

FABRIZIO LEONARDI

PROJETO DE SISTEMAS DE CONTROLE MULTIVARIÁVEIS ROBUSTOS
COM ESPECIFICAÇÕES NO DOMÍNIO DO TEMPO

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em Engenharia.

São Paulo
2002

FABRIZIO LEONARDI

PROJETO DE SISTEMAS DE CONTROLE MULTIVARIÁVEIS ROBUSTOS
COM ESPECIFICAÇÕES NO DOMÍNIO DO TEMPO

Tese apresentada à Escola Politécnica da
Universidade de São Paulo para obtenção
do título de Doutor em Engenharia.

Área de Concentração:
Engenharia de Sistemas

Orientador:
Prof. Dr. José Jaime da Cruz

São Paulo
2002

AGRADECIMENTOS

A Deus por me permitir viver esta experiência.

Ao professor e amigo Jaime, pela orientação deste trabalho e por ter sido um modelo para mim que vai além dos conhecimentos científicos.

Ao caríssimo professor Paulo Álvaro Maya, pelo constante incentivo e por ter despertado o meu interesse para área de controle.

As pessoas mais importantes da minha vida: Chiara, Cimara, Elfrida e Emílio, pelo carinho, motivação e paciência que foram imprescindíveis para a execução deste trabalho.

Ao Conselho de Ensino e Pesquisa da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo CEPE / PUC-SP pelo apoio financeiro recebido com a bolsa-pesquisa de capacitação docente.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	
LISTA DE EQUAÇÕES	
LISTA DE SÍMBOLOS	
RESUMO	
"ABSTRACT"	
1. INTRODUÇÃO.....	17
1.1. PRELIMINARES.....	17
1.2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	19
1.3. ESTRUTURA DO TEXTO	22
2. FUNDAMENTOS	24
2.1. "MODEL MATCHING"	24
2.1.1. SOLUÇÃO H _∞ POR "MODEL MATCHING"	25
2.1.2. "MODEL MATCHING" ÓTIMO	27
2.2. CONTROLADOR 2-D	31
2.3. OBSERVADOR PROPORCIONAL INTEGRAL.....	33
2.3.1. RECUPERAÇÃO DA FUNÇÃO DE MALHA COM O OBSERVADOR PI	35
PARTE – 1	
3. A COMPENSAÇÃO POR OBSERVADORES DE ESTADOS.....	41
3.1. "MATCHING" POR REALIMENTAÇÃO.....	42
3.1.1. REALIMENTAÇÃO DIRETA DE ESTADOS.....	45
3.1.2. DINÂMICAS EXTRAS.....	48
3.1.3. OBSERVADOR DE ESTADOS NÃO MODELADOS.....	49
3.1.4. MODELOS DE REFERÊNCIA	51
3.2. ESTABILIDADE DA COMPENSAÇÃO POR OBSERVADORES.....	55
3.2.1. MODELOS IDÊNTICOS.....	56

3.2.2.	ESTABILIDADE E DESEMPENHO NO CASO SISO.....	61
3.2.3.	ESTABILIDADE E DESEMPENHO NO CASO MIMO	66
3.3.	ESFORÇO DE CONTROLE.....	71
3.4.	A ESTRUTURA DE COMPENSAÇÃO POR OBSERVADORES.....	71
3.4.1.	OBSERVADOR INTEGRAL	72
3.4.2.	OBSERVADOR PROPORCIONAL-INTEGRAL	73
3.4.3.	OBSERVADOR PROPORCIONAL.....	75
3.4.4.	PROPRIEDADES DO DIAGRAMA DO OBSERVADOR P.I.....	78
3.5.	CONSIDERAÇÕES SOBRE O PROJETO DO OBSERVADOR.....	80

PARTE – 2

4.	"MODEL MATCHING" POR MEIO CONTROLE 2-D.....	85
4.1.	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	87
4.2.	RASTREAMENTO DA SAÍDA DO PRÉ-FILTRO	88
4.3.	REJEIÇÃO ÀS PERTURBAÇÕES	91
4.4.	REJEIÇÃO DOS ERROS DE MEDIDA	92
4.5.	ESFORÇO DE CONTROLE PARA O RASTREAMENTO	93
4.6.	INCERTEZAS DO MODELO.....	94
4.7.	EXEMPLO NUMÉRICO.....	97
4.8.	COMENTÁRIOS.....	102
5.	MODEL TRACKING"	104
5.1.	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA	105
5.2.	"MODEL FOLLOWING"	107
5.3.	REJEIÇÃO DE DISTÚRBIOS.....	109
5.4.	REJEIÇÃO DO ERRO DE MEDIDA	110
5.5.	CONTROLE 2-D COMO UM PROBLEMA DE "MODEL TRACKING"	111
5.6.	ESFORÇO DE CONTROLE DO "MODEL FOLLOWING"	111
5.7.	INCERTEZAS DO MODELO.....	112
5.8.	EXEMPLO NUMÉRICO.....	114

5.9. "MODEL TRACKING" COM ESPECIFICAÇÕES TEMPORAIS DA REJEIÇÃO DE DISTÚRBIOS.....	119
5.9.1. EXEMPLO NUMÉRICO.....	122
5.10. COMENTÁRIOS.....	125
6. CONCLUSÕES.....	126
6.1. CONTRIBUIÇÕES.....	126
6.2. PERSPECTIVAS DE EXTENSÃO.....	130
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	131

LISTA DE FIGURAS

	Pág.
2.1 – Estrutura geral de controle.....	25
2.2 – H_∞ por "model matching".	26
2.3 – "Model matching" ótimo (estrutura I).....	27
2.4 – "Model matching" ótimo (estrutura II).	28
2.5 – "Model matching" usando H_∞	29
2.6 – Resposta temporal do "model matching".	31
2.7 – Controle 1-D & Controle 2-D.....	31
2.8 – Forma equivalente da estrutura II.	32
2.9 – Observador PI.....	35
2.10 – Recuperação da função transferência de malha.....	36
2.11 – Recuperação das margens de estabilidade.	38
2.12 – Recuperação do diagrama de Nyquist do LQR.....	38
3.1 – Compensação pelo Filtro de Kalman.	41
3.2 – Sistema de controle por torque calculado.	44
3.3 – Duplo integrador.....	45
3.4 – Desempenho do acompanhamento ao modelo de 2ª ordem.....	53
3.5 – Estabilização do pêndulo invertido.....	55
3.6 – Diagrama de blocos do sistema de controle do robô.	57
3.7 – Estrutura geral.....	60
3.8 – Estrutura detalhada dos compensadores por observadores.....	61
3.9 – Condições de desempenho.	64
3.10 – Resposta ao degrau em função de L_2	65
3.11 – Lugar Geométrico das Raízes em função de L_2	65
3.12 – Condições de desempenho para o robô.	68
3.13 – Desempenho temporal do robô linearizado.....	69
3.14 – Desempenho temporal do robô não linear.....	69
3.15 – Condições de desempenho para o sistema similar ao massa-mola-atrito.....	70
3.16 – Estrutura 2-D do compensador com observador integral.	73
3.17 – Estrutura 2-D do compensador com observador proporcional-integral.....	74
3.18 – Estrutura 2-D do compensador com observador proporcional.....	76
3.19 – Compensador sem o pré-filtro.	78
3.20 – Pré-filtro do compensador.	79
4.1 – Controle com dois graus de liberdade.	86
4.2 – Diagramas de Bode do projeto LQG/LTR.	98
4.3 – Diagramas de Bode do projeto "mixed sensitivity".	99
4.4 – Resposta temporal de malha fechada.	100
4.5 – Esforços de controle associados aos dois pré-filtros.....	101
4.6 – Variáveis de controle em função do tempo para o pré-filtro original.	101
4.7 – Variáveis de controle em função do tempo para o novo pré-filtro.	102
5.1 – Estrutura de controle "signal-based".	105
5.2 – Estrutura "Model tracking".	106
5.3 – Sistema de controle 2-D equivalente.....	111
5.4 – Resposta em frequência do "Model Following".	116
5.5 – Resposta em frequência do controle 2-D.....	117
5.6 – Ganhos de malha do "Model Following" versus controle 2-D.....	117

5.7 – Resposta temporal de malha fechada.	118
5.8 – Variáveis de controle em função do tempo.	119
5.9 – Controle 2-D com pré-compensação	119
5.10 – Estrutura "Model tracking" com pré-compensação	120
5.11 – Pré-compensação com observador de distúrbios.	121
5.12 – Observador de distúrbios PI	121
5.13 – Resposta em frequência da pré-compensação.	123
5.14 – Resposta temporal de malha fechada.	124
5.15 – Variáveis de controle em função do tempo.	124

LISTA DE EQUAÇÕES

	Pág.
2.1.....	26
2.2.....	26
2.3.....	26
2.4.....	27
2.5.....	29
2.6.....	30
2.7.....	30
2.8.....	34
2.9.....	37
2.10.....	37
2.11.....	37
3.1.....	43
3.2.....	43
3.3.....	44
3.4.....	45
3.5.....	45
3.6.....	45
3.7.....	46
3.8.....	46
3.9.....	47
3.10.....	47
3.11.....	47
3.12.....	47
3.13.....	48
3.14.....	50
3.15.....	50
3.16.....	50
3.17.....	51
3.18.....	56
3.19.....	56
3.20.....	57
3.21.....	58
3.22.....	58
3.23.....	59
3.24.....	59
3.25.....	59
3.26.....	60
3.27.....	62
3.28.....	62
3.29.....	62
3.30.....	62
3.31.....	62
3.32.....	63
3.33.....	66
3.34.....	66
3.35.....	66

3.36.....	66
3.37.....	66
3.38.....	71
3.39.....	71
3.40.....	74
3.41.....	74
3.42.....	74
3.43.....	74
3.44.....	75
3.45.....	75
3.46.....	75
3.47.....	75
3.48.....	76
3.49.....	76
3.50.....	76
3.51.....	77
3.52.....	77
3.53.....	77
3.54.....	77
3.55.....	77
3.56.....	79
3.57.....	80
3.58.....	80
3.59.....	81
3.60.....	81
4.1.....	88
4.2.....	88
4.3.....	88
4.4.....	88
4.5.....	88
4.6.....	89
4.7.....	89
4.8.....	89
4.9.....	89
4.10.....	90
4.11.....	90
4.12.....	90
4.13.....	90
4.14.....	90
4.15.....	90
4.16.....	91
4.17.....	91
4.18.....	91
4.19.....	91
4.20.....	92
4.21.....	92
4.22.....	92
4.23.....	92
4.24.....	92

4.25.....	93
4.26.....	93
4.27.....	93
4.28.....	94
4.29.....	94
4.30.....	95
4.31.....	95
4.32.....	95
4.33.....	95
4.34.....	95
4.35.....	95
4.36.....	95
4.37.....	96
4.38.....	96
4.39.....	96
4.40.....	96
4.41.....	96
4.42.....	97
4.43.....	97
4.44.....	98
5.1.....	107
5.2.....	107
5.3.....	107
5.4.....	108
5.5.....	108
5.6.....	109
5.7.....	109
5.8.....	110
5.9.....	110
5.10.....	110
5.11.....	110
5.12.....	110
5.13.....	111
5.14.....	112
5.15.....	112
5.16.....	113
5.17.....	113
5.18.....	113
5.19.....	113
5.20.....	113
5.21.....	113
5.22.....	114
5.23.....	114
5.24.....	115
5.25.....	115
5.26.....	115
5.27.....	122
5.28.....	123
5.29.....	123

LISTA DE SÍMBOLOS

- (A,B,C) – representação de estados do modelo de referência.
- (A_1,B_1,C_1) – representação de estados do modelo nominal da planta.
- (A_{mf},B_{mf},C_{mf}) – representação de estados da malha fechada.
- A_2 – parcela da matriz dinâmica removida por realimentação.
- $a_u(t)$ – vetor de acelerações não modeladas.
- $\hat{a}_u(t)$ – vetor de acelerações não modeladas estimadas.
- $C(q,\dot{q})$ – vetor dos torques de Coriolis e centrífugos do manipulador.
- $\det(\cdot)$ – determinante.
- $d(t)$ – vetor de distúrbio.
- E – matriz constante da lei de controle do "model matching".
- $e(t)$ – vetor de erro.
- $e_M(\omega)$ – limite superior da norma espectral do erro de modelagem.
- $f(t)$ – vetor de distúrbio.
- $\hat{f}(t)$ – vetor de distúrbio estimado.
- $F(s)$ – modelo nominal da planta.
- $G_1(s), G_2(s)$ – matrizes associadas aos observadores P, e PI.
- $G(q)$ – vetor de torques gravitacionais do manipulador.
- H – matriz de ganhos do observador no problema LQG/LTR.
- I – matriz identidade.
- J – matriz de inércia do modelo linear do manipulador.
- j – operador complexo.
- $K(s)$ – compensador.
- K, K_u, K_m – matriz de ganhos da realimentação de estados.
- K_p, K_v – matriz de ganhos do sistema de controle por torque calculado.
- K_C – matriz constante do sistema similar ao tipo massa-mola-atrito.
- L – matriz de ganhos do observador de estados.
- L_i – submatriz de ganhos do observador de estados ($i = 1,2$).
- $M(q)$ – matriz de massa do manipulador.
- M_C – matriz constante do sistema similar ao tipo massa-mola-atrito.
- $N(s)$ – modelo de referência.
- $\bar{N}(s)$ – modelo de referência alcançável.
- $n(t)$ – vetor de ruído de medida.

- $P(s)$ – planta e planta generalizada.
- P_C – matriz constante do sistema similar ao tipo massa-mola-atrito.
- $P_R(s)$ – conjunto de matrizes associadas ao modelo da planta.
- Q – matriz de penalização dos estados ou,
– matriz de intensidade do ruído nos estados.
- $q(t)$ – vetor de posições das juntas.
- $\dot{q}(t)$ – vetor de velocidades das juntas.
- $\ddot{q}(t)$ – vetor de acelerações das juntas.
- $\hat{q}(t)$ – vetor de posições estimadas das juntas .
- $\dot{\hat{q}}(t)$ – vetor de velocidades estimadas das juntas.
- $q_d(t)$ – vetor de referência de posições das juntas.
- $\dot{q}_d(t)$ – vetor de referência das velocidades das juntas.
- $\ddot{q}_d(t)$ – vetor de referência das acelerações das juntas.
- \Re – conjunto dos números reais.
- \Re^n – espaço vetorial de n dimensões no campo dos reais.
- R – matriz de penalização do controle ou,
– matriz de intensidade do ruído na medida.
- $r(t)$ – vetor de referência.
- s – variável independente no domínio das frequências complexas.
- $S(s)$ – matriz sensibilidade .
- S_u – matriz de normalização das entradas.
- $S_\xi, S_v, S_{\xi_f}, S_a$ – densidade espectral do ruído branco.
- t – variável independente no domínio do tempo.
- $T(s)$ – matriz sensibilidade complementar.
- $T_{uy}(s)$ – matriz de transferência de u para y .
- $u(t)$ – vetor de entradas da planta.
- $w(t)$ – vetor de estados do observador PI.
- W_1, W_2, W_3 – matrizes de penalização do problema "mixed sensitivity".
- $x(t)$ – vetor de estados da planta.
- $\hat{x}(t)$ – vetor de estados estimados.
- $\tilde{x}(t)$ – vetor de erro na estimação dos estados.
- $\dot{x}(t)$ – vetor das derivadas dos estados da planta.
- $\dot{\hat{x}}(t)$ – vetor das derivadas dos estados estimados.
- $\dot{\tilde{x}}(t)$ – vetor das derivadas do erro na estimação dos estados.
- $y(t)$ – vetor de saídas da planta.

- $z(t)$ – vetor de estados extras.
 $\dot{z}(t)$ – vetor das derivadas dos estados extras.
 $\alpha_r, \alpha_d, \alpha_n$ – precisões.
 $\varepsilon_M(s)$ – erro de modelagem multiplicativo.
 $\eta(t)$ – vetor de distúrbio.
 $\lambda_i(\cdot)$ – autovalores.
 Λ – matriz dinâmica dos estados extras .
 $\mu(t)$ – incerteza do modelo da planta adicionada às entradas.
 $\xi(t), \xi_f(t)$ – vetor de ruído branco.
 $\sigma[\cdot]$ – valor singular.
 $\sigma_i[\cdot]$ – i -ésimo valor singular.
 $\sigma_{\min}[\cdot]$ – valor singular mínimo.
 $\sigma_{\max}[\cdot]$ – valor singular máximo.
 $\Sigma(s)$ – modelo de referência.
 $\tau(t)$ – vetor de torques.
 $\tau_u(t)$ – vetor de torques não modelados.
 $\hat{\tau}_u(t)$ – vetor de torques não modelados estimados.
 $\nu(t)$ – vetor de ruído branco.
 $\Phi(s)$ – matriz transição de estados.
 $\omega, \omega_r, \omega_d, \omega_n$ – frequências em rad/s .
 $\omega_s(t)$ – vetor de ruído branco.
 $\Omega_r, \Omega_d, \Omega_n$ – conjuntos de frequências.
 $\|\cdot\|$ – norma Euclideana de vetores complexos.
 $\|\cdot\|$ – norma espectral de matrizes.
 $(\cdot)^T$ – transposta.

RESUMO

Este trabalho discute o projeto de compensadores multivariáveis robustos com especificações no domínio do tempo. Primeiramente faz-se a análise dos compensadores por observadores de estados como forma de atingir tais objetivos. Mostra-se que, em certas condições, essa estrutura equivale à dos observadores proporcionais-integrais e apresentam-se as condições de estabilidade nominal. Evidencia-se também que é possível tratar esse problema de controle como um problema de "model matching" ou como um problema de controle com dois graus de liberdade. Mostra-se também que o projeto do compensador é equivalente ao projeto de sistemas de controle por realimentação estática da saída. Essa equivalência implica que, embora os compensadores por observadores sejam cômodos à incorporação de especificações temporais, sua estrutura é limitada para garantir que especificações gerais sejam satisfeitas.

Contorna-se então essa limitação estendendo-se o estudo ao caso dos compensadores sem essa restrição estrutural. O problema de "model matching" e o problema de controle 2-D são considerados como forma indireta de incorporar-se as especificações temporais e condições de projeto são obtidas reduzindo-se os possíveis conservadorismos dos projetos usuais. Ainda neste sentido, formula-se o problema denominado de "model tracking", podendo ser capaz de reduzir ainda mais esses aspectos de conservadorismo. Nessa estrutura, o erro de rastreamento entre a saída do modelo de referência e a saída medida da planta é realimentado, fazendo com que o modelo de referência faça parte explícita do controlador, permitindo ajuste pós-projeto da mesma forma que faz com a estrutura 2-D.

Toda as condições de projeto são obtidas no domínio da frequência, em termos de restrições da malha aberta e da malha fechada, permitindo que técnicas padrões de projeto multivariável como LQG/LTR e H_∞ possam ser diretamente utilizadas na obtenção do compensador. Obtiveram-se assim metodologias de projeto capazes de garantir robustamente a rejeição do erro de rastreamento de um modelo de referência, além de permitir que especificações usuais como a rejeição dos erros de medida e rejeição dos distúrbios sejam incorporadas no mesmo procedimento de projeto.

O controle de um tanque de mistura é usado como exemplo numérico para ilustrar as metodologias de projeto.

ABSTRACT

This work is concerned with the design of robust multivariable controllers with time domain specifications.

As a first step an analysis of controllers based on state observers has been done. It has been shown that this structure is equivalent to the proportional-integral observers. The conditions for nominal stability have then been presented. It has also been shown that this control problem can be seen as a model matching control design with two degrees of freedom. Furthermore it has been shown that compensator design can be reduced to the traditional static output feedback problem. This fact implies that although compensators based on state observers seem to be suitable to deal with time domain specifications, their structure has limitations to guarantee that more general specifications be satisfied.

In order to overcome such limitations both the model matching and the 2-D control structures have been considered to include time domain specifications in the design problem. Design conditions have been derived in order to reduce the eventual conservatism associated to the usual design procedure. A control design problem named model tracking has also been formulated with the aim of reducing even more such conservatism. In this new structure the tracking error between the output of the reference model and the measured plant output is fed back. The reference model is then an explicit part of the controller. As a consequence small adjustments can be done on it during system start-up in the same way as with the 2-D structure.

All the design conditions have been written in the frequency domain as constraints on both open-loop and closed-loop transfer matrices. Standard multivariable design techniques like LQG/LTR and H_∞ can then be used. The proposed design methodology can robustly guarantee tracking of the reference model output as well as both measurement error and disturbance rejections.

The control of a mixture tank has been used as a numeric example to illustrate the design methodologies.

1. INTRODUÇÃO

1.1. Preliminares

A proposta desta pesquisa é incluir especificações temporais explicitamente no projeto de sistemas de controle multivariáveis robustos.

O problema central dos sistemas de controle robustos é encontrar uma lei de controle que confere uma resposta ao sistema dentro de especificações prévias, a despeito de incertezas no modelo. As incertezas, em qualquer forma que ocorram, são sem dúvida a maior questão na maioria dos projetos de sistemas de controle.

Muito já foi feito sobre a teoria de controle robusto multivariável, contudo ainda há poucas propostas de procedimentos de projeto capazes de lidar mais explicitamente com questões particulares, como, por exemplo, a especificação temporal de desempenho da resposta ao degrau (tempo de subida, sobressinal, tempo de acomodação, etc.).

Um exemplo bem característico disso são as sínteses H_2 e H_∞ que, na forma mais usual de projeto, a "Mixed Sensitivity", obtém um controlador estabilizante que minimiza também a norma da matriz de transferência, mas fica a cargo do projetista escolher dinâmicas que devem ser acrescentadas à planta generalizada de tal maneira que, ao minimizar a norma da matriz de transferência, as especificações sejam atendidas.

As idéias empregadas numa pesquisa anterior (HENRIQUES, 1996), forneceram o caminho inicial desenvolvido nesta tese. Naquele trabalho foram empregados os métodos de estimação criados por Kalman (KALMAN, 1960) no projeto de controladores de posição multivariáveis para manipuladores mecânicos. A concepção utilizada foi criar uma estrutura de controle que fosse semelhante àquela conhecida tradicionalmente como controle por torque calculado (CRAIG, 1989; SPONG, 1989).

A proposta em (HENRIQUES, 1996) foi, com o Filtro de Kalman, buscar o cancelamento da parcela não linear do modelo planta, fazendo com que esse modelo fosse convertido num outro, pré-estabelecido e linear. Assim, o modelo pré-estabelecido (modelo de referência) poderia ser escolhido, por exemplo, tal que suas respostas a entradas tipo degrau correspondessem às especificações temporais desejadas.

Embora não se tenha explorado naquela pesquisa esta propriedade associada às especificações temporais, os resultados obtidos por meio de simulação no controle de um robô mostraram que o controlador conferiu um desempenho bastante satisfatório. As análises realizadas também por meio de simulação indicaram que o controlador é robusto, pois é praticamente independente do modelo do manipulador. Contudo, estes aspectos foram avaliados a posteriori. Ou seja, o desempenho temporal e a robustez não foram colocados como dados de entrada do projeto.

Este caminho inicial, entretanto, serviu apenas para explicitar aspectos então desconhecidos da compensação pelo Filtro de Kalman, mas não se mostrou cômodo para resolver a proposta inicial da pesquisa – o projeto de sistemas de controle multivariáveis robustos com especificações no domínio do tempo. Manteve-se porém, a idéia de converter o modelo da planta num modelo de referência pré-estabelecido ("model matching"), como forma indireta de se incorporar as especificações temporais.

A idéia de se incluir as especificações temporais por meio da solução de um problema de "model matching" serviu como base para todo o trabalho.

Fez-se inicialmente uma análise dos compensadores por realimentações completas do vetor de estados no contexto de "model matching", ou seja, verificou-se sua viabilidade usando-se simples realimentações estáticas dos estados diretamente acessíveis ou por meio de observadores.

Utilizando-se a idéia da compensação pelo Filtro de Kalman, discutiu-se como contornar os problema estruturais e a dependência do modelo nominal da planta que o esquema de realimentação completa do vetor de estados possui na solução do problema "model matching".

As condições de estabilidade e desempenho dos compensadores por observadores de estados foram formuladas no domínio da frequência para permitir suas interpretações por meio dos valores singulares. As questões da estabilidade e do esforço de controle foram analisadas em face da distância entre o modelo de referência e o modelo nominal da planta.

Em relação ao projeto dos compensadores por observadores de estados, buscou-se explicitar sua equivalência a outras estruturas cujos projetos já fossem conhecidos e, de fato, mostrou-se que seu projeto é equivalente a uma realimentação estática de saída. Por causa da dificuldade associada a este problema, retomou-se a questão original - o

projeto de compensadores multivariáveis com especificações no domínio do tempo, mas sem as limitações estruturais dos compensadores por observadores.

Por causa da equivalência estabelecida entre o problema de "model matching" e os controladores com dois graus de liberdade, utilizaram-se então técnicas de controle fundamentadas na resposta em frequência para a solução de problemas multivariáveis com dois graus de liberdade. As condições de desempenho foram formuladas como restrições no diagrama de resposta em frequência do ganho de malha aberta e das matrizes de sensibilidade e sensibilidade complementar, de forma a tentar reduzir os possíveis conservadorismos das técnicas usuais. Buscou-se sempre que técnicas padrões pudessem ser diretamente utilizadas para a obtenção do controlador.

Como forma de tentar reduzir ainda mais os possíveis problemas de conservadorismos das técnicas de projeto, buscaram-se outras estruturas de controle "model matching", sempre formulando as condições de desempenho como restrições no diagrama de resposta em frequência, como forma de unificar o tratamento formal e facilitar a inclusão dos erros de modelagem nessas condições.

Neste sentido, formulou-se o problema denominado de "model following" que consiste em aproximar a matriz de transferência da entrada para a saída a um modelo de referência, utilizando-se a estrutura de controle (veja figura 5.2) da referência (JONCKHEERE, 1999). O procedimento proposto de projeto denominado "model tracking" que consiste, além do "model following", da rejeição do distúrbio e da rejeição do erro de medida, mostra que, afrouxando-se a condição de "model matching" para a condição de "model following", pode-se obter controladores ainda menos conservadores.

Para ilustrar as metodologias propostas, utilizaram-se sempre exemplos numéricos.

1.2. Revisão Bibliográfica

As idéias contidas no esquema de compensação por observadores de estados podem ser estudadas por vários pontos de vista. Em especial, a teoria dos observadores de sistemas com entradas desconhecidas ou inacessíveis (MEDITCH, 1974; WANG, 1975; KUDVA, 1980; TU, 1998; MITA, 1998) é bastante similar àquela usada

na compensação pelo Filtro de Kalman e colaboram para seu entendimento. Uma outra analogia a esses compensadores são os observadores com estrutura proporcional mais integral (NIEMANN, 1995; SÖFFKER, 1995; SAIF, 1992).

Essas equivalências servem para se tentar justificar alguns dos resultados observados em (HENRIQUES, 1996) nas simulações do controle de um robô, uma vez que em (SÖFFKER, 1995) mostra-se que os observadores PI podem ser utilizados na estimação de entradas desconhecidas, não linearidades e outras dinâmicas. Estas equivalências também facilitam algumas análises. Uma é a determinação da função de transferência alcançável com os compensadores por observadores e a classe de plantas estabilizáveis com essa estrutura.

Uma característica importante dos observadores PI é quanto a sua capacidade de recuperação assintótica da função de transferência da malha aberta (BEALE, 1989; NIEMANN, 1995) que confere à compensação por observadores boas propriedades de recuperação das margens de estabilidade, mesmo sem o emprego explícito de métodos de recuperação.

Em contraposição aos bons resultados obtidos por (HENRIQUES, 1996) no controle de um robô com a compensação pelo Filtro de Kalman, mostra-se que a estrutura da compensação por observadores de estados impõe limitações ao seu projeto. De fato mostra-se que o problema de encontrar a matriz de ganhos do observador que estabiliza o sistema de malha fechada é equivalente ao problema realimentação estática da saída. Esse problema vem sendo estudado a várias décadas porém ainda é considerado um problema em aberto, apesar da bibliografia sugerir vários métodos numéricos baseados fundamentalmente em LMIs (CAO, 1997; GEROMEL, 1998; GHAOUI, 1997). Outras técnicas vem sendo testadas como forma de resolver o problema. A referência (SYRMOS, 1997) dá uma visão geral de tais métodos e termina por concluir que as condições necessárias e suficientes propostas na literatura, em geral são apenas formas de transformar o problema num outro igualmente sem solução ou então num problema de busca numérica quase sempre sem garantias de convergência para uma solução.

Talvez a aplicação mais interessante da realimentação estática da saída para o caso em estudo neste trabalho seja a alocação de pólos. Em última análise, os pólos dominantes do sistema de malha fechada devem ser os pólos do modelo de referência.

Assim, uma opção razoável para o problema de alocação de pólos seria impor-se os pólos do modelo de referência, alocando os demais bem distantes do eixo imaginário.

O problema da alocação de pólos por meio de realimentação estática da saída vem sendo igualmente investigado há várias décadas. Embora diversos resultados teóricos tenham sido obtidos, o problema também permanece aberto, uma vez que a determinação da matriz de ganhos da realimentação da saída está relacionada com a solução de um grande conjunto de equações não lineares (ALEXANDRIDIS, 1996; CAROTENUTO, 2001; JIANG, 1996).

O panorama acima acabou por limitar as pretensões em relação à compensação por observadores de estados. Como solução a essa limitação, preferiu-se retirar a restrição quanto à estrutura do compensador, mantendo-se porém a formulação do problema de "model matching" como forma indireta de se incorporar as especificações temporais. Passou-se então a discutir como utilizar as técnicas usuais de controle linear multivariável para o projeto de compensadores multivariáveis com especificações no domínio do tempo, sem a restrição estrutural dos compensadores por observadores.

A grande maioria das técnicas de controle linear são conduzidas no domínio da frequência. Diversos livros contêm uma vasta apresentação do tema (GREEN, 1995; HELTON, 1998; SKOGESTAD, 1996; ZHOU, 1998). Contudo, neste trabalho deseja-se incorporar especificações descritas no domínio do tempo. Quando o sistema é escalar, estas especificações muitas vezes são facilmente transformadas para o domínio da frequência. Porém isso não é tão simples, em geral, no caso multivariável. Algumas técnicas multivariáveis lineares encontram controladores estabilizantes capazes de minimizar uma norma entre o vetor de entrada e o de saída. O grande desafio é traduzir para este contexto requisitos como desacoplamento entre os canais, amortecimento e sobressinal. O procedimento LQG/LTR (ATHANS, 1986; DOYLE, 1981a), por exemplo, requer que as especificações estejam na forma de restrições no diagrama de resposta em frequência, ficando a cargo do projetista a tarefa de defini-las a fim de que todos os requisitos de projeto sejam incorporados. No caso clássico da técnica de controle H_∞ o projetista também precisa transformar as especificações temporais para o domínio da frequência. Nesta técnica é preciso colocá-las na forma de matrizes de penalizações que irão moldar as funções sensibilidade e sensibilidade complementar.

Possivelmente a alternativa mais comum para se lidar com as especificações temporais seja a de incluir um pré-filtro em série com a malha principal de controle,

obtendo-se a estrutura dos controladores com dois graus de liberdade (KWAKERNAAK, 1996; MACIEJOWSKI, 1989). A concepção usual de projeto associada com esta estrutura é aproximar a matriz de transferência da entrada para a saída por um pré-filtro que contém as características desejadas da resposta temporal (tempo de acomodação, sobressinal, amortecimento, etc.).

Embora esta estrutura venha sendo amplamente utilizada em aplicações práticas, seu projeto é raramente discutido na literatura técnica. Na pág. 14 da referência (MACIEJOWSKI, 1989) menciona-se brevemente um procedimento de projeto para tal estrutura. Esse procedimento consiste em escolher um controlador de forma a produzir a sensibilidade e a sensibilidade complementar desejadas; subseqüentemente recomenda-se a escolha de um pré-filtro apropriado. Em geral o ganho da malha é feito grande o suficiente para que a matriz de transferência da entrada para a saída seja próxima à matriz identidade. O grau de proximidade parece não ser levado em consideração explicitamente no projeto. Desta forma podem-se utilizar ganhos de malha muito maiores que o necessário.

1.3. Estrutura do Texto

Este trabalho está estruturado em duas partes.

A 1ª parte analisa a técnica de controle por observadores de estados e sua viabilidade no projeto de sistemas de controle multivariáveis com especificações no domínio do tempo.

Na 2ª parte trata-se da problemática do projeto de controladores multivariáveis robustos com especificações no domínio do tempo, removendo-se a restrição sobre a estrutura do controlador estudado na 1ª parte do trabalho.

O capítulo 2 contém uma breve revisão da técnica de "model matching", dos controladores com dois graus de liberdade (2-D) e dos observadores com estrutura PI. O objetivo desta revisão é dar subsídios para evidenciar a conexão que existe entre estas técnicas e os controladores estudados e para apresentar algumas de suas propriedades. Apresentam-se os problemas de "matching" exato e aproximado (minimização de uma norma) e as estruturas típicas usadas. Mostra-se também que o problema de "model

matching" pode ser transformado num problema de controle com dois graus de liberdade.

