BERNARDO PINHEIRO DE ALVARENGA

PROPOSTA DE APLICAÇÃO DE MOTOR DE INDUÇÃO LINEAR TUBULAR NA EXTRAÇÃO DE PETRÓLEO

Tese apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Elétrica

Área de Concentração: Sistemas de Potência

Orientador: Prof. Dr. Ivan Eduardo Chabu

São Paulo

2004

FICHA CATALOGRÁFICA

Alvarenga, Bernardo Pinheiro de
Proposta de aplicação de motor de indução linear tubular na extração de petróleo / Bernardo Pinheiro de Alvarenga — ed.rev. — São Paulo, 2004.
168 p.

Tese (Doutorado) — Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas.

1. Motores de indução 2. Petróleo (Extração) 3 Máquinas lineares I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Energia e Automação Elétricas II.t.

Para as três paisagens felizes da minha estrada: Denise, Ada e Liza.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. José Roberto Cardoso, pela acolhida sincera, perene e solícita junto à grande família do Laboratório de Eletromagnetismo Aplicado — LMAG/PEA/ EPUSP.

Ao Prof. Dr. Ivan Eduardo Chabu, pela paciente e difícil tarefa de esclarecer nossas mentes e valorizar nossos parcos conhecimentos técnicos.

À Lúcia, dona dos "problemas resolvidos", conhecedora profunda das peças-chave deste complicado quebra-cabeça que é o dia-a-dia da vida acadêmica.

A todos os amigos do LMAG, que possamos manter este agradável ambiente onde a alegria permeia a jornada.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo — FAPESP, pelo apoio financeiro ao projeto submetido ao Programa de Inovação Tecnológica em Pequenas Empresas — PIPE, que possibilitou a confecção do protótipo.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior do Ministério da Educação — CAPES, pelo auxílio.

Aos Engenheiros Iberê Nascentes Alves e Arthur Mendes Melo da Petróleo Brasileiro S/A — PETROBRAS, pelas informações e incentivo na consecução do trabalho.

À Maria Aparecida de Souza do Grupo de Assessoramento ao Desenvolvimento de Inventos — GADI/USP, pelo apoio irrestrito na elaboração do processo junto ao Instituto Nacional da Propriedade Industrial — INPI.

Ao Prof. Dr. Clovis Goldenberg, pelo grande apoio na realização dos experimentos de laboratório.

Aos técnicos do PEA, Adelino, Edson e Márcio, pelo excelente atendimento.

RESUMO

O presente trabalho apresenta o desenvolvimento de um protótipo de motor de indução linear tubular para aplicação na extração de petróleo. A principal função do motor é acionar diretamente uma bomba de sucção instalada no fundo de um poço em terra. São estabelecidas as diretrizes de projeto elétrico do motor, em conjunto com uma análise preliminar baseada na teoria convencional das máquinas elétricas. Propõe-se a aplicação do método das matrizes de transmissão para obter um modelo analítico mais preciso do motor de indução linear tubular. Também é apresentado o modelo obtido pela aplicação do Método dos Elementos Finitos. Os resultados dos modelos teóricos convencional e matricial são confrontados com os resultados do modelo por Elementos Finitos e de testes, mostrando boa concordância. De maneira geral, os resultados indicam que o motor tubular pode substituir com vantagens o sistema mecânico de superfície e o conjunto de hastes utilizados na extração de petróleo.

ABSTRACT

This report presents the development of a tubular linear induction motor for oil well applications. The aim of the motor is to directly drive an on-shore downhole piston pump with no rods. Guidance to the electric and magnetic design of the motor is established. Two forms of analysis are proposed: the rotating electrical machines (conventional) based and the transmission matrix based. A model using the Finite Element Method is also described. Conventional and matricial solutions are compared to the Finite Element and tests results, showing good agreement. In a general sense, the work results show that the tubular motor may substitute the mechanical surface system and the rod string with advantage.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

A1, A2 Indicação das bobinas do enrolamento ao longo do entreferro.

A_e Área nominal do êmbolo da bomba.

A_p Área polar.

l_g Comprimento do entreferro.

A_r Área da ranhura.

A_θ, E_θ, J_θ Componentes angulares dos vetores potencial magnético, campo elétrico e densidade de corrente, respectivamente.

$\vec{A}$ Vetor potencial magnético.

[A´] Vetor de incógnitas no Método dos Elementos Finitos.

$\left.\begin{array}{c} a'^{e}_{(n)}, b'^{e}_{(n)}, c'^{e}_{(n)} \text{ e } d'^{e}_{(n)} \\ \text{ou} \\ a^{e}_{(n)}, b^{e}_{(n)}, c^{e}_{(n)} \text{ e } d^{e}_{(n)} \end{array}\right\}$ Coeficientes de transmissão da camada externa de ordem n.

$\left.\begin{array}{c} a'^{i}_{(n)}, b'^{i}_{(n)}, c'^{i}_{(n)} \text{ e } d'^{i}_{(n)} \\ \text{ou} \\ a^{i}_{(n)}, b^{i}_{(n)}, c^{i}_{(n)} \text{ e } d^{i}_{(n)} \end{array}\right\}$ Coeficientes de transmissão da camada interna de ordem n.

B_{ext} Indução média na coroa do primário.

B_g Valor de pico da indução radial no entreferro.

B_{int} Indução média na coroa do secundário.

B_m Indução média no entreferro.

B_r Componente radial da indução no entreferro.

$\vec{B}$ Vetor indução magnética.

b_e, b'_e Aberturas equivalentes das ranhuras do primário e do secundário,

respectivamente.

b_s, b'_s Larguras das ranhuras do primário e do secundário, respectivamente.

b_t, b'_t Larguras dos dentes do primário e do secundário, respectivamente.

$C_{1(n)}$, $C_{2(n)}$ Coeficientes a determinar na solução da equação de Bessel.

D_1, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6, D_7, D_8 Diâmetros das camadas do motor tubular, a partir do eixo central.

D_g Diâmetro médio do entreferro.

$d\vec{S}$ Vetor de área elementar no cilindro.

d Diâmetro nominal da bomba.

$\hat{E}_{(n)}$, $\hat{H}_{(n)}$ Fasores dos campos elétrico e magnético, respectivamente, calculados na fronteira $r = r_{(n)}$.

$\vec{E}$ Vetor campo elétrico.

F_0 Força necessária à elevação da coluna de petróleo.

F_1 Amplitude da força magnetomotriz no entreferro.

F_A Amplitude do componente fundamental da força magnetomotriz.

F_{CL} Fator de ciclo de carga.

F_g Força magnetomotriz no entreferro.

F_M Força desenvolvida por módulo na velocidade de operação.

F_N Força nominal desenvolvida pelo motor.

F_r Força magnetomotriz no interior da ranhura.

F_V, F_I, F_Z Fatores de conversão de grandezas de campo para tensão, corrente e impedância, respectivamente.

F Força eletromagnética desenvolvida pelo motor.

f_0 Freqüência de bombeamento.

f_s, f'_s Fator de empilhamento das chapas dos dentes do primário e do secundário, respectivamente.

f Freqüência de operação do motor tubular.

$[G]$ Matriz global de coeficientes do meio no Método dos Elementos Finitos.

g Constante gravitacional.

$\vec{H}$ Vetor campo magnético.

h_r, h'_r Profundidades das ranhuras do primário e secundário, respectivamente.

h Altura da coluna de petróleo.

I_0, K_0 Funções de Bessel de ordem zero do primeiro e do segundo tipos, respectivamente.

I_1, K_1 Funções de Bessel de primeira ordem do primeiro e do segundo tipos, respectivamente.

I_f Corrente eficaz por fase.

I_m Corrente de magnetização do motor.

I_r Componente de carga da corrente eficaz por fase.

$\vec{J}$, $\vec{J}_e$ Vetores densidade de corrente induzida e de excitação, respectivamente.

J_r Densidade de corrente eficaz na ranhura.

$\vec{J}_S$ Vetor densidade de corrente laminar de excitação.

j Imaginário puro ($j = \sqrt{-1}$).

K Índice da camada na qual se representa a fonte.

k_C Fator de Carter.

k_e Fator de enrolamento do motor tubular.

k_{sat} Fator de saturação do circuito magnético.

L_0 Excursão do êmbolo da bomba.

L_T Comprimento total do motor por módulo.

N_b Número de espiras da bobina.

N_f Número de espiras série por fase do enrolamento.

N_M Número de módulos do motor tubular.

n Índice relativo à camada.

P_C Potência de entrada fornecida ao cabo de alimentação.

P_E Potência eficaz de entrada do sistema de extração.

P_{EF} Potência eficaz no eixo do motor de acionamento.

P_{EL} Potência elétrica de entrada do acionamento eletrônico.

P_F Potência média necessária para elevação do conjunto de hastes.

P_{IN} Potência de entrada do motor tubular.

P_M Potência mecânica no eixo do motor de acionamento.

$\vec{P}_{(n)}$ Vetor densidade de potência através da fronteira de ordem n.

P_{PICO} Potência exigida para elevação da coluna de óleo.

P_{PR} Potência média de entrada do poço.

$P_{T(n)}$ Potência total através da fronteira de ordem n.

P_U Potência média necessária à elevação da coluna de óleo.

p Número de pares de pólos do motor.

P Permeância do trecho percorrido pelo fluxo dentro da ranhura.

$[Q]$ Vetor de excitação no Método dos Elementos Finitos.

q Vazão média de óleo (taxa de produção).

R_1 Resistência do enrolamento primário por fase.

R_2 Resistência do enrolamento secundário por fase, referida ao primário.

R_1, R_2 Relutância por trecho na região das ranhuras na direção radial.

R_{AB}, R_{BC} Relutância por trecho na região das ranhuras na direção axial.

R_{eq}^{z} e R_{eq}^{r} Relutância equivalente na região das ranhuras nas direções axial e radial, respectivamente.

R_B Resistência elétrica da barra/condutor do secundário.

R_{eq}^{θ} Resistência equivalente na região das ranhuras na direção angular.

R_R, R_D Resistência dos caminhos paralelos na região das ranhuras e dentes.

r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6, r_7, r_8 Raios das camadas do motor tubular, a partir do eixo central.

r_g Raio médio do entreferro.

r, θ, z Variáveis independentes no espaço e índices para indicação dos componentes direcionais dos vetores espaciais.

s_N Escorregamento correspondente à velocidade média de operação da bomba.

s, $s_{(n)}$ Escorregamento do motor.

$\left.\begin{matrix}\left[T'^{e}_{(n)}\right] \\ \text{ou} \\ \left[T^{e}_{(n)}\right]\end{matrix}\right\}$ Matriz de transmissão de campo da camada externa de ordem n.

$\left.\begin{matrix}\left[T'^{i}_{(n)}\right] \\ \text{ou} \\ \left[T^{i}_{(n)}\right]\end{matrix}\right\}$ Matriz de transmissão da camada interna de ordem n.

T Período do ciclo de bombeio.

$\vec{u}_r$, $\vec{u}_\theta$, $\vec{u}_z$ Vetores unitários do sistema de referência em coordenadas cilíndricas.

V_f Tensão eficaz por fase nos enrolamentos do motor tubular.

$\mathbf{v}$ Força eletromotriz total em um percurso fechado.

v_N Velocidade média de operação da bomba.

v_S Velocidade síncrona de deslocamento do campo no entreferro.

$\vec{v}$ Vetor velocidade de deslocamento do meio.

W_r Peso do conjunto de hastes.

X_1 Reatância de dispersão do enrolamento primário por fase.

X_2 Reatância de dispersão do enrolamento secundário por fase, referida ao primário.

X_a, X'_a Reatância de dispersão da abertura da ranhura por fase, do primário e do secundário, respectivamente.

X_{dif}, X'_{dif} Reatâncias de dispersão diferencial do primário e do secundário, respectivamente.

X_m Reatância de magnetização por fase do enrolamento.

X_r, X'_r Reatâncias de dispersão das ranhuras do primário e do secundário, respectivamente.

$[Y]$ Matriz de coeficientes para meios com correntes induzidas no Método dos Elementos Finitos.

Z_A, Z_B, Z_M Impedâncias do modelo do circuito "T" equivalente a uma camada.

$\left.\begin{matrix} Z'^{e}_{(n)} \\ \text{ou} \\ Z^{e}_{(n)} \end{matrix}\right\}$ Impedância da camada externa de ordem n.

$\left.\begin{matrix} Z'^{i}_{(n)} \\ \text{ou} \\ Z^{i}_{(n)} \end{matrix}\right\}$ Impedância da camada interna de ordem n.

z_2 Número de barras do enrolamento secundário por módulo.

α Fração do ciclo de bombeio na qual ocorre a carga da coluna de óleo.

β Número de onda.

γ Coeficiente da equação de Bessel.

γ_d Densidade.

ϕ_p Fluxo por pólo do motor tubular.

η_{ACIO} Rendimento do inversor.

η_{CABO} Rendimento do cabo de alimentação.

η_{MOT} Rendimento do motor de acionamento.

η_{MTUB} Rendimento do motor de indução linear tubular.

η_{NOVO} Rendimento do sistema proposto utilizando motor tubular.

η_{SIS} Rendimento do sistema de bombeamento.

η_{SUP} Rendimento do sistema mecânico de superfície.

η_{SUS} Rendimento da elevação da coluna de óleo.

σ_f, σ_c Condutividades do ferro e do cobre, respectivamente, a 100ºC.

σ, $\sigma_{(n)}$ Condutividade do meio.

τ_p Passo polar do motor tubular.

τ_r, τ'_r Passos de ranhura do primário e do secundário, respectivamente.

μ_r, μ_z, $\mu_{r(n)}$, $\mu_{z(n)}$ Permeabilidades magnéticas nas direções dos vetores $\vec{u}_r$ e $\vec{u}_z$, respectivamente.

μ_0, μ_f Permeabilidade magnética do ar e do ferro, respectivamente.

μ Permeabilidade magnética do meio.

$[\mu]$ Matriz de permeabilidades direcionais.

ω_S Velocidade angular síncrona do campo no entreferro.

ω Freqüência elétrica de operação do motor.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como principal objetivo modelar e analisar um motor de indução linear tubular e propor sua aplicação no acionamento de uma bomba de sucção, utilizada na extração de petróleo nos poços em terra.

Tendo em vista as dificuldades e custos de instalação e operação do sistema tradicional de extração, chamado de "cavalo-mecânico", o protótipo desenvolvido pretende ser uma alternativa viável, dos pontos de vista técnico e econômico.

Além de substituir o complicado sistema mecânico de extração, o motor tubular permite a eliminação completa do conjunto de hastes do sistema atual. Em tese, eliminar o conjunto de hastes significa eliminar limites de profundidade, perdas de carga e paradas por falhas mecânicas.

1.1 Estrutura do Trabalho

O presente trabalho inicia com uma breve revisão bibliográfica sobre o motor de indução linear tubular, enfocando origem, aplicações e modelos.

No Capítulo 0, faz-se uma breve exposição dos sistemas de extração de petróleo mais utilizados. É feita a comparação entre diferentes sistemas de extração e também são apontadas algumas vantagens do sistema proposto em relação ao "cavalo-mecânico".

No Capítulo 0, apresenta-se uma breve descrição do protótipo, justificando os aspectos técnicos e materiais empregados em sua fabricação. É realizado o dimensionamento e a análise do motor de indução linear tubular à luz da teoria das máquinas elétricas, culminando na determinação do circuito equivalente do motor. Também é apresentado um estudo comparativo entre dois sistemas de extração: um utilizando o motor tubular e outro baseado no "cavalo-mecânico".

No Capítulo 0, elabora-se um método analítico baseado na solução indireta da equação diferencial do vetor campo magnético, propagando em meios cilíndricos. Este método é chamado de matricial.

No Capítulo 0, o método matricial é aplicado na determinação de um novo circuito equivalente do motor. A partir deste circuito, demonstra-se o cálculo de grandezas importantes do motor, como força, corrente e reatâncias. É apresentado um modelo simplificado obtido pelo método matricial. Um importante resultado deste capítulo é a relação entre grandezas de campo e grandezas de circuito.

No Capítulo 0, descreve-se o modelo do motor utilizando o método dos Elementos Finitos para geometrias axissimétricas. A solução do problema por este método permite o cálculo numérico da força desenvolvida e das correntes de excitação.

No Capítulo 0, são mostrados os resultados comparativos dos três modelos: tradicional, analítico e por Elementos Finitos. Uma bancada de testes é usada para medição de força e corrente em função do escorregamento do motor tubular. Desta forma é possível verificar os resultados previstos pelos modelos teóricos.

Finalmente, para evitar a solução de continuidade dos capítulos do texto principal, tópicos importantes são abordados na forma de anexos. Nos Anexos A, B, C, D e E, respectivamente, são estudados os temas dimensionamento do motor, cálculo de reatâncias, continuidade dos campos elétrico e magnético para meios em movimento, propriedades dos meios anisotrópicos e descrição do processo de fabricação.

1.2 Revisão Bibliográfica

Após a descoberta da lei de indução de Faraday, na primeira metade do século XIX, alguns dispositivos que produziam energia elétrica a partir de partes móveis já operavam (LAITHWAITE, 1975), embora o desenvolvimento de máquinas elétricas rotativas fosse de certa forma “bloqueado” pelas idéias predominantes relacionadas aos motores a explosão. Este fato pode ser comprovado pela denominação “electromagnetic engines”, dada aos diferentes motores construídos (BOWERS, 1972).

Dentre as primeiras máquinas elétricas construídas, já em 1841 se destaca um dispositivo que consistia em um motor de relutância chaveado (BOWERS, 1972). Constituído por uma peça metálica atraída por bobinas comutadas sucessivamente

em corrente contínua, este motor foi construído por Charles Wheatstone. Embora as referências não sejam claras, um protótipo com deslocamento linear é atribuído ao mesmo pesquisador (LAITHWAITE, 1975).

A primeira patente relativa a uma máquina elétrica com movimento linear foi registrada em 1854 (POLOUJADOFF, 1971) e representava uma proposta de aplicação de motor oscilante adaptado ao mecanismo de tração de uma locomotiva.

Diversas propostas de aplicação do motor linear foram feitas entre 1889 e 1928 (GIERAS, 1994); (LAITHWAITE & NASAR, 1970) e (POLOUJADOFF, 1971), envolvendo patentes e protótipos descritos em artigos de divulgação. Em geral, estas aplicações tinham como base um motor síncrono em topologias diversas e apresentaram pouco impacto científico ou tecnológico.

O "renascimento" do motor linear se dá então na década de 1940 (WESTINGHOUSE, 1946), com a construção do protótipo chamado "electropult". O protótipo da Westinghouse era destinado ao lançamento de aeronaves e consumia cerca de 7000 A e 10 MW em cada lançamento. A partir desta data, as pesquisas desenvolveram aplicações para o motor linear na área têxtil (LAITHWAITE & LAWRENSON, 1957), em bombeamento (BLAKE, 1957) e (NEURINGER, 1964), em transporte (NIX & LAITHWAITE, 1966), e em medição (SADLER & DAVEY, 1971), entre outras.

Desde então, diversos autores despendem esforços para a obtenção de modelos que representem o motor linear nos seus aspectos construtivos típicos. Com o intuito de obter circuitos equivalentes diversos e resolver problemas de efeitos de extremidade e de projeto, vários trabalhos são publicados até meados da década de 1980 (BOLDEA & NASAR, 1976); (BOLTON, 1969); (CAMPANARI, 1967); (DUNCAN, 1983); (FREEMAN et al., 1975); (FREEMAN & PAPAGEORGIOU, 1978); (LAITHWAITE, 1965); (LAITHWAITE, 1965b); (LAITHWAITE, 1968); (NASAR, 1969); (NASAR & Del CID, 1973); (PRESTON & REECE, 1969); entre outros.

A primeira publicação sobre o motor tubular aparece no início do século XX (GRADENWITZ, 1917 apud LAITHWAITE, 1970), embora sem um protótipo. Entretanto, protótipos de motores lineares supostamente no formato tubular são empregados em 1852 para o acionamento de um sistema de pistão e biela, ainda na idéia predominante do dispositivo "electromagnetic engine" (BOWERS, 1972).

Referências ao motor linear tubular aparecem nos textos sobre motores lineares planos (LAITHWAITE, 1957); (LAITHWAITE & NASAR, 1970) e (SADLER & DAVEY, 1971). Um outro trabalho da década de 1960 apresenta um protótipo, procedimentos de projeto e resultados de testes (NIX & LAITHWAITE, 1966).

Embora as aplicações com bombas de metal líquido utilizassem primários com formato tubular já por volta de 1960 (BLAKE, 1957); (NEURINGER & MIGOTSKY, 1963) e (NEURINGER, 1964), os primeiros artigos especificamente sobre protótipos de motores de indução lineares tubulares aparecem no final da década de 1960 e início da década de 1970 (CAMPANARI & VISTOLI, 1969) e (DAVIS, 1972). Nestes trabalhos, os motores em estudo apresentam certa limitação no movimento do secundário, já antecipando a vocação do motor tubular para uso em atuadores e sistemas de excursão limitada.

A partir de 1972, vários trabalhos tratam de assuntos específicos de motores lineares tubulares: projeto (PETRECCA & VISTOLI, 1972), modelos (CECCONI et al., 1997); (EASTHAM & ALWASH, 1972); (EASTHAM et al., 1992); (GERSEM & HAMEYER, 2000); (IM et al., 1995); (NASAR et al., 1994); (VADHER & SMITH, 1993); (WILLIAMSON & LEONARD, 1986) e (ZAGIRNYAK et al., 1985), e aplicações (GROOT & HEUVELMAN, 1990); (LIYI et al., 2001); (McLEAN, 1988) e (MORIZANE & MASADA, 1993).

No que concerne a modelos, os primeiros trabalhos relativos ao motor linear plano buscaram adaptar a teoria fundamental das máquinas elétricas, mesmo com a inclusão dos efeitos de extremidade (CAMPANARI & VISTOLI, 1969); (DAVIS, 1972); (LAITHWAITE, 1957); (LAITHWAITE, 1975); (NIX & LAITHWAITE, 1966) e (PETRECCA & VISTOLI, 1972). Para a aplicação a que se propõe o

presente trabalho, verifica-se a necessidade de buscar conceitos matemáticos que permitam a criação de um modelo para estudo analítico do motor.

Neste sentido, destacam-se dois trabalhos da década de 1950. O primeiro aplica a teoria eletromagnética para obter o desempenho de máquinas de indução (MISHKIN, 1954). O segundo desenvolve o "método das matrizes de transmissão" para determinar correntes induzidas por campos magnéticos propagando em meios condutores (PIPES, 1956). A combinação destes dois trabalhos culmina na criação do chamado "método matricial", que é aplicado a máquinas de indução rotativas, apresentando excelentes resultados (CULLEN & BARTON, 1958); (GREIG & FREEMAN, 1967) e (FREEMAN, 1968).

O método matricial é aperfeiçoado e aplicado na obtenção do circuito equivalente de dispositivos com geometria cilíndrica (FREEMAN & SMITH, 1970); (FREEMAN, 1974); (FREEMAN, 1976); (FREEMAN & BLAND, 1976) e (McCUTCHEON & AKHURST, 1968). Finalmente, conceitos do método matricial e do circuito equivalente resultante são aplicados ao motor tubular (EASTHAM & ALWASH, 1972); (FREEMAN, 1975) e (ZAGIRNYAK et al., 1985).

O método matricial é adaptado no presente trabalho de forma a produzir um circuito equivalente para o motor de indução linear tubular. O resultado assim obtido é tal que a solução deste circuito é exatamente igual à do circuito equivalente do motor de indução rotativo.

SISTEMAS DE EXTRAÇÃO DE PETRÓLEO

O presente capítulo apresenta conceitos básicos para situar o problema da extração. São analisados os componentes fundamentais do sistema de bomba de hastes de sucção (do inglês, "sucker-rod pump"), utilizado em poços terrestres de extração de petróleo. É apresentada também uma análise preliminar do sistema de extração utilizando o motor de indução linear tubular. Esta análise visa mostrar o potencial deste novo sistema para substituir o sistema mecânico de acionamento da bomba. Também são apresentados os sistemas que utilizam a bomba elétrica centrífuga submersível, mais comum nas aplicações em alto mar (sistemas de extração "off-shore") e a bomba hidráulica.

1.3 Bomba de Êmbolo e Sistema de Bombeamento

A bomba de êmbolo ou bomba de pistão é o meio de bombeamento mais utilizado no mundo (TAKÁCS, 1993). Os componentes básicos da bomba são o corpo, o próprio êmbolo e as válvulas estacionária e viajante, conforme se observa na Fig. 0.1. Um conjunto de hastes conecta o êmbolo ao sistema de superfície.

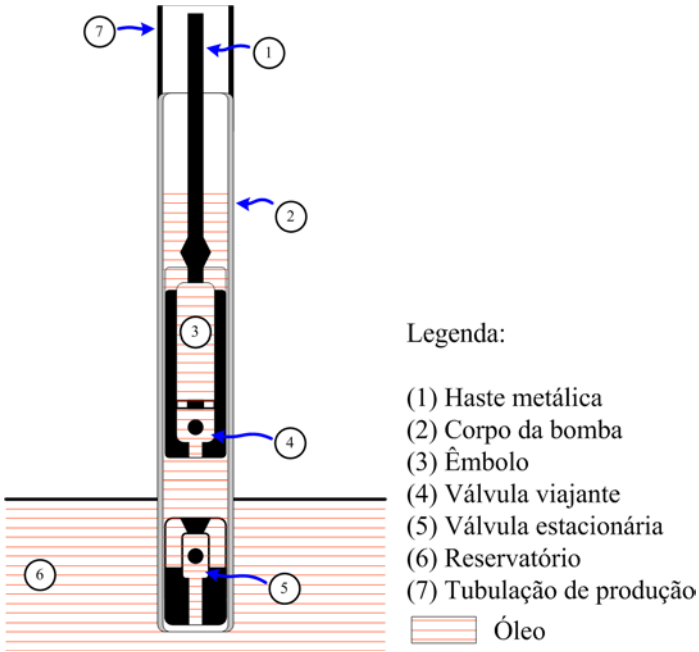

Fig. 0.1. Bomba de êmbolo instalada no fundo do poço.

A operação da bomba define o ciclo de bombeamento (ciclo de bombeio), que é descrito nas linhas a seguir, com a ajuda da Fig. 0.2 (MURAVYOV et al., 1960).

Inicialmente, o êmbolo se encontra em repouso e a bomba está completamente cheia de óleo, conforme se ilustra na Fig. 0.2(a). Quando o grupo de hastes inicia o movimento do êmbolo para cima — Fig. 0.2(b) — a pressão no corpo da bomba diminui, fazendo com que a válvula estacionária se abra e a válvula viajante se feche. Então o óleo do reservatório penetra o corpo da bomba (setas) e o óleo que está no interior do êmbolo inicia o movimento para cima, empurrando também o óleo da tubulação de produção.

Quando o movimento atinge o limite superior — Fig. 0.2(c), existe o equilíbrio entre as pressões da tubulação e do corpo da bomba. Desta forma, a válvula estacionária se fecha sob o peso da coluna de óleo. Neste ponto, o êmbolo inicia o movimento de descida por gravidade — Fig. 0.2(d). Desta forma, a pressão no corpo da bomba aumenta, fazendo com que a válvula viajante se abra. Então o óleo sai do corpo da bomba e penetra no êmbolo (setas). Ao chegar no limite inferior, o ciclo do movimento se repete.

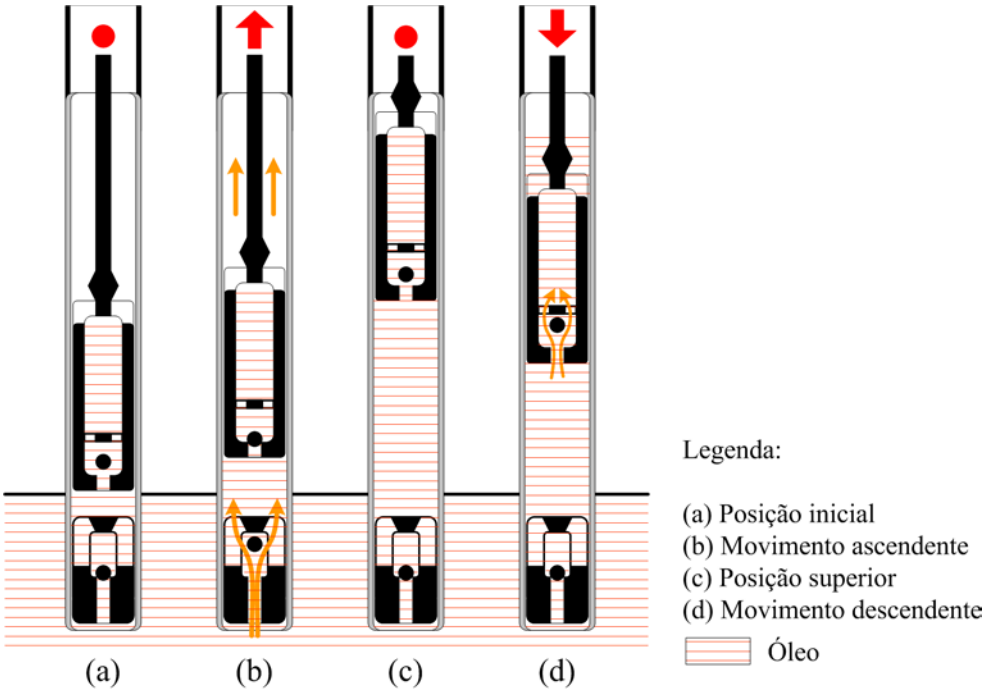

Fig. 0.2. Ciclo de operação da bomba de êmbolo.

Define-se o período T (s) do ciclo de bombeio ou ciclo de carga como sendo o tempo gasto pelo sistema para completar um ciclo completo, conforme a operação da bomba ilustrada na Fig. 0.2. Deste modo, em uma fração $\alpha \cdot T$ (s) do ciclo de bombeio ($0 < \alpha < 1$), a bomba deve fornecer idealmente uma potência constante P_{PICO} (W) à coluna de óleo. Na fração restante do ciclo, a potência exigida é idealmente nula. O ciclo de bombeio é ilustrado na Fig. 0.3.

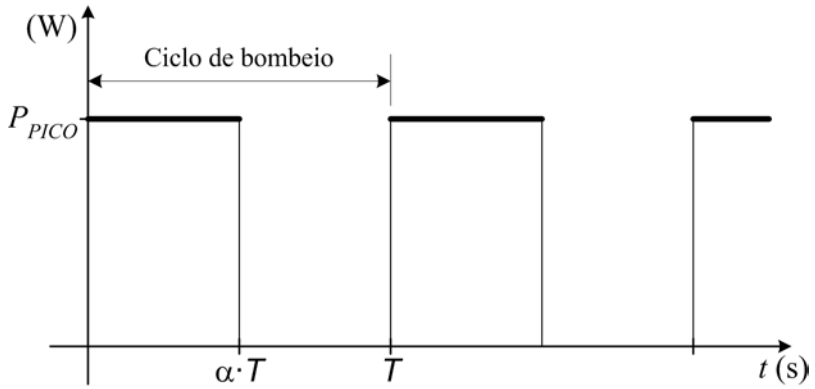

Fig. 0.3. Forma de onda da potência no ciclo de operação da bomba de êmbolo.

O sistema de acionamento de superfície ou "cavalo-mecânico" tem o objetivo de fornecer o movimento alternativo necessário à operação da bomba de êmbolo. O sistema de extração compreende então a própria bomba de pistão, o conjunto de hastes metálicas, e o "cavalo-mecânico" (acionador) (BRENNAN, 1986). Uma descrição mais detalhada do sistema completo é mostrada na Fig. 0.4.

O sistema mecânico na superfície é acionado por um motor elétrico ou a combustível. Existe uma caixa de engrenagens, um contrapeso e barras de transmissão e sustentação. Estes elementos produzem o movimento alternativo vertical da "cabeça-de-cavalo". Esta última tem um formato curvo que permite transmitir, através de um cabo, o movimento à haste polida. Esta haste faz parte do conjunto de hastes metálicas que transmite o movimento até a bomba, instalada no fundo do poço.

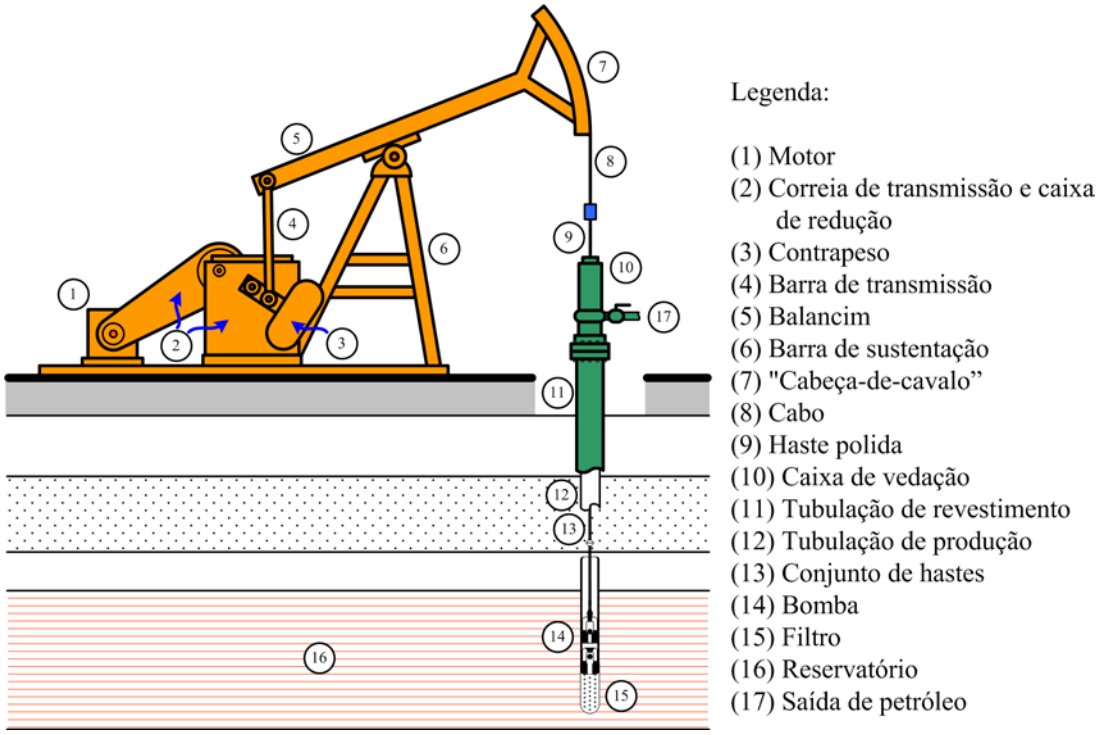

Fig. 0.4. Partes construtivas do sistema de extração "Cavalo-Mecânico".

1.4 Análise de Perdas e Dimensionamento do "Cavalo-Mecânico"

O sistema de superfície e o conjunto de hastes apresentam perdas inerentes e estão sujeitos a desgaste, além de possuírem custos elevados de manutenção (UREN, 1953). Utilizando a nomenclatura da Fig. 0.5, as setas indicam as potências relevantes ao estudo. P_U (W) representa a potência média fornecida pela bomba à coluna de óleo; P_{PR} (W) é a potência média de entrada do poço, chamada em inglês de "polished-rod power"; P_M (W) é a potência média de entrada do sistema mecânico de superfície. A potência P_E (W) representa a potência eficaz de entrada do motor de acionamento, e está relacionada com a potência eficaz P_{EF} (W) exigida no eixo do motor. P_{EF} não está representada na Fig. 0.5.

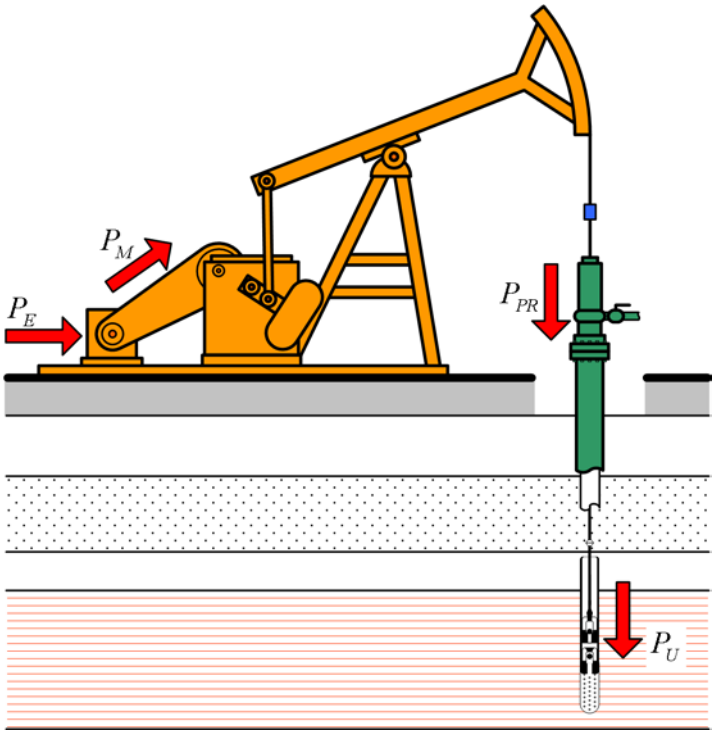

Fig. 0.5. Identificação das potências relevantes ao estudo do "cavalo-mecânico".

A relação entre a potência de pico exigida pela coluna de óleo P_{PICO} e a potência média P_U é determinada por (2.1).

$$P_U = \alpha \cdot P_{PICO} \tag{2.1}$$

Na qual α é a fração do ciclo de carga na qual o peso da coluna de óleo recai sobre o êmbolo da bomba, conforme a Fig. 0.3.

Para efeitos de estudo, as perdas no sistema de bombeamento são separadas em 3 (três) componentes: perdas no poço, perdas mecânicas e perdas no motor.

1.4.1. Perdas no poço

As perdas no sistema de subsolo ocorrem na bomba, no conjunto de hastes e na coluna de fluido. A bomba apresenta perdas por atrito e perdas hidráulicas por vazamentos.

O conjunto de hastes realiza movimento alternativo dentro do poço, apresentando atrito contra as paredes da tubulação e contra o próprio fluido. O correto

dimensionamento e projeto do sistema de hastes é importante para uma operação satisfatória do poço.

A relação entre a potência média de entrada do poço P_{PR} e a potência média requerida pela coluna de óleo P_U é dada por:

$$P_{PR} = \frac{P_U}{\eta_{SUS}} \tag{2.2}$$

Na qual η_{SUS} é definido como o rendimento da elevação. Os valores de P_U e P_{PR} podem ser obtidos a partir das chamadas curvas dinamométricas da bomba e do poço, respectivamente (TAKÁCS, 1993).

1.4.2. Perdas no sistema mecânico de superfície

As perdas no sistema de superfície ocorrem por atrito na caixa de vedação, nos rolamentos da estrutura, na caixa de redução de velocidade e nas correias de transmissão.

A potência média de entrada do sistema mecânico P_M é obtida de (2.3).

$$P_M = \frac{P_{PR}}{\eta_{SUP}} \tag{2.3}$$

Na qual η_{SUP} é o rendimento do sistema mecânico de superfície. Para poços em operação normal, o valor de η_{SUP} está na faixa de 0,7 a 0,9 (TAKÁCS, 1993).

1.4.3. Perdas em motores elétricos

Em linhas gerais, as perdas nos motores elétricos de indução são classificadas em mecânicas e elétricas. Perdas mecânicas compreendem perdas por atrito nos mancais e perdas por ventilação. Perdas elétricas incluem perdas no núcleo magnético e perdas ôhmicas nos enrolamentos (ou perdas no cobre).

As perdas no cobre constituem o fator crítico para a presente aplicação, pois a intermitência das potências do sistema ao longo do ciclo de bombeio influencia o desempenho térmico do motor.

Para o correto o dimensionamento do motor elétrico, a potência eficaz no eixo do motor P_{EF} deve ser relacionada com a potência média de entrada do sistema mecânico P_M na forma:

$$P_{EF} = F_{CL} \cdot P_M \tag{2.4}$$

Na qual F_{CL} é o fator de ciclo de carga. F_{CL} aparece em função do ciclo de bombeio e, de acordo com (2.4), é definido como a razão entre os valores eficaz e médio da potência de entrada do sistema mecânico. Para o ciclo idealizado de bombeio, conforme definido na Fig. 0.3, é possível demonstrar que:

$$F_{CL} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \tag{2.5}$$

Portanto, a potência eficaz de entrada do sistema P_E pode ser calculada por:

$$P_E = \frac{P_M}{\eta_{MOT}} \cdot F_{CL} \tag{2.6}$$

Na qual η_{MOT} representa o rendimento do motor.

