3. MODELOS DINÂMICOS DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

O modelo matemático de um sistema de potência deve representar o seu comportamento dinâmico de modo adequado, sendo que o modelo utilizado pode variar dependendo das exigências da aplicação a ser realizada. Em geral, as equações que definem o modelo dinâmico de um sistema de potência são não-lineares. Essas equações devem ser então linearizadas em torno de um ponto de operação para que possamos aplicar técnicas de controle robusto baseadas em Desigualdades Matriciais Lineares ao sistema de potência. As equações do modelo matemático devem descrever a dinâmica de geradores (máquinas síncronas), compensadores estáticos de reativos, o fluxo de potência (incluindo os modelos estáticos de linhas de transmissão, transformadores e cargas presentes no sistema), entre outros. Para que os controladores projetados sejam bem-sucedidos na implementação prática, é fundamental que o modelo do sistema seja o mais fidedigno possível, ou seja, que ele descreva o comportamento dinâmico do sistema do modo mais realista possível.

Quando projetamos controladores para sistemas de potência baseados em modelos linearizados, devemos acrescentar uma fase ao projeto, que consiste na verificação da validade dos controladores robustos quando aplicados aos modelos não-lineares. Essas simulações são feitas ao final do projeto, utilizando-se os controladores lineares projetados e os modelos não-lineares do sistema de potência.

Na seção 3.1, apresentamos modelos genéricos de sistemas no espaço de estados. Na seção 3.2, são descritas as equações que compõem o modelo matemático de um sistema de potência genérico; ao final, mostramos como escrever essas equações na forma de espaço de estados.

3.1. MODELOS DE SISTEMAS NO ESPAÇO DE ESTADOS

Um modelo de sistema não-linear no espaço de estados pode ser escrito do seguinte modo:

$$\dot{x} = f(x) + g(u) \qquad (3.1)$$

$$y = h(x) \qquad (3.2)$$

Neste modelo dinâmico, x é um vetor, denominado vetor de estados do sistema. Ele deve conter as variáveis físicas relevantes a uma descrição dinâmica completa do sistema. O vetor u é denominado vetor de entradas do sistema, ou vetor de controle. Através dele, pode-se atuar no sistema de modo a realizar objetivos de controle, por exemplo, posicionar os autovalores do sistema numa dada região do plano complexo, fazer com que a saída do sistema siga uma dada referência com um erro mínimo, etc. O vetor y é denominado vetor de saídas do sistema, ou vetor de medições. Através dele, podemos dispor de informações sobre o sistema (em geral, esse vetor é composto por medições de alguma(s) variável(is) de estado do sistema). O vetor y é normalmente utilizado em realimentações para fins de controle do sistema. O conjunto de funções não-lineares $f(.)$ é composto por funções que descrevem o comportamento dinâmico livre do sistema; o conjunto de funções não-lineares $g(.)$ é formado por funções que relacionam a dinâmica do sistema com as suas entradas de controle, e o conjunto de funções não-lineares $h(.)$ é composto por funções que relacionam as saídas do sistema com os seus estados.

Para aplicarmos técnicas de controle como Desigualdades Matriciais Lineares ao sistema descrito pelas equações (3.1) e (3.2), é preciso que ele seja linearizado. Um sistema linearizado assume a seguinte forma:

$$\dot{x} = A.x + B.u \qquad (3.3)$$

$$y = C.x \qquad (3.4)$$

Nessa descrição, A é a matriz que define a dinâmica livre do sistema, B é a matriz que relaciona a dinâmica do sistema com as suas entradas de controle, e C é a matriz que relaciona as saídas do sistema com os seus estados.

Na fase de projeto dos controladores robustos, utilizaremos modelos linearizados de sistemas de potência, descritos por (3.3) e (3.4). Esses modelos serão desenvolvidos na seção 3.2. Na fase de validação dos controladores, utilizaremos os modelos não-lineares, descritos por (3.1) e (3.2). Esses modelos também serão descritos na seção 3.2. Outros modelos dinâmicos de sistemas de potência podem ser encontrados em (Anderson e Fouad, 1994) e (Kundur, 1994).

