UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO ESCOLA POLITÉCNICA

PEDRO LEO OLIVEIRA MARQUES

Análise térmica e estrutural da câmara de vácuo do *tokamak* TCABR sujeita ao processo de *baking*

São Paulo 2024

PEDRO LEO OLIVEIRA MARQUES

Análise térmica e estrutural da câmara de vácuo do *tokamak* TCABR sujeita ao processo de *baking*

Versão Corrigida

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração: Engenharia de Estruturas

Orientador: Prof. Dr. Ruy Marcelo de Oliveira Pauletti

São Paulo 2024

Este exemplar foi revisa responsabilidade única	ado e corrigido em relação à versão original, sob do autor e com a anuência de seu orientador.
São Paulo, 30 de abril o	de 2024
Assinatura do autor:	Peter Les O. Margues
Assinatura do orientado	r:

Catalogação-na-publicação

Marques, Pedro Leo Oliveira Análise térmica e estrutural da câmara de vácuo do tokamak TCABR sujeita ao processo de baking / P. L. O. Marques -- versão corr. -- São Paulo, 2024.

109 p.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica.

1.Fusão nuclear 2.Mecânica das estruturas 3.Transferência de calor 4.Vasos de pressão I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Estruturas e Geotécnica II.t. Nome: MARQUES, Pedro Leo Oliveira

Título: Análise térmica e estrutural da câmara de vácuo do tokamak TCABR sujeita ao processo de baking

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Aprovado em:

	Banca Examinadora
Prof. Dr.	
Instituição:	
Julgamento:	
Prof. Dr.	
Instituição:	
Julgamento:	
Prof. Dr.	
Instituição:	
Julgamento:	

AGRADECIMENTOS

À minha família e amigos, por todo o amor e apoio, especialmente durante os anos conturbados da pandemia de Covid-19.

Ao Prof. Dr. Ruy Marcelo de Oliveira Pauletti, pela orientação durante o trabalho e pelos conselhos sobre a vida.

Ao Dr. Juan Iraburu Elizondo, pela assistência inestimável fornecida durante a realização deste trabalho.

A todos os membros do Laboratório de Física de Plasmas, pela forma como fui bem recebido e acolhido.

Ao Prof. Dr. Joseph Youssif Saab Júnior, por colocar os recursos do Instituto Mauá de Tecnologia à disposição para que alguns resultados fossem produzidos.

À FAPESP, pois parte deste trabalho utilizou recursos oriundos do projeto Jovem Pesquisador intitulado "Desenvolvimento de um conjunto inovador de bobinas de controle de ELMs para o tokamak TCABR", processo n. 2022/04857-2, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), coordenado pelo Prof. Dr. Gustavo Paganini Canal.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

"The purpose of computing is insight, not numbers." (HAMMING, 1973, p. 3)

RESUMO

MARQUES, P. L. O. Análise térmica e estrutural da câmara de vácuo do tokamak **TCABR sujeita ao processo de baking.** 2024. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2024.

O TCABR é um tokamak de pequeno porte, localizado no Instituto de Física da Universidade de São Paulo, no Brasil. Ele está passando por um processo de melhorias, cujo objetivo principal é a instalação de um conjunto de bobinas capazes de suprimir modos de instabilidade produzidos no plasma em regime de alto confinamento. As melhorias também incluem a instalação de ladrilhos de grafite e um sistema de aquecimento, conhecido como sistema de baking, cujo objetivo é aquecer a câmara de vácuo do tokamak para remover impurezas de seu interior e melhorar a qualidade do plasma. Contudo, a câmara do TCABR não foi projetada com o baking em mente, e as tensões de origem térmica produzidas durante o processo podem danificar sua estrutura. Este trabalho analisa se um sistema de baking utilizando aquecimento ôhmico poderia ser instalado na câmara de vácuo do TCABR sem o risco de haver danos estruturais. Um modelo analítico de transferência de calor foi desenvolvido para estimar os fluxos de calor necessários para aquecer a câmara e os ladrilhos de grafite à temperatura de 200 °C. Também foram desenvolvidos modelos térmicos e estruturais com base no método dos elementos finitos, utilizando o software ANSYS Workbench®. Eles foram resolvidos nos regimes permanente e transiente, com formas distintas de aquecimento da câmara. Utilizou-se um acoplamento unidirecional entre modelos, do térmico ao estrutural, para incluir os efeitos do campo de temperaturas resultante do modelo térmico na análise estrutural. Os efeitos da gravidade e diferença de pressão também foram incluídos. A norma técnica Boiler and Pressure Vessel Code, da ASME, foi utilizada para se avaliar as tensões resultantes dos modelos. Observou-se pelos resultados que a forma como o calor é fornecido à câmara, em função do tempo, e a distribuição geométrica dos elementos aquecedores exercem grande influência nas tensões produzidas. Em todos os casos as tensões atuantes na câmara estiveram abaixo do limite definido pela norma técnica, mas as tensões em outros componentes alcançaram valores acima do limite de escoamento de seu material. Seria necessário um novo projeto destes componentes, para remover as regiões de concentração de tensão.

Palavras-chave: Fusão nuclear. Mecânica das estruturas. Transferência de calor. Vasos de pressão.

ABSTRACT

MARQUES, P. L. O. Thermal and structural analysis of TCABR tokamak vacuum vessel subject to baking process. 2024. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2024.

TCABR is a small-sized tokamak located at the Physics Institute of the University of São Paulo, in Brazil. It is planned to undergo an extensive upgrade, its main purpose being the installation of a coil set capable of suppressing instabilities in high confinement mode plasmas. The upgrade also includes a set of graphite tiles and a heating system, also known as baking system. Its goal is to heat the tokamak's vacuum vessel inner walls in order to release impurities and improve plasma guality. However, this tokamak was not designed considering baking as a possible wall conditioning technique, and the thermal stresses produced during the process might damage its structure. This work analyzes whether a baking system with ohmic heating could be installed on TCABR's vacuum vessel without the risk of causing structural damage. An analytical heat transfer model was developed to estimate the heat fluxes required to heat the vessel and graphite tiles to 200 °C. Thermal and structural models were developed using the finite element method software ANSYS Workbench®. They were solved in the permanent and transient states, with different baking system setups and heating methods. The temperature fields from the thermal models were used to calculate the thermal stresses in the structural models, along with the effects of gravity and vacuum pressure, through a one-way coupling between models. The ASME Boiler and Pressure Vessel Code was used to evaluate the magnitude of stresses produced on the models. It was found that the heating functions used for the baking system, as well as the spatial distribution of heating elements, exert great influence on the resulting stresses. In all models the stresses produced in the vacuum vessel by the baking process were below the limit defined by the ASME stress code, but the stresses on other components surpassed their material's yield strength. A redesign of these components would be necessary to remove their stress concentration regions.

Keywords: Nuclear fusion. Structural mechanics. Heat transfer. Pressure vessels.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Configuração esquemática das bobinas de um tokamak4
Figura 2 – Tokamak TCABR do Instituto de Física da USP5
Figura 3 – a) Modelo 3D do tokamak SST-1. b) Modelo de elementos finitos utilizado.
Figura 4 – a) Modelo 3D do tokamak EAST. b) Estrutura de suporte de baixa rigidez.
9
Figura 5 – Mecanismos de troca de calor considerados na análise do KSTAR10
Figura 6 – a) Câmara de vácuo do tokamak T15-MD. b) disposição de aquecedores
ôhmicos12
Figura 7 – Tensões equivalentes no tokamak HL-2M no modelo sem restrições de
movimento13
Figura 8 – Distribuição de temperaturas no tokamak KTM após 50 horas de baking.
Figura 9 – Fluxos de calor através de um elemento tridimensional21
Figura 10 – Parâmetros geométricos do método das linhas cruzadas
Figura 11 – Elemento utilizado para equações de equilíbrio
Figura 12 – Domínio bidimensional parcialmente dividido em elementos finitos
triangulares
Figura 13 – a) Elemento de aleta de espessura t. b) Elemento diferencial extraído da
aleta
Figura 14 – Elemento retangular de 4 nós. a) Translação das coordenadas. b)
Coordenadas naturais de cada nó40
Figura 15 – Elemento retangular de 4 nós com fluxos de calor em cada aresta do
elemento44
Figura 16 – Modelo geométrico da câmara de vácuo do TCABR. Manta isolante
exibida em verde52
Figura 17 – a) Peça de encaixe no TCABR. b) Peça de conexão e elemento isolante,
em branco53
Figura 18 – Projeto atual dos ladrilhos de grafite e trilho de suporte54
Figura 19 – Vista em corte dos componentes modelados geometricamente55

Figura 20 – Cenários de aquecimento com fluxos de calor a) distribuídos, e b)
localizados, aplicados nas faces externas da câmara56
Figura 21 – Mecanismos de troca de calor por radiação e convecção presentes no
modelo
Figura 22 – Modelo unidimensional de troca de calor 60
Figura 23 – Parâmetros da correlação utilizada na face inboard
Figura 24 – Diferença entre os métodos de aquecimento a) "degrau", e b) "rampa".71
Figura 25 – Temperaturas produzidas no modelo 1
Figura 26 – Campos de temperatura para a) câmara de vácuo, e b) ladrilhos de
grafite76
Figura 27 – Temperaturas na câmara de vácuo e ladrilhos de grafite obtidas no
modelo 2
Figura 28 – Temperaturas na câmara de vácuo no modelo 3
Figura 29 – Temperaturas nos ladrilhos de grafite no modelo 3
Figura 30 – Tensões equivalentes produzidas em todo o sistema analisado no
modelo 3
Figura 31 – Tensão equivalente máxima atuante na câmara de vácuo no modelo 3.
Figura 32 – Campo de tensões equivalentes atuando em um dos trilhos de suporte
no modelo 3
Figura 33 – Temperaturas produzidas na câmara de vácuo no modelo 4, ao final da
simulação82
Figura 34 – Temperaturas produzidas nos ladrilhos de grafite no modelo 4, ao final
da simulação82
Figura 35 – Região onde ocorreu a tensão equivalente máxima no sistema 85
Figura 36 – Temperaturas obtidas na câmara de vácuo no modelo 5, ao término da
simulação
Figura 37 – Temperaturas obtidas nos ladrilhos de grafite no modelo 5, ao término
da simulação86
Figura 38 – Tensões equivalentes na câmara de vácuo no modelo 5, ao término da
simulação
Figura 39 – Temperaturas na câmara de vácuo produzidas no modelo 6 89
Figura 40 – Temperaturas nos ladrilhos de grafite produzidas no modelo 6 89
Figura 41 – Tensões equivalentes produzidas no modelo 6 90

Figura 42 – Temperaturas produzidas na câmara de vácuo no modelo 7, ao término
da simulação91
Figura 43 – Temperaturas obtidas nos ladrilhos de grafite no modelo 7, ao término
da simulação92
Figura 44 – Tensões equivalentes produzidas no sistema analisado no modelo 7…93
Figura 45 – Região onde ocorre máxima tensão equivalente na câmara de vácuo, no
modelo 795
Figura 46 – Em vermelho, regiões com valores de tensão excessivos nos trilhos de
suporte96

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Curvas de coeficientes de convecção natural para cada face da manta	а
isolante	64
Gráfico 2 – Evolução das temperaturas na câmara de vácuo no modelo 4	83
Gráfico 3 – Evolução das temperaturas nos ladrilhos de grafite no modelo 4	83
Gráfico 4 – Evolução das tensões equivalentes máximas no modelo 4	84
Gráfico 5 – Evolução das temperaturas na câmara de vácuo no modelo 5	86
Gráfico 6 – Evolução das temperaturas nos ladrilhos de grafite no modelo 5	87
Gráfico 7 – Evolução das tensões equivalentes máximas no modelo 5	88
Gráfico 8 – Evolução das temperaturas na câmara de vácuo no modelo 7	92
Gráfico 9 – Evolução das temperaturas nos ladrilhos de grafite no modelo 7	93
Gráfico 10 – Evolução das tensões equivalentes máximas no modelo 7	94

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Derivadas parciais de cada função de interpolação em relação a r e s 42
Tabela 2 – Propriedades térmicas dos materiais presentes no modelo
Tabela 3 – Correlações de número de Nusselt utilizadas para cada face externa62
Tabela 4 – Valores de $h, q \in Tm$ obtidos pelo modelo analítico
Tabela 5 – Valores de fluxo de calor calculados para modelos com aquecimento
distribuído64
Tabela 6 – Propriedades físicas dos materiais presentes no modelo estrutural67
Tabela 7 – Características de cada modelo desenvolvido72
Tabela 8 – Números de elementos e nós em cada análise de cada modelo73
Tabela 9 – Temperaturas das faces externas da manta em cada modelo
desenvolvido77
Tabela 10 – Perdas de calor para o ambiente por convecção natural e por radiação.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
3	METODOLOGIA	17
4	CONCEITOS TEÓRICOS	19
4.1	Transferência de Calor	19
4.1.1	Condução	20
4.1.2	Convecção	23
4.1.3	Radiação	27
4.2	Termoelasticidade	30
4.3	Método dos Elementos Finitos	36
4.4	Norma da ASME	47
5	DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS	51
5.1	Caracterização geométrica do sistema	51
5.2	Modelo de transferência de calor	55
5.3	Modelo estrutural	65
5.4	Modelos de elementos finitos desenvolvidos no Ansys Workbench	®.69
6	RESULTADOS	75
6.1	Modelo 1	75
6.2	Modelo 2	77
6.3	Modelo 3	78
6.4	Modelo 4	81
6.5	Modelo 5	85
6.6	Modelo 6	89
6.7	Modelo 7	91
7	DISCUSSÃO	97
8	CONCLUSÃO	103
	REFERÊNCIAS	107

1 INTRODUÇÃO

O Brasil vivenciou, em 2023, o seu inverno mais quente dos últimos 61 anos (G1, 2023). A cidade do Rio de Janeiro registrou o segundo dia mais quente do ano neste inverno, com 32 °C. Em São Paulo a temperatura também ultrapassou 32 °C nos dias 23 e 24 de agosto, em pleno inverno. Em fevereiro deste ano, o município de São Sebastião, no litoral norte de São Paulo, passou por um período de chuvas intensas. Na praia de Bertioga houve um acúmulo de chuva de 638 mm em 24 horas, o maior valor já registrado na história do Brasil. Diversas casas foram danificadas ou destruídas devido aos alagamentos e deslizamentos de terra. Além dos graves danos materiais sofridos pelo município, houve 40 óbitos e mais de duas mil pessoas ficaram desabrigadas ou desalojadas (BRASIL DE FATO, 2023).

