

MÁXIMO HERNÁNDEZ GONZÁLEZ

Eng. Civil, Escola Politécnica da USP, 1976

**CAPACIDADE RESISTENTE DE PILARES ESBELTOS DE CONCRETO ARMADO.
ESTUDO COMPARATIVO DE METODOS DE CÁLCULO SIMPLIFICADOS**

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da USP para a obtenção
do Título de Mestre em Engenharia

Orientador: Prof. Dr. Lauro Modesto dos Santos
Professor Assistente Doutor do
Departamento de Engenharia de
Estruturas e Fundações da EPUSP.

São Paulo, 1984

AGRADECIMENTOS

Ao Dr. Lauro Modesto dos Santos, pela contribuição valiosa e pelo incentivo durante a orientação do trabalho.

À Engemicro Ltda., em particular ao Engenheiro Nelson Covas, por permitir a utilização de seus equipamentos tornando possível a realização deste trabalho.

Ao Wilmar Fredi Vitol pelos desenhos e à Marlene Kamphorst M. Nocera pela datilografia.

Ao Dr. John Ulic Burke, in memoriam.

R E S U M O

No presente trabalho, comparam-se as capacidades resistentes de pilares esbeltos de concreto armado submetidos a flexão composta normal, determinadas pelo método do pilar padrão e pelos métodos de cálculo simplificados das normas NB-1/78, ACI 318-77 e DIN 1045/78. A comparação é feita utilizando diagramas de interação adimensionais $v - \mu_1$ construídos através de cada um dos métodos citados. Estudam-se pilares biarticulados, com seção transversal retangular constante e solicitados por força normal de compressão e momento fletor de 1ª ordem também constantes. Avalia-se a precisão dos métodos simplificados das normas, comparando os seus resultados com os resultados obtidos pelo método do pilar padrão e conclui-se que esses métodos conduzem a erros, por vezes significativos, que em geral são a favor da segurança mas em alguns casos são contra a segurança.

A B S T R A C T

The scope of this presentation is to compare the strength of slender reinforced concrete columns subjected to axial force and uniaxial bending moment, computed by the model column method and by the simplified methods from the codes NB-1/78, ACI 318-77 and DIN 1045/78. Interaction diagrams, which relate the adimensionals $\nu - \mu_1$, are constructed by each one of the forementioned methods and used to compare the different results obtained from them. This study deals with simply supported columns of rectangular cross section, subjected to constant compressive axial force and constant first order moment. The accuracy of the simplified methods is evaluated comparing their results with the results computed by the model column method. It is concluded that those methods lead to errors, sometimes significant, generally on the safe side but in some cases against safety.

INDICE

Notação, 1

Lista de Figuras, 4

1. INTRODUÇÃO, 8

2. COMPORTAMENTO DE PILARES ESBELTOS DE CONCRETO ARMADO, 9

2.1 Ruptura e instabilidade, 9

2.2 Diagramas de interação $N - M_1$ e diagramas de interação adimensionais $v - \mu_1$, 11

2.3 Fatores que influenciam a capacidade resistente de pilares esbeltos de concreto armado, 13

3. MÉTODO DO PILAR PADRÃO, 14

3.1 Definição, 14

3.2 Fundamentos teóricos, 15

3.3 Diagrama força normal-momento fletor-curvatura, 16

3.4 Descrição do método, 17

4. MÉTODOS SIMPLIFICADOS DAS NORMAS NB-1/78, ACI 318-77 e DIN 1045/78, 19

4.1 Introdução, 19

4.2 Método da NB-1/78, 20

4.2.1 Campo de aplicação, 20

4.2.2 Descrição do método, 20

4.2.3 Fundamentos teóricos, 21

4.3 Método do ACI 318-77, 23

4.3.1 Campo de aplicação, 23

4.3.2 Descrição do método, 23

4.3.3 Fundamentos teóricos, 26

4.4 Método da DIN 1045/78, 28

4.4.1 Campo de aplicação, 28

4.4.2 Descrição do método, 29

4.5 Comentários, 30

5. PROCEDIMENTO UTILIZADO PARA A COMPARAÇÃO, 34

6. **CONSTRUÇÃO DOS DIAGRAMAS DE INTERAÇÃO ADIMENSIONAIS $v - \mu_1$, 36**
 - 6.1 Construção de diagramas de interação adimensionais $v - \mu_1$ para seções retangulares, 36
 - 6.1.1 Hipóteses de cálculo, 36
 - 6.1.2 Formulação adimensional do problema da flexão normal composta, 38
 - 6.1.3 Construção de um diagrama, 44
 - 6.2 Construção dos diagramas $v - \mu_1$ de acordo com os métodos simplificados das normas, 45
 - 6.2.1 Introdução, 45
 - 6.2.2 Determinação de μ_1 pelo método da NB-1/78, 45
 - 6.2.3 Determinação de μ_1 pelo método do ACI 318-77, 45
 - 6.2.4 Determinação de μ_1 pelo método da DIN 1045/78, 46
 - 6.3 Construção dos diagramas $v - \mu_1$ pelo método do pilar padrão, 47
 - 6.3.1 Introdução, 47
 - 6.3.2 Construção dos diagramas $v - \mu - \theta_0$, 47
 - 6.3.3 Construção dos diagramas $v - \mu_2 - \theta_0$, 49
 - 6.3.4 Construção dos diagramas $v - \mu_1$, 50

7. APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS, 51

8. COMENTÁRIOS, 94

- 8.1 Introdução, 94
- 8.2 Valor limite de λ para não consideração dos efeitos de 2ª ordem, 94
- 8.3 Precisão dos métodos, 97
 - 8.3.1 Método da NB-1/78, 97
 - 8.3.2 Método do ACI 318-77, 98
 - 8.3.3 Método da DIN 1045/78, 99

9. CONCLUSÕES E SUGESTÕES, 101

Apêndice 1 - COMENTÁRIOS SOBRE O ACI 318-77, 104

Apêndice 2 - DEDUÇÃO DAS EXPRESSÕES (6.21), (6.22) e (6.25), 106

Apêndice 3 - PROGRAMA UTILIZADO NA DETERMINAÇÃO DOS DIAGRAMAS $v - \mu$ e $v - \mu_1$, 110

Anexo 1 - LISTAGEM DO PROGRAMA E EXEMPLOS, 114

Referências bibliográficas, 124

Notação

- A_c - área da seção transversal geométrica da peça
- A_s - área da seção transversal da armadura longitudinal
- A_{s_i} - área da seção transversal da armadura longitudinal da camada i
- b - dimensão da seção transversal retangular paralela à direção do vetor momento
- d_i - Distância do centro da camada de armadura i , genérica, à borda mais encurtada, medida normalmente à linha neutra
- d' - distância do centro da camada de armadura mais comprimida à borda mais encurtada, medida normalmente à linha neutra; distância do centro da camada de armadura mais tracionada (ou menos comprimida) à borda mais alongada (ou menos encurtada), medida normalmente à linha neutra
- E_c - módulo de deformação longitudinal do concreto
- E_s - módulo de deformação longitudinal do aço
- e - excentricidade
- e_a - excentricidade acidental
- e_1 - excentricidade de 1ª ordem
- e_2 - excentricidade de 2ª ordem
- f_{cd} - resistência de cálculo do concreto à compressão
- f_{ck} - resistência característica do concreto à compressão
- f_{ycd} - resistência de cálculo do aço à compressão
- f_{yck} - resistência característica do aço à compressão
- f_{yd} - resistência de cálculo do aço à tração
- f_{yk} - resistência característica do aço à tração
- h - maior dimensão da seção transversal perpendicular à direção do vetor momento
- I - momento de inércia
- I_c - momento de inércia da seção transversal geométrica da peça
- I_s - momento de inércia da armadura em relação a um eixo principal de inércia da seção transversal geométrica da peça
- i - raio de giração
- l - comprimento
- l_e - "comprimento de flambagem"
- M - momento fletor
- M_A - máximo momento fletor de 1ª ordem que ocorre na extremidade de um pilar ($M_A \geq 0$)

- M_B - mínimo momento fletor de 1ª ordem que ocorre na extremidade de um pilar, positivo se traciona do mesmo lado que M_A , negativo em caso contrário
- M_d - momento fletor de cálculo
- M_0 - momento fletor de 1ª ordem
- M_1 - momento fletor de 1ª ordem incluindo o momento devido à excentricidade de acidental
- M_2 - momento fletor de 2ª ordem
- N - força normal
- N_b - força normal que atua numa seção quando a deformação na armadura mais tracionada é a deformação específica de escoamento do aço e a deformação na fibra mais comprimida é a deformação de ruptura do concreto (ACI 318-77)
- N_C - carga crítica de Euler
- N_d - força normal de cálculo
- n - número total de barras existentes na seção transversal (supostas todos com o mesmo diâmetro)
- n_i - número de barras da camada genérica i
- n' - número de camadas de armadura
- R_{CC} - resultantes das tensões de compressão no concreto
- x - profundidade da linha neutra
- z_G - distância da resultante das tensões de compressões no concreto à borda mais encurtada, medida normalmente à linha neutra
- $1/r$ - curvatura
- γ - coeficiente
- γ_C - coeficiente de minoração da resistência do concreto
- γ_f - coeficiente de segurança
- γ_s - coeficiente de minoração da resistência do aço
- ϵ - deformação específica
- ϵ_C - deformação específica do concreto na fibra mais encurtada
- ϵ_{CU} - deformação específica de ruptura do concreto à compressão
- ϵ_{C1} - deformação específica na fibra mais tracionada ou menos comprimida
- ϵ_s - deformação específica do aço
- ϵ_{si} - deformação específica das barras da camada genérica i
- ϵ_y - deformação específica de escoamento do aço
- θ - curvatura relativa
- γ - Índice de esbeltez (le/i)
- μ - momento fletor relativo adimensional
- μ_1 - momento fletor de 1ª ordem relativo adimensional

- μ_2 - momento fletor de 2^a ordem relativo adimensional
- v - força normal relativa adimensional
- \bar{v} - força normal relativa adimensional conforme definição da NB-1
- ρ - taxa geométrica de armadura
- $\bar{\rho}$ - taxa de armadura generalizada
- σ - tensão normal
- σ_{cd} - tensão normal de cálculo no concreto
- σ_s - tensão normal de tração na armadura
- σ_{si} - tensão normal nas barras da camada i genérica
- ϕ - coeficiente de minoração de resistência (ACI 318-77)

Lista de figuras

- Fig. 2.1 - Possibilidades de ruína de pilares esbeltos de concreto armado, 9
- Fig. 2.2 - Construção de um diagrama de interação $N - M_1$, 11
- Fig. 2.3 - Diagramas de interação $N - M_1$ para pilares com diferentes distribuições de momentos de 1ª ordem, 12
- Fig. 3.1 - Pilar padrão, 14
- Fig. 3.2 - Diagrama momento fletor-força normal-curvatura, 16
- Fig. 3.3 - Determinação do máximo momento fletor de 1ª ordem na seção 0, 17
- Fig. 4.1 - Analogia entre o pilar equivalente e o pilar padrão, 21
- Fig. 4.2 - Diagramas $M - 1/r_0$ e $M_2 - 1/r_0$ para a seção 0 do pilar padrão, 22
- Fig. 4.3 - Determinação de $M_{m\acute{a}x}$ pelo método do ACI 318-77, 26
- Fig. 4.4 - Comparação entre os valores de $M_{m\acute{a}x}/M_1$ obtidos pelas equações (4.22) e (4.24), 27
- Fig. 4.5 - Comparação entre os valores de EI teóricos e os obtidos pelas equações (4.16) e (4.17), 28
- Fig. 4.6 - Valores limite de λ para não consideração dos efeitos de 2ª ordem, 31
- Fig. 4.7 - Valores de M_0/M_A para pilares com extremidades indesejáveis e diagrama de momentos linear, 31
- Fig. 4.8 - Fatores que influem nos momentos de 2ª ordem: de acordo com a teoria e de acordo com os métodos simplificados das normas, 32
- Fig. 5.1 - Arranjos de armadura, 35
- Fig. 6.1 - Domínios de deformação, 36
- Fig. 6.2 - Diagrama tensão-deformação de cálculo para o concreto, 37
- Fig. 6.3 - Diagrama tensão-deformação de cálculo para o aço CA-50A, 37
- Fig. 6.4 - Diagrama tensão-deformação de cálculo para o aço CA-50B, 38
- Fig. 6.5 - Notação utilizada na equação (6.8), 40
- Fig. 6.6 - Notação utilizada nas equações (6.16) e (6.17), 42
- Fig. 6.7 - Determinação de μ_1 pelo método do pilar padrão, 50
- Fig. 7.1 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A; seção tipo 1 e $\lambda = 20$, 52
- Fig. 7.2 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A; seção tipo 1 e $\lambda = 30$, 53
- Fig. 7.3 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A; seção tipo 1 e $\lambda = 40$, 54

- Fig. 7.4 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A, seção tipo 1 e $\lambda = 60$, 55
- Fig. 7.5 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A, seção tipo 1 e $\lambda = 80$, 56
- Fig. 7.6 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A, seção tipo 1 e $\lambda = 100$, 57
- Fig. 7.7 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A, seção tipo 1 e $\lambda = 120$, 58
- Fig. 7.8 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A, seção tipo 2 e $\lambda = 20$, 59
- Fig. 7.9 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A, seção tipo 2 e $\lambda = 30$, 60
- Fig. 7.10 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A, seção tipo 2 e $\lambda = 40$, 61
- Fig. 7.11 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A, seção tipo 2 e $\lambda = 60$, 62.
- Fig. 7.12 - Diagramas de interação adimehsionais para: aço CA-50A, seção tipo 2 e $\lambda = 80$, 63
- Fig. 7.13 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A, seção tipo 2 e $\lambda = 100$, 64
- Fig. 7.14 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A, seção tipo 2 e $\lambda = 120$, 65
- Fig. 7.15 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A, seção tipo 3 e $\lambda = 20$, 66
- Fig. 7.16 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A; seção tipo 3 e $\lambda = 30$, 67
- Fig. 7.17 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A, seção tipo 3 e $\lambda = 40$, 68
- Fig. 7.18 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A, seção tipo 3 e $\lambda = 60$, 69
- Fig. 7.19 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A, seção tipo 3 e $\lambda = 80$, 70
- Fig. 7.20 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A, seção tipo 3 e $\lambda = 100$, 71
- Fig. 7.21 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A, seção tipo 3 e $\lambda = 120$, 72
- Fig. 7.22 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 1 e $\lambda = 20$, 73

- Fig. 7.23 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 1 e $\lambda = 30$, 74
- Fig. 7.24 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 1 e $\lambda = 40$, 75
- Fig. 7.25 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 1 e $\lambda = 60$, 76
- Fig. 7.26 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 1 e $\lambda = 80$, 77
- Fig. 7.27 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 1 e $\lambda = 100$, 78
- Fig. 7.28 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 1 e $\lambda = 120$, 79
- Fig. 7.29 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 2 e $\lambda = 20$, 80
- Fig. 7.30 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 2 e $\lambda = 30$, 81
- Fig. 7.31 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 2 e $\lambda = 40$, 82
- Fig. 7.32 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 2 e $\lambda = 60$, 83
- Fig. 7.33 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 2 e $\lambda = 80$, 84
- Fig. 7.34 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 2 e $\lambda = 100$, 85
- Fig. 7.35 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 2 e $\lambda = 120$, 86
- Fig. 7.36 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 3 e $\lambda = 20$, 87
- Fig. 7.37 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 3 e $\lambda = 30$, 88
- Fig. 7.38 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 3 e $\lambda = 40$, 89
- Fig. 7.39 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 3 e $\lambda = 60$, 90
- Fig. 7.40 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 3 e $\lambda = 80$, 91
- Fig. 7.41 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 3 e $\lambda = 100$, 92

- Fig. 7.42 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 3 e $\lambda = 120, 93$
- Fig. 8.1 - Definição dos parâmetros Δ , Δ_{NB1} , Δ_{ACI} e Δ_{DIN} , 95
- Fig. 8.2 - Valores de Δ (%) para $\lambda = 20; 30$ e 40 , 96
- Fig. III.1 - Configurações possíveis da função $\mu_1(\theta_0)$, 111
- Fig. III.2 - Determinação de $\mu_{1m\acute{a}x}$ para o caso (b) da Fig. III.1, 112

1 INTRODUÇÃO

Muitas críticas têm sido feitas ao método simplificado de cálculo de pilares esbeltos sujeitos a flexão composta normal apresentado pela NB-1/78.

Alega-se que o método é trabalhoso e que os resultados obtidos são anti-econômicos. O motivo para essas críticas é a comparação inevitável que os projetistas de estruturas mais experimentados fazem entre a NB-1/78 e a NB-1/60, a qual utilizaram com sucesso durante longo tempo.

Por outro lado, nos últimos vinte anos, houve uma grande evolução nos métodos de cálculo de pilares esbeltos e portanto é mais razoável aferir a qualidade do método proposto pela NB-1/78 comparando-o com outros atualmente utilizados.

Neste trabalho são comparadas as capacidades resistentes de pilares esbeltos calculadas pelos métodos simplificados das normas NB-1/78, ACI 318-77⁽¹⁾ e DIN-1045/78 e pelo método do pilar padrão. Não são incluídos na comparação os efeitos da deformação lenta.

As normas ACI 318-77 e DIN 1045/78 foram escolhidas por serem as normas estrangeiras de maior divulgação no Brasil. O método do pilar padrão foi escolhido por apresentar resultados muito próximos aos do método geral [5], que é considerado exato, sendo no entanto muito menos trabalhoso.

(1) Por ocasião do início da elaboração deste trabalho não se encontrava disponível a redação mais recente do ACI, publicada em 1983. Entretanto, as modificações introduzidas pelo ACI 318-83 não alteram o método de cálculo para os pilares estudados neste trabalho (pilares isolados) e portanto, não afetam as conclusões obtidas.

2 COMPORTAMENTO DE PILARES ESBELTOS DE CONCRETO ARMADO

2.1 Ruptura e instabilidade

Considerem-se três pilares de concreto armado com seções transversais iguais (inclusive a armadura) e comprimentos diferentes $l_I < l_{II} < l_{III}$. O carregamento dos três pilares é idêntico e consiste em uma força longitudinal de compressão N aplicada com excentricidade e .

A Fig. 2.1 mostra o diagrama de interação força normal - momento fletor para a seção transversal considerada.

Cada ponto do diagrama de interação representa um par de esforços N, M ao qual corresponde um estado limite último, seja por ruptura do concreto, seja por deformação plástica excessiva do aço. Neste trabalho, por simplicidade, esses dois estados limites últimos são denominados estados limites últimos de ruptura ou simplesmente ruptura.

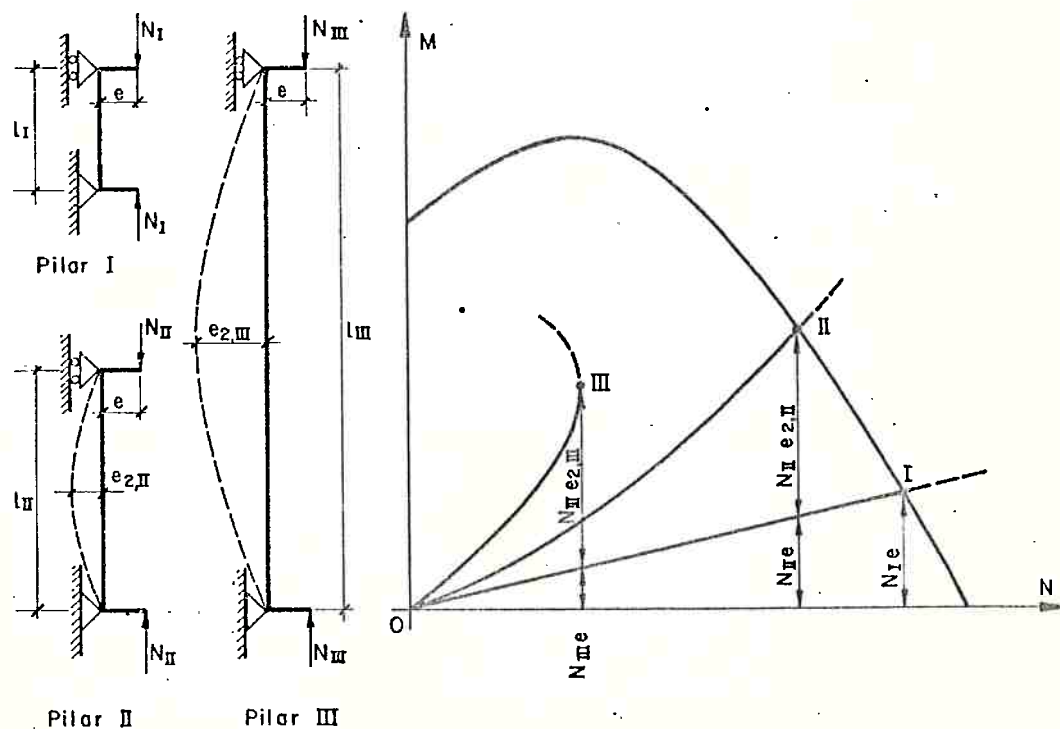


Fig. 2.1 - Possibilidades de ruína de pilares de concreto armado

No pilar I, à medida que N_I aumenta, o momento fletor aumenta, e vale $M_I \approx N_I \cdot e$, pois o pilar I é curto e as excentricidades de 2ª ordem são desprezíveis. Os pares N_I, M_I estão representados na Fig. 2.1 pela reta OI. A ruína ocorre quando a reta OI cruza o diagrama de interação. Neste caso, ocorre um estado limite último de ruptura.

O pilar II é esbelto e os momentos de 2ª ordem não podem mais ser desprezados. A cada valor da força normal N_{II} corresponde um momento fletor $M_{II} = N_{II} \cdot (e + e_{2,II})$. Os pares N_{II}, M_{II} são representados na Fig. 2.1 pela curva OII. Novamente ocorre um estado limite último de ruptura, desta vez, quando a curva OII cruza o diagrama de interação.

No pilar III, assim como no pilar II, as excentricidades de 2ª ordem não podem ser desprezadas. Os pares N_{III}, M_{III} , com $M_{III} = N_{III} (e + e_{2,III})$ estão representados na Fig. 2.1 pela curva OIII. A ruína ocorre quando a curva OIII atinge o ponto III, a partir do qual a carga N_{III} não pode mais ser aumentada. Observe-se que o diagrama de interação não é alcançado. No caso do pilar III ocorre um estado limite último de instabilidade.

O exemplo acima ilustra que o tipo de estado limite último é função da esbeltez do pilar podendo ocorrer ruptura ou instabilidade.

2.2 Diagramas de interação $N-M_1$ e diagramas de interação adimensionais $v - \mu_1$

A Fig. 2.2 mostra a construção do diagrama de interação $N-M_1$ para um pilar biarticulado, com momento de 1ª ordem constante e "comprimento de flambagem" l_e .

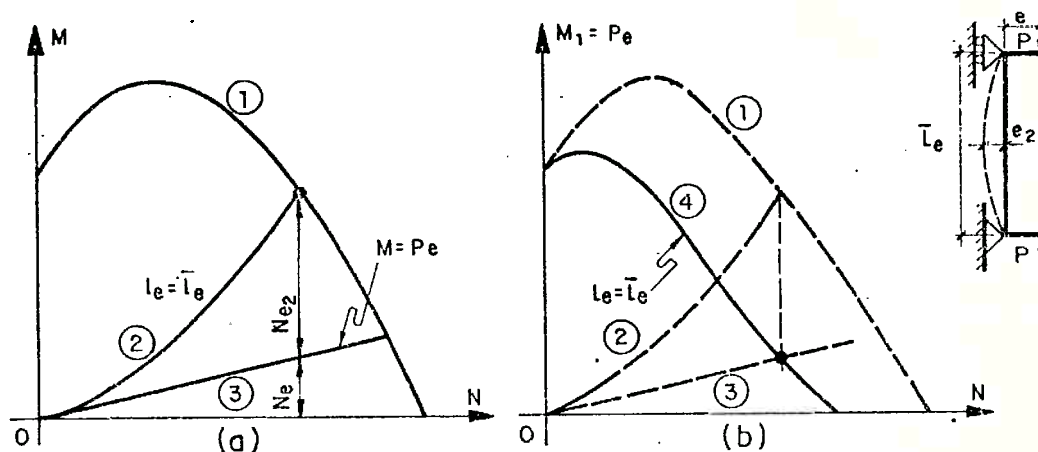


Fig. 2.2 - Construção de um diagrama de interação $N-M_1$
 (a) Diagrama de interação $N-M$ e curvas N, M .
 (b) Construção do diagrama.

A curva 1 é o diagrama de interação $N-M$ para a seção transversal do pilar considerado. A curva 2 representa os pares N, M , sendo $N = P$ e $M = N (e + e_2)$, que solicitam a seção crítica do pilar considerado. Repetindo a construção geométrica indicada na Fig. 2.2b para diversos valores da excentricidade e , é possível determinar o diagrama de interação $N-M_1$ para o pilar considerado (curva 4).

Cada ponto da curva 4 representa um par de esforços de 1ª ordem N, M_1 ao qual corresponde um estado limite último de ruptura ou de instabilidade.

A Fig. 2.3 mostra diagramas $N-M_1$ para pilares com diferentes distribuições de momentos de 1ª ordem.

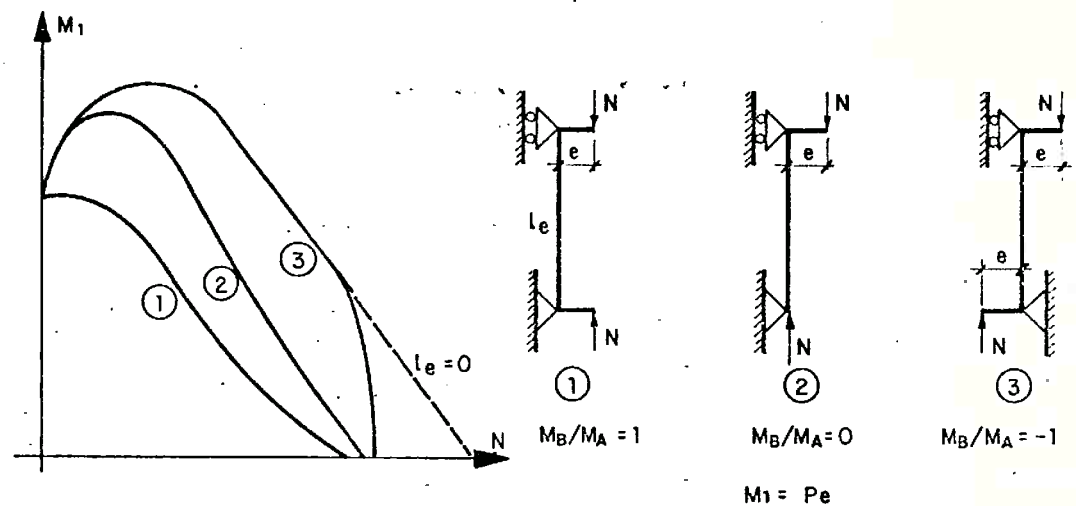


Fig. 2.3 - Diagramas de interação $N-M_1$ para pilares com diferentes distribuições de momentos de 1ª ordem.

Assim como é vantajoso utilizar diagramas adimensionais $v - \mu$ em vez de diagramas $N-M$, também é vantajoso utilizar diagramas adimensionais $v - \mu_1$ (para λ e distribuição de momentos dados) em vez de diagramas $N-M_1$ (para l_e e distribuição de momentos dados), pois uma única curva $v - \mu_1$ substitui um número muito grande de curvas $N-M_1$.

Neste trabalho definem-se os adimensionais:

$$v = \frac{\gamma_f N}{\sigma_{cd} A_c} \quad (2.1)$$

$$\mu = \frac{\gamma_f M}{\sigma_{cd} A_{ch}} \quad (2.2)$$

$$\mu_1 = \frac{\gamma_f M_1}{\sigma_{cd} A_{ch}} \quad (2.3)$$

$$\text{com } \sigma_{cd} = 0,85 \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (2.4)$$

2.3 Fatores que influenciam a capacidade resistente de pilares esbeltos de concreto armado

A capacidade resistente de um pilar esbelto de concreto armado está relacionada com os deslocamentos que ocorrem no pilar quando submetido à ação de um carregamento (além, é claro, de estar relacionada com a resistência dos materiais que o constituem). Portanto, os fatores que influem na sua capacidade resistente são aqueles que determinam os seus deslocamentos:

- a) comprimento do pilar;
- b) vinculação de suas extremidades;
- c) magnitude e duração dos esforços solicitantes de 1ª ordem;
- d) deformabilidade da seção transversal.

A deformabilidade da seção transversal, por sua vez, depende de:

- d.1) Forma e dimensões da seção;
- d.2) porcentagem de armadura;
- d.3) arranjo da armadura;
- d.4) diagrama tensão-deformação do concreto, o qual deve levar em conta a duração do carregamento;
- d.5) diagrama tensão-deformação do aço.

3 MÉTODO DO PILAR PADRÃO

3.1 Definição

O pilar padrão é, por definição, um pilar perfeitamente engastado na base e livre no topo, com uma distribuição de curvaturas tal que a flecha e_2 no topo (Fig. 3.1) pode ser determinada pela relação:

$$e_2 = 0,4 \ell^2 \frac{1}{r_0} \quad (3.1)$$

onde $1/r_0$ é a curvatura da seção da base.

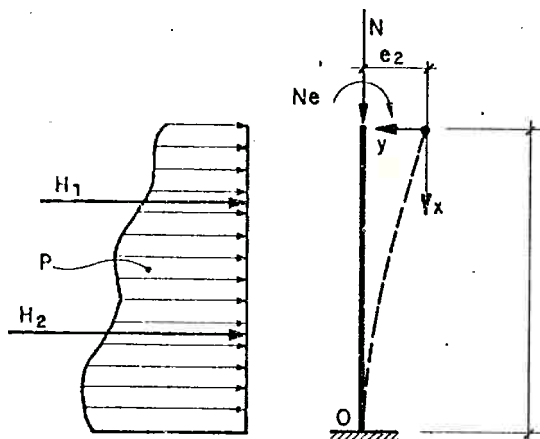


Fig. 3.1 - Pilar padrão

3.2 Fundamentos teóricos

Considere-se um pilar como o indicado na Fig. 3.1. São conhecidas as suas dimensões, armadura e diagramas tensão-deformação dos materiais (aço e concreto) que o constituem.

Sob a ação de um carregamento qualquer o pilar se deforma. Demonstra-se que a equação da linha elástica $y = f(x)$ pode ser representada por uma série de Fourier do tipo:

$$y = a_1 \operatorname{sen} \frac{\pi}{2\ell} x + a_2 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{2\ell} x + \dots + a_n \operatorname{sen} \frac{n\pi}{2\ell} x + \dots \quad (3.2)$$

onde os coeficientes $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ dependem apenas do carregamento.

Em geral, o primeiro termo da (3.2) fornece uma boa aproximação da linha elástica real. Têm-se então:

$$y \approx a_1 \operatorname{sen} \frac{\pi}{2\ell} x \quad (3.3)$$

A flecha no topo é o valor de y para $x = \ell$ e vale aproximadamente a_1 .

A curvatura aproximada da seção da base, obtida de (3.3) é:

$$\frac{1}{r_0} = (-y'')_{x=\ell} \approx \frac{\pi^2}{4\ell^2} a_1$$

e a flecha no topo resulta:

$$e_2 \approx a_1 \approx \frac{4\ell^2}{\pi^2} \cdot \frac{1}{r_0}$$

sendo $\pi^2 \approx 10$ vem:

$$e_2 \approx 0,4 \ell^2 \frac{1}{r_0} \quad (3.1a)$$

Conclui-se que o valor de e_2 calculado por (3.1) é uma boa aproximação do seu valor real.

3.3 Diagrama força normal-momento fletor-curvatura

Para utilizar o método do pilar padrão é necessário conhecer o diagrama força normal-momento fletor-curvatura ($N-M-1/r$) para a seção da base do pilar.

Conhecidas as dimensões de uma seção, sua armadura e as curvas tensão-deformação dos materiais, é possível traçar o diagrama $M-1/r$ para determinado valor da força normal N .

Cada ponto do diagrama $M-1/r$ mostra qual é o momento fletor \bar{M} , que corresponde à curvatura $1/\bar{r}$, quando a seção é solicitada pela força normal N (Fig. 3.2).

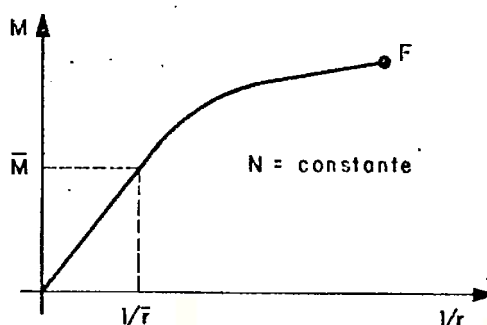


Fig. 3.2 - Diagrama momento fletor - força normal - curvatura.

O ponto F da Fig. 3.2 corresponde à deformada para a qual a seção atinge o estado limite último de ruptura.

3.4 Descrição do método

O momento total na seção crítica (seção 0 da Fig. 3.1) é formado por duas parcelas:

$$M = M_1 + M_2 \quad (3.4)$$

sendo que o momento de 2ª ordem vale:

$$M_2 = N e_2 \quad (3.5)$$

ou, com o valor de e_2 fornecido pela (3.1):

$$M_2 = 0,4 N l^2 \frac{1}{r_0} \quad (3.6)$$

Note-se que o valor de M_2 é diretamente proporcional à curvatura da seção da base.

A Fig. 3.3 mostra o diagrama $N - M - 1/r$ para a seção 0 do pilar da Fig. 3.1 (curva 1); mostra também a reta da expressão (3.6) (reta 2). O momento fletor de 1ª ordem é obtido fazendo-se a diferença entre as curvas 1 e 2.

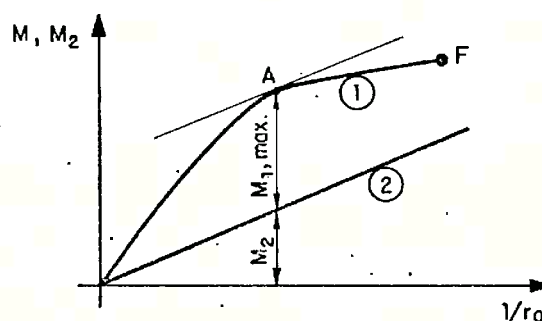


Fig. 3.3 - Determinação do máximo momento fletor de 1ª ordem na seção 0

Interessa determinar o máximo momento fletor de 1ª ordem que pode solicitar a seção crítica, ou seja, a máxima diferença entre as curvas 1 e 2.

Traça-se uma paralela à reta 2 tangenciando a curva 1 no ponto A. O momento procurado $M_{1\text{máx}}$ é o correspondente ao ponto A.

Quando A coincide com F, ocorre estado limite último de ruptura, caso contrário, o estado limite último é de instabilidade.

4 MÉTODOS SIMPLIFICADOS DAS NORMAS NB-1/78, ACI 318-77 e DIN 1045/78

4.1 Introdução

Os métodos simplificados das três normas, apresentados neste trabalho, aplicam-se a pilares submetidos a flexão composta normal com força normal N constante, e seção transversal também constante, inclusive a armadura. A NB-1/78 exige, além disso, que a seção transversal seja simétrica em relação ao vetor momento.

O cálculo de pilares esbeltos pelos métodos mencionados faz-se substituindo o pilar real por outro, dito pilar equivalente, que tem as seguintes características:

- . biarticulado;
- . comprimento igual ao "comprimento de flambagem" do pilar real;
- . seção transversal igual à do pilar real.

Os esforços solicitantes do pilar equivalente são:

- . força normal N constante, igual à força normal do pilar real;
- . momento fletor M_1 constante, determinado a partir do diagrama de momentos de 1ª ordem do pilar real, e da excentricidade acidental.

Os efeitos da esbeltez são levados em conta calculando-se o momento de 2ª ordem M_2 do pilar equivalente.

Dimensiona-se o pilar real para os esforços solicitantes N e M , com:

$$M = M_1 + M_2 \quad (4.1)^{(1)}$$

(1) Ver item 4.5, alínea e.

4.2 Método da NB-1/78

4.2.1 Campo de aplicação

O método da NB-1/78 é aplicável a pilares com índice de esbeltez $\lambda \leq 80$. Quando $\lambda \leq 40$, a norma permite o cálculo sem consideração dos efeitos de 2ª ordem.

4.2.2 Descrição do método

a) Determinação de M_1

$$M_1 = M_0 + M_a \quad (4.2)$$

M_0 é o momento de 1ª ordem que ocorre na seção mais solicitada, isto é, na seção onde M é máximo.

No caso de pilares com extremidades indeslocáveis e sem cargas aplicadas ao longo de seu comprimento, a NB-1/78 permite determinar M_0 de forma simplificada através de:

$$M_0 = 0,6 M_A + 0,4 M_B \geq 0,4 M_A \quad (4.3)^{(1)}$$

$$M_a = N e_a \quad (4.4)$$

$$\text{com } e_a = \frac{h}{30} \geq 2 \text{ cm} \quad (4.5)$$

b) Determinação de M_2

$$M_2 = N \frac{\ell e^2}{10} \frac{1}{r} \quad (4.6)$$

$$\text{onde } \frac{1}{r} = \frac{0,0035 + f_{yd}/E_s}{(\bar{\nu} + 0,5) h} \quad (4.7)$$

$$\text{com } (\bar{\nu} + 0,5) \geq 1$$

(1) Ver item 4.5, alínea e.

$$e \bar{v} = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} \quad (4.8)^{(1)}$$

4.2.3 Fundamentos Teóricos

O método proposto pela NB-1/78 é uma simplificação do método do pilar padrão já apresentado.

Considere-se o pilar da Fig. 4.1a. Esse pilar pode ser entendido como sendo a junção de dois pilares padrão iguais com comprimento $l = l_e/2$.

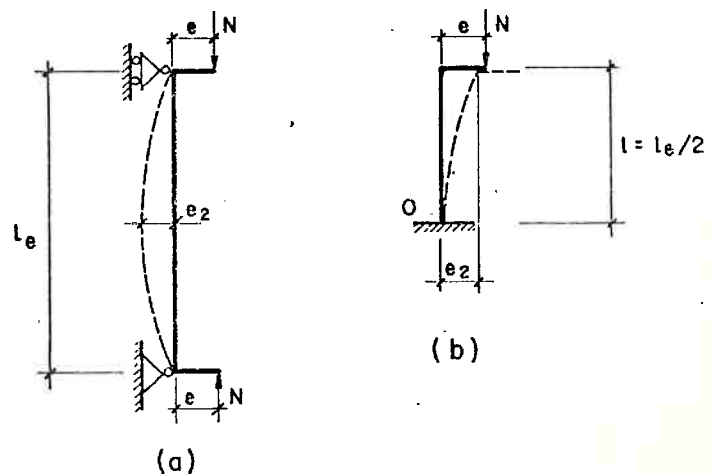


Fig. 4.1 - Analogia entre o pilar equivalente e o pilar padrão.
(a) Pilar equivalente. (b) Pilar padrão.