3.2. MODELOS GENÉRICOS DE SISTEMAS DE POTÊNCIA

As equações elétricas não-lineares que definem o comportamento da máquina síncrona para o regime transitório são as seguintes (Araújo, 1998), (Kundur, 1994):

$$\dot{E}_q^{'} = -\frac{1}{T_{do}^{'}} E_q^{'} + \frac{1}{T_{do}^{'}} V_{FD} - \frac{1}{T_{do}^{'}} (x_d - x_d^{'}) I_d \qquad (3.5)$$

$$\dot{E}_d^{'} = -\frac{1}{T_{qo}^{'}} E_d^{'} + \frac{1}{T_{qo}^{'}} (x_q - x_q^{'}) I_q \qquad (3.6)$$

$$E_d^{'} - V_d = R_A I_d - x_q^{'} I_q \qquad (3.7)$$

$$E_q^{'} - V_q = -R_A I_q + x_d^{'} I_d \qquad (3.8)$$

Para o regime sub-transitório, valem as seguintes equações (Araújo, 1998), (Kundur, 1994):

$$\dot{E}_q^{''} = \frac{1}{T_{do}^{''}} E_q^{'} - \frac{1}{T_{do}^{''}} E_q^{''} - \frac{1}{T_{do}^{''}} (x_d^{'} - x_d^{''}) I_d \qquad (3.9)$$

$$\dot{E}_d^{''} = -\frac{1}{T_{qo}^{''}} E_d^{''} + \frac{1}{T_{qo}^{''}} (x_q^{'} - x_q^{''}) I_q \qquad (3.10)$$

$$E_d^{''} - V_d = R_A I_d - x_q^{''} I_q \qquad (3.11)$$

$$E_q^{''} - V_q = R_A I_q + x_d^{''} I_d \qquad (3.12)$$

As equações relativas às grandezas mecânicas da máquina síncrona são as seguintes:

$$\dot{\omega} = \frac{1}{2H}P_m - \frac{1}{2H}P_e - \frac{1}{2H}D(\omega_0\omega - \omega_0) \qquad (3.13)$$

$$\dot{\delta} = \omega_0(\omega - 1) \qquad (3.14)$$

Além disso, temos a seguinte equação para a potência elétrica no entreferro:

$$P_e = V_r \cos\delta.I_d + V_m \operatorname{sen}\delta.I_d - V_r \operatorname{sen}\delta.I_q + V_m \cos\delta.I_q + R_A(I_q^2 + I_d^2) \quad (3.15)$$

Consideraremos aqui a ausência da ação do regulador de velocidade no sistema e, portanto, a potência mecânica P_m será constante.

Linearizando (3.5), (3.13) e (3.14) em torno de um ponto de operação, obtemos as seguintes equações fundamentais no espaço de estados que definem um gerador (Araújo, 1998), (Kundur, 1994) (modelo simplificado para máquinas hidráulicas):

$$\Delta\dot{\omega} = -\frac{1}{2H}.\omega_0.\Delta\omega - \frac{1}{2H}.(V_q^o.I_d^o - V_d^o.I_q^o).\Delta\delta -$$

$$-\frac{1}{2H}(V_d^o + 2.R_A.I_d^o).\Delta I_d - \frac{1}{2H}.(V_q^o + 2.R_A.I_q^o).\Delta I_q - \qquad (3.16)$$

$$-\frac{1}{2H}.I_r^o.\Delta V_r - \frac{1}{2H}.I_m^o.\Delta V_m$$

$$\Delta\dot{\delta} = \omega_0.\Delta\omega \qquad (3.17)$$

$$\Delta\dot{E}_q' = -\frac{1}{T_{do}'}.\Delta E_q' + \frac{1}{T_{do}'}.\Delta V_{FD} - \frac{1}{T_{do}'}.(x_d - x_d').\Delta I_d \qquad (3.18)$$

