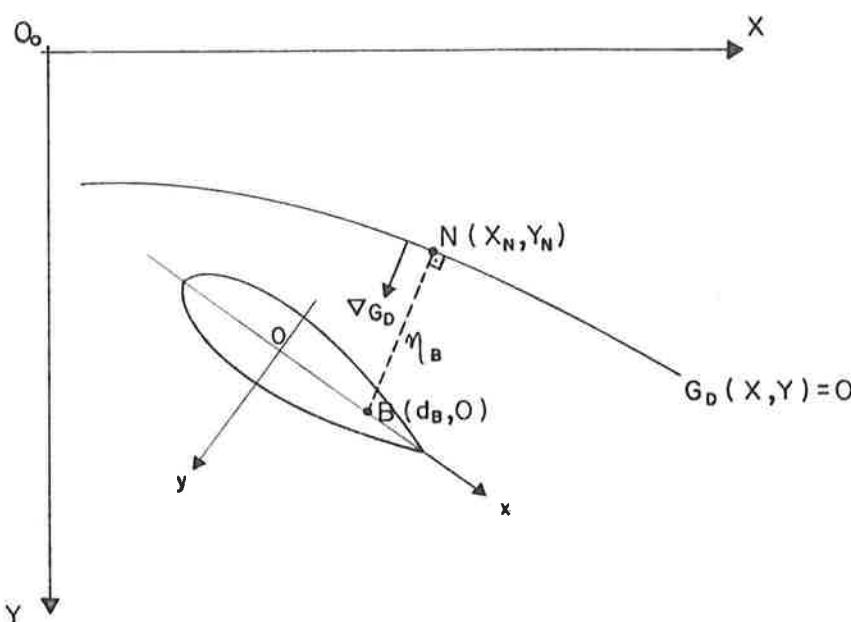


Fig. 3.15

Num dado instante, seja n_B a distância de B à trajetória desejada e N o pé da perpendicular baixada desde B até a curva $G_D(X, Y) = 0$. Convencionase que n_B é positivo quando o vetor $(B - N)$ tem sentido concorde com ∇G_D e negativo em caso contrário.

A condição de que o ponto B esteja instantaneamente sobre a trajetória desejada expressa-se então por:

$$n_B = \eta(X_B, Y_B) = 0 \quad (3.4.2)$$

onde:

$$X_B = X_0 + d_B \cdot \cos \psi \quad (3.4.3)$$

$$Y_B = Y_0 + d_B \cdot \sin \psi \quad (3.4.4)$$

Seja \vec{v} o versor da direção definida pela linha de centro do navio no sentido do movimento (fig. 3.16):

$$\vec{v} = \cos \psi \cdot \vec{i} + \sin \psi \cdot \vec{j} \quad (3.4.5)$$

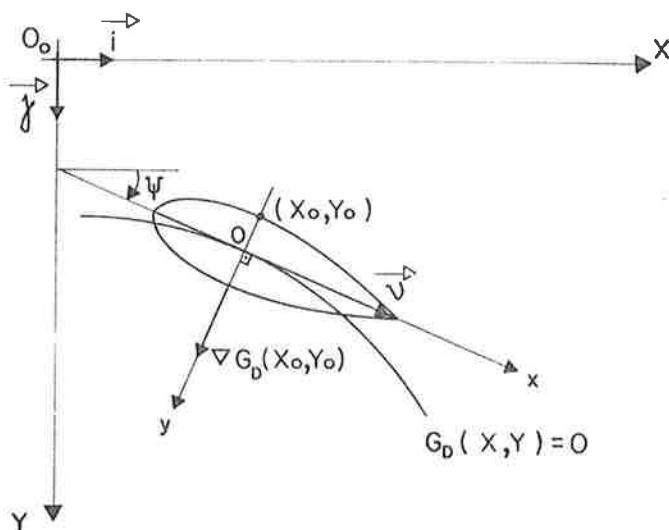


Fig. 3.16

Como o vetor $\nabla G_D(X, Y)$ é normal à curva $G_D(X, Y) = 0$, a condição de paralelismo entre a linha de centro da embarcação e a trajetória desejada obtém-se de maneira simples através da operação de produto escalar:

$$\frac{\partial}{\partial X_0} G_D(X_0, Y_0) \cdot \cos \psi + \frac{\partial}{\partial Y_0} G_D(X_0, Y_0) \cdot \sin \psi = 0 \quad (3.4.6)$$

Os objetivos de controle representados pelas equações (3.4.2) e (3.4.6) poderiam ser designados estáticos por envolverem apenas variáveis de posição da embarcação.

É conveniente acrescentar a essas condições, outras de natureza cinemática para incorporar aos objetivos de controle a tendência com o tempo de que o navio continue navegando sobre a trajetória desejada e paralelamente a ela.

Sendo assim, impõe-se adicionalmente que a velocidade da embarcação seja paralela à trajetória desejada (fig. 3.17).

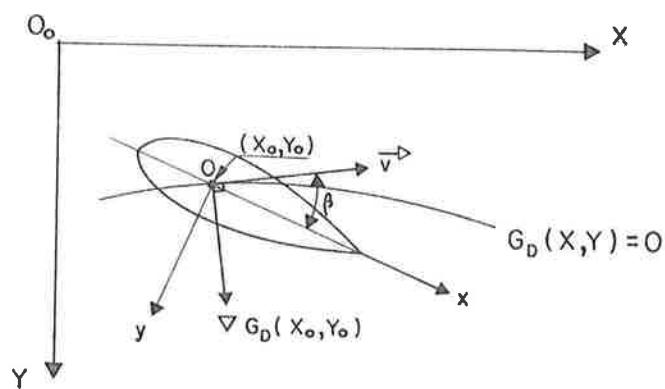


Fig. 3.17

Portanto:

$$\frac{\partial}{\partial X_0} G_D(X_0, Y_0) \cdot v_x + \frac{\partial}{\partial Y_0} G_D(X_0, Y_0) \cdot v_y = 0 \quad (3.4.7)$$

Cabe notar que carece de um certo rigor a afirmação anterior a respeito da velocidade da embarcação pois, no contexto deste trabalho, o navio não pode ser confundido com um ponto material. Consequentemente, não há sentido em se falar em velocidade do navio pois cada um dos seus pontos apresenta uma velocidade própria, como resultado da rotação a que está sujeita a embarcação.

Apenas como ilustração, para embarcações da classe Mariner, a componente da velocidade proveniente da rotação é no máximo da ordem de 10% da velocidade de translação correspondente a movimento retilíneo e uniforme.

Portanto é satisfatória a escolha do ponto 0 como referência para a condição de velocidade.

Resta ainda a considerar a condição cinemática relativa ao paralelismo entre a linha de centro da embarcação e a trajetória desejada.

É desejável que a rotação da embarcação seja tal que, em seu movimento, ela acompanhe a curvatura da trajetória

a ser seguida. Designando por r_d a velocidade angular desejada, tem-se então:

$$r - r_d = 0 \quad (3.4.8)$$

Seja ρ o raio de curvatura da trajetória desejada e Δs o comprimento de arco percorrido no intervalo de tempo Δt (fig. 3.18).

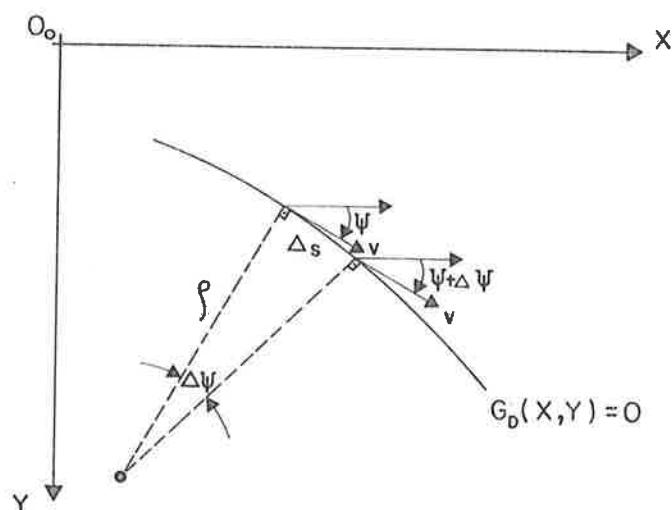


Fig. 3.18

Então:

$$\Delta s \approx \rho \cdot \Delta \psi \approx v \cdot \Delta t \quad (3.4.9)$$

e, passando ao limite para $\Delta t \rightarrow 0$ vem:

$$\rho \cdot \frac{d\psi}{dt} = v \quad (3.4.10)$$

Portanto:

$$r_d = \frac{v}{\rho} \quad (3.4.11)$$

O raio de curvatura ρ , conforme comparece em (3.4.11), apresenta-se afetado de um sinal algébrico dependente do sentido de percurso da trajetória $G_D(X, Y) = 0$:

- $\rho > 0$ para os pontos em que o vetor tangente à trajetória no sentido do percurso forma ângulos crescentes com o eixo $O_0 X$ (fig. 3.19-a).
- $\rho < 0$ em caso contrário (fig. 3.19-b)

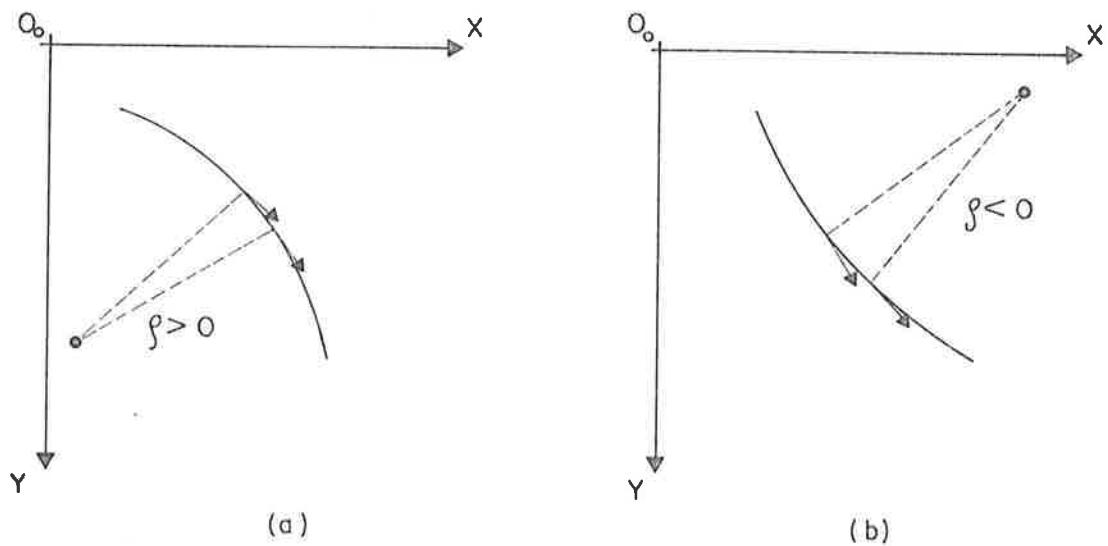


Fig. 3.19

Observe-se que a condição estática (3.4.6) e a condição cinemática (3.4.7) só podem ser satisfeitas simultaneamente quando o ângulo de abatimento β é nulo, isto é, quando a velocidade do ponto O tem a mesma direção da linha de centro do navio. Por outro lado, a realização de manobras é normalmente acompanhada do aparecimento de ângulos de abatimento não nulos, embora relativamente pequenos.

Optou-se aqui pela manutenção das duas condições como objetivos de controle em razão das inspirações diferentes que as motivaram. Deixou-se por conta dos resultados dos testes realizados a validação dessa decisão.

As equações (3.4.2), (3.4.6), (3.4.7) e (3.4.8) constituem pois os objetivos de controle na forma requerida pela equação (2.3.4).

Há que se acrescentar ainda alguns comentários a respeito da importância de se ter tomado um ponto B (Fig. 3.-15) como referência para medida do desvio da embarcação em relação à trajetória desejada.

A localização do ponto B sobre a embarcação não é completamente arbitrária, mas depende da dinâmica do navio para que a ação do controlador proposto tenha sucesso. O ponto central da questão é que o controlador foi desenvolvido com base num modelo linearizado da dinâmica da embarcação e esta a-

presenta características peculiares, que exigem certos cuidados num procedimento de linearização. Tais aspectos são abordados a seguir.

Inicialmente, atente-se para o significado da matriz $\Gamma(t_{k+1}, t_k)$ (eq. 2.3.14). Para isso, considere-se a equação linearizada (2.3.16), repetida abaixo para maior facilidade de referência:

$$\delta X(t_{k+1}) = \phi(t_{k+1}, t_k) \cdot \delta X(t_k) + \Gamma(t_{k+1}, t_k) \cdot \delta U_k + W_{k+1}$$

Sob as seguintes condições:

i) o estado real é conhecido exatamente

$$(\delta X(t_k)) = 0$$

ii) não há ruído agindo sobre o sistema ($W_{k+1} = 0$)

tem-se que os elementos da matriz $\Gamma(t_{k+1}, t_k)$ medem a taxa de variação de cada componente de $X(t_{k+1})$ em relação às variáveis de controle U_k :

$$\Gamma(t_{k+1}, t_k) = \frac{\partial}{\partial U_k} X(t_{k+1}) \quad (3.4.12)$$

Isto posto, admita-se o navio navegando em movimento retilíneo e uniforme, com o leme em zero, conforme mostra a figura (3.20).

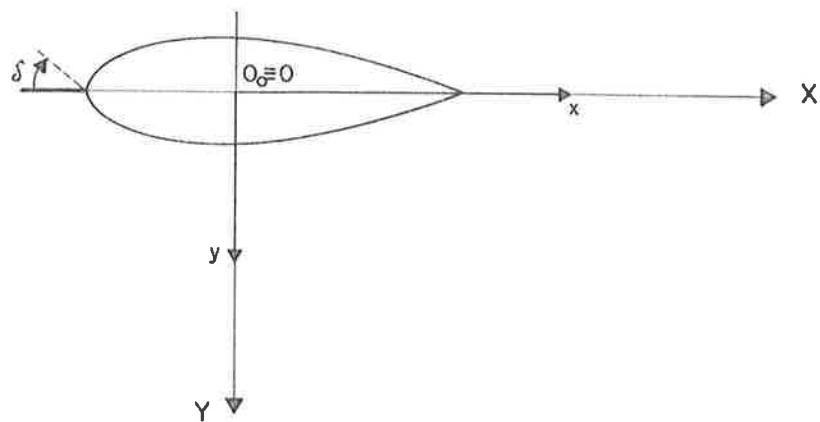


Fig. 3.20

Aplicando-se através do leme uma excitação ao sistema na forma de um degrau para bombordo, a linha de centro do navio apresentará pontos que se deslocarão segundo o sentido positivo do eixo O_0Y (pontos próximos à popa), e outros em sentido oposto (na região da proa) em virtude da rotação da embarcação e de uma espécie de "derrapagem" da popa.

Fisicamente esse comportamento explica-se pelo aparecimento no leme de uma componente de força direcionada concordantemente com o eixo O_0Y que, ao lado de tender a deslocar no princípio a popa nesse mesmo sentido, provoca o surgimento de um momento em relação ao centro de gravidade do navio que tende a ocasionar uma rotação no sentido negativo.

No caso aqui tratado de controle de trajetórias

de embarcações através da ação do leme ($U_k = \delta_k$), a matriz ... $r(t_{k+1}, t_k)$ apresenta-se como um vetor. Em razão de Y_0 ter sido definido como o segundo elemento do vetor de estados (eq. 3.3.6), a taxa de variação de Y_{0k+1} em relação a δ_k é dada por $r_2(t_{k+1}, t_k)$:

$$r_2(t_{k+1}, t_k) = \frac{\partial}{\partial \delta_k} Y_{0k+1} \quad (3.4.13)$$

Para navios da classe Mariner, por exemplo, constata-se que $r_2(t_{k+1}, t_k) > 0$. Ou seja, a tendência imediata do ponto 0 é deslocar-se no sentido do eixo O_0Y , embora a "longo prazo", haja uma tendência à reversão do movimento (fig. 3.21)

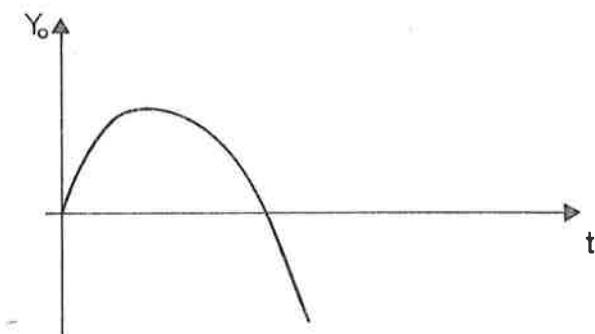


Fig. 3.21

Por esse motivo, o ponto 0 não é conveniente como referência para a medida do desvio em relação à trajetória

desejada.

Tomando-se o ponto B suficientemente a vante de 0, o problema pode ser superado, obtendo-se para $Y_B(t)$ um comportamento conforme o esboçado na figura 3.22.

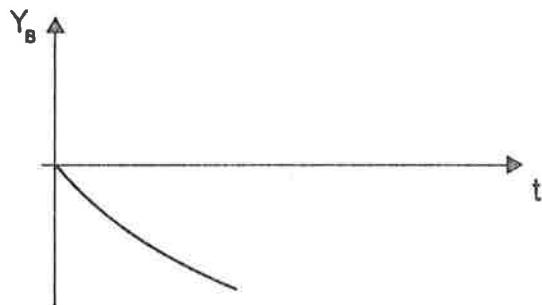


Fig. 3.22

Note-se que, embora se mantenha inalterado o elemento $\Gamma_2(t_{k+1}, t_k)$, para o controlador essas modificações se refletem sobre $h(x)$ (eq. 2.3.4) e h_{k+1}^* (eq. 2.3.20), através da definição do ponto B.

4. RESULTADOS OBTIDOS

4.0. Considerações Preliminares

O problema geral de controle tratado neste trabalho pode ser representado na forma de diagrama de blocos conforme a figura 4.1.

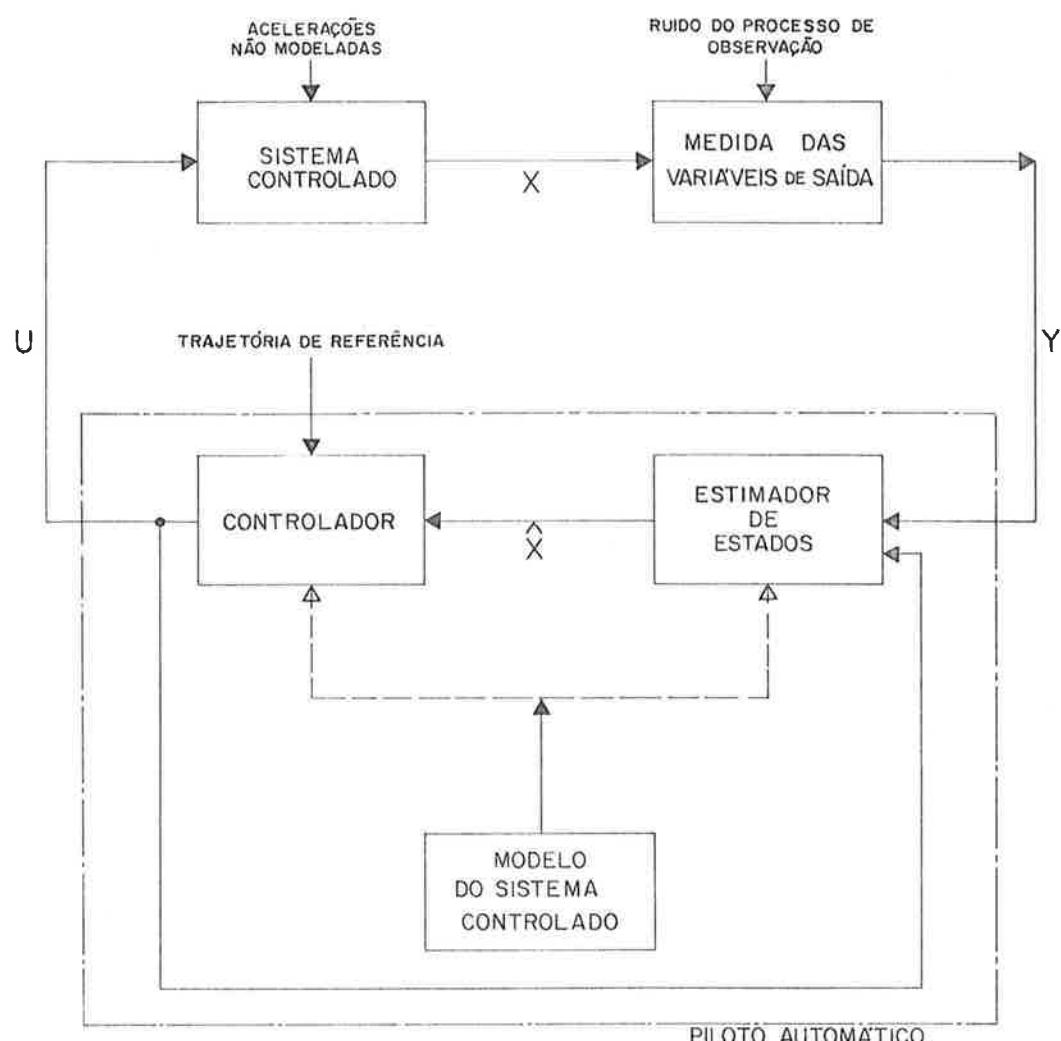


Fig. 4.1

Nos capítulos 2 e 3 tratou-se de forma detalhada dos blocos "MODELO DO SISTEMA CONTROLADO", "ESTIMADOR DE ESTADOS" e "CONTROLADOR", os quais constituem o macro-bloco "PILOTO AUTOMÁTICO".

Neste Capítulo são apresentados alguns resultados obtidos em testes do procedimento proposto, realizados através de simulação digital.

Em outras palavras, o piloto automático é testado para uma embarcação cuja dinâmica é simulada (aqui designada por "real", para distinguí-la daquela cujo modelo é conhecido pelo piloto automático), utilizando para tanto observações realizadas por um sistema de medidas também simulado.

4.1. Modelo Matemático "Real" do Movimento da Embarcação

As equações de estado utilizadas para descrever o movimento "real" da embarcação são formalmente análogas às equações (3.2.3), exceto no que se refere às acelerações e_x, e_y e e_r :

$$\begin{aligned}\dot{x}_0 &= v_x \\ \dot{y}_0 &= v_y \\ \dot{\psi} &= r \\ \dot{v}_x &= -r \cdot v_y + g_1[\cdot] \cdot \cos\psi - g_2[\cdot] \cdot \sin\psi + e_x\end{aligned}\tag{4.1.1}$$

$$\begin{aligned}\dot{v}_y &= r \cdot v_x + g_1[\cdot] \cdot \sin\psi + g_2[\cdot] \cdot \cos\psi + e_y \\ \dot{r} &= g_3[\cdot] + e_r \\ \dot{\psi} &= g_4(\delta, \delta_c)\end{aligned}$$

As expressões de $g_1[\cdot]$, $g_2[\cdot]$ e $g_3[\cdot]$ constam do Apêndice I (equação A.1.3).

Os termos e_x , e_y e e_r representam o efeito sobre a embarcação resultante da ação de agentes externos: e_x e e_y são as acelerações lineares segundo os eixos O_0X e O_0Y , respectivamente, enquanto que e_r é a aceleração angular. Cada uma dessas acelerações pode então ser escrita como uma soma de três parcelas:

$$\begin{aligned}e_x &= e_{xv} + e_{xc} + e_{xe} \\ e_y &= e_{yv} + e_{yc} + e_{ye} \\ e_r &= e_{rv} + e_{rc} + e_{re}\end{aligned}\tag{4.1.2}$$

em que o sub-índice v refere-se a vento, c a corrente e e a quaisquer outros fatores externos que se queira considerar.

As expressões que definem as acelerações induzidas na embarcação pela ação de vento e corrente são apresentadas no item 3.3.2.1. Embora essa formulação represente apenas de maneira aproximada tais efeitos, considerar-se-á satisfatória

para os propósitos de teste.

Sabe-se [14], por exemplo, que a direção da força resultante não coincide exatamente com a direção de incidência do vento.

Além disso, admite-se que a força e o momento resultantes dependam de maneira simples das áreas lateral e frontal projetadas.

O centro de pressão varia com a direção relativa de incidência do vento sobre a embarcação, não sendo pois constante.

Também as acelerações provocadas pela ação de corrente são equacionadas de forma simplificada.

Entretanto, tais aproximações não limitam os resultados obtidos neste trabalho, já que o piloto automático trata os efeitos de vento e corrente sobre a embarcação através de um procedimento de estimação de acelerações não modeladas, completamente independente da natureza dessas acelerações.

Não é portanto de grande relevância a modelagem fiel, uma vez que o modelo adotado apresentado neste item tem por finalidade apenas permitir simular o comportamento da embarcação "real" sob a ação de vento e corrente, sendo plenamente

te satisfatório para isso.

4.2. Sistema de Medida das Variáveis Observadas

O sistema de medida das variáveis observadas também é simulado para fins de teste do piloto automático.

As variáveis observadas são geradas a partir do estado "real" da embarcação e então corrompidas por um ruído gaussiano de média nula e variância que caracterize a precisão do processo de medida utilizado.

Assim, por exemplo, a medida da distância a uma das estações de observação é obtida da seguinte forma:

i) cálculo da distância "real" à estação de observação;

ii) geração de um número pseudo-aleatório de distribuição gaussiana com média nula e variância associada à precisão do processo de medida de distância;

iii) obtenção da medida através da soma da distância referida em i) com o número pseudo-aleatório do item ii).

4.3. Exemplos

Os resultados apresentados a seguir foram selecionados como os mais significativos dentre os testes realiza-

dos com o piloto automático proposto. Correspondem a um navio mercante da classe Mariner [16], cujas características são dadas adiante.

Para cada caso são apresentados sob forma gráfica:

i) a trajetória resultante da ação do piloto sobre a embarcação, a trajetória desejada (linha pontilhada) e a posição das estações de referência (○)

ii) o ângulo de leme necessário à realização do objetivo de controle como função do tempo;

iii) as acelerações totais e as respectivas parciais não modeladas associadas às velocidades v_x , v_y e à velocidade angular r :

— - - - - ACELERAÇÃO TOTAL REAL

- - - - - ACELERAÇÃO TOTAL ESTIMADA

— — — — ACELERAÇÃO NÃO MODELADA REAL

— — — — ACELERAÇÃO NÃO MODELADA ESTIMADA

A aceleração não modelada real deve ser entendida como a diferença entre a aceleração total real e a aceleração modelada no estimador.

iv) os erros observados em posição (Δ_{xy}), em velocidade (Δ_v), em ângulo de rumo aparente (Δ_ψ) e em velocidade angular (Δ_r), bem como, em cada caso, o desvio padrão do erro na estimativa do estado fornecido pelo filtro estendido de Kalman (linha tracejada):

$$\Delta_{XY} = \sqrt{(X_0 - \hat{X}_0)^2 + (Y_0 - \hat{Y}_0)^2} \quad (4.3.1)$$

$$\Delta_v = \sqrt{(v_x - \hat{v}_x)^2 + (v_y - \hat{v}_y)^2} \quad (4.3.2)$$

$$\Delta_\psi = |\psi - \hat{\psi}| \quad (4.3.3)$$

$$\Delta_r = |r - \hat{r}| \quad (4.3.4)$$

onde as variáveis acompanhadas de acento circunflexo (\hat{X}_0 , \hat{Y}_0 , \hat{v}_x , \hat{v}_y , $\hat{\psi}$ e \hat{r}) correspondem às estimativas das variáveis reais (X_0 , Y_0 , v_x , v_y , ψ e r , respectivamente).

Em virtude da discrepância deliberada entre os valores reais e as estimativas iniciais, as condições iniciais não foram representadas nos gráficos pois, de outra forma, as escalas adotadas se tornariam inconvenientes para representar os demais pontos.

Em todos os casos, o modelo da embarcação "real" corresponde às funções $g_i(\cdot)$ (eq. A.1.3) com termos até 3ª ordem. Por outro lado, o modelo em que se baseia o piloto automático contém apenas os termos lineares de $g_i(\cdot)$.

Além disso, em todos os casos, as derivadas hidrodinâmicas do piloto automático foram tomadas adicionando-se aos valores "reais" um erro pseudo-aleatório, normal, de média zero e desvio padrão 15%. O objetivo desse procedimento é representar os erros experimentais na determinação das derivadas hidrodinâmicas.

Os efeitos de sucção, em todos os casos, tendem a afastar a embarcação da linha de centro do canal, sendo incorporados ao modelo da embarcação "real" através das derivadas hidrodinâmicas Y_η e N_η :

$$\begin{aligned} Y_\eta &= 0,235 \times 10^{-2} \\ N_\eta &= -0,310 \times 10^{-3} \end{aligned} \quad (\text{MARINER})$$

No entanto, para o piloto automático, esses efeitos não são modelados ($Y_\eta = N_\eta = 0$).

O sistema utilizado para as simulações foi o .. PDP-15/77-D.O.S. com 32 K palavras de memória principal existente na Divisão de Engenharia Naval do I.P.T.

4.3.1. Exemplo 1

O objetivo deste exemplo é mostrar o desempenho do piloto automático em condições ambientais desfavoráveis, tendo como referência a ser seguida uma trajetória senoidal de características geométricas um tanto severas. Assim é que o raio de curvatura da trajetória de referência nos picos de sénóide é de 405,3 metros, enquanto que o diâmetro tático da embarcação, obtido por simulação digital, é de 794 metros para o leme a 35º a boreste e 829 metros para 35º a bombordo.

Vento: 40 nós em sentido oposto ao eixo O₀Y.

Corrente: 2 nós, paralela em cada ponto à trajetória de referência e no mesmo sentido do movimento da embarcação.

Linha de centro do canal: coincidente com a trajetória de referência.

Intervalo de tempo entre observações: 2s.

Intervalo de controle: 8s.

Referência para medida do desvio em relação à trajetória de referência: $d_b = +80m$.