A Fig. 4.2 mostra os diagramas momento fletor-curvatura (curva 1) e momento fletor de 2ª ordem-curvatura (retas 2) da seção 0 do pilar padrão mencionado. As retas 2 são construídas a partir da (3.6) para diversos valores de l_e :

$$M_2 = 0,4 N \left(\frac{l_e}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{r_0} = N \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r_0} \quad (4.9)$$

(1) Observe-se que \bar{v} é calculado com f_{cd} enquanto que v é calculado com σ_{cd} .

Nas Fig. 4.2a e 4.2b as retas 2 correspondem a pilares com esbeltez moderada, enquanto que na Fig. 4.2c a reta 2 corresponde a um pilar muito esbelto.

\bar{M}_1 é o momento de 1ª ordem correspondente à curvatura de ruptura da seção 0.

Para pilares de esbeltez moderada, $M_{1,max}$, determinado como no item 3.4, é igual (Fig. 4.2a) ou aproximadamente igual a \bar{M}_1 (Fig. 4.2b). Para pilares muito esbeltos \bar{M}_1 é menor que $M_{1,max}$ (Fig. 4.2c).

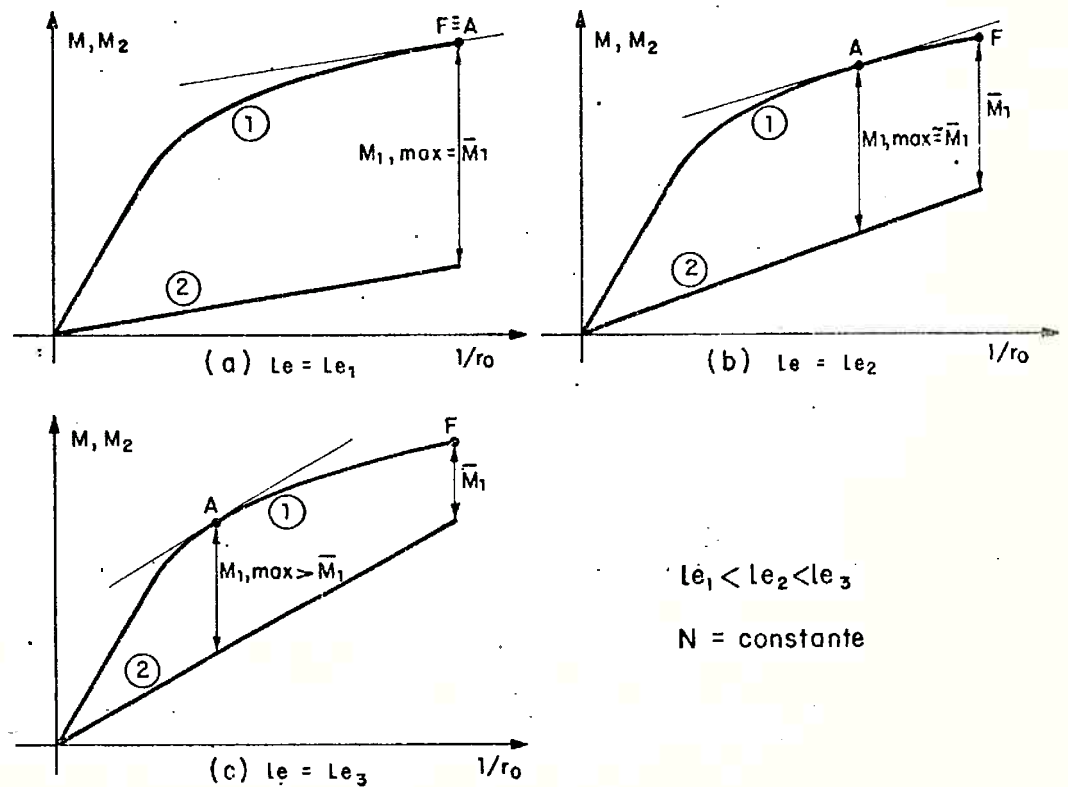


Fig. 4.2 - Diagramas $M - 1/r_0$ e $M_2 - 1/r_0$ para seção 0 do pilar padrão
 (a) e (b) Pilares com $\lambda \leq 80$ segundo a NB-1/78.
 (c) Pilares com $\lambda > 80$ segundo a NB-1/78.

A NB-1/78 admite que os diagramas das Fig. 4.2a e 4.2b representam pilares com $\lambda \leq 80$, e portanto, para pilares com índice de esbeltez dentro dessa limitação $M_{1,max} \approx \bar{M}_1$.

Dessa maneira, o dimensionamento pode ser efetuado considerando-se os esforços solicitantes N e M sendo $M = M_1 + M_2$ com M_2 correspondente à curvatura de ruptura.

A NB-1/78 arbitra para valor de curvatura de ruptura o fornecido por (4.7).

O valor de M_2 é obtido substituindo-se na (4.9) o valor de $1/r$ da (4.7).

4.3 Método do ACI 318-77

4.3.1 Campo de aplicação

O método do ACI 318-77 é aplicável a pilares com índice de esbeltez $\lambda \leq 100$. Permite-se o cálculo sem consideração dos efeitos de 2ª ordem nos seguintes casos:

- pilares com extremidades deslocáveis e $\lambda < 22$;
- pilares com extremidades indeslocáveis e
 $\lambda < 34 - 12 M_B/M_A$ (4.10)

4.3.2 Descrição do método

a) Determinação de M_1

$$M_1 = M_0 \quad (4.11)$$

M_0 depende das condições de vinculação das extremidades do pilar e do carregamento que o solicita:

- em pilares com extremidades indeslocáveis e sem cargas aplicadas ao longo de seu comprimento o valor de M_0 é calculado pela (4.3)⁽¹⁾;

(1) Ver item 4.5, alínea e

- em pilares com extremidades indeslocáveis e com carregamento tal que o máximo momento fletor de 1ª ordem não ocorra nas extremidades, M_0 é o máximo momento fletor de 1ª ordem;
- em pilares com extremidades deslocáveis M_0 é o máximo momento fletor de 1ª ordem.

Além disso o ACI 318-77 recomenda um valor mínimo para M_0 :

$$M_0 \geq N e_{\min} \text{ com } e_{\min} = (1,524 + 0,03h) \text{ cm} \quad (4.12)$$

b) Determinação de M_2

$$M_2 = M_1 \left[\frac{1}{1 - (N_u / \phi N_c)} - 1 \right] \quad (4.13)$$

onde:

. N_u é o esforço normal majorado:

$$N_u = \gamma N \quad (4.14)$$

Sendo que γ varia entre 1,4 e 1,7 dependendo do tipo de carregamento (item 9.2 do ACI 318-77)

. N_c é o valor da carga crítica de Euler para o pilar equivalente:

$$N_c = \frac{\pi^2 EI}{\ell_e^2} \quad (4.15)$$

$$\text{com } EI = \frac{E_c I_c}{5} + E_s I_s \quad (4.16)^{(1)}$$

ou a favor da segurança

$$EI = \frac{E_c I_c}{2,5} \quad (4.17)^{(1)}$$

(1) Ver apêndice 1, alínea a.

ϕ é um coeficiente de minoração da resistência e vale:

$$\phi = 0,70 \quad \text{se } \phi N \geq \bar{N} \quad (4.18)^{(1)}$$

$$\text{ou } \phi = \frac{0,9 \bar{N}}{0,2N + \bar{N}} \quad \text{se } \phi N < \bar{N} \quad (4.19)^{(1)}$$

sendo $\bar{N}^{(2)}$ o menor dos dois valores abaixo:

$$0,10 f_{ck} A_c \quad (4.20)^{(3)}$$

$$\phi N_b \quad (4.21)^{(4)}$$

(1) Ver apêndice 1, alínea e.

(2) Ver apêndice 1, alínea f.

(3) Ver apêndice 1, alínea b.

(4) Ver apêndice 1, alínea d.

4.3.3 Fundamentos teóricos

O método de cálculo proposto pelo ACI 318-77 baseia-se na solução elástica de um pilar com as características do pilar equivalente.

Considere-se o pilar da Fig. 4.3, constituído por um material elástico-linear com módulo de elasticidade E . I é o momento principal de inércia da seção transversal em relação a direção do vetor momento.

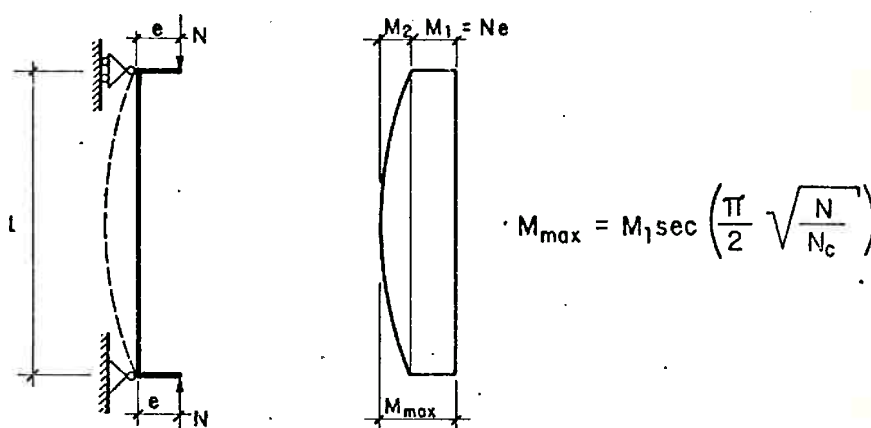


Fig. 4.3 - Determinação de M_{\max} pelo método do ACI 318-77.

Demonstra-se que (ver [18], p.12 - 14):

$$M_{\max} = M_1 \sec \left(\frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{N}{N_c}} \right) \quad (4.22)$$

onde N_c é a carga crítica de Euler e vale:

$$N_c = \pi^2 \frac{EI}{l_e^2} \quad (4.23)$$

Conforme ilustra a Fig. 4.4, para valores de N bem menores que N_c — que é o que ocorre na prática — o valor de M_{\max} pode ser determinado de forma aproximada pela relação:

$$M_{\max} = M_1 \frac{1}{1 - N/N_c} \quad (4.24)$$

de onde decorre:

$$M_2 = M_1 \left(\frac{1}{1 - N/N_c} - 1 \right) \quad (4.25)$$

N/N _c	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,8	1,0
Equação (4.22)	1,14	1,31	1,53	1,83	2,25	2,88	6,05	∞
Equação (4.24)	1,11	1,25	1,43	1,67	2,00	2,50	5,00	∞
Erro (%)	2,7	4,6	6,5	8,7	11,1	13,2	17,4	—

Fig. 4.4- Comparação entre os valores de M_{\max}/M_1 obtidos pelas equações (4.22) e (4.24).

A (4.25) é idêntica à (4.13), exceção feita ao coeficiente de majoração da carga N e ao de minoração da carga crítica N_c .

Para a aplicação da (4.13) a pilares de concreto armado, o mais importante é determinar convenientemente o produto de rigidez EI .

O ACI 318-77 recomenda para o cálculo de EI as expressões (4.16) e (4.17) que são fundamentadas em resultados de ensaios e considerações teóricas. Essas expressões fornecem valores de EI próximos aos menores valores teóricos correspondentes às seções usuais, e portanto, são a favor da segurança para o cálculo de momentos de 2ª ordem.

A Fig. 4.5 mostra uma comparação entre os valores de EI das (4.16) e (4.17) e aqueles obtidos de diagramas teóricos força normal-momento fletor-curvatura.

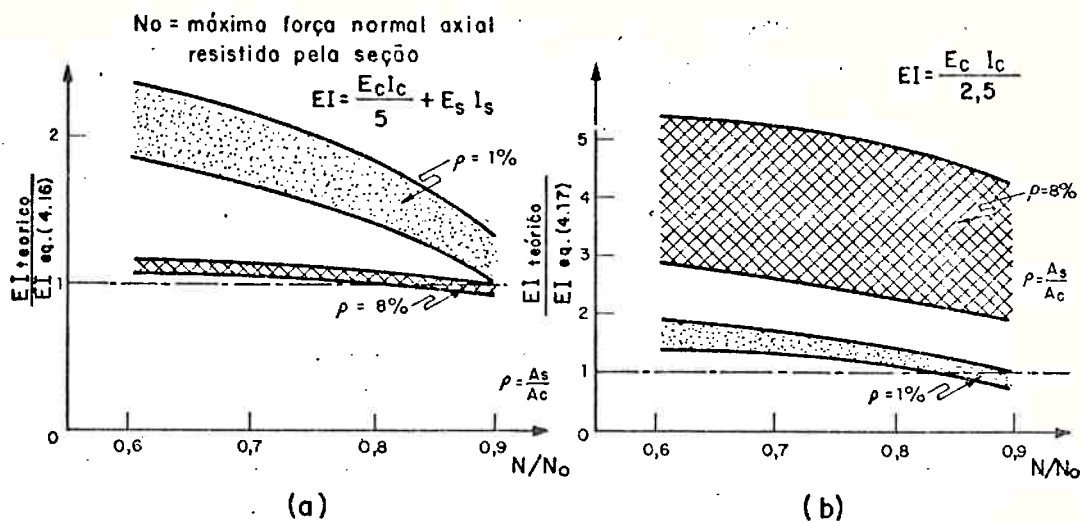


Fig. 4.5 - Comparação entre os valores de EI teóricos e os obtidos pelas equações (4.16) e (4.17). (a) Equação (4.16) (b) Equação (4.17)

4.4 Método da DIN 1045/78

4.4.1 Campo de aplicação

O método da DIN 1045/78 é aplicável a pilares com $\lambda \leq 70$. Permite-se o cálculo sem a consideração dos efeitos de 2ª ordem nos seguintes casos:

- $\lambda \leq 20$;
- $e_1/h \geq 3,5$ para $\lambda \leq 70$;
- $e_1/h \geq (3,5 \lambda/70)$ para $\lambda > 70$;

- $\lambda \leq 45$ para pilares internos de pórticos regulares desde que se adote para "comprimento de flambagem" a altura do andar;
- para pilares com extremidades indeslocáveis, engastados elasticamente nas extremidades e com diagrama de momentos linear quando:

$$\lambda \leq 45 - 25 \frac{M_A}{M_B} \quad (4.26)$$

neste caso, quando $\lambda > 45$ o pilar deve ser dimensionado para resistir a um momento fletor mínimo dado por:

$$M = 0,1 N h \quad (4.27)$$

4.4.2 Descrição do método

a) Determinação de M_1

$$M_1 = M_0 + M_a \quad (4.28)$$

• M_0 é o máximo momento fletor de 1ª ordem que ocorre no terço médio do "comprimento de flambagem" do pilar:

- No caso de pilares com extremidades indeslocáveis e diagrama de momentos linear a DIN 1045/78 permite adotar:

$$M_0 = 0,65 M_A + 0,35 M_B \quad (4.29)^{(1)}$$

- As extremidades de pilares de pórticos deslocáveis situam-se, na maioria dos casos, no terço médio do "comprimento de flambagem" dos pilares. Além disso, os máximos momentos fletores de 1ª ordem ocorrem, em geral, nos nós dos pórticos. Nessas condições M_0 é o máximo momento fletor de 1ª ordem que solicita o pilar.

$$M_a = N e_a \quad (4.30)$$

(1) Ver item 4.5 alínea e

$$\text{com } e_a = \frac{l_e}{300} \quad (4.30a)$$

b) Cálculo de M_2

$$M_2 = Ne_2 \quad (4.31)$$

O valor de e_2 é determinado pelas expressões:

$$0 \leq \frac{e_1}{h} < 0,30 \quad e_2 = h \frac{\lambda - 20}{100} \sqrt{0,1 + \frac{e_1}{h}} \geq 0 \quad (4.32a)$$

$$0,3 \leq \frac{e_1}{h} < 2,5 \quad e_2 = h \frac{\lambda - 20}{160} \geq 0 \quad (4.32b)$$

$$2,5 \leq \frac{e_1}{h} < 3,5 \quad e_2 = h \frac{\lambda - 20}{160} \left(3,5 - \frac{e_1}{h} \right) \geq 0 \quad (4.32c)$$

4.5 Comentários

- a) A determinação do "comprimento de flambagem" de pilares de concreto armado é assunto bastante controverso e não será abordado neste trabalho.

A DIN 1045/78 e o ACI 318-77 fornecem elementos para a determinação de l_e para um grande número de casos, mas os resultados obtidos são, em geral, diferentes. A NB-1/78 fornece apenas diretrizes básicas para a determinação de l_e .

- b) As três normas discordam na fixação do valor limite de λ para não consideração dos efeitos de 2ª ordem (Fig. 4.6).

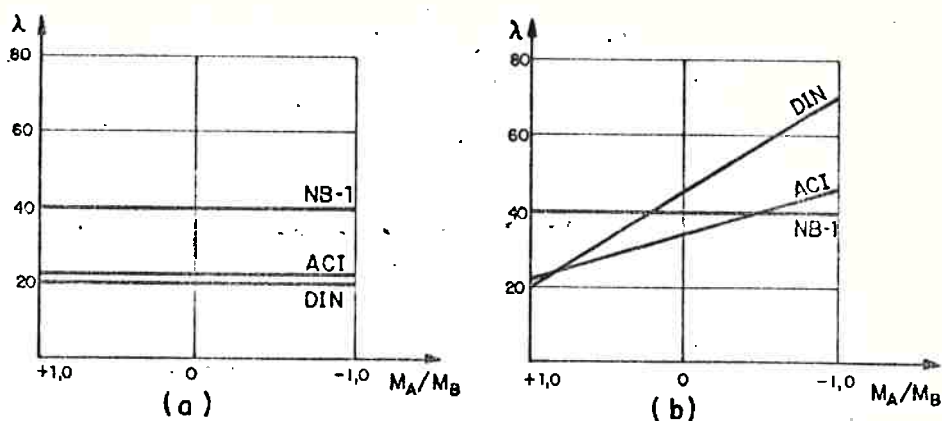


Fig. 4.6 - Valores limite de λ para não consideração dos efeitos de 2ª ordem
 (a) Pilares com extremidades deslocáveis.
 (b) Pilares com extremidades indeslocáveis.

c) As três normas determinam M_1 de modo diferente:

A Fig. 4.7 mostra a diferença no cálculo da parcela M_0 para pilares com extremidades indeslocáveis e diagrama de momentos linear.

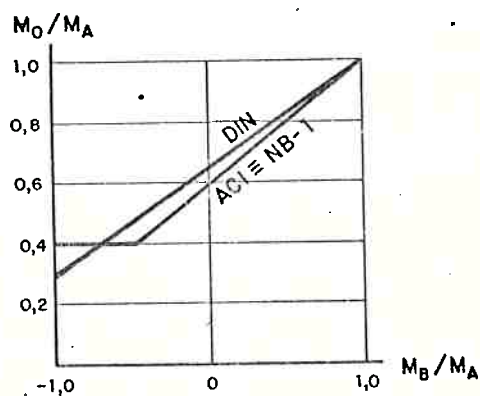


Fig. 4.7 - Valores de M_0/M_A para pilares com extremidades indeslocáveis e diagrama de momentos linear.

As imprecisões geométricas construtivas e a incerteza no ponto de aplicação da força normal N também são introduzidas no cálculo de maneira distinta:

A NB-1/78 e a DIN 1045/78 consideram uma excentricidade acidental mas discordam quanto ao valor da mesma; ver (4.5) e (4.30a).

O ACI 318-77 recomenda a excentricidade acidental mínima da (4.12).

- d) Os fatores que influem nos deslocamentos de pilares esbeltos, e portanto nos momentos de 2ª ordem, estão relacionados no item 2.3.

Devido às hipóteses simplificadoras adotadas para a formulação dos métodos das normas, alguns fatores não são levados em conta, enquanto outros o são de forma simplificada, conforme ilustra a Fig. 4.8.

Fatores teóricos	Fatores de acordo com:		
	NB-1/78	ACI 318-77	DIN 1045/78
Comprimento e vinculação das extremidades do pilar	l_e	l_e	l_e
Força normal	N	N	N
Diagrama de momentos de 1ª ordem	—	M_1	M_1
Forma e dimensões da seção transversal	A_{cu}, h	A_c, I_c	i
Porcentagem e arranjo da armadura	—	I_s	—
Diagrama tensão-deformação do concreto	f_{cd}, ϵ_{cu}^*	E_c	—
Diagrama tensão-deformação do aço	f_{yd}, E_s	E_r	—

* $\epsilon_{cu} = 3,5\%$

Fig. 4.8 - Fatores que influem nos momentos de 2ª ordem: de acordo com a teoria e de acordo com métodos simplificados das normas.

- e) Em pilares com extremidades indeslocáveis e sem cargas aplicadas ao longo de seu comprimento, o momento M_1 , calculado com os valores de M_0 das (4.3) e (4.29), pode resultar inferior ao máximo momento de 1ª ordem dado por:

NB-1/78

$$M_1 = M_A + Ne_a \quad (4.33)$$

com e_a da (4.5).

ACI 318-77

$$M_1 = M_A \quad (4.34)$$

$$\text{e } M_A \geq Ne_{m\grave{a}n} \quad \text{com } e_{m\grave{a}n} = (1,5204 + 0,03h) \text{ cm} \quad (4.12a)$$

DIN 1045/78

$$M_1 = M_A + Ne_a \quad (4.35)$$

com e_a da (4.30a).

Quando isto ocorre a seção deve ser dimensionada para o par de esforços N , M_1 .

5 PROCEDIMENTO UTILIZADO PARA A COMPARAÇÃO

Conforme visto nos capítulos 3 e 4, são muitos os fatores levados em conta pelos métodos simplificados no cálculo da capacidade resistente de pilares esbeltos. Além disso, na prática, esses fatores (por exemplo a forma da seção transversal) têm uma variação muito grande. Por isso é praticamente impossível fazer uma comparação que abranja todos os casos.

Neste trabalho a comparação é efetuada utilizando-se diagramas de interação $v - \mu_1$ obtidos através de cada um dos quatro métodos apresentados. Os diagramas são construídos para pilares biarticulados, com seção transversal constante (inclusive a armadura) e solicitados por uma força normal constante e por um momento fletor de 1ª ordem também constante, ou seja, pilares com as características do pilar equivalente.

Comparam-se apenas seções retangulares com as seguintes características:

- a) três arranjos de armadura conforme mostra a Fig. 5.1;
- b) três taxas de armadura generalizada⁽¹⁾:

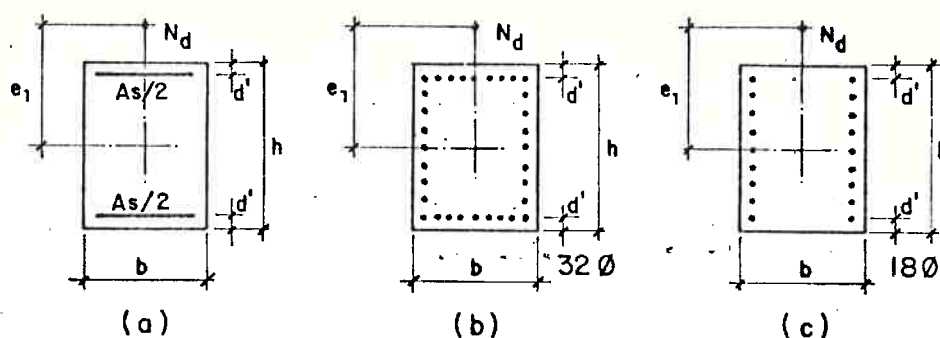
$$\bar{\rho} = 0,0200$$

$$\bar{\rho} = 0,0125$$

$$\bar{\rho} = 0,0050$$

Definidas para \bar{f}_{ck} em kN/cm².

(1) Para definição de taxa de armadura generalizada, ver item 6.1.2, equação (6.10)



$$d'/h = 0,1$$

Fig. 5.1 - Arranjos de armadura: (a) Seção tipo 1. (b) Seção tipo 2. (c) Seção tipo 3.

A armadura é constituída por barras de aço CA-50A ou CA-50B.

Apesar das restrições feitas, a comparação é bastante abrangente pois as seções transversais acima descritas representam a maioria dos casos que ocorrem na prática e, além disso, as normas efetuam o dimensionamento de pilares esbeltos substituindo o pilar real pelo pilar equivalente.

São construídos diagramas $\nu - \mu_1$ para índices de esbeltez 20, 30, 40, 60, 80, 100 e 120.

O valor mínimo, $\lambda = 20$, foi escolhido com o objetivo de verificar se os limites de λ recomendados pelas normas, para não consideração dos efeitos de 2ª ordem, são adequados.

Foram escolhidos valores de λ maiores que os valores máximos recomendados pelos métodos simplificados com o objetivo de verificar a validade dos métodos acima desses limites.

Como será visto adiante, os diagramas $\nu - \mu_1$ são obtidos a partir dos diagramas $\nu - \mu$, os quais dependem do método de cálculo adotado no dimensionamento à flexão composta normal. Neste trabalho os diagramas $\nu - \mu$ são determinados com os critérios de cálculo da NB-1/78.

6 CONSTRUÇÃO DOS DIAGRAMAS DE INTERAÇÃO ADIMENSIONAIS $v - \mu_1$

6.1 Construção de diagramas de interação adimensionais $v - \mu$ para seções retangulares

6.1.1 Hipóteses de cálculo

Adotam-se as hipóteses de cálculo da NB-1/78:

- as seções transversais planas antes do carregamento permanecem planas até a ruptura;
- a deformação em cada barra da armadura é a mesma do concreto adjacente, ou seja, existe perfeita aderência entre o aço e o concreto;
- as deformadas de ruptura são as correspondentes aos domínios de deformação indicados na Fig. 6.1;

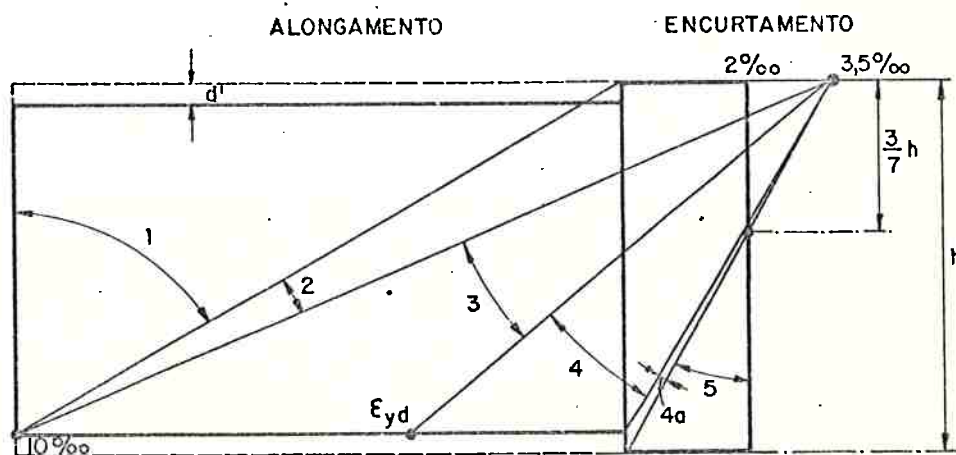


Fig. 6.1 - Domínios de deformação

- o diagrama tensão-deformação de cálculo adotado para o concreto é o indicado na Fig. 6.2;

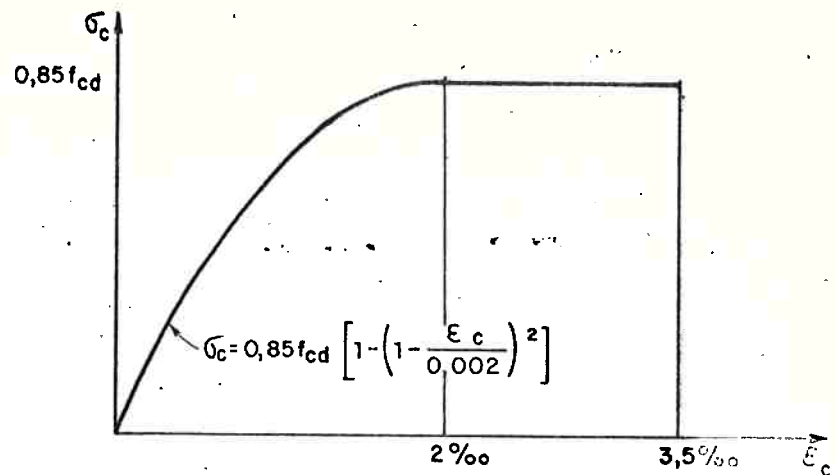


Fig. 6.2- Diagrama tensão-deformação de cálculo para o concreto.

o diagrama tensão-deformação de cálculo adotado para o aço CA-50A é o indicado na Fig. 6.3;

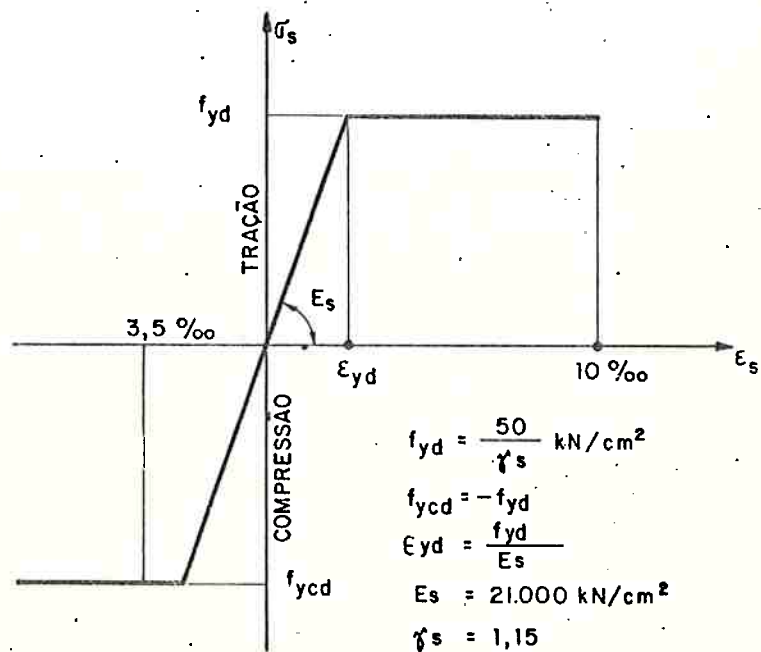


Fig. 6.3 - Diagrama tensão-deformação de cálculo para o aço CA-50 A.

- o diagrama tensão-deformação de cálculo adotado para o aço CA-50B é o indicado na Fig. 6.4.

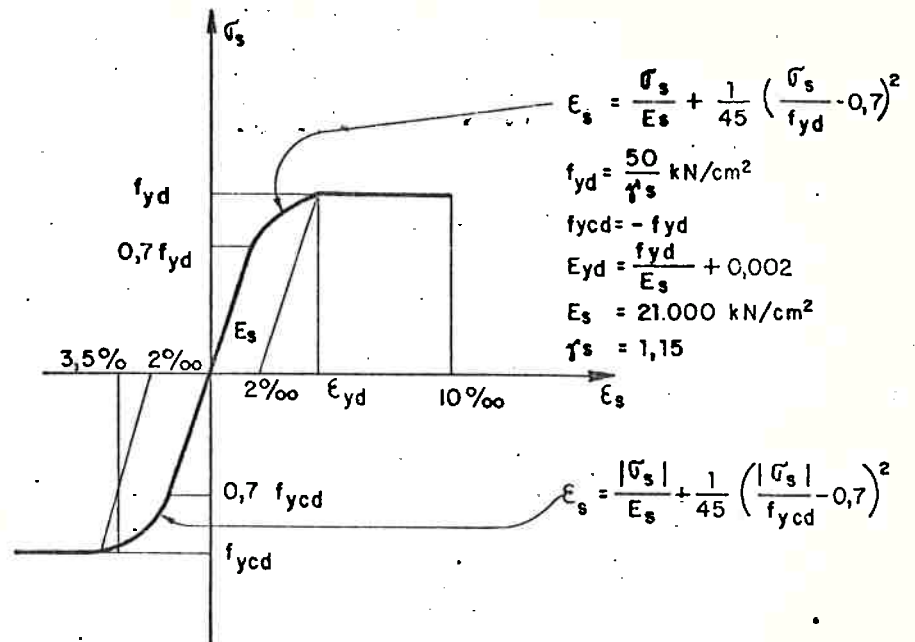


Fig. 6.4 – Diagrama tensão-deformação de cálculo para o aço CA-50 B.

6.1.2 Formulação adimensional do problema da flexão normal composta

a) Convenção de sinais

Consideram-se com sinal positivo as forças de compressão, as tensões de compressão e as deformações que correspondem a encurtamentos. Conseqüentemente são negativas as forças de tração, as tensões de tração e as deformações, que correspondem a alongamentos.

b) Coeficientes adimensionais

Definem-se os seguintes coeficientes adimensionais:

$$\beta_i = \frac{d_i}{h} \quad (6.1)$$

$$\beta_x = \frac{x}{h} \quad (6.2)$$

$$\delta = \frac{d'}{h} \quad (6.3)$$

$$\eta = \frac{R_{cc}}{\sigma_{cd} A_c} \quad (6.4)$$

$$\eta' = \frac{R_{cc} z_G}{\sigma_{cd} A_c h} \quad (6.5)$$

$$\theta = \epsilon_c - \epsilon_{c1} \quad (\epsilon_c \text{ e } \epsilon_{c1} \text{ em } \text{‰}) \quad (6.6)$$

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} \quad (6.7)$$

São utilizados também os coeficientes adimensionais ν , μ e μ_1 já definidos no item 2.2.

c) Equações de equilíbrio

As equações de equilíbrio de forças e de momentos para a seção da Fig. 6.5. são:

$$N_d = R_{cc} + \sum_1^{n'} A_{si} \sigma_{si} \quad (6.8a)$$

$$M_d = R_{cc} \left(\frac{h}{2} - z_G \right) + \sum_1^{n'} A_{si} \sigma_{si} \left(\frac{h}{2} - d_i \right) \quad (6.8b)$$

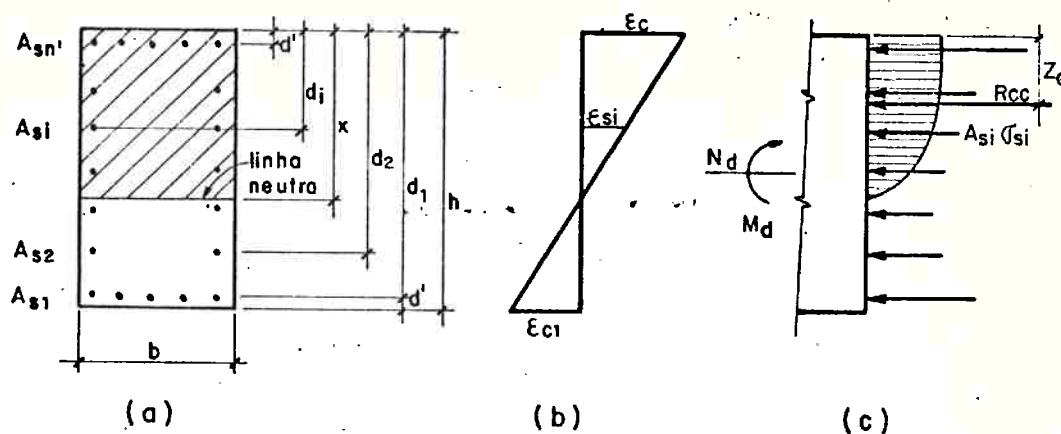


Fig. 6.5 - Notação utilizada na equação (6.8)
 (a) Seção transversal. (b) Diagramas de deformações.
 (c) Diagrama de tensões e forças.

Dividindo (6.8a) por $\sigma_{cd} A_c$ e (6.8b) por $\sigma_{cd} A_c h$ resulta:

$$v = \eta + \frac{\rho}{n} \sum_1^{n'} n_i \frac{\sigma_{si}}{\sigma_{cd}} \quad (6.9a)$$

$$\mu = 0,5 \eta - \eta' + \frac{\rho}{n} \sum_1^{n'} n_i \frac{\sigma_{si}}{\sigma_{cd}} (0,5 + \beta_i) \quad (6.9b)$$

É possível tornar as (6.9) independentes de σ_{cd} substituindo ρ pela taxa de armadura generalizada $\bar{\rho}$, tal que:

$$\bar{\rho} = \rho \frac{\bar{f}_{ck}}{f_{ck}} \quad (6.10)$$

onde \bar{f}_{ck} tem valor unitário. Neste trabalho adota-se $\bar{f}_{ck} = 1 \text{ kN/cm}^2$

De (6.10) vem:

$$\rho = \bar{\rho} \frac{f_{ck}}{\bar{f}_{ck}} \quad (6.10a)$$

Substituindo-se (6.10a) nas (6.9) resulta:

$$v = \eta + 1,6471 \frac{\bar{\rho}}{n} \sum_1^{n'} n_i \sigma_{si} \quad (6.11a)$$

$$\mu = 0,5 \eta - \eta' + 1,6471 \frac{\bar{\rho}}{n} \sum_1^{n'} n_i \sigma_{si} (0,5 - \beta_i) \quad (6.11b)$$

com σ_{si} em kN/cm^2 .

d) Equações de compatibilidade

Considerando o diagrama de deformação da Fig. 6.5 têm-se:

$$\frac{\epsilon_{si}}{x - d_j} = \frac{\epsilon_c}{x} \quad (6.12)$$

da qual resulta:

$$\epsilon_{si} = \epsilon_c \frac{\beta_x - \beta_i}{\beta_x} \quad (6.13)$$

e) Relações tensão-deformação

Para o concreto

Do diagrama da Fig. 6.2 decorre:

$$\sigma_c = \sigma_{cd} \left(\epsilon - \frac{\epsilon^2}{4} \right) \quad \text{para } \epsilon \leq 2 \quad (6.14a)$$

$$\sigma_c = \sigma_{cd} \quad \text{para } 2 < \epsilon \leq 3,5 \quad (6.14b)$$

com ϵ em ‰

As relações (6.14) são introduzidas nas (6.11) através dos adimensionais η e η' .

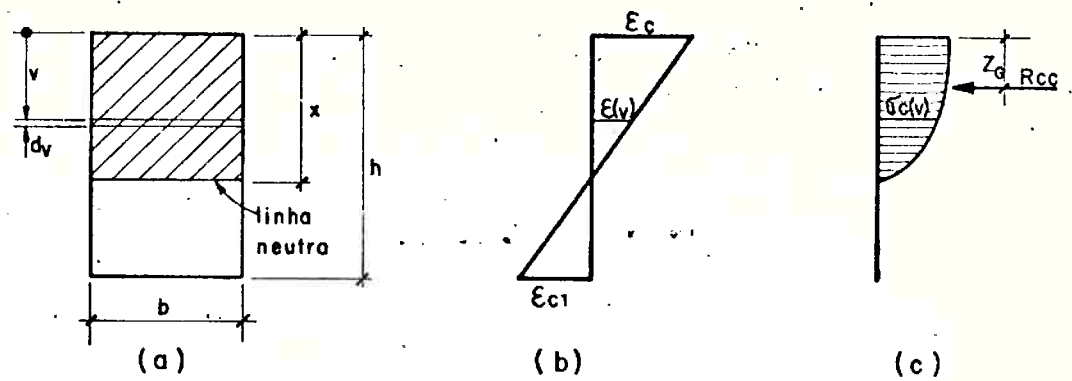


Fig. 6.6 - Notação utilizada nas equações (6.16) e (6.17).
 (a) Seção transversal. (b) Diagrama de deformações.
 (c) Diagrama de tensões.