Nas equações acima, ω é a velocidade do rotor de uma máquina síncrona, H é a constante de inércia da máquina síncrona considerada, ω_0 é a velocidade síncrona (ou seja, 377 rad / s), V_d é a tensão no eixo direto da máquina síncrona, V_q é a tensão no eixo em quadratura, V_r é a tensão no eixo real, V_m é a tensão no eixo imaginário (V_r e V_m são as componentes da tensão na barra da rede elétrica na qual a máquina síncrona está ligada, referidas às coordenadas da rede), V_{FD} é a tensão de campo, I_q e I_d são as correntes da máquina síncrona referidas às coordenadas da própria máquina, I_r e I_m são as correntes da máquina síncrona referidas às coordenadas da rede elétrica, δ é o ângulo de carga da máquina síncrona, R_A é a resistência de armadura, E_q' é a tensão da máquina síncrona no estado transitório (eixo em quadratura), T_{do}' é a constante de tempo transitória do eixo direto, e x_d e x_d' são as reatâncias da máquina síncrona (eixo direto). Além disso, Δ indica uma pequena variação da variável considerada e o índice 'o' relaciona a variável a um ponto de operação específico.

Além das equações de estado (dinâmicas), num sistema de potência também são necessárias equações algébricas (estáticas), que definem relações entre as variáveis de estado e outras variáveis. Neste caso, temos as seguintes equações algébricas, obtidas através da linearização de (3.7) e (3.8) (Araújo, 1998):

$$-V_d^o.\Delta\delta - \Delta E_q^{'} + x_d^{'}.\Delta I_d - R_A.\Delta I_q - \text{sen}(\delta_0).\Delta V_r + \cos(\delta_0).\Delta V_m = 0 \qquad (3.19)$$

$$V_q^o.\Delta\delta + R_A.\Delta I_d - x_q^{'}.\Delta I_q + \cos(\delta_0).\Delta V_r + \text{sen}(\delta_0).\Delta V_m = 0 \qquad (3.20)$$

Num modelo simplificado para máquinas térmicas, são representados os efeitos transitórios de 2 circuitos do rotor: um enrolamento de campo no eixo direto e um no eixo de quadratura (Araújo, 1998). As equações dinâmicas e algébricas são iguais às descritas acima, mas a estas se acrescenta mais uma equação dinâmica, obtida através da linearização de (3.6):

$$\Delta\dot{E}_d^{'} = -\frac{1}{T_{qo}^{'}}.\Delta E_d^{'} + \frac{1}{T_{qo}^{'}}.(x_q - x_q^{'}).\Delta I_q \qquad (3.21)$$

Além disso, a equação (3.20) é alterada, assumindo a seguinte forma:

$$V_q^o.\Delta\delta - \Delta E_d^{'} + R_A.\Delta I_d - x_q^{'}.\Delta I_q + \cos\delta_0.\Delta V_r + \operatorname{sen}\delta_0.\Delta V_m = 0 \qquad (3.22)$$

Nas equações acima, E_d' é a tensão da máquina síncrona no estado transitório (eixo direto), $T_{qo}^{'}$ é a constante de tempo transitória do eixo em quadratura, e x_q e x_q' são as reatâncias da máquina síncrona (eixo em quadratura). As demais variáveis já foram descritas anteriormente.