No capítulo 3, que constitui a 1ª parte do trabalho, discute-se com detalhes a compensação por observadores de estados. Inicia-se com uma breve revisão do problema de linearização de um modelo por meio de realimentação, contextualizando o controle por torque calculado que motivou o uso da linearização pelo Filtro de Kalman. São apresentadas as condições de estabilidade e as relações da estrutura de controle com os problemas de "model matching", com o controle com dois graus de liberdade e com os observadores de estrutura proporcional mais integral.

Os capítulos 4 e 5 formam a segunda parte do trabalho.

O capítulo 4 discute o projeto de controladores robustos multivariáveis com estrutura 2-D. Fornecem-se as condições nominais e robustas para o rastreamento do pré-filtro e para a rejeição dos distúrbios e dos erros de medida em termos de restrições no diagrama de resposta em frequência da malha aberta e na matriz de sensibilidade e sensibilidade complementar. Mostra-se também que o incremento relativo no esforço de controle para garantir o rastreamento do pré-filtro depende explicitamente da diferença entre o pré-filtro e o modelo nominal da planta. O exemplo numérico do controle de um tanque de mistura é utilizado para ilustrar a metodologia de projeto.

No capítulo 5 trata-se do problema de "model tracking". Mostra-se como o controlador obtido pode ser menos conservador do que aquele obtido com o problema 2-D. Da mesma forma como foi feito para o problema 2-D, fornecem-se as condições nominais e robustas que conferem o "model tracking" tanto por meio de restrições da malha aberta como e na matriz de sensibilidade e sensibilidade complementar. O exemplo numérico do controle de um tanque de mistura é utilizado para ilustrar a metodologia de projeto e, por fim, discute-se como aplicar o problema de "model tracking" num esquema de pré-compensação para a rejeição de distúrbios com restrições temporais. Esta situação também é ilustrada com um exemplo numérico.

O capítulo 6 finaliza este trabalho com as conclusões obtidas e as propostas para trabalhos futuros que poderão somar-se a este estudo.

2. FUNDAMENTOS

Este capítulo contém uma breve revisão da técnica sobre "model matching", controladores com dois graus de liberdade (2-D) e observadores com estrutura PI.

Conhecer as propriedades dos observadores PI é importante pois a estrutura dos compensadores por observadores de estados pode ser reduzida à estrutura desses observadores. Já o problema de "model matching" e o controle 2-D são a essência de todo o trabalho.

Esta revisão também objetiva dar subsídios para evidenciar a conexão que existe entre algumas técnicas e os controladores estudados e para apresentar suas propriedades. Apresentam-se os problemas de "matching" exato e aproximado (minimização de uma norma) e as estruturas típicas usadas. Estudam-se as condições de estabilidade e desempenho e as características do esforço de controle. Mostra-se também que o problema de "model matching" pode ser transformado num problema de controle com dois graus de liberdade.

2.1. "Model Matching"

A maior parte da análise feita neste trabalho está relacionada com o problema de "model matching".

O problema de "model matching" pode ser colocado como: dada uma planta, encontrar um controlador que torne a matriz de transferência do sistema em malha fechada, idêntica a uma matriz de referência (modelo de referência). Este problema na verdade é conhecido como "model matching" exato, diferentemente do "model matching" aproximado, onde o "aproximado" tem sentido ótimo de minimizar a norma da diferença entre matrizes de transferência.

A grande maioria dos trabalhos que aparecem na bibliografia sobre o assunto se referem ao problema exato (FERREIRA, 1999; MOORE, 1972; WOLOVICH, 1972). Normalmente buscam-se as condições de existência da lei de controle que leva ao "matching". Contudo, na maioria dos problemas de controle em engenharia, admite-se uma tolerância na especificação de desempenho e portanto no modelo de referência que

as contêm. Outro ponto importante é que os modelos nominais de projeto são incertos, impondo que a solução de "model matching", nesses casos, deve ser robusta, ao menos quanto à estabilidade (CHEN, 1989).

Vários artigos sobre a síntese H_∞ mostram que o objetivo fundamental dessa técnica é equivalente a um problema de "matching" (HUNG, 1989a; HUNG, 1989b; KIMURA, 1989). Contudo, este casamento procurado não é da função de transferência do modelo de referência. Na síntese H_∞ busca-se o controlador capaz tornar $\|T_{y_1 r_1}\|_\infty < 1$, onde $T_{y_1 r_1}$ é a função de transferência entre as entradas e saídas (figura 2.1), incluindo mesmo aquelas que não são referências e variáveis controladas. O "model matching" aproximado que desejamos discutir é como aquele proposto em (JONCKHEERE, 1999), onde a minimização de $\|T_{y_1 r_1}\|_\infty$ implica diretamente na obtenção de uma matriz de transferência entre variáveis controladas e sinais de referência, que é aproximada ao modelo de referência.

2.1.1. Solução H_∞ por "Model Matching"

Na bibliografia sobre H_∞ (FRANCIS, 1987), considera-se o problema de "model matching" na interpretação da parametrização- Q .

Considerando-se o diagrama da figura 2.1.,

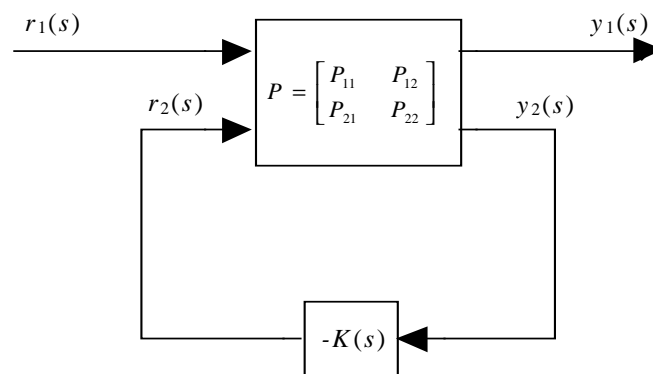


Fig 2.1 – Estrutura geral de controle.

onde $P(s)$ representa uma planta generalizada e $K(s)$ o compensador, a função de transferência de $r_1(s)$ para $y_1(s)$ é dada por:

$$T_{y_1 r_1}(s) = P_{11}(s) - P_{12}(s)K(s)(I + P_{22}(s)K(s))^{-1}P_{21}(s). \quad (2.1)$$

Definindo-se

$$Q(s) = K(s)(I + P_{22}(s)K(s))^{-1}, \quad (2.2)$$

a equação 2.1 torna-se

$$T_{y_1 r_1}(s) = P_{11}(s) - P_{12}(s)Q(s)P_{21}(s). \quad (2.3)$$

Assim, o problema de controle ótimo H_∞ , que consiste em minimizar $\|T_{y_1 r_1}\|_\infty$ em relação a $K(s)$, pode ser colocado como um problema generalizado de "model matching" (HUNG, 1989b), obtendo-se uma $Q(s)$ que aproxima otimamente $P_{11}(s)$ de $P_{12}(s)Q(s)P_{21}(s)$, conforme ilustra a figura 2.2. Analogamente, o problema de "model matching" pode ser visto como um caso particular do problema geral (FRANCIS, 1987).

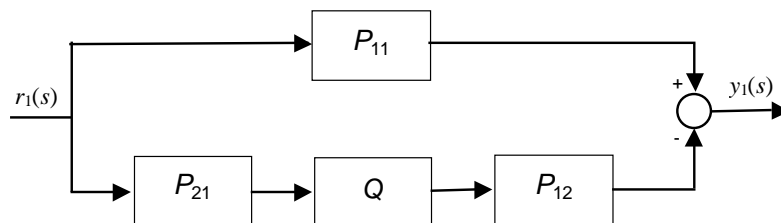


Fig 2.2 – H_∞ por "model matching".

Uma vez resolvido o problema em $Q(s)$ da equação 2.2, obtém-se o controlador

$$K(s) = (I - Q(s)P_{22}(s))^{-1}Q(s). \quad (2.4)$$

É este o sentido empregado para associar o problema H_∞ ao problema "model matching". Em (HUNG, 1989b), por exemplo, faz-se uso ainda de uma outra parametrização $\tilde{Q}(s) = Q(s)P_{21}(s)$, forçando que a solução H_∞ seja obtida em dois passos envolvendo, cada um, a solução de um problema de "model matching".

2.1.2. "Model Matching" Ótimo

O problema "model matching" ótimo é aqui designado como sendo aquele que trata da minimização explícita do erro $\|T_{y,r}\|_\infty$ entre a resposta do modelo de referência $N(s)$ e a resposta do sistema de controle em malha fechada, conforme indica a figura 2.3, onde $r(t) \in \mathfrak{R}^p$ é a referência, $y(t) \in \mathfrak{R}^p$ é a saída, $P(s)$ é a planta e $K(s)$ é o compensador. As matrizes $N(s)$, $P(s)$ e $K(s)$ têm dimensões compatíveis.

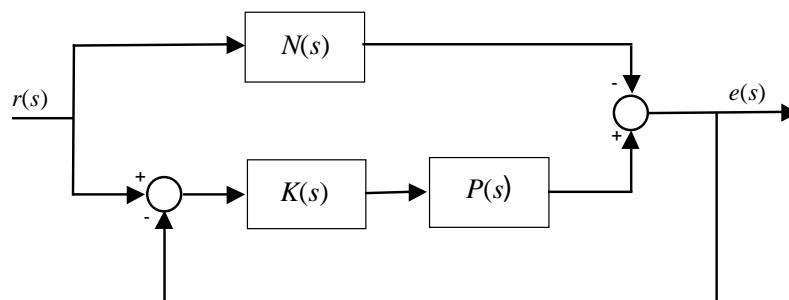


Fig 2.3 – "Model matching" ótimo (estrutura I).

Na figura 2.3, o controlador aparece no ramo direto (estrutura I). Contudo, outra possibilidade é colocar o controlador no ramo de realimentação (estrutura II), conforme ilustra a figura 2.4. Esta última é de especial interesse, pois é com ela que se faz a

análise do controle por observadores de estados e do problema aqui denominado "model tracking".

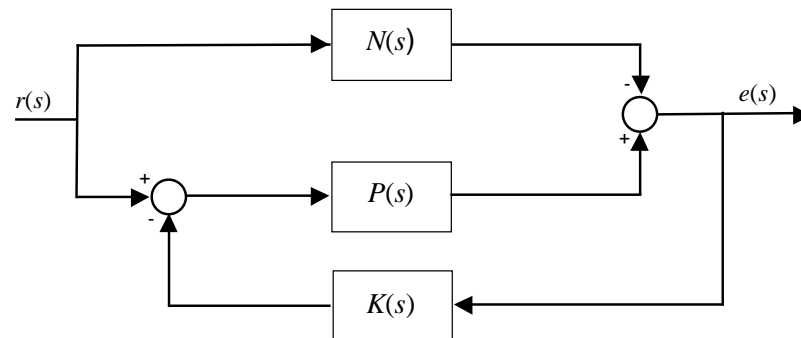


Fig 2.4 – "Model matching" ótimo (estrutura II).

Deste ponto em diante do trabalho, o termo "model matching" será sempre usado para designar o problema de otimização que busca minimizar o erro entre a resposta do modelo de referência $N(s)$ e a resposta do sistema de controle em malha fechada.

Usando a metodologia "mixed sensitivity", podemos formular um problema H_∞ para resolver o problema "model matching". A figura 2.5 ilustra como pode ser formulado o problema da estrutura II, onde $W_1(s)$ representa o peso do casamento para cada frequência complexa s .

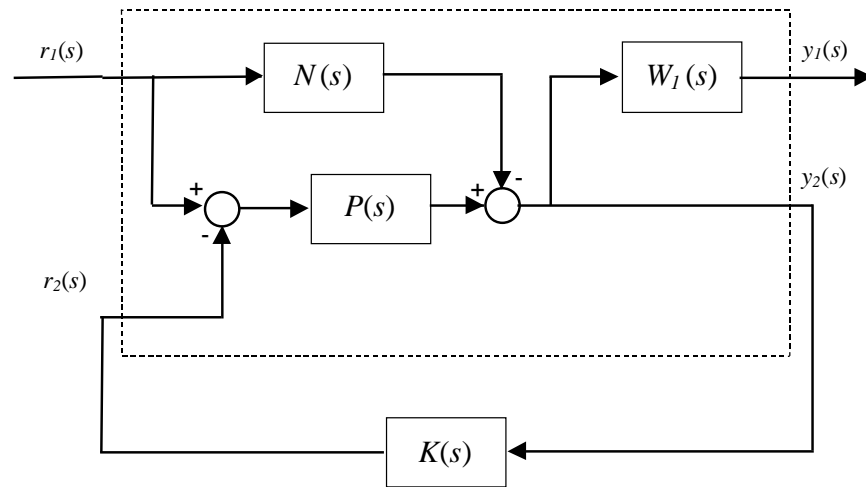


Fig 2.5 – "Model matching" usando H_{∞} .

Embora o controlador obtido dependa da função de penalização $W_1(s)$, ela não aparece explicitamente incorporada. Já o modelo de referência faz parte explicitamente da sua implementação. Desta maneira, podem-se realizar pequenos ajustes, pós projeto, em $N(s)$. Isto pode ser útil em aplicações de engenharia onde ajustes finos são necessários durante o comissionamento do sistema de controle. O preço pago por este recurso é o aumento da ordem do controlador da quantidade de estados de $N(s)$. Note-se que no problema clássico, onde todas as especificações estão contidas nas funções $W_i(s)$, alterações no controlador implicam em mudanças nestas matrizes de penalização, requerendo portanto um re-projeto.

O exemplo a seguir ilustra o projeto de um controlador "model matching" multivariável projeto com a técnica "mixed sensitivity" do helicóptero CH-47. As matrizes (A_1, B_1, C_1) da representação de estados da Planta $P(s)$ são (DOYLE, 1981b):

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.0200 & 0.0050 & 2.4000 & -32.0000 \\ -0.1400 & 0.4400 & -1.3000 & -30.0000 \\ 0 & 0.0180 & -1.6000 & 1.2000 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0.1400 & -0.1200 \\ 0.3600 & -8.6000 \\ 0.3500 & 0.0090 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 57.3 \end{bmatrix} \cdot (2.5)$$

Para o modelo de referência desacoplado de 1a ordem

$$N(s) = \begin{bmatrix} N_{11}(s) & 0 \\ 0 & N_{22}(s) \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

com

$$N_{ii}(s) = \frac{1}{s+1}$$

e com a matriz de penalização

$$W_1(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & 0 \\ 0 & W_{22}(s) \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

onde

$$W_{ii}(s) = 100 \frac{1}{0.1s+1},$$

busca-se um casamento entre o modelo de referência e a malha fechada com um erro máximo de 1% até 10 *rad / s*.

Fechando a malha com o controlador obtido, a resposta do sistema a entradas tipo degrau unitário resulta praticamente igual à do modelo de referência, como mostra a figura 2.6.

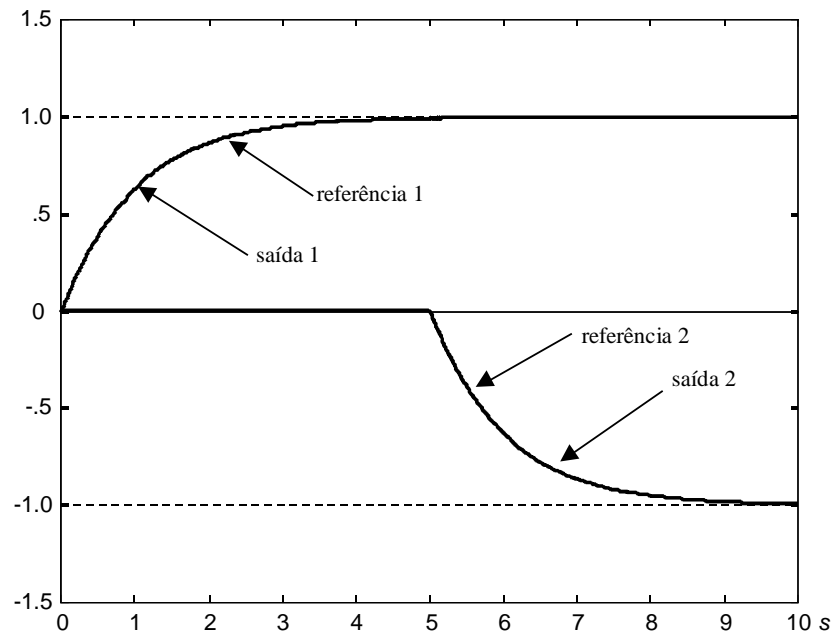


Fig 2.6 – Resposta temporal do "model matching" .

2.2. Controlador 2-D

Nesta seção estudam-se os controladores com dois graus de liberdade (2-D), mostrando-se a relação existente com o problema de "model matching".

Os controladores 2-D podem ser vistos como estruturas de controle que permitem que os sinais de referência/distúrbio $r(s)$ sejam tratados diferentemente das saídas (SKOGESTAD, 1996) , contrariamente aos controladores com apenas um grau de liberdade, nos quais a entrada do controlador é apenas o sinal de erro $e(t) \in \mathfrak{R}^p$ (figura 2.7) . Note-se que $r(t)$ representa tanto sinais de referência como distúrbios. Portanto, o controlador 2-D dado por $K(s)$ pode estar representando também um esquema "feedforward".

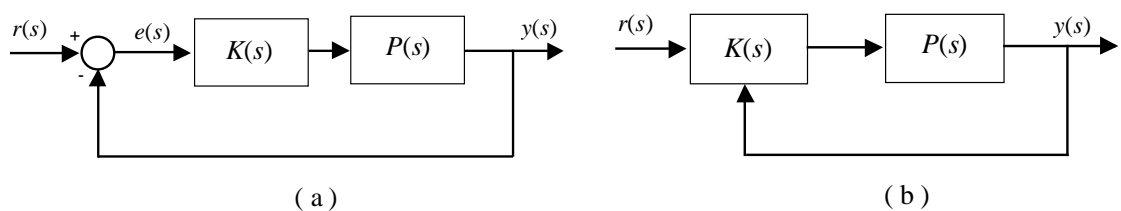


Fig 2.7 – (a) Controle 1-D; (b) Controle 2-D.

Embora com a teoria de controle H_∞ seja possível projetar controladores 2-D pelo esquema comum do uso de funções de penalizações (CRISTEN, 1994), é usualmente mais interessante e simples utilizar a estrutura 2-D propriamente dita, que permite criar esquemas de desacoplamento para conduzir o projeto em mais de uma etapa (PREMPAIN, 1998) e com apelos mais significativos ao problema.

Muitos compensadores, a exemplo dos controladores LQG/LTR (CRUZ, 1996), exibem elevado ganho. Desta forma, variações abruptas no sinal de referência podem acarretar saturação nos atuadores e sobressinal na resposta. Para contornar este problema, o sinal de entrada pode ser, por exemplo, pré-processado dinamicamente (pré-filtro), caracterizando uma estrutura simples 2-D.

Existe uma forte ligação entre os controladores 2-D e o problema de "model matching". De fato, a estrutura de controle 2-D, que inclui um controlador na malha fechada e um pré-filtro na entrada, pode ser interpretada como um problema de "matching". O controlador pode ser visto como o elemento que torna plana a resposta em frequência da malha fechada e aumenta sua banda passante, enquanto que o pré-filtro conforma a resposta em frequência de tal forma a atender as especificações do modelo de referência. Grosseiramente falando, o controlador torna a função de transferência igual à identidade, na faixa de frequências onde se quer o casamento. Multiplicando-se o pré-filtro pela identidade obtemos o comportamento do modelo de referência.

A estrutura da figura 2.4 é particularmente interessante, pois pode ser usada para fazer a conexão com os compensadores por observadores. O diagrama da figura 2.8 é obtido daquela estrutura fazendo-se simples álgebras de blocos.

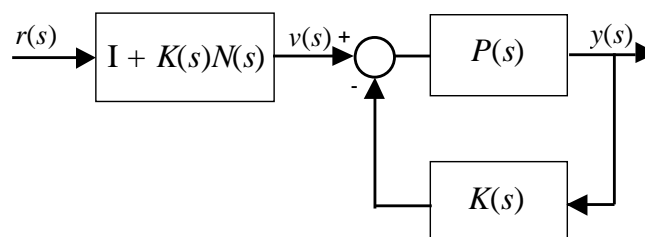


Fig 2.8 – Forma equivalente da estrutura II.

Note-se que $I + K(s)N(s)$ aparece como um pré-filtro da malha de controle $P(s)(I + K(s)P(s))^{-1}$. Ou seja, o problema de "model matching", com a estrutura da figura 2.4, é equivalente a um problema 2-D.

2.3. Observador Proporcional Integral

Além das interpretações como um problema de "model matching" e como um controle 2-D, será visto no capítulo seguinte que se pode fazer um paralelo dos compensadores por observadores de estados com outras técnicas conhecidas.

Em especial, a teoria dos observadores de sistemas com entradas desconhecidas ou inacessíveis é bastante similar àquela usada em (HENRIQUES, 1996). Uma das primeiras abordagens do assunto (MEDITCH, 1974) define dois tipos de observadores: "0" e "k", classificação essa dependente da entrada. Se a entrada for uma constante, o observador obtido é denominado tipo "0", enquanto que entradas descritas por polinômios em "t" dão nome ao observador "k", onde k é o grau do polinômio. Os procedimentos são similares, no sentido de que, em ambas as técnicas, cria-se um vetor aumentado de estados incluindo as entradas desconhecidas e um observador de Luenberger é usado para estimá-las.

Trabalhos subsequentes (WANG, 1975; KUDVA, 1980) forneceram condições de existência e procedimentos de projeto do observador capazes de estimar entradas ou distúrbios sem a necessidade de qualquer conhecimento sobre sua dinâmica. Estabelecem-se transformações lineares onde o novo observador depende de variáveis que podem ser feitas nulas pela escolha dos parâmetros de projeto, anulando-se assim a dependência daquelas entradas. Estes artigos se diferenciam deste trabalho, primeiro pela forma de se obter o observador e, segundo, por visarem apenas a estimação dos distúrbios e não a sua compensação.

Na seqüência, aparece na bibliografia um trabalho que propõe estimar o distúrbio para reduzir erros de modelagem e, portanto, melhorando a estimação dos estados (TU, 1998). Os processos estudados são considerados como um modelo nominal com um erro de modelagem refletido nas entradas. Uma limitação do método é

a restrição do número de entradas precisar ser igual ao número de saídas. Embora, este método difira substancialmente dos demais e deste, a idéia de se reduzir os efeitos dos erros de modelagem pela sua compensação é um dos objetivos deste trabalho.

A conexão entre os compensadores baseados em observadores de distúrbios e o projeto H_∞ pelo método "mixed sensitivity" é feita em (MITA, 1998). Mostra-se, para o caso escalar e para distúrbios constantes, que as técnicas são equivalentes. Os compensadores por observadores de distúrbios são incorporados no projeto "mixed sensitivity" impondo que o erro deve permanecer nulo mesmo na presença de distúrbios. Embora isso, em princípio, possa indicar que não seja então vantajoso utilizar-se de uma teoria particular para os compensadores de distúrbio, vale lembrar que o resultado obtido foi restrito ao caso escalar e para distúrbios constantes. Além disso, a estrutura do compensador de distúrbio tem maior apelo físico ao problema, comparado à escolha de matrizes de penalizações, onde as especificações são quase sempre indiretas.

Uma outra analogia aos compensadores por observadores de estados são os observadores com estrutura proporcional mais integral (NIEMANN, 1995; SÖFFKER, 1995; SAIF, 1992).

Considera-se a estrutura representada na figura 2.9, onde $F(s)$ representa o modelo nominal da planta e A , B e C são as matrizes de sua representação de estados dada por

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + \eta(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Note-se primeiramente que a estrutura é praticamente idêntica àquela usada no contexto da compensação por observadores de estados (figura 3.8). A diferença básica está na matriz $L_3 \in \mathfrak{R}^{n \times p}$. Como sua proposta é apenas a estimação dos distúrbios, não há necessidade de refleti-los nas entradas. Assim, a matriz L_3 é usada como uma matriz de espalhamento do distúrbio estimado $\hat{\eta}(t) \in \mathfrak{R}^p$. Como neste trabalho objetiva-se a compensação, faz-se $L_3 = B$, de tal forma que o distúrbio possa ser compensado pelas entradas.

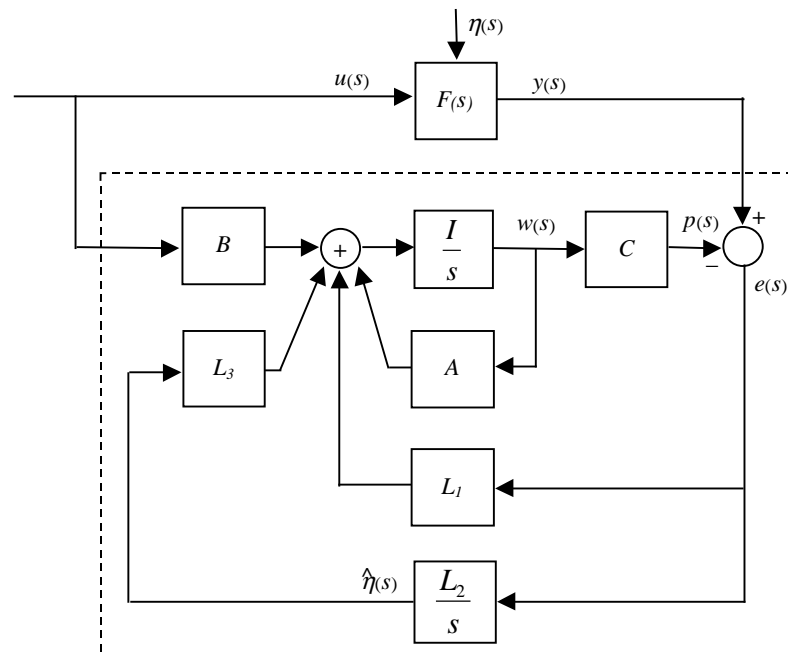


Fig 2.9 – Observador PI.

Outro ponto importante é que todas as não linearidades e dinâmicas desconhecidas são encaradas como distúrbios adicionados às entradas. O projeto do observador PI resulta então equivalente ao da linearização pelo Filtro de Kalman ou da compensação por observadores quando o modelo nominal e o modelo de referência são os mesmos.

Essas semelhanças poderiam justificar algum dos resultados observados em (HENRIQUES, 1996) nas simulações do controle de um robô, pois em (SÖFFKER, 1995) mostra-se que os observadores PI podem ser utilizados na estimação de entradas desconhecidas, não linearidades e outras dinâmicas.

2.3.1. Recuperação da Função de Malha com o Observador PI

Uma questão importante em relação ao observador de estados com estrutura PI é sua capacidade de recuperação assintótica da função de transferência da malha aberta, tanto na entrada como na saída da planta (BEALE, 1989).

Sabe-se que, se um observador é utilizado para estimar estados de um sistema, as eventuais propriedades de robustez previstas pela realimentação direta dos estados não são garantidas (DOYLE, 1978; DOYLE, 1979). Esta perda de robustez é causada pelo sinal de entrada da planta que também faz parte do observador. Por outro lado, se só a saída da planta for utilizada como entrada do observador, então a robustez da malha fechada pode ser preservada (BEALE, 1989).

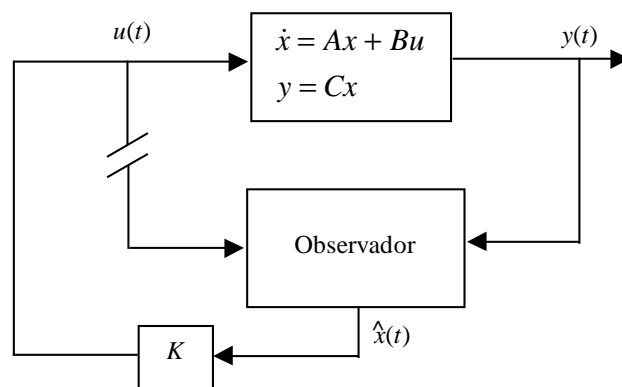


Fig 2.10 – Recuperação da função transferência de malha.

A recuperação da função de transferência de malha (LTR) é um método de sintonia do Filtro de Kalman do controlador LQG que faz com que a robustez em relação às incertezas multiplicativas e as margens de estabilidade sejam aproximadamente aquelas conferidas pelo projeto LQR.

A figura 2.10 ilustra o efeito do processo de recuperação da função de transferência de malha. A estrutura de controle que ela representa pode se tornar semelhante a uma realimentação de estados se $u(t)$ não entra no observador e se as dinâmicas deste forem muito rápidas em comparação às dinâmicas da planta. Se o observador de estados é um Filtro de Kalman, isto pode ser obtido adicionando-se um ruído fictício ao sinal de controle $u(t)$. Este ruído reduz a dependência do filtro em relação a essa entrada, além de torná-lo mais rápido. Note-se que o ruído fictício não precisa ser fisicamente adicionado ao controle, sendo necessário somente na fase de projeto. Contudo, o valor da densidade espectral do ruído só pode ser aumentada até

certos valores, por questões numéricas. Portanto, a robustez não pode ser recuperada perfeitamente. Além disso, o método de recuperação da função de transferência de malha é limitado no sentido de que é necessário que a planta não contenha zeros de transmissão de fase não mínima. O exemplo a seguir ilustra numericamente o procedimento de recuperação descrito acima.

Seja o processo descrito por:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) + B \xi(t) \\ y(t) &= C x(t) + v(t),\end{aligned}\quad (2.9)$$

para

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.1 \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 0],$$

onde $\xi(t)$ e $v(t)$ são os vetores de ruído branco dos estados e das medidas, respectivamente, com as densidades espectrais (intensidades) associadas $S_\xi = 1$ e $S_v = 10$.

Um ruído branco fictício no controle $\xi_f(t)$ não correlacionado com $\xi(t)$ pode ser adicionado à equação de estados da planta:

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A x(t) + B u(t) + B \xi(t) + B \xi_f(t) \\ &= A x(t) + B u(t) + \begin{bmatrix} B & B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi(t) \\ \xi_f(t) \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.10)$$

A densidade espectral do ruído branco aumentado resulta:

$$S_a = \begin{bmatrix} S_\xi & 0 \\ 0 & S_{\xi_f} \end{bmatrix},\quad (2.11)$$

onde S_{ξ_f} é a densidade espectral (intensidade) do ruído adicionado ao controle.

A tabela a seguir compara os margens de estabilidade do sistema com uma realimentação de estados (LQR) e as margens para o problema LQG em função da intensidade do ruído adicionado ao controle.

	$S_{\zeta f}$	Margem de Ganho	Margem de Fase
LQR	-	-6 db	60°
LQG	10^2	-1.3 db	11.5°
LQG	10^5	-4 db	33.5°
LQG	10^8	-5.5 db	53.5°
LQG	∞	-6 db	60°

Fig 2.11 – Recuperação das margens de estabilidade.

Essa tabela indica que o aumento da intensidade do ruído no controle provoca um aumento nas margens de estabilidade do sistema e que os valores limites são aqueles obtidos no problema LQR. A figura 2.12 confirma isso mostrando que os diagramas de Nyquist também tendem àquele do problema LQR.

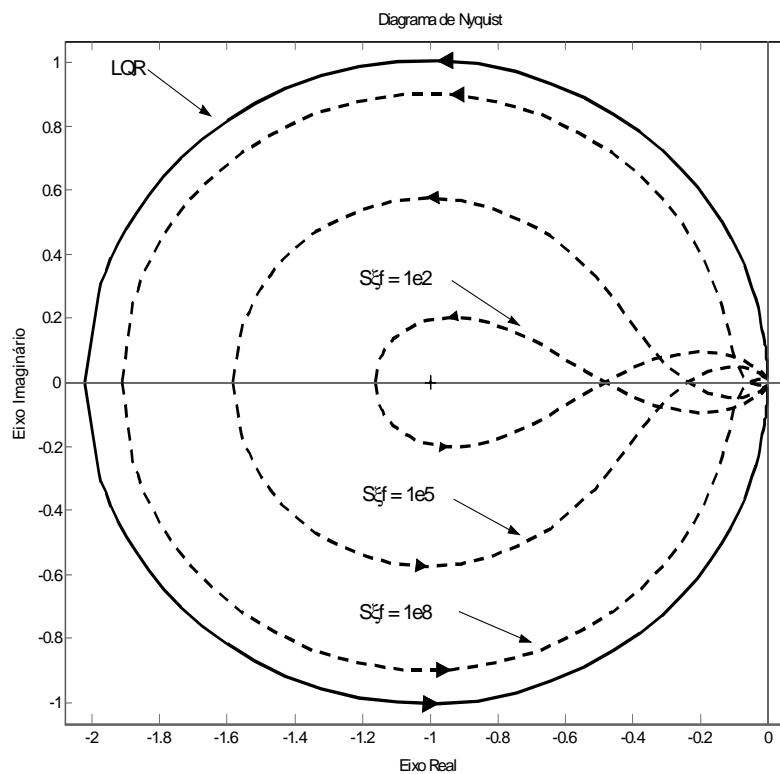


Fig 2.12 – Recuperação do diagrama de Nyquist do LQR.

