PHILLIP M. S. BURT

Engenheiro Eletricista, Escola Politécnica da USP, 1983

CANCELADOR DE INTERFERÊNCIA INTERSIMBÓLICA MODIFICADO COM APLICAÇÃO EM RÁDIO DIGITAL DE MICROONDAS

Dissertação apresentada à
ESCOLA POLITÉCNICA DA USP para a obtenção do
do título de "Mestre em Engenharia Elétrica "

Orientador :
Prof. Dr. Edson B. Ramos Féris

SÃO PAULO, 1991

FD-1214

Para Tânia

AGRADECIMENTOS

Pela ajuda e sugestões, ao meu orientador,
Prof. Edson B. Ramos Féris, e ao Prof. Normonds Alens.
À minha família e aos meus amigos, pelo incentivo.
Ao pessoal da SAT, pelo apoio.

RESUMO

Este trabalho propõe uma estrutura alternativa para a equalização adaptativa de canal em transmissão digital via rádio de microondas, obtida pela introdução de modificações em um cancelador de interferência intersimbólica. A um estágio de equalização linear convencional são acrescentados estágios de cancelamento da interferência intersimbólica que operam com decisões preliminares dos símbolos transmitidos. O número de estágios de decisões preliminares, no entanto, não é restrito a um, e as decisões preliminares podem assumir níveis intermediários entre os símbolos nominais.

Em uma implementação digital da função de equalização, o cancelador de interferência intersimbólica modificado implica em uma menor complexidade de circuito do que um equalizador linear de desempenho equivalente, ou mesmo inferior. Isto decorre do número reduzido de bits necessários para codificar as decisões preliminares e da menor sensibilidade do estágio linear do cancelador aos erros de quantização.

Para a caracterização do desempenho da estrutura proposta e do equalizador linear foi realizado um programa para computador pessoal. Particularmente, para o cálculo da taxa de erro decorrente da distorção provocada por propagação multi-percurso (assinatura do receptor) foi desenvolvida uma extensão do método da integração numérica da função característica da interferência intersimbólica. A extensão leva em conta dentro de certos limites de validade, o efeito dos erros nas decisões preliminares. O efeito do erro de quantização dos sinais e coeficientes, decorrente da implementação digital, também é levado em conta.

A interação do cancelador modificado com o circuito de sincronização de portadora do demodulador é comparada com a do equalizador linear, se verificando que a estrutura proposta é compatível com os métodos já utilizados para desempenhar esta função.

ABSTRACT

An alternative structure is proposed for adaptive equalization in digital microwave radio. It is obtained by the introduction of modifications in an intersymbol interference canceller. Canceller stages, operating with preliminary decisions of the transmitted symbols are added to a conventional linear equalizer stage. The number of canceller stages, though, is not limited to one, and preliminary decisions are allowed to take intermediate levels between the nominal symbols.

In a digital implementation of the equalization function, the modified intersymbol canceller implies in lower circuit complexity than does a linear equalizer with equivalent, or even lower, performance. This derives from the small number of bits required to codify the preliminary decisions, and from the lower sensitivity of the canceller's linear stage to quantization errors.

In order to characterize the performance of the proposed structure and that of the linear equalizer, a personal computer program was built. Particulary, to calculate the error rate due to multipath induced distortion (the receiver's signature), an extension to the method of integrating the characteristic function of intersymbol interference was developed. The extension takes into account, within certain validity limits, the effect of errors in the preliminary decisions. The effect of signal and coefficient quantization is also taken into account.

The interaction of the modified canceller with the demodulator's carrier recovery circuit is compared with that of a linear equalizer, and it is verified that the proposed structure is compatible with already in use methods of accomplishing that function.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1	INTRODUÇÃO	1-1
A.	Características de Sistemas de Rádio Digital	1-1
B.	Propagação Multi-percurso e Equalização	1-2
C.	Objetivo e Delineamento do Trabalho	1-4
CAPÍTULO 2	FUNDAMENTOS DE RÁDIO DIGITAL	2-1
2.1	Elementos de Transmissão Digital	2-1
	A. Modulação QAM	2-1
	B. Critério de Nyquist	2-4
	C. Efeito de Canal Não-ideal no Sinal QAM	2-9
	D. Sincronização	2-13
2.2	Equalização Adaptativa de Canal	2-18
	A. Estrutura do Equalizador	2-18
	B. Determinação dos Coeficientes : Equalizadores ZF e MMSE	2-19
	C. Resposta Equalizada quando um Termo domina a ISI Inicial	2-21
	D. Algoritmo de Adaptação dos Coeficientes	2-22
	E. Interação com a Sincronização de Portadora	2-23
	F. Implementação Digital do Equalizador	2-25
2.3	Efeito de Propagação Multi-Percurso	2-28
	A. Modelos de Propagação	2-28
	B. Caracterização de Desempenho com Assinaturas	2-32
	C. Comportamento Dinâmico, Histerese do Receptor	2-33

CAPÍTULO 3 CANCELADOR DE ISI MODIFICADO 3-1

3.1 Proposição Original do Cancelador de ISI 3-1

3.2 Aplicação em Rádio Digital 3-3

A. Tentativa de substituir Diversidade de Espaço 3-3

B. Vantagens relativas à Implementação após Modificações na Estrutura Original 3-5

C. Estruturas Específicas consideradas na Caracterização 3-11

D. Aspectos a serem analisados 3-12

CAPÍTULO 4 MÉTODO DE ANÁLISE 4-1

4.1 Cálculo da Resposta Global Equalizada e Amostrada 4-1

4.2 Assinaturas de Equalizadores Lineares 4-5

A. Definição do Problema 4-5

B. Utilização da Função Geradora de Momentos da ISI 4-6

C. Escolha do Passo de Integração 4-12

D. Critérios de Parada da Integração e de Inclusão de Termos 4-13

E. Simulação 4-15

F. Exemplos 4-16

4.3 Assinaturas de Canceladores de ISI Modificados 4-20

A. Extensão da Função Geradora de Momentos da ISI 4-20

B. Validade da Aproximação de Independência Estatística 4-22

4.4 Inclusão dos Erros de Quantização no Cálculo da Probabilidade de Erro 4-26

CAPÍTULO 5 RESULTADOS 5-1

5.1 Assinaturas para TEB = 10^{-3} sem considerar Erros de Quantização 5-2

5.1.1 Ruído Térmico desprezível 5-2

A. Canceladores $C3,m$ (m = 1,2,3) com Parâmetro de Limiar $\lambda = 0$ 5-2

B. Canceladores $C3,m$ (m = 1,2,3) com

Parâmetro de Limiar λ = 0,5 5-4

C. Canceladores *C*5,*m* (*m* = 1,2) com Parâmetro de Limiar λ = 0 5-4

D. Canceladores *C*5,*m* (*m* = 1,2) com Parâmetro de Limiar λ = 0,5 5-4

E. Integração das Assinaturas e Comparação Cálculo/ Simulação 5-8

5.1.2 Ruído Térmico Não-Desprezível (canceladores *C*3,2 e *C*5,2 , λ = 0,5) 5-11

A. 16 QAM com *C/N* = 39 dB 5-11

B. 16 QAM com *C*/N = 29 dB 5-11

C. 64 QAM com *C*/N = 40,8 dB 5-11

D. 64 QAM com *C/N* = 30,8 dB 5-13

E. Integração das Assinaturas levantadas e Comparação Cálculo/Simulação 5-13

5.2 Assinaturas $|\varepsilon|_{max} = 1$ (*C*3,2 ; *C*5,2 ; *ZF*; *ZF*9) 5-14

5.3 Assinaturas TEB = 10^{-3} (16 QAM) com Inclusão dos Erros de Quantização (*C*3,2 ; *C*5,2 ; *ZF*7 ; *ZF*9) 5-16

A. Quantização do sinal de entrada 5-17

B. Quantização dos coeficientes do estágio linear 5-17

C. Quantização dos produtos do estágio linear 5-17

D. Quantização dos coeficientes dos estágios de cancelamento 5-17

E. Quantização dos produtos dos estágios de cancelamento 5-22

F. Quantização global e consequências na implementação 5-22

5.4 Ação dos canceladores com perda de sincronismo de portadora 5-26

A. Cancelador *C*3,2 para 16 e 64 QAM 5-26

B. Cancelador *C*5,2 para 16 e 64 QAM 5-27

CAPÍTULO 6 CONCLUSÕES 6-1

APÊNDICE 1 Variância do Ruído nos Instantes de Decisão A-1

REFERÊNCIAS

RESUMO DA NOTAÇÃO EMPREGADA

Os números à direita se referem à pagina onde a notação aparece pela primeira vez. Nos casos onde há dois termos em uma mesma linha, separados por vírgula, o primeiro se refere ao eixo em fase em modulação QAM e o segundo ao eixo em quadratura.

$a(t)$, $b(t)$	entrada do filtro banda-base de transmissão	2-3
a_n , b_n	valor de $a(t)$, $b(t)$ em $t=nT$	2-4
$a'(t)$, $b'(t)$	entrada do equalizador em banda-base	2-19
a'_k , b'_k	$a'(t)$, $b'(t)$ amostrado em $t=kT + t_a$	2-19
$\tilde{a}(t)$, $\tilde{b}(t)$	sinal a ser apresentado ao bloco de decisão após amostragem	2-3
$\tilde{a}_k$, $\tilde{b}_k$	$\tilde{a}(t)$, $\tilde{b}(t)$ amostrado em $t=kT + t_a$	2-11
$\hat{a}_k$, $\hat{b}_k$	decisão sobre a_k , b_k	2-3
A	atenuação plana no modelo de três raios simplificado	2-32
B	pico da atenuação seletiva no modelo de três raios simplificado	2-33
$c_{I,n}$, $c_{Q,n}$	n-ésimo coeficiente do equalizador	2-19
c_j	j-ésimo coeficiente complexo do equalizador : $c_j \triangleq c_{I,j} + jc_{Q,j}$	2-19
d_n	símbolo complexo transmitido : $d_n \triangleq a_n + jb_n$	2-4
d'_k	sinal complexo na entrada do equalizador : $d'_k \triangleq a'_k + jb'_k$	3-11
$\tilde{d}_k$	sinal complexo apresentado à decisão : $\tilde{d}_k \triangleq \tilde{a}_k + j\tilde{b}_k$	2-5
F	amplificação de ruído do equalizador	3-3

f_c	frequência da portadora	2-3
g_n	amostras em $t = nT + t_a$ da resposta impulsiva global (complexa) não equalizada : $g_n \triangleq u_n + jv_n$	2-19
$h_T(t)$	resposta impulsiva do filtro banda-base de transmissão	2-2
$h_R(t)$	resposta impulsiva do filtro banda-base de recepção	2-3
h_n	amostras em $t = nT + t_a$ da resposta impulsiva global (complexa) equalizada : $h_n \triangleq \mu_n + j\nu_n$	2-18
$H_c(f)$	função de transferência do canal de transmissão	2-10
$H_I(f)$, $H_Q(f)$	função de transferência equivalente de banda-base do canal de transmissão	2-11
$h(s)$	função geradora de momentos de y : $h(s) \triangleq E(e^{-sy})$	4-7
$h_n(s)$	função geradora de momentos do ruído gaussiano	4-9
L	número de níveis em cada quadratura em L^2-QAM	2-1
P_e	probabilidade de erro na deteção dos símbolos	2-12
P_a , P_b	probabilidade de erro na deteção do componente dos símbolos	2-12
r_m	termo de m-ésimo maior valor absoluto dentre μ_n e ν_n	4-7
S_c	conjunto das amostras da resposta equalizada incluídas nos estágios de cancelamento	4-21
s_0	parte real do caminho de integração numérica	4-9
t_a	deslocamento dos instantes de amostragem	2-11
T	período dos símbolos	2-2
u_n , v_n	componente da resposta impulsiva global não-equalizada	2-11
y_k e y	soma de ISI com ruído	4-5
w	parte imaginária de s : $s = \rho + jw$	4-10
$\alpha_k^{(1)}$, $\beta_k^{(1)}$	erro no componente do símbolo na i-ésima decisão preliminar	4-21
$\gamma(s)$	função geradora de momentos da ISI	4-8
Δf	deslocamento do pico de atenuação em relação à frequência central do canal	2-32

Δw	passo de integração	4-10
$\lvert\varepsilon\rvert_{max}$	ISI de pico	2-20
η_k	ruído térmico após equalizador, eixo em fase	4-5
ϑ_k	ruído térmico após equalizador, eixo em quadratura	4-23
λ	parâmetro de limiar	3-8
μ_n , ν_n	componente da resposta equalizada	2-18
ρ	parte real de $s = \rho + jw$	4-11
σ_o^2	variância do ruído térmico	4-5
σ^2	soma das variâncias do ruído térmico e de termos de ISI	4-9
τ	retardo do segundo raio	2-30
$\phi(s)$	função auxiliar para determinação de s_o	4-10
ψ	diferença de fase entre portadoras de transmissão e recepção	2-4
$\sum_{n=-\infty}^{\infty}{}'$	somatória que exclui termo correspondente a n=0	2-5
C/N	relação sinal-ruído	5-10

1

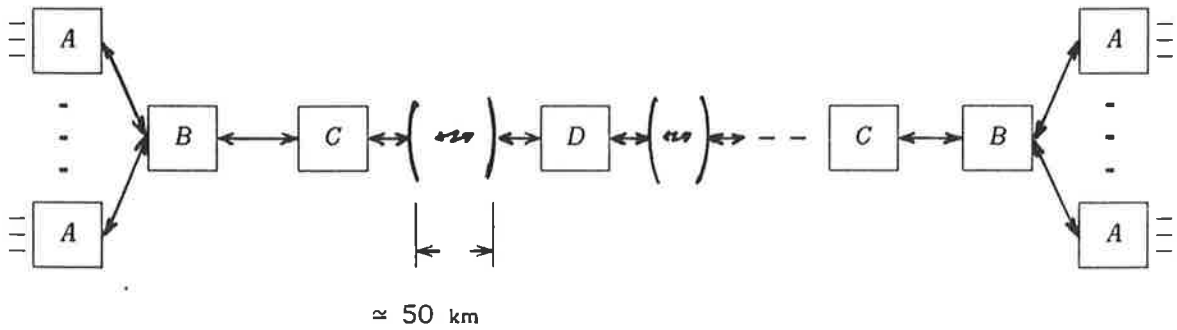
INTRODUÇÃO

Os sistemas de rádio digital de microondas começaram, a partir da década de 70, a substituir os sistemas analógicos na composição dos sistemas nacionais de telecomunicações. Sua introdução foi impulsionada pelo barateamento da solução digital para os demais componentes do sistema (centrais telefônicas e multiplexadores) e pela exigência de maior qualidade de transmissão para comunicação de dados [1],[2]. No Brasil a introdução dos sistemas de rádio digital se deu em 1983, devendo representar em 1991 16.5% do total instalado [3]. Sistemas de transmissão por rádio digital, mesmo sofrendo a concorrência de sistemas de fibra óptica, continuarão a ser uma tecnologia necessária, sobretudo em países de grande extensão territorial [2],[3],[4].

A. Características de sistemas de rádio digital

Na figura 1.1 se ilustra o papel de um sistema de rádio digital de alta capacidade na interconexão de dois grandes centros urbanos. O equipamento de rádio faz interface com algum dos níveis da hierarquia de multiplexação. No caso da padronização CCITT [5], adotada no Brasil, as taxas de transmissão podem ser 2, 8, 34 e 140 (4 x 34 no Brasil) Mbit/s, correspondendo respectivamente a 30, 120,480 e 1920 canais telefônicos ou canais de 64 kbit/s.

A frequência de transmissão segue também uma canalização padronizada. De 4 GHz a 8 GHz, por exemplo, existem planos de frequência, definidos pelo CCIR [6], com espaçamentos de 20, 30 e 40 MHz entre canais de RF. No Brasil, especificamente, foi destinada para a introdução de sistemas de rádio digital de alta capacidade (4 x 34 Mbit/s), a faixa de 4,5 a 5 GHz, com espaçamento entre canais de 40 MHz. Sistemas analógicos de alta capacidade (1800 canais telefônicos) operam nas faixas de 4, 6 e 8 GHz e serão substituídos futuramente por sistemas digitais.



A : Acesso de usuários e Comutação

B : Multiplexação / Demultiplexação

C : Estações terminais de sistema de rádio digital transmitindo 4 feixes de 34 Mbit/s por canal de RF

D : Estações repetidoras a cada 50 km em média

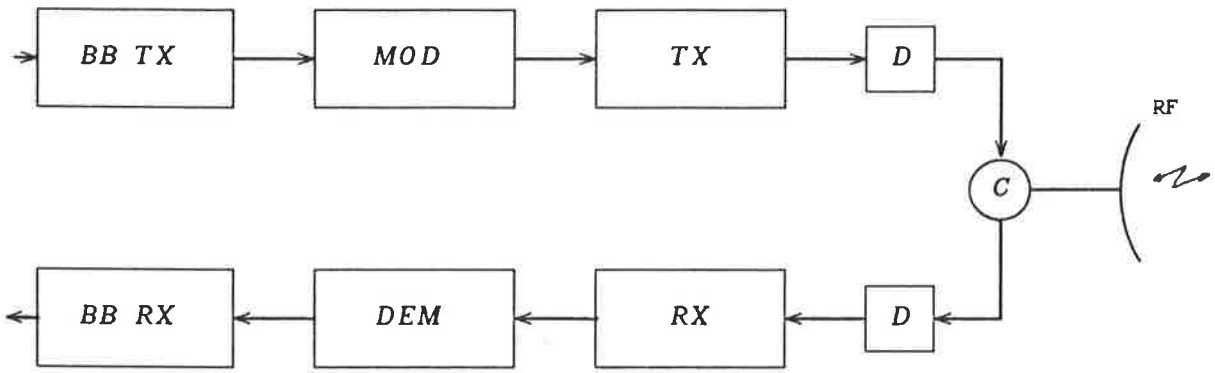
fig. 1.1 : utilização de sistema de rádio digital de alta capacidade na interligação de dois grandes centros urbanos

Os blocos básicos típicos de um transceptor em uma estação terminal são representados na figura 1.2 .

O método específico de modulação utilizado decorre da eficiência espectral (bit/s/Hz) necessária para transmitir a taxa de bits em questão na banda destinada a cada canal. Modulação 16 QAM (16 combinações de fase e amplitude da portadora), por exemplo, é utilizada para transmitir 140 Mbit/s (ou 4x34 Mbit/s) com um espaçamento de 40 MHz entre canais de RF, ao passo que para transmitir a mesma taxa em um plano com separação de 30 MHz entre canais de RF se utiliza modulação 64 QAM .

B. Propagação multipercurso e equalização

O principal obstáculo a ser superado na transmissão via rádio de microondas é a propagação multipercurso [7], onde devido a condições metereológicas particulares, parcelas do sinal transmitido afetadas de retardos diferentes atingem o receptor.



BB TX : processamento digital de transmissão (interface com multiplex, montagem do quadro de transmissão, etc.)

MOD: modulador em frequência intermediária (70 ou 140 MHz)

TX : conversor de subida de RF e amplificador de potência

D : filtros de derivação

C : circulador da antena

RX : conversor de descida de RF, amplificador com CAG, filtro de FI, etc.

DEM: demodulador

BB RX: processamento digital de recepção (desmontagem do quadro, monitoração da taxa de erro, interface com multiplex, etc.)

fig. 1.2 : diagrama de blocos típico de um transceptor de rádio digital em estação terminal

Para o caso de sistemas de rádio analógico, a principal consequência da propagação multipercurso é a possibilidade de redução momentânea da potência do sinal recebido. Neste caso, para atender às especificações de qualidade e disponibilidade da transmissão, é necessário garantir uma margem suficiente entre o nível nominal de recepção e o limiar de ruído do equipamento.

No caso de sistemas de rádio digital de alta capacidade, no entanto, devido à largura de banda do sinal transmitido, o efeito da distorção espectral do sinal devido à propagação multi-percurso é de início preponderante, sendo

necessária uma compensação dinâmica desta distorção de modo a atender às especificações colocadas [24],[25]. O bloco que desempenha esta função é denominado *equalizador adaptativo* [17]. Basicamente, o equalizador consiste de um filtro cujos coeficientes são controlados de maneira a restaurar a planicidade da resposta em frequência do canal e a sua linearidade de fase.

O avanço da tecnologia de componentes tornou possível, ainda que não uma tarefa fácil, a implementação digital do equalizador adaptativo [4],[8]. O sinal demodulado é amostrado e digitalizado, sofrendo todo o tratamento posterior (operações de soma e multiplicação) por meio de circuitos digitais. A utilização em maior parte de circuitos digitais no equalizador resulta em benefícios quanto à sua confiabilidade, repetibilidade, tempo de ajuste na produção,etc.

C. Objetivo e delineamento do trabalho

Uma estrutura alternativa para a função de equalização de canal, denominada *cancelador de interferência inter-simbólica* foi proposta em [9], voltada para a aplicação em transmissão digital na rede telefônica. Nesta estrutura, o equalizador deixa de ser um circuito linear, pois faz uso de decisões preliminares sobre os símbolos transmitidos. Na referência mencionada, devido à dificuldade analítica resultante da introdução da não-linearidade, o efeito de erros nas decisões preliminares não é tratado. Em [10] se argumenta que a degradação trazida por estes erros pode eliminar a vantagem que a estrutura alternativa teria sobre a convencional.

Pretendemos mostrar neste trabalho que modificações na estrutura do cancelador de interferência inter-simbólica, incorporando mais estágios de decisões preliminares e permitindo que estas decisões assumam níveis intermediários, resulta em uma estrutura que oferece vantagens na implementação digital sobre um equalizador linear de desempenho equivalente.

No que diz respeito à análise de desempenho pretendemos mostrar que a adaptação de um método numérico [11] de cálculo de taxa de erro, constitui, dentro de certos limites de validade, uma maneira eficiente de tratar a não-linearidade presente no circuito.

Encerrando esta introdução, relacionamos a seguir o conteúdo dos

capítulos seguintes : no capítulo 2 são expostos os fundamentos teóricos relacionados ao trabalho, e alguns aspectos específicos relevantes; no capítulo 3 é apresentado o cancelador modificado, levantando-se os aspectos que devem ser analisados para caracterizá-lo adequadamente; o capítulo 4 trata do método de análise empregado; no capítulo 5 são apresentados os resultados da caracterização efetuada e no capítulo 6 resumimos as conclusões gerais do trabalho.

2

FUNDAMENTOS DE RÁDIO DIGITAL

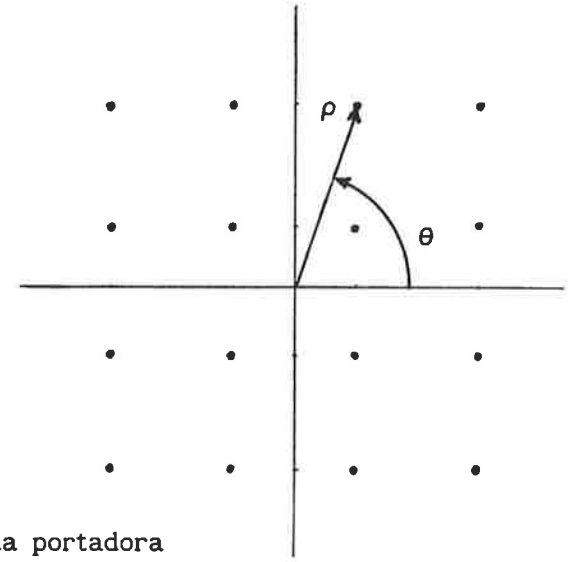
Neste capítulo são apresentados os fundamentos teóricos de transmissão por rádio digital de microondas, utilizados no desenvolvimento posterior do trabalho, assim como certos aspectos específicos que, posteriormente, se mostrarão relevantes. Na comparação da estrutura alternativa do equalizador com a convencional, pelas características particulares da função deste bloco num equipamento de rádio digital, diversos aspectos do sistema de transmissão como um todo têm que ser considerados : caracterização do canal de transmissão; especificações de desempenho exigidas para integrar a rede digital; interação com outros blocos funcionais do equipamento como os de recuperação de relógio e portadora; alternativas tecnológicas de implementação. Foi julgado preferível introduzir estes tópicos neste capítulo específico para depois poder efetuar a análise da estrutura proposta de maneira mais direta.

2.1 Elementos de Transmissão Digital

A. Modulação QAM

Em modulação L^2-QAM, onde $L = 2^{M/2}$ com M maior que 1 e par, cada grupo de M bits a transmitir determina uma das L^2 combinações possíveis de amplitude e fase da portadora, denominadas deste ponto em diante de *símbolos*. A frequência de símbolos, corresponde à taxa de bits dividida por M, e é igual, como veremos posteriormente, à mínima banda para a transmissão do sinal sem degradação. A eficiência espectral máxima é portanto de M bit/s/Hz. Na figura 2.1.1 se representa o caso da modulação 16 QAM.

Um diagrama de blocos típico das unidades modulador e demodulador é apresentado na figura 2.1.2, com a definição da notação adotada. As L^2 combina-



ρ : módulo da portadora
θ : fase da portadora

fig. 2.1.1 : constelação de símbolos em 16 QAM

ções de amplitude e fase de portadora desejadas são obtidas somando dois sinais gerados pela modulação em dupla faixa lateral sem portadora, com $L/2$ amplitudes possíveis, de dois sinais em quadratura (defasados de 90 graus). Na recepção, o processo inverso é efetuado.

A seguir, equaciona-se o processo de modulação e o de demodulação. Para maior simplicidade, a não ser onde indicado, não é levado em conta o ruído térmico gaussiano na recepção, o que não implica em perda de generalidade para os aspectos que se quer analisar.

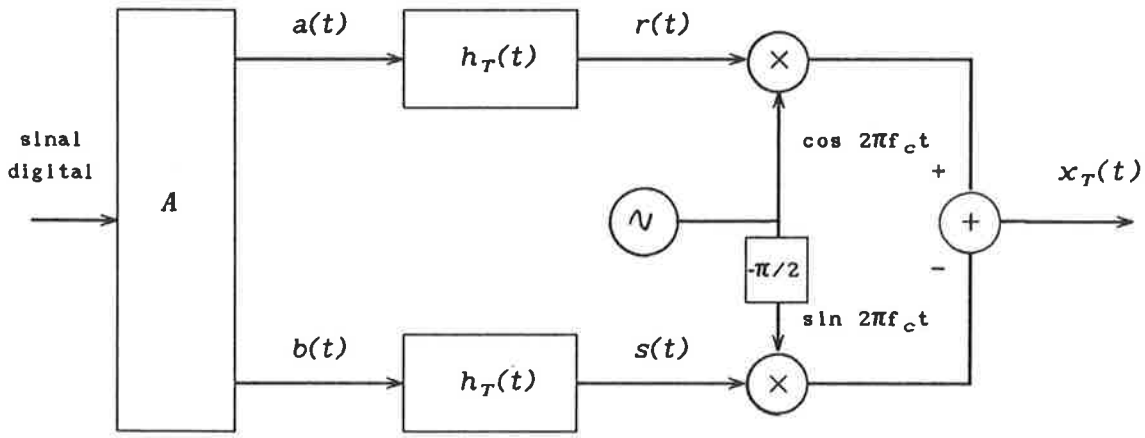
Na transmissão, o sinal digital é convertido nos sinais $a(t)$ e $b(t)$, associados, respectivamente, aos eixos *em fase* e *em quadratura*, e compostos cada um por uma sequência de impulsos de L amplitudes possíveis. Os sinais $a(t)$ e $b(t)$ são então filtrados, resultando nos sinais $r(t)$ e $s(t)$. Utilizaremos daqui em diante, onde for conveniente, a representação complexa dos sinais em fase e quadratura, por ser mais abreviada. Definindo o sinal modulante complexo como

$$\gamma_T(t) \triangleq r(t) + j\, s(t) \tag{2.1.1}$$

temos

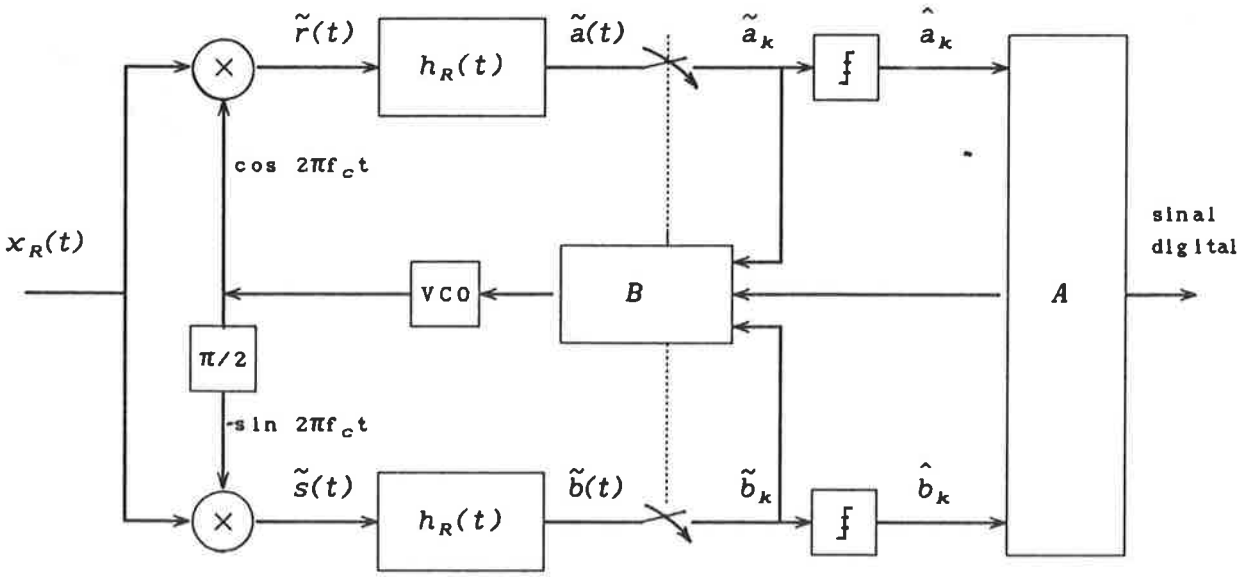
$$\gamma_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n\, h_T(t-nT) \tag{2.1.2}$$

modulador



A : conversão série/paralelo e digital/analógico

demodulador



A : conversão analógico/digital e paralelo/série

B : sicronização de portadora e relógio

fig 2.1.2 : diagrama de blocos do modulador e demodulador

onde $d_n \triangleq a_n + jb_n$, sendo a_n e b_n o par de amplitudes correspondente ao símbolo transmitido no instante nT , assumindo valores do conjunto $\left\{-(L-1),\ldots,-3,-1,1,3,\ldots,L-1\right\}$, e $h_T(t)$ é a resposta impulsiva do filtro de transmissão.

A portadora modulada a ser transmitida é dada por:

$$x_T(t) = \mathrm{Re}\left[\gamma_T(t)\, e^{j2\pi f_c t}\right] \tag{2.1.3}$$

E na recepção, com $\gamma_R(t) \triangleq \tilde{r}(t) + j\,\tilde{s}(t)$, temos :

$$\gamma_R(t) = x_R(t)\, e^{-j(2\pi f_c t + \psi)} \tag{2.1.4}$$

onde ψ é a diferença de fase entre a portadora recuperada e a de transmissão .

Com um canal ideal ($H_c(f) = H_o$) , o sinal recebido é igual ao sinal transmitido, a menos de uma diferença de fase, introduzida na passagem do sinal por RF, que pode ser incorporada na fase da portadora recuperada sem perda de generalidade, e de uma constante multiplicativa A dada pelo ganho combinado dos diversos blocos do sistema. Neste caso,introduzindo (2.1.3) em (2.1.4), fazendo $AH_o = 2$ e não considerando os termos em $2f_c$ que serão eliminados pelos filtros de recepção, se chega a :

$$\gamma_R(t) \approx \gamma_T(t)\, e^{-j\psi} \tag{2.1.5}$$

onde $\approx$ indica igualdade a menos dos termos em $2f_c$.

B. Critério de Nyquist

Para o caso de canal ideal e erro nulo da fase da portadora recuperada, obtemos a seguir a condição a ser atendida por $H_T(f)$ e $H_R(f)$ para transmissão digital.

Após os filtros de recepção, com $\tilde{d}(t) \triangleq \tilde{a}(t) + j\tilde{b}(t)$, temos

$$\tilde{d}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n \, g(t-nT) \tag{2.1.6}$$

onde $g(t)$ é a resposta impulsiva global, que é, nas hipóteses ideais assumidas, dada apenas pela convolução de $h_T(t)$ com $h_R(t)$.

A seguir, o sinal $\tilde{d}(t)$ é amostrado nos instantes kT gerando as amostras $\tilde{d}_k$:

$$\tilde{d}_k = \sum_{n=-\infty}^{\infty} d_n \, g_{k-n} \tag{2.1.7}$$

onde $g_n \triangleq g(nT)$. Notar que, por simplicidade, não há imposição de causalidade : as estimativas $\tilde{d}_k$ se referem aos símbolos d_k transmitidos no mesmo instante.

A equação acima pode ser reescrita como :

$$\tilde{d}_k = d_k \, g_0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty}{}' \, g_n \, d_{k-n} \tag{2.1.8}$$

onde o símbolo ' indica não inclusão do termo de índice 0.

A segunda parcela do termo à direita na equação acima é a contribuição ao sinal recebido no instante kT dos símbolos transmitidos nos demais instantes. É chamada de *interferência intersimbólica* (ISI). Idealmente deseja-se que esta contribuição seja nula, ou seja, que a resposta impulsiva global se anule em todos os instante de amostragem com exceção do instante na origem :

$$g_n = \begin{cases} 1 \, , & n = 0 \\ 0 \, , & n \neq 0 \end{cases} \tag{2.1.9}$$

Determina-se a seguir a condição no domínio da frequência que a resposta global deve atender para que a equação acima seja verdadeira.

A resposta impulsiva $g(t)$ pode ser escrita em função de sua transformada de Fourier :

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} G(f)\, e^{j2\pi f t}\, df \qquad (2.1.10)$$

Nos instantes de amostragem $g(t)$ assume os valores :

$$g_n = \int_{-\infty}^{\infty} G(f)\, e^{j2\pi f n T}\, df \qquad (2.1.11)$$

A equação acima pode ser reescrita como :

$$g_n = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_{-1/2T}^{1/2T} G(f + m/T)\, e^{j2\pi f n T}\, df \qquad (2.1.12)$$

pois $e^{j2\pi(f + m/T)nT} = e^{j2\pi f n T}$

Invertendo a somatória com a integral na equação acima se obtém :

$$g_n = \int_{-1/2T}^{1/2T} G_e(f)\, e^{j2\pi f n T}\, df \qquad (2.1.13)$$

onde $G_e(f) \triangleq \sum_{m=-\infty}^{\infty} G(f + m/T)$.

$G_e(f)$ é constituída, portanto, de uma sobreposição de deslocamentos da função original, sendo os deslocamentos múltiplos da frequência de símbolos (ver figura 2.1.3).

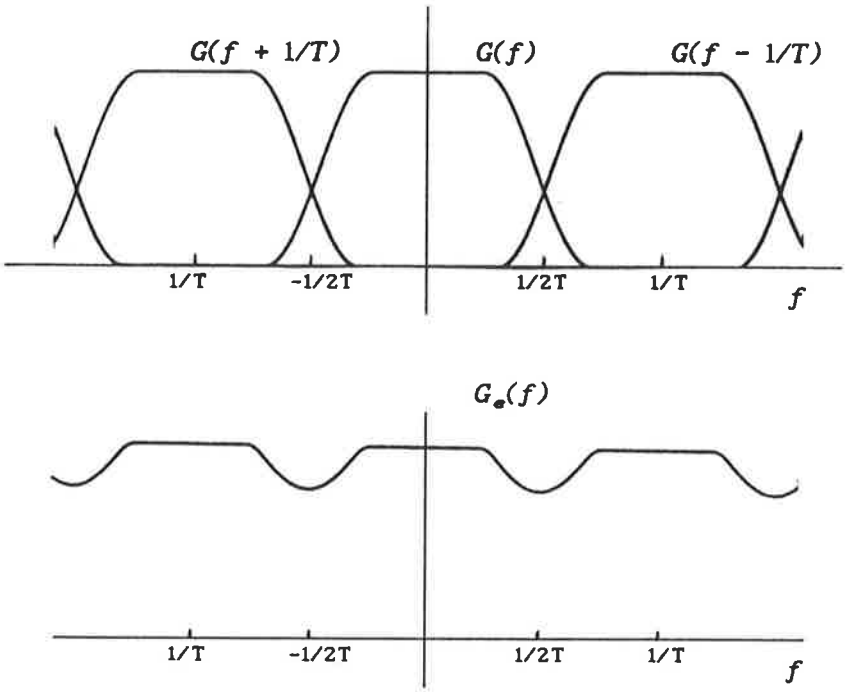


fig 2.1.3 : função de tranferência sobreposta

Se verifica diretamente em (2.1.13) que a condição para $g_n=0$, $n\neq 0$, e $g_n=1$, $n=0$ é :

$$\boxed{G_e(f) = T \qquad , \ |f| \leq 1/2T} \tag{2.1.14}$$

que é o chamado *Critério de Nyquist* [12] .

Se verifica de imediato que qualquer função de transferência que se anule a partir de $|f| < 1/2T$ não atende à condição de Nyquist, sendo esta a razão de se considerar $1/2T$ como a banda mínima (denominada *Banda de Nyquist*) para transmitir um sinal com frequência de símbolos de $1/T$.

Restringindo as soluções possíveis de (2.1.14) aos casos onde $G_e(f) = 0$ para $|f| > 1/T$ (que na prática cobre todas as aplicações importantes), apenas dois deslocamentos da função de transferência original se sobrepõe de cada vez na formação da função de transferência equivalente, que é dada então por :

$$G_e(f) = G(f - \frac{1}{T}) + G(f) + G(f + \frac{1}{T}) \tag{2.1.15}$$

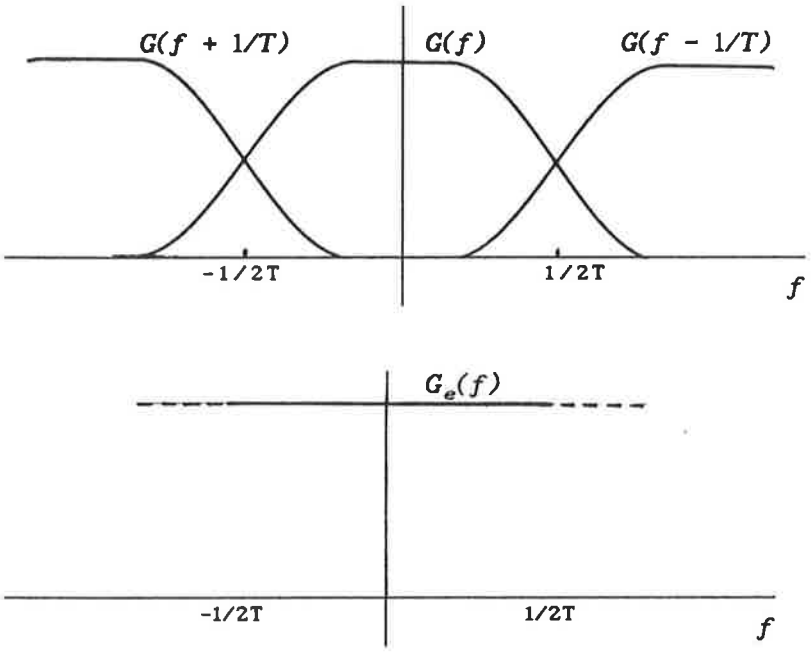


fig. 2.1.4 : simetria necessária para atender critério de Nyquist

Para filtros reais $G(f) = G^*(-f)$. A condição de Nyquist é atendida então para funções de transferência cujo módulo é constituído de uma constante mais uma função de simetria ímpar em torno de $1/2T$, e cuja fase é nula (na prática, uma fase linear, mas não se está considerando retardos em geral). Isto é representado na figura 2.1.4 .