Estes fenômenos têm relação direta com as mudanças climáticas, provocadas pela emissão de gases de efeito estufa (NAZAR, 2023). A emissão de gases como dióxido de carbono e metano na atmosfera provoca um fenômeno em que o calor irradiado pela superfície da Terra, em direção ao espaço, não consegue escapar completamente da atmosfera. Parte deste calor volta ao planeta, provocando um aumento em sua temperatura. A temperatura média do mundo já aumentou 1,1 °C desde o período pré-industrial, e conforme a temperatura média do planeta aumenta, também aumenta a frequência de eventos climáticos extremos como ondas de calor, ondas de frio extremo, períodos de seca e períodos de chuva intensa, como a vista em São Sebastião (NAZAR, 2023).

De acordo com o relatório do Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas, aproximadamente 3,3 a 3,6 bilhões de pessoas vivem em situações altamente vulneráveis às mudanças climáticas (INTERGOVERNMENTAL PANEL ON CLIMATE CHANGE, 2023). O relatório afirma que será extremamente improvável impedir que o planeta atinja um aumento de temperatura menor do que 1,5 graus Celsius. Para se alcançar este valor, as emissões globais de gases de efeito estufa deveriam ser reduzidas imediatamente, chegando a quase metade dos níveis atuais em 2030. Com as políticas de redução atualmente implementadas pelos governos do mundo, o aumento da temperatura global seria de 3,2 °C até 2100.

Tendo em vista a gravidade dos eventos climáticos que estão ocorrendo devido ao aumento de 1,1 °C, pode-se perceber a importância de se reduzir as emissões de gases de efeito estufa o mais rápido possível.

Infelizmente, esta não é uma tarefa fácil. O mundo como o conhecemos foi construído e é movido à base dos combustíveis fósseis. Em 2021, combustíveis fósseis como petróleo, carvão e gás natural supriram 66% da energia final consumida no mundo, enquanto 19,5% foram supridos em forma de eletricidade. Entretanto, mais de 60% da eletricidade mundial foi produzida pela queima de combustíveis fósseis (INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY, 2022). Portanto, apesar de as fontes renováveis terem passado a contribuir de forma mais significativa à produção de eletricidade ao longo das últimas décadas, somente cerca de 7,8% da eletricidade mundial é produzida por fontes renováveis ou energia nuclear.

Embora as fontes de energia como eólica, solar, hidrelétrica e biocombustíveis tenham um papel importante a cumprir no combate às mudanças climáticas, outra fonte de energia vem ganhando destaque pelas possibilidades e vantagens que poderia apresentar: a fusão nuclear.

A fusão nuclear ocorre quando dois átomos conseguem se aproximar o suficiente para que a força de atração entre seus núcleos, devido à força forte nuclear, supere a repulsão provocada pela força eletromagnética, e os dois núcleos se unam. A partir desta união são formados novos produtos e ocorre liberação de energia, devido a uma leve diferença de massa entre os produtos da fusão, mais leves, e os núcleos que sofreram o processo de fusão, mais pesados (INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY, 2012).

Um exemplo deste processo é a reação que ocorre entre deutério e trítio, dois isótopos do hidrogênio, descrita pela equação (FREIDBERG, 2007):

$$D + T \rightarrow \alpha + n + 17,6 \, MeV \tag{1.1}$$

Nesta reação são produzidos um nêutron, uma partícula alfa, e 17,6 *MeV* de energia, na forma de energia cinética dos produtos da reação. A título de comparação, a reação de combustão de duas moléculas de octano, principal componente da

gasolina, produz 94 *eV*. Isto significa que, enquanto a combustão do octano teria uma densidade energética de aproximadamente 40 MJ/kg, este valor para a reação entre deutério e trítio seria de $338 \times 10^6 MJ/kg$ (FREIDBERG, 2007). Pode-se ver claramente a diferença em ordens de grandeza entre a energia liberada por unidade de massa através das duas reações.

Além da capacidade de produzir enormes quantidades de energia com uma quantidade consideravelmente baixa de combustível, a produção de eletricidade por fusão nuclear também apresenta outros atrativos. O deutério existe em abundância na água, e o trítio pode ser produzido a partir do lítio, também abundante na crosta terrestre. Além disso, a reação de fusão não produz gases de efeito estufa, não produz rejeitos radioativos como a fissão nuclear, não seria dependente das condições climáticas, como as fontes de energia eólica e solar, e não há o risco de proliferação nuclear (INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY, 2012).

Apesar de todas essas vantagens, produzir eletricidade por reações de fusão nuclear não é uma tarefa fácil. Devido à intensidade da repulsão eletrostática, os isótopos de deutério e trítio precisam alcançar valores elevados de energia cinética – e, portanto, temperatura – e serem mantidos nessa condição por tempo suficiente para que as reações possam ocorrer. Devido a esta necessidade, este processo é denominado de fusão termonuclear (CANAL, 2014). Dentre os tipos de dispositivos concebidos para produzir energia a partir da fusão nuclear, o mais relevante para o presente trabalho é o *tokamak*.

Um tokamak é um dispositivo capaz de produzir reações de fusão nuclear gerando um plasma através de campos eletromagnéticos. O termo é um acrônimo da expressão russa "toroidalnaya kamera i magnitnaya katushka", que pode ser traduzida como "câmara toroidal e bobinas magnéticas" (ITER, 2008). Há dois elementos principais que caracterizam um reator do tipo tokamak: uma câmara de vácuo e bobinas eletromagnéticas. A câmara de vácuo é uma estrutura metálica de forma toroidal, com diversos possíveis formatos de seção transversal. Em seu interior ocorre a formação do plasma, e ela deve ser mantida sob vácuo antes da injeção do gás, para evitar que este ceda parte de sua energia cinética a outros átomos e moléculas, e para que estes não aumentem a perda de energia do sistema, reduzindo sua

temperatura e tornando mais difícil a ocorrência de reações (SONG ET AL., 2014).

As bobinas eletromagnéticas, por sua vez, são os elementos responsáveis de fato pela produção do plasma a partir do gás. Há três tipos principais de bobinas utilizadas em um *tokamak*: bobinas de campo toroidal, bobinas de campo poloidal e as bobinas que formam o solenoide central, dispostas conforme a Figura 1. Os campos magnéticos produzidos por estas bobinas, quando sobrepostos, produzem um campo magnético toroidal e helicoidal capaz de ionizar o gás, transformando-o em plasma, e confiná-lo dentro da câmara de vácuo (STACEY, 2010).



Figura 1 – Configuração esquemática das bobinas de um tokamak. Fonte: International Atomic Energy Agency (2012).

O Instituto de Física da Universidade de São Paulo possui um *tokamak* de pesquisa chamado TCABR, localizado no Laboratório de Física de Plasmas e ilustrado na Figura 2. Este *tokamak* foi adquirido da Escola Politécnica Federal de Lausanne, na Suíça, após esta construir para si mesma um novo *tokamak*, denominado TCV (PAULETTI, 1994). O TCABR está passando por um processo de melhorias, cujo objetivo principal é testar o uso de bobinas do tipo *Resonant Magnetic Perturbation* (RMP) para suprimir instabilidades de plasma denominadas *Edge Localized Modes* (ELM), que surgem em plasmas produzidos no regime de alto confinamento e limitam severamente a vida útil de componentes do reator (SALVADOR, 2022). A supressão destas instabilidades seria fundamental para se desenvolver usinas elétricas com

reatores de fusão nuclear (SALVADOR, 2022).

As melhorias previstas para o TCABR também incluem a instalação de ladrilhos de grafite em todo o interior da câmara de vácuo, formando uma nova primeira parede para o plasma, e a instalação de um sistema de aquecimento, também chamado de sistema de *baking*.



Figura 2 – Tokamak TCABR do Instituto de Física da USP. Fonte: Universidade de São Paulo (2011).

Este sistema tem como objetivo aquecer a câmara de vácuo e todos os componentes presentes em seu interior, para estimular a liberação de átomos e moléculas aderidos, por absorção e adsorção, às faces dos componentes e da câmara de vácuo (JOUSTEN, 2016). O aquecimento da câmara faz com que estas partículas sejam liberadas das superfícies no interior da câmara e posteriormente removidas por bombas de vácuo (ITER, 2010). Isto evitaria que elas fossem liberadas durante a operação do *tokamak*, poluindo o plasma e reduzindo sua temperatura através da emissão de radiação, por exemplo do tipo *bremsstrahlung* (FREIDBERG, 2007).

O sistema de *baking* inicialmente proposto seria formado por placas metálicas aquecidas por corrente elétrica, passando por filamentos posicionados na parte inferior das placas. Estes elementos seriam instalados nas paredes externas da câmara de vácuo. Um sistema de *baking* formado por estes elementos faria com que a câmara fosse aquecida inicialmente nas várias regiões em que estes elementos

estivessem dispostos. O calor gerado seria difundido pela estrutura até que se atingisse uma condição de regime permanente.

Isto pode gerar um problema, pois a câmara de vácuo é feita de aço inoxidável, um material com condutividade térmica relativamente baixa. Este aquecimento produziria gradientes de temperaturas na câmara, o que geraria tensões de origem térmica em sua estrutura. Estas tensões, dependendo de suas magnitudes, podem causar deformações e danos indesejados ao equipamento, e poderia ser particularmente danoso para regiões de concentração de tensão, como as uniões entre a câmara e suas janelas de acesso. Estas janelas são soldadas ao corpo toroidal da câmara por seu lado interno, e se surgisse uma trinca nestas soldas que comprometesse a formação do vácuo, o *tokamak* teria que ser inteiramente desmontado para se refazer a solda, o que geraria custos ao laboratório e interrupção dos experimentos por vários meses.

Em suma, considerando a necessidade do laboratório de instalar um sistema de *baking* no TCABR para melhorar a qualidade do vácuo produzido dentro de sua câmara de vácuo e obter melhores resultados em seus experimentos, mas sem produzir danos estruturais à máquina, o presente trabalho busca estudar o comportamento térmico e mecânico da câmara de vácuo – e de outros componentes relevantes – quando estes são sujeitos ao processo de *baking*, e avaliar as tensões produzidas, para verificar se este sistema de aquecimento poderia ser instalado no TCABR. Este trabalho também analisa a influência que certos parâmetros de um eventual sistema de *baking*, como a distribuição dos elementos de aquecimento, exerce na eficácia do processo e nas tensões produzidas na estrutura. Encontrar uma configuração adequada para este sistema seria importante para melhorar a qualidade dos resultados produzidos pela equipe do laboratório, especialmente nos estudos relacionados às instabilidades do tipo ELM, colocando-o em uma posição de destaque na pesquisa mundial em fusão nuclear.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Inicialmente será exposto um sumário bibliográfico, com um resumo dos artigos científicos mais pertinentes ao objeto de estudo deste trabalho, ou seja, os efeitos do *baking* na câmara de vácuo de *tokamaks*. Em seguida serão expostas as conclusões extraídas da revisão bibliográfica.