Há um modelo dinâmico ainda mais sofisticado para as máquinas síncronas, no qual são representados três circuitos do rotor: o enrolamento de campo (efeito transitório) e os enrolamentos amortecedores (efeito sub-transitório). As equações (3.16), (3.17) e (3.18) permanecem as mesmas para este modelo, e a elas são acrescentadas outras duas equações, obtidas através da linearização de (3.9) e (3.10):

$$\Delta\dot{E}_d^{''} = -\frac{1}{T_{qo}^{''}}.\Delta E_d^{''} + \frac{1}{T_{qo}^{''}}.(x_q - x_q^{''}).\Delta I_q \qquad (3.23)$$

$$\Delta\dot{E}_q^{''} = \frac{1}{T_{do}^{''}}.\Delta E_q^{'} - \frac{1}{T_{do}^{''}}.\Delta E_q^{''} - \frac{1}{T_{do}^{''}}.(x_d^{'} - x_d^{''}).\Delta I_d \qquad (3.24)$$

As equações algébricas, neste caso, serão as seguintes (obtidas através da linearização de (3.11) e (3.12)):

$$-V_d^o.\Delta\delta - \Delta E_q^{''} + x_d^{''}.\Delta I_d + R_A.\Delta I_q - \operatorname{sen}(\delta_0).\Delta V_r + \cos(\delta_0).\Delta V_m = 0 \qquad (3.25)$$

$$V_q^o.\Delta\delta + \Delta E_d^{''} + R_A.\Delta I_d - x_q^{''}.\Delta I_q + \cos(\delta_0).\Delta V_r + \operatorname{sen}(\delta_0).\Delta V_m = 0 \qquad (3.26)$$

Nas equações acima, $E_d^{''}$ é a tensão da máquina síncrona no estado sub-transitório (eixo direto), $T_{qo}^{''}$ é a constante de tempo sub-transitória do eixo em quadratura, e x_q e $x_q^{''}$ são as reatâncias da máquina síncrona (eixo em quadratura). $E_q^{''}$ é a tensão da máquina síncrona no estado sub-transitório (eixo em quadratura), $T_{do}^{''}$ é a constante de tempo sub-transitória do eixo direto, $x_d^{'}$ e $x_d^{''}$ são as reatâncias da máquina síncrona (eixo direto). As demais variáveis já foram descritas anteriormente.

Às equações de estados do gerador, junta-se a equação de estados do regulador de tensão estático, que é um componente de controle fundamental em sistemas elétricos de potência. A função de um regulador de tensão é manter a tensão terminal dentro de limites pré-estabelecidos. A equação de estados de um regulador de tensão estático é a seguinte (Araújo, 1998):

$$\dot{V}_{FD} = -\frac{1}{T_A}V_{FD} + \frac{K_A}{T_A}(V_S + V_{REF} - \sqrt{V_r^2 + V_m^2}) \qquad (3.27)$$

Esta equação, linearizada em torno de um ponto de operação, fornece:

$$\Delta\dot{V}_{FD} = -\frac{1}{T_A}.\Delta V_{FD} - \frac{K_A}{T_A}.\frac{V_r^o}{V_t^o}.\Delta V_r - \frac{K_A}{T_A}.\frac{V_m^o}{V_t^o}.\Delta V_m + \frac{K_A}{T_A}.\Delta V_{REF} + \frac{K_A}{T_A}.\Delta V_S \quad (3.28)$$

Nas equações acima, K_A é o ganho do regulador de tensão, T_A é a constante de tempo do regulador de tensão, V_t é a tensão terminal da máquina síncrona, V_{REF} é a tensão de referência do regulador de tensão e V_S é a tensão de saída do sinal estabilizador.

Caso seja utilizado um regulador mais sofisticado (regulador de tensão IEEE tipo 1), as equações de estado serão (Araújo, 1998):

$$\dot{V}_{FD} = -\frac{K_e}{T_e}V_{FD} - \frac{1}{T_e}S_e(V_{FD}) + \frac{1}{T_e}V_2 \qquad (3.29)$$

$$\dot{V}_3 = -\frac{K_F K_e}{T_F T_e}V_{FD} - \frac{K_F}{T_F T_e}S_e(V_{FD}) + \frac{K_F}{T_F T_e}V_2 - \frac{1}{T_F}V_3 \qquad (3.30)$$

$$\dot{V}_2 = -\frac{1}{T_A}V_2 + \frac{K_A}{T_A}V_{REF} - \frac{K_A}{T_A}(\sqrt{V_r^2 + V_m^2}) - \frac{K_A}{T_A}V_3 + \frac{K_A}{T_A}V_S \qquad (3.31)$$