Uma função de transferência largamente utilizada é a função *cosseno levantado* , dada por :

$$G_N(f) = \begin{cases} T & |f| \le \dfrac{(1-\beta)}{2T} \\ \dfrac{T}{2}\left(1 - \sin \pi T \dfrac{|f| - \dfrac{1}{2T}}{\beta}\right), & \dfrac{(1-\beta)}{2T} \le |f| \le \dfrac{(1+\beta)}{2T} \\ 0 & |f| \ge \dfrac{(1+\beta)}{2T} \end{cases}$$

cuja anti-transformada é :

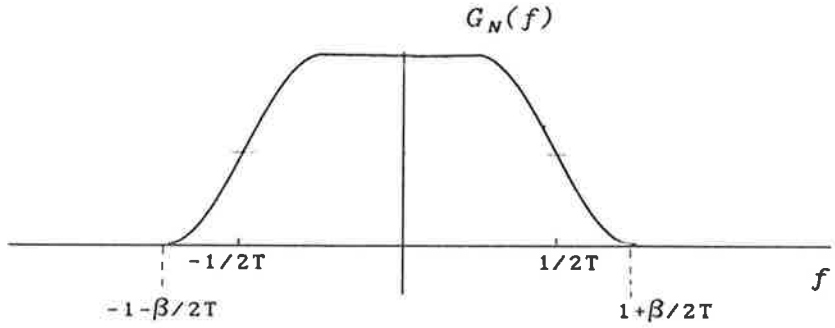
$$g_N(t) = \frac{\cos \frac{\pi\beta t}{T} \quad \sin \frac{\pi\ t}{T}}{\left[1 - \left(\frac{2\beta t}{T} \right)^2 \right] \frac{\pi\ t}{T}} \tag{2.1.16}$$

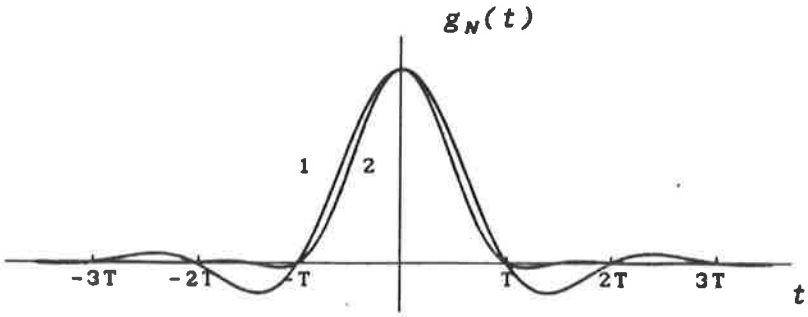
O parâmetro β pode assumir valores entre 0 e 1, determinando o excesso de banda utilizada em relação à banda de Nyquist (ver figura 2.1.5). É denominado de coeficiente de *roll-off* .

C. Efeito de canal não ideal no sinal QAM

Para analisar a degradação causada por um canal não ideal, iniciamos re-escrevendo a expressão da portadora modulada (equação 2.1.3) como :

$$2\ x_T(t) = \gamma_T(t)\ \ e^{j2\pi f_c t} + \gamma_T^*(t)\ \ e^{-j2\pi f_c t} \tag{2.1.17}$$





1: β=0,2
2: β=0,5

fig. 2.1.5 : função cosseno levantado

Assumindo um número finito de símbolos transmitidos, $x_T(t)$ tem energia finita e consequentemente uma transformada de Fourier. Para a análise feita a seguir, o pressuposto da finitude da sequência de símbolos não implica em perda de generalidade.

Passando portanto para o domínio da frequência, a equação 2.1.17 corresponde a :

$$2\ X_T(f) = \Gamma_T(f - f_c) + \Gamma_T^*(-f - f_c) \tag{2.1.18}$$

O sinal recebido pelo demodulador é dado por $X_R(f) = A\ X_T(f)\ H_c(f)$, onde $H_c(f)$ é a resposta do canal e A é a amplificação do sinal. Considerando nula, inicialmente, a fase da portadora recuperada, o sinal demodulado, dado por 2.1.4, vale

$$\gamma_R(t) = x_R(t)\ e^{-j2\pi f_c t} \tag{2.1.19}$$

o que no domínio da frequência corresponde a :

$$\Gamma_R(f) = X_R(f + f_c) \tag{2.1.20}$$

Escrevendo o sinal demodulado em função do sinal transmitido e da resposta do canal, e fazendo A=2 temos :

$$\Gamma_R(f) = \Gamma_T(f)\ H_c(f + f_c) + \Gamma_T^*(-f - 2f_c)\ H_c(f + f_c) \tag{2.1.21}$$

onde o segundo termo do lado direito será eliminado pelos filtros de recepção.

Notando que o sinais em fase e quadratura na recepção são dados por $2\ \tilde{R}(f) = \Gamma_R(f) + \Gamma_R^*(-f)$ e $2j\ \tilde{S}(f) = \Gamma_R(f) - \Gamma_R^*(-f)$ se obtém, fazendo o desenvolvimento, uma expressão que relaciona diretamente os sinais banda-base de transmissão e recepção :

$$\tilde{R}(f) \approx R(f)\ H_I(f) - S(f)\ H_Q(f) \tag{2.1.22}$$

$$\tilde{S}(f) \approx S(f)\ H_I(f) + R(f)\ H_Q(f) \tag{2.1.23}$$

Onde $\approx$ indica igualdade a menos dos termos em $2f_c$ e $H_I(f)$ e $H_Q(f)$ são as *funções de transferência equivalentes de banda-base*, dadas por :

$$H_I(f) \triangleq \frac{1}{2} \left(H_c(f + f_c) + H_c(f - f_c) \right) \tag{2.1.24}$$

$$H_Q(f) \triangleq \frac{1}{2j} \left(H_c(f + f_c) - H_c(f - f_c) \right) \tag{2.1.25}$$

Após os filtros de recepção temos portanto :

$$\tilde{A}(f) = R(f)\ H_I(f)\ H_R(f) - S(f)\ H_Q(f)\ H_R(f) \tag{2.1.26}$$

$$\tilde{B}(f) = S(f)\ H_I(f)\ H_R(f) + R(f)\ H_Q(f)\ H_R(f) \tag{2.1.27}$$

Voltando ao domínio do tempo, os sinais amostrados são dados então por :

$$\tilde{a}_k = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n\ u_{k-n} - b_n\ v_{k-n} \tag{2.1.28}$$

$$\tilde{b}_k = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n\ u_{k-n} + a_n\ v_{k-n} \tag{2.1.29}$$

onde u_n e v_n são os valores assumidos nos instantes de amostragem pela convolução da resposta impulsiva dos filtros de transmissão e recepção com as anti-transformadas de $H_I(f)$ e $H_Q(f)$, respectivamente :

$$u_n \triangleq \left(h_T * h_R * h_I \right)(nT + t_a) \tag{2.1.30}$$

$$v_n \triangleq \left(h_T * h_R * h_Q \right)(nT + t_a) \tag{2.1.31}$$

t_a é o deslocamento dos instantes de amostragem na recepção, não necessariamente nulo como em **2.1.*B***, pois para um canal não ideal pode não ser ótimo, o que será visto no próximo item.

No caso em que a portadora recuperada tem uma fase ψ não nula em relação à portadora de transmissão, a equação (2.1.19) assume a forma :

$$\gamma_R(t) = x_R(t)\, e^{-j(2\pi f_c t+\psi)} \tag{2.1.32}$$

o que resulta nas seguintes funções de transferência equivalentes :

$$H_I(f) = \frac{1}{2}\left[H_c(f + f_c)\, e^{-j\psi} + H_c(f - f_c)\, e^{j\psi} \right] \tag{2.1.33}$$

$$H_Q(f) = \frac{1}{2j}\left[H_c(f + f_c)\, e^{-j\psi} - H_c(f - f_c)\, e^{j\psi} \right] \tag{2.1.34}$$

Para um canal ideal, ou seja, $H_c(f)$=1, e com ψ=0, aplicando a definição de $H_I(f)$ e $H_Q(f)$ se obtém $H_I(f)$=1 e $H_Q(f)$=0, e consequentemente $h_I(t)$ é um impulso na origem e $h_Q(t)$ é nula. Neste caso vemos em (2.1.30) e (2.1.31) que se o produto das respostas dos filtros de transmissão e recepção obedecer o critério de Nyquist, a interferência intersimbólica será nula. Um canal não ideal, por outro lado, introduz interferência entre símbolos em fase, dada pelos termos u_n ,(n≠0), e também entre símbolos em quadratura, dada pelos termos v_n .

A interferência intersimbólica pode gerar erros na deteção dos símbolos transmitidos, mesmo com ruído térmico desprezível. A probabilidade destes erros é dada por

$$P_e = 1 - \left[(1 - P_a)\,(1 - P_b) \right] = 1 - (1 - P_a)^2 \tag{2.1.35}$$

onde P_a e P_b são respectivamente a probabilidade de deteção errônea dos componentes em fase e quadratura do símbolo, que, devido à simetria de (2.1.30) e (2.1.31) são iguais. Podemos nos restringir, portanto a uma quadratura. Denominando y a interferência intersimbólica normalizada no eixo em fase, com

$$y_k \triangleq \frac{1}{u_0} \left(\sum_{n=-\infty}^{\infty}{}' u_n \, a_{k-n} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} v_n b_{k-n} \right) \tag{2.1.36}$$

e lembrando que em L^2-QAM a e b assumem valores do conjunto $\left\{-(L-1),\ldots,-3,-1,1,3,\ldots,L-1\right\}$, temos

$$P_a = \begin{cases} \Pr\left(|\, y_k \,| > 1 \right) & , \text{ para } |a_k| \neq L-1 \\ \Pr\left(y_k > 1 \right) & , \text{ para } a_k = -(L-1) \\ \Pr\left(y_k < -1 \right) & , \text{ para } a_k = L-1 \end{cases} \tag{2.1.37}$$

Dada a simetria em torno da origem da distribuição de y, e a equiprobabilidade dos níveis assumidos por a, as expressões acima podem ser sintetizadas em :

$$P_a = 2 \frac{L-1}{L} \Pr\left(y_k > 1 \right) \tag{2.1.38}$$

Para $P_a \ll 1$ a expressão para a probabilidade de erro P_e em (2.1.35) pode ser aproximada por

$$P_e \simeq 2 \, P_a \tag{2.1.39}$$

D. Sincronização

A sincronização do receptor em transmissão digital por modulação QAM, envolve a determinação da fase da portadora local e a determinação dos instantes em que o sinal demodulado será amostrado para em seguida ser detetado. A tendência a uma implementação digital para o maior número possível de funções

do receptor, leva as funções de sincronização a serem efetuadas apenas a partir do sinal amostrado, como representado na figura 2.1.2. Constituem obrigatoriamente, portanto, malhas de realimentação.

Para analisar a questão do sincronismo de portadora, partimos das definições das funções equivalentes de banda-base em (2.1.33) e (2.1.34) e chegamos a :

$$H_I(f) = \frac{1}{2}\left[\overline{H}_I(f)\left(e^{j\psi} + e^{-j\psi}\right) - j\,\overline{H}_Q(f)\left(e^{j\psi} - e^{-j\psi}\right)\right] \tag{2.1.40}$$

$$H_Q(f) = \frac{1}{2}\left[\overline{H}_Q(f)\left(e^{j\psi} + e^{-j\psi}\right) + j\,\overline{H}_I(f)\left(e^{j\psi} - e^{-j\psi}\right)\right] \tag{2.1.41}$$

onde o símbolo – denota as funções associadas a uma fase ψ nula. Portanto,

$$\mathrm{H}_I(f) = \overline{\mathrm{H}}_I(f)\cos\psi + \overline{\mathrm{H}}_Q(f)\sin\psi \tag{2.1.42}$$

$$\mathrm{H}_Q(f) = \overline{\mathrm{H}}_Q(f)\cos\psi - \overline{\mathrm{H}}_I(f)\sin\psi \tag{2.1.43}$$

o que, a partir de 2.1.30 e 2.1.31, leva a expressões análogas para as amostras das respostas impulsivas globais em fase e quadratura :

$$u_n = \overline{u}_n\cos\psi + \overline{v}_n\sin\psi \tag{2.1.44}$$

$$v_n = \overline{v}_n\cos\psi - \overline{u}_n\sin\psi \tag{2.1.45}$$

Quando, devido a um canal não ideal, o termo central da resposta equivalente em quadratura, $\overline{v}_o$, não se anula, se vê a partir de (2.1.28) e (2.1.29) que é introduzida uma rotação de valor arctg$(\overline{v}_o/\ \overline{u}_o)$ na posição média dos agrupamentos na constelação associados a cada símbolo, como representado na

figura 2.1.5. De modo a compensar esta rotação, a fase da portadora na recepção deve então assumir o valor $\mathrm{arctg}(\bar{v}_o/\bar{u}_o)$, o que pode ser visto obtendo das equações acima aplicadas ao termo central, as equações

$$u_o^2 + v_o^2 = \bar{u}_o^2 + \bar{v}_o^2 \tag{2.1.46}$$

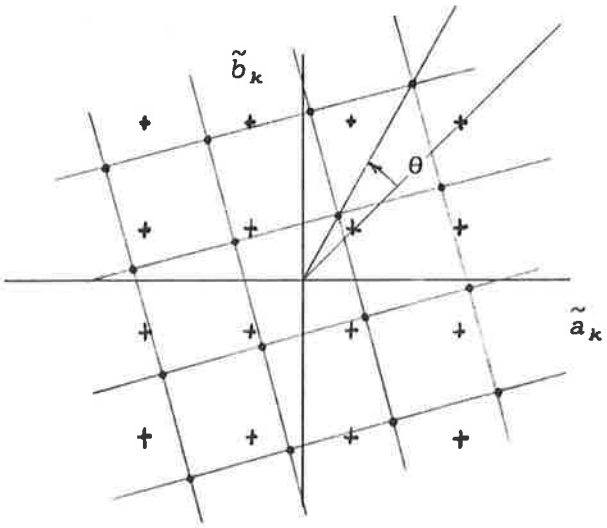
$$v_o = -\,\bar{u}_o \sin\psi \left(1 - (\bar{v}_o/\bar{u}_o)/\mathrm{tg}\,\psi \right) \tag{2.1.47}$$

que para $\psi = \mathrm{arctg}\,\bar{v}_o/\bar{u}_o$ ficam

$$u_o = (\bar{u}_o^2 + \bar{v}_o^2)^{1/2} \tag{2.1.48}$$

$$\bar{v}_o = 0. \tag{2.1.49}$$

A rotação nos símbolos introduzida pelo canal, e em decorrência, a fase da portadora de recepção exigida para compensar esta rotação, dependem dos instantes em que o sinal recebido é amostrado, uma vez que os valores de u_n e v_n dependem deste parâmetro. Existe, a princípio, então, uma interação entre os processos de recuperação de portadora e de relógio, o que será ainda discutido no capítulo 4.



$\theta = \mathrm{arctg}(v_o/u_o)$
+ : pontos nominais da constelação
• : pontos rotacionados da constelação

fig. 2.1.5 : rotação da constelação pelo canal

Num receptor real a fase da portadora de transmissão e a resposta do canal não são conhecidas, e a sincronização tem que ser feita a partir do sinal recebido [14],[15],[16]. Para detetar a rotação da constelação recebida um método consiste em definir regiões no plano constituído pelos sinais em fase e em quadratura, e a cada região atribuir um coeficiente de correção conveniente para a ação sobre o VCO da portadora de recepção (ver figura 2.1.6). Quando $\psi = \text{arctg}\ \bar{v}_o/\bar{u}_o + m\ \pi/2$, com m inteiro, a média das correções se anula. A ambiguidade de quadrante é contornada codificando diferencialmente o sinal na transmissão, de modo que a informação esteja contida na transição de quadrante de um símbolo para o seguinte.

Um aspecto importante dos métodos de sincronização de portadora é a sua sensibilidade à distorção do sinal. Um valor alto de interferência intersimbólica pode, para o método de sincronização de portadora descrito acima, por exemplo, ocasionar correções errôneas sobre o oscilador (ver exemplo para 16 QAM na figura 2.1.7). De início o resultado é um aumento de jitter (tremor de fase) na portadora recuperada, e eventualmente, com o aumento da distorção, a perda total de sincronismo. A redução da interferência intersimbólica proporcionada pela equalização dinâmica de canal, tem, portanto, uma influência importante na sincronização de portadora, o que será visto nos ítens seguintes.

Em relação à recuperação de relógio notamos que quando o canal de transmissão é ideal, e o produto do filtros de transmissão e recepção atende o critério de Nyquist, o valor ótimo do deslocamento dos instantes de amostragem (t_a em 2.1.30) é zero, uma vez que para este valor todos os termos de interferência intersimbólica (em fase e em quadratura) se anulam. No caso de um canal não ideal, no entanto, um valor não nulo de t_a pode determinar uma diminuição dos termos de interferência intersimbólica, e, consequentemente, da taxa de erro.

A determinação do valor de t_a que resulta na menor taxa de erro, não é, no entanto, simples, uma vez que a função de densidade de probabilidade da interferência entre símbolos não é dada de imediato a partir deste parâmetro. Como critério para a adaptação dinâmica dos parâmetros de sincronização, a taxa de erro também não é viável tecnicamente. É necessário portanto, tanto para efeitos de análise quanto para de implementação prática, fazer uso de outros critérios. Por exemplo, um método que minimiza o erro quadrático médio

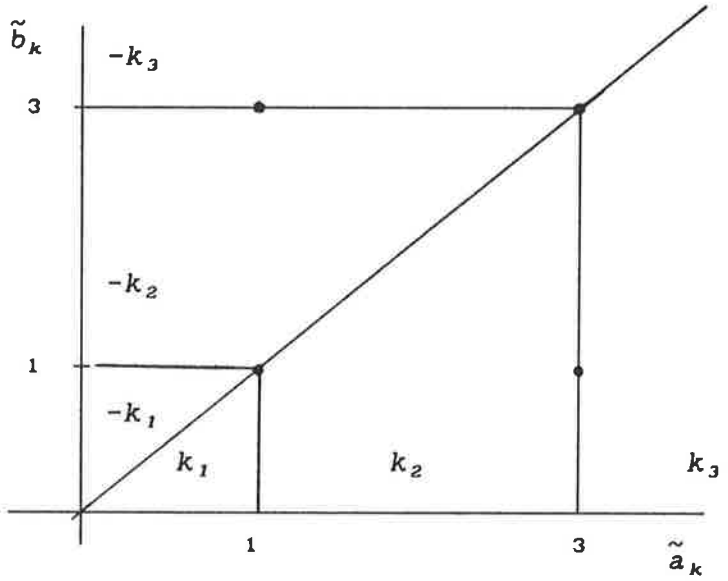
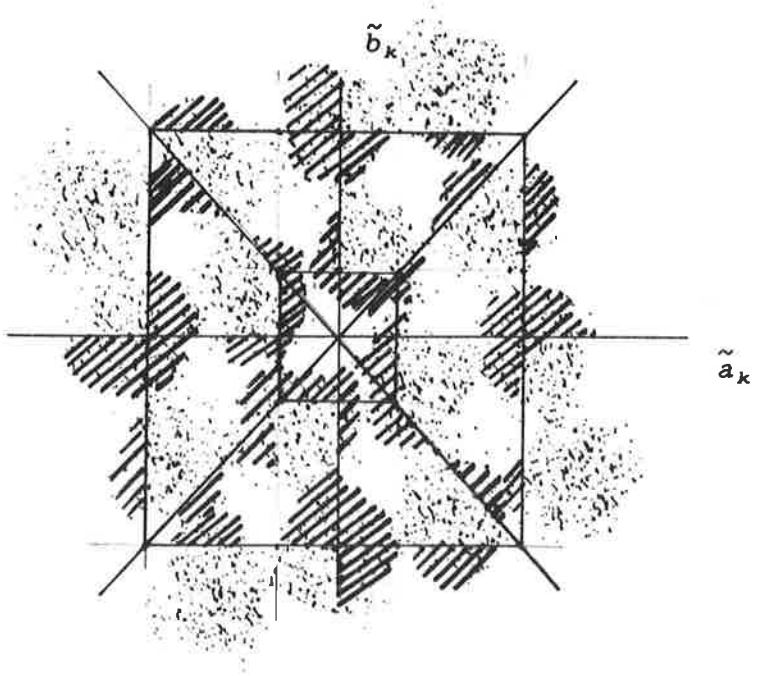


fig. 2.1.6 : detetor de fase para sincronização de portadora em 16 QAM (representado apenas um quadrante)



- *regiões assinaladas* representam correções errôneas na fase da portadora

fig. 2.1.7 : degradação da recuperação de portadora por interferência intersimbólica (ISI)

nos instantes de amostragem e que não depende do erro da fase da portadora recuperada, é descrito em [14]. Baseia-se na utilização da diferença entre o *módulo* do vetor recebido e o do símbolo mais próximo para gerar o sinal de erro que controla o VCO de relógio. O método de escolha dos instantes de amostragem utilizado neste trabalho é descrito no capítulo 4.

2.2 Equalização adaptativa de canal

A. Estrutura do equalizador

Em sistemas de rádio digital de alta capacidade, de modo a restringir a degradação causada por um canal não ideal, o receptor conta com um bloco funcional denominado *equalizador adaptativo*. O equalizador [17], é composto de um filtro de parâmetros variáveis, e de um circuito de controle que ajusta continuamente os parâmetros do filtro, em função da resposta do canal de transmissão. Pode agir tanto sobre o sinal recebido antes deste ser demodulado, caso em que é dito *em FI* (de "frequência intermediária"), quanto sobre os sinais em fase e em quadratura demodulados, caso em que é dito *em banda-base*. Neste segundo caso, pode ainda estar localizado antes ou depois da amostragem dos sinais, devendo possuir um acoplamento entre os sinais em fase e em quadratura de modo a poder compensar o acoplamento entre eles introduzido pelo canal (ver equações 2.1.28 e 2.1.29).

No caso de uma implementação digital, o equalizador está localizado após a amostragem dos sinais, como ilustrado na figura 2.2.1. Os filtros digitais de respostas ao pulso unitário $c_{I,n}$ e $c_{Q,n}$, compensam, respectivamente, a interferência entre símbolos em fase e em quadratura. Com a introdução do equalizador, o sinal apresentado à deteção é dado por

$$\tilde{d}_k = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_n \, d_{k-n} \qquad (2.2.1)$$

onde $h_n \triangleq \mu_n + j\nu_n$ são os termos da resposta global equalizada, dados pela convolução da resposta não equalizada com a do equalizador. Nos casos considerados neste trabalho, C_I e C_Q são filtros transversais (ver figura 2.2.2).

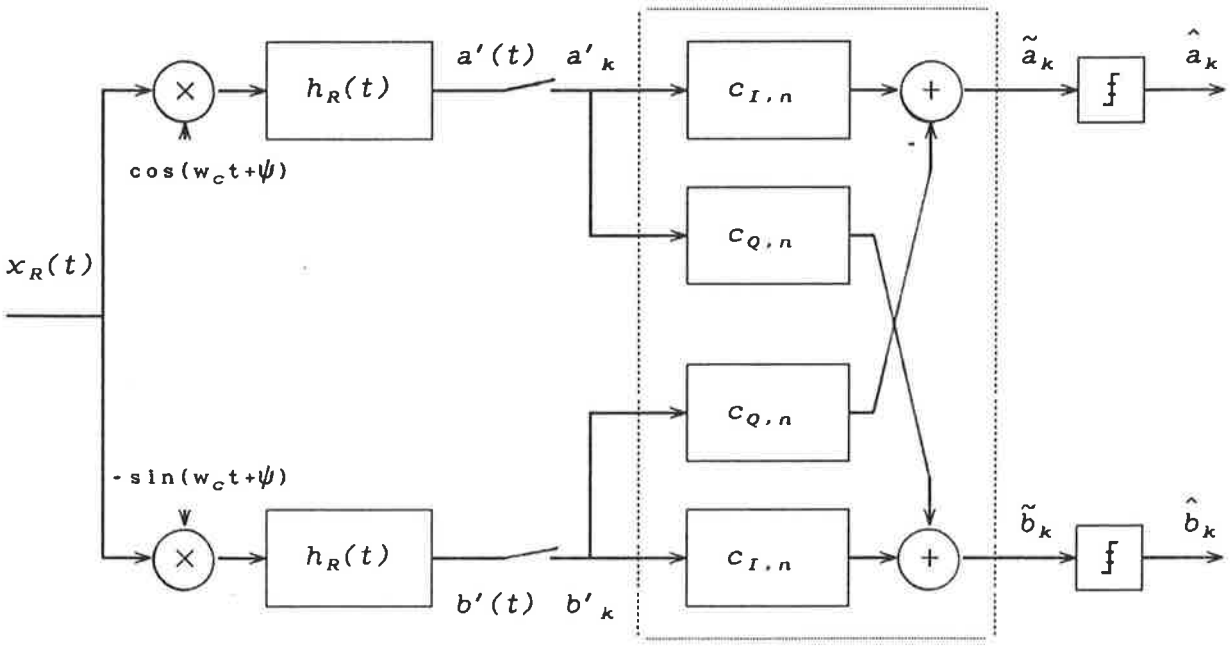


fig. 2.2.1 : equalizador em banda-base
(blocos dentro do pontilhado)

Equalizadores com estruturas recursivas [17] são uma opção no caso de uma implementação analógica. Para uma implementação digital, no entanto, trazem complicações [8], o que será visto em 2.2.*F*. Restringindo então os blocos que compõem o equalizador a estruturas transversais de $2N+1$ coeficientes, a resposta global equalizada é dada por

$$h_n = \sum_{J=-N}^{N} c_J \, g_{n-J} \qquad (2.2.2)$$

onde $c_J \triangleq c_{I,J} + jc_{Q,J}$ e $g_n \triangleq u_n + jv_n$ é a resposta não equalizada.

B. Determinação dos coeficientes : equalizadores ZF e MMSE

Os valores ideais dos coeficientes do equalizador dependem do critério que se usa para avaliar a interferência intersimbólica da resposta

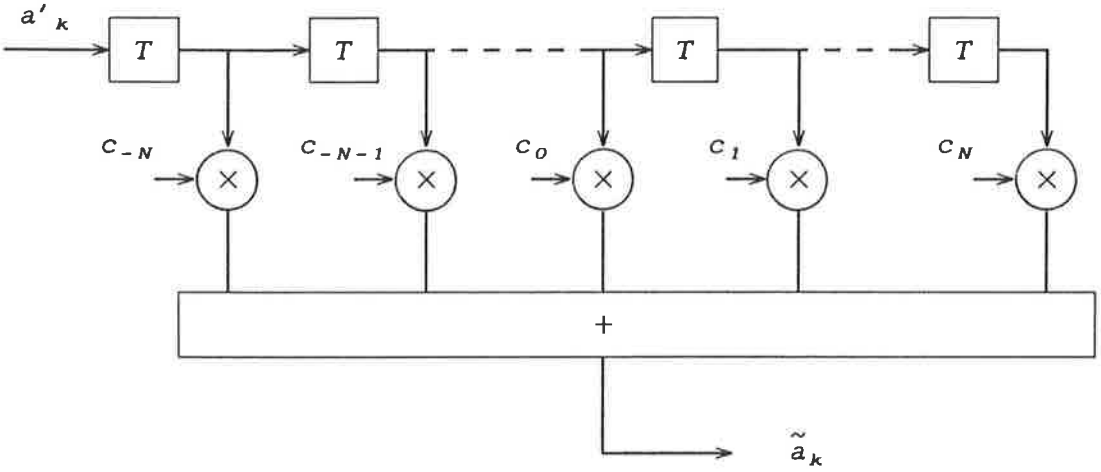


fig. 2.2.2 : estrutura transversal dos blocos do equalizador

impulsiva equalizada. Os dois critérios mais utilizados são os do *erro absoluto máximo* e do *erro quadrático médio*, dados respectivamente por

$$|\varepsilon|_{max} \triangleq (L-1)\left(|\nu_0| + \sum_{n=-\infty}^{\infty}{}' |\mu_n| + |\nu_n| \right) \tag{2.2.3}$$

$$\bar{\varepsilon}^2 \triangleq (L^2-1)\left(\nu_0^2 + \sum_{n=-\infty}^{\infty}{}' \mu_n^2 + \nu_n^2 \right) / 3 \tag{2.2.4}$$

Trataremos aqui do primeiro critério pois é o de maior interêsse no nosso trabalho, por motivos que serão vistos no próximo capítulo.

Em [18] se demonstra que, desde que o erro absoluto máximo da resposta não equalizada seja menor que 1, os valores dos $2N+1$ coeficientes do equalizador que resultam no menor erro absoluto máximo são os que determinam o anulamento da resposta equalizada nos $2N$ instantes em torno do termo principal :

$$\min\left[|\varepsilon|_{max} \right] \Rightarrow h_n = \begin{cases} 0 & , n = -N,\ldots,-1,1,\ldots,N \\ 1 & , n = 0 \end{cases} \tag{2.2.5}$$

A condição de erro inicial menor que 1 é uma condição suficiente para a

validade da expressão acima, porém, como observado na prática, não necessária, de modo que este critério é amplamente utilizado [18],[17] mesmo em casos onde a condição não é sempre verdadeira.

As equações (2.2.2) e (2.2.5) constituem um sistema de $4N+2$ incógnitas. Para resolvê-lo passamos as equações para a forma matricial, explicitando as partes real e imaginária :

$$\mathbf{M}\,\mathbf{c}_I - \mathbf{N}\,\mathbf{c}_Q = \mathbf{p} \tag{2.2.6}$$

$$\mathbf{M}\,\mathbf{c}_Q + \mathbf{N}\,\mathbf{c}_I = \mathbf{0} \tag{2.2.7}$$

onde $\mathbf{c}_I \triangleq [c_{I,-N}, \ldots, c_{I,N}]^T$ e $\mathbf{c}_Q \triangleq [c_{Q,-N}, \ldots, c_{Q,N}]^T$ são vetores dados pelos coeficientes do equalizador, e os elementos das matrizes **M** e **N** são os termos da resposta não equalizada : $m(i,j) \triangleq u_{i-j}$ e $n(i,j) \triangleq v_{i-j}$. O vetor **p** é a resposta equalizada desejada , onde apenas o termo de índice $N+1$ não é nulo : $\mathbf{p} \triangleq [0,\ldots,0,1,0,\ldots,0]^T$.

Substituindo (2.2.7) em (2.2.6) chega-se à solução :

$$\mathbf{c}_I = (\mathbf{M} + \mathbf{N}\,\mathbf{M}^{-1}\mathbf{N})^{-1}\,\mathbf{p} \tag{2.2.8}$$

$$\mathbf{c}_Q = -\,\mathbf{M}^{-1}\mathbf{N}\,\mathbf{c}_I \tag{2.2.9}$$

Um equalizador com os coeficientes dados pelas equações acima é denominado, em inglês, de *zero-forcing equalizer*, ou, abreviadamente, *ZF equalizer*. Esta denominação abreviada, *equalizador ZF*, será utilizada neste trabalho daqui em diante. Um equalizador que minimiza o erro quadrático médio [12], será denominado de *equalizador MMSE (minimum mean square error).*

C. Resposta equalizada quando um termo domina a ISI inicial

Como será visto posteriormente, é de interesse a característica da resposta equalizada no caso em que o termo imediatamente anterior ou posterior ao termo central da resposta não equalizada é bem maior que os demais termos de interferência. Quando o termo dominante é o posterior, (2.2.2) é aproximado por :

$$h_n \simeq c_{n-1}\, g_1 + c_n\, g_0 \tag{2.2.10}$$

Para um equalizador *ZF* de $2N+1$ coeficientes queremos que h_n satifaça (2.2.5). A partir de (2.2.10) e (2.2.5) podemos então calcular recursivamente os coeficientes do equalizador, obtendo :

$$c_n \simeq \begin{cases} 0 \;, & -N \le n \le -1 \\ 1/g_0 \;, & n = 1 \\ (-g_1/g_0)^n/g_0 \;, & 1 < n \le N \end{cases} \tag{2.2.11}$$

Voltando à equação (2.2.10) com os coeficientes assim obtidos se verifica que o único termo de interferência não aproximadamente nulo da resposta equalizada é o de índice $N+1$, que vale

$$h_{N+1} \simeq g_1(-g_1/g_0)^N/g_0 \tag{2.2.12}$$

Para o caso do termo de interferência dominante *anterior* ao termo central da resposta não-equalizada, analogamente, o único termo de interferência não aproximadamente nulo da resposta equalizada é o de índice $-N-1$.

Com um equalizador *MMSE*, ao contrário do que ocorre para o *ZF*, a interferência tende a ser distribuída entre os termos da resposta equalizada, uma vez que não se impõe o anulamento destes.

D. Algoritmo de adaptação dos coeficientes

Na maioria da aplicações o canal de transmissão não é conhecido *a priori*. A obtenção do coeficientes do equalizador tem que ser feita por um processo adaptativo, a partir do próprio sinal recebido. Em [18] se mostra que o erro absoluto máximo é uma função convexa dos coeficientes, não possuindo portanto

mínimos locais. Como consequência, a questão da convergência do processo adaptativo em direção ao ponto desejado não é muito problemática, existindo uma margem considerável para variações no algoritmo.

Extendendo a análise em [19] para QAM, um algoritmo de adaptação dos coeficientes de um equalizador *ZF* é dado por

$$c_n^{(l+1)} = c_n^{(l)} + \Delta \left(\frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \varepsilon_k \, \hat{d}_{k-n}^{*} \right) \tag{2.2.13}$$

onde ε_k é a diferença entre $\tilde{d}_k$ e o sinal detetado $\hat{d}_k$, e Δ é o passo de adaptação. Quando K é suficientemente grande as somatórias acima tendem à média dos seus termos. Se, então, os símbolos são detetados sem erro, a anulação dos $2N$ termos de ISI da resposta equalizada é, realmente, um ponto estável do algoritmo : uma vez que os símbolos não são correlacionados ($E[d_k d_j^{*}] = \sigma_d^2 \, \delta_{k-j}$, com δ_k sendo a função pulso unitário), temos

$$\begin{aligned} E\left[\varepsilon_k \, d_{k-n} \right] &= E\left[\tilde{d}_k \, d_{k-n}^{*} \right] - E\left[d_k \, d_{k-n}^{*} \right] = \\ &= \sum_{j=-\infty}^{\infty} h_j \, E\left[d_{k-j} \, d_{k-n}^{*} \right] - \sigma_d^2 \, \delta_n \\ &= \sigma_d^2 \, (h_n - \delta_n) = 0 \qquad \text{se } h_n = \delta_n \end{aligned} \tag{2.2.14}$$

A questão da convergência do algoritmo de adaptação a este ponto estável, bem como a questão da degradação resultante de erros nas decisões e como combatê-la [26],[27] não serão tratadas neste trabalho.

E. Interação com a sincronização de portadora

Exprimindo os termos g_n da resposta não equalizada como funções da fase ψ da portadora de recepção, podemos, a partir de (2.1.44) e (2.1.45), escrever

$$g_n(\psi_1) = g_n(\psi_2)\, e^{j\Delta\psi} \tag{2.2.15}$$

onde $\Delta\psi \triangleq \psi_2-\psi_1$. Para um equalizador linear, se forem mantidos os mesmos coeficientes para ψ_1 e ψ_2 , então a resposta equalizada como função de ψ pode ser escrita como :

$$h_n(\psi_1) = \sum_{i=-N}^{N} c_i\, g_{n-i}(\psi_1) = \sum_{i=-N}^{N} c_i\, g_{n-i}(\psi_2)\, e^{j\Delta\psi}$$

$$= h_n(\psi_2)\, e^{j\Delta\psi} \tag{2.2.16}$$

e consequentemente todos os pontos $\tilde{d}_k(\psi_1)$ da constelação para fase ψ_1 e $\tilde{d}_k(\psi_2)$ para fase ψ_2 possuem entre si a mesma rotação de fase $\psi_2-\psi_1$:

$$\tilde{d}_k(\psi_1) = e^{j\Delta\psi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h_n(\psi_2)\, d_{k-n} = e^{j\Delta\psi}\, \tilde{d}_k(\psi_2) \tag{2.2.17}$$

Referindo-nos à figura 2.1.7, as posições das amostras do sinal recebido, relativamente às posições rotacionadas dos símbolos nominais, não dependem, portanto, com equalização linear, da fase ψ da portadora recuperada. Consequentemente, se a recuperação de portadora for feita a partir do sinal de saída do equalizador, a re-sincronização durante condições adversas de transmissão é beneficiada, a princípio, pela sua ação. A condição para isso é que o processo de adaptação dos coeficientes do equalizador mantenha a convergência independente do valor de ψ. Para obter esta independência, um método possível é restringir a geração do sinal de erro para atualização dos coeficientes em (2.2.13), a apenas os símbolos extremos da constelação [20].

Para um equalizador onde os blocos C_I e C_Q não são lineares, a resposta equalizada não pode ser expressa por uma convolução como em (2.2.2). A rotação uniforme da constelação expressa em (2.2.17), portanto, também não se verifica. É o caso da estrutura alternativa analisada neste trabalho. O seu comportamento com perda de sincronismo de fase fará então parte da caracterização a ser realizada.

Em oposição ao benefício obtido com o equalizador dentro da malha de recuperação de portadora, visto acima, existe um apecto importante a ser considerado nesta configuração, que é o do *retardo* dentro da malha introduzido pelo equalizador. O retardo, se excessivo, torna a malha instável e também degrada sua banda de ruído [28]. Numa implementação digital este fator adquire uma importância fundamental pois impõe um limite ao tempo de processamento do circuito.

No caso do trabalho aqui apresentado, é suficiente dispor de um valor de retardo que pode ser acomodado dentro da malha sem introduzir grande degradação. Este problema é abordado em [29] : partindo de valores típicos para os parâmetros da malha, se verifica que, com um coeficiente de amortecimento em torno de 0,75 , e admitindo uma degradação de 10 % da banda de ruído, retardos em excesso de 15 períodos de símbolo podem ser acomodados.

F. Implementação digital do equalizador

As funções a serem executadas numa implementação digital do equalizador são : conversão analógico/digital do sinal demodulado e amostrado; multiplicação digital do sinal assim obtido e retardado pelos coeficientes do equalizador, fornecidos em formato digital pelo circuito de controle; soma digital destes produtos para obter a saída do equalizador. Definimos N_d , N_c e N_p como o número de bits de quantização, respectivamente, do sinal de entrada, dos coeficientes do equalizador e dos produtos entre ambos, com $N_p \leq N_d + N_c$, ou seja, alguns bits menos significativos dos produto podem vir a ser desprezados.

O sinal de saída do equalizador pode ser escrito como

$$\tilde{d}_k = \sum_{j=-N}^{N} (c_j + \delta c_j)\,(d'_{k-j} + \delta d'_{k-j}) + \delta p_{k-j} \qquad (2.2.18)$$

onde $d'_k \triangleq a'_k + jb'_k$ é o sinal na entrada do equalizador (ver figura 2.2.1), e δc_j e $\delta d'_k$ são respectivamente o erro de quantização dos coeficientes do equalizador e do sinal de entrada. O termo δp_{k-j} é o erro de quantização adicional de cada produto $c_j\ d'_{k-j}$, resultado do abandono de alguns bits menos significativos ($N_p < N_d + N_c$). Desprezando os termos de segunda ordem, o erro

de quantização total nos instantes de decisão é definido então por

$$\xi_k \triangleq \sum_{j=-N}^{N} \delta c_j \, d'_{k-j} + c_j \, \delta d'_{k-j} + \delta p_{k-j} \qquad (2.2.19)$$

O erro de quantização implica numa degradação em relação ao desempenho ideal do equalizador. A estimação desta degradação será considerada no capítulo 4. Por enquanto é suficiente dizer que, na escolha de N_d, N_c e N_p deve ser buscado um compromisso aceitável entre degradação de desempenho e complexidade (e portanto, custo) do circuito resultante. De modo a poder avaliar este compromisso posteriormente, analisaremos a seguir alguns aspectos dos circuitos envolvidos numa implementação digital.