Para a seção da Fig. 6.6, têm-se:

$$\epsilon(v) = \epsilon_c \left(1 - \frac{v}{x} \right) \quad (6.15)$$

e η e η' podem ser calculados por:

$$\eta = \frac{1}{\sigma_{cd} A_c} \int_0^h \sigma_c(v) b \, dv \quad (6.16)$$

$$\eta' = \frac{1}{\sigma_{cd} A_{ch}} \int_0^h \sigma_c(v) b v \, dv \quad (6.17)$$

onde $\sigma_c(v)$ é o valor de σ_c que se obtém das (6.14) para $\epsilon = \epsilon(v)$.

Para o aço CA-50A

Do diagrama da Fig. 6.3, e com a convenção de sinais adotada, decorre:

$$\sigma_S = 43,478 \frac{\varepsilon_S}{|\varepsilon_S|} \quad \text{para } 10 \geq |\varepsilon_S| > 2,0704 \quad (6.18a)$$

$$\sigma_S = 21 \varepsilon_S \quad \text{para } |\varepsilon_S| \leq 2,0704 \quad (6.18b)$$

com σ_S em kN/cm^2 e ε_S em $\%$

Para o aço CA-50B

Do diagrama da Fig. 6.4, e com a convenção de sinais adotada, decorre:

$$\sigma_S = 43,478 \frac{\varepsilon_S}{|\varepsilon_S|} \quad \text{para } 4,0704 < |\varepsilon_S| \leq 10 \quad (6.19a)$$

$$\sigma_S = \frac{6,6794 + \sqrt{4,7022 |\varepsilon_S| - 6,5881} \varepsilon_S}{0,23511 |\varepsilon_S|} \quad \text{para } 1,4493 < |\varepsilon_S| \leq 4,0704 \quad (6.19b)$$

$$\sigma_S = 21 \varepsilon_S \quad \text{para } |\varepsilon_S| \leq 1,4493 \quad (6.19c)$$

com σ_S em kN/cm^2 e ε_S em $\%$

f) Deformadas de ruptura

Na construção dos diagramas de interação $\nu - \mu$ a deformada da seção deve corresponder a uma das deformadas de ruptura definidas pelos domínios indicados na Fig. 6.1.

Para que isto ocorra, os valores de ε_c e β_x que caracterizam a deformada devem manter as seguintes relações:

$$\epsilon_c = \frac{10 \beta_x}{(1-\delta)^{-\beta_x}} \quad \text{para } \beta_x \leq \frac{7(1-\delta)}{27} \quad (6.20a)$$

$$\epsilon_c = 3,5 \quad \text{para } \frac{7(1-\delta)}{27} < \beta_x \leq 1 \quad (6.20b)$$

$$\epsilon_c = \frac{2}{1 - \frac{3}{7\beta_x}} \quad \text{para } 1 < \beta_x \leq \infty \quad (6.20c)$$

A (6.20a) corresponde ao domínio 2, a (6.20b) aos domínios 3,4 e 4a e a (6.20c) ao domínio 5.

Neste trabalho não têm interesse as deformadas de ruptura do domínio 1, pois correspondem a solicitações de flexo-tração.

6.1.3 Construção de um diagrama

Para a construção do diagrama de interação adimensional $\nu - \mu$ de uma seção retangular escolhe-se inicialmente o tipo do aço, o ar ranjo da armadura e o valor da taxa de armadura generalizada.

A obtenção de um ponto do diagrama obedece à seguinte sequência:

- a) escolhe-se um valor para β_x ;
- b) calcula-se ϵ_c por uma das (6.20);
- c) calculam-se η e η' pelas (6.16) e (6.17) respectivamente;
- d) determinam-se as deformações nas barras da armadura através de (6.13);
- e) calculam-se as tensões na armadura pelas (6.18) ou (6.19);
- f) calculam-se os valores de ν e μ através das (6.11).

Os valores de ν e μ assim obtidos constituem um ponto do diagrama de interação. Escolhendo outros valores para β_x obtêm-se outros pontos do diagrama, e assim é possível traçar a curva $\nu - \mu$ para a seção com as características inicialmente escolhidas.

6.2 Construção dos diagramas $\nu - \mu_1$ de acordo com os métodos simplificados das normas

6.2.1 Introdução

Considere-se um pilar com índice de esbelteza λ e com a geometria e o carregamento descritos no capítulo 5. Conhecidas as características da seção transversal (tipo do aço, arranjo de armadura e taxa de armadura generalizada) fica definido o diagrama de interação $\nu - \mu$. A partir desse diagrama podem ser obtidos os diagramas $\nu - \mu_1$ correspondentes aos métodos de cada uma das normas.

Para cada valor de ν , ao qual está associado um valor μ do diagrama $\nu - \mu$, pode-se calcular o correspondente μ_1 . O valor de μ_1 é função do próprio ν , do μ correspondente, de λ (ou ℓ_e/h) e de outros fatores os quais variam conforme o método considerado.

Para a construção do diagrama ν, μ_1 basta calcular μ_1 variando-se ν dentro da faixa desejada.

6.2.2 Determinação de μ_1 pelo método da NB-1/78

O valor de μ_1 decorre da (4.7):

$$\mu_1 = \mu - \nu \left(\frac{\ell_e}{h} \right)^2 \frac{0,0035 + f_{yd}/E_s}{10 (0,85\nu + 0,5)} \quad (6.21)$$

com $(0,85 \nu + 0,5) \geq 1$

6.2.3 Determinação de μ_1 pelo método do ACI 318-77

Das (4.13) a (4.21) decorre:

$$\mu_1 = \mu \left(1 - \frac{\frac{\gamma}{\phi} v \left(\frac{l_e}{h} \right)^2}{\frac{568,954 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_{ck}} + 455163 k \bar{\rho}} \right) \quad (6.22)$$

com f_{ck} em kN/cm^2

onde $\phi = 0,7$ para $v \geq 0,32941$

e $\phi = \frac{0,9}{1 + 0,86734v}$ para $0 \leq v < 0,32941$

k é um coeficiente que depende do arranjo da armadura e vale:

$k = 0,16$ para a seção tipo 1

$k = 0,1075$ para a seção tipo 2

$k = 1/15$ para a seção tipo 3

Como os diagramas de interação independem de f_{ck} e γ , determina-se uma faixa de valores de $\mu_1 = f(v)$ para f_{ck} variando entre $1,5 \text{ kN/cm}^2$ e $3,0 \text{ kN/cm}^2$ e para γ variando entre $1,4$ e $1,7$.

O valor máximo de μ_1 ocorre para $\gamma = 1,4$ e $f_{ck} = 1,5 \text{ kN/cm}^2$

$$\mu_{1\text{máx}} = \mu \left(1 - \frac{1,4 v \left(\frac{l_e}{h} \right)^2 / \phi}{464,55 + 455163 k \bar{\rho}} \right) \quad (6.23)$$

O valor mínimo ocorre para $\gamma = 1,7$ e $f_{ck} = 3,0 \text{ kN/cm}^2$

$$\mu_{1\text{mím}} = \mu \left(1 - \frac{1,7 v \left(\frac{l_e}{h} \right)^2 / \phi}{328,49 + 455163 k \bar{\rho}} \right) \quad (6.24)$$

6.2.4 Determinação de μ_1 pelo método da DIN 1045/78

Das equações (4.32) decorre:

$$0 \leq \frac{\mu_1}{v} < 0,3 \quad \mu_1 = \frac{(2\mu + A^2/v) - \sqrt{\Delta}}{2} \quad (6.25a)$$

onde $\Delta = (2\mu + A^2/v)^2 - 4(\mu^2 - 0,1A^2)$

$$e A = v (\lambda - 20)/100$$

$$0,3 \leq \frac{\mu_1}{v} < 2,5 \quad \mu_1 = \mu - v \frac{\lambda - 20}{160} \quad (6.25b)$$

$$2,5 \leq \frac{\mu_1}{v} < 3,5 \quad \mu_1 = \frac{\mu - 3,5 B v}{1 - B} \quad (6.25c)$$

$$\text{onde } B = (\lambda - 20)/160$$

Nos casos em que $(\mu_1/v) \geq 3,5$ a DIN 1045/78 permite o cálculo sem a consideração dos efeitos de 2ª ordem, têm-se então:

$$\frac{\mu_1}{v} \geq 3,5 \quad \mu_1 = \mu \quad (6.26)$$

6.3 Construção dos diagramas $v - \mu_1$ pelo método do pilar padrão

6.3.1 Introdução

Conforme visto no item 4.2.3, um pilar biarticulado com comprimento l_e pode ser entendido como dois pilares padrão com comprimento $l_e/2$ (Fig. 4.1).

O máximo momento fletor de 1ª ordem relativo que o pilar suporta pode ser determinado de forma análoga à descrita no capítulo 3, mas utilizando diagramas adimensionais $v - \mu - \theta_0$ e $v - \mu_2 - \theta_0$ em vez dos diagramas $N - M - l/r_0$ e $N - M_2 - l/r_0$.

6.3.2 Construção dos diagramas $v - \mu - \theta_0$

Os diagramas $v - \mu - \theta_0$ caracterizam a deformabilidade da seção transversal e dependem das relações tensão-deformação do aço e do concreto.

A escolha adequada da curva $\sigma - \epsilon$ para o concreto é assunto controverso. Neste trabalho adota-se a mesma curva utilizada para os estados limites últimos (Fig. 6.2) que é o recomendado pelo CEB para a maioria dos casos.

Adotam-se para o aço CA-50A as relações tensão deformação das (6.18) e para o aço CA-50B as das (6.19).

Para a construção de um diagrama $v - \mu - \theta_0$ escolhe-se inicialmente o tipo de aço, o arranjo de armadura e a taxa de armadura generalizada. Fixa-se também o valor de v .

A obtenção de um ponto do diagrama obedece à seguinte seqüência:

- a) escolhe-se um valor de θ_0 ;
- b) escolhe-se um valor de ϵ_c ;
- c) calcula-se η pela (6.16);
- d) calcula-se $\beta_x = \epsilon_c / \theta$ e determinam-se as deformações nas barras da armadura através da (6.13);
- e) calculam-se as tensões na armadura pelas (6.18) ou (6.19);
- f) calcula-se v pela (6.11a);
- g) se o valor calculado para v for diferente do valor de v fixado, escolhe-se um novo valor para ϵ_c e retorna-se ao passo c;
- h) se v calculado for igual ao v fixado, a menos de uma tolerância, calcula-se n' pela (6.17) e μ pela (6.11b).

O par μ, θ_0 obtido é um ponto da curva $\mu - \theta_0$ correspondente ao valor de v fixado. Repetindo o processo para outros valores de θ_0 obtêm-se outros pontos do diagrama.

Um caso particular ocorre quando θ_0 e ϵ_c escolhidos satisfazem à condição do passo h e caracterizam uma das deformadas de ruptura. Nesse caso o par v, μ é um dos pontos do diagrama de interação $v - \mu$ correspondente à seção considerada e o par θ_0, μ corresponde ao ponto F da Fig. 6.7.

6.3.3 Construção do diagrama $v - \mu_2 - \theta_0$

De acordo com o método do pilar padrão, para um N dado M_2 é função linear de $1/r_0$ e é determinado pela (3.6).

Multiplicando ambos os membros da (3.6) por $\gamma_f/\sigma_{cd} A_c h$ e substituindo l por $l_e/2$ vem:

$$\mu_2 = \frac{\nu}{h} \cdot \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r_0} \quad (6.27)$$

Lembrando que:

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\epsilon_c - \epsilon_{c1}}{1000 h} \quad (6.28)$$

onde ϵ_c e ϵ_{c1} , dados em ‰, são respectivamente as deformações das fibras mais encurtada e menos encurtada da seção da base do pilar, da (6.6) decorre:

$$\frac{1}{r_0} = \frac{\theta_0}{h} \cdot \frac{1}{1000} \quad (6.29)$$

que substituída na (6.27) fornece:

$$\mu_2 = \nu \left(\frac{l_e}{h} \right)^2 \frac{\theta_0}{10000} \quad (6.30)$$

com a qual constrói-se o diagrama $\mu_2 - \theta_0$ para ν e l_e/h fixados.

6.3.4 Construção dos diagramas $v - \mu_1$

A determinação de um ponto de um diagrama faz-se conforme indicado na Fig. 6.7.

A curva 1 representa o diagrama $v - \mu - \theta_0$ e a curva 2 o $v - \mu_2 - \theta_0$. O valor μ_1 procurado corresponde à máxima diferença entre as curvas 1 e 2.

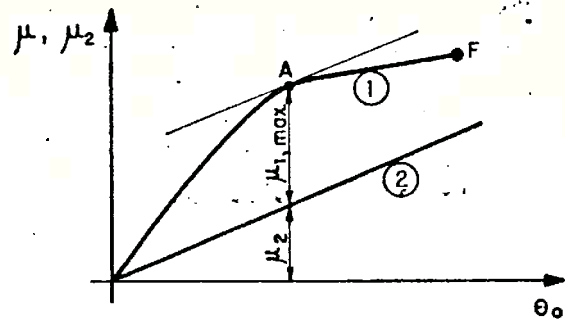


Fig. 6.7 - Determinação de μ_1 pelo método do pilar padrão.

O par ν, μ_1 é um ponto do diagrama $\nu - \mu_1$ correspondente ao tipo de aço, arranjo de armadura, taxa de armadura generalizada e esbelte l_e/h considerados.

Outros pontos são determinados fixando outros valores de ν e repetindo-se o processo.

7 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Nas Fig. 7.1 a 7.42 estão apresentados os diagramas $v - \mu_1$ obtidos de acordo com o método do pilar padrão e com os métodos simplificados das normas NB-1/78, ACI 318-77 e DIN 1045/78 para os casos selecionados no capítulo 5,

Cada figura refere-se a um tipo de aço, um arranjo de armadura e um valor λ e mostra as curvas correspondentes a cada um dos quatro métodos para as três taxas de armadura generalizada escolhidas.

Quando λ é menor ou igual a 40 apresentam-se também os diagramas de interação $v - \mu$ para a seção considerada (tipo de aço e arranjo de armadura) e para as três taxas $\bar{\rho}$.

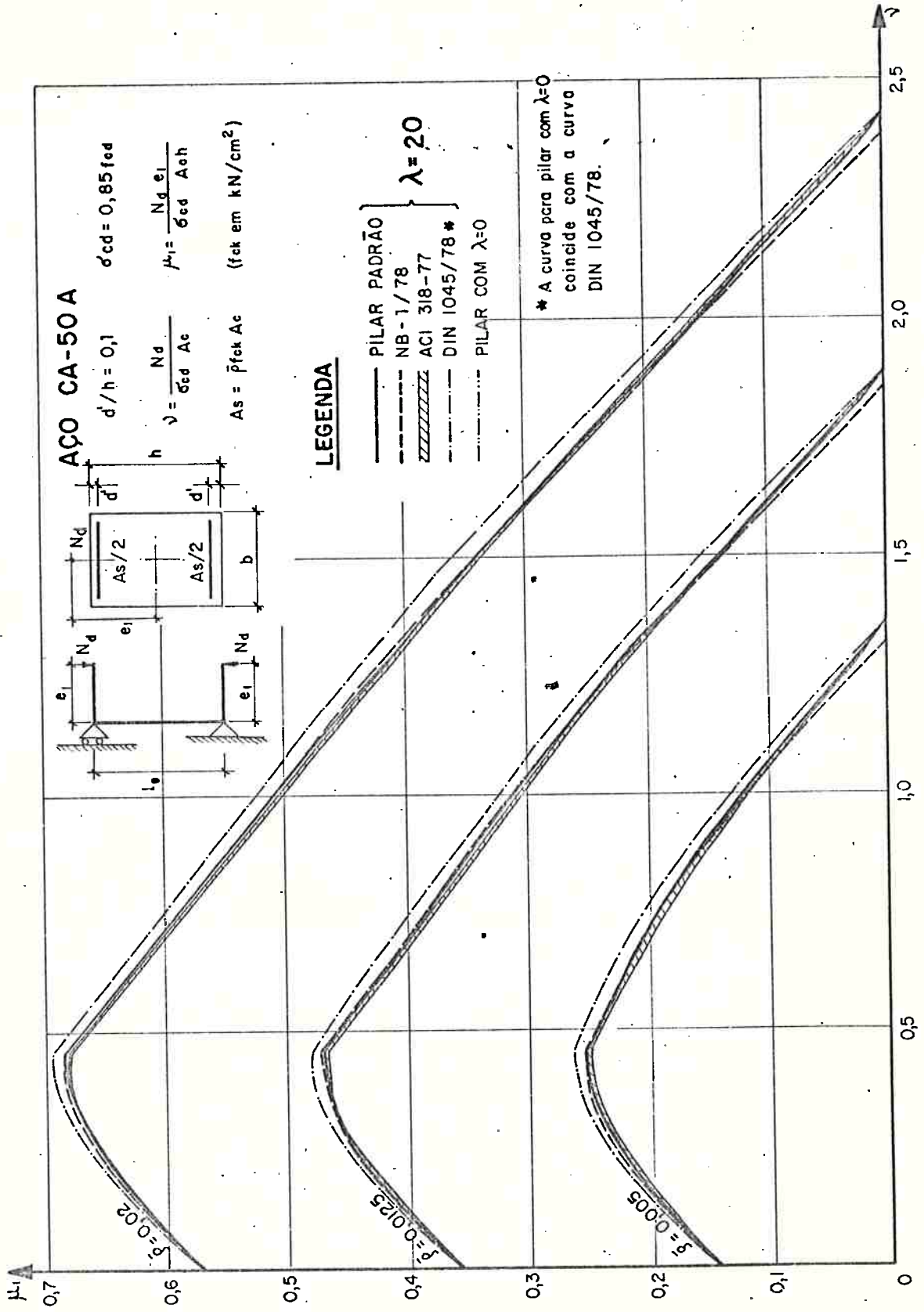


Fig. 7.1 - Diagramas de interação adimensionais para : aço CA-50 A ; seção tipo 1 e $\lambda = 20$

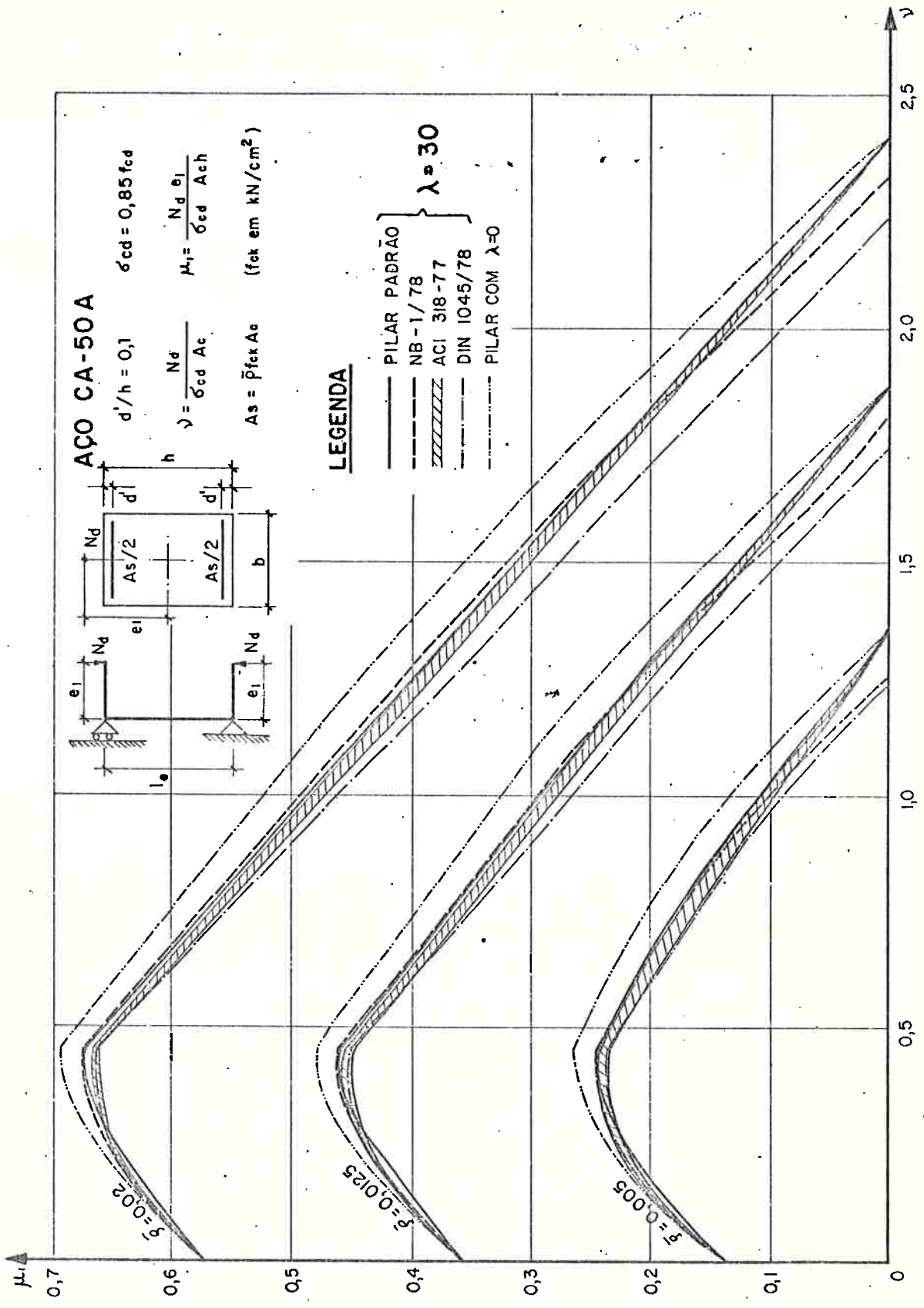


Fig. 7.2 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A; seção tipo 1 e $\lambda = 30$

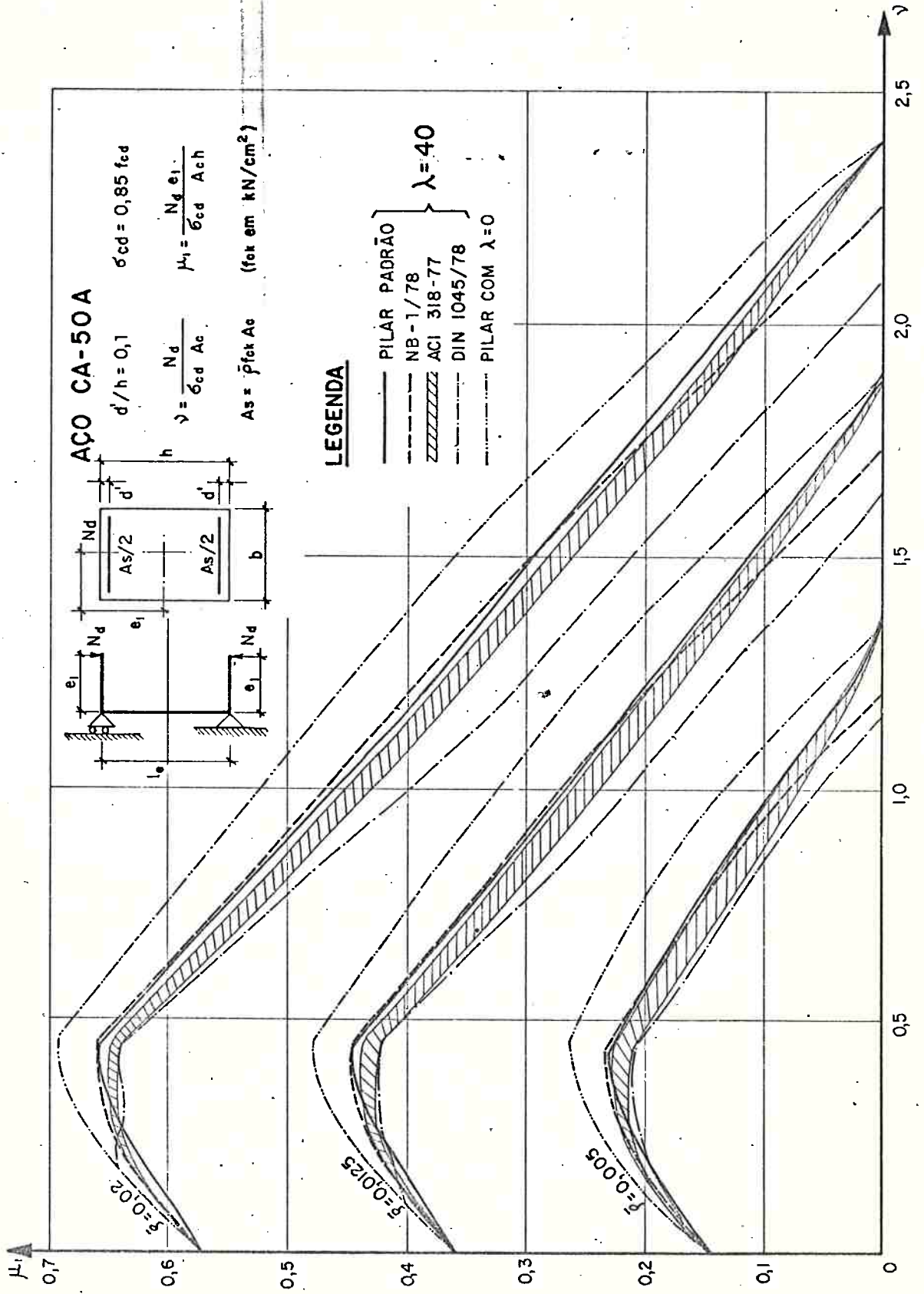


Fig. 7.3 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A; seção tipo 1 e $\lambda = 40$

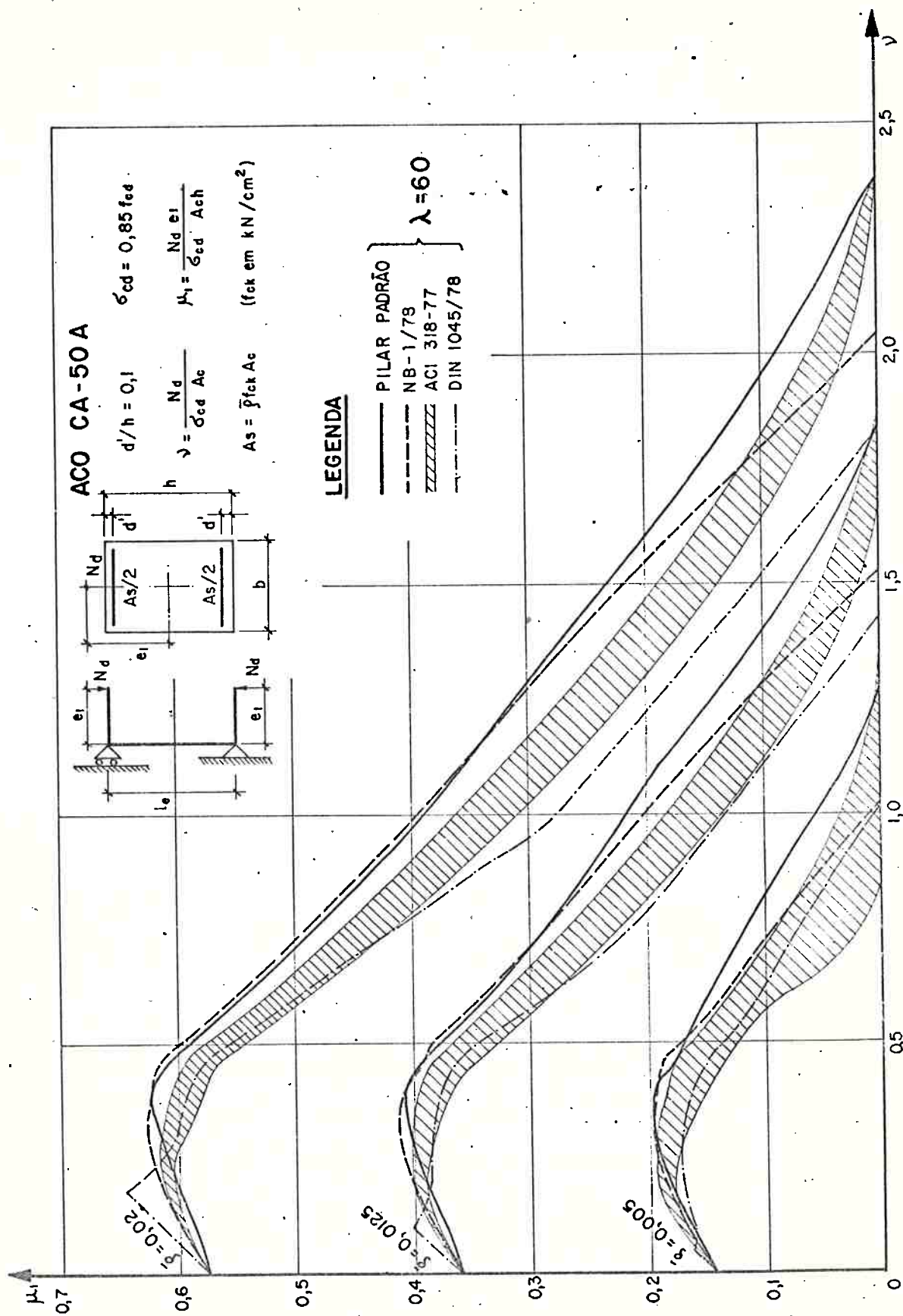


Fig. 7.4.- Diagramas de interação adimensionais para : aço CA-50A ; seção tipo I e $\lambda = 60$

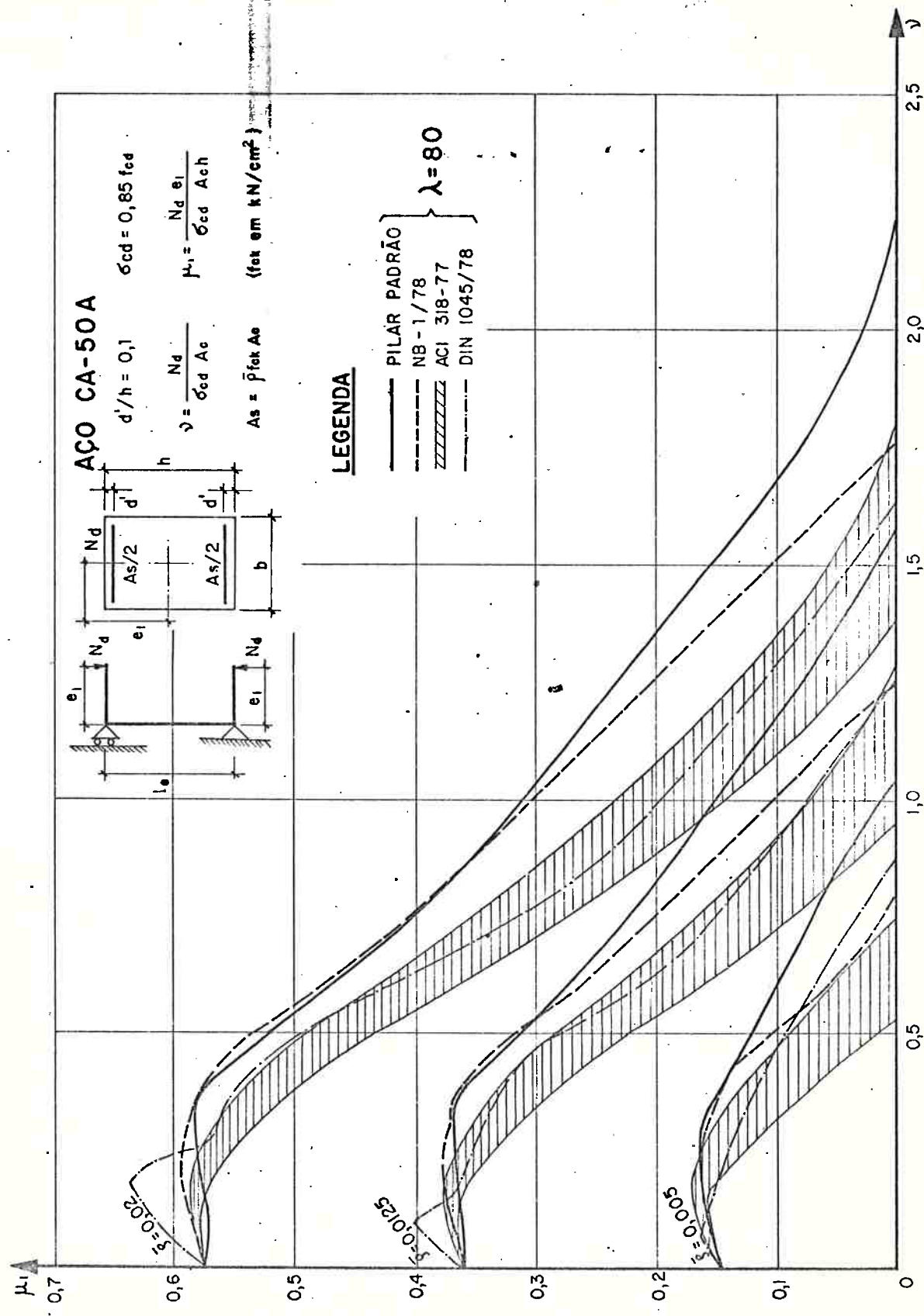


Fig. 7.5 - Diagramas de interação adimensionais para : aço CA-50A; seção tipo I e $\lambda = 80$

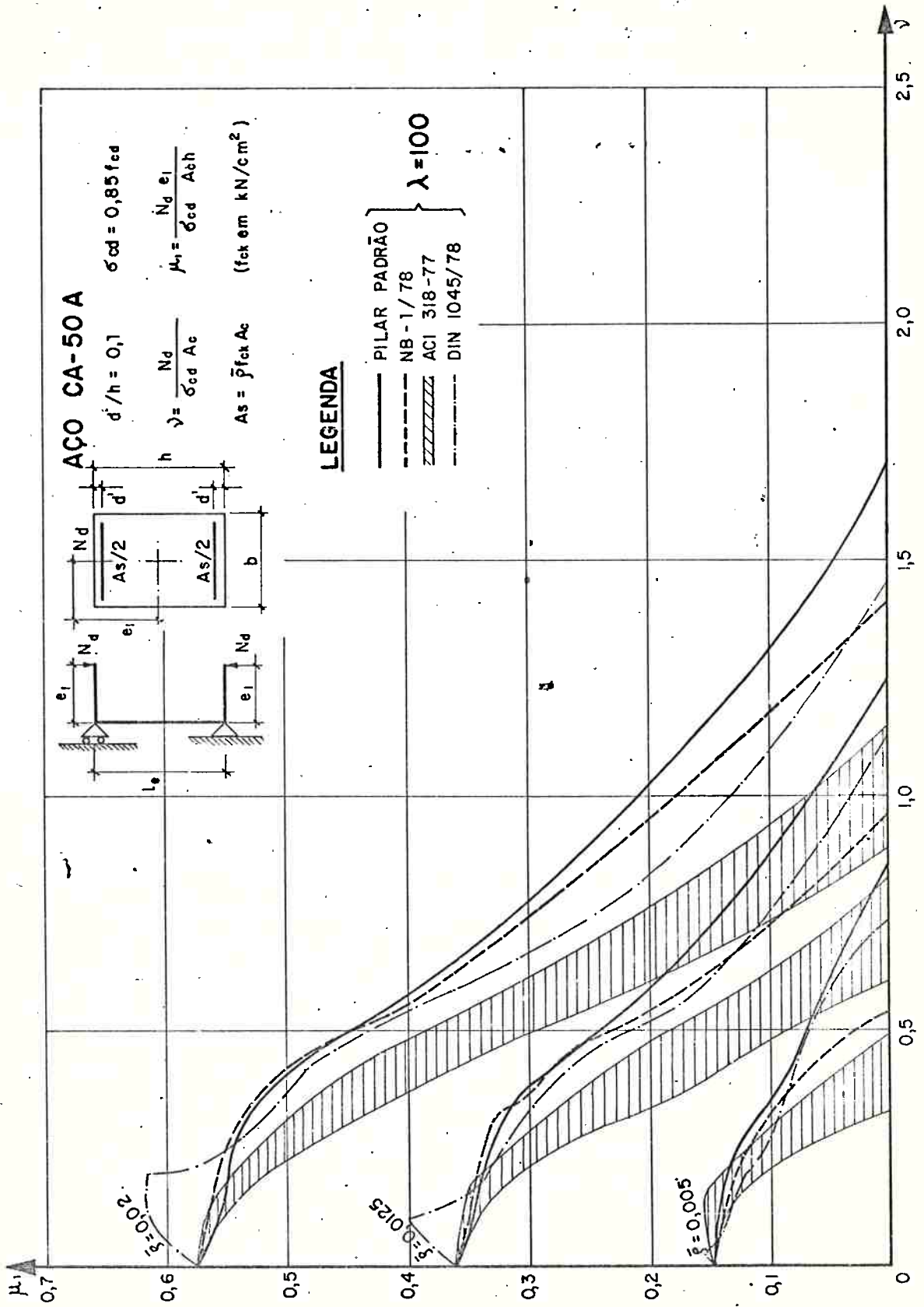


Fig. 7.6 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A; seção tipo 1 e $\lambda = 100$