1.4.4. Rendimento do sistema

O rendimento do sistema de bombeamento η_{SIS} é definido como a relação entre a potência média exigida pela coluna de óleo P_U e a potência elétrica de entrada P_E (TAKÁCS, 1993). Desta forma, combinando (2.2), (2.3) e (2.6), calcula-se η_{SIS} conforme (2.7).

$$\eta_{SIS} = \frac{P_U}{P_E} = \frac{\eta_{SUS} \cdot \eta_{SUP} \cdot \eta_{MOT}}{F_{CL}} \tag{2.7}$$

Ao analisar (2.7), é necessário observar que os motores elétricos e os sistemas de superfície têm sofrido melhoramentos em termos energéticos e operacionais que vêm aumentando seu rendimento e confiabilidade. Em outras palavras, o valor de η_{MOT} varia em uma estreita faixa e η_{SUP} é praticamente fixo para um sistema instalado (TAKÁCS, 1993).

Os valores críticos em (2.7), portanto, são o rendimento da elevação η_{SUS} e o fator de ciclo de carga F_{CL}. O valor de η_{SUS} pode variar em uma larga faixa, pois as características hidráulicas de projeto são aproximadas. Destacam-se dois fatos importantes:

- Devido à profundidade dos poços, o peso do conjunto de hastes traciona o próprio conjunto, provocando distensão e diminuindo a excursão do êmbolo.
- Nos poços com tubulação não ancorada, o movimento alternativo das hastes combinado com o peso da coluna de petróleo causa tração e compressão da tubulação, o que também representa a diminuição da excursão do êmbolo da bomba.

No caso do fator de carga F_{CL}, para que seu valor seja reduzido até próximo da unidade, é necessário o balanceamento ótimo da carga no eixo do motor. Isto é conseguido através do projeto adequado do contrapeso. Catálogos de diversos fabricantes deste tipo de sistema indicam uma variação numa faixa extensa, desde F_{CL} = 1,1 até F_{CL} = 1,8 (TAKÁCS, 1993).

1.4.5. Estimativa da potência requerida pelo poço

O valor de P_{PR} representa a potência requerida para a operação do poço, ou seja, é a potência para a qual o sistema mecânico de acionamento é dimensionado. P_{PR} é determinada pelas dimensões físicas do poço, pelas características do petróleo e pela escolha da bomba. Para uma estimativa, pode-se estabelecer a relação (2.8) para o cálculo da potência de entrada do poço (ECONOMIDES, 1994).

$$P_{PR} = P_U + P_F \tag{2.8}$$

Na qual P_F (W) representa a potência média necessária ao levantamento do conjunto de hastes e inclui as perdas por atrito do sistema sob a superfície.

A potência requerida para o levantamento da coluna de óleo P_{PICO} é determinada por:

$$P_{PICO} = q \cdot h \cdot \gamma_d \cdot g \tag{2.9}$$

Na qual g (9,8 m/s^2) é a constante gravitacional; q (m^3/s) é a vazão média de óleo; h (m) é a altura efetiva da coluna de óleo e γ_d (kg/m^3) é a densidade do fluido. Substituindo (2.9) em (2.1), determina-se:

$$P_U = \alpha \cdot q \cdot h \cdot \gamma_d \cdot g \tag{2.10}$$

Considerando as perdas no poço como sendo apenas as perdas por atrito (ECONOMIDES, 1994), P_F pode ser calculada pela relação empírica (2.11).

$$P_F = 0{,}25 \cdot W_r \cdot L_0 \cdot f_0 \tag{2.11}$$

Na qual W_r (N) é o peso do conjunto de hastes; L_0 (m) é a excursão da bomba, medida na haste polida, e f_0 (s^{-1}) é o número de excursões por minuto do "cavalo-mecânico".

1.5 Acionamento com o Motor de Indução Linear Tubular

Utilizando o acionamento baseado no motor de indução linear tubular, é possível simplificar o sistema de extração (ALVARENGA et al., 2002a); (ALVARENGA et al., 2002b) e (ALVARENGA et al., 2002c). O motor deve ser acoplado diretamente à bomba no fundo do poço. A alimentação vem da superfície através de um cabo elétrico, conectado a um sistema de controle, conforme ilustra a Fig. 0.6.

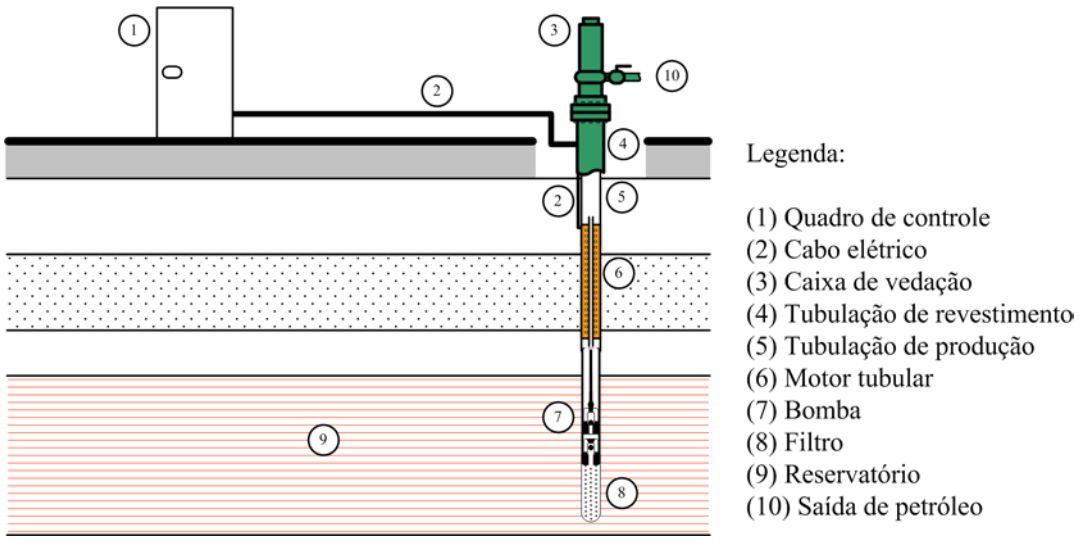

Fig. 0.6. Extração utilizando o motor de indução linear tubular.

Na Fig. 0.7 estão identificadas a potência P_{PICO} (W) fornecida à coluna de óleo; a potência de entrada P_{IN} (W) do motor tubular; a potência de entrada P_C (W) do cabo de alimentação; e a potência de entrada P_{EL} (W) do sistema eletrônico de acionamento. Neste caso, o motor é dimensionado pela potência de pico, pois esta é a potência exigida no secundário do motor para a elevação da coluna de óleo.

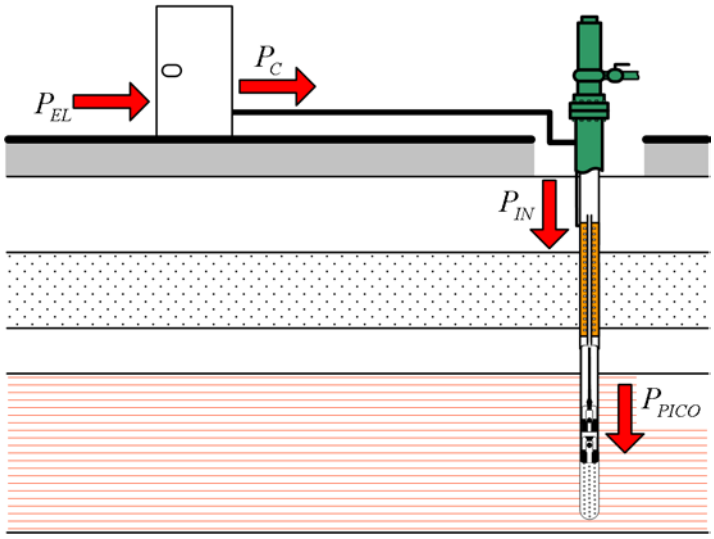

Fig. 0.7. Indicação das potências para o estudo do sistema proposto.

O rendimento η_{NOVO} do sistema agora proposto é dado por:

$$\eta_{NOVO} = \frac{P_{PICO}}{P_{EL}} \tag{2.12}$$

A potência de entrada do motor tubular P_{IN} pode ser calculada por (2.13).

$$P_{IN} = \frac{P_{PICO}}{\eta_{MTUB}} \tag{2.13}$$

Na qual η_{MTUB} é o rendimento do motor de indução linear tubular. A potência de entrada do cabo elétrico de alimentação é dada por:

$$P_C = \frac{P_{IN}}{\eta_{CABO}} \tag{2.14}$$

Na qual η_{CABO} é o rendimento do cabo. Finalmente, a potência de entrada do sistema é obtida de (2.15).

$$P_{EL} = \frac{P_C}{\eta_{ACIO}} \tag{2.15}$$

Na qual η_{ACIO} é o rendimento do sistema elétrico de acionamento. Combinando (2.13)-(2.15) com (2.12), determina-se:

$$\eta_{NOVO} = \eta_{MTUB} \cdot \eta_{CABO} \cdot \eta_{ACIO} \tag{2.16}$$

Em (2.16), η_{ACIO} é função da potência total requerida, enquanto η_{CABO} depende da profundidade do poço.

Um fato importante é observado quando se compara (2.7) com (2.16). O rendimento de elevação η_{SUS} não aparece no novo sistema, ou seja, a potência de poço P_{PR} não é considerada como parâmetro de projeto. Então, o sistema é dimensionado pela própria potência de elevação P_{PICO}.

Em geral, o rendimento não representa o "ponto forte" das máquinas lineares. Desta forma, o valor de η_{MTUB} vai influenciar de forma determinante o rendimento da aplicação. Com o intuito de comparar os sistemas tradicional e proposto, um exemplo numérico ilustrativo é dado ao final do próximo capítulo.

1.6 Bomba Elétrica Submersível

O uso do "cavalo-mecânico" não é adequado em dois casos específicos. Nos poços com grandes profundidades ou grandes vazões, devido ao peso das hastes, ou nos poços com desvios nas tubulações, por causa do atrito das hastes com as paredes dos tubos.

Uma solução é o uso da bomba elétrica centrífuga submersível. Esta bomba tem operação semelhante à da bomba centrífuga submersível comercial, com a diferença de que a bomba utilizada para a extração de petróleo é constituída de vários estágios.

Os principais componentes do sistema de extração são o motor e a bomba centrífuga. A entrada da bomba (sucção) é colocada na parte inferior da mesma, acima do motor.

Isto permite melhorar o desempenho térmico do motor, pois o óleo flui ao redor do mesmo. Os demais componentes do sistema de extração são ilustrados na Fig. 0.8.

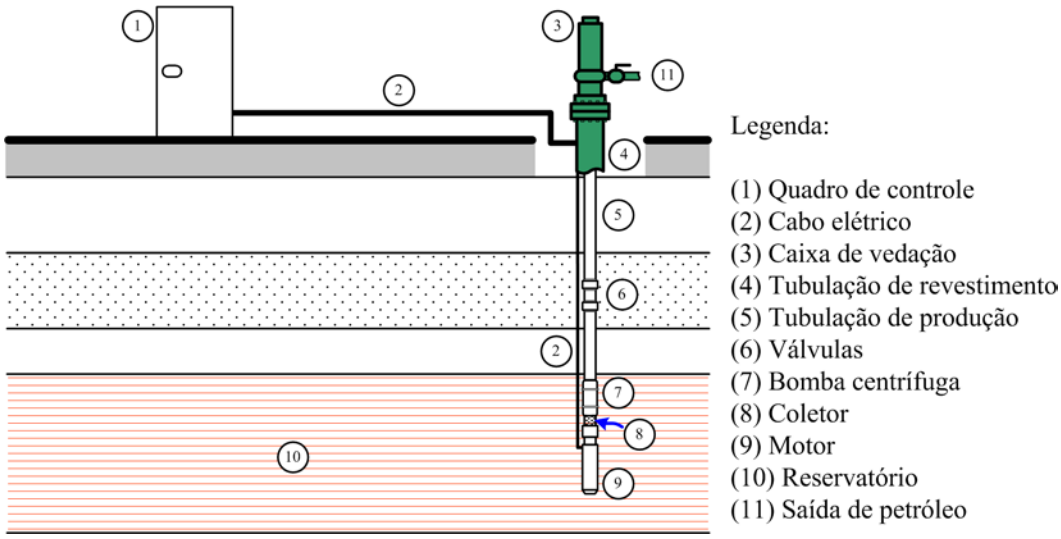

Fig. 0.8. Extração utilizando a bomba elétrica centrífuga submersível.

Devido à grande capacidade de produção da bomba centrífuga, sua operação pode influenciar as características do poço no intervalo de poucos meses (ECONOMIDES, 1994). Em outras palavras, a vazão do sistema de produção pode se alterar drasticamente em pouco tempo, o que obriga os projetistas a levarem em conta o desempenho dinâmico do poço ao longo do tempo.

1.7 Bomba Hidráulica

Outra solução utilizada em poços com baixas vazões e baixas profundidades é a bomba hidráulica. Esta bomba é constituída de dois êmbolos conectados por um eixo rígido. O primeiro é o êmbolo motor, acionado da superfície por meio de tubos que conduzem o fluido de acionamento. O segundo é o êmbolo de bombeio, que tem a função de elevar o petróleo na tubulação de produção. O diagrama da bomba hidráulica é mostrado na Fig. 0.9.

Este sistema precisa de uma bomba na superfície, responsável pela circulação do fluido de acionamento do êmbolo motor. A bomba de superfície pode operar até 400 ciclos por minuto e atingir pressões de até 15 MPa (MURAVIEV, 1975).

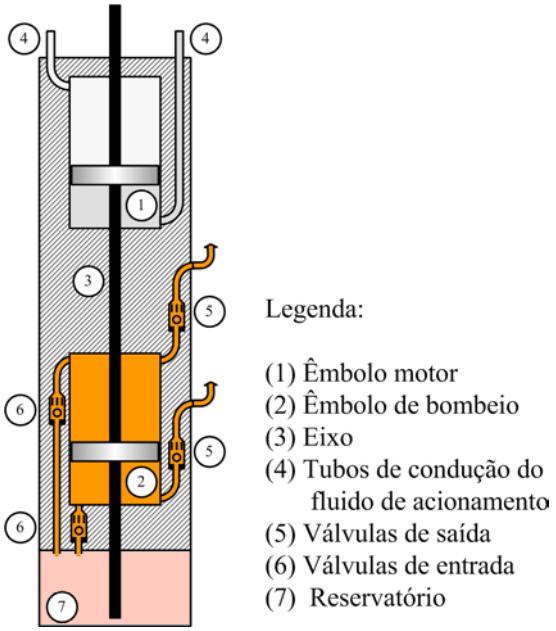

Fig. 0.9. Diagrama construtivo da bomba hidráulica.

1.8 Comparação entre Diferentes Sistemas de Extração

Para comparar o desempenho dos sistemas de extração descritos, observa-se o diagrama de vazão versus altura manométrica mostrado na Fig. 0.10 (MURAVIEV, 1975). As áreas mostradas representam as regiões de operação de cada sistema completo, incluindo bomba e acionadores. Para o caso do "cavalo-mecânico", é mostrada uma região delimitada por uma linha "média" de operação, de acordo com dados da bibliografia.

Salienta-se que, embora um sistema de extração se sobreponha a outro, de acordo com o gráfico da Fig. 0.10, diversos fatores determinam a escolha do sistema para um poço. Como exemplo, ainda de acordo com o gráfico, os custos de instalação da bomba centrífuga não justificam sua utilização nos poços em que a vazão esteja abaixo de 250 m^3 por dia.

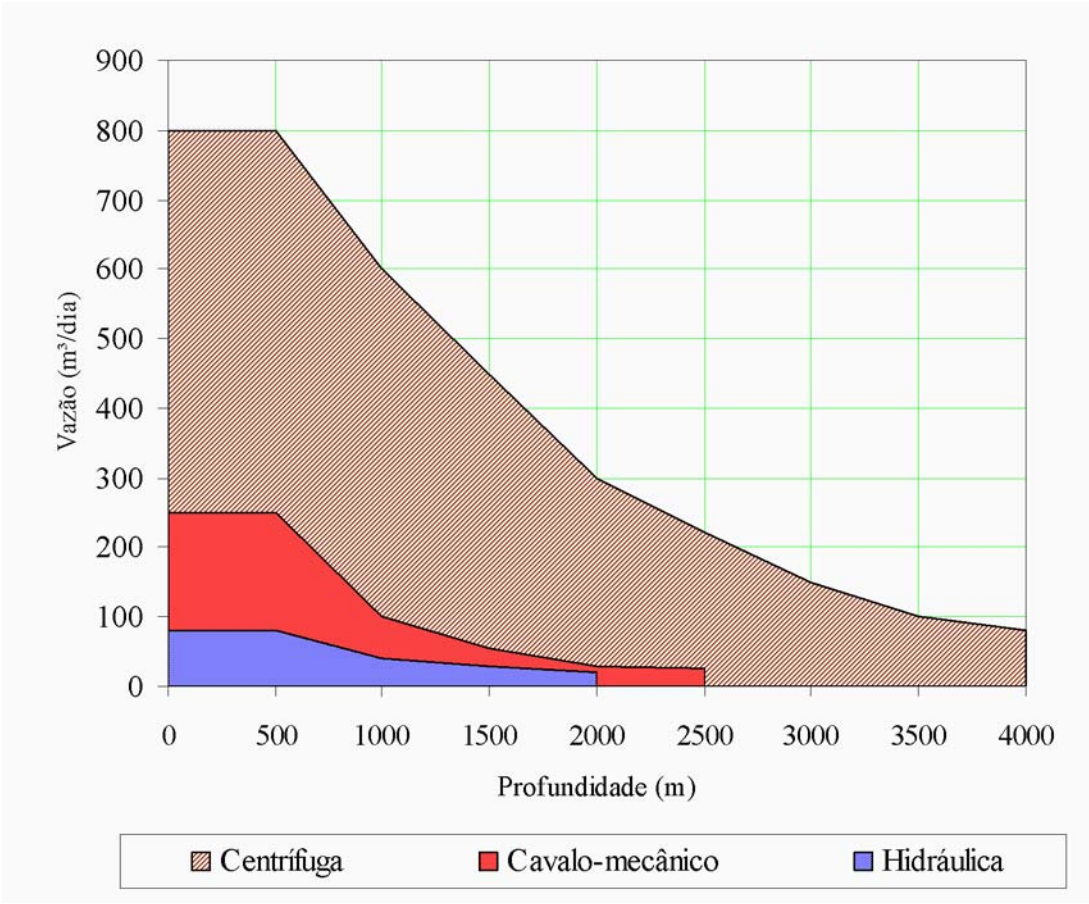

Fig. 0.10. Diagrama comparativo dos sistemas de extração.

Como observação final, ressalta-se que o sistema de extração utilizando o motor de indução linear tubular é desenvolvido para ser aplicado nos poços onde se usa o "cavalo-mecânico". Desta forma, pretende-se que o novo sistema possibilite a ampliação da curva de vazão versus profundidade do "cavalo-mecânico". No diagrama da Fig. 0.10, isto significa aumentar os limites de produção do sistema que usa a bomba de êmbolo, fazendo com que o novo sistema venha a se tornar uma opção viável até mesmo para substituir algumas instalações que utilizam a bomba centrífuga.

O MOTOR DE INDUÇÃO LINEAR TUBULAR

No presente capítulo são realizados o detalhamento construtivo do motor e a estimativa de grandezas nominais, além de se obter o circuito equivalente do motor tubular à luz da teoria das máquinas elétricas.

O motor linear é obtido a partir de um corte longitudinal na estrutura do motor rotativo convencional e conseqüente alongamento da estrutura. Para a obtenção conceitual do motor tubular, esta nova estrutura é fechada na direção perpendicular ao movimento (LAITHWAITE, 1966). Estas operações são mostradas na seqüência de passos de (a) até (e), ilustrados na Fig. 0.1.

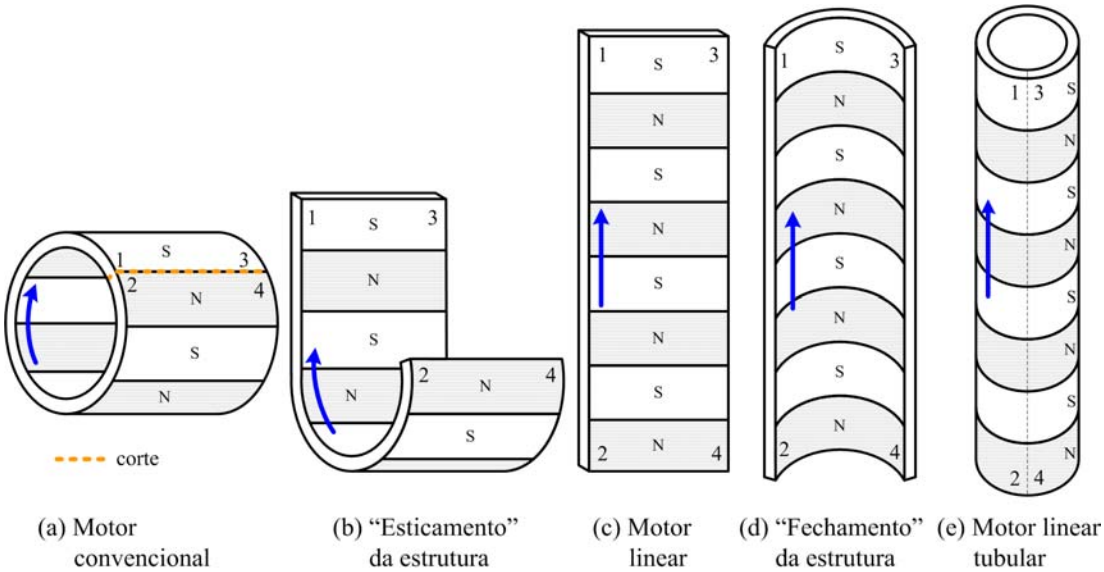

Fig. 0.1. Construção do motor linear tubular.

O dimensionamento do motor de indução linear tubular para aplicação na extração de petróleo envolve diversos aspectos subjetivos, tanto quanto nos problemas usuais de cálculo de máquinas elétricas.

A consideração de todos os parâmetros de um poço confere ao projeto do motor uma especificidade indesejada. Em outras palavras, caso haja a necessidade de explorar um novo poço, um novo motor deve ser projetado para atender aos novos parâmetros.

Para suplantar estas dificuldades, propõe-se a construção do motor em segmentos ou módulos. Como premissa de projeto, cada módulo deve produzir a mesma força e apresentar as mesmas características elétricas e magnéticas.

Desta forma, o motor a ser instalado em um poço deve ser, na verdade, constituído de módulos conectados elétrica e mecanicamente de forma apropriada e, ainda, em quantidade adequada às características do poço. Esta é uma vantagem do sistema da Fig. 0.6 em relação ao da Fig. 0.4.

Ao longo do texto, portanto, o termo motor tubular é empregado para designar um único módulo do protótipo desenvolvido.

1.9 Materiais, Geometria e Aspectos Técnicos

A escolha de materiais é um fator crucial para o dimensionamento do motor. Em termos de desempenho, uma escolha ótima de materiais pode significar tanto o encarecimento do processo de fabricação e montagem, como a impossibilidade mesmo de fabricação do protótipo. Desta forma, algumas dimensões da geometria do motor tubular são adequadas pela disponibilidade comercial, principalmente os diâmetros adotados para peças no formato tubular.

Por se tratar de uma máquina de indução, a característica de força versus velocidade é fundamentalmente determinada pela geometria do secundário. Os diferentes tipos de motores de indução lineares tubulares encontrados na bibliografia apresentam 4 (quatro) tipos básicos de secundário, conforme discriminado a seguir.

- secundário maciço em material magnético (CAMPANARI & VISTOLI, 1969); (EASTHAM & ALWASH, 1972) e (NASAR et al., 1994).

- secundário maciço, com núcleo magnético e uma capa externa condutora em cobre ou alumínio (CECCONI et al., 1997); (DAVIS, 1972); (DI DIO & MONTANA, 1995); (DI DIO & MONTANA, 1996); (EASTHAM et al., 1992); (GERSEM & HAMEYER, 2000); (GROOT & HEUVELMAN,

1990); (IM et al., 1995); (MORIZANE & MASADA, 1993); (PETRECCA & VISTOLI, 1972); e (ZAGIRNYAK et al., 1985).

- secundário maciço, com núcleo magnético e condutores "segmentados" (VADHER & SMITH, 1993).

- secundário maciço em material condutor, com núcleo de ar (WILLIAMSON & LEONARD, 1986).

Dentre as descrições listadas, deve-se optar pelo motor que apresenta melhor adequação ao propósito de produzir força em baixas velocidades, que é essencialmente a necessidade do "cavalo-mecânico". Embora não exista uma regra prática para esta opção, é utilizado o "secundário em gaiola anular" (que se enquadra no terceiro tipo na lista anterior). A denominação gaiola anular é utilizada por razões construtivas descritas a seguir.

Este tipo de geometria permite um melhor controle dos parâmetros do secundário, o que não acontece com os outros tipos. Na verdade, o secundário adotado constitui uma estrutura que opera de forma idêntica à da gaiola de esquilo do motor de indução rotativo. A gaiola anular é uma estrutura formada por anéis de cobre dispostos longitudinalmente em ranhuras por todo o comprimento do secundário, conforme ilustra a Fig. 0.2.

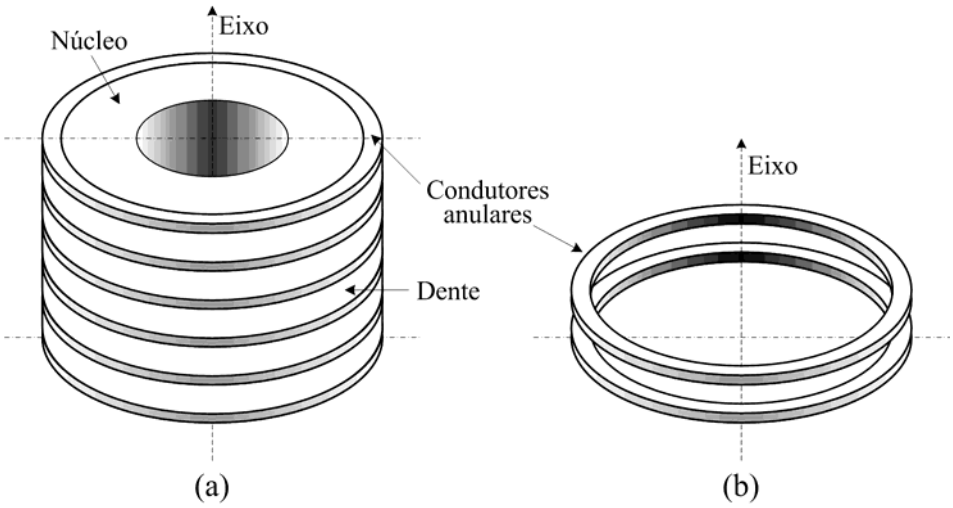

Fig. 0.2. Trecho do secundário com (a) núcleo magnético e (b) detalhe dos condutores da gaiola anular.

Com o objetivo de melhorar o desempenho magnético do motor, coloca-se ao longo do entreferro uma "capa" magnética tubular que cobre as ranhuras do secundário. Com isso, pretende-se diminuir o conteúdo harmônico espacial da indução no entreferro e melhorar o fator de potência do motor.

O núcleo do secundário deve ser provido de um orifício, de forma a permitir a passagem do óleo na operação de bombeamento.

Também no entreferro é colocada uma capa magnética tubular, cobrindo as ranhuras do primário. Esta tem a mesma função da capa do secundário, além de tornar o enrolamento primário estanque.

Desta forma, a partir do eixo do motor, a estrutura é composta de regiões tubulares denominadas, respectivamente, de orifício interno, núcleo ou coroa do secundário, gaiola anular, capa magnética do secundário, entreferro, capa magnética do primário, ranhuras e dentes do primário e núcleo ou coroa do primário. A partir desta descrição, é possível esboçar uma seção do motor com as regiões pertinentes, conforme a Fig. 0.3.

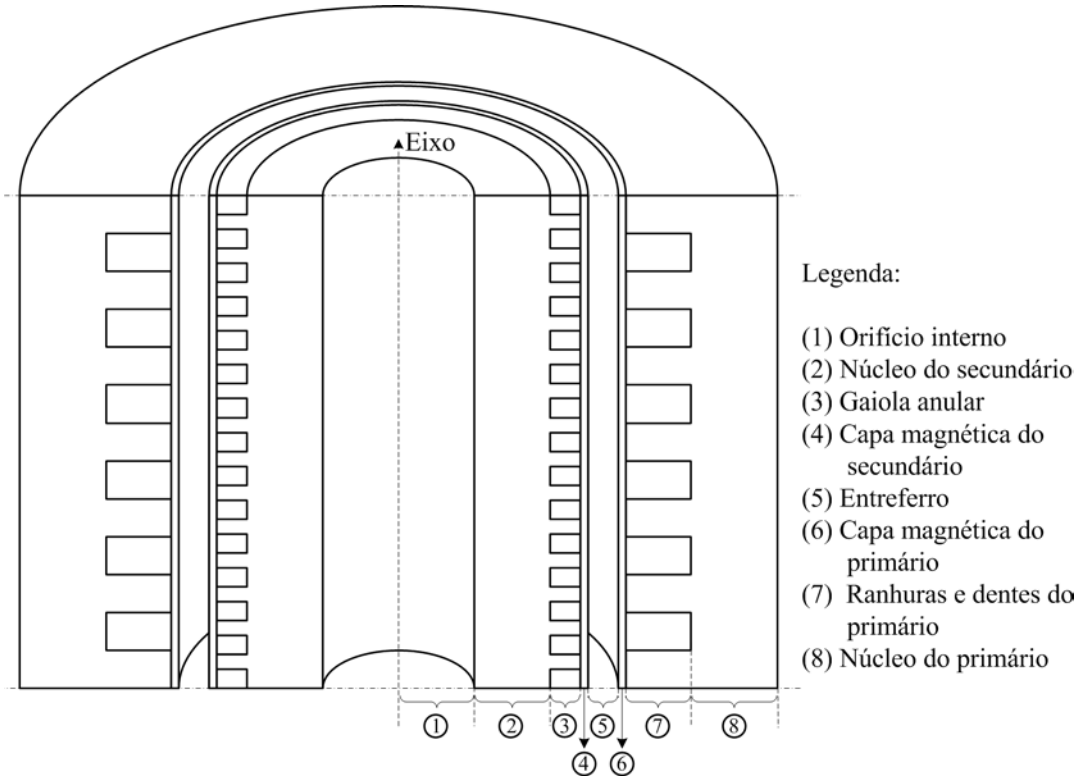

Fig. 0.3. Seção longitudinal do motor tubular.

Para a confecção da gaiola anular, são utilizados condutores de cobre laminado. As lâminas de cobre são anéis superpostos formando uma barra condutora no formato anular. Este mesmo tipo de laminação é utilizado na confecção dos dentes do secundário, porém empregando o aço silício. Um esboço das barras da gaiola anular e dos dentes do secundário é mostrado na Fig. 0.4.

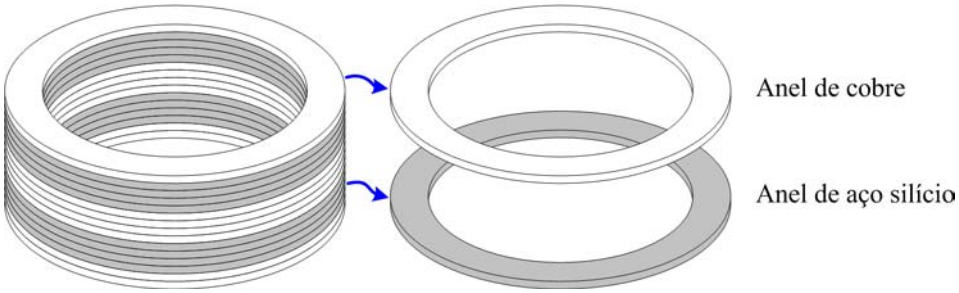

Fig. 0.4. Anéis de cobre e aço silício superpostos, formando a gaiola anular.

O emprego de tubos metálicos comerciais diminui o preço do motor e facilita a fabricação do protótipo. Desta forma, empregam-se tubos de aço-carbono na confecção dos núcleos do secundário e do primário, bem como das capas magnéticas de cobertura das ranhuras.

Com relação ao enrolamento do primário, por motivos de fabricação, adota-se uma estrutura de passo pleno com uma ranhura por pólo e por fase (CECCONI et al., 1997); (DAVIS, 1972); (DI DIO & MONTANA, 1995) e (ZAGIRNYAK et al., 1985).

Um novo esboço da seção longitudinal do motor, com indicação de materiais diversos, é mostrado na Fig. 0.5. Também está indicada nesta figura a nomenclatura adotada para os diâmetros das diferentes peças do motor.

No Anexo E são colocadas fotografias do processo de fabricação, além de detalhes do desenho executivo dos módulos do motor de indução linear tubular.

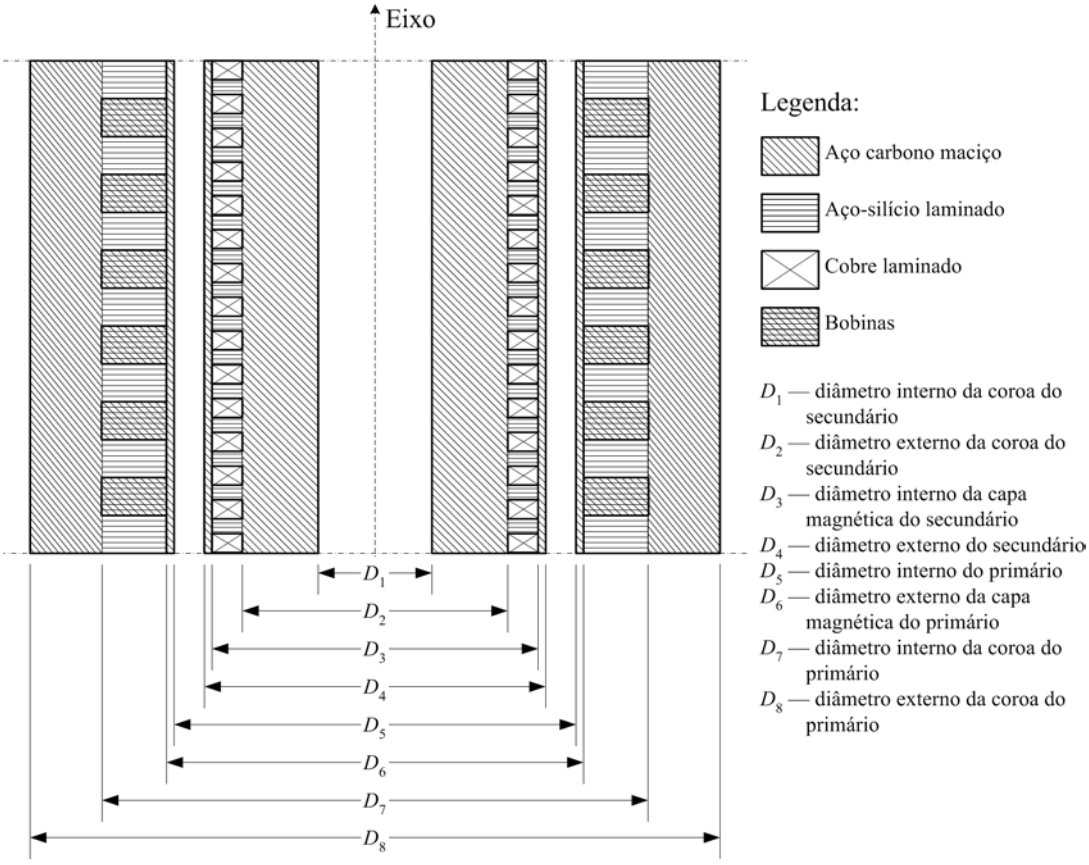

Fig. 0.5. Seção longitudinal do motor tubular, indicando materiais empregados na fabricação e diâmetros das peças.

1.10 Estimativa da Força

Basicamente, a força produzida pelo motor deve ser suficiente para levantar a coluna de óleo formada no interior da tubulação de produção. Entretanto, é necessário salientar que a pressão no fundo do poço depende não apenas da própria coluna de líquido. Por exemplo, em um poço com profundidade de extração de 1000 m, a densidade do óleo, as condições de temperatura e pressão e as dimensões da tubulação de produção variam com a profundidade.

Outros fatores, tais como a concentração de gases e partículas sólidas no óleo e a perda de carga na tubulação, devem ser levados em conta para uma estimativa precisa.

Considerando a bomba no fundo do poço, uma relação (BRENNAN, 1986) para o cálculo da força exercida pela coluna de óleo sobre o êmbolo é dada por:

$$F_0 = A_e \cdot h \cdot \gamma_d \cdot g \tag{3.1}$$

Na qual F_0 (N) é a carga da coluna de petróleo; A_e (m^2) é a área nominal do êmbolo da bomba; h (m) é a altura da coluna de petróleo; γ_d (kg/m^3) é a densidade do fluido e g (9,8 m/s^2) é a constante gravitacional.

Como exemplo, considerando o petróleo com densidade específica de 0,88 e uma bomba de diâmetro nominal de 2 ¼ polegadas (5,715 cm) (BRENNAN, 1986), a ser instalada em um poço de 1000 m, a partir de (3.1) determina-se F_0 = 22137 N. Para efeito de cálculos, adota-se:

$$F_0 = 25000 \text{ N} \tag{3.2}$$

A partir da idéia da divisão em módulos, adota-se para cada metro do motor uma força nominal de cerca de 1000 N.

1.11 Estimativa da Velocidade de Operação

A velocidade de operação do motor é determinada pela freqüência do movimento alternativo do "cavalo-mecânico" e pela excursão do êmbolo da bomba. A partir de dados nominais dos sistemas de extração comerciais que utilizam a bomba acionada por hastes (TAKÁCS, 1993), admite-se, a princípio, que a freqüência f_0 e a excursão L_0 sejam dadas, respectivamente, por:

$$f_0 = 10 \text{ ciclos por minuto.} \tag{3.3}$$

$$L_0 = 1{,}5 \text{ metros.} \tag{3.4}$$

Então, a velocidade média de operação v_N do motor é dada por:

$$v_N = f_0 \cdot L_0 = \frac{10}{60} \cdot 1{,}5 = 0{,}25 \text{ m/s.} \tag{3.5}$$

Os resultados (3.2) e (3.5) evidenciam que o motor desenvolvido apresenta a característica de força em baixas velocidades.

1.12 Tensão Induzida

A tensão eficaz V_f (V) induzida na fase do enrolamento de um motor de indução, segundo a teoria fundamental de máquinas (McPHERSON & LARAMORE, 1990), é dada por (3.6).

$$V_f = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot N_f \cdot k_e \cdot f \cdot \phi_p \tag{3.6}$$

Na qual ϕ_p (Wb) é o fluxo por pólo do motor; f (Hz) é a freqüência elétrica de operação; k_e é o fator de enrolamento; e N_f é o número de espiras série por fase do enrolamento.

Para a correta aplicação de (3.6), é necessário o entendimento da distribuição de fluxo no motor de indução linear tubular. Na Fig. 0.6, representa-se o corte de um trecho do motor. Neste esboço simplificado, percebem-se as coroas do primário e do secundário, o entreferro, a colocação de duas bobinas A1 e A2 nas ranhuras e a alternância entre dentes e ranhuras ao longo da estrutura do motor. A estrutura do enrolamento do secundário não é representada por simplicidade.

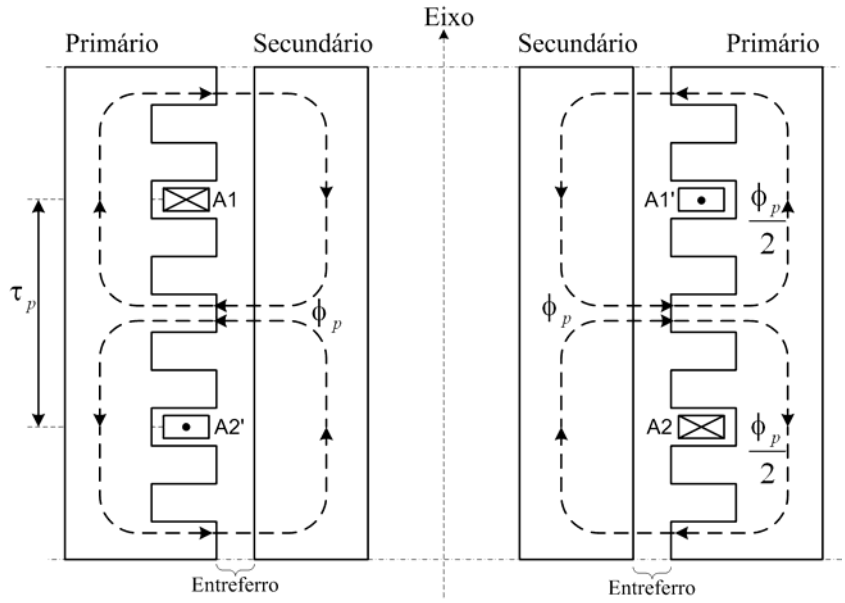

Fig. 0.6. Distribuição do fluxo do motor tubular em dois passos polares.