Consideremos de início a função conversão analógico/digital. Os sistemas de interêsse para este trabalho transmitem nominalmente 140 Mbit/s utilizando modulação 16 QAM ou 64 QAM, o que resulta numa frequência de símbolos de 35 MHz e 23,3 MHz, respectivamente. Nesta faixa de operação, os conversores A/D tem que ser do tipo "flash" , onde o sinal passa por um banco de comparadores e a seguir um codificador, o que resulta em geral em circuitos caros. Recentemente, no entanto, foi anunciado [30] um conversor A/D de 8 bits e 40 MHz, que, em função de uma evolução de arquitetura, possui um custo 20 vezes menor (em torno de $ 10) que produtos similares, e um consumo de potência de 25 a 95 % menor também (300 mW de 5 V). A possibilidade de operar, sem problemas, com 8 bits de quantização do sinal será então assumida neste trabalho.

Na implementação das operações de multiplicação e adição os seguintes aspectos têm que ser levados em conta : tempo de processamento, consumo de potência, espaço ocupado, custo do desenvolvimento e do produto. Notar que para as estruturas não recursivas consideradas neste trabalho, o tempo de execução das operações aritméticas não precisa ser necessariamente menor que o período de símbolos, como acontece no caso de estruturas recursivas. A limitação do tempo de processamento é imposta então pelo retardo máximo admitido dentro da malha de sincronização de portadora, o que foi visto em **2.2.*E***. Isto possibilita a utilização de circuitos com um melhor compromisso em relação à potência consumida.

Sem levar em conta o custo de desenvolvimento, a escolha da implementação recai então em circuitos dedicados CMOS [8]. Uma alternativa a ser considerada, pior do ponto de vista de consumo e espaço ocupado, porém cujo desenvolvimento é geralmente mais barato, é a utilização de memórias EPROM para a implementação das operações aritméticas.

No caso da utilização de circuitos dedicados, podemos nos basear [8] no multiplicador rápido apresentado em [31] : para multiplicar uma palavra de N bits por outra de M bits, onde $N \geq M$, são gerados inicialmente NM produtos de pares de bits que a seguir tem que ser somados convenientemente, como exemplificado abaixo.

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & & & a_4 & a_3 & a_2 & a_1 \\
 & & & & b_3 & b_2 & b_1 \\
\hline
 & & & a_4b_1 & a_3b_1 & a_2b_1 & a_1b_1 \\
 & & a_4b_2 & a_3b_2 & a_2b_2 & a_1b_2 & \\
 & a_4b_3 & a_3b_3 & a_2b_3 & a_1b_3 & & \\
\hline
c_7 & c_6 & c_5 & c_4 & c_3 & c_2 & c_1
\end{array}
$$

Os produtos são somados sucessivamente em $(M-1)$ estágios de soma de palavras de $(N-1)$ bits, na técnica "carry-save" [31] resultando em duas palavras de $(N-1)$ bits cuja soma dá o resultado desejado, e que podem ser somadas na técnica "carry look-ahead " . Esta estrutura está exemplificada na figura 2.2.3 . A complexidade do circuito é portanto aproximadamente proporcional a $(N-1)(M-1)$.

Notar que devido à estrutura do circuito, onde não há conexão entre blocos de um mesmo estágio, não se aplica a imposição de tempo de processamento total menor que o período de símbolos. Registradores de $N+M$ bits podem ser inseridos para equalizar os retardos dos caminhos associados a cada bit do produto, quando o maior retardo ultrapassar o período de símbolos.

Para implementar a mesma operação de multiplicação (e analogamente uma operação de adição) com tabelas armazenadas em uma memória EPROM, na configuração mais simples seria necessário uma (ou duas, conforme o número de bits do produto) memória de capacidade 2^{N+M} palavras com tempo de acesso menor que o período de símbolos, que, para a taxa de 140 Mbit/s em 16 QAM, é de 28,6 ns.

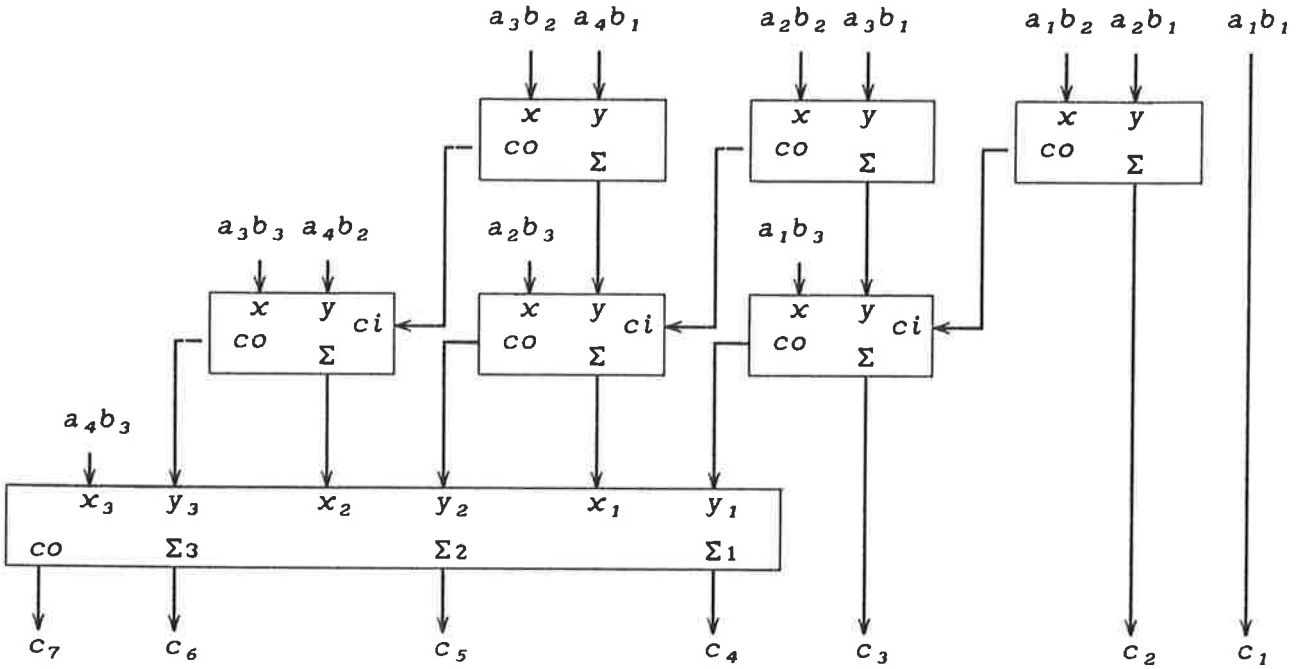


fig. 2.2.3 : multiplicador em técnica "carry-save"

Mesmo para memórias de baixa capacidade este valor de tempo de acesso é abaixo do usual. Existem alguns produtos recentes [32], no entanto, que atendem a esta especificação, como por exemplo uma memória de 256 Kpalavras de 16 bits, com tempo de acesso de 16 ns e consumo de 85 mA em 30 MHz.

2.3 Efeito de propagação multi-percurso

A. Modelos de propagação

Determinadas condições climáticas, principalmente relativas à umidade do ar, fluxo do calor, e ventos, podem levar à formação de camadas atmosféricas com um alto gradiente negativo do índice de refração [21]. O efeito de uma camada deste tipo num sinal de RF, é o de lhe determinar um encurvamento excessivo em direção ao solo. Como ilustrado na figura 2.3.1, em um lance de rá-

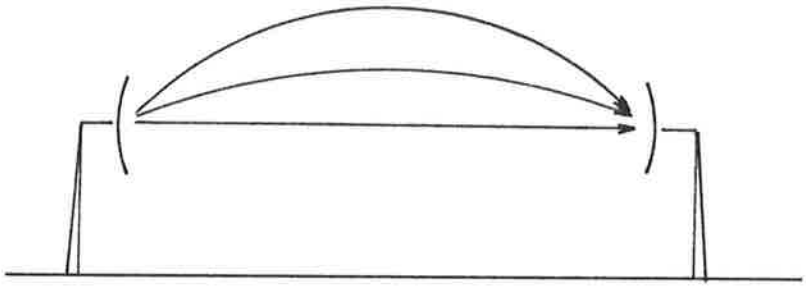


fig. 2.3.1 : Propagação multi-percurso

dio de microondas, parcelas do sinal transmitido que normalmente não atingiriam o receptor passam a fazê-lo, chegando porém com um retardo maior do que o sinal direto. Caso o lance atravesse regiões de água ou regiões planas e úmidas, o receptor pode ainda ser atingido por parcelas do sinal refletidas à altura do solo, também retardadas em relação ao sinal direto [22].

A soma, no receptor, de parcelas do sinal transmitido afetadas de retardos diferentes, introduz uma seletividade no canal, distorcendo a informação transmitida. Genericamente, a função de transferência resultante da soma de N raios percorrendo caminhos diferentes é dada por :

$$H(f) = \sum_{n=1}^{N} b_n \, e^{-j\,2\pi f \tau_n} \qquad (2.3.1)$$

onde b_n é a amplitude do n-ésimo raio e τ_n seu retardo. Na figura 2.3.2 se representa a função de transferência para o caso da soma de dois sinais, com a atenuação do sinal não retardado sendo nula. Notar que a resposta é periódica, com a separação entre os picos de atenuação dada pelo inverso do retardo entre os sinais.

No decorrer do período de ocorrência de propagação multi-percurso o resultado da combinação dos diversos raios que atingem o receptor não é estático. Variações atmosféricas levam a variações do retardo e da amplitude de cada raio. A função de transferência tem portanto um comportamento

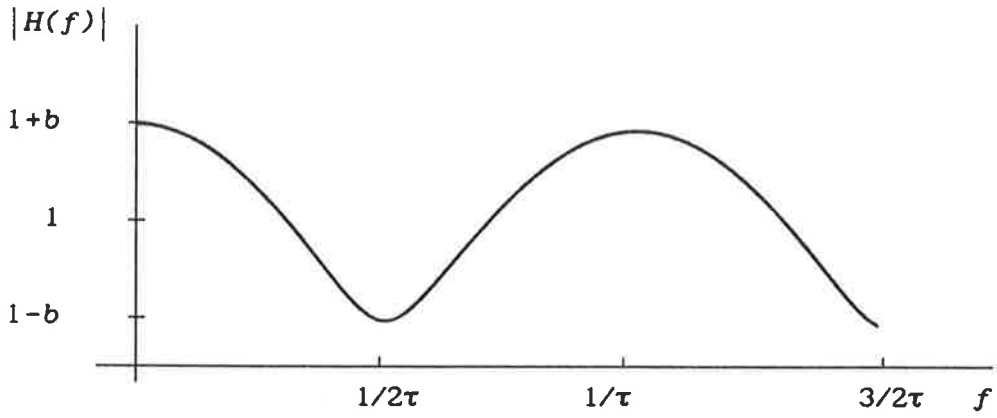


fig. 2.3.2 : Seletividade devido a um raio retardado.

aleatório. De modo a poder exprimir de maneira simples este comportamento, foram propostos diferentes modelos de propagação [21],[7] onde se assume a presença apenas de um número reduzido de raios (2 ou 3), suficientes porém para caracterizar estatisticamente um canal de transmissão não muito largo (tipicamente menor que 100 MHz). Um destes modelos é o modelo de três raios simplificado [23], onde a função de transferência do canal é aproximada por :

$H_c(f) = 1$, em condições normais de propagação,

e

$H_c(f) = a \left[1 - b\, e^{-j\, 2\pi\, (f-f_o)\, \tau} \right]$, durante ocorrência de propagação multipercurso.

(2.3.2)

O parâmetro a é a atenuação constante na banda, resultado da soma do sinal direto com um sinal pouco retardado. Um terceiro raio, de amplitude relativa b e retardo τ fixo (6,3 ns), é responsável pela seletividade do canal, cujo pico de atenuação ocorre na frequência f_o.

Na elaboração deste modelo, se registrou, de início, em um lance de mi-

croondas típico, um grande número de medidas do espectro de potência recebido durante períodos de propagação multipercurso. A seguir foi determinado o melhor ajustamento dos parâmetros para cada medida, o que forneceu suas distribuições estatísticas. A fixação do parâmetro de retardo em 6.3 ns é consequência do fato de ter sido possível um bom ajustamento à grande maioria das medidas apenas com a variação dos demais parâmetros.

Notar que o ajustamento do parâmetro b para uma determinada resposta medida de $|H(f)|$ tem sempre duas soluções : uma em que $0<b<1$ e outra em que $b>1$. A cada uma corresponde no entanto uma característica de fase diferente denominada respectivamente de *fase mínima* ou de *fase não-mínima*. O modelo não traz informação sobre a ocorrência relativa destes estados. Outros levantamentos [7] indicam que para respostas pouco seletivas há preponderância do estado de fase mínima, e que para respostas bastante seletivas os estados são praticamente equiprováveis.

Com o canal dado pela equação (2.3.2), o fato do retardo assumido de 6,3 ns ser bem menor do que o período de símbolos típico (30 ns para 140 Mbit/s em 16 QAM), faz com que, se a resposta impulsiva do sistema, dada pela filtragem banda-base (ver **2.1.*A***), for relativamente pouco espalhada no tempo (coeficiente de roll-off em (2.1.16) em torno de 0,5 ou maior), a maior parte da interferência intersimbólica se concentrará, no caso de fase mínima, no termo imediatamente posterior ao termo central (ver figura 2.3.3) . No caso de fase não-mínima, o sinal retardado, sendo maior que o sinal direto, é visto pelo sistema como o sinal principal e o direto como o interferente. Neste caso a maior parte da interferência intersimbólica está concentrada no termo imediatamente anterior ao termo central [17].

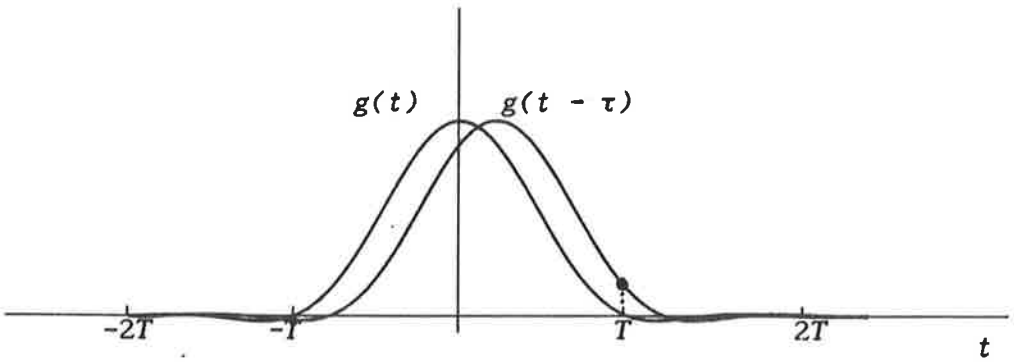


fig 2.3.3 : concentração da ISI no termo em t=T (β=0,5 ; τ/T=0,22)

B. Caracterização de desempenho com assinaturas

Enlaces de rádio digital devem atender determinadas especificações de desempenho [24],[25], estabelecidas em acordo com o desempenho desejado para a rede digital integrada da qual fazem parte, ou futuramente farão parte. Sistemas de alta capacidade devem atender, entre outras, às seguintes especificações :

- taxa de erro $\geq 10^{-3}$ durante não mais de $(L/2500) \times 0{,}054\%$ de qualquer mês,
- taxa de erro $\geq 10^{-6}$ durante não mais de $(L/2500) \times 0{,}4\%$ de qualquer mês,

onde L é o comprimento do enlace em km.

Sendo a propagação multipercurso o principal fator de degradação do desempenho de sistemas de rádio digital de alta capacidade, é fundamental , no desenvolvimento de um equipamento, poder bem caracterizar sua suscetibilidade a este fenômeno. A utilidade de um modelo de canal com um número reduzido de parâmetros, tal como o modêlo de três raios simplificado, consiste em permitir identificar, sem grande dificuldade, as combinações destes parâmetros que levam o sistema a exibir uma determinada degradação. A integração das funções de densidade de probabilidade dos parâmetros do modelo nas regiões assim levantadas, fornece uma estimativa da fração do tempo, relativa à duração do fenômeno de propagação multipercurso, durante a qual a degradação em questão é verificada. Com a probabilidade de ocorrência de propagação multipercurso dada pelas características geográficas do lance [22], o atendimento ou não das especificações de desempenho como as apresentadas acima pode então ser estimado.

Neste sentido, associado ao modelo de três raios simplificado se define, a *assinatura* de um receptor de rádio digital. Com

$\Delta f \triangleq$ deslocamento de f_0 em relação à frequência central do canal

$A \triangleq -20 \log a$

$$B = \begin{cases} -20 \log(1-b) & \text{se } b<1 \text{ (fase mínima)} \\ -20 \log(b-1) & \text{se } b>1 \text{ (fase não-mínima),} \end{cases} \tag{2.3.3}$$

a assinatura é a curva no plano (B x Δf) que contém os pontos (B,Δf) para os quais, para um dado valor de A, é verificada uma determinada degradação de desempenho. Normalmente são levantadas assinaturas para as taxas de erro de 10^{-3} e 10^{-6} e para a sincronização do receptor (perda e aquisição de portadora). Na figura 2.3.4 se apresentam as assinaturas de taxa de erro de 10^{-3} e de sincronização de um sistema de 16 QAM típico, com e sem equalizador adaptativo, para A = 0.

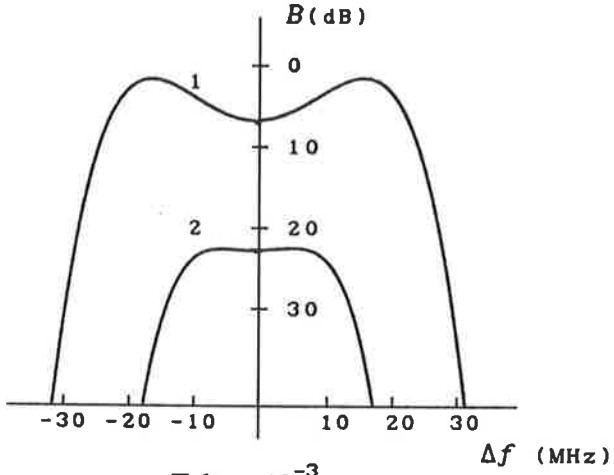
Através da integração das distribuições de B e Δf na região definida pelas suas assinaturas, equipamentos diferentes e alternativas de projeto podem ser comparados. A distribuição estatística de B no modêlo de três raios simplificado é uma exponencial de média 3,8 dB , ao passo que para Δf podemos adotar uma distribuição uniforme. O tempo T_d, para uma dada atenuação plana A, durante o qual a degradação em questão é verificada, é então proporcional à integral [40]

$$T_d = K_1 \int e^{-B(\Delta f)/3.8} \, d\Delta f \tag{2.3.4}$$

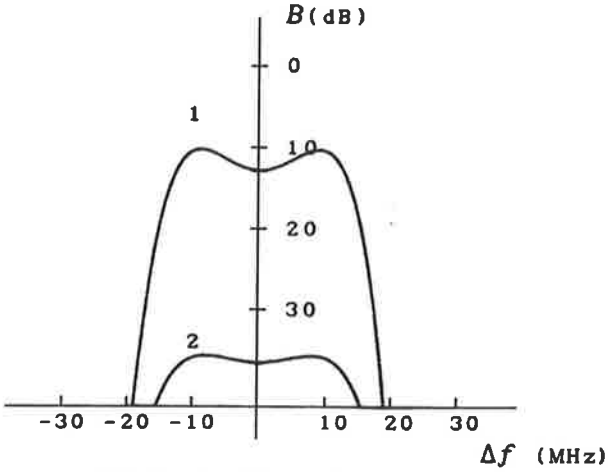
onde $B(\Delta f)$ é o valor no ponto Δf da assinatura para a degradação em questão. Não fazemos a distinção entre os casos de fase mínima e não-mínima pois nos casos analisados no trabalho as assinaturas são idênticas.

C. Comportamento dinâmico, histerese do receptor

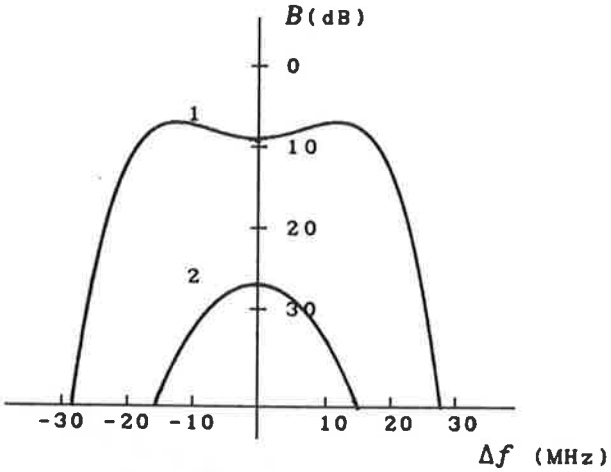
A variação da amplitude e do retardo de cada raio que atinge o receptor durante o período de propagação multipercurso, faz com que as características da função de transferência do canal (no que diz respeito à seletividade, posição e profundidade do pico de atenuação) sejam variáveis no tempo. O modelo de canal considerado acima, assim como outros modelos semelhantes, não traz informações sobre este comportamento dinâmico do canal. No entanto, as estima-



Teb = 10^{-3}



Perda de sincronismo
de portadora



Aquisição de sicronismo
de portadora

2 : com equalizador
1 : sem equalizador

fig. 2.3.4 : Assinaturas para TEB= 10^{-3} de um sistema 140 Mbit/s, 16 QAM

tivas de desempenho do sistema, obtidas com a utilização das assinaturas de taxa de erro são válidas, desde que as condições a seguir sejam verdadeiras :

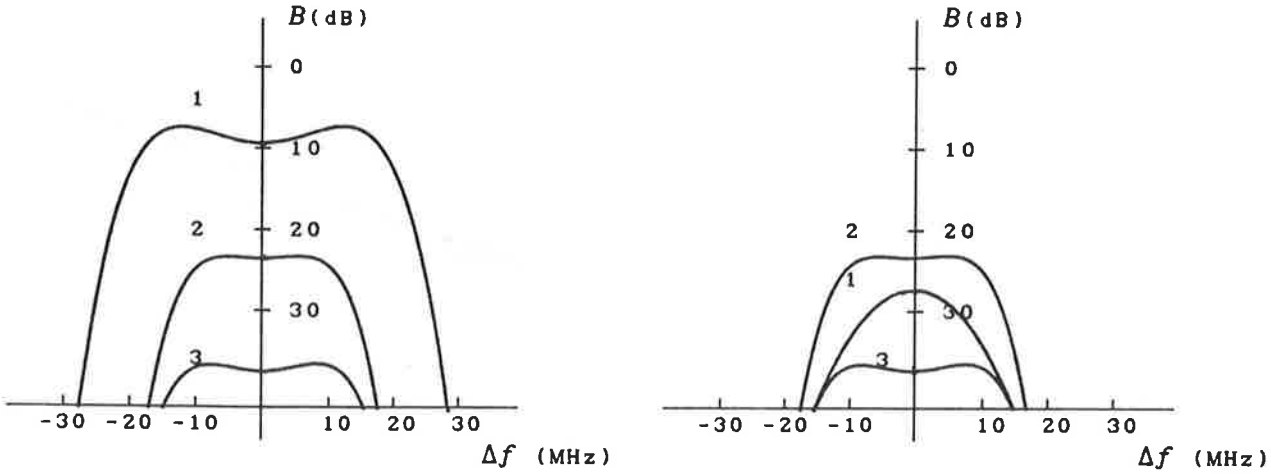
1) o algoritmo adaptativo é suficientemente rápido para

acompanhar as variações do canal.

2) o receptor não tem *histerese*

A velocidade de deslocamento de um pico de atenuação dentro da banda do canal pode passar de 100 MHz/s, e a velocidade de aprofundamento, de 100 dB/s [22]. Se o algoritmo adaptativo do equalizador não conseguir seguir estas variações o desempenho do sistema será degradado.

Histerese do receptor significa a assinatura de re-sincronização de portadora ser pior que as de taxa de erro. A assinatura de *perda* de sincronização de portadora, para um sistema munido de equalizador adaptativo, é tipicamente melhor que as assinaturas para taxa de erro [17]. Como visto no item **2.2.*E***, a assinatura de re-sincronização de portadora, por outro lado, depende particularmente do comportamento do equalizador. No caso do equalizador não ser efetivo após a perda de sincronismo a assinatura de re-sincronização de portadora é tipicamente bem pior do que as assinaturas de taxa de erro (ver figura 2.3.5). Consequentemente, o tempo durante o qual o sistema permanece indisponível depende do tempo de permanência da função de transferência do canal entre as assinaturas de perda e recuperação de portadora, o que não pode ser calculado com base apenas num modêlo estático de canal.



receptor com histerese

sem histerese

1 : aquisição de portadora
2 : Teb = 10e-3
3 : perda de portadora

fig. 2.3.5 : assinaturas de receptor com e sem histerese

Procedimentos para levar em conta a histerese do receptor no cálculo de desempenho do sistema podem ser encontrados em [33], [34]. A degradação de desempenho resultante é significativa : em [33], o tempo de indisponibilidade (taxa de erro maior que 10^{-3} por mais de 10 segundos consecutivos) de um receptor com histerese foi estimado em 2,5 vezes o de um outro, que possuía as mesmas assinaturas de taxa de erro e perda de portadora, porém sem histerese. Dada a influência da histerese do receptor no desempenho do sistema, vemos que, como colocado em **2.2.*E***, é importante levar em conta este fator na análise efetuada sobre a estrutura alternativa de equalização proposta neste trabalho.

3

CANCELADOR DE ISI MODIFICADO

Neste capítulo é apresentada a estrutura alternativa de equalização para sistemas de rádio digital. São levantados também os aspectos que devem fazer parte da sua caracterização, para uma comparação adequada com equalizadores convencionais.

3.1 Proposição original do cancelador de ISI

Um cancelador de interferência intersimbólica (ISI daqui por diante), para aplicação em transmissão digital na rede telefônica, foi proposto em [9], estando representado na figura 3.1.1 (por simplicidade, não há imposição de causalidade, como já comentado em **2.1.*B***). Descrevemos, a seguir, o seu princípio.

Um equalizador linear atuando sobre o sinal demodulado d_k' é usado para obter decisões preliminares $\hat{d}_k$ sobre os símbolos transmitidos. Ao mesmo tempo o sinal recebido passa por um filtro adaptativo $W(f) = W_I(f) + jW_Q(f)$ cuja função de transferência equivalente em passabanda $W(f-f_c)$ é ajustada dinamicamente de modo a ser, na banda do sinal, o complexo conjugado da resposta do canal $H_c(f)$, otimizando assim a relação sinal/ruído na sua saída (em terminologia de Teoria da Comunicação, um "filtro casado " [12]).

Os produtos das decisões preliminares com as estimativas $\tilde{q}_n$ dos termos da resposta impulsiva global q_n (que inclui o filtro casado), constituem estimativas dos termos de ISI que afetam o sinal após o filtro casado. Subtraindo do sinal na saída do filtro casado estes produtos, se faz, portanto, uma tentativa de *cancelamento* da ISI. A partir do sinal $\tilde{\tilde{d}}_k$ assim obtido são tomadas as decisões finais $\hat{\hat{d}}_k$ com uma probabilidade de erro menor que a das decisões preliminares.

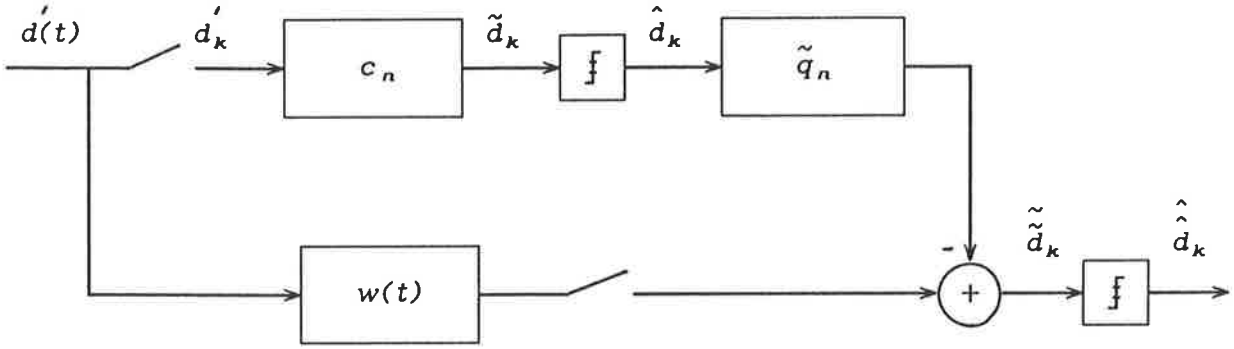


fig 3.1.1 : cancelador de ISI

As estimativas dos termos da resposta impulsiva global assim como os coeficientes do filtro casado, são obtidos com um algoritmo adaptativo análogo ao dos coeficientes de um equalizador linear (ver **2.2.*D***). A comparação do desempenho do cancelador com o do equalizador linear pode portanto ser feita, sem perda de validade, assumindo erros nulos para estas estimativas, considerando, se necessário, a questão da convergência do algoritmo em separado. Supondo então, estimativas exatas das amostras da resposta impulsiva global, o sinal sobre o qual são tomadas as decisões definitivas é dado por

$$\tilde{\tilde{d}}_k = \sum_{\substack{n=-\infty \\ q_n \notin S}}^{\infty} q_n \, d_{k-n} + \sum_{\substack{n=-\infty \\ q_n \in S}}^{\infty} q_n \, (d_{k-n} - \hat{d}_{k-n}) + \upsilon_k \qquad (3.1.1)$$

onde $\hat{d}_k$ são as decisões preliminares, $\upsilon_k \triangleq \eta_k + j\vartheta_k$ são as amostras do ruído filtrado por $W(f)$ e S é o conjunto de termos de ISI de q_n incluídos no estágio de cancelamento. A inclusão ou não de um termo q_n no estágio de cancelamento resulta do compromisso escolhido entre complexidade do circuito e desempenho.

Apresentamos agora a motivação colocada em [9] para este tipo de estrutura. Notar, de início, que, dado o canal de transmissão e a filtragem $H_T(f)H_R(f)$, um limite inferior para a probabilidade de erro [12] é a verificada quando se transmite um único símbolo e se amostra a saída do filtro casado no seu pico, que ocorre em t=0. Quando mais símbolos são transmitidos a ISI não permite que a taxa de erro atinja este limite. Um equalizador linear reduz

a ISI introduzida pelo canal, porém o faz às custas de uma amplificação do ruído presente na sua entrada. Esta amplificação é dada por

$$F = \sum_{n=-N}^{N} |c_n|^2 \tag{3.1.2}$$

onde c_n são os coeficientes do equalizador. Dependendo da distorção e da potência de ruído, a amplificação acima pode resultar em não se conseguir, para qualquer número de coeficientes do equalizador, reduzir a taxa de erro abaixo de um determinado patamar [9]. Este patamar pode ser consideravelmente pior do que o limite para símbolo isolado, o que motiva a procura por uma estrutura de receptor mais eficiente.

O cancelador de ISI em [9] busca um desempenho mais próximo do limite para símbolo único : as decisões finais são tomadas a partir de um sinal onde a relação sinal/ruído é otimizada pelo filtro casado e a ISI é eliminada sem amplificação de ruído. Notar que para avaliar o seu desempenho real, no entanto, tem que ser levado em conta o efeito dos erros nas decisões preliminares nas decisões finais. Em [10], por exemplo, se mostra um caso específico de canal para o qual o desempenho do cancelador, devido aos erros nas decisões preliminares, é bastante pobre.

3.2 Aplicação em rádio digital

A. Tentativa de substituir diversidade de espaço

Como visto no item **2.3**, durante a ocorrência de propagação multi-percurso o canal de transmissão em sistemas de rádio de microondas apresenta um comportamento aleatório. Tanto a probabilidade de ocorrência de multi-percurso quanto os parâmetros do modelo estatístico do canal durante a ocorrência de multi-percurso, dependem de características geográficas do lance e de características climáticas da região onde o lance se encontra.

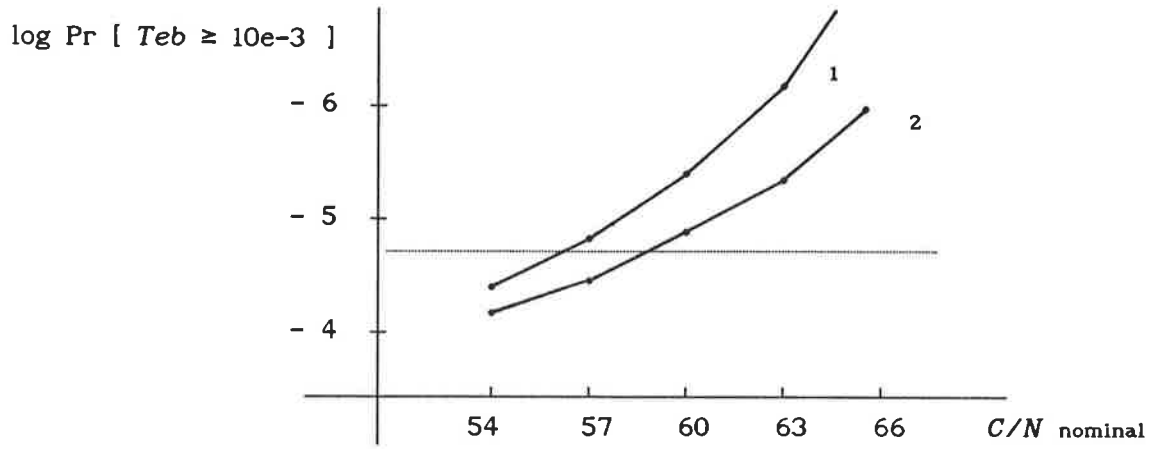
Para atender às especificações de transmissão (item **2.3.*B***), sistemas de rádio digital de alta capacidade têm que utilizar equalizadores adaptativos na

maior parte dos lances. Em determinados lances, além do equalizador, é necessária ainda outra técnica de contra-medida, denominada *recepção em diversidade de espaço* [17], onde o sinal fornecido ao demodulador é resultante da combinação de sinais provenientes de duas antenas separadas verticalmente. A separação vertical é suficiente (em torno de 10 m) para que as distorções que afetam o sinais em cada antena sejam descorrelacionadas, assim como os níveis de potência dos sinais. Consequentemente, a probabilidade do sinal combinado apresentar distorção ou queda de nível que provoquem êrros na deteção é menor que a dos sinais em cada antena tomados individualmente.

A recepção em diversidade de espaço representa um custo adicional significativo do equipamento, uma vez que há duplicação de antenas e de parte do receptor. Conforme o caso, a torre de sustentação das antenas também é mais cara, devido à duplicação da carga. Recentemente, outro tipo de recepção em diversidade [35], menos custoso, foi proposto, denominado *diversidade angular*. Consiste em utilizar dois alimentadores numa mesma antena, com um pequeno ângulo entre si, em lugar de duas antenas de recepção. Seu uso, porém, ainda não é disseminado.

A princípio, a aplicação do cancelador de ISI ao invés do equalizador linear convencional em sistemas de rádio digital, teria interêsse prático apenas se possibilitasse uma redução considerável da utilização de diversidade de espaço. Uma análise para um lance típico nos EUA [36], no entanto, indica que mesmo que o cancelador atingisse o desempenho limite do pulso único (ver acima), seu ganho em relação ao equalizador linear não seria muito grande. Isto está representado na figura 3.2.1, onde, em função da relação sinal/ruído em condições normais de propagação, se compara a probabilidade da taxa de erro de lance ser maior que 10^{-3} dos dois casos. Neste gráfico, a linha pontilhada indica um objetivo de desempenho a ser atingido. Notar que a diferença de desempenho é maior para valores mais altos de *S/N* nominal. Nestes pontos, no entanto, o desempenho do equalizador linear já supera o objetivo colocado.

Além disso, o ganho de desempenho confirmado na prática [38], do receptor com diversidade de espaço e equalizador, em relação ao receptor com apenas equalizador, é em geral, muito maior que o ganho do cancelador ideal apresentado na figura 3.2.1. Isto significa que uma parcela importante do ganho de desempenho proporcionado pela recepção em diversidade de espaço é resultado da melhoria referente ao nível de potência do sinal combinado, sobre o qual o cancelador não pode trazer nenhum ganho.



1 : cancelador de ISI ideal
2 : equalizador linear ideal
— : objetivo de desempenho [38]

fig. 3.2.1 : probabilidade de Teb ≥ 10e-3
em função de C/N nominal

Em vista do que foi colocado acima, mesmo que o desempenho do cancelador real se aproximasse do desempenho ideal, sua utilização no lugar da recepção em diversidade de espaço se restringiria a casos onde o desempenho do equalizador linear, *devido à amplificação de ruído*, ficasse pouco aquém do objetivo colocado. Isto exigiria um conhecimento preciso das características de propagação multi-percurso dos lances desfavoráveis, do qual, em geral, não se dispõe. Não vemos, portanto, motivação para analisar mais detalhadamente neste trabalho, a aplicação do cancelador de ISI em rádio digital sob o mesmo ponto de vista que o tomado na sua proposição original [9]. No entanto, como veremos a seguir, a introdução de certas modificações na sua estrutura original, propostas neste trabalho, pode trazer vantagens na implementação prática, relativamente a um equalizador linear convencional de mesmo desempenho.

B. Vantagens relativas à implementação após modificações na estrutura original

A implementação de um equalizador linear convencional requer a realização de operações de multiplicação entre o sinal recebido e os coeficientes do equalizador. Em uma implementação digital, a escolha do número de bits de quantização destes dois termos representa um compromisso entre complexidade de

circuito e degradação de desempenho (item **2.2.*F***).

No estágio de cancelamento de um cancelador de ISI, as operações de multiplicação a serem realizados envolvem as decisões preliminares e as estimativas das amostras da resposta impulsiva global. As decisões preliminares, porém, são codificadas em um número reduzido de bits ($M/2$ bits para modulação 2^M-QAM) o que, como visto em **2.2.*F***, facilita a implementação digital.

Sob este ponto de vista, o cancelador de ISI teria interêsse prático em rádio digital caso atingisse, com um circuito de implementação mais fácil, o desempenho de um equalizador linear convencional típico. Uma condição para tanto é o estágio linear do cancelador ter menos coeficientes que o equalizador convencional, ficando a maior parte da eliminação da ISI a cargo do bloco de cancelamento. A complexidade deste bloco, porém, também deve ser restringida, de modo a não comprometer a vantagem de implementação conseguida no estágio linear.

Para alcançar um melhor compromisso entre estas exigências conflitantes, propomos neste trabalho, modificações na estrutura do cancelador de ISI. Estas modificações são :

1) utilização pelo bloco cancelador do próprio sinal de saída do estágio linear ao invés do sinal filtrado pelo filtro casado, que será abandonado (ver figura 3.2.2)

2) utilização no bloco de cancelamento de ISI de mais de um estágio de cancelamento de ISI (ver figura 3.2.3)

3) introdução de níveis intermediários nas decisões preliminares (ver figura 3.2.4)

A seguir justificamos estas modificações.