Linearizando essas equações, obtemos:

$$\Delta\dot{V}_{FD} = -\frac{1}{T_e}.\left[K_e + \frac{\partial S_e(V_{FD})}{\partial V_{FD}}\right].\Delta V_{FD} + \frac{1}{T_e}.\Delta V_2 \qquad (3.32)$$

$$\Delta\dot{V}_3 = -\frac{K_F}{T_F.T_e}.\left[K_e + \frac{\partial S_e(V_{FD})}{\partial V_{FD}}\right].\Delta V_{FD} - \frac{1}{T_F}.\Delta V_3 + \frac{K_F}{T_F.T_e}.\Delta V_2 \qquad (3.33)$$

$$\Delta\dot{V}_2 = -\frac{K_A}{T_A}.\Delta V_3 - \frac{1}{T_A}.\Delta V_2 - \frac{K_A}{T_A}.\frac{V_r^o}{V_t^o}.\Delta V_r - \frac{K_A}{T_A}.\frac{V_m^o}{V_t^o}.\Delta V_m + \frac{K_A}{T_A}.\Delta V_{REF} + \frac{K_A}{T_A}.\Delta V_S$$

(3.34)

Nas equações do regulador de tensão IEEE tipo 1, T_e é uma das constantes de tempo do regulador de tensão (as outras constantes de tempo são T_A e T_F), K_e é um dos ganhos do regulador de tensão (os outros ganhos são K_A e K_F), S_e é uma função não-linear que representa a saturação, V_2 e V_3 são variáveis de estado do regulador de tensão.

As equações apresentadas até aqui tratam da dinâmica dos geradores (máquinas síncronas) e das relações entre suas variáveis de estado e as variáveis algébricas. Também são necessárias, num sistema de potência, equações que modelem a rede elétrica. Desse modo, deve-se integrar as variáveis de estado e algébricas de um gerador com as variáveis da rede elétrica, montando assim equações que descrevem de modo completo o sistema de potência. As equações do gerador combinadas com as equações (algébricas) da rede elétrica assumem a seguinte forma (Araújo, 1998):

$$\sum_{j=1}^{n}(G_{ij}V_{rj} - B_{ij}V_{mj}) + \mathrm{sen}(\delta_i)I_{qi} - \cos(\delta_i)I_{di} = 0 \qquad (3.35)$$

$$\sum_{j=1}^{n}(B_{ij}V_{rj} + G_{ij}V_{mj}) - \cos(\delta_i)I_{qi} - \mathrm{sen}(\delta_i)I_{di} = 0 \qquad (3.36)$$

Linearizando-se essas equações, obtemos:

$$\sum_{j=1}^{n}(G_{ij}.\Delta V_{rj} - B_{ij}.\Delta V_{mj}) + \text{sen}(\delta_i^o).\Delta I_{qi} - \cos(\delta_i^o).\Delta I_{di} + I_{mi}^o.\Delta\delta_i = 0 \qquad (3.37)$$

$$\sum_{j=1}^{n}(B_{ij}.\Delta V_{rj} + G_{ij}.\Delta V_{mj}) - \cos(\delta_i^o).\Delta I_{qi} - \text{sen}(\delta_i^o).\Delta I_{di} - I_{ri}^o.\Delta\delta_i = 0 \qquad (3.38)$$

Nessas equações, n é o número de barramentos da rede elétrica, G_{ij} é a condutância entre as barras i e j da rede, B_{ij} é a susceptância entre as barras i e j da rede elétrica, V_{rj} e V_{mj} são as tensões (real e imaginária) na j-ésima barra da rede, e as outras variáveis são as mesmas já descritas anteriormente para um gerador genérico, apenas acrescentando-se o sub-índice i, referente à i-ésima barra na qual há um gerador conectado.