Considerando um enrolamento concentrado com passo polar τ_p (m), observa-se na Fig. 0.6 que o fluxo por pólo ϕ_p atravessa o entreferro na região entre as duas bobinas adjacentes A1 e A2. Entretanto, nas coroas do primário e do secundário, o fluxo se divide em duas partes iguais. Desta forma, cada bobina percebe um fluxo de valor $\phi_p/2$ (Wb). Como conseqüência, a tensão induzida fica sendo:

$$V_f = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot N_f \cdot k_e \cdot f \cdot \frac{\phi_p}{2} \tag{3.7}$$

1.13 Força Magnetomotriz

A teoria fundamental das máquinas elétricas (McPHERSON & LARAMORE, 1990) estabelece a relação (3.8) entre a amplitude do componente fundamental da força magnetomotriz F_1 (A·espiras) e a corrente eficaz de fase I_f (A).

$$F_1 = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{N_f \cdot k_e}{p} \cdot I_f \tag{3.8}$$

Na qual F_1 é produzida pelo enrolamento trifásico e p é o número de pares de pólos da máquina.

A título ilustrativo, tomando apenas uma fase do enrolamento concentrado do motor tubular, constituído de bobinas conectadas em série, a distribuição de força magnetomotriz ao longo do entreferro é obtida conforme a linha tracejada mostrada na Fig. 0.7. Denomina-se F_A (A·espiras) a amplitude do componente fundamental da força magnetomotriz de fase.

Em termos de força magnetomotriz, as bobinas A1 e A2 da Fig. 0.7 se comportam como se fossem uma única bobina, o que equivale a dizer que o número de bobinas da máquina fica reduzido à metade. Para que a força magnetomotriz seja a mesma obtida em (3.8), a corrente na ranhura deve ser o dobro do valor I_f.

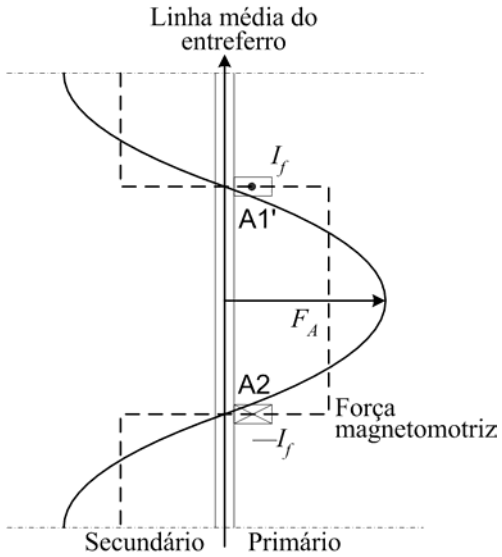

Fig. 0.7. Representação da força magnetomotriz e seu componente fundamental.

Conclui-se que, para o cálculo da força magnetomotriz do motor em estudo, deve-se usar a expressão (3.9).

$$F_1 = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\pi} \cdot \frac{N_f \cdot k_e}{2p} \cdot I_f \tag{3.9}$$

1.14 Velocidade Síncrona do Motor Tubular

Na teoria das máquinas rotativas, a velocidade angular síncrona ω_S (rad/s) da indução no entreferro é calculada por (3.10).

$$\omega_S = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{p} \tag{3.10}$$

Retomando a idéia básica ilustrada na Fig. 0.7, representa-se o componente fundamental da indução B_r (T) ao longo do entreferro como uma onda viajante com deslocamento na direção do eixo vertical. Desta forma, escreve-se:

$$B_r(z,t) = B_g \cdot e^{j \cdot (\omega \cdot t - \beta \cdot z)} \tag{3.11}$$

Na qual B_g (T) é a amplitude da onda viajante; ω (rad/s) é a freqüência elétrica de operação e β (m^{-1}) é o chamado número de onda (análogo à constante de propagação de onda).

A representação gráfica de (3.11) é mostrada na Fig. 0.8. A velocidade síncrona v_S (m/s) do campo na direção do eixo "z" é determinada pela fase de (3.11) pela expressão $\frac{d(\omega t - \beta z)}{dt} = 0$. Deste modo:

$$v_S = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta} \tag{3.12}$$

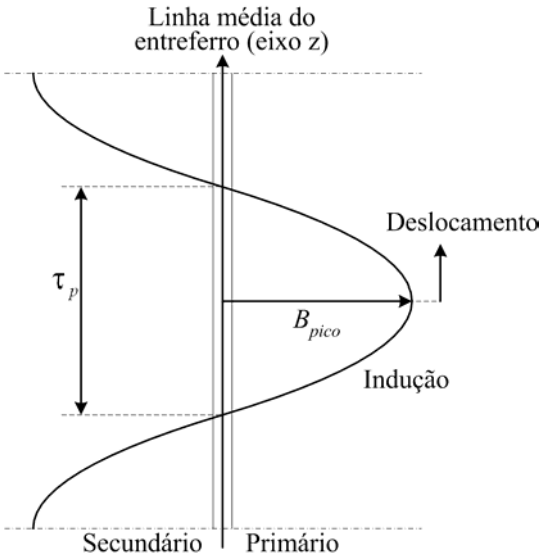

Fig. 0.8. Representação da indução no entreferro.

Dado que:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \tag{3.13}$$

E também:

$$\beta = \frac{2 \cdot \pi}{\text{período}} = \frac{\pi}{\tau_p} \tag{3.14}$$

Substituindo (3.13) e (3.14) em (3.12), chega-se à relação típica das máquinas lineares:

$$v_S = 2 \cdot \tau_p \cdot f \tag{3.15}$$

Comparando (3.10) e (3.15) observa-se uma diferença entre a máquina rotativa tradicional e o motor linear. Enquanto naquela a velocidade síncrona depende do número de pólos, no motor linear é possível modificar a velocidade variando o passo polar, para uma dada freqüência.

1.15 Limitações e Dimensões Assumidas

Existem restrições físicas às dimensões do motor tubular na aplicação proposta. Como exemplo, o diâmetro externo é limitado pela tubulação de produção de petróleo e o comprimento do motor é limitado pelas ferramentas do processo de fabricação.

Admitindo que se utilize uma tubulação de produção normalizada de 5 polegadas (127 mm) (UREN, 1953), adota-se como ponto inicial para projeto do motor, o seu diâmetro externo dado por (3.16).

$$D_8 = 124 \text{ mm} \tag{3.16}$$

Outras 4 (quatro) grandezas são assumidas por limitações de disponibilidade comercial. São elas o diâmetro interno do secundário D_1, o diâmetro interno da capa magnética do secundário D_3, o diâmetro interno do primário D_5 e o diâmetro interno da coroa do primário D_7. Os valores disponíveis são dados em (3.17)-(3.20), respectivamente.

$$D_1 = 24 \text{ mm} \tag{3.17}$$

$$D_3 = 57{,}9 \text{ mm} \tag{3.18}$$

$$D_5 = 63{,}5 \text{ mm} \tag{3.19}$$

$$D_7 = 115 \text{ mm} \tag{3.20}$$

Admitindo que as capas magnéticas do primário e do secundário tenham uma espessura de cerca de 1 (um) milímetro, pode-se adotar os valores do diâmetro

externo do secundário D_4 e do diâmetro externo da capa magnética do primário D_6, conforme (3.21) e (3.22).

$$D_4 = 60 \text{ mm} \tag{3.21}$$

$$D_6 = 66 \text{ mm} \tag{3.22}$$

No caso do comprimento do motor, é preciso considerar que os meios de execução mecânica disponíveis não permitem a manipulação de peças com comprimento superior a 80 (oitenta) centímetros. Desta forma, adota-se o valor de 70 (setenta) centímetros como limite inicial para o comprimento de um módulo do protótipo.

Então, segundo (3.2) e a restrição construtiva, para atender o poço de 1000 m de profundidade, deveriam ser utilizados 36 módulos de comprimento 70 centímetros.

1.16 Dimensionamento Elétrico e Magnético do Motor

Com base nos dados geométricos principais e relações fundamentais obtidas nos itens 1.9 a 1.15, é realizado um processo iterativo para solução do circuito magnético do motor. Este processo, que faz o dimensionamento elétrico e magnético do motor, é descrito no Anexo A.

Os dados gerais obtidos para o motor tubular são sumariados nos valores da Tabela A-1 até a Tabela A-4. Um resumo dos dados geométricos do motor é apresentado na Tabela 0.1.

Uma fotografia dos dois módulos do protótipo construído é mostrada na Fig. 0.9. O comprimento total do secundário é de cerca de 2,4 m.

Tabela 0.1. Resumo das características construtivas do motor.

Descrição	Valor
Diâmetro externo do motor (D_8)	124 mm
Comprimento total da parte ativa do módulo (L_T)	750 mm
Comprimento do entreferro (l_g)	1,75 mm
Número de pólos ($2p$)	10
Velocidade síncrona do campo no entreferro (v_S)	1,5 m/s
Largura da ranhura do primário (b_s)	15 mm
Largura do dente do primário (b_t)	10 mm
Profundidade da ranhura do primário (h_r)	24,5 mm
Largura da ranhura do secundário (b'_s)	5 mm
Largura do dente do secundário (b'_t)	5 mm
Profundidade da ranhura do secundário (h'_r)	5,95 mm

Fig. 0.9. Fotografia do protótipo em bancada de laboratório.

A partir dos dados descritos nas tabelas do Anexo A, pode-se determinar o circuito equivalente do motor tubular, conforme representado na Fig. 0.10. Nesta figura, a componente de carga da corrente do primário por fase é representada por I_r (A). Observa-se que, devido à baixa velocidade, os efeitos longitudinais de extremidade são desprezados.

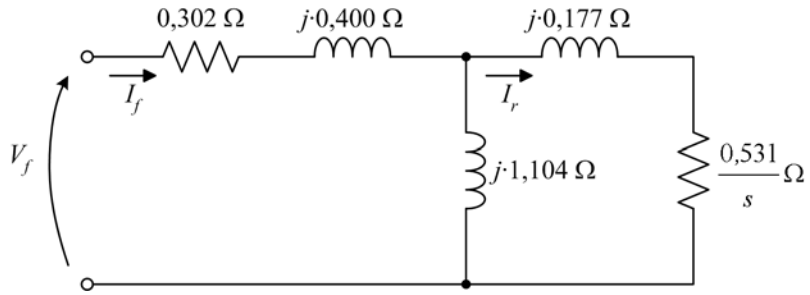

Fig. 0.10. Circuito equivalente obtido do cálculo elétrico e magnético do motor.

Resolvendo o circuito da Fig. 0.10, determinam-se algumas características elétricas do motor tubular, conforme mostrado na Tabela 0.2.

Tabela 0.2. Desempenho elétrico do motor a partir do circuito equivalente.

Descrição	Valor
Tensão nominal de fase por módulo (V_f)	37,0 V
Corrente com secundário bloqueado (I_f para s = 1)	39,3 A
Força desenvolvida com secundário bloqueado (s = 1)	1039,0 N
Corrente a vazio (corrente de magnetização)	24,1 A

Também a partir do circuito equivalente da Fig. 0.10, determinam-se as curvas de força e corrente em função do escorregamento do motor, como se pode visualizar nos gráficos da Fig. 0.11 e da Fig. 0.12, respectivamente.

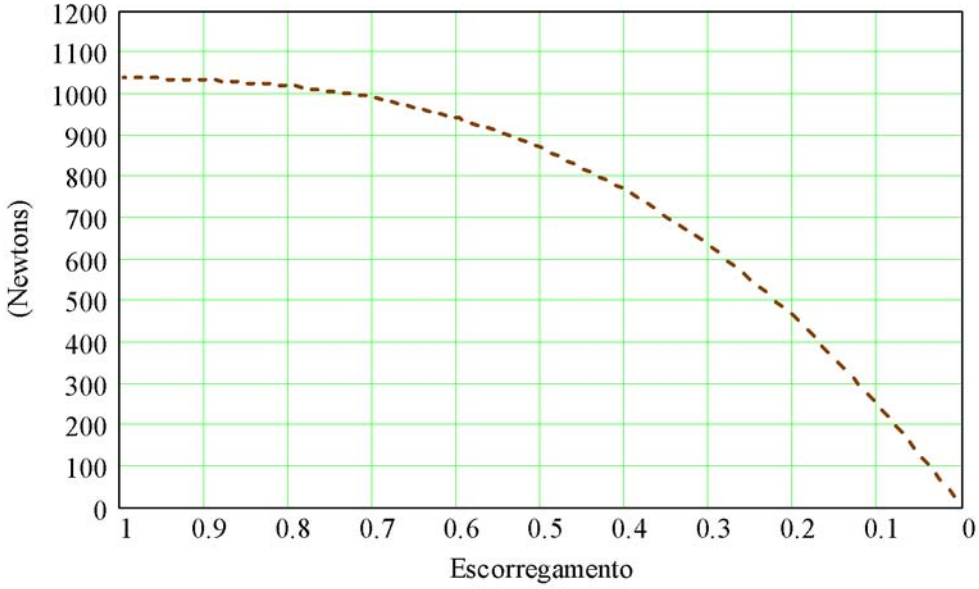

Fig. 0.11. Curva de força em função do escorregamento a partir do circuito equivalente.

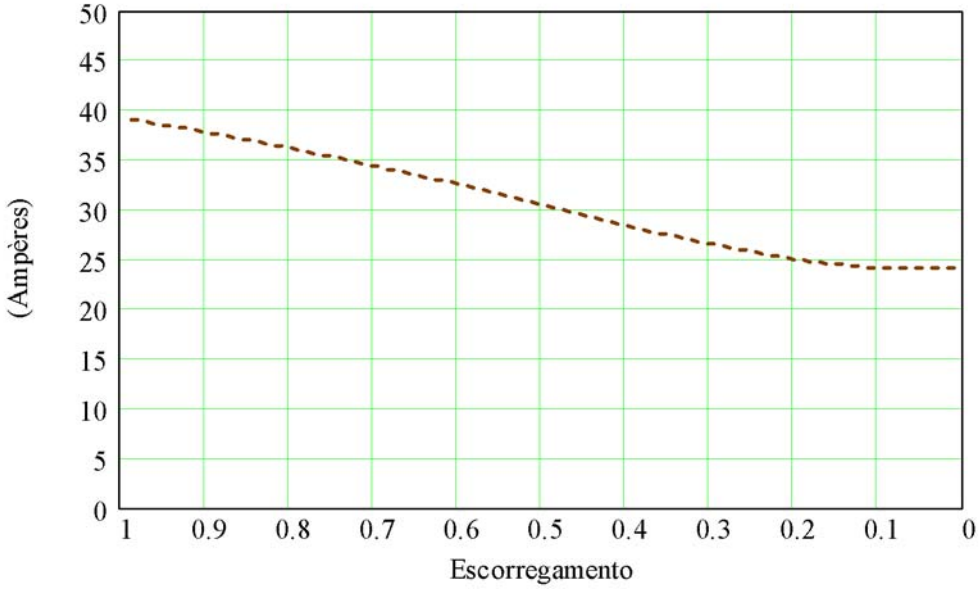

Fig. 0.12. Curva de corrente em função do escorregamento a partir do circuito equivalente.

1.17 Exemplo Prático

Para ilustrar a aplicação aqui proposta, compara-se a operação de um sistema de extração com o "cavalo-mecânico" e outro com o motor tubular, num exemplo numérico. Os dados do poço são descritos a seguir (ECONOMIDES, 1994).

- Profundidade de instalação da bomba: $h = 1114$ m
- Densidade específica do petróleo: $\gamma = 0{,}9$
- Peso total do conjunto de hastes: $W_r = 26102$ N
- Excursão nominal do êmbolo da bomba: $L_0 = 1{,}6$ m
- Freqüência de bombeio por minuto: $f_0 = 20$
- Rendimento do sistema mecânico de superfície: $\eta_{SUP} = 0{,}8$
- Ciclo de operação de 50 %, que define: $\alpha = 0{,}5$
- Diâmetro nominal da bomba: $d = 5$ cm

1.17.1. Aplicação do "cavalo-mecânico"

O volume de petróleo deslocado por ciclo é igual ao volume deslocado pelo êmbolo da bomba e é calculado por $L_0 \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{4}$. Devido ao alongamento do conjunto de hastes e à tração e compressão da tubulação de produção, ocorre a redução na excursão do êmbolo, que se reflete na diminuição do volume deslocado em cada ciclo. Admitindo que a redução seja de 20 % (ECONOMIDES, 1994); (TAKÁCS, 1993), a vazão do sistema é dada por:

$$q = 0{,}8 \cdot L_0 \cdot \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot f_0 = 0{,}8 \cdot 1{,}6 \cdot \pi \cdot \frac{0{,}05^2}{4} \cdot \frac{20}{60} = 0{,}84 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} \tag{3.23}$$

Com os dados do poço e a partir de (2.10) e (2.11), determinam-se:

$$P_U = 0{,}5 \cdot 0{,}84 \cdot 10^{-3} \cdot 1114 \cdot 900 \cdot 9{,}8 = 4118{,}5 \text{ W} \tag{3.24}$$

$$P_F = 0{,}25 \cdot 26102 \cdot 1{,}6 \cdot \frac{20}{60} = 3480 \text{ W} \tag{3.25}$$

Então, combinando (2.8) e (2.2), o rendimento da elevação η_{SUS} fica sendo:

$$\eta_{SUS} = \frac{P_U}{P_U + P_F} = \frac{4118{,}5}{4118{,}5 + 3480} = 0{,}54 \tag{3.26}$$

De (2.5), determina-se:

$$F_{CL} = \frac{1}{\sqrt{0{,}5}} = \sqrt{2} \tag{3.27}$$

A partir de (2.7) e admitindo que o motor de indução utilizado tenha um rendimento de 0,9, o rendimento do "cavalo-mecânico" é calculado por:

$$\eta_{SIS} = \frac{0{,}54 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}9}{\sqrt{2}} = 0{,}28 \tag{3.28}$$

1.17.2. Aplicação do motor de indução linear tubular

Para determinar o rendimento do acionamento utilizando o motor de indução linear tubular, é necessário utilizar o circuito equivalente da Fig. 0.10. Inicialmente, a partir de (3.1), estima-se a força necessária para este poço:

$$F_0 = \pi \cdot \frac{0{,}05^2}{4} \cdot 1114 \cdot 900 \cdot 9{,}8 = 19305 \text{ N} \tag{3.29}$$

A velocidade média de operação v_N é estimada por:

$$v_N = f_0 \cdot L_0 = \frac{20}{60} \cdot 1{,}6 = 0{,}53 \text{ m/s} \tag{3.30}$$

Desprezando as perdas magnéticas, a potência de entrada do motor P_{IN} é calculada pela expressão:

$$P_{IN} = F_0 \cdot v_N + 3 \cdot \left(I_f^2 \cdot R_1 + I_r^2 \cdot R_2 \right) \cdot N_M \tag{3.31}$$

Na qual N_M é o número de módulos do motor tubular na aplicação. Para avaliar (3.31), é preciso determinar o carregamento do motor por módulo, ou seja, estimar a força por módulo e as correntes de fase. Para isso, determina-se o escorregamento na velocidade de operação:

$$s_N = \frac{v_S - v_N}{v_S} = \frac{1{,}5 - 0{,}53}{1{,}5} = 0{,}64 \tag{3.32}$$

Resolvendo o circuito equivalente da Fig. 0.10 para s_N, tem-se:

$$I_f \Big|_{s=0{,}64} = 33{,}4 \text{ A} \tag{3.33}$$

$$I_r \Big|_{s=0{,}64} = 24{,}2 \text{ A} \tag{3.34}$$

$$F_M \Big|_{s=0{,}64} = 964 \text{ N} \tag{3.35}$$

Nesta última, F_M é a força por módulo na velocidade de operação. O número de módulos é estimado por:

$$N_M = \frac{F_0}{F_M} = \frac{19305}{964} \cong 20 \tag{3.36}$$

Substituindo (3.29), (3.30), (3.33), (3.34) e (3.36) em (3.31), obtém-se:

$$P_{IN} = 19305 \cdot 0{,}53 + 3 \cdot \left(33{,}4^2 \cdot 0{,}302 + 24{,}2^2 \cdot 0{,}531 \right) \cdot 20 = 49075 \text{ W} \tag{3.37}$$

De (2.13), determina-se o rendimento do motor tubular:

$$\eta_{MTUB} = \frac{P_U}{P_{IN}} = \frac{F_0 \cdot v_N}{P_{IN}} = \frac{19305 \cdot 0{,}53}{49075} = 0{,}21 \tag{3.38}$$

Admitindo que os rendimentos do cabo e do sistema eletrônico de acionamento sejam de 0,95 e 0,98, respectivamente, pode-se obter o rendimento do novo sistema. A partir de (2.16), encontra-se:

$$\eta_{NOVO} = 0{,}21 \cdot 0{,}95 \cdot 0{,}98 = 0{,}20 \tag{3.39}$$

Apenas como comentário final ao exemplo numérico, a potência eficaz de entrada do "cavalo-mecânico" (2.7) é de $P_U/\eta_{SIS} = 14{,}9$ kW, o que corresponde a um consumo mensal de energia de 10,7 MWh. Considerando a vazão obtida (3.23), que correspondente a 2172 m^3 por mês, o consumo específico mensal resulta em 4,95 kWh/m^3.

No sistema acionado pelo motor tubular, a potência de entrada (2.12) seria $F_0 \cdot v_N/\eta_{NOVO} = 52{,}7$ kW, caso a ação de bombeamento fosse contínua ao longo do tempo. Considerando o ciclo de operação com $\alpha = 0{,}5$, o consumo mensal de energia deste sistema seria de 19,0 MWh.

Entretanto, o novo sistema não apresenta a redução na excursão do êmbolo, pois não há a influência mecânica das hastes e da tubulação. Portanto, a vazão deve ser maior em uma proporção $(1 - 0{,}20)^{-1} = 1{,}25$. Conclui-se que a vazão mensal passa a ser de 2714 m^3, o que resulta o consumo específico mensal de 6,99 kWh/m^3.

1.18 Considerações Finais

Apontam-se a seguir algumas vantagens da utilização do sistema utilizando o motor de indução linear tubular (Fig. 0.6) em relação ao sistema tradicional (Fig. 0.4).

- A eliminação do acionador e do conjunto de hastes elimina por completo a necessidade de manutenção mecânica no sistema de superfície, além de reduzir o espaço necessário. Evidentemente, a manutenção do novo sistema deve ser avaliada economicamente e comparada com o sistema tradicional.

- A perda de produção provocada pelo carregamento mecânico das hastes e da tubulação deixa de existir. Em outras palavras, devido ao fato de o motor ser instalado próximo à bomba, não há mais a influência da tração das hastes e da

tração e compressão da tubulação na excursão do êmbolo, além de não ser necessário sustentar o peso do conjunto de hastes em cada ciclo de bombeio.

- Não existe o problema do limite de escoamento do material das hastes, portanto, em tese, não existe limite de profundidade para produção. No caso do novo sistema, o que limita a profundidade é o desempenho térmico do motor tubular.

- O novo sistema produz força tanto no movimento ascendente como no descendente. Desta forma, é possível incrementar a produção nos poços em que haja disponibilidade no reservatório, desde que se conceba uma bomba que opere nos dois sentidos. O fator de ciclo de carga deixaria de ser relevante, portanto, nos sistemas de extração.

- Nos poços com desvios nas tubulações, é possível ainda utilizar o sistema proposto, desde que não haja desvios na região onde o motor está instalado no fundo do poço.

O aumento no consumo específico de energia elétrica é um fato na utilização do motor de indução linear tubular e já era esperado, haja vista o rendimento deste tipo de motor. No entanto, a escolha do motor tubular deve ser adequadamente ponderada, considerando os benefícios apontados nesta seção.

O MÉTODO MATRICIAL

A proposta de solução analítica da operação do motor tubular envolve o estudo da propagação dos campos elétrico e magnético em meios com geometria cilíndrica.

Neste capítulo é proposta uma solução analítica para o problema do vetor potencial magnético em coordenadas cilíndricas. O estudo é feito a partir da equação diferencial para o vetor potencial magnético em regime permanente senoidal.

Ao invés de obter a solução analítica da equação diferencial, determinam-se as relações de fronteira para os campos elétrico e magnético a partir da expressão do vetor potencial. A razão entre campo elétrico e campo magnético em cada fronteira define a impedância característica que é utilizada na obtenção das matrizes de transmissão. Através das matrizes de transmissão, é possível relacionar as grandezas de campo com as grandezas de circuitos elétricos e gerar o modelo analítico para o estudo do motor de indução linear tubular.

1.19 Dedução da Equação Diferencial

Desprezando as correntes de deslocamento, escrevem-se as equações de Maxwell relevantes na forma diferencial (4.1) a (4.3), que valem nos sistemas de coordenadas usuais (KRAUS & CARVER, 1986) e (SILVESTER, 1968).

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{4.1}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \vec{J}_e \tag{4.2}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{4.3}$$

Nas quais $\vec{B}$ (T) é o vetor indução magnética, $\vec{H}$ (A/m) é o vetor campo magnético; $\vec{J}$ (A/m^2) é o vetor densidade de corrente induzida; $\vec{J}_e$ (A/m^2) é o vetor densidade de corrente de excitação; e $\vec{E}$ (V/m) é o vetor campo elétrico.

Para meios isotrópicos em movimento, as relações constitutivas (4.4) e (4.5) podem ser escritas (SILVESTER, 1968).

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \tag{4.4}$$

$$\vec{J} = \sigma \cdot \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right) \tag{4.5}$$

Nas quais $\vec{v}$ (m/s) é a velocidade do meio; μ (H/m) é a permeabilidade magnética do meio e σ (S/m) é a condutividade do meio.

A relação constitutiva (4.4) pode melhor explicitar uma dependência direcional entre os vetores $\vec{B}$ e $\vec{H}$, sendo escrita na forma (4.6).

$$\vec{B} = [\mu] \cdot \vec{H} \tag{4.6}$$

Na qual $[\mu]$ é a matriz de permeabilidades direcionais ou "tensor" de permeabilidades. Não se considera a saturação das partes magnéticas.

Com a finalidade de explicitar uma expressão para o vetor potencial magnético, escrevem-se as relações auxiliares (4.7) e (4.8) a seguir (SILVESTER, 1968).

$$\vec{B} = \nabla \times \vec{A} \tag{4.7}$$

$$\nabla \cdot \vec{A} = 0 \tag{4.8}$$

Nas quais $\vec{A}$ (Wb/m) é o vetor potencial magnético.

A descrição geométrica do motor tubular para este estudo é simplificada admitindo que o motor é constituído por um conjunto de tubos concêntricos colocados na direção vertical. Relembrando o diagrama da Fig. 0.5, cada tubo concêntrico é considerado um meio de propagação para os campos elétrico e magnético. Desta forma, o estudo do motor tubular exige o uso do sistema de coordenadas cilíndricas, que fica determinado pelos vetores unitários nas direções radial $\vec{u}_r$, angular ou azimutal $\vec{u}_\theta$ e axial $\vec{u}_z$, conforme ilustra a Fig. 0.1.

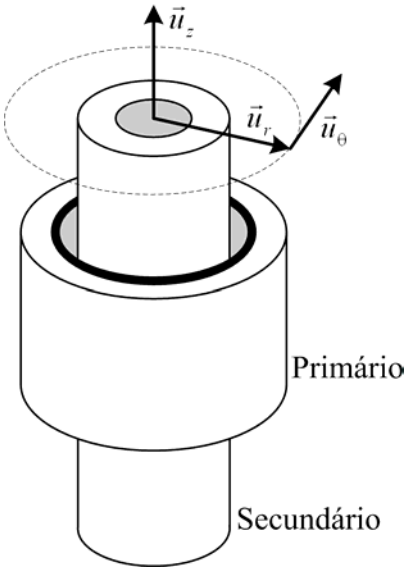

Fig. 0.1. Diagrama do motor tubular indicando vetores de referência.

Realizando um corte longitudinal no motor da Fig. 0.1, consideram-se os tubos concêntricos como regiões ou camadas nas quais se aplicam as equações de (4.1) a (4.3). A n-ésima camada apresenta as características de permeabilidade $[\mu]_{(n)}$ e condutividade $\sigma_{(n)}$ e é limitada pelas fronteiras nas quais $r = r_{(n-1)}$ e $r = r_{(n)}$, conforme representado na Fig. 0.2.

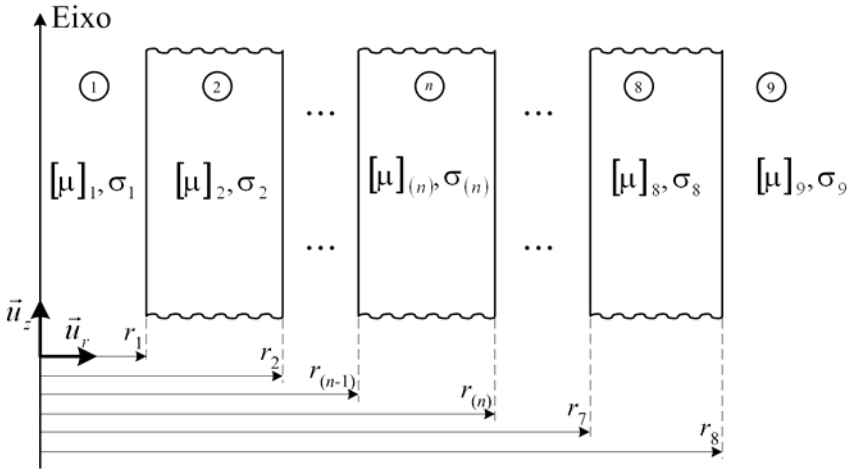

Fig. 0.2. Representação do domínio para obtenção da equação diferencial.

Comparando a Fig. 0.5 com a Fig. 0.2, escreve-se:

$$r_{(n)} = \frac{D_{(n)}}{2} \tag{4.9}$$

Na qual $n = 1, 2, ... 8$. Em geral, ao longo do texto, o índice n é usado para indicação da camada. Em outras palavras, $n = 1$ significa o intervalo $0 \leq r \leq r_1$; $n = 2$ define o intervalo $r_1 \leq r \leq r_2$ e assim sucessivamente.

A condição axissimétrica do problema indica que não há variações de grandezas na direção $\vec{u}_\theta$. Portanto, escreve-se:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = 0 \tag{4.10}$$

Particularmente, em cada camada, os vetores $\vec{J}$, $\vec{E}$ e $\vec{A}$ possuem apenas os componentes na direção $\vec{u}_\theta$ e podem ser expressos, respectivamente, como:

$$\vec{J}_{(n)} = J_{\theta(n)} \cdot \vec{u}_\theta \tag{4.11}$$

$$\vec{E}_{(n)} = E_{\theta(n)} \cdot \vec{u}_\theta \tag{4.12}$$

$$\vec{A}_{(n)} = A_{\theta(n)} \cdot \vec{u}_\theta \tag{4.13}$$

Do mesmo modo, os vetores $\vec{B}$ e $\vec{H}$ podem ser expressos conforme (4.14) e (4.15).

$$\vec{B}_{(n)} = B_{r(n)} \cdot \vec{u}_r + B_{z(n)} \cdot \vec{u}_z \tag{4.14}$$

$$\vec{H}_{(n)} = H_{r(n)} \cdot \vec{u}_r + H_{z(n)} \cdot \vec{u}_z \tag{4.15}$$

Substituindo (4.12) e (4.13) em (4.3) e (4.7), determina-se:

$$E_{\theta(n)} = -\frac{\partial A_{\theta(n)}}{\partial t} \tag{4.16}$$

De (4.10) e (4.15), pode-se obter:

$$\nabla \times \vec{H}_{(n)} = \begin{vmatrix} \frac{1}{r} \cdot \vec{u}_r & \vec{u}_\theta & \frac{1}{r} \cdot \vec{u}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_{r(n)} & 0 & H_{z(n)} \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial H_{r(n)}}{\partial z} - \frac{\partial H_{z(n)}}{\partial r} \right) \cdot \vec{u}_\theta \tag{4.17}$$

Considera-se que cada camada tem uma velocidade $\vec{v}_{(n)}$ (m/s) dada por:

$$\vec{v}_{(n)} = v_{(n)} \cdot \vec{u}_z \tag{4.18}$$

Na qual $v_{(n)}$ (m/s) é o componente da velocidade da *n*-ésima camada na direção $\vec{u}_z$.

A partir de (4.14) e (4.18), determina-se:

$$\vec{v}_{(n)} \times \vec{B}_{(n)} = \left[v_{(n)} \cdot \vec{u}_z \right] \times \left[B_{r(n)} \cdot \vec{u}_r + B_{z(n)} \cdot \vec{u}_z \right] = v_{(n)} \cdot B_{r(n)} \cdot \vec{u}_\theta \tag{4.19}$$

Combinando (4.11) e (4.12) com os resultados (4.17) e (4.19) nas equações (4.2) e (4.5), obtém-se:

$$\frac{\partial H_{r(n)}}{\partial z} - \frac{\partial H_{z(n)}}{\partial r} = \sigma_{(n)} \cdot \left[E_{\theta(n)} + v_{(n)} \cdot B_{r(n)} \right] + J_{e(n)} \tag{4.20}$$

Na qual $J_{e(n)}$ (A/m^2) é o componente de $\vec{J}_{e(n)}$ na direção $\vec{u}_\theta$.

A partir de (4.10) e (4.13), determina-se também:

$$\nabla \times \vec{A}_{(n)} = \begin{vmatrix} \frac{1}{r} \cdot \vec{u}_r & \vec{u}_\theta & \frac{1}{r} \cdot \vec{u}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & r \cdot A_{\theta(n)} & 0 \end{vmatrix} = -\frac{\partial A_{\theta(n)}}{\partial z} \cdot \vec{u}_r + \left(\frac{\partial A_{\theta(n)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot A_{\theta(n)} \right) \cdot \vec{u}_z \tag{4.21}$$

O tensor $[\mu]_{(n)}$ é útil na caracterização de camadas constituídas de materiais magneticamente diferentes (CULLEN & BARTON, 1958) e (MISHKIN, 1954). Uma forma de representar o tensor de permeabilidades é:

$$[\mu]_{(n)} = \begin{bmatrix} \mu_{r(n)} & 0 \\ 0 & \mu_{z(n)} \end{bmatrix} \tag{4.22}$$

Na qual $\mu_{r(n)}$ e $\mu_{z(n)}$ (H/m) são as permeabilidades magnéticas nas direções $\vec{u}_r$ e $\vec{u}_z$, respectivamente.

Substituindo (4.22) em (4.6), obtém-se as relações (4.23) e (4.24).

$$B_{r(n)} = \mu_{r(n)} \cdot H_{r(n)} \tag{4.23}$$

$$B_{z(n)} = \mu_{z(n)} \cdot H_{z(n)} \tag{4.24}$$

Combinando as relações (4.7) e (4.21) com (4.23) e (4.24), chegam-se às relações (4.25) e (4.26).

$$H_{r(n)} = \frac{1}{\mu_{r(n)}} \cdot B_{r(n)} = -\frac{1}{\mu_{r(n)}} \cdot \frac{\partial A_{\theta(n)}}{\partial z} \tag{4.25}$$

$$H_{z(n)} = \frac{1}{\mu_{z(n)}} \cdot B_{z(n)} = \frac{1}{\mu_{z(n)}} \cdot \left(\frac{\partial A_{\theta(n)}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot A_{\theta(n)} \right) \tag{4.26}$$

Substituindo (4.16), (4.25) e (4.26) em (4.20), vem:

$$\frac{\partial^2 A_{\theta(n)}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial A_{\theta(n)}}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \cdot A_{\theta(n)} + \frac{\mu_{z(n)}}{\mu_{r(n)}} \cdot \frac{\partial^2 A_{\theta(n)}}{\partial z^2} =$$

$$\mu_{z(n)} \cdot \sigma_{(n)} \cdot \left(\frac{\partial A_{\theta(n)}}{\partial t} + v_{(n)} \cdot \frac{\partial A_{\theta(n)}}{\partial z} \right) - \mu_{z(n)} \cdot J_{e(n)} \tag{4.27}$$

Como hipóteses para a seqüência do estudo, considera-se que:

(i) o motor tem comprimento infinito na direção axial;

(ii) a excitação é senoidal.

Estas hipóteses permitem escrever a expressão (4.28) para o componente $\vec{u}_\theta$ do vetor potencial magnético.

$$A_{\theta(n)} = A_{(n)}(r) \cdot e^{j(\omega t - \beta z)} \tag{4.28}$$

Na qual β (m^{-1}) é definido em (3.14); $A_{(n)}(r)$ ou simplesmente $A_{(n)}$ é uma grandeza complexa que varia com a distância radial; e ω (rad/s) é dada por (3.13).

A expressão (4.28) assume que o vetor potencial magnético tem comportamento de campo viajante na direção $\vec{u}_z$. A velocidade síncrona v_S (3.15) do vetor potencial e a

velocidade da n-ésima camada $v_{(n)}$ definem o escorregamento $s_{(n)}$ para a camada, conforme (4.29):

$$s_{(n)} = \frac{v_S - v_{(n)}}{v_S} \tag{4.29}$$

Substituindo (4.28) em (4.27), e utilizando as expressões (3.12) e (4.29), obtém-se:

$$\frac{d^2 A_{(n)}}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dA_{(n)}}{dr} - \left(\gamma_{(n)}^2 + \frac{1}{r^2} \right) \cdot A_{(n)} = -\mu_{z(n)} \cdot J_{e(n)} \tag{4.30}$$

Na qual se define

$$\gamma_{(n)}^2 = \frac{\mu_{z(n)}}{\mu_{r(n)}} \cdot \beta^2 + j \cdot \omega \cdot \mu_{z(n)} \cdot \sigma_{(n)} \cdot s_{(n)} \tag{4.31}$$

Admite-se aqui uma terceira hipótese adicional:

(iii) os enrolamentos com correntes de excitação são representados por correntes laminares equivalentes.

Desta forma, a excitação é representada como uma “capa de corrente” localizada na fronteira entre duas camadas. Para a solução de (4.30), a capa de corrente fica sendo apenas uma condição de contorno.

Pela hipótese (iii), pode-se escrever (4.30) livre de fontes, na forma a seguir.

$$\frac{d^2 A_{(n)}}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dA_{(n)}}{dr} - \left(\gamma_{(n)}^2 + \frac{1}{r^2} \right) \cdot A_{(n)} = 0 \tag{4.32}$$

A equação (4.32) é a equação diferencial do problema e é chamada de equação diferencial modificada de Bessel (KREYSZIG, 1993). A solução desta equação nas camadas sucessivas é proposta no item seguinte e determina a propagação do campo magnético em meios cilíndricos.

1.20 Matrizes de Transmissão — Solução da Equação Diferencial

As funções que satisfazem a equação diferencial homogênea (4.32) são as chamadas funções de Bessel modificadas de primeiro e segundo tipos (ABRAMOWITZ & STEGUN, 1965). Uma possível expressão para a função $A_{(n)}(r)$ é dada por (4.33).

$$A_{(n)}(r) = C_{1(n)} \cdot I_1(\gamma_{(n)} \cdot r) + C_{2(n)} \cdot K_1(\gamma_{(n)} \cdot r) \tag{4.33}$$

Na qual $C_{1(n)}$ e $C_{2(n)}$ são coeficientes a determinar; I_1 e K_1 são as funções modificadas de Bessel de primeira ordem do primeiro e do segundo tipos, respectivamente. O argumento das funções I_1 e K_1 são números complexos que dependem do escorregamento e das propriedades físicas da n-ésima camada, segundo (4.31).

O primeiro passo para resolver o problema, seria substituir (4.33) em (4.32). Então, a indução e o campo magnéticos poderiam ser obtidos em função dos coeficientes $C_{1(n)}$ e $C_{2(n)}$. Este processo deveria ser feito para cada uma das 9 (nove) camadas que representam o domínio em estudo. A partir das expressões da indução e do campo escritas para cada camada, seria necessário lançar mão das 16 (dezesseis) condições de fronteira entre camadas consecutivas. Duas condições de contorno (4.34) e (4.35) são impostas:

$$A_1(0) = 0 \tag{4.34}$$

$$A_9(r)\Big|_{r \to \infty} = 0 \tag{4.35}$$

Destas últimas, determinam-se:

$$C_{21} = 0 \tag{4.36}$$

$$C_{19} = 0 \tag{4.37}$$

Entretanto, este procedimento levaria a uma manipulação algébrica extremamente complicada. Por exemplo, para o domínio de 9 (nove) camadas, seriam obtidos 14 (quatorze) coeficientes a determinar (excluindo C_{21} e C_{19}), demandando a solução de um sistema de 14 equações a 14 incógnitas, desde que a excitação fosse conhecida.

O problema da propagação do campo magnético em diferentes meios é típico de máquinas lineares. Sua solução pode ser obtida em coordenadas retangulares, com a escolha cuidadosa do eixo de referência (NASAR & BOLDEA, 1976). Pode-se também obter uma solução analítica genérica da equação diferencial para o motor linear plano (YAMAMURA et al., 1972).

Em coordenadas cilíndricas, é possível realizar simplificações no modelo descrito na seção 1.19, devido ao comportamento assintótico das funções de Bessel (DI DIO & MONTANA, 1995) e (DI DIO & MONTANA, 1996). Porém, devido ao baixo valor da freqüência elétrica de operação, as simplificações não são válidas para o motor do presente estudo.