Considerando-se o diagrama em blocos de um observador PI (figura 2.9), mostra-se em (BEALE, 1989) que escolhendo-se $L_3L_2 = B$, a função de transferência de malha é perfeitamente recuperada no estado estacionário ($s \rightarrow 0$). Conclui-se com isso que, embora as propriedades de robustez da realimentação de estados não sejam recuperadas na resposta transitória, elas são recuperadas assintoticamente no regime estacionário. Diferentemente do procedimento LTR, o uso do observador PI, além de permitir essa recuperação assintótica, não exige que os zeros de transmissão da planta sejam de fase mínima. Sabe-se também que os observadores PI permitem, em geral, uma boa recuperação da função de transferência de malha em baixas frequências, mesmo sem o emprego explícito de métodos de recuperação (NIEMANN, 1995).

Embora (BEALE, 1989) tenha introduzido os observadores PI no procedimento LTR, sua formulação não pode ser usada sistematicamente como nos procedimentos de alocação de pólos, LQG, etc, por causa do excesso de parâmetros livres. O uso de observadores P.I. de maneira sistemática na solução de problemas LQG e LQG/LTR aparece mais tarde formalizado em (NIEMANN, 1995).

Essa propriedade de recuperação também poderia justificar alguns dos resultados observados em (HENRIQUES, 1996) nas simulações do controle de um robô, pois usando-se um observador PI num esquema de controle por meio de realimentação de estados, como o caso da compensação pelo Filtro de Kalman, as boas propriedades de robustez conseguidas pela realimentação de estados são recuperadas, ao menos em baixas frequências.

PARTE – 1

3. A COMPENSAÇÃO POR OBSERVADORES DE ESTADOS

Este capítulo analisa a técnica do controle por observadores de estados e sua viabilidade no projeto de sistemas de controle multivariáveis com especificações no domínio do tempo.

Este estudo foi motivado por uma pesquisa anterior (HENRIQUES, 1996) que trata da compensação pelo Filtro de Kalman. Essa compensação consta de duas realimentações (figura 3.1), inicialmente transformando a planta num modelo pré-determinado pela primeira realimentação, para depois fazer uma segunda realimentação. Se esse modelo pré-determinado representar o comportamento temporal desejado, este será implicitamente satisfeito pela primeira realimentação com uma precisão que depende do grau de obtenção deste modelo.

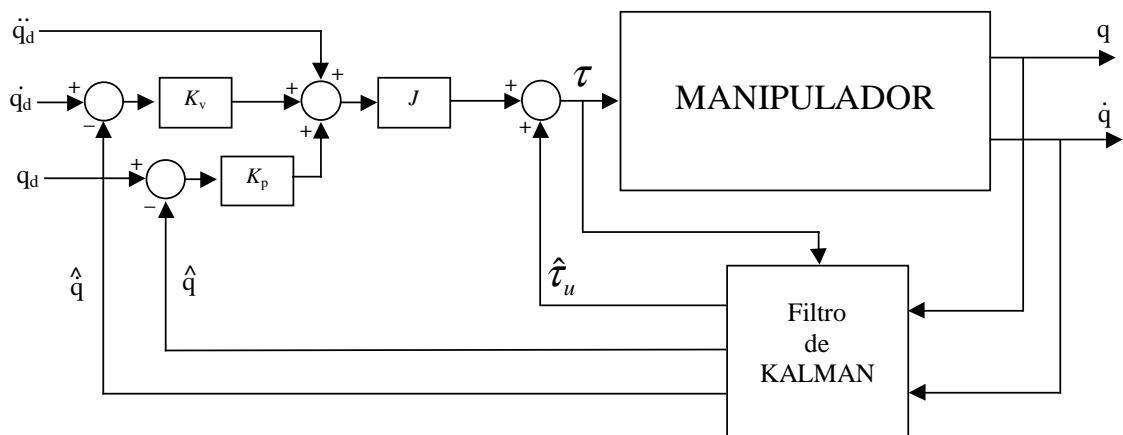


Fig 3.1 – Compensação pelo Filtro de Kalman.

Contudo, as propriedades da utilização somente da primeira malha não foram consideradas naquela pesquisa. Este capítulo explora esta característica como forma de impor as especificações temporais. Uma vez resolvido seu projeto nominal, os aspectos de robustez seriam incorporados nas condições de projeto. Note-se que isto parece bastante razoável, uma vez que o sistema resultou bastante robusto no exemplo

numérico usado naquela pesquisa; restaria contudo incluir estes aspectos no procedimento de projeto.

Como será visto adiante, este caminho inicial serviu apenas para explicitar aspectos então desconhecidos da compensação pelo Filtro do Kalman, mas não resolveu a proposta inicial da pesquisa – o projeto de sistemas de controle multivariáveis robustos com especificações no domínio do tempo.

Inicia-se esta discussão com uma breve revisão do problema de linearização de um modelo por meio de realimentação, contextualizando o controle por torque calculado que motivou o uso da linearização pelo Filtro de Kalman e a obtenção do "model matching" com os compensadores por observadores de estados.

Nas primeiras seções (até 3.2.1) trata-se essencialmente de um modelo linear com uma estrutura similar a de um robô, por causa da motivação inicial do trabalho. A partir do estudo das condições de estabilidade e desempenho na seção 3.2.2, utiliza-se um modelo linear geral.

São apresentadas as condições de estabilidade e as relações da estrutura de controle com os problemas de "model matching", com o controle com dois graus de liberdade e com os observadores de estrutura proporcional mais integral.

3.1. "Matching" por Realimentação

No trabalho de (HENRIQUES, 1996) foram empregados os métodos de estimação criados por Kalman (KALMAN, 1960) no projeto de controladores de posição multivariáveis para manipuladores mecânicos. A idéia básica utilizada foi criar uma estrutura de controle com o Filtro de Kalman que fosse semelhante àquela conhecida tradicionalmente como controle por torque calculado (CRAIG, 1989; SPONG, 1989).

Nesta seção faz-se uma breve revisão do problema de linearização de um modelo por meio de realimentação, contextualizando o controle por torque calculado que motivou o uso da linearização pelo Filtro de Kalman e a obtenção do "model matching" com os compensadores por observadores de estados.

Uma das técnicas clássicas de controle não linear é aquela denominada linearização por realimentação (SLOTINE, 1991). Como ilustração dessa técnica,

considere um processo escalar de controle de nível cujo modelo não linear é dado pela equação

$$f(t) = a \frac{dh(t)}{dt} + c\sqrt{h(t)}, \quad (3.1)$$

em que $f(t)$ é entrada do sistema (vazão de entrada), $h(t)$ é a saída (nível) e $a > 0$ e $c > 0$ são constantes.

Escolhendo-se a lei de controle como

$$f(t) = a u(t) + c\sqrt{h(t)}, \quad (3.2)$$

em que $u(t)$ é uma variável auxiliar, a relação entrada-saída torna-se linear para todos os valores de $h(t)$ e não apenas numa região, como seria no caso da linearização em torno de um ponto de operação por truncamento da série de Taylor.

Um problema com esta técnica é que a lei de compensação depende diretamente do modelo dinâmico do processo, o que significa que as incertezas deste devem ser compensadas de uma outra forma, por exemplo por uma lei de controle adicional.

Uma das aplicações usuais da técnica de linearização por realimentação é no controle de robôs, onde, ao emprego desta técnica, dá-se o nome de controle por torque calculado ou controle baseado na dinâmica inversa (CRAIG, 1989; SPONG, 1989). A técnica de controle por torque calculado utiliza-se dos elementos que compõem a equação da dinâmica do manipulador, como os termos de inércia, Coriolís, gravidade, acoplamentos, não linearidades e outros para compor a lei de controle linearizante. Estes termos dependem de derivadas temporais, derivadas parciais e da estrutura do robô manipulador, acarretando, além de problemas de robustez, um intenso trabalho computacional.

O controlador é ilustrado na figura 3.2, onde a malha interna é o termo de linearização por realimentação que depende diretamente do modelo dinâmico do manipulador. A malha externa é a segunda lei de controle, responsável pelas demais especificações do projeto.

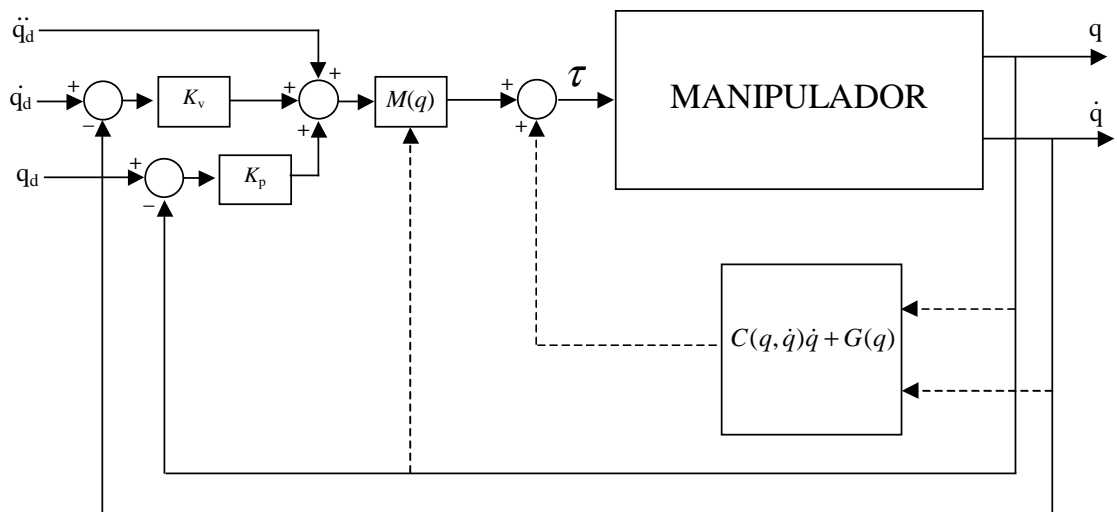


Fig 3.2 – Sistema de controle por torque calculado.

O trabalho em (HENRIQUES, 1996) fundamenta-se nas idéias contidas na linearização por realimentação, contudo sem o emprego da lei não linear. Utiliza-se alternativamente uma lei linear fundamentada no Filtro de Kalman (figura 3.1). Objetiva-se com isso que essa lei de controle torne o sistema mais robusto e de processamento mais rápido. De fato, os resultados obtidos por simulação mostram excelente desempenho e robustez.

Neste trabalho, como todas as análises são feitas para sistemas lineares e o observador de estados é visto deterministicamente, o termo "compensação pelo Filtro de Kalman" é substituído por "compensação por observadores de estados" e o processo multivariável passa a ser descrito na forma de uma equação de estados determinística do tipo:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (3.3)$$

3.1.1. Realimentação Direta de Estados

Para se apresentar a seqüência de idéias que sugerem o uso de observadores como compensadores, será considerado um modelo linear com semelhanças estruturais ao caso não linear de um robô.

Fundamentalmente, deseja-se obter uma lei de controle que transforme o sistema no modelo de referência dado por

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Br(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Analogamente ao controle por torque calculado, utiliza-se aqui o modelo de referência de um "duplo integrador" conforme ilustra a figura 3.3, ou seja, para

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad e \quad C = [I \quad 0] . \quad (3.5)$$

Para situar o problema e suas dificuldades, faz-se inicialmente uma análise dos compensadores por realimentação direta de estados no contexto de "model matching", ou seja, verifica-se a possibilidade de se realizar o casamento por meio de simples realimentação estática de todos os estados, diretamente acessíveis ou por meio de observadores.

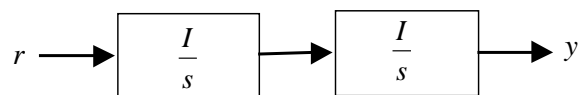


Fig 3.3 – Duplo integrador.

Seja o sistema linear similar ao tipo massa-mola-atrito, descrito pela equação

$$M_c \ddot{q}(t) + P_c \dot{q}(t) + K_c q(t) = u(t) , \quad (3.6)$$

em que $q(t), u(t) \in \mathfrak{R}^2$ e as demais matrizes são constantes com dimensões compatíveis e a matriz M_C é inversível.

Definindo-se,

$$x(t) \triangleq \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \\ \dot{q}_1(t) \\ \dot{q}_2(t) \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad y(t) \triangleq \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{bmatrix},$$

obtém-se a equação de estados (A_1, B_1, C_1) com

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_C^{-1}K_C & -M_C^{-1}P_C \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ M_C^{-1} \end{bmatrix} \quad C_1 = [I \quad 0].$$

Esta equação tem a particularidade estrutural de que a matriz A_1 pode ser escrita como a soma de duas outras matrizes:

$$A_1 = A + A_2 \quad (3.7)$$

com

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -M_C^{-1}K_C & -M_C^{-1}P_C \end{bmatrix}$$

e ainda que existe uma matriz E , tal que A_2 pode ser escrita como

$$A_2 = B_1 E, \quad (3.8)$$

sendo

$$E = [-K_C \quad -P_C].$$

Assim, com a lei de controle

$$u(t) = M_c r(t) - Ex(t), \quad (3.9)$$

em que $r(t)$ é uma variável auxiliar, obtém-se a equação de estados do "duplo integrador" :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r(t) \\ y(t) &= [I \quad 0] x(t) \end{aligned} \quad (3.10)$$

Este resultado mostra que o sistema similar ao tipo massa-mola-atrito é favorável, no sentido de que a lei de controle dada pela equação 3.9 é suficiente para transformar o sistema num "duplo integrador". Contudo, o resultado é fortemente dependente do modelo nominal da planta.

Fica evidente que, se os estados $x(t)$ não forem acessíveis, pode-se utilizar um observador de estados alterando-se a lei de controle para

$$u(t) = M_c r(t) - E\hat{x}(t), \quad (3.11)$$

em que $\hat{x}(t)$ denota a estimativa de $x(t)$. Assim, a equação 3.10 é obtida assintoticamente.

Conclui-se que para haver "matching", a matriz do sistema precisa possuir as propriedades estruturais dadas pelas equações 3.7 e 3.8 e também que

$$B_1 M_c = B. \quad (3.12)$$

Além disso, nota-se que a solução não é capaz de lidar com problemas de erros de modelagem uma vez que E é fixa e dependente do modelo nominal da planta, não podendo ser moldada para fins de robustez.

3.1.2. Dinâmicas Extras

Pode-se chegar exatamente aos mesmos resultados anteriores se a descrição de estados for modificada por meio de dinâmicas extras ao sistema. O objetivo aqui de se inserir dinâmicas extras é para mostrar (seção seguinte) que é possível estender esse resultado para os casos que não respeitam a restrição estrutural descrita acima.

Admita-se por enquanto que o sistema respeita as restrições descritas pelas equações 3.7 e 3.8 .

Seja a planta descrita por

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A_1 x(t) + B_1 u(t) \\ y(t) &= C_1 x(t)\end{aligned}$$

e seja

$$z(t) = Ex(t) ,$$

em que $x(t) \in \mathfrak{R}^n$, $u(t) \in \mathfrak{R}^m$, $y(t) \in \mathfrak{R}^p$, $z(t) \in \mathfrak{R}^m$ e as matrizes A_1 , B_1 , C_1 e E têm dimensões compatíveis.

Rescrevendo a equação de estados em função das novas variáveis

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B_1 u(t) + B_1 z(t)$$

e aumentando o vetor de estados

$$\dot{z}(t) = E\dot{x}(t) = E\left(A x(t) + B_1 u(t) + B_1 z(t) \right) ,$$

a nova representação resulta

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & B_1 \\ EA & EB_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ EB_1 \end{bmatrix} u(t) \\ y &= [C_1 \quad 0] \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix}.\end{aligned}\tag{3.13}$$

Com a lei de controle

$$u(t) = M_c r(t) - z(t),$$

obtém-se então o mesmo resultado da equação 3.10:

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B_1 M_c r(t).$$

Novamente, se o vetor de estados é inacessível, pode-se usar um observador de estados com a lei de controle $u(t) = M_c r(t) - \hat{z}(t)$, onde $\hat{z}(t)$ representa a estimativa de $z(t)$. Assim a equação 3.10 é atingida assintoticamente.

Esse resultado sugere o uso de variáveis (estados) extras para representar uma parte da dinâmica da planta. Em especial, sugere que dinâmicas não modeladas podem ser estimadas.

3.1.3. Observador de Estados não Modelados

Discute-se então o problema de estimação e compensação de estados não modelados como forma para contornar o problema estrutural e a dependência da realimentação de estados em relação ao modelo nominal da planta no problema de "matching".

Esta é a idéia por trás da primeira realimentação da compensação pelo Filtro de Kalman, ou seja da compensação por observadores. A técnica consiste em acrescentar estados extras ao modelo nominal da planta para representar a parcela do modelo a ser compensada. Do ponto de vista da lei de controle, a diferença em relação à realimentação de estados é que no problema de estimação de estados não modelados, somente os estados extras são utilizados na lei de controle. Para seu sucesso, é preciso que os estados extras sejam capazes de representar a parcela do modelo a ser cancelada.

Analogamente às acelerações não modeladas da compensação pelo Filtro de Kalman (RIOS NETO, 1973), designa-se aqui de "estados não modelados" aqueles estados relativos à parcela desconsiderada do modelo do processo.

No caso do controle de robôs, as acelerações não modeladas são consideradas como processos de Markov de primeira ordem

$$\dot{z}(t) = -\Lambda^{-1}z(t) + \omega_s(t) , \quad (3.14)$$

e têm se mostrado um bom modelo para reproduzir essas acelerações (CRUZ, 1981), em que $\omega_s(t)$ é um vetor de ruído e Λ é uma matriz diagonal com seus elementos $\Lambda_{ii} > 0$.

Faz-se aqui uso semelhante para os estados não modelados. No entanto, os sistemas de primeira ordem, neste trabalho, serão usados sem amortecimento ($\Lambda \rightarrow \infty$), ou seja, serão simples integradores, adicionados em quantidade igual ao número de entradas do sistema. Esta escolha decorreu do fato das simulações em (CRUZ, 1981) e (HENRIQUES, 1996) terem mostrado pouca influência do valor de Λ^{-1} . Outra justificativa, e talvez a mais importante, é que desta forma o observador exibe uma estrutura tipo proporcional mais integral (PI), cujas propriedades são conhecidas (BEALE, 1989; NIEMANN, 1995; SAIF, 1992; SÖFFKER, 1995).

A técnica é similar àquela utilizada na seção anterior, criando-se variáveis extras no observador para representar a parcela a ser subtraída do modelo:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{z}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & B_1 \\ 0 & -\Lambda^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y &= [C \quad 0] \begin{bmatrix} x(t) \\ z(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.15)$$

A diferença principal é que os estados não modelados são incorporados ao modelo sem uma dependência explícita da dinâmica a ser estimada. Assim, se um observador de estados estimá-los, a lei de controle

$$u(t) = M_c r(t) - \hat{z}(t) \quad (3.16)$$

também faz o "duplo integrador" ser obtido assintoticamente.

Como o modelo dos estados não modelados independe das condições restritivas das equações 3.7 e 3.8, uma classe maior de problemas pode ser resolvida com a representação da equação 3.15.

O observador de estados possui uma matriz de ganhos $L = [L_1 \quad L_2]^T$ associada, sendo L_1 relativa aos estados originais e L_2 correspondente aos estados não modelados. Sua dinâmica é descrita por

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ \hat{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - L_1 C & B_1 \\ -L_2 C & -\Lambda^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}(t) \\ \hat{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + L y(t). \quad (3.17)$$

Em resumo, a compensação por observadores de estados é obtida pela estimação de dinâmicas não modeladas em conjunto com uma lei de controle que faz a subtração destas dinâmicas refletidas nas entradas da planta (equação 3.16).

3.1.4. Modelos de Referência

O problema de controle por torque calculado ou o de realimentação de estados com o objetivo de atingir o "matching" são inerentemente não robustos pois consideram explicitamente na sua lei de controle, elementos do modelo nominal. Nestes casos é razoável usar uma lei de controle adicional para melhorar os aspectos de robustez. Assim, os modelos de referência devem ser apropriados para a próxima etapa. A estrutura "duplo integrador" é um desses casos. Já com o uso dos estados não modelados, uma classe maior de modelos de referência pode ser usada, pois o problema de robustez é, de certa forma, implicitamente incluído no projeto, uma vez que toda dinâmica não modelada é posta para ser estimada. Sendo assim, a lei de controle adicional poderia ser dispensada. Contudo, não foi dessa maneira que utilizou-se a compensação pelo Filtro de Kalman. Fez-se exatamente como no problema de controle por torque calculado. Logo, não fica claro se uma das malhas de controle foi primordial para as boas propriedades obtidas.

Com o uso de um modelo na forma da equação 3.15, outros modelos de referência podem ser usados, a exemplo da equação de estados (A, B, C) , com

$$A = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -\omega_{n1}^2 & 0 \\ 0 & -\omega_{n2}^2 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -2\zeta_1\omega_{n1} & 0 \\ 0 & -2\zeta_2\omega_{n2} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \omega_{n1}^2 & 0 \\ 0 & \omega_{n2}^2 \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix},$$

que ilustra o uso de um modelo de segunda ordem para cada canal (entrada-saída) de um caso particular de dois canais onde os ω_{ni} representam as frequências naturais não amortecidas e os ζ_i representam os coeficientes de amortecimento.

A compensação por meio de observadores de estado faz com que o sistema de malha fechada se aproxime do modelo de referência. Este é um problema análogo ao de "model matching" e suas propriedades, como será visto adiante, são também análogas. Isto sugere que modelos de referência muito distantes do modelo nominal exigem esforços de controle igualmente distantes, indicando que uma opção razoável é escolher um modelo de referência igual ao modelo nominal da planta. Como o esforço de controle é reduzido, existiria "sobra" de energia para ser despendida, por exemplo, na rejeição de distúrbios.

O exemplo numérico a seguir ilustra a eficiência do casamento obtido para um sistema multivariável similar a um do tipo massa-mola-atrito (equação 3.6), sendo

$$M_C = \begin{bmatrix} 1 & 0.2 \\ 0.3 & 4 \end{bmatrix}, \quad P_C = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.03 \\ 0.05 & 0.7 \end{bmatrix}, \quad K_C = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix},$$

$$A = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} -4 & 0 \\ 0 & -4 \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \end{bmatrix},$$

com os ganhos L do observador de Luenberger obtidos dualmente ao problema de regulação linear quadrática, com as matrizes de penalização Q de estados e R de controle¹, sendo:

$$Q = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 10^6 I \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Os gráficos da figura 3.4 são os resultados da simulação de malha fechada com a lei de controle

$$u(t) = 4M_C r(t) - \hat{z}(t),$$

para entradas degraus unitários aplicadas nas entradas 1 e 2 nos instantes 1s e 5s, respectivamente, onde as curvas de referência são as respostas dos modelos de referência de 2^a ordem.

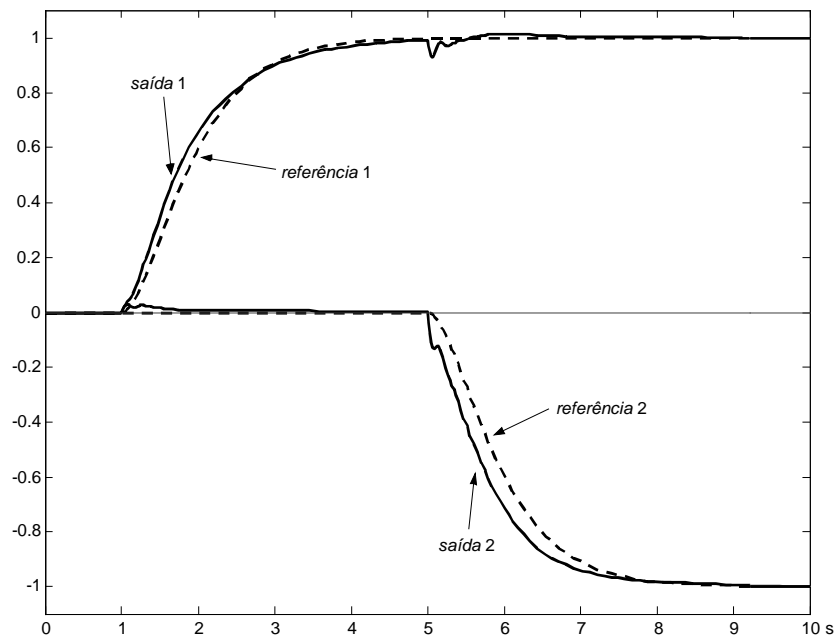


Fig 3.4 – Desempenho do acompanhamento ao modelo de 2^a ordem.

¹ Filtro de Kalman com intensidade Q do ruído nos estados e R nas medidas

Note-se que o desempenho do casamento depende dos valores das matrizes Q e R .

Na seção a seguir mostra-se que a condição de estabilidade depende do modelo nominal da planta, não sendo porém necessário que o sistema seja estável em malha aberta. O caso escalar a seguir de um pêndulo invertido dado por (A_1, B_1, C_1) , com

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C_1 = [-1 \quad 0],$$

ilustra isso para a situação em que o compensador por observador faz o casamento da malha fechada com a lei de controle

$$u(t) = r(t) - \hat{z}(t),$$

para um modelo de referência de 2ª ordem dado por (A, B, C) , com

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [-4 \quad 0],$$

sendo que os ganhos L do observador de Luenberger foram obtidos dualmente ao problema de regulação linear quadrática, com as matrizes de penalização Q de estados e R de controle sendo:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 10^7 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad R = 1.$$

Os gráficos da figura 3.5 são os resultados da simulação de malha fechada para uma excitação tipo degrau unitário.

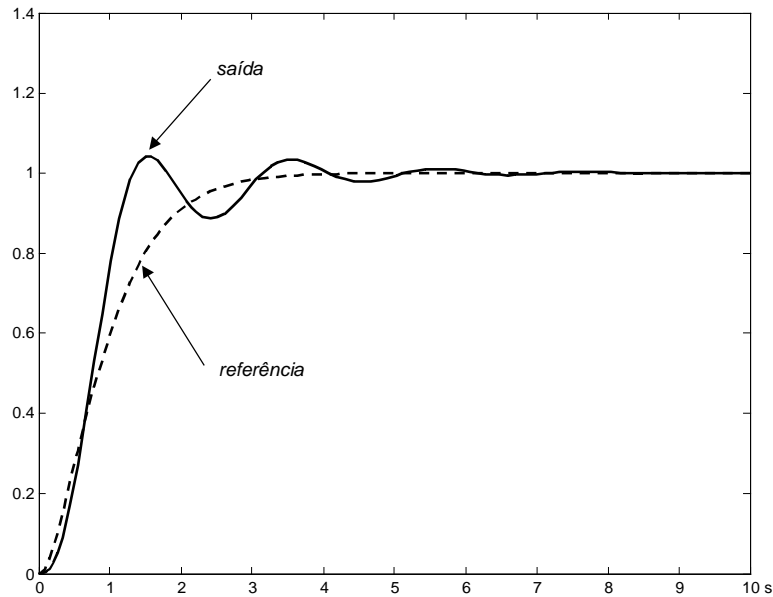


Fig 3.5 – Estabilização do pêndulo invertido.

3.2. Estabilidade da Compensação Por Observadores

Na metodologia utilizada na compensação pelo Filtro de Kalman nenhuma informação adicional a respeito do modelo do robô é utilizada para seu projeto ou mesmo para estabelecer as condições de estabilidade. Admite-se um modelo nominal (duplo integrador) e todas as outras dinâmicas, não-linearidades e incertezas, como integrantes das acelerações não modeladas. Com esta hipótese algumas questões ficam para ser respondidas. Seria o resultado obtido em (HENRIQUES, 1996) no controle de robôs fruto apenas da particularidade da estrutura do modelo dinâmico dos robôs?

Utilizando-se de uma abordagem linear podem-se analisar mais facilmente algumas questões, como é o caso das condições de estabilidade, pois é possível estabelecer qual parcela do modelo foi incluída como dinâmica não modelada.

A questão da estabilidade dos compensadores por observadores de estados é discutida nos casos em que o modelo de referência é igual ao modelo nominal da planta e nos casos em que é distinto. Mostra-se que, quando uma lei adicional de controle do tipo realimentação de estados é considerada, como no caso da compensação pelo Filtro de Kalman, e quando o modelo de referência e o modelo nominal da planta são idênticos, vale o princípio da separação. Portanto, estabilizar a malha fechada é

equivalente a estabilizar isoladamente o observador de estados e a planta com uma realimentação direta de estados. Ainda considerando-se o modelo de referência e o modelo nominal da planta idênticos, porém aplicando-se apenas a lei de controle relativa aos estados não modelados (malha interna), obtém-se exatamente o modelo nominal da planta como função global (entrada-saída). Assim, a estabilidade fica determinada pelo modelo da planta.

Como nos casos práticos o modelo de referência é diferente do modelo nominal da planta, apresentam-se as condições gerais de estabilidade e desempenho considerando-se esses modelos distintos. Apresentam-se também as expressões associadas ao esforço de controle e evidencia-se que o incremento relativo do esforço de controle depende explicitamente da distância entre o modelo nominal da planta e o modelo de referência.

3.2.1. Modelos Idênticos

Para discutir sobre a condição de estabilidade quando o modelo nominal da planta é o mesmo modelo usado para o projeto do observador, toma-se o caso do robô, da mesma forma como foi considerado em (HENRIQUES, 1996). Note-se que, embora o modelo tradicional de um robô seja na forma

$$M(q(t))\ddot{q}(t) + C(q(t), \dot{q}(t)) + G(q(t)) = \tau(t), \quad (3.18)$$

o modelo usado aqui é dado por

$$J \ddot{q}(t) + \tau_u(t) = \tau(t). \quad (3.19)$$

O diagrama em blocos da figura 3.6 corresponde ao controle de posição de um robô utilizando-se a compensação por um observador de estados (malha interna) com uma lei de controle adicional (malha externa). Obtém-se a condição de estabilidade dessa compensação para o caso particular em que o modelo do robô é o mesmo modelo usado no projeto do observador de estados. Duas situações são analisadas: primeiro,

considerando a malha interna em conjunto com a malha externa. Em seguida, mostra-se que somente com a malha interna chega-se a uma situação particular do caso anterior.

Uma vez que nesta seção buscam-se apenas as condições de estabilidade, a análise é conduzida para o problema do regulador (referências nulas).

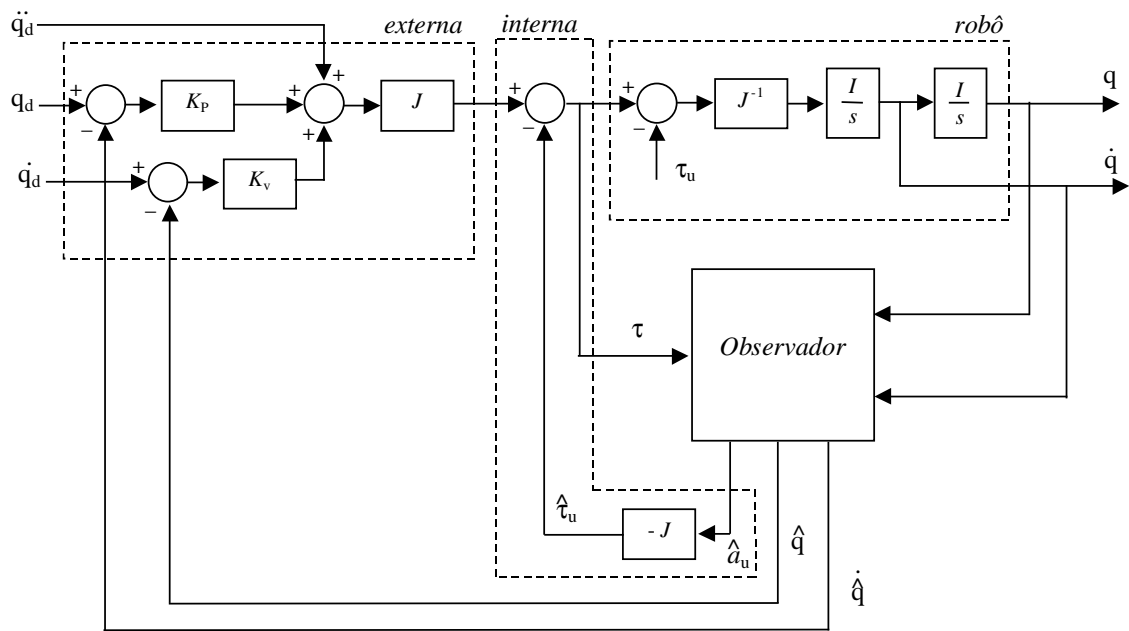


Fig 3.6 – Diagrama de blocos do sistema de controle do robô.

Na compensação utilizam-se estados extras associados às acelerações não modeladas e o observador obtém assintoticamente seus valores, além dos estados originais. Substituindo-se a matriz J^{-1} por uma matriz de ganhos genérica K_u e agrupando-se os ganhos proporcionais K_p e K_v numa matriz de ganhos genérica K_m , a estrutura resultante torna-se uma mera realimentação de estados (com "setpoint" em parte dos estados) do sistema aumentado, onde $K \triangleq [K_m \quad K_u]$.