Santra et al. (2009) estudaram as tensões produzidas devido às condições térmicas e estruturais presentes na câmara de vácuo e câmara criogênica do tokamak SST-1, localizado na Índia, em dois cenários de baking: o primeiro a 150 °C e o segundo, a 250 °C. Eles avaliaram se os valores encontrados estavam dentro dos limites estabelecidos pela norma da American Society of Mechanical Engineers (ASME) denominada Boiler and Pressure Vessel Code. O tokamak SST-1 é um dispositivo de médio porte, que pode ser considerado uma estrutura de paredes finas, e cujo aquecimento é realizado por gás nitrogênio a altas temperaturas circulando por canais ao redor da câmara de vácuo. Sua câmara de vácuo e câmara criogênica são feitas de aço inoxidável SS 304L, cuja tensão de escoamento e limite de resistência são 281 MPa e 554 MPa, respectivamente. Para realizar a análise térmica e estrutural, utilizou-se o pacote de elementos finitos ANSYS. Para utilizá-lo, a geometria da estrutura foi replicada em um programa de CAD. Devido à simetria, somente 1/16 da estrutura foi modelado e utilizado para as simulações. O modelo de elementos finitos foi construído com elementos de casca tridimensionais Shell 57 e Shell 41, e resultou em uma geometria com 8948 nós e 16379 elementos. As cargas estruturais consideradas foram o peso próprio da máquina e a diferença de pressão entre o interior da câmara (sob vácuo) e o exterior, sob pressão atmosférica. As cargas térmicas consideradas foram os processos de baking para a estrutura inicialmente a 25 °C com gás nitrogênio fluindo a 150 °C, em uma simulação, e 250 °C na simulação seguinte. Os efeitos de troca de calor considerados foram condução e convecção, sem radiação. A Figura 3 ilustra esquematicamente o tokamak SST-1 e o modelo de elementos finitos construído para se realizar as simulações.



Figura 3 – a) Modelo 3D do tokamak SST-1. b) Modelo de elementos finitos utilizado. Fonte: Santra et al. (2009).

Nas simulações de Santra et al. (2009) o processo de *baking* a 150 °C levou 11,4 horas para atingir o regime permanente e a máxima tensão obtida neste caso foi 524 MPa em compressão. O *baking* a 250 °C levou 11 horas para atingir o regime permanente, e a máxima tensão obtida foi 944 MPa em compressão. Os valores analíticos calculados pelos autores foram 508 MPa e 840 MPa. O limite de tensão calculado pela norma foi de 562 MPa. Desta forma, os autores concluíram que o *baking* a 250 °C geraria tensões que ultrapassariam o limite definido pela norma, enquanto o processo a 150 °C estaria dentro do limite e poderia ser uma opção viável para a implementação deste sistema de aquecimento no SST-1.

Song et al. (2006) estudaram as tensões desenvolvidas na câmara de vácuo do *tokamak* EAST, cujo objetivo é gerar plasmas de longa duração. Sua câmara de vácuo tem seção transversal em forma de "D" com janelas de acesso horizontais e verticais, e é formada por 16 partes iguais, soldadas na etapa de construção da máquina para formar o corpo toroidal. A estrutura é feita de aço inoxidável SS 316L. Antes da operação do dispositivo, a câmara seria aquecida a 250 °C por meio de gás nitrogênio a 350 °C e aquecedores elétricos, estes instalados nas janelas de acesso. Como forma de evitar tensões excessivas, foram projetadas estruturas de suporte para a máquina com baixa rigidez na direção radial, permitindo que a câmara tenha maior capacidade de sofrer movimentos radiais, aliviando parte dos esforços que surgiriam se os suportes fossem rígidos. A Figura 4 mostra o modelo geométrico deste *tokamak* e um dos suportes projetados.



Figura 4 – a) Modelo 3D do tokamak EAST. b) Estrutura de suporte de baixa rigidez. Fonte: Song et al. (2006).

Song et al. (2006) também consideraram somente uma das 16 seções que formam a câmara do *tokamak*, assim como Santra et al. (2009). O software utilizado para a simulação foi o NASTRAN, e o modelo empregou elementos tridimensionais. Os autores não entraram em detalhes sobre os tipos de elementos finitos utilizados e a malha obtida. A análise resultou, para o processo de *baking*, em uma tensão máxima de 396 MPa, que está dentro do limite de 441 MPa calculado para este equipamento pela norma da ASME.

Cho et al. (2001) analisaram os efeitos do *baking* na câmara de vácuo do *tokamak* KSTAR, localizado na Coreia do Sul. Este *tokamak* tem uma câmara de vácuo com parede dupla, e entre estas paredes passam os fluidos utilizados no aquecimento e resfriamento da máquina. O processo de *baking* nesta máquina é realizado com gás nitrogênio, e o resfriamento é feito com água. Definiu-se para o processo de *baking* temperaturas alvo de 250 °C para a câmara de vácuo e 350 °C para os componentes dentro da câmara. Como este *tokamak* não é formado por seções iguais, como o EAST ou o SST-1, a análise térmica e estrutural teve de ser realizada com um modelo completo da câmara. O artigo também definiu alguns parâmetros do sistema de tubulação por onde passam os fluidos, de forma que as condições desejadas de *baking* fossem atingidas.



Figura 5 – Mecanismos de troca de calor considerados na análise do KSTAR. Fonte: Cho et al. (2001)

Cho et al. (2001) incluíram tanto a convecção quanto a radiação em suas análises. A Figura 5 mostra esquematicamente as trocas de calor consideradas entre os componentes do *tokamak*. As simulações de transferência de calor foram realizadas no Fluent®, software de dinâmica dos fluidos computacional, e as temperaturas atingidas pela câmara situaram-se entre 250 e 260 graus Celsius. A análise estrutural foi feita através do ANSYS Workbench® e resultou em um valor máximo de tensão de 238 MPa em uma das estruturas de suporte. Pelo critério do ASME *Boiler and Pressure Vessel Code*, o limite seria de 347 MPa. Portanto, o valor de tensão encontrado está dentro do limite permitido. As máximas tensões na câmara foram 210 MPa, na parede interna, e 197 MPa, na parede externa.

Kim et al. (2008) também estudaram o processo de *baking* do KSTAR. Porém, o trabalho destes autores entra em mais detalhes sobre os carregamentos considerados nas análises estruturais da câmara de vácuo do KSTAR e aborda a fabricação da câmara de vácuo. As análises estruturais consideraram seis tipos de carregamentos: Peso próprio, pressão do fluido de resfriamento (utilizado na câmara criogênica), pressão de vácuo, temperaturas produzidas pelo *baking*, forças eletromagnéticas e forças sísmicas. Os efeitos dos carregamentos foram estudados isoladamente e combinados de formas diferentes, para simular processos diferentes. No cenário envolvendo *baking*, a tensão máxima obtida foi de 213 MPa. Este valor é menor do que o encontrado em Cho et al. (2001) e ainda está abaixo do limite

calculado pela norma da ASME.

Feldshteyn et al. (1995) realizaram uma análise térmica e estrutural do tokamak TPX durante o processo de baking. Essa análise foi feita pelo método dos elementos finitos, considerando o projeto que havia sido concebido até então. O TPX foi projetado com uma câmara de vácuo com parede dupla, que seria utilizada para guardar água boricada como proteção contra os nêutrons produzidos durante sua operação. Para efetuar o processo de baking, esta água seria substituída por vapor d'água a 400 °C. A meta dos autores era aquecer todos os componentes da câmara de vácuo a temperaturas entre 325 e 375 graus Celsius, mantendo os valores das tensões produzidas dentro do limite permitido. O aquecimento ocorreria por condução através das paredes da câmara, convecção forçada entre as paredes e o vapor de água circulando no espaço formado entre as paredes duplas da câmara, e por radiação entre as faces internas da câmara e os componentes presentes dentro dela. Foram realizadas duas análises transientes do processo, com dois cenários diferentes. O primeiro considerou um fluxo contínuo de vapor a 400 graus Celsius, 150 kPa e com vazão de 0,14 kg/s. Neste cenário, a diferença de temperaturas na câmara chegou no máximo a 60 °C nas primeiras 20 a 25 horas do processo, mas este modo de operação falhou em atingir temperaturas entre 325 e 375 °C em 48 horas. O segundo cenário considerou um modo de baking pulsado, em que o vapor é alimentado à câmara com o dobro da velocidade do modo anterior por 15 minutos, e em seguida é mantido entre as paredes duplas da câmara por 15 minutos, para permitir o acúmulo de vapor para a descarga seguinte. Isto também permite que a câmara absorva e espalhe o calor de forma mais uniforme durante os 15 minutos que antecedem a próxima descarga de vapor. Realizando o baking desta forma, alcançou-se a meta de 350 °C em 30 horas, partindo de uma condição inicial de 100 °C. A máxima diferença de temperaturas ocorreu na primeira 1,5 hora do processo. A tensão máxima atingida foi de 319 MPa, abaixo do limite de 370 MPa definido pelos autores.

Khvostenko et al. (2019) realizaram um estudo experimental do processo de *prebaking* da câmara de vácuo do tokamak T-15MD, a ser construído no Instituto Kurchatov, na Rússia. A câmara passou por um processo de aquecimento, da mesma forma como seria aquecida quando o *tokamak* estivesse pronto, para verificar se as soldas da câmara resistiriam às tensões produzidas durante o processo. Esta câmara

de vácuo possui 152 janelas soldadas ao redor da câmara. Em seu interior serão instalados divertores com resfriamento ativo, ladrilhos de grafite e bobinas de estabilização do plasma, mas o artigo não deixa claro se os componentes estavam presentes dentro da câmara durante o estudo. O *prebaking* foi realizado com aquecedores ôhmicos, dispostos tanto no exterior quanto no interior da câmara. Eles são formados por fios feitos de liga de Ni-Cr, com 1,2 mm de diâmetro e resistência elétrica de 1 Ω/m , envoltos por um tubo de aço inoxidável. A câmara e os aquecedores foram então cobertos com duas camadas de uma manta termicamente isolante, feita de lã de basalto, cada camada com 50 mm de espessura. A Figura 6 ilustra a câmara de vácuo e a forma como os aquecedores foram dispostos em uma região externa da câmara.



Figura 6 – a) Câmara de vácuo do tokamak T15-MD. b) disposição de aquecedores ôhmicos. Fonte: Khvostenko et al. (2019).

A meta de Khvostenko et al. (2019) era conseguir atingir temperaturas de 220 °C durante o processo, com uma diferença máxima de 60 °C entre as temperaturas mínima e máxima. Para isto, a temperatura na câmara foi monitorada por 109 termopares, e o aumento da temperatura durante o processo foi limitado a 7 °C/hora para evitar tensões excessivas. Contudo, a temperatura máxima obtida foi de 187 °C após 55 horas. A diferença máxima de temperaturas obtida foi de 60 °C, mas os autores não conseguiram aumentar a temperatura máxima na câmara sem aumentar esta diferença. Após o processo não foi observado nenhum vazamento pelas soldas. Embora não aborde as tensões produzidas durante o *prebaking*, o sistema de *baking* utilizado no T-15MD é o mais próximo do que se deseja instalar no TCABR dentre os artigos encontrados na literatura, já que ele consiste somente de aquecimento ôhmico.
Huang et al. (2022) estudaram o processo de baking do tokamak HL-2M, localizado na China, tanto por simulações numéricas quanto por experimentos físicos. O HL-2M é um tokamak de médio porte. Sua câmara de vácuo é feita de Inconel 625 e possui 3 metros de altura, raio interno de 1 metro e raio externo de 2,61 metros. Ela também possui um sistema de parede dupla, cada parede com 5 mm de espessura e uma distância de 20 mm entre elas. O baking deste tokamak é realizado tanto por circulação de gás nitrogênio aquecido, na cavidade entre as paredes duplas da câmara, quanto por aquecedores ôhmicos, dispostos na parede externa da câmara em regiões onde não foi possível instalar os canais de circulação do gás nitrogênio. Esta câmara possui cinco suportes deslizantes que permitem deslocamentos na direção radial. Os autores analisaram, por meio de simulações numéricas, alguns cenários. No primeiro, a câmara possuía total liberdade de movimento na direção radial. Nos outros, os autores impuseram limites de deslocamento radial para um ou mais dos suportes da câmara, variando de 1 a 5 mm. Em todos os cenários a temperatura de baking foi de 120 °C. Os carregamentos considerados para o cálculo de tensões foram o processo de baking, o peso próprio dos componentes, vácuo no interior da câmara, pressão de 0,4 MPa na cavidade entre as câmaras, e pressão atmosférica na parede externa da câmara. O modelo de elementos finitos utilizou 621928 elementos e 818394 nós, mas os autores também não esclarecem qual tipo de elemento finito foi utilizado.



Figura 7 – Tensões equivalentes no tokamak HL-2M no modelo sem restrições de movimento. Fonte: Huang et al. (2022)

Huang et al. (2022) constataram que, quando não havia nenhuma restrição ao movimento dos suportes deslizantes, as tensões máximas ficaram abaixo do limite definido pela norma da ASME, atingindo um máximo de 145 MPa, conforme a Figura 7. Porém, quando um dos suportes estava limitado a deslocamentos menores ou iguais a 2 mm, as tensões obtidas deixavam de satisfazer a um dos critérios definidos pela norma, alcançando um máximo de 597,78 MPa. Quando dois suportes estavam restritos, as tensões máximas obtidas foram ainda maiores, chegando a 671,6 MPa.

Por fim, Tanchuk et al. (2018) estudaram o aquecimento da câmara de vácuo e dos *Plasma Facing Components* (PFCs) do *tokamak* KTM, localizado no Cazaquistão. Este *tokamak* também é de médio porte, com uma câmara de vácuo de 2,4 metros de altura e 2,91 metros de diâmetro externo. O propósito deste *tokamak* é estudar a viabilidade de diversos materiais para serem usados como primeira parede do ITER e DEMO. O objetivo dos autores era avaliar se o sistema de *baking* proposto para o KTM seria capaz de aquecer o sistema até a temperatura de 200 °C, com uma diferença máxima de 50 a 70 graus Celsius em toda a câmara. O sistema proposto é composto por aquecedores ôhmicos, dispostos nas paredes externas da câmara, exceto na parede *inboard*, ou seja, a que está mais próxima do eixo central do *tokamak*. Optou-se por usar o solenoide central do *tokamak* para induzir corrente elétrica nesta região, aquecendo-a pelo efeito Joule. A câmara também foi coberta por uma manta de isolamento térmico.