Erros percentuais nas derivadas hidrodinâmicas de primeira ordem referidos aos valores reais:

X_u	: -25,5%	$X_{\dot{u}}$: 20,9%
N_v	: -19,6%	$Y_{\dot{r}}$: - 0,3%
Y_v	: 5,0%	$N_{\dot{r}}$: - 6,0%
N_r	: 6,0%	Y_r	: 19,2%
N_δ	: 10,1%	Y_δ	: -14,6%
$Y_{\dot{v}}$: 14,6%	$N_{\dot{v}}$: 13,8%
N_{ou}	: 8,6%	Y_{ou}	: 1,3%
N_o	: 5,2%	Y_o	: 17,1%

DESENVOLVIMENTOS MATEMÁTICAS

4.00 EQUAÇÕES DIFERENCIAIS AUTÔMATOS

X ₀	= -0.137147742	X ₁	= -0.111153572	X ₀₁	= 0.0200000E+00
X ₂	= 0.043100E+00	X ₃	= 0.0200000E+00	X ₂₁	= 0.0200000E+00
X ₄	= 0.046324E+00	X ₅	= 0.0200000E+00	X ₃₂	= 0.0200000E+00
X ₆	= 0.046324E+00	X ₇	= 0.0200000E+00	X ₄₃	= 0.0200000E+00
X ₈	= 0.046324E+00	X ₉	= 0.0200000E+00	X ₅₄	= 0.0200000E+00
X ₁₀	= 0.046324E+00	X ₁₁	= 0.0200000E+00	X ₆₅	= 0.0200000E+00
X ₁₂	= 0.046324E+00	X ₁₃	= 0.0200000E+00	X ₇₆	= 0.0200000E+00
X ₁₄	= 0.046324E+00	X ₁₅	= 0.0200000E+00	X ₈₇	= 0.0200000E+00
X ₁₆	= 0.046324E+00	X ₁₇	= 0.0200000E+00	X ₉₈	= 0.0200000E+00
X ₁₈	= 0.046324E+00	X ₁₉	= 0.0200000E+00	X ₀₀₁	= 0.0200000E+00
X ₂₀	= 0.046324E+00	X ₂₁	= 0.0200000E+00	X ₁₀₀	= 0.0200000E+00
X ₂₂	= 0.046324E+00	X ₂₃	= 0.0200000E+00	X ₂₀₀	= 0.0200000E+00
X ₂₄	= 0.046324E+00	X ₂₅	= 0.0200000E+00	X ₃₀₀	= 0.0200000E+00
X ₂₆	= 0.046324E+00	X ₂₇	= 0.0200000E+00	X ₄₀₀	= 0.0200000E+00
X ₂₈	= 0.046324E+00	X ₂₉	= 0.0200000E+00	X ₅₀₀	= 0.0200000E+00
X ₃₀	= 0.046324E+00	X ₃₁	= 0.0200000E+00	X ₆₀₀	= 0.0200000E+00
X ₃₂	= 0.046324E+00	X ₃₃	= 0.0200000E+00	X ₇₀₀	= 0.0200000E+00
X ₃₄	= 0.046324E+00	X ₃₅	= 0.0200000E+00	X ₈₀₀	= 0.0200000E+00
X ₃₆	= 0.046324E+00	X ₃₇	= 0.0200000E+00	X ₉₀₀	= 0.0200000E+00
X ₃₈	= 0.046324E+00	X ₃₉	= 0.0200000E+00	X ₀₀₀₁	= 0.0200000E+00
X ₄₀	= 0.046324E+00	X ₄₁	= 0.0200000E+00	X ₁₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₄₂	= 0.046324E+00	X ₄₃	= 0.0200000E+00	X ₂₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₄₄	= 0.046324E+00	X ₄₅	= 0.0200000E+00	X ₃₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₄₆	= 0.046324E+00	X ₄₇	= 0.0200000E+00	X ₄₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₄₈	= 0.046324E+00	X ₄₉	= 0.0200000E+00	X ₅₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₅₀	= 0.046324E+00	X ₅₁	= 0.0200000E+00	X ₆₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₅₂	= 0.046324E+00	X ₅₃	= 0.0200000E+00	X ₇₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₅₄	= 0.046324E+00	X ₅₅	= 0.0200000E+00	X ₈₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₅₆	= 0.046324E+00	X ₅₇	= 0.0200000E+00	X ₉₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₅₈	= 0.046324E+00	X ₅₉	= 0.0200000E+00	X ₀₀₀₀₁	= 0.0200000E+00
X ₆₀	= 0.046324E+00	X ₆₁	= 0.0200000E+00	X ₁₀₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₆₂	= 0.046324E+00	X ₆₃	= 0.0200000E+00	X ₂₀₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₆₄	= 0.046324E+00	X ₆₅	= 0.0200000E+00	X ₃₀₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₆₆	= 0.046324E+00	X ₆₇	= 0.0200000E+00	X ₄₀₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₆₈	= 0.046324E+00	X ₆₉	= 0.0200000E+00	X ₅₀₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₇₀	= 0.046324E+00	X ₇₁	= 0.0200000E+00	X ₆₀₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₇₂	= 0.046324E+00	X ₇₃	= 0.0200000E+00	X ₇₀₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₇₄	= 0.046324E+00	X ₇₅	= 0.0200000E+00	X ₈₀₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₇₆	= 0.046324E+00	X ₇₇	= 0.0200000E+00	X ₉₀₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₇₈	= 0.046324E+00	X ₇₉	= 0.0200000E+00	X ₀₀₀₀₀₁	= 0.0200000E+00
X ₈₀	= 0.046324E+00	X ₈₁	= 0.0200000E+00	X ₁₀₀₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₈₂	= 0.046324E+00	X ₈₃	= 0.0200000E+00	X ₂₀₀₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₈₄	= 0.046324E+00	X ₈₅	= 0.0200000E+00	X ₃₀₀₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₈₆	= 0.046324E+00	X ₈₇	= 0.0200000E+00	X ₄₀₀₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₈₈	= 0.046324E+00	X ₈₉	= 0.0200000E+00	X ₅₀₀₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₉₀	= 0.046324E+00	X ₉₁	= 0.0200000E+00	X ₆₀₀₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₉₂	= 0.046324E+00	X ₉₃	= 0.0200000E+00	X ₇₀₀₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₉₄	= 0.046324E+00	X ₉₅	= 0.0200000E+00	X ₈₀₀₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₉₆	= 0.046324E+00	X ₉₇	= 0.0200000E+00	X ₉₀₀₀₀₀	= 0.0200000E+00
X ₉₈	= 0.046324E+00	X ₉₉	= 0.0200000E+00	X ₀₀₀₀₀₀₁	= 0.0200000E+00
X ₁₀₀	= 0.046324E+00	X ₁₀₁	= 0.0200000E+00	X ₁₀₀₀₀₀₀	= 0.0200000E+00

M O D E L O N A E M A R C A C A G O R E A L

XJ	-0.19444E-12	XUP	= -0.44363E-02	XUU	= -0.11322E-02	XVV	= -0.89922E-02
XRP	-0.18463E-05	XG	= 0.44363E+02	XEE	= 0.79820E-02	XRY	= 0.79820E+02
XEV	-0.20345E+01	XEV	= 0.23202E+02	XER	= 0.93202E-03	XVU	= 0.93202E+02
XUR	-0.95362E-05	XRN	= 0.23202E+02	XED	= 0.21544E-02	XDU	= 0.21544E+02
XURX	-0.40362E+01	XRVU	= 0.23202E+02	XERU	= 0.19680E-02	XDUU	= 0.19680E+02
XURX	-0.70344E+02	XVU	= 0.93350E-03	XV	= 0.26422E-02	YRP	= 0.90020E-04
YV	-0.14340E-03	TZ	= 0.23504E-02	NR	= 0.16630E-02	ND	= 0.13930E-02
YR	-0.11630E-01	NQD	= 0.23504E-02	ND	= 0.60330E-04	ND	= 0.60330E-04
YD	-0.92931E-02	NE	= 0.23504E-02	ND	= 0.16630E-02	ND	= 0.16630E-02
YD	-0.27283E-02	YVA	= 0.23504E-01	NVP	= 0.23504E-03	NDU	= 0.23504E-03
YDU	-0.82063E-04	NQ	= 0.32320E-04	YD	= 0.42320E-04	NRU	= 0.42320E-04
YRU	-0.49904E-02	NVQ	= 0.26422E-02	YVU	= 0.11602E-01	NUD	= 0.27802E-02
YUD	-0.95560E-02	NQUR	= 0.20404E-02	YUJA	= 0.73202E+00	NUVR	= 0.54830E-01
YVVA	-0.15356E+03	NQUR	= 0.15356E+03	YVRA	= 0.94022E+00	NUVY	= 0.28020E+00
YUV	-0.12344E+04	NQVV	= 0.12344E+04	YVVA	= 0.18362E-01	YVYV	= 0.32782E-01
YEE	-0.10406E+04	NQGD	= 0.10406E+04	NVND	= 0.13203E-02	YKDD	= 0.13203E-02
YVGD	-0.46330E-04	NVQD	= 0.14363E+04	YVRD	= 0.10406E+02	NDQD	= 0.45732E-03
YDQD	-0.96022E-03	NDQD	= 0.13910E-02	YUUD	= 0.27840E-02	NVVD	= 0.48922E-02
YVVD	-0.11902E-01	NEED	= 0.10406E+02	YEED	= 0.30420E+00	NUVE	= 0.30420E-04
YQD	-0.31204E-04	NQUD	= 0.10406E+04	YQUD	= 0.10406E+04	NQRE	= 0.30420E+00
YVQE	-0.10406E+04	NQVF	= 0.10406E+04	YVFE	= 0.10406E+04	NQRE	= 0.30420E+00
YQFQ	-0.30406E+04	SENQ	= 0.10406E+04	YEND	= 0.10406E+04	MASSA	= 0.30420E+00

CARACTERÍSTICAS DA EMBARCAÇÃO

FABRICAÇÃO	MARTNER
COMPRIMENTO	1460.1 METROS
BOCA	22.0 METROS
CALADO	7.5 METROS
DESLOCAMENTO	16600 TONELADAS
VELOCIDADE	15.0 NOS
ÂNGULO DE LEVOU MAXIMA DE AÇÃO	35.0 GRaus
VELOCIDADE MAXIMA DE AÇÃO	4.0 GRaus/SEGUNDO
ÁREA FRENTEIAL PROJETADA ATUA DA LINHA D'ÁGUA	120.0 METROS**2
ÁREA LATERAL PROJETADA ATUA DA LINHA D'ÁGUA	80.0 METROS**2
ANCISSA DO PARCERENTRO DA ÁREA LATERAL	2.0 METROS

CONDICOES INICIAIS

	VALOR REAL	VALOR INICIAL	VALOR PÁRRADO	VALOR RESVIO	VALOR ESTIMATIVO
X0	0.0	-2.5	5.2	5.2	5.2 METROS
Y0	0.0	0.7	5.0	5.0	5.0 METROS
Z0	0.0	62.5	2.0	2.0	2.0 GRaus
PSI	60.0	7.5	0.1	0.1	0.1 NOS
VX	7.5	7.8	0.1	0.1	0.1 NOS
YY	13.0	12.9	0.1	0.1	0.1 GRaus/SEGUNDO
ZZ	10.0	-0.1	0.1	0.1	0.1 GRaus
DELTA	0.0	0.3	7.5	7.5	7.5 GRaus
FPSVX	-0.71E-02	0.27E-01	0.69E-01	0.69E-01	0.69E-01 METROS/SEGUNDO**2
FPSVY	0.22E-02	0.42E-01	0.69E-01	0.69E-01	0.69E-01 METROS/SEGUNDO**2
FPSVZ	0.13E-01	0.94E-02	0.13E-01	0.13E-01	0.13E-01 METROS/SEGUNDO**2
TVX	0.0	1.00E-02	200.	200.	200. SEGUNDOS
TVY	0.0	1.00E-02	200.	200.	200. SEGUNDOS
TZ	0.0	1.00E-02	200.	200.	200. SEGUNDOS
VELTAC	0.0	0.0	--	--	-- GRaus

CARACTERISTICAS DO PROCESSO DE OBSERVACAO

DADOS DE REFERENCIA PARA EMISSAO DE DISTANCIA E VELOCIDADE DE APROXIMACAO

- F I X A O S -	T (ERROS)	X(T) (METROS)	Y(T) (METROS)
1	1.300,0	520,0	
2	1.900,0	1.500,0	
3	3.300,0	750,0	
4	3.700,0	1.500,0	

- D A E M P A R C A Ç A O -

$$\theta_2 = 100,0 \text{ METROS}$$

DESVIOS DAS MEDIDAS NO PROCESSO DE MEDIDA

DISTANCIA	7.320,71 METROS
VELOCIDADE DE APROXIMACAO	0.500,01 METROS/SEGUNDO
VELOCIDADE ANGULAR	0.2000,02 GRAUS/SEGUNDO
ANGULO DE RUMO APARENTE	0.1900,02 GRAUS
ANGULO DE LEMBRANCA	0.5000,00 GRAUS

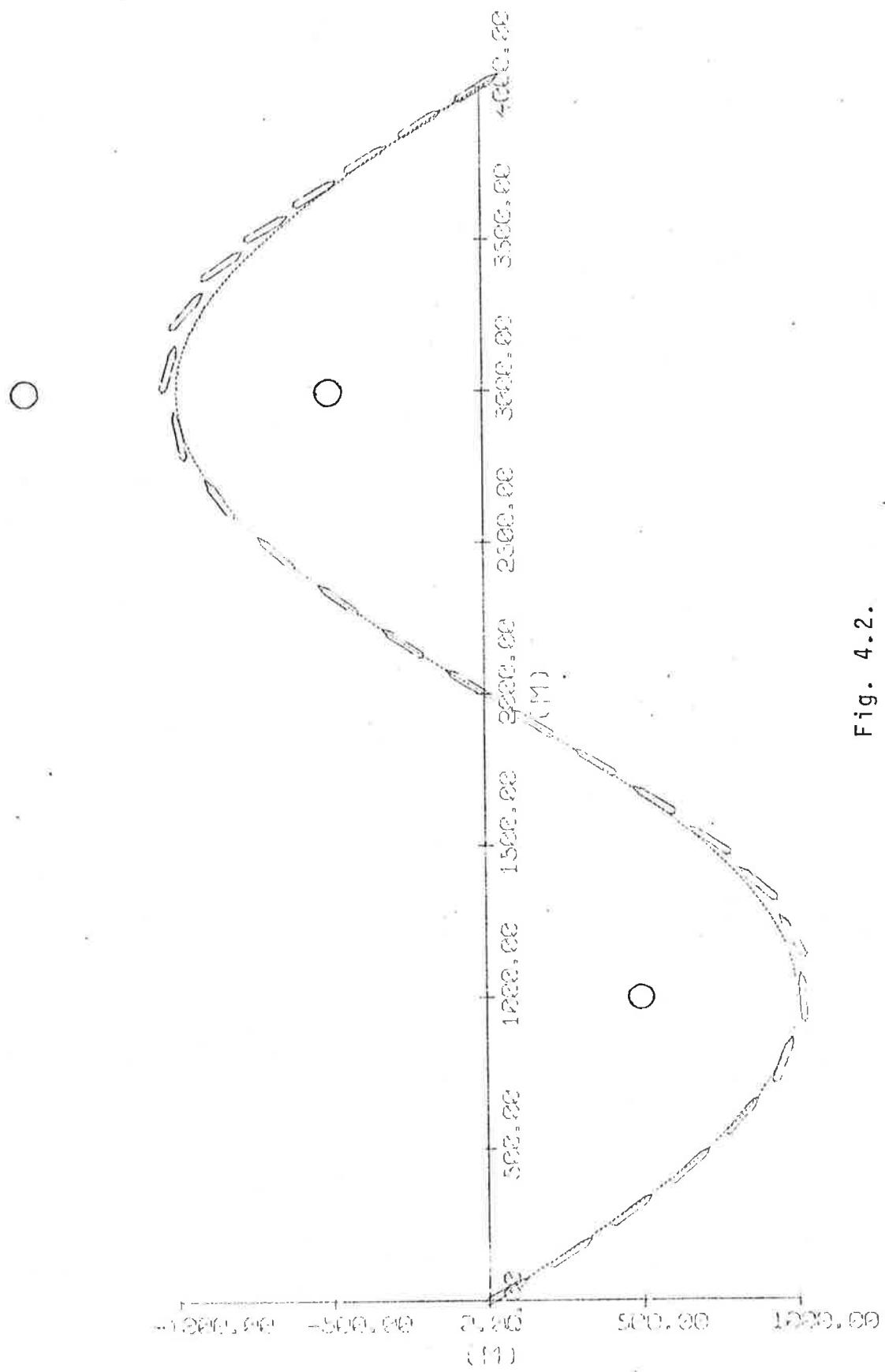


Fig. 4.2.

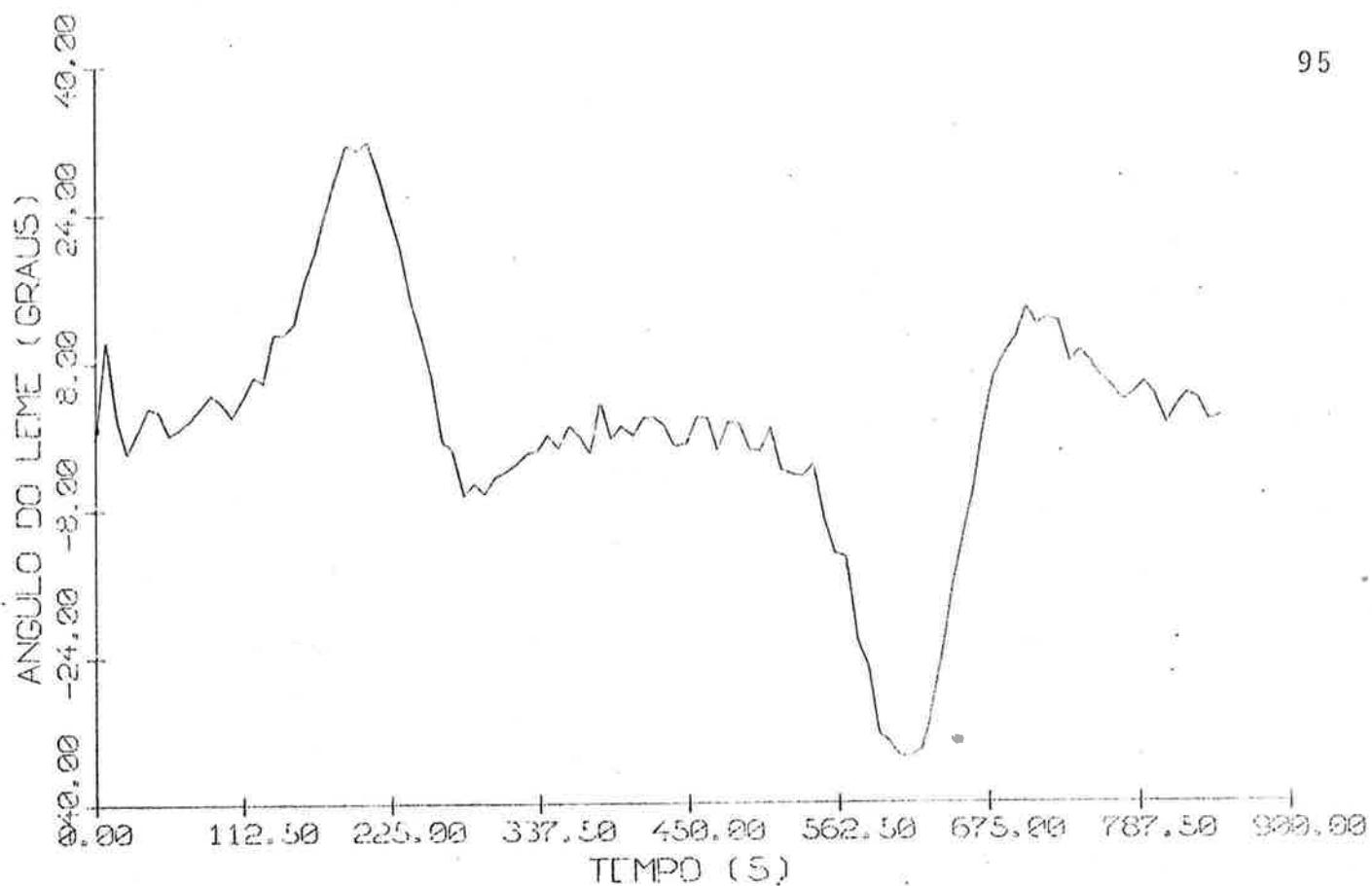


Fig. 4.3

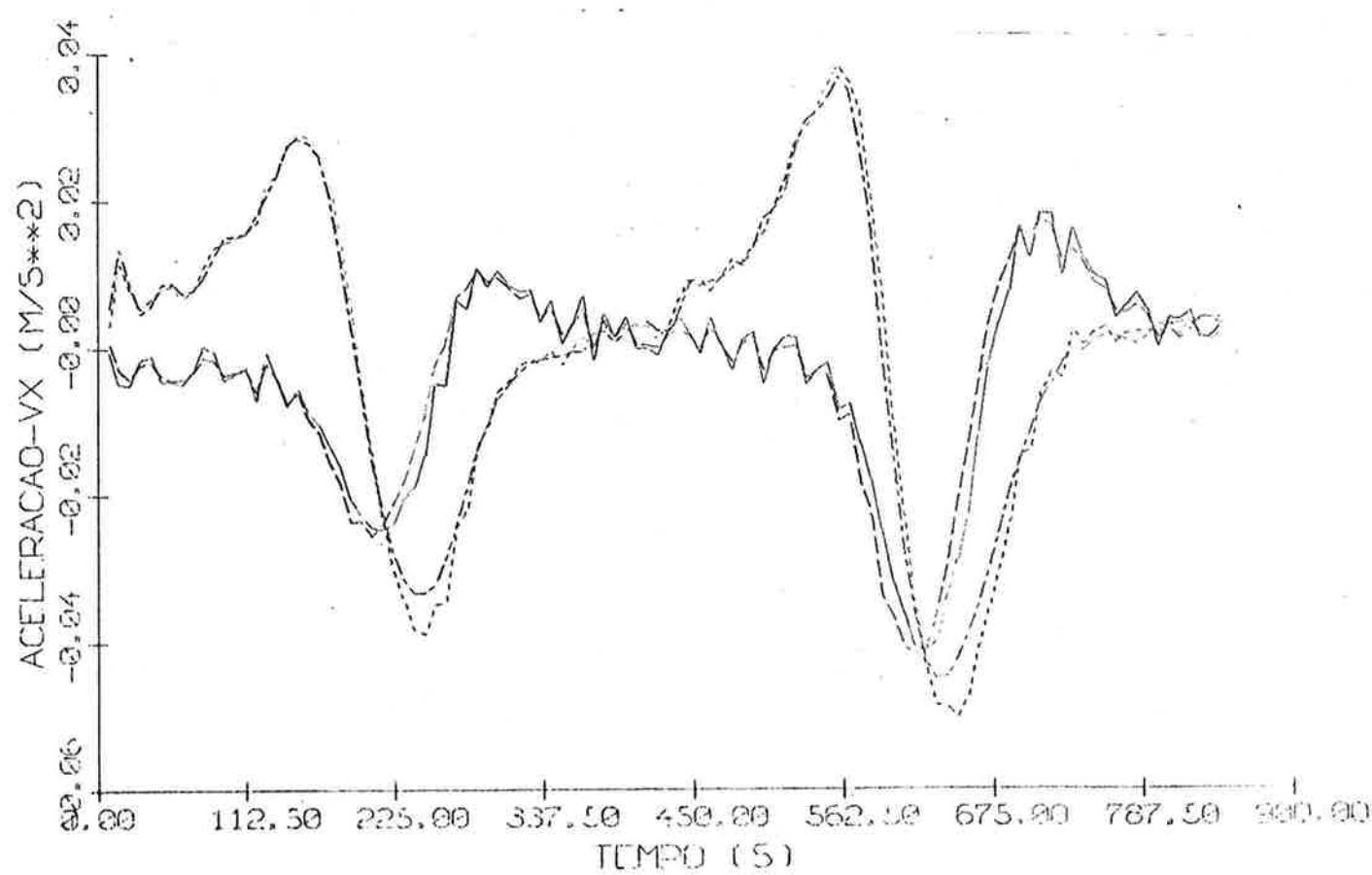


Fig. 4.4

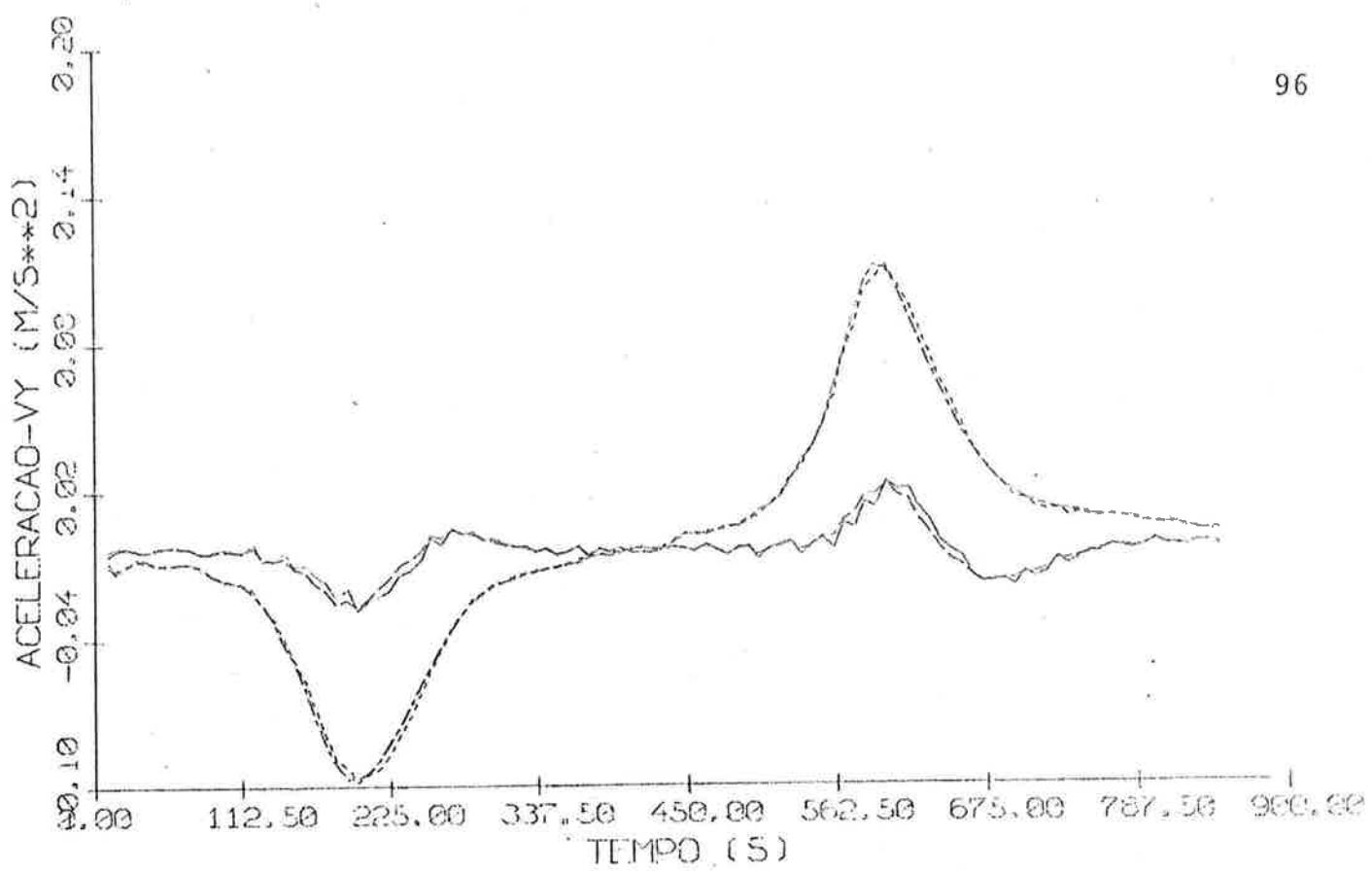


Fig. 4.5.

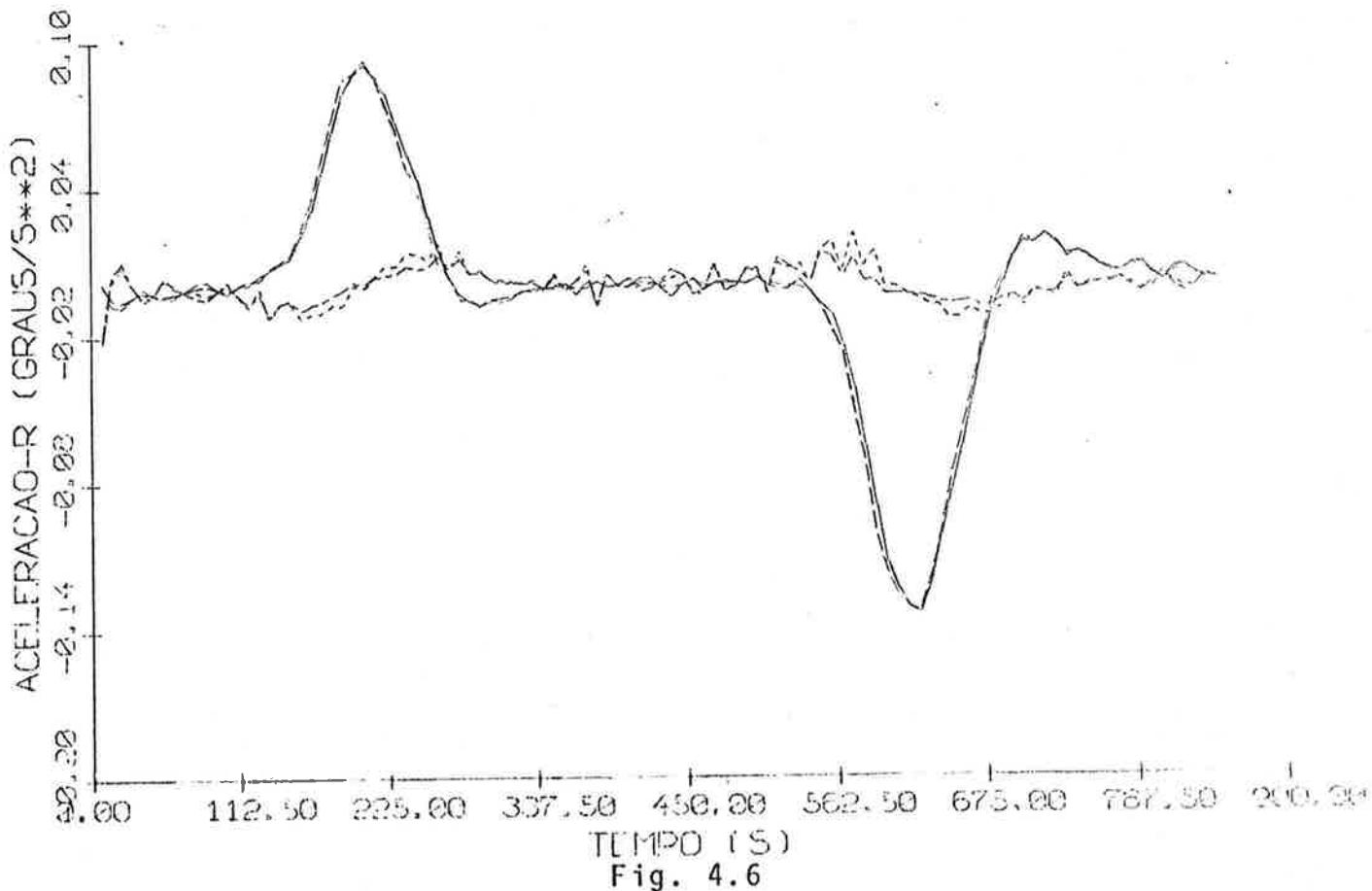


Fig. 4.6

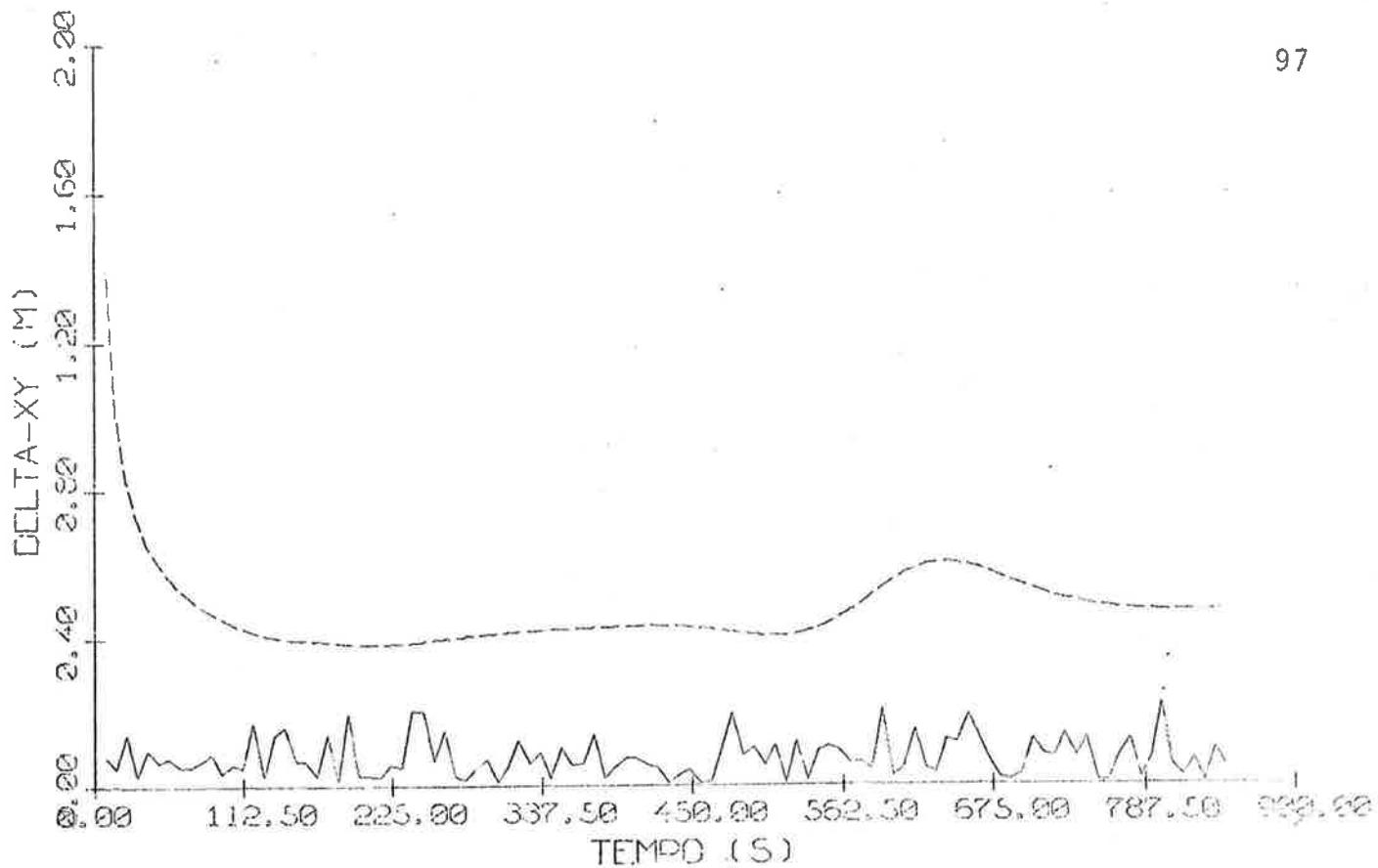


Fig. 4.7.