Alguns autores resolvem o problema da propagação em coordenadas cilíndricas utilizando outras metodologias adequadas ao estudo de fluidos condutores (McCUTCHEON & AKHURST, 1968), (NEURINGER & MIGOTSKY, 1963) e (NEURINGER, 1964), campos em guias de onda (MILLINGTON & ROTHERAM, 1968) ou estudos de correntes em máquinas síncronas de pólos lisos (HAMMOND, 1959).

Entretanto, em um trabalho publicado em "The Journal of the Franklin Institute" (PIPES, 1956) é proposto o chamado método matricial ou método das matrizes de transmissão. Pipes utiliza o método para determinar correntes induzidas em meios formando lâminas condutoras em coordenadas retangulares. Este método foi adaptado para máquinas rotativas e outros problemas (CULLEN & BARTON, 1958); (FREEMAN, 1968); (FREEMAN & SMITH, 1970); (FREEMAN, 1974); (FREEMAN, 1975); (FREEMAN, 1976); (FREEMAN & BLAND, 1976) e (GREIG & FREEMAN, 1967).

Embora alguns autores tenham utilizado a teoria de máquinas lineares para estudar o motor tubular (CAMPANARI & VISTOLI, 1969); (DAVIS, 1972); (LAITHWAITE, 1957); (LAITHWAITE, 1975); (NIX & LAITHWAITE, 1966) e (PETRECCA & VISTOLI, 1972), outros trabalhos usam o método matricial adaptado especificamente ao motor de indução linear tubular com bons resultados

(EASTHAM & ALWASH, 1972) e (ZAGIRNYAK et al., 1985), e a teoria que se segue é fortemente baseada nestas publicações.

Utilizando a idéia básica da divisão do domínio em camadas, o método consiste em estudar o comportamento dos campos elétrico e magnético calculados nas fronteiras entre as camadas.

Conforme estabelecido no item 1.19, a representação da excitação pela hipótese (iii) determina que a capa de corrente fica mesmo sendo uma fronteira entre duas camadas consecutivas, ou seja, em termos da equação diferencial, a fonte passa a ser uma condição de fronteira para a solução do problema. Desta forma, a partir da capa de corrente, a propagação dos campos se dá para dentro e para fora na direção $\vec{u}_r$ (FREEMAN, 1968) e (ZAGIRNYAK et al., 1985).

O problema é então resolvido em duas partes: (a) a partir do eixo do motor até a fonte, e (b) a partir do meio externo até a fonte. A camadas compreendidas na parte (a) são denominadas camadas internas e as camadas compreendidas na parte (b) são denominadas camadas externas (FREEMAN, 1968).

1.20.1. Método matricial — solução a partir do eixo do motor

Para aplicar o método matricial é necessária a determinação dos "fasores" dos campos elétrico e magnético. O "fasor de campo" é aqui utilizado para estudar os componentes tangenciais dos campos elétrico e magnético nas fronteiras entre meios consecutivos. Restringindo o estudo a estes componentes, entende-se como "fasor de campo" um número complexo que representa a amplitude e a fase de uma grandeza senoidal no tempo, como na teoria de circuitos. A representação fasorial é conseqüência de (4.28).

A partir de (4.16) e (4.28), o fasor $E_{(n)}$ que representa o componente $\vec{u}_\theta$ do campo elétrico é obtido por (4.38), para uma referência se movendo na direção $\vec{u}_z$ junto com o meio.

$$E_{(n)} = -j \cdot \omega_{(n)} \cdot A_{(n)} \tag{4.38}$$

Na qual $\omega_{(n)}$ (rad/s) é a freqüência elétrica medida no meio. De (4.29), vem:

$$\omega_{(n)} = \omega \cdot s_{(n)} = \omega \cdot \frac{v_S - v_{(n)}}{v_S} \tag{4.39}$$

Do mesmo modo, o fasor $H_{(n)}$ que representa o componente $\vec{u}_z$ do campo magnético é obtido de (4.26) e (4.28), na forma:

$$H_{(n)} = \frac{1}{\mu_{z(n)}} \cdot \left(\frac{dA_{(n)}}{dr} + \frac{1}{r} \cdot A_{(n)} \right) \tag{4.40}$$

Substituindo (4.33) em (4.38) e (4.40), obtêm-se para os fasores de campo elétrico e magnético, respectivamente:

$$E_{(n)}(r) = -j \cdot \omega_{(n)} \cdot \left[C_{1(n)} \cdot I_1(\gamma_{(n)} \cdot r) + C_{2(n)} \cdot K_1(\gamma_{(n)} \cdot r) \right] \tag{4.41}$$

$$H_{(n)}(r) = \frac{\gamma_{(n)}}{\mu_{z(n)}} \cdot \left[C_{1(n)} \cdot I_0(\gamma_{(n)} \cdot r) - C_{2(n)} \cdot K_0(\gamma_{(n)} \cdot r) \right] \tag{4.42}$$

Nas quais I_0 e K_0 são as funções de Bessel modificadas de ordem zero do primeiro e segundo tipos, respectivamente. Para obtenção de (4.41) e (4.42), as identidades (4.43) e (4.44) são utilizadas (ABRAMOWITZ & STEGUN, 1965):

$$\frac{dI_1(\gamma \cdot r)}{dr} = \gamma \cdot I_0(\gamma \cdot r) - \frac{1}{r} \cdot I_1(\gamma \cdot r) \tag{4.43}$$

$$\frac{dK_1(\gamma \cdot r)}{dr} = -\gamma \cdot K_0(\gamma \cdot r) - \frac{1}{r} \cdot K_1(\gamma \cdot r) \tag{4.44}$$

Para o entendimento do método matricial, toma-se como exemplo a obtenção da matriz de transmissão entre a primeira e a segunda fronteiras. Observando a Fig. 0.2, na fronteira entre as camadas 1 e 2, tem-se $r = r_1$. Substituindo este valor em (4.41) e (4.42) com $n = 1$, e considerando (4.36), definem-se os fasores $\hat{E}_1$ e $\hat{H}_1$, respectivamente, na forma:

$$\hat{E}_1 = E_1(r_1) = -j \cdot \omega_1 \cdot C_{11} \cdot I_1(\gamma_1 \cdot r_1) \tag{4.45}$$

$$\hat{H}_1 = H_1(r_1) = \frac{\gamma_1}{\mu_{z1}} \cdot C_{11} \cdot I_0(\gamma_1 \cdot r_1) \tag{4.46}$$

Do mesmo modo, a partir das expressões dos campos (4.41) e (4.42) determinam-se para $n = 2$ e $r = r_1$:

$$E_2(r_1) = -j \cdot \omega_2 \cdot \left[C_{12} \cdot I_1(\gamma_2 \cdot r_1) + C_{22} \cdot K_1(\gamma_2 \cdot r_1) \right] \tag{4.47}$$

$$H_2(r_1) = \frac{\gamma_2}{\mu_{z2}} \cdot \left[C_{12} \cdot I_0(\gamma_2 \cdot r_1) - C_{22} \cdot K_0(\gamma_2 \cdot r_1) \right] \tag{4.48}$$

Neste ponto, aplica-se a propriedade da continuidade dos componentes tangenciais dos vetores $\vec{E}$ e $\vec{H}$ nas fronteiras entre as duas camadas, de acordo com o Anexo C. Desta forma, tem-se:

$$\frac{E_1(r_1)}{s_1} = \frac{E_2(r_1)}{s_2} \quad \text{ou} \quad \frac{\hat{E}_1}{s_1} = \frac{E_2(r_1)}{s_2} \tag{4.49}$$

$$H_1(r_1) = H_2(r_1) \quad \text{ou} \quad \hat{H}_1 = H_2(r_1) \tag{4.50}$$

Substituindo (4.47) em (4.49) e (4.48) em (4.50), obtêm-se:

$$I_1(\gamma_2 \cdot r_1) \cdot C_{12} + K_1(\gamma_2 \cdot r_1) \cdot C_{22} = -\frac{s_2}{j \cdot \omega_2 \cdot s_1} \hat{E}_1 = -\frac{1}{j \cdot \omega_1} \hat{E}_1 \tag{4.51}$$

$$I_0(\gamma_2 \cdot r_1) \cdot C_{12} - K_0(\gamma_2 \cdot r_1) \cdot C_{22} = \frac{\mu_{z2}}{\gamma_2} \hat{H}_1 \tag{4.52}$$

Após algumas manipulações com as funções de Bessel, as expressões (4.51) e (4.52) resultam:

$$C_{12} = -\frac{\gamma_2}{j \cdot \omega_1} \cdot K_0(\gamma_2 \cdot r_1) \cdot r_1 \cdot \hat{E}_1 + \mu_{z2} \cdot r_1 \cdot K_1(\gamma_2 \cdot r_1) \cdot \hat{H}_1 \tag{4.53}$$

$$C_{22} = -\frac{\gamma_2}{j \cdot \omega_1} \cdot I_0(\gamma_2 \cdot r_1) \cdot r_1 \cdot \hat{E}_1 - \mu_{z2} \cdot r_1 \cdot I_1(\gamma_2 \cdot r_1) \cdot \hat{H}_1 \tag{4.54}$$

Continuando, na segunda camada ($n = 2$), as relações (4.41) e (4.42), particularizadas para $r = r_2$, determinam os fasores $\hat{E}_1$ e $\hat{H}_1$, respectivamente, conforme a seguir:

$$\hat{E}_2 = E_2(r_2) = -j \cdot \omega_2 \cdot \left[C_{12} \cdot I_1(\gamma_2 \cdot r_2) + C_{22} \cdot K_1(\gamma_2 \cdot r_2) \right] \tag{4.55}$$

$$\hat{H}_2 = H_2(r_2) = \frac{\gamma_2}{\mu_{z2}} \cdot \left[C_{12} \cdot I_0(\gamma_2 \cdot r_2) - C_{22} \cdot K_0(\gamma_2 \cdot r_2) \right] \tag{4.56}$$

Substituindo (4.53) e (4.54) em (4.55) e (4.56), obtém-se a relação matricial:

$$\begin{bmatrix} r_2 \cdot \hat{E}_2 \\ \hat{H}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a'_2 & b'_2 \\ c'_2 & d'_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} r_1 \cdot \hat{E}_1 \\ \hat{H}_1 \end{bmatrix} \tag{4.57}$$

Na qual se definem os coeficientes de transmissão:

$$a'_2 = \frac{r_2 \cdot \gamma_2 \cdot \omega_2}{\omega_1} \cdot \left[I_1(\gamma_2 \cdot r_2) \cdot K_0(\gamma_2 \cdot r_1) + I_0(\gamma_2 \cdot r_1) \cdot K_1(\gamma_2 \cdot r_2) \right] \tag{4.58}$$

$$b'_2 = j \cdot \omega_2 \cdot \mu_{z2} \cdot r_2 \cdot r_1 \cdot \left[I_1(\gamma_2 \cdot r_1) \cdot K_1(\gamma_2 \cdot r_2) - I_1(\gamma_2 \cdot r_2) \cdot K_1(\gamma_2 \cdot r_1) \right] \ (\Omega\cdot\text{m}) \tag{4.59}$$

$$c'_2 = \frac{\gamma_2^2}{j \cdot \omega_1 \cdot \mu_{z2}} \cdot \left[I_0(\gamma_2 \cdot r_1) \cdot K_0(\gamma_2 \cdot r_2) - I_0(\gamma_2 \cdot r_2) \cdot K_0(\gamma_2 \cdot r_1) \right] \ (\text{S/m}) \tag{4.60}$$

$$d'_2 = r_1 \cdot \gamma_2 \cdot \left[I_0(\gamma_2 \cdot r_2) \cdot K_1(\gamma_2 \cdot r_1) + I_1(\gamma_2 \cdot r_1) \cdot K_0(\gamma_2 \cdot r_2) \right] \tag{4.61}$$

Observa-se que (4.57) relaciona os fasores dos campos tangenciais calculados em duas fronteiras consecutivas no modelo da Fig. 0.2. De forma geral, é possível escrever a equação matricial:

$$\begin{bmatrix} r_{(n)} \cdot \hat{E}_{(n)} \\ \hat{H}_{(n)} \end{bmatrix} = \left[T'^{i}_{(n)} \right] \cdot \begin{bmatrix} r_{(n-1)} \cdot \hat{E}_{(n-1)} \\ \hat{H}_{(n-1)} \end{bmatrix} \tag{4.62}$$

Na qual $\hat{E}_{(n)}$, $\hat{H}_{(n)}$, $\hat{E}_{(n-1)}$ e $\hat{H}_{(n-1)}$ são os fasores dos campos tangenciais em $r = r_{(n)}$ e em $r = r_{(n\text{-}1)}$, respectivamente, e $\left[T'^{i}_{(n)} \right]$ é a matriz de transmissão entre as fronteiras que delimitam a camada interna de ordem n e é definida na forma:

$$\left[T'^{i}_{(n)} \right] = \begin{bmatrix} a'^{i}_{(n)} & b'^{i}_{(n)} \\ c'^{i}_{(n)} & d'^{i}_{(n)} \end{bmatrix} \tag{4.63}$$

Na qual:

$$a'^{i}_{(n)} = \frac{r_{(n)} \cdot \gamma_{(n)} \cdot \omega_{(n)}}{\omega_{(n-1)}} \cdot \Big[I_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \cdot K_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) + I_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \cdot K_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \Big] \quad (4.64)$$

$$b'^{i}_{(n)} = j \cdot \omega_{(n)} \cdot \mu_{z(n)} \cdot r_{(n)} \cdot r_{(n-1)} \cdot \Big[I_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \cdot K_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) - I_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \cdot K_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \Big] \quad (\Omega\cdot\text{m}) \quad (4.65)$$

$$c'^{i}_{(n)} = \frac{\gamma^2_{(n)}}{j \cdot \omega_{(n-1)} \cdot \mu_{z(n)}} \cdot \Big[I_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \cdot K_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) - I_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \cdot K_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \Big] \quad (\text{S/m}) \quad (4.66)$$

$$d'^{i}_{(n)} = r_{(n-1)} \cdot \gamma_{(n)} \cdot \Big[I_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \cdot K_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) + I_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \cdot K_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \Big] \quad (4.67)$$

Nas relações (4.62) a (4.67) o superíndice *i* relaciona a grandeza à camada interna.

Uma das vantagens do método matricial é que os valores de $\hat{E}_1$ e $\hat{H}_1$ não necessitam ser conhecidos, a priori. Definindo a impedância característica $Z'^{i}_{(n)}$ (Ω·m), que determina a relação entre os fasores de campo elétrico e magnético na fronteira entre as camadas internas *n* e *n* + 1, tem-se:

$$Z'^{i}_{(n)} = -\frac{r_{(n)} \cdot E_{(n)}\big(r_{(n)}\big)}{H_{(n)}\big(r_{(n)}\big)} = -\frac{r_{(n)} \cdot \hat{E}_{(n)}}{\hat{H}_{(n)}} \quad (4.68)$$

Na qual $r_{(n)}$ (m) é o valor do raio dado na fronteira entre as camadas *n* e *n* + 1, conforme a Fig. 0.2; $\hat{E}_{(n)}$ e $\hat{H}_{(n)}$ são, respectivamente, os valores dos fasores dos campos elétrico e magnético calculados na fronteira.

Por exemplo, substituindo (4.45) e (4.46) em (4.68), vem:

$$Z'^{i}_{1} = -\frac{r_1 \cdot \hat{E}_1}{\hat{H}_1} = \frac{j \cdot \omega_1 \cdot \mu_{z1} \cdot r_1}{\gamma_1} \cdot \frac{I_1\big(\gamma_1 \cdot r_1\big)}{I_0\big(\gamma_1 \cdot r_1\big)} \quad (4.69)$$

Fazendo a analogia dos fasores campo elétrico e magnético com tensão e corrente, respectivamente, pode-se representar (4.69) na forma de um circuito elétrico, conforme ilustra a Fig. 0.3.

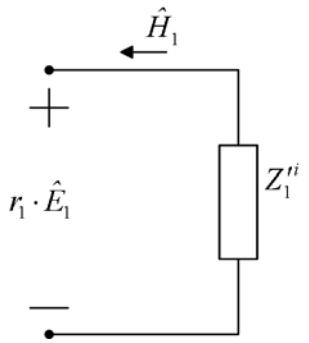

Fig. 0.3. Circuito equivalente para a primeira camada.

Desta forma, é possível representar o motor como uma sucessão de domínios modelados por matrizes de transmissão. Utilizando (4.62) e (4.69), cada camada é caracterizada pela matriz de transmissão $\left[T_{(n)}'^i\right]$ e pelos valores de fronteira dos campos elétrico e magnético. Então, escreve-se:

$$\begin{bmatrix} r_{(K)} \cdot \hat{E}_{(K)} \\ \hat{H}_{(K)} \end{bmatrix} = \left[T_{(K)}'^i\right] \cdot \left[T_{(K-1)}'^i\right] \cdots \left[T_3'^i\right] \cdot \left[T_2'^i\right] \cdot \begin{bmatrix} r_1 \cdot \hat{E}_1 \\ \hat{H}_1 \end{bmatrix} \tag{4.70}$$

Na qual o índice K se refere à fronteira com $r = r_{(K)}$, para a qual se representa a fonte, conforme se descreve no item 1.21.

A partir de (4.69) e (4.70) é possível determinar uma representação matricial para as camadas desde o eixo do motor até a fonte, conforme ilustrado na Fig. 0.4.

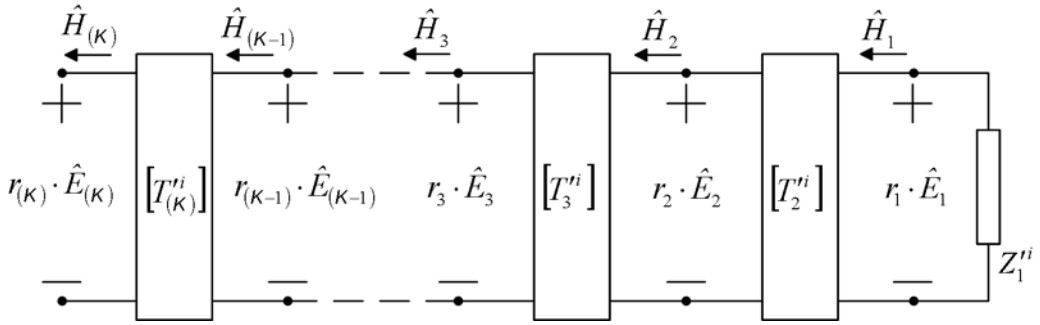

Fig. 0.4. Representação matricial do motor até a K-ésima camada.

1.20.2. Método matricial — solução a partir do meio externo

Nas linhas a seguir, são determinados os campos elétrico e magnético a partir do meio externo, ou seja, de fora para dentro. Adotando o superíndice *e* para denotar "externo", neste caso, um procedimento semelhante ao feito na seção 1.20.1 leva a uma representação na forma:

$$\begin{bmatrix} r_{(n-1)} \cdot \hat{E}_{(n-1)} \\ \hat{H}_{(n-1)} \end{bmatrix} = \left[T'^{e}_{(n)}\right] \cdot \begin{bmatrix} r_{(n)} \cdot \hat{E}_{(n)} \\ \hat{H}_{(n)} \end{bmatrix} \tag{4.71}$$

Na qual os fasores $\hat{E}_{(n-1)}$, $\hat{H}_{(n-1)}$, $\hat{E}_{(n)}$ e $\hat{H}_{(n)}$ representam os campos tangenciais em $r = r_{(n—1)}$ e em $r = r_{(n)}$, respectivamente. $\left[T'^{e}_{(n)}\right]$ é a matriz de transmissão entre as fronteiras da camada externa de ordem *n* e é definida por

$$\left[T'^{e}_{(n)}\right] = \begin{bmatrix} a'^{e}_{(n)} & b'^{e}_{(n)} \\ c'^{e}_{(n)} & d'^{e}_{(n)} \end{bmatrix} \tag{4.72}$$

Na qual os coeficientes de transmissão para as camadas externas são dados a seguir.

$$a'^{e}_{(n)} = \frac{r_{(n-1)} \cdot \gamma_{(n)} \cdot \omega_{(n-1)}}{\omega_{(n)}} \cdot \Big[I_1\left(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\right) \cdot K_0\left(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\right) + I_0\left(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\right) \cdot K_1\left(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\right) \Big] \tag{4.73}$$

$$b'^{e}_{(n)} = j \cdot \omega_{(n-1)} \cdot \mu_{z(n)} \cdot r_{(n)} \cdot r_{(n-1)} \cdot \Big[I_1\left(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\right) \cdot K_1\left(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\right) - I_1\left(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\right) \cdot K_1\left(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\right) \Big] \quad (\Omega\cdot\text{m}) \tag{4.74}$$

$$c'^{e}_{(n)} = \frac{\gamma^2_{(n)}}{j \cdot \omega_{(n)} \cdot \mu_{z(n)}} \cdot \Big[I_0\left(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\right) \cdot K_0\left(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\right) - I_0\left(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\right) \cdot K_0\left(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\right) \Big] \quad (\text{S/m}) \tag{4.75}$$

$$d'^{e}_{(n)} = r_{(n)} \cdot \gamma_{(n)} \cdot \Big[I_0\left(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\right) \cdot K_1\left(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\right) + I_1\left(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\right) \cdot K_0\left(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\right) \Big] \tag{4.76}$$

Novamente, define-se a impedância característica $Z'^{e}_{(n+1)}$ (Ω·m), que relaciona os fasores de campo elétrico e campo magnético na fronteira entre as camadas externas $n + 1$ e n, na forma de (4.77).

$$Z'^{e}_{(n+1)} = \frac{r_{(n)} \cdot E_{(n)}\left(r_{(n)}\right)}{H_{(n)}\left(r_{(n)}\right)} = \frac{r_{(n)} \cdot \hat{E}_{(n)}}{\hat{H}_{(n)}} \tag{4.77}$$

Para a representação da camada exterior (última camada), é necessário lançar mão da condição de contorno (4.35). De maneira idêntica à primeira camada, os valores de $\hat{E}_8$ e $\hat{H}_8$ (calculados em $r = r_8$) não necessitam de conhecimento prévio. Para evitar isto, a impedância característica da camada exterior Z'^{e}_{9} (Ω·m) é obtida conforme (4.78).

$$Z'^{e}_{9} = \frac{r_8 \cdot \hat{E}_8}{\hat{H}_8} \tag{4.78}$$

A partir de (4.41) e (4.42) e com $n = 9$, determinam-se as expressões dos fasores de campo elétrico e magnético para o meio externo, conforme a seguir.

$$E_9(r) = -j \cdot \omega_9 \cdot \left[C_{19} \cdot I_1(\gamma_9 \cdot r) + C_{29} \cdot K_1(\gamma_9 \cdot r)\right] \tag{4.79}$$

$$H_9(r) = \frac{\gamma_9}{\mu_{z9}} \cdot \left[C_{19} \cdot I_0(\gamma_9 \cdot r) - C_{29} \cdot K_0(\gamma_9 \cdot r)\right] \tag{4.80}$$

Calculando estas últimas expressões em $r = r_8$ e considerando (4.37), definem-se as condições de continuidade dos campos elétrico e magnético a seguir:

$$\frac{\hat{E}_8}{s_8} = \frac{E_9(r_8)}{s_9} = -j \cdot \frac{\omega_9 \cdot C_{29} \cdot K_1(\gamma_9 \cdot r_8)}{s_9} \tag{4.81}$$

$$\hat{H}_8 = H_9(r_8) = \frac{\gamma_9}{\mu_{z9}} \cdot C_{29} \cdot K_0(\gamma_9 \cdot r_8) \tag{4.82}$$

Substituindo (4.81) e (4.82) em (4.78), determina-se:

$$Z'^{e}_{9} = \frac{j \cdot \omega_8 \cdot \mu_{z9} \cdot r_8}{\gamma_9} \cdot \frac{K_1(\gamma_9 \cdot r_8)}{K_0(\gamma_9 \cdot r_8)} \tag{4.83}$$

Deste modo, a analogia dos fasores campo elétrico e magnético com tensão e corrente, respectivamente, para a última camada produz a representação de circuito mostrada na Fig. 0.5.

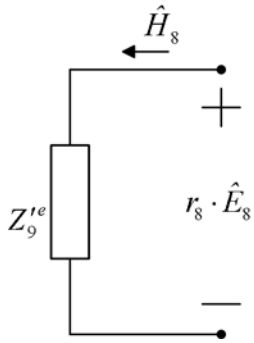

Fig. 0.5. Circuito equivalente para a última camada (meio externo).

Novamente, o motor é representado como uma sucessão de camadas caracterizadas pelas matrizes de transmissão. Desta forma, determina-se:

$$\begin{bmatrix} r_{(K)} \cdot \hat{E}_{(K)} \\ \hat{H}_{(K)}^{(e)} \end{bmatrix} = \left[T'^{e}_{(K+1)}\right] \cdot \left[T'^{e}_{(K+2)}\right] \cdots \left[T'^{e}_{8}\right] \cdot \begin{bmatrix} r_8 \cdot \hat{E}_8 \\ \hat{H}_8 \end{bmatrix} \tag{4.84}$$

Na qual o índice K remete à fronteira onde é representada a fonte. O símbolo $\hat{H}_{(K)}^{(e)}$ é usado para diferenciar do fasor de campo magnético $\hat{H}_{(K)}$, empregado em (4.70).

A partir de (4.83) e (4.84), representa-se o equivalente matricial das camadas externas do motor, desde o meio externo até a fonte, conforme a Fig. 0.6.

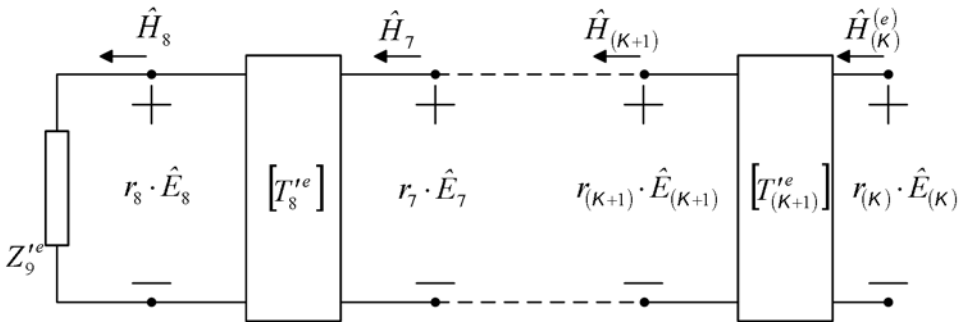

Fig. 0.6. Representação matricial do motor a partir da camada externa.

A forma de conectar o diagrama da Fig. 0.4 com o da Fig. 0.6 é descrita na seção a seguir.

1.21 Inclusão da Fonte no Método Matricial

Pela hipótese (iii), representa-se a excitação do motor de indução linear tubular pela corrente laminar $\vec{J}_S$ (A/m), concentrada na fronteira entre a camada interna de ordem K e a camada externa de ordem $K+1$. Esta condição é representada na Fig. 0.7, na qual a fronteira entre as camadas está localizada em $r = r_{(K)}$.

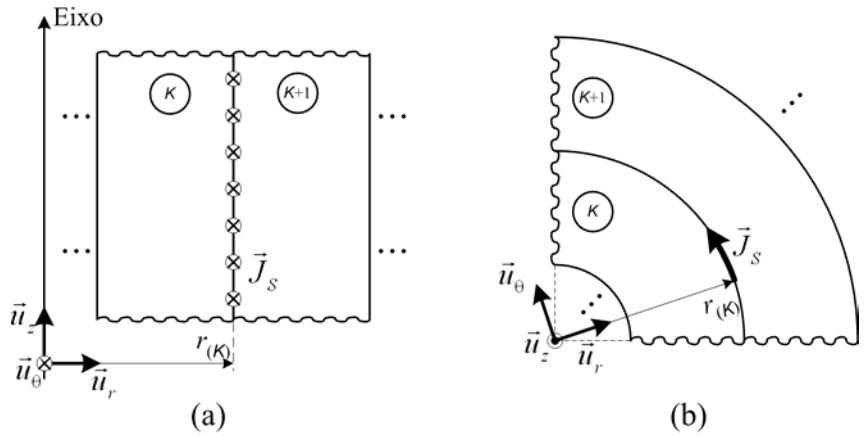

Fig. 0.7. Corrente de excitação laminar $\vec{J}_S$. Vista em corte longitudinal (a) e transversal (b).

Admitindo que os meios K e $K+1$ estejam parados em relação a um referencial fixo, tem-se $s_{(K)} = s_{(K+1)} = 1$, pela continuidade dos campos na fronteira. Então, escrevem-se:

$$E_{(K)}\left(r_{(K)}\right) = E_{(K+1)}\left(r_{(K)}\right) = \hat{E}_{(K)} \tag{4.85}$$

$$H_{(K)}\left(r_{(K)}\right) - H_{(K+1)}\left(r_{(K)}\right) = J_S \text{ ou } \hat{H}_{(K)} - \hat{H}_{(K)}^{(e)} = J_S \tag{4.86}$$

Nas quais J_S (A/m) é o componente $\vec{u}_\theta$ do vetor $\vec{J}_S$; $\hat{H}_{(K)} = H_{(K)}\left(r_{(K)}\right)$ e $\hat{H}_{(K)}^{(e)} = H_{(K+1)}\left(r_{(K)}\right)$.

As duas últimas equações também podem ser representadas na forma de circuito elétrico, conforme mostra a Fig. 0.8.

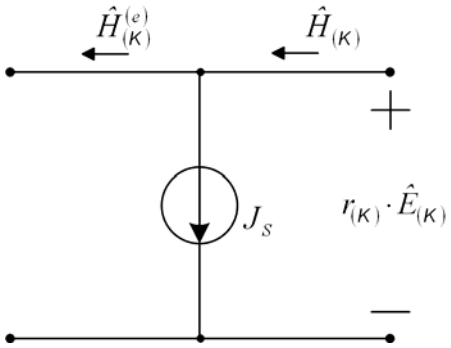

Fig. 0.8. Modelo para inclusão da excitação na fronteira $r = r_{(K)}$.

Desta forma, a representação da Fig. 0.8 pode ser incluída nos modelos matriciais descritos na Fig. 0.4 e na Fig. 0.6. O resultado é ilustrado na Fig. 0.9.

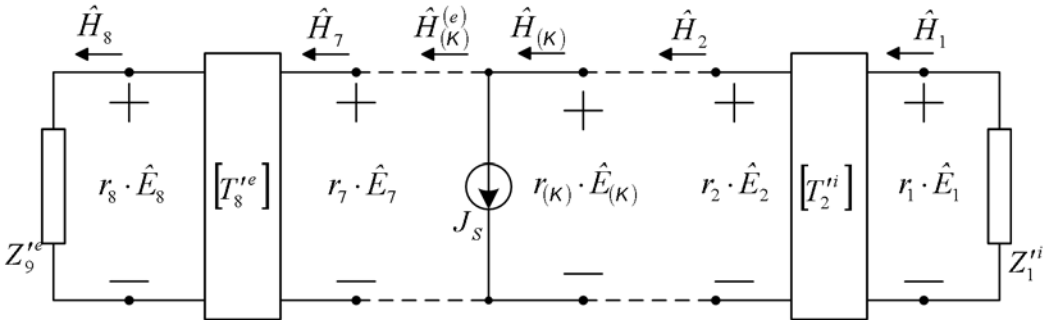

Fig. 0.9. Representação matricial completa para o motor.

No Capítulo 0, determina-se o circuito equivalente do motor tubular a partir do método matricial.

O CIRCUITO EQUIVALENTE DO MOTOR TUBULAR

A teoria desenvolvida no presente capítulo é obtida a partir de dois artigos sobre o motor tubular (EASTHAM & ALWASH, 1972) e (ZAGIRNYAK et al., 1985). Nestes, as grandezas de campo e de circuito têm sua correspondência estabelecida, embora de uma forma que não aproveita os métodos de solução e conceitos do circuito equivalente da máquina de indução rotativa.

Nas linhas a seguir, procura-se relacionar de maneira diferente as impedâncias características do método matricial (definidas no Capítulo 0) com as impedâncias do circuito equivalente.

Desta forma, o resultado obtido permite a aplicação direta dos conceitos utilizados na solução do circuito equivalente, como se o modelo em estudo representasse o circuito equivalente convencional da máquina de indução. Apresenta-se também um modelo aproximado, cujo objetivo é obter uma representação similar ao circuito equivalente tradicional do motor, conforme descrito no Capítulo 0.

1.22 Tensão de Fase e Campo Elétrico

A relação entre a tensão eficaz de fase V_f e o fluxo magnético por pólo da máquina ϕ_p é definida por (3.7). Através das equações de Maxwell, é possível relacionar ϕ_p e as amplitudes da indução e do campo elétrico e, desta forma, determinar uma relação entre o campo elétrico e as tensões eficazes de fase.

O fluxo magnético é obtido pela integral de superfície da indução conforme (5.1).

$$\phi_p = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \tag{5.1}$$

Considerando uma superfície de integração cilíndrica S limitada a um passo polar da máquina para o cálculo de (5.1), $d\vec{S}$ tem a mesma direção do vetor unitário na

direção radial $\vec{u}_r$. A superfície S tem raio correspondente a r_g (m), determinado pela linha média do entreferro, conforme ilustra a Fig. 0.1.

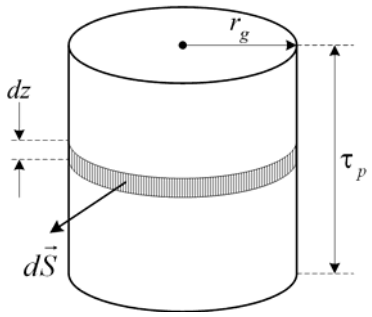

Fig. 0.1. Representação da superfície de integração — cilindro limitado pelo passo polar e pelo raio médio do entreferro do motor tubular.

A partir da Fig. 0.1, determina-se:

$$d\vec{S} = 2 \cdot \pi \cdot r_g \cdot dz \cdot \vec{u}_r \tag{5.2}$$

Do mesmo modo, a partir de (3.11), é possível representar o componente da indução $\vec{B}$ na direção $\vec{u}_r$ na forma:

$$\hat{B}_r(z) = B_g \cdot cos(\beta \cdot z) \tag{5.3}$$

Na qual B_g (T) é a amplitude da indução no entreferro e o número de onda β (m^{-1}) se relaciona com o passo polar através de (3.14).

Substituindo (5.2) e (5.3) em (5.1), determina-se:

$$\phi_p = 4 \cdot r_g \cdot \tau_p \cdot B_g \tag{5.4}$$

Aqui, torna-se necessário relacionar as amplitudes do vetor $\vec{B}$ na direção $\vec{u}_r$ e do vetor $\vec{E}$. A partir de (4.25) e (4.28), a relação entre B_g e o módulo do fasor do vetor potencial magnético é obtida na forma:

$$B_g = \beta \cdot |A_\theta| \tag{5.5}$$

Do mesmo modo, a partir de (4.28) e (4.38), a relação entre o módulo do vetor $\vec{E}$ na direção $\vec{u}_\theta$ e o módulo do fasor do vetor potencial magnético no entreferro é determinada por:

$$E_\theta = \omega \cdot |A_\theta| \tag{5.6}$$

Combinando (5.5) e (5.6) e usando as relações (3.12) e (3.14), determina-se:

$$\frac{B_g}{E_\theta} = \frac{\beta}{\omega} = \frac{1}{v_S} \tag{5.7}$$

Observando as relações (3.7), (5.4) e (5.7), verifica-se que é possível estabelecer uma relação entre a tensão eficaz de fase e a amplitude do componente $\vec{u}_\theta$ do campo elétrico. Desta forma, escreve-se:

$$V_f = F_V \cdot r_g \cdot E_\theta \tag{5.8}$$

Na qual se define

$$F_V = \sqrt{2} \cdot \pi \cdot N_f \cdot k_e \tag{5.9}$$

F_V é um número adimensional idealizado que torna possível converter as grandezas do campo elétrico em tensões eficazes. A exclusão do raio r_g permite que F_V seja aplicado a qualquer produto $r_{(n)} \cdot \hat{E}_{(n)}$ da representação matricial da Fig. 0.9, para camadas externas e internas.

1.23 Corrente de Fase e Campo Magnético

A força magnetomotriz F_1 (A·espiras) é obtida pela circulação do campo magnético $\vec{H}$ em um percurso fechado C. Se este percurso envolve a corrente elétrica da máquina, é possível relacionar a força magnetomotriz e a corrente de fase I_f, de acordo com (3.9).

Considerando a densidade de corrente $\vec{J}_S$ em um meio condutor, escreve-se a relação integral de Maxwell:

$$F_1 = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_S \vec{J}_S \cdot d\vec{S} \tag{5.10}$$

Na qual S é uma superfície limitada pelo contorno C.

No presente estudo, a função $\vec{J}_S$ é a excitação representada por uma corrente laminar, conforme estabelecido na seção 1.21. Dado o vetor corrente de excitação na mesma forma que o vetor potencial representado por (4.28), pode-se escrever a dependência espacial de $\vec{J}_S$ na forma:

$$\vec{J}_S = J_S \cdot cos(\beta \cdot z) \cdot \vec{u}_\theta \tag{5.11}$$

Na qual J_S (A/m) é a amplitude do vetor $\vec{J}_S$.

Escolhendo o contorno C de forma a compreender o percurso de um passo polar ao longo do entreferro, conforme a Fig. 0.2, e combinando (3.14), (5.10) e (5.11), obtém-se:

$$F_1 = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{-\frac{\tau_p}{2}}^{\frac{\tau_p}{2}} J_S \cdot \cos(\beta \cdot z)\, dz = \frac{2}{\pi} \cdot \tau_p \cdot J_S \tag{5.12}$$

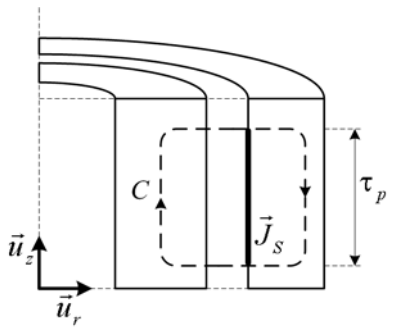

Fig. 0.2. Escolha do contorno para obtenção da força magnetomotriz.

Combinando o resultado de (5.12) com (3.9), pode-se estabelecer uma relação entre o componente $\vec{u}_z$ do campo magnético e a corrente eficaz de fase, visto que as

dimensões de $\vec{J}_S$ e $\vec{H}$ são semelhantes. Desta forma, para as camadas internas, escreve-se:

$$I_f = -F_I \cdot |H_z| \tag{5.13}$$

Na qual se define o fator F_I (m), dado por:

$$F_I = \frac{2p \cdot \tau_p}{3 \cdot \sqrt{2} \cdot N_f \cdot k_e} \tag{5.14}$$

Para as camadas externas, usa-se:

$$I_f = F_I \cdot |H_z| \tag{5.15}$$

F_I permite a conversão de grandezas fasoriais de campo magnético para correntes eficazes de fase.

1.24 Impedâncias do Circuito Equivalente

Para relacionar as impedâncias características das camadas internas (4.68) e das camadas externas (4.77) com as impedâncias de circuito, é necessário definir um fator de conversão de impedâncias.

Dado que a impedância de circuito Z (Ω) é definida como a relação entre dois fasores quaisquer de tensão e de corrente, a partir de (5.8), (5.13) e (5.15), escreve-se:

$$Z = \frac{V_f}{I_f} = \begin{cases} \dfrac{F_V \cdot r_g \cdot |E_\theta|}{-F_I \cdot |H_z|} & \text{para camadas internas} \\[2ex] \dfrac{F_V \cdot r_g \cdot |E_\theta|}{F_I \cdot |H_z|} & \text{para camadas externas} \end{cases} \tag{5.16}$$

Comparando (4.68) e (4.77) com os resultados expressos em (5.16), pode-se estabelecer a seguinte relação:

$$Z_{(n)} = \mp F_Z \cdot Z'_{(n)} \tag{5.17}$$

Na qual $Z_{(n)}$ (Ω) é a impedância de circuito da *n*-ésima fronteira; $Z'_{(n)}$ é definida por (4.68) ou (4.77) e F_Z (m^{-1}) é o fator de conversão de impedâncias características de campo para impedâncias de circuito. Os sinais negativo ou positivo associam-se, respectivamente, às camadas internas e externas. F_Z é definido como:

$$F_Z = \frac{F_V}{F_I} = \frac{3 \cdot \pi \cdot N_f^2 \cdot k_e^2}{p \cdot \tau_p} \tag{5.18}$$

Tomando as camadas internas, a partir da Fig. 0.9, cada camada pode ser representada na forma de um quadripolo, caracterizado pela matriz de transmissão $\left[T'_{(n)}\right]$, conforme ilustrado na Fig. 0.3.

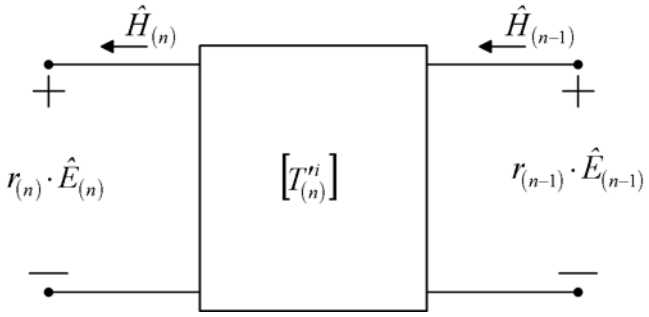

Fig. 0.3. Representação matricial da camada como um quadripolo.