1) Os termos de ISI da resposta impulsiva após o estágio de equalização linear são menores que os da resposta não equalizada, e portanto menos termos precisam ser incluídos no bloco cancelador, simplificando o circuito. Além disso, como pode ser visto em (3.1.1) o fato dos termos de ISI serem menores reduz o efeito na decisão final dos erros nas decisões preliminares. Notar que, com a modificação, o algoritmo de adaptação dos coeficientes do cancelador deve estimar agora os termos h_n da resposta impulsiva equalizada pelo

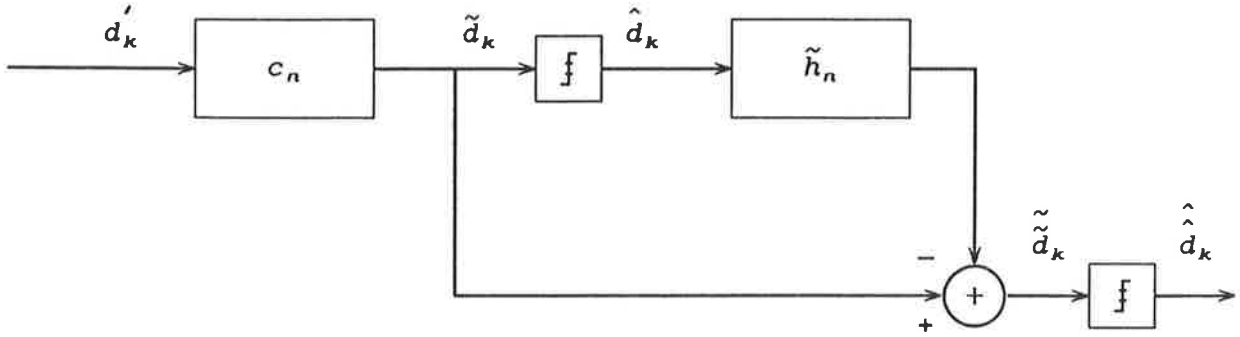


fig 3.2.2 : utilização da saída do estágio linear para decisões finais

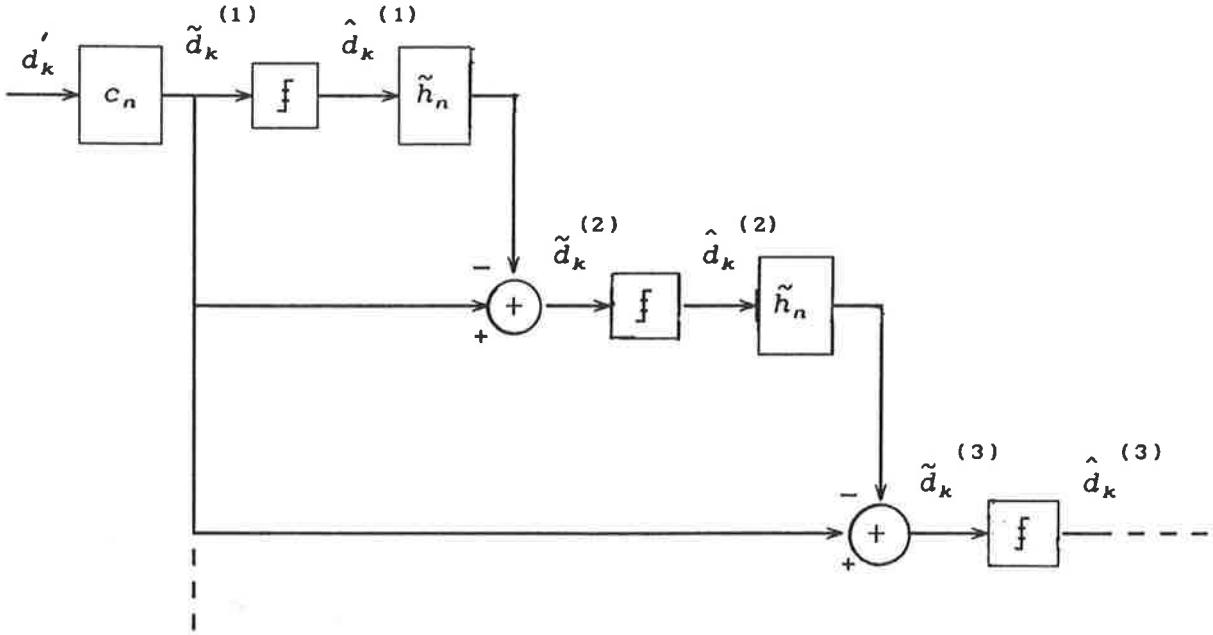


fig. 3.2.3 : estágios de cancelamento adicionais

estágio linear.

A contrapartida das vantagens colocadas acima é que, em relação à estrutura original do cancelador, o sinal sobre o qual são tomadas as decisões finais é mais contaminado por ruído térmico, em função de sua amplificação pelo estágio linear. Como visto em **3.2.*A*** , no entanto, o efeito de amplificação de ruído pelo equalizador em rádio digital não é determinante, não sendo o desempenho do cancelador ideal muito melhor que o do equalizador linear ideal. Além disso, partindo do pressuposto colocado acima, de que o estágio linear do cancelador de ISI terá menos coeficientes que um equalizador convencional de mes-

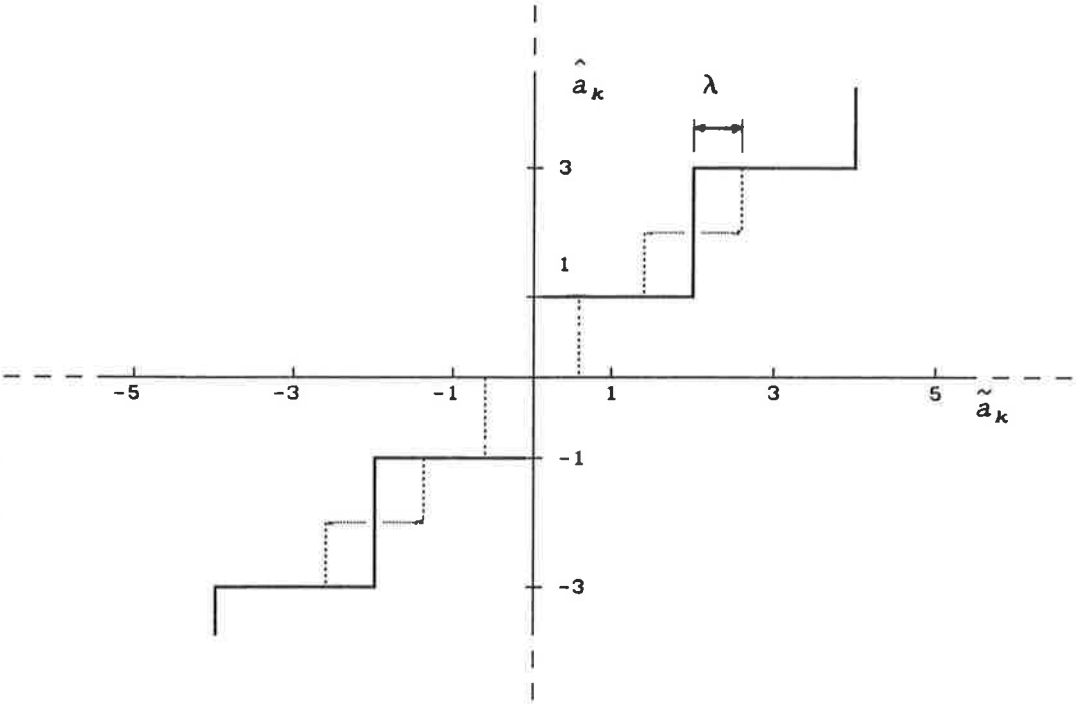


fig. 3.2.4 : Introdução de níveis intermediários nas decisões preliminares

mo desempenho, a amplificação de ruído dada por (3.1.2) é em geral menor que no caso convencional.

2) As decisões finais tomadas após um estágio de cancelamento de ISI podem ter ainda uma probabilidade de erro insatisfatória. No entanto, se estas decisões forem consideradas como preliminares, e forem introduzidos estágios de cancelamento de ISI adicionais, se esperaria uma menor probabilidade de erro final. Generalizando (3.1.1), então, para o sinal sobre o qual são tomadas as i-ésimas decisões preliminares, temos

$$\tilde{d}_k^{(i)} = \sum_{\substack{n=-\infty \\ h_n \notin S}}^{\infty} h_n \, d_{k-n} + \sum_{\substack{n=-\infty \\ h_n \in S}} h_n \, e_{k-n}^{(i-1)} + v_k \qquad (3.2.1)$$

onde $e_k^{(i)} \triangleq (d_k - \hat{d}_k^{(i)})$ são os erros nas i-ésimas decisões preliminares.

Notar que, sendo o critério para inclusão dos termos de ISI nos estágios

de cancelamento o mesmo em todos os estágios, as estimativas $\tilde{h}_n$ destes termos, calculadas adaptativamente pelo circuito de controle, são utilizadas da mesma maneira em todos. O acréscimo de um estágio de cancelamento de ISI, portanto, não implica num crescimento do circuito de controle, ao contrário do que ocorre num equalizador convencional quando é acrescentado um coeficiente.

3) Supondo, sem perda de generalidade no que segue, que Im $[h_n] = 0$ e que apenas um termo de h_n, de índice D, é incluído nos estágios de cancelamento, a componente em fase do sinal apresentado para a decisão final, após J-1 estágios de cancelamento de ISI, é dada por

$$\tilde{a}_k^{(J)} = a_k + y_k + h_D\, \alpha_{k-D}^{(J-1)} \tag{3.2.2}$$

onde $y_k \triangleq \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq D}}^{\infty}{}' h_n\, a_{k-n} + \eta_k$ e $\alpha_k^{(i)} \triangleq (a_k - \hat{a}_k^{(i)})$

Com base no que foi visto em **2.1.*C***, a probabilidade de erro na deteção desta componente é dada por

$$P_a^{(J)} = 2\,\frac{L-1}{L}\,\Pr\left[\, y_k + h_D\, \alpha_{k-D}^{(J-1)} > 1 \,\right] \tag{3.2.3}$$

Se as componentes a_k dos símbolos transmitidos, assim como as das decisões preliminares $\hat{a}_k$ podem assumir L níveis diferentes em cada quadratura, contidos em $\left\{ -(L-1),\ldots, -3, -1, 1, 3,\ldots, (L-1) \right\}$, os erros $\alpha_k = a_k - \hat{a}_k$ assumem valores do conjunto $\left\{ -2(L-1), -2L,\ldots, -2, 0, 2,\ldots, 2(L-1) \right\}$, que tem $2L$-1 elementos. A expressão à direita em (3.2.3) pode ser desenvolvida em função da probabilidade de ocorrência de cada um destes valores possíveis do erro na decisão preliminar anterior (assumimos que y_k e α_{k-D} são independentes, o que é discutido ainda no capítulo 4):

$$\Pr\left[y_k + h_D \, \alpha_{k-D}^{(J-1)} > 1 \right] = \sum_{m=-(L-1)}^{(L-1)} P_1(2m) \, P_2(2m,J-1) \tag{3.2.4}$$

onde

$$P_1(m) \triangleq \Pr\left[y_k + m \, h_D > 1 \right] \quad \text{e} \quad P_2(m,j) \triangleq \Pr\left[\alpha_{k-D}^{(j)} = m \right]$$

Se as decisões preliminares puderem assumir níveis intermediários nas regiões determinadas pelo parâmetro de limiar λ da função de deteção, como indicado na figura 3.2.4, os erros α_k passam a assumir valores do conjunto $\left\{ -2(L-1), \; -2L+3, \ldots, \; -2, \; -1, \; 0, \; 1, \; 2, \ldots, \; 2(L-1) \right\}$, e a equação (3.2.4) passa a

$$\Pr\left[y_k + h_D \, \alpha_{k-D}^{(J-1)} > 1 \right] = \sum_{m=-2(L-1)}^{2(L-1)} P_1(m) \, P_2(m,J-1) \tag{3.2.5}$$

Notar que, para qualquer distribuição estatística de $\alpha_{k-D}^{(J-1)}$, à medida que λ cresce, as probabilidades de ocorrência $P_2(m,J-1)$ dos níveis detetados crescem para os níveis intermediários (m ímpar), e diminuem para os níveis nominais (m par). O valor λ=0, portanto, que produz apenas os níveis nominais nas decisões preliminares, não minimiza necessariamente a probabilidade de erro P_a dada por (3.2.4). Para um determinado valor de $\lambda_1 \neq 0$, por exemplo, a degradação na probabilidade de erro causada pelos erros nas decisões preliminares que passam do valor 0 se λ=0 para o valor 1 se $\lambda = \lambda_1$, pode ser sobrepujada pela melhoria causada pelos erros que passam respectivamente do valor 2 para o valor 1.

A mesma conclusão acima vale para os estágios de decisão preliminar anteriores, e portanto, a introdução dos níveis intermediários nas decisões preliminares será feita em todos os estágios.

Comentamos a seguir, ainda, outro aspecto de interesse da estrutura alternativa.

Como visto no início deste item, a implementação digital dos estágios de cancelamento é favorecida pelo fato das decisões preliminares poderem ser co-

dificadas em um número reduzido de bits. A questão do número de bits necessários para a codificação do sinal de entrada, dos coeficientes e dos produtos no estágio linear, porém, também merece atenção.

O erro no sinal de saída do estágio linear devido à quantização do sinal de entrada, dos coeficientes e dos produtos, é, conforme (2.2.19),

$$\xi_k = \sum_{j=-N}^{N} \delta c_j \, d'_{k-j} + c_j \, \delta d'_{k-j} + \delta p_{k-j} \qquad (3.2.6)$$

onde c_j são os coeficientes do equalizador, d'_k o sinal na sua entrada,e δc_j, $\delta d'_k$ e δp_{k-j} , os erros de quantização. Numa avaliação intuitiva, o efeito da quantização é tanto pior quanto maior for o número de coeficientes do equalizador, N, uma vez que mais termos são somados na equação acima. Existe interesse, portanto, em verificar se o estágio linear do cancelador de ISI exige um número menor de bits de quantização do sinal de entrada, dos coeficientes e dos produtos do que um equalizador linear convencional de mesmo desempenho. Isto representaria uma vantagem adicional do cancelador em relação à complexidade de implementação .

C. Estruturas específicas consideradas na caracterização

Como visto em **2.3.*A***, num lance típico de rádio digital de microondas, a interferência intersimbólica causada por propagação multi-percurso está concentrada no termo imediatamente anterior ou posterior ao termo principal da resposta impulsiva amostrada do canal. A ação de um equalizador ZF de $2N+1$ coeficientes sobre estas respostas, como visto em **2.2.*C***, resulta numa resposta equalizada onde a ISI se concentra, respectivamente, no termo de índice $-N-1$ ou no de índice $N+1$. Um equalizador MMSE, por outro lado, distribue a ISI da resposta equalizada em mais termos. No que diz respeito à complexidade de circuito do cancelador de ISI, portanto, é mais vantajoso que o estágio linear seja do tipo ZF, uma vez que serão exigidos menos coeficientes nos estágios de cancelamento.

Com base nisto, as estruturas analisadas neste trabalho consistirão de um

equalizador ZF no estágio linear, cujo número de coeficientes será variado, e de estágios de cancelamento de ISI com um coeficiente anterior e outro posterior ao termo principal da resposta. Em função desta simetria não há diferença de desempenho para canais de fase mínima e fase não-mínima. O número de estágios de cancelamento de ISI será variado, assim como o parâmetro de limiar λ (ver item anterior) das funções de deteção preliminar de cada estágio. Estas estruturas estão representadas genericamente na figura 3.2.5, onde se encontram discriminados os blocos que compõe o cancelador para modulação QAM. Notar os blocos de retardo introduzidos para adequar os sinais à causalidade do circuito real.

Equalizadores lineares de até 9 coeficientes complexos são utilizados em sistemas de rádio digital [37]. Este será então o número máximo de coeficientes dos equalizadores lineares com os quais o cancelador modificado será comparado.

D. Aspectos a serem analisados

Nos ítens anteriores foi visto que um cancelador de ISI, com as modificações propostas, pode apresentar vantagens em relação a um equalizador convencional no que diz respeito à complexidade de implementação. Neste item levantaremos quais aspectos de desempenho desta estrutura devem ser verificados de modo a poder comprovar as vantagens potenciais percebidas. O método de análise em si destes aspectos será visto no próximo capítulo.

Os tipos de modulação para os quais serão feitas as comparações entre o cancelador de ISI modificado e o equalizador linear convencional são 16-QAM e 64-QAM, de uso corrente em equipamentos comerciais. O coeficiente de *roll-off* considerado será 0,5 : na maior parte dos casos o valor utilizado em equipamentos comerciais é em torno de 0,5 , e, portanto, este é o caso de maior interesse.

De modo a comparar a capacidade de eliminação de ISI do cancelador com a do equalizador linear convencional, serão comparadas suas assinaturas (ver item **2.3.*B***) para taxa de erro de 10^{-3} e para taxa de erro (por ISI apenas) não nula ($|\varepsilon|_{max} = 1$). A princípio, levando em conta os objetivos de desempenho (ver **2.3.*B***), o segundo caso considerado deveria ser para a taxa de erro de

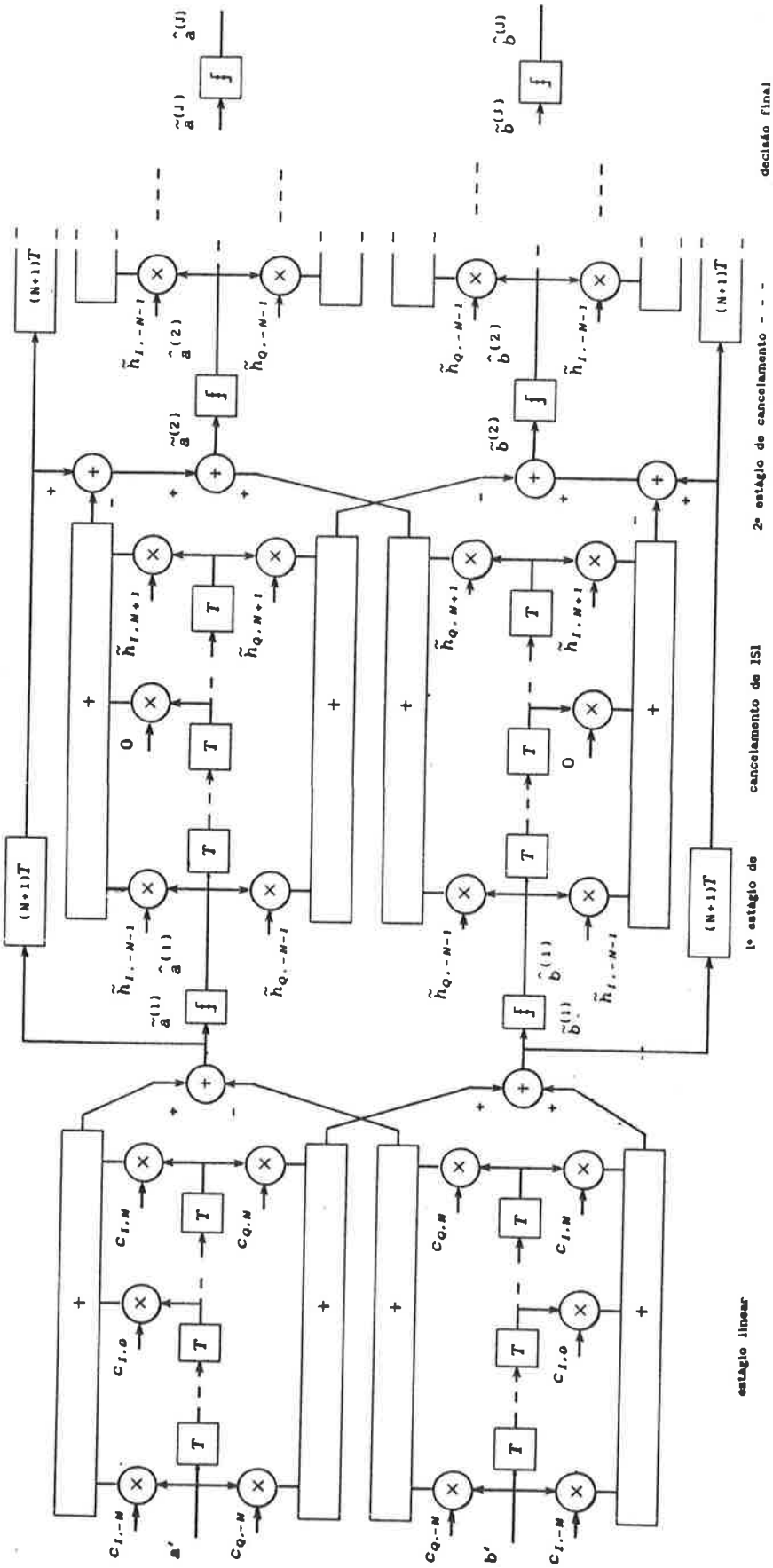


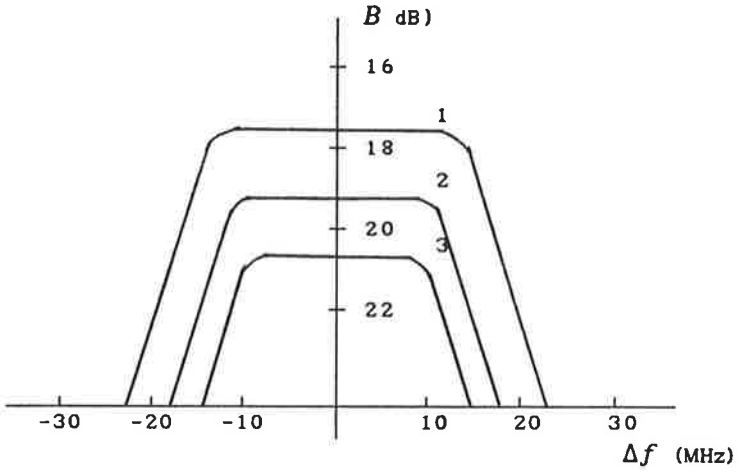
fig. 3.2.5 : cancelador de ISI modificado

10^{-6}. No entanto, a confirmação por simulação do valor obtido não seria possível (10^{-6} é muito pequeno para tanto), ao passo que $|\varepsilon|_{max}$ é verificado diretamente a partir dos termos da resposta impulsiva global. Quando a ISI é preponderante sobre o ruído térmico a assinatura para taxa de erro não nula serve como um limite inferior para a assinatura para taxa de erro de 10^{-6} como representado na figura 3.2.6 .

O fator de comparação será a relação entre as integrais da equação 2.3.4, que, como visto, estão relacionadas à porcentagem do tempo durante a qual a degradação em questão é verificada.

Levantando as assinaturas para taxa de erro de 10^{-3} na ausência de ruído térmico, a capacidade de eliminação de ISI propriamente dita é comparada, e não entram em consideração os demais parâmetros de sistema (potência de transmissão, comprimento do lance, figura de ruído do conversor de RF). Geralmente, no entanto, as distorções devido à propagação multi-percurso são acompanhadas de uma atenuação plana na banda. No modelo de três raios simplificado (equação 2.3.2) esta atenuação é dada pelo fator a, sendo que $A \triangleq 20 \log(a)$ tem uma distribuição normal de média aproximadamente 20 dB e desvio padrão 5 dB . O ruído térmico no sinal a ser detetado, portanto, pode não ser desprezível [17], ainda mais levando em conta o efeito de amplificação de ruído da equalização. É importante, então, também comparar as assinaturas das duas estruturas para valores não desprezíveis de ruído térmico. Para tanto, serão considerados valores típicos para os parâmetros de sistema mencionados, e atenuações no sinal de 20 dB e 30 dB.

As assinaturas acima serão calculadas assumindo inicialmente os valores ideais de coeficientes e ausência de distorções adicionais no sinal demodulado e no sinal equalizado. A seguir será verificada a degradação introduzida pelo erro de quantização nos sinais, coeficientes e produtos em função do número de bits de codificação em cada caso. Não será tratada a questão do algoritmo de adaptação dos coeficientes e das estimativas dos termos da resposta global, uma vez que não constitui um fator de diferenciação entre o equalizador convencional e o cancelador modificado.



1 : Teb > 0 (ISI apenas)
2 : Teb = 10e-6
3 : Teb = 10e-3

fig. 3.2.6 : assinaturas para diferentes taxas de erro

Como visto em **2.3.*C***, a estimativa de desempenho do sistema obtida pelo levantamento das assinaturas de taxa de erro não será válida se o receptor possuir histerese, ou seja, se a assinatura de ressincronização for pior do que as de taxa de erro. Não são relevantes para este trabalho, no entanto, os detalhes da função de sincronização do receptor. O importante é poder avaliar se o cálculo do desempenho relativo das estruturas comparadas não será invalidado na prática pelo fator histerese. Como visto em **2.2.*E***, com um algoritmo adaptativo convenientemente projetado, a ação de um equalizador linear não depende do sincronismo de portadora, o que não é verdade, porém, no caso de uma estrutura não-linear como a do cancelador de ISI. É necessário, portanto, verificar a redução de ISI que o cancelador proporciona fora da sincronização de portadora. Isto será feito em termos do erro quadrático médio sobre os pontos da constelação rotacionada, em função do erro de fase da portadora, nos pontos da sua assinatura para taxa de erro de 10^{-3}. Se o resultado obtido for igual ou melhor que o do equalizador linear com o qual se faz a comparação, nos pontos da *sua* (do equalizador) assinatura, consideramos que um circuito de recuperação de portadora que resulte em ausência de histerese para o equalizador linear servirá para ser utilizado com o cancelador.

4

MÉTODO DE ANÁLISE

Para o cálculo de assinaturas de equalizadores lineares e canceladores de ISI modificados foi realizado um programa para computador pessoal. Em função dos parâmetros de propagação do canal se obtém sua resposta impulsiva equalizada e amostrada, a partir do equacionamento apresentado no capítulo 2. Com os termos da resposta assim obtidos a probabilidade de erro resultante é computada, com base no desenvolvimento teórico apresentado neste capítulo. São apresentados alguns exemplos e os resultados comparados com os de simulações (geração de sequência aleatória de símbolos com contagem dos erros ocorridos) de modo a corroborar o método utilizado. Para o caso dos canceladores de ISI o efeito dos erros nas decisões preliminares é incluído no cálculo. O efeito da quantização do sinal e coeficientes é incorporado em ambos os casos.

4.1 Cálculo da resposta global equalizada e amostrada

Calculamos inicialmente as respostas equivalentes de banda-base do canal. Passando (2.1.33) e (2.1.34) para o domínio do tempo temos :

$$h_I(t) = \frac{1}{2} h_c(t) \left(e^{-j(2\pi f_c t + \psi)} + e^{j(2\pi f_c t + \psi)} \right) =$$

$$= h_c(t) \cos (2\pi f_c t + \psi) \qquad (4.1.1)$$

$$h_Q(t) = \frac{1}{2j} h_c(t) \left(e^{-j(2\pi f_c t + \psi)} - e^{j(2\pi f_c t + \psi)} \right) =$$

$$= - h_c(t) \sin (2\pi f_c t + \psi) \qquad (4.1.2)$$

Uma vez que na função de transferência do canal , $H_c(f)$, dada em (2.3.2), nos interessa, para o cálculo da assinatura (ver **2.3.*B***), apenas o deslocamento do pico de atenuação em relação ao centro da banda do canal, fazemos $f_o = 0$, o que é conveniente pois resulta em $h_c(t)$ real. A constante multiplicativa *a* também é abandonada aqui, sendo incluída posteriormente no cálculo da relação sinal/ruído. Temos portanto

$$H_c(f) = 1 - b\, e^{-j2\pi f\tau} \qquad (4.1.3)$$

e portanto

$$h_c(t) = \delta(t) - b\, \delta(t-\tau) \qquad (4.1.4)$$

As componentes em fase e quadratura da representação banda-base da resposta global são dadas, conforme (2.1.30) e (2.1.31), pela convolução da filtragem banda-base com $h_I(t)$ e $h_Q(t)$. Conjugando as equações acima e fazendo a convolução obtemos

$$u(t) \triangleq \left(h_T * h_R * h_I \right) (t) = h_N(t) \cos \psi - b\, h_N(t-\tau) \cos (2\pi f_c \tau + \psi) \qquad (4.1.5)$$

$$v(t) \triangleq \left(h_T * h_R * h_Q \right) (t) = h_N(t) \sin \psi - b\, h_N(t-\tau) \sin (2\pi f_c \tau + \psi) \qquad (4.1.6)$$

onde $h_N(t) \triangleq h_T(t) * h_R(t)$

Nas equações acima atribuímos ao produto $f_c\tau$ um valor decorrente do deslocamento Δf (ver **2.3.*B***) desejado do pico de atenuação em relação ao centro do canal. Em (4.1.3) estes picos ocorrem nas frequências $f_P = k/\tau$, com k inteiro. Fazendo k=1 temos

$$f_c\tau = 1 - \Delta f \tau \qquad (4.1.7)$$

Para calcular os coeficientes do equalizador e os termos da resposta global equalizada, temos antes que determinar o deslocamento t_a (ver 2.1.30) dos

instantes de amostragem para obter os termos u_n e v_n da resposta global não-equalizada. Na implementação real, esta função é executada pelo bloco de sincronização de relógio, que, em geral [17], utiliza o sinal após o equalizador para obter o instante de amostragem. De modo a simular o funcionamento ideal deste bloco teríamos que seguir um procedimento bastante demorado :

1) para um dado valor de t_a, calcular os termos u_n e v_n usando (4.1.5) e (4.1.6) com um valor nulo para a fase ψ da portadora local;
2) recalcular u_n e v_n conforme (2.1.44) e (2.1.45), com $\psi = \text{arctg}(v_0/u_0)$ de modo a levar em conta a ação do recuperador de portadora, que é de corrigir a rotação do termo central da resposta, como visto em **2.1.***D*.
3) calcular os coeficientes do equalizador conforme (2.2.6) e (2.2.7) e os termos da resposta equalizada, μ_n e ν_n, conforme (2.2.2).
4) avaliar a distorção residual da resposta equalizada pelo seu valor máximo (2.2.3), dado que os equalizadores considerados, como colocado em **3.2.***C*, são do tipo *ZF*, que minimizam a distorção máxima.
5) repetir os passos acima para vários valores de t_a de modo a chegar suficientemente próximo do valor que fornece a menor distorção residual.

Ao invés de seguir o procedimento acima utilizamos outro bem mais rápido : t_a é escolhido tal que o valor $u_0^2 + v_0^2$ (que independe de ψ pois é o módulo do vetor recebido) seja máximo. Este procedimento fornece valores satisfatórios de t_a, como exemplificado nas figuras 4.1.1 e 4.1.2, onde traçamos, em função da diferença de t_a para o valor obtido pelo procedimento adotado, o valor de $|\varepsilon|_{max}$ relativo para, respectivamente, um equalizador de 3 coeficientes complexos e um de 9 coeficientes complexos, nos casos de um pico de atenuação de 20 dB no centro da banda e deslocado de 0,25 da frequência de símbolos do centro da banda. Estes valores, como será visto posteriormente, são representativos das assinaturas levantadas.

Obtido o valor de t_a , seguimos os passos 2) e 3) do procedimento ideal colocado acima para obter os coeficientes do equalizador e os termos da resposta equalizada.

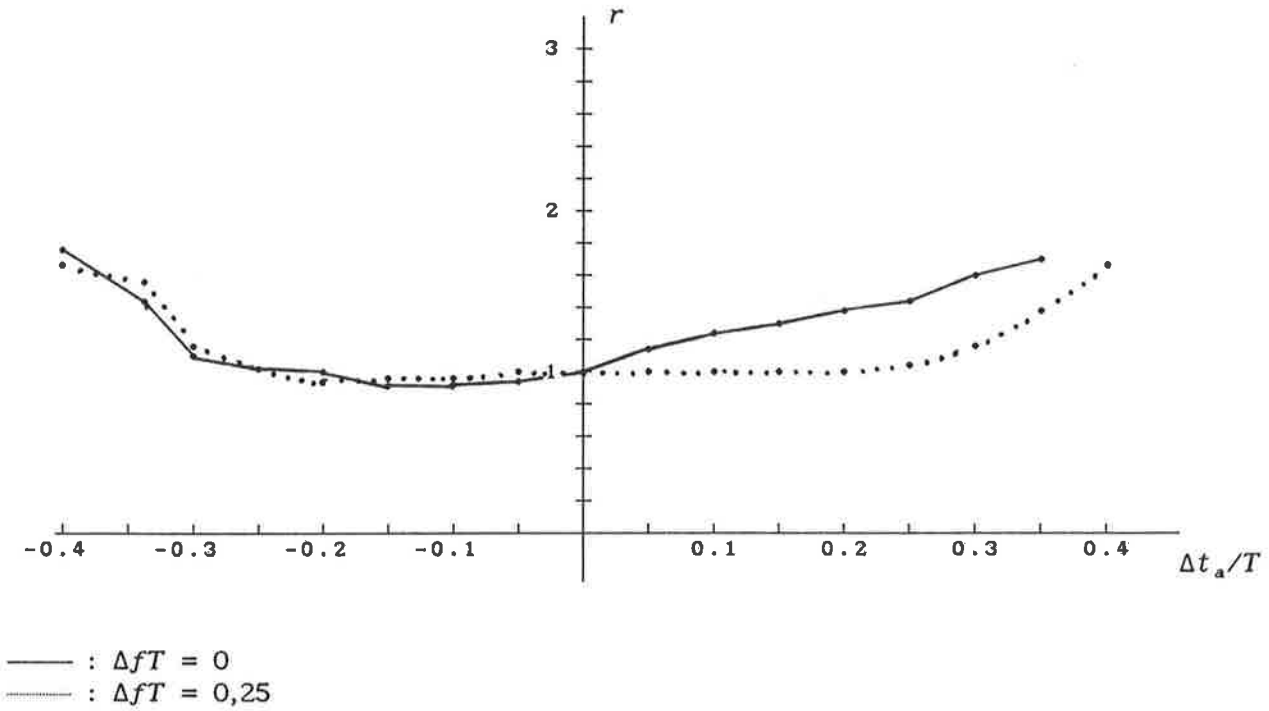


fig. 4.1.1 : $|\varepsilon|_{max}$ relativa após equalizador ZF 3
em função do deslocamento do instante de amostragem
de amostragem em relação ao adotado (B=20 dB , ΔfT=0 e 0,25)

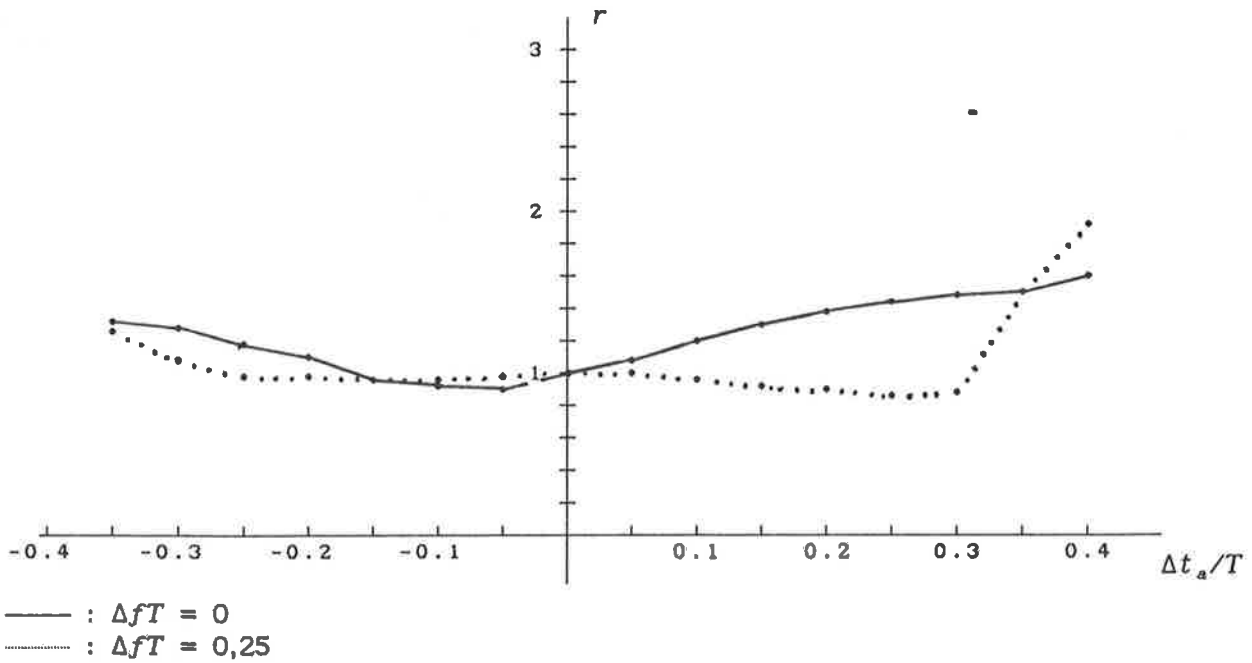


fig. 4.1.2 : $|\varepsilon|_{max}$ relativa após equalizador ZF 9
em função do deslocamento do instante de amostragem
de amostragem em relação ao adotado (B=20 dB , ΔfT=0 e 0,25)

4.2 Assinaturas de equalizadores lineares

A. Definição do problema

Fazendo o desenvolvimento de (2.2.1) e introduzindo amostras η_k de ruído térmico, o sinal apresentado para a decisão no eixo em fase é dado por (assumimos $\mu_o = 1$).

$$\tilde{a}_k = a_k + \sum_{n=-\infty}^{\infty}{}' \mu_n \, a_{k-n} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \nu_n \, b_{k-n} + \eta_k \tag{4.2.1}$$

onde a_n e b_n são as componentes em fase e em quadratura dos símbolos transmitidos; η_k são as amostras do ruído, que, como mostrado no apêndice 1 têm variança

$$\sigma_o^{\,2} = \frac{L^2 - 1}{3} \; (C/N)^{-1} \; F \tag{4.2.2}$$

onde L é o número de níveis em cada quadratura, C/N é a relação sinal/ruído equivalente na entrada do receptor e F é a amplificação de ruído pelo equalizador dada por (3.1.2).

Denominando de y_k a soma da ISI com o ruído,

$$y_k \triangleq \sum_{n=-\infty}^{\infty}{}' \mu_n \, a_{k-n} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \nu_n \, b_{k-n} + \eta_k \tag{4.2.3}$$

a probabilidade de erro, conforme (2.1.39) é dada por

$$P_e = 4 \, \frac{L-1}{L} \, P_a \tag{4.2.4}$$

onde

$$P_a \triangleq \Pr\left(y_k > 1 \right) = \Pr\left(y_k < -1 \right) \tag{4.2.5}$$

A computação de assinaturas envolve um procedimento de aproximações sucessivas : para cada valor de deslocamento do pico de atenuação Δf, é calculada a probabilidade de erro para alguns valores de B, profundidade do pico de atenuação, até se chegar num valor que resulta numa probabilidade de erro dentro da tolerância admitida em torno da probabilidade nominal. São discutidos adiante métodos de cálculo da probabilidade de erro. Existindo, nas alternativas de métodos de cálculo de que se dispõe, um compromisso entre tempo de cálculo e precisão obtida, geralmente é vantajoso usar um método mais rápido para a aproximação inicial da assinatura e, em seguida, passar para um método mais preciso. Neste sentido é útil o seguinte limite inferior para a probabilidade de erro devido a ISI apenas, obtido de maneira direta das amostras da resposta global equalizada :

$$P_a \geq \left(\frac{1}{L} \right)^{N_T} \tag{4.2.6}$$

onde N_T é o número mínimo de termos de ISI cujos valores absolutos somados e multiplicados pelo nível extremo resultam em erro na decisão.