O modelo térmico resolvido no Ansys Workbench® incluiu, além da câmara, alguns dos PFCs do tokamak, como os divertores, ladrilhos de grafite da primeira parede e bobinas de estabilização passiva do plasma. O artigo dos autores não entrou em detalhes sobre as tensões produzidas no sistema, e não especificou qual módulo do Workbench® foi utilizado para simular o processo. Contudo, as simulações mostram que este sistema misto de *baking*, com aquecedores ôhmicos e corrente induzida, produziu inicialmente uma grande variação de temperaturas na câmara do KTM, conforme a Figura 8. Porém, ao adicionar mais camadas de isolamento térmico, eles conseguiram alcançar uma diferença de 48 °C, com um mínimo de 164 °C e máximo de 212 °C.



Figura 8 – Distribuição de temperaturas no tokamak KTM após 50 horas de baking. Fonte: Tanchuk et al. (2018)

Analisando os resultados obtidos pelos artigos citados anteriormente, algumas observações podem ser feitas. Em primeiro lugar, os *tokamaks* que possuem câmara de vácuo com parede dupla, como o EAST, K-STAR e TPX, conseguiram obter um gradiente baixo de temperaturas ao longo da câmara e, consequentemente, valores de tensão abaixo dos limites calculados pela norma técnica *Boiler and Pressure Vessel Code*, da ASME, por meio da circulação de gás inerte aquecido entre as paredes duplas de suas câmaras para realizar o processo de *baking*. Isto permite que o calor do gás seja distribuído de forma uniforme por toda a estrutura.

Além disso, os *tokamaks* que utilizaram aquecimento ôhmico para realizar o *baking* de suas câmaras, como o T-15MD e o KTM, alcançaram diferenças relativamente altas entre as temperaturas mínima e máxima observadas na câmara. Os artigos relacionados a estes *tokamaks* não abordaram as tensões produzidas pelo *baking*, mas uma diferença alta de temperaturas é indesejável por si própria, pois reduz a eficácia do processo de remoção de impurezas proporcionado pelo *baking*.

Por fim, foi possível perceber que existe uma relação entre as tensões máximas produzidas e a estrutura de suporte da câmara de vácuo. Quando esta estrutura é rígida e restringe o movimento da câmara, como no caso do SST-1 e nas simulações

do HL-2M, as tensões podem alcançar valores que superam o limite definido pela norma. Por outro lado, quando a estrutura possui menor rigidez na direção radial, como no EAST e K-STAR, ou até mesmo permite deslocamentos nesta direção, como em uma das simulações do HL-2M, os valores máximos de tensão obtidos ficaram abaixo do limite.

O TCABR não possui câmara com parede dupla, sua estrutura de suporte não possui rigidez reduzida na direção radial, e o sistema de aquecimento seria, a princípio, somente ôhmico. Tendo em vista os resultados apresentados na revisão bibliográfica, é possível que este tipo de aquecimento da câmara produza um gradiente de temperaturas elevado ou tensões máximas acima do limite calculado pela norma técnica. Portanto, a revisão bibliográfica sugere que é importante analisar devidamente a viabilidade do sistema de *baking* proposto para o TCABR, com aquecimento ôhmico, ou se outra forma de aquecimento deverá ser utilizada.

3 METODOLOGIA

Tendo em vista o objetivo deste trabalho e as observações extraídas da revisão bibliográfica, utilizou-se a seguinte metodologia para se realizar este trabalho:

- a) estudar os conceitos teóricos por trás do problema, envolvendo as áreas de transferência de calor, termoelasticidade e método dos elementos finitos, para que o problema possa ser modelado adequadamente;
- b) estudar a norma técnica utilizada pelos trabalhos previamente citados, para compreender o procedimento definido pela norma para calcular as tensões agindo sobre a câmara de vácuo, durante o processo de *baking*, e como avaliar os resultados obtidos;
- c) compreender os mecanismos de trocas de calor presentes na operação do sistema de *baking* (condução, convecção e radiação), assim como o impacto de cada um na distribuição final de temperaturas produzida pelo sistema;
- d) definir condições preliminares de operação do sistema de baking;
- e) montar modelos matemáticos para simular a difusão do calor pela câmara de vácuo e obter as distribuições de temperatura;
- f) montar modelos matemáticos para simular as tensões produzidas na câmara durante o processo, considerando os carregamentos estruturais, como peso próprio e diferença de pressão, assim como o carregamento térmico decorrente da distribuição de temperaturas produzida pelo sistema de *baking*;
- g) estudar os modelos para avaliar se as tensões desenvolvidas na câmara podem trazer riscos estruturais, e se estão dentro dos limites definidos pela norma técnica. Optou-se por adotar o ASME *Boiler and Pressure Vessel Code*, como feito pelos artigos citados na revisão bibliográfica;

 h) extrair conclusões sobre a viabilidade de se implementar o sistema de baking proposto, dos pontos de vista térmico e estrutural, a partir da interpretação dos resultados produzidos pelos modelos elaborados.

4 CONCEITOS TEÓRICOS

Nesta seção serão expostos alguns conceitos básicos sobre transferência de calor, tensões de origem térmica, método dos elementos finitos e a norma técnica da ASME. Estas áreas de conhecimento servem como base para o desenvolvimento dos modelos físicos e matemáticos utilizados neste trabalho. Optou-se por expor de forma resumida nesta seção os conceitos mais relevantes, que ajudarão a compreender o desenvolvimento dos modelos expostos nas seções seguintes. Maiores detalhes podem ser consultados nas referências citadas ao longo desta seção.

4.1 Transferência de Calor

A transferência de calor é a área da ciência que estuda as taxas de transferência de energia entre meios através do calor. Enquanto a termodinâmica permite determinar, por exemplo, a quantidade de calor trocada por um sistema passando por um processo entre dois estados de equilíbrio, a área de transferência de calor tem como foco avaliar a taxa com que este calor é trocado (ÇENGEL, 2009). Esta área de estudos tem aplicação em diversas situações do cotidiano e problemas de engenharia. As descrições de fenômenos e equações listadas nesta subseção foram extraídas de Çengel (2009).

A ciência de transferência de calor tem como fundamento diversos princípios da termodinâmica. Um deles é a Primeira Lei da Termodinâmica, que estabelece que, para qualquer sistema passando por qualquer processo termodinâmico, a variação líquida na energia total do sistema é igual à energia que entra no sistema subtraída pela energia que deixa o sistema. Isto pode ser descrito pela equação

$$\Delta E_{sis} = E_e - E_s \tag{4.1}$$

Esta equação pode ser reescrita em termos de fontes de calor na forma

$$Q_e - Q_s + E_{ger} = \Delta E_{ter} \tag{4.2}$$

Em que Q_e é o calor que entra no sistema, Q_s é o calor que deixa o sistema, E_{ger} é a energia térmica gerada dentro do sistema, por exemplo por reações químicas ou nucleares, e ΔE_{ter} é a variação de energia térmica do sistema. O foco da área de transferência de calor, portanto, é avaliar a taxa com que o calor é transferido em um sistema, em função do tempo, e através de quais meios ocorre esta transferência.

Há três modos de transferência de calor: condução, convecção e radiação. Todos estes modos dependem da existência de uma diferença de temperaturas, e a direção do fluxo de calor é sempre da região com temperatura mais alta para a região com temperatura mais baixa. Cada um deles será explicado em mais detalhes.

4.1.1 Condução

O fenômeno de condução ocorre quando há diferença na energia cinética das partículas que formam um meio, e pode ocorrer em sólidos, líquidos e gases. Para líquidos e gases, o fenômeno ocorre por colisão e difusão das moléculas devido aos seus movimentos aleatórios. Em um sólido, o fenômeno ocorre devido ao transporte de energia pelos elétrons livres do material e pela vibração de rede de seus átomos ou moléculas.

A taxa de transferência de calor por condução pode ser calculada pela Lei de Fourier de condução de calor, descrita para um caso unidimensional pela equação

$$\dot{Q}_{cond} = -kA \frac{dT}{dx} \tag{4.3}$$

Em que k [W/mK] é a condutividade térmica do material, A é a área normal à direção do fluxo de calor, e dT/dx é o gradiente de temperatura na mesma direção. Em um meio isotrópico com uma distribuição tridimensional de temperaturas, esta taxa de transferência de calor toma a forma geral

$$\dot{Q}_n = -kA \frac{\partial T}{\partial n} \tag{4.4}$$

Em que n é a direção normal à superfície isotérmica, através da qual está

ocorrendo a condução de calor, no sentido de redução da temperatura.

A primeira lei da termodinâmica, aplicada a um elemento tridimensional retangular de dimensões Δx , $\Delta y \in \Delta z$ em um sistema de coordenadas retangular, como ilustrado na Figura 9, resulta na equação



Figura 9 – Fluxos de calor através de um elemento tridimensional. Fonte: Çengel (2009).

$$\dot{Q}_{x} + \dot{Q}_{y} + \dot{Q}_{z} - \dot{Q}_{x+dx} - \dot{Q}_{y+dy} - \dot{Q}_{z+dz} + \dot{E}_{ger} = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$
(4.5)

Em que $\dot{Q}_x, \dot{Q}_y, \dot{Q}_z$ são as taxas de calor entrando no elemento, $\dot{Q}_{x+dx}, \dot{Q}_{y+dy}, \dot{Q}_{z+dz}$ são as taxas de calor saindo do elemento pelas faces opostas, \dot{E}_{ger} é a taxa de geração de energia interna no elemento, e $\Delta E / \Delta t$ é a taxa de variação da energia armazenada no elemento. Esta equação, após algumas manipulações, pode ser expressa como

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \dot{e}_{ger} = \rho c \frac{\Delta T}{\Delta t}$$
(4.6)

A Equação (4.6) é a forma geral da equação de condução de calor em coordenadas retangulares. Caso a condutividade térmica do material seja constante e igual em todas as direções, obtém-se:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{e}_{ger}}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\Delta T}{\Delta t}$$
(4.7)

Esta é a equação de Fourier-Biot. O termo $\alpha = k/\rho c_p$ é a difusividade térmica do material.

Esta é uma equação diferencial parcial de segunda ordem. A obtenção de uma solução analítica para uma equação desta forma é extremamente complexa, mas em alguns casos é possível adotar simplificações que eliminam termos desta equação, facilitando a obtenção de soluções. Para o caso de condução de calor unidimensional, sem geração interna de energia e no regime permanente, obtém-se a equação

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0 \tag{4.8}$$

Cuja solução é dada pela forma geral

$$T(x) = C_1 x + C_2 (4.9)$$

Em que os parâmetros $C_1 \, e \, C_2$ são determinados pelas condições de contorno do problema. Esta solução pode ser aplicada, por exemplo, em uma parede cuja altura e largura são muito maiores do que sua espessura, e quando só há variação significativa de temperatura na direção da espessura (ÇENGEL, 2009). Definindo-se um eixo de coordenadas alinhado com esta direção, em que a face esquerda está na posição x = 0, e a face direita em x = L, sendo L a espessura da parede, e definindo como condições de contorno as temperaturas $T_1 \, e \, T_2$, nas faces esquerda e direita, obtém-se como solução para a temperatura ao longo da parede a expressão

$$T(x) = \frac{T_2 - T_1}{L}x + T_1 \tag{4.10}$$

Sendo a taxa de transferência de calor dada pela Equação (4.3), obtém-se

$$\dot{Q} = kA \frac{T_1 - T_2}{L}$$
(4.11)

Este resultado indica que, na situação de condução de calor unidimensional,

sem geração de energia interna e no regime permanente, a taxa de transferência de calor é constante. Este resultado também pode ser escrito como

$$\dot{Q} = \frac{T_1 - T_2}{R_{parede}} \tag{4.12}$$

Em que $R_{parede} = L/kA$ é a resistência térmica – ou resistência de condução – da parede, em analogia ao conceito de resistência elétrica. Este resultado é muito útil quando há um conjunto de paredes em contato, com propriedades diferentes, pois permite calcular a taxa de transferência de calor através das paredes conhecendo as temperaturas em cada fronteira do problema, sem necessariamente conhecer as temperaturas nas faces em contato. Até mesmo quando há convecção atuando nas faces de fronteira do sistema este método pode ser utilizado. Isto será exposto mais adiante, na seção de desenvolvimento do modelo analítico de transferência de calor.

4.1.2 Convecção

A convecção é um modo de transferência de calor que ocorre entre um sólido e um líquido ou gás, e envolve os fenômenos de condução e movimento de fluido. Quando o fluido está em repouso em relação ao sólido, a troca de calor ocorre somente por condução, enquanto o movimento do fluido caracteriza a convecção. Quanto maior a velocidade do fluido, maior é a taxa de transferência de calor. Quando o fluido se move devido à ação de algum mecanismo, como um ventilador, bomba ou vento, a convecção se denomina forçada. Se o movimento é causado por forças de empuxo, devido a variações na densidade do fluido causadas por diferenças de temperaturas, a convecção é denominada natural.