Outras equações algébricas também se fazem necessárias para descrever de modo completo uma rede elétrica. São aquelas que combinam as equações algébricas das cargas conectadas a uma barra i com as equações da rede elétrica propriamente dita (Araújo, 1998):

$$\sum_{j=1}^{n}(G_{ij}V_{rj} - B_{ij}V_{mj}) + \frac{-V_{ri}P_i - V_{mi}Q_i}{V_{ri}^2 + V_{mi}^2} = 0 \qquad (3.39)$$

$$\sum_{j=1}^{n}(B_{ij}V_{rj} + G_{ij}V_{mj}) + \frac{-V_{mi}P_i + V_{ri}Q_i}{V_{ri}^2 + V_{mi}^2} = 0 \qquad (3.40)$$

Essas equações, se linearizadas, fornecem:

$$\sum_{j=1}^{n}(G_{ij}.\Delta V_{rj} - B_{ij}.\Delta V_{mj}) + R_{1i}.\Delta V_{ri} + R_{2i}.\Delta V_{mi} = 0 \qquad (3.41)$$

$$\sum_{j=1}^{n}(B_{ij}.\Delta V_{rj} + G_{ij}.\Delta V_{mj}) - I_{1i}.\Delta V_{ri} - I_{2i}.\Delta V_{mi} = 0 \qquad (3.42)$$

Nas equações acima, R_{1i} , R_{2i} , I_{1i} e I_{2i} são constantes relacionadas à carga ligada na barra i da rede elétrica. V_{ri} e V_{mi} são as partes real e imaginária da tensão na barra i da rede elétrica. P_i e

Q_i são as potências ativa e reativa consumidas pela carga i da rede elétrica, respectivamente. O índice 'o' indica que o valor da variável foi calculado num ponto de operação. As expressões para R_{1i} , R_{2i} , I_{1i} e I_{2i} são (Araújo, 1998):

$$R_{1i} = \frac{\left(\left.\frac{\partial P_i}{\partial V_{ri}}\right|_o .V_{ri}^o + \left.\frac{\partial Q_i}{\partial V_{ri}}\right|_o .V_{mi}^o\right).\left((V_{ri}^o)^2 + (V_{mi}^o)^2\right) + P_i^o.\left((V_{mi}^o)^2 - (V_{ri}^o)^2\right) - 2.Q_i^o.V_{ri}^o.V_{mi}^o}{((V_{ri}^o)^2 + (V_{mi}^o)^2)^2}$$

$$R_{2i} = \frac{\left(\left.\frac{\partial P_i}{\partial V_{mi}}\right|_o .V_{ri}^o + \left.\frac{\partial Q_i}{\partial V_{mi}}\right|_o .V_{mi}^o\right).\left((V_{ri}^o)^2 + (V_{mi}^o)^2\right) - Q_i^o.\left((V_{mi}^o)^2 - (V_{ri}^o)^2\right) - 2.P_i^o.V_{ri}^o.V_{mi}^o}{((V_{ri}^o)^2 + (V_{mi}^o)^2)^2}$$

$$I_{1i} = \frac{\left(\left.\frac{\partial Q_i}{\partial V_{ri}}\right|_o .V_{ri}^o - \left.\frac{\partial P_i}{\partial V_{ri}}\right|_o .V_{mi}^o\right).\left((V_{ri}^o)^2 + (V_{mi}^o)^2\right) + Q_i^o.\left((V_{mi}^o)^2 - (V_{ri}^o)^2\right) + 2.P_i^o.V_{ri}^o.V_{mi}^o}{((V_{ri}^o)^2 + (V_{mi}^o)^2)^2}$$

$$I_{2i} = \frac{\left(\left.\frac{\partial Q_i}{\partial V_{mi}}\right|_o .V_{ri}^o - \left.\frac{\partial P_i}{\partial V_{mi}}\right|_o .V_{mi}^o\right).\left((V_{ri}^o)^2 + (V_{mi}^o)^2\right) + P_i^o.\left((V_{mi}^o)^2 - (V_{ri}^o)^2\right) - 2.Q_i^o.V_{ri}^o.V_{mi}^o}{((V_{ri}^o)^2 + (V_{mi}^o)^2)^2}$$