Representando-se as acelerações não modeladas por sistemas de primeira ordem

$$\dot{a}_u(t) = -\Lambda^{-1} a_u(t), \quad (3.20)$$

onde

$$a_u(t) = -J^{-1} \tau_u(t)$$

e definindo-se o vetor de estados

$$x(t) \triangleq \begin{bmatrix} q(t) \\ \dot{q}(t) \\ a_u(t) \end{bmatrix},$$

o vetor de estados e estimados

$$\hat{x}(t) \triangleq \begin{bmatrix} \hat{q}(t) \\ \hat{\dot{q}}(t) \\ \hat{a}_u(t) \end{bmatrix},$$

e o erro da estimativa do estado

$$\tilde{x}(t) \triangleq \hat{x}(t) - x(t),$$

obtém-se a equação de estados aumentada

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{a}_u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & -\Lambda^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ a_u(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ J^{-1} \\ 0 \end{bmatrix} \tau(t). \quad (3.21)$$

Os elementos do compensador são:

- Observador:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A - LC) \tilde{x}(t). \quad (3.22)$$

- Lei de controle do problema regulador ($q_d(t) \equiv 0$):

$$\tau(t) = -J \begin{bmatrix} K_p & K_v & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \\ \hat{a}_u(t) \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

Definindo-se

$$K = J \begin{bmatrix} K_p & K_v & I \end{bmatrix},$$

a equação de estados de malha fechada resulta:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK & -BK \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \tilde{x}(t) \end{bmatrix}. \quad (3.24)$$

Os autovalores de malha fechada são exatamente os autovalores de $A - BK$ e os de $A - LC$, conforme Princípio da Separação. Portanto, para estabilizar o sistema em malha fechada, pode-se estabilizar separadamente o observador e a realimentação de estados.

Mostra-se a seguir que a análise de estabilidade do sistema de controle da figura 3.6, quando somente a malha interna é utilizada, pode ser feita particularizando-se as matrizes.

Somente com a lei de controle $\tau(t) = -K_u \hat{a}_u(t)$ referente à malha interna, a lei de controle pode ser escrita como

$$\tau(t) = -K_u \bar{C} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \\ \hat{a}_u(t) \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

onde

$$\bar{C} = [0 \quad 0 \quad I]$$

e

$$K_u = J.$$

A equação de estados de malha fechada resulta

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\tilde{x}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_u \bar{C} & -BK_u \bar{C} \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \tilde{x}(t) \end{bmatrix}. \quad (3.26)$$

Admitindo-se que as dinâmicas do observador sejam suficientemente rápidas, a matriz $A - BK_u \bar{C}$ contém as dinâmicas dominantes da malha fechada. Então, o efeito global da compensação por observadores de estados pode ser visualizado pela equação a seguir:

$$[A - BK_u \bar{C}] = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \\ 0 & 0 & -\Lambda^{-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} J^{-1} J \begin{bmatrix} 0 & 0 & I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\Lambda^{-1} \end{bmatrix}.$$

Note-se que o elemento (2,3) da matriz foi eliminado, justamente o elemento da aceleração não modelada.

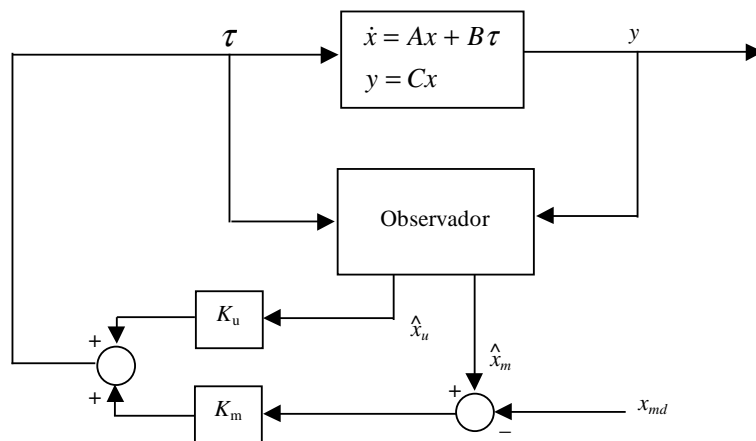


Fig 3.7 – Estrutura geral.

A discussão acima pode ser resumida pelo diagrama de blocos da figura 3.7 e representa a generalização da figura 3.6, onde x_{md} representa o vetor de referências, \hat{x}_u a estimativa dos estados não modelados e \hat{x}_m a estimativa dos estados modelados.

3.2.2. Estabilidade e Desempenho no Caso SISO

O modelo utilizado no projeto do observador é o modelo de referência que buscamos obter em malha fechada. Assim, é natural que no caso geral, o modelo nominal da planta seja diferente do modelo de referência. Este cenário é distinto daquele do projeto de um observador de estados ordinário. Com ele, é razoável considerar-se os dois modelos idênticos, mas aqui a situação só seria essa no caso particular em que se pretende fazer o "matching" com o mínimo esforço de controle.

Seja a estrutura geral do compensador por observador (figura 3.8), onde o modelo da planta e o modelo para projeto do observador são distintos, para o caso particular em que a planta $F(s)$ é escalar.

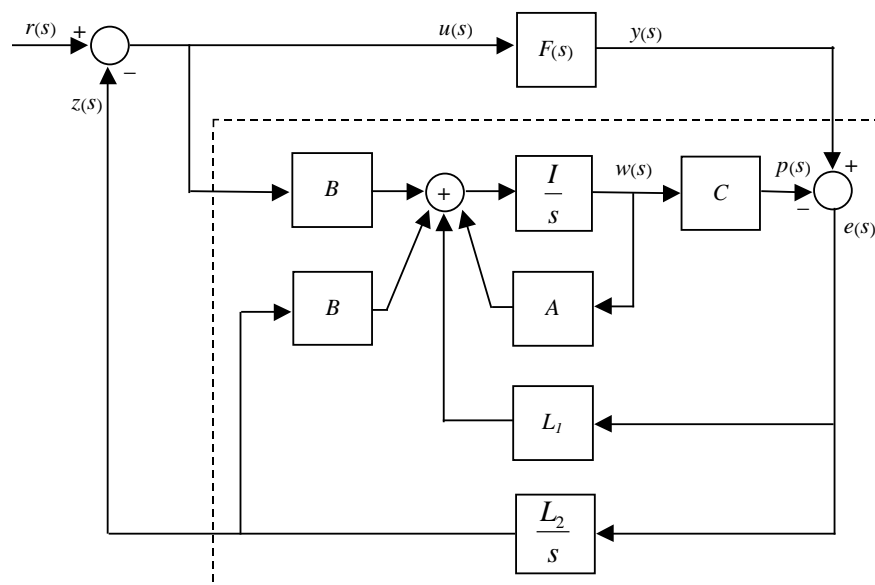


Fig 3.8 – Estrutura detalhada dos compensadores por observadores.

Seja (A,B,C) o modelo de referência $N(s)$ na forma de estados e (A_1,B_1,C_1) o modelo nominal da planta $F(s)$ na forma de estados. Note-se que na situação caracterizada pela figura anterior, o modelo nominal da planta e o modelo para projeto do observador são distintos. As expressões a seguir são obtidas imediatamente do diagrama.

Definindo-se $\Phi(s) \triangleq (sI - A)^{-1}$,

$$u(s) = \frac{C\Phi(s)BL_2 + sC\Phi(s)L_1 + s}{F(s)L_2 + sC\Phi(s)L_1 + s} r(s) \quad (3.27)$$

$$y(s) = \frac{F(s) (C\Phi(s)BL_2 + sC\Phi(s)L_1 + s)}{F(s)L_2 + sC\Phi(s)L_1 + s} r(s) \quad (3.28)$$

$$e(s) = \frac{s (F(s) - C\Phi(s)B)}{F(s)L_2 + sC\Phi(s)L_1 + s} r(s) . \quad (3.29)$$

A equação 3.28 é a expressão da relação entrada-saída de malha fechada, a equação 3.27 dá o esforço de controle em função da entrada, enquanto que a equação 3.29 fornece o erro, em função da frequência, do "matching".

Considera-se aqui "desempenho" como sendo a capacidade do sistema de se comportar arbitrariamente próximo ao modelo de referência. Assim, se

$$|C\Phi(s)BL_2| \gg |sC\Phi(s)L_1 + s| \quad (3.30)$$

e

$$|F(s)L_2| \gg |sC\Phi(s)L_1 + s|, \quad (3.31)$$

então

$$\frac{y(s)}{r(s)} \cong C\Phi(s)B .$$

A condição de desempenho da equação 3.30 deve ser respeitada somente na faixa de frequências em que se deseja o desempenho. Note-se contudo que essa faixa de frequências não é arbitrária, por causa da característica passa-altas do termo $(sC\Phi(s)L_1 + s)$.

Para garantir a estabilidade em malha fechada é necessário que todas as raízes da equação característica

$$F(s)L_2 + sC\Phi(s)L_1 + s = 0 \quad (3.32)$$

tenham parte real negativa.

Adicionalmente, deve existir a inversa de $F(s)L_2$ na região de frequências em que se deseja fazer o “matching”. De fato, é necessário que exista a inversa de $F(s)L_2 + sC\Phi(s)L_1 + s$, mas devido à condição da equação 3.31, é suficiente que $F(s)L_2$ possua inversa.

Como ilustração, considera-se o exemplo numérico a seguir, cujo modelo nominal é $F(s)$ e cujo modelo de referência é $N(s)$, para:

$$F(s) = \frac{1}{0.3s + 1} \quad \text{e} \quad N(s) = \frac{1}{s^2 + s + 1} .$$

Definindo-se,

$$L_1 = \begin{bmatrix} L_{11} \\ L_{12} \end{bmatrix} ,$$

as funções das equações 3.30 e 3.31 assumem os seguintes valores:

$$C\Phi(s)BL_2 = N(s)L_2 = \frac{L_2}{s^2 + s + 1} .$$

$$F(s)L_2 = \frac{L_2}{0.3s + 1} .$$

$$sC\Phi(s)L_1 + s = \frac{s(s^2 + (L_{11} + 1)s + L_{11} + L_{12} + 1)}{s^2 + s + 1}.$$

Note-se que L_2 não muda a forma da resposta em frequência de $F(s)L_2$ ou de $N(s)L_2$, fazendo apenas variar seu ganho. Ao contrário, L_1 faz variar a forma da resposta em frequência do termo $(sC\Phi(s)L_1 + s)$. Contudo, este termo pode apresentar uma característica passa-altas, tornando-se difícil satisfazer as condições de desempenho nas altas frequências.

Considera-se fixo o valor de $L_1 = [1 \ 1]^T$ para este exemplo, enquanto utiliza-se L_2 para satisfazer as equações 3.30 e 3.31 numa faixa de frequências. (figuras 3.9e 3.10).

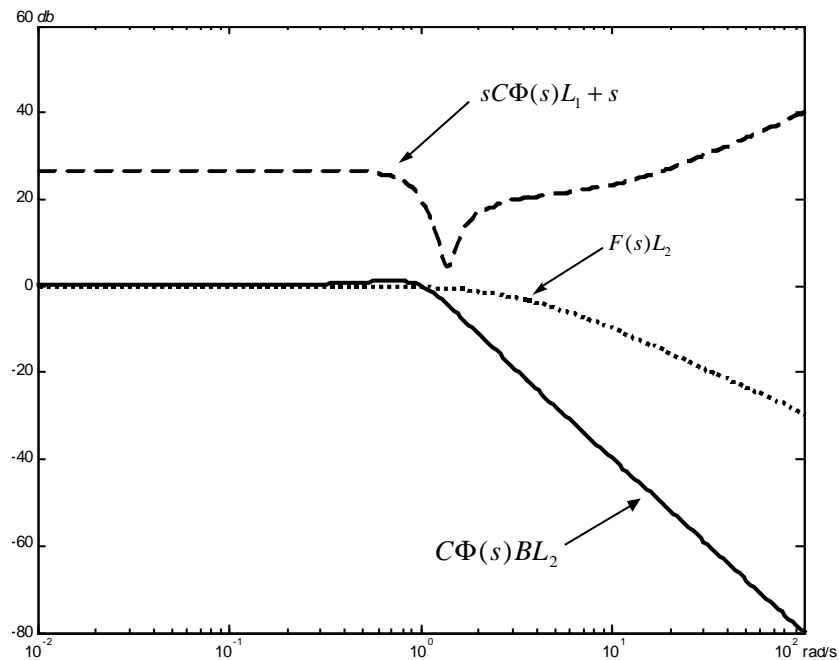


Fig 3.9 – Condições de desempenho.

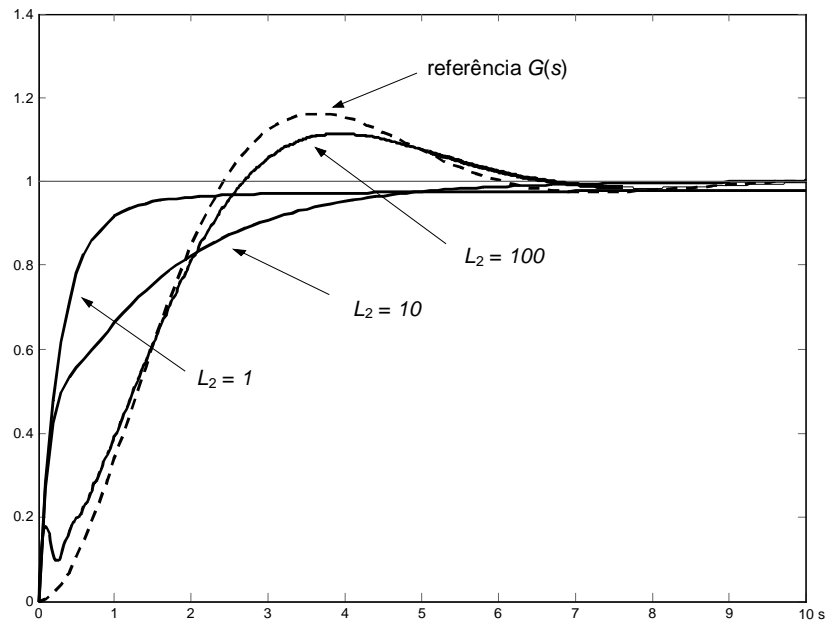


Fig 3.10 – Resposta ao degrau em função de L_2 .

Da figura 3.9 observa-se que é necessário aumentar o valor de L_2 para que as curvas de $F(s)L_2$ e $N(s)L_2$ fiquem bem acima de $(sC\Phi(s)L_1 + s)$. A figura 3.10 ilustra o efeito do aumento de L_2 , fazendo com que a resposta ao degrau do sistema em malha fechada tenda ao modelo de referência.

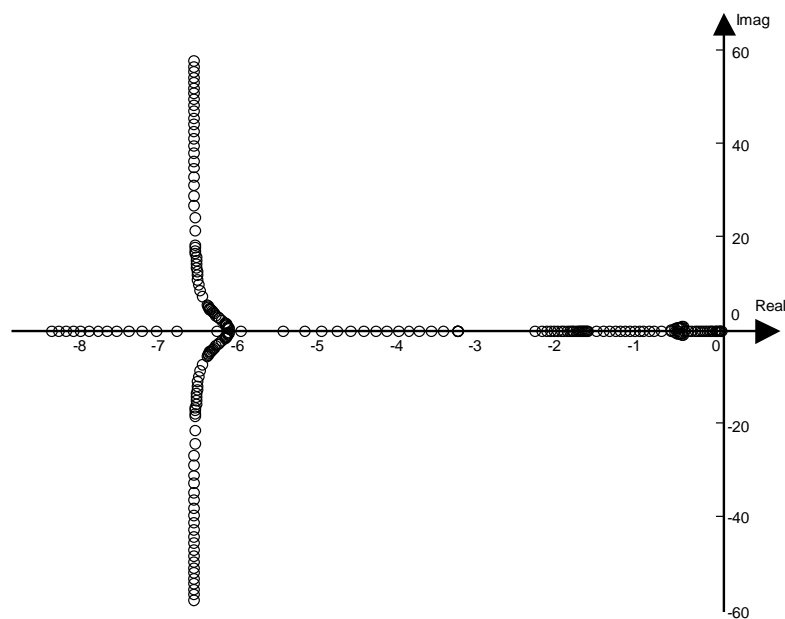


Fig 3.11 – Lugar Geométrico das Raízes em função de L_2 .

Em todos os casos mostrados na figura 3.10 o sistema satisfaz a condição de estabilidade dada pela equação 3.32. Isso é bem ilustrado pelo Lugar Geométrico das Raízes, em função de L_2 , na faixa de 0 a 10^3 (figura 3.11).

3.2.3. Estabilidade e Desempenho no Caso MIMO

Partindo-se da mesma estrutura da figura 3.8, só que considerando $F(s)$ multivariável, as expressões a seguir são obtidas por meio de manipulações algébricas:

$$u(s) = \left(I + L_2 (C\Phi(s)BL_2 + sC\Phi(s)L_1 + sI)^{-1} (F(s) - C\Phi(s)B) \right)^{-1} r(s) \quad (3.33)$$

$$y(s) = F(s) \left(I + L_2 (C\Phi(s)BL_2 + sC\Phi(s)L_1 + sI)^{-1} (F(s) - C\Phi(s)B) \right)^{-1} r(s) \quad (3.34)$$

A equação 3.34 é a expressão da relação entrada-saída de malha fechada, enquanto que a equação 3.33 exprime o esforço de controle em função da entrada.

Se o sistema é "quadrado" (número de entradas e saídas iguais) e se existem as inversas de $F(s)$ e de L_2 , então a equação 3.34 pode ser expressa mais simplificada por

$$y(s) = F(s)L_2 (F(s)L_2 + sC\Phi(s)L_1 + sI)^{-1} (C\Phi(s)BL_2 + sC\Phi(s)L_1 + sI) L_2^{-1} r(s) \quad (3.35)$$

e as condições de desempenho multivariável tornam-se a generalização das condições do caso escalar:

Se

$$\sigma_{\min} (C\Phi(s)BL_2) \gg \sigma_{\max} (sC\Phi(s)L_1 + sI) \quad (3.36)$$

$$\sigma_{\min} (F(s)L_2) \gg \sigma_{\max} (sC\Phi(s)L_1 + sI) \quad (3.37)$$

e se existe a inversa de $F(s)$ e a de L_2 , então

$$y(s) \cong C\Phi(s)B r(s).$$

Respeitada a condição da equação 3.37, resulta que $F(s)L_2 + sC\Phi(s)L_1 + sI \approx F(s)L_2$. Portanto, para existir a inversa de $F(s)L_2 + sC\Phi(s)L_1$ na equação 3.35, é suficiente que exista a inversa de $F(s)L_2$, tal como no caso escalar.

O modelo do robô RM-V1 (linearizado em torno da origem do espaço de estados) enquadra-se numa situação favorável. Possui um atuador por junta, acarretando que $F(s)$ e L_2 sejam "quadradas". Se existem suas inversas, podem-se então utilizar as condições de desempenho das equações 3.36 e 3.37.

A figura 3.12 mostra a resposta em frequência das funções que aparecem na equações 3.36 e 3.37 aplicadas ao caso do robô para um modelo de referência tipo "duplo integrador". Tal como no caso SISO, a matriz de ganho L_2 não altera a forma dos valores singulares do modelo de referência $\sigma[C\Phi(j\omega)B]$ ou do modelo nominal $\sigma[F(j\omega)]$, mas apenas seu ganho, ao passo que L_1 conforma os valores singulares $\sigma[sC\Phi(j\omega)L_1 + sI]$ em todas as frequências.

Note-se que, com os valores numéricos adotados, o "matching" não pode ser atingido, uma vez que as condições dadas pelas equações 3.36 e 3.37 não são satisfeitas para nenhuma faixa de frequências do tipo $\omega \leq \omega_0$, onde ω_0 representa uma frequência máxima arbitrária (figura 3.12).

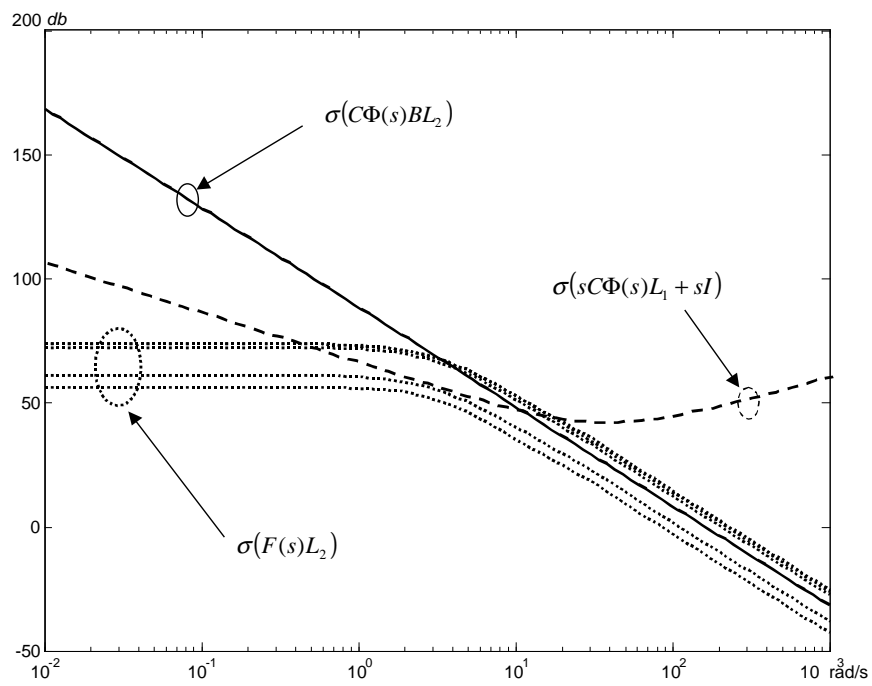


Fig 3.12 – Condições de desempenho para o robô.

Aquilo que a figura 3.12 revela pode ser ilustrado por simulação temporal. A figura 3.13 compara a resposta ao degrau do "duplo integrador" com a resposta da compensação por observadores para entradas tipo degrau com amplitude 0.1, aplicadas em todas as entradas simultaneamente no instante $t = 0$.

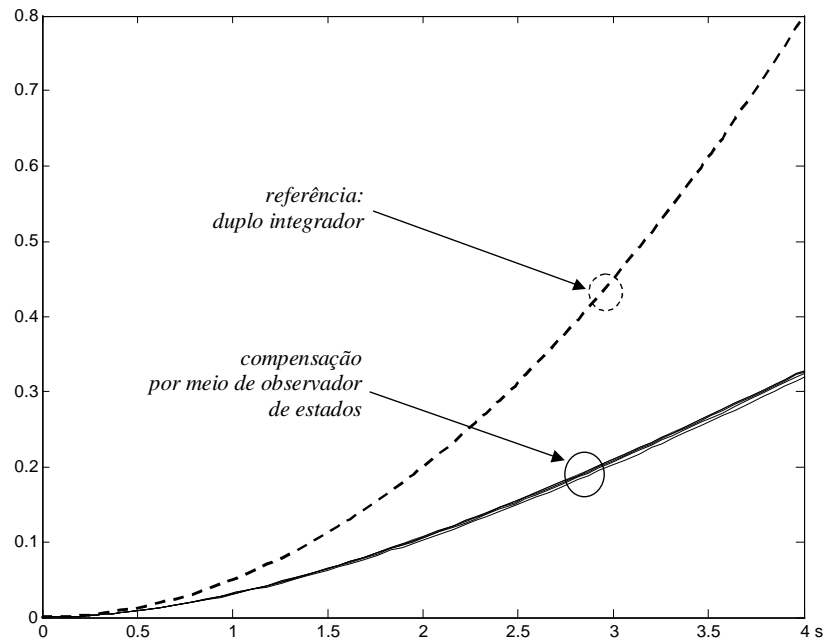


Fig 3.13 – Desempenho temporal do robô linearizado.

A figura 3.14 faz a mesma comparação da resposta ao degrau do "duplo integrador" com a resposta da compensação por observadores para entradas tipo degrau com amplitude 0.1, contudo para o robô não linear.

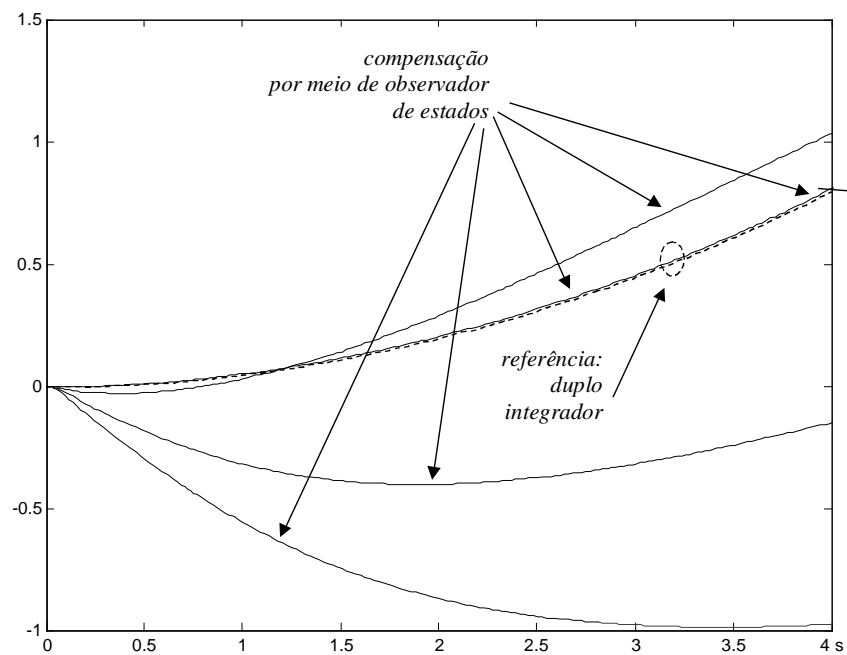


Fig 3.14 – Desempenho temporal do robô não linear.

O cenário das figuras 3.13 e 3.14, sugere que os bons resultados obtidos em (HENRIQUES, 2000) e (HENRIQUES, 1996), podem ser fortemente dependentes da segunda lei de controle empregada (equação 3.23).

Para evitar o uso dessa segunda lei de controle, pode-se adotar como modelo de referência a função de transferência final de malha fechada, diferentemente do método empregado em (HENRIQUES, 1996) onde o modelo de referência é o "duplo integrador". Desta forma, as condições 3.36 e 3.37 permitem avaliar o desempenho final do sistema de controle.

Considere como ilustração o sistema similar ao tipo massa-mola-atrito utilizado na seção 3.1.3. Tomando-se os mesmos valores numéricos, obtém-se os gráficos da figura 3.15.

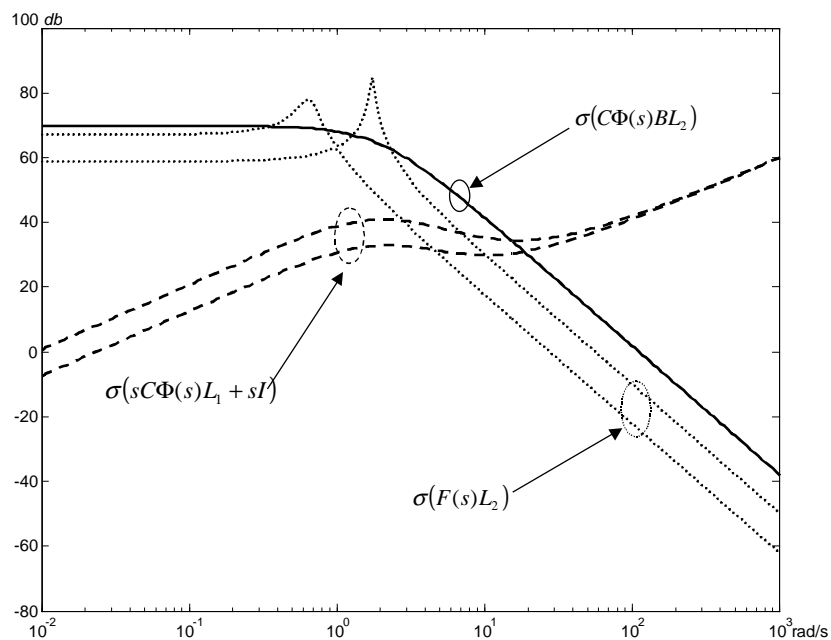


Fig 3.15 – Condições de desempenho para o sistema similar ao tipo massa-mola-atrito com modelos de referência de 2^a ordem.

Conforme sugerem as curvas da figura 3.15, o sistema apresenta bom desempenho em relação ao "matching" até frequências de cerca de 1 rad/s. O desempenho temporal deste sistema está ilustrado na figura 3.4.

É importante salientar-se que o valor de L_2 não pode ser arbitrariamente aumentado para melhorar-se o casamento, por causa da estabilidade.

3.3. Esforço de Controle

Se as condições de desempenho (equações 3.36 e 3.37) forem satisfeitas e se existem as inversas de $F(s)$ e de L_2 , a medida da amplificação do esforço de controle requerida para fazer a malha fechada ter um comportamento próximo ao modelo de referência é dada por

$$u(s) = F^{-1}(s) C\Phi(s)B r(s), \quad (3.38)$$

enquanto que o incremento relativo de esforço de controle devido à diferença de modelos é expresso por

$$u(s) - r(s) = F^{-1}(s) (C\Phi(s)B - F(s)) r(s). \quad (3.39)$$

3.4. A Estrutura de Compensação por Observadores

As idéias contidas no esquema de compensação por observadores de estados podem ser estudadas por estruturas equivalentes como a dos observadores de sistemas com entradas desconhecidas ou a dos observadores com estrutura proporcional mais integral. Essa equivalência pode justificar alguns dos resultados observados em (HENRIQUES, 1996) nas simulações do controle de um robô, pois os observadores PI podem ser utilizados na estimação de entradas desconhecidas, não linearidades e outras dinâmicas (SÖFFKER, 1995).

Esta equivalência também facilita algumas análises, como a determinação da função de transferência alcançável com a estrutura PI e, portanto, do compensador por observadores de estados. Outro resultado é quanto à classe de plantas estabilizáveis com essa estrutura. Mostra-se que a estrutura PI consegue estabilizar uma classe maior de plantas do que com os observadores com estrutura P ou com estrutura I, o que era esperado, uma vez que a estrutura PI possui mais parâmetros livres de projeto.

Outra característica favorável dos observadores PI é sua capacidade de recuperação assintótica da função de transferência da malha aberta (BEALE, 1989). Isto significa que, usando um observador PI num esquema de controle por realimentação de estados, como o caso da compensação pelo Filtro de Kalman, as boas propriedades de robustez conseguidas pela realimentação de estados são recuperadas, ao menos em baixas frequências, mesmo sem o emprego explícito de métodos de recuperação (NIEMANN, 1995).

Para analisar o observador PI, discute-se primeiramente o compensador por meio de um observador meramente integral, obtido da estrutura geral (figura 3.8), fazendo-se $L_1 = 0$. Depois disso discute-se o compensador por meio de um observador meramente proporcional, obtido da mesma estrutura geral, fazendo-se porém manipulações no diagrama em blocos.

3.4.1. Observador Integral

Embora a estrutura de interesse seja a do observador PI, por ser equivalente ao controlador por observadores de estados, as análises da estrutura meramente integral e da meramente proporcional, permitem completar a análise daquela mais geral. Com o observador integral é possível encontrar-se condições que fazem o modelo de referência ser atingido, enquanto que o observador proporcional nunca leva ao "matching".

Algumas manipulações permitem obter uma representação (figura 3.16) equivalente à da estrutura "model matching" com um compensador 2-D (figura 2.8), onde $N(s) = C(sI - A)^{-1}B$. Portanto, todas as propriedades daquela estrutura são aplicáveis ao compensador por meio de um observador de estados integral. A analogia é perfeita, bastando considerar $K(s) = \frac{L_2}{s}$

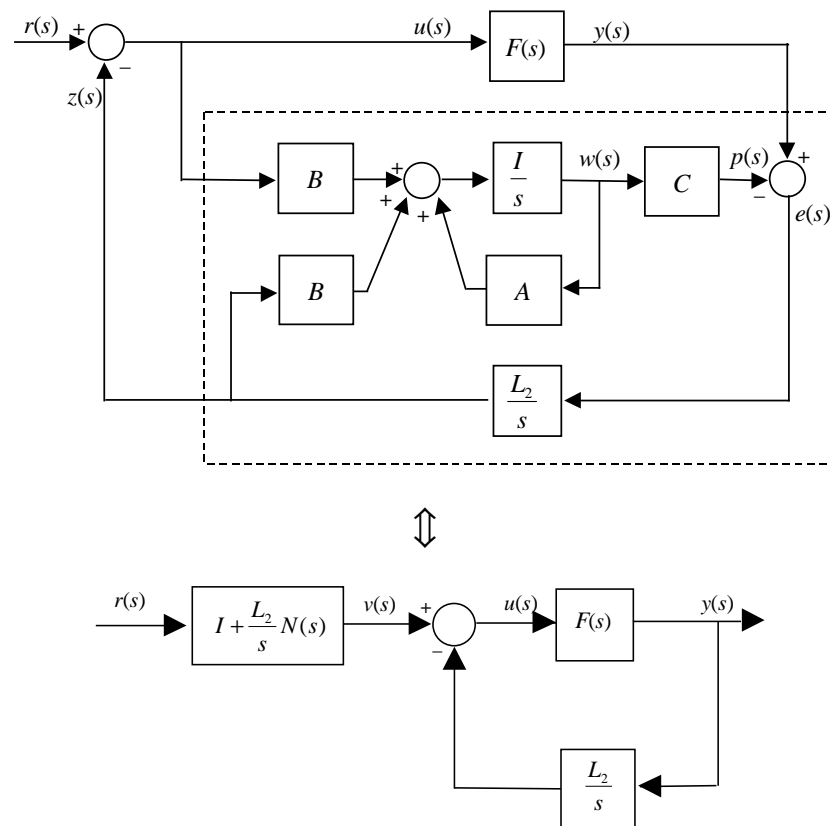


Fig 3.16 – Estrutura 2-D do compensador com observador integral.