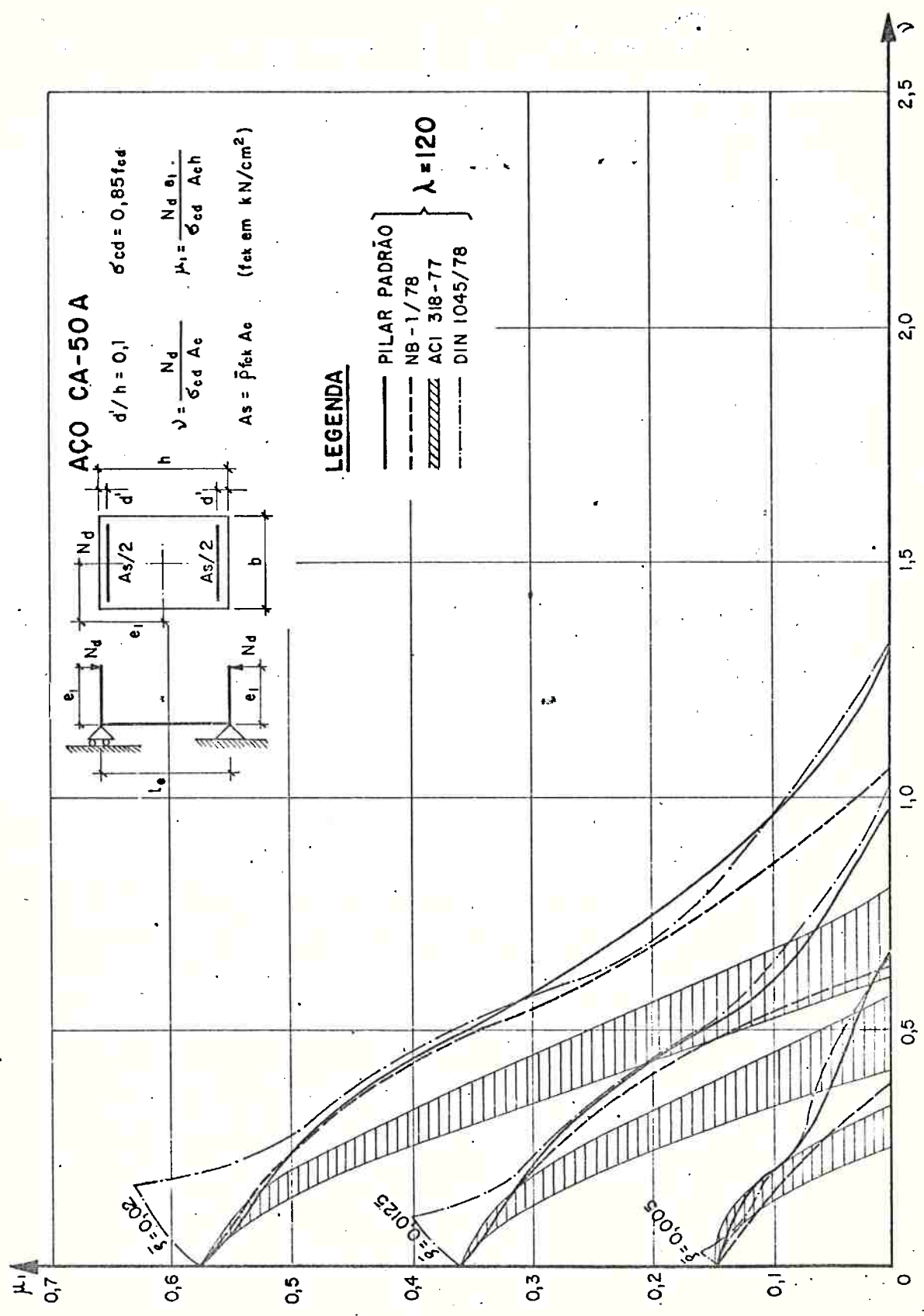


Fig. 7.7 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A; seção tipo 1 e $\lambda = 120$

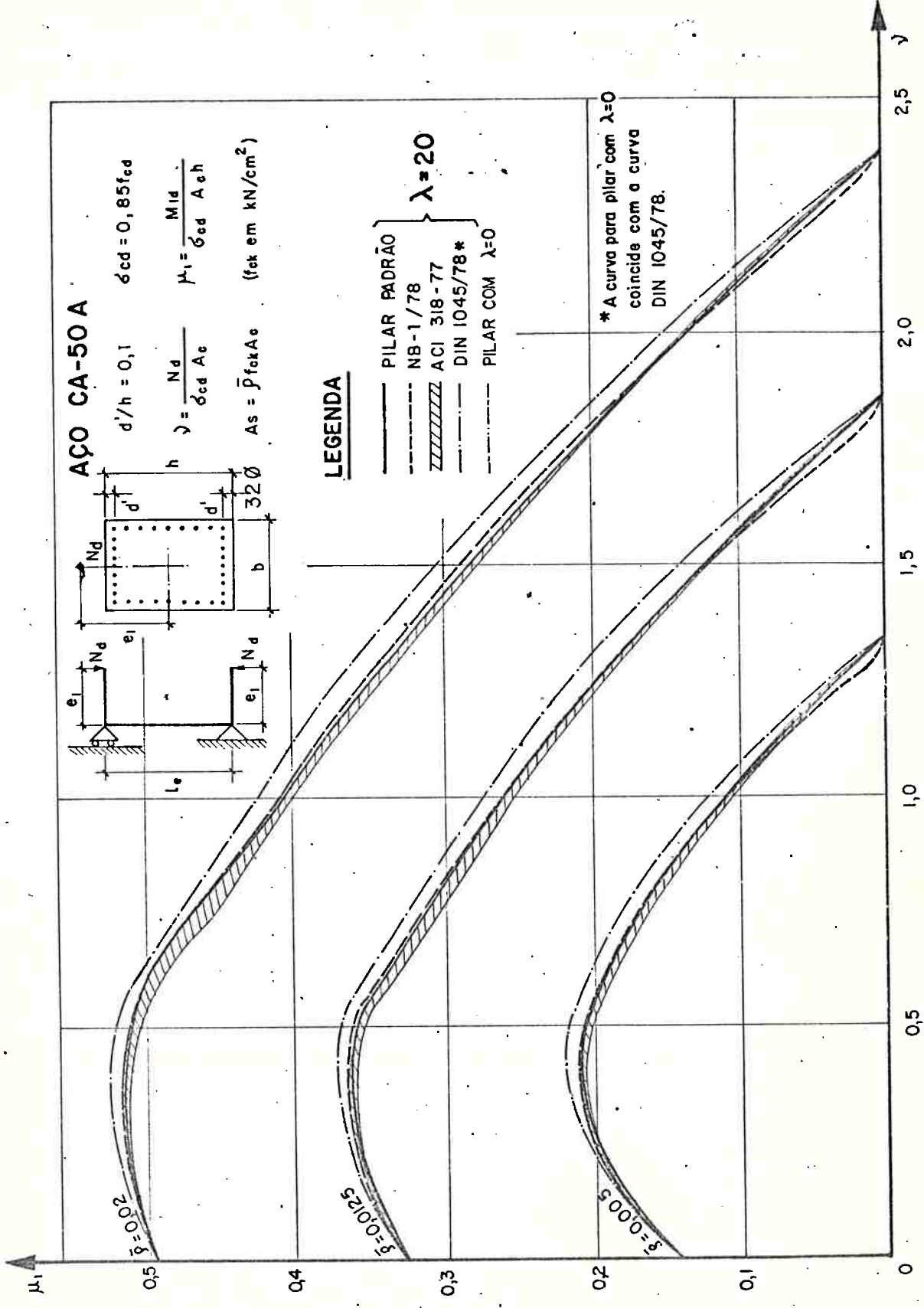


Fig. 7.8 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A; seção tipo 2 e $\lambda = 20$

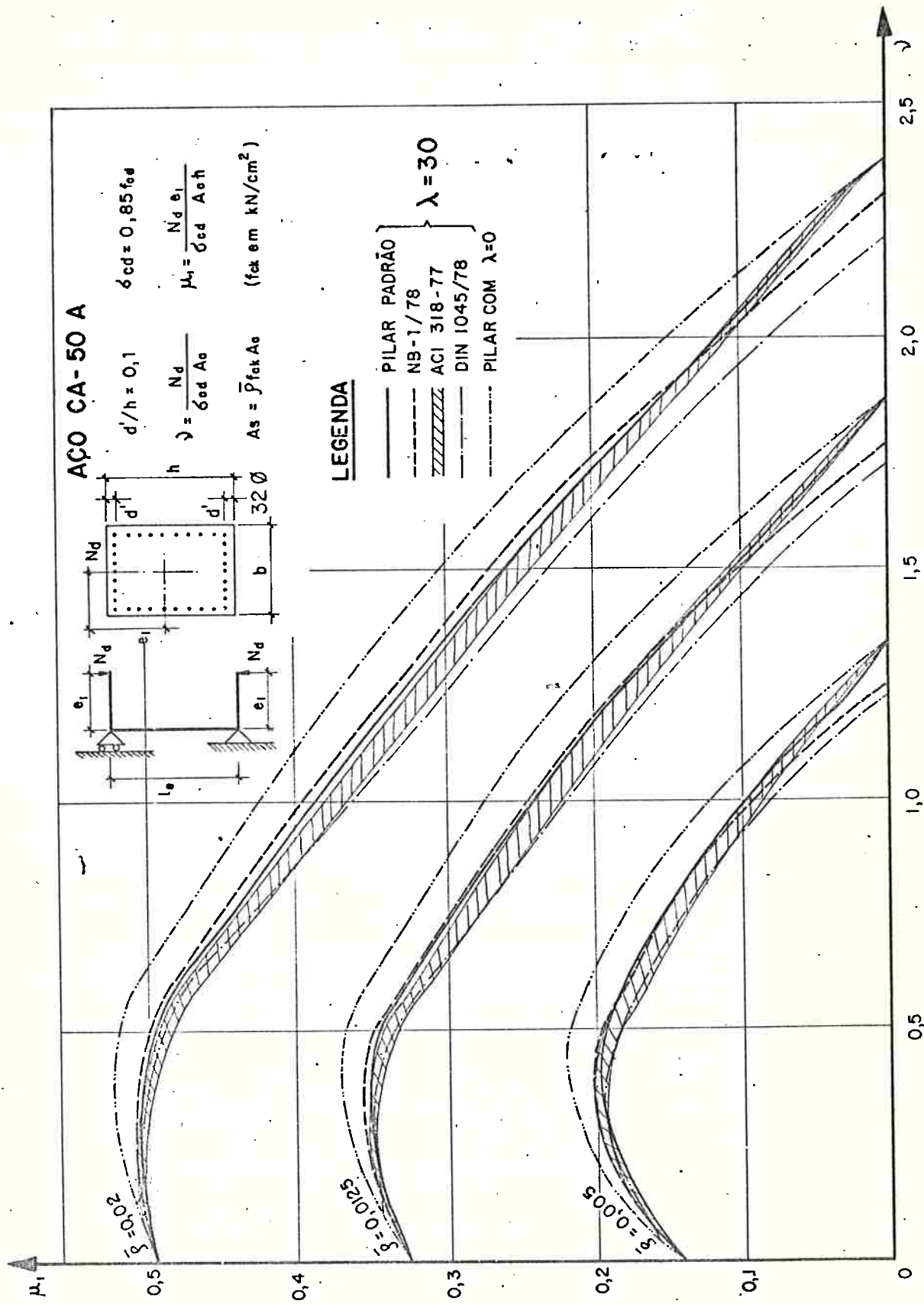


Fig.7.9 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A; seção tipo 2 e $\lambda = 30$

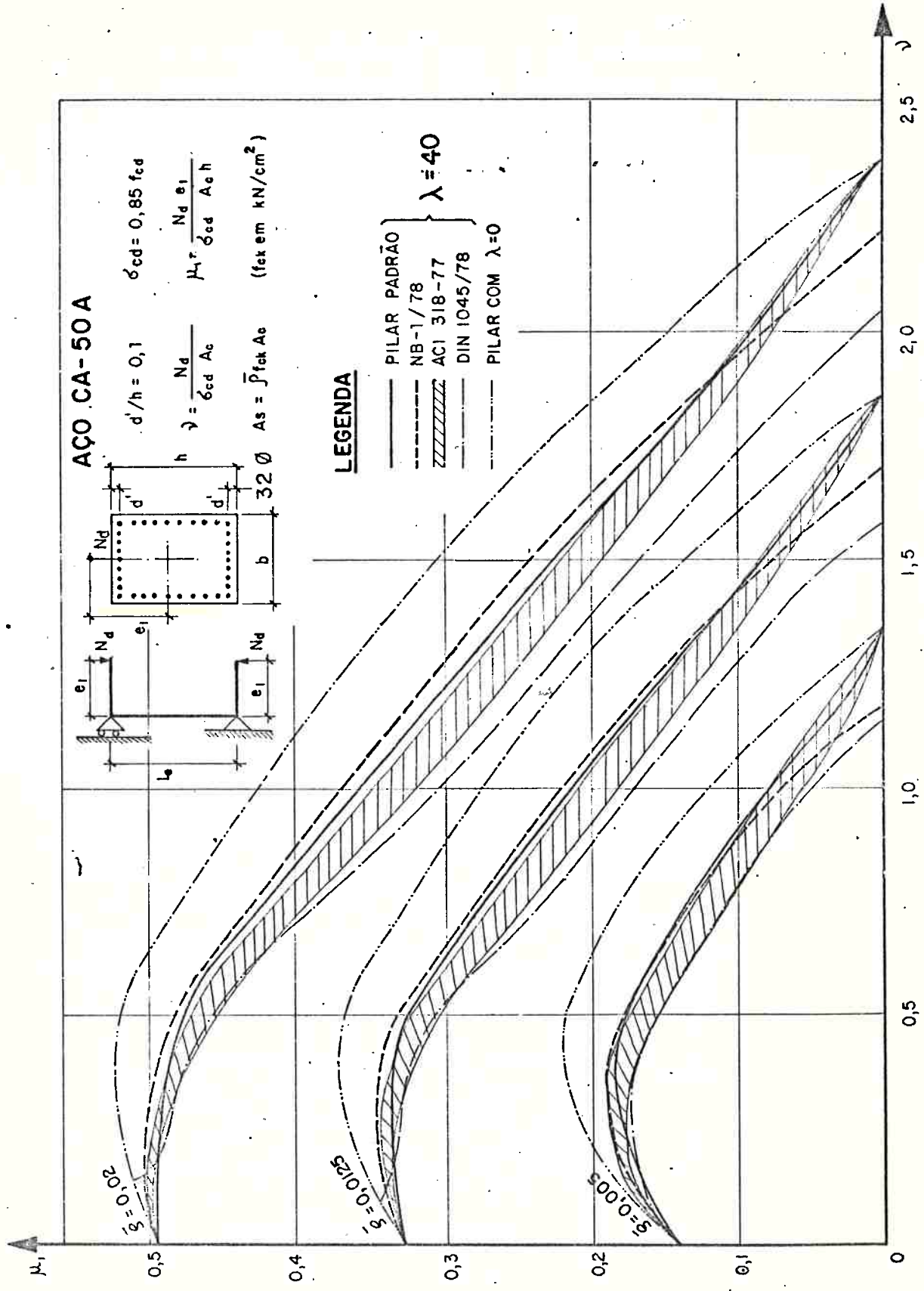


Fig.7.10 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A; seção tipo 2 e $\lambda = 40$

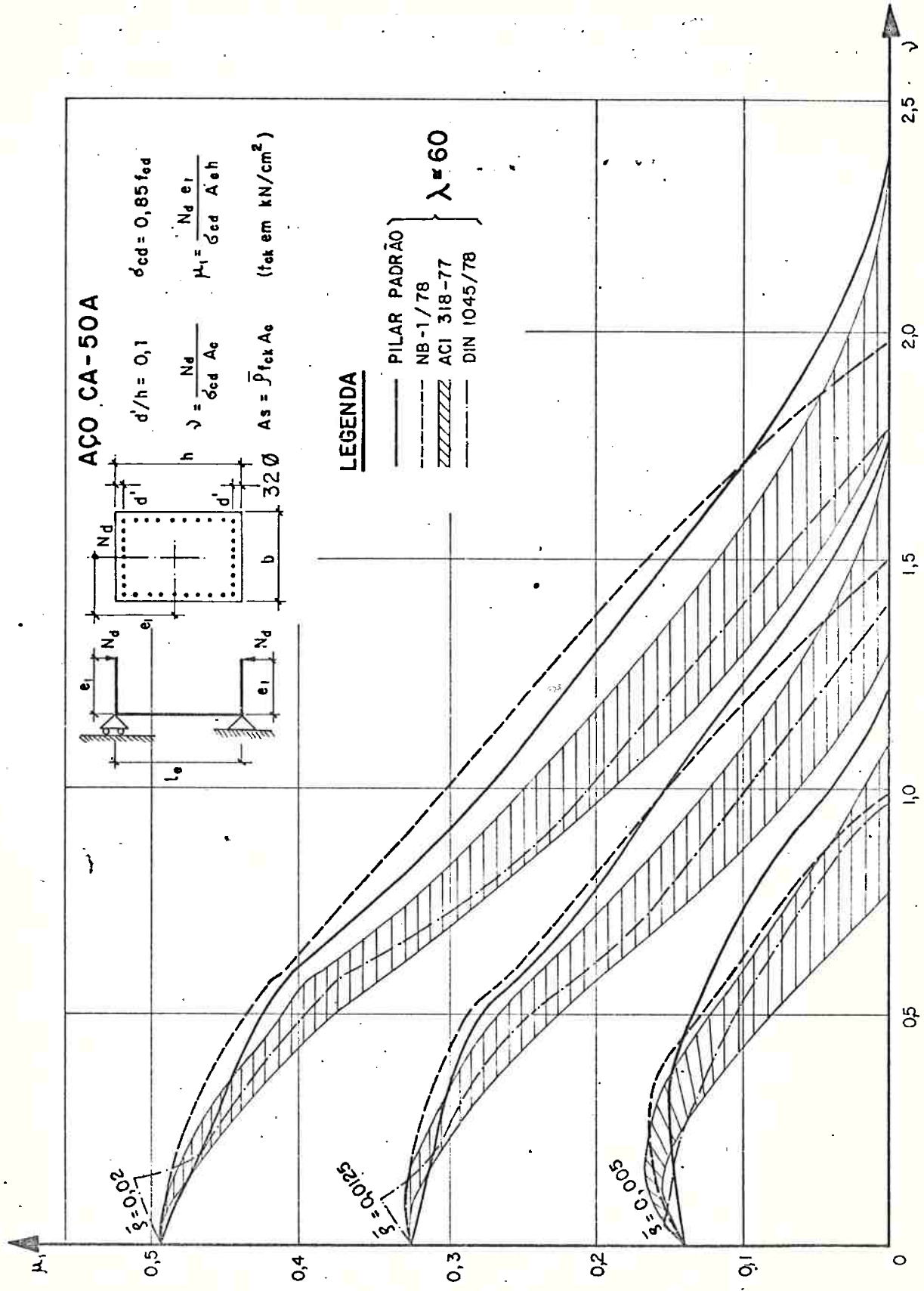


Fig. 7.11 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A; seção tipo 2 e $\lambda = 60$

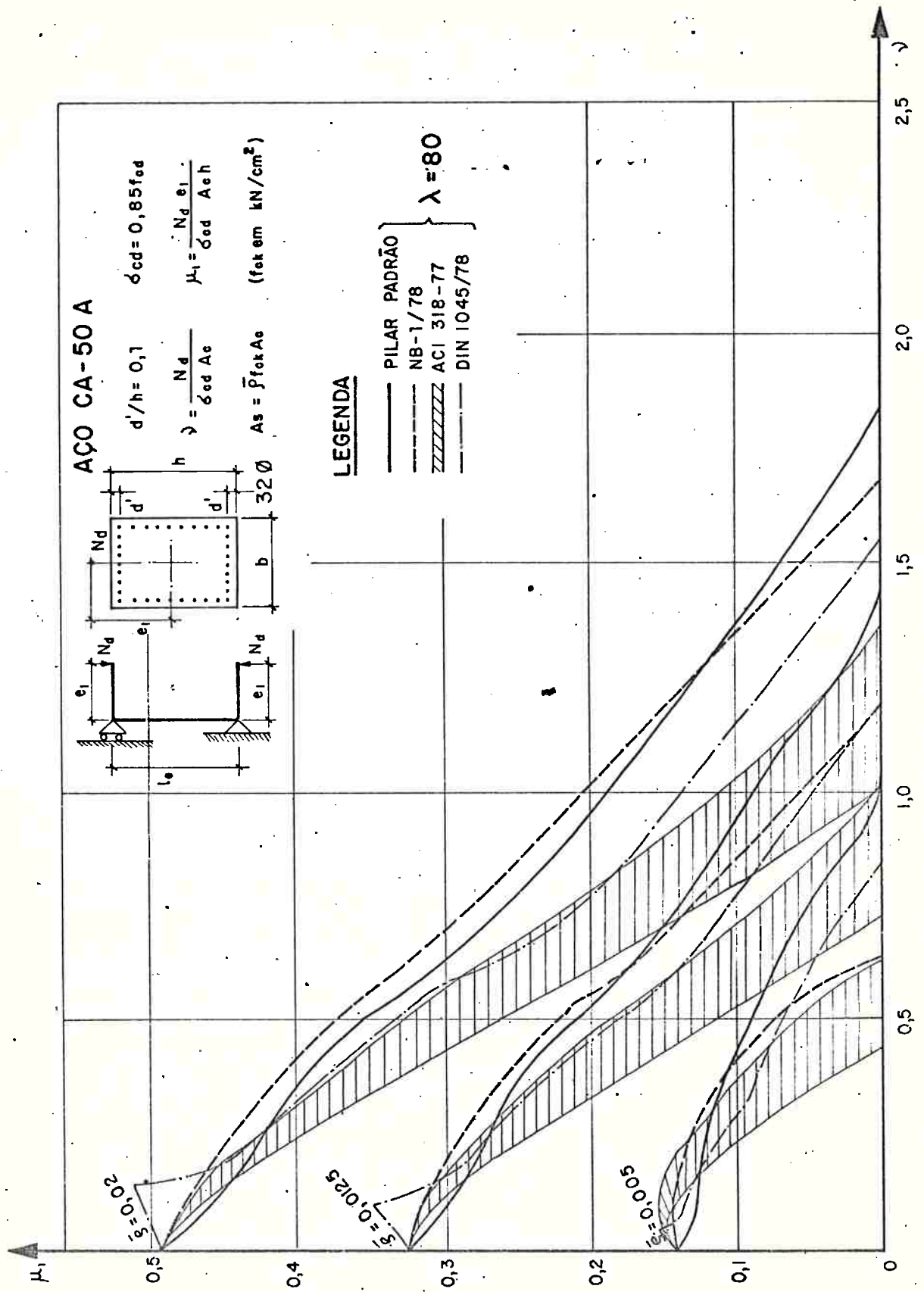


Fig.7.12 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A; seção tipo 2 e $\lambda = 80$

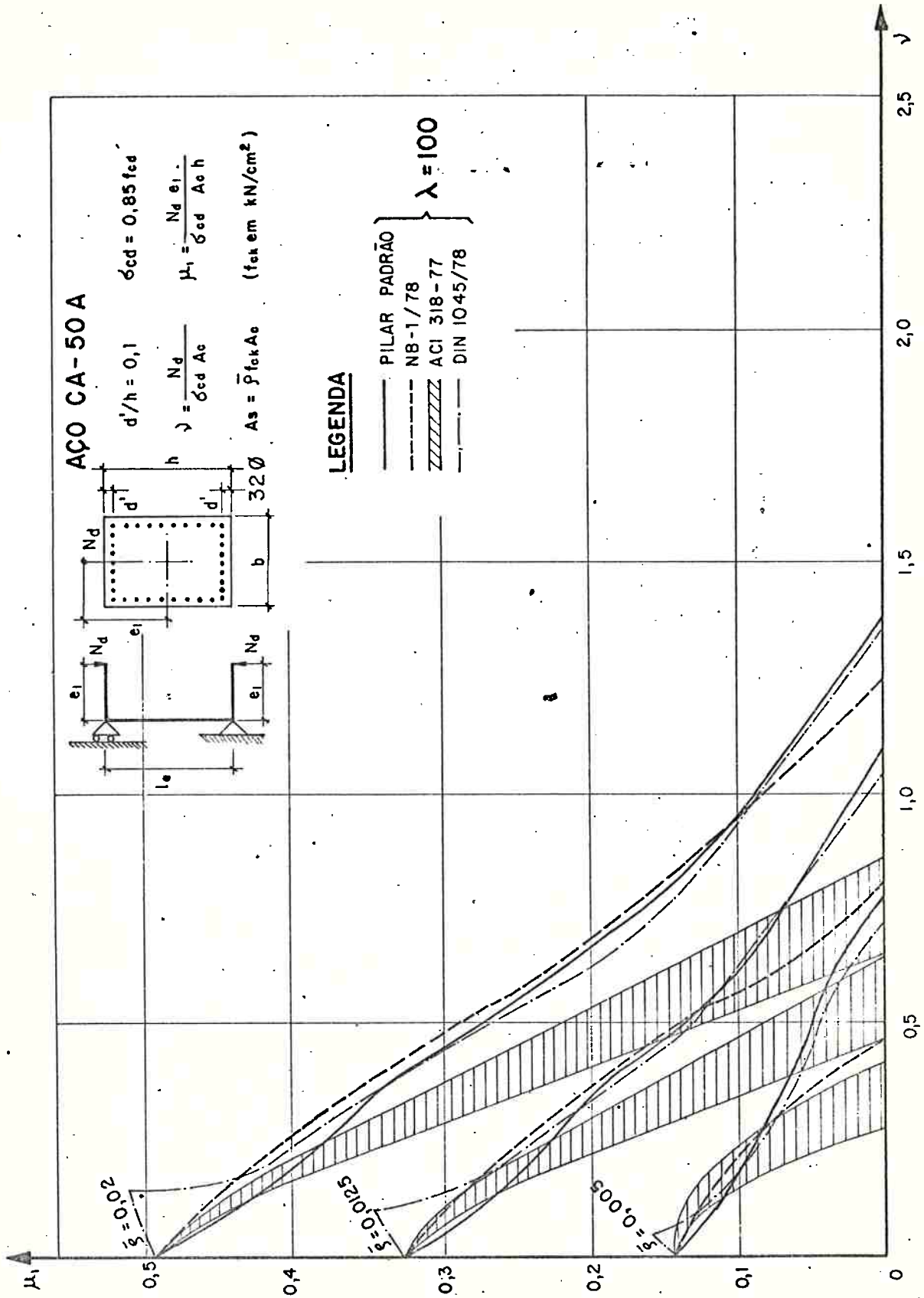


Fig. 7.13. - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A; seção tipo 2 e $\lambda = 100$

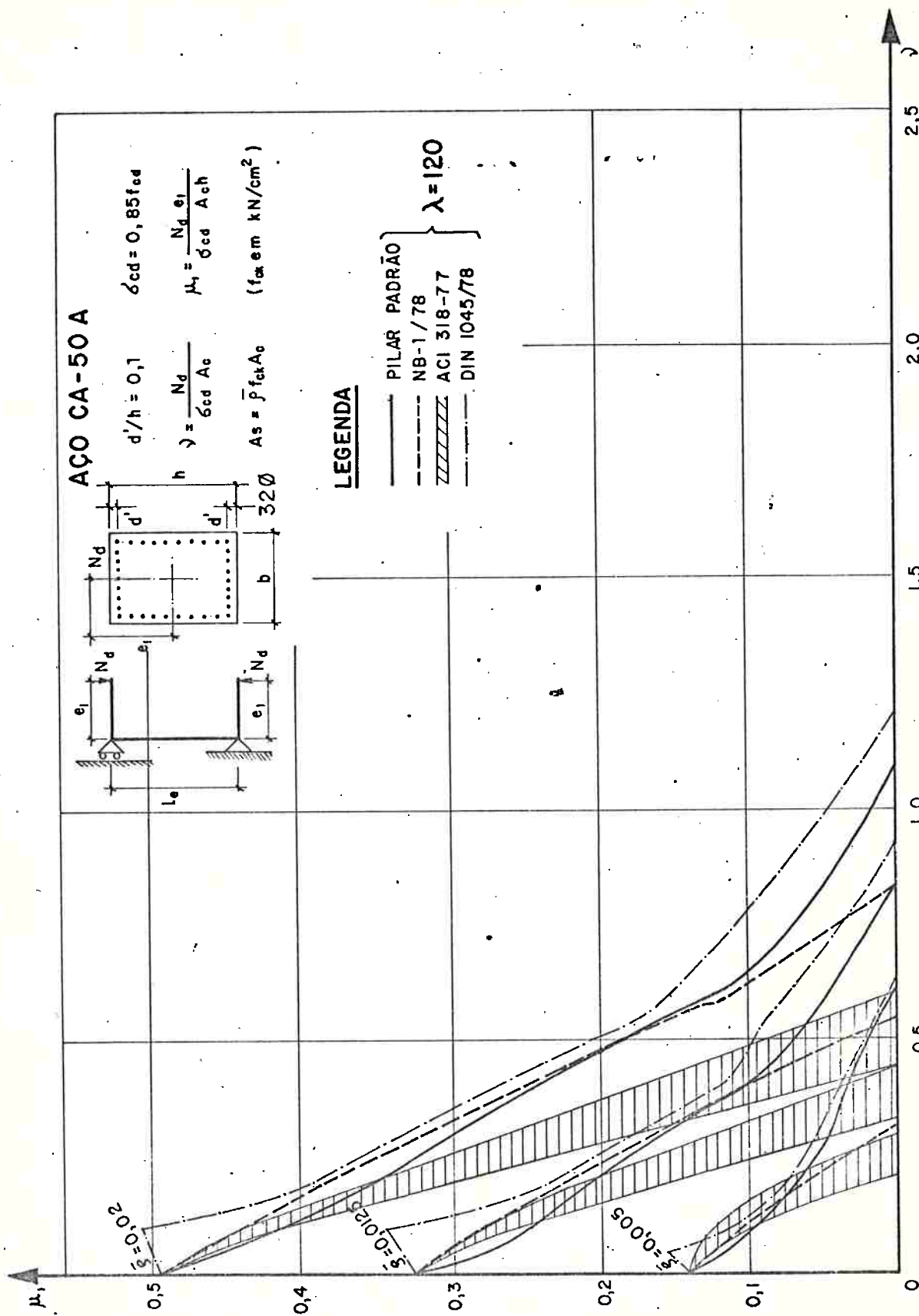


Fig. 7.14 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A; seção tipo 2 e $\lambda = 120$

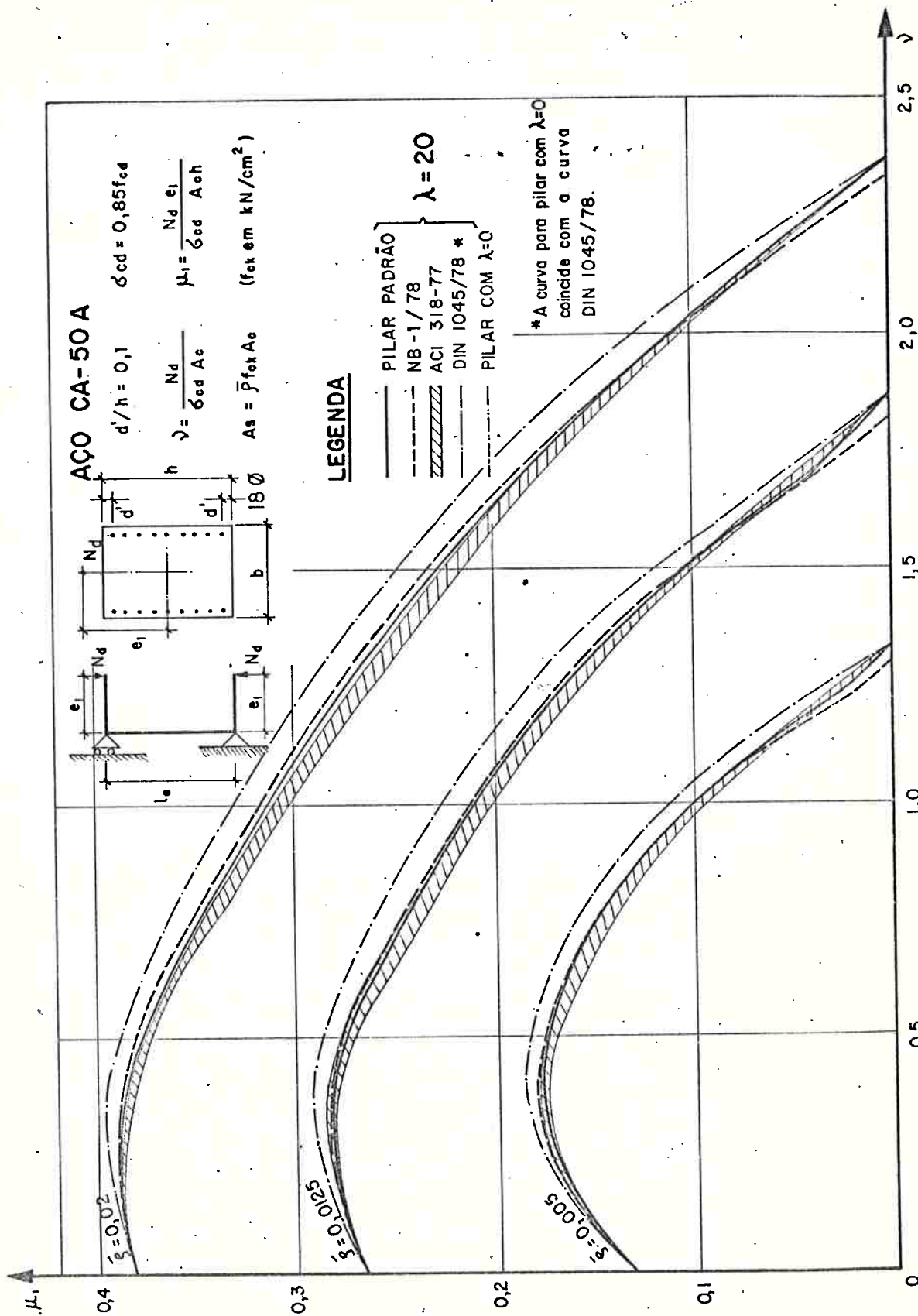


Fig. 7.15 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50 A; seção tipo 3 e $\lambda = 20$

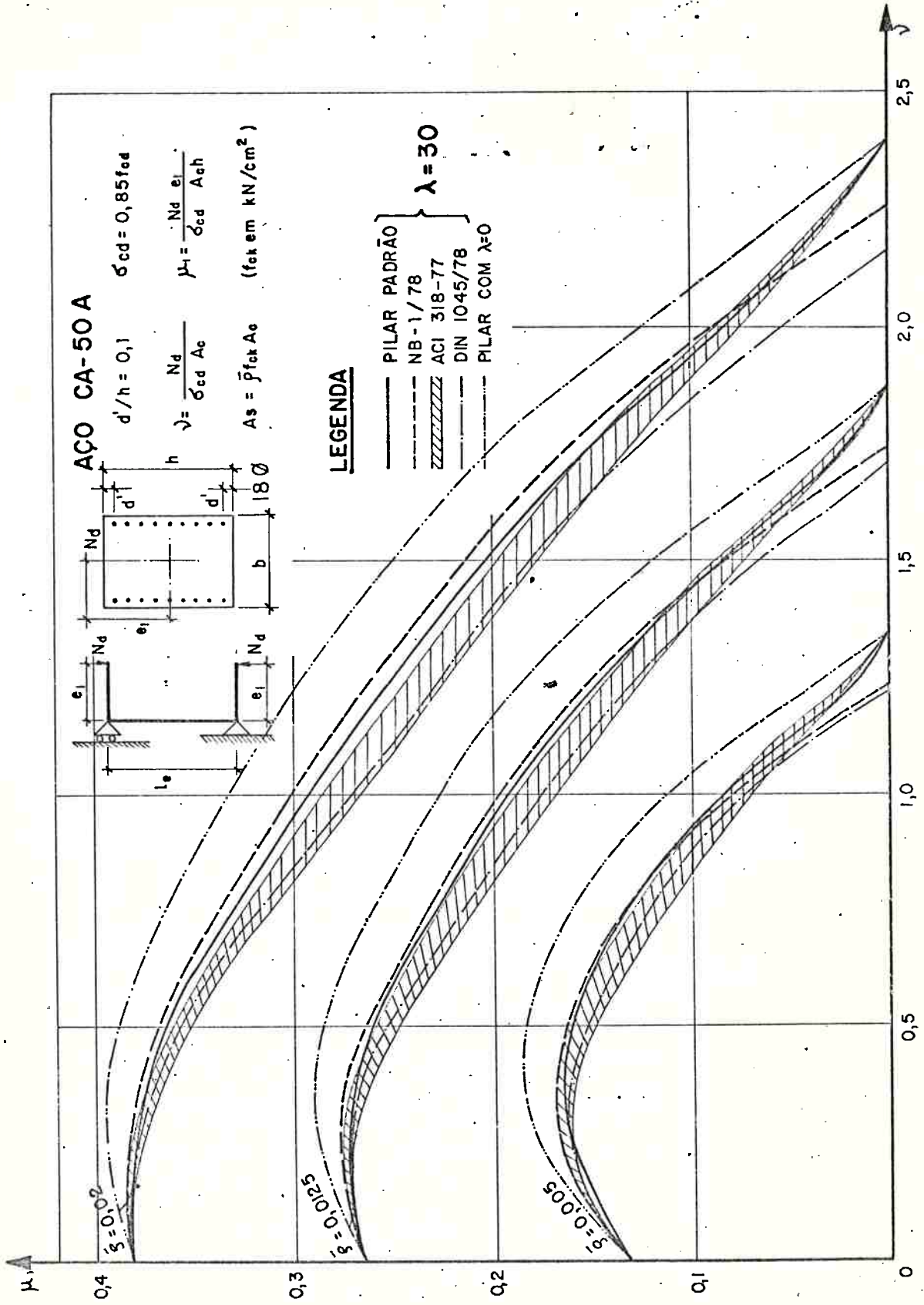


Fig.7.16 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50 A; seção tipo 3 e $\lambda = 30$

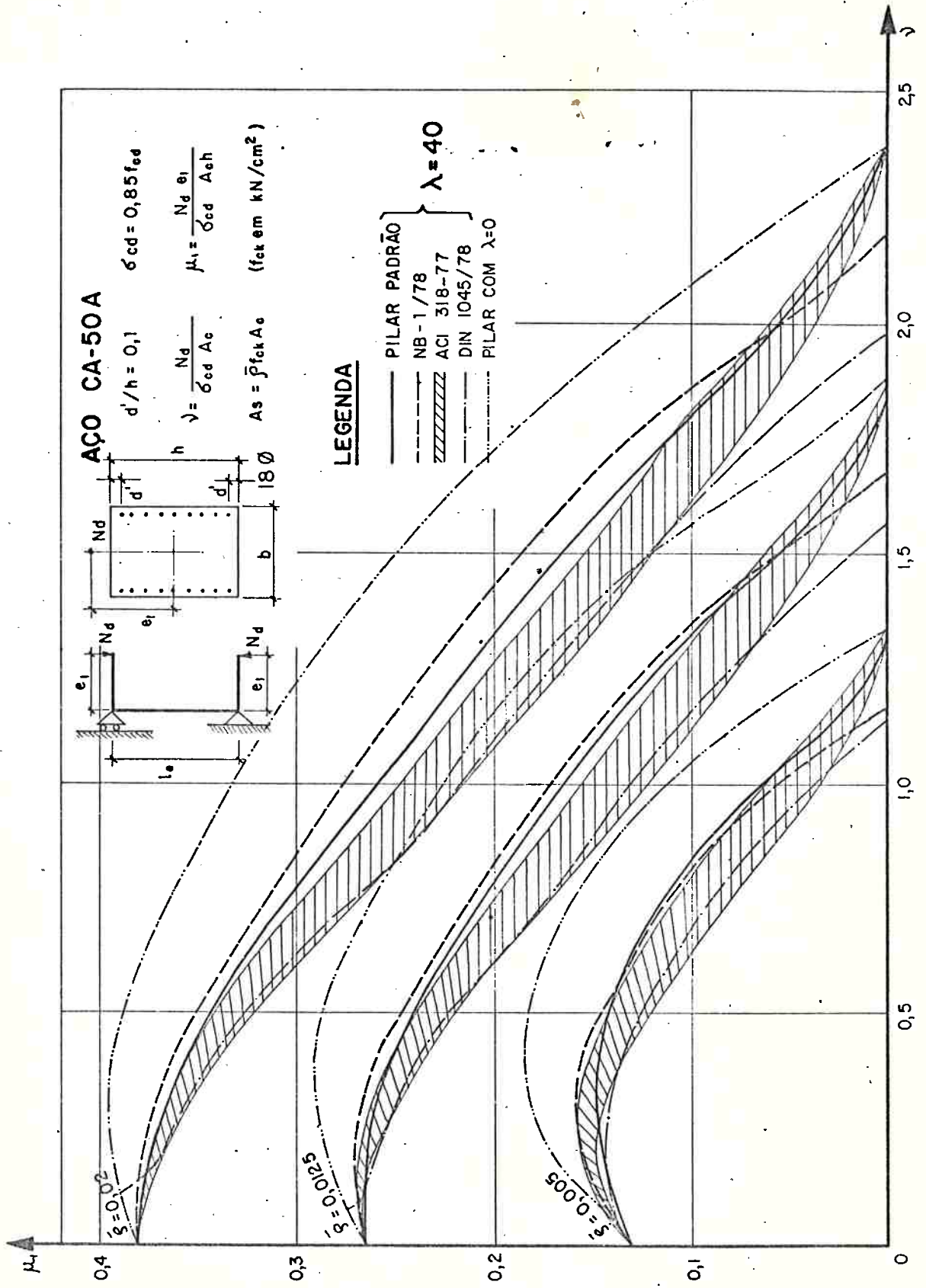


Fig. 7.17 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50 A; seção tipo 3 e $\lambda = 40$