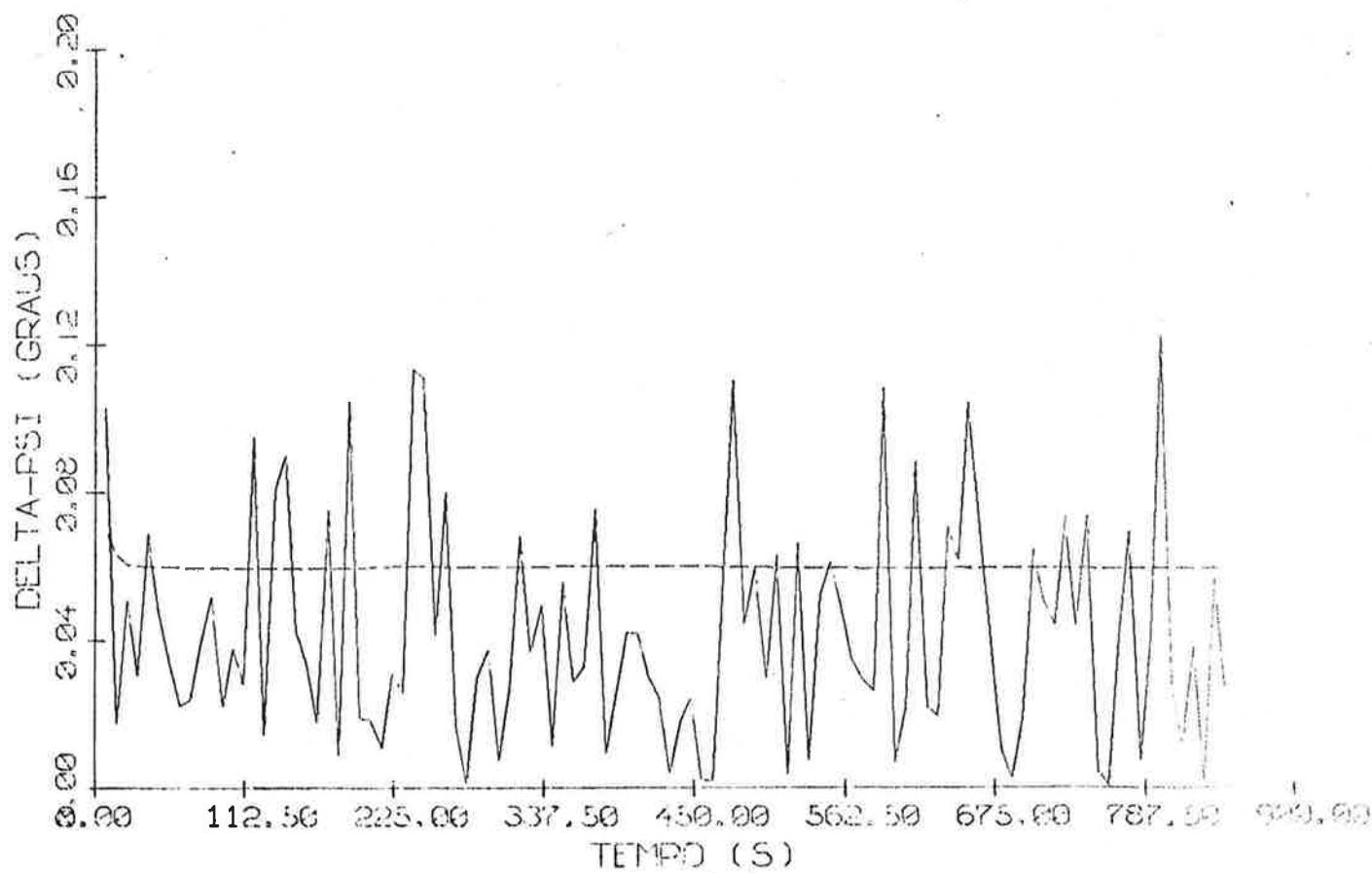


Fig. 4.8

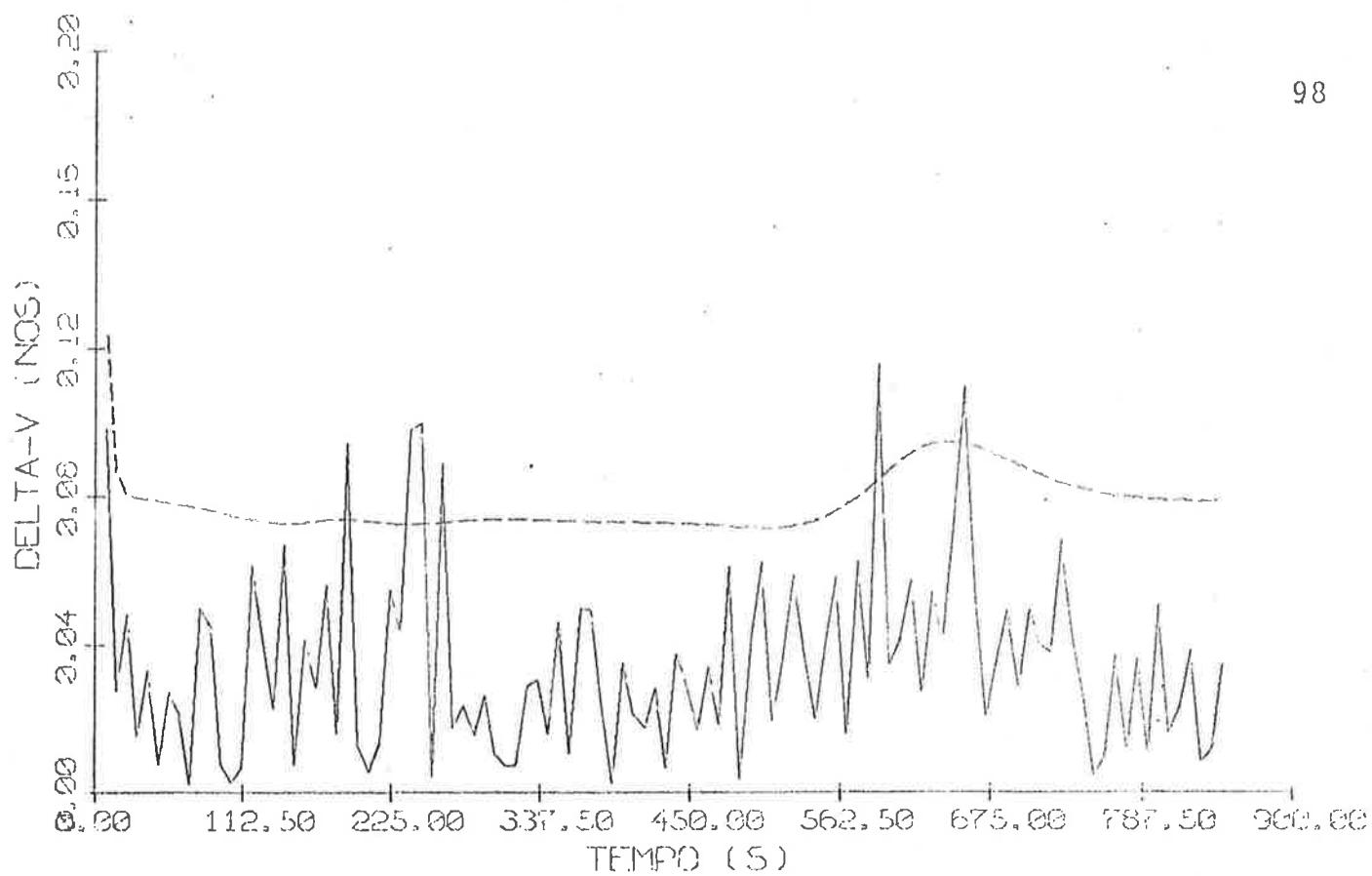


Fig. 4.9

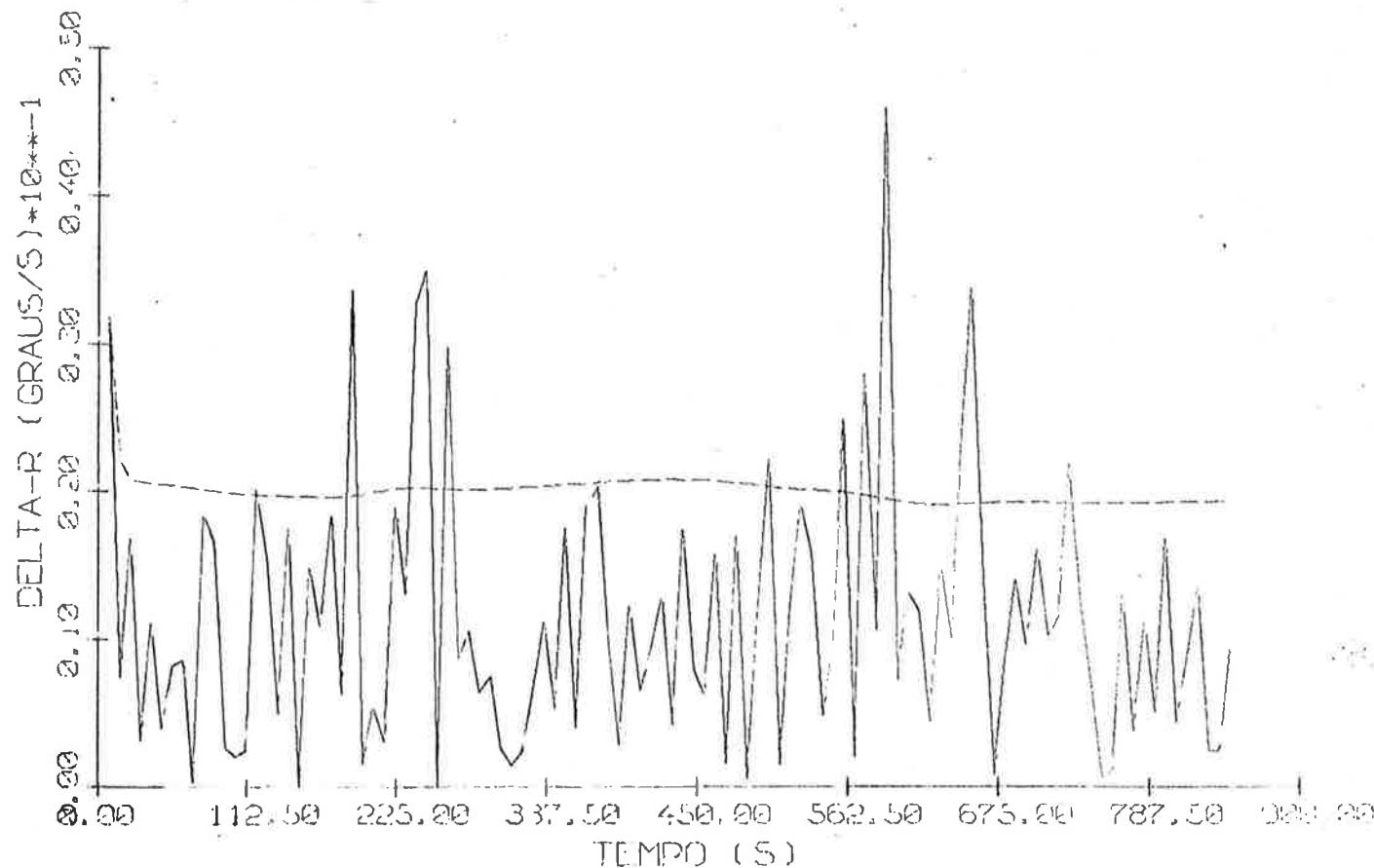


Fig. 4.10

O desempenho do piloto pode ser considerado muito bom neste caso.

A trajetória percorrida pela embarcação resultou bastante próxima da pré-especificada, verificando-se nas regiões de curvatura mais acentuada os maiores desvios, que são no entanto da mesma ordem de grandeza da boca do navio (fig. 4.2).

Observa-se uma boa concordância entre os valores estimados e os reais das acelerações segundo os eixos O_0X (fig. 4.4), O_0Y (fig. 4.5), bem como entre as acelerações angulares (fig. 4.6).

Note-se, a respeito da aceleração segundo o eixo O_0X , que a aceleração não modelada, em algumas ocasiões (em torno dos instantes 200s e 600s), chega a ter magnitude próxima à da aceleração total.

Quanto à aceleração angular, a parcela não modelada apresenta magnitude bastante superior à da aceleração total, que oscila em torno de zero; isto significa que as componentes modelada e não modelada da aceleração angular tem amplitudes próximas, mas de sinais opostos.

As acelerações mais intensas ocorrem, como era de se esperar, nas proximidades dos picos da senóide de referência. As grandes amplitudes das acelerações não modeladas

nessa região devem-se ao fato de as não linearidades da dinâmica da embarcação serem aí bastante acentuadas.

O desvio padrão do erro na estimativa do estado fornecido pelo filtro estendido de Kalman é uma medida significativa dos erros observados em posição (Δ_{XY} - fig. 4.7, e $\Delta\psi$ - fig. 4.8) e velocidade (Δ_v - fig. 4.9, e Δ_r - fig. 4.10).

Os erros máximos verificados foram da ordem de:

$$\Delta_{XY} : 0,22m$$

$$\Delta_\psi : 0,120$$

$$\Delta_v : 0,12nós$$

$$\Delta_r : 0,0450/s$$

Ressalte-se a rapidez com que converge o filtro estendido de Kalman, o que se pode notar examinando as condições iniciais.

4.3.2. Exemplo 2

Este exemplo visa a demonstrar a capacidade do piloto automático de manter a embarcação navegando numa trajetória retilínea, sob a ação de perturbações externas rigorosas.

Vento: 40 nós, em sentido concorde ao do eixo

$0_0 Y$, atuando apenas entre as abscissas 400m e 1000m.

Corrente: 4 nós, em sentido contrário ao do eixo $0_0 X$.

Linha de centro do canal: coincidente com o eixo $0_0 X$.

Intervalo de tempo entre observações: 2s.

Intervalo de controle: 8s.

Referência para medida do desvio em relação à trajetória de referência: $d_B = +80m$.

Erros percentuais nas derivadas hidrodinâmicas de primeira ordem, referidos aos valores reais:

X_u	: 21,3%	$X_{\dot{u}}$: 10,2%
N_v	: 9,6%	Y_r	: 12,2%
Y_v	: 17,7%	$N_{\dot{r}}$: 15,5%
N_r	: - 8,7%	Y_r	: - 16,5%
N_{δ}	: - 16,3%	Y_{δ}	: 9,7%
$Y_{\dot{v}}$: 5,3%	$N_{\dot{v}}$: 8,9%
N_{0u}	: 4,3%	Y_{0u}	: - 13,4%
N_0	: - 14,7%	Y_0	: - 15,7%

DERIVADAS HIDRODINAMICAS

0
0
0
1
-
A
E
0
-
0
0
A

XU 92550E-02 XUP 92550E-02 XUU 92550E-02 XUV
 XR 92550E+00 XG 92550E+00 XEE 92550E+00 XRV
 XRR 92550E+00 XER 92550E+00 XVD 92550E+00 XW
 XEU 92550E+00 XED 92550E+00 XUUU 92550E+00 XW
 XDD 92550E+00 XRD 92550E+00 XUUU 92550E+00 XW
 XDR 92550E+00 XRVU 92550E+00 XUUU 92550E+00 XW
 XUVR 92550E+00 XVDU 92550E+00 XUUU 92550E+00 XW
 XUDR 92550E+00 NRP 92550E+00 XUUU 92550E+00 XW
 XVV 92550E+00 NE 92550E+00 YE 92550E+00 NU
 YR 916275E-01 NVP 92550E-01 NVU 92550E-01 NRU
 YD 916275E-01 NVR 92550E-01 NVUU 92550E-01 NRU
 YDU 916275E-01 NVV 92550E-01 NEE 92550E-01 NRU
 YRU 916275E-01 NVII 92550E-01 NEE 92550E-01 NRU
 YUN 916275E-01 NVUR 92550E-01 NEE 92550E-01 NRU
 YYVR 916275E-01 NVRR 92550E-01 NEE 92550E-01 NRU
 YYYV 916275E-01 NYVV 92550E-01 NEE 92550E-01 NRU
 YYDD 916275E-01 NYDD 92550E-01 NEE 92550E-01 NRU
 YYRD 916275E-01 YYRD 92550E-01 NEE 92550E-01 NRU
 YUUD 916275E-01 YUUD 92550E-01 NEE 92550E-01 NRU
 YFED 916275E-01 YFED 92550E-01 NEE 92550E-01 NRU
 YNDD 916275E-01 NNUU 92550E-01 NEE 92550E-01 NRU
 YNDD 916275E-01 NEFD 92550E-01 NEE 92550E-01 NRU
 YVVD 916275E-01 YVVD 92550E-01 NEE 92550E-01 NRU
 YUJU 916275E-01 YUJU 92550E-01 NEE 92550E-01 NRU
 YVEE 916275E-01 YVEE 92550E-01 NEE 92550E-01 NRU
 YVVE 916275E-01 YVVE 92550E-01 NEE 92550E-01 NRU
 YBRB 916275E-01 YBRB 92550E-01 NEE 92550E-01 NRU

M O D E L O D A E M B A R C A C A O R E A L

XU	-0.18400E-02	XUP	-0.94300E-02	XUU	-0.11200E-02	XVV	-0.72800E-02
XRR	-0.18000E-03	XG	-0.17000E+01	XEE	-0.90000E+00	XRV	-0.90000E+00
XEU	-0.90000E+00	XEV	-0.90000E+00	XER	-0.93000E+00	XVG	-0.93000E+00
XDD	-0.95000E-03	XRD	-0.92000E+01	XED	-0.92000E+00	XUUU	-0.21500E-02
XUV	-0.30000E+00	XRVU	-0.30000E+00	XRU	-0.30000E+00	XUUU	-0.21500E-02
XUDR	-0.30000E+00	XVGU	-0.93000E-03	NV	-0.26400E-02	YRP	-0.90000E-02
YY	-0.11600E-01	NRP	-0.13000E-03	TZ	-0.20000E+00	NR	-0.16600E-02
YR	-0.49900E-02	NE	-0.31000E-03	YE	-0.23500E-02	ND	-0.13900E-02
YD	-0.27800E-02	YYP	-0.15400E-01	NVP	-0.23000E-03	NUU	-0.65000E-04
YU	-0.80000E-04	NQ	-0.30000E-04	YY	-0.40000E-04	NRU	-0.16600E-02
YRU	-0.49900E-02	NYU	-0.26400E-02	YYU	-0.16400E-01	NUD	-0.27800E-02
YUD	-0.55600E-02	NUUR	-0.16300E+02	YUUR	-0.54930E-01	NVR	-0.54930E-01
YYR	-0.15356E+00	NYRR	-0.16300E+02	YURR	-0.20000E+02	NUUV	-0.20000E+02
YYU	-0.30000E+00	NYVY	-0.16300E+02	YUUV	-0.20780E-01	NEEE	-0.20780E+02
YEE	-0.30000E+00	NYDD	-0.30100E+00	YUDD	-0.13000E-03	YRDD	-0.13000E+02
YYD	-0.40000E-02	NYRD	-0.30100E+00	YVRD	-0.20000E+00	NNDD	-0.45000E-03
YDD	-0.90000E-03	NUUD	-0.13000E-02	YUUD	-0.27800E-02	NVVD	-0.48900E-02
YYD	-0.11900E-01	NEYD	-0.13000E+00	YEDD	-0.30000E+00	NEUU	-0.30000E-04
YYU	-0.40000E-04	NUUU	-0.30000E+00	YUUD	-0.30000E+00	NUVE	-0.30000E+00
YYV	-0.60000E+00	NEYE	-0.30000E+00	YFEE	-0.30000E+00	MRRR	-0.30000E+00
YRR	-0.20000E+02	NEYD	-0.30000E+00	YEND	-0.20000E+00	MASSA	-0.20000E+02

CARACTERISTICAS DA EMBARCACAO

EMBARCACAO	MARINER
COMPRIMENTO	160.1 METROS
ROCA	22.0 METROS
CALADO	7.5 METROS
DESLOCAMENTO	16600 TONELADAS
VELOCIDADE	15.0 NOS
ANGULO DE LEME MAXIMO	35.0 GRAUS
VELOCIDADE MAXIMA DE ACCIONAMIENTO DO LEME	4.0 GRAUS/SEGUNDO
AREA FRONTAL PROJETADA ACIMA DA LINHA D'AGUA	100. METROS**2
AREA LATERAL PROJETADA ACIMA DA LINHA D'AGUA	800. METROS**2
ABSCISSA DO BARICENTRO DA AREA LATERAL	2.0 METROS

CONDICOES INICIAIS

	VALOR REAL	VALOR INICIAL	ESTIMATIVAS
X0	0.0	-10.9	5.0 METROS
Y0	40.0	43.5	5.0 METROS
PSI	0.0	0.4	2.0 GRAUS
VX	15.0	15.2	0.1 NOS
vy	0.0	0.0	0.1 NOS
R	0.0	0.1	0.1 GRAUS/SEGUNDO
DELTA	0.0	0.0	0.5 GRAUS
EPSVX	0.53E-02	0.29E-01	0.33E-01 METROS/SEGUNDO**2
EPSVY	0.12E-02	-0.35E-01	0.33E-01 METROS/SEGUNDO**2
EPSR	0.77E-02	-0.50E-01	0.25E-01 GRAUS/SEGUNDO**2
TVX	---	1000.0	200. SEGUNDOS
TVY	---	1000.0	200. SEGUNDOS
TR	---	1000.0	200. SEGUNDOS
DELTAC	---	0.0	GRAUS

CARACTERISTICAS DO PROCESSO DE OBSERVACAO

PONTOS DE REFERENCIA PARA MENSURA DE DISTANCIA E VELOCIDADE DE APROXIMACAO

- F I X O S -	T	X(I) (METROS)	Y(I) (METROS)
1	1	250,0	-250,0
2	2	250,0	250,0
3	3	1250,0	-250,0
4	4	1250,0	250,0

- N A E M H A R C A C A O -

DR = 100,0 METROS

DESVIOS PADROES DOS ERROS DO PROCESSO DE MEDIDA

DISTANCIA	0,300E+01	METROS
VELOCIDADE DE APROXIMACAO	0,500E+01	METROS/SEGUNDO
VELOCIDADE ANGULAR	0,200E+00	GRAUS/SEGUNDO
ANGULO DE RUMO APARENTE	0,100E+00	GRAUS
ANGULO DE LEMBRANCA	0,500E+00	GRAUS