Observando a estrutura na sua forma 2-D equivalente, nota-se claramente a limitação da compensação por meio de um observador integral, uma vez que o controlador $K(s)$, mero integrador, deve estabilizar a malha fechada e ainda fazer com que ela seja aproximadamente igual à $K^{-1}(s)$ na região de frequências em que se deseja o "matching". Mostra-se, que com a estrutura mais elaborada dos observadores PI, a classe de plantas estabilizáveis é maior, porém comprometendo o "matching".

3.4.2. Observador Proporcional-Integral

Faz-se a seguir um encaminhamento semelhante ao caso anterior. O diagrama da figura 3.17 também é equivalente à da estrutura da figura 2.8, onde

$$G_1(s) = C(sI - A + L_1C)^{-1}B \quad (3.40)$$

$$G_2(s) = C(sI - A + L_1C)^{-1}L_1 \quad (3.41)$$

$$K(s) = \frac{L_2(I - G_2(s))}{s} \quad (3.42)$$

$$y(s) = F(s) [sI + L_2(I - G_2(s))F(s)]^{-1} (sI + L_2G_1(s))r(s). \quad (3.43)$$

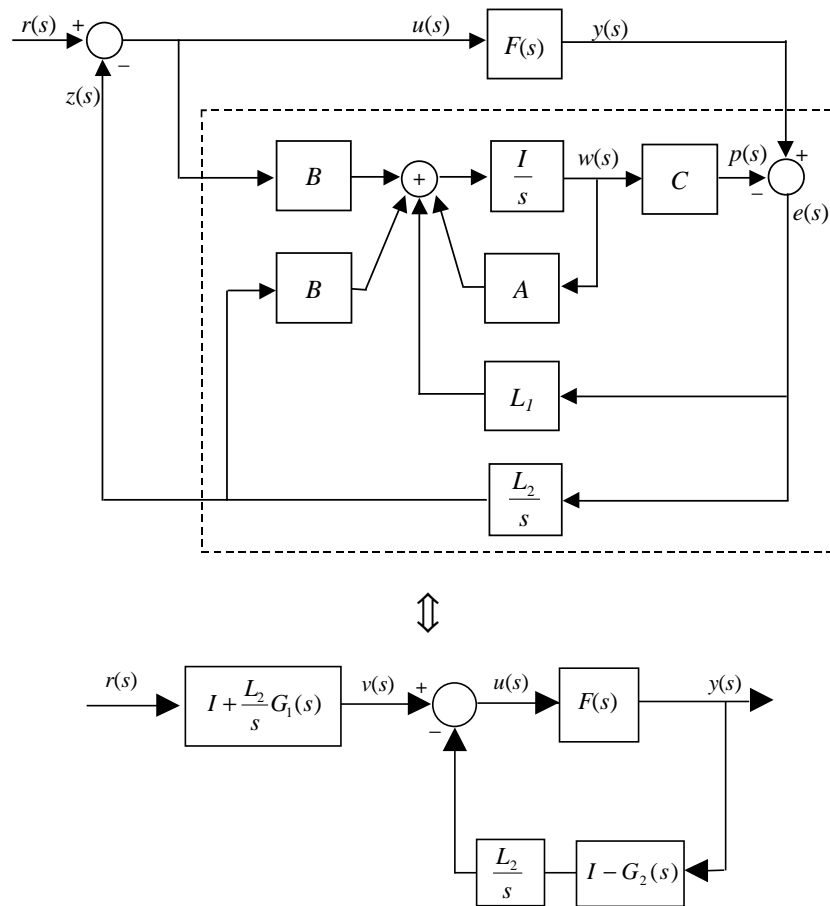


Fig 3.17 – Estrutura 2-D do compensador com observador proporcional-integral.

Como a estrutura do observador PI é idêntica à estrutura da compensação por observadores de estados, as condições de desempenho ("matching") são aquelas das equações 3.36 e 3.37. Contudo, usando-se o apelo da estrutura "model matching", pode-se reescrever condições de desempenho como se segue.

Se

$$\left\| \frac{1}{s} L_2 G_1(s) \right\| \gg 1, \quad (3.44)$$

$$\left\| \frac{1}{s} L_2 (I - G_2(s)) F(s) \right\| \gg 1 \quad (3.45)$$

e se existem as inversa de $F(s)$ e L_2 , então

$$y(s) \cong [I - G_2(s)]^{-1} G_1(s) r(s) . \quad (3.46)$$

As condições de desempenho (equações 3.44 e 3.45) permitem concluir sobre qual modelo de referência é alcançável com essa estrutura.

A equação 3.44 também permite concluir que se $G_1(s)$ não possui um zero de transmissão na origem, a matriz de ganho L_2 deve ser feita arbitrariamente grande para garantir o "matching" (desde que isso não destrua a estabilidade).

Fica claro que, com a presença de L_1 , o modelo de referência alcançável é

$$\bar{N}(s) = [I - G_2(s)]^{-1} G_1(s), \quad (3.47)$$

enquanto que aquele especificado pelo projeto é $N(s)$.

Para se obter uma função de transferência próxima ao modelo de referência propriamente dito, é necessário fazer $L_1 \approx 0$. Contudo, anular L_1 implica na adoção da estrutura do observador meramente integral.

Assim, embora com a incorporação de L_1 tenha-se um maior grau de liberdade para fins, por exemplo, de estabilização, perde-se na qualidade do "matching".

3.4.3. Observador Proporcional

O compensador com observador proporcional possui expressões similares àquelas válidas para o observador PI. Ele é esquematizado na figura 3.18, onde

$$G_1(s) = C(sI - A + BL_1C)^{-1}B \quad (3.48)$$

$$G_2(s) = C(sI - A + BL_1C)^{-1}BL_1 \quad (3.49)$$

$$K(s) = L_1(I - G_2(s)). \quad (3.50)$$

Diferentemente dos observadores de Luenberger, aqui a saída da matriz L_1 não é realimentada diretamente para os estados, mas através da matriz B , para que a parcela a ser compensada possa ser refletida às entradas.

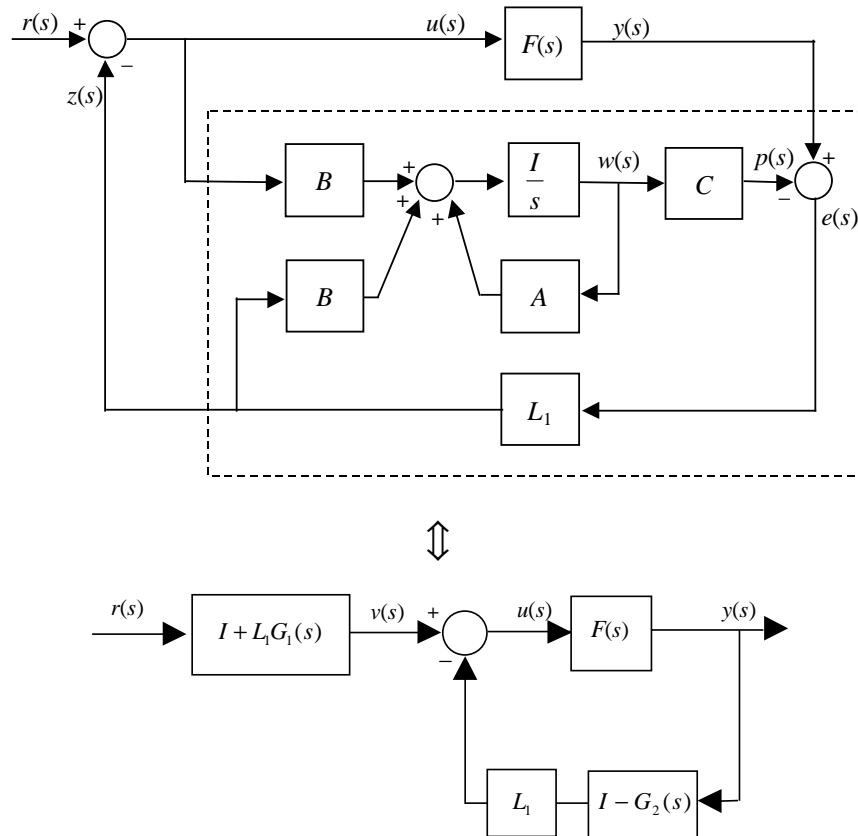


Fig 3.18 – Estrutura 2-D do compensador com observador proporcional.

A expressão da saída em função da entrada resulta:

$$y(s) = F(s) [I + L_1 (I - G_2(s)) F(s)]^{-1} (I + L_1 G_1(s)) r(s) \quad (3.51)$$

e as condições de desempenho ("matching") são as seguintes.

Se

$$\|L_1 G_1(s)\| \gg 1 \quad (3.52)$$

$$\|L_1 (I - G_2(s)) F(s)\| \gg 1 \quad (3.53)$$

e se existem as inversa de $F(s)$ e L_1 , então

$$y(s) \cong [I - G_2(s)]^{-1} G_1(s) r(s). \quad (3.54)$$

Supondo preservada a estabilidade, para que as condições das equações 3.52 e 3.53 sejam satisfeitas pode ser necessário fazer L_1 suficientemente grande. Contudo, deseja-se aqui mostrar que o modelo de referência não é alcançável com essa estrutura.

Similarmente ao caso PI, com a presença de L_1 , o modelo de referência que se pode atingir é

$$\bar{N}(s) = [I - G_2(s)]^{-1} G_1(s), \quad (3.55)$$

enquanto que aquele especificado pelo projeto é $N(s)$. Porém, neste caso não existe sequer uma condição limite sobre L_1 que leva ao "matching".

Isto é intuitivamente esperado pelo fato de que com $L_2 = 0$, o vetor $z(t)$ não pode ser considerado como um estado e, portanto, não pode ser assintoticamente estimado pelo observador. Assim, a parcela que se subtrai na lei de controle, não reflete a parcela desconhecida do vetor de estados.

Com a análise das estruturas P, I e PI dos observadores de estados verificou-se que somente a estrutura integral exhibe condições equivalentes a um problema de "model matching". A estrutura proporcional nunca leva ao "matching" e a estrutura PI pode

levar ao "matching" aproximado, conforma já previsto pelas condições das equações 3.36 e 3.37.

3.4.4. Propriedades do Diagrama do Observador P.I.

Considerando a figura 3.17, faz-se uma análise das propriedades da malha de controle, sem o pré-filtro (figura 3.19).

O diagrama dessa figura permite concluir sobre a classe da plantas que a estrutura PI consegue estabilizar em comparação com a classe de plantas estabilizáveis pela estrutura meramente integral.

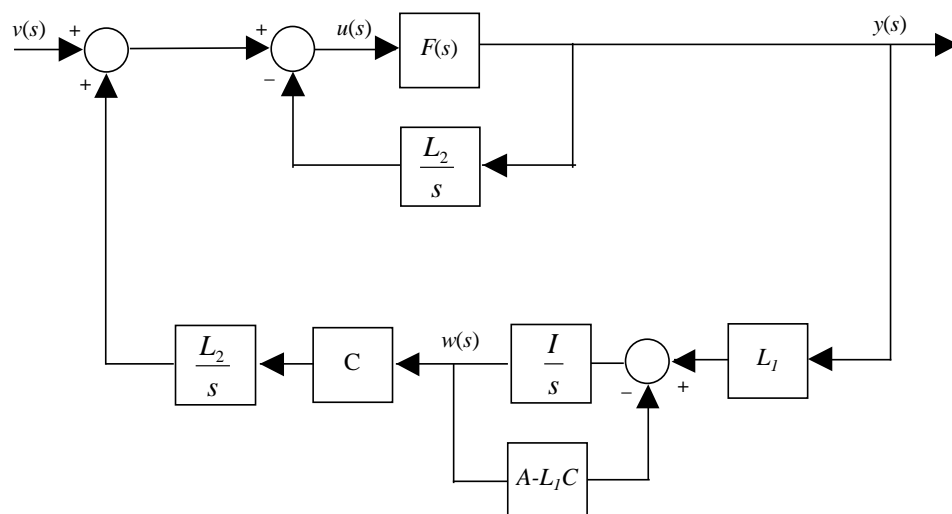


Fig 3.19 – Compensador sem o pré-filtro.

O diagrama da figura 3.19 revela que: se $L_1 = 0$, então para se estabilizar esse sistema, é necessário e suficiente estabilizar a malha interna $F(s) \left(I + \frac{L_2}{s} F(s) \right)^{-1}$, com uma L_2 apropriada. No caso mais geral, L_1 e L_2 devem estabilizar a malha fechada que aparece na figura 3.19. Nesta situação não é necessário que a malha interna

$F(s) \left(I + \frac{L_2}{s} F(s) \right)^{-1}$ seja estável. Assim espera-se que com o uso de L_1 seja possível estabilizar uma classe maior de plantas. Justifica-se assim porque se adota uma estrutura PI para o observador de estados ao invés da estrutura integral. Conforme análise da seção 3.4, a estrutura integral é equivalente a um problema de "model matching" propriamente dito, contudo, a análise sobre o diagrama da figura 3.19 revela que uma classe maior de plantas pode ser estabilizada com a adoção da estrutura PI.

Analisando somente o pré-filtro (figura 3.20), nota-se que, para que ele seja estável, é necessário que todos os autovalores de $A - L_1 C$ tenham parte real negativa.

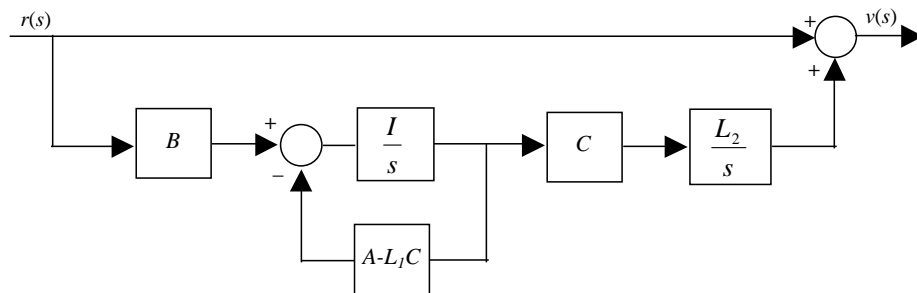


Fig 3.20 – Pré-filtro do compensador.

Isto significa que, se não houver cancelamento de pólos/zeros do pré-filtro no semi-plano direito com a malha fechada (figura 3.19), será necessário que os autovalores de $A - L_1 C$ tenham parte real negativa, para a estabilidade do sistema da figura 3.17.

Em outras palavras, significa que, fixada uma L_2 , L_1 precisa estabilizar localmente a malha $(sI - A + L_1 C)^{-1}$ além de estabilizar todo o sistema de malha fechada.

Uma outra questão interessante é a sensibilidade do sistema aos ruídos. Nas condições de "matching" (equações 3.44 e 3.45), tem-se

$$y(s) = s [1 - G_2(s)]^{-1} L_2^{-1} v(s) \quad (3.56)$$

e

$$v(s) = \frac{1}{s} L_2 G_1(s) r(s) \quad (3.57)$$

Em especial, a equação 3.56 sugere uma característica pouco desejável na sua forma: a inversão da parcela integral do observador. Contudo, o produto das duas matrizes de transferência das equações 3.56 e 3.57 produz o cancelamento do pólo com o zero. Mesmo que a equação 3.56 tenha característica "passa-altas", isso não representa um problema porque $v(s)$ não é um sinal "físico", mas sim um sinal interno do controlador (vide figura 3.16) e, portanto, pode ser considerado isento de ruído na prática.

As demais matrizes de transferência de $r(s)$ para $y(s)$ e para $u(s)$ são aquelas já analisadas no estudo do problema "model matching" e têm suas características em frequência dependentes da escolha dos ganhos do observador de estados.

3.5. Considerações sobre o Projeto do Observador

A equação de estados associada à figura 3.8 é dada pela equação

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{w} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = A_{mf} \begin{bmatrix} x \\ w \\ z \end{bmatrix} + B_{mf} r, \quad (3.58)$$

onde

$$A_{mf} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & -B_1 \\ L_1 C_1 & A - L_1 C & 0 \\ L_2 C_1 & -L_2 C & 0 \end{bmatrix} \quad B_{mf} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B \\ 0 \end{bmatrix},$$

sendo (A_1, B_1, C_1) a descrição de estados de $F(s)$, $x(t)$ os estados da planta, $w(t)$ os estados do modelo de referência e $z(t)$ os estados não modelados.

Note-se que

$$A_{mf} \triangleq (A_a - L_a C_a), \quad (3.59)$$

onde

$$A_a = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & -B_1 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad L_a = \begin{bmatrix} 0 \\ L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} \quad C_a = [-C_1 \quad C \quad 0].$$

O problema de encontrar a matriz L_a que estabiliza $(A_a - L_a C_a)$ é equivalente ao problema de encontrar L_a^T que estabiliza $(A_a^T - C_a^T L_a^T)$. Portanto, como a matriz L_a^T possui zeros na sua estrutura, o projeto do compensador por observadores de estados pode ser visto como uma problema de realimentação parcial de estados.

A grande maioria da bibliografia encontrada sobre o assunto denomina o problema de realimentação estática da saída, uma vez que é sempre possível tomar uma matriz de saída fictícia que disponibiliza somente parte dos estados. No nosso caso específico, a lei de controle seria dada por

$$\begin{aligned} u &= -\begin{bmatrix} L_1^T & L_2^T \end{bmatrix} y \\ &= -\begin{bmatrix} L_1^T & L_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ w \\ z \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (3.60)$$

A importância do problema de realimentação estática da saída está no fato de que, da mesma forma que o problema de estabilizar o compensador por observadores de estados resultou com essa estrutura, uma série de outros problemas podem ser reduzidos a ele. Até mesmo o caso de um compensador dinâmico de ordem menor que o número de estados do sistema pode ser formulado como um problema de realimentação estática da saída (SYRMOS, 1997).

O problema da realimentação estática da saída vem sendo estudado há várias décadas, porém ainda é considerado um problema em aberto, apesar de dispor-se de vários métodos numéricos baseados fundamentalmente em LMIs (CAO, 1997; GEROMEL, 1998; GHAOUI, 1997). De uma maneira geral, esses métodos tratam da

solução de LMIs acopladas que são obtidas a partir da equação de Lyapunov. Contudo, como essas inequações não são simultaneamente convexas, utilizam-se métodos computacionais baseados em soluções sequenciais iterativas dos dois problemas isoladamente convexos. Para contornar o problema de resolver iterativamente um conjunto de desigualdades de Lyapunov inversamente acopladas, a referência (BENTON, 1998) converte tal problema na solução simultânea de duas desigualdades de Riccati (ARI) e uma desigualdade de Lyapunov.

Outras técnicas vem sendo testadas como forma de resolver o problema. A referência (SYRMOS, 1997) dá uma visão geral de tais métodos e termina por concluir que as condições necessárias e suficientes propostas na bibliografia, em geral são apenas formas de transformar o problema num outro igualmente sem solução ou então num problema de busca numérica quase sempre sem garantias de convergência para uma solução. Contudo, o senso comum desses métodos é o fato de que o problema é equivalente a obter a solução de um conjunto de equações matriciais acopladas (Lyapunov, Riccati, LMI, etc.)

Talvez a aplicação mais interessante da realimentação estática da saída para o caso em estudo aqui seja a alocação de pólos. Em última análise, os pólos predominantes para o sistema de malha fechada devem ser os pólos do modelo de referência. Assim, uma opção razoável para o problema de alocação de pólos seria escolher-se os pólos do modelo de referência e os demais sendo alocados bem distantes do eixo imaginário.

O problema da alocação de pólos por meio de realimentação estática da saída vem sendo igualmente investigado há várias décadas. Embora diversos resultados teóricos tenham sido obtidos, o problema também permanece aberto, uma vez que a determinação da matriz de ganhos da realimentação da saída está relacionada com a solução de um grande conjunto de equações não lineares (ALEXANDRIDIS, 1996; CAROTENUTO, 2001; JIANG, 1996).

A partir da equação 3.59 foi possível tratar o problema de projeto do controle por observadores como um problema de realimentação estática da saída. Essa equivalência deixa clara a limitação da estrutura adotada e somente casos estruturalmente favoráveis teriam chance de atingir o desempenho esperado, ou seja o "matching".

O panorama acima acabou por limitar nossas pretensões em relação à compensação por observadores de estados. O objetivo fundamental deste trabalho é incorporar especificações temporais no projeto de sistemas multivariáveis. Ocorre que apostou-se que a compensação por observadores de estados seria conveniente para isto por conta dos bons resultados práticos obtidos por (HENRIQUES, 1996) no controle de robôs. A pesquisa poderia seguir ainda com a estrutura de observadores de estados, uma vez que algumas perguntas ainda poderiam ser respondidas. Uma delas é definir a classe de plantas que goza de conveniências estruturais capazes de permitir o "matching" com este tipo de compensação. Contudo, preferiu-se dar ênfase à questão fundamental.

Esta primeira parte do trabalho, além de analisar a estrutura dos compensadores utilizando observadores de estado, serviu de referência para os capítulos que se seguem. A parte II deste trabalho trata do mesmo problema que a parte I, ou seja, do projeto de controladores multivariáveis com especificações no domínio do tempo, removendo-se contudo a restrição sobre a estrutura de controle. Mantém-se porém a idéia do "model matching" como forma indireta de incluir as especificações temporais no projeto do compensador.

Com essa adoção foi possível, como será visto adiante, obter condições de projeto capazes de garantir robustamente o acompanhamento de um modelo de referência com uma precisão pré definida. Além disso, problemas usuais como a rejeição do distúrbio e a rejeição do erro de medida também puderam ser incluídos no mesmo procedimento de projeto.

PARTE – 2

4. "MODEL MATCHING" POR MEIO DE CONTROLE 2-D

O capítulo anterior analisa a técnica de controle por observadores de estados, e mostra que ela não é amplamente viável para o projeto de sistemas de controle multivariáveis com especificações no domínio do tempo. Essa restrição reside essencialmente no fato de a estrutura ser reduzida a um problema de realimentação estática da saída, e de que o projeto dessa classe de problemas ainda estar em aberto na bibliografia (CAROTENUTO, 2001; SYRMOS, 1997).

Os capítulos seguintes tratam a mesma problemática de projeto de controladores multivariáveis com especificações no domínio do tempo (LEONARDI, 2002a; LEONARDI, 2002b; LEONARDI, 2002c), removendo-se contudo a restrição sobre a estrutura de controle.

Várias técnicas de controle linear são conduzidas no domínio da frequência. Diversos livros contêm uma vasta apresentação do tema (GREEN, 1995; HELTON, 1998; SKOGESTAD, 1996; ZHOU, 1998). Contudo, em muitos problemas de ordem prática, há especificações descritas no domínio do tempo. Quando o sistema é escalar, estas especificações muitas vezes são facilmente transformadas para o domínio da frequência. Porém, isso não é tão simples, em geral, no caso multivariável. Algumas técnicas multivariáveis lineares encontram controladores estabilizantes capazes de minimizar uma norma entre o vetor de entrada e o de saída. O grande desafio é traduzir para este contexto requisitos como desacoplamento entre os canais, amortecimento e sobressinal. O procedimento LQG/LTR (ATHANS, 1986; DOYLE, 1981a), por exemplo, requer que as especificações estejam na forma de restrições no diagrama de resposta em frequência, ficando a cargo do projetista a tarefa de defini-las a fim de que todos os requisitos de projeto sejam incorporados. No caso clássico da técnica de controle H_∞ , o projetista também precisa transformar as especificações temporais para o domínio da frequência. Nesta técnica é preciso colocá-las na forma de matrizes de penalizações $W_i(s)$ que irão moldar as funções sensibilidade $S(s)$ e sensibilidade complementar $T(s)$.

Possivelmente a alternativa mais comum para se considerar especificações temporais como dados de projeto seja incluir um pré-filtro em série com a malha

principal de controle, obtendo-se a estrutura dos controladores com dois graus de liberdade (KWAKERNAAK, 1996; MACIEJOWSKI, 1989), conforme ilustra a figura 4.1. A concepção usual de projeto associada com esta estrutura é aproximar a matriz de transferência de $r(s)$ para $y(s)$ por uma matriz de transferência adequada $N(s)$ que contém as características associadas à resposta temporal (tempo de acomodação, sobressinal, amortecimento, etc.).

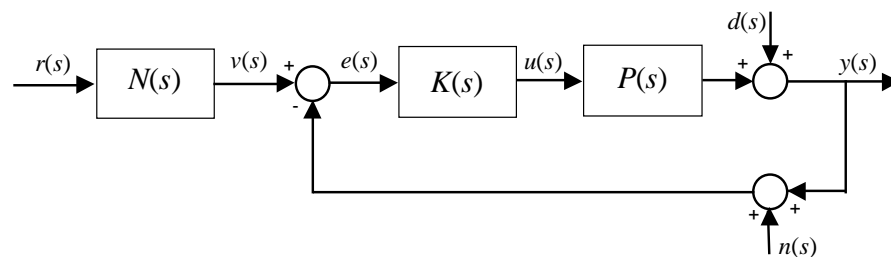


Fig 4.1 – Controle com dois graus de liberdade.

Embora o controle 2-D venha sendo utilizado em aplicações práticas, seu projeto é raramente discutido na literatura técnica. Na pág. 14 da referência (MACIEJOWSKI, 1989) menciona-se brevemente um procedimento de projeto para tal estrutura. Esse procedimento consiste em escolher o compensador $K(s)$ de forma a produzir a sensibilidade e a sensibilidade complementar desejadas; subseqüentemente recomenda-se a escolha de uma matriz $N(s)$ apropriada. Em geral o ganho da malha $P(s)K(s)$ é feito grande o suficiente para obter-se a matriz de transferência de $v(s)$ para $y(s)$ próxima à matriz identidade. O grau de proximidade parece não ser levado em consideração explicitamente no projeto. Desta forma podem-se utilizar ganhos de malha muito maiores que o necessário.

Este capítulo mostra como utilizar técnicas clássicas de controle multivariável para que especificações no domínio do tempo sejam incorporadas na solução de problemas de controle multivariáveis com dois graus de liberdade. Mostra-se como incorporar de maneira explícita a precisão da aproximação entre a matriz de transferência global de $r(s)$ para $y(s)$ e a matriz de transferência $N(s)$ do pré-filtro

que contém as especificações temporais. Com isso, o ganho pode ser feito alto apenas o suficiente para atender à precisão desejada.

Mostra-se também que o incremento do esforço de controle necessário, depende explicitamente da diferença entre o modelo da planta e o pré-filtro. Ou seja, pré-filtros mais distantes do modelo da planta requerem um esforço maior de controle para se garantir o rastreamento.

Nas seções a seguir, as condições de desempenho são formuladas como restrições no diagrama de resposta em frequência da malha aberta e das matrizes de sensibilidade e sensibilidade complementar, de tal forma que técnicas como o LQG/LTR ou a formulação "mixed sensitivity" do controle H_2 e H_∞ possam ser diretamente utilizadas na obtenção do controlador. Em especial, apresenta-se a condição para que haja rastreamento do pré-filtro com uma precisão fixada a priori.

Dependendo do contexto, o símbolo $\|\cdot\|$ pode representar aqui tanto a norma Euclideana de vetores complexos como a norma espectral de matrizes. Os símbolos $\sigma_i[\cdot]$, $\sigma_{\min}[\cdot]$ e $\sigma_{\max}[\cdot]$ denotam o valor singular i -ésimo, o mínimo e o máximo da matriz $[\cdot]$, respectivamente.

4.1. Formulação do Problema

Em alguns procedimentos de projeto, a exemplo do LQG/LTR, as especificações de projeto são expressas em termos do ganho de malha aberta $P(s)K(s)$. Já na formulação "mixed-sensitivity" do controle H_2 e H_∞ , as especificações de projeto são expressas em termos das matrizes de sensibilidade $S(s)$ e sensibilidade complementar $T(s)$. Mostra-se a seguir como as condições de rastreamento do pré-filtro, de rejeição das perturbações e dos erros de medidas podem ser colocadas como restrições na magnitude de $P(j\omega)K(j\omega)$ e em termos de restrições na magnitude de $S(j\omega)$ e $T(j\omega)$. Embora as condições de rejeição das perturbações e rejeição dos erros de medição sejam bem conhecidas tanto em relação às restrições da malha aberta (CRUZ, 1996) como da malha fechada (GREEN, 1995), elas foram incluídas neste texto para tornar completa a exposição do procedimento de projeto.

Definindo-se a matriz de sensibilidade

$$S(s) = (I + P(s)K(s))^{-1} \quad (4.1)$$

e a matriz de transferência de malha fechada (matriz de sensibilidade complementar)

$$T(s) = (I + P(s)K(s))^{-1} P(s)K(s) \quad (4.2)$$

e considerando-se o diagrama da figura 4.1, valem as seguintes relações:

$$\begin{aligned} y(s) = & +S(s) \cdot d(s) + \\ & + T(s) N(s) \cdot r(s) - \\ & - T(s) \cdot n(s) \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} e(s) = & -S(s) \cdot d(s) + \\ & + S(s) N(s) \cdot r(s) - \\ & - S(s) \cdot n(s) \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} u(s) = & -K(s) S(s) \cdot d(s) + \\ & + K(s) S(s) N(s) \cdot r(s) - \\ & - K(s) S(s) \cdot n(s) \end{aligned} \quad (4.5)$$

4.2. Rastreamento da Saída do Pré-Filtro

Tomando-se primeiramente apenas o rastreamento do pré-filtro ($d(s)=0$ e $n(s)=0$), pode-se avaliar seu desempenho pelo erro relativo entre a saída da planta e a saída do pré-filtro.

Das equações 4.1 e 4.4, pode-se escrever que

$$\begin{aligned} \|e(j\omega)\| &= \|y(j\omega) - N(j\omega)r(j\omega)\| \leq \\ &\leq \|(I + P(j\omega)K(j\omega))^{-1}\| \|N(j\omega)r(j\omega)\|. \end{aligned} \quad (4.6)$$

Uma condição natural de exprimir a precisão da aproximação da saída do sistema com relação à do pré-filtro é a seguinte:

$$\frac{\|y(j\omega) - N(j\omega)r(j\omega)\|}{\|N(j\omega)r(j\omega)\|} \leq \|(I + P(j\omega)K(j\omega))^{-1}\| \leq \alpha_r \quad (\omega \in \Omega_r), \quad (4.7)$$

onde α_r é um parâmetro (tipicamente, $\alpha_r \ll 1$) que estabelece o erro relativo de rastreamento do pré-filtro e Ω_r é o conjunto de frequências onde se deseja realizar o rastreamento. Tipicamente $\Omega_r = \{\omega \in \Re : \omega \leq \omega_r\}$, sendo ω_r dado. A condição de projeto que se obtém da equação 4.7 é dada por:

$$\sigma_{\min}[I + P(j\omega)K(j\omega)] \geq \frac{1}{\alpha_r} \quad (\omega \in \Omega_r). \quad (4.8)$$

Para $\alpha_r \ll 1$, uma aproximação conveniente em termos somente de $P(j\omega)K(j\omega)$ é dada pela condição suficiente

$$\sigma_{\min}[P(j\omega)K(j\omega)] \geq \frac{1}{\alpha_r} \quad (\omega \in \Omega_r). \quad (4.9)$$

As condições (4.8) e (4.9) são as mesmas que garantem o acompanhamento do sinal de referência (veja (CRUZ, 1996)), como era de se esperar.

A especificação de desempenho discutida acima aparenta ser a forma mais natural de se tratar o problema de rastreamento, pois normaliza a precisão em termos do valor desejado. Contudo, uma alternativa seria fazer a normalização em termos da entrada somente:

$$\frac{\|y(j\omega) - N(j\omega)r(j\omega)\|}{\|r(j\omega)\|} \leq \alpha_r \quad (\omega \in \Omega_r). \quad (4.10)$$

Neste caso, utilizando-se a equação 4.6, chega-se condição suficiente

$$\sigma_{\min}[I + P(j\omega)K(j\omega)] \geq \frac{\|N(j\omega)\|}{\alpha_r} \quad (\omega \in \Omega_r), \quad (4.11)$$

que leva à condição aproximada

$$\sigma_{\min}[P(j\omega)K(j\omega)] \geq \frac{\|N(j\omega)\|}{\alpha_r} \quad (\omega \in \Omega_r) \quad (4.12)$$

sempre que

$$\frac{\|N(j\omega)\|}{\alpha_r} \gg 1 \quad (\omega \in \Omega_r), \quad (4.13)$$

mostrando que quanto maior for o ganho do pré-filtro, mais restritiva é a condição de projeto.