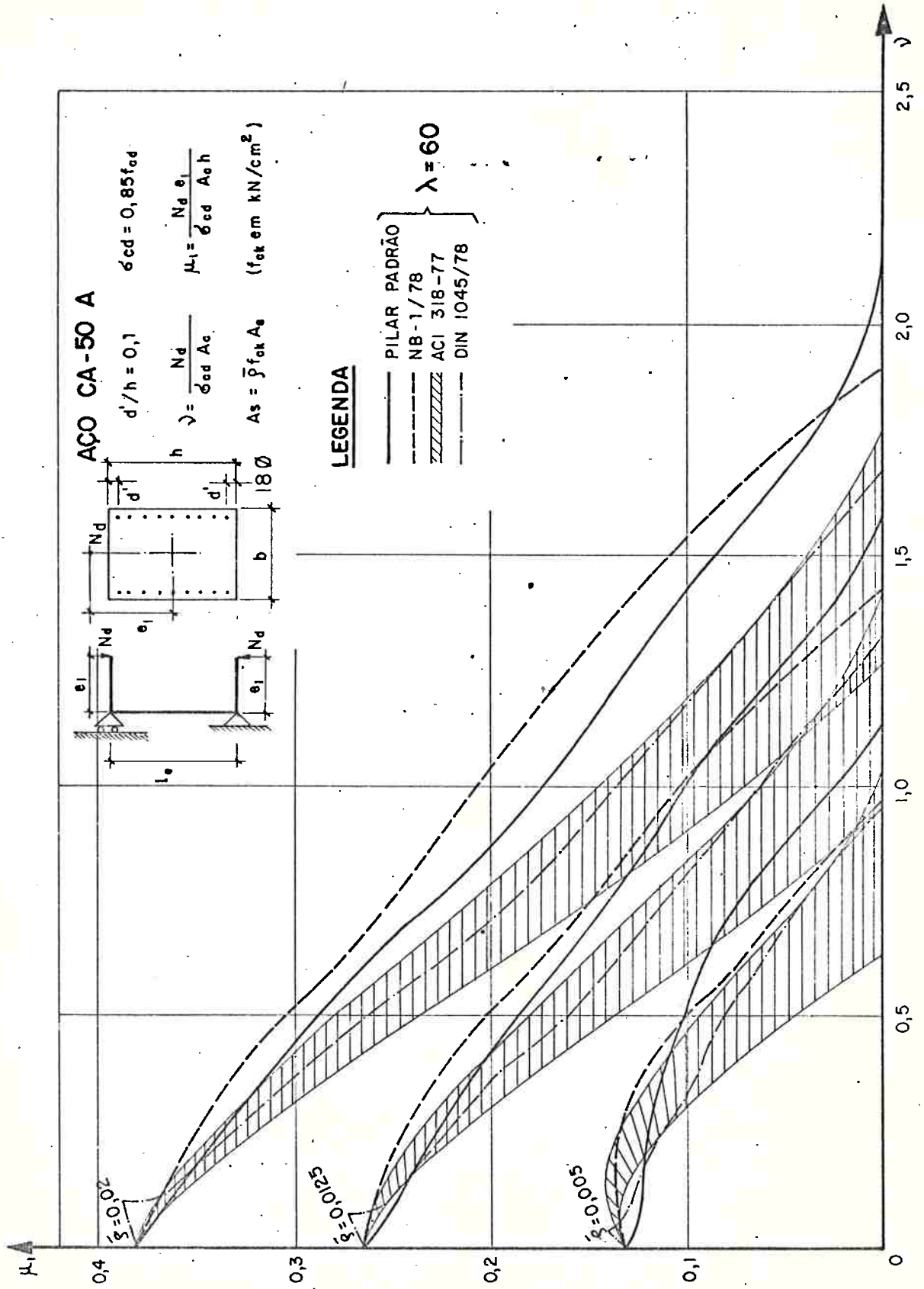


Fig. 7.18 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A; seção tipo 3 e $\lambda = 60$

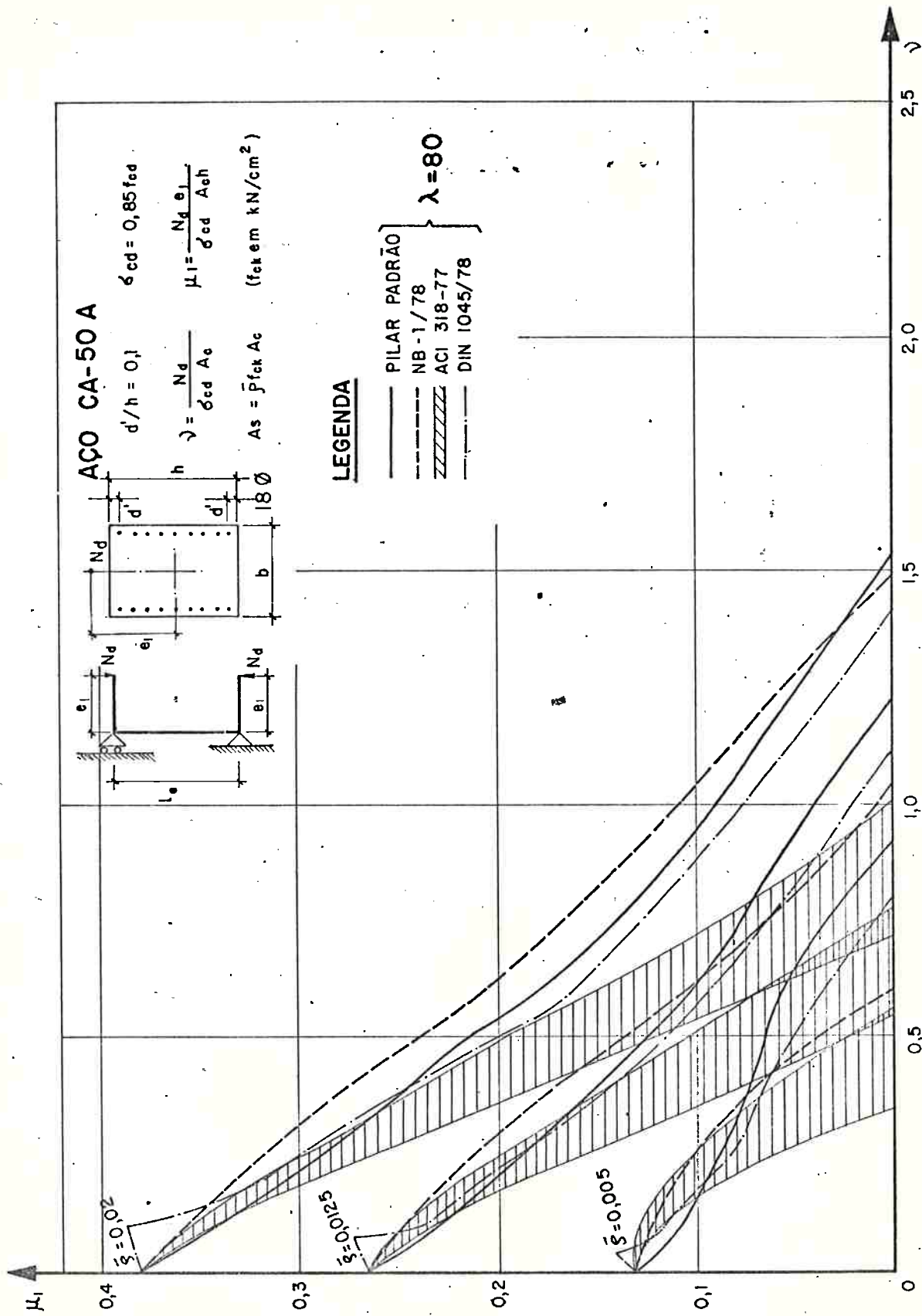


Fig.7.19 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50 A; seção tipo 3 e $\lambda = 80$

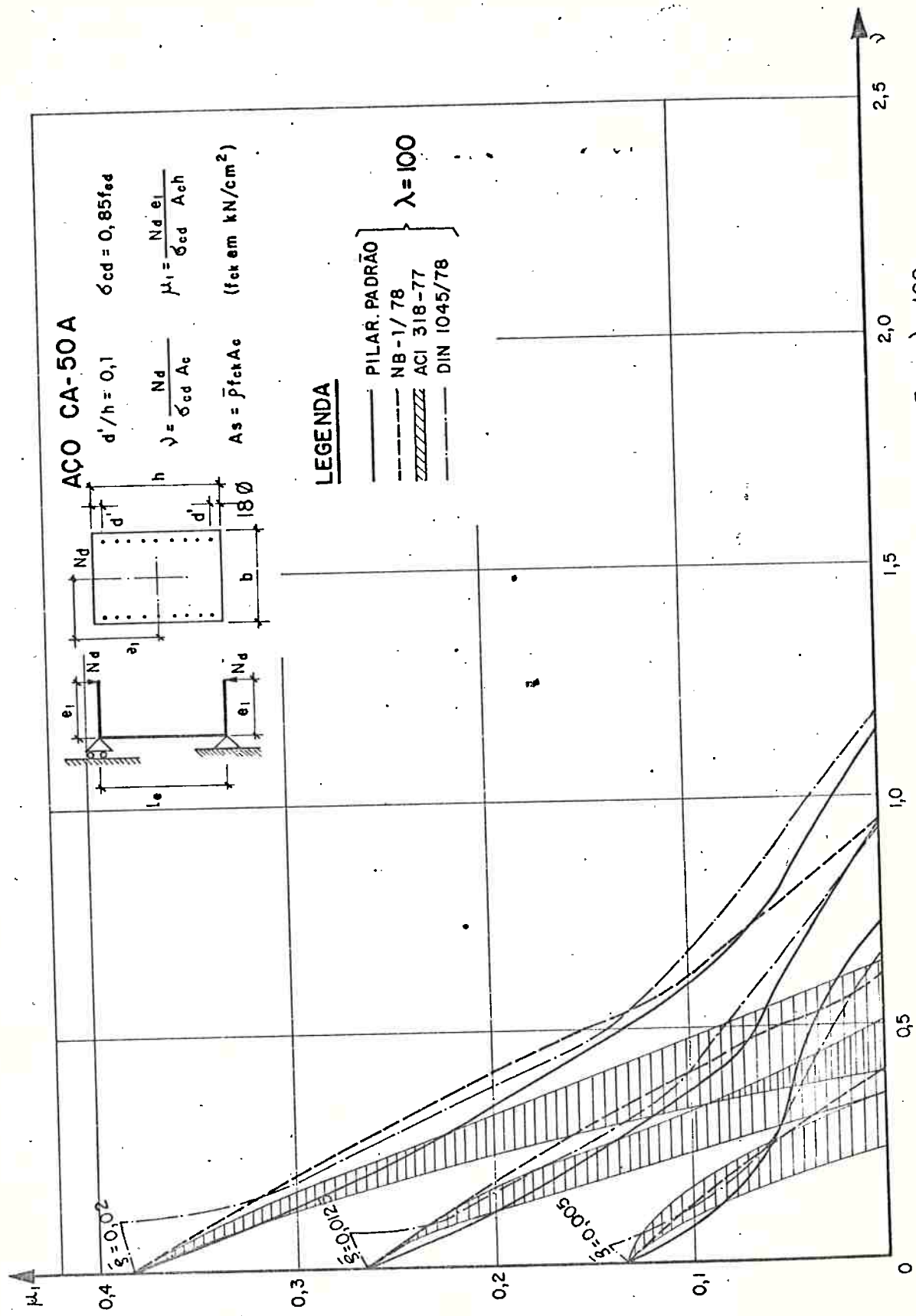


Fig. 7.20 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50A; seção tipo 3 e $\lambda = 100$

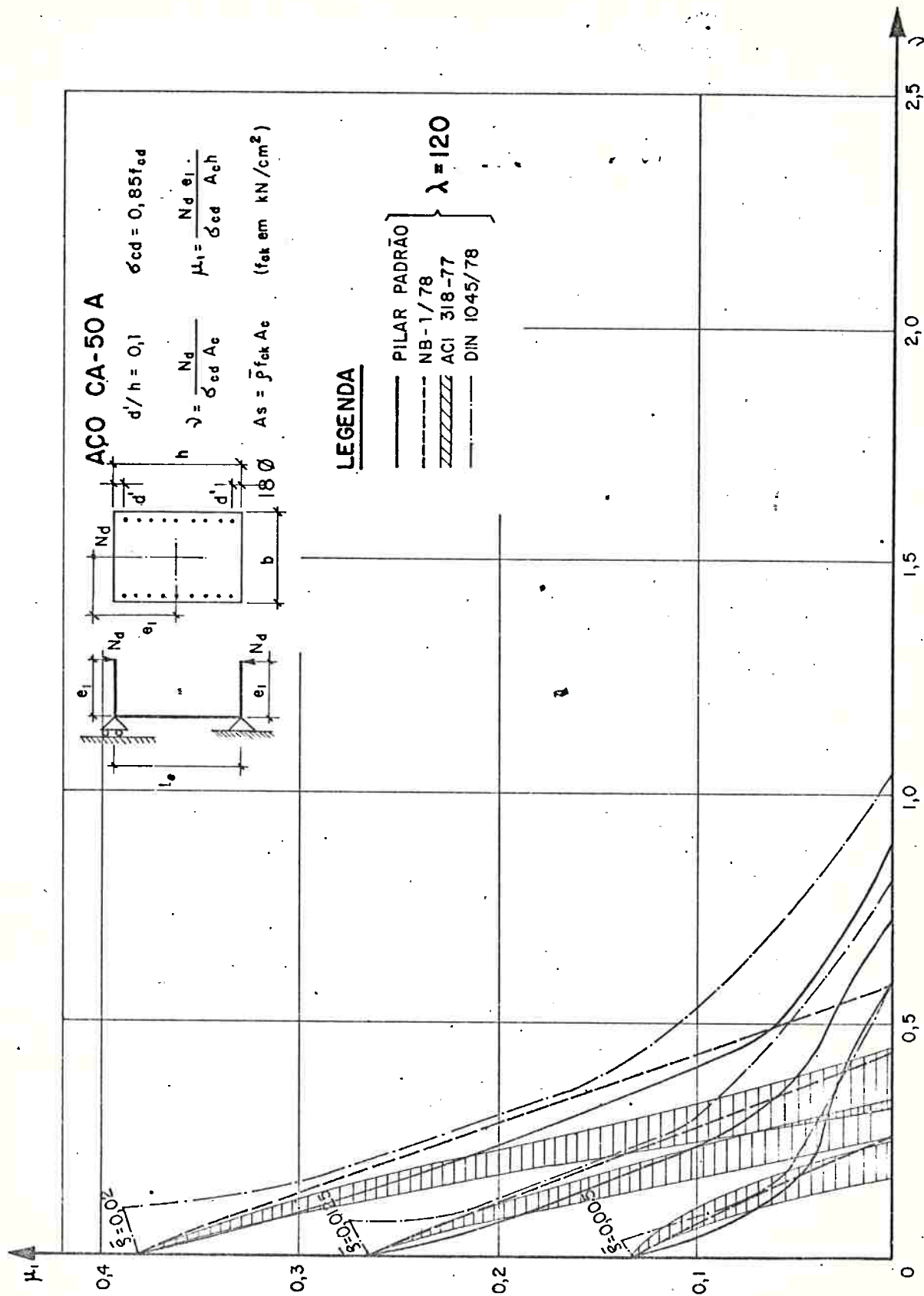


Fig.7.21 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50 A; seção tipo 3 e $\lambda = 120$

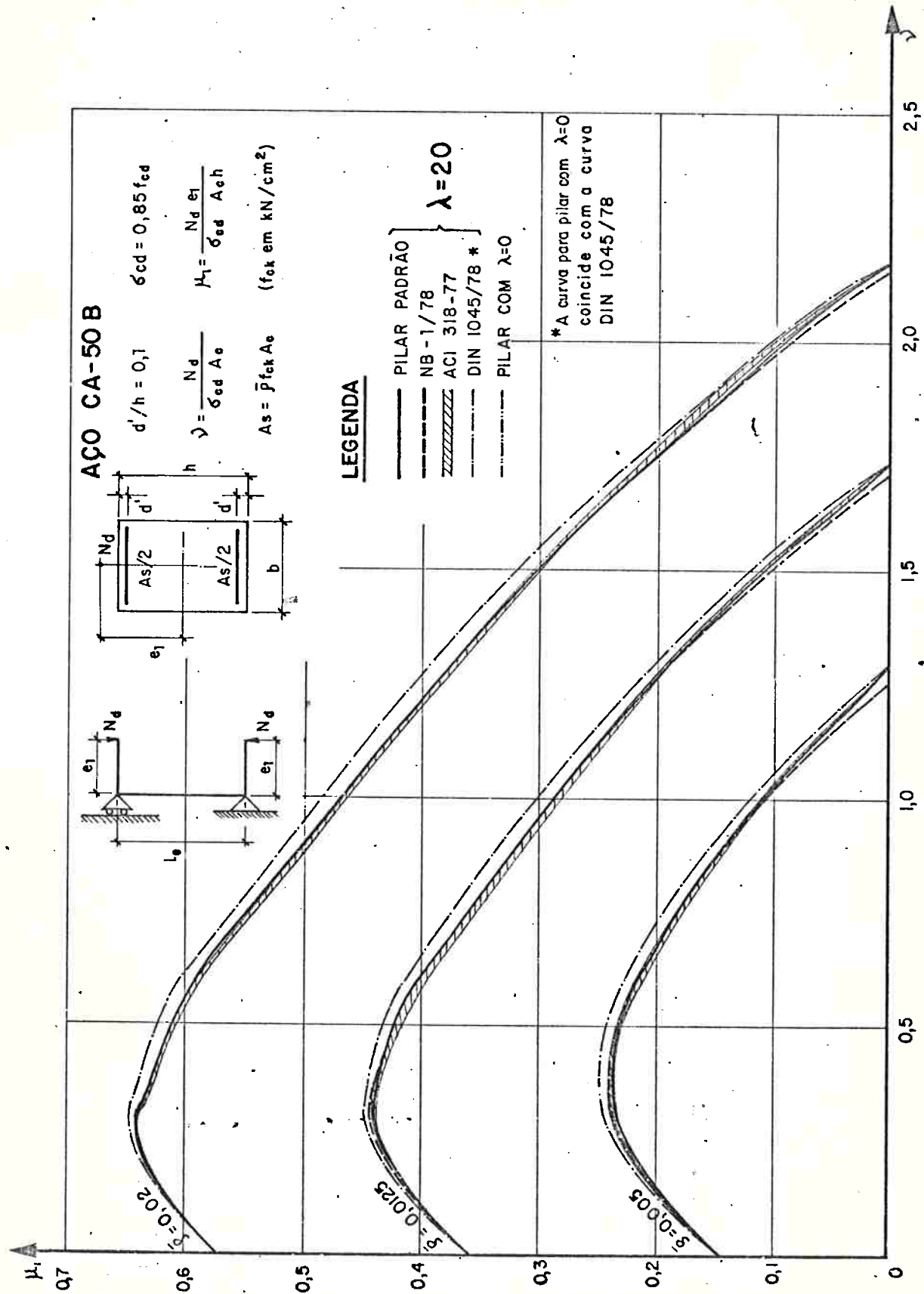


Fig.7.22 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B; seção tipo 1 e $\lambda = 20$

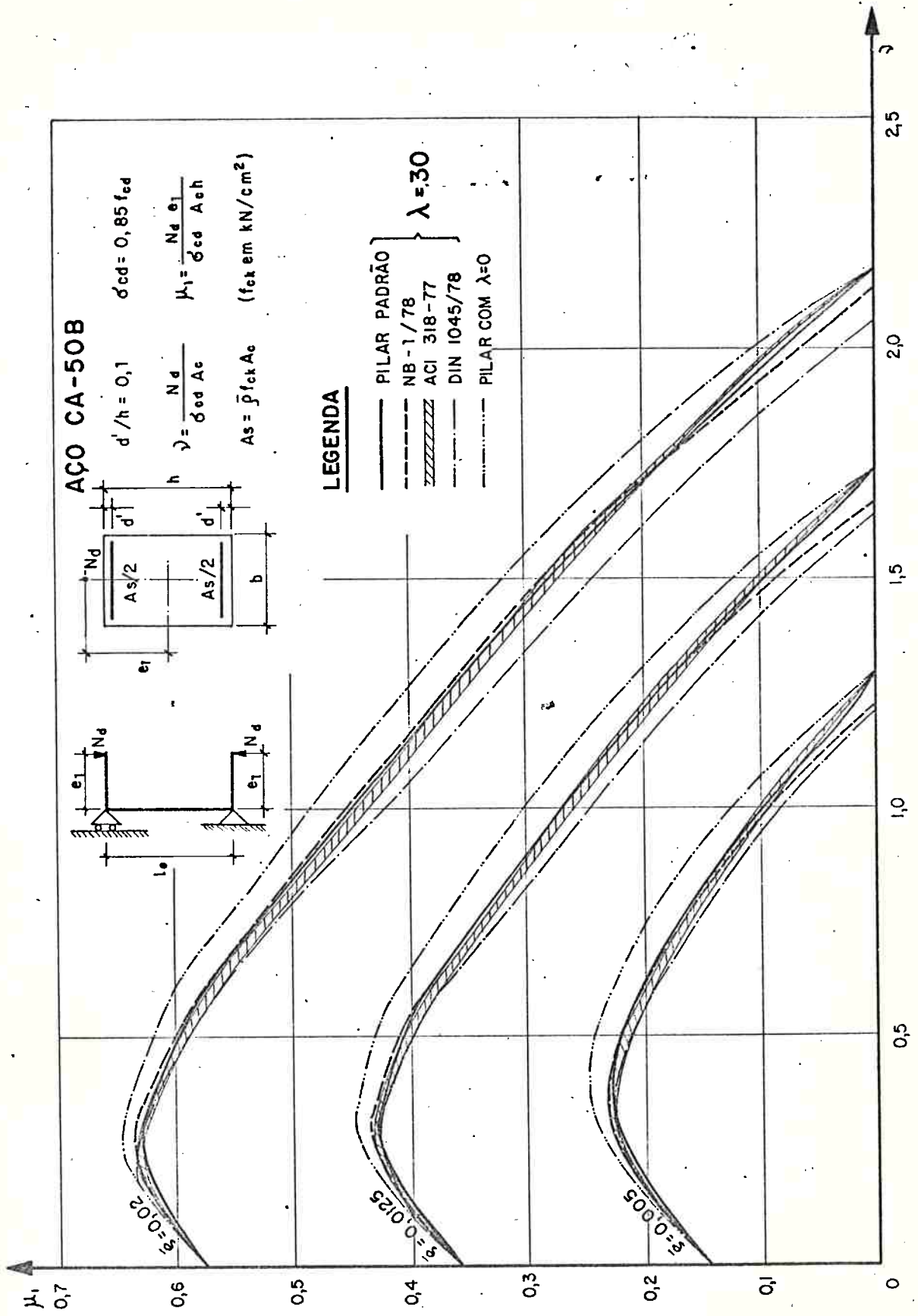


Fig.7.23- Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B; seção tipo 1 e $\lambda = 30$

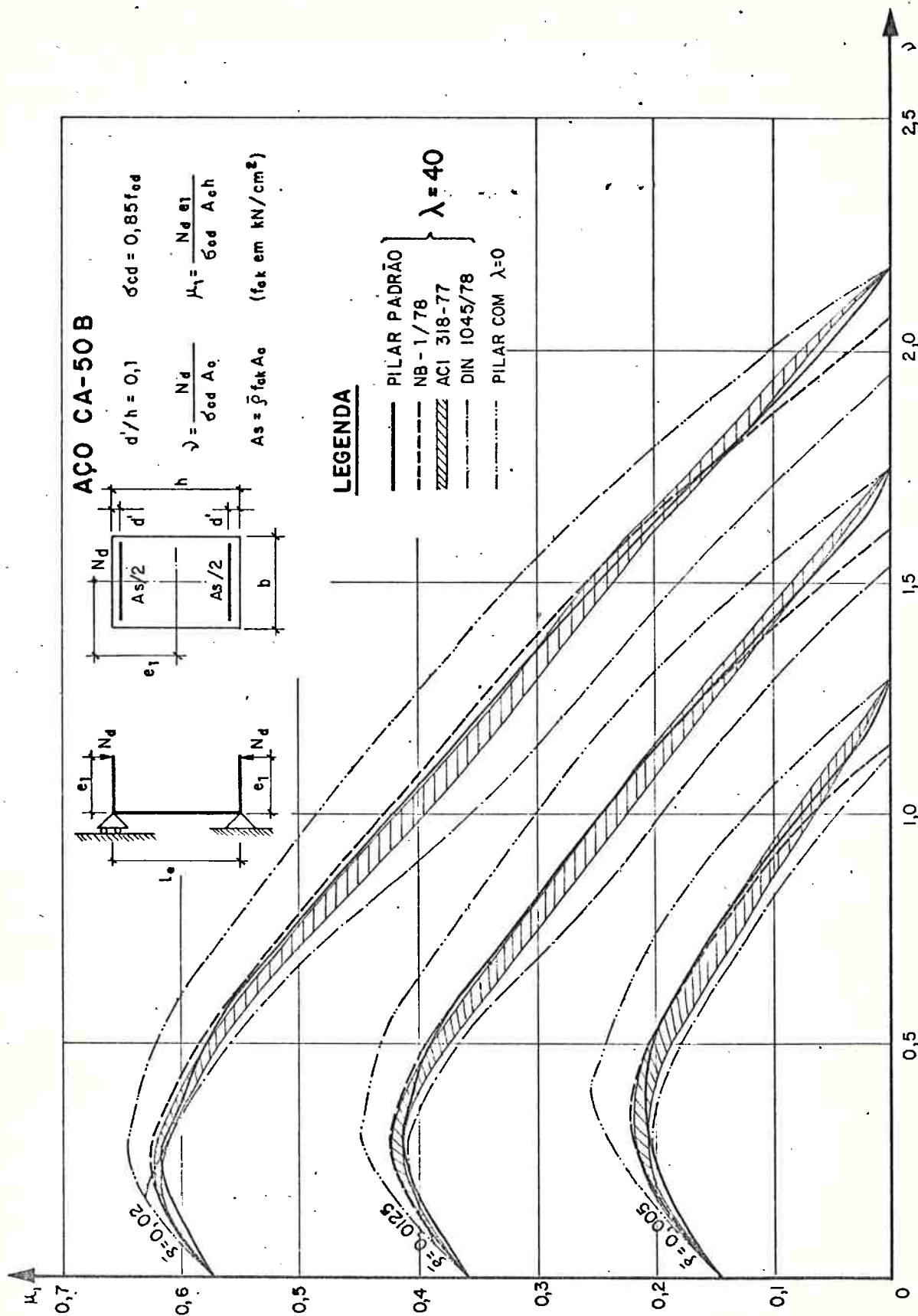


Fig. 7.24- Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B; seção tipo 1 e $\lambda = 40$

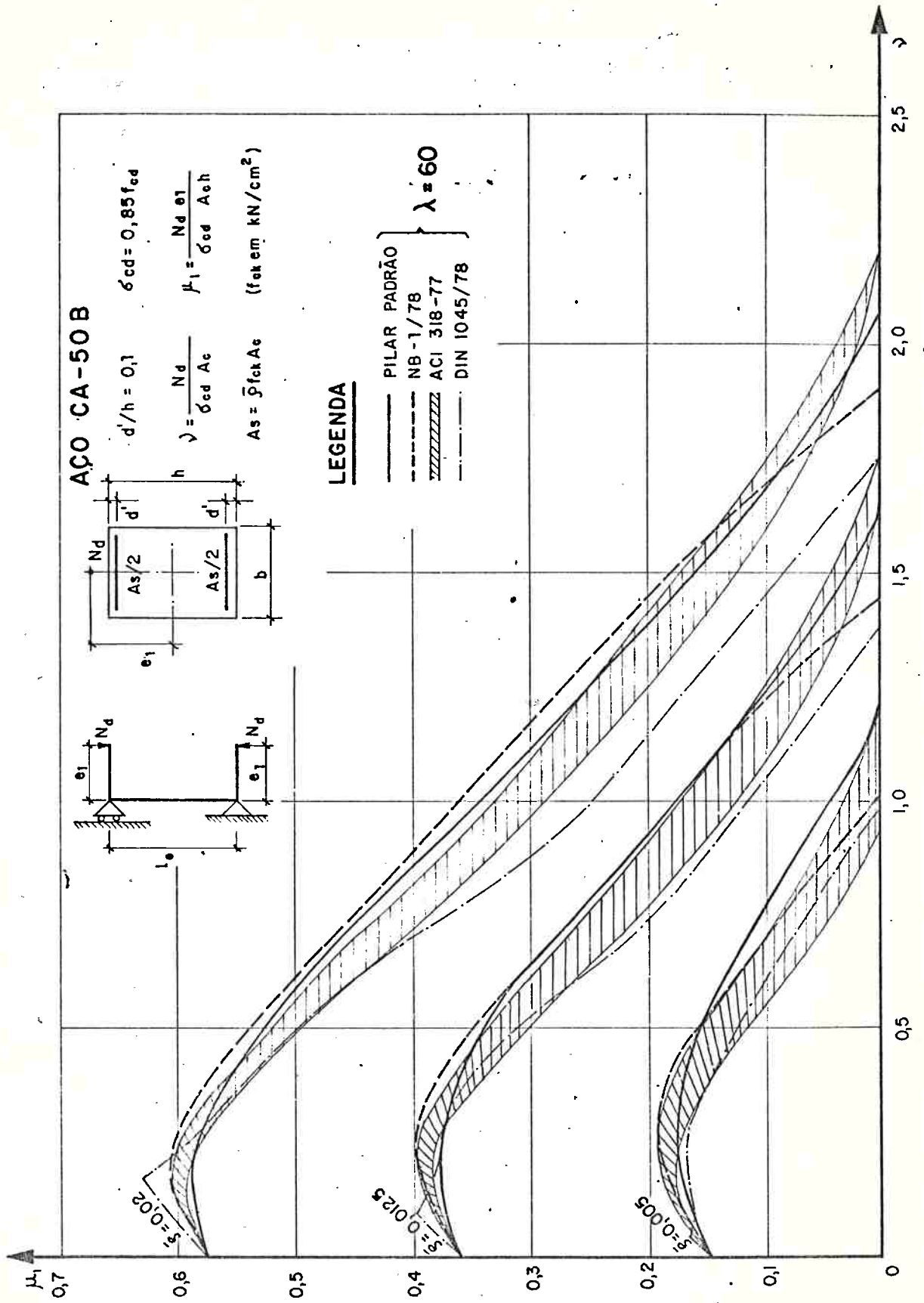


Fig. 7.25- Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B; seção tipo 1 e $\lambda = 60$

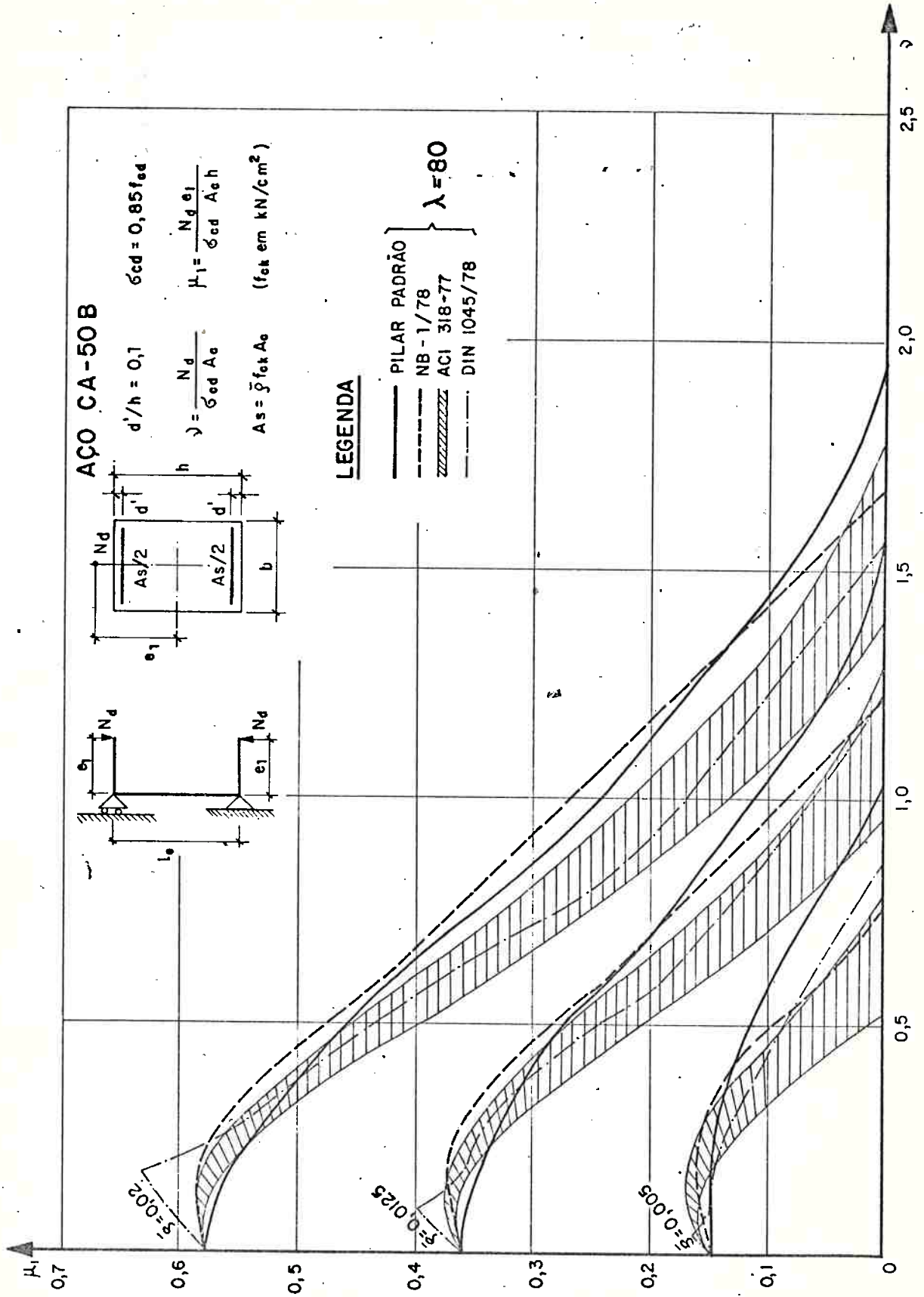


Fig.7.26 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B; seção tipo 1 e $\lambda = 80$

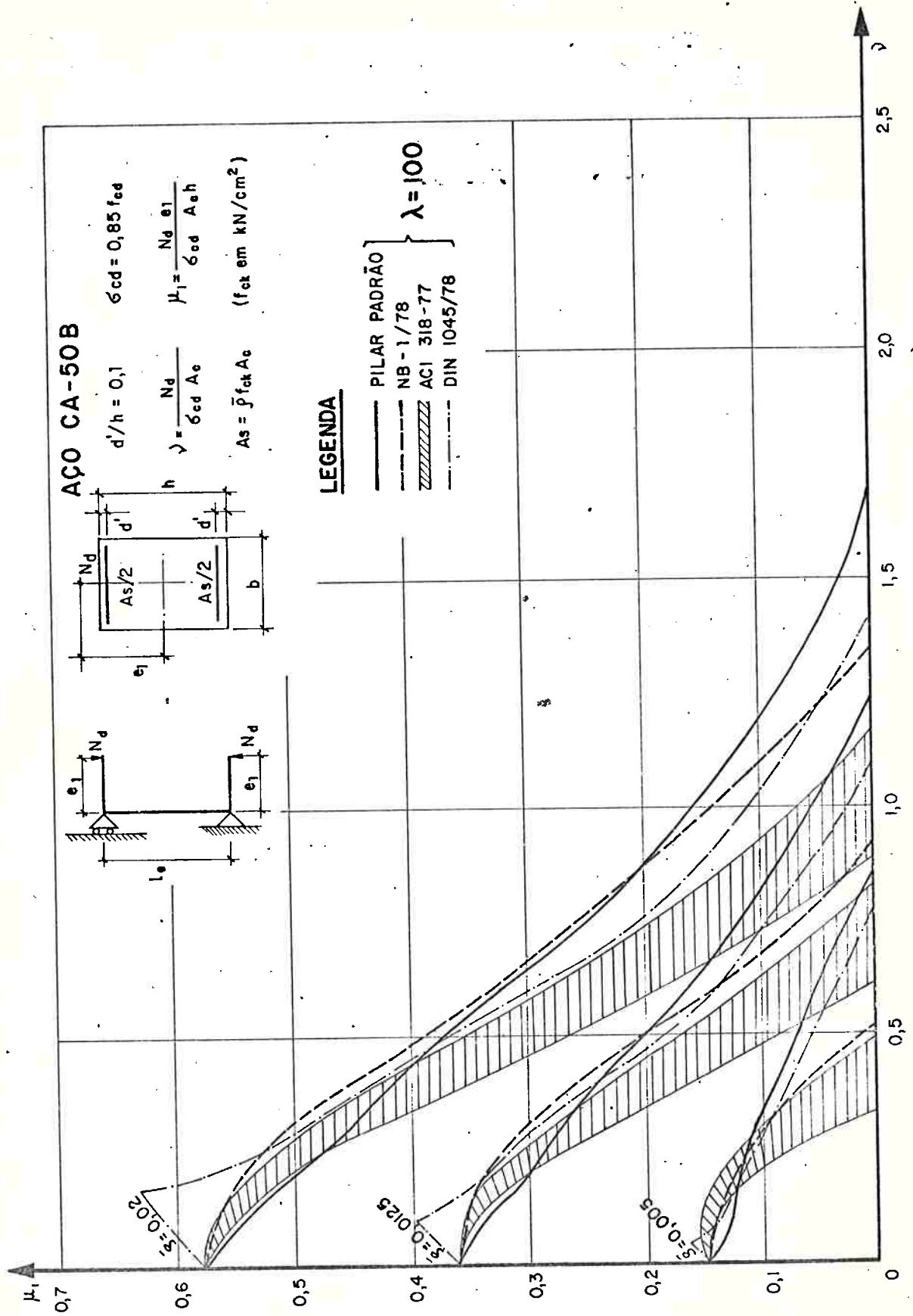


Fig.7.27 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B; seção tipo 1 e $\lambda = 100$