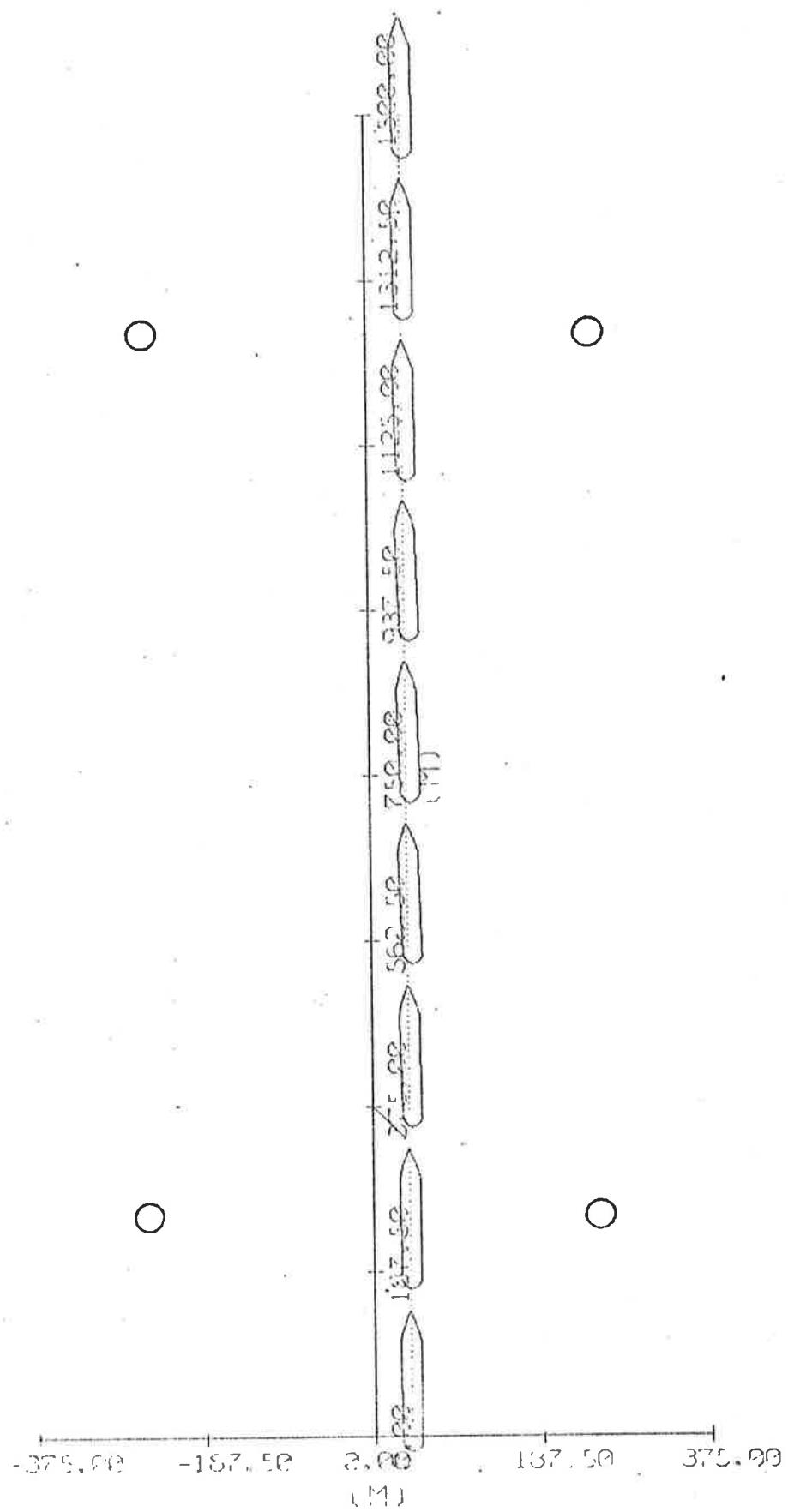


Fig. 4.11

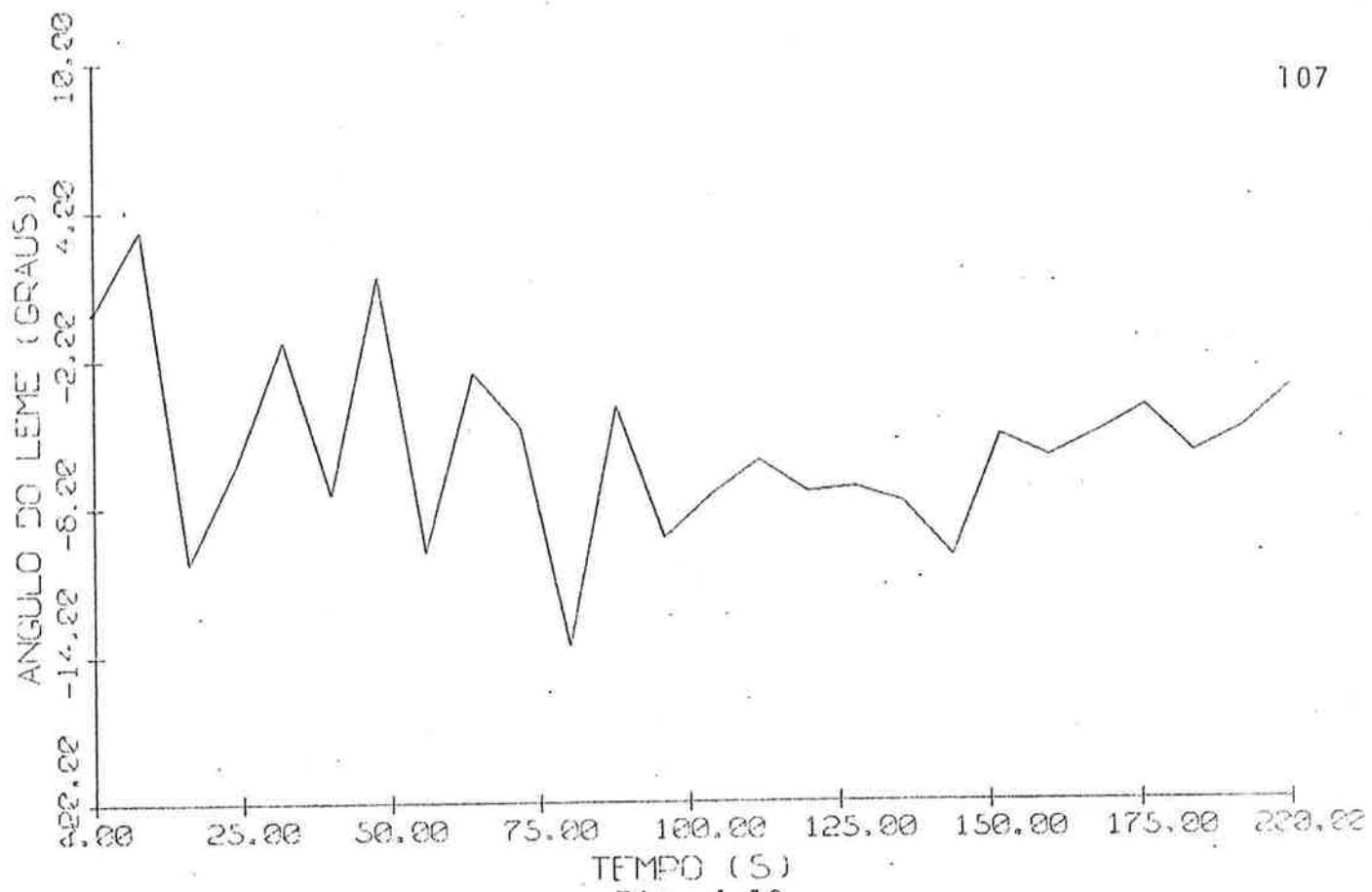


Fig. 4.12

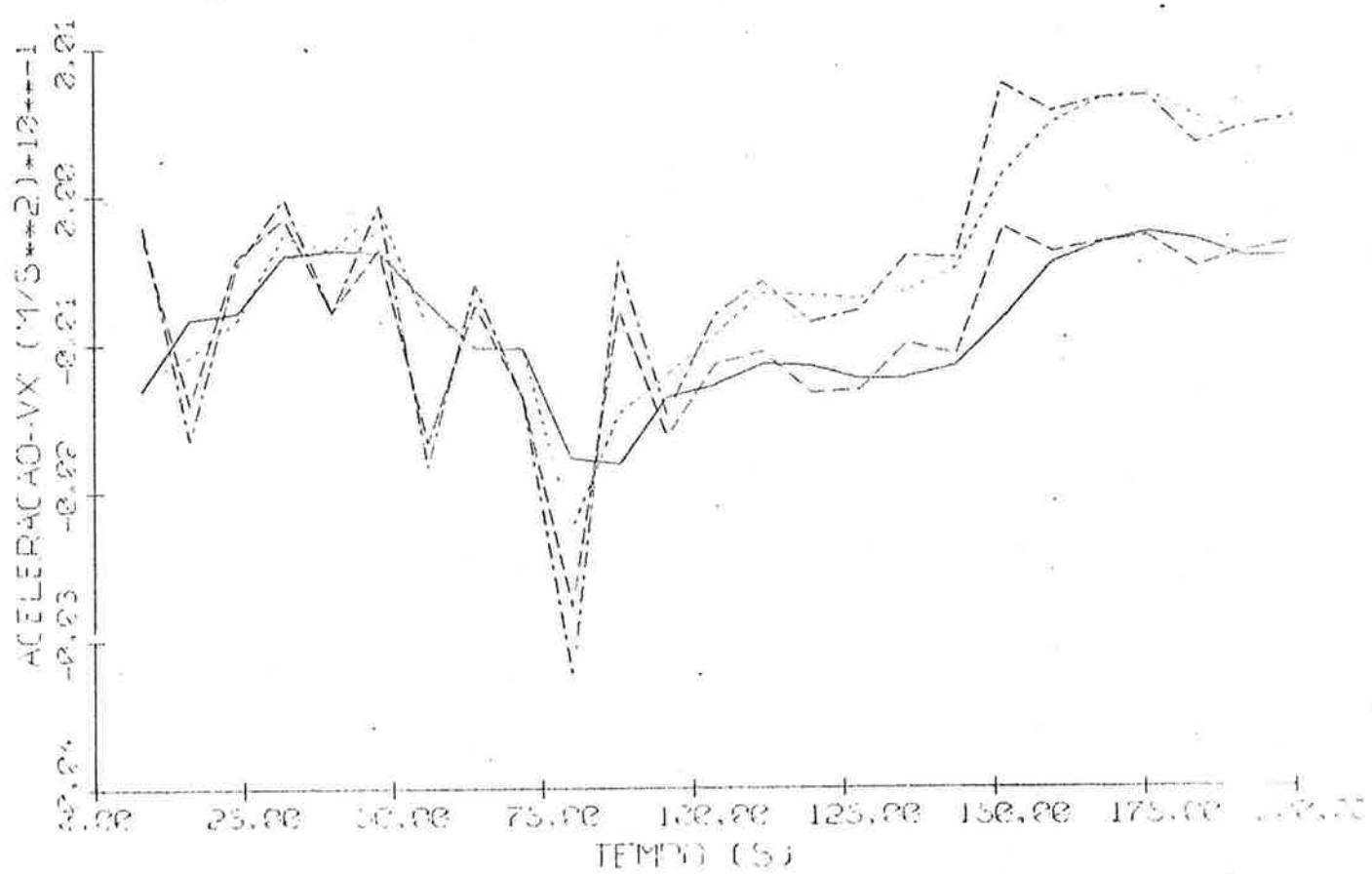


Fig. 4.13

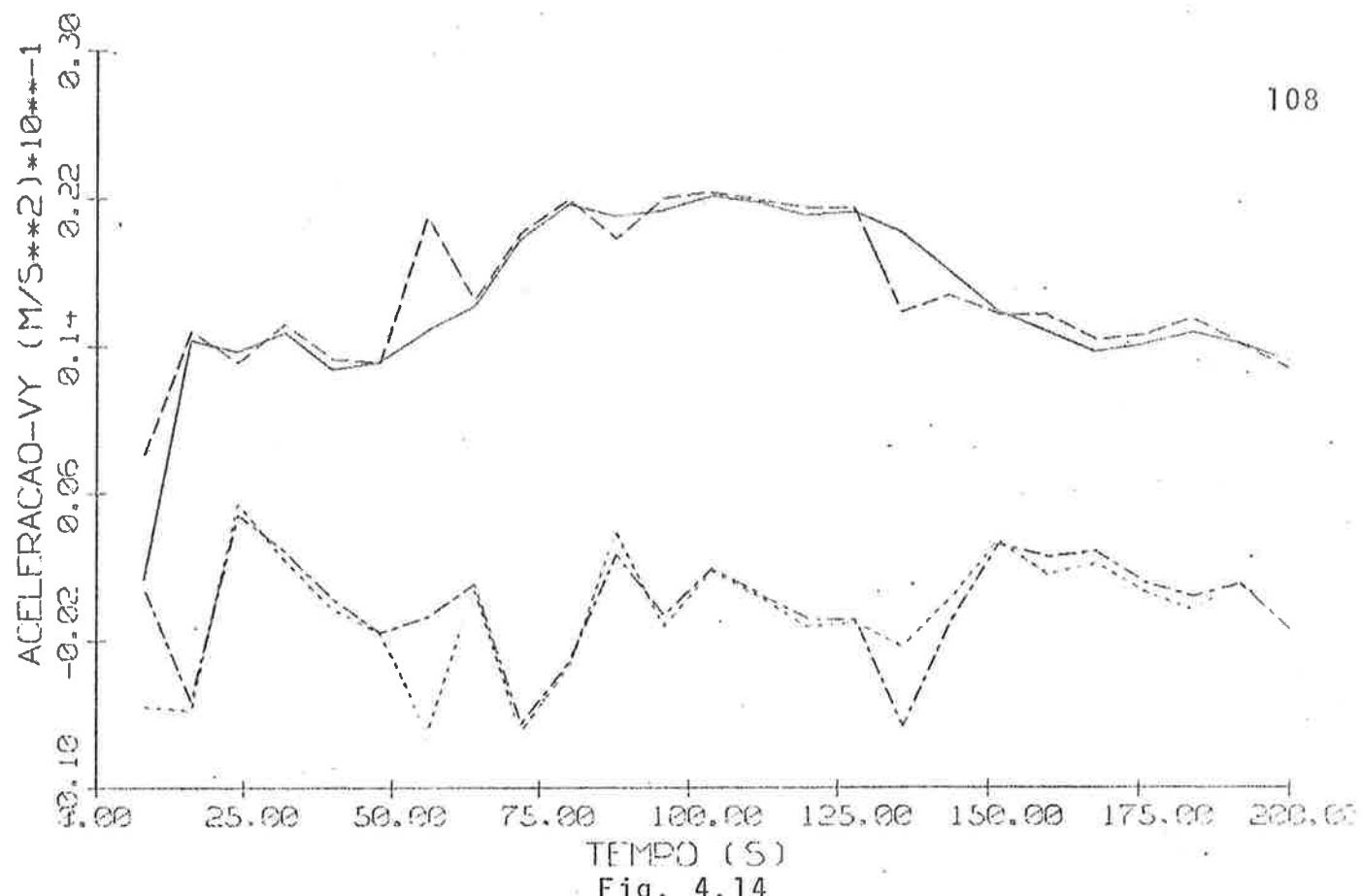


Fig. 4.14

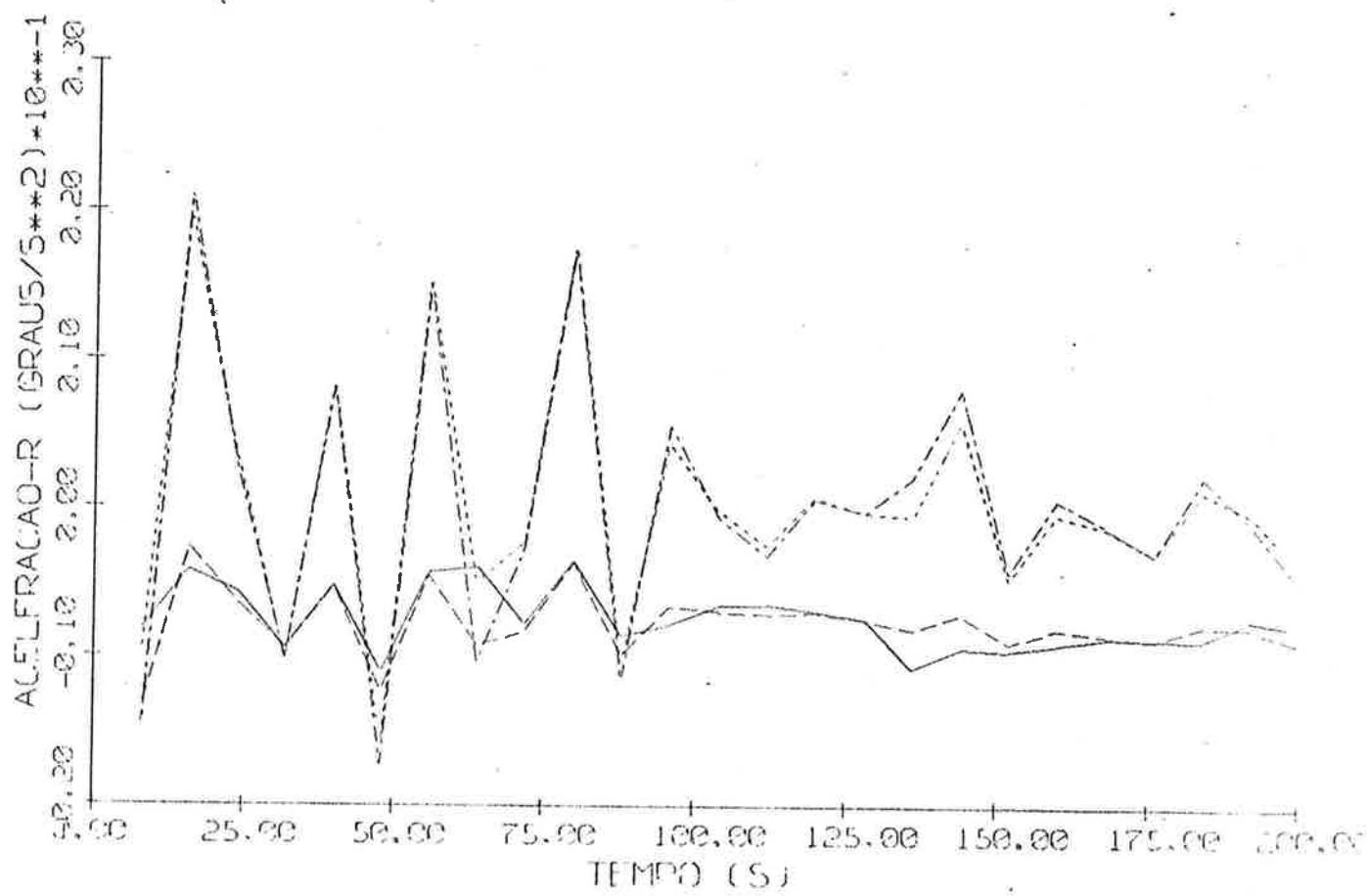


Fig. 4.15

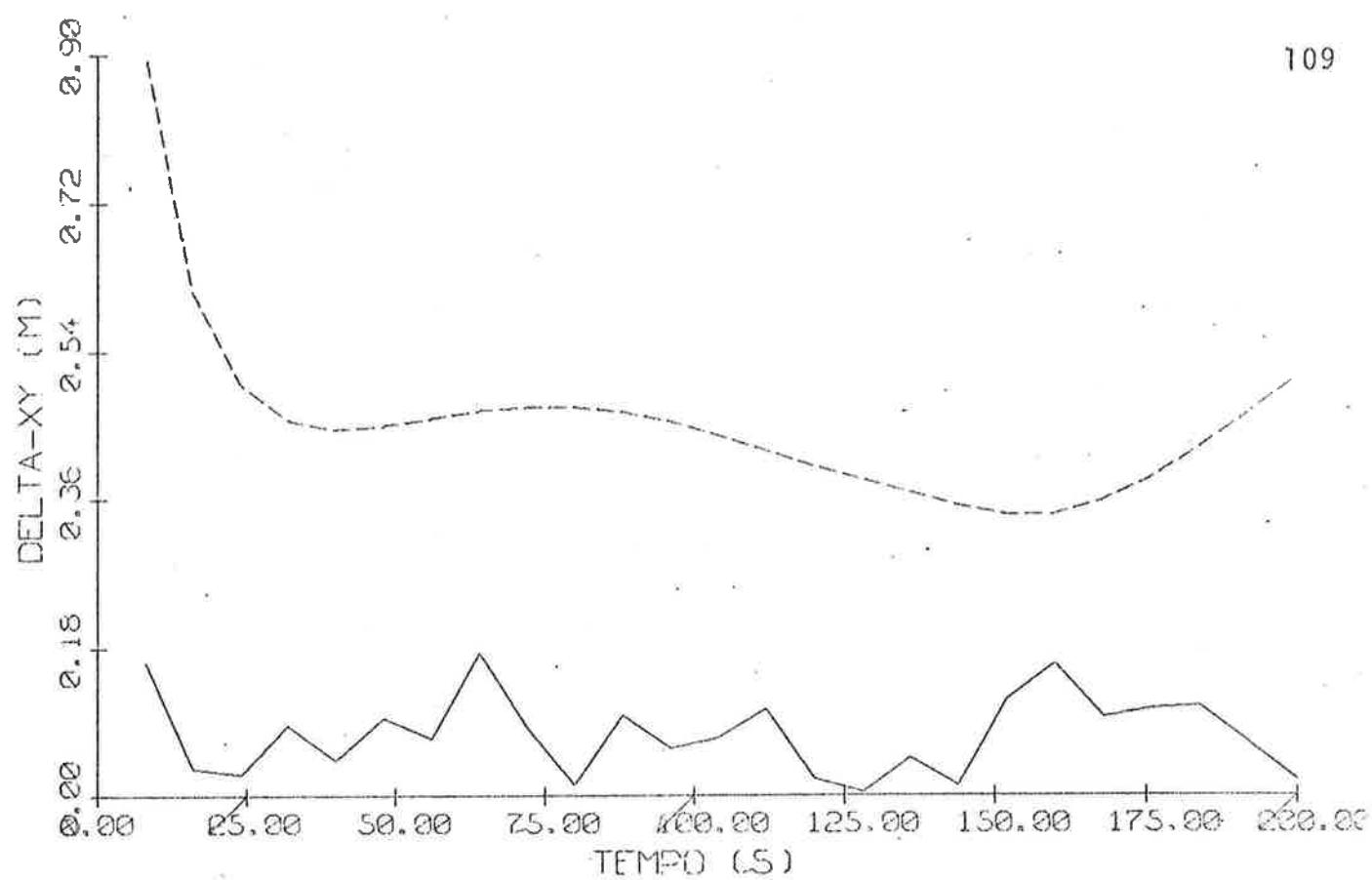


Fig. 4.16

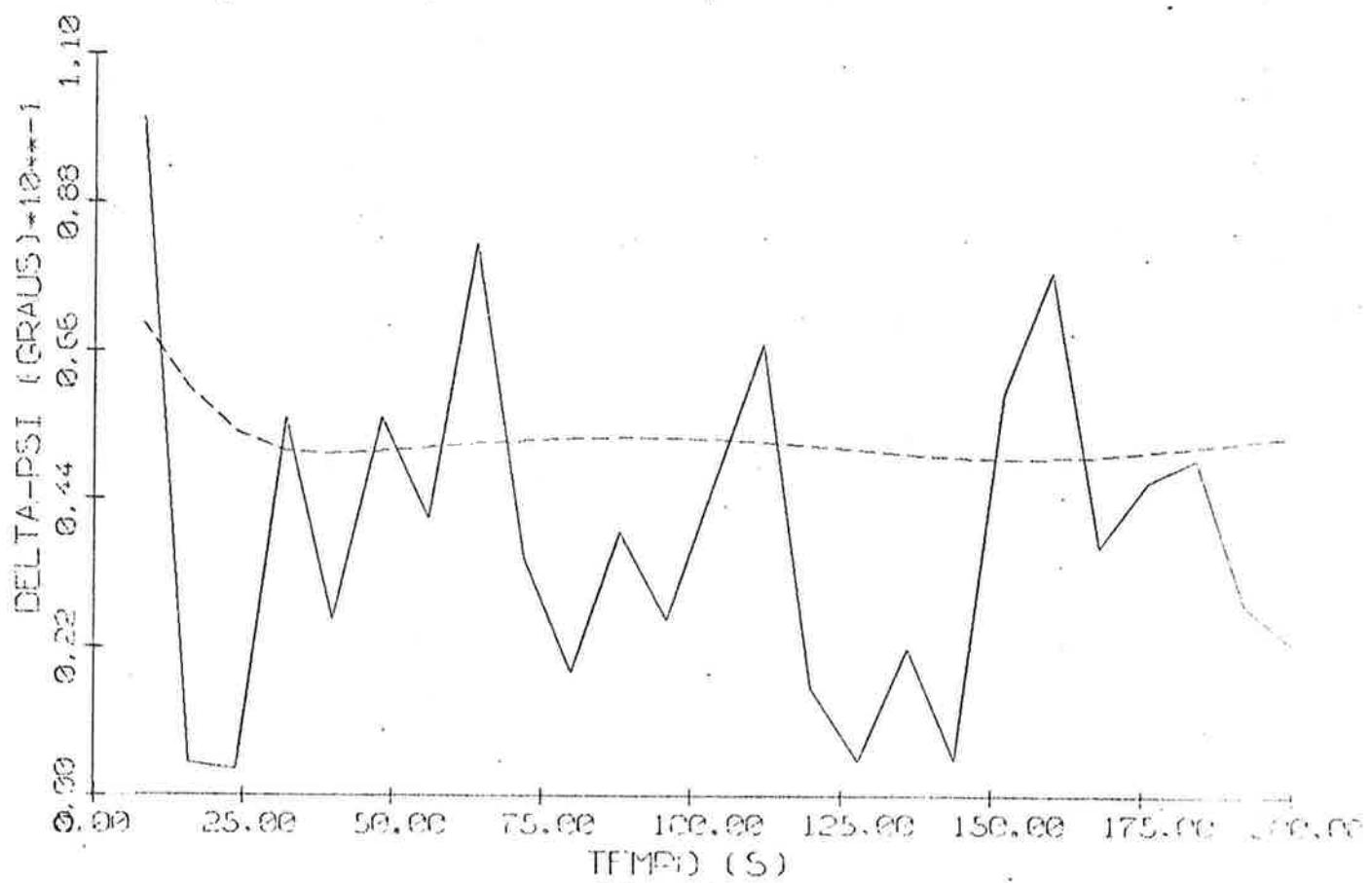


Fig. 4.17

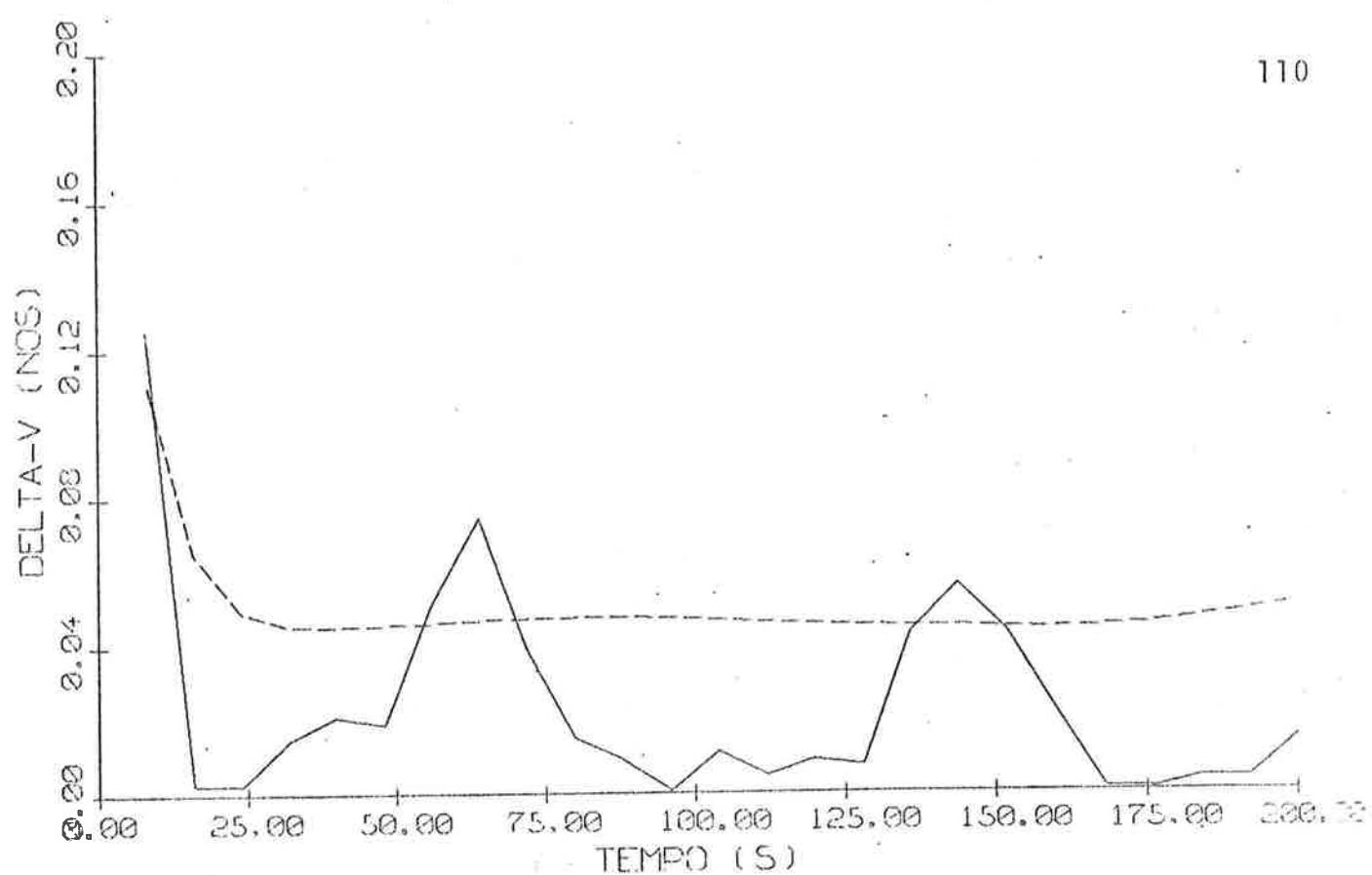


Fig. 4.18

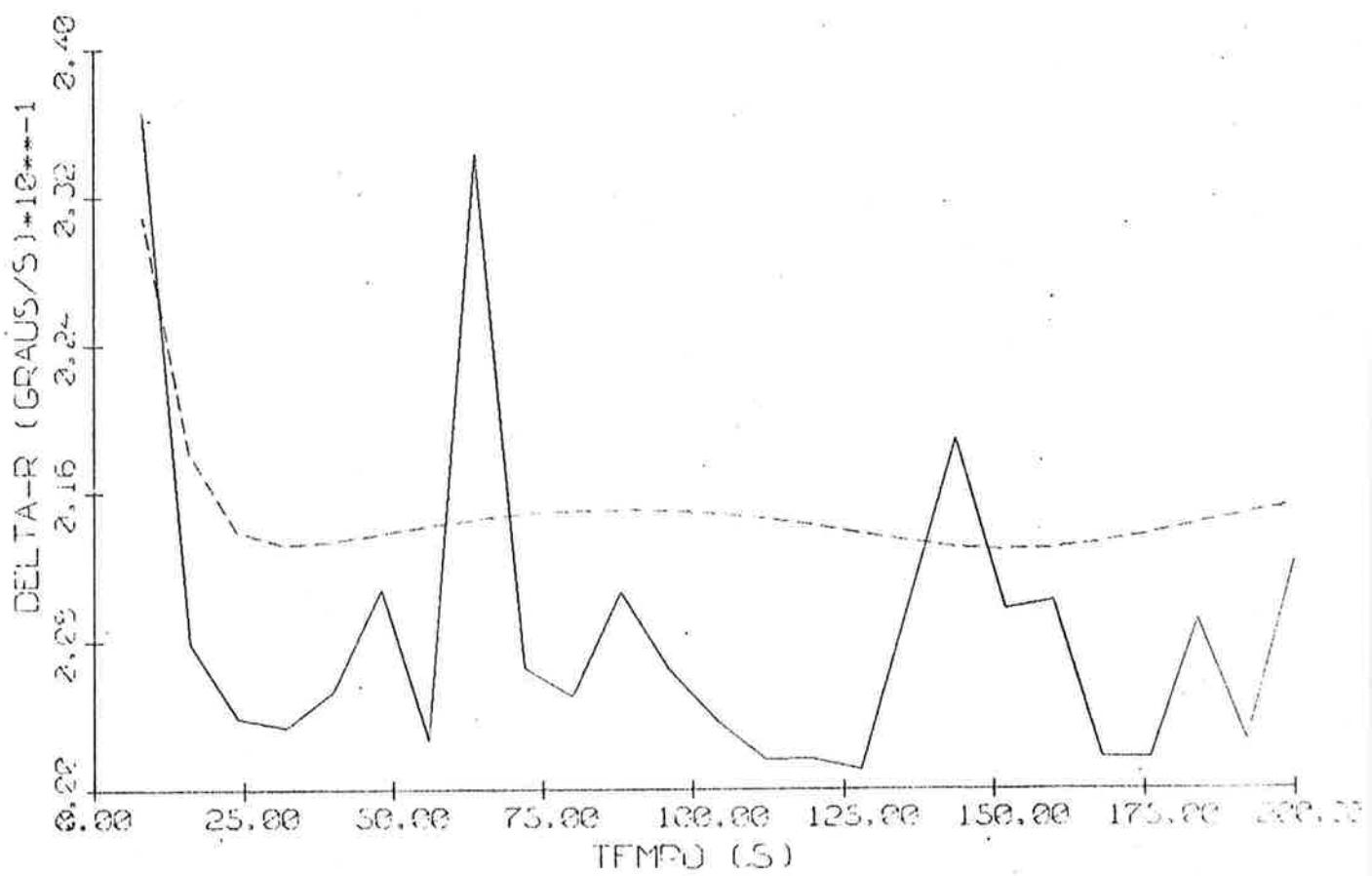


Fig. 4.19

Observa-se neste exemplo que a embarcação praticamente não se desvia da trajetória de referência, embora a mesma esteja sujeita à ação de uma rajada de vento de grande intensidade, cujo efeito se soma à sucção em direção à margem inferior do canal (fig. 4.11).

Há também uma boa concordância entre os valores reais e estimados das acelerações (figs. 4.13, 4.14 e 4.15).

A concordância não é tão próxima percentualmente para as acelerações segundo a direção do eixo O_0X por serem estas de magnitudes relativamente pequenas. No entanto os resultados associados à direção O_0Y podem ser considerados de muito boa qualidade, já que os efeitos não modelados apresentam-se predominantemente nessa direção.

Notam-se algumas discrepâncias entre os valores reais e os estimados tanto das acelerações segundo o eixo O_0Y quanto das acelerações angulares, embora estas últimas não tão pronunciadas. Esses desvios ocorrem quando bruscamente se inicia e, depois, quando cessa a rajada de vento, isto é, por volta dos instantes 53 e 133 segundos. No entanto, passados alguns segundos, as acelerações estimadas passam a praticamente coincidir com as reais.

As acelerações totais segundo O_0Y oscilam em torno de zero, já que o piloto automático praticamente mantém

a embarcação navegando sobre a trajetória original. Nessas circunstâncias, as acelerações não modeladas tem magnitudes próximas das parcelas modeladas, porém seus sinais são contrários.

Note-se o aumento sensível das acelerações não modeladas segundo $O_0 Y$ durante o período de ação do vento. Fora desse intervalo, a amplitude ainda relativamente grande da aceleração não modelada representa predominantemente o efeito de sucção em direção à margem inferior do canal e os erros nas derivadas hidrodinâmicas.

Os erros máximos observados foram da ordem de (figs. 4.16, 4.17, 4.18 e 4.19):

$$\begin{aligned}\Delta_{XY} &: 0,18m \\ \Delta\psi &: 0,09^\circ \\ \Delta_v &: 0,12nós \\ \Delta_r &: 0,036^\circ/s\end{aligned}$$

Também neste caso, examinando as condições iniciais, observa-se uma rápida convergência do filtro estendido de Kalman.

O desvio padrão do erro na estimativa do estado, fornecido pelo filtro, é novamente uma boa medida do erro efetivamente observado.

Observa-se uma certa oscilação dos desvios pa-

drões (mais acentuada para o erro Δ_{XY}), coincidindo os mínimos locais com a passagem da embarcação por entre 2 estações de referência para medida de distância e velocidade de aproximação.

4.3.3. Exemplo 3

O objetivo do exemplo seguinte é mostrar a capacidade do piloto automático corrigir desvios de posição em relação à trajetória de referência em condições ambientais desfavoráveis.

Vento: 40 nós, em sentido oposto ao do eixo O_0Y .

Corrente: 4 nós, em sentido contrário ao do eixo O_0X .

Linha de centro do canal: coincidente com o eixo O_0X .

Intervalo de tempo entre observações: 2s.

Intervalo de controle: 8s.

Referência para medida do desvio em relação à trajetória desejada: $d_B = +80m$

Erros percentuais nas derivadas hidrodinâmicas

de primeira ordem, referidos aos valores reais:

X_u	:	4,9%	$X_{\dot{u}}$:	0,6%
N_v	:	-24,1%	Y_r	:	20,2%
Y_v	:	- 5,4%	$N_{\dot{r}}$:	10,2%
N_r	:	-25,6%	Y_r	:	16,6%
N_δ	:	- 5,3%	Y_δ	:	5,2%
$Y_{\dot{v}}$:	8,6%	$N_{\dot{v}}$:	10,6%
N_{o_u}	:	-40,5%	Y_{o_u}	:	12,6%
N_o	:	9,9%	Y_o	:	- 4,2%

DERIVADAS HIDRODINAMICAS
=====

MODELO PARA O PLOTON AUTOMATICO

XII	-0.19341E+02	XUP	-0.10507E+02	XUU	0.10507E+00	XV	0.00000E+00
XRR	0.00000E+00	XF	0.00000E+00	XCE	0.00000E+00	XRV	0.00000E+00
XEU	0.00000E+00	XEV	0.00000E+00	XEP	0.00000E+00	XVD	0.00000E+00
XDD	0.00000E+00	XDN	0.00000E+00	XED	0.00000E+00	XUUU	0.00000E+00
XUV	0.00000E+00	XRYU	0.00000E+00	XRU	0.00000E+00	XUND	0.00000E+00
XUR	0.00000E+00	XVNU	0.00000E+00	XRV	0.00000E+00	YRP	0.10815E-03
YY	-0.10973E+01	NRP	-0.91432E+03	IZ	0.91432E+00	NR	-0.12352E-02
YR	-0.58167E+02	YE	0.00000E+00	ND	0.00000E+00	ND	-0.13157E-02
YD	0.29249E+02	YVP	-0.16795E+01	NVP	0.25437E+03	NUU	0.35701E-04
YU	-0.92099E+01	NUA	0.32971E+04	Y@	-0.38336E+04	NRU	0.00000E+00
YRU	0.00000E+00	NUV	0.00000E+00	YVU	0.00000E+00	NUD	0.00000E+00
YUD	0.00000E+00	NUUR	0.00000E+00	YUUR	0.00000E+00	NVVR	0.00000E+00
YVVA	0.00000E+00	NVPR	0.00000E+00	YVPR	0.00000E+00	NUUV	0.00000E+00
YUV	0.00000E+00	NVVV	0.00000E+00	YVVV	0.00000E+00	NEEE	0.00000E+00
YEFE	0.00000E+00	NKDO	0.00000E+00	NVDD	0.00000E+00	YRDD	0.00000E+00
YND	0.00000E+00	NVGD	0.00000E+00	YVRD	0.00000E+00	NDDD	0.00000E+00
YDD	0.00000E+00	NNUD	0.00000E+00	YUUD	0.00000E+00	NVVD	0.00000E+00
YVD	0.00000E+00	NEFO	0.00000E+00	YEDD	0.00000E+00	NOOU	0.00000E+00
YAU	0.00000E+00	NNUD	0.00000E+00	YUND	0.00000E+00	NVVE	0.00000E+00
YVE	0.00000E+00	NVFF	0.00000E+00	YVVE	0.00000E+00	NRRR	0.00000E+00
YRR	0.00000E+00	NEYD	0.00000E+00	YEDD	0.00000E+00	MASSA	0.00000E+00

MONDEL DATA MARCH CACO REAL

XU = -0.18400E-02 XUP = -0.11000E-02 XUU = -0.89900E-02
 XPR = 0.18700E-03 XG = 0.10000E+00 YEF = 0.79800E-02
 XEU = 0.10000E+00 XEV = 0.10000E+00 XER = 0.93200E-03
 XDD = 0.94200E-03 XRN = 0.10000E+00 XED = 0.21500E-02
 XUV = 0.10000E+00 XPU = 0.10000E+00 XUUU = 0.10000E+00 XYUD =
 XUND = 0.10000E+00 XNU = 0.10000E+00 NV = 0.10000E-02 YRP =
 YY = -0.11600E-01 NKP = 0.10000E-01 TZ = 0.10000E-01 NR = 0.16600E-02
 YR = -0.40900E-02 NE = -0.21000E-03 YE = 0.10000E-02 ND =
 YD = 0.27800E-02 YVA = -0.15460E-01 NVP = 0.23020E-03 NEU =
 YDU = 0.10000E-04 NP = 0.10000E-04 NRU = 0.40000E-04 NRJ =
 YRU = 0.10000E-02 NUL = 0.10000E-02 YVII = 0.11600E-01 NUH =
 YUD = 0.55600E-02 NUIK = 0.10000E+00 YUUR = 0.10000E+00 NVVR =
 YVK = 0.15356E+00 NVPK = 0.10000E+00 YVPR = 0.10000E+00 NVVR =
 YUVV = 0.10000E+00 NVVV = 0.10000E+00 YVIR = 0.10000E+00 NVVR =
 YEE = 0.10000E+00 NRD = 0.10000E+00 NVOD = 0.13000E-03 YR0D =
 YVD = 0.10000E-04 NVD = 0.10000E+00 YVBD = 0.10000E+00 NDD =
 YDD = 0.96000E-02 NUD = 0.13900E-02 YUUD = 0.10000E-02 NDD =
 YVN = 0.11900E-01 NEED = 0.10000E+00 YEED = 0.10000E-02 NAUH =
 YAUH = 0.40000E-04 NUD = 0.10000E+00 YUUD = 0.10000E+00 NVVE =
 YYVE = 0.10000E+00 NVFE = 0.10000E+00 YVFE = 0.10000E+00 NVRE =
 YRPR = 0.70000E+00 NEND = 0.10000E+00 YEND = 0.10000E+00 MASSA =

CARACTERÍSTICAS DA EMBARCACAO

EMBARCACAO
 COMPRIMENTO 10,00 METROS
 ROCA 22,0 METROS
 CALADO 7,5 METROS
 DESLOCAMENTO 16620 TONELADAS
 VELOCIDADE 15,0 NOS
 ANGULO DE LEVE MAXIMO 35,0 GRAUS
 VELOCIDADE MAXIMA DE AÇÃO NA LINHA D'AGUA 4,0 GRAUS/SEGUNDO
 AREA FRONTAL PROJETADA ACIMA DA LINHA D'AGUA 100,0 METROS**2
 AREA LATERAL PROJETADA ACIMA DA LINHA D'AGUA 80,0 METROS**2
 ABSCESSA DO BARICENTRO DA ERFPA LATIFAC 2,0 METROS

MARINER
 160,1 METROS
 22,0 METROS
 7,5 METROS
 16620,0 TONELADAS
 15,0 NOS
 35,0 GRAUS
 4,0 GRAUS/SEGUNDO
 100,0 METROS**2
 80,0 METROS**2
 2,0 METROS

CONDICORES INICIAIS

VALOR REAL	VALOR INICIAL	DESVIO PADRAO	METROS	GRAUS
0,0	-0,4	-0,1	5,0	0,5
-40,0	-45,1	-1,1	5,0	2,7
0,0	-1,1	0,1	5,0	0,1
15,0	14,9	0,1	0,1	0,1
0,0	0,1	0,1	0,1	0,1
0,0	-0,1	0,1	0,1	0,1
0,0	-0,5	0,1	0,5	0,5
0,55E-01	0,33E-01	0,33E-01	0,33E-01	0,33E-01
0,23E-01	0,40E-01	0,25E-01	0,25E-01	0,25E-01
0,95E-02	---	1,00E-02	1,00E-02	1,00E-02
---	---	1,00E-02	1,00E-02	1,00E-02
---	---	200,0	200,0	200,0
---	---	200,0	200,0	200,0
---	---	0,0	0,0	0,0

CARACTERISTICAS DO PROCESSO DE OBSERVACAO

PONTOS DE REFERENCIA PARA MERTIDA DE DISTANCIA E VELOCIDADE DE APROXIMACAO

FIXOS	X(I) (METROS)	Y(I) (METROS)
1	250.0	-250.0
2	250.0	250.0
3	1250.0	-250.0
4	1250.0	250.0

N & E MIRAR CACAO

$$D_{14} = 1000.0 \text{ METROS}$$

DESVIOS PADROES NOS ERROS NO PROCESSO DE MEDIDA

DISTANCIA	0.300E+01	METROS
VELOCIDADE DE APROXIMACAO	0.500E-01	METROS/SEGUNDO
VELOCIDADE ANGULAR	0.200E+00	GRAUS/SEGUNDO
ANGULO DE RUMO APARENTE	0.100E+00	GRAUS
ANGULO DE LENTE	0.500E+00	GRAUS