Desta forma, a partir de (4.62) e (4.63), escreve-se:

$$\left.\begin{aligned} r_{(n)} \cdot \hat{E}_{(n)} &= a'^{i}_{(n)} \cdot r_{(n-1)} \cdot \hat{E}_{(n-1)} + b'^{i}_{(n)} \cdot \hat{H}_{(n-1)} \\ \hat{H}_{(n)} &= c'^{i}_{(n)} \cdot r_{(n-1)} \cdot \hat{E}_{(n-1)} + d'^{i}_{(n)} \cdot \hat{H}_{(n-1)} \end{aligned}\right\} \tag{5.19}$$

E a partir de (4.68), define-se:

$$Z'^{i}_{(n-1)} = -\frac{r_{(n-1)} \cdot \hat{E}_{(n-1)}}{\hat{H}_{(n-1)}} \tag{5.20}$$

Combinando (5.19) e (5.20), a impedância de campo da *n*-ésima camada interna $Z'_{(n)}$ pode ser obtida conforme (5.21).

$$Z'^{i}_{(n)} = -\frac{r_{(n)} \cdot \hat{E}_{(n)}}{\hat{H}_{(n)}} = -\frac{a'^{i}_{(n)} \cdot \dfrac{r_{(n-1)} \cdot \hat{E}_{(n-1)}}{\hat{H}_{(n-1)}} + b'^{i}_{(n)}}{c'^{i}_{(n)} \cdot \dfrac{r_{(n-1)} \cdot \hat{E}_{(n-1)}}{\hat{H}_{(n-1)}} + d'^{i}_{(n)}} = -\frac{b'^{i}_{(n)} - Z'_{(n-1)} \cdot a'^{i}_{(n)}}{d'^{i}_{(n)} - Z'_{(n-1)} \cdot c'^{i}_{(n)}} \tag{5.21}$$

Substituindo (5.21) em (5.17) e realizando algumas manipulações, vem:

$$Z'^{i}_{(n)} = \frac{-F_Z \cdot b'^{i}_{(n)} + Z^{i}_{(n-1)} \cdot a'^{i}_{(n)}}{d'^{i}_{(n)} - Z^{i}_{(n-1)} \cdot \dfrac{c'^{i}_{(n)}}{F_Z}} \tag{5.22}$$

Na qual se define

$$Z^{i}_{(n-1)} = F_Z \cdot Z'^{i}_{(n-1)} \tag{5.23}$$

Seguindo o mesmo raciocínio, a representação de uma camada interna na forma de quadripolo pode ser feita, em termos de circuitos elétricos, por uma certa matriz de transmissão $\left[T^{i}_{(n)}\right]$, conforme a Fig. 0.4.

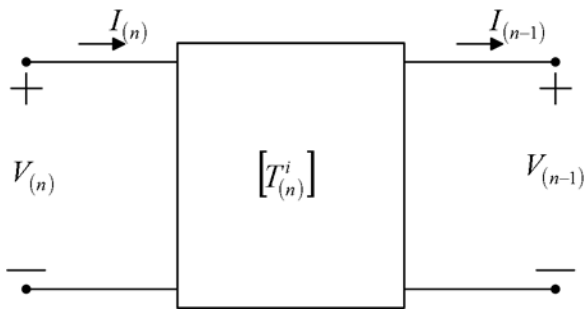

Fig. 0.4. Representação do circuito equivalente da camada como um quadripolo.

A partir da Fig. 0.4, pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} V_{(n)} \\ I_{(n)} \end{bmatrix} = \left[T^{i}_{(n)}\right] \cdot \begin{bmatrix} V_{(n-1)} \\ I_{(n-1)} \end{bmatrix} \tag{5.24}$$

Na qual $V_{(n)}$, $I_{(n)}$, $V_{(n-1)}$ e $I_{(n-1)}$ representam os fasores de tensão e corrente associados às fronteiras em que $r = r_{(n)}$ e $r = r_{(n-1)}$, respectivamente.

$\left[T^{i}_{(n)}\right]$ pode ser obtida a partir de $\left[T'^{i}_{(n)}\right]$. Admitindo que $\left[T^{i}_{(n)}\right]$ seja da forma:

$$\left[T^i_{(n)}\right] = \begin{bmatrix} a^i_{(n)} & b^i_{(n)} \\ c^i_{(n)} & d^i_{(n)} \end{bmatrix} \tag{5.25}$$

Na qual $a^i_{(n)}, b^i_{(n)}, c^i_{(n)}$ e $d^i_{(n)}$ são os parâmetros de transmissão a determinar, combinam-se (5.24) e (5.25) na forma a seguir:

$$\left.\begin{aligned} V_{(n)} &= a^i_{(n)} \cdot V_{(n-1)} + b^i_{(n)} \cdot I_{(n-1)} \\ I_{(n)} &= c^i_{(n)} \cdot V_{(n-1)} + d^i_{(n)} \cdot I_{(n-1)} \end{aligned}\right\} \tag{5.26}$$

Definindo a impedância $Z^i_{(n-1)}$ (Ω) como:

$$Z^i_{(n-1)} = \frac{V_{(n-1)}}{I_{(n-1)}} \tag{5.27}$$

Então, combinando (5.26) e (5.27), determina-se a impedância $Z^i_{(n)}$ (Ω) da *n*-ésima camada interna na forma a seguir:

$$Z^i_{(n)} = \frac{V_{(n)}}{I_{(n)}} = \frac{b^i_{(n)} + Z^i_{(n-1)} \cdot a^i_{(n)}}{d^i_{(n)} + Z^i_{(n-1)} \cdot c^i_{(n)}} \tag{5.28}$$

Comparando (5.22) e (5.28), determinam-se os parâmetros de transmissão $a^i_{(n)}, b^i_{(n)}, c^i_{(n)}$ e $d^i_{(n)}$ para as camadas internas nas expressões a seguir:

$$a^i_{(n)} = a'^i_{(n)} \tag{5.29}$$

$$b^i_{(n)} = -F_Z \cdot b'^i_{(n)} \tag{5.30}$$

$$c^i_{(n)} = -\frac{c'^i_{(n)}}{F_Z} \tag{5.31}$$

$$d^i_{(n)} = d'^i_{(n)} \tag{5.32}$$

Substituindo as relações (4.64) a (4.67) nas relações (5.29) a (5.32), determinam-se para as camadas internas:

$$a^{i}_{(n)} = \frac{r_{(n)} \cdot \gamma_{(n)} \cdot \omega_{(n)}}{\omega_{(n-1)}} \cdot \Big[I_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \cdot K_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \; + \; I_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \cdot K_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \Big] \tag{5.33}$$

$$b^{i}_{(n)} = j \cdot \omega_{(n)} \cdot \mu_{z(n)} \cdot r_{(n)} \cdot r_{(n-1)} \cdot \Big[I_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \cdot K_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \; - \; I_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \cdot K_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \Big] \cdot F_Z \; (\Omega) \tag{5.34}$$

$$c^{i}_{(n)} = \frac{\gamma^2_{(n)}}{j \cdot \omega_{(n-1)} \cdot \mu_{z(n)} \cdot F_Z} \cdot \Big[I_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \cdot K_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \; - \; I_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \cdot K_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \Big] \; (\mathrm{S}) \tag{5.35}$$

$$d^{i}_{(n)} = r_{(n-1)} \cdot \gamma_{(n)} \cdot \Big[I_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \cdot K_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \; + \; I_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \cdot K_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \Big] \tag{5.36}$$

Da mesma forma, pode-se demonstrar que, para as camadas externas, os coeficientes de transmissão $a^{e}_{(n)}, b^{e}_{(n)}, c^{e}_{(n)}$ e $d^{e}_{(n)}$ são dados por:

$$a^{e}_{(n)} = \frac{r_{(n-1)} \cdot \gamma_{(n)} \cdot \omega_{(n-1)}}{\omega_{(n)}} \cdot \Big[I_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \cdot K_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \; + \; I_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \cdot K_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \Big] \tag{5.37}$$

$$b^{e}_{(n)} = j \cdot \omega_{(n-1)} \cdot \mu_{z(n)} \cdot r_{(n)} \cdot r_{(n-1)} \cdot \Big[I_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \cdot K_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \; - \; I_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \cdot K_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \Big] \cdot F_Z \; (\Omega) \tag{5.38}$$

$$c^{e}_{(n)} = \frac{\gamma^2_{(n)}}{j \cdot \omega_{(n)} \cdot \mu_{z(n)} \cdot F_Z} \cdot \Big[I_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \cdot K_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \; - \; I_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \cdot K_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \Big] \; (\mathrm{S}) \tag{5.39}$$

$$d^{e}_{(n)} = r_{(n)} \cdot \gamma_{(n)} \cdot \Big[I_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \cdot K_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) + I_1\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n)}\big) \cdot K_0\big(\gamma_{(n)} \cdot r_{(n-1)}\big) \Big] \tag{5.40}$$

Desta forma, cada camada do motor tubular (interna ou externa à fonte) é representada por uma matriz de transferência. Esta representação permite estudar o comportamento do motor tubular, desde que se conheçam as características físicas dos materiais que compõem cada camada.

1.25 Excitação do Circuito Equivalente

A dedução da equação diferencial no Capítulo 0 considera as regiões com ranhuras e dentes como camadas anisotrópicas. Estas camadas são as principais responsáveis pela dispersão, pois as correntes nos enrolamentos primário e secundário circulam nestas regiões. Quando se representa a excitação na forma de uma corrente laminar, as regiões que confinam os enrolamentos do primário deixam de apresentar o fluxo disperso.

Fato idêntico ocorre quando se aplica o conceito da capa de corrente na teoria das máquinas rotativas (McPHERSON & LARAMORE, 1990). Nestas máquinas, o desempenho do circuito magnético é afetado de forma pouco relevante pela chamada impedância de fase do primário, que incorpora a resistência ôhmica e a reatância de dispersão por fase (LAITHWAITE, 1966).

Dado que o fator F_I pode também ser utilizado para relacionar a corrente de fase I_f com a densidade laminar de corrente J_S, propõe-se que a fonte de corrente do circuito da Fig. 0.9 seja substituída pela associação de uma fonte de tensão V_f em série com a impedância de fase do primário. É possível demonstrar que esta representação mantém o balanço de potência ativa do primário (ZAGIRNYAK et al., 1985).

A impedância de fase do primário é a associação de R_1 e X_1, obtidas da Tabela A-2. R_1 (Ω) é a resistência elétrica do enrolamento primário por fase e X_1 (Ω) é a reatância de dispersão do primário por fase, valores obtidos da teoria das máquinas elétricas.

Um esboço do modelo do motor tubular, incluindo a fonte, é mostrado na Fig. 0.5. As diferentes camadas são relacionadas às regiões criadas na Fig. 0.3.

Na Fig. 0.5, a excitação está colocada em $r = r_6$, na fronteira entre as camadas 6 e 7, que representam a capa magnética e a região das ranhuras e dentes do primário, respectivamente. Esta escolha, de certa forma, é intuitiva, embora seja possível arbitrar a posição da fonte (FREEMAN, 1968).

Por questões visuais evidentes, na Fig. 0.5 e nos itens seguintes são omitidos os superíndices *i* e *e*.

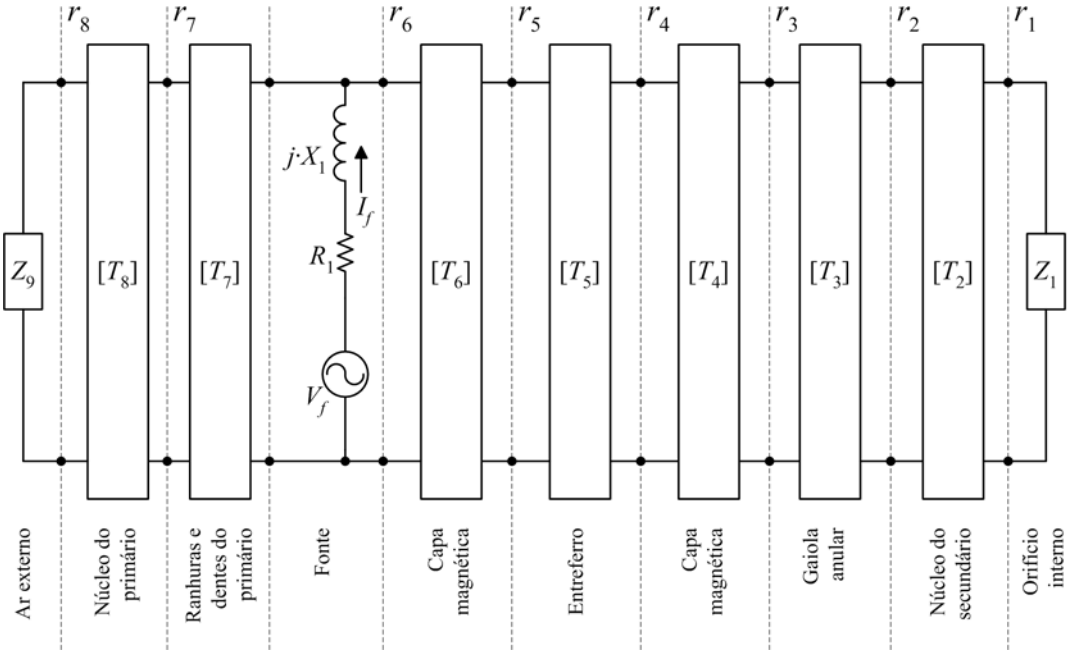

Fig. 0.5. Circuito equivalente do motor tubular.

1.26 Solução do Circuito Equivalente

Nas linhas a seguir, determina-se a força eletromagnética desenvolvida pelo motor a partir do método das matrizes de transferência. Em seguida os conceitos são utilizados para resolver o circuito equivalente da Fig. 0.5.

1.26.1. Cálculo da força

Para o cálculo da força desenvolvida, considera-se a Fig. 0.6, na qual se representa uma fronteira entre as camadas de ordem n e $n+1$. Nesta fronteira, os campos tangenciais elétrico $\vec{E}_{(n)}$ e magnético $\vec{H}_{(n)}$ são dados.

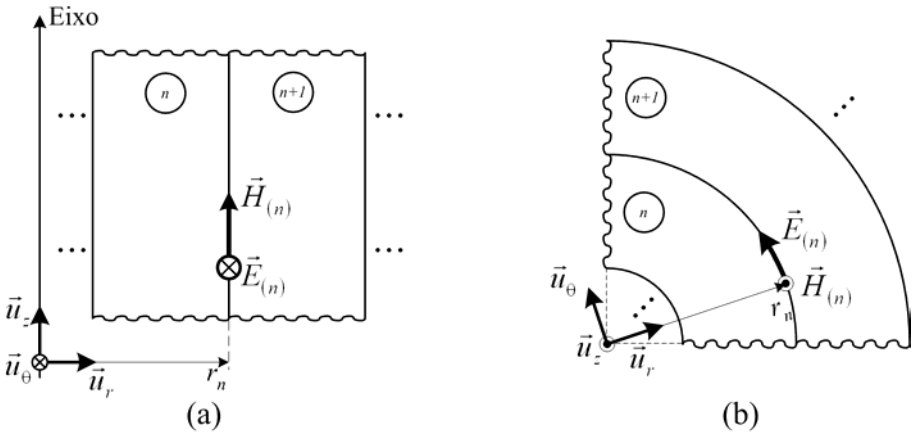

Fig. 0.6. Fronteira entre camadas. (a) Corte longitudinal e (b) corte transversal.

Utilizando a definição do vetor de Poynting (SILVESTER, 1968), pode-se escrever:

$$\vec{P}_{(n)} = -\frac{1}{2} \cdot \mathrm{Re}\left\{ \vec{E}_{(n)} \times \vec{H}^*_{(n)} \right\} \tag{5.41}$$

Na qual $\vec{P}_{(n)}$ (W/m^2) é o vetor densidade de potência que atravessa a fronteira n. O símbolo "*" é usado para indicar o complexo conjugado.

Para o cálculo da potência total $P_{T(n)}$ (W) que atravessa a fronteira, (5.41) é multiplicada pela área lateral do cilindro formado pela própria fronteira. Para o comprimento total do motor tubular, determina-se:

$$P_{T(n)} = -\left|\vec{P}_{(n)}\right| \cdot 2p \cdot \tau_p \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_{(n)} \tag{5.42}$$

Considerando $n = 4$, pode-se determinar a potência total P_4 (W) que atravessa o entreferro e atinge o secundário, de acordo com a Fig. 0.5. Considerando também apenas os componentes fasoriais nas direções $\vec{u}_\theta$ e $\vec{u}_z$ dos campos $\vec{E}_{(n)}$ e $\vec{H}_{(n)}$, respectivamente, a partir de (5.42), escreve-se:

$$P_4 = P_{T4} = -\left|\vec{P}_4\right| \cdot 2p \cdot \tau_p \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_g = -\mathrm{Re}\left\{r_g \cdot \hat{E}_4 \cdot \hat{H}_4^*\right\} \cdot 2p \cdot \tau_p \cdot \pi \tag{5.43}$$

Na qual se admite que $r_{(n)} = r_4 \cong r_g$; P_4 é a potência ativa que atravessa o entreferro e chega ao secundário; $\hat{E}_4$ e $\hat{H}_4$ são os fasores dos campos elétrico e magnético, respectivamente, calculados em $r = r_4$.

A partir de (5.8) e (5.13), pode-se escrever, respectivamente:

$$r_g \cdot \hat{E}_4 = \frac{V_4}{F_V} \tag{5.44}$$

$$\hat{H}_4 = -\frac{I_4}{F_I} \tag{5.45}$$

Nas quais V_4 e I_4 são os fasores de tensão e corrente, respectivamente, que representam grandezas do secundário. Substituindo (5.44) e (5.45) em (5.43), determina-se:

$$P_4 = \frac{2p \cdot \tau_p \cdot \pi}{F_V \cdot F_I} \cdot \mathrm{Re}\left\{V_4 \cdot I_4^*\right\} \tag{5.46}$$

De (5.9) e (5.14), determina-se:

$$F_V \cdot F_I = \frac{2p \cdot \tau_p \cdot \pi}{3} \tag{5.47}$$

Do mesmo modo, dado que o secundário é interno à excitação, a partir de (5.28), obtém-se:

$$V_4 = Z_4 \cdot I_4 \tag{5.48}$$

Na qual Z_4 é considerado como a impedância do secundário. Substituindo (5.47) e (5.48) em (5.46), chega-se a:

$$P_4 = 3 \cdot \left|I_4\right|^2 \cdot \mathrm{Re}\left\{Z_4\right\} \tag{5.49}$$

O resultado (5.49) evidencia que a potência ativa que chega ao secundário é calculada pela mesma expressão utilizada no cálculo da potência ativa que atravessa

o entreferro da máquina de indução rotativa (MATSCH & MORGAN, 1987), a menos do fator 1/s. Entretanto, a inclusão das freqüências dos campos no modelo conforme (4.39) e (4.49) determina que este fator é levado em conta no cálculo de Z_4. Isto fica claro quando se analisam os coeficientes (5.33) a (5.36) que caracterizam a camada.

Os principais trabalhos desenvolvidos sobre o método matricial obtêm soluções que não apresentam a mesma característica no cálculo da potência (EASTHAM & ALWASH, 1972), (ZAGIRNYAK et al., 1985). No presente modelo, isto só é possível pela escolha adequada dos valores de F_V e F_I.

Em resumo, o circuito equivalente esboçado na Fig. 0.5 tem solução obtida de forma idêntica à solução do circuito equivalente da máquina de indução na teoria de máquinas elétricas. Desta forma, dada a velocidade síncrona segundo (3.15), a força eletromagnética F (N) desenvolvida pelo motor pode ser calculada por (5.50).

$$F = 3 \cdot |I_4|^2 \cdot \mathrm{Re}\{Z_4\} \cdot \frac{1}{v_S} \tag{5.50}$$

1.26.2. Aplicação do modelo

Para a solução do circuito equivalente da Fig. 0.5, é necessário determinar os valores de permeabilidade magnética e de condutividade para as camadas anisotrópicas. Isto é feito pela metodologia descrita no Anexo D.

Em relação aos materiais empregados, a permeabilidade magnética do ferro μ_f é considerada linear, na forma:

$$\mu_f = 100 \cdot \mu_0 \tag{5.51}$$

Do mesmo modo, as condutividades do ferro σ_f e do cobre σ_c são calculadas a 100ºC, conforme os valores a seguir:

$$\sigma_f = 2{,}94 \cdot 10^6 \text{ S/m} \tag{5.52}$$

$$\sigma_c = 42{,}2 \cdot 10^6 \text{ S/m} \tag{5.53}$$

Desta forma, são listadas na Tabela 0.1 as propriedades físicas das diferentes camadas indicadas na Fig. 0.5. Nesta tabela, as expressões das permeabilidades e condutividades das camadas anisotrópicas 3, 4, 6 e 7 são obtidas pelo método descrito no Anexo D.

Tabela 0.1. Propriedades das camadas para o modelo analítico.

Camada	Descrição	Características		
		Permeabilidade	Condutividade	Velocidade
1	Orifício interno	$\mu_{r1} = \mu_{z1} = \mu_0$	$\sigma_1 = 0$	$v_1 = 0$
2	Coroa do secundário	$\mu_{r2} = \mu_{z2} = \mu_f$	$\sigma_2 = \sigma_f$	$v_2 = v$
3	Gaiola anular	$\mu_{r3} = \frac{f'_s \cdot b'_t}{\tau'_r} \cdot \mu_f$ $\mu_{z3} = \frac{\tau'_r}{b'_s} \cdot \mu_0$	$\sigma_3 = \frac{b'_s}{\tau'_r} \cdot \sigma_c$	$v_3 = v$
4	Capa magnética do secundário	$\mu_{r4} = \frac{\tau'_r - b'_e}{\tau'_r} \cdot \mu_f$ $\mu_{z4} = \frac{\tau'_r}{b'_e} \cdot \mu_0$	$\sigma_4 = \frac{\tau'_r - b'_e}{\tau'_r} \cdot \sigma_f$	$v_3 = v$
5	Entreferro	$\mu_{z5} = \mu_{r5} = \mu_0$	$\sigma_5 = 0$	$v_5 = 0$
6	Capa magnética do primário	$\mu_{r6} = \frac{\tau_r - b_e}{\tau_r} \cdot \mu_f$ $\mu_{z6} = \frac{\tau_r}{b_e} \cdot \mu_0$	$\sigma_6 = \frac{\tau_r - b_e}{\tau_r} \cdot \sigma_f$	$v_6 = 0$
7	Dentes e ranhuras do primário	$\mu_{r7} = \frac{f_s \cdot b_t}{\tau_r} \cdot \mu_f$ $\mu_{z7} = \frac{\tau_r}{b_s} \cdot \mu_0$	$\sigma_7 = \frac{f_s \cdot b_t}{\tau_r} \cdot \sigma_f$	$v_7 = 0$
8	Coroa do primário	$\mu_{r8} = \mu_{z8} = \mu_f$	$\sigma_8 = \sigma_f$	$v_8 = 0$
9	Ar externo	$\mu_{r9} = \mu_{z9} = \mu_0$	$\sigma_9 = 0$	$v_9 = 0$

Então, o desempenho do motor pode ser estudado pelo modelo analítico descrito na Fig. 0.5, com os dados descritos na Tabela 5.1. Considerando $V_f = 37$ V, a solução do circuito é resumida na Tabela 0.2.

Tabela 0.2. Desempenho elétrico do motor — circuito equivalente matricial.

Descrição	Completo
Tensão nominal de fase por módulo (V_f)	37,0 V
Corrente com secundário bloqueado (I_f para $s = 1$)	39,2 A
Força desenvolvida com secundário bloqueado ($s = 1$)	802,2 N
Corrente a vazio (corrente de magnetização)	26,1 A

A partir da expressão (5.50), obtém-se o gráfico da força eletromagnética em função do escorregamento, ilustrado na Fig. 0.7. Foi utilizado o programa "MathCAD" (marca registrada da empresa americana "MathSoft, Inc."). O programa permite o cálculo das funções de Bessel modificadas com argumentos complexos. Demais dados geométricos para a solução do problema são obtidos no Anexo A.

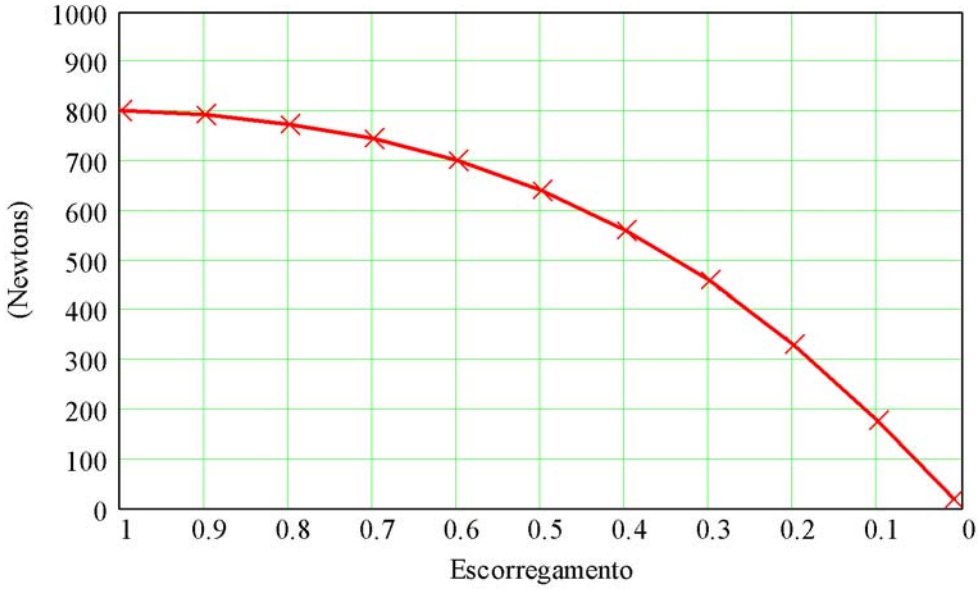

Fig. 0.7. Curva de força versus escorregamento para o modelo analítico.

Da mesma forma, o resultado obtido do cálculo da corrente de entrada por fase I_f para o circuito da Fig. 0.5 é mostrado na Fig. 0.8.

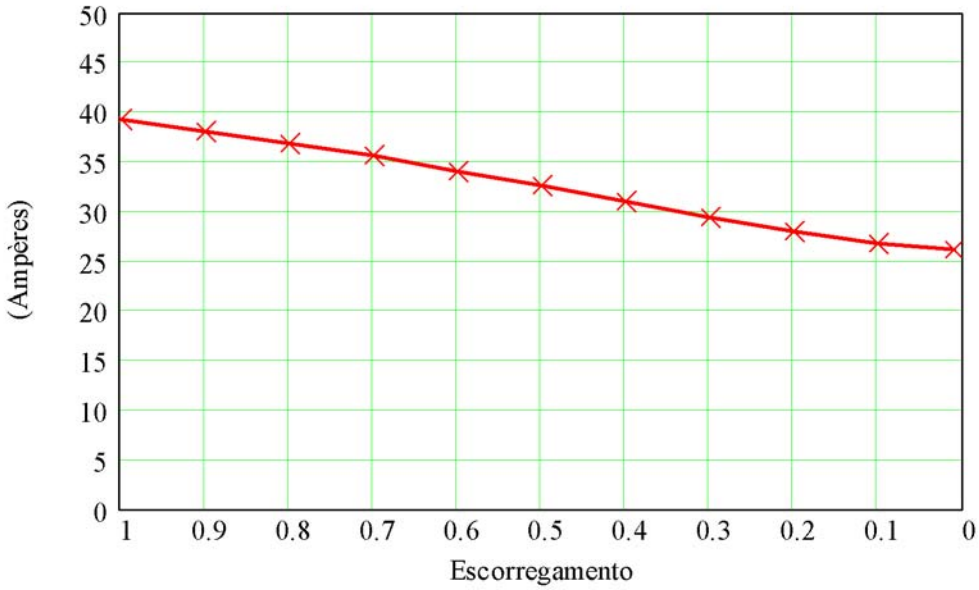

Fig. 0.8. Curva de corrente versus escorregamento para o modelo analítico.

1.27 Modelo Aproximado

As diferentes resistências e reatâncias do motor podem ser calculadas utilizando o método matricial. Desta forma, é possível obter uma representação do modelo descrito na Fig. 0.5 de maneira semelhante ao circuito mostrado na Fig. 0.10.

A presente seção apresenta um modelo aproximado que determina resistências e reatâncias do motor de indução linear tubular a partir do método matricial. O objetivo é comparar o modelo aqui apresentado com o tradicional do Capítulo 0.

1.27.1. Reatância de magnetização

A reatância de magnetização do motor de indução está associada com o entreferro. De acordo com a Fig. 0.5, para estudar esta região utilizando o modelo aqui desenvolvido é necessário verificar o comportamento da camada 5 do motor. A partir de (5.26), pode-se escrever para esta camada:

$$\left.\begin{aligned} V_5 &= a_5 \cdot V_4 + b_5 \cdot I_4 \\ I_5 &= c_5 \cdot V_4 + d_5 \cdot I_4 \end{aligned}\right\} \tag{5.54}$$

Na qual os parâmetros a_5, b_5, c_5 e d_5 são obtidos de (5.33) a (5.36), fazendo $n = 5$. Esta última equação é representada na forma de quadripolo na Fig. 0.9.

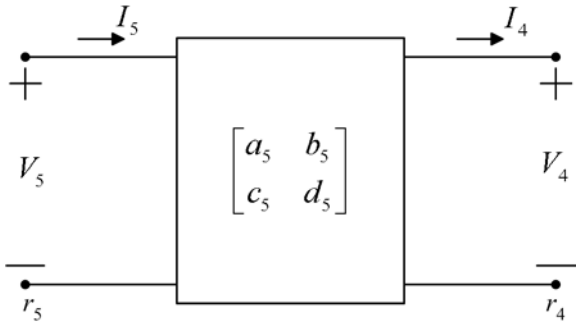

Fig. 0.9. Quadripolo para representação do entreferro.

Fazendo $I_4 = 0$ na segunda das equações (5.54), tem-se:

$$I_5 = c_5 \cdot V_4 \tag{5.55}$$

Com $n = 5$, tem-se no entreferro $\mu_{z5} = \mu_{r5} = \mu_0$ e $\sigma_5 = 0$, conforme descrito na Tabela 0.1. Então, de (4.31), $\gamma_5 = \beta$. Em particular, substituindo estes valores em (5.35) para $s_5 = s_4 = 1$, determina-se:

$$c_5 = \frac{\beta^2}{j \cdot \omega \cdot \mu_0 \cdot F_Z} \cdot \left[I_0(\beta \cdot r_5) \cdot K_0(\beta \cdot r_4) \; - I_0(\beta \cdot r_4) \cdot K_0(\beta \cdot r_5) \right] \qquad \text{(S) (5.56)}$$

Substituindo o quadripolo da Fig. 0.9 por um circuito "T" equivalente, obtém-se uma representação na qual se evidenciam as impedâncias Z_A, Z_B e Z_M, conforme mostrado na Fig. 0.10.

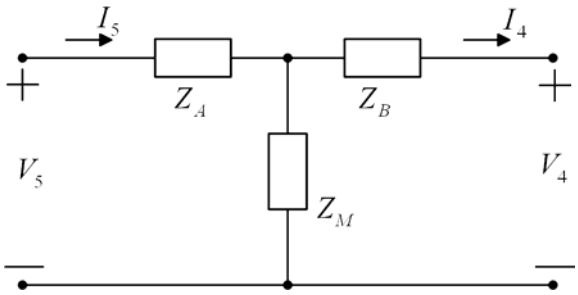

Fig. 0.10. Circuito "T" equivalente para o quadripolo do entreferro.

O valor de Z_M (Ω) representa a impedância do ramo magnetizante do circuito equivalente. Desta forma, alimentando a entrada do circuito da Fig. 0.10 e mantendo a saída em aberto, ou seja, fazendo $I_4 = 0$, obtém-se:

$$I_5 = \frac{1}{Z_M} \cdot V_4 \qquad (5.57)$$

Comparando (5.55) e (5.57), determina-se:

$$Z_M = \frac{1}{c_5} \qquad (5.58)$$

Combinando (5.56) e (5.58), tem-se:

$$X_m = \mathrm{Im}\left\{ Z_M \right\} = \frac{\omega \cdot \mu_0 \cdot F_Z}{\beta^2 \cdot \left[I_0(\beta \cdot r_5) \cdot K_0(\beta \cdot r_4) \; - I_0(\beta \cdot r_4) \cdot K_0(\beta \cdot r_5) \right]} \qquad (\Omega)\ (5.59)$$

1.27.2. Resistência e reatância do secundário

Conforme estudado na seção 1.26, a impedância do secundário é caracterizada na fronteira onde $r = r_4$ na Fig. 0.5. De acordo com (5.48), o modelo de circuito equivalente pode fornecer os valores de resistência R_2 e reatância X_2 do secundário, referidos ao primário, simplesmente calculando as partes real e imaginária da impedância Z_4, respectivamente. Desta forma, determinam-se:

$$R_2 = \mathrm{Re}\left\{ Z_4 \right\}\Big|_{s=1} = \mathrm{Re}\left\{ \frac{V_4}{I_4} \right\}\Bigg|_{s=1} \tag{5.60}$$

e

$$X_2 = \mathrm{Im}\left\{ Z_4 \right\}\Big|_{s=1} = \mathrm{Im}\left\{ \frac{V_4}{I_4} \right\}\Bigg|_{s=1} \tag{5.61}$$

1.27.3. Resolução do modelo aproximado

Considera-se "modelo aproximado" como sendo o circuito equivalente obtido pela metodologia descrita na presente seção. Em outras palavras, observando as diferentes camadas representadas no circuito equivalente da Fig. 0.5, o modelo aproximado utiliza apenas aquelas relativas à fonte, ao entreferro e ao secundário. Não são consideradas as camadas caracterizadas por Z_9, $[T_8]$, $[T_7]$ e $[T_6]$. A camada 5 é caracterizada apenas pela reatância de magnetização, conforme (5.59).

Desta forma, as grandezas do circuito equivalente calculadas pela metodologia descrita na presente seção têm seus valores utilizados na Fig. 0.11. Os valores de R_1 e X_1 mostrados na figura são obtidos no Capítulo 0.

Assim, verifica-se que é possível representar o motor de indução linear tubular na forma usual da teoria de máquinas elétricas, utilizando uma aproximação do método matricial.

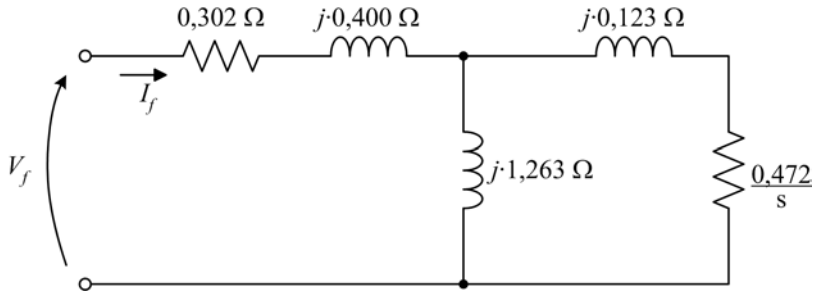

Fig. 0.11. Circuito equivalente aproximado obtido pelo método matricial.

Resolvendo o circuito equivalente aproximado representado na Fig. 0.11, encontram-se os principais resultados resumidos na Tabela 0.3.

Tabela 0.3. Desempenho elétrico do motor — método matricial aproximado.

Descrição	Valor
Tensão nominal de fase por módulo (V_f)	37,0 V
Corrente com secundário bloqueado (I_f para s = 1)	37,6 A
Força desenvolvida com secundário bloqueado (s = 1)	995,9 N
Corrente a vazio (corrente de magnetização)	20,6 A

Finalmente, o gráfico da força eletromagnética em função do escorregamento para o modelo aproximado é mostrado na Fig. 0.12. Da mesma forma, resolvendo o circuito aproximado para a corrente de fase I_f em função do escorregamento, determina-se o gráfico apresentado na Fig. 0.13.

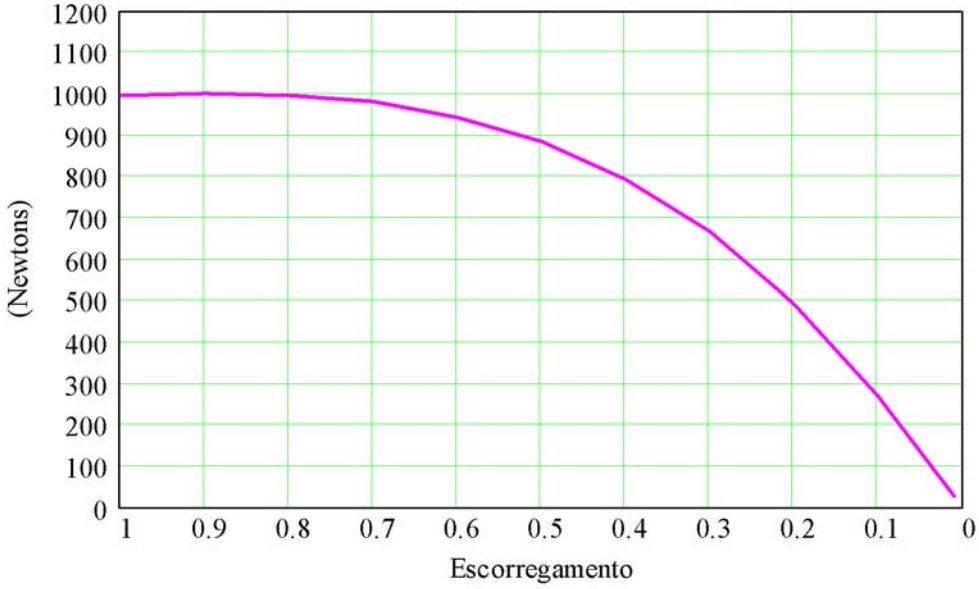

Fig. 0.12. Força obtida pelo método matricial aproximado.

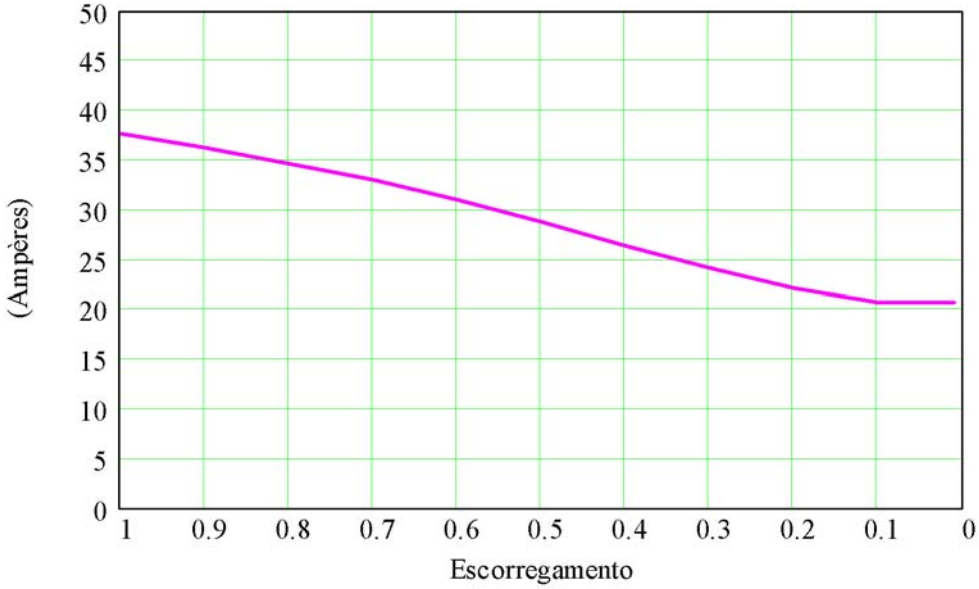

Fig. 0.13. Corrente obtida pelo método matricial aproximado.

MODELO POR ELEMENTOS FINITOS

O problema analítico do motor tubular é tridimensional por natureza. Contudo a simetria axial, evidenciada principalmente pelas expressões (4.11) a (4.13), permite que o modelo utilizando o Método dos Elementos Finitos (MEF) seja tratado como um caso bidimensional especial.

No presente capítulo, são abordados brevemente os conceitos básicos que permitem representar e solucionar o problema do motor tubular utilizando o MEF.