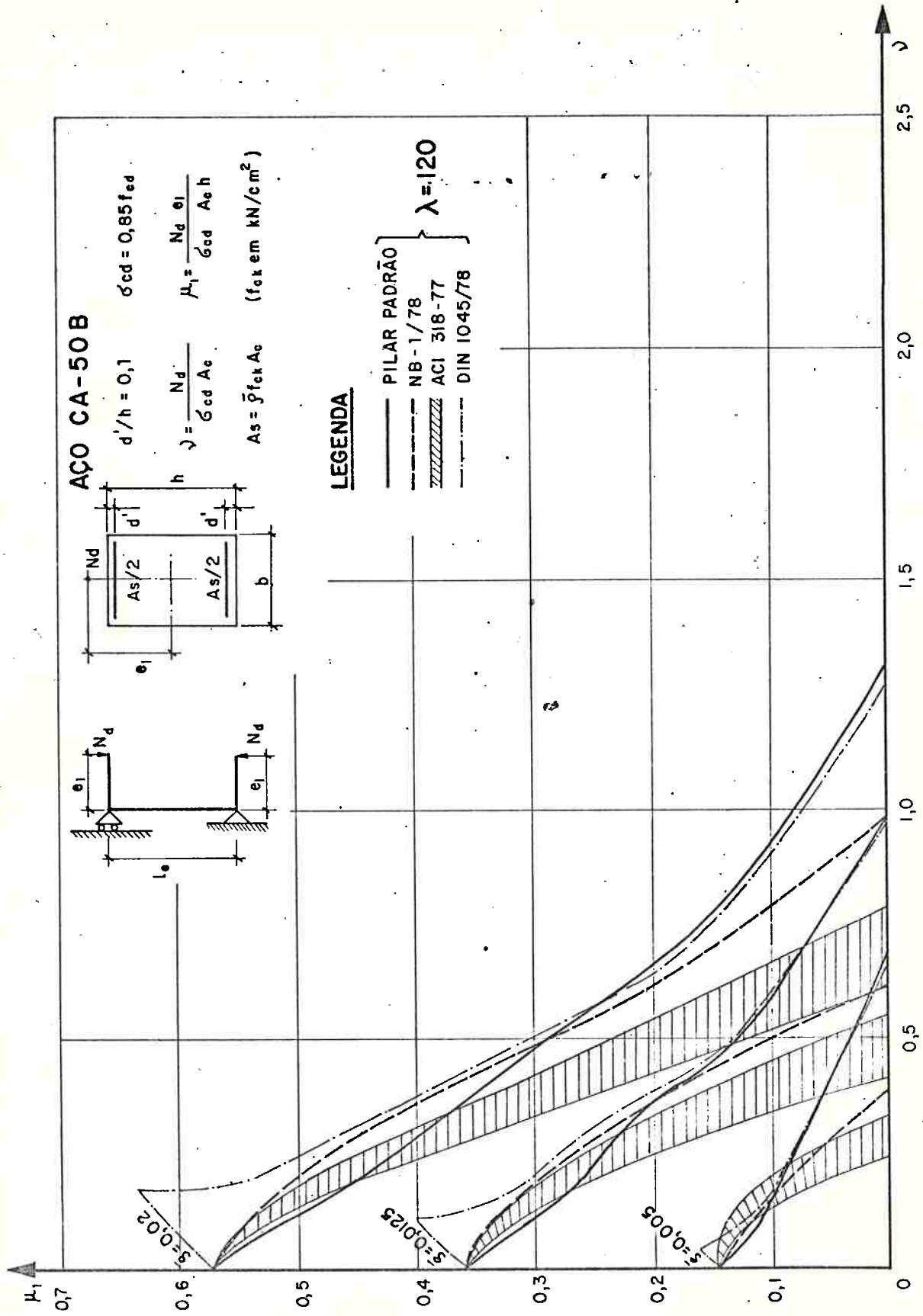


Fig.7.28 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B; seção tipo 1 e λ = 120

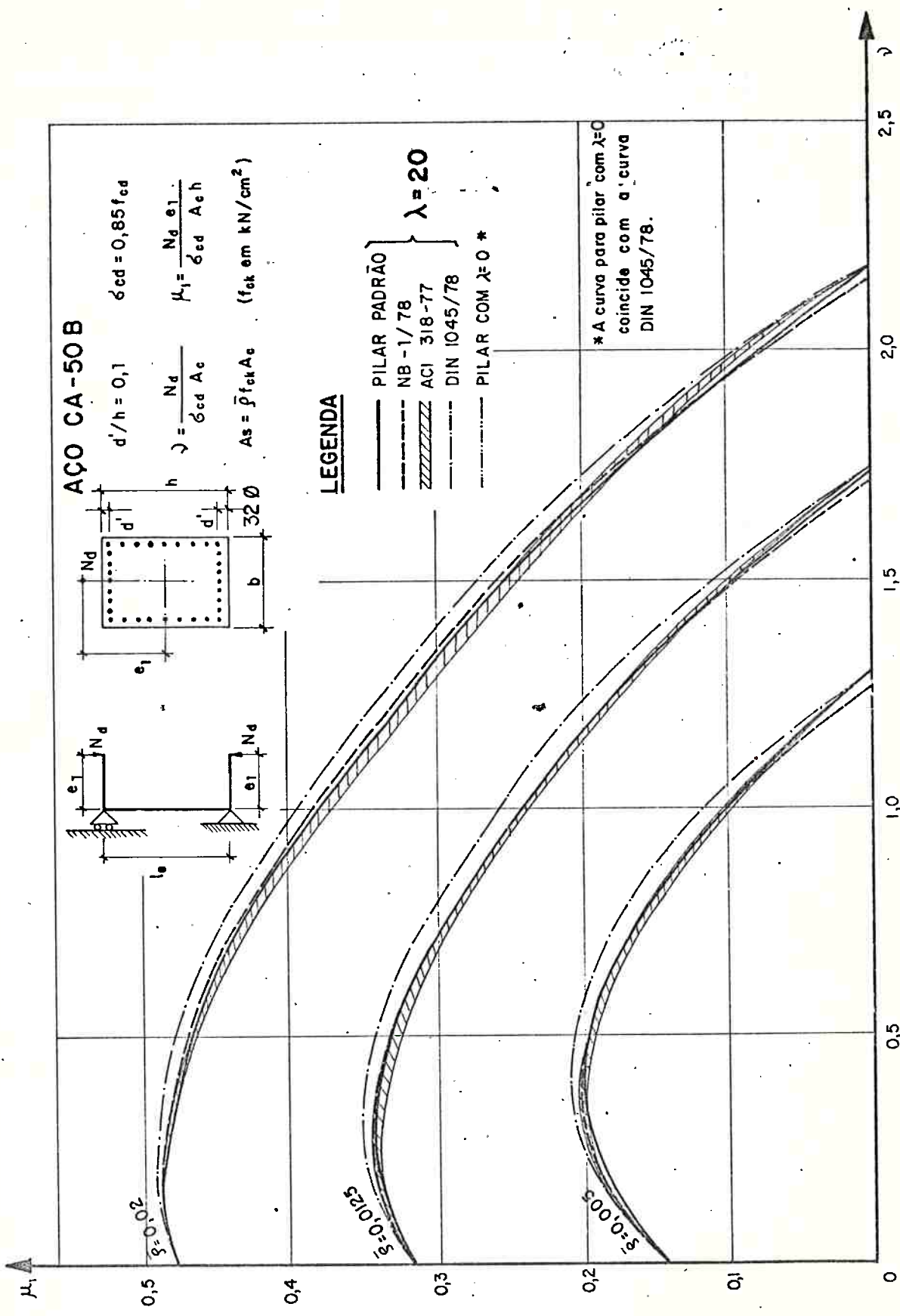


Fig. 7.29 - Diagramas de interação adimensionais para : aço CA-50B; seção tipo 2 e $\lambda = 20$

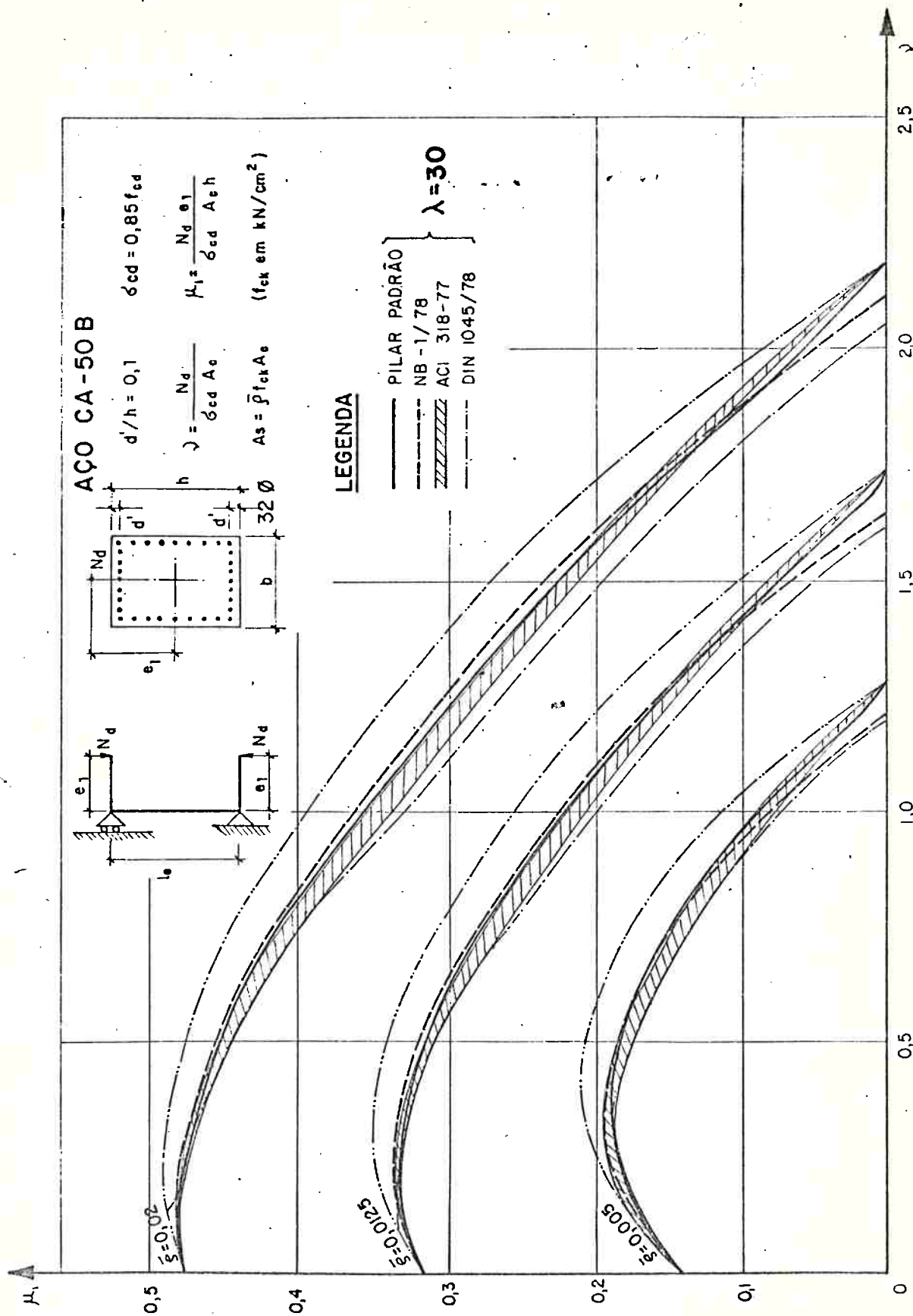


Fig. 7.30- Diagramas de interação adimensionais para aço CA-50B; seção tipo 2 e $\lambda = 30$

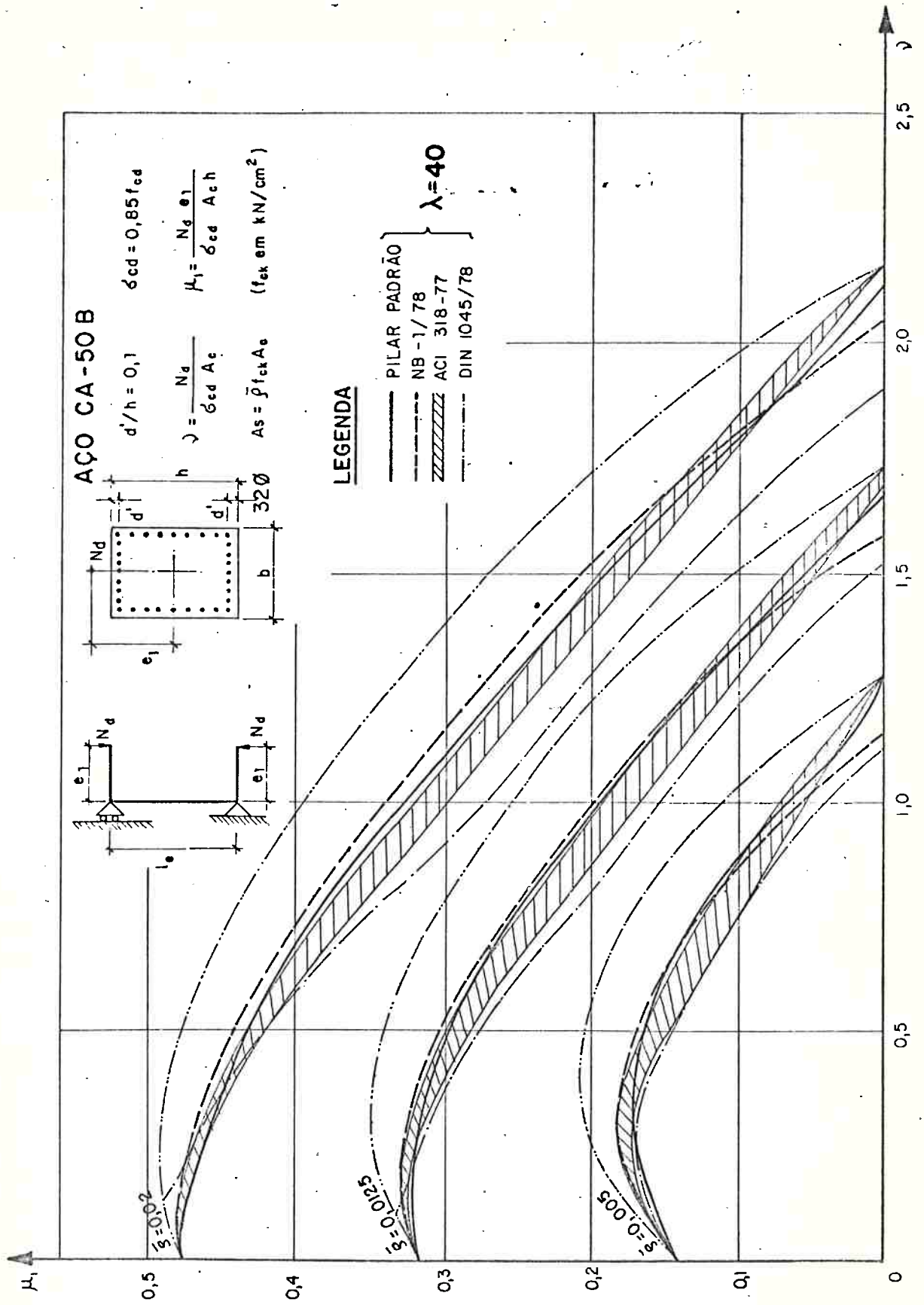


Fig. 7.31 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B; seção tipo 2 e $\lambda = 40$

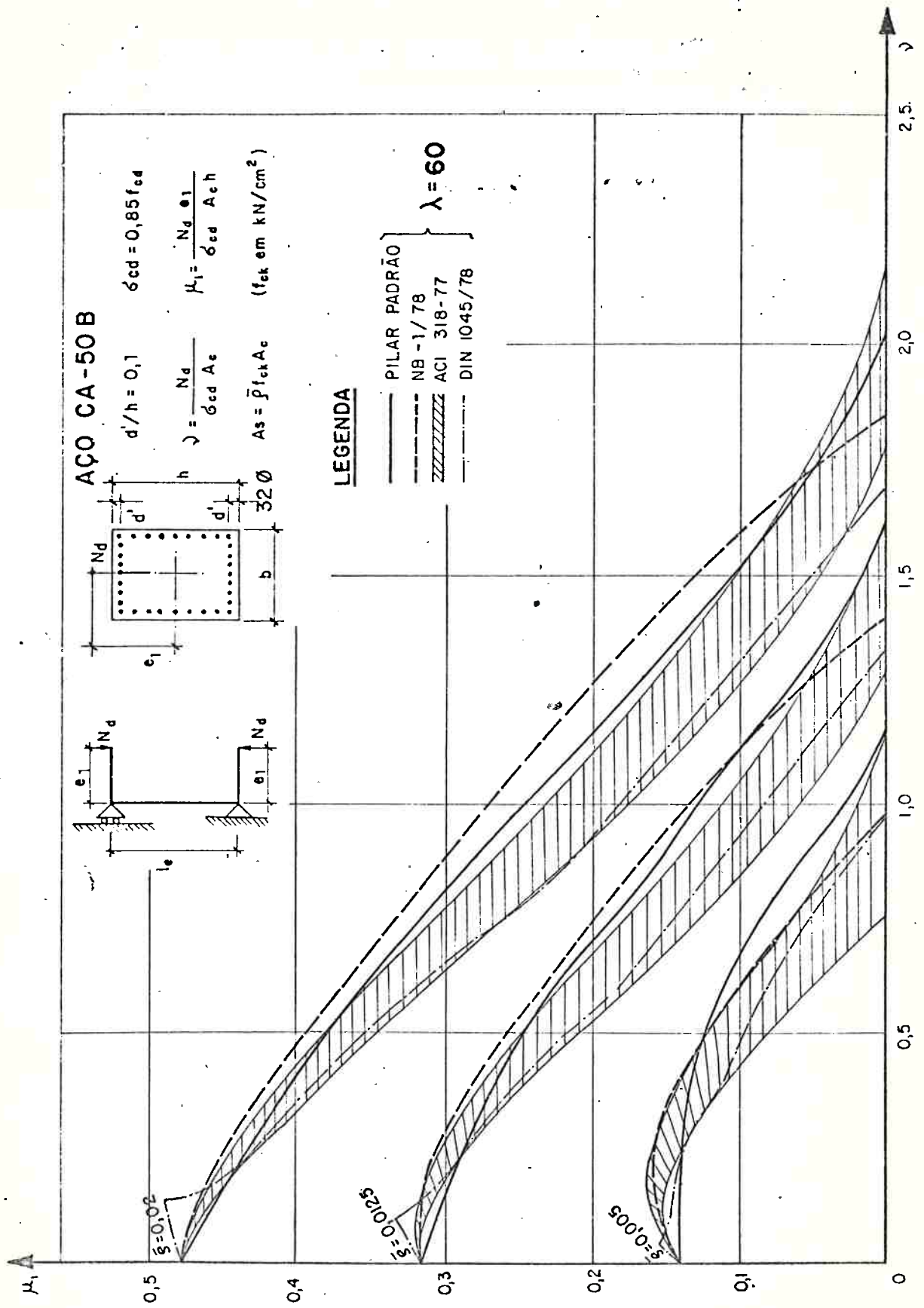


Fig.7.32 - Diagramas de interação adimensionais para aço CA-50B; seção tipo 2 e $\lambda = 60$

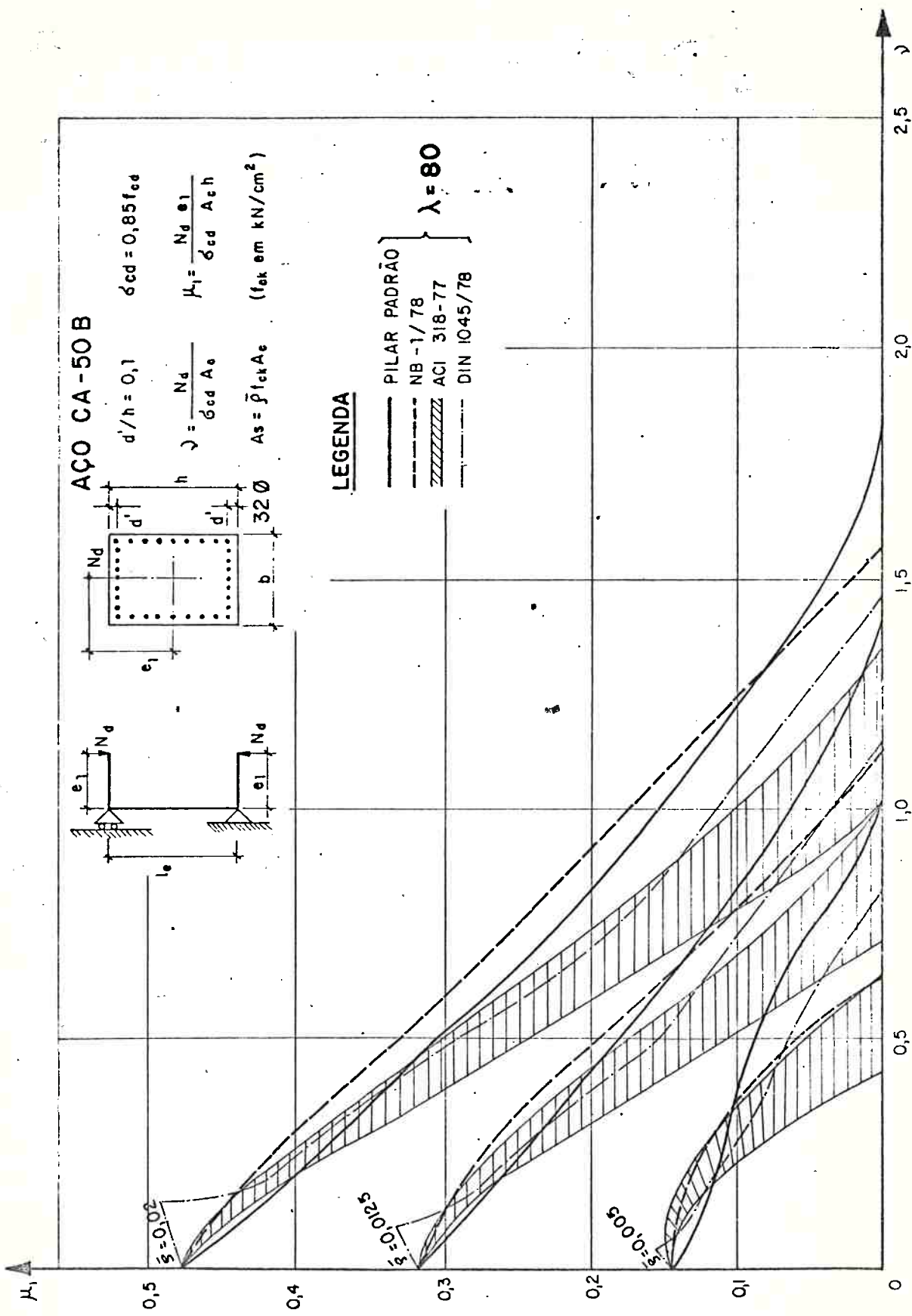


Fig. 7.33 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B; seção tipo 2 e $\lambda = 80$

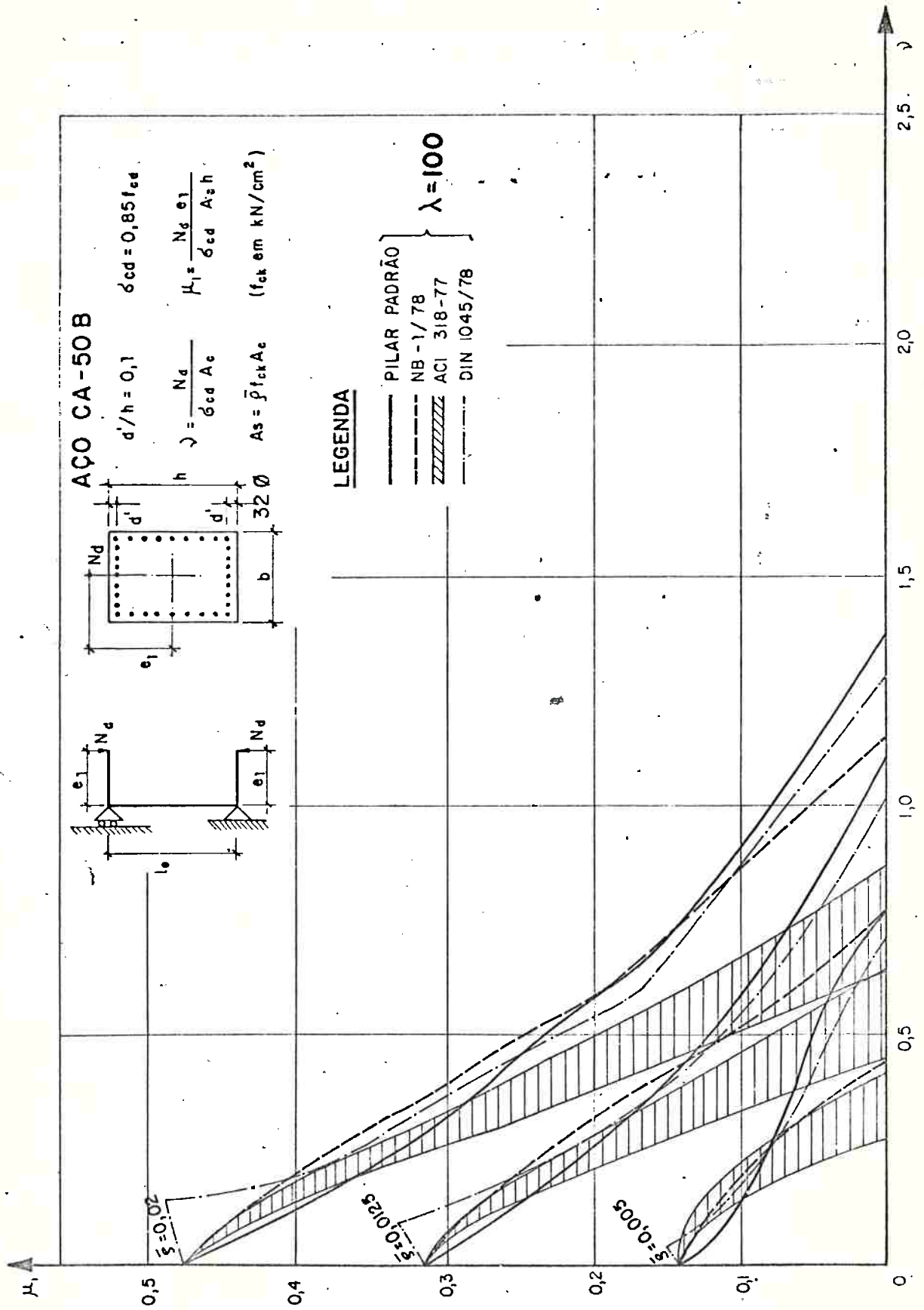


Fig 7.34 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B; seção tipo 2 e $\lambda = 100$

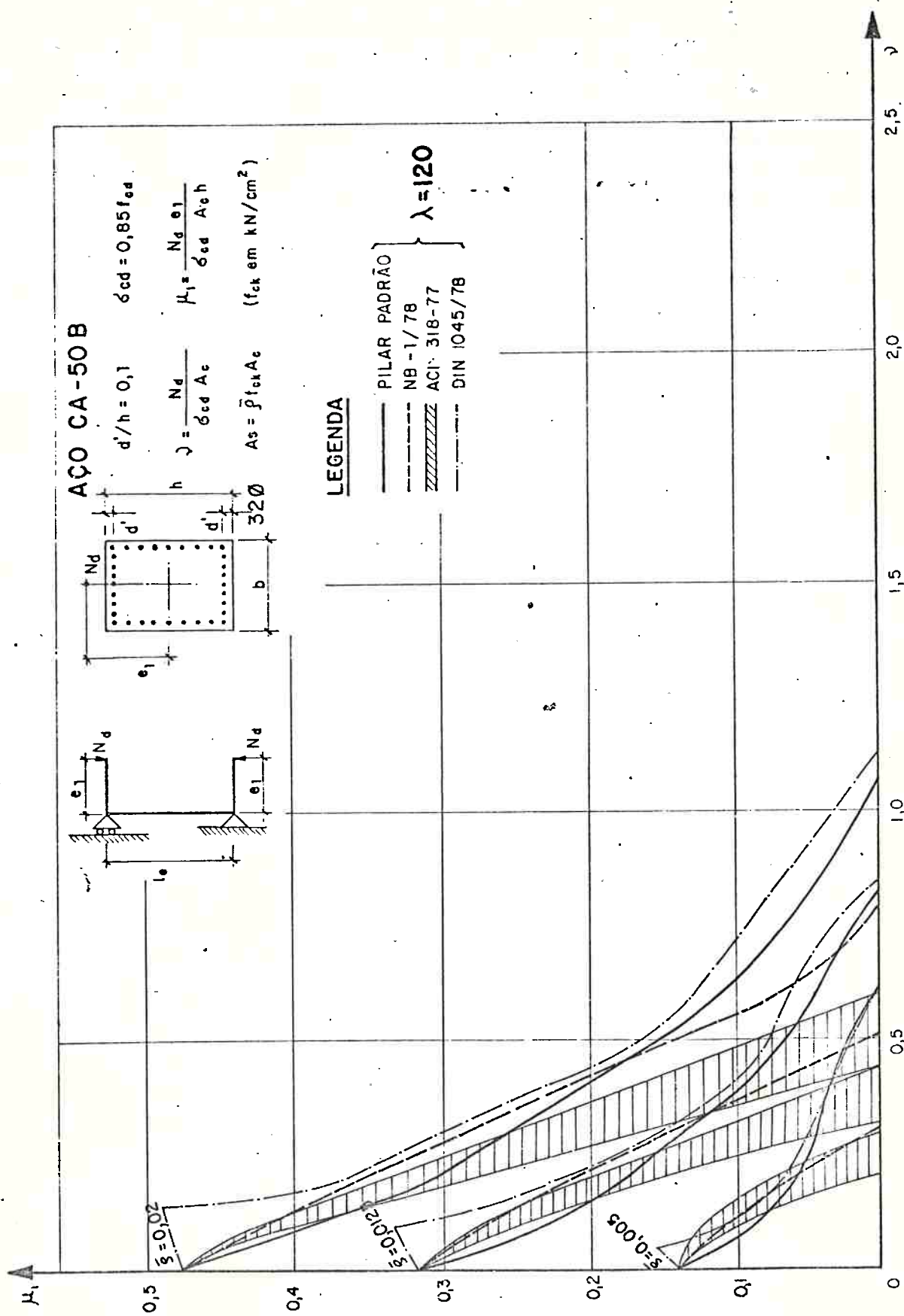


Fig. 7.35 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B; seção tipo 2 e $\lambda = 120$

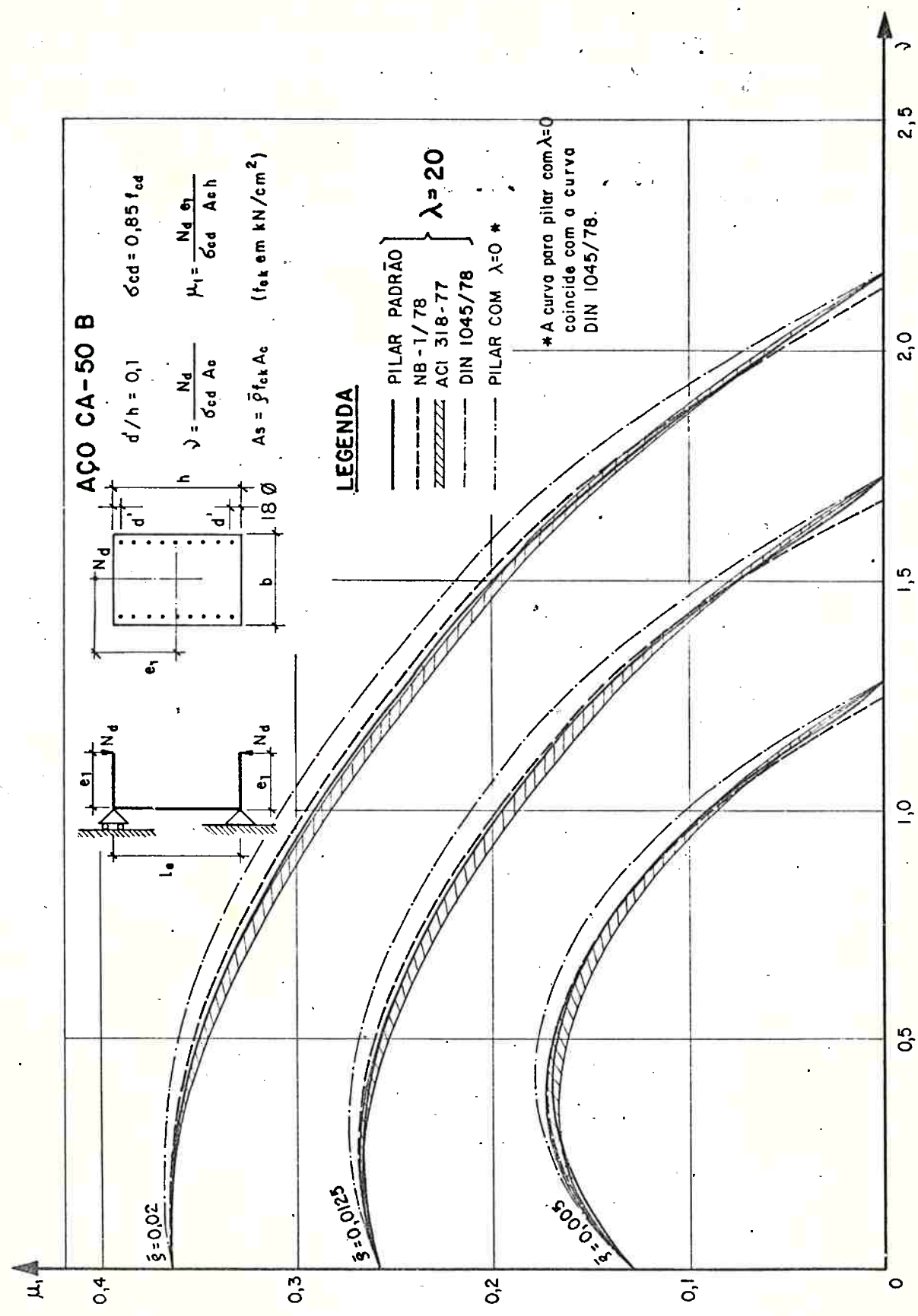


Fig. 7.36— Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 3 e $\lambda = 20$

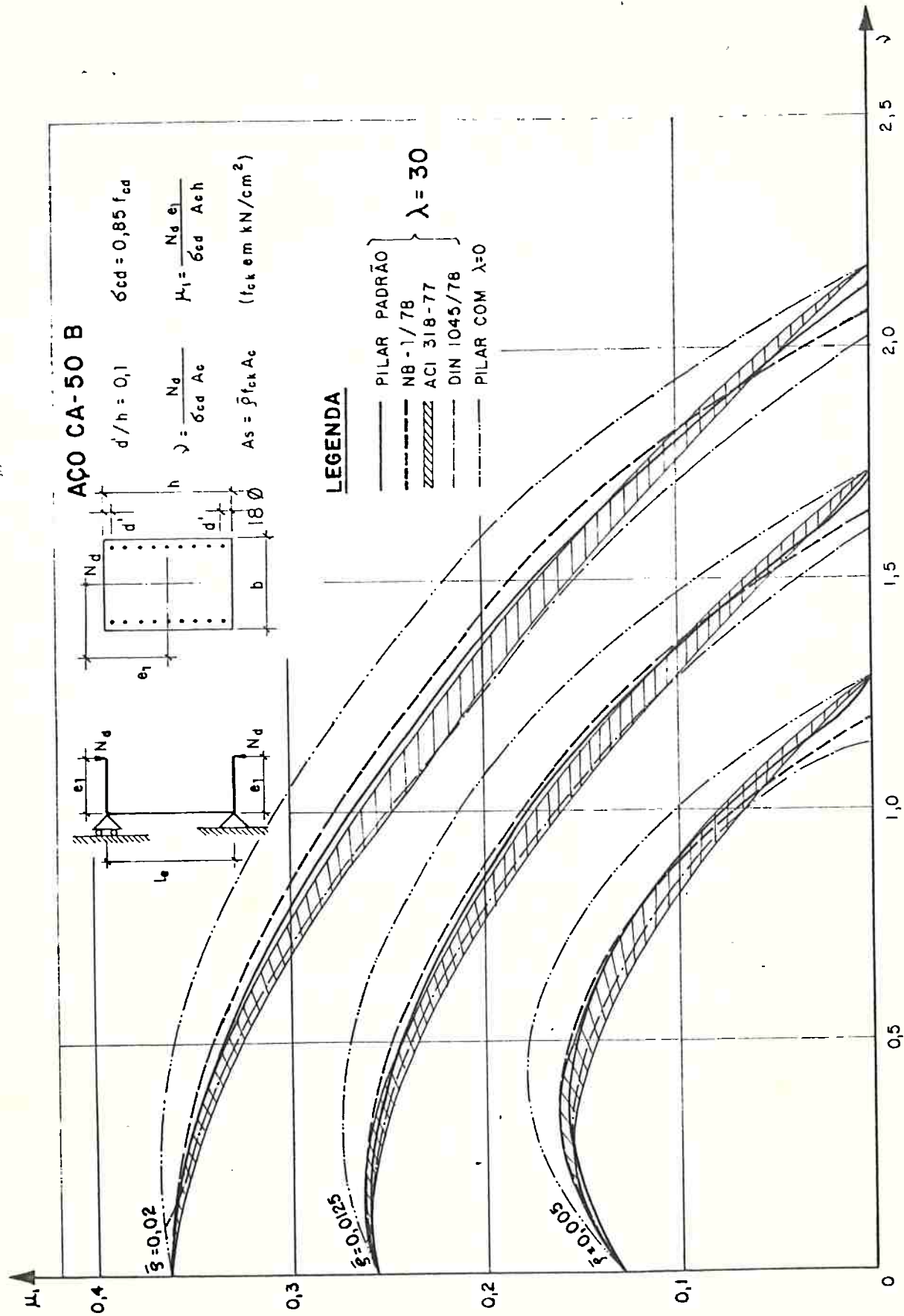


Fig.7.37 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B; seção tipo 3 e $\lambda = 30$