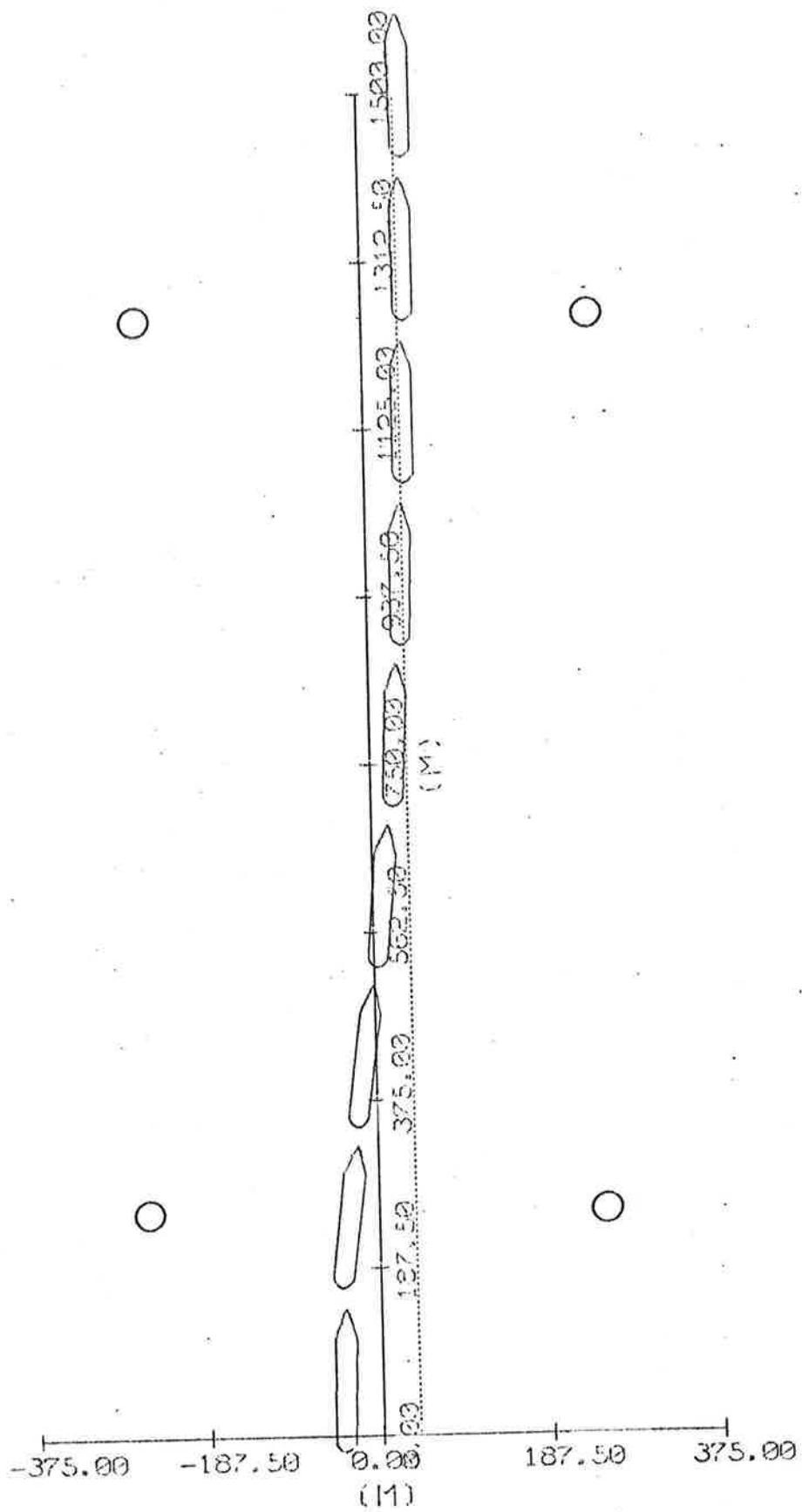


Fig. 4.20

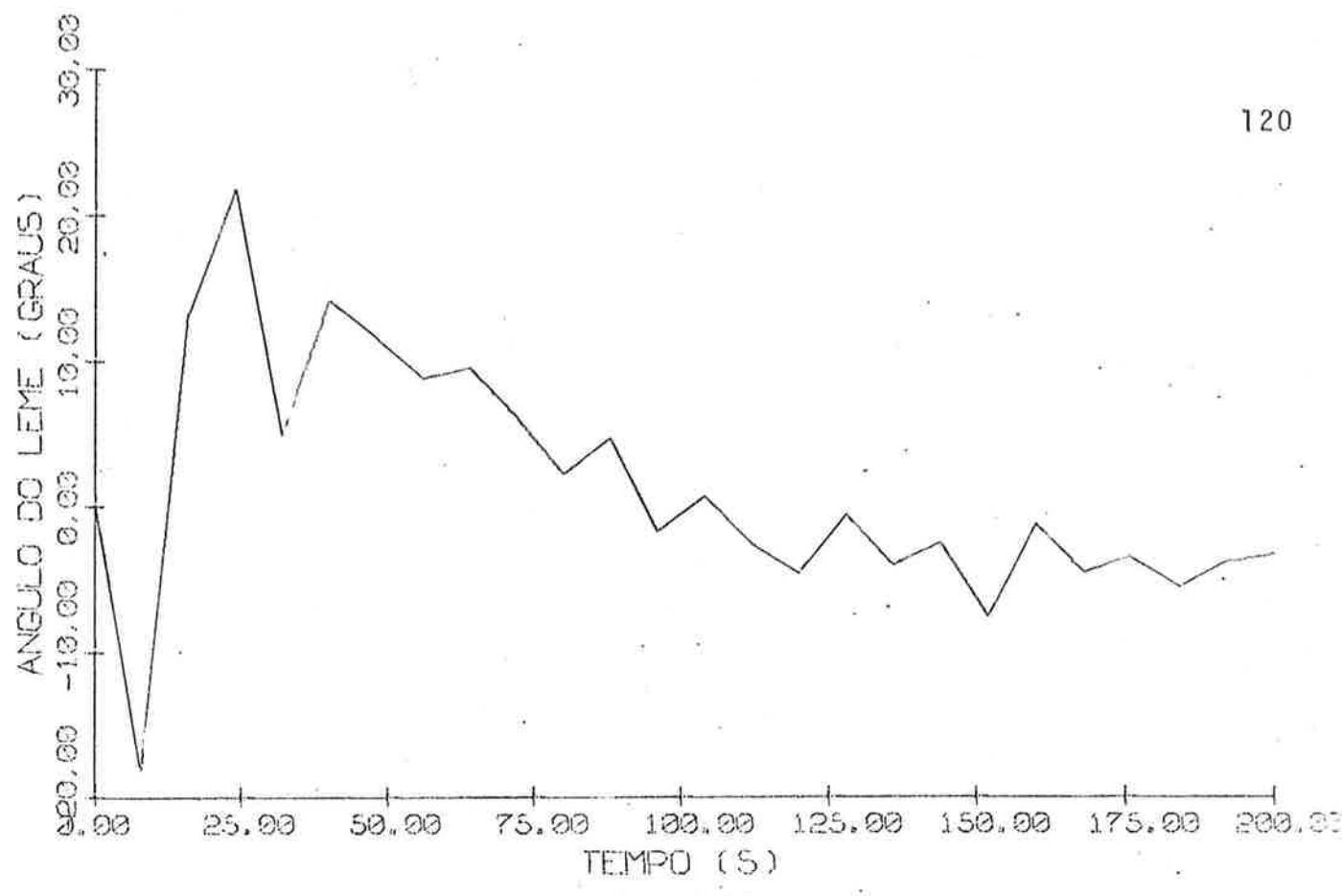


Fig. 4.21

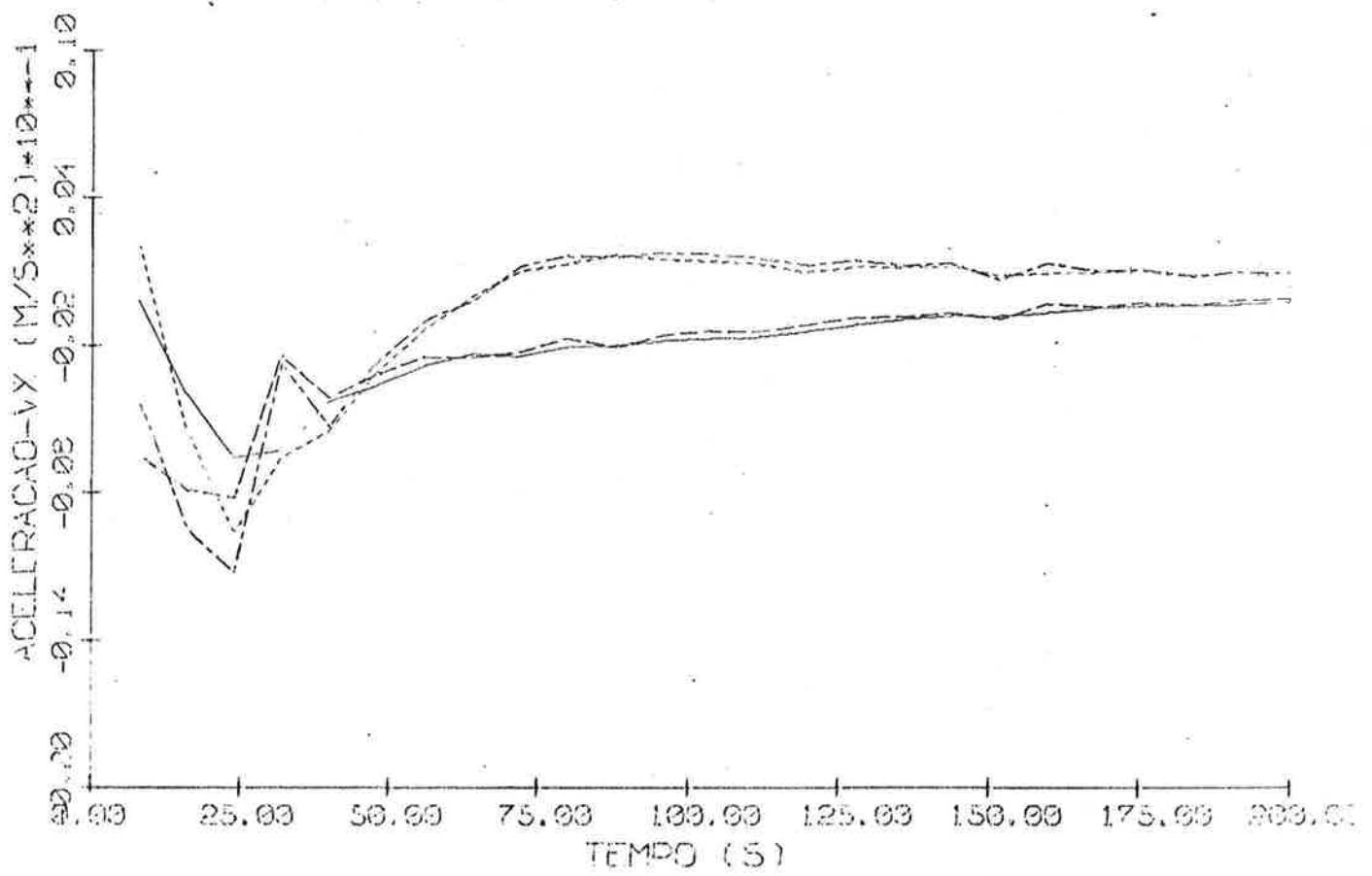


Fig. 4.22

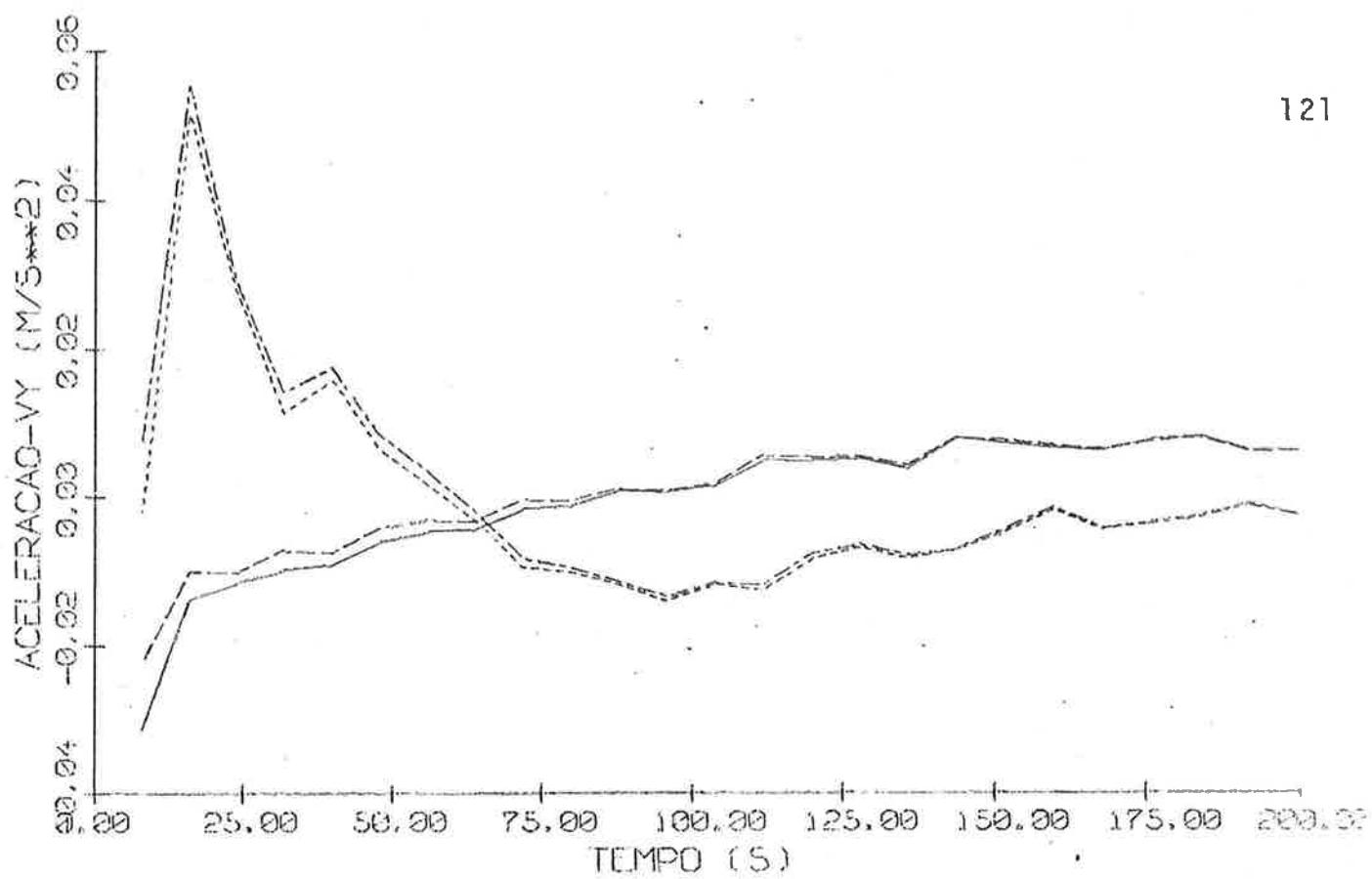


Fig. 4.23

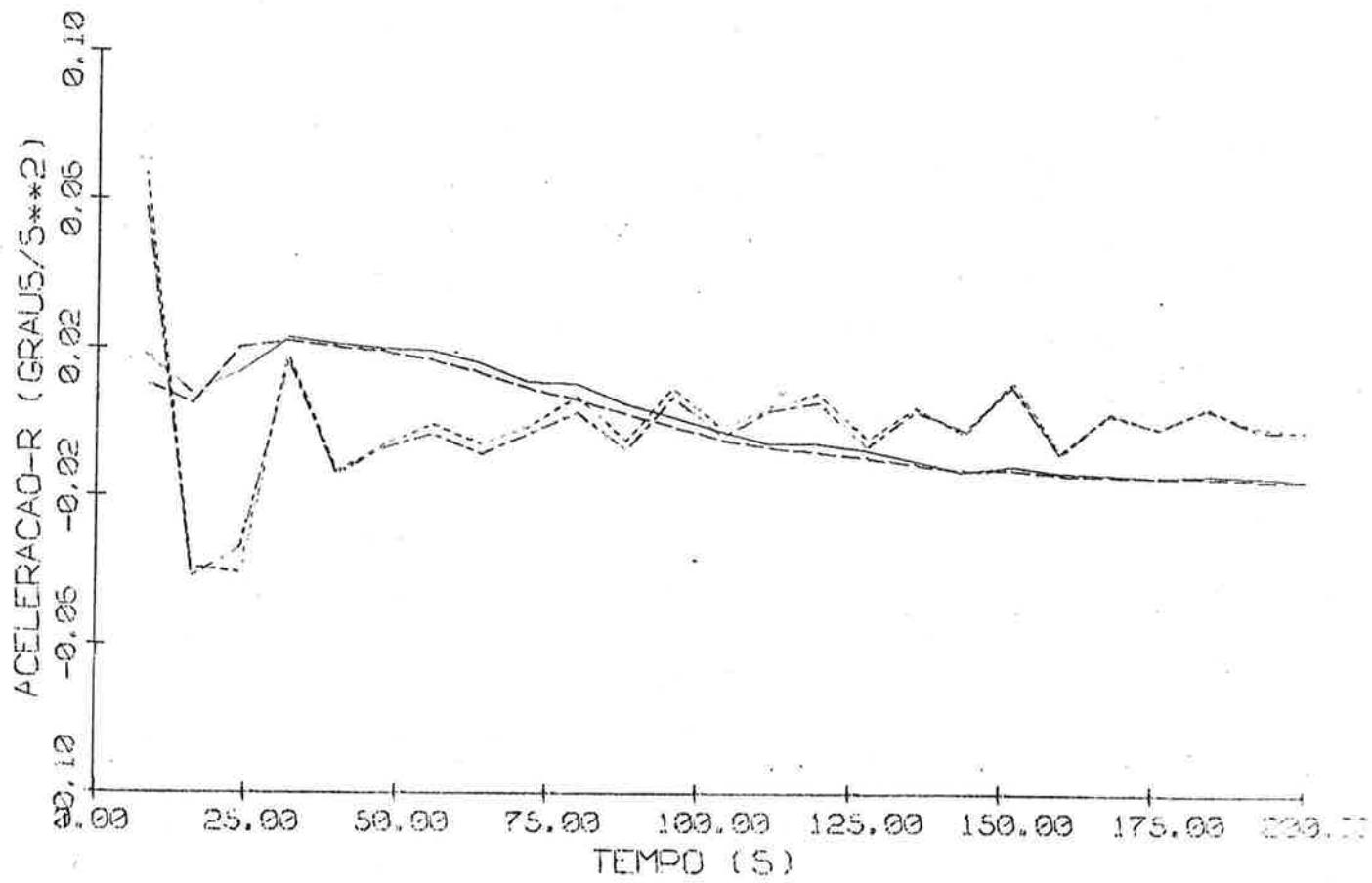


Fig. 4.24

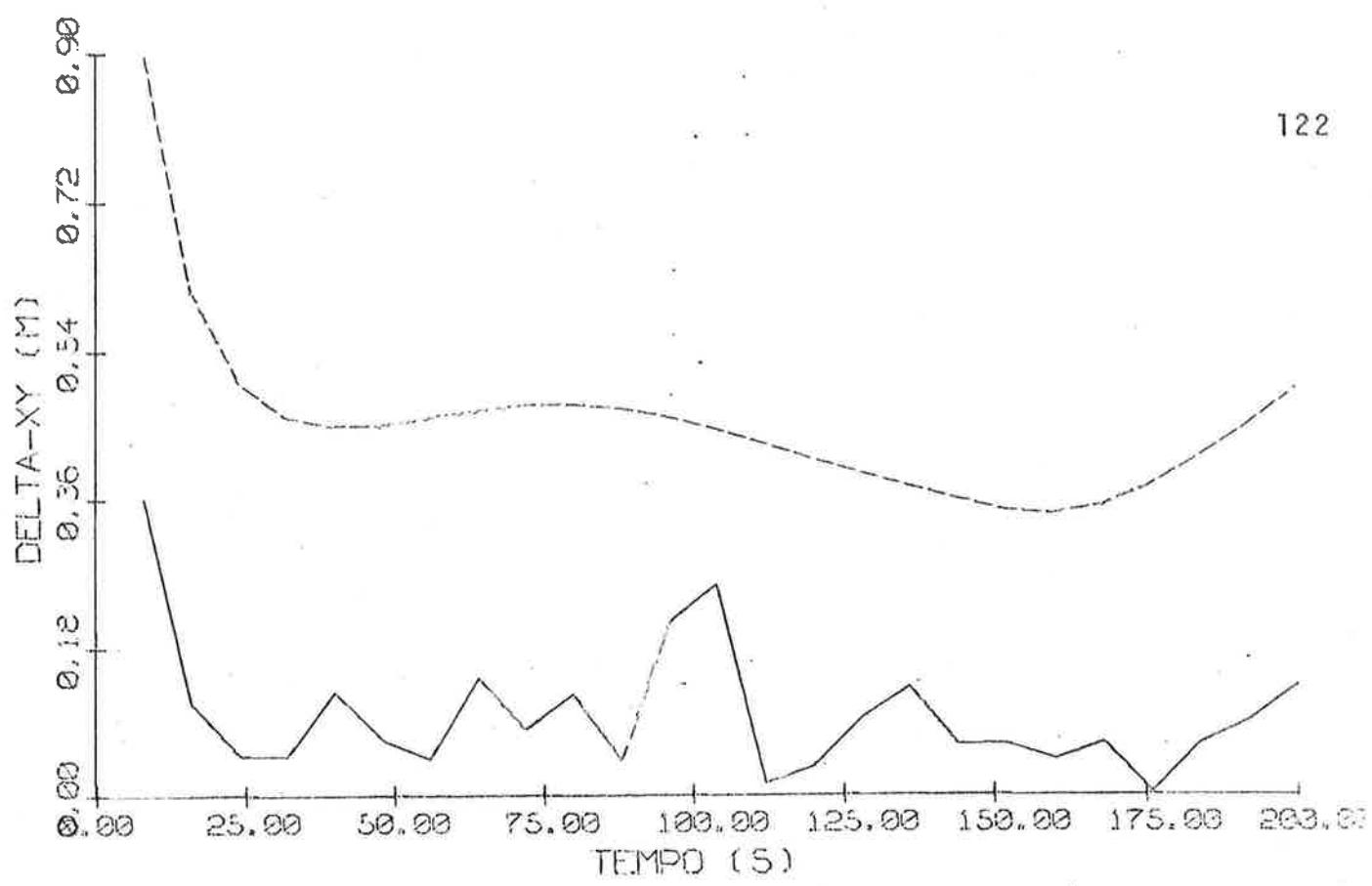


Fig. 4.25

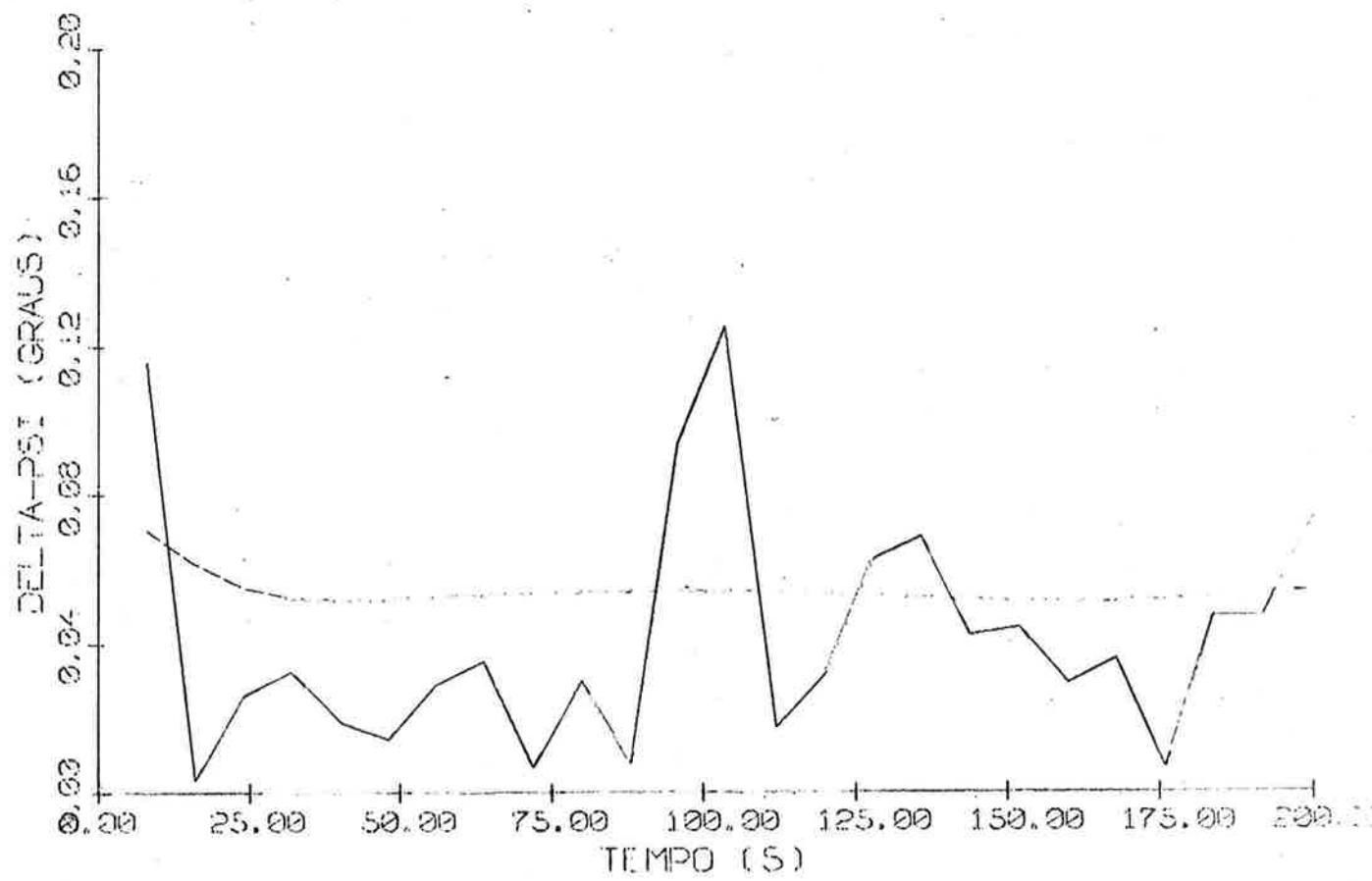


Fig. 4.26

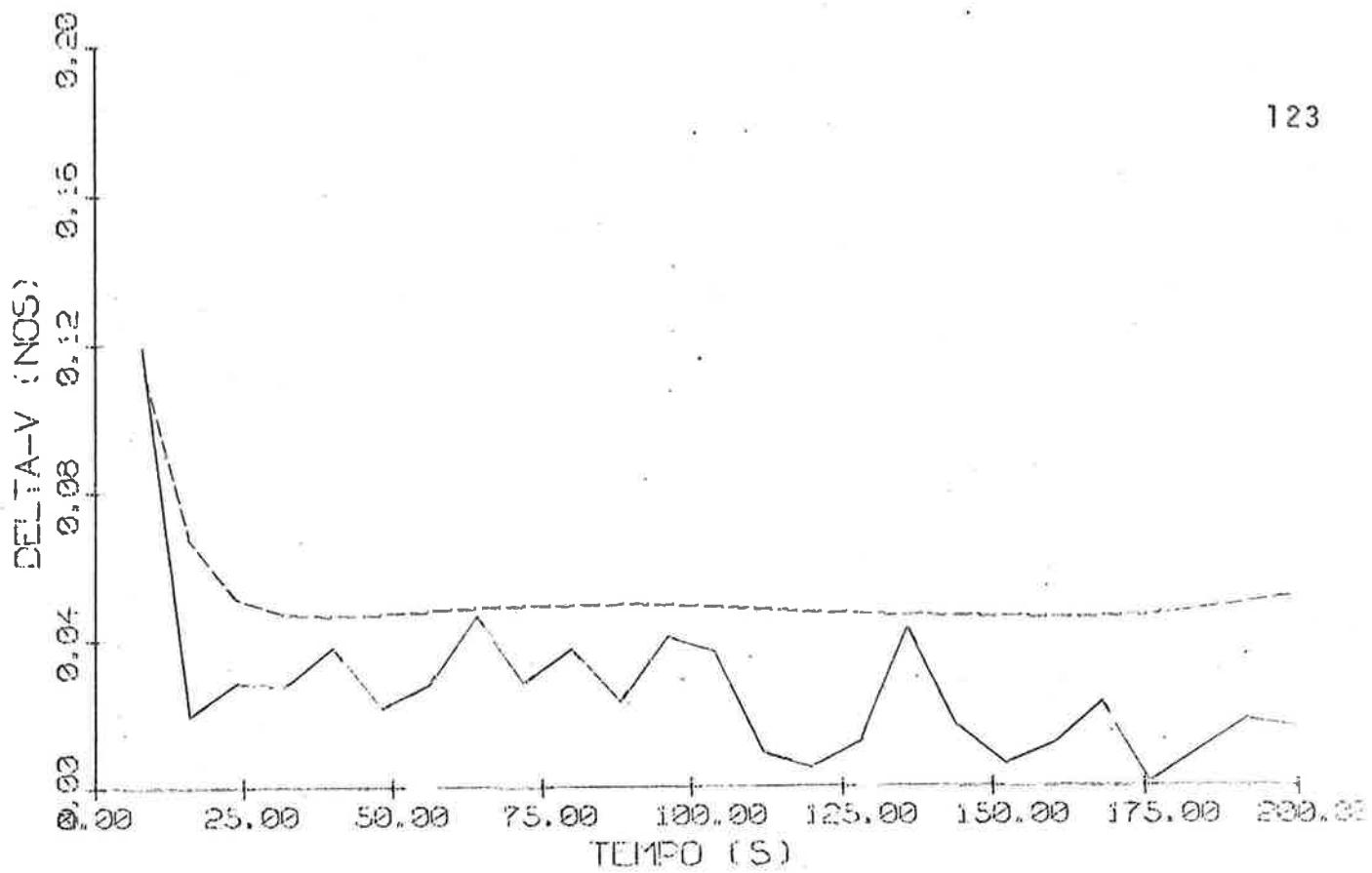


Fig. 4.27

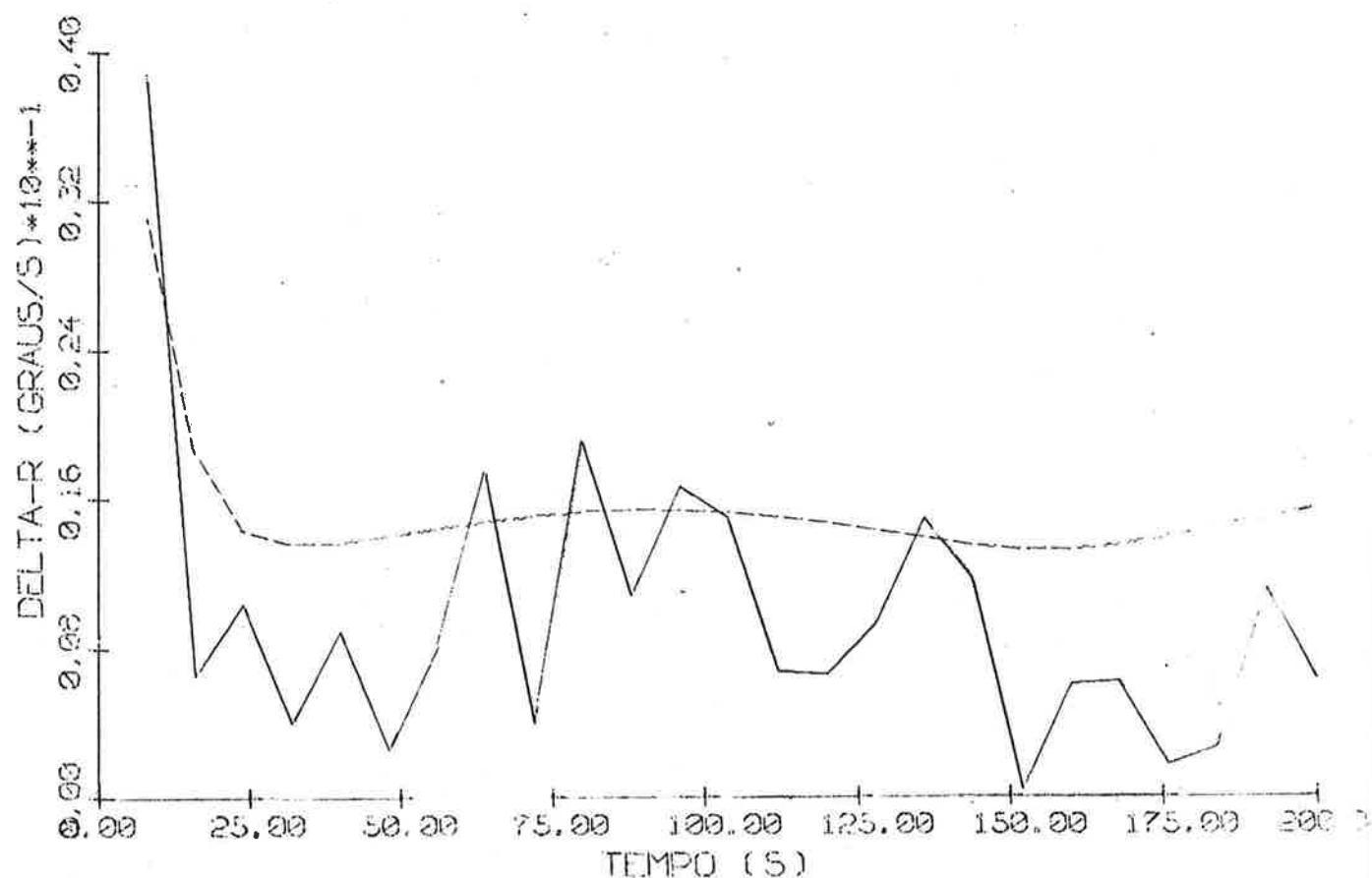


Fig. 4.28

O piloto automático corrige o desvio em relação à trajetória de referência após aproximadamente 6 comprimentos do navio, apesar do vento intenso (40 nós) ser desfavorável à correção (fig. 4.20).

Uma vez corrigido o desvio, observa-se que o leme tende a se estabilizar em torno de um valor médio de -49° (fig. 4.21). Esse ângulo de leme, conjuntamente com um pequeno ângulo de abatimento, tendem a manter a embarcação em equilíbrio sob os efeitos de vento, corrente e sucção.

Há uma ótima concordância entre os valores reais e estimados das acelerações (figs. 4.22, 4.23 e 4.24).

Também neste exemplo o desvio padrão do erro na estimativa do estado é uma medida significativa dos erros observados (figs. 4.25, 4.26, 4.27 e 4.28), cujos valores máximos foram aproximadamente de:

$$\Delta_{XY} : 0,36\text{m}$$

$$\Delta\psi : 0,12^\circ$$

$$\Delta_v : 0,12\text{nós}$$

$$\Delta_r : 0,040^\circ/\text{s}$$

sendo o erro Δ_r acima ainda consequente das condições iniciais do problema, reduzindo-se o mesmo posteriormente para em torno de 0,020°/s

4.3.4. Exemplo 4

O exemplo a seguir ilustra a influência sobre a qualidade das estimativas que tem o posicionamento das estações de referência para medida de distância e velocidade. O piloto automático opera sobre uma trajetória parabólica, sob condicões ambientais relativamente brandas.

Vento: 10 nós, $\psi_{AV} = 300^\circ$.

Corrente: não há

Linha de centro do canal: coincidente com a trajetória de referência.

Intervalo de tempo entre observações: 2s.

Intervalo de controle: 8s.

Referência para medida do desvio em relação à trajetória desejada: $d_B = +80m$.