A taxa de transferência de calor por convecção pode ser calculada utilizando a lei de resfriamento de Newton, dada por

$$\dot{Q}_{conv} = hA(T_s - T_{\infty}) \tag{4.13}$$

Em que $h[W/m^2K]$ é o coeficiente de troca de calor por convecção, A é a área em que esta troca de calor ocorre, T_s é a temperatura da superfície, e T_{∞} é a temperatura do fluido a uma distância grande o suficiente da superfície, em que sua presença não é percebida.

Embora esta expressão seja razoavelmente simples, há uma grande complexidade envolvida na determinação do coeficiente de troca de calor por convecção *h*. Esta complexidade decorre da dependência do coeficiente *h* de diversos parâmetros que caracterizam o escoamento: Se o escoamento do fluido é forçado ou natural, se está em regime laminar, turbulento ou uma combinação dos dois, se ocorre transição de fase do fluido durante o escoamento – quando há ebulição ou condensação, por exemplo – e até mesmo da geometria e da rugosidade da superfície sobre a qual ocorre o processo. Esta forma de transferência de calor também depende das propriedades do fluido, como sua densidade e condutividade térmica, que podem variar ao longo do escoamento conforme as camadas limites hidrodinâmica e térmica se desenvolvem sobre a geometria. A dependência da convecção sobre tantas variáveis a torna o mecanismo mais complexo de transferência de calor (ÇENGEL, 2009).

Felizmente, há formas de se simplificar a análise deste processo, de forma que o coeficiente de transferência de calor por convecção possa ser calculado, e este fenômeno possa ser incluído na análise térmica de um sistema. Será considerada somente a convecção natural neste trabalho, pois é o único mecanismo de convecção presente na situação física considerada, ocorrendo nas faces externas da câmara. As equações de balanço de massa, quantidade de movimento e energia para a camada limite laminar desenvolvida em uma placa vertical sujeita a convecção natural são dadas por

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{4.14}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = v\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + g\beta(T - T_{\infty})$$
(4.15)

$$u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$
(4.16)

Nestas equações, $u \in v$ são as velocidades nas direções $x \in y$, respectivamente, v é a viscosidade cinemática do fluido, g é a aceleração da

gravidade, β é o coeficiente de expansão volumétrica do fluido, T(x, y) é a temperatura do fluido dentro da camada limite, T_{∞} é a temperatura do fluido suficientemente longe da superfície, e α é a difusividade térmica do fluido. Este é um conjunto de três equações diferenciais parciais, em que termos como $u, v \in T$ aparecem em mais de uma equação, sendo necessário resolvê-las simultaneamente. Porém, definindo-se os números adimensionais de Reynolds, Prandtl e Grashof como

$$Re_L = VL_c/\nu \tag{4.17}$$

$$Pr = \nu/\alpha \tag{4.18}$$

$$Gr_{L} = \frac{g\beta(T_{s} - T_{\infty})L_{c}^{3}}{\nu^{2}}$$
(4.19)

E introduzindo-se as variáveis adimensionais

$$x^* = \frac{x}{L_c} \tag{4.20}$$

$$y^* = \frac{y}{L_c} \tag{4.21}$$

$$u^* = \frac{u}{V} \tag{4.22}$$

$$v^* = \frac{v}{V} \tag{4.23}$$

$$T^* = \frac{T - T_{\infty}}{T_s - T_{\infty}} \tag{4.24}$$

Em que L_c é o comprimento característico da geometria, V é uma velocidade de referência, e T_s a temperatura da superfície da geometria, obtém-se as equações

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} = 0 \tag{4.25}$$

$$u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} = Gr_L \frac{T^*}{Re_L^2} + \frac{1}{Re_L} \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}}$$
(4.26)

$$u^* \frac{\partial T^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} = \frac{1}{Re_L \Pr} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$$
(4.27)

Desta forma, a solução passa a depender de um número muito menor de variáveis, que são agrupadas nos números adimensionais. A vantagem deste procedimento está no fato de que, para mesmos valores dos números adimensionais, a solução das equações é a mesma. Em outras palavras, se dois modelos físicos diferentes, com geometrias semelhantes, mas parâmetros físicos diferentes, possuem o mesmo valor dos números adimensionais, então a solução da equação adimensional será a mesma para os dois modelos. Isto permite que sejam conduzidos experimentos em que são obtidas relações somente entre os números adimensionais, ao invés de ser necessário relacionar cada variável presente nas equações originais, como *V*, *L*, T_s e T_{∞} . Os números adimensionais passam a agir como parâmetros de semelhança.

Portanto, sabendo que o número de Nusselt é definido como

$$Nu = \frac{hL_c}{k} \tag{4.28}$$

As equações adimensionais permitem descrever este parâmetro de semelhança pela forma geral

$$Nu = \frac{hL_c}{k} = C(Gr_L Pr)^n = C Ra_L^n$$
(4.29)

Em que Ra_L é o número de Rayleigh, definido como o produto dos números de Grashof e Prandtl.

Vários experimentos foram conduzidos para geometrias diferentes sujeitas à convecção natural, em que foram obtidas correlações empíricas entre o número de Nusselt e os números de Rayleigh e Prandtl. Portanto, conhecendo-se os valores destes termos, é possível calcular o número de Nusselt médio do escoamento e, a partir da Equação (4.29), calcular o coeficiente médio de transferência de calor por convecção natural da face sujeita a este fenômeno.

4.1.3 Radiação

A radiação é uma forma de transferência de calor em que energia é emitida por um objeto na forma de ondas eletromagnéticas, devido a alterações na configuração eletrônica de seus átomos ou moléculas. Este mecanismo de transferência de calor, ao contrário da condução e da convecção, não necessita um meio de transmissão, podendo se propagar até mesmo no vácuo. Todos os corpos com temperatura acima de zero absoluto emitem energia na forma de radiação.

A descrição feita no parágrafo anterior para o fenômeno de radiação vale somente para a radiação térmica, contida no intervalo de comprimento de onda entre 0,1 e 100 μm e objeto de estudo na área de transferência de calor. Ao longo deste trabalho será utilizado o termo "radiação" para se referir a este tipo específico de radiação, sem utilizar o adjetivo "térmica" por brevidade.

A máxima energia que pode ser emitida por um corpo através da radiação, por unidade de tempo e unidade de área, é dada pela lei de Stefan-Boltzmann como

$$E_b(T) = \sigma T^4 \tag{4.30}$$

Em que $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} W/m^2 \cdot K^4$ é a constante de Stefan-Boltzmann, e *T* é a temperatura absoluta da superfície, em graus Kelvin.

Esta lei vale para a superfície de um corpo idealizado que se denomina corpo negro. A superfície deste corpo é denominada superfície negra, e o termo E_b é definido como a potência emissiva do corpo negro. Este corpo é definido como sendo um perfeito emissor e absorvedor de calor. Ou seja, para um determinado valor de temperatura, a superfície deste corpo emitiria a máxima taxa de calor possível nesta temperatura, e absorveria toda a radiação que a atingisse.

Corpos reais, por outro lado, emitem menos energia por radiação do que o corpo negro, e sua taxa de energia emitida é obtida multiplicando-se a Equação (4.30) por ϵ , a emissividade do corpo, obtendo-se

$$\dot{Q} = \sigma \epsilon T^4 \tag{4.31}$$

O valor da emissividade para superfícies reais situa-se entre 0 e 1, representando o quanto aquela superfície se assemelha a um corpo negro. Além disto, corpos reais também não absorvem toda a energia que incide em suas superfícies. A taxa de energia absorvida por um corpo real é dada pela equação

$$\dot{Q}_{absorvido} = \alpha \cdot \dot{Q}_{incidente}$$
 (W) (4.32)

Em que α é o coeficiente de absortividade do material.

Quando a radiação atinge uma superfície, ela pode ser absorvida, refletida, ou transmitida pela superfície, passando através dela. Para cada um destes efeitos há uma propriedade associada, sendo α a absortividade, ρ a refletividade e τ a transmissividade. A soma das radiações absorvida, refletida e transmitida deve ser igual à radiação incidente na superfície. Portanto, obtém-se a relação

$$\alpha + \rho + \tau = 1 \tag{4.33}$$

Quando o material é opaco, como no caso de um metal, a transmissividade é nula. Portanto a soma da absortividade e da refletividade deve ser igual a 1.

Nas explicações anteriores, não foi comentado o fato de que a radiação, em geral, depende do comprimento de onda que está sendo analisado e da direção relativa entre as superfícies que trocam calor por radiação. Além disso, as propriedades mencionadas anteriormente, como a emissividade, também dependem, em geral, do comprimento de onda analisado e da direção relativa entre a face emissora e a face receptora de radiação. A intensidade de radiação é máxima na direção normal à face e nula em uma direção paralela à face. Entretanto, considerando a dificuldade em se determinar a dependência destas propriedades em relação à direção e comprimento de onda, é comum adotar algumas hipóteses simplificadoras em problemas envolvendo radiação.

Uma superfície pode ser considerada "cinza" quando sua emissividade independe do comprimento de onda. Uma superfície é emissora "difusa" quando a

emissividade não depende da direção de emissão da radiação. Uma superfície cinza e difusa combina estas duas propriedades. Neste caso, a emissividade da superfície é constante. Esta hipótese foi utilizada neste trabalho quando se estudou a troca de calor por radiação.

Quando há emissão de radiação de uma superfície a outra, parte desta energia pode alcançar a superfície e outra parte pode ser perdida para o ambiente, ou atingir outras superfícies. Além disto, a transferência de calor por radiação entre superfícies depende de suas orientações relativas, mesmo quando se adota a hipótese de superfícies cinzas e difusas. Se as faces envolvidas na troca de calor por radiação são perpendiculares entre si, por exemplo, a radiação emitida por uma não conseguirá atingir a outra. Para incluir o efeito da orientação no cálculo do fluxo de energia, convém introduzir um parâmetro denominado fator de forma, F_{ij} , que é definido como a fração da radiação emitida pela superfície *i* que atinge a superfície *j*. Este fator pode ser calculado analiticamente, por meio de uma expressão envolvendo a integral dupla dos cossenos dos ângulos sólidos formados entre as duas superfícies, conforme a equação

$$F_{12} = \frac{1}{A_1} \int_{A_2} \int_{A_1} \frac{\cos(\theta_1)\cos(\theta_2)}{\pi r^2} dA_1 dA_2$$
(4.34)

Porém, o cálculo destes termos torna-se muito mais simples por meio de algumas relações entre os fatores de forma. A relação da reciprocidade, por exemplo, estabelece a seguinte relação entre duas superfícies *i* e *j*:

$$A_i F_{ij} = A_j F_{ji} \tag{4.35}$$

A regra da adição vale para uma região fechada, e se baseia no fato de que toda a radiação que deixa uma certa superfície, em um recinto fechado, deve necessariamente atingir todas as outras faces do recinto, e até mesmo a si mesma, caso a face em questão seja côncava. Portanto, obtém-se a relação

$$\sum_{j=1}^{N} F_{ij} = 1 \tag{4.36}$$

Em que *N* é o número total de faces no recinto. Por fim, há também um método muito conveniente de cálculo dos fatores de forma, denominado método das linhas cruzadas, ou método de Hottel (ÇENGEL, 2009). Para duas superfícies bidimensionais definidas pelos pontos A, B, C e D, com as linhas L_1 a L_6 formadas conforme a Figura 10, o fator de forma da superfície 1 à superfície 2 é dado por



Figura 10 – Parâmetros geométricos do método das linhas cruzadas. Fonte: Çengel (2009).

Portanto, conhecendo-se os valores das linhas L_1 a L_6 entre duas superfícies, pode-se calcular facilmente os fatores de forma entre elas.

4.2 Termoelasticidade

Quando um objeto passa por uma mudança de temperatura em relação a um valor de temperatura inicial, ele pode sofrer dilatação ou contração, ou seja, suas dimensões são alteradas devido a esta variação de temperatura. Caso não haja restrições de movimento sobre o objeto em questão, ele poderá expandir-se ou contrair-se livremente. Entretanto, quando há alguma restrição – um engastamento, por exemplo – o objeto não poderá sofrer essa deformação livremente, e passa a sofrer tensões decorrentes desta limitação. Estas são as tensões de origem térmica mencionadas anteriormente na dissertação, e que serão brevemente introduzidas nesta subseção. Os conceitos apresentados foram extraídos de Noda (2003).