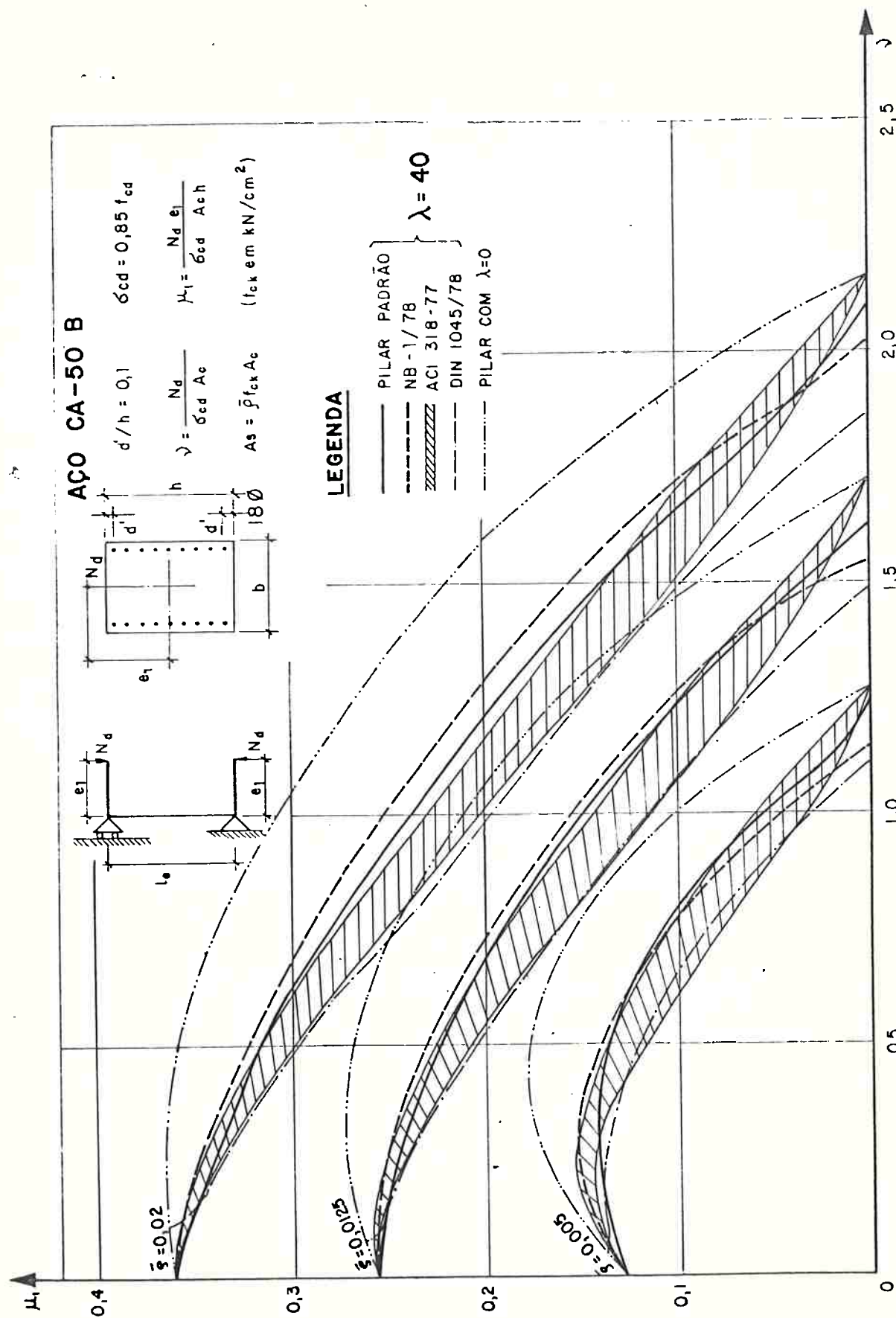


Fig.7.38 — Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B; seção tipo 3 e $\lambda = 40$

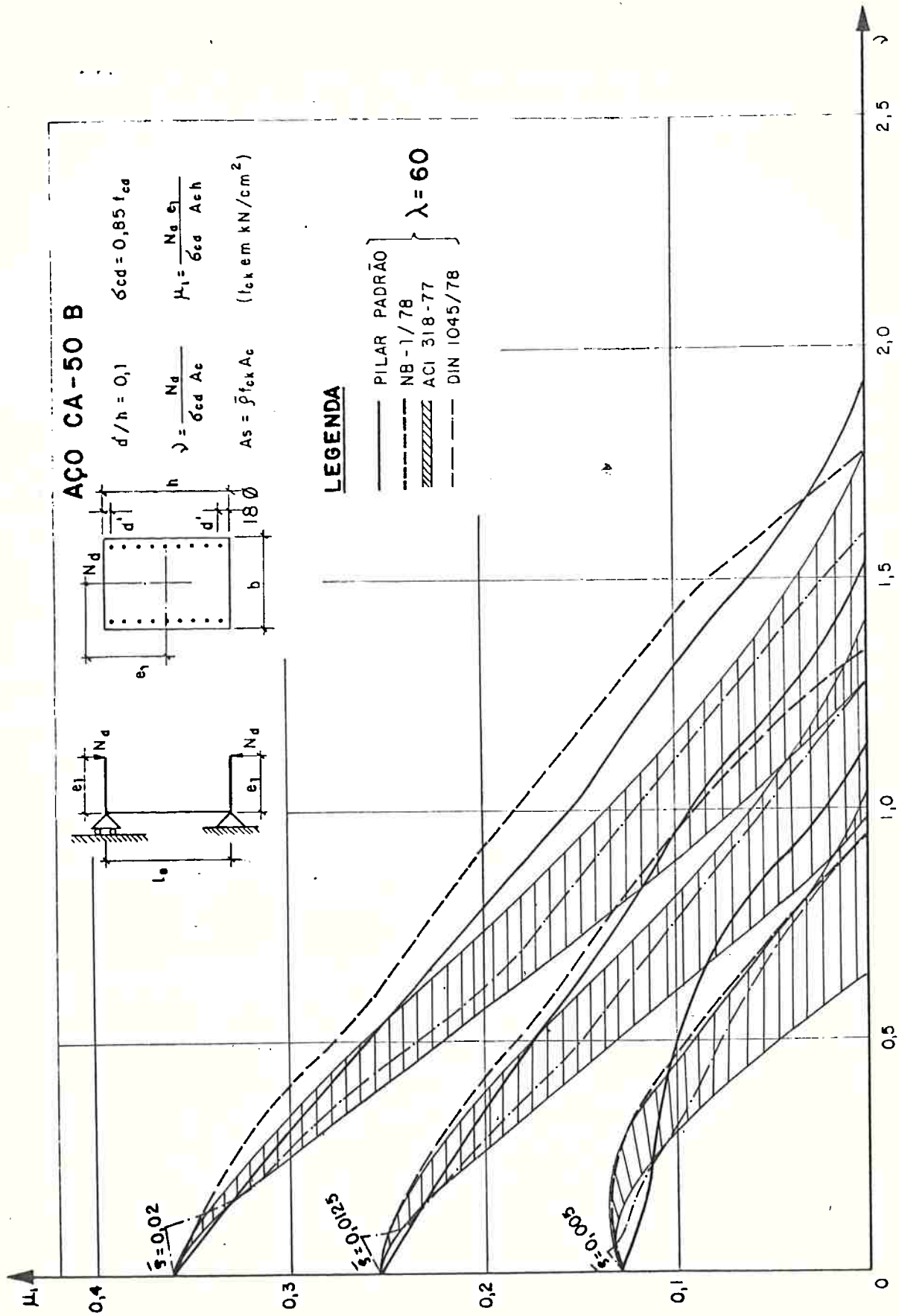


Fig.7.39 – Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B; seção tipo 3 e $\lambda = 60$

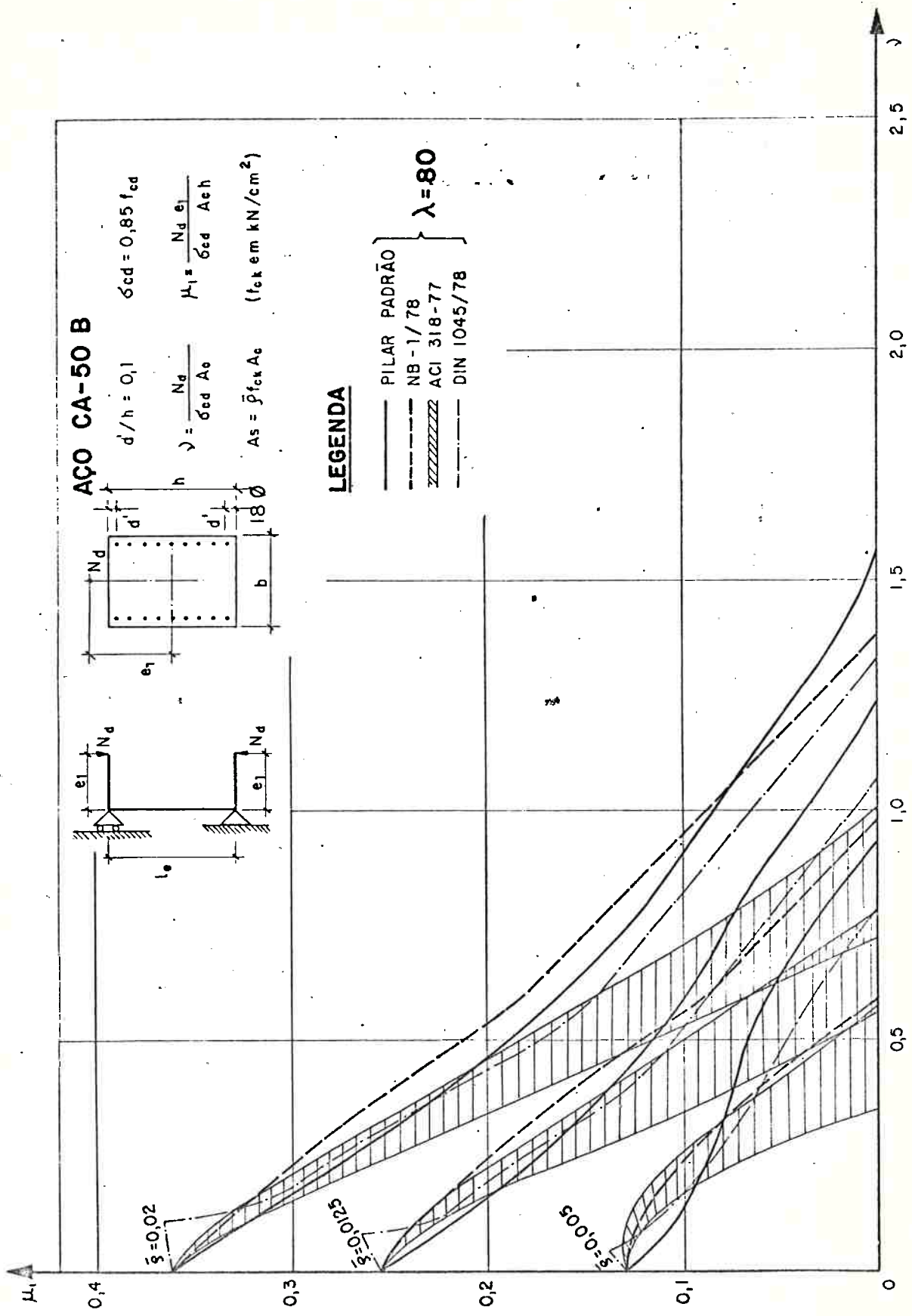


Fig.7.40— Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B; seção tipo 3 e $\lambda = 80$

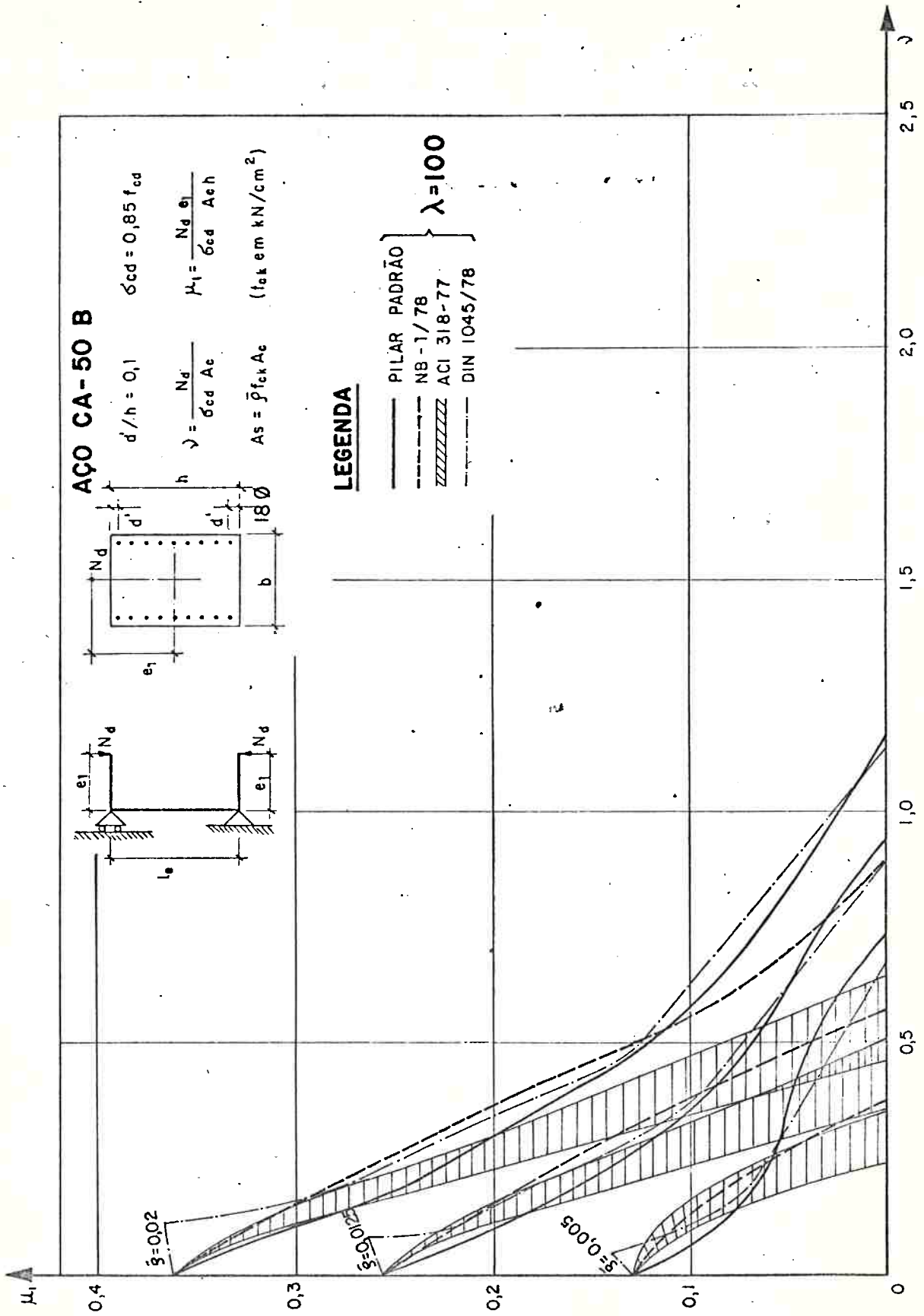


Fig.7.41 - Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B; seção tipo 3 e $\lambda = 100$

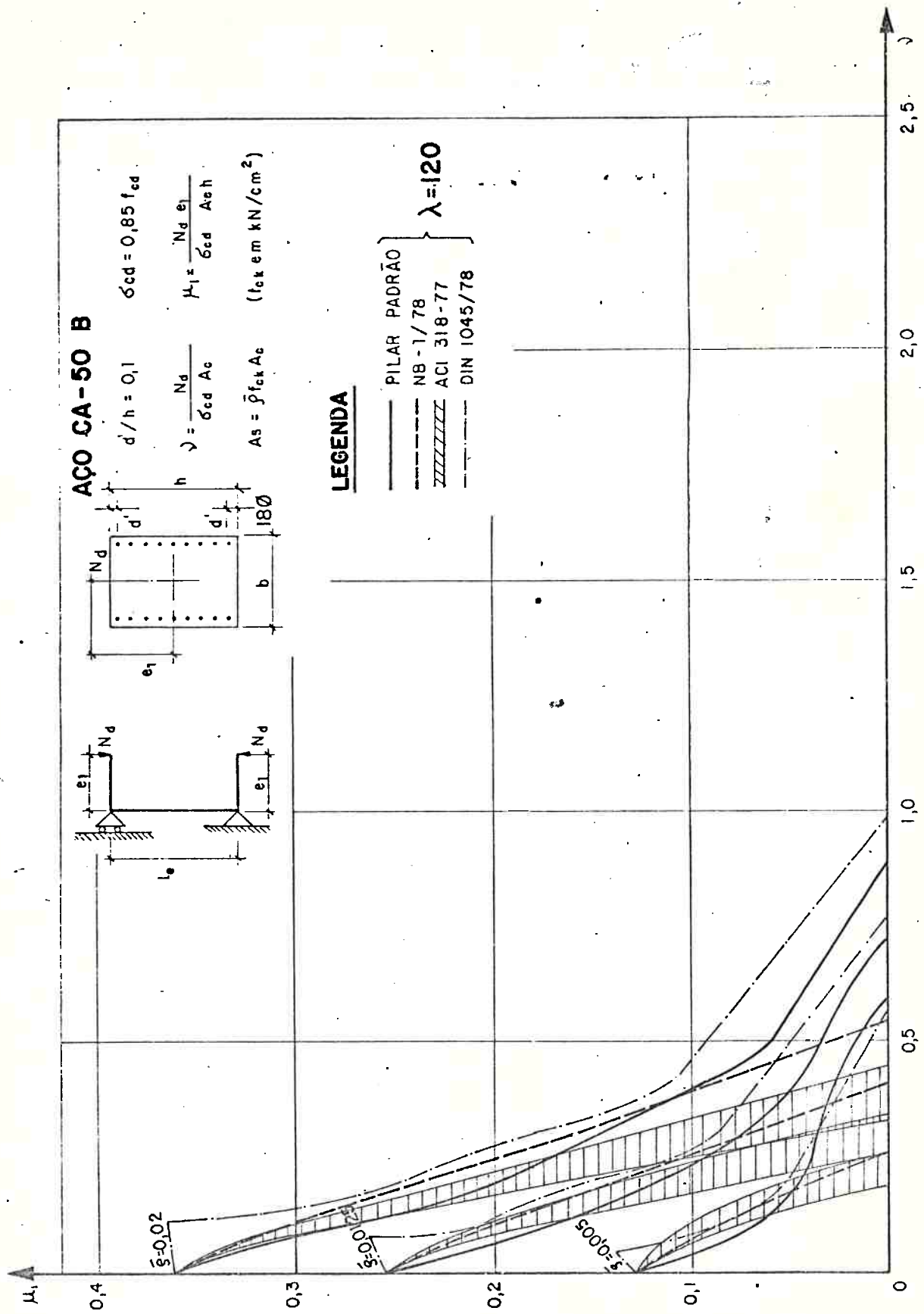


Fig.7.42 — Diagramas de interação adimensionais para: aço CA-50B, seção tipo 3 e $\lambda = 120$

8 COMENTÁRIOS

8.1 Introdução

O método geral do CEB [5] é o método que determina de forma mais rigorosa a capacidade resistente de pilares esbeltos de concreto armado. Os resultados obtidos com o método geral são considerados "exatos".

Embora muito menos trabalhoso, o método do pilar padrão leva a resultados muito próximos dos obtidos com o método geral e, por isso, será tomado como referência quando se avalia a precisão dos outros três métodos estudados neste trabalho.

O método do pilar padrão também será tomado como referência para verificar se o valor limite de λ recomendado pelas normas para não consideração dos efeitos de 2ª ordem é adequado.

8.2 Valor limite de λ para não consideração dos efeitos de 2ª ordem

Fixada uma excentricidade relativa e/h e um índice de esbeltez λ , o parâmetro Δ , definido na Fig. 8.1, representa a diferença relativa entre a máxima força normal N_0 que o pilar suportaria caso tivesse esbeltez nula e a máxima força normal N_{pp} que o pilar suporta determinada pelo método do pilar padrão; isto é,

$$\Delta = (N_0 - N_{pp})/N_{pp}$$

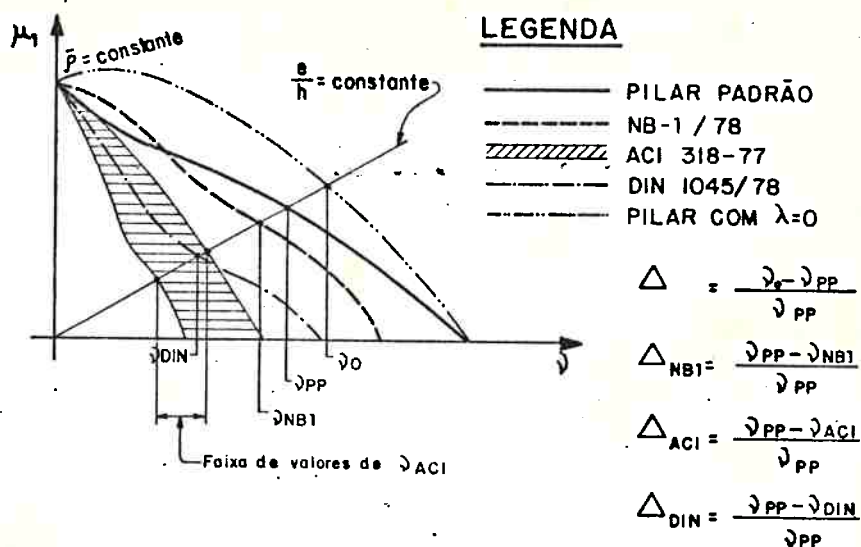


Fig. 8.1 - Definição dos parâmetros Δ , Δ_{NBI} , Δ_{ACI} e Δ_{DIN} .

Na Fig. 8.2 apresentam-se os valores de Δ para índices de esbelteza 20, 30 e 40. Consideram-se cinco valores da excentricidade relativa e/h , distintos para cada arranjo de armadura.⁽¹⁾

Observa-se que:

- para $\lambda = 20$, o valor máximo encontrado para Δ é 5,2%, sendo que em geral Δ é menor que 5%;
- para $\lambda = 30$, em muitos casos Δ é superior a 5% e em alguns casos é superior a 10%; o valor máximo encontrado para Δ é 13,1%;
- para $\lambda = 40$, Δ é superior a 10% na maioria dos casos, supera 15% em alguns casos e seu valor máximo é 25,2%.

(1) Aos valores de e/h considerados correspondem, nos diagramas de interação, retas que formam com o eixo dos v ângulos de aproximadamente 75° , 60° , 45° , 30° e 15° .

CA-50 A - Seção tipo 1 - Valores de Δ (%)										
		$\lambda = 20$			$\lambda = 30$			$\lambda = 40$		
e/h	\bar{f}	0,0050	0,0125	0,0200	0,0050	0,0125	0,0200	0,0050	0,0125	0,0200
1,49		4,4	2,0	1,1	7,7	4,2	2,6	11,2	7,4	4,8
0,69		4,4	2,0	1,8	9,4	4,4	4,1	14,9	8,0	7,3
0,40		3,2	2,3	2,0	7,1	5,4	4,8	13,0	9,7	8,6
0,23		2,8	2,4	2,2	7,0	5,5	4,9	13,0	9,6	8,3
0,11		2,4	1,9	1,8	5,6	4,4	3,8	9,9	7,4	6,1

CA-50 A - Seção tipo 2 - Valores de Δ (%)										
		$\lambda = 20$			$\lambda = 30$			$\lambda = 40$		
e/h	\bar{f}	0,0050	0,0125	0,0200	0,0050	0,0125	0,0200	0,0050	0,0125	0,0200
1,19		3,9	2,3	1,9	8,9	5,3	4,3	15,3	9,7	7,6
0,55		5,2	2,7	2,5	12,2	6,1	5,7	21,1	11,1	10,1
0,32		3,9	3,2	3,0	9,3	7,3	6,7	17,0	13,4	12,4
0,18		3,6	3,0	2,9	8,4	7,2	6,8	16,0	13,5	12,7
0,09		2,5	2,2	2,1	6,1	5,6	5,2	11,4	10,5	10,1

CA-50 A - Seção tipo 3 - Valores de Δ (%)										
		$\lambda = 20$			$\lambda = 30$			$\lambda = 40$		
e/h	\bar{f}	0,0050	0,0125	0,0200	0,0050	0,0125	0,0200	0,0050	0,0125	0,0200
0,90		4,3	2,9	2,5	10,1	6,8	5,5	17,6	12,0	10,1
0,42		5,0	4,0	3,5	12,1	8,7	8,1	24,0	16,2	14,7
0,24		5,0	4,4	2,6	11,9	10,2	9,7	22,9	19,3	17,4
0,14		4,0	4,0	3,9	9,8	9,4	9,3	18,3	17,9	17,8
0,06		2,6	2,7	2,6	6,6	6,7	6,6	12,5	13,2	13,5

CA-50 B - Seção tipo 1 - Valores de Δ (%)										
		$\lambda = 20$			$\lambda = 30$			$\lambda = 40$		
e/h	\bar{f}	0,0050	0,0125	0,0200	0,0050	0,0125	0,0200	0,0050	0,0125	0,0200
1,49		3,4	1,8	1,5	6,8	4,1	3,2	10,6	8,2	5,9
0,69		4,4	1,9	1,8	9,8	4,7	4,0	17,8	8,7	7,2
0,40		3,2	2,4	2,1	7,6	5,5	4,8	14,2	9,8	8,8
0,23		3,3	2,3	2,2	7,4	5,6	5,1	13,6	10,2	9,4
0,11		2,2	1,9	1,6	5,7	4,5	3,9	11,3	8,7	7,6

CA-50 B - Seção tipo 2 - Valores de Δ (%)										
		$\lambda = 20$			$\lambda = 30$			$\lambda = 40$		
e/h	\bar{f}	0,0050	0,0125	0,0200	0,0050	0,0125	0,0200	0,0050	0,0125	0,0200
1,19		3,8	2,1	2,0	8,9	5,0	4,3	15,6	9,2	7,8
0,55		5,1	2,8	2,6	11,2	6,7	5,9	21,3	12,6	10,6
0,32		3,9	3,2	2,8	9,8	7,3	6,6	18,9	13,3	12,0
0,18		3,6	3,1	3,0	8,5	7,2	6,9	16,4	13,7	12,8
0,09		2,5	2,2	2,0	6,1	5,3	4,9	12,2	10,6	9,7

CA-50 B - Seção tipo 3 - Valores de Δ (%)										
		$\lambda = 20$			$\lambda = 30$			$\lambda = 40$		
e/h	\bar{f}	0,0050	0,0125	0,0200	0,0050	0,0125	0,0200	0,0050	0,0125	0,0200
0,90		4,3	3,0	2,7	10,1	6,5	5,7	18,0	11,7	10,5
0,42		5,2	4,2	3,8	13,1	9,3	8,6	25,2	17,3	15,5
0,24		4,8	4,4	4,1	11,8	10,0	9,5	23,0	22,7	17,7
0,14		4,0	4,1	3,9	9,7	9,6	9,3	18,6	18,6	17,9
0,06		2,6	2,4	2,5	6,4	6,3	6,2	12,5	13,1	13,1

Fig. 8.2 - Valores de Δ (%) para $\lambda = 20$; 30 e 40.

8.3 Precisão dos métodos

8.3.1 Método da NB-1/78

- a) Comparando cada diagrama $v - \mu_1$ obtido pelo método da NB-1/78 com a curva correspondente, determinada pelo método do pilar padrão, observa-se que, num trecho inicial do diagrama, os valores de Δ_{NB_1} (definido na Fig. 8.1) são negativos, e portanto, nesse trecho a NB-1/78 é contra a segurança. No trecho restante, a partir do cruzamento das curvas, a NB-1/78 fornece resultados a favor da segurança. O ponto de cruzamento dos diagramas varia de caso para caso e a medida que λ aumenta, diminui o trecho do diagrama para o qual a NB-1/78 é contra a segurança.
- b) Os maiores erros contra a segurança ocorrem para valores pequenos de v e os maiores erros a favor da segurança ocorrem para $\mu = 0$.
- c) Fixados os demais parâmetros, a medida que λ cresce os diagramas $v - \mu_1$ obtidos pelo método da NB-1/78 afastam-se dos diagramas correspondentes determinados pelo método do pilar padrão.
- d) Considerando os diagramas $v - \mu_1$ correspondentes a valores de λ dentro do campo de aplicação do método ($\lambda = 40, 60$ e 80) verifica-se que o máximo valor de Δ_{NB_1} é 31% e o mínimo é -16%. Na determinação de Δ_{NB_1} foram consideradas excentricidades relativas sempre maiores que 1/30, valor esse que corresponde à excentricidade mínima recomendada pela NB-1/78. O resultado mais a favor da segurança ($\Delta_{NB_1} = 31\%$) ocorre para o caso da Fig. 7.40 com $\bar{p} = 0,005$ e $e/h = 1/30$. O resultado mais desfavorável ($\Delta_{NB_1} = -16\%$) ocorre para a mesma curva e $e/h = 1$. Convém ressaltar que os valores de Δ_{NB_1} citados acima, por representam erros muito elevados, não fornecem uma idéia adequada do ajuste entre os diagramas obtidos com a NB-1/78 e os determinados pelo método do pilar padrão. Como se observa nas figuras do capítulo 7 esse ajuste é, em geral, muito bom.

8.3.2 Método do ACI 318-77

- a) Comparando cada faixa de valores $v - \mu_1$ determinada pelo método do ACI 318-77 com o diagrama correspondente calculado pelo método do pilar padrão, observa-se que, em geral, os valores de Δ_{ACI} (definido na Fig. 8.1) são positivos, ou seja, em geral o ACI 318-77 fornece resultados a favor da segurança. Valores negativos de Δ_{ACI} ocorrem apenas num pequeno trecho inicial dos diagramas.
- b) Como no caso da NB-1/78, os maiores erros contra a segurança ocorrem para valores pequenos de v e os maiores erros a favor da segurança ocorrem para $\mu = 0$.
- c) Fixados os demais parâmetros, observa-se que, à medida que λ cresce, as faixas de valores $v - \mu_1$ obtidos pelo método do ACI 318-77 afastam-se das curvas correspondentes determinadas pelo método do pilar padrão.
- d) Considerando as faixas de valores $v - \mu_1$ correspondentes a valores de λ dentro do campo de aplicação do método ($\lambda = 30, 40, 60, 80$ e 100) verifica-se que o máximo valor de Δ_{ACI} é 58% e o mínimo é -27%. Na determinação de Δ_{ACI} foram consideradas excentricidades relativas sempre maiores ou iguais que 0,03 valor esse que corresponde ao mínimo valor que pode assumir a excentricidade mínima recomendada pelo ACI 318-77. O valor máximo de Δ_{ACI} ocorre para o caso da Fig. 7.6 com $\bar{p} = 0,005$ e $e/h = 0,03$; o valor mínimo ocorre para o caso da Fig. 7.41 com $\bar{p} = 0,005$ e $e/h = 1$.

8.3.3 Método da DIN 1045/78

- a) Comparando os diagramas $\nu - \mu_1$ determinados pelo método da DIN 1045/78 com as curvas correspondentes obtidas pelo método do pilar padrão, verifica-se que, de maneira geral, num pequeno trecho inicial do diagrama, os valores de Δ_{DIN} (definido na Fig. 8.1) são negativos, ou seja, para esse trecho a DIN 1045/78 é contra a segurança. No trecho restante, isto é, na maior parte do diagrama a DIN 1045/78 apresenta resultados a favor da segurança. Para os maiores valores de λ estudados ($\lambda = 80, 100$ e 120) a extensão do trecho inicial aumenta, e em alguns casos os valores de Δ_{DIN} são negativos em toda a extensão do diagrama.
- b) Da mesma forma que nas outras normas, os maiores erros contra a segurança ocorrem para valores pequenos de ν e os maiores erros a favor da segurança ocorrem para $\mu = 0$.
- c) Fixados os demais parâmetros, verifica-se que para valores de λ menores ou iguais a 60, à medida que λ cresce, os diagramas $\nu - \mu_1$ obtidos com o método da DIN 1045/78 afastam-se das curvas correspondentes obtidas pelo método do pilar padrão. Já para os valores de λ estudados maiores ou iguais a 80, à medida que λ cresce os diagramas acima citados se aproximam, exceção feita aos trechos em que a DIN 1045/78 fornece resultados contra a segurança. Nesses trechos, as curvas se afastam e os erros contra a segurança aumentam.
- d) Considerando os diagramas $\nu - \mu_1$ correspondentes a valores de λ dentro do intervalo de aplicação do método ($\lambda = 20, 30, 40$ e 60), verifica-se que o máximo valor de Δ_{DIN} é 19% e o mínimo Δ_{DIN} é -10%. Na determinação de Δ_{DIN} foram consideradas excentricidades relativas sempre maiores que $\ell_0/300$ h, valor esse que corresponde à excentricidade acidental recomendada pela DIN 1045/78. O valor de Δ_{DIN} mais a favor da segurança ocorre para o caso da Fig. 7.4, com $\bar{p} = 0,02$ e $e/h = 0,0577$; o valor mínimo ocorre para o caso da Fig. 7.11, $\bar{p} = 0,005$ e $e/h = 3,5$.

Convém lembrar que para $\lambda = 70$ — que é o máximo valor de λ ao qual o método se aplica — provavelmente ocorrem valores de Δ_{DIN} maiores que 19% e menores que -10%.

Biblioteca da Escola Politécnica
São Paulo

FD-728

9 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

- a) Os limites $\lambda = 20$ e $\lambda = 22$ recomendados, respectivamente, pela DIN 1045/78 e pelo ACI 318-77 são adequados. A não consideração dos efeitos de 2ª ordem em pilares com índices de esbeltez dessa ordem de grandeza acarreta pequenos erros contra a segurança, erros da ordem de 5%.
- b) Sugere-se a adoção do valor $\lambda = 25$ — valor esse recomendado pelo CEB [5] — como limite para a não consideração dos efeitos de 2ª ordem. Adotando-se esse limite, os erros contra a segurança serão, provavelmente, menores que 10%.
- c) O limite $\lambda = 40$ para não consideração dos efeitos de 2ª ordem é excessivamente alto. Esta afirmação baseia-se nos valores de Δ apresentados no item 8.1, os quais mostram que em pilares com índice de esbeltez igual a 40, a não consideração dos efeitos de 2ª ordem pode acarretar erros contra a segurança de até 25%.
- d) Embora a NB 1/78 adote como λ limite para não consideração dos efeitos de 2ª ordem o valor 40, é conveniente lembrar que em muitos casos, particularmente em pilares de pórticos indeslocáveis, a NB 1/78 superestima o "comprimento de flambagem" do pilar, ao adotá-lo igual à distância entre os eixos das vigas entre as quais ele se situa, de modo que o valor 40 pode deixar de ser excessivo. De qualquer forma, é paradoxal que um erro seja corrigido por outro. Além disso, em alguns casos particulares, em que o "comprimento de flambagem" não fica exagerado, a NB 1/78 não menciona outro valor limite, o que pode conduzir a erros significativos. Sugerimos o limite $\lambda = 25$, como já mencionado, e o "comprimento de flambagem" igual ao comprimento livre do pilar, no caso de pilares de pórticos indeslocáveis.
- e) No caso de pilares com extremidades indeslocáveis e com diagrama de momentos de 1ª ordem linear, o valor limite $\lambda = 25$ pode ser excessivamente seguro. Sabe-se que nesses casos, para um mesmo índice de esbeltez, os momentos de 2ª ordem podem ou não diminuir a capacidade resistente de um pilar dependendo da relação M_A/M_B .

As normas ACI 318-77 e DIN 1045/78 já levam em conta esse efeito quando determinam o valor limite de λ para não consideração dos efeitos de 2ª ordem, pelas expressões (4.10) e (4.26), respectivamente. Sugere-se, como tema para outros trabalhos, verificar a adequação das expressões (4.10) e (4.26) ou formular uma nova expressão que determine o valor limite de λ de forma adequada.

- f) Considerando o campo de aplicação dos métodos, observa-se nas figuras do capítulo 7 que, de maneira geral, os diagramas $v-\mu_1$ obtidos através do método da NB-1/78 são os que mais se aproximam dos diagramas correspondentes determinados pelo método do pilar padrão. Os diagramas que mais se afastam dos do pilar padrão são os obtidos pelo método da DIN 1045/78. Conclui-se que, dentre as três normas estudadas, a NB-1/78 é a que fornece resultados mais precisos. Em contrapartida a NB-1/78 apresenta freqüentemente resultados contra a segurança, enquanto a DIN-1045/78 e o ACI 318-77 são fornecem resultados contra a segurança numa pequena faixa de valores de v .
- g) Comparando os diagramas obtidos pelos métodos de cálculo simplificados das três normas, conclui-se que os resultados fornecidos pela NB-1/78 são, em geral, mais econômicos que os fornecidos pelas outras normas. Por outro lado, tomando como referência o método do pilar padrão verifica-se que a NB-1/78 é antieconômica em muitos casos. Os maiores erros a favor da segurança ocorrem para taxas de armadura generalizadas pequenas e para valores de excentricidade relativa também pequenos.
- h) Não se recomenda a utilização do método da NB-1/78 para valores de λ maiores que 80, nem a utilização do método do ACI 318-77 para λ maior que 100. Em ambos os casos, à medida que λ aumenta a precisão dos resultados diminui e tanto para $\lambda = 80$, no caso da NB-1/78, quanto para $\lambda = 100$, no caso do ACI 318-77, os erros já são bastante elevados. Não há inconvenientes em utilizar o método da NB-1/78 para valores de λ menores que 40.
- i) Para valores de λ entre 70 e 100, o método da DIN 1045/78 conduz a bons resultados para excentricidades relativas pequenas mas :

leva a resultados muito contra a segurança para valores elevados da excentricidade relativa. Portanto, a utilização do método para valores de λ entre 70 e 100 — valores esses fora do campo de aplicação do método — só pode ser efetuada de maneira criteriosa. Não se recomenda a utilização do método para λ maior que 100 pois os diagramas apresentados no capítulo 7, mostram que para λ igual a 120 o método, em geral, conduz a resultados contra a segurança.