Tal modelo representa as cargas de modo genérico. Uma vez escolhido o modelo das cargas (parcelas de potência, corrente e / ou tensão constantes), devem ser calculados os coeficientes constantes R_{1i} , R_{2i} , I_{1i} , I_{2i} (Araújo, 1998).

Juntando-se todas as equações dadas anteriormente, pode-se compor a descrição de um sistema de potência no espaço de estados. Assim, para cada gerador ligado a uma barra genérica da rede elétrica teremos as equações de estados (3.16), (3.17), (3.18) e (3.28), e as equações algébricas (3.19), (3.20), (3.37) e (3.38). Para cada carga conectada a uma barra genérica da rede elétrica teremos as equações algébricas (3.41) e (3.42). Ao final da composição das equações, monta-se o sistema no espaço de estados utilizando-se uma técnica que preserva a esparsidade da matriz de estados:

$$\begin{pmatrix} \Delta\dot{x} \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \end{pmatrix} . \Delta u$$

$$\Delta y = \begin{pmatrix} C_1 & C_2 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta z \end{pmatrix} \tag{3.43}$$

Δx é o vetor de estados do sistema, formado pelas variáveis $\Delta\omega$, $\Delta\delta$, $\Delta E_q'$ e ΔV_{FD}. Δz é o vetor de variáveis algébricas do sistema, formado pelas variáveis ΔI_d , ΔI_q , ΔV_r e ΔV_m. Δy é o vetor de medições do sistema, composto pela medição da variável $\Delta\omega$. Δu é o vetor de entradas de referência do sistema, dado pela variável ΔV_{REF}. A sub-matriz A_{11} representa as equações que descrevem a dinâmica do sistema de potência; a sub-matriz A_{12} representa as equações que relacionam a dinâmica do sistema com as variáveis algébricas; as sub-matrizes A_{21} e A_{22} representam equações que relacionam as variáveis de estado com as variáveis algébricas; B_1 e B_2 são sub-matrizes que relacionam os estados e a dinâmica do sistema com as entradas de referência, e C_1 e C_2 são sub-matrizes que relacionam medições com as variáveis de estado do sistema.

Se quisermos eliminar as variáveis algébricas do sistema, podemos proceder do seguinte modo: primeiramente, desenvolvemos o conjunto de equações (3.43), obtendo o seguinte resultado:

$$\Delta\dot{x} = A_{11}.\Delta x + A_{12}.\Delta z + B_1.\Delta u$$

$$0 = A_{21}.\Delta x + A_{22}.\Delta z + B_2.\Delta u \tag{3.44}$$

$$\Delta y = C_1.\Delta x + C_2.\Delta z$$

Da segunda equação acima, segue que:

$$\Delta z = -A_{22}^{-1}.A_{21}.\Delta x - A_{22}^{-1}.B_2.\Delta u \qquad (3.45)$$

Substituindo a equação (3.45) no conjunto de equações (3.44), temos:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{x} &= (A_{11} - A_{12}.A_{22}^{-1}.A_{21}).\Delta x + (B_1 - A_{12}.A_{22}^{-1}.B_2).\Delta u \\ \Delta y &= (C_1 - C_2.A_{22}^{-1}.A_{21}).\Delta x - (C_2.A_{22}^{-1}.B_2).\Delta u \end{aligned} \qquad (3.46)$$

Desse modo, é obtido um modelo do tipo (3.3) – (3.4) para o sistema de potência.