B. Utilização da função geradora de momentos da ISI

Um método possível, porém não eficiente computacionalmente, de calcular a probabilidade de erro, implicaria em truncar as respostas μ_n e ν_n em $|n| \leq M$, com M tal que os demais termos tivessem pouca influência, e calcular o valor da ISI para todas as combinações possíveis de a_{k-n} e b_{k-n} , $|n| \leq M$. O número de operações necessárias, no entanto, cresce exponencialmente com o número de termos de ISI considerados. Consequentemente, o método não é de interesse na maior parte dos casos práticos.

Outra possibilidade seria realizar uma simulação, ou seja, gerar sequências aleatórias para a_k, b_k e η_k, calcular o valor de y_k a cada novo símbolo gerado, e estimar a probabilidade de erro pela relação entre os erros verificados para o total de símbolos gerados. Apesar deste método ser bem mais lento do que o que descrevemos a seguir, o usaremos para corroborar os resultados obtidos por este. Voltaremos ainda ao método da simulação em **4.3.**

Existem diversos trabalhos onde se obtém limites para a probabilidade de erro ou se apresentam algoritmos numéricos para computá-la, relacionados em [11]. Por ser eficiente e de interêsse específico para nosso caso, o que ficará claro adiante, o método que utilizaremos é basicamente o exposto em [11] generalizado para o caso de modulação L^2- QAM, que passamos então a expor.

A equação (4.2.3) pode ser escrita como

$$y_k = \sum_{\mu_n \in S_M}{}' \mu_n a_{k-n} - \sum_{\nu_n \in S_M} \nu_n b_{k-n} + \zeta_k + \eta_k \tag{4.2.7}$$

onde S_M é o conjunto dos M maiores componentes $|\mu_n|$ e $|\nu_n|$ dos termos de ISI e ζ_k é a contribuição somada dos demais termos. Abandonando o índice k e definindo z como a contribuição dos termos pertencentes a S_M temos então

$$y = z + \zeta + \eta \tag{4.2.8}$$

Para o desenvolvimento subsequente z é expresso mais convenientemente como

$$z = \sum_{m=1}^{M} r_m t_m \tag{4.2.9}$$

onde r_m é, dentre todos os termos μ_n e ν_n, o termo com o m-ésimo maior valor absoluto e t_m é o componente em fase ou quadratura do símbolo associado a este termo.

Introduzindo a *função geradora de momentos* de y [39], $h(s) \triangleq E(e^{-sy})$, nota-se que $h(s)$ e a função de densidade de probabilidade de y, $p(y)$, compõem um par de transformadas de Laplace :

$$h(s) = \int_{-\infty}^{\infty} p(y)\, e^{-sy}\, dy \tag{4.2.10}$$

$$p(y) = \frac{1}{j2\pi} \int_C h(s)\, e^{sy}\, ds \tag{4.2.11}$$

onde C é um caminho no plano complexo onde $h(s)$ converge.

Pelo fato de z, ζ e η serem independentes vale

$$E(e^{-sy}) = E(e^{-sz})\, E(e^{-s\zeta})\, E(e^{-s\eta}) \tag{4.2.12}$$

Definindo $\gamma(s) \triangleq E(e^{-sz})$, e fazendo seu desenvolvimento temos :

$$\gamma(s) \triangleq E\,(e^{-zs}) = E\left(e^{-s \sum_{m=1}^{M} r_m t_m} \right) = E\left(\prod_{m=1}^{M} e^{-r_m t_m s} \right) \tag{4.2.13}$$

que pelo fato das variáveis aleatórias t_n serem independentes e assumirem níveis equiprováveis em $\left\{ -(L-1),\ldots,-3,-1,1,3,\ldots,(L-1) \right\}$ equivale a :

$$\gamma(s) = \prod_{m=1}^{M} E\left(e^{-r_m t_m s} \right) =$$

$$= \prod_{m=1}^{M} \frac{1}{L} \sum_{l=1}^{L/2} \left(e^{r_m (2l-1) s} + e^{-r_m (2l-1) s} \right) =$$

$$= \prod_{m=1}^{M} \frac{2}{L} \sum_{l=1}^{L/2} \cosh\left((2l-1)\, r_m\, s \right) \tag{4.2.14}$$

Como podemos ver, a complexidade computacional do cálculo de $\gamma(s)$ cresce apenas linearmente com o número de termos de ISI considerados.

Quanto à variável ζ, por ser gerada pela soma de um grande número de variáveis aleatórias independentes, pode ser aproximada por uma Gaussiana de variância dada por

$$\sigma_1^2 \triangleq E(\zeta^2) = E(a^2) \sum_{\mu_n, \nu_n \notin S_N} \mu_n^2 + \nu_n^2 \qquad (4.2.15)$$

A soma $\zeta+\eta$ é portanto uma variável gaussiana de variância $\sigma^2 = \sigma_0^2 + \sigma_1^2$. Se verifica de maneira direta que sua função geradora de momentos é

$$E\left(e^{-s(\zeta+\eta)} \right) = e^{\sigma^2 s^2/2} \triangleq h_n(s) \qquad (4.2.16)$$

A função geradora de momentos de y é dada então por $h(s) = \gamma(s)\, h_n(s)$. A probabilidade de erro é dada em função de $h(s)$ como :

$$P_a = \Pr\left(y < -1 \right) = \int_{-\infty}^{-1} p(y)\, dy =$$

$$= \frac{1}{j2\pi} \int_C h(s) \int_{-\infty}^{-1} e^{sy}\, dy\, ds = \frac{1}{j2\pi} \int_C s^{-1} h(s)\, e^{-s}\, ds \qquad (4.2.17)$$

Para a obtenção da probabilidade de erro a integral acima é avaliada numericamente. O integrando tem um pólo em s=0, tende a infinito quando Re[s] tende a infinito, e tende a zero quando Re[s] é fixo e Im[s] tende a infinito. O caminho de integração escolhido influi portanto na velocidade de convergência da integração, pois em função dele o integrando tende mais ou menos rapidamente a zero. Um compromisso satisfatório entre simplicidade e velocidade de convergência é obtido fazendo a integração sobre a reta passando por Re[s] = s_0 > 0, onde s_0 é o ponto de mínimo do integrando na reta real e um ponto de sela no plano complexo (ver figura 4.2.1). A integral a ser avaliada é portanto

$$P_a = \frac{1}{j2\pi} \int_{s_0 - j\infty}^{s_0 + j\infty} s^{-1} h(s)\, e^{-s}\, ds \qquad (4.2.19)$$

que pela simetria das funções envolvidas é igual a

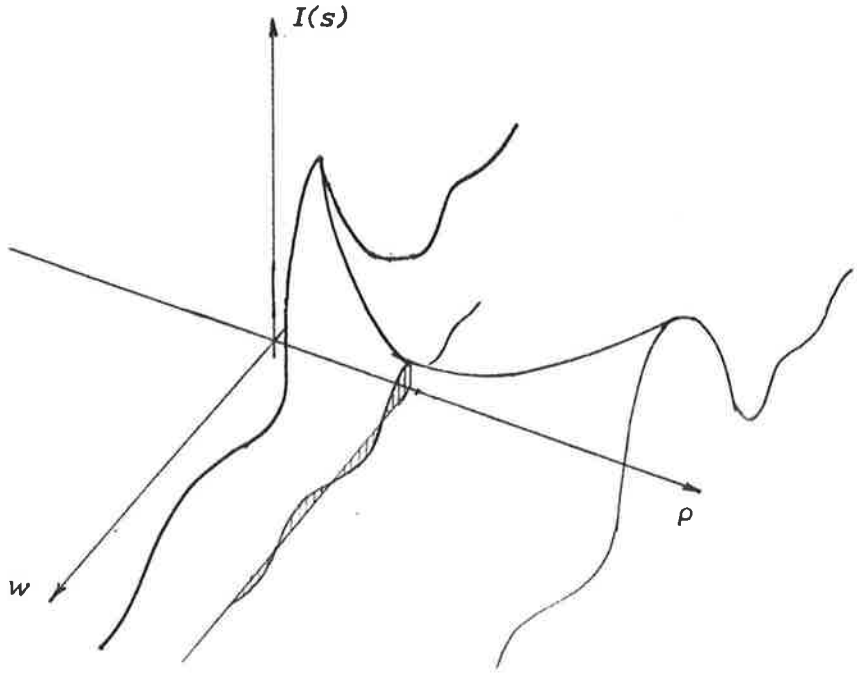


fig. 4.2.1 : função a ser integrada para obter a probabilidade de erro

$$P_a = \int_0^{\infty} I\ (s_o + jw)\ dw\ /\pi \qquad (4.2.20)$$

onde $I(s) \triangleq \mathrm{Re}\left(s^{-1}h(s)\ e^{-s} \right)$

A aproximação numérica da probabilidade de erro é então

$$P_a \simeq \frac{\Delta\ w}{\pi} \left(\frac{I(s_o)}{2} + \sum_{k=1}^{K} I\ (s_o + jk\Delta w) \right) \qquad (4.2.21)$$

onde Δw é o passo de integração, e K um valor tal que a contribuição de $I(s_o + jk\Delta w)$ na somatória seja desprezível para $k > K$ .A escolha dos valores para estes parâmetros será vista mais adiante.

Para obter s_o , o ponto de mínimo de $s^{-1}h(s)\ e^{-s}$ na reta real, é mais conveniente trabalhar com o logaritmo natural da expressão, que por ser monotônico tem o mesmo ponto de mínimo. Definimos então

$$\phi\ (s) \triangleq \ln \left(s^{-1}h(s)\ e^{-s} \right) \qquad (4.2.22)$$

Na reta real $\phi(s)$ é também real e a indicamos por $\phi(\rho) = \phi(s = \rho + j0)$

O valor s_o de ρ para o qual $\phi'(\rho) = 0$ (ponto de mínimo de $\phi(\rho)$) é determinado iterativamente em função da primeira e segunda derivadas de $\phi(\rho)$ (método de Newton) :

$$s_o^{(i+1)} = s_o^{(i)} - \left. \frac{\phi'(\rho)}{\phi''(\rho)} \right|_{s_o^{(i)}} \tag{4.2.23}$$

onde as derivadas são obtidas diretamente de (4.2.14) e (4.2.16), valendo

$$\phi'(\rho) = \sum_{m=1}^{M} r_m \frac{\sum_{l=1}^{L/2} \Upsilon_m (2l-1)}{\sum_{l=1}^{L/2} \chi_m} + \sigma^2\rho - \rho^{-1} - 1 \tag{4.2.24}$$

$$\phi''(\rho) = \sum_{m=1}^{M} r_m^2 \frac{\sum_{l=1}^{L/2} \chi_m (2l-1)^2 \sum_{l=1}^{L/2} \chi_m - \left[\sum_{l=1}^{L/2} \Upsilon_m (2l-1) \right]^2}{\left(\sum_{l=1}^{L/2} \chi_m \right)^2} + \sigma^2 + \rho^{-2} \tag{4.2.25}$$

onde $\chi_m \triangleq \cosh\left((2l-1)\, r_m\, \rho \right)$ e $\Upsilon_m \triangleq \sinh\left((2l-1)\, r_m\, \rho \right)$

O ponto inicial da iteração é tomado aproximando a distribuição de z por uma Gaussiana, caso em que a solução de $\phi'(\rho) = 0$ é direta, resultando em

$$s_o^{(0)} \triangleq \left[1 + \left(1 + 4\,\sigma_I^2 \right)^{1/2} \right] / \left(2\,\sigma_I^2 \right) \tag{4.2.26}$$

onde $\sigma_I^2 \triangleq \sigma^2 + E(a^2) \sum_{m=1}^{M} r_m^2$

C. Escolha do passo de integração

Mostraremos a seguir que $\Delta w = \left(\phi''(\rho) \Big|_{s_0} \right)^{-1/2}$, valor do qual já se dispõe, após a determinação de s_0, é um passo de integração inicial adequado (Este resultado é apresentado em [11], sem demonstração).

Definimos $H(s) \triangleq s^{-1}h(s)\, e^{-s}$. O integrando de (4.2.20) é então Re[$H(s)$], que pode ser expandido na reta s_0+jw, em torno de s_0, como :

$$\mathrm{Re}\left[H(s_0+jw) \right] \simeq H(s_0) + \frac{\partial}{\partial w} \mathrm{Re}\left[H(\rho+jw) \right] \Big|_{s_0} w + \\ + \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial w^2} \mathrm{Re}\left[H(\rho+jw) \right] \Big|_{s_0} w^2 \qquad (4.2.27)$$

Pelas equações de Cauchy-Riemann [13], $\frac{\partial}{\partial \rho} \mathrm{Re}\left[H(\rho+jw) \right] = \frac{\partial}{\partial w} \mathrm{Im}\left[H(\rho+jw) \right]$ e $\frac{\partial}{\partial w} \mathrm{Re}\left[H(\rho+jw) \right] = - \frac{\partial}{\partial \rho} \mathrm{Im}\left[H(\rho+jw) \right]$. Consequentemente,

$$\frac{\partial}{\partial w} \mathrm{Re}\left[H(\rho+jw) \right] \Big|_{s_0} = - \frac{\partial}{\partial \rho} \mathrm{Im}\left[H(\rho+jw) \right] \Big|_{s_0} = 0 \qquad (4.2.28)$$

pois Im [$H(\rho)$] = 0 para qualquer ρ, e

$$\frac{\partial^2}{\partial w^2} \mathrm{Re}\left[H(\rho+jw) \right] = - \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \mathrm{Re}\left[H(\rho+jw) \right] = - \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} H(\rho) \Big|_{s_0} \qquad (4.2.29)$$

Notamos, por outro lado, que devido à imposição feita $\frac{\partial}{\partial \rho} \mathrm{Re}\left[H(\rho+jw) \right] \Big|_{s_o} = 0$, vale a seguinte identidade :

$$\phi''(\rho) \Big|_{s_o} = \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \ln\left(H(\rho) \right) \Big|_{s_o} = \frac{1}{H(s_o)} \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} H(\rho) \Big|_{s_o} \tag{4.2.30}$$

A expansão de Re[$H(s)$] em torno do ponto inicial da integração é dada então por :

$$\mathrm{Re}\left[H(\rho+jw) \right] \simeq H(s_o) - \frac{1}{2} H(s_o)\, \phi''(\rho) \Big|_{s_o} w^2 \tag{4.2.31}$$

que se anula em $w = \sqrt{2} \left(\phi''(\rho) \Big|_{s_o} \right)^{-1/2}$. Tomar o passo de integração inicial como $\Delta w = \Delta w_o = \left(\phi''(\rho) \Big|_{s_o} \right)^{-1/2}$ é portanto razoável (ver figura 4.2.2). Partindo deste valor, o cálculo da taxa de erro pode ser repetido fracionando-se progressivamente o passo até que a variação do resultado caia a valores aceitáveis. Em todos os casos verificados, no entanto, este valor inicial de passo já era adequado, o que será exemplificado em **4.2.*F***.

D. Critérios de parada da integração e de inclusão de termos

Para obter um critério de parada da integração numérica, se deriva em [11] um valor máximo para o erro resultante do truncamento da somatória em (4.2.21) em K termos, que é dado por :

$$\left| \int_{y_1}^{\infty} I\,(s_o + jw)\, dw \right| \leq \frac{s_o\, I(s_o)}{|\, s_o + jy_1 \,|} \left(2\pi/\sigma^2 \right)^{1/2} e^{-\sigma^2 y_1^2/2} \tag{4.2.32}$$

onde $y_1 = K\Delta w$.

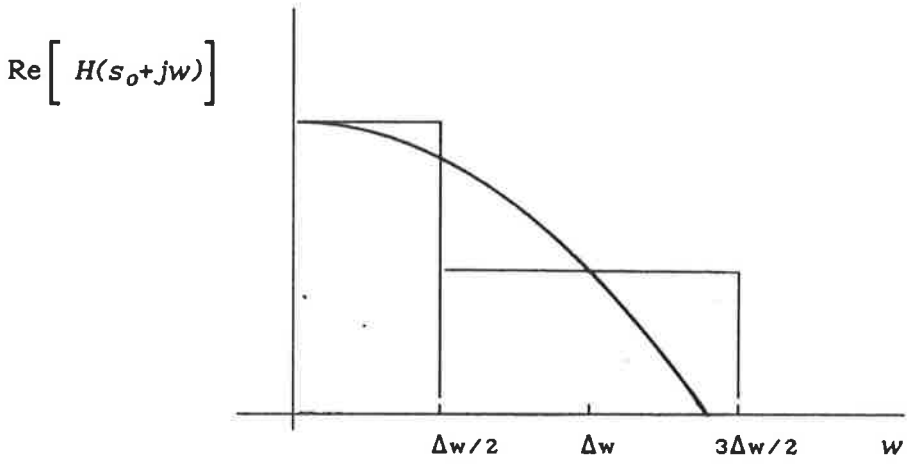


fig. 4.2.2 : passo inicial da integração

Este limite, a rigor, é válido se a componente ζ, de variância σ_1^2 (ver 4.2.15) tiver uma distribuição Gaussiana. Perde precisão portanto se forem incorporados em ζ termos de ISI muito grandes relativamente aos demais. Por outro lado, se σ_1^2 e $\sigma_0{}^2$ são pequenos o limite acima implica num número muito grande para K. Em todos os casos onde foi feita a verificação, porém, o probabilidade de erro calculada convergiu dentro de um número adequado de dígitos após um número de passos de integração bem menor do que o resultante da aplicação do limite.

Um outro critério, menos rigoroso, apresentou, uma precisão suficiente (melhor que 1%) para um número menor de passos de integração : como mostrado em [11] $|\ \gamma(s)\ | \le \gamma(s_0)$, e vale portanto

$$I(s) = \mathrm{Re}\left[\ s^{-1}\ \gamma(s)\ h_n(s)\ e^{-s}\ \right] = \frac{|\gamma(s)|\ e^{\sigma^2(s_0{}^2 - w^2)/2}\ e^{-s_0}}{(s_0{}^2 + w^2)^{1/2}} \times$$

$$\times\ \cos\left[\ -\mathrm{tg}^{-1}\frac{w}{s_0} + \arg(\ \gamma(s)\ ) + (\sigma^2 s_0 - 1)w\ \right] \le$$

$$\le\ I(s_0)\ e^{-\sigma^2 w^2/2}\ \frac{s_0}{(s_0{}^2 + w^2)^{1/2}} \qquad (4.2.33)$$

Pelo critério adotado, a integração é interrompida quando o limite superior para o integrando dado em (4.2.33) cai a menos de 1% do valor inicial do integrando. Verificando, em alguns casos representativos, a convergência do cálculo da probabilidadede erro para um número crescente de passos de integração, o número de passos determinado por este critério foi considerado adequado. Esta verificação é apresentada em **4.2.*F*** .

O critério para escolher o número de termos de interferência intersimbólica incluídos na função geradora de momentos em (4.2.14) foi obtido de maneira semelhante à do critério de parada de integração. Com os termos de ISI ordenados, se verificou, em alguns casos, a convergência do cálculo da probabilidade de erro para um número crescente de termos incluídos. Condicionando a inclusão de um termo a uma relação superior a 10^{-2} entre o seu valor e o do maior termo de ISI, foi obtida uma precisão da probabilidade de erro sempre superior a 1% , como apresentado em **4.2.*F*** .

E. Simulação

Foi implementado um programa de simulação para corroborar o método de cálculo utilizado. Uma sequência aleatória de símbolos e de amostras de ruídoé gerada e, a partir dos termos da resposta impulsiva e dos coeficientes do equalizador, é calculado o sinal apresentado para a deteção e feita uma contagem dos erros provocados. A estimativa da probabilidade de erro é então

$$\tilde{P}_e \triangleq \frac{n}{N} \tag{4.2.34}$$

onde n é o número de erros verificados e N o número de símbolos gerados.

O intervalo de confiança $(1-\alpha)$ da estimativa é definido como a região em torno de $\tilde{P}_e$ que contém, com probabilidade $(1-\alpha)$ o valor real P_e da probabilidade de erro que se está estimando. Conforme calculado em [42], os limites $\Delta_{1,2}$ que definem o intervalo de confiança são dados por

$$\Delta_{1,2} = \tilde{P}_e \left\{ 1 + \frac{d^2}{n} \left[1 \pm \left(\frac{4}{d^2} + 1 \right)^{1/2} \right] \right\} \tag{4.2.35}$$

onde d é tal que

$$\int_{-d}^{d} e^{-t^2/2}\, dt/(2\pi)^{1/2} = 1-\alpha \qquad (4.2.36)$$

Calculando o intervalo de confiança para alguns valores de interêsse temos

$\Delta_{1,2} \,/\, \tilde{P}_e$

n \ $1-\alpha$	0,99		0,9	
10	0,449	2,27	0,615	1,62
20	0,564	1,77	0,708	1,41
40	0,665	1,50	0,783	1,28

A rigor os valores acima são válidos para erros independentes. Nos casos analisados neste trabalho, existe, a princípio, dependência estatística entre os erros, introduzida pelo canal e equalizador. Em todos os casos onde foi feita efetuada a simulação, no entanto, foi observada a sequência de aparição de erros e constatado que, na prática a correlação era desprezível.

F. Exemplos

Apresentamos aqui três exemplos de cálculo da probabilidade de erro devido a ISI utilizando o método descrito nos ítens acima. Os casos escolhidos são representativos dos casos analisados posteriormente no trabalho.

a) - modulação 16 QAM, roll-off de 0,5 , equalizador ZF de 9 coeficientes
   - retardo do segundo raio : τ = 6,3 ns
   - pico de atenuação : B = 21,2 dB
   - deslocamento Δf do pico de atenuação em relação à frequência central do canal, normalizado pela frequência de símbolos : ΔfT = 0,25

Foram calculados 20 pares de amostras simétricas em relação ao termo central das respostas μ_n e ν_n , um total portanto de 80 termos de ISI. Os vinte maiores termos são :

0,182	8,07e-3	2,26e-3	1,01e-3
7,26e-2	4,76e-3	2,07e-3	9,80e-4
4,74e-2	4,42e-3	1,55e-3	9,30e-4
1,41e-2	2,46e-3	1,47e-3	9,06e-4
1,13e-2	2,33e-3	1,11e-3	8,50e-4

Na tabela abaixo relacionamos a probabilidade de erro calculada, em função de M, número de termos de ISI incluídos na função geradora de momentos, e K, número de passos de integração. O passo de integração utilizado é o passo inicial calculado em **4.2.*B***. A variável ρ_M é a relação entre o maior termo de ISI e o M+1-ésimo termo, ou seja, o maior termo de ISI dentre os não incluídos na função geradora de momentos.

P_e / 10^{-3} ($\Delta w = \Delta w_o$)

M	ρ_M	$K = 2$	$K = 5$	$K = 10$	$K = 20$
2	0.260	4,095815	4,146989	4,146989	4,196989
5	0.0443	1,058611	1,141640	1,141505	1,141505
10	0.0124	1,044017	1,154232	1,150376	1,150302
20	4,11e-3	1,043971	1,154273	1,150401	1,150347
40	1,07e-3	1,043970	1,154274	1,150402	1,150348

Os critérios expostos para a determinação de M e K resultaram em M = 12 e K = 14, e P_e = 1,150334e-3 , o que é praticamente idêntico ao resultado para M= 40 e K = 20, como visto acima. Dividindo ao meio o passo de integração o resultado obtido tem variação desprezível como indicado na tabela abaixo.

P_e / 10^{-3}

M	$\Delta w = \Delta w_o$	$\Delta w = \Delta w_o/2$
12	1,150334 (K=14)	1,150330 (K=28)
40	1,150348 (K=20)	1,150343 (K=40)

Através de simulação, com geração de 40000 símbolos se chegou a :

$$6{,}92e\text{-}4 \leq P_e \leq 1{,}56e\text{-}3 \qquad \text{(99\% de confiança)}$$

b) - 16 QAM, roll-off de 0,5 , equalizador ZF de 5 coeficientes
- τ = 6,3 ns
- B = 21,1 dB
- ΔfT = 0,00

Os vinte maiores termos de ISI são :

0,302	2,55e-3	4,91e-4	2,34e-4
0,0148	1,38e-3	4,73e-4	1,65e-4
5,26e-3	8,26e-4	4,01e-4	1,44e-4
4,95e-3	6,34e-4	2,75e-4	1,21e-4
4,43e-3	5,39e-3	2,61e-4	1,06e-4

P_e / 10^{-3} ($\Delta w = \Delta w_o$)

M	ρ_M	K = 2	K = 5	K = 10	K = 20
2	0.0174	2,068494	1,565829	1,541263	1,541268
5	8,44e-3	1,801889	1,095244	0,965813	0,957174
10	1.62e-3	1,794248	1,082414	0,957539	0,957698
20	3,51e-4	1,794222	1,082374	0,957517	0,957665
40	0	1,794222	1,082374	0,957165	0,957665

M e K resultantes dos critérios adotados : 5 e 16

P_e / 10^{-4}

M	$\Delta w = \Delta w_o$	$\Delta w = \Delta w_o/2$
5	9,56774 (K=16)	9,56573 (K=31)
40	9,57665 (K=20)	9,57671 (K=40)

Resultado da simulação com 40000 símbolos :

$$6{,}08e\text{-}4 \le P_e \le 1{,}37e\text{-}3 \qquad \text{(99\% de confiança)}$$

c) - 64 QAM, roll-off de 0,5 , equalizador ZF de 9 coeficientes

- τ = 6,3 ns
- B = 24,1 dB
- ΔfT = 0,10

Os vinte maiores termos de ISI são :

0,125	1,57e-3	5,35e-4	3,03e-4
0,0110	1,53e-3	5,14e-4	2,96e-4
4,18e-3	1,23e-4	3,60e-4	2,94e-4
3,00e-3	1,21e-4	3,45e-4	2,92e-4
1,70e-3	6,17e-3	3,37e-4	2,52e-4

P_e / 10^{-3} ($\Delta w = \Delta w_o$)

M	ρ_M	K = 2	K = 5	K = 10	K = 20
2	0.0335	2,717864	2,899093	2,899844	2,899844
5	0,0126	2,399090	2,695579	2,711549	2,711510
10	4.28e-3	2,384245	2,694270	2,709499	2,709525
20	1,94e-3	2,384034	2,694210	2,709471	2,709498
40	5,14e-4	2,384023	2,694208	2,709469	2,709496

M e K resultantes dos critérios adotados : 7 e 12

P_e / 10^{-3}

M	$\Delta w = \Delta w_o$	$\Delta w = \Delta w_o/2$
7	2,710089 (K=12)	2,710084 (K=24)
40	2,709496 (K=20)	2,709495 (K=40)

Resultado da simulação com 40000 símbolos :

$$1{,}91e\text{-}3 \le P_e \le 4{,}32e\text{-}3 \qquad \text{(99\% de confiança)},$$

4.3 Assinaturas de canceladores de ISI modificados

A. Extensão da função geradora de momentos da ISI

Seguindo o que foi colocado em **3.2.*B*** se assumirá para os canceladores de ISI modificados um estágio linear do tipo *ZF* (ver **2.2.*C***) e um par de termos de ISI incluídos nos estágios de cancelamento, onde um deles é o termo dominante de ISI quando a resposta do canal é de fase mínima e o outro quando de fase não-mínima.

Na entrada do eixo em fase do i-ésimo estágio de decisão preliminar, a variável z_k, soma da ISI dos M maiores termos da resposta global (equação 4.2.9), é redefinida então como

$$z_k^{(1)} \triangleq \sum_{\substack{n \\ \mu_n, \nu_n \in S_c}} \mu_n \, \alpha_{k-n}^{(1-1)} - \nu_n \, \beta_{k-n}^{(1-1)} + \sum_{\substack{m=1 \\ r_m \notin S_c}}^{M} r_m \, t_m \tag{4.3.1}$$

onde S_c é o conjunto formado pelos componentes do par de termos de ISI incluídos nos estágios de cancelamento, e $\alpha_{k-n}^{(l-1)}$ e $\beta_{k-n}^{(l-1)}$ são os componentes do erro na decisão preliminar anterior do símbolo de índice $k-n$:

$$\alpha_{k-n}^{(l-1)} \triangleq a_{k-n} - \hat{a}_{k-n}^{(l-1)}$$

$$\beta_{k-n}^{(l-1)} \triangleq b_{k-n} - \hat{b}_{k-n}^{(l-1)} \qquad (4.3.2)$$

Assumindo que os termos na equação (4.3.1) possam ser considerados como independentes estatisticamente, o que será justificado adiante, os erros na decisões preliminares do estágio anterior podem ser inseridos na função geradora de momentos dada em (4.2.14) tratando-os de maneira semelhante aos demais símbolos. Redefinimos então

$$\gamma^{(l)}(s) \triangleq \prod_{\substack{m=1 \\ r_m \notin S_c}}^{M} \left(\frac{2}{L} \sum_{l=1}^{L/2} \cosh\left((2l-1)\, r_m\, s \right) \right) \times$$

$$\times \prod_{\substack{m \\ r_m \in S_c}} \left(P_2(l,i) \sum_{l=1}^{2(L-1)} \cosh\left(l\, r_m\, s \right) \right) \qquad (4.3.3)$$

onde $P_2(l,i)$ é a probabilidade de ocorrência de um erro de valor absoluto l na decisão preliminar anterior. Da mesma maneira redefinimos a função geradora de momentos total no i-ésimo estágio, onde assumimos independência entre as amostras de ruído e os erros nas decisões preliminares anteriores (em função da ISI ser preponderante sobre o ruído) :

$$h^{(l)}(s) \triangleq \gamma^{(l)}(s)\, h_n(s) \qquad (4.3.4)$$

Os valores de $P_2(l,i)$ são obtidos a cada estágio, a partir da probabilidade da soma da ISI e ruído cair entre os limiares $\Lambda(l,1)$ e $\Lambda(l,2)$ relativos àamplitude de erro l e obtidos diretamente do parâmetro de limiar λ (ver figura 3.2.4). Para tanto computa-se inicialmente a integral em (4.2.20) modificada para limiares diferentes de 1 :

$$P_2'(l,i) = \int_0^{\infty} \left(I_{l,1} - I_{l,2} \right)^{(1)} (s_0 + jw)\, dw/\pi \qquad (4.3.5)$$

onde $I_{l,j}^{(1)}(s) \triangleq \mathrm{Re}\left[s^{-1}\, h^{(1)}(s)\; e^{-\Lambda(l,j)s} \right]$

Para obter os valores desejados $P_2(l,i)$ os valores $P_2'(l,i)$ obtidos acima são corrigidos, de modo a levar em conta o número finito de níveis assumidos pelos componentes em fase e quadratura dos símbolos, segundo :

$$P_2(0,i) = P_2'(0,i) + \frac{1}{L}\left[P_2'(1,i) + P_2'(2,i) + P_2'(3,i) + \ldots \right]$$

$$P_2(1,i) = \frac{L-1}{L}\, P_2'(1,i)$$

$$P_2(2,i) = \frac{L-1}{L}\, P_2'(2,i) + \frac{1}{L}\left[P_2'(3,i) + P_2'(4,i) + P_2'(5,i) + \ldots \right]$$

$$P_2(3,i) = \frac{L-2}{L}\, P_2'(3,i)$$

$$P_2(4,i) = \frac{L-2}{L}\, P_2'(4,i) + \frac{1}{L}\left[P_2'(5,i) + P_2'(6,i) + P_2'(7,i) + \ldots \right]$$

etc. (4.3.6)

B. Validade da aproximação de independência estatística

Mostramos a seguir que a suposição de independência estatística dos termos da equação (4.3.1) é uma aproximação razoável.

Os sinais em fase e em quadratura apresentados para a primeira decisão preliminar são dados por

$$\tilde{a}_k^{(1)} = a_k + \sum_{n=-\infty}^{\infty}{}' \mu_n \, a_{k-n} - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \nu_n \, b_{k-n} + \eta_k \tag{4.3.7}$$

$$\tilde{b}_k^{(1)} = b_k + \sum_{n=-\infty}^{\infty}{}' \mu_n \, b_{k-n} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \nu_n \, a_{k-n} + \vartheta_k \tag{4.3.8}$$

onde η_k e ϑ_k são as amostras do ruído.

Indicamos os componentes do termo dominante de ISI por μ_D e ν_D. Os erros na primeira decisão preliminar, $\alpha_k^{(1)}$ e $\beta_k^{(1)}$, dependem principalmente então do valor assumido por a_{k-D} e b_{k-D} , que multiplicam, respectivamente, as componentes μ_D e ν_D do termo dominante. Os símbolos que multiplicam os demais termos possuem uma dependência estatística mais fraca em relação ao erro na decisão no instante k.

Dado que apenas um termo do par de termos incluído nos estágios de cancelamento é significativo de cada vez (conforme caso de fase mínima ou não-mínima), a ISI considerada no cálculo das probabilidades dos níveis de erro da segunda decisão preliminar (se for o caso), dada genericamente em (4.3.1), pode ser escrita como

$$z_k^{(2)} \simeq \mu_D \, \alpha_{k-D}^{(1)} - \nu_D \, \beta_{k-D}^{(1)} + \sum_{\substack{m=1 \\ r_m \neq \mu_D, \nu_D}}^{M} r_m \, t_m \tag{4.3.9}$$

Os erros $\alpha_{k-D}^{(1)}$ e $\beta_{k-D}^{(1)}$ que, multiplicam o termo dominante de ISI, tem, em função do exposto acima, dependência estatística mais forte em relação ao símbolo de componentes a_{k-2D} e b_{k-2D} , que agora multiplica um termo não dominante de ISI, possivelmente incluído na somatória da equação acima. Se espera, portanto que o erro em que se incorre ao assumir independência entre $\alpha_{k-D}^{(1)}$ e os símbolos t_m ,e entre $\beta_{k-D}^{(1)}$ e t_m , seja pequeno. Esta análise se extende analogamente para eventuais estágios de cancelamento subsequentes.

Os erros na decisão anterior, $\alpha_{k-D}^{(1)}$ e $\beta_{k-D}^{(1)}$, por outro lado, têm dependência estatística entre si, uma vez que dependem fortemente do mesmo símbolo, de índice k-2D, no entanto têm correlação pequena como mostraremos a seguir.

A i-ésima decisão preliminar é dada por uma operação não-linear, que denominamos $Q(.)$, sobre o sinal dado por (4.3.7) e (4.3.8) :

$$\hat{a}_k^{(1)} = Q(\tilde{a}_k^{(1)})$$

$$\hat{b}_k^{(1)} = Q(\tilde{b}_k^{(1)}) \qquad (4.3.10)$$

A correlação entre $\alpha_k^{(1)} = a_k - \hat{a}_k^{(1)}$ e $\beta_k^{(1)} = b_k - \hat{b}_k^{(1)}$ é portanto

$$E\left[\alpha_k^{(1)} \beta_k^{(1)}\right] =$$

$$= E\left[a_k b_k - a_k Q(\tilde{b}_k^{(1)}) - b_k Q(\tilde{a}_k^{(1)}) + Q(\tilde{a}_k^{(1)}) Q(\tilde{b}^{(1)})\right]$$

(4.3.11)

Na equação acima, a esperança do primeiro termo dentro do colchete é sempre nula pois os a_k e b_k são independentes. As esperanças do segundo e terceiro termos são pequenas pois : 1) o componente em fase a_k não interfere na decisão sobre b_k, pois ν_o é pequeno (idealmente nulo) pela ação da recuperação de portadora, e vice-versa para b_k e a decisão sobre a_k, e 2) a correlação entre a_k e b_k e os erros nas decisões anteriores que fazem parte de $\tilde{b}_k^{(1)}$ e $\tilde{a}_k^{(1)}$ (ver 3.2.1) é pequena devido aos motivos expostos no início deste item. Resta portanto analisar o último termo dentro do colchete.

Analisando inicialmente o primeiro estágio de decisão preliminar, e indicando $\tilde{a}_k^{(1)}$ e $\tilde{b}_k^{(1)}$ simplesmente por $\tilde{a}$ e $\tilde{b}$, notamos que a correlação $E\,(\,Q(\tilde{a})Q(\tilde{b})\,)$ pode ser expressa em função da transformada de Laplace da função $Q(x)$ e da função geradora conjunta $E\,(e^{-s_1\tilde{a}-s_2\tilde{b}})$ [41]. Esta, por sua vez, pode ser expandida em função dos momentos conjuntos $E\,(\tilde{a}^{\,j}\,\tilde{b}^{\,k})$. No nosso caso o primeiro termo desta expansão é nulo como vemos a seguir, aplicando a esperança no produto de (4.3.7) por (4.3.8) :

$$E\left[\tilde{a}_k^{(1)}\,\tilde{b}_k^{(1)}\right] =$$

$$= \sum_n{}' \sum_m E\,(a_{k-n}\,a_{k-m})\,\mu_n\,\nu_m - \sum_n \sum_m{}' E\,(b_{k-n}\,b_{k-m})\,\nu_n\,\mu_m + E\,(\,\eta_k\vartheta_k\,) =$$

$$= \sigma_a^2 \left[\sum_n{}' \mu_n \nu_n - \sum_n{}' \nu_n \mu_n \right] + 0 = 0 \qquad (4.3.12)$$

Os demais momentos da expansão tendem a zero com o aumento de j ou k pelo fato dos termos de ISI serem menores que um. A correlação entre $\alpha_k^{(1)}$ e $\beta_k^{(1)}$, é portanto, pequena. Utilizando este resultado e repetindo a análise para os demais estágios podemos extender a aproximação para $\alpha_k^{(1)}$ e $\beta_k^{(1)}$ em geral.

O fato dos erros $\alpha_k^{(1)}$ e $\beta_k^{(1)}$ serem dependentes estatisticamente mas terem correlação próxima de zero significa que, em geral, quando o valor absoluto de um deles é grande o do outro é pequeno e vice-versa. Ao tomá-los como independentes, portanto, não estaremos, ao menos, sub-estimando a probabilidade de erro.

Mesmo no caso de se recorrer, para maior precisão, a uma simulação no final, o procedimento de cálculo descrito neste capítulo é bastante útil pois permite chegar a uma boa aproximação da assinatura em um tempo curto, o que será verificado no próximo capítulo. Em 16-QAM, por exemplo, o cálculo da probabilidade de erro para um cancelador de ISI com dois estágios de cancelamento pelo método descrito acima, implementado em Pascal num computador pessoal IBM PC-XT de 10 MHz com co-processador aritmético 8087, leva aproximadamente 10 segundos. O programa de simulação (ver **4.2.*E***) implementado com os mesmos software e hardware, mesmo otimizado, é bem mais lento : assumindo um mínimo de 10 erros para a estimativa, a probabilidade de erro de 10^{-3} exige a geração de 10^4 símbolos, e a simulação leva mais de 2 minutos.

4.4 Inclusão dos erros de quantização no cálculo da probabilidade de erro

Faremos a análise para o cancelador modificado, uma vez que os resultados obtidos para seu estágio linear se aplicam ao equalizador convencional.

O erro de quantização total sobre o sinal apresentado à deteção (preliminar ou final), não considerando os termos de segunda ordem é (ver 2.2.19) :

$$\xi_k = \sum_{j=-N}^{N} d'_{k-j}\, \delta c_j + c_j\, \delta d'_{k-j} + \delta p_{k-j} - \sum_{h_i \in S_c} \hat{d}_{k-i}\, \delta\tilde{h}_i + \delta q_{k-i} \tag{4.4.1}$$

onde incorporamos aos termos da equação (2.2.19) o erro de quantização $\delta\tilde{h}_i$ das estimativas dos termos da resposta implusiva equalizada, e o erro de quantização δq_{k-i} dos produtos do estágio cancelador. Podemos considerar todos os termos de erro da equação acima como independentes entre si.