Erros percentuais nas derivadas hidrodinâmicas de primeira ordem, referidos aos valores reais:

X_u	:	9,4%	$X_{\dot{u}}$:	1,5%
N_v	:	5,8%	$\gamma_{\dot{r}}$:	4,9%
γ_v	:	7,8%	$N_{\dot{r}}$:	-24,9%
N_r	:	7,7%	γ_r	:	3,8%
N_δ	:	14,4%	γ_δ	:	-2,9%
$\gamma_{\dot{v}}$:	-9,9%	$N_{\dot{v}}$:	-13,5%
N_{ou}	:	11,3%	γ_{ou}	:	12,7%
N_o	:	5,0%	γ_o	:	6,2%

NEPTUNAS HIDRODINAMICAS

MONITORIA PLANA DE PLANTACIONAL

XU	= -2.24132E-42	XUP	= -7.95242E-02	XIU	= n.00000E+00	XV	= 0.00000E+00
XRR	= 0.00000E+00	YR	= 0.00000E+00	XEF	= 0.00000E+00	XRV	= 0.00000E+00
XEI	= 0.00000E+00	XEV	= 0.00000E+00	XER	= 0.00000E+00	XVN	= 0.00000E+00
XDN	= 0.00000E+00	XAN	= 0.00000E+00	XED	= 0.00000E+00	XUUU	= 0.00000E+00
XUVY	= 0.00000E+00	XAVU	= 0.00000E+00	XEDU	= 0.00000E+00	XUND	= 0.00000E+00
XUNR	= 0.00000E+00	XNU	= 0.00000E+00	XERU	= 0.00000E+00	YRP	= 0.94453E-04
YY	= -6.12499E-41	YRD	= -6.62343E-13	YZ	= -0.27928E-02	NR	= -0.17882E-02
YR	= -0.51920E-02	YF	= -0.60476E+00	YE	= 0.00000E+00	ND	= -0.15974E-02
YD	= 0.26988E-02	YVP	= -1.13833E-01	NVP	= 0.19848E-03	NLU	= 0.66788E-04
YAI	= -0.90159E-04	YR	= -1.1518E-04	YR	= -0.42488E-04	NRU	= 0.00000E+00
YAH	= 0.00000E+00	YAU	= 0.00000E+00	YVU	= 0.00000E+00	NUN	= 0.00000E+00
YUD	= 0.00000E+00	YUP	= 0.00000E+00	YULK	= 0.00000E+00	NVR	= 0.00000E+00
YYVP	= 0.00000E+00	YVPH	= 0.00000E+00	YVRH	= 0.00000E+00	NUY	= 0.00000E+00
YUUV	= 0.00000E+00	YUVY	= 0.00000E+00	YUVV	= 0.00000E+00	NEEE	= 0.00000E+00
YEEF	= 0.00000E+00	YED	= 0.00000E+00	YVND	= 0.00000E+00	YRND	= 0.00000E+00
YVDO	= 0.00000E+00	YVD	= 0.00000E+00	YVAD	= 0.00000E+00	NDID	= 0.00000E+00
YND	= 0.00000E+00	YND	= 0.00000E+00	YVUD	= 0.00000E+00	NVAD	= 0.00000E+00
YVDO	= 0.00000E+00	YED	= 0.00000E+00	YEFD	= 0.00000E+00	NDIU	= 0.00000E+00
YNUU	= 0.00000E+00	YND	= 0.00000E+00	YUND	= 0.00000E+00	NVE	= 0.00000E+00
YYSE	= 0.00000E+00	YVFE	= 0.00000E+00	YVEE	= 0.00000E+00	NRRE	= 0.00000E+00
YROR	= 0.00000E+00	YFND	= 0.00000E+00	YEND	= 0.00000E+00	MASSA	= 0.00000E+00

M G N E L D O A F M R A R C A C A O R E A L

XU	=	-0.18462E-02	YUP	=	-0.34139E-02	XUU	=	-0.11260E-02	XVV	=	-0.89990E-02
XEP	=	0.15762E-02	XG	=	0.15762E+00	YEF	=	0.79822E-02	XRV	=	0.93800E-03
XEH	=	0.21363E+04	XEV	=	0.21363E+04	XER	=	0.93800E+00	XVN	=	0.21500E-02
XDN	=	0.95129E-02	XRN	=	0.95129E+00	YED	=	0.21500E+00	XUUU	=	-0.19700E-02
XUVV	=	0.10930E+00	XRVU	=	0.10930E+00	XRPD	=	0.26400E-02	YRP	=	0.87000E-04
XUOR	=	0.11607E+01	XVNU	=	0.10510E-03	NV	=	0.26400E+00	NP	=	0.16600E-02
YY	=	-0.11607E-01	N20	=	0.10510E-03	TZ	=	0.23520E-02	ND	=	0.13900E-02
YR	=	0.49930E-02	NE	=	0.11200E-03	YE	=	0.23520E-02	ND	=	0.60000E-04
YD	=	0.27803E-02	YD	=	0.17546E-01	NVP	=	0.40000E-02	NNU	=	-0.16600E-02
YAH	=	0.49930E-04	NGA	=	0.74700E-04	YA	=	0.40000E-02	NRU	=	-0.27803E-02
YRU	=	0.49930E-02	NVN	=	0.12542E-02	YVU	=	0.11600E-01	NUN	=	-0.54832E-01
YUD	=	0.55640E-02	NJUR	=	0.16364E+00	YUUR	=	0.16364E+00	NVVR	=	0.16600E+00
YVVR	=	0.15356E+00	NYUR	=	0.16364E+00	YVUR	=	0.16364E+00	NUIV	=	0.16600E+00
YHIV	=	0.16364E+00	NYVV	=	0.16364E-01	YVVV	=	0.16364E-01	NEEE	=	0.16600E+00
YEFE	=	0.16364E+00	NYND	=	0.16364E+00	NYND	=	0.13000E-03	YRND	=	0.16600E+00
YVND	=	0.16364E-01	NYRD	=	0.16364E+00	YVRD	=	0.16364E+00	NDDD	=	0.45700E-03
YDJD	=	0.11200E-03	NJJD	=	0.15300E-02	YUJD	=	0.27803E-02	NVVD	=	-0.48900E-02
YVVD	=	0.11900E-01	NEYD	=	0.16364E+00	YED	=	0.24000E-03	NQIUU	=	0.30000E-04
YQIU	=	0.44426E-04	NYND	=	0.16364E+00	YUND	=	0.16364E+00	NVVE	=	0.16600E+00
YVVE	=	0.16364E+00	NYFF	=	0.16364E+00	YVFE	=	0.16364E+00	NRRL	=	0.16600E+00
YRRR	=	0.16364E+00	NEYD	=	0.16364E+00	MASSA	=	0.16364E+00			

CARACTERÍSTICAS DA FMAA PARA AVALIAÇÃO

CONDICIONES FUTCTCIALES

REAL	INICIAL	PADRAO	METROS	METROS	METROS / SEGUNDO **2	METROS / SEGUNDO **2	METROS / SEGUNDO **2
XU	0.0	-5.6	5.0	5.0	GRAUS	GRAUS	GRAUS
YU	0.0	-5.4	5.0	5.0	GRAUS	GRAUS	GRAUS
PST	0.0	-5.0	5.0	5.0	GRAUS	GRAUS	GRAUS
VX	0.0	-1.8	2.0	2.0	NOS	NOS	NOS
VY	0.0	14.9	0.1	0.1	NOS	NOS	NOS
VZ	0.0	-0.4	0.1	0.1	GRAUS / SEGUNDO	GRAUS / SEGUNDO	GRAUS / SEGUNDO
DELTA	0.0	6.2	0.1	0.1	SEGUNDOS	SEGUNDOS	SEGUNDOS
EPSVX	0.0	0.8	0.5	0.5	SEGUNDOS	SEGUNDOS	SEGUNDOS
EPSSY	0.0	0.15E-01	0.13E-01	0.13E-01	SEGUNDOS	SEGUNDOS	SEGUNDOS
EPSSR	0.0	0.67E-02	0.18E-01	0.18E-01	SEGUNDOS	SEGUNDOS	SEGUNDOS
TVX	0.0	1.0E-02	0.0	0.0	SEGUNDOS	SEGUNDOS	SEGUNDOS
TVY	0.0	1.9E-01	0.0	0.0	SEGUNDOS	SEGUNDOS	SEGUNDOS
TR	0.0	1.7E+01	0.0	0.0	SEGUNDOS	SEGUNDOS	SEGUNDOS
NETAC	0.0	0.0	0.0	0.0	SEGUNDOS	SEGUNDOS	SEGUNDOS

★ F S T M A T T V A S *

VALOR REAL	VALOR INICIAL	RESVTO PADRAO	METROS	METROS	METROS / SEGUNDO * * 2	METROS / SEGUNDO * * 2	METROS / SEGUNDO * * 2	SSEGUNDOS	SSEGUNDOS	SSEGUNDOS
0.0	-5.6	5.6	5.6	5.6	0.13E-01	0.13E-01	0.13E-01	200.	200.	200.
0.0	-5.4	5.4	5.4	5.4	0.15E-01	0.15E-01	0.15E-01	200.	200.	200.
0.0	-5.2	5.2	5.2	5.2	0.16E-01	0.16E-01	0.16E-01	200.	200.	200.
0.0	-5.0	5.0	5.0	5.0	0.17E-01	0.17E-01	0.17E-01	200.	200.	200.
0.0	-4.8	4.8	4.8	4.8	0.21E-01	0.21E-01	0.21E-01	---	---	---
0.0	-4.6	4.6	4.6	4.6	0.24E-01	0.24E-01	0.24E-01	---	---	---
0.0	-4.4	4.4	4.4	4.4	0.21E-01	0.21E-01	0.21E-01	---	---	---
0.0	-4.2	4.2	4.2	4.2	0.17E-01	0.17E-01	0.17E-01	---	---	---
0.0	-4.0	4.0	4.0	4.0	0.15E-01	0.15E-01	0.15E-01	---	---	---
0.0	-3.8	3.8	3.8	3.8	0.13E-01	0.13E-01	0.13E-01	---	---	---
0.0	-3.6	3.6	3.6	3.6	0.11E-01	0.11E-01	0.11E-01	---	---	---
0.0	-3.4	3.4	3.4	3.4	0.90E-02	0.90E-02	0.90E-02	---	---	---
0.0	-3.2	3.2	3.2	3.2	0.77E-02	0.77E-02	0.77E-02	---	---	---
0.0	-3.0	3.0	3.0	3.0	0.68E-02	0.68E-02	0.68E-02	---	---	---
0.0	-2.8	2.8	2.8	2.8	0.60E-02	0.60E-02	0.60E-02	---	---	---
0.0	-2.6	2.6	2.6	2.6	0.53E-02	0.53E-02	0.53E-02	---	---	---
0.0	-2.4	2.4	2.4	2.4	0.47E-02	0.47E-02	0.47E-02	---	---	---
0.0	-2.2	2.2	2.2	2.2	0.42E-02	0.42E-02	0.42E-02	---	---	---
0.0	-2.0	2.0	2.0	2.0	0.37E-02	0.37E-02	0.37E-02	---	---	---
0.0	-1.8	1.8	1.8	1.8	0.33E-02	0.33E-02	0.33E-02	---	---	---
0.0	-1.6	1.6	1.6	1.6	0.29E-02	0.29E-02	0.29E-02	---	---	---
0.0	-1.4	1.4	1.4	1.4	0.26E-02	0.26E-02	0.26E-02	---	---	---
0.0	-1.2	1.2	1.2	1.2	0.23E-02	0.23E-02	0.23E-02	---	---	---
0.0	-1.0	1.0	1.0	1.0	0.20E-02	0.20E-02	0.20E-02	---	---	---
0.0	-0.8	0.8	0.8	0.8	0.17E-02	0.17E-02	0.17E-02	---	---	---
0.0	-0.6	0.6	0.6	0.6	0.14E-02	0.14E-02	0.14E-02	---	---	---
0.0	-0.4	0.4	0.4	0.4	0.11E-02	0.11E-02	0.11E-02	---	---	---
0.0	-0.2	0.2	0.2	0.2	0.80E-03	0.80E-03	0.80E-03	---	---	---
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.50E-03	0.50E-03	0.50E-03	---	---	---
0.0	0.2	0.2	0.2	0.2	0.30E-03	0.30E-03	0.30E-03	---	---	---
0.0	0.4	0.4	0.4	0.4	0.18E-03	0.18E-03	0.18E-03	---	---	---
0.0	0.6	0.6	0.6	0.6	0.10E-03	0.10E-03	0.10E-03	---	---	---
0.0	0.8	0.8	0.8	0.8	0.60E-04	0.60E-04	0.60E-04	---	---	---
0.0	1.0	1.0	1.0	1.0	0.30E-04	0.30E-04	0.30E-04	---	---	---
0.0	1.2	1.2	1.2	1.2	0.15E-04	0.15E-04	0.15E-04	---	---	---
0.0	1.4	1.4	1.4	1.4	0.70E-05	0.70E-05	0.70E-05	---	---	---
0.0	1.6	1.6	1.6	1.6	0.35E-05	0.35E-05	0.35E-05	---	---	---
0.0	1.8	1.8	1.8	1.8	0.17E-05	0.17E-05	0.17E-05	---	---	---
0.0	2.0	2.0	2.0	2.0	0.80E-06	0.80E-06	0.80E-06	---	---	---
0.0	2.2	2.2	2.2	2.2	0.35E-06	0.35E-06	0.35E-06	---	---	---
0.0	2.4	2.4	2.4	2.4	0.16E-06	0.16E-06	0.16E-06	---	---	---
0.0	2.6	2.6	2.6	2.6	0.70E-07	0.70E-07	0.70E-07	---	---	---
0.0	2.8	2.8	2.8	2.8	0.30E-07	0.30E-07	0.30E-07	---	---	---
0.0	3.0	3.0	3.0	3.0	0.13E-07	0.13E-07	0.13E-07	---	---	---
0.0	3.2	3.2	3.2	3.2	0.50E-08	0.50E-08	0.50E-08	---	---	---
0.0	3.4	3.4	3.4	3.4	0.18E-08	0.18E-08	0.18E-08	---	---	---
0.0	3.6	3.6	3.6	3.6	0.60E-09	0.60E-09	0.60E-09	---	---	---
0.0	3.8	3.8	3.8	3.8	0.18E-09	0.18E-09	0.18E-09	---	---	---
0.0	4.0	4.0	4.0	4.0	0.50E-10	0.50E-10	0.50E-10	---	---	---
0.0	4.2	4.2	4.2	4.2	0.15E-10	0.15E-10	0.15E-10	---	---	---
0.0	4.4	4.4	4.4	4.4	0.40E-11	0.40E-11	0.40E-11	---	---	---
0.0	4.6	4.6	4.6	4.6	0.10E-11	0.10E-11	0.10E-11	---	---	---
0.0	4.8	4.8	4.8	4.8	0.25E-12	0.25E-12	0.25E-12	---	---	---
0.0	5.0	5.0	5.0	5.0	0.60E-13	0.60E-13	0.60E-13	---	---	---
0.0	5.2	5.2	5.2	5.2	0.15E-13	0.15E-13	0.15E-13	---	---	---
0.0	5.4	5.4	5.4	5.4	0.35E-14	0.35E-14	0.35E-14	---	---	---
0.0	5.6	5.6	5.6	5.6	0.80E-15	0.80E-15	0.80E-15	---	---	---
0.0	5.8	5.8	5.8	5.8	0.18E-15	0.18E-15	0.18E-15	---	---	---
0.0	6.0	6.0	6.0	6.0	0.40E-16	0.40E-16	0.40E-16	---	---	---
0.0	6.2	6.2	6.2	6.2	0.90E-17	0.90E-17	0.90E-17	---	---	---
0.0	6.4	6.4	6.4	6.4	0.18E-17	0.18E-17	0.18E-17	---	---	---
0.0	6.6	6.6	6.6	6.6	0.35E-18	0.35E-18	0.35E-18	---	---	---
0.0	6.8	6.8	6.8	6.8	0.70E-19	0.70E-19	0.70E-19	---	---	---
0.0	7.0	7.0	7.0	7.0	0.13E-19	0.13E-19	0.13E-19	---	---	---
0.0	7.2	7.2	7.2	7.2	0.25E-20	0.25E-20	0.25E-20	---	---	---
0.0	7.4	7.4	7.4	7.4	0.40E-21	0.40E-21	0.40E-21	---	---	---
0.0	7.6	7.6	7.6	7.6	0.60E-22	0.60E-22	0.60E-22	---	---	---
0.0	7.8	7.8	7.8	7.8	0.80E-23	0.80E-23	0.80E-23	---	---	---
0.0	8.0	8.0	8.0	8.0	0.90E-24	0.90E-24	0.90E-24	---	---	---
0.0	8.2	8.2	8.2	8.2	0.90E-25	0.90E-25	0.90E-25	---	---	---
0.0	8.4	8.4	8.4	8.4	0.80E-26	0.80E-26	0.80E-26	---	---	---
0.0	8.6	8.6	8.6	8.6	0.60E-27	0.60E-27	0.60E-27	---	---	---
0.0	8.8	8.8	8.8	8.8	0.40E-28	0.40E-28	0.40E-28	---	---	---
0.0	9.0	9.0	9.0	9.0	0.20E-29	0.20E-29	0.20E-29	---	---	---
0.0	9.2	9.2	9.2	9.2	0.10E-30	0.10E-30	0.10E-30	---	---	---
0.0	9.4	9.4	9.4	9.4	0.50E-31	0.50E-31	0.50E-31	---	---	---
0.0	9.6	9.6	9.6	9.6	0.20E-32	0.20E-32	0.20E-32	---	---	---
0.0	9.8	9.8	9.8	9.8	0.10E-33	0.10E-33	0.10E-33	---	---	---
0.0	10.0	10.0	10.0	10.0	0.50E-34	0.50E-34	0.50E-34	---	---	---
0.0	10.2	10.2	10.2	10.2	0.20E-35	0.20E-35	0.20E-35	---	---	---
0.0	10.4	10.4	10.4	10.4	0.10E-36	0.10E-36	0.10E-36	---	---	---
0.0	10.6	10.6	10.6	10.6	0.50E-37	0.50E-37	0.50E-37	---	---	---
0.0	10.8	10.8	10.8	10.8	0.20E-38	0.20E-38	0.20E-38	---	---	---
0.0	11.0	11.0	11.0	11.0	0.10E-39	0.10E-39	0.10E-39	---	---	---
0.0	11.2	11.2	11.2	11.2	0.50E-40	0.50E-40	0.50E-40	---	---	---
0.0	11.4	11.4	11.4	11.4	0.20E-41	0.20E-41	0.20E-41	---	---	---
0.0	11.6	11.6	11.6	11.6	0.10E-42	0.10E-42	0.10E-42	---	---	---
0.0	11.8	11.8	11.8	11.8	0.50E-43	0.50E-43	0.50E-43	---	---	---
0.0	12.0	12.0	12.0	12.0	0.20E-44	0.20E-44	0.20E-44	---	---	---
0.0	12.2	12.2	12.2	12.2	0.10E-45	0.10E-45	0.10E-45	---	---	---
0.0	12.4	12.4	12.4	12.4	0.50E-46	0.50E-46	0.50E-46	---	---	---
0.0	12.6	12.6	12.6	12.6	0.20E-47	0.20E-47	0.20E-47	---	---	---
0.0	12.8	12.8	12.8	12.8	0.10E-48	0.10E-48	0.10E-48	---	---	---
0.0	13.0	13.0	13.0	13.0	0.50E-49	0.50E-49	0.50E-49	---	---	---
0.0	13.2	13.2	13.2	13.2	0.20E-50	0.20E-50	0.20E-50	---	---	---
0.0	13.4	13.4	13.4	13.4	0.10E-51	0.10E-51	0.10E-51	---	---	---
0.0	13.6	13.6	13.6	13.6	0.50E-52	0.50E-52	0.50E-52	---	---	---
0.0	13.8	13.8	13.8	13.8	0.20E-53	0.20E-53	0.20E-53	---	---	---
0.0	14.0	14.0	14.0	14.0	0.10E-54	0.10E-54	0.10E-54	---	---	---
0.0	14.2	14.2	14.2	14.2	0.50E-55	0.50E-55	0.50E-55	---	---	---
0.0	14.4	14.4	14.4	14.4	0.20E-56	0.20E-56	0.20E-56	---	---	---
0.0	14.6	14.6	14.6	14.6	0.10E-57	0.10E-57	0.10E-57	---	---	---
0.0	14.8	14.8	14.8	14.8	0.50E-58	0.50E-58	0.50E-58	---	---	---
0.0	15.0	15.0	15.0	15.0	0.20E-59	0.20E-59	0.20E-59	---	---	---
0.0	15.2	15.2	15.2	15.2	0.10E-60	0.10E-60	0.10E-60	---	---	---
0.0	15.4	15.4	15.4	15.4	0.50E-61	0.50E-61	0.50E-61	---	---	---
0.0	15.6	15.6	15.6	15.6	0.20E-62	0.20E-62	0.20E-62	---	---	---
0.0	15.8	15.8	15.8	15.8	0.10E-63	0.10E-63	0.10E-63	---	---	---
0.0	16.0	16.0	16.0	16.0	0.50E-64	0.50E-64	0.50E-64	---	---	---
0.0	16.2	16.2	16.2	16.2	0.20E-65	0.20E-65	0.20E-65	---	---	---
0.0	16.4	16.4	16.4	16.4	0.10E-66	0.10E-66	0.10E-66	---	---	---
0.0	16.6	16.6	16.6	16.6	0.50E-67	0.50E-67	0.50E-67	---	---	---
0.0	16.8	16.8	16.8	16.8	0.20E-68	0.20E-68	0.20E-68	---	---	---
0.0	17.0	17.0	17.0	17.0	0.10E-69	0.10E-69	0.10E-69	---	---	---
0.0	17.2	17.2	17.2	17.2	0.50E-70	0.50E-70	0.50E-70	---	---	---
0.0	17.4	17.4	17.4	17.4	0.20E-71	0.20E-71	0.20E-71	---	---	---
0.0	17.6	17.6	17.6	17.6	0.10E-72	0.10E-72	0.10E-72	---	---	---
0.0	17.8	17.8	17.8	17.8	0.50E-73	0.50E-73	0.50E-73	---	---	---
0.0	18.0	18.0	18.0	18.0	0.20E-74	0.20E-74	0.20E-74	---	---	---
0.0	18.2	18.2	18.2	18.2	0					

CARACTERISTICAS DO PROCESSO DE DESERVACAO

PONTOS DE REFERENCIA PARA MENTINA DE DISTANCIA E VELOCIDADE APROXIMACAO

- IXOS -	T (SEGUNDOS)	X(T) (MÉTROS)	Y(T) (MÉTROS)
1	300.0	70.0	
2	520.0	90.0	
3	740.0	100.0	
4	960.0	200.0	

- IXA REFERENCIA A 0 -

$$D = 162.0 \text{ METROS}$$

MESMOIS PADROES DAS FOTOS NO PROCESSO DE MEDIDA

DISTANCIA DE APENXICAO	0.300E+01 METROS
VELOCIDADE ANGULAR	0.500E-01 METROS/SEGUNDO
VELOCIDADE RUMO APARENTE	0.200E+00 GRAUS/SSEGUNDO
ANGULO DE RUMO APARENTE	0.100E+00 GRAUS
ANGULO DE LEME	0.500E+00 GRAUS