1.28 Equação Diferencial — Regime Permanente Senoidal

A partir de (4.2) e (4.4), tem-se:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu} \cdot \vec{B} \right) = \vec{J} + \vec{J}_e \tag{6.1}$$

Desconsiderando o índice n nas relações (4.25) e (4.26), determinam-se os componentes da indução nas direções $\vec{u}_r$ e $\vec{u}_z$, respectivamente, por:

$$B_r = -\frac{\partial A_\theta}{\partial z} \tag{6.2}$$

$$B_z = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial (r \cdot A_\theta)}{\partial r} \tag{6.3}$$

Substituindo (6.2) e (6.3) em (6.1), determina-se a equação (6.4), com os componentes na direção $\vec{u}_\theta$ apenas.

$$-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu} \cdot \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{\mu \cdot r} \cdot \frac{\partial (r \cdot A_\theta)}{\partial r} \right) = J + J_e \tag{6.4}$$

De (4.5), (4.16) e (6.2), determina-se:

$$J = -\sigma \cdot \left(\frac{\partial A_\theta}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) \tag{6.5}$$

Substituindo (6.5) em (6.4), vem:

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu}\cdot\frac{\partial A_\theta}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{\mu\cdot r}\cdot\frac{\partial(r\cdot A_\theta)}{\partial r}\right)=\sigma\cdot\frac{\partial A_\theta}{\partial t}+\sigma\cdot v\cdot\frac{\partial A_\theta}{\partial z}-J_e \tag{6.6}$$

Para aplicar o MEF realiza-se uma substituição de variáveis em (6.6). Ao invés de aplicar o método e solucionar o problema para a variável A_θ, faz-se a substituição:

$$A'=r\cdot A_\theta \tag{6.7}$$

Substituindo (6.7) em (6.6), chega-se a:

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu\cdot r}\cdot\frac{\partial A'}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{\mu\cdot r}\cdot\frac{\partial A'}{\partial r}\right)=\frac{\sigma}{r}\cdot\frac{\partial A'}{\partial t}+\frac{\sigma\cdot v}{r}\cdot\frac{\partial A'}{\partial z}-J_e \tag{6.8}$$

Considerando a expressão (4.28) válida também para A', demonstra-se que (6.8) leva à seguinte expressão:

$$\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu\cdot r}\cdot\frac{\partial A'}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{\mu\cdot r}\cdot\frac{\partial A'}{\partial r}\right)-j\frac{\omega\cdot\sigma\cdot s}{r}\cdot A'+J_e=0 \tag{6.9}$$

Na qual s é o escorregamento associado ao meio em estudo.

A expressão (6.9) é resolvida pelo MEF como se r e z fossem variáveis em coordenadas retangulares (BASTOS & SADOWSKY, 2003). Utilizando uma aproximação por resíduos ponderados e a técnica de Galerkin, esta expressão leva a um sistema matricial na forma:

$$\{[G]+j\omega\cdot[Y]\}\cdot[A']=[Q] \tag{6.10}$$

Na qual $[G]$ é a matriz global de coeficientes, obtida dos dois primeiros termos de (6.9); $[Y]$ é a matriz de coeficientes associados aos meios com correntes induzidas, que resulta do terceiro termo de (6.9) e caracteriza o regime permanente senoidal; e $[Q]$ é o vetor de excitação, obtido a partir de J_e. [A´] representa o vetor de incógnitas calculado nos pontos gerados pela "discretização" do domínio.

Uma característica que difere a solução axissimétrica da solução plana é que as matrizes [G] e [Y] apresentam o fator $1/r_i$, no qual r_i representa a ordenada do elemento de ordem i (SILVESTER & FERRARI, 1990).

Quando o problema envolve acoplamento a circuitos elétricos externos, surgem dois estudos possíveis. O primeiro, uma parte do circuito representa uma região condutora representada no domínio em estudo, ou seja, uma parte da geometria é elemento do circuito. Neste caso, determina-se a relação entre as correntes induzidas e o potencial produzido nos extremos da região condutora. Este potencial é o elo entre o circuito e o modelo eletromagnético e o elemento de circuito é tratado como um "condutor sólido".

No segundo caso, uma região da geometria é associada a uma bobina com fios distribuídos uniformemente na área compreendida pela região. Isto determina uma distribuição uniforme da corrente na área, caracterizada por condutores filiformes. A tensão induzida na bobina e a corrente na bobina passam a ser os elos de ligação entre o modelo por Elementos Finitos e o circuito elétrico.

A aplicação dos Elementos Finitos no motor de indução linear tubular apresenta os dois casos de acoplamento. Em termos de modelo, apenas são acrescentadas equações para os potenciais (condutor sólido) e tensões induzidas (condutores filiformes). A forma e o número das equações obtidas vai depender da técnica de análise de circuitos aplicada.

A solução de (6.10) é implementada nos programas de computador que utilizam o MEF. Nos problemas em que as permeabilidades de alguns materiais são não-lineares, são utilizados dois procedimentos (CARDOSO, 1992).

Inicialmente, o problema é resolvido iterativamente através das aproximações sucessivas. Em poucas palavras, estima-se um valor inicial de A' nos elementos e determinam-se as permeabilidades resultantes para este valor estimado. Em seguida resolve-se (6.10) e compara-se com os valores estimados. O processo se repete até que esta comparação apresente uma diferença desprezível.

O segundo procedimento toma os resultados obtidos por aproximações sucessivas como ponto de partida para o método de Newton-Raphson aplicado à série de Taylor de A'.

1.29 Aplicação do MEF ao Motor de Indução Linear Tubular

Utilizando o programa "FLUX2D" (marca registrada do INPG/CEDRAT — França), a solução do problema do motor tubular utilizando o MEF segue os seguintes passos:

- **Definição da geometria.** É inserida no computador a geometria do motor tubular, segundo definida pela Fig. 0.3. Os dados geométricos são obtidos a partir da Tabela A-1 e também da Tabela A-4. Devido à baixa velocidade do motor, é suficiente a representação de apenas dois passos polares da geometria, conforme mostrado na Fig. 0.1. A seqüência de cores no primário indica a periodicidade do enrolamento trifásico.

- **"Discretização" do domínio.** A geometria é dividida em elementos triangulares. A densidade de pontos de discretização em cada região é definida segundo a necessidade do caso e a experiência do usuário do programa. Para o motor tubular em estudo, existe um pequeno problema relacionado às capas magnéticas que cobrem o primário e o secundário, pois suas espessuras dificultam a discretização da geometria. Um detalhe da geometria mostrando os elementos obtidos é mostrado na Fig. 0.2.

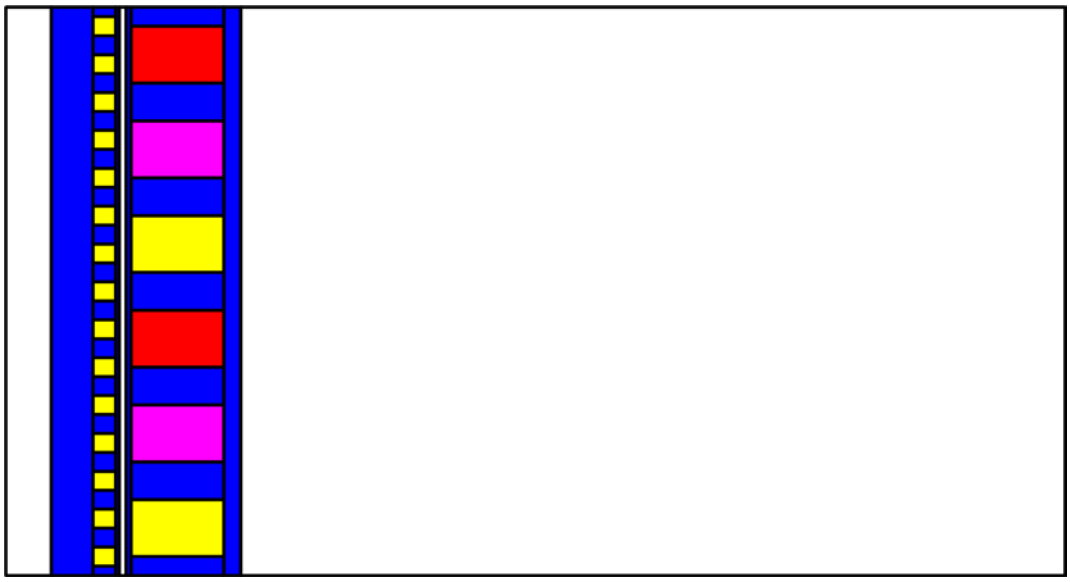

Fig. 0.1. Geometria produzida pelo programa FLUX2D.

- **Definição de materiais.** A cada região do estudo se associa um tipo de material. Embora hajam diferentes tipos de aço indicados na Fig. 0.5, o

modelo de aço empregado é obtido da curva de magnetização do aço carbono SAE-1020. Todos os materiais são caracterizados para uma temperatura de operação de 100º C.

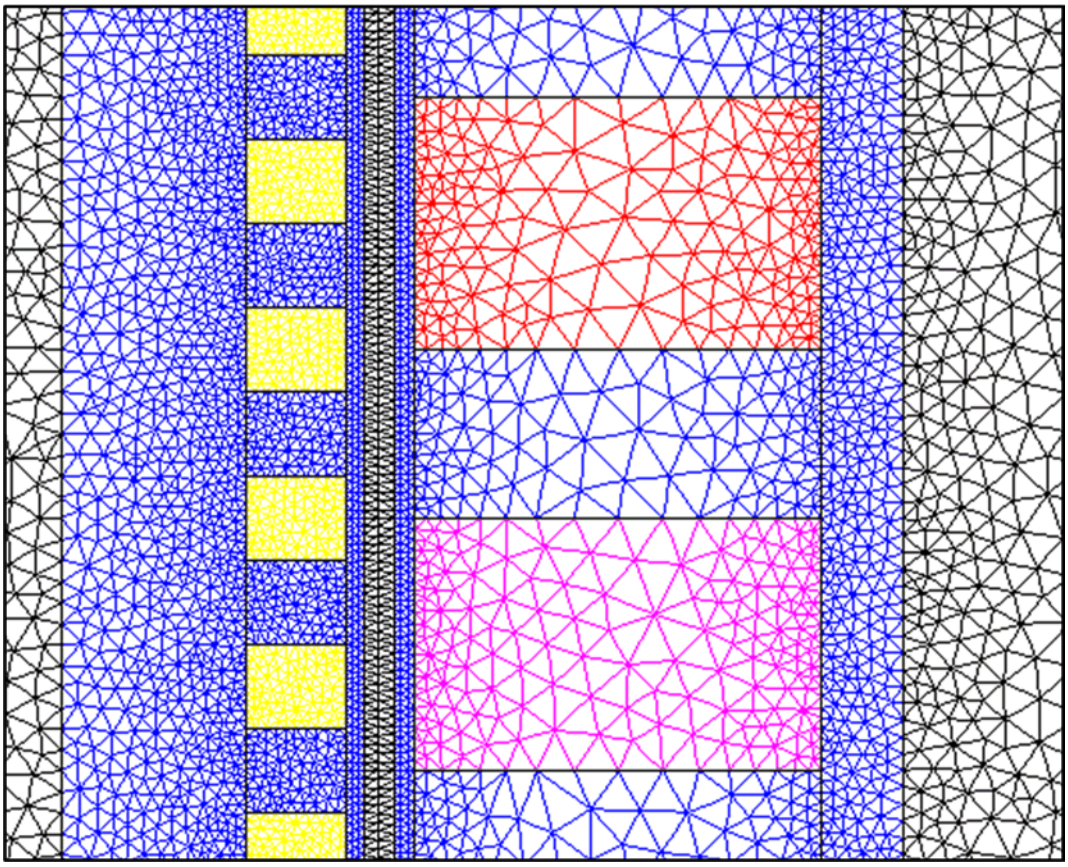

Fig. 0.2. Detalhe dos elementos da geometria (malha no programa FLUX2D).

- **Definição do circuito de excitação.** São utilizados os dados elétricos definidos nas tabelas do Anexo A. Os principais detalhes são: a fração da tensão de fase V_f da fonte trifásica (aplicada apenas a duas bobinas); a freqüência de operação f; a resistência do enrolamento primário R_1; e o número de espiras da bobina N_b. Os enrolamentos de fase têm duas bobinas cada, conectadas em oposição. A gaiola anular e demais peças do núcleo do secundário são modelados como condutores maciços, portanto, suas condutividades são afetadas pelo escorregamento atribuído. Estes elementos têm continuidade externa feita através de um curto-circuito. A Fig. 0.3 mostra os componentes de circuito do estudo.

- **Condições de contorno.** É atribuído fluxo nulo no eixo do motor e numa superfície suficientemente distante. Para os extremos superior e inferior da Fig. 0.1, utiliza-se a condição de contorno cíclica.

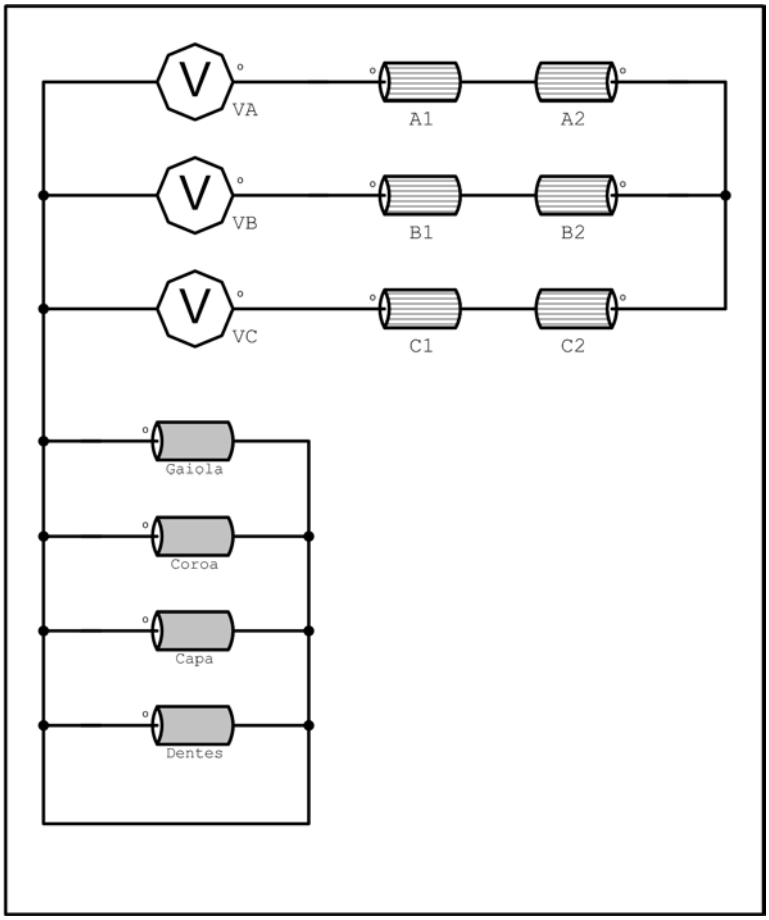

Fig. 0.3. Circuito associado ao motor tubular, definido no programa FLUX2D.

- **Solução numérica.** O problema é resolvido para vários escorregamentos diferentes, em regime permanente senoidal e sem peças móveis.

- **Apresentação de resultados.** Os principais resultados obtidos da simulação são listados na Tabela 0.1. Estes resultados já estão convertidos para os 10 (dez) pólos do motor completo. O gráfico da força em função do escorregamento é mostrado na Fig. 0.4 e o gráfico da corrente de fase em função do escorregamento na Fig. 0.5.

Tabela 0.1. Desempenho elétrico do motor a partir do programa FLUX2D.

Descrição	Valor
Tensão nominal de fase por módulo (V_f)	37,0 V
Corrente com secundário bloqueado (I_f para s = 1)	38,6 A
Força desenvolvida com secundário bloqueado (s = 1)	777,9 N
Corrente a vazio (corrente de magnetização)	16,4 A

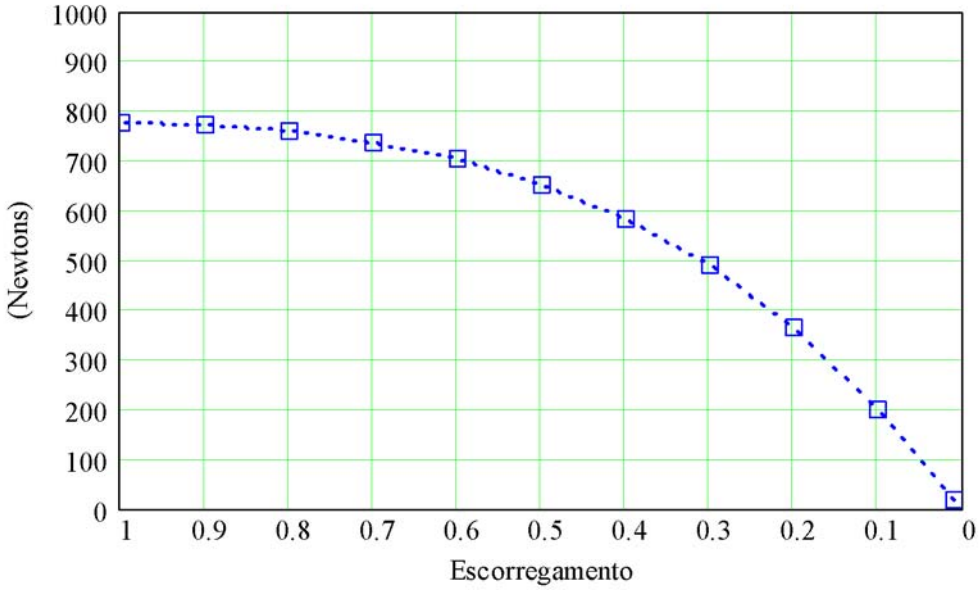

Fig. 0.4. Força em função do escorregamento obtida pelo programa FLUX2D.

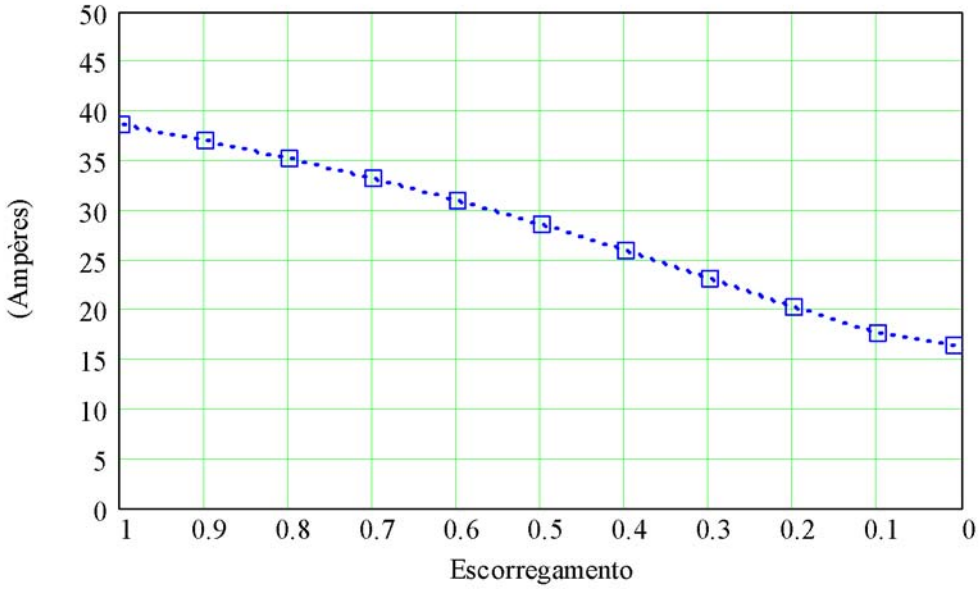

Fig. 0.5. Corrente em função do escorregamento obtida pelo programa FLUX2D.

RESULTADOS DE TESTES E DISCUSSÃO COMPARATIVA

Os diferentes modelos estudados têm seus resultados apresentados em cada capítulo. O circuito equivalente tradicional no Capítulo 0; os circuitos equivalentes completo e aproximado do método matricial no Capítulo 0; e os resultados da simulação numérica pelo MEF no Capítulo 0.

No presente capítulo são mostrados exatamente os mesmos resultados em uma forma comparativa e de maneira que se possa validar cada modelo através dos resultados de testes propostos.

Uma bancada de testes de laboratório foi confeccionada de forma a permitir a medição das principais grandezas: a força desenvolvida, as correntes de fase, a posição e a velocidade do secundário.

Para a medição de força, foi construído um freio linear acionado por um eletroímã que funciona no mesmo princípio do freio de Pröny. O secundário é preso a uma chapa metálica que fica em contato com o freio. A estrutura do eletroímã é fixada por meio de uma mola calibrada, cuja deflexão permite avaliar a força produzida pelo motor.

A medição da posição e da velocidade é feita através de um potenciômetro multivoltas, acoplado mecanicamente à barra metálica e com saída elétrica monitorada continuamente.

Um diagrama da bancada de testes utilizada em laboratório é mostrado na Fig. 0.1. Fotografias da bancada e do freio desenvolvido são mostradas no Anexo E.

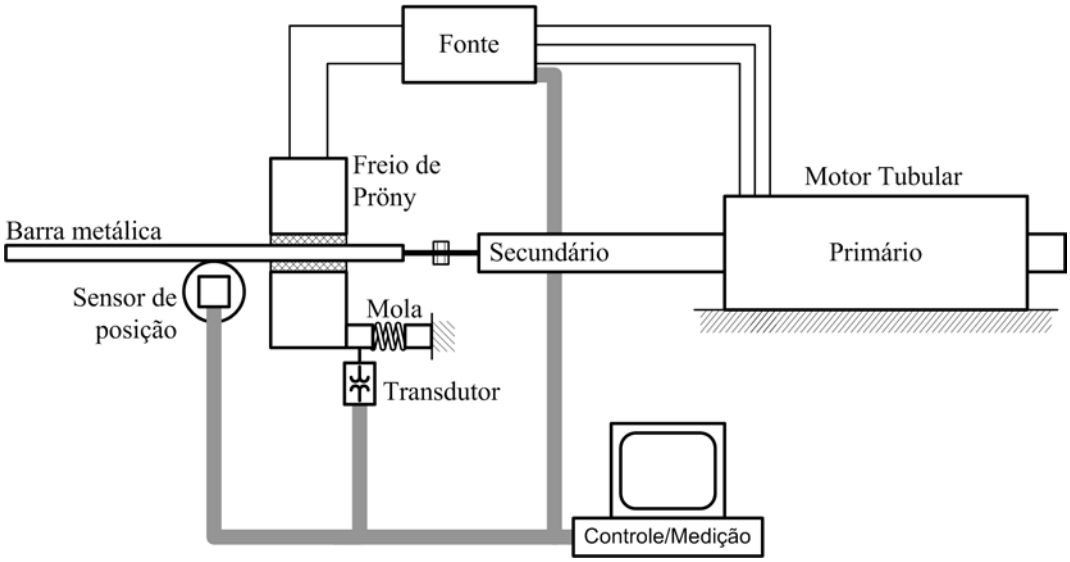

Fig. 0.1. Bancada de testes do motor de indução linear tubular.

1.30 Teste com Secundário Bloqueado

O acionamento do freio de Pröny permite bloquear o movimento do secundário. Alimentando o motor com tensão e freqüência nominais, registram-se os valores de força e corrente nesta condição.

Os resultados assim obtidos são registrados na Tabela 0.1. Também são mostrados nesta tabela os resultados numéricos dos diferentes modelos obtidos nos capítulos anteriores, considerando $s = 1$.

Tabela 0.1. Desempenho do motor tubular — Resultados com secundário bloqueado.

Descrição	Modelo (*)				Teste
	MT	MA	MC	EF	
Corrente de fase (A)	39,3	37,6	39,2	38,6	40,4
Força (N)	1039,0	995,9	802,2	777,9	782,3

* Indicação dos modelos: MT — tradicional; MA — matricial aproximado; MC — matricial completo; EF — elementos finitos.

Os resultados dos modelos apresentam uma boa concordância com os resultados dos testes. Devido às simplificações, os resultados de força dos modelos tradicional e matricial aproximado são bastante díspares dos demais.

1.31 Curvas de Desempenho do Motor

Para determinar as curvas de força e corrente em função do escorregamento, a forma de utilização da bancada de testes da Fig. 0.1 é descrita a seguir.

1.31.1. Metodologia

Inicialmente, mantêm-se a fonte e o freio de Pröny desenergizados. Em seguida, energiza-se o motor em tensão e freqüência nominais. A aquisição e o acionamento do freio são "disparados" pelo sinal de posição do secundário. Desta forma, quando o movimento da barra inicia, o freio é energizado e a aquisição se inicia. A operação termina quando o secundário do motor pára pela ação do freio.

Para determinar o ponto de medição (força, corrente e velocidade), são escolhidos intervalos de aquisição onde a força medida fica aproximadamente constante no tempo. Então, para que se tenha um único ponto da curva, o ensaio é repetido exaustivamente.

Os resultados de medição apresentados constituem valores médios. Em geral, são escolhidos pontos de medição que resultam em um desvio padrão limitado em 5 % para força e corrente e em 10 % para o escorregamento. Exceção é feita para o ponto de secundário bloqueado ($s = 1$).

1.31.2. Comparação de resultados

Com relação à força em função do escorregamento, compara-se na Fig. 0.2 os resultados dos modelos tradicional, matricial aproximado e matricial completo. Embora os resultados apresentem diferenças significativas para escorregamentos altos, o motor apresenta a característica desejada de produzir força em baixas velocidades. Isto é salientado pelas curvas apresentadas, que indicam que, para $s > 0{,}7$, a força produzida apresenta pequenas variações.

Comparam-se, do mesmo modo, os resultados dos modelos matricial completo e por elementos finitos na Fig. 0.3, evidenciando ótima concordância.

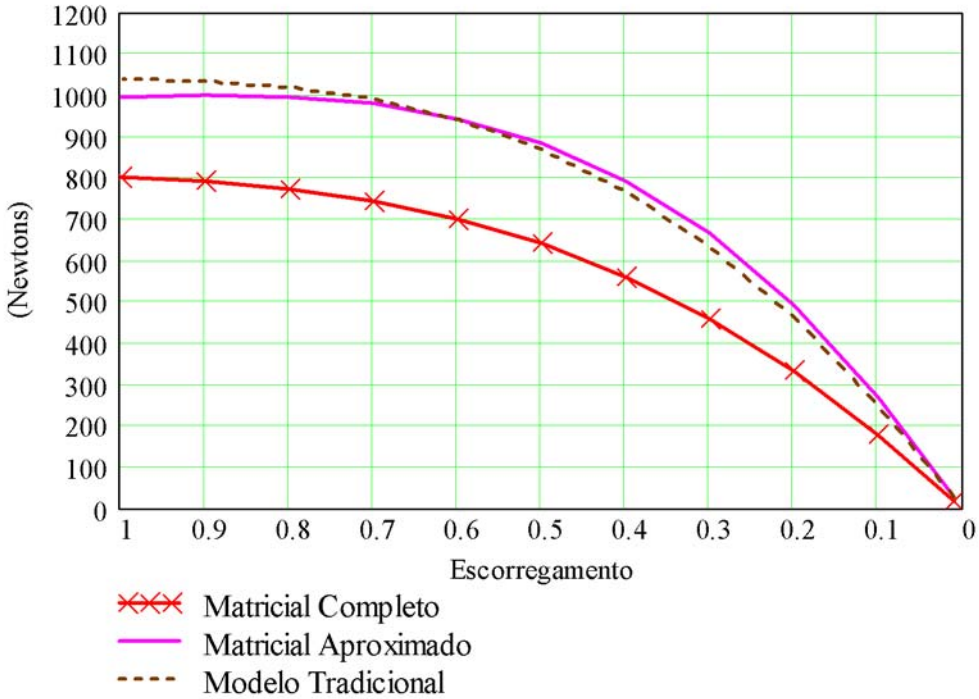

Fig. 0.2. Força produzida pelo motor tubular.

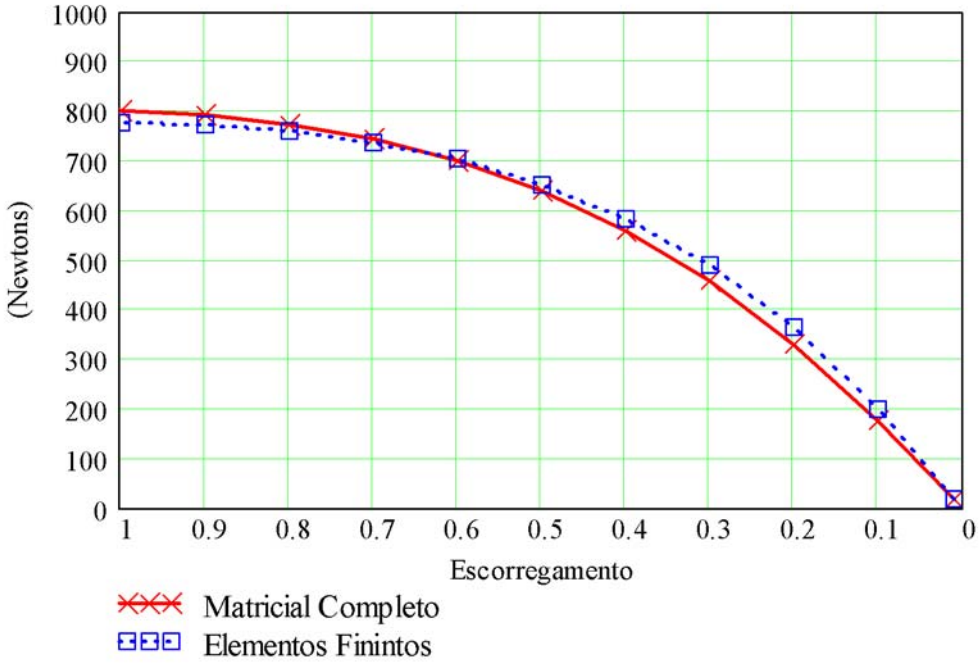

Fig. 0.3. Força produzida pelo motor tubular para diferentes abordagens.

Ainda com relação à força, são mostrados na Fig. 0.4 os resultados comparativos dos métodos matricial completo, por elementos finitos e dos testes obtidos na bancada para escorregamentos próximos da unidade.

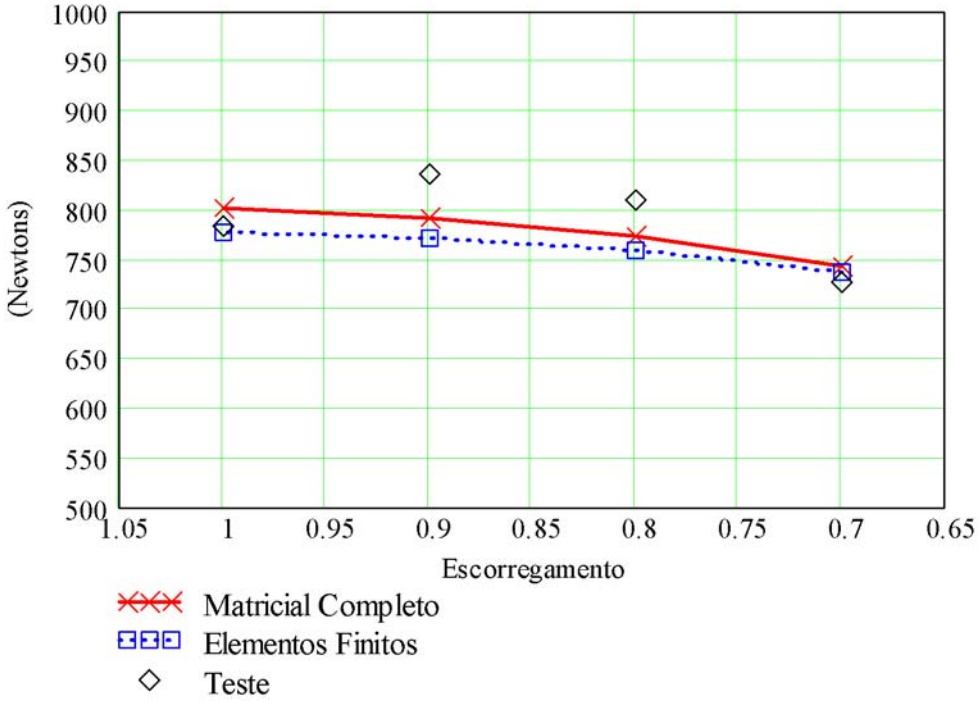

Fig. 0.4. Força produzida pelo motor em escorregamentos elevados.

Para a comparação dos resultados das curvas de corrente em função do escorregamento, apresentam-se na Fig. 0.5 os resultados dos modelos tradicional, matricial aproximado e matricial completo. Na Fig. 0.6, os resultados referentes aos modelos matricial completo e por elementos finitos. Finalmente, para escorregamentos próximos da unidade, os gráficos são mostrados na Fig. 0.7, incluindo os modelos matricial completo, por Elementos Finitos e pontos de testes.

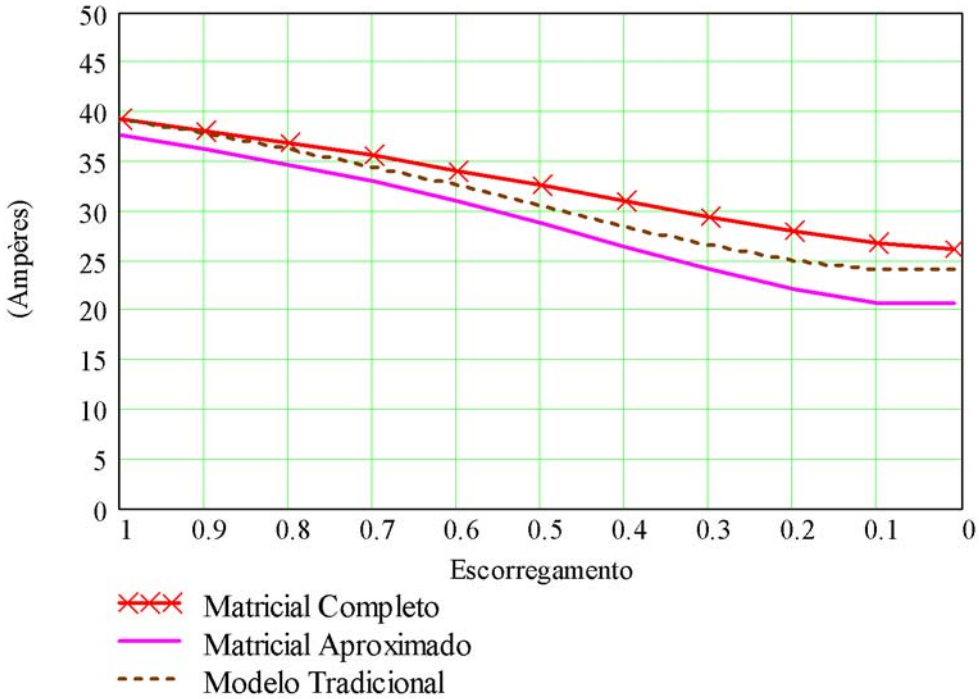

Fig. 0.5. Corrente de fase do motor tubular.

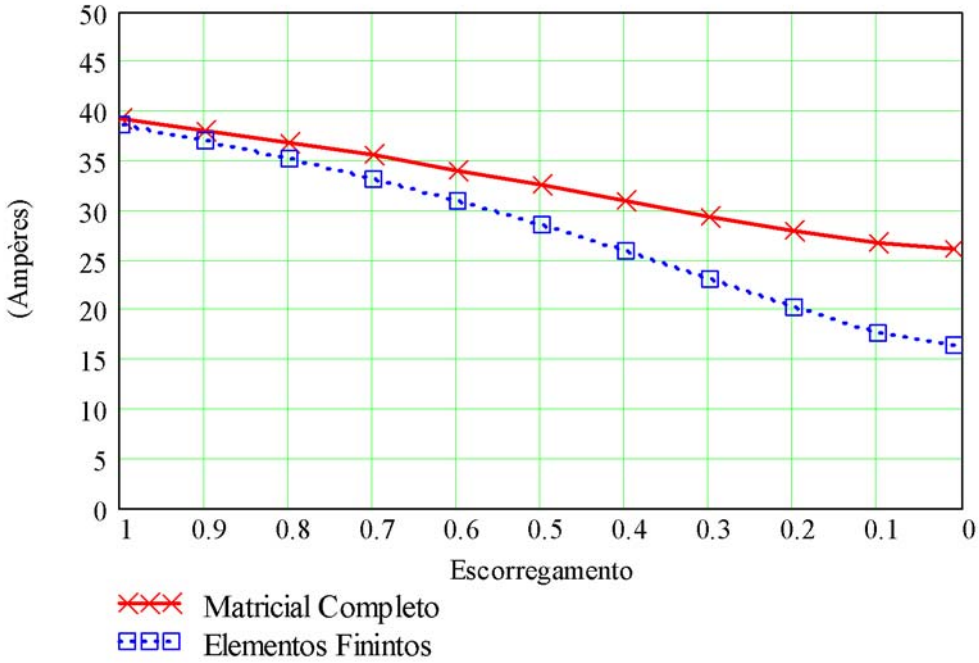

Fig. 0.6. Corrente de fase do motor tubular para diferentes abordagens.

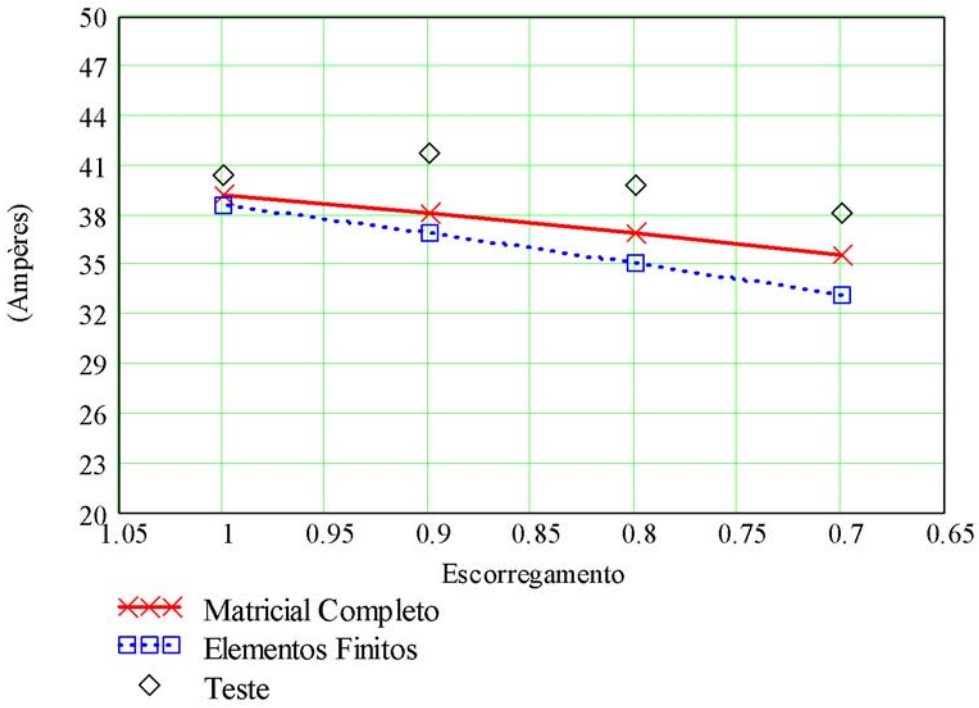

Fig. 0.7. Corrente de fase do motor em escorregamentos elevados.

Uma boa concordância é verificada quando se comparam os resultados obtidos na análise do motor utilizando o método matricial aproximado e o modelo tradicional — Fig. 0.2 e Fig. 0.5. Mesmo assim, os valores de força destas abordagens apresentam valores ainda bastante díspares das demais e dos testes.

A comparação dos resultados de força indica que o método matricial completo se aproxima muito bem dos valores obtidos pelo MEF — Fig. 0.3. Estas abordagens também apresentam resultados de corrente coincidentes para escorregamentos próximos da unidade — Fig. 0.6. Neste gráfico, uma possível explicação para a grande diferença apresentada por estas abordagens para valores baixos de escorregamento é justamente a maneira em que a velocidade é considerada em ambos os métodos. Em outros termos, nas velocidades próximas à velocidade síncrona, os efeitos de extremidade passam a ser relevantes.

Para valores de escorregamento próximos da unidade, verifica-se que os resultados apresentados pelo método matricial e pelo MEF são corroborados pelos valores obtidos em testes, tanto para a força quanto para as correntes — Fig. 0.4 e Fig. 0.7.

Considerando ainda os gráficos de força e corrente medidos — Fig. 0.4 e Fig. 0.7 — a dispersão (desvio para cima e para baixo) dos valores dos testes deve-se essencialmente às dificuldades de medida e aquisição de dados. Devido à pequena excursão do secundário, o tempo de aquisição torna-se muito pequeno, comprometendo a precisão dos valores obtidos.

Finalmente, faz-se a comparação dos circuitos equivalentes obtidos nos Capítulos 0 e 0. Observando os circuitos representados na Fig. 0.10 e na Fig. 0.11, listam-se as grandezas do circuito equivalente do motor tubular para o modelo tradicional e para o método matricial aproximado na Tabela 7.2.

Tabela 0.2. Comparação dos circuitos equivalentes.

Descrição	Nome	Valor (*)	
		MT	MA
Reatância de magnetização por fase	X_m	1,104 Ω	1,263 Ω
Resistência do secundário por fase, referida ao primário	R_2	0,531 Ω	0,472 Ω
Dispersão do secundário por fase, referida ao primário	X_2	0,177 Ω	0,123 Ω
Resistência do enrolamento primário por fase (Tabela A-2)	R_1	0,302 Ω	
Dispersão do primário, excluída abertura da ranhura (Tabela A-2)	X_1	0,400 Ω	

* MT — modelo tradicional; MA — método matricial aproximado.