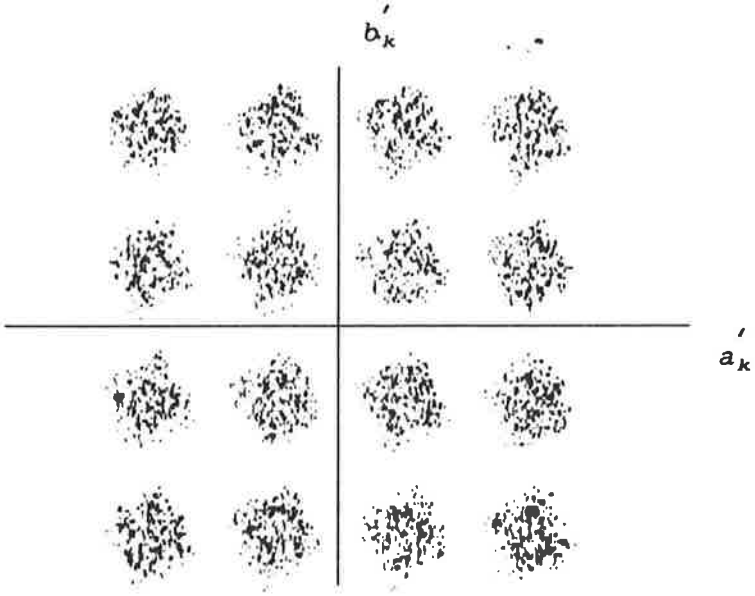
Consideraremos também [8] que a cada atualização efetuada pelo algoritmo adaptativo, os componentes $c_{I,j}$ e $c_{Q,j}$ dos coeficientes c_j do estágio linear assumem, com a mesma probabilidade, um dos dois níveis de quantização $c_{I,j}^{+}$ ou $c_{I,j}^{-}$, e $c_{Q,j}^{+}$ ou $c_{Q,j}^{-}$, respectivamente, entre os quais estão contidos o valores ideais a condição do canal no momento. O mesmo vale para as estimativas $\tilde{h}_i$.

Em condições normais de propagação o sinal de entrada d'_k assume apenas os L^2 valores possíveis da constelação L^2-QAM. Nas situações consideradas neste trabalho, no entanto, d'_k pode ser considerada uma variável de distribuição uniforme entre seus limites inferior e superior, como exemplificado na figura 4.4.1. Da mesma maneira, a distribuição dos erros de quantização $\delta d'_k$ e δp_{k-j} são consideradas uniformes no intervalo de um passo de quantização.

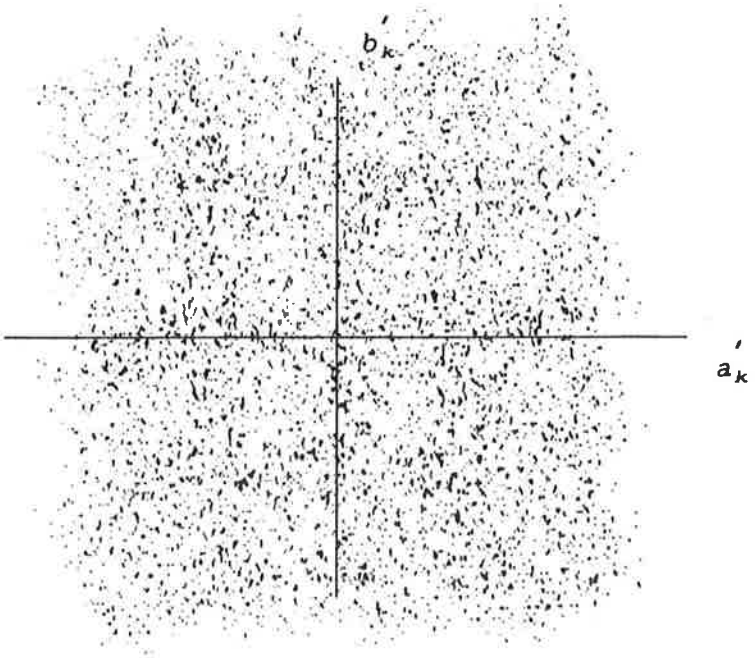
A soma de variáveis aleatórias independentes de distribuição uniforme na primeira somatória em (4.4.1) tende relativamente rápido [39] (em termos do número de variáveis somadas) a uma variável de distribuição gaussiana, o que significa somar a σ^2 em (4.2.16) a variança σ_Q^2 dada por

$$2\,\sigma_Q^{\,2} = \sum_{j=-N}^{N} E\left(|\, d'_{k-j}\,|^2\right) E\left(|\, \delta c_j\,|^2\right) + E\left(|\, \delta d'_{k-j}\,|^2\right) |c_j|^2 + E\left(|\, \delta p_{k-j}\,|^2\right)$$

(4.4.2)



$\Delta fT = 0{,}3 \quad B = 5$ dB



$\Delta fT = 0{,}3 \quad B = 10$ dB

fig. 4.4.1 : distribuição de d'_k
tendendo a uniforme com o aumento de B

onde

$$E\left[\,|\,d'_{k-J}\,|^2\,\right] = E(|d_k|^2)\sum_{m=-\infty}^{\infty}|g_m|^2$$

$$E\left[\,|\,\delta c_J\,|^2\,\right] = \frac{(c_{I,J} - c^{+}_{I,J})^2 + (c_{I,J} - c^{-}_{I,J})^2}{2} + \frac{(c_{Q,J} - c^{+}_{Q,J})^2 + (c_{Q,J} - c^{-}_{Q,J})^2}{2}$$

$$E\left[\,|\,\delta d'_{k-J}\,|^2\,\right] = \frac{\Delta_d^2}{6}$$ com Δ_d^2 sendo o passo de quantização de a' e b'

$$E\left[\,|\,\delta p_{k-J}\,|^2\,\right] = \frac{\Delta_p^2}{6}$$ com Δ_p^2 sendo o passo de quantização dos produtos

O passo de quantização depende do número de bits de quantização e do intervalo de variação do sinal em questão. No caso do sinal de entrada d'_k, este intervalo depende dos termos da resposta do canal. Foi assumido neste trabalho o pior caso (maior intervalo), dentre os verificados nos pontos da assinatura para taxa de erro de 10^{-3}. Assumindo que o controle de nível é efetuado por um bloco externo ao equalizador, os componentes $c_{I,J}$ e $c_{Q,J}$ variam entre -1 e 1 (equalizador não compensa atenuação média do sinal),e o intervalo de variação dos produtos $d'_{k-J}\,c_J$ é o mesmo do do sinal de entrada.

A segunda somatória em (4.4.1) não é bem aproximada por uma Gaussiana devido à distribuição discreta de $\hat{d}_k$. Podemos no entanto considerar esta parcela de maneira análoga à utilizada em **4.2.*B*** para os termos de ISI. Definimos então as funções geradoras de momentos $\gamma_1(s)$ e $\gamma_2(s)$ que serão multiplicadas por $h(s)$ em (4.2.17) :

$$\gamma_1(s) \triangleq E\left(e^{-s \sum\limits_{i,\tilde{r}_i \in S_c} \hat{t}_{k-i}\, \delta\tilde{r}_i} \right) \tag{4.4.3}$$

onde, analogamente a (4.2.13), $\delta\tilde{r}_i$ é o erro de quantização de $\tilde{r}_i$, que é um componente $\tilde{\mu}_k$ ou $\tilde{\nu}_k$ das estimativas $\tilde{h}_k$ utilizadas no estágio de cancelamento , e $\hat{t}_{k-i}$ é o componente $\hat{a}_{k-i}$ ou $\hat{b}_{k-i}$ da decisão preliminar associada a $\tilde{r}_i$. Desenvolvendo (4.4.3) analogamente a (4.2.14) (com a diferença que $\delta\tilde{r}_i$ pode assumir dois valores equiprováveis, r_i^+ e r_i^-) e para maior simplicidade, supondo que os níveis intermediários não são assumidos, obtemos

$$\gamma_1(s) \simeq \prod_{\substack{i \\ \tilde{r}_i \in S_c}} \frac{1}{L} \sum_{l=1}^{L/2} \cosh\left((2l-1)\, r_i^+\, s \right) + \cosh\left((2l-1)\, r_i^-\, s \right) \tag{4.4.4}$$

E para a inclusão dos erros de quantização dos produtos ,

$$\gamma_2(s) \triangleq E\left(e^{-s \sum\limits_{i,\tilde{r}_i \in S_c} \delta(\hat{t}_{k-i}\, \tilde{r}_i)} \right)$$

$$\simeq \prod_{\substack{i \\ \tilde{r}_i \in S_c}} \frac{2}{L} \sum_{l=1}^{L/2} \cosh\left(\Delta(i,l)\, s \right) \tag{4.4.4}$$

onde $\Delta(l,l)$ é o erro no produto $\hat{t}_{k-i}\tilde{r}_i$ quando $\hat{t}_{k-i}$ assume o nível $2l$-1.

5

RESULTADOS

Foram levantadas inicialmente assinaturas para taxa de erro = 10^{-3} sem ruído térmico, para canceladores modificados de 3 e 5 coeficientes no estágio linear, e até três estágios de cancelamento (contendo, cada um, um coeficiente anterior e outro posterior, como visto em **3.2.*C***), com e sem níveis intermediários nas decisões preliminares. A taxa de transmissão considerada foi 140 Mbit/s e os métodos de modulação, 16 QAM e 64 QAM. As assinaturas foram comparadas com as de equalizadores *ZF* de 3 a 9 coeficientes.

Dentre os canceladores assim examinados foram selecionados dois para os quais mais características foram levantadas : assinatura para $|\varepsilon|_{max} = 1$, assinaturas para taxa de erro de 10^{-3} com ruído térmico não desprezível, efeito da quantização dos sinais e coeficientes (para 16 QAM somente), e erro quadrático médio sobre os símbolos rotacionados na condição de perda de sincronismo de portadora. Estas características foram comparadas com as de equalizadores *ZF* de 7 e 9 coeficientes.

O fator utilizado para a comparação quantitativa das assinaturas foi a integral expressa na equação (2.3.4), sendo que em cada tipo de modulação foi tomada como referência a assinatura para taxa de erro de 10^{-3} sem ruído térmico do equalizador *ZF* de 9 coeficientes.

Para o caso dos equalizadores *ZF* as assinaturas para taxa de erro 10^{-3}, sem quantização dos sinais e coeficientes, foram obtidas usando o método de cálculo descrito no capítulo 4. Se admitiu uma variação de 8e-4 a 1,25e-3 para a taxa de erro em cada ponto da assinatura. Para as demais assinaturas (com exceção das assinaturas para $|\varepsilon|_{max} = 1$) o resultado obtido pelo método de cálculo foi verificado, e se necessário refinado, através de simulação. No passo final das simulações efetuadas foram gerados 10000 símbolos, o que para uma taxa de erro média de 10^{-3} dá um intervalo de confiança de 90 % de 0,62 a 1,62 vezes a estimativa obtida. Em passos iniciais, a simulação podia ser in-

terrompida antes da geração de 10000 símbolos se os erros verificados até então fossem muito poucos ou excessivos. Foi admitido para a estimativa da taxa de erro por simulação, um intervalo de 7e-4 a 1,4e-3 para que a condição sendo simulada fosse considerada como o ponto da assinatura de taxa de erro 10^{-3}. Isto resulta, no pior caso, em um intervalo de confiança de 90 % de 4,3e-4 a 2,3e-3 para a taxa de erro real. Os resultados obtidos pelo método de cálculo foram comparados com os das simulações, de modo a avaliar a validade das aproximações feitas na sua elaboração.

No que segue, designamos um cancelador modificado de *n* coeficientes no estágio linear e *m* estágios de cancelamento de *Cn,m* , e um equalizador *ZF* de *n* coeficientes, de *ZFn*. O parâmetro de limiar λ dos canceladores (ver figura 3.2.4) define os intervalos no sinal recebido onde é assumido um nível intermediário na decisão preliminar (com λ=0 os níveis intermediários não são assumidos).

5.1 Assinaturas 10^{-3} sem considerar erros de quantização

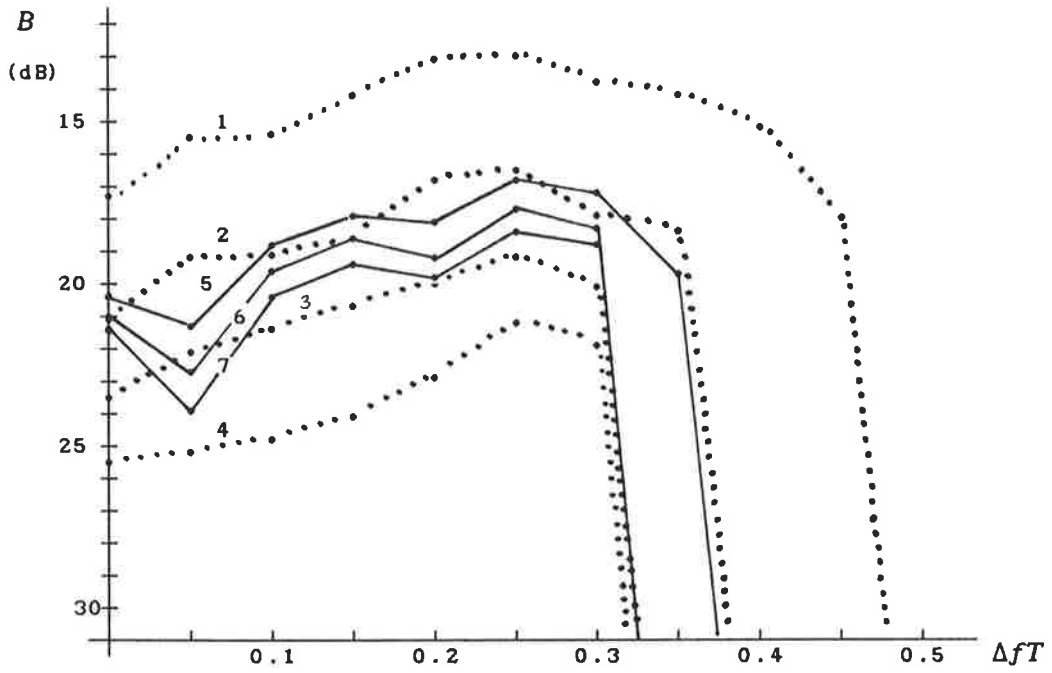
5.1.1 Ruído térmico desprezível

Apresentaremos de início as assinaturas obtidas, colocando algumas observações qualitativas. Em seguida, serão apresentadas tabelas com a integração das assinaturas e a comparação dos resultados obtidos pelo método de cálculo e por simulação.

A. Cancelador C3,m (m=1,2,3) com parâmetro de limiar λ=0

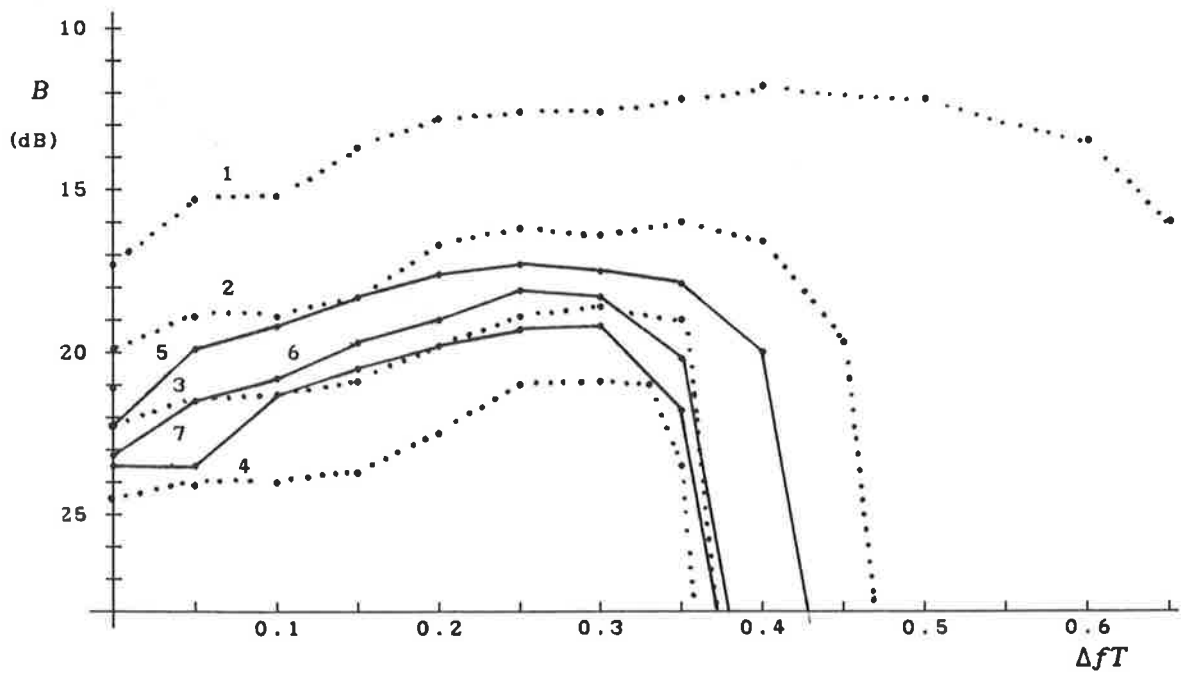
São apresentadas as assinaturas para 16 QAM na figura 5.1.1 e para 64 QAM na figura 5.1.2.

Para 16 QAM, a adição de um estágio de cancelamento ao estágio linear o torna aproximadamente equivalente a um equalizador *ZF* de 5 coeficientes. Porém, estágios de cancelamento adicionais não melhoram muito a assinatura, não atingindo um desempenho melhor que o equalizador *ZF* de 7 coeficientes.



1 : ZF 3 2 : ZF 5 3 : ZF 7 4 : ZF 9
5 : C3,1 6 : C3,2 7 : C3,3

fig. 5.1.1 : assinaturas para TEB = 10e-3, 16 QAM, λ=0



1 : ZF 3 2 : ZF 5 3 : ZF 7 4 : ZF 9
5 : C3,1 6 : C3,2 7 : C3,3

fig. 5.1.2 : assinaturas para TEB = 10e-3, 64 QAM, λ=0

Para 64 QAM, o ganho com dois estágios de cancelamento é maior, não atingindo, porém, o desempenho do equalizador *ZF*7, o que só ocorre com a adição de mais um estágio.

B. Cancelador C3,m (m=1,2,3) com parâmetro de limiar λ=0.5

As assinaturas para 16 QAM estão na figura 5.1.3 e para 64 QAM na figura 5.1.4 .Em relação às assinaturas para λ=0 do item anterior, vemos que para 16 QAM há um ganho considerável nas assinaturas dos canceladores com 2 e 3 estágios de cancelamento, ao passo que para 64 QAM o ganho é menor.

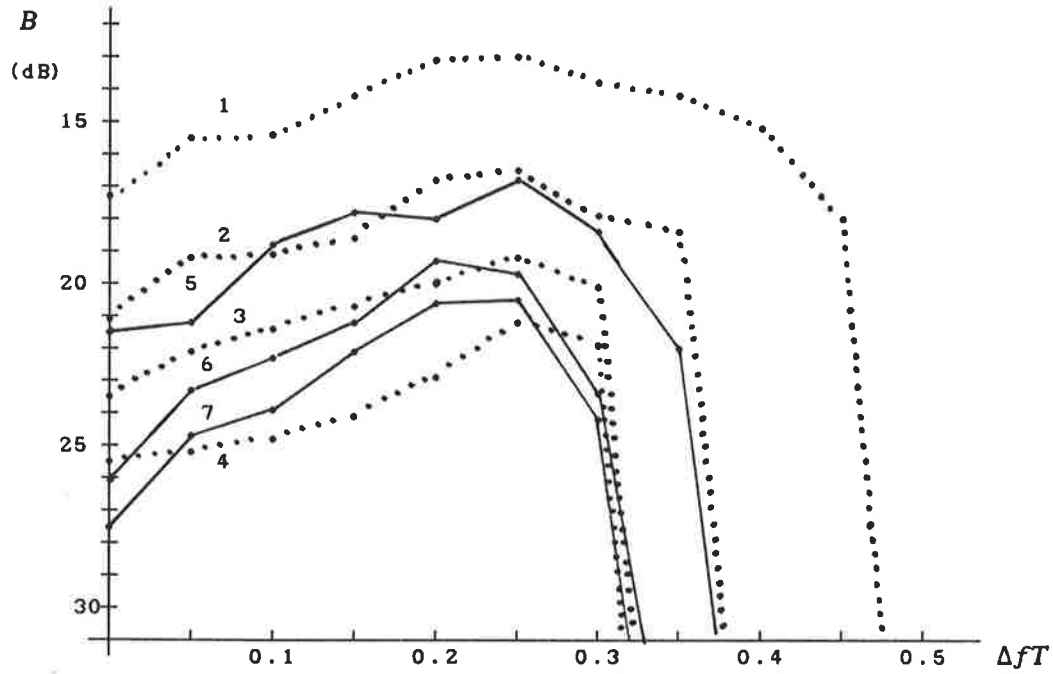
A variação das assinaturas com outros valores de λ foi investigado, porém não foi verificado nenhum ganho substancial em relação às assinaturas para λ=0.5 apresentadas aqui.

C. Cancelador C5,m (m=1,2) com parâmetro de limiar λ=0

Na figura 5.1.5 temos as assinaturas para 16 QAM e na figura 5.1.6, para 64 QAM. O número de estágios de cancelamento não foi levado além de dois de modo a manter o mesmo número total de coeficientes (coeficientes do estágio linear mais coeficientes dos estágios de cancelamento) que o maior equalizador linear com o qual é feita a comparação (*ZF*9).

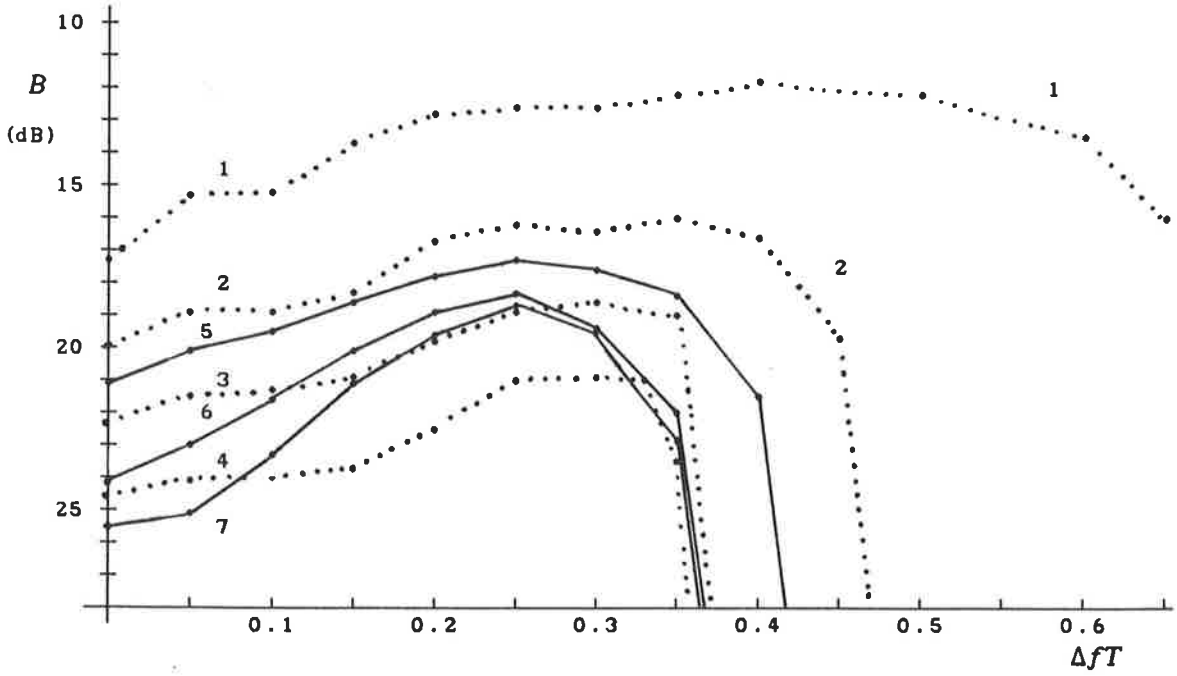
D. Cancelador C5,m (m=1,2) com parâmetro de limiar λ=0,5

Na figura 5.1.7 temos as assinaturas para 16 QAM e na figura 5.1.8 para 64 QAM. Tanto para 16 QAM quanto para 64 QAM, os canceladores *C*5,1 e *C*5,2 , com λ=0,5 , apresentam um desempenho melhor que os equalizadores *ZF*7 e *ZF*9, respectivamente.



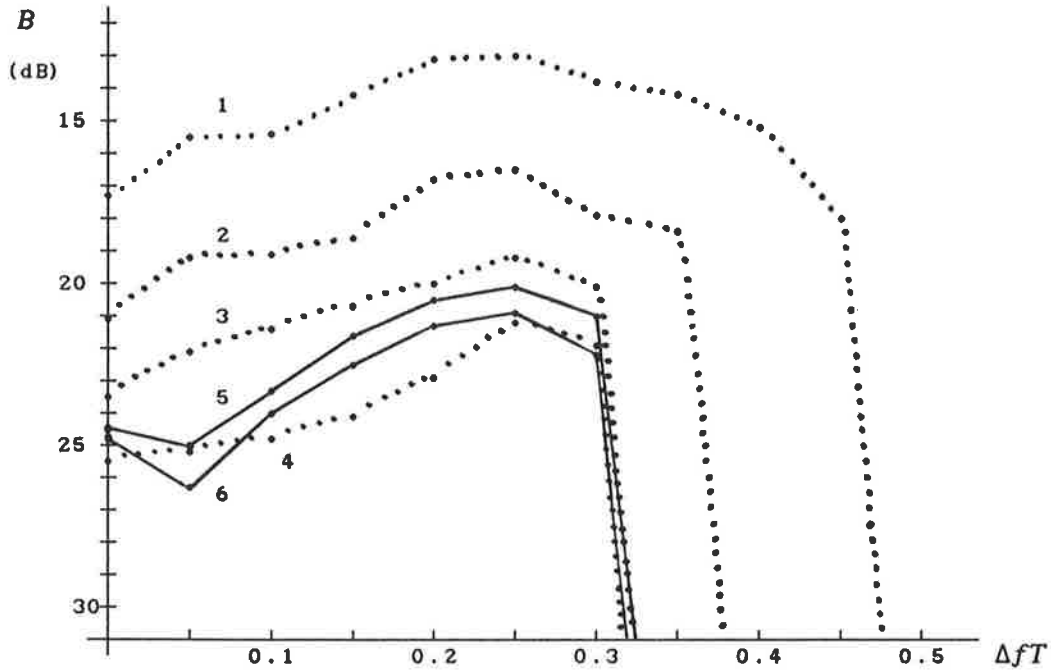
1 : ZF 3 2 : ZF 5 3 : ZF 7 4 : ZF 9
5 : C3,1 6 : C3,2 7 : C3,3

fig. 5.1.3 : assinaturas para TEB = 10e-3, 16 QAM, λ=0.5



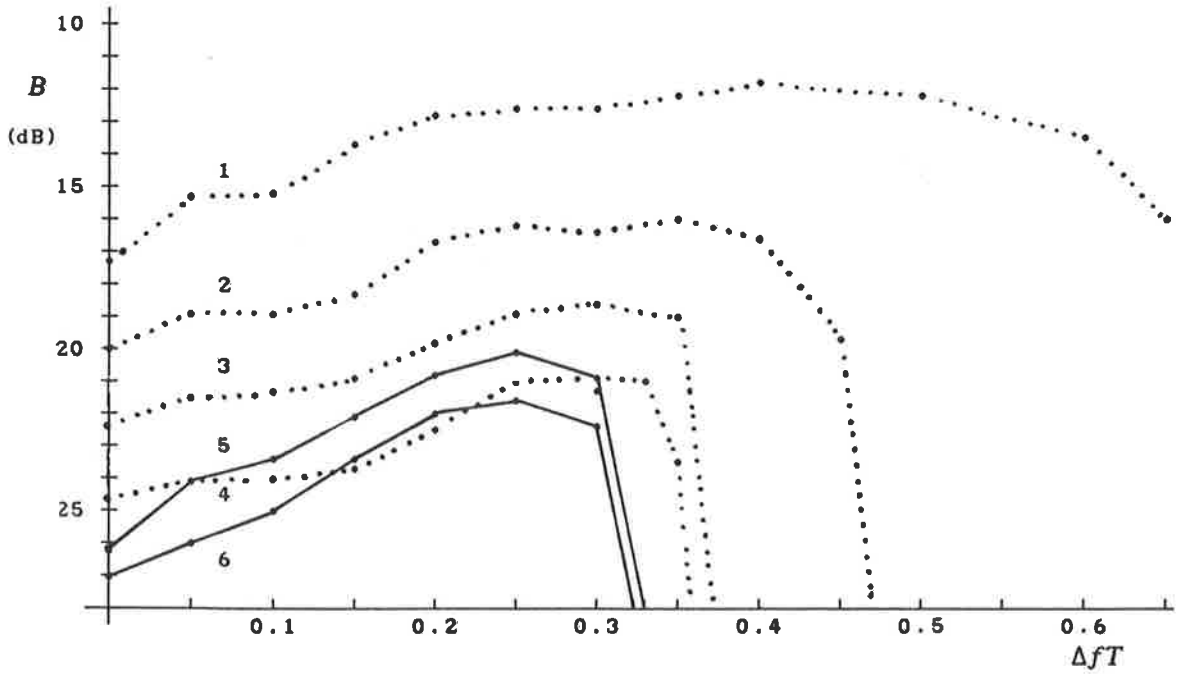
1 : ZF 3 2 : ZF 5 3 : ZF 7 4 : ZF 9
5 : C3,1 6 : C3,2 7 : C3,3

fig. 5.1.4 : assinaturas para TEB = 10e-3, 64 QAM, λ=0.5



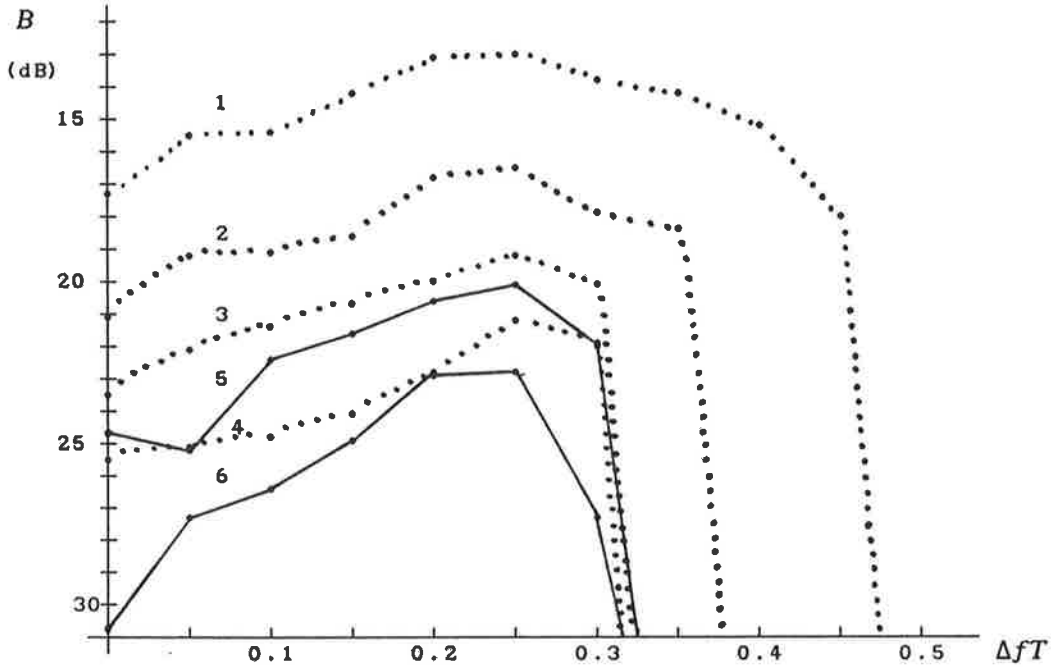
1 : ZF 3 2 : ZF 5 3 : ZF 7 4 : ZF 9
5 : C5,1 6 : C5,2

fig. 5.1.5 : assinaturas para TEB = 10e-3, 16 QAM, λ=0



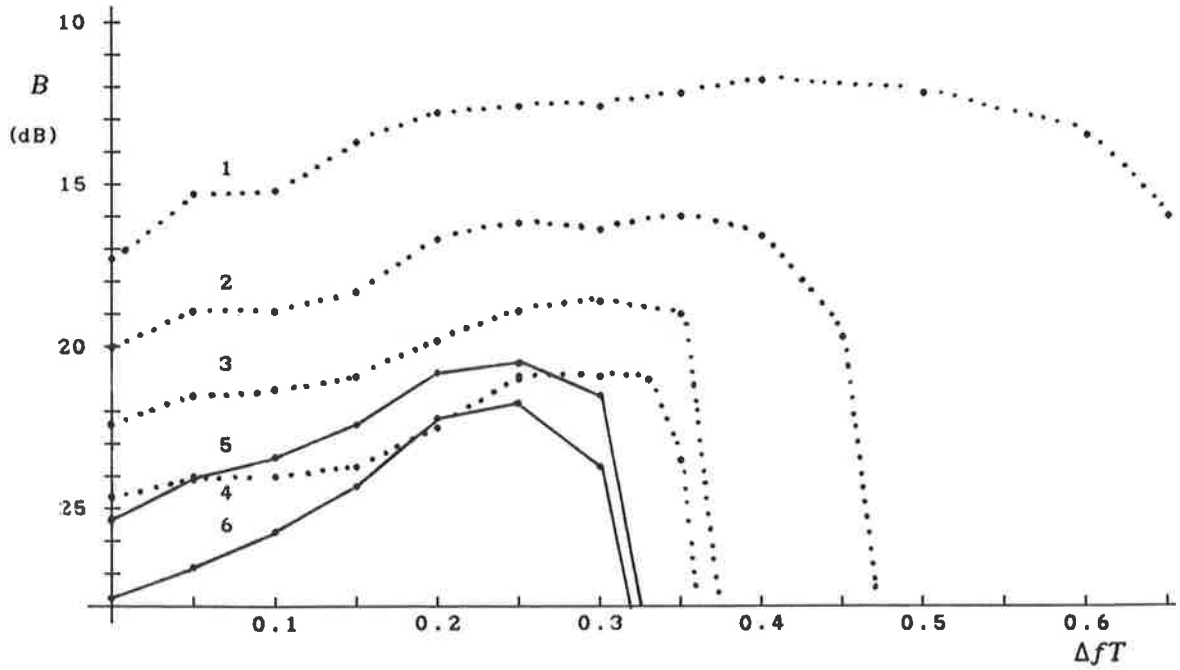
1 : ZF 3 2 : ZF 5 3 : ZF 7 4 : ZF 9
5 : C5,1 6 : C5,2

fig. 5.1.6 : assinaturas para TEB = 10e-3, 64 QAM, λ=0



1 : ZF 3 2 : ZF 5 3 : ZF 7 4 : ZF 9
5 : C5,1 6 : C5,2

fig. 5.1.7 : assinaturas para TEB = 10e-3, 16 QAM, λ=0.5



1 : ZF 3 2 : ZF 5 3 : ZF 7 4 : ZF 9
5 : C5,1 6 : C5,2

fig. 5.1.8 : assinaturas para TEB = 10e-3, 64 QAM, λ=0.5

E. Integração das assinaturas levantadas e comparação cálculo/simulação

Com os pontos B_m das assinaturas, foi obtido, com base na equação (2.3.4), um fator de desempenho para cada uma, dado por

$$I \triangleq \frac{1}{2} e^{-B_0/3.8} + \sum_m e^{-B_m/3.8} \qquad (5.1.1)$$

Este fator, como visto em **2.3.*B***, fornece uma estimativa da relação entre os tempos de permanência na condição degradada (que é, neste caso, taxa de erro maior ou igual a 10^{-3}) resultantes da utilização de cada estrutura.

Na tabela a seguir estão relacionados os valores de I , relativos ao valor de I para o equalizador ZF 9 , obtidos para as assinaturas para 16 QAM apresentadas acima. A variável n é o número total de coeficientes da estrutura.

		I		TEB = 10^{-3} 16 QAM	
		$\lambda = 0$		$\lambda = 0,5$	
n	ZFn	$C3,n-3/2$	$C5,n-5/2$	$C3,n-3/2$	$C5,n-5/2$
3	14,1	-	-	-	-
5	4,43	4,06	-	3,70	-
7	1,97	2,88	1,47	1,61	1,47
9	1,00	2,41	1,17	1,21	0,621

Na condição considerada de ruído térmico desprezível, como pode ser visto na tabela acima, o emprego de canceladores $C3,2$ e $C5,2$ (com $\lambda = 0,5$), no lugar, respectivamente, de equalizadores $ZF7$ e $ZF9$, significaria uma redução de 18 % e 38 % no tempo em que o sistema permanece com taxa de erro superior a 10^{-3}.

Na tabela a seguir relacionamos a relação entre os fatores de desempenho I que seriam obtidos usando diretamente as assinaturas calculadas, sem

refinação por simulação, e os calculados a partir das assinaturas apresentadas acima. Podemos observar uma concordância satisfatória na maioria dos casos, sendo o erro no entanto sempre positivo, o que, no caso de se querer usar diretamente o resultado do método de cálculo, é melhor do que se erro fosse negativo, pois neste caso,se estaria super-estimando o desempenho do sistema.

$I_{\text{cálculo}} / I_{\text{(cálculo e simulação)}}$ TEB 10^{-3} 16 QAM

	λ = 0		λ = 0,5	
n	$C3,n-3/2$	$C5,n-5/2$	$C3,n-3/2$	$C5,n-5/2$
5	1,38	-	1,11	-
7	1,09	1,32	1,13	1,05
9	1,03	1,04	1,05	1,12

A seguir apresentamos as mesmas tabelas para o caso de 64 QAM. De modo a poder relacionar, se desejado, os valores para os dois tipos de modulação, o a relação do fator I para equalizador ZF 9 em 64 QAM para o fator I com o mesmo equalizador em 16 QAM é 1,317.