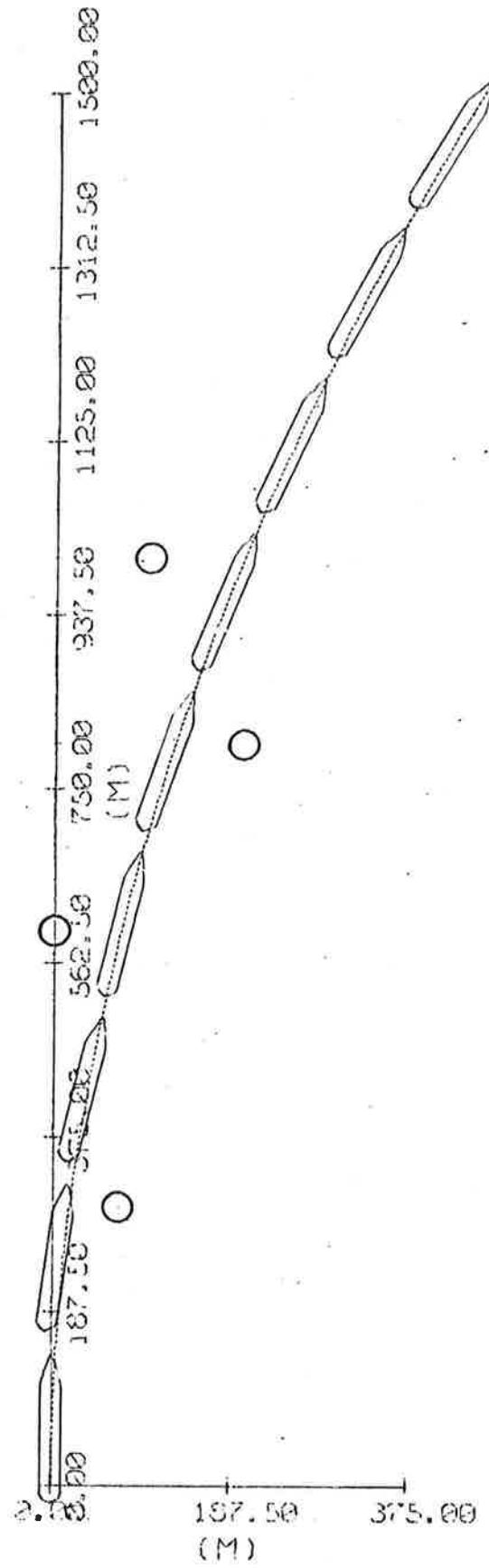


Fig. 4.29

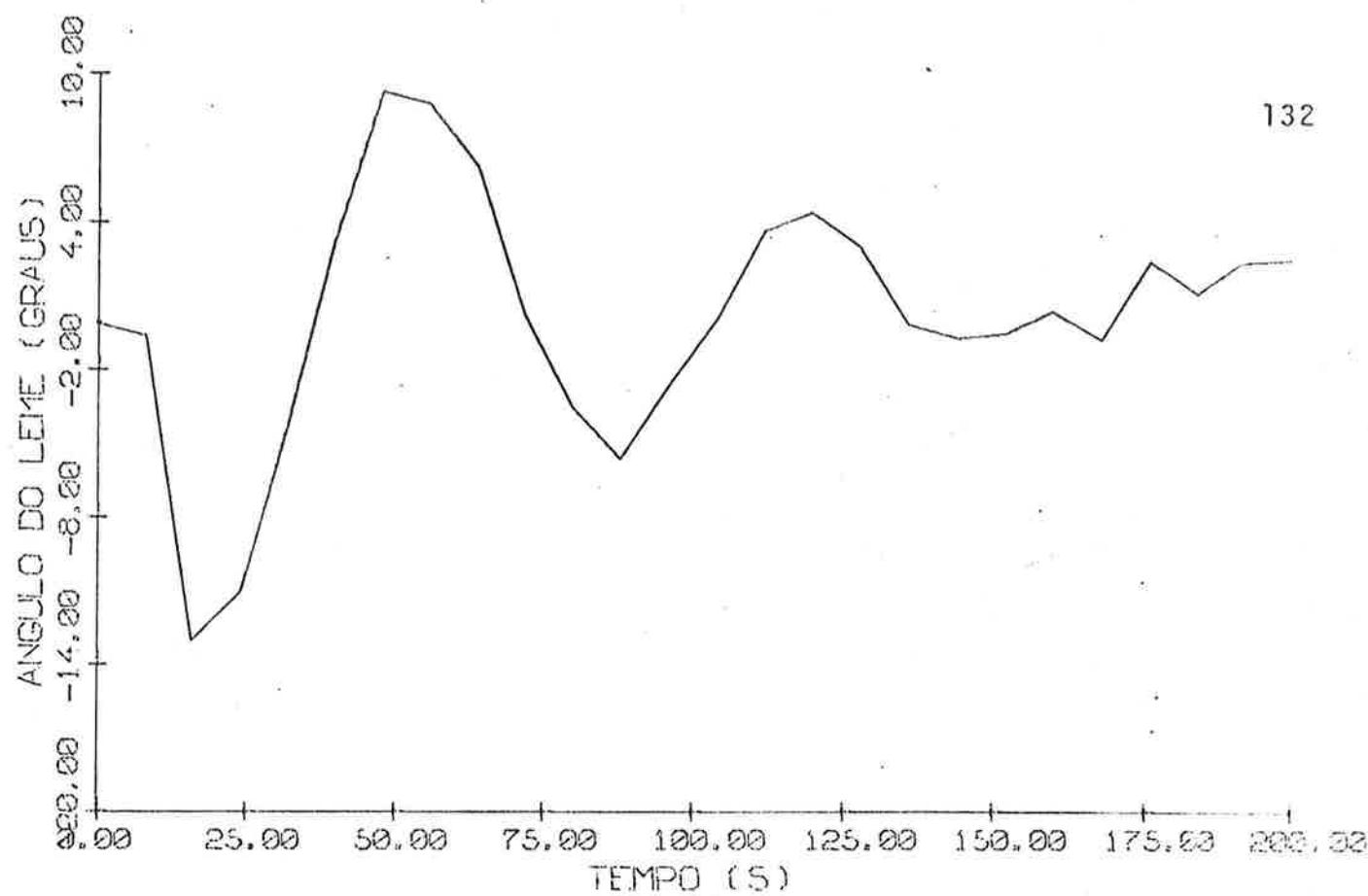


Fig. 4.30

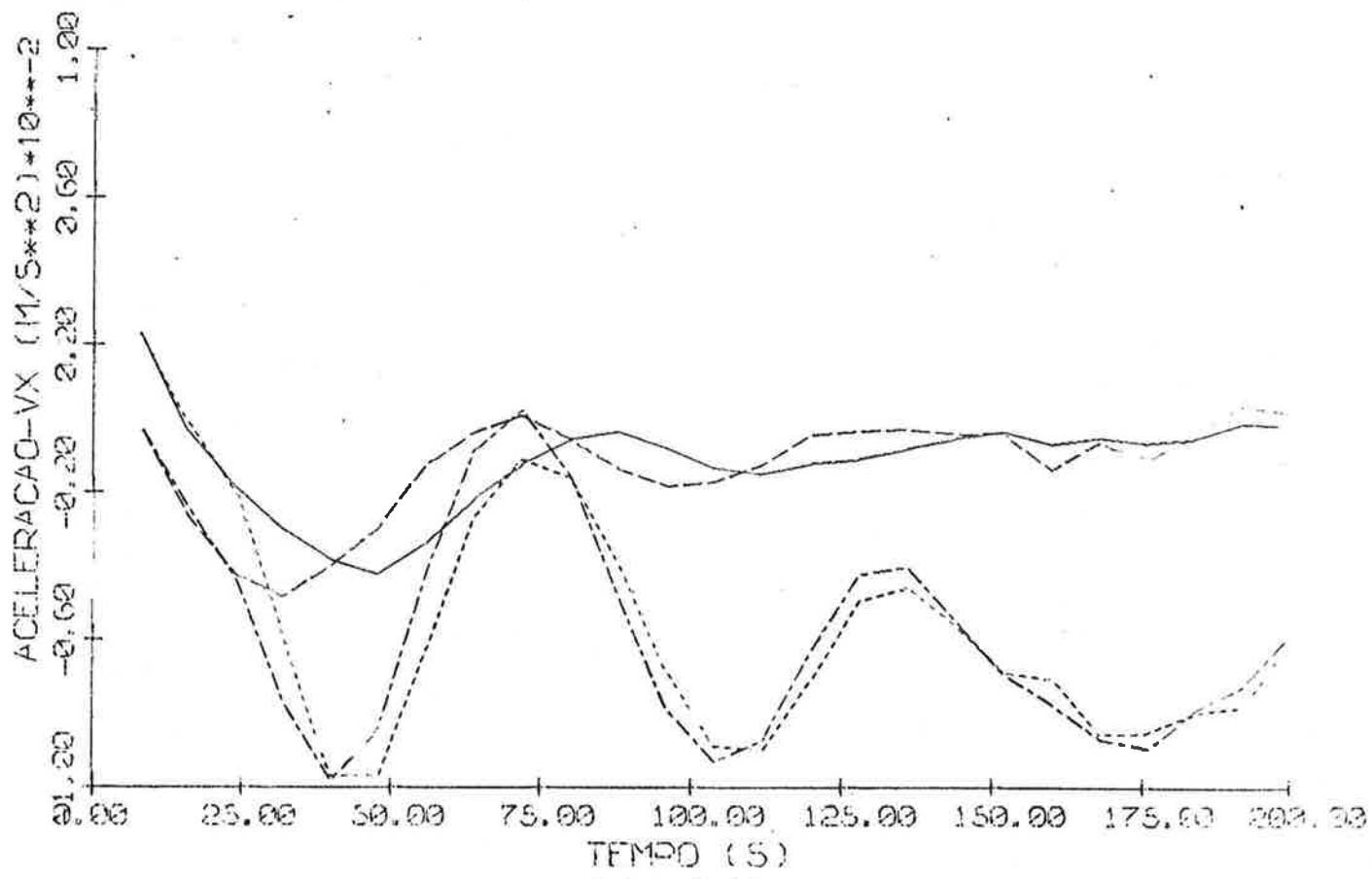


Fig. 4.31

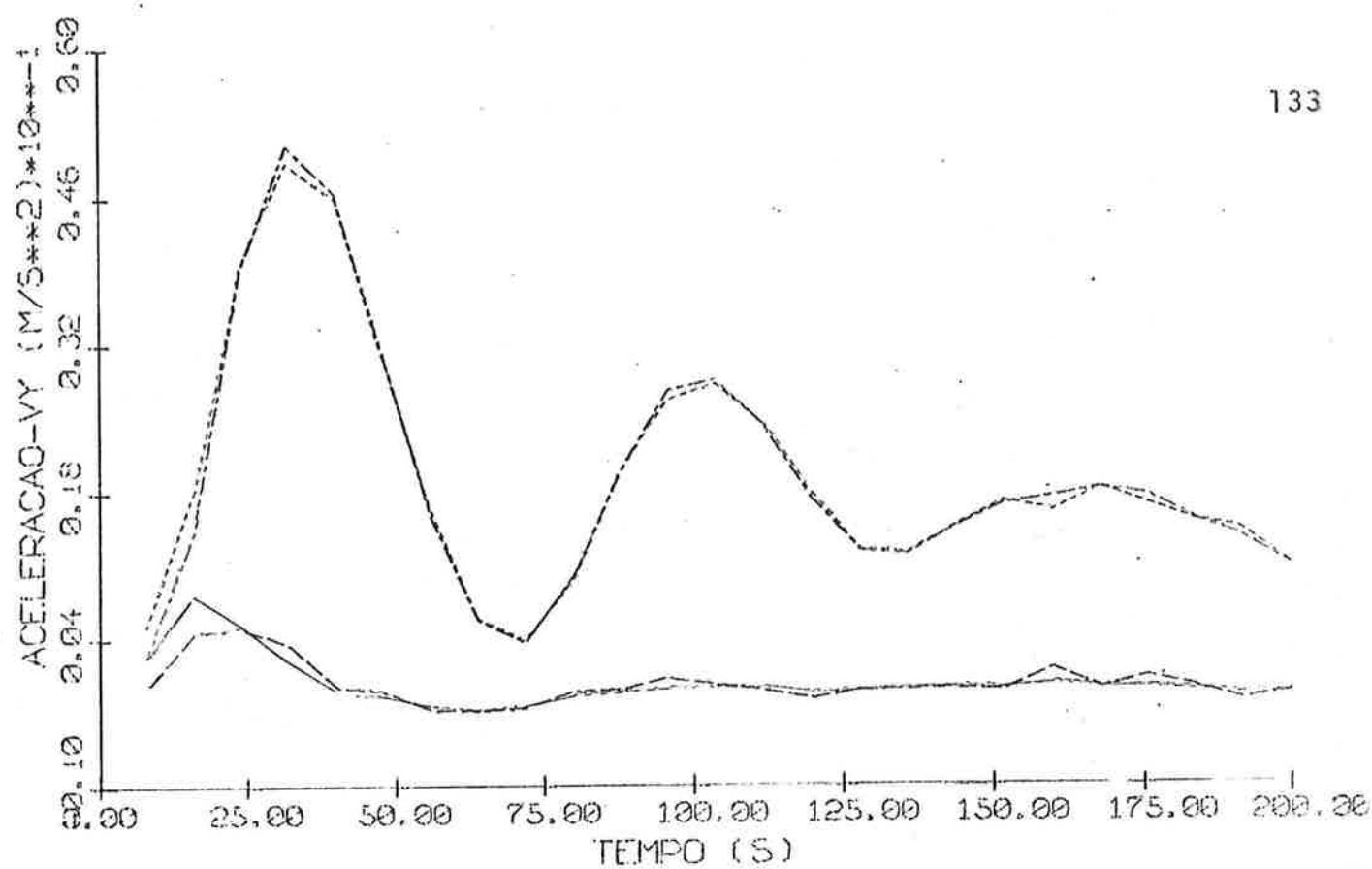


Fig. 4.32

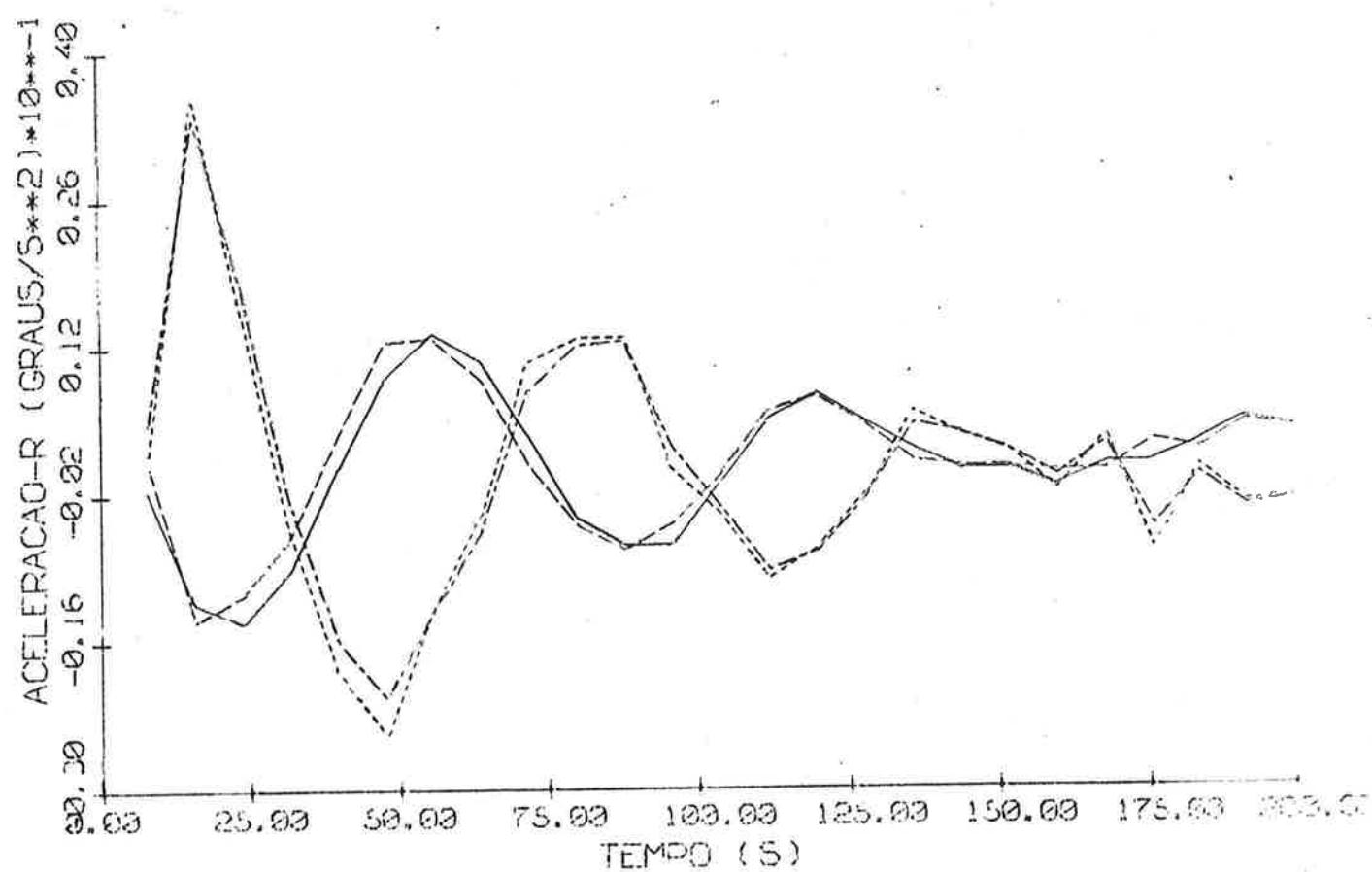


Fig. 4.33

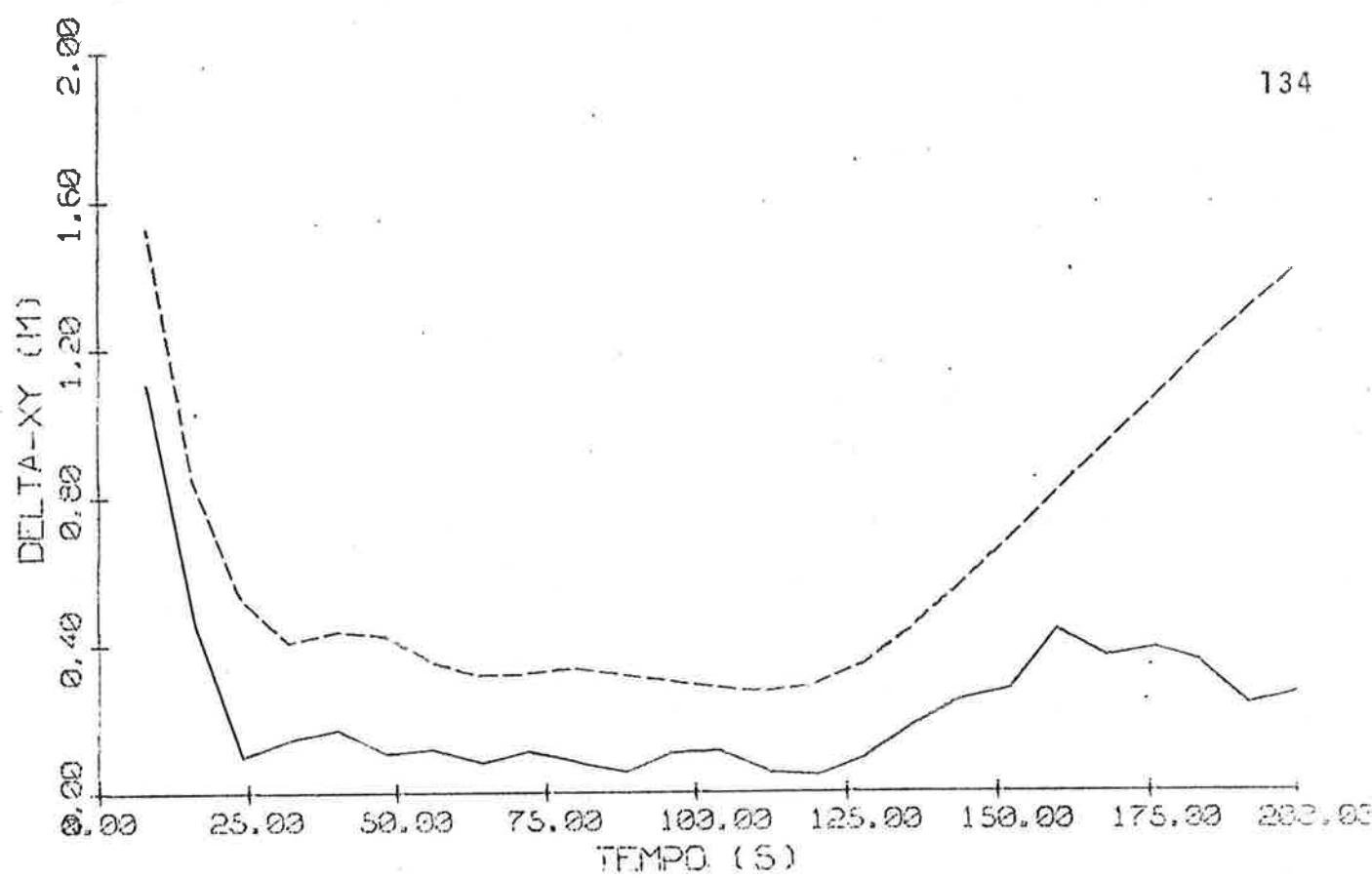


Fig. 4.34

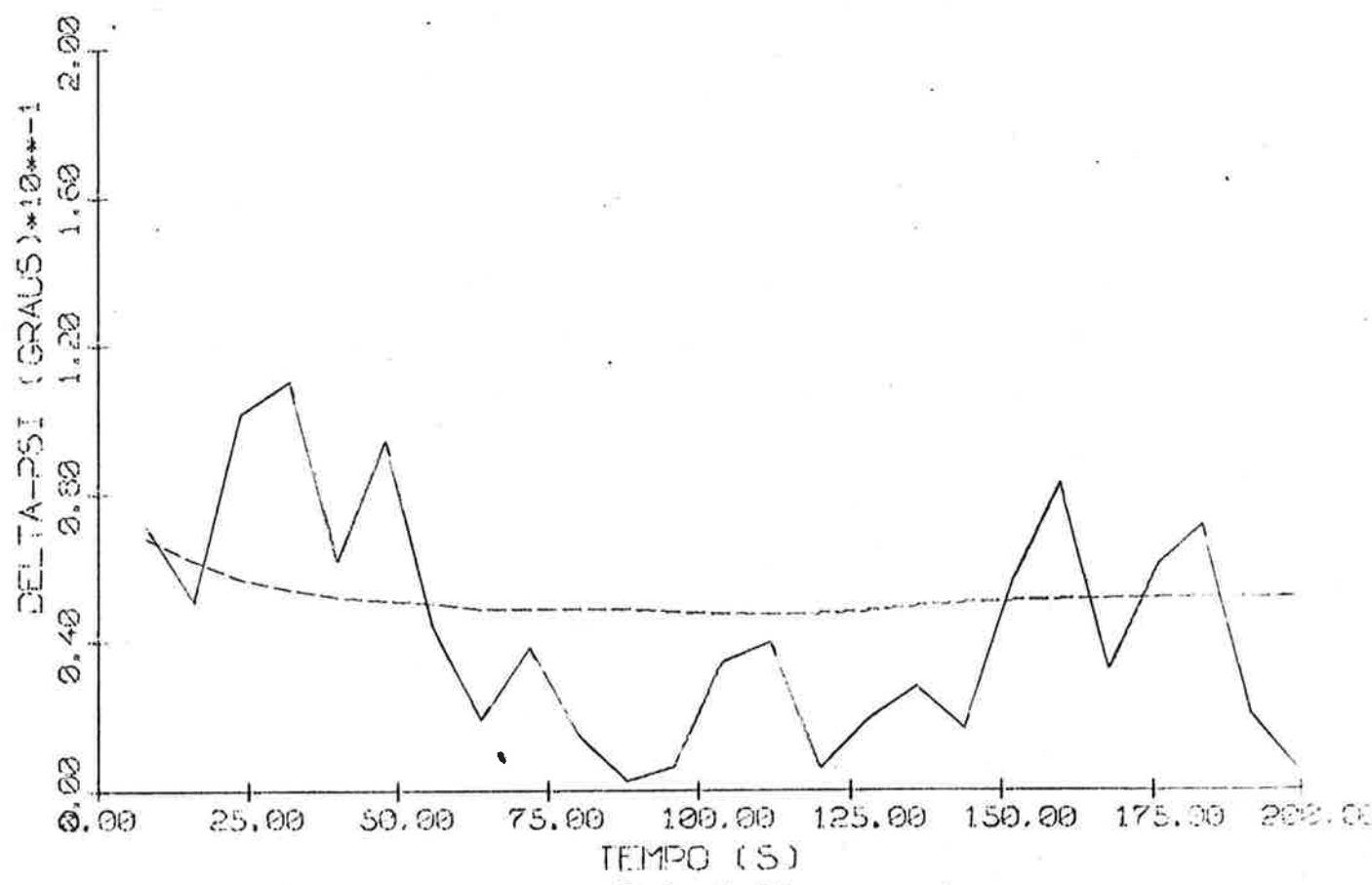


Fig. 4.35

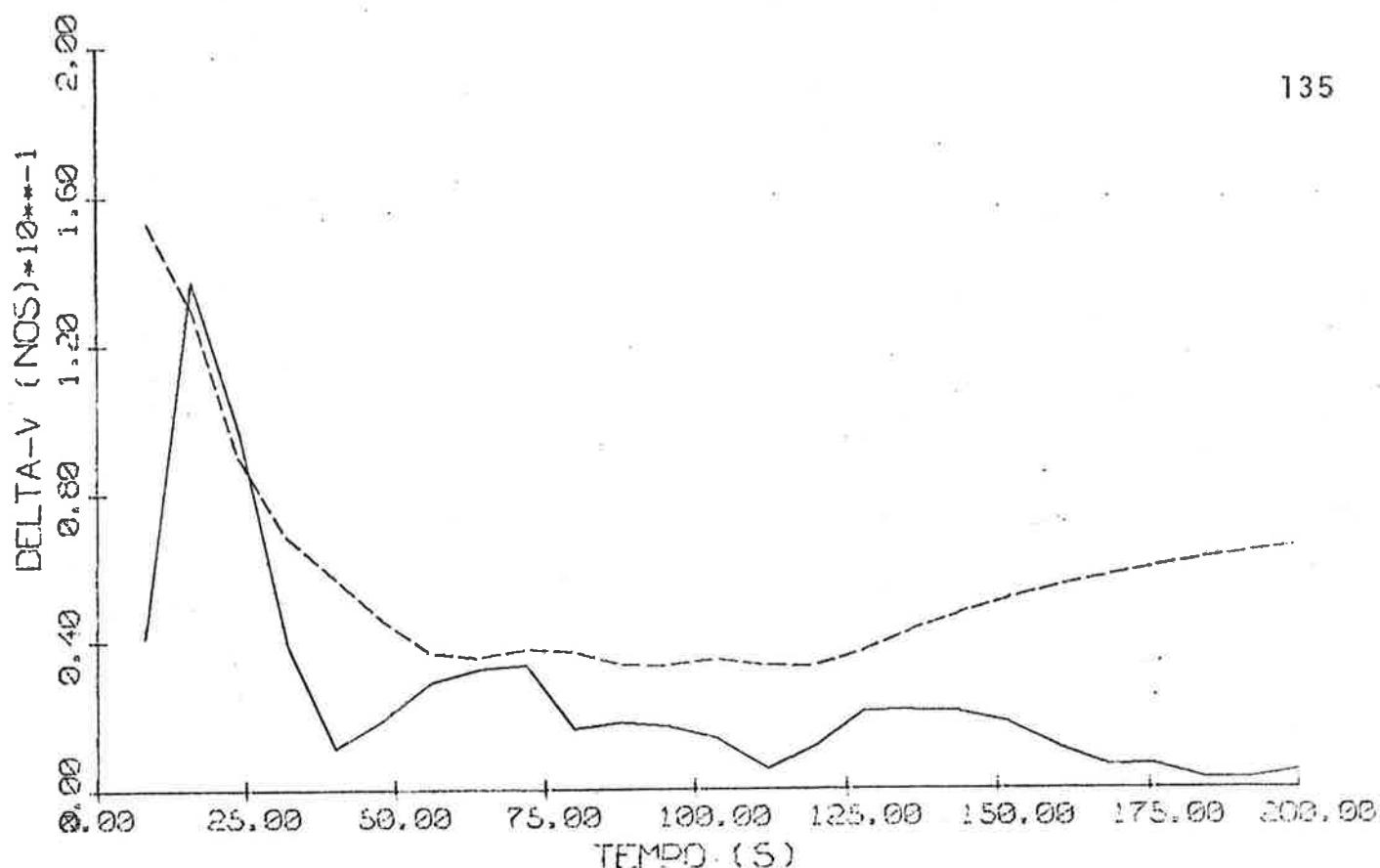


Fig. 4.36

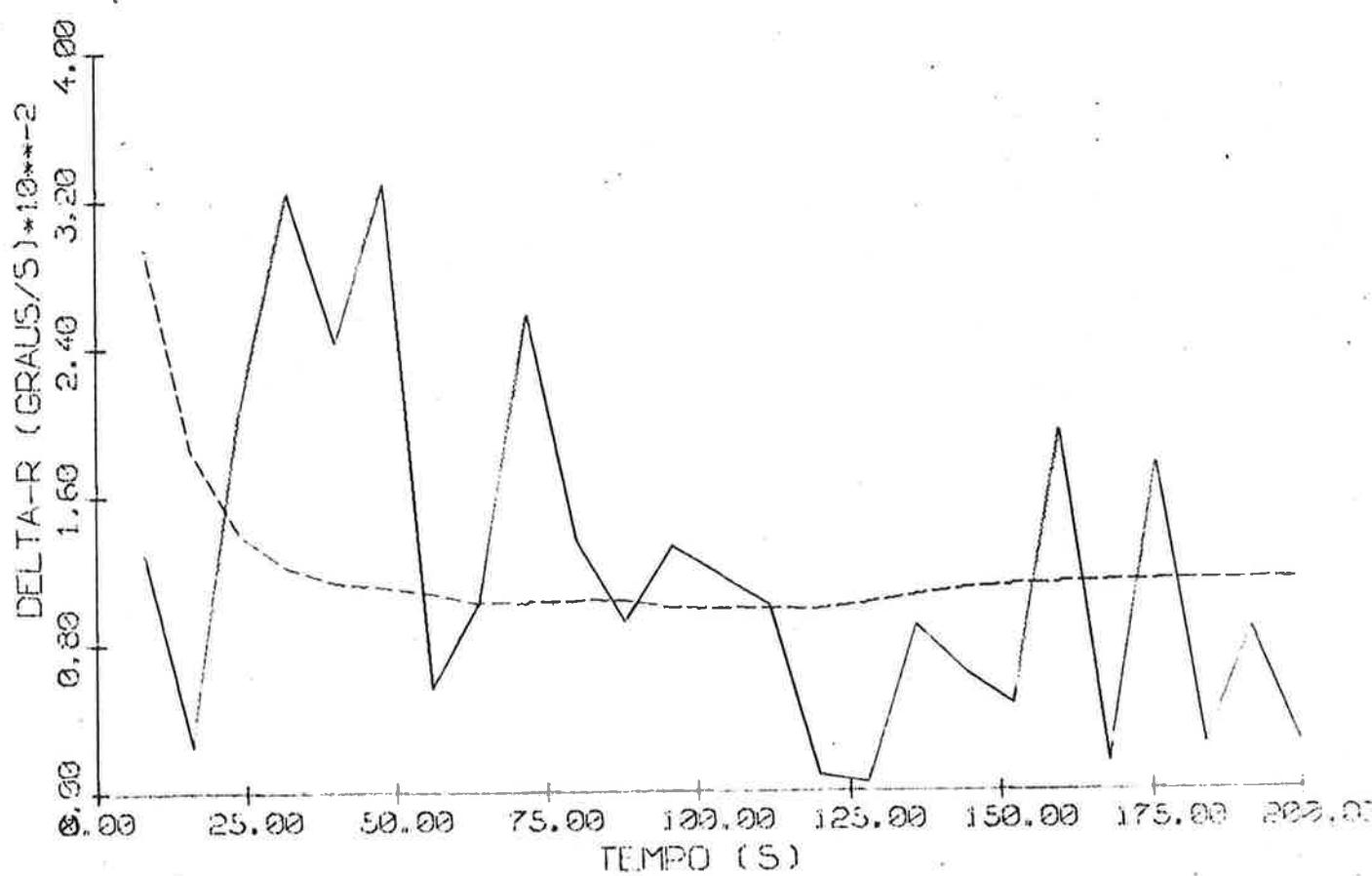


Fig. 4.37

O desempenho do piloto automático pode ser considerado excelente, conforme se observa na figura 4.29.

Verifica-se também uma boa concordância entre os valores reais e estimados das acelerações (fig. 4.31, 4.32 e 4.33). Note-se que as acelerações segundo o eixo O_0X são de magnitude consideravelmente menor do que aquelas associadas ao eixo O_0Y , sendo suas estimativas de qualidade comparável às destas últimas.

O desvio padrão do erro na estimativa do estado fornecido pelo filtro estendido de Kalman mostra o efeito do posicionamento inadequado das estações de referência para medida de posição e velocidade. A embarcação passa pela última estação de referência por volta do instante $t = 140s$ e, daí em diante, observa-se um aumento sensível no desvio padrão do erro em posição fornecido pelo filtro, cuja tendência é superestimar o erro real (fig. 4.34) que, por sua vez, também tende a aumentar.

Verifica-se paralelamente um aumento do desvio padrão do erro em velocidade fornecido pelo filtro (fig. 4.36), embora menos acentuado que o referente a posição.

Ressalvadas as observações anteriores, também neste exemplo os desvios padrões do filtro estendido de Kalman são medidas adequadas dos erros efetivamente verificados (figs.

4.34, 4.35, 4.36 e 4.37).

Os máximos erros observados foram da ordem de:

$$\Delta_{X\gamma} : 1,20m$$

$$\Delta_\psi : 1,10$$

$$\Delta_v : 0,14 \text{ nós}$$

$$\Delta_r : 0,0320/s$$

O erro de posição $\Delta_{X\gamma}$ acima deve-se ainda às condições iniciais, caindo posteriormente o seu valor máximo para em torno de 0,40m.

5. COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

A pilotagem automática de embarcações, realizada sob o enfoque do controle estocástico, mostra-se não só viável, como também bastante eficiente, conforme demonstram os testes realizados com o "software" aqui proposto.

As perturbações externas que agem sobre a embarcação são tratadas de maneira simples e totalmente independente de sua natureza, dispensando qualquer modelagem matemática ou instrumentação adicional para o processo de medida das variáveis observadas. Tais perturbações, encaradas como acelerações não modeladas e estimadas como componentes do estado do sistema através do filtro estendido de Kalman, podem assim representar efeitos de vento, corrente, ondas, sucção em direção às margens do canal, não linearidades do modelo matemático, efeitos de ultrapassagem e cruzamento de embarcações em águas restritas, etc...

Esse enfoque é de grande importância por prover o piloto com características de adaptabilidade a ambientes e situações as mais diversas, algumas de difícil modelagem.

A dinâmica da embarcação pode ser perfeitamente representada, para fins de controle, através do modelo contendo derivadas hidrodinâmicas apenas de primeira ordem, sendo as

não linearidades tomadas como acelerações não modeladas. Esse aspecto, ao lado de tornar mais simples e rápido o "software", também simplifica o trabalho de determinação das derivadas hidrodinâmicas, o que se consegue através de ensaios consideravelmente menos complexos.

Mesmo utilizando o modelo linear com as derivadas hidrodinâmicas afetadas de um erro experimental simulado, o procedimento mostrou-se eficiente tanto no que se refere a qualidade das estimativas do estado, como do controle.

Testes realizados mostraram que, adotando-se o modelo completo para o piloto automático (isto é, com derivadas hidrodinâmicas de até terceira ordem), as estimativas obtidas do estado expandido do sistema são mais precisas, mantendo-se a qualidade do controle praticamente inalterada.

O procedimento de estimação de estados apresenta ótimas características de convergência mesmo nos casos em que as acelerações não modeladas são relativamente intensas, de magnitudes de mesma ordem que as parcelas modeladas.

A incorporação das acelerações não modeladas ao modelo dinâmico do sistema na forma de um processo de Gauss-Markov, ao lado de produzir melhores estimativas das variáveis de estado originais, fornece também um meio de se efetuar a predição do estado, conforme exigido pelo controlador.

Ressalte-se a importância desse procedimento pela constatação de divergência do filtro estendido de Kalman em testes efetuados em que as acelerações não modeladas foram deixadas de lado no processo de estimação.

O modelo de estados adotado (eq. 3.3.1) apresentou melhores características de observabilidade que aquele em que são adotadas como variáveis de estado as velocidades Δu e v (eq. 3.1.3) em lugar de v_x e v_y . Este aspecto talvez merecesse uma análise mais cuidadosa, possivelmente com testes numéricos de observabilidade, que no entanto não foram realizados.

A intensidade do ruído do sistema adotada neste trabalho mostrou-se adequada para assegurar boas características de convergência ao filtro estendido de Kalman, sendo vital seu papel nesse sentido, pois a capacidade de estimar as acelerações não modeladas depende fortemente do nível do ruído.

O procedimento de estimação das acelerações não modeladas não é sensível à aproximação inicial fornecida para os coeficientes de correlação temporal T_{vx} , T_{vy} e T_r . No entanto tais valores devem ser muito maiores que os tempos característicos da embarcação.

Quanto à matriz de covariância do erro na estimativa do estado, os testes realizados mostraram que a mesma

fornecendo uma medida bastante boa do erro efetivamente ocorrido.

Em relação ao processo de medida das variáveis observadas, embora tenham sido usados valores típicos para caracterizar sua precisão, o "software" proposto mostrou-se relativamente insensível a tais parâmetros.

O desempenho do piloto também mostrou-se virtualmente independente da localização das estações de referência para medida de posição e velocidade de aproximação, embora seja recomendável que as mesmas se apresentem distribuídas ao longo da trajetória.

Observe-se por fim a simplicidade do equipamento exigido para a implementação do sistema de medida.

Com relação à determinação da lei de controle, deve-se ressaltar a importância para o bom desempenho do controlador que representa o estabelecimento adequado do nível do ruído n_{k+1} através da matriz de covariância R_{k+1} (eq. 2.3.27). Durante o desenvolvimento do trabalho, testes realizados com outras escolhas de R_{k+1} produziram resultados insatisfatórios. Além do mais, a consideração do erro de linearização mostrou-se importante para garantir a qualidade do desempenho do piloto.

Os testes efetuados indicaram ser adequada a es-

colha feita nesse sentido.

A escolha de um ponto B (fig. 3.15) conveniente da linha de centro do navio como referência para a medida do desvio em relação à trajetória desejada, em virtude das razões já expostas, apresenta-se como de fundamental importância para o bom desempenho do piloto automático. Simulações realizadas mostraram a incapacidade do piloto corrigir desvios em relação à trajetória desejada para pontos de referência tomados próximos da popa da embarcação.

Dentre as possibilidades de desenvolvimento futuro deste trabalho, sugere-se a adoção de um modelo dinâmico da embarcação mais abrangente, que leve em consideração grandes variações de velocidade, ação de outros elementos de controle como passo do hélice e rotação do motor. Com isso poderiam ser definidos objetivos de controle mais complexos de forma a possibilitar a automação de operações como aproximações de eclusas, aportagens, etc...

A implementação de um piloto automático do tipo apresentado exigiria, em primeira instância, um mini-computador a bordo da embarcação. Entretanto, como alternativa, justifica-se o estudo da viabilidade de um sistema de controle baseado em um computador em terra, atuando sobre as embarcações por telemetria. Neste caso, os valores medidos das variáveis observadas, realizadas por instrumentos localizados a bordo da embar-

cação, seriam enviados ao computador que, após estimar o estado do sistema, enviaria os sinais de controle adequados. Para tanto deveriam estar acessíveis ao "software" as derivadas hidrodinâmicas referentes às embarcações a controlar (ou, no caso de um modelo mais abrangente, quaisquer outros parâmetros necessários para defini-lo). Note-se a possibilidade de um conjurto de informações poder referir-se a uma dada faixa de embarcações e não a uma única, em razão de o piloto não exigir um modelo rigorosamente preciso do sistema, face ao enfoque adotado de se tratar tais imprecisões como acelerações não modeladas.

O "software" do piloto automático aqui apresentado poderia ser estendido de maneira simples, a fim de possibilitar a automação da navegação em mar aberto, através da utilização de informações fornecidas por satélites (sistemas ... TRANSIT, GPS-Global Positioning System, etc...).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. MORI, M. & TANAKA M. Ship maneuverability simulation program. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPUTER APPLICATIONS IN THE AUTOMATION AND SHIP DESIGN, Tokyo, Aug. 28.30, 1973. Tokyo, IFIP/IFAC/JSNA, 1973. paper II-5.
2. INSTITUTO DE PESQUISAS TECNOLÓGICAS DO ESTADO DE SÃO PAULO S.A. Divisão de Engenharia Naval. Simulação de manobras de navios de superfície. São Paulo, IPT/DINAV , 1975. 207p. (Relatório IPT nº 7.306)
3. SOTELO JUNIOR, J. Aplicação de controle ótimo na modelagem do timoneiro. São Paulo, EPUSP, 1976. 216p. (Dissertação de Mestrado apresentado à Escola Politécnica da USP)
4. JAZWINSKI, A. H. Stochastic processes and filtering theory. New York, Academic Press, 1970. 376p.
5. GELB, A., ed. et alii. Applied optimal estimation. Cambridge, M.I.T. Press, 1977. 374p.
6. INGRAM, D.S. Orbit determination in the presence of unmodeled accelerations. Austin, University of Texas. Applied Mechanics Research Laboratory, 1971. 141p.

7. RIOS NETO, A. The estimation of the state and the unmodeled atmospheric drag for near earth satellites. Austin, University of Texas, 1973. 169p. (Dissertation presented for degree of Doctor of Philosophy)
8. RIOS NETO, A. & TAPLEY, B.D. Estimating the state of nonlinear dynamical systems in the presence of unmodeled accelerations. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 3º, Rio de Janeiro, 1975. p. 969-982.
9. RIOS NETO, A. Piloto automático versus otimização: apresentação de sugestão de procedimento com emprego de controle estocástico. São Paulo, 1977. 7p. (Notas pessoais)
10. BRYSON, A.E. & HO, Y.C. Applied optimal control; optimization, estimation, and control. New York, John Wiley & Sons, 1975. 481p.
11. FUJINO, M. Experimental studies on ship maneuverability in restricted waters - part I. International Shipbuilding Progress, 15 (168): 279-301, Aug. 1968.
12. ABKOWITZ, M. A. Stability and motion control of ocean vehicles. Cambridge, M.I.T. Press, 1969. p. irreg.
13. BRINATI, H. L. Investigação sobre emprego do filtro estendido de Kalman para identificação da manobrabilidade do

- navio. São Paulo, EPUSP, 1976. 276p. (Tese de Doutoramento apresentada à EPUSP)
14. COMSTOCK, John P., ed. Principles of naval architecture. New York, SNAME, 1967. 827p.
15. LIEBELT, P.B. An introduction to optimal estimation. Massachusetts, Addison-Wesley, 1967. 273p.
16. CHISLETT, M.S. & TEJSEN, J.S. Planar motion mechanism tests and full scale steering and maneuvering predictions for a Mariner class vessel. Lyngby, Denmark, Hydro-og Aerodynamisk Laboratorium, 1965. 41p. (Report nº HY-6)
17. RIOS NETO, A. & CRUZ, J.J. Proposta de pilotagem automática de embarcações com emprego de controle estocástico. São Paulo, IPT/DINAV, 1979. 29p. Trabalho apresentado ao Congresso Pan-Americano de Engenharia Naval, Engenharia Portuária e Transportes Marítimos, 6º, México, set. 16-22, 1979.
18. CRUZ, J.J. & RIOS NETO, A. Estimating the state of ships in the presence of unmodeled accelerations. São Paulo, IPT/DINAV, 1980. 20p. Trabalho apresentado ao American Towing Tank Conference, 19º, Ann Arbor, Mich., Jul 9-11, 1980.

A P E N D I C E I

AS EQUAÇÕES DE MOVIMENTO DA EMBARCAÇÃO

A representação do movimento da embarcação no plano faz-se através de três equações [12]:

$$X' = m \cdot (\dot{u} - r \cdot v - x_G \cdot r^2)$$

$$Y' = m \cdot (\dot{v} + r \cdot u + x_G \cdot \dot{r}) \quad (A.1.1)$$

$$N' = I_Z \cdot \dot{r} + m \cdot x_G \cdot (\dot{v} + r \cdot u)$$

onde X' e Y' são as forças que agem sobre a embarcação segundo os eixos Ox e Oy , respectivamente, N' é o momento atuante segundo o eixo Oz , m é a massa do navio, x_G é a abscissa do seu centro de gravidade referida ao eixo Ox e I_Z é o momento de inércia em relação ao eixo Oz (fig.3.1).

X' , Y' e N' são de origem hidrodinâmica e dependem do movimento do navio no meio fluído, da ação de temes e da condição de operação dos propulsores.

De maneira simbólica pode-se escrever:

$$X' = X'(u, v, \dot{u}, \dot{v}, r, \dot{r}, n, \dot{n}, \delta, \dot{\delta}, \dots)$$

$$Y' = Y'(u, v, \dot{u}, \dot{v}, r, \dot{r}, n, \dot{n}, \delta, \dot{\delta}, \dots)$$

$$N^i = N^i(u, v, \dot{u}, \dot{v}, r, \dot{r}, \eta, \dot{\eta}, \delta, \dot{\delta}, \dots) \quad (\text{A.1.2})$$

Como as funções (A.1.2) são em geral contínuas e diferenciáveis, é possível desenvolvê-las em série de Taylor em torno de um ponto de equilíbrio, que pode corresponder, por exemplo, à situação de movimento retilíneo e uniforme do navio. Substitui-se então a expansão segundo Taylor em (A.1.1) e, considerando apenas termos até terceira ordem (já que os termos de ordem superior acarretariam um trabalho adicional considerável para calculá-los, em razão de seu grande número, e não produziriam aumento substancial de precisão [2]), após algum manuseio algébrico obtém-se:

$$\begin{aligned} \dot{s}_\ell &= g_\ell = \sum_{i=1}^5 A_i^\ell \cdot s_i + \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 B_{ij}^\ell \cdot s_i \cdot s_j + \\ &+ \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^5 \sum_{k=1}^5 C_{ijk}^\ell \cdot s_i \cdot s_j \cdot s_k + D^\ell \end{aligned} \quad (\text{A.1.3})$$

$$\ell = 1, 2, 3$$

onde:

$$\begin{aligned} s_1 &= \Delta u \\ s_2 &= v \\ s_3 &= r \\ s_4 &= \eta \\ s_5 &= \delta \end{aligned} \quad (\text{A.1.4})$$

Os coeficientes A_i^ℓ , B_{ij}^ℓ , C_{ijk}^ℓ e D^ℓ são funções

das derivadas hidrodinâmicas, sendo alguns nulos por razões físicas ou de simetria. São apresentados nas Tabelas I, II e III deste Apêndice, em que se utiliza a notação tradicional da área de manobrabilidade, de representação de derivadas parciais através de índices.

Nas equações (A.1.3) comparece n , que é a distância do ponto 0 da embarcação à linha de centro do canal. Portanto, conhecida a linha de centro, n é função apenas de X_0 e Y_0 : $n = n(X_0, Y_0)$.

Supondo a linha de centro do canal descrita pela equação implícita:

$$G_C(X, Y) = 0 \quad (\text{A.1.5})$$

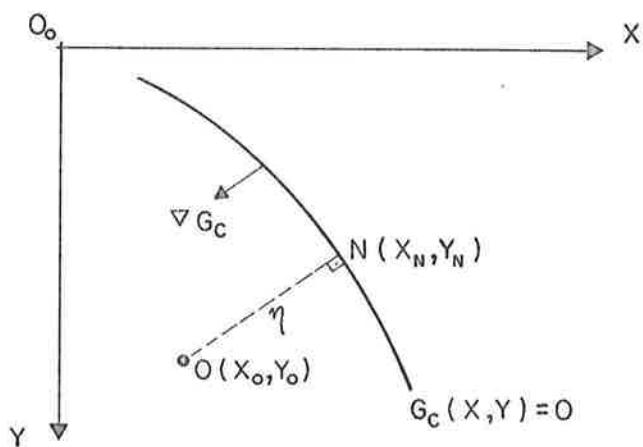


Fig. A.1.1

e sendo $N(X_N, Y_N)$ o pé da perpendicular baixada desde 0 até a linha de centro, o cálculo de η se resume na determinação de N (fig. A.1.1).

O ponto N deve satisfazer a duas condições:

i) N pertence à curva $G_C(X, Y) = 0$:

$$G_C(X_N, Y_N) = 0 \quad (\text{A.1.6})$$

ii) o vetor $(0 - N)$ é paralelo a $\nabla G_C(X_N, Y_N)$:

$$(0 - N) \wedge \nabla G_C(X_N, Y_N) = 0 \quad (\text{A.1.7})$$

em que o símbolo \wedge denota a operação produto vetorial. A equação (A.1.7) pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial}{\partial X} G_C(X_N, Y_N) \cdot (Y_0 - Y_N) - \frac{\partial}{\partial Y} G_C(X_N, Y_N) \cdot (X_0 - X_N) = 0 \quad (\text{A.1.8})$$

As equações (A.1.6) e (A.1.8) constituem um sistema não linear cuja solução numérica fornece X_N e Y_N .