- j) Verifica-se, neste trabalho, que os métodos simplificados de cálculo de pilares esbeltos de concreto armado solicitados a flexão composta normal recomendados pela normas conduzem a resultados que ora são a favor da segurança, acarretando gastos desnecessários, ora contra a segurança, aumentando a probabilidade de ruína. Diagramas de interação adimensionais $\nu - \mu_1$ construídos por um método mais confiável, por exemplo o método do pilar padrão, proporcionariam um dimensionamento mais adequado e ao mesmo tempo menos trabalhoso. Sugere-se como tema para novos trabalhos a elaboração de diagramas de interação adimensionais $\nu - \mu_1$ para diversos valores de λ , para os tipo de aço mais utilizados no Brasil e para as seções mais usuais com os arranjos de armadura correntes.

Apêndice I - COMENTÁRIOS SOBRE O ACI 318-77

- a) De acordo com o ACI 318-77, o valor de EI é calculado dividindo-se o valor fornecido pelas (4.16) e (4.17) por $(1 + \beta_d)$, onde β_d é um coeficiente que leva em conta o efeito da deformação lenta. Quando o carregamento é de curta duração ou se analisam apenas os efeitos instantâneos de cargas de longa duração $\beta_d = 0$. Como a deformação lenta não é levada em conta neste trabalho, omitiu-se nas (4.16) e (4.17) o denominador $(1 + \beta_d)$.
- b) Na (4.20) substituiu-se f'_c (recomendado pelo ACI 318-77) por f_{ck} . Os valores de f'_c e f_{ck} caracterizam a resistência do concreto e sua determinação baseia-se na tensão de ruptura à compressão de corpos de prova cilíndricos. Não há entretanto uma correspondência exata entre f'_c e f_{ck} pois a definição estatística dos dois valores é diferente. Neste trabalho adota-se $f'_c = f_{ck}$.

- c) O ACI 318-77 adota para módulo de elasticidade do aço o valor:

$$E_s = 29.000.000 \text{ psi} \approx 20.000 \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{I.1})$$

e para módulo de elasticidade do concreto

$$E_c = 57.000 \sqrt{f_{ck}} \text{ psi} \approx 1500 \sqrt{f_{ck}} \text{ kN/cm}^2 \quad (\text{I.2})$$

- d) N_b indicado na expressão (4.21) é definido pelo ACI 318-77 como sendo a força normal que atua numa seção quando a deformação na armadura mais tracionada é a deformação de escoamento do aço e a deformação na fibra mais comprimida é a deformação de ruptura do concreto (3 ‰ de acordo com o ACI 318-77).

- e) As expressões (4.18) e (4.19) aplicam-se a pilares não cintados. Para pilares cintados o ACI 318-77 recomenda:

$$\phi = 0,75 \quad \text{se} \quad \phi N \geq N \quad (\text{I.3})$$

$$\text{ou} \quad \phi = \frac{0,9N}{0,15N + N} \quad \text{se} \quad \phi N < N \quad (\text{I.4})$$

- f) A determinação de \bar{N} conforme o item 4.3.2 alínea b, aplica-se a pilares cuja armadura seja constituída por barra de aço com $f_{yk} > 6000$ psi ($f_{yk} > 42,19$ kN/cm²). Quando $f_{yk} \leq 6000$ psi

$$\bar{N}_d = 0,10 f_{ck} A_c \quad (I.5)$$

Apêndice II - DEDUÇÃO DAS EXPRESSÕES (6.21), (6.22) e (6.25)

a) Dedução da expressão (6.21)

Multiplicando ambos os membros da (4.1) e da (4.6) por $\gamma_F / \sigma_{cd} A_c h$ e definindo:

$$\mu_2 = \frac{\gamma_F M_2}{\sigma_{cd} A_c h} \quad (\text{II.1})$$

vem:

$$\mu = \mu_1 + \mu_2 \quad \text{ou} \quad \mu_1 = \mu - \mu_2 \quad \text{e} \quad (\text{II.2})$$

$$\mu_2 = \frac{\nu}{h} \frac{\ell_e^2}{10} \frac{1}{r} \quad (\text{II.3})$$

substituindo a (4.7) na (II.3) e lembrando que $\bar{\nu} = 0,85 \nu$ vem:

$$\mu_1 = \mu - \nu \left(\frac{\ell_e}{h} \right)^2 \frac{0,0035 + f_{yd}/E_s}{10 (0,85 \nu + 0,5)} \quad (6.21)$$

com $(0,85 \nu + 0,5) \geq 1$

b) Dedução da expressão (6.22)

Multiplicando ambos os membros da (4.13) por $\gamma_F / \sigma_{cd} A_c h$, adotando:

$$C = \frac{\gamma N}{\Phi N_c} \quad (\text{II.4})$$

e desenvolvendo vem:

$$\mu_1 = \mu (1 - C) \quad (\text{II.5})$$

Substituindo na (4.15) o valor de EI da (4.16), utilizando os valores de E_s e E_c das (I.1) e (I.2) respectivamente e com:

$$I_c = A_c h^2 / 12 \quad (\text{II.6})$$

$$I_s = k A_s h^2 \quad (\text{II.7})$$

resulta:

$$N_c = \frac{\pi^2}{\ell_e^2} \left(\frac{1500 \sqrt{f_{ck}}}{5} \frac{A_c h^2}{12} + 20.000 k A_s h^2 \right) \quad (\text{II.8})$$

O valor de k da (II.7) é deduzido a seguir:

para a seção tipo I

$$I_s = 2 \frac{A_s}{2} (0,4 h)^2 = 0,16 A_s h^2 \quad (\text{II.9})$$

$$k = 0,16$$

para a seção tipo II

$$I_s = 2 \left[\frac{9}{32} A_s (0,4 h)^2 + \frac{2}{32} A_s (0,3h)^2 + \frac{2}{32} A_s (0,2h)^2 + \frac{2}{32} A_s (0,1h)^2 \right] = 0,1075 A_s h^2 \quad (\text{II.10})$$

$$k = 0,1075$$

para a seção tipo III

$$I_s = 2 \frac{A_s}{9} \left[(0,4 h)^2 + (0,3 h)^2 + (0,2 h)^2 + (0,1 h)^2 \right] = \frac{1}{15} A_s h^2 \quad (\text{II.11})$$

$$k = 1/15$$

Multiplicando o numerador e o denominador da (II.4) por $\gamma_f / \sigma_{cd} A_c$ e substituindo na (II.4) a (II.8) vem:

$$\begin{aligned} C &= \frac{\frac{\gamma_f}{\sigma_{cd} A_c} \gamma N}{\frac{\gamma_f}{\sigma_{cd} A_c} \frac{\pi^2}{\ell_e^2} (25 \sqrt{f_{ck}} A_c h^2 + 20.000 k A_s h^2)} = \\ &= \frac{\frac{\gamma}{\sigma} \nu \left(\frac{\ell_e}{h} \right)^2}{\left(\frac{568,954 \sqrt{f_{ck}}}{f_{ck}} + 455,163 k \bar{\rho} \right)} \end{aligned} \quad (\text{II.12})$$

Substituindo a (II.12) em (II.5) resulta a (6.22)

Para as seções estudadas, devido à simetria

$$\bar{N} = 0,10 f_{ck} A_c \quad (\text{II.13})$$

Substituindo (II.13) em (4.18) e (4.19) e introduzindo o adimensional ν vem:

$$\phi = 0,70 \quad \text{para} \quad \nu \geq 0,32941 \quad (\text{II.14})$$

$$\phi = \frac{0,9}{1 + 0,86735 \nu} \quad \text{para} \quad 0 \leq \nu < 0,32941 \quad (\text{II.15})$$

c) Dedução das expressões (6.25)

Dedução da expressão (6.25a)

Multiplicando ambos os membros da (4.32a) por $\gamma_f N / \sigma_{cd} A_c h$, fazendo:

$$A = \nu \frac{\lambda - 20}{100} \quad (\text{II.16})$$

Substituindo μ_2 por $(\mu - \mu_1)$ e desenvolvendo decorre a equação de 2º grau:

$$\mu_1^2 - \mu_1 (2\mu + A^2/\nu) + (\mu^2 - 0,10 A^2) = 0 \quad (\text{II.17})$$

Das duas raízes, a que interessa é:

$$\mu_1 = \frac{(2\mu + A^2/\nu) - \sqrt{\Delta}}{2} \quad (\text{6.25a})$$

$$\text{com} \quad \Delta = (2\mu + A^2/\nu)^2 - 4 (\mu^2 - 0,1 A^2)$$

Dedução da (6.25b)

Multiplicando ambos os membros de (4.32b) por $\gamma_f N / \sigma_{cd} A_c h$ e substituindo em (II.2) vem:

$$\mu_1 = \mu - \nu \frac{\lambda - 20}{160} \quad (6.25b)$$

Dedução da (6.25c)

Multiplicando ambos os membros da (4.32c) por $\gamma_f N / \sigma_{cd} A_c h$ e substituindo e_1/h por μ_1/ν e fazendo

$$B = \frac{\lambda - 20}{160} \quad (II.18)$$

$$\text{vem } \mu_2 = \nu B \left(3,5 - \frac{\mu_1}{\nu} \right) \quad (II.19)$$

substituindo (II.2) em (II.19) e desenvolvendo, vem

$$\mu_1 = \frac{\mu - 3,5 B \nu}{1 - B} \quad (6.25c)$$

Apêndice III - PROGRAMA UTILIZADO NA DETERMINAÇÃO DOS DIAGRAMAS $v-\mu$ e $v-\mu_1$

Para a determinação dos diagramas de interação adimensionais $v-\mu$ e $v-\mu_1$ foi elaborado um programa para computador em linguagem BASIC 80 versão 5.2. A listagem do programa está apresentada no anexo I.

A seguir são feitos comentários a respeito de algumas expressões utilizadas no programa e é apresentado, de maneira sucinta, o processo utilizado para a determinação de μ_1 pelo método do pilar padrão.

- a) Para o cálculo de v e μ foram utilizadas as expressões (III.1) a (III.3) obtidas substituindo nas (6.11) os valores de n , n' e n_i correspondentes a cada um dos três arranjos de armadura considerados. No caso da seção tipo 1 também foram substituídos os valores de β_j .

Para a seção tipo 1 tem-se: $n' = 2$, $n_i = n/2$, $\beta_1 = 0,9$ e $\beta_2 = 0,1$ que substituídos em (6.11) fornecem:

$$v = \eta + 0,82353 \bar{\rho} (\sigma_{S_1} + \sigma_{S_2}) \quad (\text{III.1a})$$

$$\mu = 0,5\eta - \eta' + 0,32941 \bar{\rho} (\sigma_{S_2} - \sigma_{S_1}) \quad (\text{III.1b})$$

Para a seção tipo 3 têm-se; $n = 18$, $n' = 9$ e $n_j = 2$. As (6.11) ficam:

$$v = \eta + 0,18301 \bar{\rho} \sum_1^9 \sigma_{S_j} \quad (\text{III.2a})$$

$$\mu = 0,5\eta - \eta' + 0,18301 \bar{\rho} \sum_1^9 \sigma_{S_j} (0,5 - \beta_j) \quad (\text{III.2b})$$

Para a seção tipo 2 têm-se: $n = 32$ e $n' = 9$. As (6.11) ficam:

$$v = \eta + 0,051471 \bar{\rho} \sum_1^9 n_i \sigma_{S_j} \quad (\text{III.3a})$$

$$\mu = 0,5\eta - \eta' + 0,051471 \bar{\rho} \sum_1^9 n_j \sigma_{S_j} (0,5 - \beta_j) \quad (\text{III.3b})$$

- b) As expressões utilizadas para o cálculo de η e η' foram obtidas em [17] e correspondem às (6.16) e (6.17) calculados os valores das integrais.

Ocorrem quatro casos distintos.

$$\bullet \quad \epsilon_c \leq 2 \quad \text{e} \quad \beta_x \leq 1$$

$$\eta = \frac{\epsilon_c}{\theta} \left(\frac{\epsilon_c}{2} - \frac{\epsilon_c^2}{12} \right) \quad (\text{III.4a})$$

$$\eta' = \eta \frac{\epsilon_c}{\theta} \frac{8 - \epsilon_c}{4(6 - \epsilon_c)} \quad (\text{III.5a})$$

$$\bullet \quad \epsilon_c \leq 2 \quad \text{e} \quad \beta_x > 1$$

$$\eta = \epsilon_c + \frac{\epsilon_c}{4} \theta - \frac{\epsilon_c^2}{4} - \frac{\theta}{2} - \frac{\theta^2}{12} \quad (\text{III.4b})$$

$$\eta' = \eta \left[\frac{\epsilon_c}{\theta} - \frac{\frac{\epsilon_c^3}{3} - \frac{\epsilon_c^4}{16} - \frac{(\epsilon_c - \theta)^3}{3} + \frac{(\epsilon_c - \theta)^4}{16}}{\theta^2 \left(\epsilon_c + \frac{\epsilon_c}{4} \theta - \frac{\epsilon_c^2}{4} - \frac{\theta}{2} - \frac{\theta^2}{12} \right)} \right] \quad (\text{III.5b})$$

$$\bullet \quad \epsilon_c > 2 \quad \text{e} \quad \beta_x \leq 1$$

$$\eta = \frac{\epsilon_c}{\theta} \left(1 - \frac{2}{3\epsilon_c} \right) \quad (\text{III.4c})$$

$$\eta' = \eta \frac{\epsilon_c}{\theta} \frac{3\epsilon_c^2 - 4\epsilon_c + 2}{2\epsilon_c(3\epsilon_c - 2)} \quad (\text{III.5c})$$

$$\bullet \quad \epsilon_c > 2 \quad \text{e} \quad \beta_x > 1$$

$$\eta = \frac{12\epsilon_c - 8 - (\epsilon_c - \theta)^2(6 - \epsilon_c + \theta)}{12\theta} \quad (\text{III.4d})$$

$$\eta' = \eta \frac{1}{\theta} \left[\epsilon_c - \frac{24\epsilon_c^2 - 16 - (\epsilon_c - \theta)^3(16 - 3\epsilon_c + 3\theta)}{4[12\epsilon_c - 8 - (\epsilon_c - \theta)^2(6 - \epsilon_c + \theta)]} \right] \quad (\text{III.5d})$$

Para a utilização das expressões (III.4) e (III.5) ε_C e θ devem ser fornecidos em %.

- c) Para a determinação de μ_1 pelo método do pilar padrão utilizou-se o processo numérico descrito a seguir em vez do processo gráfico do item 6.3.4.

Considerando-se a função $\mu_1(\theta_0) = \mu(\theta_0) - \mu_2(\theta_0)$ com $\mu(\theta_0)$ e $\mu_2(\theta_0)$ determinados conforme os itens 6.3.2 e 6.3.3, o valor de μ_1 procurado é o máximo valor de $\mu_1(\theta_0)$. Conforme mostra a Fig. III.1 podem ocorrer três casos distintos.

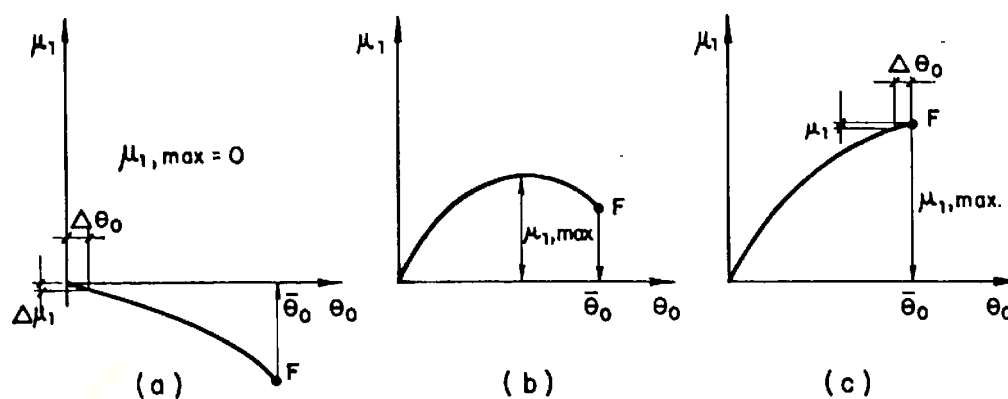


Fig. III.1 - Configurações possíveis da função $\mu_1(\theta_0)$.

Determina-se $\mu_{1m\bar{a}x}$ da seguinte maneira:

Calcula-se $\left(\frac{\Delta\mu_1}{\Delta\theta_0}\right)_{\theta_0=0}$. Se esse valor for menor que zero então

$\mu_{1m\bar{a}x} = 0$ (Fig. III.1a).

Caso contrário, calcula-se $\left(\frac{\Delta\mu_1}{\Delta\theta_0}\right)_{\theta_0=\bar{\theta}_0}$. Se esse valor for maior que

zero então $\mu_{1m\bar{a}x} = \bar{\mu}_1$ (Fig. III.1c)

- Caso não se verifique nenhuma das condições acima, ocorre o caso da Fig. III.1b. A determinação de μ_{1max} faz-se então de acordo com o procedimento ilustrado pelo fluxograma da Fig. III.2.

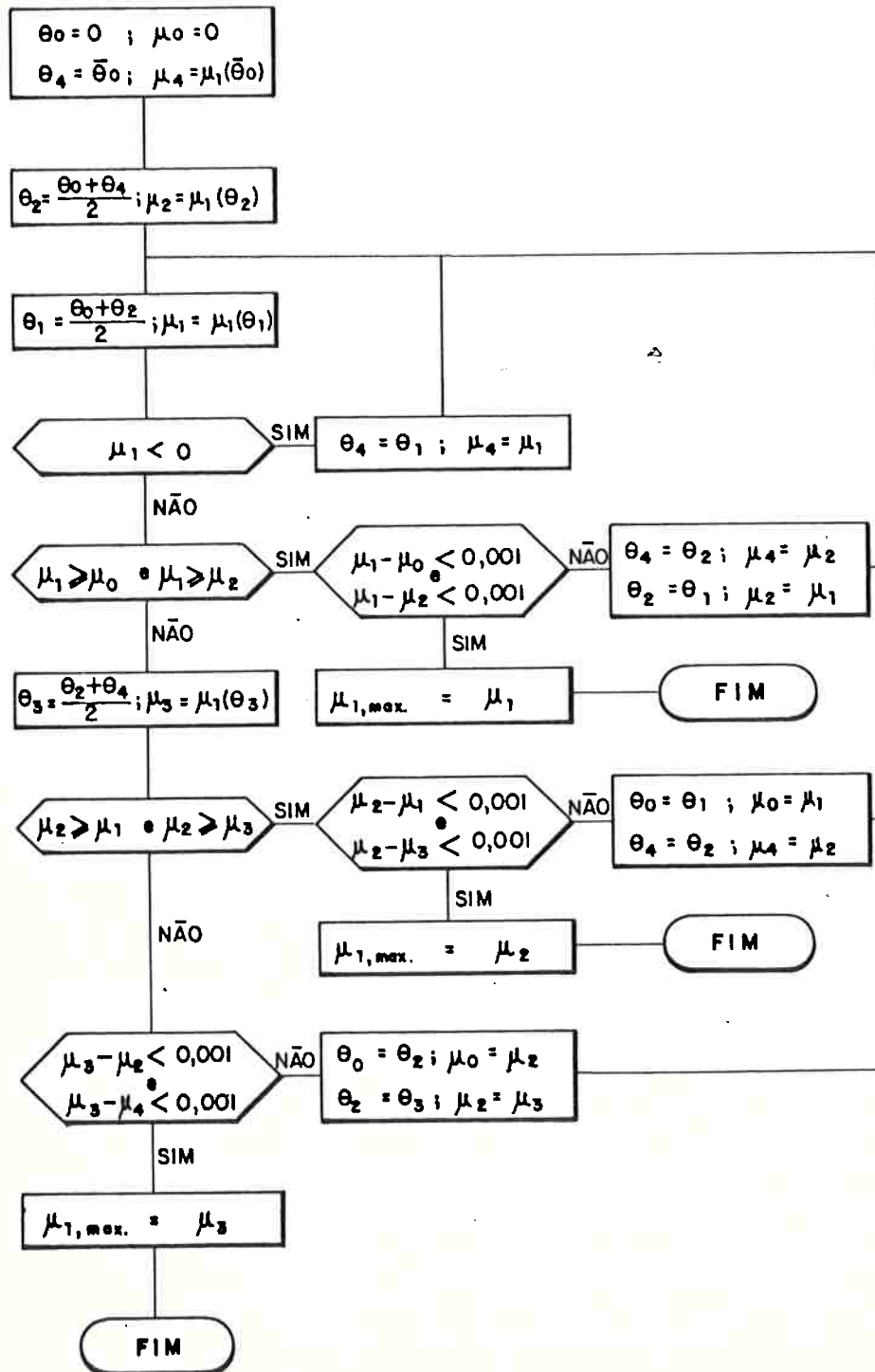


Fig. III.2 - Determinação de μ_{1max} para o caso (b) da Fig. III.1.

Anexo 1 - LISTAGEM DO PROGRAMA E EXEMPLOS

PROGRAMA

```

10 ' *****
20 ' * ENTRADA DE DADOS
30 ' *****
40 '
50 PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT "LISTA DE OPCOES:":PRINT
60 PRINT"A) TIPO DO ACO:":PRINT
70 PRINT"I=1 PARA ACO CA-50A"
80 PRINT "I=2 PARA ACO CA-50B"
90 PRINT:PRINT"B) ARRANJO DA ARMADURA:":PRINT
100 PRINT "J=1 PARA SECAO TIPO 1"
110 PRINT "J=2 PARA SECAO TIPO 2"
120 PRINT "J=3 PARA SECAO TIPO 3":PRINT:PRINT:PRINT:PRINT:PRINT
130 INPUT "I MINIMO =",IMIN
140 INPUT "I MAXIMO =",IMAX
150 INPUT "J MINIMO =",JMIN
160 INPUT "J MAXIMO =",JMAX
170 INPUT "LAMBDA MINIMO =",KMIN
180 INPUT "LAMBDA MAXIMO =",KMAX
190 INPUT "DELTA LAMBDA =",DL
200 INPUT "RO BARRA MINIMO =",LMIN
210 INPUT "RO BARRA MAXIMO =",LMAX
220 INPUT "DELTA RO BARRA =",DR
230 '
240 ' *****
250 ' * ROTINA PRINCIPAL
260 ' *****
270 '
280 FOR I=IMIN TO IMAX
290 LPRINT:LPRINT SPC(61) STRING$(14,42)
300 LPRINT SPC(61) "*" SPC(12) "*"
310 IF I=2 GOTO 330
320 LPRINT SPC(61)*" ACO CA-50A *":GOTO 340
330 LPRINT SPC(61)*" ACO CA-50B *":GOTO 340
340 LPRINT SPC(61)*" SPC(12) *"
350 LPRINT SPC(61) STRING$(14,42)
360 FOR J=JMIN TO JMAX
370 ON J GOTO 380,390,400
380 LPRINT:LPRINT:LPRINT SPC(58)"** SECAO TIPO 1 **":GOTO 410
390 LPRINT:LPRINT:LPRINT SPC(58)"** SECAO TIPO 2 **":GOTO 410
400 LPRINT:LPRINT:LPRINT SPC(58)"** SECAO TIPO 3 **"
410 FOR LAM=KMIN TO KMAX STEP DL
420 LESH=LAM/SQR(12)
430 FOR ROBA=LMIN TO LMAX STEP DR
440 AVI=0
450 LPRINT:LPRINT "LAMBDA="LAM:LPRINT
460 LPRINT "RO BARRA=" ROBA "(PARA FCK EM KN/CM2)"
470 LPRINT
480 LPRINT "NI";TAB(16)"MI";TAB(31)"MI1 PP";TAB(46)"MI1 N8-1";TAB(61)"MI1 ACI MIN.";TAB(76)"MI1 ACI MAX.";
      TAB(91)"MI1 DIN";TAB(106)"TIPO DE E.L.U."

```

```

490 LPRINT TAB(106)^(PILAR PADRAO)^:LPRINT
500 EPS=2
510 GOSUB 930
520 NINF=1+1.6471*ROBA*SS
530 MMAX=INT(10*NINF)/10+.05
540 BE=.56549
550 GOSUB 1120
560 GOSUB 1580
570 NIEY=NI:TEEY=TE:MIEY=MI
580 FLAG=0
590 BE1=.001
600 BE=BE1
610 GOSUB 1120
620 NI1=NI
630 BE2=.5
640 BE=BE2
650 GOSUB 1120
660 NI2=NI
670 FOR M=0 TO MMAX STEP .1
680 IF FLAG=1 GOTO 720
690 IF NIEY<M THEN FLAG=1 ELSE GOTO 720
700 NI=NIEY:TE=TEEY:MI=MIEY
710 GOSUB 1910
720 BE=BE1+(M-NI1)*(BE2-BE1)/(NI2-NI1)
730 IF BE=0 THEN BE=.000001
740 GOSUB 1120
750 IF ABS(NI-M)<.0005 GOTO 780
760 IF ABS(BE1-BE)=ABS(BE2-BE) THEN BE1=BE:NI1=NI:GOTO 720
770 BE2=BE:NI2=NI:GOTO 720
780 GOSUB 1580
790 GOSUB 1910
800 NEXT
810 NIBA=NINF:MIBA=0:MINB1=0:MI1MAX=0:MI1MIN=0:MI1DIN=0:MIPP=0
820 GOSUB 2620
830 NEXT
840 NEXT
850 NEXT
860 NEXT
870 END
880 '
890 ' *****
900 ' * SUBROTINA QUE CALCULA A TENSÃO NO AÇO, DADA A DEFORMAÇÃO
910 ' *****
920 '
930 IF EPS<0 THEN X=-1 ELSE X=1
940 IF I=2 GOTO 1000
950 IF ABS(EPS)<=2.0704 GOTO 980
960 SS=43.478*X
970 RETURN
980 SS=21*EPS
990 RETURN
1000 IF ABS(EPS)<=1.4493 GOTO 1050 ELSE IF ABS(EPS)<=4.0704 GOTO 1030
1010 SS=43.478*X

```

```

1020 RETURN
1030 SS=((6.6794+SQR(4.7022*ABS(EPS)-6.5881))/.23511)*X
1040 RETURN
1050 SS=21*EPS
1060 RETURN
1070 '
1080 ' *****
1090 ' * SUBROTINA QUE DEFINE DEFORMADAS DE RUPTURA
1100 ' *****
1110 '
1120 IF BE<=7/30 THEN EPC=10*BE/(.9-BE):GOTO 1150
1130 IF BE<=1 THEN EPC=3.5:GOTO 1150
1140 EPC=2/(1-3/7/BE)
1150 TE=EPC/BE
1160 '
1170 ' *****
1180 ' * SUBROTINA QUE CALCULA NI EM FUNCAO DA DEFORMADA
1190 ' *****
1200 '
1210 IF EPC>2 GOTO 1250
1220 IF (EPC-TE)>0 GOTO 1240
1230 ETA=EPC/TE*(EPC/2-EPC^2/12):GOTO 1280
1240 ETA=EPC+EPC*TE/4-EPC^2/4-TE/2-TE^2/12:GOTO 1280
1250 IF (EPC-TE)>0 GOTO 1270
1260 ETA=EPC/TE*(1-2/3/EPC):GOTO 1280
1270 ETA=(12*EPC-8-(EPC-TE)^2*(6-EPC+TE))/(12*TE)
1280 IF J>1 GOTO 1390
1290 EPS1=EPC*(EPC/TE-.9)/(EPC/TE)
1300 EPS=EPS1
1310 GOSUB 930
1320 SS1=SS
1330 EPS2=EPC*(EPC/TE-.1)/(EPC/TE)
1340 EPS=EPS2
1350 GOSUB 930
1360 SS2=SS
1370 NI=ETA+.82353*ROBA*(SS1+SS2)
1380 RETURN
1390 SOMSS=0
1400 FOR ENE=1 TO 9
1410 EPSI(ENE)=EPC*(EPC/TE-(1-ENE/10))/(EPC/TE)
1420 EPS=EPSI(ENE)
1430 GOSUB 930
1440 SSI(ENE)=SS
1450 SOMSS=SOMSS+SSI(ENE)
1460 NEXT
1470 IF J=2 GOTO 1500
1480 NI=ETA+.18301*ROBA*SOMSS
1490 RETURN
1500 SOMSS=2*SOMSS+7*(SSI(1)+SSI(9))
1510 NI=ETA+.051471*SOMSS*ROBA
1520 RETURN
1530 '
1540 ' *****

```

```

1550 ' * SUBROTINA QUE CALCULA MI EM FUNCAO DA DEFCRMAO
1560 ' *****
1570 '
1580 IF EPC>2 GOTO 1630
1590 IF (EPC-TE)>0 GOTO 1610
1600 ETALI=ETA*EPC/TE*(8-EPC)/(4*(6-EPC)) :GOTO 1660
1610 ETALI=ETA*(EPC/TE-((EPC^3/3-EPC^4/16-(EPC-TE)^3/3+(EPC-TE)^4/16)/(TE^2*(EPC+EPC*TE/4-EPC^2/4-TE/2-
TE^2/12))))
1620 GOTO 1660
1630 IF(EPC-TE)>0 GOTO 1650
1640 ETALI=ETA*EPC/TE*(3*EPC^2-4*EPC+2)/(2*EPC*(3*EPC-2)):GOTO 1660
1650 ETALI=ETA/TE*(EPC-(24*EPC^2-16-(EPC-TE)^3*(16-3*EPC+3*TE))/(4*(12*EPC-8-(EPC-TE)^2*(6-EPC+TE))))
1660 ON J GOTO 1670,1750,1690
1670 MI=.5*ETA-ETALI+.32941*ROBA*(SS2-SS1)
1680 RETURN
1690 SOMA=0
1700 FOR ENE=1 TO 9
1710 SOMA=SOMA+SSI(ENE)*(ENE/10-.5)
1720 NEXT
1730 MI=.5*ETA-ETALI+.18301*SOMA*ROBA
1740 RETURN
1750 SOMA=0
1760 FOR ENE=1 TO 9
1770 IF ENE=1 OR ENE=9 THEN ENEI=9 ELSE ENEI=2
1780 SOMA=SOMA+ENEI*SSI(ENE)*(ENE/10-.5)
1790 NEXT
1800 MI=.5*ETA-ETALI+.051471*ROBA*SOMA
1810 RETURN
1820 '
1830 ' *****
1840 ' * SUBROTINA QUE CALCULA MI1, PELOS QUATRO METODOS, EM FUNCAO DE NI E MI
1850 ' *****
1860 '
1870 ' *****
1880 ' * METODO DA NB-1/78
1890 ' *****
1900 '
1910 IF NI<.0005 THEN MINB1=MI:MI1MAX=MI:MI1MIN=MI:MI1DIN=MI:MI1PP=MI:MI1BA=MI:NIBA=0:VAR5="RUPTURA":GOTO 2620
1920 DEN=.85*NI+.5
1930 IF DEN<1 THEN DEN=1
1940 MINB1=MI-NI*LESH^2*5.5704E-04/DEN
1950 IF MINB1<=0 THEN MINB1=0
1960 '
1970 ' *****
1980 ' * METODO DO ACI 318-77
1990 ' *****
2000 '
2010 IF NI>=.32941 THEN FI=.7 ELSE FI=.9/(1+.86735*NI)
2020 IF J=1 THEN KA=.16 ELSE IF J=2 THEN KA=.1075 ELSE KA=1/15
2030 MI1MAX=MI*(1-(1.4*NI*LESH^2/FI)/(464.55+455163!*KA*ROBA))
2040 IF MI1MAX<=0 THEN MI1MAX=0
2050 MI1MIN=MI*(1-(1.7*NI*LESH^2/FI)/(328.49+455163!*KA*ROBA))
2060 IF MI1MIN<=0 THEN MI1MIN=0

```

```

2070 '
2080 ' *****
2090 ' * METODO DA DIN 1045/78
2100 ' *****
2110 '
2120 IF MI/NI>=3.5 THEN MI10IN=MI:GOTO 2280
2130 B=(LAM-20)/160
2140 MI10IN=(MI-NI*8*3.5)/(1-B)
2150 IF MI10IN/NI>=2.5 GOTO 2280
2160 MI10IN=MI-NI*(LAM-20)/160
2170 IF MI10IN/NI>=.3 GOTO 2280
2180 A=NI*(LAM-20)/100
2190 DELTA=(2*MI+A^2/NI)^2-4*(MI^2-.1*A^2)
2200 IF DELTA<0 AND ABS(DELTA)<.000001 THEN DELTA=0
2210 MI10IN=((2*MI+A^2/NI)-SQRT(DELTA))/2
2220 IF MI10IN<=0 THEN MI10IN=0
2230 '
2240 ' *****
2250 ' * METODO DO PILAR PADRAO
2260 ' *****
2270 '
2280 NIBA=NI:MIBA=MI:TEBA=TE:
2290 IF AVI=1 THEN MIPP=0:GOTO 2620
2300 TE=TEBA/15
2310 GOSUB 2700
2320 IF MIPP1<0 THEN MIPP=0:AVI=1:VAR$="INSTABILIDADE":GOTO 2620
2330 TE=14*TEBA/15
2340 GOSUB 2700
2350 MIPP=MIBA-NIBA*LESH^2*TEBA/10000
2360 IF MIPP>MIPP1 THEN VAR$="RUPTURA":GOTO 2620
2370 VAR$="INSTABILIDADE"
2380 TE0=0:TE4=TEBA:MI0=0:MI4=MIPP
2390 TE2=(TE0+TE4)/2:TE=TE2
2400 GOSUB 2700
2410 MI2=MIPP1
2420 TE1=(TE0+TE2)/2:TE=TE1
2430 GOSUB 2700
2440 MI1=MIPP1
2450 IF MI1<0 THEN TE4=TE1:MI4=MI1:GOTO 2390
2460 IF MI1>=MI0 AND MI1>=MI2 GOTO 2550
2470 TE3=(TE4+TE2)/2:TE=TE3
2480 GOSUB 2700
2490 MI3=MIPP1
2500 IF MI2>=MI1 AND MI2>=MI3 GOTO 2530
2510 IF (MI3-MI2)<.001 AND (MI3-MI4)<.001 THEN MIPP=MI3:GOTO 2620
2520 TE0=TE2:MI0=MI2:TE2=TE3:MI2=MI3:GOTO 2420
2530 IF (MI2-MI1)<.001 AND (MI2-MI3)<.001 THEN MIPP=MI2:GOTO 2620
2540 TE0=TE1:MI0=MI1:TE4=TE3:MI4=MI3:GOTO 2420
2550 IF (MI1-MI0)<.001 AND (MI1-MI2)<.001 THEN MIPP=MI1:GOTO 2620
2560 TE4=TE2:MI4=MI2:TE2=TE1:MI2=MI1:GOTO 2420
2570 '
2580 ' *****
2590 ' * IMPRESSAO DOS RESULTADOS
2600 ' *****

```

```
2610 '  
2620 LPRINT USING '#.###' ;NIBA;MISA;MIPP;MINB1;MI1MIN;MI1MAX;MI1DIN;  
2630 LPRINT VARS  
2640 RETURN  
2650 '  
2660 ' *****  
2670 ' * SUBROTINA QUE CALCULA MI1 EM FUNCAO DE TETA (METODO DO PILAR PADRAO)  
2680 ' *****  
2690 '  
2700 EPC=.9*TE-10  
2710 IF EPC<=0 THEN EPC=.000001  
2720 GOSUB 1210  
2730 EPCA1=EPC:NIA1=NI  
2740 EPC=2+3*TE/7  
2750 IF EPC>3.5 THEN EPC=3.5  
2760 GOSUB 1210  
2770 EPCA2=EPC:NIA2=NI  
2780 EPC=EPCA1+(NIBA-NIA1)*(EPCA2-EPCA1)/(NIA2-NIA1)  
2790 GOSUB 1210  
2800 IF ABS(NI-NIBA)<.0005 GOTO 2830  
2810 IF ABS(EPC-EPCA1)=ABS(EPC-EPCA2) THEN EPCA1=EPC:NIA1=NI:GOTO 2780  
2820 EPCA2=EPC:NIA2=NI:GOTO 2780  
2830 GOSUB 1580  
2840 MIPP1=MI-NI*LESH*2*TE/10000  
2850 RETURN
```


Referências bibliográficas

1. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, Detroit. *ACI 318-77; Building code requirements for reinforced concrete*. Detroit, 1977. 103 p.
2. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, Detroit. *ACI 318-77; Commentary on building code requirements for reinforced concrete*. Detroit, 1977. 132 p.
3. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, Detroit. *1980 supplement to ACI 318-77*. Detroit, 1980. 10 p.
4. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, Rio de Janeiro. *NB-1/78; Projeto e execução de obras de concreto armado*. Rio de Janeiro, 1978. 76 p.
5. COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON, Paris. *CEB-FIP Manual of buckling and stability*. Lancaster, Construction Press, 1978. 135 p. (CEB Bulletin d'information n° 123).
6. COMITÉ EURO-INTERNACIONAL DU BÉTON, Paris. *Code modèle CEB-FIP pour les structures en béton*. 3. ed. Paris, 1978. 336 p. (CEB Bulletin d'information n° 125).
7. DEUTSCHER AUSSCHUSS FÜR STAHLBETON, Berlin. *Bemessung von Beton - und Stahlbetonbauteilen*. 2. Aufl. Berlin, Wilhelm Ernst & Sohn, 1979. 195 p. (Heft 220).
8. DIN DEUTSCHES INSTITUT FÜR NORMUNG E.V., Berlin. *DIN 1045; concrete and reinforced concrete; design and construction*. Berlin, Beuth Verlag, 1978. 87 p.
9. FUSCO, Péricles Brasiliense. *Estruturas de concreto; solicitações normais*. Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1981. 464 p.
10. LEONHARDT, Fritz & MÖNNIG, Eduard. *Princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado*. In: —, *Construções de concreto*. 1. ed. Rio de Janeiro, Interciência, 1977. v.1.

11. MAC GREGOR, James G. et alii. *Design of slender concrete columns*. ACI Journal, Detroit, 67 (1): 6 - 28, jan. 1970.
12. MONTCOYA, P. Jimenez et alii. *Hormigón armado*. 7. ed. Barcelona, Gustavo Gili, 1974. 2. v.
13. PABLO, Juan J. Arenas de. *Cálculo de soportes rectangulares de hormigón armado en teoría de segundo orden*. Barcelona, Ed. Técnicos asociados, 1980. 111 p. 81 il.
14. PARK, Robert & PAULAY, Thomas. *Reinforced concrete structures*. New York, John Wiley & Sons, 1975. 769 p.
15. SANTOS, Lauro Modesto dos. *Cálculo de concreto armado segundo a NB-1/76 e o CEB/72*. São Paulo, Edgar Blücher, 1977. 409 p.
16. SANTOS, Lauro Modesto dos. *Cálculo de concreto armado segundo a NB-1/78 e o CEB*. São Paulo, Ed. LMS, 1981. 458 p.
17. SANTOS Lauro Modesto dos. *Notas de aula do curso de pós-graduação: Instabilidade nas estruturas de concreto armado*. São Paulo, EPUSP, 1983. (Não publicadas)
18. TIMOSHENKO, Stephen P. & GERE, James M. *Theory of elastic stability*. 2. ed. Tokyo, Mc Graw-Hill Kogakusha, s.d. 541 p.