Uma barra circular, de comprimento l e diâmetro d, sujeita a uma variação de temperatura ΔT , livre de restrições, sofreria expansão térmica nas direções radial e longitudinal, dadas pelas equações

$$\Delta l = l' - l = l\alpha \Delta T$$

$$\Delta r = r' - r = r\alpha \Delta T$$
(4.38)

Nestas equações, l' e r' são o comprimento e raio finais, e α é o coeficiente de expansão térmica linear. A deformação normal longitudinal da barra é calculada por

$$\epsilon_T = \frac{\Delta l}{l} = \alpha \Delta T \tag{4.39}$$

Esta seria a deformação térmica livre da barra. Se ela estiver sujeita a uma tensão normal, devido a carregamentos externos, a deformação total da barra passa a ser a soma das deformações causadas pelos dois efeitos, ou seja,

$$\epsilon = \epsilon_s + \epsilon_T = \frac{\sigma}{E} + \alpha \Delta T \tag{4.40}$$

Quando há restrições à expansão livre da barra, surgem as tensões de origem térmica. No caso de uma barra engastada em seus dois extremos, por exemplo, a barra é impedida de sofrer deformação na direção longitudinal. Portanto, a deformação total seria nula. Obtém-se desta forma

$$\sigma = -E\alpha\Delta T \tag{4.41}$$

Esta é a tensão provocada pela expansão térmica da barra. Nesta situação, para um material com coeficiente de expansão térmica positivo e sujeito a aumento de temperatura, a tensão agindo na barra é de compressão, como esperado.

Embora esta expressão seja razoavelmente simples, ela não é válida para qualquer objeto. Uma forma mais geral para as tensões e deformações provocadas em um corpo elástico pode ser obtida pela teoria da termoelasticidade. Para um objeto sujeito a forças externas e variações de temperatura, as deformações normais e de cisalhamento em um ponto qualquer deste objeto, sujeito a um vetor de deslocamentos u, composto pelas componentes u_x , u_y , u_z em cada uma das direções que formam um sistema cartesiano de coordenadas, e considerando a hipótese de linearidade geométrica, são dadas por

$$\epsilon_{xx} = \frac{\partial u_x}{\partial x} \tag{4.42}$$

$$\epsilon_{yy} = \frac{\partial u_y}{\partial y} \tag{4.43}$$

$$\epsilon_{zz} = \frac{\partial u_z}{\partial z} \tag{4.44}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}$$
(4.45)

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y} \tag{4.46}$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}$$
(4.47)

Definindo-se novas deformações de cisalhamento ϵ_{xy} , ϵ_{yz} , ϵ_{zx} como a metade das deformações previamente definidas, e utilizando-se uma nova notação para o sistema de coordenadas, substituindo os eixos x, y, z por x_1 , x_2 , x_3 , as componentes do vetor de deslocamentos passam a ser u_1 , u_2 , u_3 . Os subscritos das deformações normais e de cisalhamento são alterados da mesma forma. Com essa nova notação, pode-se definir um tensor de deformações por uma equação mais geral, dada por

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{2} \left(u_{i,j} + u_{j,i} \right)$$
(4.48)

Nesta equação, o subscrito seguido da vírgula indica diferenciação parcial em relação à respectiva coordenada. Este tensor é composto por seis componentes distintas, já que, pela própria Equação (4.48), pode-se ver que o tensor é simétrico.

A análise do equilíbrio de forças em um elemento diferencial, extraído deste objeto, com tensões normais e de cisalhamento atuando em cada face, conforme a Figura 11, e forças de volume agindo em seu interior, resulta nas equações



Figura 11 – Elemento utilizado para equações de equilíbrio. Fonte: Noda (2003)

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} + F_x = 0$$
(4.49)

$$\frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} + F_y = 0$$
(4.50)

$$\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + F_z = 0$$
(4.51)

Já o balanço de momentos neste elemento, calculados ao redor dos eixos que atravessam seu centro e estão paralelos aos eixos do sistema de coordenadas, indica que as tensões de cisalhamento são complementares, ou seja, $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$, para índices *i* e *j* diferentes entre si.

As Equações (4.49) a (4.51), reescritas com a notação indicial, equivalem a

$$\sigma_{ji,j} + F_i = 0 \tag{4.52}$$

Obteve-se seis equações para os componentes do tensor das tensões, já que as tensões de cisalhamento são complementares. Portanto, este tensor também é simétrico.

As tensões e deformações podem ser relacionadas pela lei generalizada de Hooke, para um corpo elástico isotrópico e homogêneo, através das equações

$$\epsilon_{xx} = \frac{1}{2G} \left(\sigma_{xx} - \frac{\nu}{1+\nu} \Theta \right) + \alpha T^*$$
(4.53)

$$\epsilon_{yy} = \frac{1}{2G} \left(\sigma_{yy} - \frac{\nu}{1+\nu} \Theta \right) + \alpha T^*$$
(4.54)

$$\epsilon_{zz} = \frac{1}{2G} \left(\sigma_{zz} - \frac{\nu}{1+\nu} \Theta \right) + \alpha T^*$$
(4.55)

$$\epsilon_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{2G} \tag{4.56}$$

$$\epsilon_{yz} = \frac{\sigma_{yz}}{2G} \tag{4.57}$$

$$\epsilon_{zx} = \frac{\sigma_{zx}}{2G} \tag{4.58}$$

Em que T^* é a diferença de temperaturas $T - T_0$, sendo T_0 a temperatura de referência, α é o coeficiente de expansão térmica linear, *E* é o módulo de elasticidade do material, *G* é seu módulo de cisalhamento, ν é seu coeficiente de Poisson, e Θ é o traço do tensor das tensões, ou seja, $\Theta = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}$.

Reordenando as Equações (4.53) a (4.58) para que as tensões sejam isoladas do lado esquerdo, obtém-se

$$\sigma_{xx} = 2\mu\epsilon_{xx} + \lambda e - \beta T^* \tag{4.59}$$

$$\sigma_{yy} = 2\mu\epsilon_{yy} + \lambda e - \beta T^* \tag{4.60}$$

$$\sigma_{zz} = 2\mu\epsilon_{zz} + \lambda e - \beta T^* \tag{4.61}$$

$$\sigma_{xy} = 2\mu\epsilon_{xy} \tag{4.62}$$

$$\sigma_{yz} = 2\mu\epsilon_{yz} \tag{4.63}$$

$$\sigma_{zx} = 2\mu\epsilon_{zx} \tag{4.64}$$

Nestas equações, $e = \epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}$ é o traço do tensor de deformações, β é a constante termoelástica, e λ e μ são os coeficientes de Lamé. Estes termos são definidos pelas equações

$$\beta = \frac{\alpha E}{1 - 2\nu} = \alpha (3\lambda + 2\mu) \tag{4.65}$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$
(4.66)

$$\mu = G \tag{4.67}$$

Novamente pode-se aplicar a notação indicial a estas equações, obtendo-se uma equação geral para as tensões nas Equações (4.59) a (4.64), qual seja

$$\sigma_{ij} = 2\mu\epsilon_{ij} + (\lambda e - \beta T^*)\delta_{ij} \tag{4.68}$$

Em que δ_{ij} é o operador Delta de Kronecker, definido como igual a 1 quando os índices são iguais, e igual a zero quando eles são diferentes.

Esta equação permite que as tensões sejam calculadas a partir das deformações e da variação de temperatura em um certo ponto do objeto. As deformações, entretanto, não são geralmente conhecidas, sendo mais fácil determinar os deslocamentos. Adaptando as equações de balanço de forças com as definições das deformações e da lei generalizada de Hooke, elas podem ser reescritas em função dos deslocamentos como

$$\mu \nabla^2 u_x + (\lambda + \mu) \frac{\partial e}{\partial x} - \beta \frac{\partial T^*}{\partial x} + F_x = 0$$
(4.69)

$$\mu \nabla^2 u_y + (\lambda + \mu) \frac{\partial e}{\partial y} - \beta \frac{\partial T^*}{\partial y} + F_y = 0$$
(4.70)

$$\mu \nabla^2 u_z + (\lambda + \mu) \frac{\partial e}{\partial z} - \beta \frac{\partial T^*}{\partial z} + F_z = 0$$
(4.71)

Em que ∇^2 é o operador Laplaciano. Estas são as equações de Navier da termoelasticidade. A partir da definição das condições de contorno de um problema pode-se, teoricamente, resolver estas equações para os deslocamentos, e então utilizá-los para se obter as deformações e tensões. Porém, assim como no caso da equação de condução de calor, a obtenção de soluções para estas equações, mesmo em casos relativamente simples, pode ser custosa em termos de esforço e tempo. Em ambos os casos, a obtenção de uma solução para o problema pode ser facilitada pela utilização de algum método numérico de solução, por exemplo o método dos elementos finitos.

4.3 Método dos Elementos Finitos

O Método dos Elementos Finitos é um método computacional de resolução numérica de equações diferenciais e integrais. Este método tem como base os métodos variacional e de resíduos ponderados, que por sua vez baseiam-se na ideia de que a solução de uma equação diferencial pode ser representada por uma combinação linear de parâmetros desconhecidos c_j e funções de interpolação ϕ_j em todo o domínio de um problema. Os parâmetros c_j são então determinados de forma que a equação diferencial seja satisfeita em uma forma residual integrada no domínio do problema (Reddy, 2010).

Considere haver interesse em encontrar a solução de uma equação diferencial que represente um certo fenômeno, dentro de um certo domínio, como a equação de condução de calor em uma região bidimensional. O domínio é então dividido em uma série de subdomínios, denominados "elementos finitos". Estes elementos costumam ter formas geométricas simples. Para problemas bidimensionais utilizam-se elementos triangulares ou retangulares, enquanto problemas tridimensionais costumam utilizar tetraedros ou paralelepípedos. A Figura 12 mostra um certo domínio dividido em elementos triangulares.



Figura 12 – Domínio bidimensional parcialmente dividido em elementos finitos triangulares. Fonte: Hutton (2004)

Os vértices de um elemento são denominados *nós* do elemento. Estes nós podem ser externos, quando estão em contato com outros elementos, ou internos, caso contrário. Os elementos na Figura 12, por exemplo, não possuem nós internos.

A variável dependente neste caso de condução de calor seria o campo de temperaturas T(x, y), e a solução aproximada pode ser escrita na forma

$$T^{*}(x,y) = \sum_{i=1}^{n} T_{i} \cdot N_{i}(x,y)$$
(4.72)

Nesta equação, T_i são os parâmetros desconhecidos que se deseja determinar, e que correspondem aos valores da temperatura nos nós do elemento. Os termos N_i são as funções de interpolação, pré-determinadas e cuja escolha depende do tipo de elemento utilizado, entre outros fatores. O termo n é o número de nós do elemento.

Para a solução exata T(x, y) da equação diferencial, esta é igual a zero em todo o domínio. Entretanto, se a solução aproximada for introduzida na equação diferencial, esta pode deixar de ser nula em todo o domínio. O resultado desta operação é definido como um erro residual, de acordo com a Equação (4.73).

$$R(x, y) = D[T^*(x, y), x, y] \neq 0$$
(4.73)

Nesta equação, a equação diferencial foi representada pela função D. O método dos resíduos ponderados consiste em encontrar os valores dos parâmetros desconhecidos T_i tais que

$$\int_{\Omega^{\rm e}} w_i R(x, y) d\Omega^{\rm e} = 0 \qquad i = 1, n \tag{4.74}$$

Nesta equação o termo w_i representa n funções de ponderação arbitrárias, e o termo Ω^e indica o domínio do elemento. Quando o método dos resíduos ponderados foi introduzido, ele se baseava em funções de interpolação definidas em todo o domínio do problema (Hutton, 2004). O diferencial do método dos elementos finitos consiste em discretizar o domínio nos chamados elementos finitos e utilizar funções de interpolação definidas por partes para cada elemento finito, conforme a Equação (4.72). A aplicação desta na Equação (4.74), junto com a definição das funções de ponderação w_i como as próprias funções de interpolação N_i do elemento – o que constitui o método de Galerkin dos resíduos ponderados – leva a um sistema de equações para cada elemento da forma

$$[K^e]\{T^e\} = \{Q^e\}$$
(4.75)

A aplicação desta equação em cada elemento e a união de suas contribuições leva ao chamado sistema global de equações, também com forma geral definida por

$$[K]{T} = {Q} \tag{4.76}$$

Obtém-se desta forma um sistema com *N* equações e *N* incógnitas, que neste caso são as temperaturas de todos os nós formados pela malha de elementos finitos.

A seguir é apresentada a aplicação do método dos elementos finitos em um caso de condução de calor bidimensional. Os desenvolvimentos a seguir exemplificam o uso do método e foram incluídos por completude, pois foram utilizados para se desenvolver modelos próprios de elementos finitos em uma etapa inicial do trabalho. A Figura 13 mostra um elemento de aleta, cujas dimensões nas direções x e y são muito maiores do que sua espessura na direção z. Aplicando-se o balanço de energia a um elemento infinitesimal extraído desta aleta, na condição de regime permanente, obtém-se a equação (Hutton, 2004)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(tk_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(tk_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + Qt = 2h(T - T_a)$$
(4.77)

Nesta equação assumiu-se que pode ocorrer convecção nas faces frontal e traseira da aleta com um coeficiente h, possível geração de energia interna Q, e diferentes valores de condutividade térmica nas direções x e y.