Então:

$$|\eta| = \sqrt{(X_0 - X_N)^2 + (Y_0 - Y_N)^2} \quad (\text{A.1.9})$$

Convenciona-se que η seja positivo quando $(0 - N)$ e $\nabla G_C(X_N, Y_N)$ tem mesmo sentido e negativo em caso contrário:

$$\eta > 0 \Leftrightarrow (0 - N) \cdot \nabla G_C(x_N, y_N) > 0$$

ou seja:

$$\begin{aligned} \eta > 0 \Leftrightarrow & (x_0 - x_N) \cdot \frac{\partial}{\partial x} G_C(x_N, y_N) + \\ & + (y_0 - y_N) \cdot \frac{\partial}{\partial y} G_C(x_N, y_N) > 0 \end{aligned} \quad (\text{A.1.10})$$

TABELA I

$$A_1 = X_u - m$$

$$A_1^1 = - \frac{X_u}{A_1}$$

$$B_{11}^1 = - \frac{X_{uu}}{A_1}$$

$$B_{22}^1 = - \frac{X_{vv}}{A_1}$$

$$B_{33}^1 = - \frac{X_{rr} + m \cdot X_G}{A_1}$$

$$B_{44}^1 = - \frac{X_{\eta\eta}}{A_1}$$

$$B_{23}^1 = - \frac{X_{rv} + m}{A_1}$$

$$B_{14}^1 = - \frac{X_{\eta u}}{A_1}$$

$$B_{24}^1 = - \frac{X_{\eta v}}{A_1}$$

$$B_{34}^1 = - \frac{X_{\eta r}}{A_1}$$

$$B_{25}^1 = - \frac{X_{v\delta}}{A_1}$$

$$B_{35}^1 = - \frac{x_{r\delta}}{A_1}$$

$$B_{55}^1 = - \frac{x_{\delta\delta}}{A_1}$$

$$B_{45}^1 = - \frac{x_{\eta\delta}}{A_1}$$

$$C_{111}^1 = - \frac{x_{uuu}}{A_1}$$

$$C_{122}^1 = - \frac{x_{uvv}}{A_1}$$

$$C_{123}^1 = - \frac{x_{rvu}}{A_1}$$

$$C_{133}^1 = - \frac{x_{rru}}{A_1}$$

$$C_{125}^1 = - \frac{x_{v\delta u}}{A_1}$$

$$C_{135}^1 = - \frac{x_{u\delta r}}{A_1}$$

$$C_{155}^1 = - \frac{x_{u\delta\delta}}{A_1}$$

$$D^1 = 0$$

TABELA II

$$\begin{aligned}
 A_2 &= (\gamma_{\dot{v}} - m) \cdot (N_{\dot{r}} - I_Z) - (N_{\dot{v}} - m \cdot x_G) \cdot (\gamma_{\dot{r}} - m \cdot x_G) \\
 A_4 &= \gamma_{\dot{r}} - m \cdot x_G \\
 A_5 &= N_{\dot{r}} - I_Z \\
 A_1^2 &= \frac{N_{ou} \cdot A_4 - \gamma_{ou} \cdot A_5}{A_2} \\
 A_2^2 &= \frac{N_v \cdot A_4 - \gamma_v \cdot A_5}{A_2} \\
 A_3^2 &= \frac{(N_r - m \cdot x_G) \cdot A_4 - (\gamma_r - m) \cdot A_5}{A_2} \\
 A_4^2 &= \frac{N_n \cdot A_4 - \gamma_n \cdot A_5}{A_2} \\
 A_5^2 &= \frac{N_\delta \cdot A_4 - \gamma_\delta \cdot A_5}{A_2} \\
 B_{11}^2 &= \frac{N_{ouu} \cdot A_4 - \gamma_{ouu} \cdot A_5}{A_2} \\
 B_{12}^2 &= \frac{N_{vu} \cdot A_4 - \gamma_{vu} \cdot A_5}{A_2} \\
 B_{13}^2 &= \frac{N_{ru} \cdot A_4 - \gamma_{ru} \cdot A_5}{A_2} \\
 B_{15}^2 &= \frac{N_{u\delta} \cdot A_4 - \gamma_{u\delta} \cdot A_5}{A_2}
 \end{aligned}$$

$$c_{113}^2 = \frac{N_{uur} \cdot A_4 - Y_{uur} \cdot A_5}{A_2}$$

$$c_{223}^2 = \frac{N_{vvr} \cdot A_4 - Y_{vvr} \cdot A_5}{A_2}$$

$$c_{233}^2 = \frac{N_{vrr} \cdot A_4 - Y_{vrr} \cdot (N_r - I_z)}{A_2}$$

$$c_{112}^2 = \frac{N_{uvv} \cdot A_4 - Y_{uvv} \cdot A_5}{A_2}$$

$$c_{222}^2 = \frac{N_{vvv} \cdot A_4 - Y_{vvv} \cdot A_5}{A_2}$$

$$c_{444}^2 = \frac{N_{nnn} \cdot A_4 - Y_{nnn} \cdot A_5}{A_2}$$

$$c_{355}^2 = \frac{N_{r\delta\delta} \cdot A_4 - Y_{r\delta\delta} \cdot A_5}{A_2}$$

$$c_{255}^2 = \frac{N_{v\delta\delta} \cdot A_4 - Y_{v\delta\delta} \cdot A_5}{A_2}$$

$$c_{235}^2 = \frac{N_{vr\delta} \cdot A_4 - Y_{vr\delta} \cdot A_5}{A_2}$$

$$c_{555}^2 = \frac{N_{\delta\delta\delta} \cdot A_4 - Y_{\delta\delta\delta} \cdot A_5}{A_2}$$

$$c_{115}^2 = \frac{N_{uu\delta} \cdot A_4 - Y_{uu\delta} \cdot A_5}{A_2}$$

$$c_{225}^2 = \frac{N_{vv\delta} \cdot A_4 - Y_{vv\delta} \cdot A_5}{A_2}$$

$$c_{445}^2 = \frac{N_{\eta\eta\delta} \cdot A_4 - Y_{\eta\eta\delta} \cdot A_5}{A_2}$$

$$c_{155}^2 = \frac{N_{u\delta\delta} \cdot A_4 - Y_{u\delta\delta} \cdot A_5}{A_2}$$

$$c_{224}^2 = \frac{N_{vv\eta} \cdot A_4 - Y_{vv\eta} \cdot A_5}{A_2}$$

$$c_{244}^2 = \frac{N_{v\eta\eta} \cdot A_4 - Y_{v\eta\eta} \cdot A_5}{A_2}$$

$$c_{333}^2 = \frac{N_{rrr} \cdot A_4 - Y_{rrr} \cdot A_5}{A_2}$$

$$c_{455}^2 = \frac{N_{\eta\delta\delta} \cdot A_4 - Y_{\eta\delta\delta} \cdot A_5}{A_2}$$

$$D^2 = \frac{N_o \cdot A_4 - Y_o \cdot A_5}{A_2}$$

TABELA III

$$\begin{aligned}
 A_3 &= (Y_r - m \cdot x_G) \cdot (N_v - m \cdot x_G) - (N_r - I_Z) \cdot (Y_v - m) \\
 A_6 &= Y_v - m \\
 A_7 &= N_v - m \cdot x_G \\
 A_2^3 &= \frac{N_v \cdot A_6 - Y_v \cdot A_7}{A_3} \\
 A_3^3 &= \frac{(N_r - m \cdot x_G) \cdot A_6 - (Y_r - m) \cdot A_7}{A_3} \\
 A_4^3 &= \frac{N_n \cdot A_6 - Y_n \cdot A_7}{A_3} \\
 A_5^3 &= \frac{N_\delta \cdot A_6 - Y_\delta \cdot A_7}{A_3} \\
 A_1^3 &= \frac{N_{ou} \cdot A_6 - Y_{ou} \cdot A_7}{A_3} \\
 B_{13}^3 &= \frac{N_{ru} \cdot A_6 - Y_{ru} \cdot A_7}{A_3} \\
 B_{12}^3 &= \frac{N_{vu} \cdot A_6 - Y_{vu} \cdot A_7}{A_3} \\
 B_{15}^3 &= \frac{N_{u\delta} \cdot A_6 - Y_{u\delta} \cdot A_7}{A_3} \\
 B_{11}^3 &= \frac{N_{ouu} \cdot A_6 - Y_{ouu} \cdot A_7}{A_3}
 \end{aligned}$$

$$c_{113}^3 = \frac{N_{uur} \cdot A_6 - Y_{uur} \cdot A_7}{A_3}$$

$$c_{223}^3 = \frac{N_{vvr} \cdot A_6 - Y_{vvr} \cdot A_7}{A_3}$$

$$c_{233}^3 = \frac{N_{vrr} \cdot A_6 - Y_{vrr} \cdot A_7}{A_3}$$

$$c_{112}^3 = \frac{N_{uuv} \cdot A_6 - Y_{uuv} \cdot A_7}{A_3}$$

$$c_{222}^3 = \frac{N_{vvv} \cdot A_6 - Y_{vvv} \cdot A_7}{A_3}$$

$$c_{355}^3 = \frac{N_{r\delta\delta} \cdot A_6 - Y_{r\delta\delta} \cdot A_7}{A_3}$$

$$c_{235}^3 = \frac{N_{vr\delta} \cdot A_6 - Y_{vr\delta} \cdot A_7}{A_3}$$

$$c_{555}^3 = \frac{N_{\delta\delta\delta} \cdot A_6 - Y_{\delta\delta\delta} \cdot A_7}{A_3}$$

$$c_{115}^3 = \frac{N_{uu\delta} \cdot A_6 - Y_{uu\delta} \cdot A_7}{A_3}$$

$$c_{225}^3 = \frac{N_{vv\delta} \cdot A_6 - Y_{vv\delta} \cdot A_7}{A_3}$$

$$c_{445}^3 = \frac{N_{\eta\eta\delta} \cdot A_6 - Y_{\eta\eta\delta} \cdot A_7}{A_3}$$

$$C_{255}^3 = \frac{N_{v\delta\delta} \cdot A_6 - Y_{v\delta\delta} \cdot A_7}{A_3}$$

$$C_{444}^3 = \frac{N_{\eta\eta\eta} \cdot A_6 - Y_{\eta\eta\eta} \cdot A_7}{A_3}$$

$$C_{155}^3 = \frac{N_{u\delta\delta} \cdot A_6 - Y_{u\delta\delta} \cdot A_7}{A_3}$$

$$C_{224}^3 = \frac{N_{vv\eta} \cdot A_6 - Y_{vv\eta} \cdot A_7}{A_3}$$

$$C_{244}^3 = \frac{N_{v\eta\eta} \cdot A_6 - Y_{v\eta\eta} \cdot A_7}{A_3}$$

$$C_{333}^3 = \frac{N_{rrr} \cdot A_6 - Y_{rrr} \cdot A_7}{A_3}$$

$$C_{455}^3 = \frac{N_{\eta\delta\delta} \cdot A_6 - Y_{\eta\delta\delta} \cdot A_7}{A_3}$$

$$D^3 = \frac{N_o \cdot A_6 - Y_o \cdot A_7}{A_3}$$

APÊNDICE II

CÁLCULO DE $\partial F / \partial X = [\partial f_i / \partial x_j]$

equações (2.2.9) e (2.3.12)

$$1) \frac{\partial f_1}{\partial v_x} = 1$$

$$2) \frac{\partial f_2}{\partial v_y} = 1$$

$$3) \frac{\partial f_3}{\partial r} = 1$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial x_0} = \frac{\partial g_1}{\partial x_0} \cdot \cos \psi - \frac{\partial g_2}{\partial x_0} \cdot \sin \psi$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial y_0} = \frac{\partial g_1}{\partial y_0} \cdot \cos \psi - \frac{\partial g_2}{\partial y_0} \cdot \sin \psi$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_4}{\partial \psi} &= -g_1 \cdot \sin \psi + \left(\frac{\partial g_1}{\partial \Delta u} \cdot \frac{\partial \Delta u}{\partial \psi} + \frac{\partial g_1}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial \psi} \right) \cdot \cos \psi - \\ &- g_2 \cdot \cos \psi - \left(\frac{\partial g_2}{\partial \Delta u} \cdot \frac{\partial \Delta u}{\partial \psi} + \frac{\partial g_2}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial \psi} \right) \cdot \sin \psi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_4}{\partial v_x} &= \left(\frac{\partial g_1}{\partial \Delta u} \cdot \frac{\partial \Delta u}{\partial v_x} + \frac{\partial g_1}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial v_x} \right) \cdot \cos \psi - \\ &- \left(\frac{\partial g_2}{\partial \Delta u} \cdot \frac{\partial \Delta u}{\partial v_x} + \frac{\partial g_2}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial v_x} \right) \cdot \sin \psi \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial v_y} = -r + \left(\frac{\partial g_1}{\partial \Delta u} \cdot \frac{\partial \Delta u}{\partial v_y} + \frac{\partial g_1}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial v_y} \right) \cdot \cos \psi -$$

$$- \left(\frac{\partial g_2}{\partial \Delta u} \cdot \frac{\partial \Delta u}{\partial v_y} + \frac{\partial g_2}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial v_y} \right) \cdot \sin \psi$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial r} = -v_y + \frac{\partial g_1}{\partial r} \cdot \cos \psi - \frac{\partial g_2}{\partial r} \cdot \sin \psi$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial \delta} = \frac{\partial g_1}{\partial \delta} \cdot \cos \psi - \frac{\partial g_2}{\partial \delta} \cdot \sin \psi$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial \varepsilon_{vx}} = 1$$

$$5) \quad \frac{\partial f_5}{\partial x_0} = \frac{\partial g_1}{\partial x_0} \cdot \sin \psi + \frac{\partial g_2}{\partial x_0} \cdot \cos \psi$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial y_0} = \frac{\partial g_1}{\partial y_0} \cdot \sin \psi + \frac{\partial g_2}{\partial y_0} \cdot \cos \psi$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_5}{\partial \psi} &= g_1 \cdot \cos \psi + \left(\frac{\partial g_1}{\partial \Delta u} \cdot \frac{\partial \Delta u}{\partial \psi} + \frac{\partial g_1}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial \psi} \right) \cdot \sin \psi - \\ &- g_2 \cdot \sin \psi + \left(\frac{\partial g_2}{\partial \Delta u} \cdot \frac{\partial \Delta u}{\partial \psi} + \frac{\partial g_2}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial \psi} \right) \cdot \cos \psi \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_5}{\partial v_x} &= r + \left(\frac{\partial g_1}{\partial \Delta u} \cdot \frac{\partial \Delta u}{\partial v_x} + \frac{\partial g_1}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial v_x} \right) \cdot \sin \psi + \\ &+ \left(\frac{\partial g_2}{\partial \Delta u} \cdot \frac{\partial \Delta u}{\partial v_x} + \frac{\partial g_2}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial v_x} \right) \cdot \cos \psi \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial v_y} = \left(\frac{\partial g_1}{\partial \Delta u} \cdot \frac{\partial \Delta u}{\partial v_y} + \frac{\partial g_1}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial v_y} \right) \cdot \sin \psi +$$

$$+ \left(\frac{\partial g_2}{\partial \Delta u} \cdot \frac{\partial \Delta u}{\partial v_y} + \frac{\partial g_2}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial v_y} \right) \cdot \cos \psi$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial r} = v_x + \frac{\partial g_1}{\partial r} \cdot \sin \psi + \frac{\partial g_2}{\partial r} \cdot \cos \psi$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial \delta} = \frac{\partial g_1}{\partial \delta} \cdot \sin \psi + \frac{\partial g_2}{\partial \delta} \cdot \cos \psi$$

$$\frac{\partial f_5}{\partial \varepsilon_{vy}} = 1$$

$$6) \quad \frac{\partial f_6}{\partial x_0} = \frac{\partial g_3}{\partial x_0}$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial y_0} = \frac{\partial g_3}{\partial y_0}$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial \psi} = \frac{\partial g_3}{\partial \Delta u} \cdot \frac{\partial \Delta u}{\partial \psi} + \frac{\partial g_3}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial \psi}$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial v_x} = \frac{\partial g_3}{\partial \Delta u} \cdot \frac{\partial \Delta u}{\partial v_x} + \frac{\partial g_3}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial v_x}$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial v_y} = \frac{\partial g_3}{\partial \Delta u} \cdot \frac{\partial \Delta u}{\partial v_y} + \frac{\partial g_3}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial v_y}$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial r} = \frac{\partial g_3}{\partial r}$$

$$\frac{\partial f_6}{\partial \delta} = \frac{\partial g_3}{\partial \delta}$$

$$-\frac{\partial f_6}{\partial \varepsilon_r} = 1$$

$$7) \quad \frac{\partial f_7}{\partial \delta} = \begin{cases} -\frac{v_L}{\Delta} \exp [-(\delta_c - \delta)/\Delta] & \text{se } \delta_c - \delta \geq 0 \\ -\frac{v_L}{\Delta} \exp [(\delta_c - \delta)/\Delta] & \text{se } \delta_c - \delta < 0 \end{cases}$$

$$8) \quad \frac{\partial f_8}{\partial \varepsilon_{vx}} = -\frac{1}{|T_{vx}|}$$

$$\frac{\partial f_8}{\partial T_{vx}} = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{vx}}{T_{vx}^2} & \text{se } T_{vx} > 0 \\ -\frac{\varepsilon_{vx}}{T_{vx}^2} & \text{se } T_{vx} < 0 \end{cases}$$

$$9) \quad \frac{\partial f_9}{\partial \varepsilon_{vy}} = -\frac{1}{|T_{vy}|}$$

$$\frac{\partial f_9}{\partial T_{vy}} = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{vy}}{T_{vy}^2} & \text{se } T_{vy} > 0 \\ -\frac{\varepsilon_{vy}}{T_{vy}^2} & \text{se } T_{vy} < 0 \end{cases}$$

$$10) \frac{\partial f_{10}}{\partial \varepsilon_r} = - \frac{1}{|T_r|}$$

$$\frac{\partial f_{10}}{\partial T_r} = \begin{cases} \frac{\varepsilon_r}{T_r^2} & \text{se } T_r > 0 \\ -\frac{\varepsilon_r}{T_r^2} & \text{se } T_r < 0 \end{cases}$$

Os demais elementos de $\partial F/\partial X$ são nulos.

As derivadas parciais das funções g_i que aparecem nas expressões anteriores são apresentadas a seguir.

$$1) \frac{\partial g_1}{\partial \Delta u} = A_1^1 + 2.B_{11}^1 \cdot \Delta u + B_{14}^1 \cdot \eta + 3.C_{111}^1 \cdot \Delta u^2 + C_{122}^1 \cdot v^2 + C_{123}^1 \cdot v \cdot r + C_{133}^1 \cdot r^2 + C_{125}^1 \cdot v \cdot \delta$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial v} = 2.B_{22}^1 \cdot v + B_{23}^1 \cdot r + B_{24}^1 \cdot \eta + B_{25}^1 \cdot \delta + 2.C_{122}^1 \cdot \Delta u \cdot v + C_{123}^1 \cdot \Delta u \cdot r + C_{125}^1 \cdot \Delta u \cdot \delta$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial r} = 2.B_{33}^1 \cdot r + B_{23}^1 \cdot v + B_{34}^1 \cdot \eta + B_{35}^1 \cdot \delta + C_{123}^1 \cdot \Delta u \cdot v + 2.C_{133}^1 \cdot \Delta u \cdot r + C_{135}^1 \cdot \Delta u \cdot \delta$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial x_0} = (2.B_{44}^1 \cdot \eta + B_{14}^1 \cdot \Delta u + B_{24}^1 \cdot v + B_{34}^1 \cdot r + B_{45}^1 \cdot \delta) \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x_0}$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial y_0} = (2.B_{44}^1 \cdot \eta + B_{14}^1 \cdot \Delta u + B_{24}^1 \cdot v + B_{34}^1 \cdot r + B_{45}^1 \cdot \delta) \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y_0}$$

$$\frac{\partial g_1}{\partial \delta} = B_{25}^1 \cdot v + B_{35}^1 \cdot r + 2 \cdot B_{55}^1 \cdot \delta + B_{45}^1 \cdot \eta + C_{125}^1 \cdot \Delta u \cdot v + \\ + C_{135}^1 \cdot \Delta u \cdot r + 2 \cdot C_{155}^1 \cdot \Delta u \cdot \delta$$

$$2) \frac{\partial g_2}{\partial \Delta u} = A_1^2 + 2 \cdot B_{11}^2 \cdot \Delta u + B_{12}^2 \cdot v + B_{13}^2 \cdot r + B_{15}^2 \cdot \delta + \\ + 2 \cdot (C_{113}^2 \cdot \Delta u \cdot r + C_{112}^2 \cdot \Delta u \cdot v + C_{115}^2 \cdot \Delta u \cdot \delta) + C_{155}^2 \cdot \delta^2$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial v} = A_2^2 + B_{12}^2 \cdot \Delta u + 2 \cdot C_{223}^2 \cdot v \cdot r + C_{233}^2 \cdot r^2 + C_{112}^2 \cdot \Delta u^2 + \\ + 3 \cdot C_{222}^2 \cdot v^2 + C_{255}^2 \cdot \delta^2 + C_{235}^2 \cdot r \cdot \delta + 2 \cdot (C_{225}^2 \cdot v \cdot \delta + \\ + C_{224}^2 \cdot v \cdot \eta) + C_{244}^2 \cdot \eta^2$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial r} = A_3^2 + B_{13}^2 \cdot \Delta u + C_{113}^2 \cdot \Delta u^2 + C_{223}^2 \cdot v^2 + 2 \cdot C_{233}^2 \cdot v \cdot r + \\ + C_{355}^2 \cdot \delta^2 + C_{235}^2 \cdot v \cdot \delta + 3 \cdot C_{333}^2 \cdot r^2$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial x_0} = (A_4^2 + 3 \cdot C_{444}^2 \cdot \eta^2 + 2 \cdot C_{445}^2 \cdot \eta \cdot \delta + C_{224}^2 \cdot v^2 + 2 \cdot C_{244}^2 \cdot v \cdot \eta + \\ + C_{455}^2 \cdot \delta^2) \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x_0}$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial y_0} = (A_4^2 + 3 \cdot C_{444}^2 \cdot \eta^2 + 2 \cdot C_{445}^2 \cdot \eta \cdot \delta + C_{224}^2 \cdot v^2 + 2 \cdot C_{244}^2 \cdot v \cdot \eta + \\ + C_{455}^2 \cdot \delta^2) \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y_0}$$

$$\frac{\partial g_2}{\partial \delta} = A_\delta^2 + B_{15}^2 \cdot \Delta u + 2 \cdot (C_{355}^2 \cdot r \cdot \delta + C_{255}^2 \cdot v \cdot \delta) + C_{235}^2 \cdot v \cdot r + \\ + 3 \cdot C_{555}^2 \cdot \delta^2 + C_{115}^2 \cdot \Delta u^2$$

$$3) \frac{\partial g_3}{\partial \Delta u} = A_1^3 + B_{13}^3 \cdot r + B_{12}^3 \cdot v + B_{15}^3 \cdot \delta + 2 \cdot (B_{11}^3 \cdot \Delta u + C_{113}^3 \cdot \Delta u \cdot r + \\ + C_{112}^3 \cdot \Delta u \cdot v) + C_{235}^3 \cdot r \cdot \delta + 2 \cdot C_{115}^3 \cdot \Delta u \cdot \delta + C_{155}^3 \cdot \delta^2$$

$$\frac{\partial g_3}{\partial v} = A_2^3 + B_{12}^3 \cdot \Delta u + 2 \cdot C_{223}^3 \cdot v \cdot r + C_{233}^3 \cdot r^2 + C_{112}^3 \cdot \Delta u^2 + \\ + 3 \cdot C_{222}^3 \cdot v^2 + 2 \cdot C_{225}^3 \cdot v \cdot \delta + C_{255}^3 \cdot \delta^2 + 2 \cdot C_{224}^3 \cdot v \cdot \eta + \\ + C_{244}^3 \cdot \eta^2$$

$$\frac{\partial g_3}{\partial r} = A_3^3 + B_{13}^3 \cdot \Delta u + C_{113}^3 \cdot \Delta u^2 + C_{223}^3 \cdot v^2 + 2 \cdot C_{233}^3 \cdot v \cdot r + \\ + C_{355}^3 \cdot \delta^2 + C_{235}^3 \cdot \Delta u \cdot \delta + 3 \cdot C_{333}^3 \cdot r^2$$

$$\frac{\partial g_3}{\partial x_0} = (A_4^3 + 2 \cdot C_{445}^3 \cdot \eta \cdot \delta + 3 \cdot C_{444}^3 \cdot \eta^2 + C_{224}^3 \cdot v^2 + 2 \cdot C_{244}^3 \cdot v \cdot \eta + \\ + C_{455}^3 \cdot \delta^2) \cdot \frac{\partial \eta}{\partial x_0}$$

$$\frac{\partial g_3}{\partial y_0} = (A_4^3 + 2 \cdot C_{445}^3 \cdot \eta \cdot \delta + 3 \cdot C_{444}^3 \cdot \eta^2 + C_{224}^3 \cdot v^2 + 2 \cdot C_{244}^3 \cdot v \cdot \eta + \\ + C_{455}^3 \cdot \delta^2) \cdot \frac{\partial \eta}{\partial y_0}$$

$$\frac{\partial g_3}{\partial \delta} = A_5^3 + B_{15}^3 \cdot \Delta u + 2 \cdot C_{355}^3 \cdot r \cdot \delta + C_{235}^3 \cdot \Delta u \cdot r + 3 \cdot C_{555}^3 \cdot \delta^2 + \\ + C_{115}^3 \cdot \Delta u^2 + C_{225}^3 \cdot v^2 + C_{445}^3 \cdot \eta^2 + 2 \cdot (C_{255}^3 \cdot v \cdot \delta + \\ + C_{155}^3 \cdot \Delta u \cdot \delta + C_{455}^3 \cdot \eta \cdot \delta)$$

$$\frac{\partial \Delta u}{\partial \psi} = - v_x \cdot \sin \psi + v_y \cdot \cos \psi$$

$$\frac{\partial \Delta u}{\partial v_x} = \cos \psi$$

$$\frac{\partial \Delta u}{\partial v_y} = \sin \psi$$

$$\frac{\partial v}{\partial \psi} = -v_x \cdot \cos \psi - v_y \cdot \sin \psi$$

$$\frac{\partial v}{\partial v_x} = -\sin \psi$$

$$\frac{\partial v}{\partial v_y} = \cos \psi$$

Resta calcular $\partial \eta / \partial X_0$ e $\partial \eta / \partial Y_0$. Conforme consta do Apêndice I, não se conhece a expressão analítica da função $\eta(X_0, Y_0)$, mas sabe-se apenas calculá-la numericamente ponto a ponto (equações A.1.6, A.1.8, A.1.9 e A.1.10).

Esse problema pode ser resolvido através de considerações geométricas simples (fig. A.2.1)

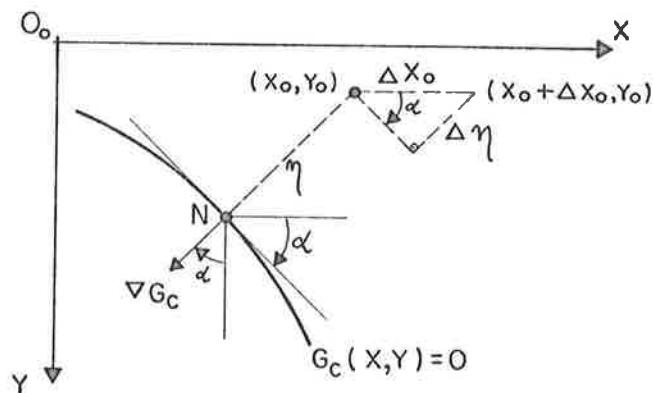


Fig. A.2.1

Por definição:

$$\frac{\partial \eta}{\partial X_0} = \lim_{\Delta X_0 \rightarrow 0} \frac{\Delta \eta}{\Delta X_0} \quad (\text{A.2.1})$$

Da figura A.2.1:

$$\lim_{\Delta X_0 \rightarrow 0} \frac{\Delta \eta}{\Delta X_0} = -\operatorname{sen}\alpha \quad (\text{A.2.2})$$

e

$$\frac{\partial G_C}{\partial X_0} = -|\nabla G_C| \cdot \operatorname{sen}\alpha \quad (\text{A.2.3})$$

Combinando as equações (A.2.1), (A.2.2.) e ...
(A.2.3) vem:

$$\frac{\partial \eta}{\partial X_0} = \frac{\partial G_C / \partial X_0}{|\nabla G_C|} \quad (\text{A.2.4})$$

Por meio de raciocínio análogo obtém-se:

$$\frac{\partial \eta}{\partial Y_0} = \frac{\partial G_C / \partial Y_0}{|\nabla G_C|} \quad (\text{A.2.5})$$

CÁLCULO DE $\partial F / \partial U = [\partial f_i / \partial u]$

equação (2.3.12)

$$\frac{\partial f_7}{\partial \delta_c} = \begin{cases} \frac{v_L}{\Delta} \cdot \exp[-(\delta_c - \delta)/\Delta] & \text{se } \delta_c - \delta \geq 0 \\ -\frac{v_L}{\Delta} \cdot \exp[(\delta_c - \delta)/\Delta] & \text{se } \delta_c - \delta < 0 \end{cases}$$

Os demais elementos de $\partial F / \partial U$ são nulos.

A P E N D I C E I I I

VETOR H = [h_i] - equação (2.2.4)

1) para 1 ≤ i ≤ n_{OBS}:

$$h_i = \sqrt{(x_R - \bar{x}_i)^2 + (y_R - \bar{y}_i)^2}$$

onde: $x_R = x_o + d_R \cdot \cos\psi$

$y_R = y_o + d_R \cdot \sin\psi$

2) para n_{OBS} + 1 ≤ i ≤ 2.n_{OBS}:

$$h_i = \frac{(x_R - \bar{x}_j) \cdot \dot{x}_R + (y_R - \bar{y}_j) \cdot \dot{y}_R}{h_j}$$

onde: j = i - n_{OBS}

$\dot{x}_R = v_x - d_R \cdot \sin\psi \cdot r$

$\dot{y}_R = v_y + d_R \cdot \cos\psi \cdot r$

3) para i = 2.n_{OBS} + 1: h_i = r

4) para i = 2.n_{OBS} + 2: h_i = ψ

5) para i = 2.n_{OBS} + 3: h_i = δ

$$\text{MATRIZ } M = \frac{\partial H}{\partial X} = \left[\frac{\partial h_i}{\partial x_j} \right]$$

equação (2.2.16)

1) para $1 \leq i \leq n_{OBS}$:

$$\frac{\partial h_i}{\partial x_0} = \frac{x_R - \bar{x}_i}{d_i}$$

$$\frac{\partial h_i}{\partial y_0} = \frac{y_R - \bar{y}_i}{d_i}$$

$$\frac{\partial h_i}{\partial \psi} = \frac{[-(x_R - \bar{x}_i) \cdot \sin \psi + (y_R - \bar{y}_i) \cdot \cos \psi] \cdot d_R}{d_i}$$

onde: $d_i = \sqrt{(x_R - \bar{x}_i)^2 + (y_R - \bar{y}_i)^2}$

2) para $n_{OBS} + 1 \leq i \leq 2 \cdot n_{OBS}$:

$$\frac{\partial h_i}{\partial x_0} = \frac{d_j \cdot \dot{x}_R - [(x_R - \bar{x}_j) \cdot \dot{x}_R + (y_R - \bar{y}_j) \cdot \dot{y}_R] \cdot \partial h_j / \partial x_0}{d_j^2}$$

$$\frac{\partial h_i}{\partial y_0} = \frac{d_j \cdot \dot{y}_R - [(x_R - \bar{x}_j) \cdot \dot{x}_R + (y_R - \bar{y}_j) \cdot \dot{y}_R] \cdot \partial h_j / \partial y_0}{d_j^2}$$

$$\frac{\partial h_i}{\partial \psi} = \frac{d_j \cdot \{-[\dot{x}_R + (y_R - \bar{y}_j) \cdot r] \cdot d_R \cdot \sin \psi + [-(x_R - \bar{x}_j) \cdot r + \dot{y}_R] \cdot d_R \cdot \cos \psi\}}{d_j^2}$$

$$- \frac{[(x_R - \bar{x}_j) \cdot \dot{x}_R + (y_R - \bar{y}_j) \cdot \dot{y}_R] \cdot \partial h_j / \partial \psi}{d_j^2}$$

$$\frac{\partial h_i}{\partial v_x} = \frac{x_R - \bar{x}_j}{d_j}$$

$$\frac{\partial h_i}{\partial v_y} = \frac{y_R - \bar{y}_j}{d_j}$$

$$\frac{\partial h_i}{\partial r} = \frac{-(x_R - \bar{x}_j) \cdot d_R \cdot \sin\psi + (y_R - \bar{y}_j) \cdot d_R \cdot \cos\psi}{d_j}$$

onde: $j = i - n_{OBS}$

3) para $i = 2 \cdot n_{OBS} + 1$:

$$\frac{\partial h_i}{\partial r} = 1$$

4) para $i = 2 \cdot n_{OBS} + 2$:

$$\frac{\partial h_i}{\partial \psi} = 1$$

5) para $i = 2 \cdot n_{OBS} + 3$:

$$\frac{\partial h_i}{\partial \delta} = 1$$

Os demais elementos de $\partial H / \partial X$ são nulos.

APÊNDICE IV

VETOR $h = [h_i]$ - equação (2.3.4)

$$1) h_1 = n(x_B, Y_B)$$

onde: $x_B = x_o + d_B \cdot \cos\psi$

$$Y_B = Y_o + d_B \cdot \sin\psi$$

Obs.: A função $n(., .)$ calcula-se de maneira idêntica àquela apresentada no Apêndice I (equações A.1.7-10), considerando-se a função $G_D(., .)$ em lugar de $G_C(., .)$.

$$2) h_2 = \frac{\partial}{\partial x_o} G_D(x_o, Y_o) \cdot \cos\psi + \frac{\partial}{\partial Y_o} G_D(x_o, Y_o) \cdot \sin\psi$$

$$3) h_3 = \frac{\partial}{\partial x_o} G_D(x_o, Y_o) \cdot v_x + \frac{\partial}{\partial Y_o} G_D(x_o, Y_o) \cdot v_y$$

$$4) h_4 = r - r_d$$

MATRIZ H_{k+1}^* = $[\partial h_i / \partial X_j]$ - equação (2.3.20)}

$$1) \frac{\partial h_1}{\partial X_0} = \frac{\partial \eta}{\partial X_B}$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial Y_0} = \frac{\partial \eta}{\partial Y_B}$$

$$\frac{\partial h_1}{\partial \psi} = - \frac{\partial \eta}{\partial X_B} \cdot d_B \cdot \sin \psi + \frac{\partial \eta}{\partial Y_B} \cdot d_B \cdot \cos \psi$$

Obs.: As derivadas $\partial \eta / \partial X_B$ e $\partial \eta / \partial Y_B$ calculam-se de forma idêntica àquela apresentada no Apêndice II (equações A.2.4.-5), considerando-se a função $G_D(., .)$ em lugar de $G_C(., .)$, X_B em lugar de X_0 e Y_B em lugar de Y_0 .

$$2) \frac{\partial h_2}{\partial X_0} = \frac{\partial^2}{\partial X_0^2} G_D(X_0, Y_0) \cdot \cos \psi + \frac{\partial^2}{\partial Y_0 \partial X_0} G_D(X_0, Y_0) \cdot \sin \psi$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial Y_0} = \frac{\partial^2}{\partial X_0 \partial Y_0} G_D(X_0, Y_0) \cdot \cos \psi + \frac{\partial^2}{\partial Y_0^2} G_D(X_0, Y_0) \cdot \sin \psi$$

$$\frac{\partial h_2}{\partial \psi} = - \frac{\partial}{\partial X_0} G_D(X_0, Y_0) \cdot \sin \psi + \frac{\partial}{\partial Y_0} G_D(X_0, Y_0) \cdot \cos \psi$$

$$3) \frac{\partial h_3}{\partial X_0} = \frac{\partial^2}{\partial X_0^2} G_D(X_0, Y_0) \cdot v_x + \frac{\partial^2}{\partial Y_0 \partial X_0} G_D(X_0, Y_0) \cdot v_y$$

$$\frac{\partial h_3}{\partial Y_0} = \frac{\partial^2}{\partial X_0 \partial Y_0} G_D(X_0, Y_0) \cdot v_x + \frac{\partial^2}{\partial Y_0^2} G_D(X_0, Y_0) \cdot v_y$$

$$\frac{\partial h_3}{\partial v_x} = \frac{\partial}{\partial X_0} G_D(X_0, Y_0)$$

$$\frac{\partial h_3}{\partial v_y} = \frac{\partial}{\partial Y_0} G_D(X_0, Y_0)$$

4) $\frac{\partial h_4}{\partial r} = 1$