I TEB = 10^{-3} 64 QAM

		λ = 0		λ = 0,5	
n	ZFn	$C3,n-3/2$	$C5,n-5/2$	$C3,n-3/2$	$C5,n-5/2$
3	22,1	-	-	-	-
5	5,10	3,43	-	3,21	-
7	2,06	2,23	1,06	1,83	1,03
9	1,00	1,70	0,74	1,53	0,63

$I_{cálculo}$ / $I_{(cálculo\ e\ simulação)}$ TEB 10^{-3} 64 QAM

	λ = 0		λ = 0,5	
n	$C3,n-3/2$	$C5,n-5/2$	$C3,n-3/2$	$C5,n-5/2$
5	1,06	-	1,05	-
7	1,03	1,07	1,02	1,05
9	1,02	1,04	1,03	1,02

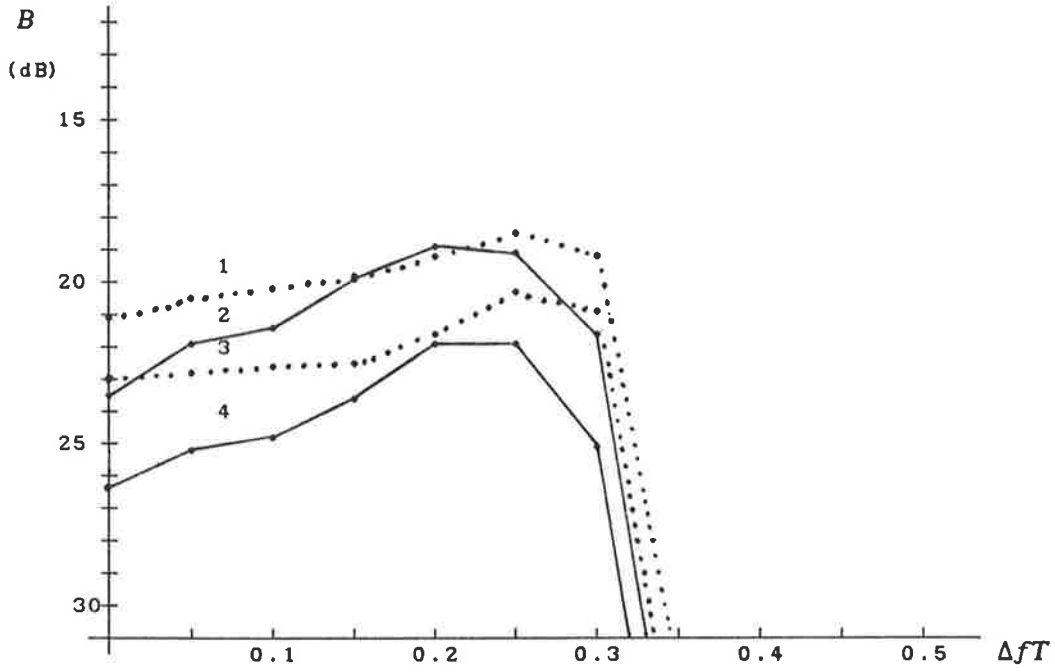
Semelhantemente ao observado para 16 QAM, na condição de ruído térmico desprezível, o emprego de canceladores $C3,2$ e $C5,2$ (com λ = 0,5), no lugar, respectivamente, de equalizadores $ZF7$ e $ZF9$, significaria uma redução de 12 % e 37 % no tempo em que o sistema permanece com taxa de erro superior a 10^{-3}.

Notar que, para 64 QAM, o método de cálculo fornece diretamente resultados bons em todos os casos.

Para as análises subsequentes restringimos as estruturas consideradas aos canceladores $C3,2$ e $C5,2$ (λ = 0,5 em ambos), uma vez que são os que resultaram até agora em desempenhos superiores aos equalizadores ZF de mesmo número total de coeficientes ($ZF7$ e $ZF9$ respectivamente), ao mesmo tempo em que permitem uma redução na complexidade do circuito a implementar, conforme discutido no capítulo 3.

5.1.2 Ruído térmico não desprezível (canceladores C3,2 e C5,2 , λ=0.5)

Conforme colocado em 3.2.*D* serão consideradas atenuações de 20 e 30 dB sobre o nível nominal recebido. Tomando este valor como -35 dBm, o que é um valor típico em lances de rádio digital no Brasil (potência do transmissor : 1 W), e a figura de ruído do sistema como 4,5 dB, estas atenuações correspondem, respectivamente, a valores *C/N* de relação sinal/ruído de 39,0 e 29,0 dB para 16 QAM, e 40,8 e 30,8 dB para 64 QAM.



1 : *ZF* 7 2 : *C*3,2 3 : *ZF* 9 4 : *C*5,2

fig. 5.1.9 : assinaturas para TEB = 10e-3, 16 QAM C/N = 39 dB

A. 16 *QAM com C/N* = 39,0 *dB*

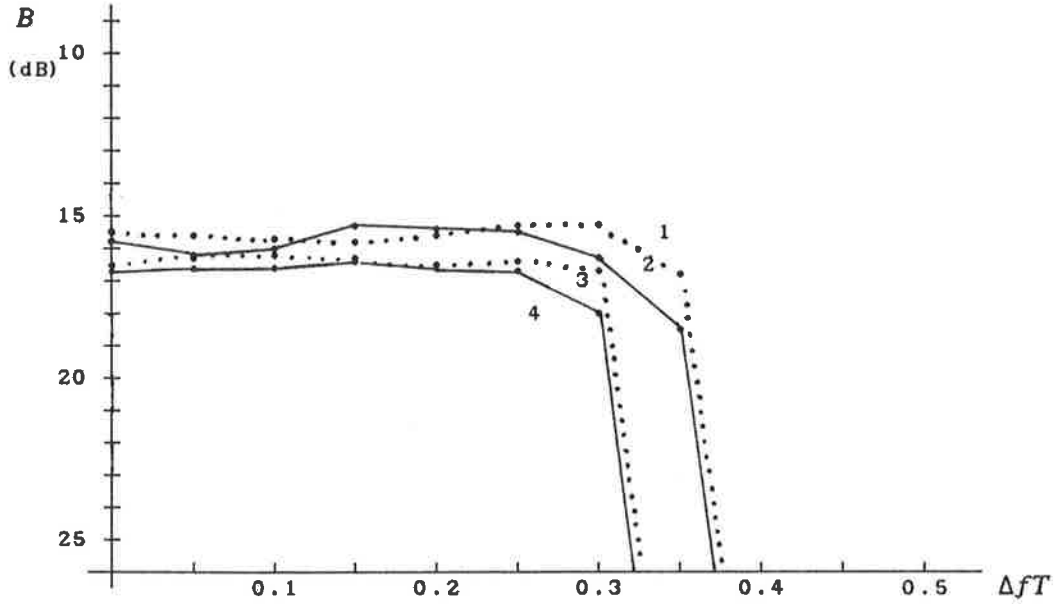
As assinaturas são apresentadas na figura 5.1.9. Notar que o aspecto relativo das assinaturas, em relação ao caso sem ruído, é ainda aproximadamente mantido, sendo introduzido em todas elas um deslocamento vertical.

B. 16 *QAM com C/N* = 29,0 *dB*

As assinaturas são apresentadas na figura 5.1.10. Notar que são praticamente equivalentes. A capacidade de correção da distorção é limitada pelo amplificação do ruído térmico decorrente.

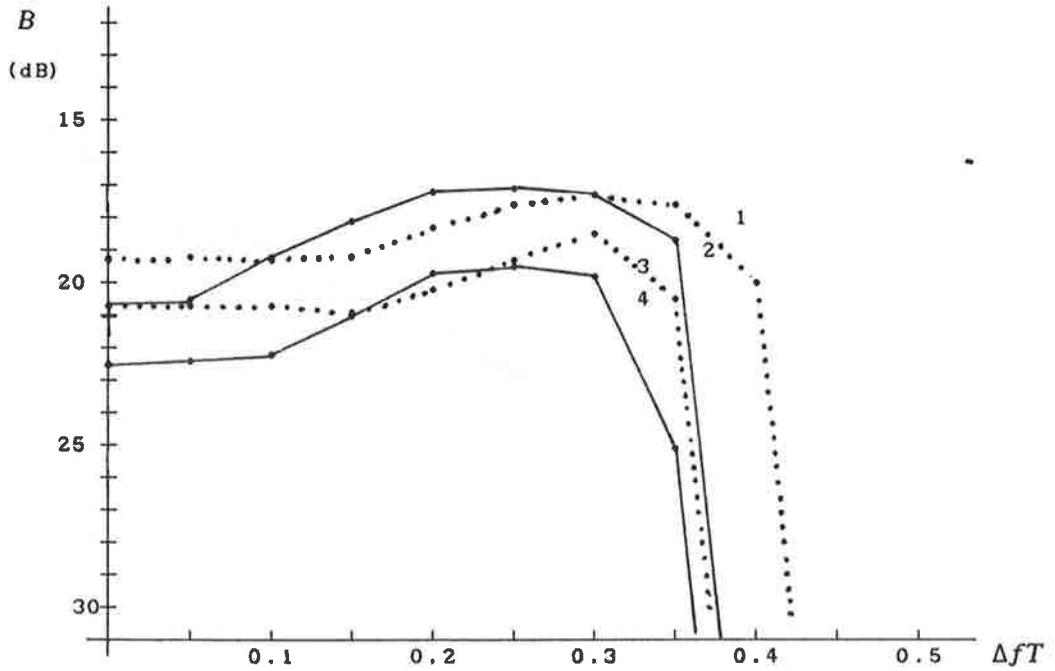
C. 64 *QAM com C/N* = 40,8 *dB*

As assinaturas são apresentadas na figura 5.1.11.



1 : *ZF* 7 2 : *C*3,2 3 : *ZF* 9 4 : *C*5,2

fig. 5.1.10 : assinaturas para TEB = 10e-3, 16 QAM, C/N = 29 dB



1 : *ZF* 7 2 : *C*3,2 3 : *ZF* 9 4 : *C*5,2

fig. 5.1.11: assinaturas para TEB = 10e-3, 64 QAM, C/N = 40,8 dB

D. 64 QAM com C/N = 30,8

Dada a maior sensibilidade ao ruído térmico em relação a 16 QAM, as assinaturas são mais agrupadas ainda do que as do item *B* acima. Não havendo, consequentemente, variação de desempenho das estruturas consideradas, não há interêsse em apresentar as assinaturas.

E. Integração das assinaturas levantadas e comparação cálculo/simulação

A seguir relacionamos os fatores de desempenho calculados conforme exposto em **5.1.1.*E***, para as assinaturas apresentadas acima. Notar que os valores ainda são relativos ao fator de desempenho da assinatura para taxa de erro 10^{-3} do equalizador *ZF* 9 com ruído térmico deprezível.

TEB = 10^{-3}
16 QAM

tipo	*I* C/N = 39	C/N = 29 dB
ZF 7	2,57	8,34
ZF 9	1,46	6,12
*C*3,2	2,07	7,66
*C*5,2	0,89	5,75

TEB = 10^{-3}
64 QAM

tipo	*I* C/N = 40,8 dB
ZF 7	3,43
ZF 9	1,95
*C*3,2	3,21
*C*5,2	1,50

Como vemos, a inclusão de ruído térmico na análise não altera a colocação feita acima sobre a vantagem da utilização dos canceladores modificados sobre os equalizadores convencionais.

A relação entre os fatores de desempenho obtidos a partir das assinaturas não refinadas por simulação, e os obtidos a partir das assinaturas acima é apresentada abaixo

$I_{cálculo} / I_{(cálculo\ e\ simulação)}$

TEB = 10^{-3} 16 QAM	tipo	C/N = 39	C/N = 29 dB
	$C3,2$	1,03	0,95
	$C5,2$	1,01	0,97

$I_{cálculo} / I_{(cálculo\ e\ simulação)}$

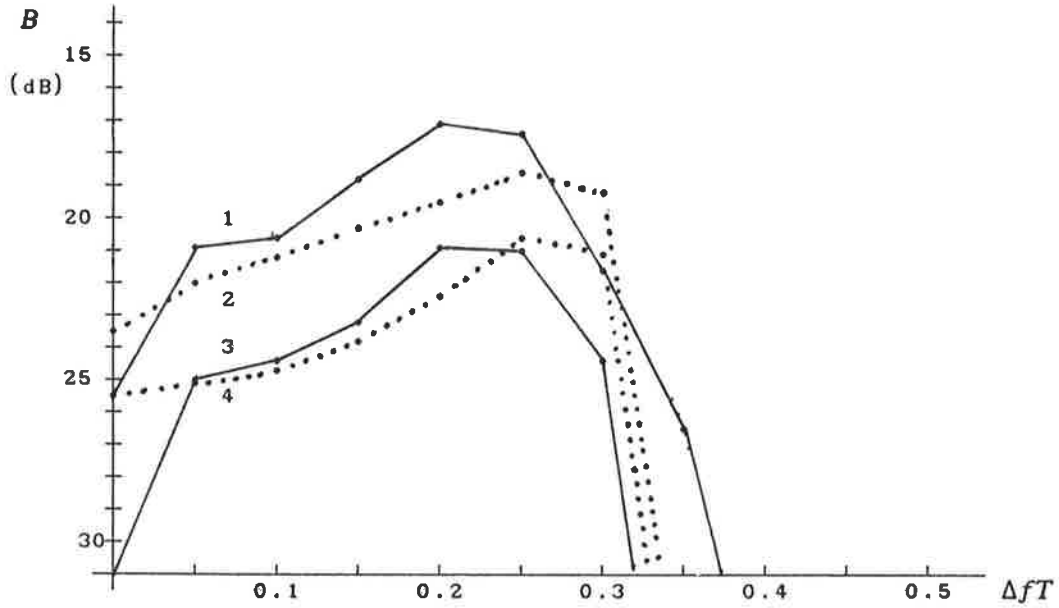
TEB = 10^{-3} 64 QAM	tipo	C/N = 39
	$C3,2$	0,97
	$C5,2$	0,99

5.2 Assinaturas $|\varepsilon|_{max} = 1$ (C3,2 ; C5,2 ; ZF7 ; ZF9)

Na figura 5.2.1 são apresentadas as assinaturas para 16 QAM e na figura 5.2.2 , para 64 QAM. Apresentamos abaixo os fatores de desempenho calculados para estas assinaturas.

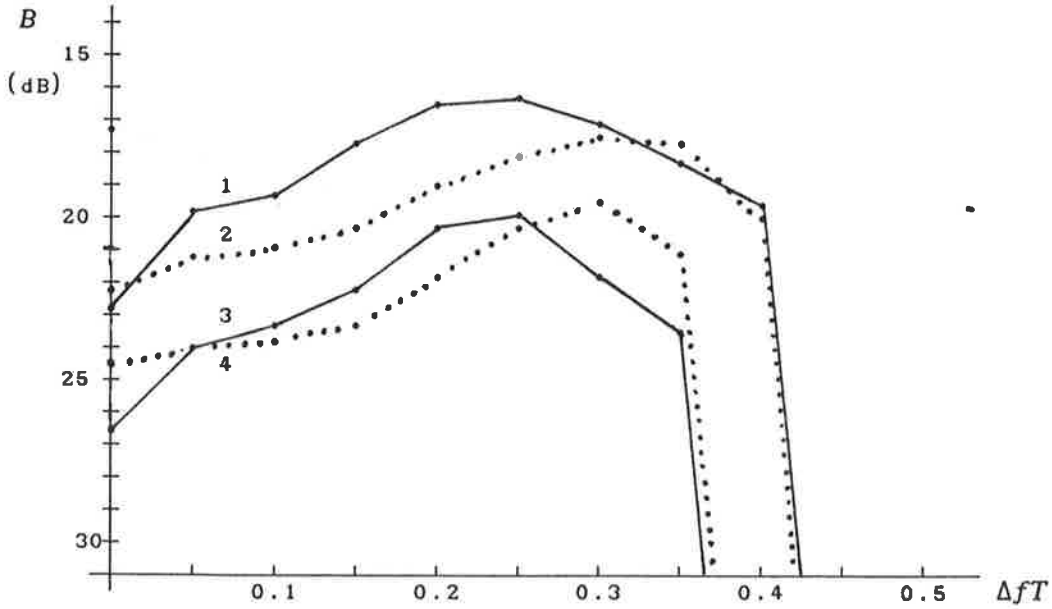
$\|\varepsilon\|_{max} = 1$ 16 QAM	tipo	I
	ZF 7	2,23
	ZF 9	1,13
	$C3,2$	2,89
	$C5,2$	1,04

$\|\varepsilon\|_{max} = 1$ 64 QAM	tipo	I
	ZF 7	2,82
	ZF 9	1,28
	$C3,2$	3,88
	$C5,2$	1,18



1 : C3,2 2 : ZF 7 3 : C5,2 4 : ZF 9

fig. 5.2.1 : assinaturas para $|\varepsilon|_{max} = 1$, 16 QAM



1 : C3,2 2 : ZF 7 3 : C5,2 4 : ZF9

fig. 5.2.2 : assinaturas para $|\varepsilon|_{max} = 1$, 64 QAM

Notar que o cancelador *C*3,2 que, para a assinatura de taxa de erro (TEB)= 10^{-3}, tinha um desempenho superior ao do equalizador *ZF* 7, passa a apresentar um desempenho inferior para a condição $|\varepsilon|_{max} \simeq 1$. Como colocado em **3.2.*D***, a assinatura para esta condição constitui, quando a interferência intersimbólica é preponderante sobre o ruído térmico, um limite inferior para as assinaturas de TEB em geral. Este limite é útil para avaliar e comparar as assinaturas de TEB = 10^{-6} das estruturas consideradas.

Uma vez que as assinaturas para TEB = 10^{-3} constituem, evidentemente, um limite superior para as de TEB = 10^{-6}, no pior caso a relação entre os fatores de desempenho das assinaturas para TEB = 10^{-6} do cancelador *C*3,2 e do equalizador *ZF* 7, é dada pela relação entre o fator de desempenho da assinatura $|\varepsilon|_{max} = 1$ do primeiro e o fator de desempenho da assinatura de TEB = 10^{-3} do segundo. Calculando esta relação, temos $\frac{2,89}{1,97} = 1,47$ para 16 QAM e $\frac{3,88}{2,06} = 1,88$ para 64 QAM.

Este resultado não implica em que o cancelador *C*3,2 não possa ser usado no lugar do equalizador *ZF* 7 , ou mesmo em casos onde este não atingisse o desempenho para TEB = 10^{-3} (onde *C*3,2 é melhor que *ZF* 7 , ver **5.1.1.*E***) : o tempo máximo admitido durante o qual ocorre TEB $\geq 10^{-6}$ no sistema (ver **2.3.*B***) é 7,4 vezes maior que o admitido para TEB $\geq 10^{-3}$; supondo que o cancelador *C*3,2 estivesse no limite da especificação para TEB $\geq 10^{-3}$(estando portanto o equalizador *ZF* 7 *além* do limite), o tempo durante o qual ocorreria TEB $\geq 10^{-6}$, que seria no máximo $\frac{2,89}{1,61} = 1,80$ (16 QAM) , $\frac{3,88}{1,83} = 2,12$ (64 QAM) vezes o tempo para TEB $\geq 10^{-3}$, ainda estaria largamente dentro da especificação.

5.3 Assinaturas 10^{-3} (16 QAM) com inclusão do efeito dos erros de quantização (canceladores C3,2 , C5,2 e equalizador ZF7 , ZF9)

Foram levantadas, inicialmente, sem refinamento do cálculo por simulação, as assinaturas de TEB = 10^{-3} das estruturas consideradas para o caso de quantização, com um número de bits variável, de cada um dos conjunto de sinais ou coeficientes em questão (sinal de entrada, coeficientes do estágio linear, produtos do estágio linear, coeficientes dos estágios de cancelamento, produtos dos estágio de cancelamento), mantendo os demais com seus valores ideais.

A seguir, tomando, em cada caso, o número de bits de quantização que resultou em uma degradação mínima da assinatura (tipicamente menor que 0,1 dB em cada ponto), se levantou a assinatura com quantização global, refinando o resultado final por simulação. Na simulação, foram introduzidas operações de quantização no sinal de entrada, produtos do estágio linear e produtos dos estágios de cancelamento, e se fez com que os coeficientes do estágio linear e dos estágios de cancelamento assumissem de maneira aleatória, a cada símbolo gerado, um dos dois níveis de quantização entre os quais se localizava o seu valor ideal.

A. Quantização do sinal de entrada

A degradação nos pontos das assinaturas de TEB = 10^{-3} é apresentada na figura 5.3.1, parametrizada pelo número de bits de quantização do sinal de entrada.

B. Quantização dos coeficientes do estágio linear

A degradação nos pontos das assinaturas de TEB = 10^{-3} é apresentada na figura 5.3.2, parametrizada pelo número de bits de quantização dos coeficientes do estágio linear. Notar a menor sensibilidade dos canceladores a este parâmetro, o que decorre do menor número de coeficientes empregados.

C. Quantização dos produtos do estágio linear

A degradação nos pontos das assinaturas de TEB = 10^{-3} é apresentada na figura 5.3.3, parametrizada pelo número de bits de quantização dos produtos do linear.

D. Quantização dos coeficientes dos estágios de cancelamento

A degradação nos pontos das assinaturas de TEB = 10^{-3} é apresentada na figura 5.3.4, parametrizada pelo número de bits de quantização dos coeficientes dos estágios de cancelamento.

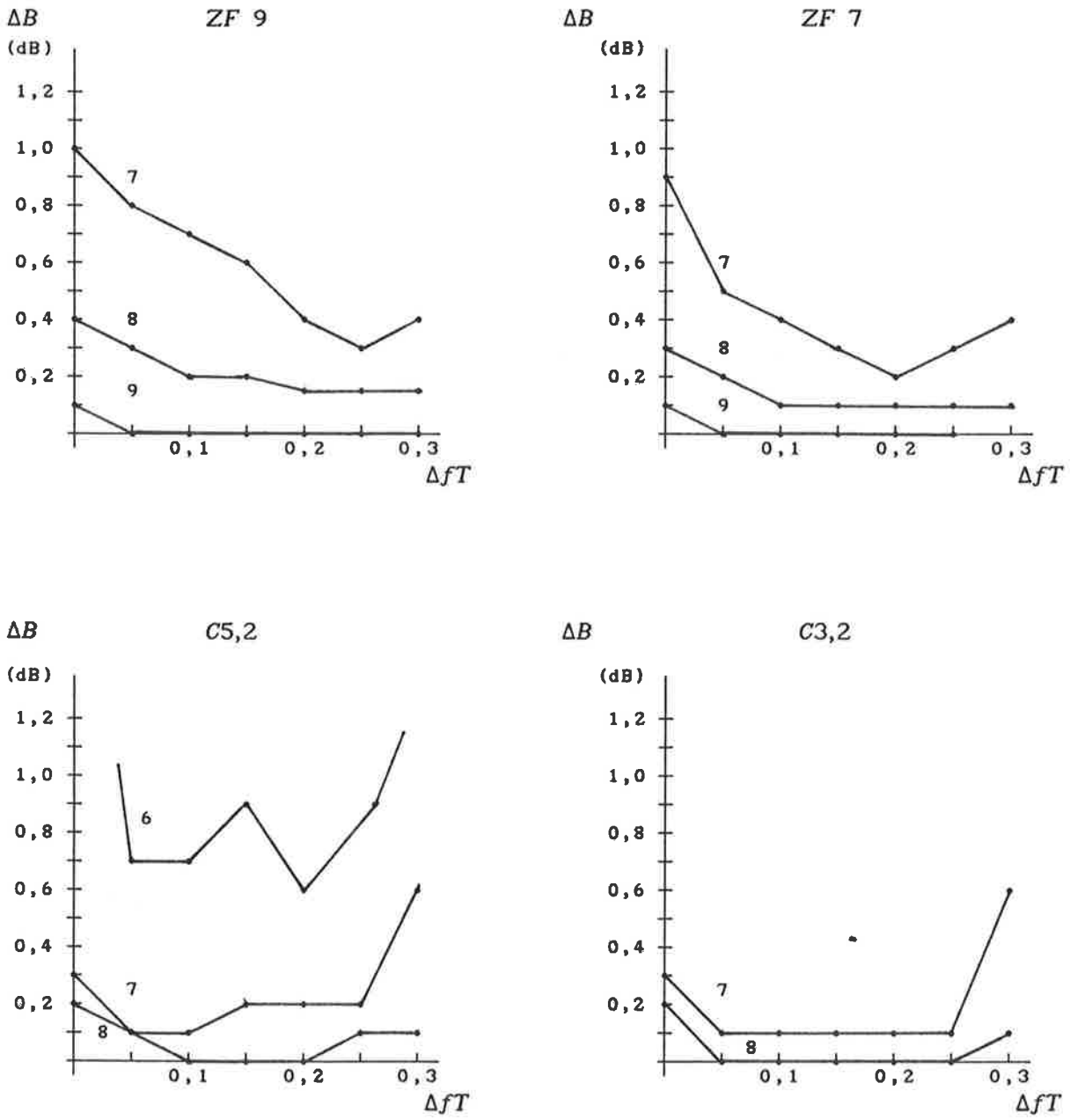


fig. 5.3.1 : degradação nas assinaturas de TEB = 10^{-3}
parâmetro : número de bits de quantização do sinal de entrada

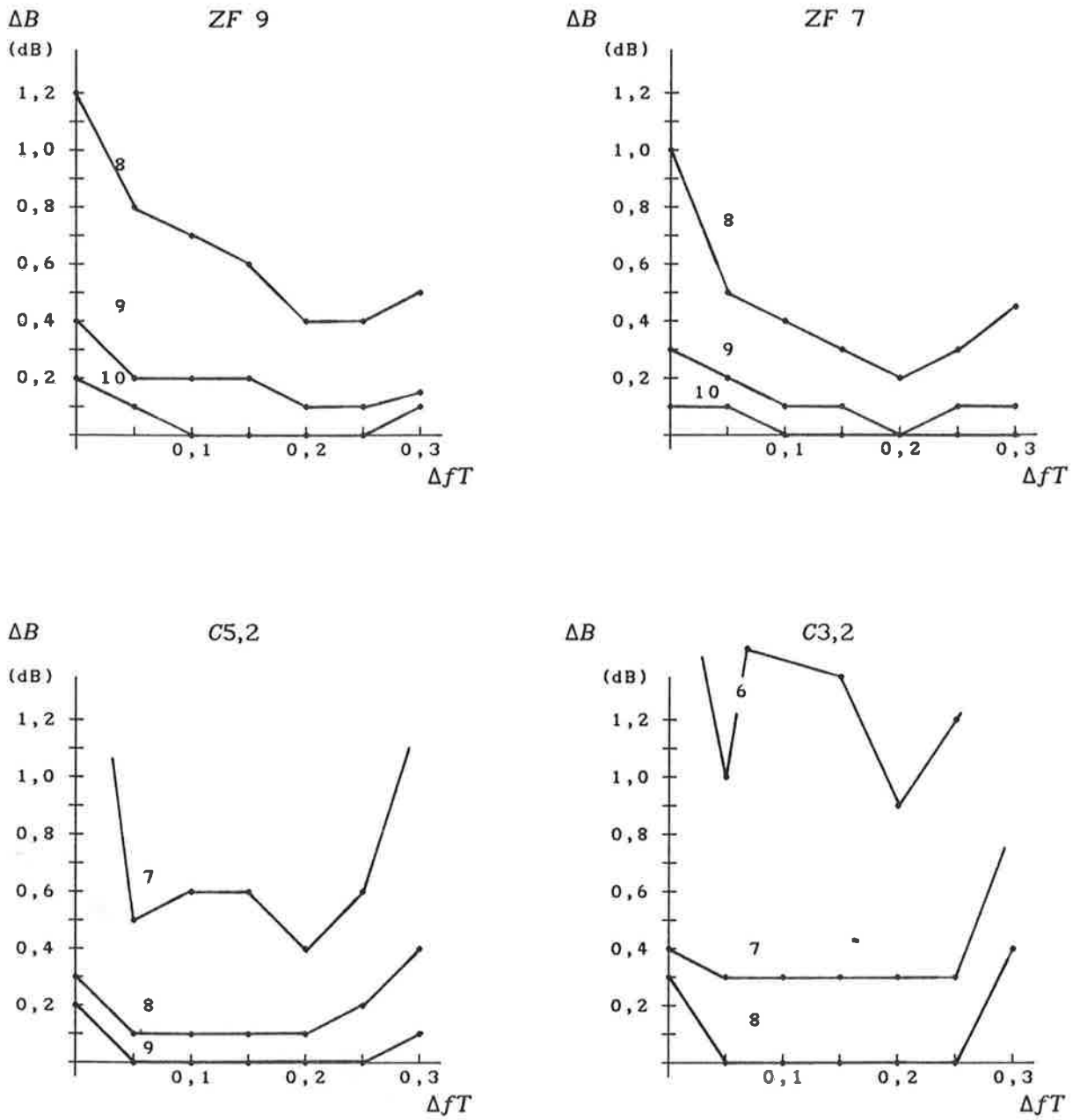


fig. 5.3.2 : degradação nas assinaturas de TEB = 10^{-3} parâmetro : número de bits de quantização dos coeficientes do estágio linear

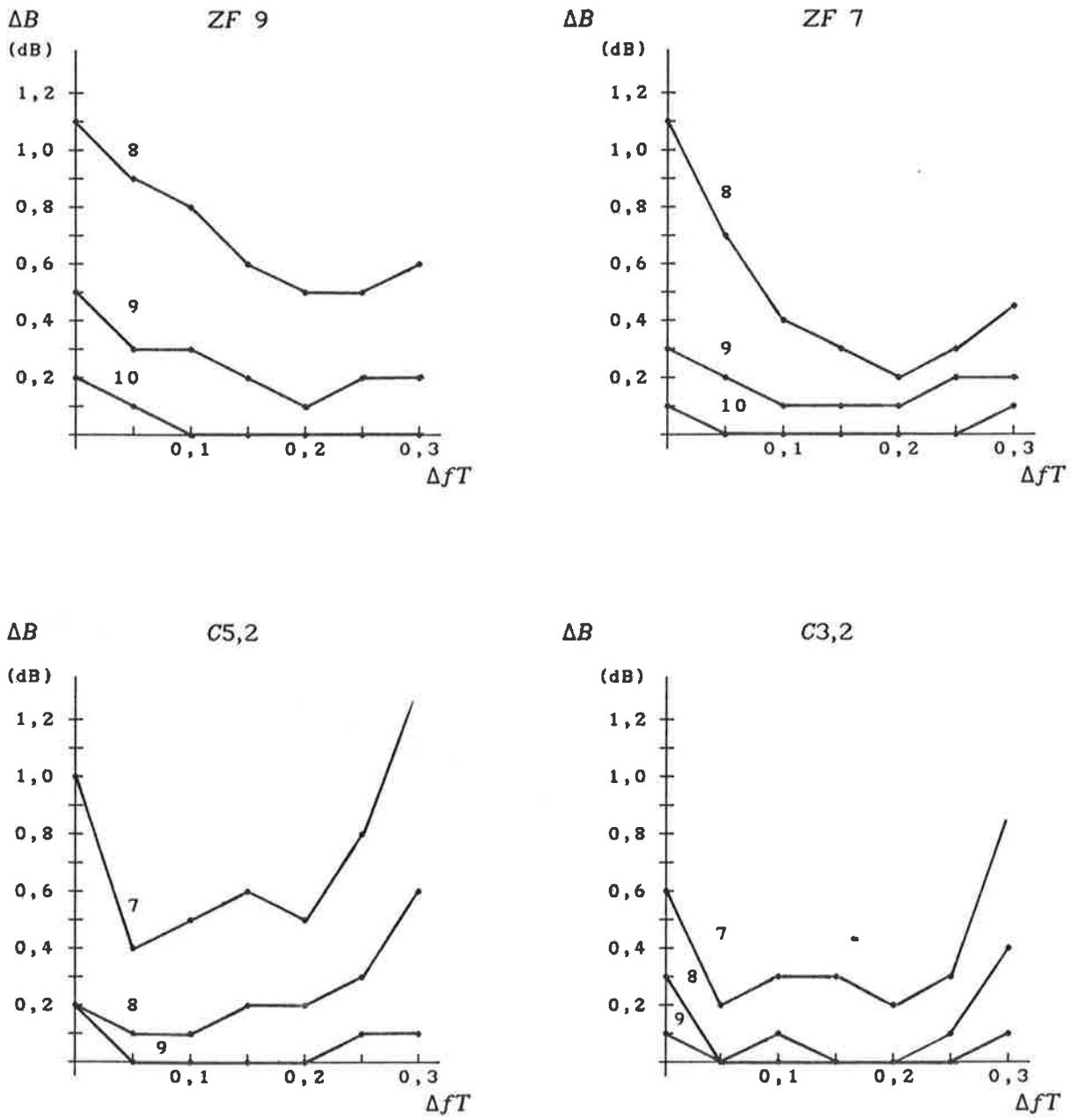


fig. 5.3.3 : degradação nas assinaturas de TEB = 10^{-3} parâmetro : número de bits de quantização dos produtos do estágio linear

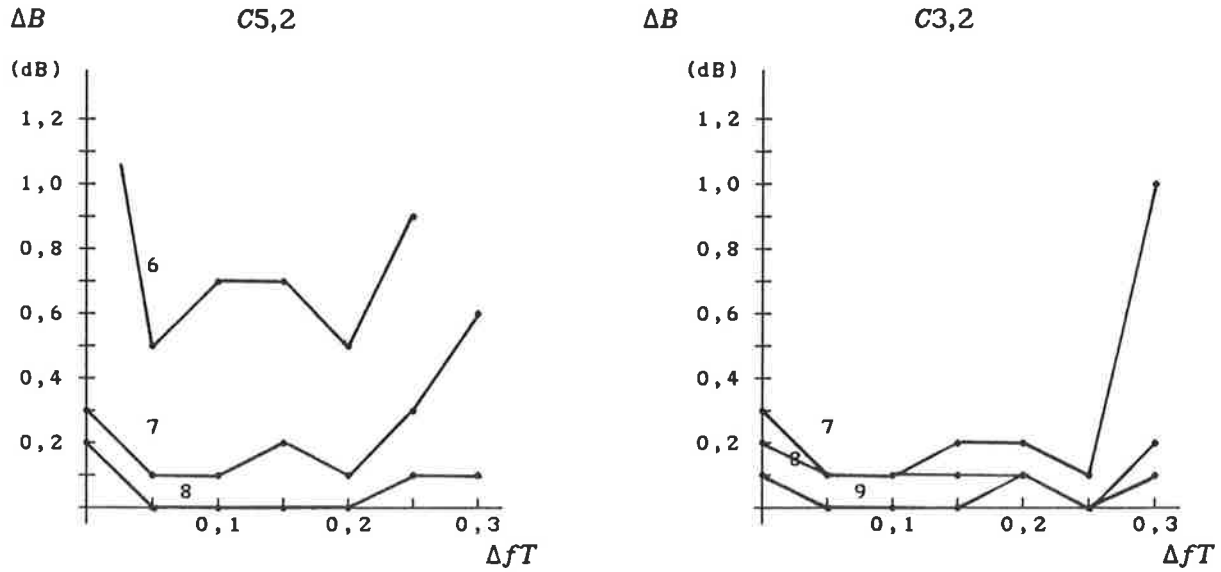


fig. 5.3.4 : degradação nas assinaturas de TEB = 10^{-3}
parâmetro : número de bits de quantização dos coeficientes dos estágios de cancelamento

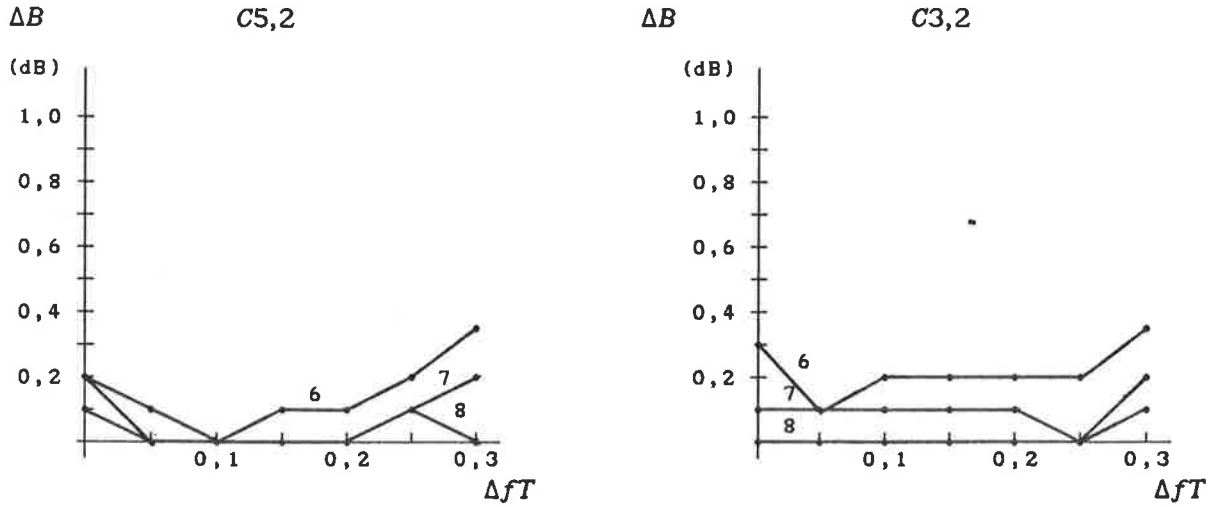


fig. 5.3.5 : degradação nas assinaturas de TEB = 10^{-3}
parâmetro : número de bits de quantização dos produtos dos estágios de cancelamento

E. Quantização dos produtos dos estágios de cancelamento

A degradação nos pontos das assinaturas de TEB = 10^{-3} é apresentada na figura 5.3.5, parametrizada pelo número de bits de quantização dos produtos dos estágios de cancelamento.

F. *Quantização global e consequências na implementação*

Com base nos resultados obtidos para a quantização individual de coeficientes e sinais, apresentados acima, foram escolhidos conjuntos de números de bits de quantização (que denominamos Q_a, Q_b e Q_c) para os quais foram levantadas as assinaturas para TEB = 10^{-3} das estruturas em questão. Os conjuntos escolhidos estão descritos na tabela abaixo, assim como em quais estruturas foram empregados.

conjunto	bits quantização					estruturas testadas
	N_d	N_c	N_p	N_{cc}	N_{pc}	
Q_a	8	8	8	8	8	*C*3,2 *ZF*7
Q_b	8	9	9	9	8	*C*5,2 *ZF*9
Q_c	9	10	10	-	-	*ZF*7 *ZF*9

onde

N_d : número de bits de quantização do sinal de entrada

N_c : número de bits de quantização dos coeficientes do estágio linear

N_p : número de bits de quantização dos produtos do estágio linear

N_{cc} : número de bits de quantização dos coeficientes dos estágios de cancelamento

N_{pc} : número de bits de quantização dos produtos dos estágios de cancelamento

Os conjuntos Q_a , Q_b e Q_c foram escolhidos, respectivamente, para os canceladores *C*3,2 , *C*5,2 e os equalizadores *ZF*7 e *ZF*9, pois foram os que, tomando cada variável quantizada independentemente, proporcionaram degradações em ge-

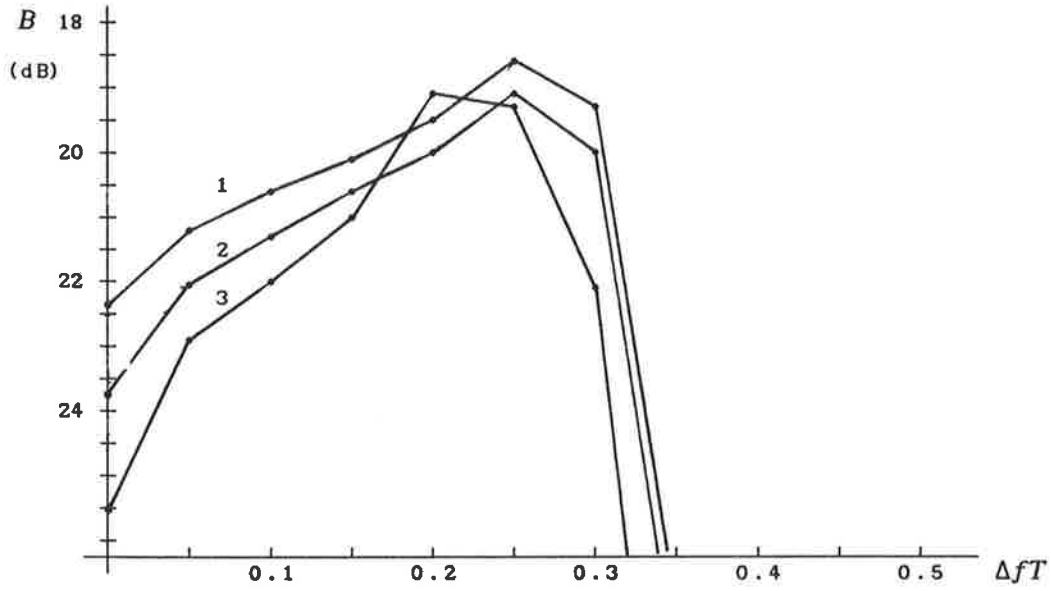
ral menores que 0,1 dB em cada ponto da assinatura. Os equalizadores *ZF7* e *ZF9* também foram testados com os conjuntos Q_a e Q_b , respectivamente, de modo a se poder fazer, se desejado, uma comparação em bases iguais com os canceladores *C*3,2 e *C*5,2 , respectivamente.