Em termos de restrições na matriz de sensibilidade, a condição de projeto que garante o rastreamento do pré-filtro com uma precisão pré-determinada é obtida diretamente da equação 4.8, resultando

$$\sigma_{\max}[S(j\omega)] \leq \alpha_r \quad (\omega \in \Omega_r). \quad (4.14)$$

Analogamente ao caso anterior, uma alternativa seria fazer a normalização da precisão em termos da entrada. Neste caso, uma condição suficiente é dada por

$$\sigma_{\max}[S(j\omega)] \leq \frac{\alpha_r}{\|N(j\omega)\|} \quad (\omega \in \Omega_r), \quad (4.15)$$

mostrando novamente que quanto maior for o ganho do pré-filtro, mais restritiva é a condição de projeto.

4.3. Rejeição às Perturbações

Para quantificar a rejeição às perturbações, tome-se a contribuição da perturbação para o erro, obtida na equação 4.4. Daí resulta que

$$\|e(j\omega)\| \leq \|(I + P(j\omega)K(j\omega))^{-1}\| \|d(j\omega)\|. \quad (4.16)$$

Seja Ω_d um conjunto dado de frequências onde se quer atenuar o efeito da perturbação por um fator não superior a α_d . Tipicamente $\alpha_d \ll 1$ e Ω_d é do tipo $\Omega_d = \{\omega \in \Re : \omega \leq \omega_d\}$, sendo ω_d dado. Da equação 4.16 segue-se que

$$\frac{\|e(j\omega)\|}{\|d(j\omega)\|} \leq \frac{1}{\sigma_{\min}[I + P(j\omega)K(j\omega)]} \leq \alpha_d. \quad (4.17)$$

Assim, obtém-se a condição de projeto dada por

$$\sigma_{\min}[I + P(j\omega)K(j\omega)] \geq \frac{1}{\alpha_d} \quad (\omega \in \Omega_d). \quad (4.18)$$

Analogamente ao caso anterior, quando $\alpha_d \ll 1$, pode-se usar uma aproximação conveniente em termos somente de $P(j\omega)K(j\omega)$, dada pela condição suficiente:

$$\sigma_{\min}[P(j\omega)K(j\omega)] \geq \frac{1}{\alpha_d} \quad (\omega \in \Omega_d). \quad (4.19)$$

Em termos de restrições na matriz de sensibilidade, a condição de projeto que garante a rejeição de perturbações com uma precisão pré-determinada é obtida diretamente da equação 4.18, resultando

$$\sigma_{\max}[S(j\omega)] \leq \alpha_d \quad (\omega \in \Omega_d). \quad (4.20)$$

4.4. Rejeição dos Erros de Medida

Para quantificar a rejeição aos erros de medição, tome-se sua contribuição para a saída, obtida na equação 4.3. Daí resulta que

$$\|y(j\omega)\| \leq \|(I + P(j\omega)K(j\omega))^{-1} P(j\omega)K(j\omega)\| \|n(j\omega)\| \quad (4.21)$$

Seja Ω_n um conjunto dado de frequências onde se quer atenuar a contribuição do erro de medida na saída por um fator não superior a α_n . Tipicamente $\alpha_n \ll 1$ e Ω_n é do tipo $\Omega_n = \{\omega \in \Re : \omega \geq \omega_n\}$, sendo ω_n dado. Da equação 4.21 segue-se que

$$\|y(j\omega)\| \leq \|(I + P(j\omega)K(j\omega))^{-1}\| \|P(j\omega)K(j\omega)\| \|n(j\omega)\|. \quad (4.22)$$

Logo,

$$\frac{\|y(j\omega)\|}{\|n(j\omega)\|} \leq \frac{\sigma_{\max}[P(j\omega)K(j\omega)]}{\sigma_{\min}[I + P(j\omega)K(j\omega)]} \leq \alpha_n. \quad (4.23)$$

Uma aproximação conveniente do resultado acima, no caso em que $\alpha_n \ll 1$, é dada por (CRUZ, 1996):

$$\sigma_{\max}[P(j\omega)K(j\omega)] \leq \alpha_n \quad (\omega \in \Omega_n). \quad (4.24)$$

Qualitativamente esta condição aproximada pode ser justificada pelo argumento de que na faixa de frequências onde predomina a energia de $n(t)$, normalmente o ganho

de malha torna-se pequeno: $\sigma_{\min}[P(j\omega)K(j\omega)] \ll 1$ ($\omega \in \Omega_n$). Logo, $\sigma_{\min}[I + P(j\omega)K(j\omega)] \cong 1$ ($\omega \in \Omega_n$).

Em termos de restrições na matriz de transferência de malha fechada, pode-se escrever diretamente da equação 4.21 a condição suficiente

$$\frac{\|y(j\omega)\|}{\|n(j\omega)\|} \leq \|T(j\omega)\| \leq \alpha_n, \quad (4.25)$$

para a rejeição do erro de medição requerido.

Assim, a condição para projeto, em termos de restrições na matriz de transferência de malha fechada, é dada por

$$\sigma_{\max}[T(j\omega)] \leq \alpha_n \quad (\omega \in \Omega_n). \quad (4.26)$$

Em resumo, as equações 4.9, 4.19 e 4.24 são as condições-chaves para o projeto em termos de restrições sobre a malha aberta, enquanto que as equações 4.14, 4.20 e 4.26 são as condições-chaves para o projeto em termos de restrições sobre as matrizes de sensibilidade e sensibilidade complementar.

4.5. Esforço de Controle para o Rastreamento

Nesta seção restringe-se a análise ao esforço de controle necessário para garantir apenas o rastreamento do pré-filtro. Por comodidade, supõe-se que $K(s)$ seja uma matriz quadrada.

Da equação 4.5 pode-se escrever que

$$u(s) - r(s) = K(s)[I + P(s)K(s)]^{-1}[N(s) - (I + P(s)K(s))K^{-1}(s)]r(s), \quad (4.27)$$

admitindo-se que exista K^{-1} .

Na região de frequências em que $\sigma_{\min}[P(j\omega)K(j\omega)] \gg 1$, a equação anterior leva à aproximação

$$u(j\omega) - r(j\omega) = P^{-1}(j\omega)[N(j\omega) - P(j\omega)], \quad (4.28)$$

admitindo-se também que exista P^{-1} .

Note-se que, nos casos em que não existirem K^{-1} e P^{-1} , as expressões do incremento no esforço de controle não são tão simples como aquelas dadas acima porém, continuam válidos os demais resultados.

A equação 4.28 mostra que o incremento relativo do esforço de controle medido por $\|u(j\omega) - r(j\omega)\|/\|r(j\omega)\|$ depende explicitamente da diferença entre o modelo da planta e o modelo de referência. É interessante observar que o termo $P^{-1}(j\omega)(N(j\omega) - P(j\omega))$ tem a forma de uma diferença relativa entre $(N(j\omega) - P(j\omega))$ e $P(j\omega)$. O valor máximo do incremento relativo do esforço de controle, considerando todas as possíveis $r(j\omega) \neq 0$, é uma medida do tipo "pior-caso" deste, sendo dada por $\|P^{-1}(j\omega)(N(j\omega) - P(j\omega))\|$. Note-se também que quanto maior a distância relativa entre $N(j\omega)$ e $P(j\omega)$, tanto maior é essa medida do esforço de controle.

4.6. Incertezas do Modelo

Adota-se a seguir um conjunto de matrizes de transferência $P_R(s)$ associadas ao modelo da planta considerando, em particular, a representação na forma multiplicativa do erro de modelagem

$$\mathcal{E}_M(s) \triangleq [P_R(s) - P(s)]P^{-1}(s). \quad (4.29)$$

Considera-se que um limite superior é dado para a norma espectral da matriz de erro multiplicativo na forma de uma função escalar $e_M(\omega)$, ou seja que

$$\|\varepsilon_M(j\omega)\| \leq e_M(\omega) \quad (\forall \omega). \quad (4.30)$$

Primeiramente, deve-se lembrar que, para a incerteza do modelo adotada na forma multiplicativa, a condição de estabilidade robusta é dada por (DOYLE, 1981a)

$$\sigma_{\max}[T(j\omega)] < \frac{1}{e_M(\omega)} \quad (\forall \omega). \quad (4.31)$$

Admitindo que $e_M(\omega) < 1$ para $\omega \in \Omega_r \cup \Omega_d$, então as condições de projeto expressas como restrições sobre a malha aberta, dadas pelas equações 4.9, 4.19 e 4.24, são reescritas, para o caso robusto, respectivamente como (CRUZ, 1996):

$$\sigma_{\min}[P(j\omega)K(j\omega)] \geq \frac{1}{\alpha_r[1 - e_M(\omega)]} \quad (\omega \in \Omega_r), \quad (4.32)$$

$$\sigma_{\min}[P(j\omega)K(j\omega)] \geq \frac{1}{\alpha_d[1 - e_M(\omega)]} \quad (\omega \in \Omega_d), \quad (4.33)$$

e

$$\sigma_{\max}[P(j\omega)K(j\omega)] \leq \frac{\alpha_n}{1 + e_M(\omega)} \quad (\omega \in \Omega_n), \quad (4.34)$$

sendo estas aproximações válidas, quando $\alpha_d, \alpha_d, \alpha_n \ll 1$.

Analogamente, as condições de projeto expressas como restrições sobre a matriz de sensibilidade, dadas pelas equações 4.14 e 4.20, são reescritas, para o caso robusto, respectivamente como (GREEN, 1995):

$$\sigma_{\max}[S(j\omega)] \leq \alpha_r[1 - e_M(\omega)] \quad (\omega \in \Omega_r), \quad (4.35)$$

e

$$\sigma_{\max}[S(j\omega)] \leq \alpha_d[1 - e_M(\omega)] \quad (\omega \in \Omega_d). \quad (4.36)$$

A condição de rejeição do erro de medida requer as seguintes manipulações para ser reescrita, em função de $e_M(\omega)$.

Em termos do conjunto de matrizes de transferência $P_R(s)$ associadas ao modelo da planta, a equação 4.25 resulta

$$\left\| P_R(j\omega)K(j\omega)[I + P_R(j\omega)K(j\omega)]^{-1} \right\| \leq \alpha_n. \quad (4.37)$$

Com a equação 4.29, o primeiro fator do lado esquerdo desta última pode ser escrito em termos do erro de modelagem por

$$P_R(j\omega)K(j\omega) = (I + \varepsilon_M(j\omega))P(j\omega)K(j\omega) \quad (4.38)$$

e o segundo fator, após algumas manipulações algébricas, por

$$[I + P_R(j\omega)K(j\omega)]^{-1} = (I + P(j\omega)K(j\omega))^{-1} (I + \varepsilon_M(j\omega)T(j\omega))^{-1}. \quad (4.39)$$

Satisfeita a condição de projeto da equação 4.26 e sabendo-se que

$$\sigma_{\max}[\varepsilon_M(j\omega)T(j\omega)] \leq (1 + e_M(\omega)) \sigma_{\max}[T(j\omega)]. \quad (4.40)$$

Então, para satisfazer a desigualdade 4.37 é suficiente que

$$\sigma_{\max}[T(j\omega)] \leq \frac{\alpha_n}{1 + e_M(\omega)} \quad (\omega \in \Omega_n). \quad (4.41)$$

Convém notar que, tipicamente na região de frequências onde o erro de medida é significativo, os erros de modelagem são grandes ($e_M(\omega) \gg 1$) e, portanto, o lado direito das condições 4.34 e 4.41 podem ser expressas de forma aproximada por $\frac{\alpha_n}{e_M(\omega)}$.

Como esperado, o efeito da incerteza do modelo resulta em fazer mais rigorosas as restrições sobre $P(j\omega)K(j\omega)$ e sobre $S(j\omega)$ e $T(j\omega)$.

4.7. Exemplo Numérico

Como ilustração do método de projeto, considera-se o tanque de mistura da referência (KWAKERNAAK, 1970). Seu modelo nominal de estados linearizado é dado por

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -0.01 & 0 \\ 0 & -0.02 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -0.25 & 0.75 \end{bmatrix} u(t) \\ y &= \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t)\end{aligned}\quad (4.42)$$

Como o objetivo deste trabalho se situa essencialmente na discussão do problema de rastreamento, outras especificações de projeto são omitidas no exemplo numérico. Além disso, como as incertezas no modelo tornam as condições de desempenho do rastreamento apenas mais restritivas, elas também foram omitidas nesta ilustração, uma vez que podem ser consideradas já embutidas nas especificações.

Como especificação temporal do sistema de controle, deseja-se que a resposta ao degrau para cada canal seja a mesma de sistemas de segunda ordem com frequência natural não amortecida de 0.05 rad/s e coeficiente de amortecimento de 0.7, com um erro de rastreamento menor que 10% ($\alpha_r = 0.1$) até 0.5 rad/s ($\omega_r = 0.5$ rad/s). Note-se que este exemplo utilizado tem apenas a finalidade de ilustrar o procedimento de projeto, pois neste caso em particular o "matching" poderia ter sido obtido por uma mera realimentação de estados.

Das especificações temporais temos portanto que

$$N(s) = \begin{bmatrix} N_{11}(s) & 0 \\ 0 & N_{22}(s) \end{bmatrix}, \quad (4.43)$$

para

$$N_{ii}(s) = \frac{0.0025}{s^2 + 0.07s + 0.0025}.$$

A equação 4.9 impõe uma barreira constante de 20 db até 0.5 rad/s no diagrama de resposta em frequência da figura 4.2 onde aparecem os valores singulares relevantes

ao projeto LQG/LTR adaptado ao problema de "matching" (LEONARDI, 2002c), sendo $C(sI - A)^{-1}H$ a malha objetivo, onde H é a matriz de ganhos do observador de estados.

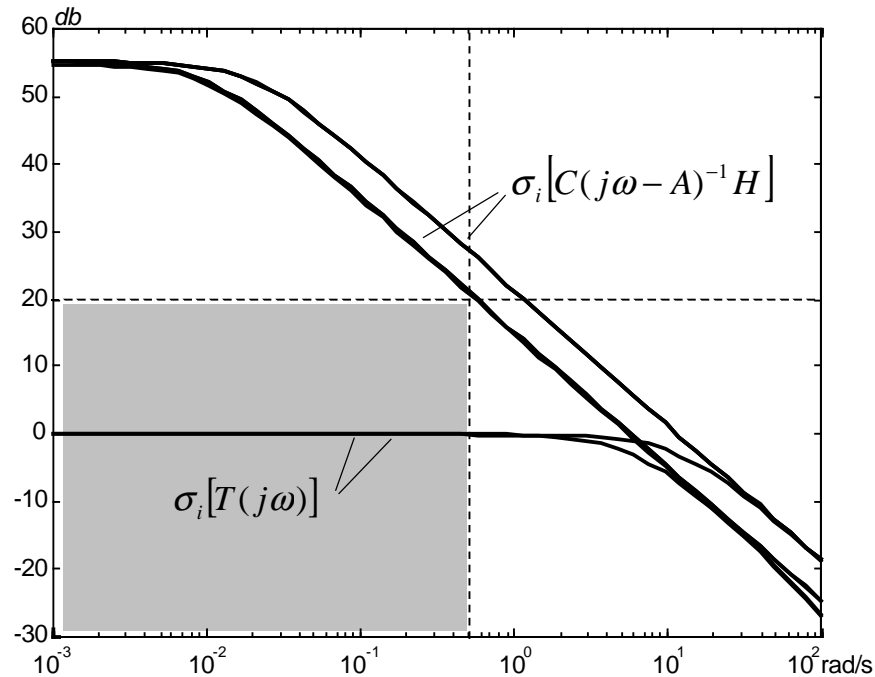


Fig 4.2 – Diagramas de Bode do projeto LQG/LTR.

De acordo com a equação 4.14, a barreira constante de -20 db até 0.5 rad/s funciona também como uma restrição no diagrama de Bode da matriz de sensibilidade do sistema.

O controlador deste exemplo foi obtido a partir da formulação "mixed sensitivity". As funções de penalização usadas para satisfazer esta especificação foram

$$W_1(s) = \begin{bmatrix} W_{11}(s) & 0 \\ 0 & W_{22}(s) \end{bmatrix}, \quad (4.44)$$

onde

$$W_{ii}(s) = \frac{10.35}{0.5s + 1}.$$

A figura 4.3 mostra os valores singulares obtidos.

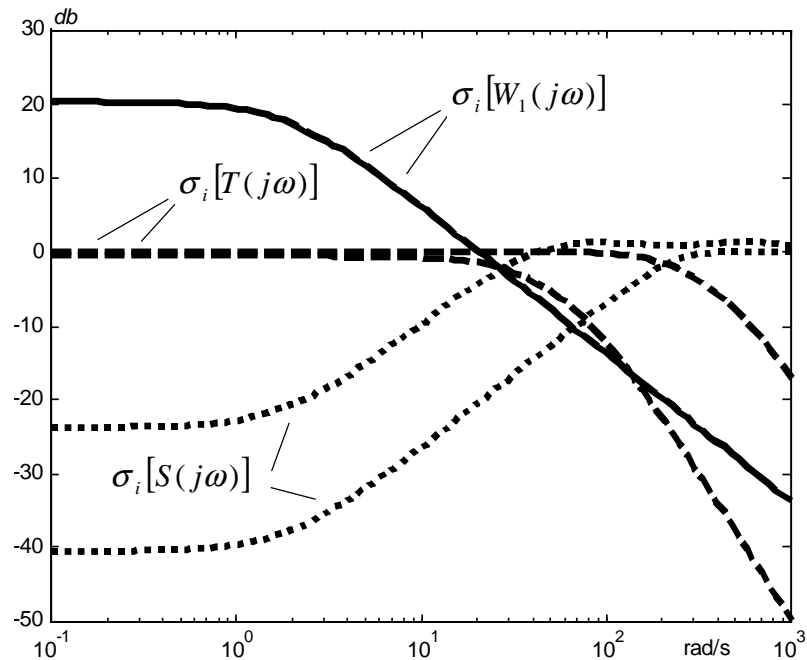


Fig 4.3 – Diagramas de Bode do projeto "mixed sensitivity".

Os gráficos da figura 4.4 mostram a resposta temporal da saída do sistema e do pré-filtro. Duas entradas tipo degrau unitário de sinais contrários são aplicadas nos instantes 10s e 30s. Como se pode observar, a saída do processo é de fato bastante próxima daquela do pré-filtro.

A figura 4.5 ilustra o incremento relativo do esforço de controle para duas situações distintas. Apresenta-se o gráfico de $\|P^{-1}(j\omega)(N(j\omega) - P(j\omega))\|$ para o pré-filtro especificado no projeto e para um outro com uma frequência natural não amortecida de 0.5 rad/s, ou seja, dez vezes maior. De acordo com os gráficos, espera-se uma amplitude maior das variáveis de controle no segundo caso. Simulações temporais realizadas confirmam esse fato (veja as figuras 4.6 e 4.7).

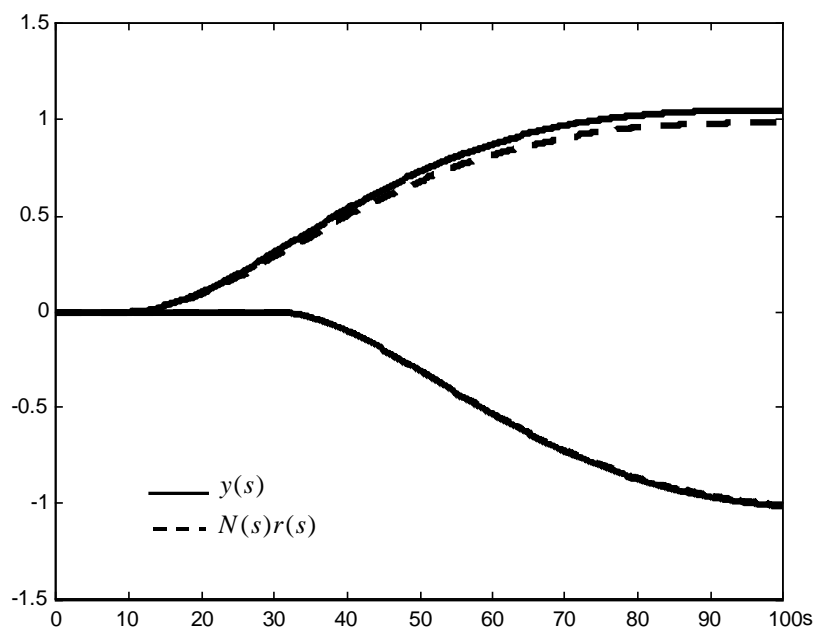


Fig 4.4 – Resposta temporal de malha fechada.

Da figura 4.5 pode-se notar que o esforço de controle começa a ser maior justamente a partir das frequências em que $P(s)$ começa a decair (cerca de 10^{-2} rad/s). Depois disso, o esforço começa a diminuir somente quando $N(s)$ também começa a decair ($5 \cdot 10^{-2}$ rad/s e $5 \cdot 10^{-1}$ rad/s, respectivamente para o pré-filtro original e para o novo).

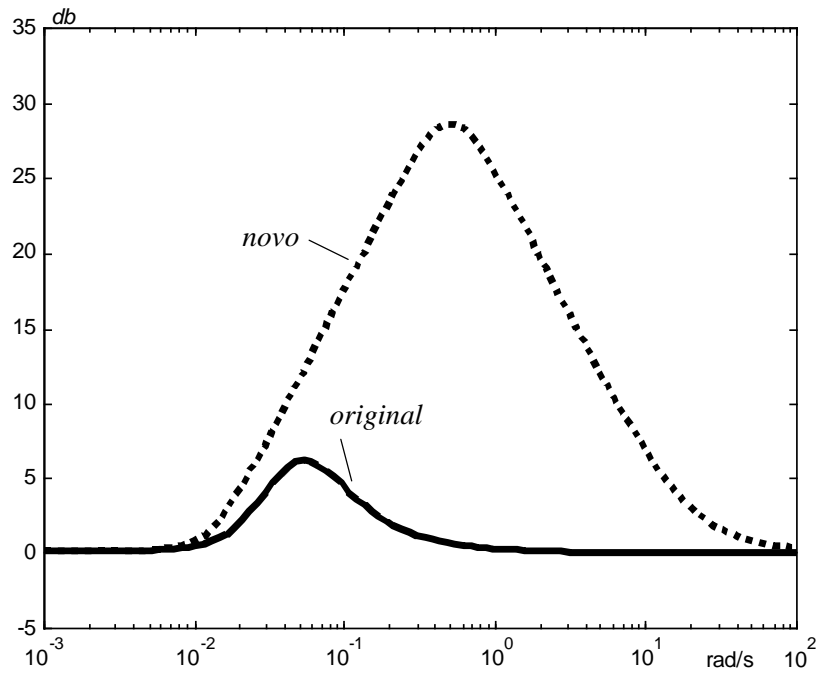


Fig 4.5 – Esforços de controle associados aos dois pré-filtros.

O registro temporal das variáveis de controle dos dois canais é mostrado na figura 4.6 para o pré-filtro original e na figura 4.7 para o novo pré-filtro

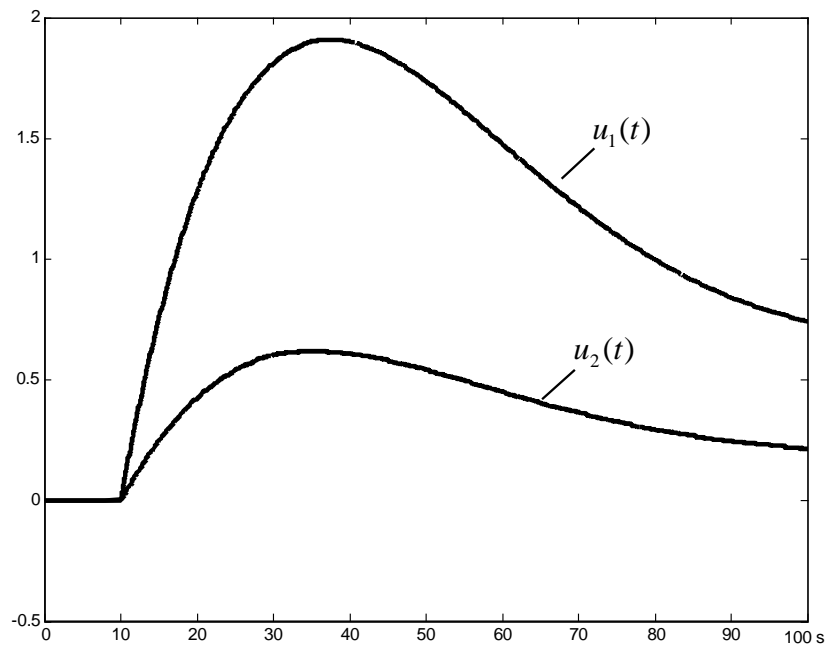


Fig 4.6 – Variáveis de controle em função do tempo para o caso do pré-filtro original.

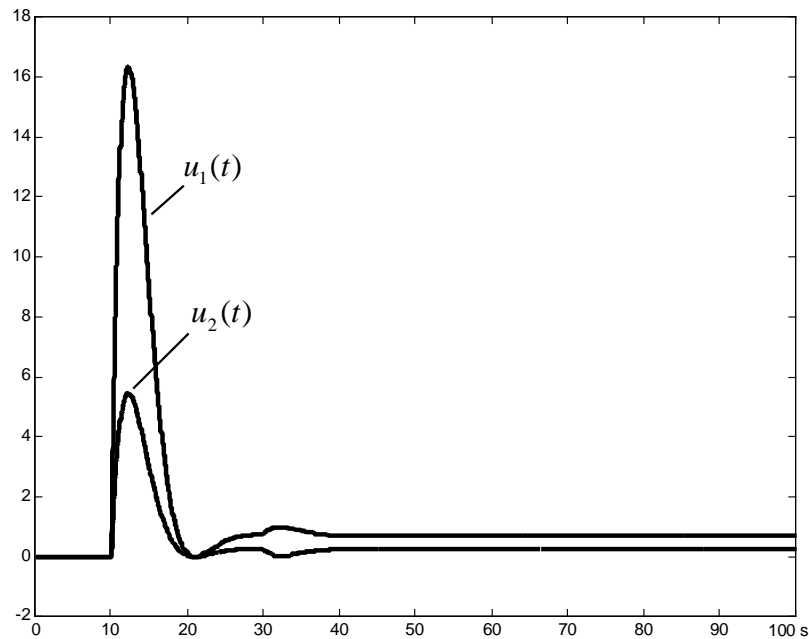


Fig 4.7 – Variáveis de controle em função do tempo
para o caso do novo pré-filtro.

Uma vez que o pré-filtro faz parte do compensador, pequenas alterações podem ser feitas nele depois da conclusão do projeto. Isto pode ser útil em aplicações práticas de engenharia onde ajustes finos são sempre necessários durante o comissionamento de sistemas de controle.

4.8. Comentários

Para fechar esta seção vale ressaltar que os resultados vistos aqui mostraram como utilizar a técnica de controle fundamentadas na resposta em frequência para que especificações no domínio do tempo sejam incorporadas na solução de problemas de controle multivariáveis robustos. Determinou-se como incorporar explicitamente a precisão da aproximação entre a matriz de transferência global obtida com o

compensador e a matriz de transferência do pré-filtro que contém as especificações temporais.

Verificou-se que o esforço de controle necessário para garantir o rastreamento depende explicitamente da diferença relativa entre o modelo da planta e o pré-filtro. Ou seja, para pré-filtros muito distintos do modelo da planta é necessário um esforço maior para se obter o "matching".

As condições para a robustez do projeto, tanto no que se refere à estabilidade como quanto ao desempenho, se modificam tornando-se apenas mais restritivas.

5. MODEL TRACKING"

O projeto tradicional do pré-filtro da estrutura de controle 2-D, como forma de incluir especificações temporais no projeto, pode ser conservador no sentido de que um ganho de malha muito elevado normalmente é usado para fazer com que o comportamento entrada-saída torne-se próximo ao do pré-filtro numa faixa muito ampla de frequências. Pode-se reduzir esse conservadorismo com condições de projeto que impõem um ganho alto apenas o suficiente para atender à precisão desejada (LEONARDI, 2002b; LEONARDI, 2002c). Contudo, o procedimento discutido neste capítulo mostra que, afrouxando-se a condição de "model matching" para a condição aqui denominada de "model following", podem-se obter controladores ainda menos conservadores (LEONARDI, 2002a).

Os objetivos do método de projeto apresentado a seguir são garantir robustamente, com precisões pré definidas, as seguintes características: rejeição do erro de rastreamento do modelo e rejeição de distúrbios e erros de medida. Este problema é aqui denominado "model tracking".

O projeto robusto de compensadores "model tracking" é discutido aqui do ponto de vista da resposta em frequência. Obtém-se as condições que garantem robustamente as características do "model tracking". Mostra-se que quanto maior é a distância entre o modelo nominal da planta e o modelo de referência a ser seguido, mais restritiva torna-se a condição de projeto associada ao erro de acompanhamento do modelo de referência. Mostra-se também que sistemas de controle com dois graus de liberdade podem ser projetados com essa técnica.

As condições de projeto são expressas na forma usual de restrições no diagrama de resposta em frequência. Desta forma, técnicas como H_∞ ou LQG/LTR podem ser aplicadas na obtenção do controlador multivariável.

Dependendo do contexto, o símbolo $\|\cdot\|$ pode representar aqui tanto a norma Euclideana de vetores complexos como a norma espectral de matrizes. Os símbolos $\sigma_i[\cdot]$, $\sigma_{\min}[\cdot]$ e $\sigma_{\max}[\cdot]$ denotam o valor singular *i-ésimo*, o mínimo e o máximo da matriz $[\cdot]$, respectivamente.

5.1. Formulação do Problema

Discutiu-se no capítulo anterior como projetar um compensador 2-D para garantir "matching", reduzindo-se os possíveis conservadorismo por meio de condições de projeto que impõem um ganho alto apenas o suficiente para atender à precisão desejada. Alternativamente ao problema 2-D, o problema de "model matching" também pode ser usado para incluir-se especificações temporais como dados de projeto. A referência (SKOGESTAD, 1996) trata de uma dessas abordagens. Ela usa a estrutura de controle denominada "signal-based", ilustrada pela figura 5.1. Seu objetivo é minimizar a norma da função de transferência de $r(s)$ para $z(s)$. A matriz de ponderação $W_1(s)$ reflete o conteúdo em frequência do erro de rastreamento.

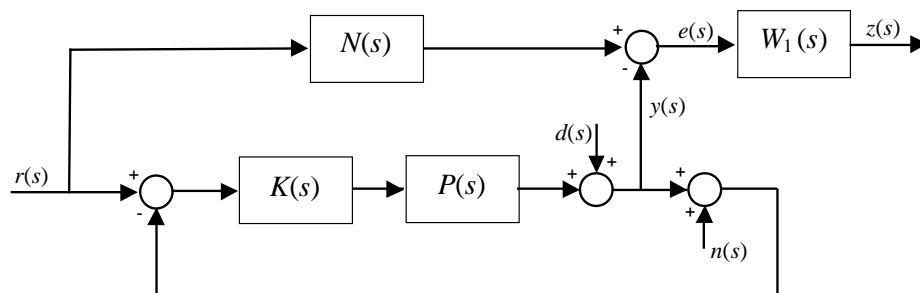


Fig 5.1 – Estrutura de controle "signal-based".

Contudo, existem alguns problemas com esta estrutura. Primeiramente, o erro de rastreamento $e(s)$ não é realimentado. Como consequência, o modelo de referência $N(s)$ não é uma parte explícita do compensador – ele é somente usado no projeto. Em segundo lugar, a rejeição do distúrbio $d(s)$ numa dada faixa de frequências requer que o ganho de malha aberta $\sigma_{\min} [P(j\omega)K(j\omega)]$ seja elevado. Consequentemente, a matriz de transferência de $r(s)$ para $y(s)$ resulta próxima à identidade e a propriedade de acompanhamento do modelo de referência poder ser pobre, uma vez que $e(s)$ resulta aproximadamente igual a $(N(s) - I)r(s)$, nesta faixa de frequências.

Uma versão diferente deste problema é considerada na referência (JONCKHEERE, 1999) para a solução de um problema de controle da propulsão de um avião. A estrutura de controle é representada pela figura 5.2.