CONCLUSÕES

Os resultados obtidos demonstram a viabilidade do emprego do método matricial desenvolvido para a análise do motor tubular. Dados importantes do motor podem ser obtidos pelo método, como resistências e reatâncias, desde que os parâmetros dos materiais sejam confiáveis.

Embora o método exija um certo esforço para dedução, é possível realizar a generalização e aplicação a qualquer caso de motor de indução linear tubular. Utilizando os dados geométricos do motor de forma adequada, também se pode obter um bom modelo para estudo, utilizando a abordagem do modelo matricial aproximado.

Pelos resultados obtidos nos diversos modelos, nas simulações pelo método dos Elementos Finitos e nos testes, o protótipo construído apresenta a particularidade de desenvolver uma força aproximadamente constante para escorregamentos próximos da unidade. Isto indica a exeqüibilidade da utilização do motor para o acionamento da bomba de sucção. Tecnicamente, portanto, é viável a construção e a aplicação do motor de indução linear tubular na extração de petróleo, embora o desempenho térmico do motor seja questão crucial que ainda depende de modelagem e testes.

Por constituir uma nova tecnologia, fatores como manutenção, tempo mínimo entre falhas, vida útil e desempenho elétrico ao longo do tempo estão ainda sujeitos a avaliação. Questões práticas como efeitos abrasivos do petróleo sobre o motor, estanqueidade dos enrolamentos e conexão entre o secundário do motor e o êmbolo da bomba podem requerer métodos que somente a experiência com a aplicação pode mostrar soluções.

O “cavalo-mecânico” representa uma solução secular para a extração de petróleo nos poços em terra e se constitui em uma tecnologia consolidada. A presente aplicação deve, portanto, resolver não apenas as questões técnicas e econômicas, mas também vencer barreiras culturais do setor de petróleo e atender ao apelo ecológico das tecnologias e normas emergentes.

Considera-se que o trabalho apresenta um avanço na modelagem de máquinas de indução lineares tubulares. Neste aspecto, a principal contribuição é a obtenção do fator de conversão de impedâncias, que torna o estudo do motor tubular mais inteligível do que as formas encontradas na bibliografia.

O aparecimento e o uso das funções modificadas de Bessel transcendem a "matemática do dia-a-dia" do engenheiro. Ainda assim se destaca a flexibilidade do método matricial, pois é possível relacionar grandezas geométricas com o desempenho do motor.

Outra contribuição apontada é o desenvolvimento de tecnologia para aplicação direta na solução de um problema prático (USP, 2003). O trabalho fortalece a interação entre as áreas de Sistemas de Potência e de Extração de Petróleo.

São listadas a seguir algumas dificuldades encontradas ao longo do desenvolvimento do trabalho.

- **Método matricial.** Grande parte da bibliografia encontrada não apresenta resultados da aplicação do método e, quando apresenta, não indica de maneira clara a forma de obtê-los.

- **Medição de força.** A utilização do freio de Pröny linear apresenta a dificuldade de caracterização do coeficiente de atrito de forma precisa. Nos freios rotativos utilizando o mesmo princípio, a característica rotacional elimina a necessidade mesmo do conhecimento desta grandeza.

- **Aquecimento.** O calor gerado no secundário do motor torna sua operação em laboratório um tanto delicada. Durante os testes, é necessário cuidado para que o motor não se aqueça excessivamente e se danifique.

- **Materiais.** Uma grande dificuldade é a de encontrar tubos mecânicos comerciais com os diâmetros adequados para a construção do motor tubular. Um processo exaustivo de busca é necessário para que se tenha um protótipo com dimensões satisfatórias e de fácil manipulação no processo de fabricação.

Outros aspectos podem ser objetos de investigações futuras, tais como os listados a seguir. Estes aspectos não estão no escopo do presente trabalho.

- **Motores lineares tubulares.** Outras configurações de motor podem ter o estudo realizado pelo método matricial, como por exemplo motores lineares de indução monofásicos ou bifásicos. Neste caso, uma escolha adequada do fator de conversão de impedâncias F_Z é necessária.

- **Modelo não-linear.** Incluir a curva de saturação dos elementos ferromagnéticos no modelo analítico (método matricial). Esta consideração deve modificar profundamente o modelo, visto que as equações de Bessel são soluções de equações diferenciais lineares.

- **Modelo térmico.** Criação de um modelo para determinar o comportamento térmico do motor em operação normal.

- **Modelo variável no tempo.** Determinar as indutâncias do motor no método matricial, de maneira que se possa representar o motor tubular em estudos transitórios. Esta tarefa está associada basicamente à escolha adequada do fator de conversão de impedâncias F_Z.

- **Desenvolvimento da aplicação do método matricial.** Utilização do método matricial em outros estudos, tais como na análise das perdas por correntes parasitas nas partes ferromagnéticas e na análise harmônica espacial e temporal do desempenho do motor.

- **Método matricial aplicado ao motor de indução.** A teoria desenvolvida pode ser aplicada ao motor de indução trifásico rotativo. Para isso, é necessário obter a equação diferencial que rege a propagação dos campos elétrico e magnético nos meios cilíndricos onde, neste caso, os campos viajam na direção angular. Esta aplicação torna-se uma nova ferramenta de análise do motor de indução.

- **Testes exaustivos do motor em laboratório.** O desempenho térmico e a vida útil podem ser objetos de estudo de testes exaustivos do motor, desde que se possa simular a operação do mesmo em uma bancada de laboratório.

- **Testes do motor em campo.** É evidente a necessidade de teste do protótipo no acionamento de uma bomba de êmbolo, de forma a corroborar a aplicação do motor de indução linear tubular em um sistema de extração. Questões como consumo de energia, custos de instalação e custos de operação podem ser melhor estudadas com estes testes.

- **Controle de velocidade do motor tubular.** Desenvolvimento de um sistema com o objetivo de definir estratégias de controle do motor de indução linear tubular.

ANEXO A

DIMENSIONAMENTO ELÉTRICO E MAGNÉTICO DO MOTOR

Estimativa do Fluxo por Pólo

A teoria adotada nas linhas a seguir baseia-se no fato de que a máquina trabalha em baixas velocidades. Desta forma, os efeitos de extremidade longitudinais são desprezíveis e as relações para o motor tubular são obtidas de forma similar àquela da máquina de indução rotativa.

Admitindo uma distribuição senoidal de campo magnético no entreferro, dada por (3.11), pode-se supor um valor nominal para a indução de pico no entreferro B_g. Para máquinas rotativas grandes, este valor pode chegar a 0,9 T. Entretanto, em se tratando de máquinas lineares, B_g deve ser menor, visto que o entreferro tem um comprimento maior do que nas máquinas rotativas.

Desta forma, adota-se como estimativa inicial para a indução de pico no entreferro:

$$B_g = 0{,}5 \text{ T} \tag{A.1}$$

De (A.1), o valor da indução média estimada no entreferro para a distribuição senoidal é obtida:

$$B_m = \frac{2}{\pi} \cdot B_g = 0{,}318 \text{ T} \tag{A.2}$$

Do mesmo modo, admite-se uma indução média na coroa primária B_{ext} dada por:

$$B_{ext} = 1{,}5 \text{ T} \tag{A.3}$$

Portanto, é possível determinar o fluxo por pólo ϕ_p (Wb), pois os diâmetros interno (D_7) e externo (D_8) da coroa do primário têm valor conhecido. A partir da Fig. 0.6, realiza-se um esboço da seção transversal da coroa do primário na Fig. A.1. Esta seção é atravessada pelo fluxo $\phi_p/2$.

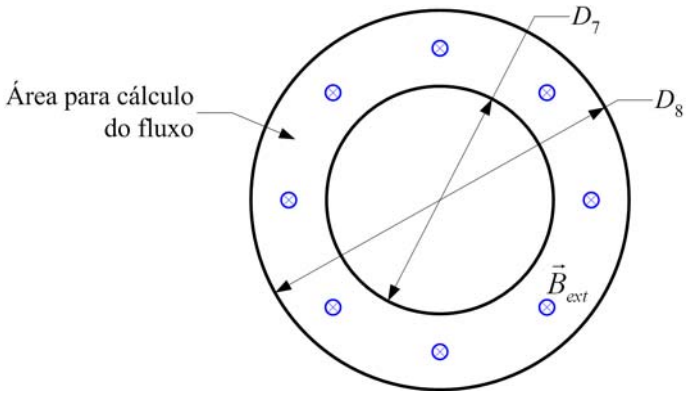

Fig. A.1. Seção transversal da coroa do primário.

A partir da Fig. A.1, determina-se:

$$B_{ext} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(D_8^2 - D_7^2\right) = \frac{\phi_p}{2} \tag{A.4}$$

Substituindo (3.16), (3.20) e (A.3) em (A.4), vem:

$$\phi_p = 5{,}07 \cdot 10^{-3} \text{ Wb} \tag{A.5}$$

Geometria da Ranhura e do Dente — Primário

A área ocupada por um pólo A_p ao longo do entreferro é caracterizada pelo passo polar τ_p e pelo diâmetro do entreferro D_g, conforme ilustra a Fig. A.2.

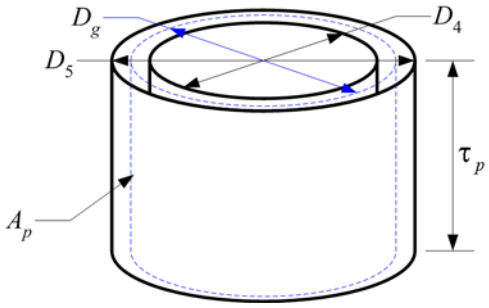

Fig. A.2. Determinação da área polar A_p.

Desta forma, determina-se:

$$A_p = \pi \cdot D_g \cdot \tau_p \tag{A.6}$$

Na qual D_g é o diâmetro médio do entreferro, dado por:

$$D_g = \frac{1}{2} \cdot \left(D_4 + D_5\right) \tag{A.7}$$

Então, a partir da Fig. 0.6 e da Fig. A.2, determina-se:

$$B_m \cdot A_p = \phi_p \tag{A.8}$$

Substituindo (A.2) e (A.5) em (A.8), encontra-se $A_p \cong 159$ cm^2. Utilizando (3.19) e (3.21) em (A.7) e substituindo o valor obtido de D_g em (A.6), determina-se $\tau_p \cong 82$ mm.

Dado que o limite de comprimento do motor é de cerca de 10 (dez) vezes o valor obtido para τ_p, adota-se então um passo polar de 75 (setenta e cinco) milímetros e o número de pólos do motor igual a 10 (dez). Desta forma, tem-se:

$$\tau_p = 75 \text{ mm} \tag{A.9}$$

$$2p = 10 \tag{A.10}$$

O que resulta um comprimento total L_T do motor de

$$L_T = 750 \text{ mm} \tag{A.11}$$

Considerando a relação entre a indução de pico e o campo magnético, determina-se a força magnetomotriz F_g no entreferro do motor conforme (A.12):

$$F_g = \frac{2 \cdot l_g \cdot k_C}{\mu_0} \cdot B_g \tag{A.12}$$

Na qual k_C é o fator de Carter considerando as ranhuras do primário e do secundário e l_g é o comprimento do entreferro, dado por:

$$l_g = \frac{1}{2} \cdot \left(D_5 - D_4\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(63{,}5 - 60\right) = 1{,}75 \text{ mm} \tag{A.13}$$

Devido ao fato de que os enrolamentos primário e secundário são cobertos por capas magnéticas, a saturação destas determina uma abertura equivalente nas ranhuras (ALVARENGA et al., 2002d). Adotando k_C = 1,1 e substituindo (A.1) e (A.13) em (A.12), determina-se:

$$F_g = 1532 \text{ A-espiras} \tag{A.14}$$

Este valor é o valor de força magnetomotriz necessário para estabelecer o fluxo no entreferro. Admite-se, aqui, que as permeabilidades das partes magnéticas do motor são infinitamente grandes. Desta forma, F_g é a estimativa do carregamento elétrico da máquina.

A partir de D_6 e D_7, determina-se a profundidade h_r da ranhura do primário, conforme a seguir:

$$h_r = \frac{1}{2} \cdot \left(D_7 - D_6\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(115 - 63{,}5\right) = 25{,}75 \text{ mm} \tag{A.15}$$

De (3.9), é possível relacionar a densidade de corrente eficaz J_r na ranhura do primário e a área da ranhura A_r com a força magnetomotriz através da relação:

$$F_g = \frac{3 \cdot \sqrt{2}}{\pi} \cdot J_r \cdot A_r \tag{A.16}$$

Para o carregamento com a corrente magnetizante apenas, admite-se que $J_r = 3$ A/mm^2. Então, de (A.14) e (A.16), determina-se:

$$A_r \cong 378 \text{ mm}^2 \tag{A.17}$$

Um esboço da região das ranhuras do primário é feito na Fig. A.3.

Desta forma, a área da ranhura pode ser calculada por:

$$A_r = b_s \cdot h_r \tag{A.18}$$

Na qual b_s é a largura da ranhura.

Substituindo (A.15) e (A.17) em (A.18), determina-se $b_s \cong 14{,}7$ mm.

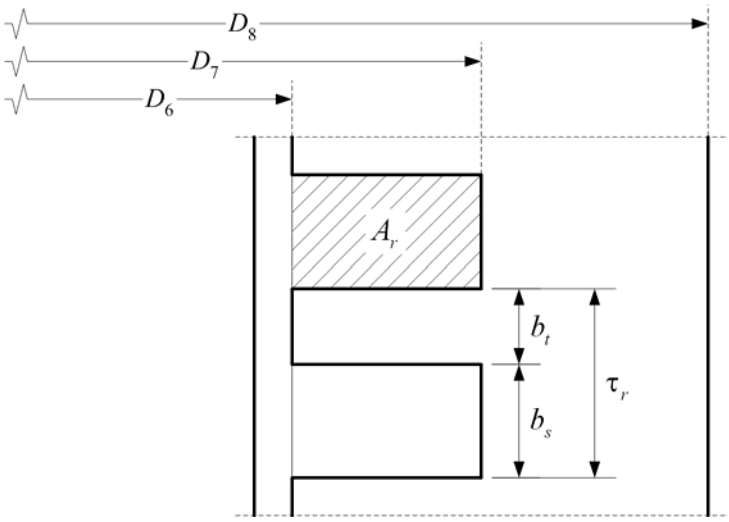

Fig. A.3. Identificação da geometria da ranhura (primário).

Sendo o enrolamento primário concentrado em uma única ranhura, determina-se o passo da ranhura τ_r como sendo um terço do passo polar. Desta forma, a partir de (A.9), vem:

$$\tau_r = \frac{\tau_p}{3} = \frac{75}{3} = 25 \text{ mm} \tag{A.19}$$

Tomando

$$b_s = 15 \text{ mm} \tag{A.20}$$

Então, pela Fig. A.3, a largura b_t do dente do primário é calculada por:

$$b_t = \tau_r - b_s = 25 - 15 = 10 \text{ mm} \tag{A.21}$$

Freqüência de Operação

A velocidade nominal obtida por (3.5) deve estar associada a escorregamentos entre 0,7 e 1,0. Deste modo, a partir de (3.15), adota-se o seguinte valor para a velocidade síncrona do motor:

$$v_S = 1{,}5 \text{ m/s} \tag{A.22}$$

Substituindo (A.9) e (A.22) em (3.15), determina-se:

$$f = \frac{1{,}5}{2 \cdot 0{,}075} = 10 \text{ Hz} \tag{A.23}$$

Tensão de Fase, Número de Espiras e Fluxo por Pólo

Para acionar 2 (dois) módulos do motor adota-se uma tensão de linha padrão de 127 V. Desta forma, a tensão de fase V_f é dada por:

$$V_f = \frac{1}{2} \cdot \frac{127}{\sqrt{3}} \cong 37 \text{ V} \tag{A.24}$$

Substituindo (A.5), (A.23) e (A.24) em (3.7) determina-se $N_f \cong 349$ espiras. Adota-se:

$$N_f = 320 \text{ espiras} \tag{A.25}$$

Para o enrolamento concentrado com bobinas ligadas em série, determina-se o número de espiras da bobina N_b através da relação:

$$N_b = \frac{N_f}{2p} = \frac{320}{10} = 32 \text{ espiras} \tag{A.26}$$

Utilizando os dados determinados por (A.23), (A.24) e (A.25), recalcula-se o fluxo por pólo do motor. Desta forma, de (3.7), vem:

$$\phi_p = 5{,}20 \cdot 10^{-3} \text{ Wb} \tag{A.27}$$

Coroa do Secundário

Admitindo que a indução média na coroa do secundário B_{int} (T) seja um pouco maior que o valor adotado para B_{ext} (1,9 T, por exemplo), é possível determinar o diâmetro externo da coroa do secundário.

A partir da Fig. 0.6 representa-se a seção transversal da coroa do secundário na Fig. A.4.

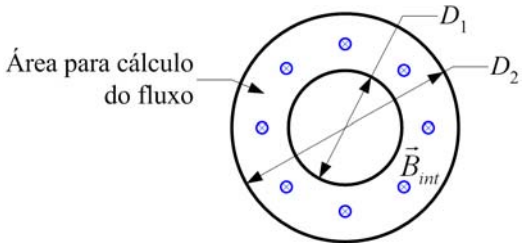

Fig. A.4. Seção transversal da coroa do secundário.

Da Fig. A.4, pode-se escrever:

$$B_{int} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \left(D_2^2 - D_1^2\right) = \frac{\phi_p}{2} \tag{A.28}$$

Desta forma, substituindo (3.17) e (A.5) em (A.28), determina-se $D_2 \cong 48$ mm. Adota-se

$$D_2 = 46 \text{ mm} \tag{A.29}$$

Componente de Carga da Corrente do Primário

A partir do circuito equivalente da máquina de indução, determina-se a força desenvolvida pelo motor F_N (N) pela relação (A.30).

$$F_N = 3 \cdot \frac{R_2}{s} \cdot I_r^2 \cdot \frac{1}{v_S} \tag{A.30}$$

Na qual R_2 (Ω) é a resistência por fase do secundário, referida ao primário e I_r (A) é o componente de carga da corrente do primário.

O valor de R_2 é determinado pela resistência da barra da gaiola anular (MATSCH & MORGAN, 1987). Considerando um motor de indução trifásico com z_2 barras ou fases na gaiola e enrolamento primário concentrado, determina-se:

$$R_2 = 3 \cdot \frac{N_f^2 \cdot k_e^2}{z_2} \cdot R_B \tag{A.31}$$

Na qual k_e é o fator de enrolamento do primário e R_B (Ω) é a resistência da barra da gaiola.

Para uma barra da gaiola anular com seção retangular, conforme a Fig. A.5, determina-se o valor de R_B, de forma aproximada, pela relação:

$$R_B = \frac{1}{\sigma_c} \cdot \frac{\pi}{b'_s} \cdot \frac{D_3 + D_2}{D_3 - D_2} \tag{A.32}$$

Na qual σ_c é dado por (5.53) e b'_s (m) é a largura da ranhura do secundário.

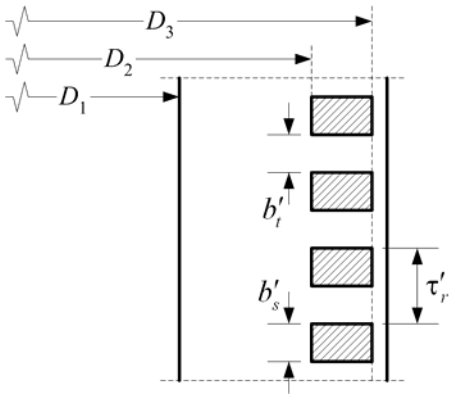

Fig. A.5. Identificação da geometria da ranhura (secundário).

Adotando z_2 = 75, o passo de ranhura do secundário τ'_r fica sendo:

$$\tau'_r = \frac{L_T}{z_2} = \frac{750}{75} = 10 \text{ mm} \tag{A.33}$$

Supondo que metade do passo de ranhura seja ocupado pela ranhura, determinam-se, para o secundário, a largura da ranhura b'_s e a largura do dente b'_t por:

$$b'_s = b'_t = 5 \text{ mm} \tag{A.34}$$

Substituindo (3.18), (A.29) e (A.34) em (A.32) e usando o resultado obtido de R_B em (A.31), determina-se:

$$R_2 = 0{,}533 \ \Omega \tag{A.35}$$

Adotando uma força nominal por módulo de F_N = 1000 N (para s = 1) e substituindo (A.22) e (A.35) em (A.30), vem:

$$I_r = 30{,}7 \text{ A} \tag{A.36}$$

Reatância de Magnetização do Primário por Fase

Para a máquina de indução, pode-se calcular a reatância de magnetização X_m (Ω) de forma aproximada pela expressão:

$$X_m = \frac{V_f}{I_m} - X_1 \ \Omega \tag{A.37}$$

Na qual I_m (A) é a corrente de magnetização do motor e X_1 é a reatância de dispersão calculada segundo a metodologia do Anexo B.

Supondo novamente apenas o carregamento devido ao entreferro, substitui-se (A.10), (A.14) e (A.25) em (3.9) e determina-se:

$$I_m = 35{,}5 \ \text{A} \tag{A.38}$$

Substituindo (A.24), (B.9) e (A.38) em (A.37), determina-se:

$$X_m = 0{,}642 \ \Omega \tag{A.39}$$

Cálculo Elétrico e Magnético — Dados Finais

Para determinação das grandezas elétricas e magnéticas nominais é necessário resolver o circuito magnético do motor tubular. Dada a geometria descrita na Fig. 0.5 e os materiais associados a cada parte da mesma, realiza-se um processo iterativo que tem como ponto de partida o valor do fluxo por pólo (A.27).

O processo iterativo consiste, basicamente, em determinar as forças magnetomotrizes referentes às diferentes regiões que o fluxo percorre. A iteração se torna necessária para que se possam determinar as forças magnetomotrizes nas regiões com propriedade magnética não linear.

Desta forma, determinam-se o carregamento elétrico do motor, as induções nas diferentes regiões, recalculam-se as reatâncias e estima-se a força eletromagnética desenvolvida.

Apresentam-se, a partir da Tabela A-1 até a Tabela A-4 a seguir, os principais valores associados ao protótipo do motor tubular desenvolvido. A metodologia de cálculo dos dados referentes às reatâncias de dispersão do primário e secundário é mostrada no Anexo B.

Tabela A-1. Dados Geométricos

Descrição	**Nome**	**Valor**
Diâmetro interno do motor	D_1	24 mm
Diâmetro externo da coroa do secundário	D_2	46 mm
Diâmetro interno da capa magnética do secundário	D_3	57,9 mm
Diâmetro externo da capa magnética do secundário	D_4	60 mm
Diâmetro interno da capa magnética do primário	D_5	63,5 mm
Diâmetro externo da capa magnética do primário	D_6	66 mm
Diâmetro interno da coroa do primário	D_7	115 mm
Diâmetro externo do motor	D_8	124 mm
Comprimento nominal de um módulo	L_T	750 mm

Tabela A-2. Dados Elétricos

Descrição	Nome	Valor
Número de fases	m	3
Tensão nominal por fase por módulo	V_f	37 V
Freqüência de operação	f	10 Hz
Velocidade síncrona	v_S	1,5 m/s
Força nominal	F_N	1000 N
Resistência do enrolamento primário por fase	R_1	0,302 Ω
Reatância de dispersão do primário por fase	X_1	0,400 Ω
Reatância de magnetização por fase	X_m	1,104 Ω
Resistência do secundário por fase, referida ao primário	R_2	0,531 Ω
Reatância de dispersão do secundário por fase, referida ao primário	X_2	0,177 Ω
Reatância de dispersão da ranhura do primário	X_r	0,171 Ω
Reatância de dispersão da abertura equivalente — ranhura do primário	X_a	0,0164 Ω
Reatância de dispersão diferencial do primário	X_{dif}	0,213 Ω
Reatância de dispersão da ranhura do secundário	X'_r	0,030 Ω
Reatância de dispersão abertura equivalente — ranhura do secundário	X'_a	0,022 Ω
Reatância de dispersão diferencial do secundário	X'_{dif}	0,125 Ω

Tabela A-3. Dados Magnéticos

Descrição	Nome	Valor
Número de pólos	$2p$	10
Fluxo magnético por pólo	ϕ_p	$5{,}2 \cdot 10^{-3}$ Wb
Entreferro	l_g	1,75 mm
Diâmetro médio do entreferro	D_g	61,75 mm
Indução média no entreferro	B_m	0,27 T
Indução média na coroa do primário	B_{ext}	1,54 T
Indução média na coroa do secundário	B_{int}	1,60 T
Indução média no dente do primário	$B_{1(d)}$	0,98 T
Indução média no dente do secundário	$B_{2(d)}$	1,08 T
Força magnetomotriz no entreferro	F_g	1773 A·esp
Corrente de magnetização	I_m	24,9 A
Abertura equivalente da ranhura do primário	b_e	12,5 mm
Abertura equivalente da ranhura do secundário	b'_e	2,9 mm
Fator de Carter do primário	k_{c1}	1,42
Fator de Carter do secundário	k_{c2}	1,08
Fator de saturação	k_{sat}	1,21

Tabela A-4. Enrolamentos

Descrição	Nome	Valor
Passo de ranhura do primário	τ_r	25 mm
Largura da ranhura do primário	b_s	15 mm
Largura do dente do primário	b_t	10 mm
Profundidade da ranhura do primário	h_r	24,5 mm
Número de espiras da bobina do primário	N_b	32
Número de espiras série da fase do enrolamento do primário	N_f	320
Largura da capa magnética do primário	h_c	1,25 mm
Passo de ranhura do secundário	τ'_r	10 mm
Largura da ranhura do secundário	b'_s	5 mm
Largura do dente do secundário	b'_t	5 mm
Profundidade da ranhura do secundário	h'_r	5,95 mm
Largura da capa magnética do secundário	h'_c	1,05 mm

ANEXO B

CÁLCULO DAS REATÂNCIAS DE DISPERSÃO DAS RANHURAS

Reatância de Dispersão do Primário por Fase

A dispersão no motor tubular é composta de duas partes: a dispersão na ranhura e a dispersão diferencial. Não é considerado o efeito da cabeça de bobina. A metodologia empregada a seguir é baseada no livro "Linear Electric Actuators and Generators" (BOLDEA & NASAR, 1997).

Para o cálculo da reatância de dispersão dos enrolamentos primário e secundário, a teoria das máquinas convencionais deve ser revista, pois o motor tubular apresenta ranhuras no formato anular, conforme se pode verificar na Fig. B.1.

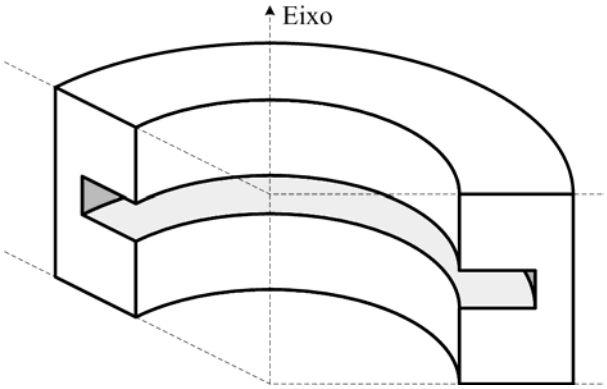

Fig. B.1. Esboço da ranhura do primário.

Definem-se r_6 e r_7 como os raios associados aos diâmetros D_6 e D_7, respectivamente, na forma a seguir:

$$\left.\begin{aligned} r_6 &= \frac{D_6}{2} \\ r_7 &= \frac{D_7}{2} \end{aligned}\right\} \tag{B.1}$$

Considerando uma ranhura do primário, o fluxo magnético de dispersão ϕ percorre caminhos no meio magnético e na ranhura, e varia a medida que se desloca na direção radial, conforme ilustrado na Fig. B.2.

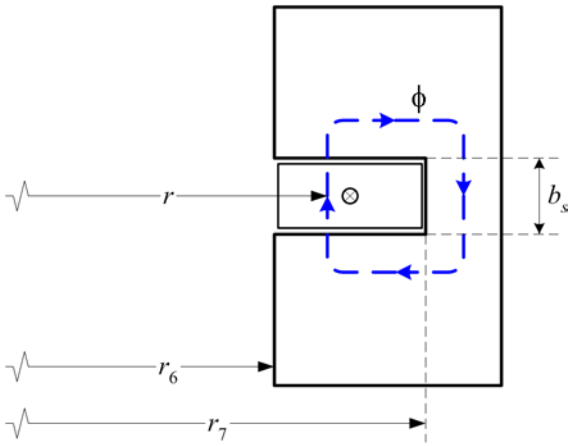

Fig. B.2. Fluxo de dispersão na ranhura do primário.

Analisando o fluxo $d\phi$ (Wb) que atravessa uma área elementar dS (m^2) na região da ranhura, conforme ilustrado na Fig. B.3, pode-se escrever:

$$d\phi = \mathrm{P} \cdot F_r \tag{B.2}$$

Na qual P (Wb/A) é a permeância do trecho percorrido pelo fluxo dentro da ranhura e F_r (A·esp) é a força magnetomotriz correspondente à corrente concatenada pelo fluxo $d\phi$ (área listrada na Fig. B.3).

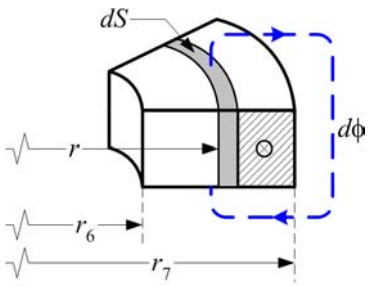

Fig. B.3. Fluxo de dispersão na ranhura em função do raio.

A partir da Fig. B.3, determina-se por uma simples regra de três:

$$F_r = N_b \cdot \frac{r_7 - r}{r_7 - r_6} \cdot I_f \tag{B.3}$$

Do mesmo modo, considerando apenas o percurso na ranhura, determina-se:

$$\mathrm{P} = \mu_0 \cdot \frac{dS}{b_s} = \mu_0 \cdot \frac{2\pi \cdot r \cdot dr}{b_s} \tag{B.4}$$

Substituindo (B.3) e (B.4) em (B.2), determina-se o fluxo total de dispersão na ranhura conforme a seguir.

$$\phi = \frac{\pi \cdot \mu_0 \cdot N_b}{3 \cdot b_s} \cdot \left(r_7^2 + r_7 \cdot r_6 - 2 \cdot r_6^2\right) \cdot I_f \tag{B.5}$$

A partir de (B.5), considerando o enrolamento concentrado, demonstra-se que a reatância de dispersão X_r (Ω) da ranhura do primário pode ser obtida pela expressão:

$$X_r = \frac{\pi^2 \cdot \mu_0 \cdot f \cdot N_f^2}{12 p \cdot b_s} \cdot \left(D_7^2 + D_7 \cdot D_6 - 2 \cdot D_6^2\right) \tag{B.6}$$

Apesar das ranhuras serem fechadas pelas capas magnéticas, estas capas apresentam um certo grau de saturação. Isso indica que, apesar do entreferro ser liso, existem distorções de fluxo e a indução no entreferro não é perfeitamente senoidal.

Desta forma, a saturação da capa magnética equivale a uma diminuição da permeabilidade magnética do material e o fluxo no entreferro se comporta com se existisse uma abertura equivalente nas ranhuras (ALVARENGA et al., 2002d).

Admitindo que a ranhura possua uma abertura equivalente, um procedimento semelhante ao descrito na Fig. B.3 permite a obtenção da reatância de dispersão X_a (Ω) da região da abertura na forma:

$$X_a = \frac{\pi^2 \cdot \mu_0 \cdot f \cdot N_f^2}{4 p \cdot b_e} \cdot \left(D_6^2 - D_5^2\right) \tag{B.7}$$

Na qual b_e (m) é a abertura equivalente da ranhura.

Finalmente, a dispersão diferencial X_{dif} é obtida pelos fluxos de ordem harmônica superior no entreferro. X_{dif} (Ω) pode ser calculado por:

$$X_{dif} = 0{,}579 \cdot \frac{\mu_0 \cdot f \cdot N_f^2 \cdot \tau_p \cdot D_g}{k_C \cdot k_{sat} \cdot l_g \cdot p} \tag{B.8}$$

Na qual k_{sat} é o fator de saturação, dado pela relação entre a força magnetomotriz total exigida pelo circuito magnético e a força magnetomotriz do entreferro.

Determina-se a reatância de dispersão total do primário do motor tubular pela soma de X_r, X_a e X_{dif}. Desta forma, utilizando as expressões (B.6), (B.7) e (B.8), obtém-se:

$$X_1 = 0{,}400\ \Omega \tag{B.9}$$

Reatância de Dispersão do Secundário por Fase

O mesmo procedimento é utilizado para o cálculo da reatância de dispersão do secundário. Para a reatância de dispersão na ranhura no secundário X'_r (Ω), a expressão do fluxo de dispersão na ranhura onde a barra está presente é obtida pela expressão (B.5), fazendo $N_b = 1$, trocando o valor de I_f pela corrente na barra I_B e trocando os valores de b_s, r_7 e r_6 por b'_s, r_3 e r_2, respectivamente. Os raios r_3 e r_2 são os raios correspondentes aos diâmetros D_3 e D_2, respectivamente.

O valor da reatância assim obtido é referido ao primário na forma de (A.31), o que resulta:

$$X'_r = \frac{\pi^2 \cdot \mu_0 \cdot f \cdot N_f^2}{2 \cdot z_2 \cdot b_s} \cdot \left(D_3^2 + D_3 \cdot D_2 - 2 \cdot D_2^2\right) \tag{B.10}$$

Do mesmo modo, a dispersão da abertura equivalente da ranhura do secundário X'_a (Ω) pode ser obtida de (B.7), fazendo $N_f = 1$ e trocando b_e, D_6 e D_5 por b'_e, D_4 e D_3. b'_e (m) é a abertura equivalente da ranhura do secundário. Referindo o resultado ao primário, resulta:

$$X'_a = \frac{3\pi^2 \cdot \mu_0 \cdot f \cdot N_f^2}{2p \cdot b'_e} \cdot \left(D_4^2 - D_3^2\right) \tag{B.11}$$

Finalmente, a dispersão diferencial do secundário X'_{dif} (Ω) é calculada de forma idêntica à da dispersão diferencial do primário e é referida ao primário. A expressão obtida é:

$$X'_{dif} = 0{,}080 \cdot \frac{\mu_0 \cdot f \cdot N_f^2 \cdot \tau_p \cdot D_g}{z_2 \cdot k_C \cdot k_{sat} \cdot l_g \cdot 2p} \tag{B.12}$$

A soma dos termos X'_r, X'_a e X'_{dif} resulta na reatância de dispersão do secundário X_2 (Ω). Deste modo, obtém-se:

$$X_2 = 0{,}177 \ \Omega \tag{B.13}$$

ANEXO C

CONTINUIDADE DOS VETORES CAMPO ELÉTRICO E CAMPO MAGNÉTICO PARA MEIOS EM MOVIMENTO

Vetor Campo Elétrico

Para determinar a condição de continuidade do vetor campo elétrico em uma fronteira entre dois meios em movimento, seja o cálculo da força eletromotriz no contorno fechado A-B-C-D, localizado em uma região que engloba a referida fronteira, conforme ilustra a Fig C.1.

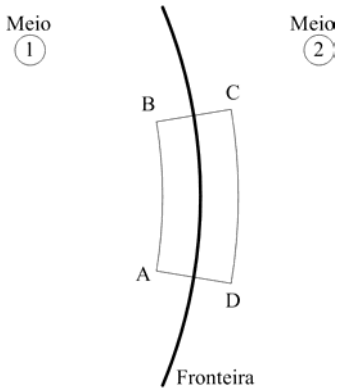

Fig. C.1 Esboço do contorno A-B-C-D na fronteira entre dois meios.

Adotando a convenção de índice "1" e "2" para os meios 1 e 2, respectivamente, e utilizando coordenadas cilíndricas, admite-se que a fronteira esteja localizada em uma determinada posição radial *r*. Admitindo também que os campos elétricos $\vec{E}_1$ e $\vec{E}_2$ sejam tangenciais à fronteira, conforme (4.12), e que os meios possuam velocidades $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$ perpendiculares ao plano da página, de acordo com (4.18), ilustra-se na Fig. C.2 novamente a região em questão. Nesta figura também são mostrados os componentes da indução $\vec{B}_1$ e $\vec{B}_2$, normais à fronteira.

A força eletromotriz total **V** no percurso A-B-C-D-A é nula (KRAUS & CARVER, 1986) e é calculada por:

$$\mathbf{V} = \oint_{\text{A-B-C-D-A}} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \oint_{\text{A-B-C-D-A}} \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{l} = 0 \tag{C.1}$$

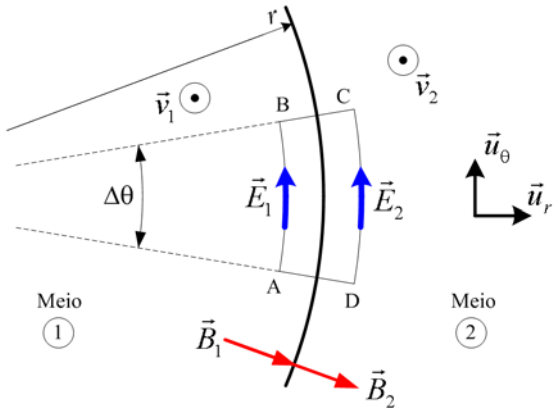

Fig. C.2 Indicação dos campos na fronteira entre dois meios.

Desenvolvendo esta última expressão de acordo com a Fig. C.2, vem:

$$\int_{\text{A-B}} \vec{E}_1 \cdot d\vec{l} + \int_{\text{C-D}} \vec{E}_2 \cdot d\vec{l} + \int_{\text{A-B}} \left(\vec{v}_1 \times \vec{B}_1\right) \cdot d\vec{l} + \int_{\text{C-D}} \left(\vec{v}_2 \times \vec{B}_2\right) \cdot d\vec{l} = 0 \tag{C.2}$$

Realizando as integrais de linha em cada trecho, obtém-se:

$$E_1 + v_1 \cdot B_1 = E_2 + v_2 \cdot B_2 \tag{C.3}$$

De acordo com (5.7), a relação entre os componentes de campo elétrico e da indução em questão é determinada pela velocidade. Admitindo uma referência no meio 1, determina-se $v_1 = 0$ e admite-se que $v_2 = v$. Desta forma, de (5.7), determinam-se as relações (C.4) e (C.5) a seguir.

$$\frac{B_1}{E_1} = \frac{1}{v_S} \tag{C.4}$$

$$\frac{B_2}{E_2} = \frac{1}{v_S - v} \tag{C.5}$$

Nas quais v_S é a velocidade síncrona de deslocamento do meio. Substituindo (C.4) e (C.5) em (C.3), chega-se a:

$$E_2 = s \cdot E_1 \tag{C.6}$$

Na qual s é o escorregamento, dado por:

$$s = \frac{v_S - v}{v_S} \tag{C.7}$$

Da mesma forma, admitindo a referência no meio dois, escolhe-se $v_1 = v$ e $v_2 = 0$. A relação (C.3) nesta condição resulta:

$$E_2 = \frac{E_1}{s} \tag{C.8}$$

De acordo com as expressões (C.6) e (C.8), a continuidade dos componentes tangenciais do campo elétrico na fronteira entre dois meios em movimento relativo é alterada por um fator s ou $1/s$, dependendo da referência que se adota.

Este resultado está em conformidade com o procedimento de obtenção do circuito equivalente da máquina de indução, comumente encontrado nos livros de teoria das máquinas elétricas.

Vetor Campo Magnético

Toma-se novamente os meios hipotéticos 1 e 2 com velocidades $\vec{v}_1$ e $\vec{v}_2$, respectivamente. Admite-se que na fronteira entre os meios 1 e 2 exista uma corrente laminar $\vec{J}_S$, e que nos meios existam apenas os componentes tangenciais dos campos magnéticos $\vec{H}_1$ e $\vec{H}_2$. Para determinar a condição de continuidade do vetor campo magnético na fronteira entre os dois meios, seja o cálculo da força magnetomotriz no contorno fechado A-B-C-D-A, localizado numa região que engloba a fronteira, conforme ilustra na Fig. C.3.

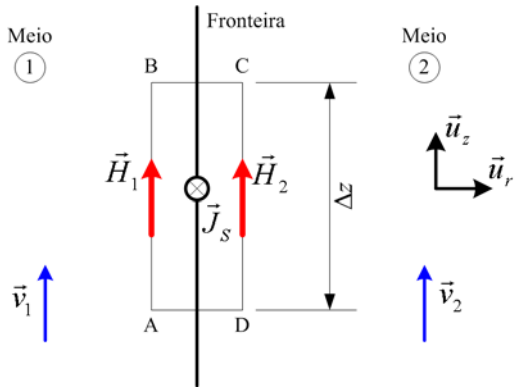

Fig. C.3 Indicação de campos e do contorno A-B-C-D na fronteira entre dois meios.