As assinaturas levantadas são apresentadas na figura 5.3.6 para o cancelador *C*3,2 e o equalizador *ZF7*, e na figura 5.3.7 para o cancelador *C*5,2 e o equalizador *ZF9*. Foram calculados os fatores de desempenho relativos às assinaturas levantadas, estando seus valores relacionados na tabela a seguir, juntamente com a relação entre os fatores de desempenho relativos às assinaturas obtidas sem o refinamento final por simulação e as apresentadas.

	I			$I_{cálculo}$ / $I_{(cálculo\ e\ simulação)}$		
tipo	Q_a	Q_b	Q_c	Q_a	Q_b	Q_c
ZF7	2,37	-	2,00	1,01	-	1,01
ZF9	-	1,12	1,03	-	1,01	1,01
*C*3,2	1,78	-	-	1,10	-	-
*C*5,2	-	0,67	-	-	1,09	-

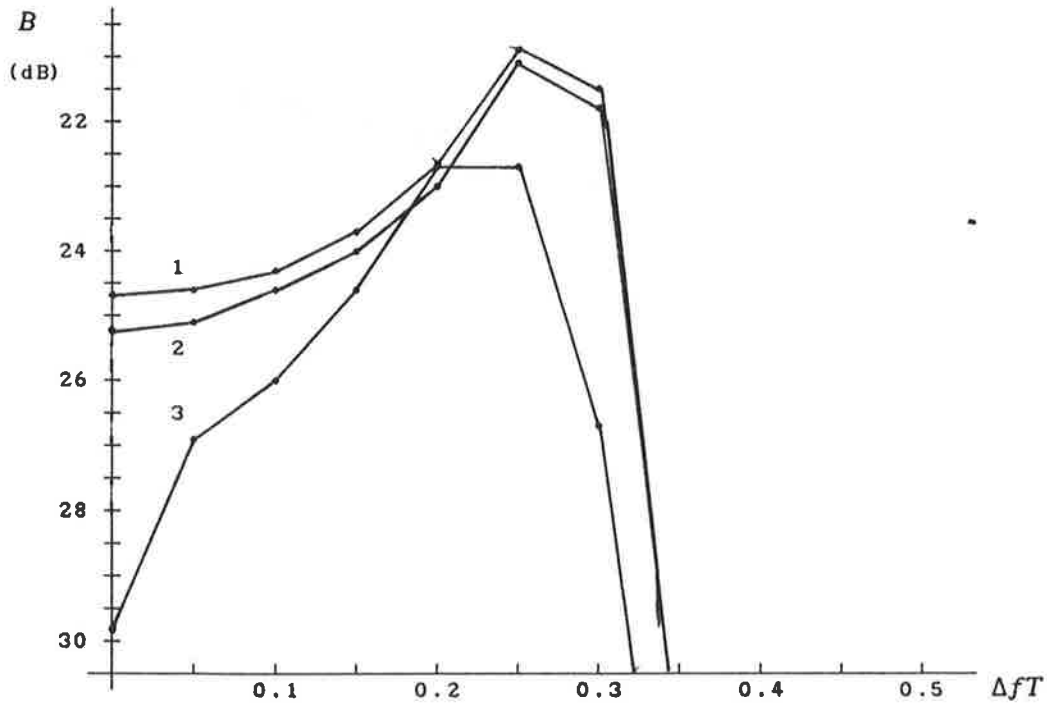
Como podemos ver os canceladores *C*3,2 e *C*5,2 mantém a vantagem sobre os equalizadores *ZF7* e *ZF9*, respectivamente, utilizando, mesmo assim, um número de bits menor na quantização dos sinais e coeficientes.

O cancelador *C*3,2 com o conjunto de quantização Q_a proporciona um fator de desempenho 11% melhor do que o equalizador *ZF7* com o conjunto Q_c. Em termos de implementação, com base no que foi colocado em **2.2.*F***, as operações de multiplicação do estágio linear de *C*3,2 com o conjunto Q_a implicam em um circuito com (7 x 7)/(9 x 8) = 0,68 vezes a complexidade do necessário para o equalizador *ZF7* com o conjunto Q_b , se implementadas com circuitos dedicados, e, caso implementadas com memórias, exigiriam memórias de capacidade $2^{19}/2^{16}$ = 8 vezes menor, talvez viabilizando esta opção. Com a introdução feita de níveis intermediários nas decisões preliminares, estas necessitam de 3 bits quantização. As operações de multiplicação dos estágios de cancelamento de *C*3,2 , portanto, são implementadas com circuitos de complexidade (2 x 7)/(9 x 8) = 0,19 vezes



1 : ZF 7 com Q_a 2: ZF 7 com Q_c 3 : $C3,2$ com Q_a

fig. 5.3.6 : assinaturas de TEB = 10^{-3} introduzindo quantização



1 : ZF 9 com Q_b 2 : ZF 9 com Q_c 3 : $C5,2$ com Q_b

fig. 5.3.7 : assinaturas de TEB = 10^{-3} introduzindo quantização

os do equalizador *ZF* 7, ou com memórias de capacidade $2^{19}/2^{11}$ = 256 vezes menor.

No caso do cancelador *C*5,2 , com o conjunto de quantização Q_b , proporciona um fator de desempenho 35% melhor do que o equalizador *ZF*9 com o conjunto Q_c. As operações de multiplicação do estágio linear de *C*5,2 com o conjunto Q_b implicam em um circuito com (8 x 7)/(9 x 8) = 0,78 vezes a complexidade do necessário para o equalizador *ZF*9 com o conjunto Q_c , se implementadas com circuitos dedicados, e, caso implementadas com memórias, exigiriam memórias de capacidade $2^{19}/2^{17}$ = 4 vezes menor. As operações de multiplicação dos estágios de cancelamento de *C*5,2 são implementadas com circuitos de complexidade (2 x 8)/(9 x 8) = 0,22 vezes as do equalizador *ZF* 7, ou com memórias de capacidade $2^{19}/2^{12}$ = 128 vezes menor.

Os resultados acima estão reunidos na tabela a seguir.

	comparação canceladores/equalizadores lineares	
	*C*3,2 / *ZF* 7	*C*5,2 / *ZF* 9
redução da integral da assinatura TEB ≥ 10e-3	0,89	0,65
complexidade de circuitos multiplicadores do estágio linear	0,68	0,78
capacidade de memórias para multiplicadores do estágio linear	1/8	1/4
complexidade de circuitos multiplicadores dos estágios de cancelamento	0,19	0,22
capacidade de memórias para multiplicadores dos estágios de cancelamento	1/256	1/128

5.4 Ação dos canceladores com perda de sicronismo de portadora

Foi levantado, através de simulação, o erro quadrático médio sobre os pontos rotacionados da constelação, em função do erro de fase de portadora, nos pontos ΔfT = 0, 0,1 e 0,3 da assinatura de TEB = 10^{-3} dos canceladores $C3,2$ e $C5,2$, para 16 e 64 QAM, de modo a comparar o auxílio proporcionado à recuperação de portadora com o proporcionado pelos equalizadores $ZF7$ e $ZF9$.

O erro quadrático médio sobre os pontos rotacionados tem uma periodicidade de 45 graus em relação à fase da portadora, e portanto, os valores de erro quadrático médio foram levantados até este valor de fase.

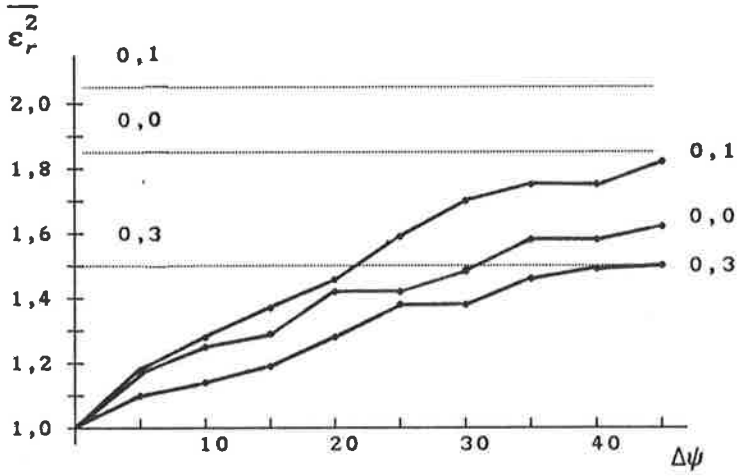
Como visto a seguir, o erro quadrático médio sobre os pontos rotacionados da constelação, proporcionado pelos canceladores $C3,2$ e $C5,2$ não ultrapassa, para qualquer fase, o dos equalizadores $ZF7$ e $ZF9$, respectivamente. Em face disso podemos considerar que o mesmo circuito de recuperação de portadora já utilizado neste equalizadores pode ser utilizado nos canceladores considerados.

A. Cancelador C3,2 para 16 QAM e 64 QAM

Os resultados estão apresentados na figura 5.4.1 para o 16 QAM e na figura 5.4.2 para 64 QAM. Nos gráficos, as linhas pontilhadas são os valores, nos três pontos escolhidos para ΔfT , do erro quadrático médio proporcionado pelo equalizador ZF 7 . Para cada ΔfT, todos os valores apresentados são relativos aos do cancelador naquele ΔfT e com erro de fase nulo.

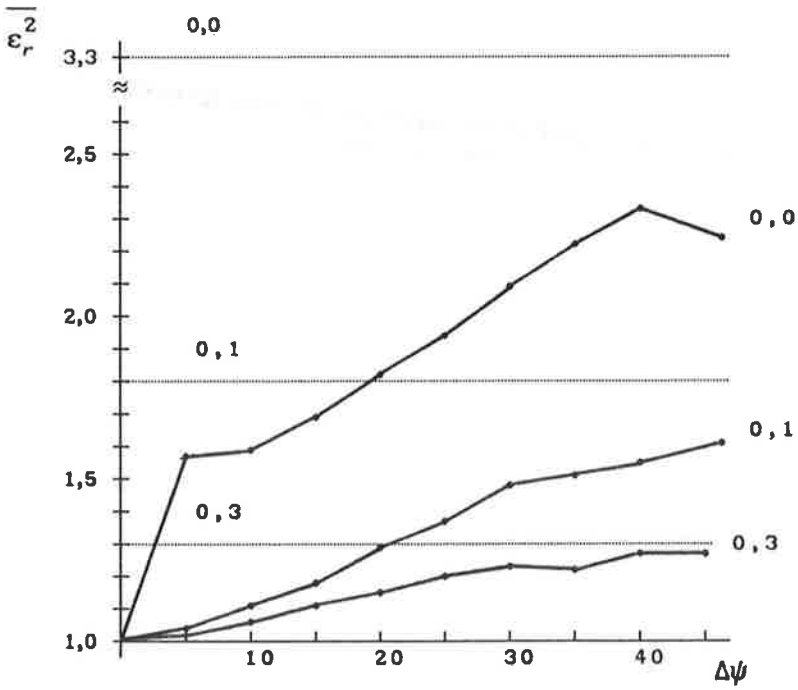
Como pode ser visto, para erro de fase de portadora nulo, apesar da taxa de erro ser a mesma, o cancelador apresenta erro quadrático médio em torno dos pontos da constelação menor do que o equalizador linear. Isto se deve às diferenças da distribuição do erro residual nos dois casos, o que será exemplificado no próximo item.

Mesmo crescendo com erro de fase não nulo, o erro quadrático médio após o cancelador $C3,2$ não supera o proporcionado pelo equalizador ZF 7, tanto em 16 QAM quanto em 64 QAM.



parâmetro : ΔfT
..... : $ZF7$
—— : $C3,2$

fig. 5.4.1 : erro quadrático médio sobre constelação rotacionada em função do erro de fase de portadora (16 QAM)



parâmetro : ΔfT
..... : $ZF7$
—— : $C3,2$

fig. 5.4.2 : erro quadrático médio sobre constelação rotacionada em função do erro de fase de portadora (64 QAM)

B. Canceladores C5,2 para 16 e 64 QAM

Para o cancelador $C5,2$, comparativamente ao equalizador ZF 9, foram obtidos resultados semelhantes aos apresentados no item anterior. Ao invés de apresentar estes resultados, apresentamos, nas figuras a seguir, para 16 QAM, o diagrama de constelação do sinal apresentado à deteção (no caso do cancelador, à deteção final), obtido por simulação, para os pontos ΔfT = 0,1 e 0,3 das assinaturas do cancelador $C5,2$ (erros de fase de 0 e 35 graus) e do equalizador $ZF9$ (independente do erro de fase). Fica claro, através destes diagramas, a diferença na distribuição da distorção residual após os dois tipos de estrutura.

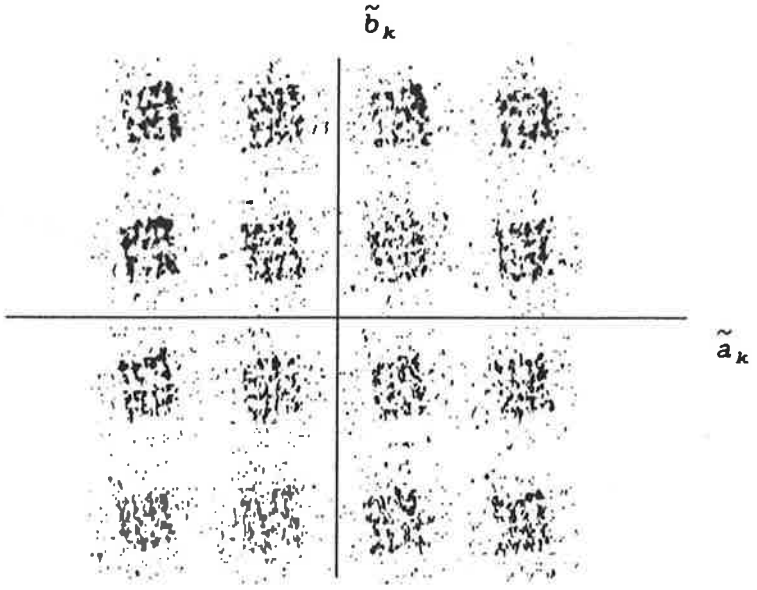


fig. 5.4.3 : constelação recebida com B = 27,3 dB, ΔfT = 0,3 e $\Delta\psi$ = 0°, e $C5,2$

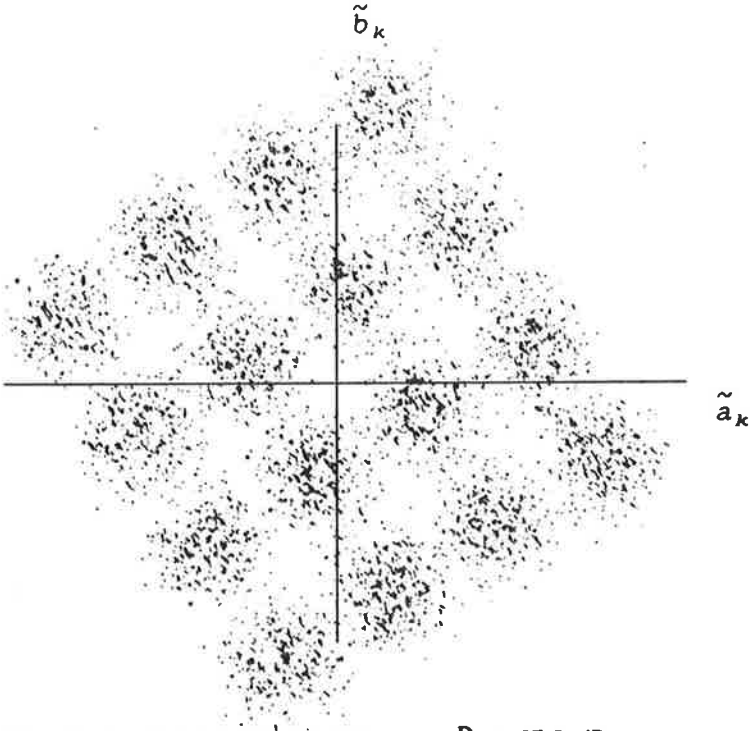


fig. 5.4.4 : constelação recebida com B = 27,3 dB, ΔfT = 0,3 e $\Delta\psi$ = 35°, e $C5,2$

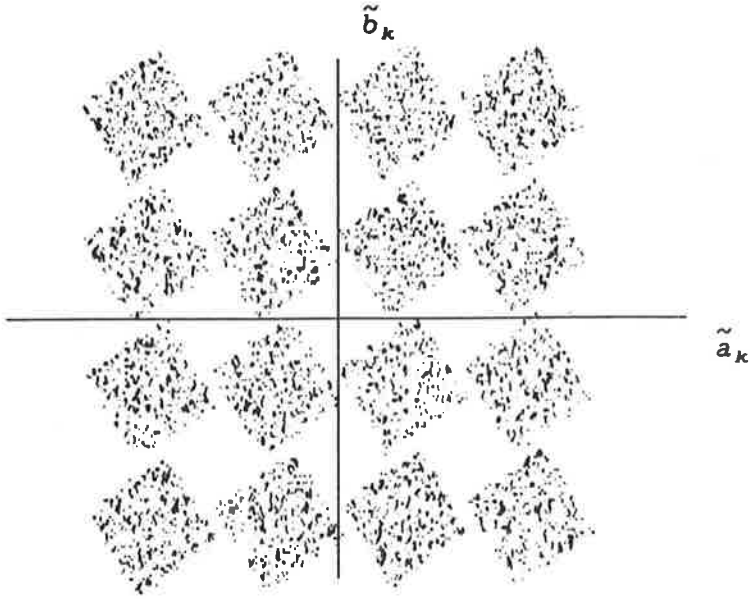


fig. 5.4.5 : constelação recebida com B = 21,9 dB, ΔfT = 0,3 , e $ZF9$

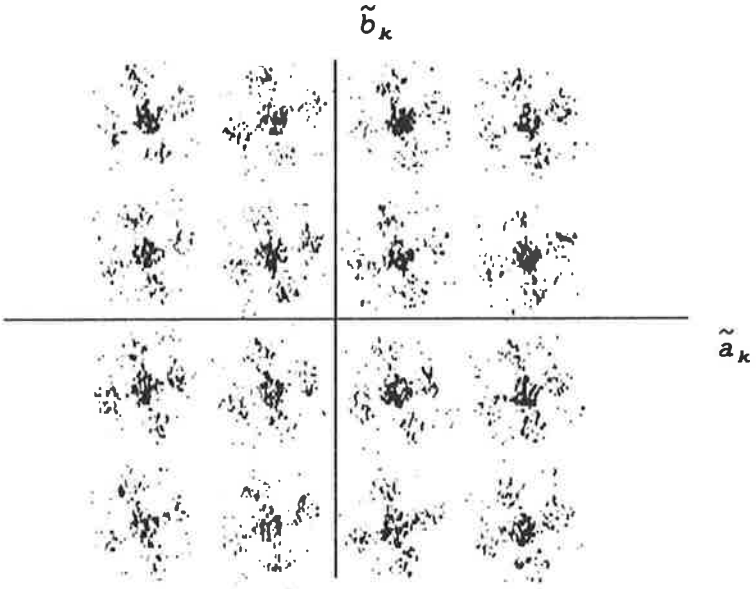


fig. 5.4.6 : constelação recebida com B = 26,4 dB
ΔfT = 0,1 e $\Delta\psi$ = 0°, e $C5,2$

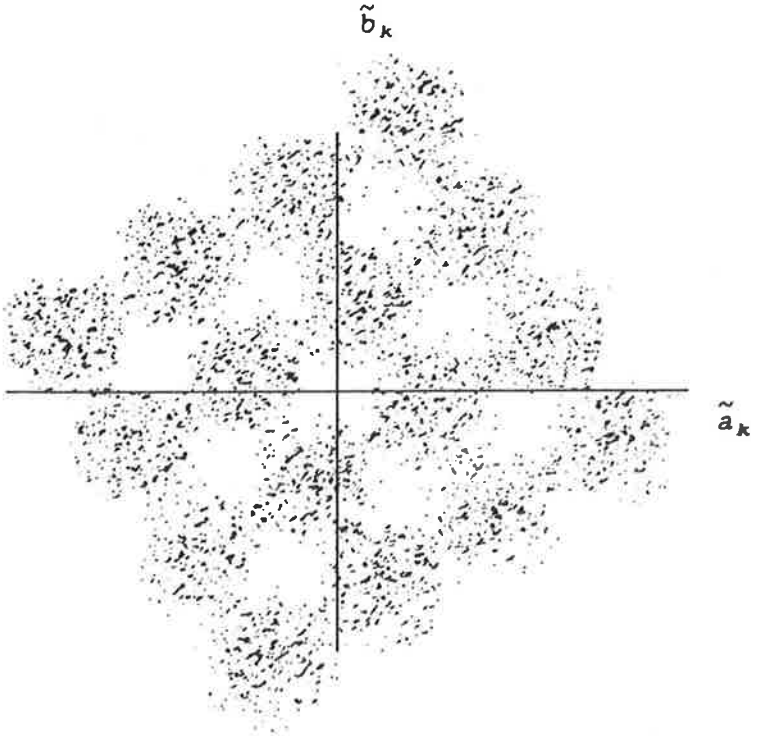


fig. 5.4.7 : constelação recebida com B = 26,4 dB
ΔfT = 0,1 e $\Delta\psi$ = 35°, e $C5,2$

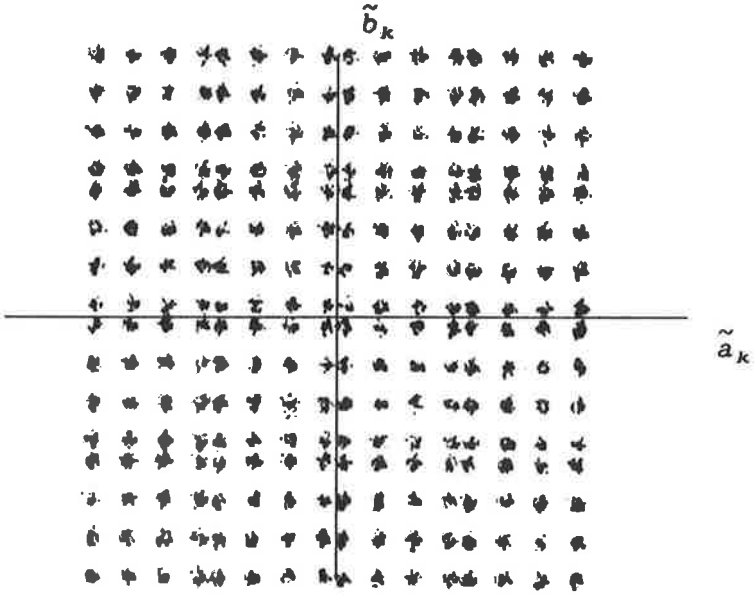


fig. 5.4.8 : constelação recebida com B = 24,8 dB , ΔfT = 0,1 e $ZF9$

6

CONCLUSÕES

Uma estrutura alternativa para desempenhar a função de equalização adaptativa de canal em sistemas de rádio digital de microondas foi proposta. Para sistemas de alta capacidade (140 Mbit/s) e modulações multi-nivel (16 QAM e 64 QAM), a estrutura foi comparada com equalizadores lineares convencionais, em termos de suas assinaturas para taxa de erro e em termos da complexidade de uma implementação digital do circuito. Se verificou que em ambos aspectos apresentou vantagens, proporcionando uma menor degradação da transmissão e ao mesmo permitindo uma implementação mais simples.

Um método numérico para o levantamento das assinaturas da estrutura proposta foi desenvolvido e apresentado. O método se mostrou bastante útil, reduzindo o tempo necessário para a caracterização da estrutura.

A interação da estrutura proposta com o circuito de sincronização de portadora do demodulador foi avaliada, de modo a verificar se o conjunto não possuía histerese, o que invalidaria a conclusão sobre o ganho de desempenho da estrutura. Isto não se verificou, se concluindo que a estrutura proposta não exige um desempenho adicional sobre os circuitos de recuperação de portadora já utilizados em equalizadores convencionais.

APÊNDICE 1 - VARIÂNCIA DO RUÍDO NOS INSTANTES DE DECISÃO

Deduzimos aqui a equação (4.2.2) que relaciona o ruído térmico nos instantes de decisão à relação sinal/ruído equivalente na entrada do receptor.

O sinal de saída do filtro de banda-base de transmissão, $r(t)$ (ver figura 2.1.2) , é dado por

$$r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \, h_T(t + t_d + nT) \tag{A1.1}$$

onde a variável aleatória t_d , de distribuição uniforme entre 0 e T é introduzida para tornar $r(t)$ um processo aleatório estacionário.

A potência deste sinal é dada pela média $E\left(r^2(t) \right)$, tomada sobre os termos a_n e sobre t_d :

$$E\left(r^2(t) \right) = \sum_n \sum_m E\left(a_n a_m \right) \; E\left(h_T(t + t_d + nT) \, h_T(t + t_d + mT) \right) \tag{A1.2}$$

Com a_n independentes e, em L^2- QAM, assumindo valores no conjunto $\{ -(L-1),\ldots,-3,-1,1,\ldots,(L-1) \}$ temos

$$E\left(a_n a_m \right) = \frac{L^2-1}{3} \, \delta_{n,m} \tag{A1.3}$$

e (A1.2) fica

$$E\left(r^2(t) \right) = \frac{L^2-1}{3} \sum_n E\left(h_T^2(t + t_d + nT) \right) \tag{A1.4}$$

Realizando a média sobre t_d temos :

$$E\left(r^2(t) \right) = \frac{L^2-1}{3} \sum_n \frac{1}{T} \int_0^T h_T^2(t + t_d + nT) =$$

$$= \frac{L^2-1}{3T} \int_{-\infty}^{\infty} h_T^2(t) =$$

$$= \frac{L^2-1}{3T} \int_{-\infty}^{\infty} | H_T(f) |^2 \, df \qquad \text{(A1.5)}$$

A repartição ótima da filtragem de Nyquist $H_N(f)$ entre os filtros de transmissão e recepção [12] implica na mesma resposta para ambos, ou seja, $H_T(f) = H_R(f) = [\ H_N(f)\ ]^{1/2}$. Em razão da simetria de $H_N(f)$ em torno de $\pm\ 1/2T$ a equação (A1.5) se reduz a

$$E\left(r^2(t) \right) = \frac{L^2-1}{3T} \qquad \text{(A1.6)}$$

Para tornar o sinal modulado estacionário introduzimos a fase aleatória ϕ. Consequentemente, a potência da componente do eixo em fase da portadora modulada é dada por

$$E\left(r^2(t) \cos^2(2\pi f_c t + \phi) \right) = \frac{1}{2} \; E\left(r^2(t) \right) \qquad \text{(A1.7)}$$

Uma vez que a mesma análise acima se repete para o eixo em quadratura, a potência do sinal modulado é então

$$C \triangleq E\left(x_T^2(t) \right) = \frac{L^2-1}{3T} \qquad \text{(A1.8)}$$

A densidade espectral de potência do ruído térmico na entrada do receptor equivale a

$$N_o \triangleq k\ T\ NF \tag{A1.9}$$

onde k= 1,37 e-23 joules/grau é a constante de Boltzmann, T é a temperatura e NF é a figura de ruído do receptor. Na entrada dos filtros de banda-base de recepção (ver figura A1.1) a densidade de ruído pode ser considerada a mesma, uma vez que o fator 1/2 da demodulação é compensado pelo fator 2 de ganho necessário para manter o sinal demodulado no mesmo nível do sinal de transmissão (ver item **2.1.*A***), e por ser a banda espectral do ruído, determinada pela filtragem anterior, mais larga que a dos filtros de banda-base. Na saída dos filtros de banda-base de recepção, a potência do ruído, que denominamos $\eta'(t)$ no eixo em fase e $\vartheta'(t)$ no eixo em quadratura, é

$$E\left(\eta'^2(t)\right) = E\left(\vartheta'^2(t)\right) = N_o \int_{-\infty}^{\infty} |\ H_R(f)\ |^2 df = N_o \tag{A1.10}$$

devido à repartição da filtragem de Nyquist vista acima.

Na entrada do equalizador temos as amostras de ruído η'_k e ϑ'_k. Notar que as amostras, espaçadas de múltiplos de T, são descorrelacionadas, uma vez que a densidade espectral de potência de $\eta'(t)$ é $N_o|\ H_R(f)\ |^2$, cuja antitransformada, igual à resposta impulsiva de Nyquist, é a auto-correlação de $\eta'(t)$:

$$E\left(\eta'(t)\ \eta'(t+\tau)\right) = N_o \int_{-\infty}^{\infty} |\ H_R(f)\ |^2\ e^{j2\pi f\tau}\ df$$

$$= N_o\ h_N(\tau) = 0 \quad \text{para} \quad \tau = nT\ ,\ n\neq 0 \tag{A1.11}$$

$$= N_o \text{ para } \tau = 0$$

O mesmo vale para as amostras ϑ'_k do eixo em quadratura. A correlação cruzada de η'_k e ϑ'_k é nula, uma vez que antes mesmo dos filtros de recepção a correlação das parcelas de ruído em quadratura é nula, devido à ortogonalidade dos termos cos $2\pi f_c t$ e sin $2\pi f_c t$.

Finalmente, na saída do equalizador, as amostras de ruído nos instantes de decisão são :

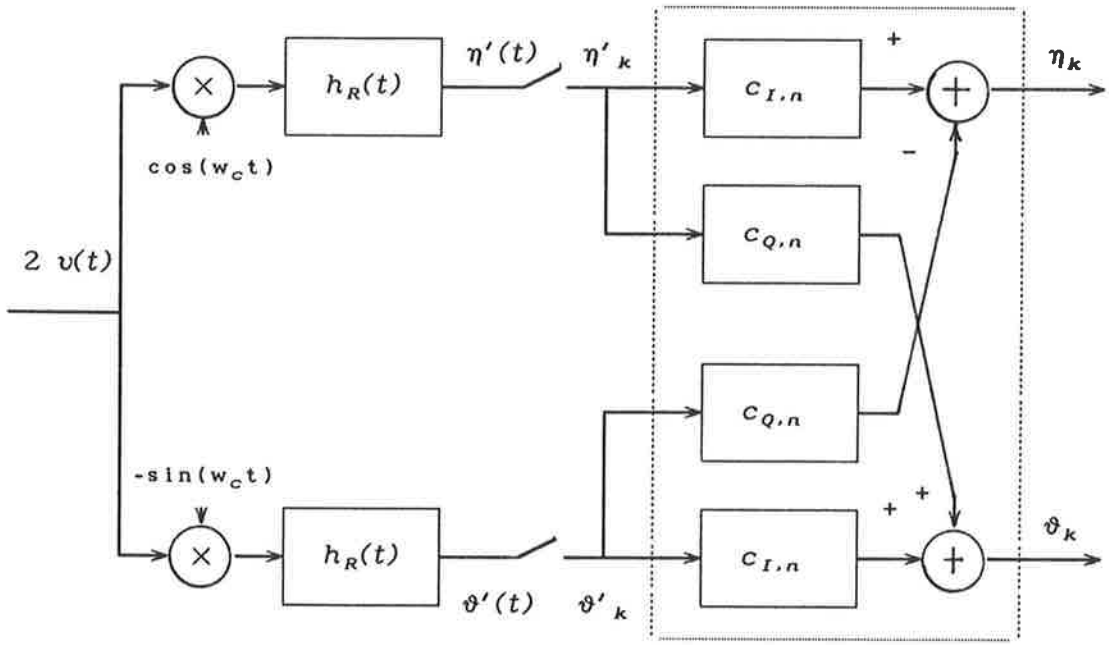


fig. A1.1 : ruído térmico em demodulador QAM com equalizador

$$\eta_k = \sum_{j=-N}^{N} c_{I,j}\, \eta'_{k-j} - c_{Q,j}\, \vartheta'_{k-j}$$

$$\vartheta_k = \sum_{j=-N}^{N} c_{I,j}\, \vartheta'_{k-j} + c_{Q,j}\, \eta'_{k-j} \qquad \text{(A1.12)}$$

Devido às características de auto-correlação e correlação cruzada das amostras η'_k e ϑ'_k , colocadas acima, valem as expressões :

$$E\left(\eta_k\, \vartheta_k \right) = 0 \qquad \text{(A1.13)}$$

e

$$\sigma_o^2 \triangleq E\left(\eta_k^2 \right) = E\left(\vartheta_k^2 \right) =$$

$$= \sum_{j=-N}^{N} E\left(\eta'^2_k \right) c^2_{I,j} + E\left(\vartheta'^2_k \right) c^2_{Q,j} = N_o\, F \qquad \text{(A1.14)}$$

onde $F \triangleq \sum_{j=-N}^{N} |c_j|^2$

Sendo a potência de ruído na entrada do receptor normalmente definida na banda do sistema , ou seja, $N \triangleq N_o/T$, reunindo (A1.14) e (A1.8) obtemos

$$\boxed{\sigma_o^2 = \frac{L^2-1}{3} \; (C/N)^{-1} \; F} \qquad \text{(A1.15)}$$

REFERÊNCIAS

[1] D.P. Taylor e P.R. Hartman, "Telecommunications by Microwave Digital Radio", IEEE Communications Magazine, Agosto 1986, Vol.24 nº 8,pp 11-16

[2] K.Feher, *Digital Communications: Microwave Applications,* Prentice-Hall 1981

[3] M.Okura, "Sistemas Rádio-digitais. Evolução e Perspectivas Futuras na Embratel", 5º Simpósio Brasileiro de Telecomunicações, 1987

[4] "Future Trends in Microwave Digital Radio" (vários autores), IEEE Communications Magazine, fevereiro 1987, vol.25 nº2, pp. 40-52

[5] Recomendação G702 (1986) do CCITT

[6] Recomendações 382-4, 383-3, 384-4 (1986) do CCIR

[7] W.D. Rummler, et al., "Multipath Fading Channel Models for Microwave Digital Radio", IEEE Communications Magazine, novembro 1986, vol. 24 nº 11, pp 30-42

[8] B. Baccetti et al., "Full Digital Adaptive Equalization in 64-QAM Radio Systems", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, abril 1987, vol. SAC-5 nº 3 , pp 466-475

[9] A. Gersho e T.L. Lim, "Adaptive Cancellation of Intersymbol Interference for Data Transmission", Bell System Technical Journal, novembro 1981, vol. 60 nº 11, pp 1997-2021

[10] K. Wesolowski, "On the Performance and Convergence of the Adaptive Canceller of Intersymbol Interference in Data Transmission ", ICC 1984, pp 1255-1258

[11] C.W. Hellstrom, "Calculating Error Probabilities for Intersymbol and Cochannel Interference", IEEE Transactions on Communications, maio 1986,vol. com-34 nº 5, pp 430-435

[12] R.W. Lucky et al. , *Principles of data communications*, McGraw-Hill, 1968

[13] M.R. Spiegel, *Variáveis Complexas*, McGraw-Hill 1972

[14] H. Sari et al.,"Minimum Mean-square Error Timing Recovery Schemes for Digital Equalizers", IEEE Transactions on Communications, julho 1986, vol. COM-34, nº7, pp 694-702

[15] H. Sari et al., "A New Class of Frequency Detectors for Carrier Recovery in QAM Systems", IEEE International Conference on Communications 1986, pp

[16] A. Leclert e P. Vandamme, "Universal Carrier Recovery Loop for QASK and PSK Signal Sets", IEEE Transactions on Communications, janeiro 1983, vol. COM-31 nº 1, pp 130-136

[17] J.K. Chamberlain et al., "Receiver Techniques for Microwave Digital Radio", IEEE Communications Magazine, novembro 86, vol.24, nº 11, pp 43-54

[18] R.W. Lucky, "Automatic Equalization for Digital Communication", Bell System Technical Journal, abril 1965, pp 547-588.

[19] R.W. Lucky, "Techniques for Adaptive Equalization of Digital Communication Systems", Bell System Technical Journal, fevereiro 1966, pp 255-286

[20] Bonnerot et al., "Systèmes Hertziens 140 Mbit/s à 4 et 6 GHz STN 65-140, STN 36-140", Commutation et Transmission, setembro 1984, nº 3 pp 65-82.

[21] Report 718, CCIR, 1989

[22] Report 338-5 "Propagation data and prediction methods required for terrestrial line-of-sight systems", CCIR ,1989

[23] W.D. Rummler "A New Selective Fading Model : Application to Propagation data", Bell System Technical Journal, maio/junho 1979, pp 1037-1071.

[24] Recomendação 634, "Error Performance for Real Digital Radio-Relay Links forming Part of a High-Grade Circuit within an Integrated Services Digital Network", CCIR, 1989.

[25] Report 930-1, "Performance objectives for digital radio-relay systems", CCIR, 1989.

[26] D. Godard, "Self-Recovering Equalization and Carrier Tracking in Two-Dimensional Data Communication Systems", IEEE Transactions on Communications, Novembro 1980, vol. COM-28, nº 11, pp.1867-1875

[27] Y. Nakamura et. al. ,"256 QAM Modem for Multicarrier 400 Mbit/s Digital Radio" , IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Abril 1987, vol. SAC-5, nº 3, pp. 329-335

[28] W.C. Lindsey, *Synchronization Systems in Communications and Control,* Prentice-Hall, 1972

[29] H. Sari et al., "Baseband equalization and carrier recovery in digital radio systems", IEEE International Conference on Communications 1986, pp 46.3.1 - 46.3.6

[30] Electronic Design International, abril 1989, pp. 26,27

[31] A. Habibi e P.A. Wintz, "Fast Multipliers", IEEE Transactions on Computers, fevereiro 1970, pp. 153-157

[32] Electronic Design, 26 de abril 1990, pp.39-48

[33] R.H. Lahlum et al. , "Digital Radio Receiver Dynamics : a New Robust Receiver", IEEE Globecom 1987 pp. 31.3.1 - 31.3.6

[34] A. Ranade, "Statistics of the Time Dynamics of Dispersive Multipath Fadings and its Effects on Digital Microwave Radios", IEEE International Conference on Communications 1985, pp 47.7.1 - 47.7.4

[35] S.H. Lin, "Diversity Protections for Digital Radio : Summary of Ten-Year Experiment and Studies", IEEE Communications Magazine, fevereiro 1988

[36] G. J. Foschini e J. Salz, "Digital communications over fading radio channels", Bell System Technical Journal , fevereiro 1983, pp. 429-455

[37] M. Daout e P. Marchand, "Faisceau Hertzien à Grande Capacité ", Commutation et Transmission nº 3 1990, pp. 119-128

[38] Report 784-2, "Effects of propagation on the design and operation of line-of-sight radio relay systems", CCIR, 1986

[39] A. Papoulis, *Probability, random variables and stochastic processes* , 1984, McGraw-Hill

[40] A.J. Giger e W.T. Barnett, "Effects of Multipath Propagation on Digital Radio", IEEE Transactions on Communications, setembro 1981, vol. COM-29 nº 9, pp. 1345-1351

[41] W. Davenport e W. Root, *An Introduction to the Theory of Random Signals and Noise*, 1958, McGraw-Hill

[42] M. Jeruchim, "Techniques for Estimating the Bit Error Rate in the Simulation of Digital Communication Systems", IEEE Journal on Selected Areas in Communications, janeiro 1984, vol. SAC-2, nº 1, pp. 153-170