Figura 13 – a) Elemento de aleta de espessura t. b) Elemento diferencial extraído da aleta. Fonte: Hutton (2004)

Utilizando a Equação (4.72) para a solução aproximada do campo de temperaturas e aplicando a Equação (4.77) ao método de Galerkin dos resíduos ponderados, obtém-se

$$\iint N_i(x,y) \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(tk_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(tk_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + Qt - 2h(T - T_a) \right] dA = 0$$
(4.78)

A integral é aplicada na área do elemento. Separando os termos, obtém-se:

$$-t\iint\left(\frac{\partial q_x}{\partial x}N_i + \frac{\partial q_y}{\partial y}N_i\right)dA + \iint N_iQtdA - 2h\iint N_i(T - T_a)dA = 0$$
(4.79)

Após algumas manipulações da equação, obtém-se

$$\iint \left(k_x \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial x} + k_y \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial y}\right) t dA + 2h \iint TN_i dA$$

$$= \iint QN_i t dA + 2hT_a \iint N_i dA - t \oint (q_x n_x + q_y n_y) N_i dS$$
(4.80)

Substituindo a solução aproximada da temperatura por sua versão com o vetor linha de funções de interpolação em evidência, obtém-se

$$\iint \left(k_x \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right] + k_y \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right] \right) \{T\} t dA + 2h \iint [N]^T [N] \{T\} dA$$

$$= \iint Q[N]^T t dA + 2hT_a \iint [N]^T dA - \oint q_s n_s [N]^T t dS$$
(4.81)

Finalmente, considerando que no problema em questão não há efeitos de convecção na direção perpendicular ao plano *xy*, e não há geração interna de calor, a equação anterior pode ser simplificada, resultando em

$$\iint \left(k_x \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial x} \right] + k_y \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right] \right) t dA \cdot \{T\} = -\oint q_s n_s [N]^T t dS$$
(4.82)

Na forma em que se encontra, a Equação (4.82) ainda não pode ser usada para se resolver o problema. As integrais correspondentes à matriz de condutividade e ao vetor de carregamentos térmicos precisam ser resolvidas, a fim de se obter uma equação em forma vetorial que possa ser aplicada a cada elemento da malha. Para isso, são introduzidas as coordenadas naturais.

Considere o elemento retangular da Figura 14. Nesta figura são mostrados o sistema de coordenadas xy, o sistema de coordenadas naturais rs, cuja origem coincide com o centroide do elemento, e alguns termos geométricos importantes, como a posição de seu centro e as coordenadas dos nós no sistema rs.



Figura 14 – Elemento retangular de 4 nós. a) Translação das coordenadas. b) Coordenadas naturais de cada nó. Fonte: Hutton (2004)

No sistema de coordenadas xy, o campo de temperaturas pode ser escrito na forma polinomial

$$T(x, y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x y$$
(4.83)

Portanto, numerando-se os nós do elemento de 1 a 4, começando pelo nó inferior esquerdo e seguindo o sentido anti-horário, definindo suas coordenadas no sistema xy como (x_i , y_i), em que o subscrito i refere-se ao nó em questão, e avaliando o valor da temperatura em cada nó, obtém-se o sistema

$$\begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 & x_3y_3 \\ 1 & x_4 & y_4 & x_4y_4 \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \end{pmatrix}$$
(4.84)

Portanto, se a matriz inversa na equação anterior fosse calculada e multiplicada pelo vetor de temperaturas dos nós, obter-se-iam expressões para os coeficientes da forma polinomial. Substituindo-se estas expressões e colocando em evidência os termos das temperaturas nodais, as funções de interpolação do elemento retangular seriam obtidas. Tendo em vista a forma complexa que estas funções teriam, e o fato de que ainda teriam que passar por processos de integração, opta-se por realizar uma transformação de coordenadas para o sistema *rs*.

Esta transformação é feita definindo-se as coordenadas naturais como

$$r = \frac{x - \bar{x}}{a} \qquad \qquad s = \frac{y - \bar{y}}{b} \tag{4.85}$$

Em que a é metade da largura do elemento, b é metade de sua altura, e as coordenadas do centroide são

$$\bar{x} = \frac{x_2 + x_1}{2}$$
 $\bar{y} = \frac{y_4 + y_1}{2}$ (4.86)

Neste sistema, as funções de interpolação tomam a forma

$$N_1(r,s) = (1/4)(1-r)(1-s)$$
(4.87)

$$N_2(r,s) = (1/4)(1+r)(1-s)$$
(4.88)

$$N_3(r,s) = (1/4)(1+r)(1+s)$$
(4.89)

$$N_4(r,s) = (1/4)(1-r)(1+s)$$
(4.90)

E a solução aproximada de T é escrita como

$$T(r,s) = N_1(r,s)T_1 + N_2(r,s)T_2 + N_3(r,s)T_3 + N_4(r,s)T_4$$
(4.91)

Voltando à Equação (4.82), nota-se que as funções de interpolação sofrem derivações parciais em função de x e y. Aplicando a regra da cadeia, estas derivadas se tornam

$$\frac{\partial N_i}{\partial x} = \frac{\partial N_i}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial s}\frac{\partial s}{\partial x} \qquad \qquad \frac{\partial N_i}{\partial y} = \frac{\partial N_i}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial N_i}{\partial s}\frac{\partial s}{\partial y}$$
(4.92)

Na expressão de r não aparece o termo y, e na expressão de s não aparece o termo x. Logo, as equações anteriores podem ser simplificadas, obtendo-se

$$\frac{\partial N_i}{\partial x} = \frac{\partial N_i}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} \qquad \qquad \frac{\partial N_i}{\partial y} = \frac{\partial N_i}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y} \tag{4.93}$$

Portanto, a integral da matriz de condutividade pode ser escrita como

$$\int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \left(k_x \left[\frac{\partial N}{\partial r} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial r} \right] \frac{tb}{a} + k_y \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right]^T \left[\frac{\partial N}{\partial y} \right] \frac{ta}{b} \right) dr \, ds \tag{4.94}$$

Como as derivadas parciais são aplicadas em cada função de interpolação, a Tabela 1 lista as expressões obtidas pela derivação parcial de cada função.

	∂/∂r	$\partial/\partial s$
N_1	$-\frac{1}{4}(1-s)$	$-\frac{1}{4}(1-r)$
<i>N</i> ₂	$\frac{1}{4}(1-s)$	$-\frac{1}{4}(1+r)$
N ₃	$\frac{1}{4}(1+s)$	$\frac{1}{4}(1+r)$
N_4	$-\frac{1}{4}(1+s)$	$\frac{1}{4}(1-r)$

Tabela 1 – Derivadas parciais de cada função de interpolação em relação a r e s.

Fonte: Próprio autor.

Com a tabela anterior em mãos, é possível passar para o cálculo das integrais da Equação (4.82). Começando pela primeira integral e deixando de lado por enquanto os termos constantes k_x , k_y , a, b e t, obtém-se:

$$\begin{split} &\int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \left(\left[\frac{\partial N}{\partial r} \right]^{T} \left[\frac{\partial N}{\partial r} \right] \right) dr \, ds \\ &= \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \left[\frac{-\frac{(1-s)}{4}}{\frac{(1+s)}{4}} \right]_{-\frac{1}{4}} \left[-\frac{(1-s)}{4} \frac{(1-s)}{4} - \frac{(1+s)}{4} - \frac{(1+s)}{4} \right] dr \, ds \\ &= \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \left[\frac{(1-s)^{2}}{4} \frac{(1-s)^{2}}{4} \frac{(1-s)^{2}}{4} \frac{(1-s)^{2}}{4} - \frac{(1-s)^{2}}{4} \right] dr \, ds \\ &= \frac{1}{16} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \left[\frac{(1-s)^{2}}{(1-s)^{2}} \frac{(1-s)^{2}}{(1-s)^{2}} \frac{(1-s)^{2}}{(1-s)^{2}} \frac{(1-s)^{2}}{(1-s)^{2}} \frac{(1-s)^{2}}{1} \right] dr \, ds \\ &= \frac{1}{16} \left[\frac{2}{-1} - \frac{2}{1} \frac{(1-s)^{2}}{(1-s)^{2}} \frac{(1-s)^{2}}{(1-s)^{2}} \frac{(1+s)^{2}}{(1+s)^{2}} \frac{(1+s)^{2}}{(1+s)^{2}} \right] dr \, ds \\ &= \frac{1}{6} \left[\frac{2}{-2} \frac{-2}{-1} \frac{1}{-1} \frac{1}{-2} \frac{2}{-2} \right] \tag{4.95} \end{split}$$

O desenvolvimento da segunda integral é similar:

$$\int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \left(\left[\frac{\partial N}{\partial s} \right]^{T} \left[\frac{\partial N}{\partial s} \right] \right) dr \, ds$$

=
$$\int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \left[\frac{-\frac{(1-r)}{4}}{-\frac{(1+r)}{4}} \right]_{-\frac{(1+r)}{4}} \left[-\frac{(1-r)}{4} - \frac{(1+r)}{4} - \frac{(1+r)}{4} - \frac{(1-r)}{4} \right] dr \, ds$$

$$= \frac{1}{16} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \begin{bmatrix} (1-r)^2 & (1-r^2) & -(1-r^2) & -(1-r)^2 \\ (1-r^2) & (1+r)^2 & -(1+r)^2 & -(1-r^2) \\ -(1-r^2) & -(1+r)^2 & (1+r)^2 & (1-r^2) \\ -(1-r)^2 & -(1-r^2) & (1-r^2) & (1-r)^2 \end{bmatrix} dr \, ds$$

$$=\frac{1}{6}\begin{bmatrix}2&1&-1&-2\\1&2&-2&-1\\-1&-2&2&1\\-2&-1&1&2\end{bmatrix}$$
(4.96)

Finalmente, com posse das formas matriciais das duas integrais anteriores, a matriz de condutividade térmica de um elemento retangular com 4 nós, descrita no sistema de coordenadas locais do elemento, pode ser escrita como

$$[K^{e}] = \frac{k_{x}tb}{6a} \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 & 1\\ -2 & 2 & 1 & -1\\ -1 & 1 & 2 & -2\\ 1 & -1 & -2 & 2 \end{bmatrix} + \frac{k_{y}ta}{6b} \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & -2\\ 1 & 2 & -2 & -1\\ -1 & -2 & 2 & 1\\ -2 & -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$
(4.97)

O desenvolvimento do vetor de carregamentos térmicos também utiliza como base as coordenadas naturais. A Figura 15 mostra o elemento retangular com os possíveis fluxos de calor aplicados em cada aresta, nas direções positivas dos eixos, os números identificadores de cada nó, e os sistemas de coordenadas rs.



Figura 15 – Elemento retangular de 4 nós com fluxos de calor em cada aresta do elemento. Fonte: Hutton (2004)

Resolvendo a integral de contorno do vetor de carregamentos térmicos, em cada aresta do elemento, no sistema de coordenadas naturais, obtém-se

$$-\oint q_{s}n_{s}[N]^{T}tdS = -\int_{-1}^{1} q_{2,3}[N]^{T}tbds + \int_{-1}^{1} q_{1,4}[N]^{T}tbds - \int_{-1}^{1} q_{3,4}[N]^{T}tadr + \int_{-1}^{1} q_{1,2}[N]^{T}tadr$$
(4.98)

Na equação anterior, o termo n_s foi substituído pelos versores normais de cada aresta, com o sinal positivo ou negativo de acordo com a orientação do sistema de coordenadas. Cada uma das integrais obtidas é avaliada individualmente. Na primeira integral, a coordenada r é igual a 1. Portanto

$$\int_{-1}^{1} q_{2,3}[N]^{T} tb \ ds = \int_{-1}^{1} q_{2,3} \begin{bmatrix} 0 \\ (1-s) \\ 2 \\ (1+s) \\ \hline 2 \\ 0 \end{bmatrix} tb \ ds = q_{2,3} tb \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(4.99)

Na segunda integral, a coordenada r é igual a -1. Portanto

$$\int_{-1}^{1} q_{1,4}[N]^{T} tb \ ds = \int_{-1}^{1} q_{1,4} \begin{bmatrix} \frac{(1-s)}{2} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{(1+s)}{2} \end{bmatrix} tb \ ds = q_{1,4} tb \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$
(4.100)

Na terceira integral, a coordenada s é igual a 1. Portanto

$$\int_{-1}^{1} q_{3,4} [N]^{T} ta \, dr = \int_{-1}^{1} q_{3,4} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ (1+r) \\ 2 \\ (1-r) \\ 2 \end{bmatrix} ta \, dr = q_{3,4} ta \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$
(4.101)

Na quarta integral, a coordenada s é igual a -1. Portanto

$$\int_{-1}^{1} q_{1,2}[N]^{T} ta \, dr = \int_{-1}^{1} q_{1,2} \begin{bmatrix} \frac{(1-r)}{2} \\ \frac{(1+r)}{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} ta \, dr = q_{1,2} ta \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(4.102)

Tendo feito o cálculo de cada uma das integrais anteriores, obtém-se como expressão geral para o vetor de carregamentos térmicos aplicados a um elemento retangular, no sistema de coordenadas locais do elemento, a Equação (4.103).

$$\{Q^e\} = tb \left(q_{1,4} \begin{bmatrix} 1\\0\\0\\1 \end{bmatrix} - q_{2,3} \begin{bmatrix} 0\\1\\1\\0 \end{bmatrix} \right) + ta \left(q_{1,2} \begin{bmatrix} 1\\1\\0\\0 \end{bmatrix} - q_{3,4} \begin{bmatrix} 0\\0\\1\\1 \end{bmatrix} \right)$$
(4.103)

Duas observações importantes podem ser feitas da equação anterior. A primeira é que, se existe uma fonte de calor aplicada na aresta de um elemento, o efeito desta fonte é dividido igualmente entre os dois nós que formam a aresta em que esta fonte está sendo aplicada. A segunda observação é que, mesmo estando cada um dos fluxos de calor nas direções positivas dos sistemas de coordenadas, a expressão final mostra que fluxos de calor direcionados para dentro do elemento geram contribuições positivas ao vetor, enquanto fluxos para fora do elemento geram contribuições negativas. Isto condiz com o esperado, já que termos positivos no vetor de carregamentos representam uma entrada de energia no sistema, enquanto termos negativos representariam energia saindo do sistema, o que condiz com a situação física representada pela Figura 15, usada como base do desenvolvimento.