De acordo com a lei de Ampère, a força magnetomotriz ao longo do percurso fechado indicado na Fig. C.3 é igual à corrente total que atravessa a área do percurso (KRAUS & CARVER, 1986). Desta forma, tem-se:

$$\oint_{\text{A-B-C-D-A}} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint_{S} \vec{J} \cdot d\vec{S} \tag{C.9}$$

Na qual o vetor $\vec{J}$ se exprime em função do vetor $\vec{J}_S$ pela relação:

$$\vec{J}_S = \vec{J} \cdot \Delta z \tag{C.10}$$

Em (C.10), Δz é o comprimento do percurso A-B-C-D. Portanto, resolvendo as integrais em (C.9), independentemente da referência de velocidade adotada, determina-se:

$$H_1 - H_2 = J_S \tag{C.11}$$

Este resultado evidencia que a velocidade dos meios não altera a continuidade do componente tangencial do campo magnético.

ANEXO D

PROPRIEDADES FÍSICAS DOS MEIOS ANISOTRÓPICOS

Permeabilidade na direção axial

A permeabilidade magnética μ_z (H/m) na direção $\vec{u}_z$ pode ser determinada através do cálculo da relutância equivalente do caminho percorrido pelo fluxo na camada (MISHKIN, 1954).

Admitindo uma camada com ranhuras e dentes, o fluxo ϕ (Wb) percorre na direção $\vec{u}_z$ trechos com permeabilidade μ_0 (ranhuras) e trechos com permeabilidade μ_f igual à do ferro (dentes), conforme se observa na Fig. D.1.

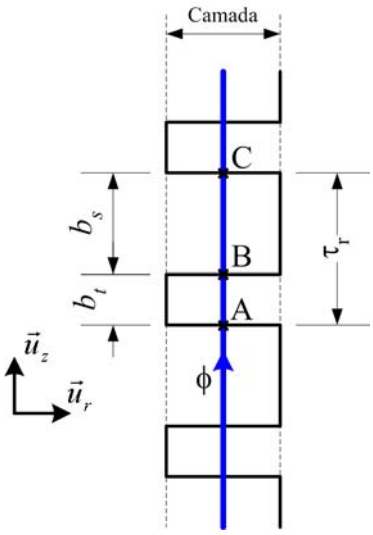

Fig. D.1 Percurso do fluxo na direção axial.

Nesta figura, τ_r (m) é o passo de ranhura, b_s e b_t (m) são as larguras da ranhura e do dente, respectivamente. Considera-se que os trechos dos dentes são constituídos de laminações de material ferromagnético, na direção transversal ao percurso do fluxo.

Desta forma, no trecho A-B, o fluxo percebe uma relutância R_{AB} e no trecho B-C, R_{BC}. O trecho A-C tem relutância equivalente R_{eq}^{z}, dada por:

$$\mathrm{R}_{eq}^{z} = \mathrm{R}_{AB} + \mathrm{R}_{BC} \tag{D.1}$$

Na qual R_{AB}, R_{BC} e R_{eq}^{z} são dadas em A/Wb.

Considerando os meios não-saturados, as relutâncias podem ser calculadas conforme (D.2) a (D.4) a seguir.

$$\mathrm{R}_{AB} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{b_s}{A} \tag{D.2}$$

$$\mathrm{R}_{BC} = \frac{1}{\mu_f} \cdot \frac{f_s \cdot b_t}{A} \tag{D.3}$$

$$\mathrm{R}_{eq}^{z} = \frac{1}{\mu_z} \cdot \frac{\tau_r}{A} \tag{D.4}$$

Nas quais f_s é o fator de empilhamento e A (m^2) é a área lateral da ranhura. Substituindo (D.2)-(D.4) em (D.1), obtém-se:

$$\mu_z = \frac{\mu_0 \cdot \mu_f \cdot \tau_r}{\mu_0 \cdot f_s \cdot b_t + \mu_f \cdot b_s} \tag{D.5}$$

Para os meios e a geometria em estudo, tem-se $\mu_f \cdot b_s >> \mu_0 \cdot f_s \cdot b_t$, desta forma (D.5) se reduz à expressão utilizada no Capítulo 0 para o cálculo da permeabilidade na direção axial:

$$\mu_z \cong \frac{\tau_r}{b_s} \cdot \mu_0 \tag{D.6}$$

Permeabilidade na direção radial

Para o cálculo da permeabilidade magnética μ_r (H/m) na direção $\vec{u}_r$, considera-se o fluxo ϕ percorrendo radialmente uma região (camada) composta por ranhuras e dentes, conforme se ilustra na Fig. D.2.

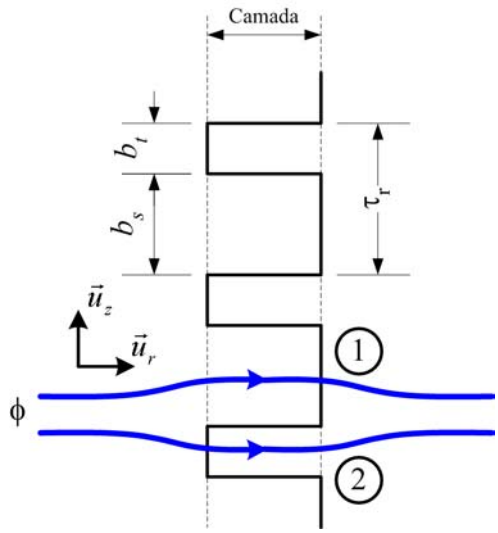

Fig. D.2 Percurso do fluxo na direção radial.

Admite-se que o fluxo magnético percorre dois caminhos em paralelo. O primeiro correspondente à ranhura e tem relutância R_1 (A/Wb) e o segundo correspondente ao dente, com relutância R_2 (A/Wb). A relutância equivalente R_{eq}^{r} (A/Wb) na direção radial é obtida de (D.7).

$$\frac{1}{R_{eq}^{r}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \tag{D.7}$$

Observando a Fig. D.2, determinam-se:

$$R_1 = \frac{1}{\mu_0} \cdot \frac{h}{L \cdot b_s} \tag{D.8}$$

$$R_2 = \frac{1}{\mu_f} \cdot \frac{h}{L \cdot f_s \cdot b_t} \tag{D.9}$$

$$R_{eq}^{r} = \frac{1}{\mu_r} \cdot \frac{h}{L \cdot \tau_r} \tag{D.10}$$

Nas quais h (m) é a profundidade da ranhura e L (m) é o comprimento circunferencial médio da camada. Substituindo (D.8)-(D.10) em (D.7), vem:

$$\mu_r = \frac{\mu_0 \cdot b_s + \mu_f \cdot f_s \cdot b_t}{\tau_r} \tag{D.11}$$

Em (D.11), tem-se $\mu_f \cdot f_s \cdot b_t >> \mu_0 \cdot b_s$. Portanto, escreve-se:

$$\mu_r \cong \frac{f_s \cdot b_t}{\tau_r} \cdot \mu_f \tag{D.12}$$

Esta última expressão é utilizada no Capítulo 0 para o cálculo da permeabilidade magnética na direção radial.

Condutividade na direção azimutal

As densidades de corrente presentes no motor de indução linear tubular são vetores que têm sempre a direção azimutal $\vec{u}_\theta$. Para calcular a condutividade σ (S/m) nesta direção, considera-se o vetor densidade de corrente $\vec{J}$ (A/m^2) percorrendo uma camada composta por ranhuras e dentes, conforme se ilustra na Fig. D.3.

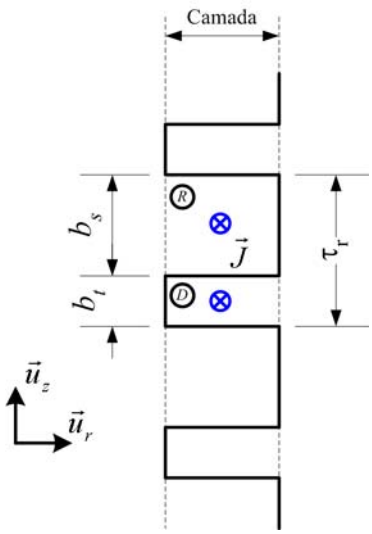

Fig. D.3 Área atravessada pelo vetor densidade de corrente na camada das ranhuras e dentes.

Considerando um passo de ranhura τ_r, o vetor $\vec{J}$ percebe dois caminhos em paralelo, com condutividades σ_R e σ_D (S/m), correspondentes à ranhura e ao dente, respectivamente. Do mesmo modo, pode-se dizer que a corrente total correspondente ao vetor $\vec{J}$, atravessa dois caminhos em paralelo, com resistências R_R e R_D (Ω).

A resistência equivalente R_{eq}^{θ} dos dois percursos em paralelo pode ser calculada na forma a seguir.

$$\frac{1}{R_{eq}^{\theta}} = \frac{1}{R_R} + \frac{1}{R_D} \tag{D.13}$$

A partir da Fig. D.3, determinam-se:

$$R_R = \frac{1}{\sigma_R} \cdot \frac{L}{h \cdot b_s} \tag{D.14}$$

$$R_D = \frac{1}{\sigma_D} \cdot \frac{L}{h \cdot f_s \cdot b_t} \tag{D.15}$$

$$R_{eq}^{\theta} = \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{L}{h \cdot \tau_r} \tag{D.16}$$

Nas quais h e L são idênticos aos dados nas relações (D.8)-(D.10). Substituindo (D.14)-(D.16) em (D.13), determina-se:

$$\sigma = \frac{\sigma_R \cdot b_s + \sigma_D \cdot f_s \cdot b_t}{\tau_r} \tag{D.17}$$

Nas aplicações do Capítulo 0, têm-se os casos em que a camada é constituída de ferro e cobre (gaiola anular) ou ferro e ar (ranhuras e dentes do primário). Para as regiões compostas de ferro e cobre, tem-se $\sigma_R \cdot b_s >> \sigma_D \cdot f_s \cdot b_t$. Então (D.17) se reduz a (D.18).

$$\sigma \cong \frac{b_s}{\tau_r} \cdot \sigma_R \tag{D.18}$$

Para as regiões compostas de ferro e ar, $\sigma_R = 0$. Portanto, usa-se a expressão (D.19).

$$\sigma \cong \frac{f_s \cdot b_t}{\tau_r} \cdot \sigma_D \tag{D.19}$$

ANEXO E

DESCRIÇÃO DO PROCESSO DE FABRICAÇÃO

Grande cuidado foi tomado com relação às conexões elétricas entre módulos. Para cada fase, estas conexões foram realizadas por pinos macho e fêmea em pares, de forma a garantir a continuidade da corrente. Placas de conexão entre módulos foram concebidas de forma a permitir alojar os pinos de conexão e estancar os enrolamentos, por meio de anéis de vedação ("o-rings") apropriados. Observa-se, na Fig. E.1, um desenho básico fora de escala da região de conexão entre módulos do primário e do secundário.

Podem ser observados na Fig. E.1 detalhes importantes da construção do primário: as placas de conexão elétrica e mecânica entre módulos; os pinos macho e fêmea de conexão elétrica; as bobinas do enrolamento; os dentes e o núcleo; a luva de conexão mecânica; os anéis de vedação ("o-rings") e a capa magnética de cobertura do enrolamento.

Com relação ao secundário, observam-se também na mesma figura: o núcleo magnético; os condutores da gaiola anular; os dentes e a conexão entre módulos, realizada através de uma rosca simples.

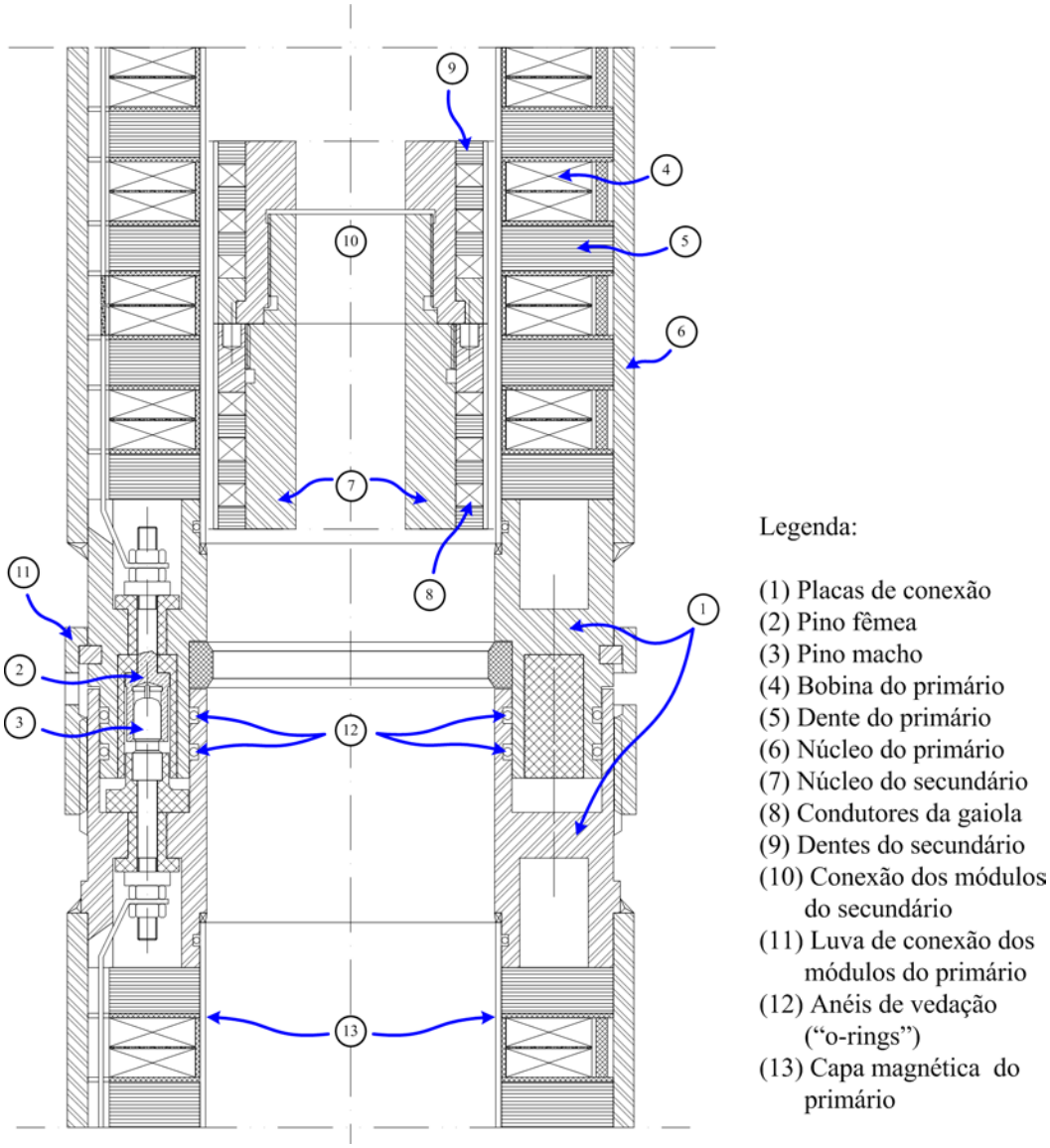

Fig. E.1. Desenho em corte da junção entre módulos do primário e do secundário.

Uma vista geral fora de escala do motor pode ser observada na Fig. E.2. Destacam-se nesta figura as tampas de vedação das extremidades inferior e superior. Estas peças são soldadas diretamente nas placas de conexão e também têm a função de garantir a estanqueidade dos enrolamentos.

Nas linhas que se seguem, são ilustrados alguns passos do processo de fabricação do protótipo do motor de indução linear tubular.

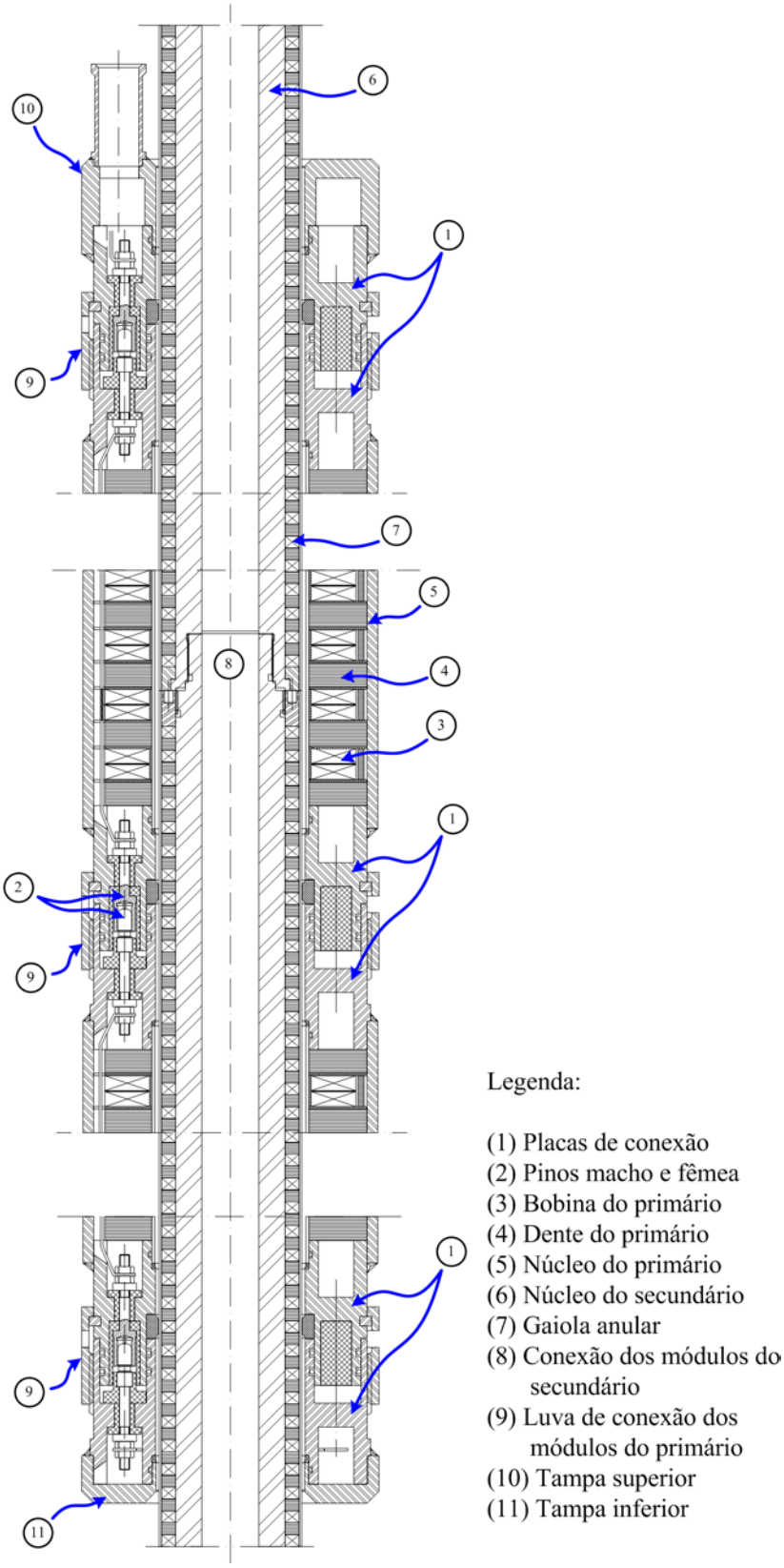

Fig. E.2. Vista geral em corte da planta do motor tubular.

Montagem do primário

As extremidades de cada módulo são peças que realizam a conexão elétrica e mecânica entre os módulos sucessivos. As chamadas placas de conexão são mostradas na Fig. E.3. Nesta figura, observa-se a separação de 120 graus entre as conexões das diferentes fases. Observam-se também os pinos macho e fêmea em pares para cada fase.

Fig. E.3. Placas de conexão entre módulos — pinos machos e fêmeas visíveis.

A montagem do enrolamento primário é feita em volta da própria capa magnética de fechamento do enrolamento do primário, por empilhamento sucessivo de ranhuras de dentes sobre a própria placa de conexão, conforme a Fig. E.4.

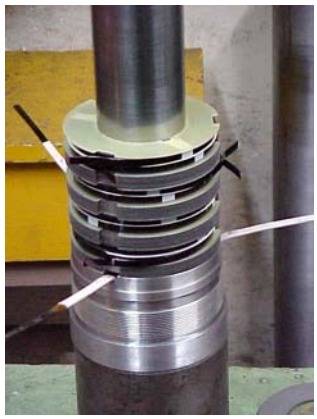

Fig. E.4. Montagem dos enrolamentos do primário.

Depois da montagem das ranhuras e dentes, a conexão em série das bobinas de fase dos enrolamentos do primário é o passo mostrado na Fig. E.5.

Fig. E.5. Conexão das bobinas dos enrolamentos do primário.

Na Fig. E.6 observa-se o enrolamento do primário completamente terminado após impregnação com resina. Esta fase é a preparação para o fechamento da montagem do primário.

Fig. E.6. Enrolamento do primário montado.

Os dois módulos do primário terminados são vistos na Fig. E.7. Observam-se as placas de conexão e, em separado, a luva de junção mecânica entre os módulos

Fig. E.7. Módulos do primário prontos para conexão.

Montagem do secundário

Assim como na montagem do enrolamento primário, a gaiola anular é feita de condutores de cobre e chapas de aço silício empilhados. Neste caso, o empilhamento é feito já sobre a própria coroa do secundário, conforme a Fig. E.8.

Fig. E.8. Detalhe da montagem do secundário.

Uma peça de fechamento é utilizada para fixar a gaiola anular. Na Fig. E.9 é mostrado o secundário já montado e pronto para o fechamento com a capa magnética.

Fig. E.9. Enrolamento do secundário pronto para fechamento com a capa magnética.

Três módulos do secundário montados podem ser vistos na Fig. E.10.

Fig. E.10. Três módulos do secundário próximos ao módulo do primário.

O motor de indução linear tubular e o freio de Pröny

A bancada de testes do motor é mostrada na Fig. E.11. Nesta figura também se pode ver o freio de Pröny e sua conexão mecânica com o secundário do motor.

Fig. E.11. Motor em bancada de testes junto com o freio de Pröny.

Finalmente, o detalhe mostrando o freio de Pröny e os transdutores de posição e de força pode ser observado na Fig. E.12.

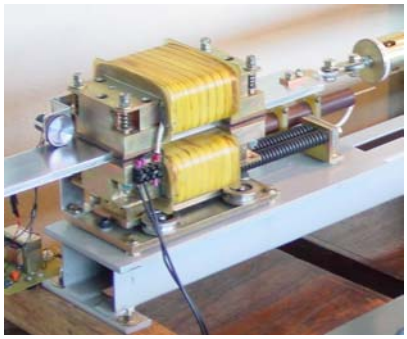

Fig. E.12. Detalhe do freio de Pröny e dos transdutores de posição e de força.

REFERÊNCIAS

(ABRAMOWITZ & STEGUN, 1965) ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. **Handbook of mathematical functions**. New York: Dover Publications, 1965. 1046p.

(ALVARENGA et al., 2002a) ALVARENGA, B.; CHABU, I.; CARDOSO, J. R. Modeling and testing of a ring cage tubular linear induction motor for an oil pumping system. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES, 15., Brugge, 2002. **ICEM 2002 Conference Record**. Antuérpia: Technologish Instituut, 2002. p.(059)1-(059)5. CD-ROM.

(ALVARENGA et al., 2002b) ALVARENGA, B.; CHABU, I.; CARDOSO, J. R. Study of a new driving system for oil wells. In: CONFERÊNCIA DE APLICAÇÕES INDUSTRIAIS, 5., Salvador, 2002. **V Induscon**. Salvador: IEEE Seção Bahia/Seção Sul Brasil, 2002. p.490-495. CD-ROM.

(ALVARENGA et al., 2002c) ALVARENGA, B.; CHABU, I.; CARDOSO, J. R. Motor de indução linear tubular com secundário em gaiola anular — modelo e testes. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ELETROMAGNETISMO, 5., Gramado, 2002. **V CBMAG**. Gramado: SBMAG, 2002. p.(52)1-(52)4. CD-ROM.

(ALVARENGA et al., 2002d) ALVARENGA, B.; CHABU, I.; CARDOSO, J. R. Caracterização de ranhuras com cunhas de fechamento em material ferromagnético. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ELETROMAGNETISMO, 5., Gramado, 2002. **V CBMAG**. Gramado: SBMAG, 2002. p.(53)1-(53)4. CD-ROM.

(BASTOS & SADOWSKY, 2003) BASTOS, J. P. A.; SADOWSKY, N. **Electromagnetic modeling by finite element methods**. New York: Marcel Dekker, 2003. 490p.

(BLAKE, 1957) BLAKE, L. R. Conduction and induction pumps for liquid metals. **Proceedings of the IEE**, v. 104, part A, nº 13, p. 49-63, 1957.

(BOLDEA & NASAR, 1976) BOLDEA, I.; NASAR, S. A. Optimum goodness criterion for linear induction motor design. **Proceedings of the IEE**, v. 123, nº 1, p. 89-92, 1976.

(BOLDEA & NASAR, 1997) BOLDEA, I.; NASAR, S. A. **Linear electric actuators and generators**. New York: Cambridge University Press, 1997. 237p.

(BOLTON, 1969) BOLTON, H. Transverse edge effect in sheet-rotor induction motors. **Proceedings of the IEE**, v. 116, nº 5, p. 725-731, 1969.

(BOWERS, 1972) BOWERS, B. The eccentric electromagnetic engine — a chapter from the very early history of the electric motor. **Electronics & Power**, vol. 18, p. 269-272, julho, 1972.

(BRENNAN, 1986) BRENNAN, J. R. Oil Wells. In: KARASSIK, I. J. et al. **Pump handbook**. Second edition. New York: McGraw-Hill, 1986. p. (9)277-(9)294.

(CAMPANARI, 1967) CAMPANARI, E. Motori asincroni rettilinei. **L'Elettrotecnica**, v. 54, nº 9, p. 716-727, 1967.

(CAMPANARI & VISTOLI, 1969) CAMPANARI, E.; VISTOLI, I. L'Elettomagnete asincrono. **L'Elettrotecnica**, v. 56, nº 10, p. 615-621, 1969.

(CARDOSO, 1992) CARDOSO, J. R. **Introdução ao método dos elementos finitos para engenheiros eletricistas**. São Paulo: publicação independente, 1992. 110p.

(CECCONI et al., 1997) CECCONI, V.; DI DIO, V.; MESSINA, S.; CARDOSO, J. R.; CHABU, I. E.; NABETA, S. I.; SILVA, V. C.; LEBENSZTAJN, L. An integrated numerical/theoretical/experimental analysis of tubular induction motors. In: CONFERENCE ON THE COMPUTATION OF ELECTROMAGNETIC FIELDS, 11., Rio de Janeiro, 1997. **XI COMPUMAG**. Rio de Janeiro: SBMAG, 1997. p. 709-710.

(CULLEN & BARTON, 1958) CULLEN, A. L.; BARTON, T. H. A simplified electromagnetic theory of the induction motor, using the concept of wave impedance. **Proceedings of the IEE**, v. 105, part C, nº 8, p. 331-336, 1958.

(DAVIS, 1972) DAVIS, M. W. Development of concentric linear induction motor. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. PAS-91, nº 4, p. 1506-1513, 1972.

(DI DIO & MONTANA, 1995) DI DIO, V.; MONTANA, M. **Modelo matematico del motore elettrico lineare tubolare ad induzione com indotto cavo**. Palermo: Centro Ricerche sui Elettrici de Potenza Del Consiglio delle Ricerche — CERISEP, Dipartimento di Ingegneria Elettrica dell'Universtità Viale delle Scienze, 1995. (Pubblicazione nº 124/Luglio 1995).

(DI DIO & MONTANA, 1996) DI DIO, V.; MONTANA, M. **Il motore elettrico lineare tubolare ad induzione: stato dell'arte e modello matematico**. Palermo: Centro Ricerche sui Elettrici de Potenza Del Consiglio delle Ricerche — CERISEP, Dipartimento di Ingegneria Elettrica dell'Universtità Viale delle Scienze, 1996. (Pubblicazione nº 140/Gennaio 1996).

(DUNCAN, 1983) DUNCAN, J. Linear induction motor — equivalent-circuit model. **Proceedings of the IEE**, v. 130, part B, nº 1, p. 51-57, 1983.

(EASTHAM & ALWASH, 1972) EASTHAM, J. F.; ALWASH, J. H. Transverse-flux tubular motors. **Proceedings of the IEE**, v. 119, nº 12, p. 1709-1718, 1972.

(EASTHAM et al., 1992) EASTHAM, J. F.; AKMESE, R.; RODGER, D.; HILL-COTTINGHAM, R. J. Prediction of thrust forces in tubular induction machines. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 28, nº 2, p. 1375-1377, 1992.

(ECONOMIDES, 1994) ECONOMIDES, M. J.; HILL, A. D.; EHLIG-ECONOMIDES, C. **Petroleum Production Systems**. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1994. 611p.

(FREEMAN, 1968) FREEMAN, E. M. Traveling waves in induction machines: input impedance and equivalent circuits. **Proceedings of the IEE**, v. 115, nº 12, p. 1772-1776, 1968.

(FREEMAN & SMITH, 1970) FREEMAN, E. M.; SMITH, B. E. Surface impedance method applied to multilayer cylindrical induction devices with circumferential

exciting currents. Correspondence. **Proceedings of the IEE**, v. 117, nº 10, p. 2012-2013, 1970.

(FREEMAN, 1974) FREEMAN, E. M. Equivalent circuits from electromagnetic theory: low-frequency induction devices. **Proceedings of the IEE**, v. 121, nº 10, p. 1117-1121, 1974.

(FREEMAN et al., 1975) FREEMAN, E. M.; LOWTHER, D. A.; LAITHWAITE, E. R. Scale model linear induction motors. **Proceedings of the IEE**, v. 122, nº 7, p. 721-726, 1975.

(FREEMAN, 1975) FREEMAN, E. M. Equivalent circuit for the transverse-flux tubular induction motor. Correspondence. **Proceedings of the IEE**, v. 122, nº 7, p. 744-745, 1975.

(FREEMAN, 1976) FREEMAN, E. M. Wave impedance of induction devices using the scalar Riccati equation. **Proceedings of the IEE**, v. 123, nº 2, p. 145-148, 1976.

(FREEMAN & BLAND, 1976) FREEMAN, E. M.; BLAND, T. G. Equivalent circuit of concentric cylindrical conductors in an axial alternating magnetic field. **Proceedings of the IEE**, v. 123, nº 2, p. 149-152, 1976.

(FREEMAN & PAPAGEORGIOU, 1978) FREEMAN, E. M.; PAPAGEORGIOU, C. Spatial Fourier transforms: a new view of end effects in linear induction motors. **Proceedings of the IEE**, v. 125, nº 8, p. 747-753, 1978.

(GERSEM & HAMEYER, 2000) GERSEM, H.; HAMEYER, K. Finite element simulation of a tubular linear induction motor machine compared to analytical results and measurements. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES, 14., Espoo, 2000. **ICEM 2000 Conference Record**. Antuérpia: Technologish Instituut, 2000. p.107-110.

(GIERAS, 1994) GIERAS, J. F. **Linear Induction Drives**. Oxford: Oxford University Press, 1994. 298p.

(GRADENWITZ, 1917 apud LAITHWAITE, 1970) GRADENWITZ, L. Le canon electromagnetique de Birkeland. **Eclairage**, v. 26, p. 267, 1917 apud LAITHWAITE, E. R.; NASAR, S. E. Linear motion electrical machines. **Proceedings of the IEEE**, v. 58, nº 4, p. 531-542, 1970.

(GREIG & FREEMAN, 1967) GREIG, J.; FREEMAN, E. M. Traveling-wave problem in electrical machines. **Proceedings of the IEE**, v. 114, nº 11, p. 1681-1683, 1967.

(GROOT & HEUVELMAN, 1990) GROOT, D. J.; HEUVELMAN, C. J. Tubular linear induction motors for use as a servo actuator. **IEE Proceedings**, v. 137, part B, nº 4, p. 273-280, 1990.

(HAMMOND, 1959) HAMMOND, P. The calculation of the magnetic field of rotating machines — Part 1: the field of a tubular current. **Proceedings of the IEE**, v. 106, part C, nº 10, p. 158-164, 1959.

(IM et al., 1995) IM, D. H.; HONG, J. P.; KIM, Y. W.; CHUNG, I. S. The improvement of the characteristics in tubular linear induction motor. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON ADVANCED COMPUTATIONAL AND DESIGN TECHNIQUES IN APPLIED ELECTROMAGNETIC SYSTEMS, Seoul, 1994. **ISEM 1994**. Amsterdam: Elsevier, 1995. p.415-418.

(KRAUS & CARVER, 1986) KRAUS, J. D.; CARVER, K. R. **Eletromagnetismo**. Segunda edição. Rio de Janeiro: Guanabara, 1986. 780p.

(KREYSZIG, 1993) KREYSZIG, E. **Advanced engineering mathematics**. Seventh edition. New York: John Wiley, 1993. 1272p.

(LAITHWAITE, 1957) LAITHWAITE, E. R. Linear induction motors. **Proceedings of the IEE**, v. 104-A, nº 18, p. 461-470, 1957.

(LAITHWAITE & LAWRENSON, 1957) LAITHWAITE, E. R.; LAWRENSON, P. J. A self-oscillating induction motor for shuttle propulsion. **Proceedings of the IEE**, v. 104-A, nº 14, p. 93-101, 1957.

(LAITHWAITE, 1965) LAITHWAITE, E. R. The goodness of a machine. **Proceedings of the IEE**, v. 112, nº 3, p. 538-541, 1965.

(LAITHWAITE, 1965b) LAITHWAITE, E. R. Differences between series and parallel connection in machines with asymmetric magnetic circuits. **Proceedings of the IEE**, v. 112, nº 11, p. 2074-2082, 1965.

(LAITHWAITE, 1966) LAITHWAITE, E. R. **Linear induction machines for special purposes**. New York: Chemical Publishing Company, 1966. 337p.

(LAITHWAITE, 1968) LAITHWAITE, E. R. Some aspects of electrical machines with open magnetic circuits. **Proceedings of the IEE**, v. 115, nº 9, p. 1275-1283, 1968.

(LAITHWAITE & NASAR, 1970) LAITHWAITE, E. R.; NASAR, S. E. Linear motion electrical machines. **Proceedings of the IEEE**, v. 58, nº 4, p. 531-542, 1970.

(LAITHWAITE, 1975) LAITHWAITE, E. R. Linear electric machines — a personal view. **Proceedings of the IEEE**, v. 63, nº 2, p. 250-290, 1975.

(LIWSCHITZ, 1947) LIWSCHITZ, M. **Calcolo e determinazione delle dimensioni delle machine elettriche**. Milano: Ulrico Hoepli, 1947, 462p.

(LIYI et al., 2001) LIYI, L. et al. Experimental study on a novel linear electromagnetic pumping unit. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 37, nº 1, p. 219-222, 2001.

(MATSCH & MORGAN, 1987) MATSCH, L. W.; MORGAN, J. D. **Electromagnetic and electromechanical machines**. 3.ed. New York: John Wiley & Sons, 1987, 574p.

(McCUTCHEON & AKHURST, 1968) McCUTCHEON, M. J.; AKHURST, D. O. An analysis of the annular induction MHD generator. Proceedings Letters. **Proceedings of the IEEE**, v. 56, nº 9, p. 1584-1585, 1968.

(McLEAN, 1988) McLEAN, G. W. Review of recent progress in linear motors. **IEE Proceedings**, v. 135, part B, nº 6, p. 380-416, 1988.

(McPHERSON & LARAMORE, 1990) McPHERSON, G.; LARAMORE, R. D. **An introduction to electrical machines and transformers**. Second edition. New York: John Wiley, 1990. 571p.

(MILLINGTON & ROTHERAM, 1968) MILLINGTON, G.; ROTHERAM, S. Riccati approach to the propagation of axially symmetric waves in a coaxial guide. **Proceedings of the IEE**, v. 115, nº 8, p. 1079-1088, 1968.

(MISHKIN, 1954) MISHKIN, E. Theory of the squirrel-cage induction machine derived directly from Maxwell's field equations. **Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics**, v. 7, p. 472-487, 1954.

(MORIZANE & MASADA, 1993) MORIZANE, T.; MASADA, E. Study on the feasibility of application of linear induction motor for vertical movement. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 29, nº 6, p. 2938-2940, 1993.

(MURAVIEV, 1975) MURAVIEV, V. **Operation of Oil and Gas Wells**. Moscou: Mir Publishers, 1975. 624p.

(MURAVYOV et al., 1960) MURAVYOV, I. et al. **Development and exploitation of oil and gas fields**. Moscou: Mir Publishers, 1960. 503p.

(NASAR, 1969) NASAR, S. A. Electromagnetic fields and forces in a linear induction motor, taking into account edge effects. **Proceedings of the IEE**, v. 1116, nº 4, p. 605-609, 1969.

(NASAR & Del CID, 1973) NASAR, S. A.; Del CID, L. Certain approaches to the analysis of single-sided linear induction motors. **Proceedings of the IEE**, v. 120, nº 4, p. 477-483, 1973.

(NASAR & BOLDEA, 1976) NASAR, S. A.; BOLDEA, I. **Linear motion electric machines**. New York: John Wiley, 1976. 293p.

(NASAR et al., 1994) NASAR, S. A.; XIONG, G. Y.; FU, Z. X. Eddy-current losses in a tubular linear induction motor. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 30, nº 4, p. 1437-1445, 1994.

(NEURINGER & MIGOTSKY, 1963) NEURINGER, J. L.; MIGOTSKY, E. Skin effect in magneto-fluid dynamic traveling wave devices. **Physics of fluids**, v. 6, nº 8, p. 1164-1168, 1963.

(NEURINGER, 1964) NEURINGER, J. L. Induced forces in annular magneto-fluid dynamic traveling wave devices. **AIAA Journal**, v. 2, nº 2, p. 267-274, 1964.

(NIX & LAITHWAITE, 1966) NIX, G. F.; LAITHWAITE, E. R. Linear induction motors for low-speed and standstill application. **Proceedings of the IEE**, v. 113, nº 6, p. 1044-1056, 1966.

(PETRECCA & VISTOLI, 1972) PETRECCA, G.; VISTOLI, I. Ulteriori considerazioni sull'Elettromagnete asincrono. **L'Elettrotecnica**, v. 59, nº 11, p. 1186-1194, 1972.

(PIPES, 1956) PIPES, L. A. Matrix theory of skin effect in laminations. **Journal of the Franklin Institute**, v. 262, p. 127-138, 1956.

(POLOUJADOFF, 1971) Poloujadoff, M. Linear induction machines. Part I — History and theory of operation. **IEEE Spectrum**, v. 8, nº 2, p. 72-80, 1971.

(PRESTON & REECE, 1969) PRESTON, T. W.; REECE, A. B. J. Transverse edge effects in linear induction motors. **Proceedings of the IEE**, v. 116, nº 6, p. 973-979, 1969.

(SADLER & DAVEY, 1971) SADLER, G. V.; DAVEY, A. W. Applications of linear induction motors in industry. **Proceedings of the IEE**, v. 119, nº 6, p. 765-776, 1971.

(SILVESTER, 1968) SILVESTER, P. **Campos eletromagnéticos modernos**. São Paulo: Polígono, 1968. 416p.

(SILVESTER & FERRARI, 1990) SILVESTER, P. P.; FERRARI, R. L. **Finite elements for electrical engineers**. Second Edition. New York: Cambridge University Press, 1990. 344p.

(TAKÁCS, 1993) TAKÁCS, G. **Modern sucker-rod pumping**. Tulsa: Pen-Well Publishing Company, 1993. 230p.

(USP, 2003) UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. CARDOSO, J. R.; CHABU, I. E.; ALVARENGA, B. P. **Disposição construtiva em motor de indução linear tubular**. BR PI 0.303.731-2. Depósito INPI de 22 de novembro de 2003.

(UREN, 1953) UREN, L. C. **Petroleum production engineering**. Third edition. New York: McGraw-Hill, 1953. 792p.

(VADHER & SMITH, 1993) VADHER, V. V.; SMITH, I. R. Performance of a segmented rotor tubular linear induction motor. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 29, nº 6, p. 2941-2943, 1993.

(WESTINGHOUSE, 1946) ESTADOS UNIDOS. Westinghouse Electric Co. A wound rotor motor 1400 ft long. **Westinghouse Engineering**, v. 6, p. 160-161, 1946.

(WILLIAMSON & LEONARD, 1986) WILLIAMSON, S.; LEONARD, P. J. Analysis of air-cored tubular induction motors. **IEE Proceedings**, v. 133, part B, nº 4, p. 285-290, 1986.

(YAMAMURA et al., 1972) YAMAMURA, S.; ITO, H.; ISHIKAWA, Y. Theories of the linear induction motor and compensated linear induction motor. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, v. PAS-91, nº 4, p. 1700-1710, 1972.

(ZAGIRNYAK et al., 1985) ZAGIRNYAK, M. V.; PAI, R. M.; NASAR, S. A. Analysis of tubular linear induction motors, using the concept of surface impedance. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. MAG-21, nº 4, p. 1310-1313, 1985.