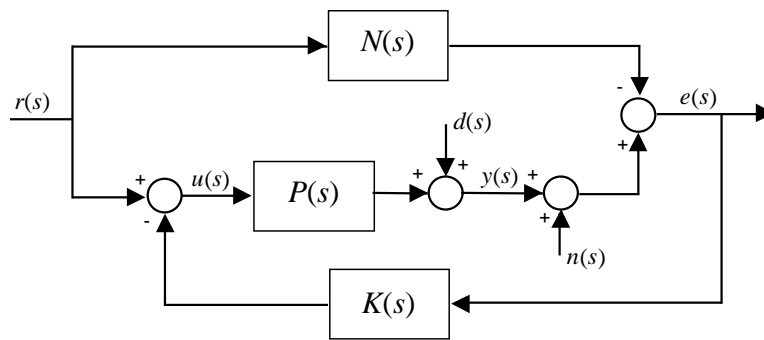


Fig 5.2 – Estrutura "Model tracking".

Essa é a estrutura adotada nas discussões a seguir. Note-se que $e(s)$ é utilizado para realimentação. Como conseqüência, o modelo de referência $N(s)$ é parte explícita do sistema de controle. Além disso, será mostrado adiante que, com essa estrutura, a rejeição a distúrbios e o acompanhamento do modelo de referência podem ser satisfeitos simultaneamente. Ela permite ainda incluir o problema de pré compensação.

Sem perda de generalidade o compensador será considerado no ramo de realimentação. Com esta escolha, expressões mais informativas podem ser obtidas no que se segue, embora um desenvolvimento similar possa ser feito com $K(s)$ no ramo direto.

O problema "model tracking" é considerado aqui com o seguinte significado. Busca-se um compensador $K(s)$ tal que a norma da matriz de transferência de $r(j\omega)$ para $e(j\omega)$ esteja abaixo de certo valor pré-definido, na maior faixa possível de frequências – este requisito será denominado de "model following". Adicionalmente, deseja-se que as contribuições na saída $y(j\omega)$ devidas ao distúrbio $d(j\omega)$ e ao erro de medida $n(j\omega)$ estejam abaixo de certos valores dados, em faixas de frequências pré-estabelecidas. Como usual, estes últimos requisitos serão denominados de rejeição do distúrbio e rejeição do erro de medida, respectivamente.

Considera-se a seguir que as dinâmicas da planta são dadas pelo seu modelo nominal. Então, para o sistema representado na figura 5.2, valem as seguintes equações:

$$\begin{aligned} y(s) = & S(s)d(s) + \\ & + S(s)P(s)(I + K(s)N(s)) r(s) - \\ & - S(s)P(s)K(s) n(s), \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} e(s) = & S(s)d(s) + \\ & + S(s)(P(s) - N(s)) r(s) + \\ & + S(s)n(s), \end{aligned} \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned} u(s) = & -(I + K(s)P(s))^{-1} K(s) d(s) + \\ & + (I + K(s)P(s))^{-1} (I + K(s)N(s)) r(s) - \\ & - (I + K(s)P(s))^{-1} K(s) n(s). \end{aligned} \quad (5.3)$$

Neste ponto, uma vez que considera-se que $N(s)$ é estável, deve ficar claro que a estabilidade do sistema é determinada somente pela malha fechada que contém $P(s)$ e $K(s)$. Como isto é uma situação clássica, o problema de estabilidade não é revisto aqui. As condições que garantem tanto rejeição do distúrbio como rejeição do erro de medida também são conhecidas (CRUZ, 1996). Apesar disso, elas são apresentadas a seguir para completar a exposição do procedimento de projeto.

5.2. "Model Following"

Considere $\alpha_r > 0$ (tipicamente $\alpha_r \ll 1$), um número dado que expressa a precisão desejada na rejeição do erro de acompanhamento do modelo numa faixa de frequências Ω_r , no sentido de que $\|e(j\omega)\|/\|r(j\omega)\| \leq \alpha_r$, ($\omega \in \Omega_r$). Tipicamente $\Omega_r = \{\omega \in R : \omega \leq \omega_r\}$ para uma dada ω_r . Admitindo que $d(s) = n(s) = 0$, para garantir o "model following" temos a seguinte condição suficiente, obtida da equação 5.2:

$$\sigma_{\max}[S(j\omega)] \leq \frac{\alpha_r}{\sigma_{\max}[P(j\omega) - N(j\omega)]} \quad (\omega \in \Omega_r). \quad (5.4)$$

Portanto, como era de se esperar, a sensibilidade deve diminuir à medida que a distância² entre a planta e o modelo de referência aumenta. O mesmo ocorre à medida que α_r diminui. De qualquer forma, dependendo do problema específico em mãos, esta condição pode não ser tão restritiva e a sensibilidade pode não ser necessariamente pequena.

Quando o lado direito da equação 5.4 é muito menor que 1, esta condição pode ser reescrita aproximadamente como

$$\sigma_{\min}[P(j\omega)K(j\omega)] \geq \frac{\sigma_{\max}[P(j\omega) - N(j\omega)]}{\alpha_r} \quad (\omega \in \Omega_r). \quad (5.5)$$

Similarmente à desigualdade (5.4), esta condição mostra que o ganho de malha aumenta tanto com o aumento da distância entre P e N , como com o inverso de α_r .

Para comparar estes resultados com os resultados obtidos com o projeto 2-D, adotou-se a condição de projeto dada pela equação 4.15. Comparando as equações 5.4 e 4.15, conclui-se que o procedimento proposto pode resultar em menores ganhos de malha sempre que $\sigma_{\max}[P(j\omega) - N(j\omega)]$ for menor que $\sigma_{\max}[N(j\omega)]$.

Na prática, uma situação comum corresponde a escolher um modelo de referência com $N(j\omega) = I$ nas baixas frequências. Neste caso recomenda-se, sempre que possível, fazer a normalização das variáveis de entrada e/ou saída de forma a obter $P(j\omega)$ próxima à identidade nas baixas frequências. O exemplo na seção 5.8 ilustra essa situação.

Da equação 5.1 pode-se notar que $S(s)P(s)(I + K(s)N(s))$ não possui dinâmica arbitrária nas altas frequências, nas quais, em geral, $P(s)$, $N(s)$ e $K(s)$ exibem baixo ganho. Por causa dessa característica a matriz de transferência de $r(s)$ para $y(s)$ torna-se aproximadamente igual a $P(s)$. Isso pode ser confirmado pela equação 5.2, pois a matriz $S(s)(P(s) - N(s))$, que relaciona a entrada $r(s)$ com o erro de rastreamento $e(s)$,

² Distância é obviamente interpretada aqui como sendo avaliada pela norma espectral da diferença das duas matrizes.

normalmente tende a $(P(s) - N(s))$ nas altas frequências. Portanto, a rejeição do erro de acompanhamento com uma precisão arbitrária não é possível em frequências altas, ou seja, de uma maneira geral, a função de transferência de $r(s)$ para $y(s)$ não se torna arbitrariamente próxima ao modelo de referência, nessa faixa de frequências. Isto significa que a condição de "model following" (equação 5.4) não implica necessariamente em "model matching" nas altas frequências. Esta é a razão pela qual chama-se o procedimento proposto de "model tracking". Simulações feitas até agora indicam que é razoável esperar-se um bom "matching" até uma década além da banda passante do modelo de referência. Em geral isto é suficiente para garantir um bom "model following".

5.3. Rejeição de Distúrbios

Para tratar da questão da rejeição de distúrbios, considera-se $d(s)$ como o único sinal de entrada para o sistema representado na figura 5.2. Sendo assim, o modelo de referência não tem qualquer influência sobre o problema, o qual se reduz ao caso já conhecido.

Supondo-se que $\Omega_d = \{\omega \in R : \omega \leq \omega_d\}$, para ω_d dado, é um conjunto de frequências em que o distúrbio $d(s)$ predominantemente possui sua energia e admitindo-se também que $r(s) = 0$ e $n(s) = 0$, para um dado $\alpha_d > 0$ (tipicamente $\alpha_d \ll 1$), exprime-se a condição de rejeição ao distúrbio como

$$\frac{\|e(j\omega)\|}{\|d(j\omega)\|} \leq \alpha_d \quad (\omega \in \Omega_d). \quad (5.6)$$

Da equação 5.2, obtém-se a seguinte condição suficiente:

$$\sigma_{\max}[S(j\omega)] \leq \alpha_d \quad (\omega \in \Omega_d), \quad (5.7)$$

que leva à seguinte condição aproximada (CRUZ, 1996)

$$\sigma_{\min}[P(j\omega)K(j\omega)] \geq \frac{1}{\alpha_d} \quad (\omega \in \Omega_d) \quad (5.8)$$

quando $\alpha_d \ll 1$.

5.4. Rejeição do Erro de Medida

Para tratar da questão da rejeição do erro de medida, considera-se $n(s)$ como o único sinal de entrada para o sistema representado na figura 5.2. Sendo assim, o modelo de referência não tem qualquer influência sobre o problema, o qual se reduz ao caso já conhecido.

Supondo-se que $\Omega_n = \{\omega \in R: \omega \geq \omega_n\}$, para ω_n dado, é um conjunto de frequências em que o erro de medida $n(s)$ predominantemente possui sua energia e admitindo-se também que $r(s)=0$ e $d(s)=0$, para um dado $\alpha_n > 0$ (tipicamente $\alpha_n \ll 1$), exprime-se a condição de rejeição do erro de medida como

$$\frac{\|y(j\omega)\|}{\|n(j\omega)\|} \leq \alpha_n \quad (\omega \in \Omega_n). \quad (5.9)$$

Da equação 5.1 obtém-se então

$$\sigma_{\max}[T(j\omega)] \leq \alpha_n \quad (\omega \in \Omega_n), \quad (5.10)$$

onde

$$T(s) = (I + P(s)K(s))^{-1} P(s)K(s). \quad (5.11)$$

Alternativamente, da equação 5.1 obtém-se a seguinte forma aproximada (CRUZ, 1996):

$$\sigma_{\max}[P(j\omega)K(j\omega)] \leq \alpha_n \quad (\omega \in \Omega_n). \quad (5.12)$$

quando $\alpha_n \ll 1$.

5.5. Controle 2-D como um Problema de "Model Tracking"

Existe uma estreita relação entre os controladores 2-D e a estrutura do problema de controle "model tracking". De fato será visto a seguir que o sistema de controle representado pela figura 4.1 pode ser projetado como um problema de "model tracking"

A ligação entre os dois problemas é imediata ao observar-se que o diagrama de blocos da figura 5.2 é equivalente ao da figura 5.3. Este fato pode ser verificado fazendo-se simples álgebras de blocos.

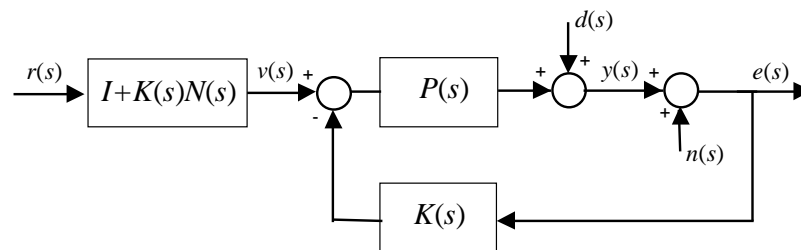


Fig 5.3 – Sistema de controle 2-D equivalente.

A equivalência mencionada é a chave para a metodologia de projeto de sistema de controle 2-D proposta aqui: (i) o compensador $K(s)$ é obtido exatamente da forma como descrito nas seções 5.1, 5.2 e 5.3, como se a estrutura do sistema de controle fosse aquela do "model tracking" (figura 5.2); (ii) o pré-filtro é tomado como $I + K(s)N(s)$.

5.6. Esforço de Controle do "Model Following"

Da equação 5.3 é imediato que

$$u(s) - r(s) = K(s)[I + P(s)K(s)]^{-1}[N(s) - P(s)]r(s) \quad (5.13)$$

Admita-se que P , N e α_r são tais que $\sigma_{\max}[P(j\omega) - N(j\omega)]/\alpha_r \gg 1$, para $\omega \in \Omega_r$. Então, se a condição dada pela equação 5.5 é válida, segue-se que $\sigma_{\min}[P(j\omega)K(j\omega)] \gg 1$. Neste caso a equação 5.13 leva a

$$u(j\omega) - r(j\omega) \cong P(j\omega)^{-1}[N(j\omega) - P(j\omega)]r(j\omega), \quad (5.14)$$

supondo-se que ambas, P e K sejam quadradas e inversíveis.

Note-se que nos casos em que as hipóteses sobre P e K não forem verdadeiras, as expressões do incremento no esforço de controle não são tão simples como aquelas dadas acima porém, continuam válidos os demais resultados.

Da equação 5.14 segue-se imediatamente que

$$\sup_{\|r \neq 0\|} \frac{\|u(j\omega) - r(j\omega)\|}{\|r(j\omega)\|} \cong \sigma_{\max}[P^{-1}(j\omega)[N(j\omega) - P(j\omega)]]. \quad (5.15)$$

Esta equação mostra que o pior caso no incremento relativo do esforço de controle é aproximadamente o mesmo da diferença relativa entre a planta e o modelo de referência. Portanto, modelos de referência que são distantes do modelo da planta requerem um elevado esforço de controle para serem seguidos. Isto está de acordo com a condição 5.4 que mostra que quanto maior é a distância entre a planta e o modelo de referência, mais restritiva torna-se a condição de "model following".

5.7. Incertezas do Modelo

Da mesma forma como no capítulo anterior, adota-se a seguir um conjunto de matrizes de transferência $P_R(s)$ associadas ao modelo da planta considerando, em particular, a representação na forma multiplicativa do erro de modelagem (equação 4.29) e para um limite superior é dado para a norma espectral da matriz de erro multiplicativo, na forma de uma função escalar (equação 4.30).

Para a incerteza do modelo adotada na forma multiplicativa, a condição de estabilidade robusta é dada pela equação 4.31 (DOYLE, 1981a).

Admitindo-se que $e_M(\omega) < 1$ para $\omega \in \Omega_r \cup \Omega_d$, então as condições dadas pelas equações 5.4 e 5.7 é podem ser reescritas, para o caso robusto, respectivamente como (GREEN, 1995):

$$\sigma_{\max}[S(j\omega)] \leq \frac{\alpha_r [1 - e_M(\omega)]}{\sigma_{\max}[P(j\omega) - N(j\omega)] + e_M(\omega) \sigma_{\max}[P(j\omega)]} \quad (\omega \in \Omega_r) \quad (5.16)$$

e

$$\sigma_{\max}[S(j\omega)] \leq \alpha_d [1 - e_M(\omega)] \quad (\omega \in \Omega_d). \quad (5.17)$$

Admitindo-se que $\alpha_n \ll 1$, a condição dada pela equação 5.10 pode ser reescrita, para o caso robusto, na seguinte forma aproximada (CRUZ, 1996):

$$\sigma_{\max}[T(j\omega)] \leq \frac{\alpha_n}{1 + e_M(\omega)} \quad (\omega \in \Omega_n). \quad (5.18)$$

Como esperado, o efeito da incerteza do modelo resulta em fazer mais rigorosas as restrições sobre $S(j\omega)$ e $T(j\omega)$.

Podem-se escrever as três condições anteriores em função do ganho de malha aberta, por meio das seguintes condições aproximadas, respectivamente

$$\sigma_{\max}[P(j\omega)K(j\omega)] \geq \frac{\sigma_{\max}[P(j\omega) - N(j\omega)] + e_M(\omega) \sigma_{\max}[P(j\omega)]}{\alpha_r [1 - e_M(\omega)]} \quad (\omega \in \Omega_r), \quad (5.19)$$

quando o lado direito da equação 5.16 for muito menor do que 1;

$$\sigma_{\max}[P(j\omega)K(j\omega)] \geq \frac{1}{\alpha_d [1 - e_M(\omega)]} \quad (\omega \in \Omega_d), \quad (5.20)$$

quando $\alpha_d \ll 1$;

$$\sigma_{\max}[P(j\omega)K(j\omega)] \leq \frac{\alpha_n}{1 + e_M(\omega)} \quad (\omega \in \Omega_n), \quad (5.21)$$

quando $\alpha_n \ll 1$.

Pode-se enfatizar que as equações 5.16 à 5.21 juntas com a equação 4.31 são as condições chave no projeto de compensadores robustos que garantem "model tracking".

5.8. Exemplo Numérico

Considera-se a seguir o tanque de misturas da referência (KWAKERNAAK, 1970) para ilustrar a aplicação da metodologia proposta. Seu modelo nominal linearizado é dado pela equação 4.42.

Como o maior enfoque desta seção está relacionado com o problema de "model following", omitem-se neste exemplo as demais especificações de projeto. Além disso, como as incertezas no modelo tornam as condições de desempenho apenas mais restritivas, elas também foram omitidas nesta ilustração, e devem ser consideradas já embutidas nas condições de projeto.

Como especificação temporal do sistema de controle, deseja-se que a resposta ao degrau para cada canal seja a mesma de sistemas de segunda ordem com frequência natural não amortecida de 0.5 rad/s e coeficiente de amortecimento de 0.7, com uma tolerância de 10% ($\alpha_r = 0.1$) na faixa de frequências que vai até uma década além da frequência natural não amortecida do modelo de referência ($\omega_r = 5$ rad/s).

Das especificações temporais, tem-se que

$$N(s) = \begin{bmatrix} N_{11}(s) & 0 \\ 0 & N_{22}(s) \end{bmatrix}, \quad (5.22)$$

onde

$$N_{ii}(s) = \frac{0.25}{s^2 + 0.7s + 0.25}$$

A técnica "mixed-sensitivity" do controle H_∞ foi utilizada na obtenção de $K(s)$ (GREEN, 1995; SKOGESTAD, 1996; ZHOU, 1998).

Para simplificar a ilustração, considera-se aqui que as incertezas do modelo já foram levadas em consideração na definição da matriz de penalização.

$$W_1(s) = 10 \cdot [P(s) - N(s)]. \quad (5.23)$$

Uma vez que a planta $P(s)$ também aparece no lado direito da equação 5.4, podem-se normalizar suas entradas de tal forma a fazê-la próxima à identidade nas baixas frequências³. Neste caso, a condição 5.4 pode ser reescrita como

$$\sigma_{\max}[S(j\omega)] \leq \frac{\alpha_r}{\sigma_{\max}[P(j\omega)S_u(j\omega) - N(j\omega)]} \quad (\omega \in \Omega_r), \quad (5.24)$$

onde S_u é uma matriz quadrada não singular de dimensões compatíveis.

Por simplicidade considera-se neste exemplo S_u como constante e igual à inversa da planta nas baixas frequências, ou seja

$$S_u = \lim_{s \rightarrow 0} P^{-1}(s). \quad (5.25)$$

Note-se que essa normalização das variáveis de entradas não altera o erro de modelagem multiplicativo, como mostrado pela equação

$$\begin{aligned} \varepsilon_M(s) &= [P_R(s)S_u - P(s)S_u][P(s)S_u]^{-1} \\ &= [P_R(s) - P(s)]P^{-1}(s). \end{aligned} \quad (5.26)$$

Assim, tanto a condição de desempenho como a de estabilidade robustas não são afetadas.

A figura 5.4 mostra os gráficos da resposta em frequência dos valores singulares das matrizes relevantes ao projeto. A matriz $W_1(s)$ é a penalização usada no procedimento "mixed-sensitivity "

³ Obviamente, S_u faz parte do compensador.

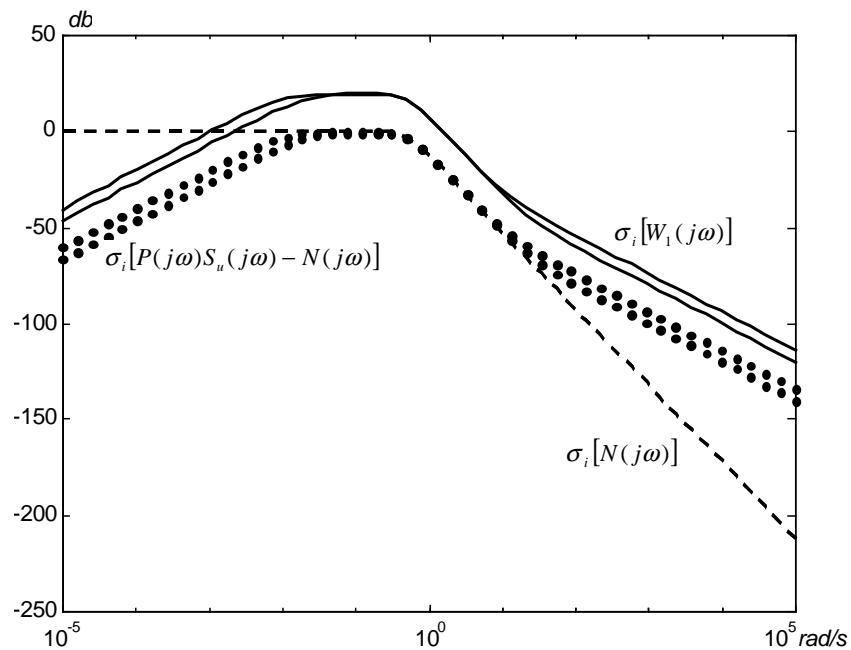


Fig 5.4 – Resposta em frequência do "Model Following".

Note-se que $\sigma_i[W_1(j\omega)]$ está $20dB$ acima de $\sigma_i[P(j\omega)S_u(j\omega) - N(j\omega)]$.

Usando-se as mesmas especificações temporais, realizou-se um projeto 2-D baseado na condição 4.15 (veja capítulo anterior para maior detalhes). Mesmo sabendo-se que a planta $P(s)$ não aparece no lado direito da equação 4.15, tentou-se de qualquer forma normalizar as entradas da planta para melhorar o projeto 2-D. Como esperado isto não foi útil e os resultados foram praticamente os mesmos. A figura 5.5 mostra as curvas relevantes da resposta em frequência.

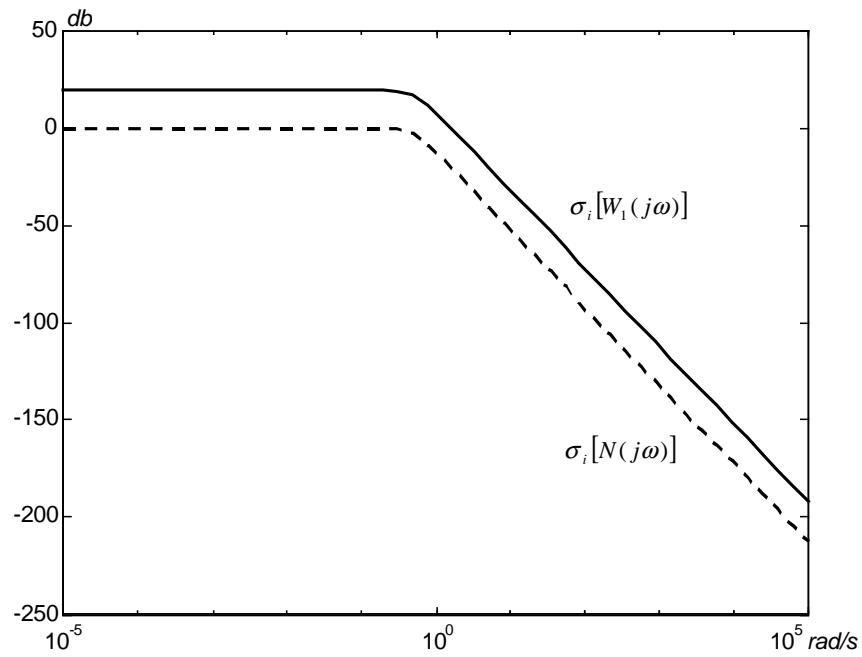


Fig 5.5 – Resposta em frequência do controle 2-D.

Note-se que $\sigma_i[W_1(j\omega)]$ está $20dB$ acima de $\sigma_i[N(j\omega)]$.

A figura 5.6 mostra os ganhos de malha associados ao projeto "model following" e ao projeto 2-D. Em ambos os casos as entradas da planta foram normalizadas segundo a equação 5.25 .

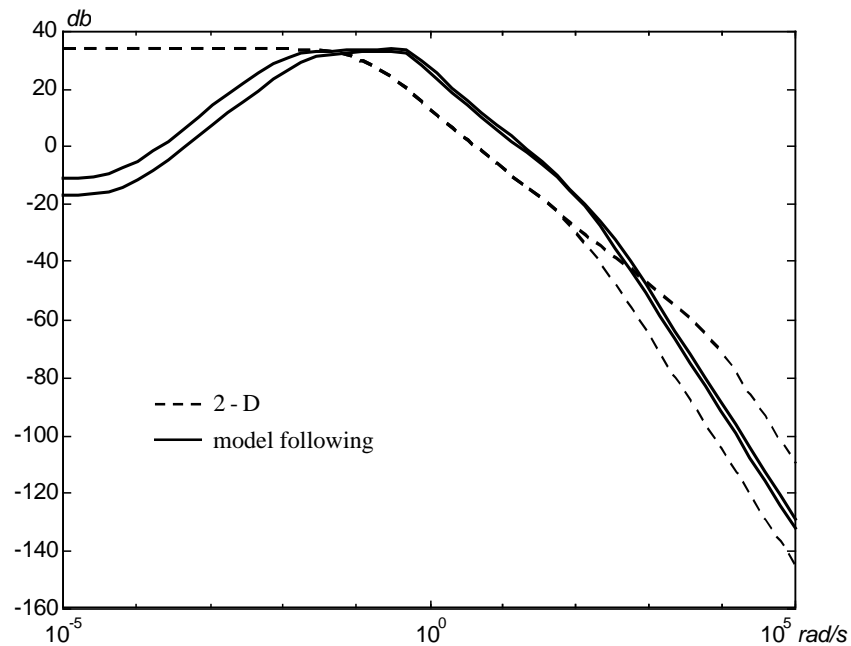


Fig 5.6 – Ganhos de malha do "Model Following" versus controle 2-D.

Nota-se que, como proposto, nas baixas frequências os ganhos de malha do "model following" são muito menores do que aqueles do projeto 2-D. Além disso, embora ambos os controladores possuam dinâmicas dominantes semelhantes, o controlador 2-D resultante exibe pólos de alta frequência que podem causar dificuldades numéricas com sua síntese.

Com o objetivo de completar a ilustração, mostra-se a seguir a resposta temporal do sistema em malha fechada e o esforço de controle associado.

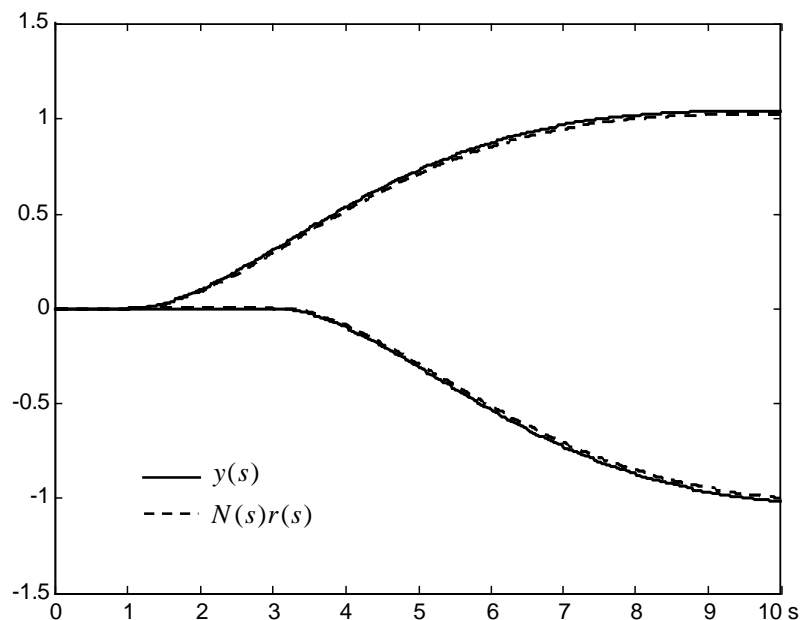


Fig 5.7 – Resposta temporal de malha fechada.

Aplicaram-se duas entradas tipo degrau unitário nos instantes 1s e 3s com a amplitude positiva e negativa, respectivamente. Os resultados da simulação são mostrados na figura 5.7. Como pode ser visto, as saídas do processo acompanham de perto as do modelo de referência. O comportamento das variáveis de controle está mostrado nos gráficos da figura 5.8.

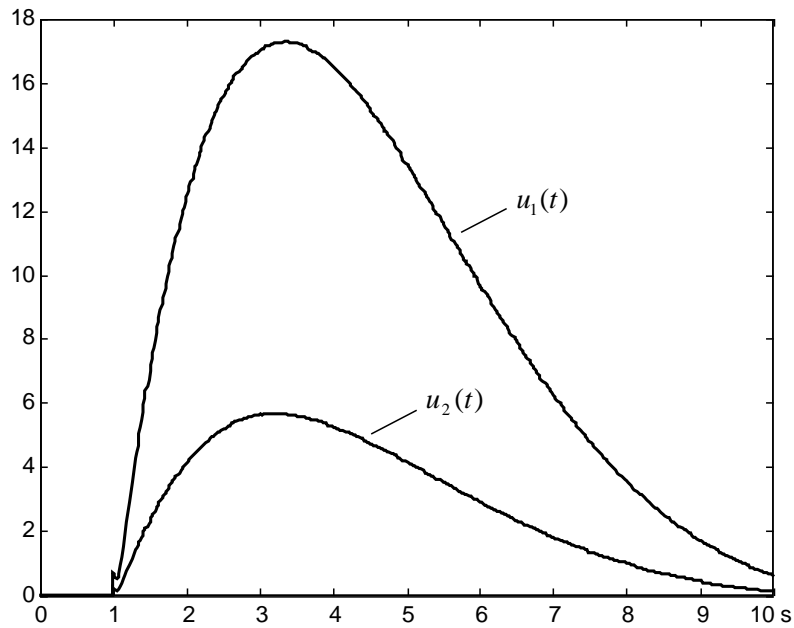


Fig 5.8 – Variáveis de controle em função do tempo.

5.9. "Model tracking" com especificações temporais da rejeição de distúrbios

Em várias aplicações práticas, o distúrbio $f(s)$ (figura 5.9) pode ser medido. Para esses casos, a estrutura de controle do problema "model tracking" pode ser adaptada para fazer com que a rejeição do distúrbio acompanhe um modelo de referência com uma precisão pré determinada. Desta forma é possível, por exemplo, fazer com que o efeito de uma perturbação em degrau seja atenuado com um tempo de acomodação pré-estabelecido.

Seja inicialmente o diagrama de controle com dois graus de liberdade com uma pré-compensação, conforme ilustra a figura 5.9,

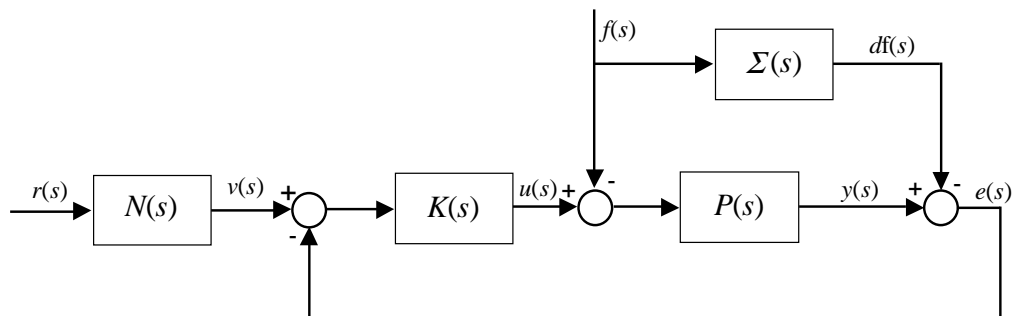


Fig 5.9 – Controle 2-D com pré-compensação .

A função $N(s)$ é definida com base no comportamento desejado da resposta ao sinal de referência, enquanto que a função $\Sigma(s)$ representa a dinâmica de como o distúrbio deve ser rejeitado.

O diagrama em blocos da figura 5.9 pode ser redesenhado como na figura 5.10, de forma a refletir a estrutura usada no problema "model tracking".

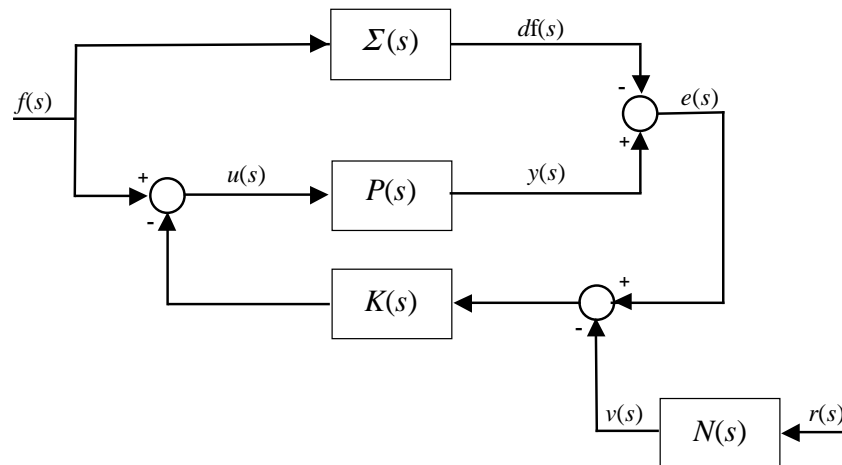


Fig 5.10 – Estrutura "Model tracking" com pré-compensação .

Fica fácil, portanto, notar que o compensador $K(s)$ poderá ser escolhido de maneira que o comportamento da saída $y(s)$ devido ao distúrbio $f(s)$ acompanhe o modelo de referência $\Sigma(s)$, ou seja, que a rejeição do distúrbio siga arbitrariamente perto seu modelo de referência.

Em relação à estrutura do problema de "model tracking", $f(s)$ representa a referência, enquanto que $v(s)$, o distúrbio. Assim, rejeitando-se $v(s)$ com uma precisão arbitrária, faz-se com que $y(s)$ acompanhe a saída do modelo de referência $N(s)$. Note-se portanto que a estrutura de "model tracking" permite resolver o problema de pré-compensação, simultaneamente com os problemas de acompanhamento de um modelo de referência e de rejeição de distúrbios e erros de medida.

Para os casos em que o distúrbio não pode ser medido, uma opção seria observá-lo. Como foi visto no capítulo 3, o observador PI é uma das soluções mais viáveis para esses fins (figura 5.11). Contudo, como será visto em seguida, esses observadores são

restritos no sentido de que não conferem, para este propósito, uma observação robusta, embora possam ser aplicados ao caso nominal.

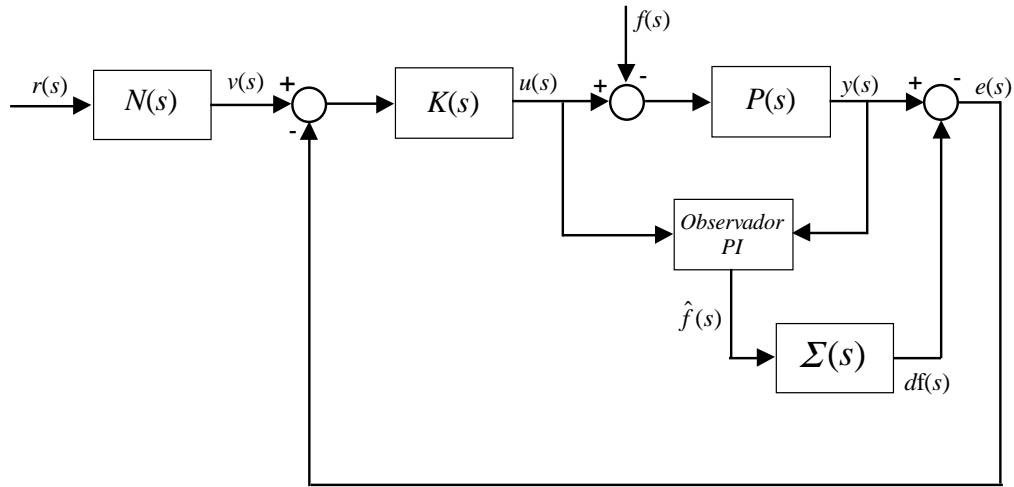


Fig 5.11 – Pré-compensação com observador de distúrbios.

Considere apenas a planta e o observador de distúrbios, detalhados no diagrama da figura 5.12, onde $\mu(s)$ representa a parcela das dinâmicas incertas do modelo nominal da planta $F(s)$ na forma de um sinal refletido às entradas, $\hat{f}(s)$ representa a estimativa do distúrbio $f(s)$, com $N(s) = C\Phi(s)B$ e com $K_1(s) = \frac{L_2}{s}$, onde $\Phi(s) = (sI - A)^{-1}$.

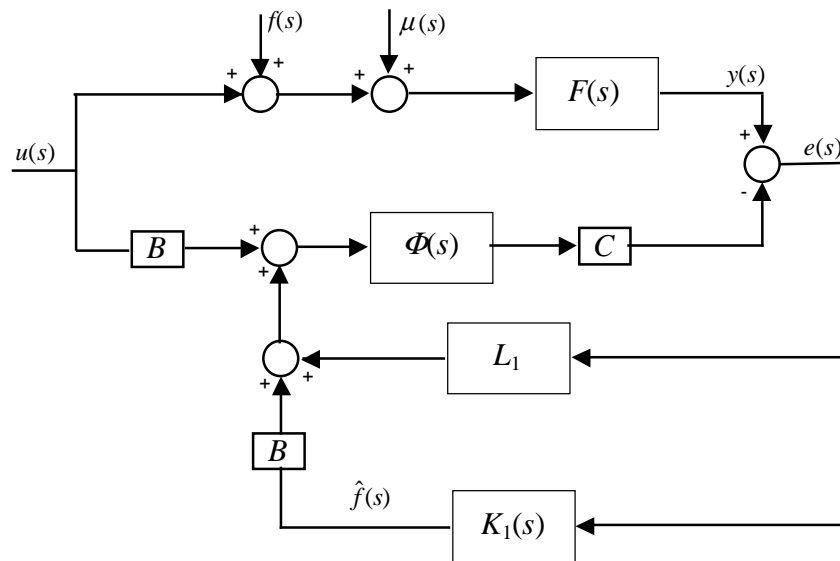


Fig 5.12 – Observador de distúrbios PI.

Da figura 5.12 é imediato que

$$\hat{f}(s) = K_1(s)(I + C\Phi(s)L_1 + C\Phi(s)BK_1)^{-1}\{F(s)[f(s) + \mu(s)] + [F(s) - N(s)]u(s)\}. \quad (5.27)$$

Note-se portanto que $\hat{f}(s)$ resulta de uma filtragem sobre a soma do distúrbio com o sinal que representa as dinâmicas não modeladas. Assim, o único caso em que é possível estimar precisamente o distúrbio $f(s)$ é aquele em que o erro de modelagem $\mu(s)$ é pequeno na região de frequências em que o distúrbio precisa ser rejeitado⁴.

5.9.1. Exemplo Numérico

Considera-se a seguir novamente o tanque de misturas da referência (KWAKERNAAK, 1970) para ilustrar o projeto de uma pré-compensação. Seu modelo nominal linearizado é dado pela equação 4.42.

Como o enfoque é a rejeição de distúrbios, omitem-se aqui as demais especificações de projeto. Além disso, como as incertezas no modelo tornam as condições de desempenho apenas mais restritivas, elas também foram omitidas nesta ilustração, e devem ser consideradas já embutidas nas condições de projeto.

Como especificação temporal do sistema de controle, deseja-se que o distúrbio em cada canal de controle tenha sua influência na saída atenuada como se filtrado por um sistema de segunda ordem do tipo

$$\Sigma_{ii}(s) = \frac{0.25s}{s^2 + 0.7s + 0.25},$$

(veja figura 5.14) com uma tolerância de 10% na faixa de frequências que vai até uma década além da frequência natural não amortecida do modelo de referência.

Das especificações temporais, tem-se que

⁴ Esta observação aparentemente é válida para qualquer tipo de observador de distúrbio.

$$\Sigma(s) = \begin{bmatrix} \Sigma_{11}(s) & 0 \\ 0 & \Sigma_{22}(s) \end{bmatrix}. \quad (5.28)$$

A técnica "mixed-sensitivity" do controle H_∞ foi utilizada na obtenção de $K(s)$ (GREEN, 1995; SKOGESTAD, 1996; ZHOU, 1998) e as entradas da planta foram normalizadas com a matriz da equação 5.25.

Para simplificar a ilustração, considera-se aqui que as incertezas do modelo já foram levadas em consideração na definição da matriz de penalização

$$W_1(s) = 10 \cdot [P(s) - \Sigma(s)]. \quad (5.29)$$

A figura 5.13 mostra os gráficos da resposta em frequência dos valores singulares das matrizes relevantes ao projeto. A matriz $W_1(s)$ é a penalização usada no procedimento "mixed-sensitivity "

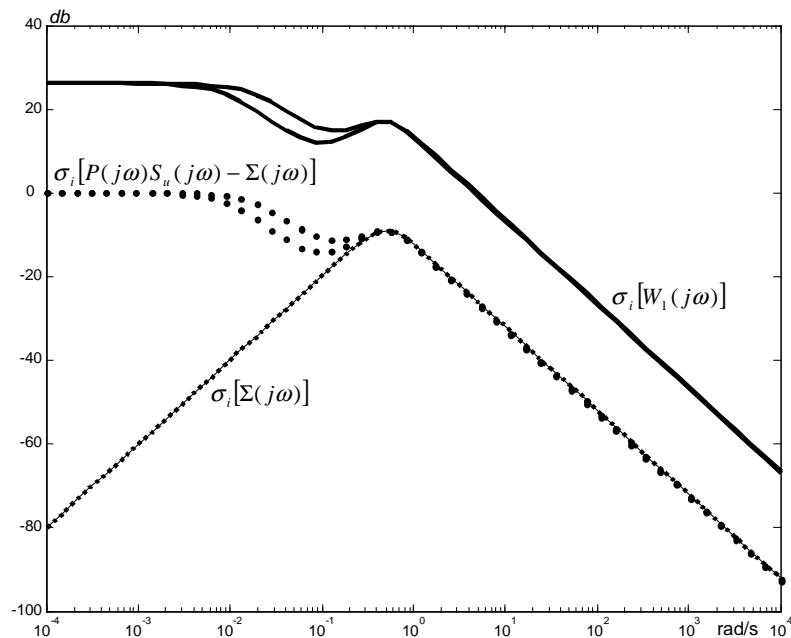


Fig 5.13 – Resposta em frequência da pré-compensação.

Com o objetivo de completar a ilustração, mostra-se a seguir a resposta temporal do sistema em malha fechada e o esforço de controle associado.

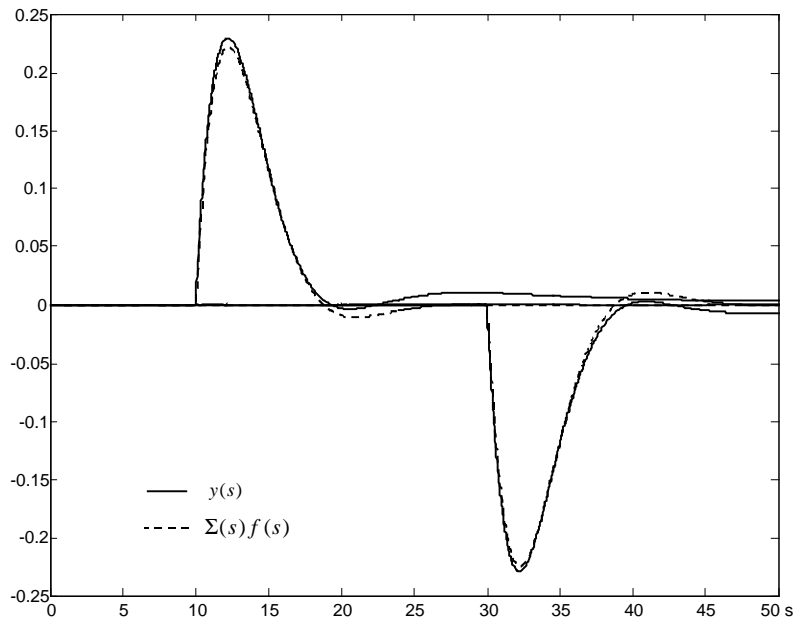


Fig 5.14 – Resposta temporal de malha fechada.

Aplicaram-se dois distúrbios tipo degrau unitário nos instantes 10s e 30s com a amplitude positiva e negativa, respectivamente. Os resultados da simulação são mostrados na figura 5.14. Como pode ser visto, as saídas do processo atenuam o distúrbio, seguindo de perto o modelo de referência. O comportamento das variáveis de controle está mostrado nos gráficos da figura 5.15.

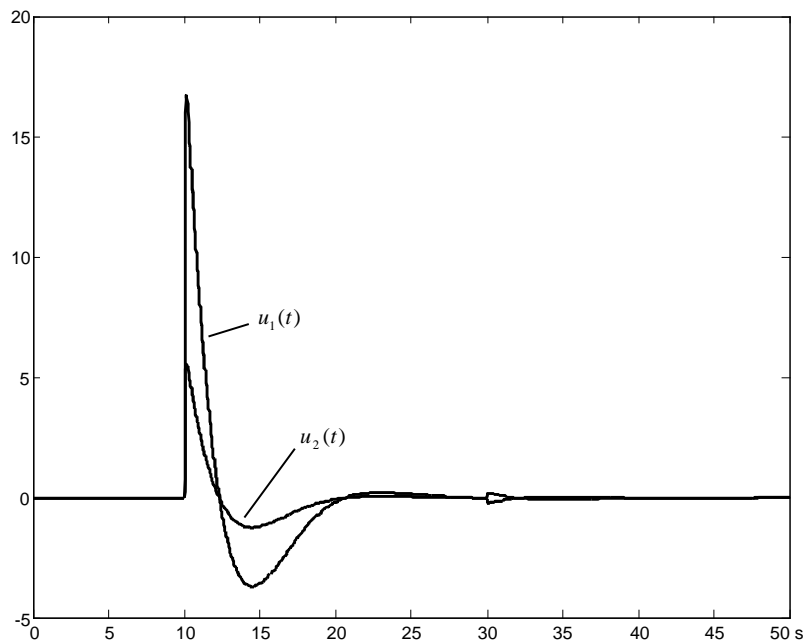


Fig 5.15 – Variáveis de controle em função do tempo.

5.10. Comentários

Este capítulo discutiu o projeto de sistemas de controle robustos relativos ao problema de "model tracking". Observou-se que o procedimento proposto pode reduzir os possíveis conservadorismos dos projetos 2-D.

Mostrou-se que as condições de "model following" dependem diretamente da distância entre o modelo de referência e o modelo nominal da planta – quanto maior for a distância entre os modelos, mais restritiva será a condição de projeto.

Mostrou-se também que o incremento relativo no esforço de controle para garantir o "model following" é aproximadamente o mesmo que a distância relativa entre o modelo da planta e o modelo de referência. Portanto, como esperado, a amplitude do sinal de controle aumenta com o aumento da distância entre os modelos.

Como o modelo de referência $N(s)$ é uma parte explícita do compensador, pequenas alterações podem ser geralmente feitas pós-projeto. Esta possibilidade pode ser útil em aplicações práticas, nas quais ajustes finos são necessários durante o comissionamento do sistema.

Utilizou-se a formulação "mixed-sensitivity" da teoria de controle H_∞ nos exemplos numéricos com o intuito de ilustrar a aplicação da metodologia. Entretanto, uma vez que as condições de projeto estão expressas também em termos de restrições sobre o diagrama de Bode do sistema de malha aberta, qualquer técnica baseada na resposta em frequência poderia ser igualmente utilizada.

Por fim, foi visto que a estrutura usada no problema de "model tracking" pode também incorporar o problema de especificações temporais da rejeição de distúrbios, se estes puderem ser medidos. Para os casos em que o distúrbio não é acessível, mostrou-se que o observador de distúrbios PI pode não conferir uma estimação robusta do distúrbio.

6. CONCLUSÕES

Este trabalho discutiu o projeto de compensadores multivariáveis com especificações no domínio do tempo. A idéia de se incluir as especificações temporais por meio de um problema de "model matching" serviu de base para todo o trabalho.

Na primeira parte fez-se a análise dos compensadores por observadores de estados, buscando evidenciar as propriedades que viabilizariam seu projeto a partir dos dados temporais da resposta desejada. Contudo, mostrou-se que sua estrutura é equivalente a dos sistemas de controle por realimentação estática da saída, cujo projeto ainda está em aberto na bibliografia.

A segunda parte abordou o problema dos controladores com dois graus de liberdade, obtendo-se condições de projeto que consideram explicitamente o modelo de referência, podendo reduzir os possíveis conservadorismos dos projetos usuais. Ainda nesta linha, formulou-se o problema denominado de "model tracking", podendo ser capaz de reduzir ainda mais esses aspectos de conservadorismo.

Conclui-se então esta tese enumerando-se as contribuições feitas e delineando algumas perspectivas de extensão em pesquisa futura.

6.1. Contribuições.

- Proposição de uso da compensação por observadores de estados para inclusão de especificações no domínio do tempo no projeto de controladores multivariáveis.
- Redução do problema de compensação por observadores de estados a um problema de "model matching".
- Proposição da equivalência entre a estrutura de "model matching" e a do controle com dois graus de liberdade (seção 2.2).
- Caracterização da falta de robustez do problema de "model matching" por meio de realimentação direta de estados (seção 3.1.1) e sua equivalente representação de

estados aumentados (equação 3.13). Ilustrou-se com um exemplo as restrições estruturais necessárias do modelo da planta para que haja "matching" e a dependência direta da lei de controle com respeito ao modelo nominal da planta.

- Extensão do problema de "model matching" por meio de realimentação direta de estados aumentados para interpretação do problema de controle pelo Filtro de Kalman e sua conseqüente robustez pela independência estrutural (seção 3.1.3).
- Redução do problema de estimação das acelerações não modeladas à classe de problemas dos observadores de distúrbios com estrutura PI (seção 3.1.3).
- Proposição do uso de modelos de referência como forma de dispensar o uso da segunda realimentação dos compensadores pelo Filtro de Kalman por causa da robustez implícita (seção 3.1.4).
- Obtenção das condições de estabilidade e desempenho dos compensadores por observadores de estados nos casos em que o modelo de referência é igual ao modelo nominal da planta (seção 3.2.1) e no caso geral (seção 3.2.3). Mostrou-se que nos casos de modelos idênticos, vale o princípio da separação.
- Interpretação frequencial das condições de desempenho por meio dos valores singulares das funções (equações 3.36 e 3.37) e ilustração da inviabilidade da obtenção de um grau arbitrário de "matching" no exemplo do robô usado no problema de compensação pelo Filtro de Kalman (figura 3.12).
- Obtenção da expressão do esforço de controle dos compensadores por observadores de estados (equação 3.38) e a interpretação do incremento relativo deste esforço em função da distância do modelo de referência e do modelo da planta (equação 3.39).
- Caracterização da propriedade de recuperação da matriz de transferência de malha no esquema de controle pelo Filtro de Kalman aplicado a um robô pela sua interpretação como uma realimentação de estados e um observador de estados com estrutura PI (seção 3.4).

- Obtenção das propriedades dos observadores com estrutura P, I e PI à luz da equivalência com o controle 2-D (seções 3.4.1 a 3.4.4). Mostrou-se que somente a estrutura integral exhibe condições equivalentes a um problema de "model matching", que a estrutura proporcional nunca leva a ele e que a estrutura PI pode levar ao "matching" aproximado, porém sendo capaz de estabilizar uma classe maior de plantas quando comparado com a estrutura integral.
- Redução do problema de projeto dos compensadores por observadores a um problema de realimentação estática da saída (seção 3.5). Esta equivalência deixou clara a limitação da estrutura, uma vez que esta classe de problemas ainda é considerada em aberto na bibliografia. A alocação de pólos, que parece ser a aplicação do problema de realimentação estática da saída mais apropriada ao problema de "model matching", sustenta essa conclusão, pois ainda vem sendo estudada mas, igualmente está em aberto, pois envolve a solução de um grande conjunto de equações não lineares.
- Obtenção de condições de projeto que garantem o rastreamento do pré-filtro da estrutura de controle 2-D com uma precisão arbitrária, reduzindo os possíveis conservadorismo das técnicas usuais de projeto. As condições foram formuladas como restrições no diagrama de resposta em frequência da malha aberta (equações 4.9, 4.19 e 4.24) e das funções sensibilidade e sensibilidade complementar (equações 4.14, 4.20 e 4.26) de tal forma que técnicas padrões de projeto multivariável como LQG/LTR e H_∞ possam ser diretamente utilizadas na obtenção do compensador.
- Alteração das condições de projeto que garantem o rastreamento do pré-filtro da estrutura de controle 2-D de forma a lidar explicitamente com erros de modelagem (equações 4.32 a 4.36 e 4.40).
- Obtenção da expressão do incremento relativo do esforço de controle dos controladores 2-D (equação 4.27) e sua interpretação em função da distância do modelo de referência e do modelo da planta (equação 4.28).

- Caracterização do problema de "model tracking" como alternativa para reduzir ainda mais os possíveis conservadorismos de projeto do controle 2-D (seção 5.1).
- Obtenção de condições de projeto que garantem a rejeição do erro de rastreamento de uma modelo de referência com uma precisão arbitrária, As condições foram formuladas como restrições no diagrama de resposta em frequência da malha aberta (equações 5.5, 5.8 e 5.12) e das funções sensibilidade e sensibilidade complementar (equações 5.4, 5.7 e 5.10) de tal forma que técnicas padrões de projeto multivariável como LQG/LTR e H_∞ possam ser diretamente utilizadas na obtenção do compensador.
- Alteração das condições de projeto que garantem a rejeição do erro de rastreamento de um modelo de referência de forma a lidar explicitamente com erros de modelagem (equações 5.16 a 5.21).
- Obtenção da expressão do incremento relativo esforço de controle do problema de "model following" (equação 5.13) e sua interpretação em função da distância entre o modelo de referência e o modelo da planta (equação 5.14).
- Proposição de realização do projeto 2-D pela estrutura de "model tracking" (seção 5.5).
- Proposição de redução do ganho de malha aberta no projeto "model following" pela normalização das variáveis de entrada da planta (equação 5.24).
- Caracterização da invariância do erro de modelagem multiplicativo em face da normalização das variáveis de entrada da planta (equação 5.26).
- Adaptação da estrutura de controle usada no problema de "model tracking" para o problema de pré-compensação, fazendo com que a rejeição do distúrbio acompanhe um modelo de referência com uma precisão arbitrária, sempre que a perturbação puder ser medida (seção 5.9).

- Caracterização da inviabilidade de uso dos observadores PI na estimação robusta de distúrbio da estrutura de "model tracking" (equação 5.27).
- Elaboração de exemplos numéricos para ilustrar os procedimentos de projeto.

6.2. Perspectivas de extensão .

- Determinação da classe de modelos de referência que são convenientes para o projeto dos compensadores pelo Filtro de Kalman.
- Determinação das propriedades estruturais e da classe de plantas que as possui de forma a permitir o "matching" com os compensadores por observadores de estados.
- Incorporação de aspectos de robustez no projeto dos compensadores por observadores de estados.
- Incorporação de aspectos de robustez no observador de distúrbios de forma a permitir uma pré-compensação robusta com a estrutura de "model tracking", sem a necessidade de medição direta do distúrbio.
- Extensão das metodologias de projeto aos sistemas de tempo discreto.
- Realização de aplicações físicas reais das metodologias propostas.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALEXANDRIDIS, A. T.; PARASKEVOPOULOS, P. N. A New Approach to Eigenstructure Assignment by Output Feedback. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-41, No. 7, p.1046-1050, 1996. (ALEXANDRIDIS, 1996)
- ATHANS, M. A Tutorial On The LQG/LTR Method. Proc. American Control Conference, Seattle, WA, 1986. (ATHANS, 1986)
- BEALE, S.; SHAFAI, B. Robust Control System Design with a Proportional Integral Observer. International Journal of Control. Vol. 50, No. 1, p.97-111, 1989. (BEALE, 1989)
- BENTON, R. E.; SMITH, D. Static Output Feedback Stabilization with Prescribed Degree of Stability. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-43, No. 10, p.1493-1496, 1998. (BENTON, 1998)
- BERGERMAN, M. Controle Robusto de Posição de Manipuladores Mecânicos. São Paulo, 1992. 175p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. (BERGERMAN, 1992)
- BURL, J. B. Linear Optimal Control: H_2 and H_∞ Methods. Addison Wesley, 1999. (BURL, 1999)
- CAO, Yong-Yan, LAM J.; SUN, You-Xiam. Static Output Feedback Stabilization: An ILMI Approach. Automatica, Vol.34, No. 12, p.1641-1645, 1998. (CAO, 1997)
- CAROTENUTO, L.; FRANZÉ, G.; MURACA, P. New Computational Procedure to The Pole Placement Problem by Static Output Feedback. IEE Proc. Control Theory Appl., Vol. 148, No.6, p.466-471, 2001. (CAROTENUTO, 2001)

- CEN, B. S.; LIN, C. L. Robust Controllers for Multivariable Model-Matching Systems. International Journal of Control, Vol. 50, No. 5, p.1717-1730, 1989. (CHEN, 1989)
- CHIANG, R. Y.; SAFONOV, M. G. Robust Control Toolbox for use with Matlab. The MathWorks, Inc. 1992. (CHIANG, 1992)
- CRAIG, J. J. Introduction to Robotics: Mechanics and Control. 2ed. Reading, Addison-Weley, 1989. (CRAIG, 1989)
- CRISTEN, U. *et al.* Design of H_2 and H_∞ Controllers with Two Degrees of Freedom, In: The American Control Conference, Baltimore, Mariland, June 1994. Proceedings, p.2391-2395. (CRISTEN, 1994)
- CRUZ, J. J. Controle Robusto Multivariável. Edusp, 1996. (CRUZ, 1996)
- CRUZ, J. J. Pilotagem Automática de Embarcações com Emprego de Controle Estocástico. São Paulo, 1981. 175p. Tese (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. (CRUZ, 1981)
- DOYLE, J. C.; STEIN, G. Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical/Modern Synthesis. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-26, p.4-16, 1981. (DOYLE, 1981a)
- DOYLE, J. C. Multivariable Design Techniques Based on Singular Value Generalizations of Classical Control. AGARD Lecture Series. No.117, France, v+168, p.3/1-15, 1981. (DOYLE, 1981b)
- DOYLE, J. C.; STEIN, G. Robustness with Observers. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-24, No. 4, p.607-611, Aug 1979. (DOYLE, 1979)
- DOYLE, J. C.; STEIN, G. Guaranteed Margins for LQG Regulators. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-23, No. 4, p.756-757, Aug 1978. (DOYLE, 1978)

- FERREIRA, P. M. G. The Exact Model Matching Revisited. SBA Controle & Automação. Vol. 10, No. 3, p.125-130, 1999. (FERREIRA, 1999)
- FRANCIS, B. A. Lecture Notes in Control and Information Science. New York, Springer-Verlag, 1987. (FRANCIS, 1987)
- GEROMEL, J. C.; DE SOUZA, C. C.; SKELTON, R. Static Output Feedback Controllers: Stability and Convexity. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-43, No. 1, p.120-125, 1998. (GEROMEL, 1998)
- GHAOUI, L. E.; OUSTRY, F; AITRAMI, M. A Cone Complementarity Linearization Algorithm for Static Output-Feedback and Related Problems. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-42, No. 8, p.1171-1176, 1997. (GHAOUI, 1997)
- GREEN, M.; LIMEBEER, D. J. N. Linear Robust Control, Prentice Hall, New Jersey, 1995. (GREEN, 1995)
- HELTON, J. W.; MERINO, O. Classical Control Using H_∞ Methods, SIAM, Philadelphia, 1998. (HELTON, 1998)
- HENRIQUES, R. V. B. Controle de Posição de Manipuladores: Compensação Através do Filtro de Kalman, 1996. Tese (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo. (HENRIQUES, 1996)
- HENRIQUES, R. V. B.; CRUZ, J. J. Robust Position Control of Mechanical Manipulators, 6th. IFAC Symposium on Robot Control, Viena, Austria, Vol. I, pp. 73-78, 2000. (HENRIQUES, 2000)
- HUNG, Y. S. H_∞ Optimal Control Part 1: Model Matching. International Journal of Control, Vol. 49, No. 4, p.1291-1330, 1989a. (HUNG, 1989a)

- HUNG, Y. S. H. Optimal Control Part 2: Solution for Controllers. *International Journal of Control*, Vol. 49, No. 4, p.1331-1359, 1989b. (HUNG, 1989b)
- JIANG, Dan-Chi. C.; MOORE, J. B. Least Squares Pole Assignment by Memoryless Output Feedback. *Systems & Control Letters*, Vol. 29, p.31-44, 1996. (JIANG, 1996)
- JONCKHEERE, E. A.; Yu, G. R. Propulsion Control of Crippled Aircraft by H_∞ Model Matching. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 7, No. 2, p.142-159, March 1999. (JONCKHEERE, 1999)
- KALMAN, R. E. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Trans. ASME, Series D, Journal of Basic Engineering*, v.82, p.35-45, 1960. (KALMAN, 1960)
- KIMURA, H. Conjugation, Interpolation and Model-Matching in H_∞ . *International Journal of Control*, Vol. 49, No. 1, p.269-307, 1989. (KIMURA, 1989)
- KUDVA, P.; VISWANADHAM, N.; RAMAKRISHNA, A. Observers for Linear Systems with Unknown Inputs. *IEEE Transactions On Automatic Control*, Vol. AC-25, No. 1, p.113-115, February 1980. (KUDVA, 1980)
- KWAKERNAAK, H. How Robust are H_∞ Optimal Control Systems?, *Proc. XI Brazilian Conference of Automatics, São Paulo*, p.25-36, 1996. (KWAKERNAAK, 1996)
- KWAKERNAAK, H.; SIVAN, R. *Linear Optimal Control Systems*, Wiley-Interscience, 1970. (KWAKERNAAK, 1970)
- LEONARDI, F.; DA CRUZ, J. J. Robust Model Tracking and 2-D Control, *Proc. 10th Conference on Control and Automation, Lisboa*, 2002. (LEONARDI, 2002a)

- LEONARDI, F.; DA CRUZ, J. J. H_∞ Control with Time-Domain Specifications, Proc. The 6th World Multiconference on Systemics, Cybernetics and Informatics, Orlando, 2002. (LEONARDI, 2002b)
- LEONARDI, F.; DA CRUZ, J. J. Controle LQG/LTR Multivariável com Especificações no Domínio do Tempo, Proc. XIV Brazilian Conference of Automatics, Natal, 2002. (LEONARDI, 2002c)
- MACIEJOWSKI, J. M. Multivariable Feedback Design. Addison Wesley, Wokingham, 1989. (MACIEJOWSKI, 1989)
- MEDITCH, J. S.; HOSTETTER, G. H. Observers for Systems with Unknown and Inaccessible Inputs. International Journal of Control, Vol. 19, No. 3, p.473-480, 1974. (MEDITCH, 1974)
- MITA, T. *et al.* H_∞ Control Versus Disturbance-Observer-Based Control. IEEE Transactions On Industrial Electronics, Vol. AC-45, No. 3, p.488-495, 1998. (MITA, 1998)
- MOORE, B. C.; SILVERMAN, L. M. Model Matching by State Feedback and Dynamic Compensation. IEEE Transactions On Automatic Control, Vol. AC-17, No. 4, p.491-497, August 1972. (MOORE, 1972)
- NIEMANN, H. H.; STOUSTRUP, J.; BEALE, B. S. S. LTR Design of Proportional-Integral Observers. International Journal of Robust and Nonlinear Control, Vol. 5, p.671-693, 1995. (NIEMANN, 1995)
- OGATA, KATSUHIKO, Modern Control Engineering, 3rd Edition. New Jersey, Prentice Hall, 1997. (OGATA, 1997)
- PREMPAIN, E.; GERGEON, B. A Multivariable Two-Degree-Of-Freedom Control Methodology. Automatica, Vol. 44, No. 12, p.1601-1606, 1998. (PREMPAIN, 1998)

- RIOS NETO, A. The Estimation of the State and the Unmodeled Atmospheric Drag for near Earth Satellites. Austin, University of Texas, 1973. 169p. (Dissertation presented for degree of Doctor of Philosophy). (RIOS NETO, 1973)
- SAIF, M. Reduced Order Proportional Integral Observer with Application. *Journal of Guidance*, Vol. 16, No. 5, p.985-988, 1992. (SAIF, 1992)
- SKOGESTAD, S.; POSTLETHWAITE, I. *Multivariable Feedback Control: Analysis and Design*. New York, John Wiley, 1996. (SKOGESTAD, 1996)
- SLOTINE, J.J.E.; Li, W. *Applied Nonlinear Control*. New Jersey, Prentice Hall, 1991. (SLOTINE, 1991)
- SÖFFKER, D.; YU, T. J.; MÜLLER, P. C. State Estimation of Dynamical Systems with Nonlinearities by using Proportional-Integral Observer. *International Journal Systems Sci.* Vol. 26, No. 9, p.1571-1582, 1995. (SÖFFKER, 1995)
- SPONG, M. W.; VIDYAGASAR, M. *Robot Dynamics and Control*. New York, John Wiley, 1989. (SPONG, 1989)
- SYRMOS, V. L.; ABDALLAH, C. T.; DORATO, P.; GRIGORIADIS, K. Static Output Feedback – A Survey. *Automatica*, Vol.33, No. 2, p.125-137, 1997. (SYRMOS, 1997)
- TU, J. F.; STEIN, J. L. Model Error Compensation for Observer Design. *International Journal of Control*. Vol. 69, No. 2, p.329-345, 1998. (TU, 1998)
- WANG, S. H.; DADISON, E. J.; DORATO, P. Observing the States of Systems with Unmeasurable Disturbances. *IEEE Transactions On Automatic Control*, Vol. AC-20, p.716-717, October 1975. (WANG, 1975)

WOLOVICH, W. A. The use of State Feedback for Exact Model Matching. SIAM J. Control. Vol. 10, No. 3, p.512-523, August 1972. (WOLOVICH, 1972)

ZHOU, K.; DOYLE, J. C. Essentials of Robust Control. New Jersey, Prentice Hall, 1998. (ZHOU, 1998)