Tendo calculado as integrais da Equação (4.82), esta pode ser escrita como um sistema linear de equações para o elemento, conforme a equação

$$[K^e]\{T^e\} = \{Q^e\}$$
(4.104)

Quando se aplica esta equação a cada um dos elementos do domínio, e a contribuição de cada um deles é combinada com as contribuições dos outros, obtémse o que se chama sistema global de equações, na forma

$$[K]{T} = {Q} \tag{4.105}$$

Portanto, a obtenção de uma solução analítica para o problema é substituída pela obtenção de uma solução aproximada no domínio, obtida através da divisão deste em vários subdomínios, de forma geométrica mais simples, e utilizando funções de interpolação para escrever a solução aproximada em função dos valores nos nós de cada elemento. O sistema algébrico de equações resultante torna a obtenção de resultados numéricos uma tarefa mais simples para uma série de problemas de engenharia, com condições de contorno e geometrias complexas, especialmente quando são utilizados *softwares* de elementos finitos que automatizam grande parte

dos procedimentos matemáticos necessários para a resolução do problema, como o Ansys Workbench®.

4.4 Norma da ASME

Como visto na seção de revisão bibliográfica, para se avaliar a viabilidade de um sistema de *baking* para *tokamaks* do ponto de vista estrutural, costuma-se utilizar a Norma de Caldeiras e Vasos de Pressão, ou *Boiler and Pressure Vessel Code,* elaborada pela Sociedade Americana de Engenheiros Mecânicos, também conhecida como *American Society of Mechanical Engineers* (ASME). Esta norma é composta por diversas seções, englobando aspectos relacionados ao projeto, construção e inspeção de vasos de pressão de diversos tipos.

Os trabalhos expostos na revisão bibliográfica utilizaram a seção VIII da norma, denominada "*Rules for Construction of Pressure Vessels*". Dentro desta seção, foi utilizada especificamente a Divisão 2, "*Alternative Rules*", e mais especificamente, a Parte 5 desta divisão, chamada "*Design By Analysis Requirements*". Esta parte, de projeto por análise, fornece métodos para avaliar a segurança de um certo vaso de pressão, já construído, por meio do cálculo das tensões produzidas devido aos carregamentos a que ele estará sujeito. Como a câmara de vácuo do TCABR, assim como as dos outros *tokamaks* mencionados na revisão bibliográfica, já está construída, é natural utilizar esta parte da norma para avaliar se o sistema de *baking* proposto está dentro dos limites considerados seguros, utilizando o método dos elementos finitos, por exemplo, para calcular as tensões produzidas.

Esta parte da norma contém diversos critérios para garantir a proteção do vaso de pressão contra efeitos de colapso plástico, falha local, flambagem e carregamentos cíclicos, além de requisitos suplementares para partes específicas do vaso. Dentro destes critérios há diferentes métodos de análise. No caso de análise por tensões elásticas, o método se baseia em calcular uma tensão equivalente e compará-la a um valor limite, definido de forma conservadora pela norma para garantir que não haverá colapso plástico da estrutura. Esta tensão equivalente baseia-se no critério de falha de máxima energia de distorção, também conhecido como critério de von Mises. A tensão equivalente, desta forma, é a tensão de von Mises, dada por (AMERICAN

SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS, 2007)

$$S_e = \sigma_e = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2}$$
(4.106)

Em que $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ são as tensões principais no ponto em questão.

Para se realizar as análises presentes nesta parte da norma, as tensões a que o vaso de pressão está sujeito também precisam ser classificadas, de acordo com a sua natureza e local de atuação. A norma possui três categorias gerais, denominadas primária, secundária e de pico.

As tensões primárias são as tensões normais e de cisalhamento, decorrentes de um carregamento, que são necessárias para o equilíbrio de forças e momentos. Um exemplo disto são as tensões produzidas em um vaso de pressão sujeito a uma diferença de pressão entre seu interior e exterior, pois neste caso as tensões garantem o equilíbrio da estrutura. A característica básica das tensões primárias é que elas não são autolimitantes. Ou seja, se as tensões estiverem muito acima do limite de escoamento do material, elas continuarão produzindo deformações enquanto o carregamento estiver atuando na câmara, podendo até mesmo chegar à ruptura. As tensões primárias podem ser gerais de membrana, locais de membrana ou de flexão.

As tensões secundárias são as tensões normais e de cisalhamento produzidas pelas restrições geométricas de uma estrutura. Ao contrário das tensões primárias, as tensões deste tipo são autolimitantes. As tensões de origem térmica, por exemplo, se enquadram nesta categoria, pois são produzidas quando o vaso de pressão possui restrições de movimento, e caso as tensões ultrapassem o limite de escoamento, ocorre uma deformação na estrutura suficiente para que as tensões sejam reduzidas a valores abaixo do limite de escoamento.

As tensões de pico, por fim, são tensões altamente localizadas que não produzem deformações perceptíveis, mas que podem provocar trincas por fadiga. Estas tensões ocorrem em regiões de descontinuidades locais, como a união entre a parede de um vaso de pressão e uma janela de acesso.

Portanto, após se definir os carregamentos a que um vaso de pressão está
sujeito, pode-se escolher o critério mais adequado à sua análise e classificar as tensões atuantes de acordo com as definições da norma, para que sejam calculadas e comparadas com os limites adequados.

No caso do *baking*, há tensões primárias e secundárias atuando na câmara de vácuo, além de possíveis tensões de pico. Portanto, a norma define que seja feito um estudo de proteção contra carregamentos cíclicos. Observou-se que os trabalhos mencionados na revisão bibliográfica utilizam mais especificamente a análise de tensões produzidas pelo *ratcheting*, um processo de produção de deformações inelásticas de forma progressiva, devido a carregamentos cíclicos. Esta análise é feita para se evitar que o processo de *baking* produza deformações na câmara que aumentam progressivamente, cada vez que o *baking* é realizado, podendo causar eventualmente uma falha na estrutura. De acordo com este critério, a desigualdade presente na Equação (4.107) deve ser satisfeita (AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS, 2007).

$$\Delta S_{n,k} \le S_{PS} \tag{4.107}$$

Na equação anterior, $\Delta S_{n,k}$ é o intervalo de tensões equivalentes produzido na estrutura pela combinação das tensões primárias geral e local, tensões de flexão e tensões secundárias, $P_L + P_b + Q$, enquanto S_{PS} é um limite a este intervalo de tensões equivalentes primárias e secundárias, definido como o maior valor entre:

- a) três vezes o valor médio da tensão admissível, calculado com os valores nas temperaturas mínima e máxima, para o material em questão;
- b) duas vezes o valor médio da tensão de escoamento, calculado com os valores nas temperaturas mínima e máxima, para o material em questão.

Os valores de tensões admissível e de escoamento são extraídos da seção 2, parte D da norma da ASME (AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS, 2010). Os valores encontrados para o material da câmara de vácuo – aço inoxidável 316L – e o cálculo do limite definido por este critério serão expostos com mais detalhes na Seção 5.3, referente ao modelo estrutural desenvolvido neste trabalho.

5 DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS

Esta seção detalha os modelos que foram desenvolvidos para se analisar o processo de *baking* da câmara de vácuo do TCABR. Foram desenvolvidos modelos analíticos de transferência de calor e modelos tridimensionais térmicos e estruturais de elementos finitos, estes desenvolvidos no *software* ANSYS Workbench®. Todos estes modelos serão expostos a seguir.

5.1 Caracterização geométrica do sistema

Comparado a outros *tokamaks* existentes no mundo, o TCABR pode ser considerado um *tokamak* de pequeno porte. Sua câmara de vácuo é feita de aço inoxidável 316L e possui seção transversal em formato retangular, com 445 mm de largura e 520 mm de altura. O raio da parede vertical externa *inboard* – região mais próxima do eixo central da câmara – é de 395 mm, enquanto o raio da parede vertical externa *outboard* – região mais afastada do eixo central – é de 850 mm. As paredes verticais da câmara de vácuo possuem 5 mm de espessura, enquanto as paredes horizontais possuem 12 mm de espessura. Ao redor da câmara também estão dispostas diversas janelas de acesso, com diferentes funções e formatos. Há 18 janelas circulares horizontais, com diâmetro interno de 150 mm, cujos centros passam pelo plano médio da câmara na direção vertical. Duas destas janelas estão desalinhadas com a direção radial da câmara, enquanto as outras 16 estão alinhadas na direção radial. Há também janelas de acesso com 64 mm de diâmetro interno dispostas acima e abaixo das 18 janelas localizadas no plano médio, nas paredes *outboard* da câmara.

Nas paredes horizontais superior e inferior estão dispostas janelas circulares, com 150, 64, 35 e 16 milímetros de diâmetro interno, além de janelas de formato oblongo, com 40 mm de largura, 355 mm de comprimento e cujo raio das faces cilíndricas é de 20 mm. Somente nas paredes da região *inboard* da câmara não há janelas de acesso.

A câmara é composta por duas metades, que são conectadas por flanges.

Entre os flanges há atualmente vedações em formato retangular feitas de Viton, um material eletricamente isolante, e que são colocadas ao redor de requadros de aço inoxidável 316L, para que a vedação mantenha seu formato e seja instalada na posição correta. Outras opções estão sendo estudadas, como o uso de juntas do tipo ConFlat com requadros de cobre, para fornecer condutividade elétrica na direção toroidal da câmara. A Figura 16 mostra o modelo geométrico tridimensional da câmara de vácuo com suas janelas de acesso e flanges, além das colunas de suporte e da manta de isolamento térmico, na cor verde.



Figura 16 – Modelo geométrico da câmara de vácuo do TCABR. Manta isolante exibida em verde. Fonte: Próprio autor.

Cada metade da câmara é suportada por duas colunas, de 1665 mm de altura, também feitas de aço inoxidável 316L. Há, no total, quatro colunas de suporte da câmara. Cada coluna possui três reforços, soldados às colunas e a placas circulares com 420 mm de diâmetro e 15 mm de espessura, que formam a base de cada coluna. Estas placas estão parafusadas em fundações de concreto, abaixo do *tokamak*.

Nas paredes horizontais inferiores da câmara foram soldadas quatro peças de formato tubular, com 80 mm de diâmetro externo, 64 mm de diâmetro interno, cada

uma com quatro reforços. Estas peças servem como encaixe para uma peça de metal cilíndrica. Esta, por sua vez, também é encaixada na coluna de suporte da câmara, e há um elemento eletricamente isolante envolvendo esta peça de conexão. A Figura 17 mostra um destes encaixes soldado à câmara do TCABR, a peça de conexão entre câmara e coluna, e o elemento isolante, este na cor branca.



Figura 17 – a) Peça de encaixe no TCABR. b) Peça de conexão e elemento isolante, em branco. Fonte: Próprio autor.

O projeto atual do sistema de *baking* consiste em instalar, em cada uma das faces externas da câmara de vácuo, elementos de aquecimento ôhmico, caso as análises mostrem que o sistema de *baking* proposto é válido. A princípio, eles seriam formados por filamentos de liga de Ni-Cr, envoltos por um revestimento de ZnO₂, ambos contidos em tubos de cobre. Estes tubos seriam instalados na parte inferior de placas de alumínio, em sulcos projetados para acomodá-los, e as placas seriam parafusadas na câmara, em porcas soldadas previamente em suas faces externas. Entre as placas e a câmara seria aplicada uma pasta térmica, para garantir o contato térmico entre estes componentes e melhorar a troca de calor entre eles. Por fim, os filamentos seriam conectados a um sistema de potência e aquecidos por corrente Todavia, o projeto dos elementos aquecedores ainda não está elétrica. completamente definido. Portanto, o aquecimento que seria fornecido por eles foi incluído nas análises como áreas de aquecimento, como será visto adiante. Além disso, optou-se por substituir o elemento isolante por Kalrez®, um material com um limite de temperatura de operação maior do que o PVC, devido às altas temperaturas que seriam produzidas no sistema pelo processo de baking.

O projeto de *baking* também inclui cobrir estes elementos, a câmara de vácuo e parte das colunas de suporte com uma manta isolante de fibra de Alumina (Al₂O₃), com 6,5 mm de espessura. Esta espessura de manta foi escolhida devido ao espaço restrito disponível para instalação de componentes no lado externo da câmara, especialmente nas regiões entre a câmara e as faces inferiores dos flanges das janelas de acesso, pois é preciso haver espaço nestas regiões para acessar os parafusos e porcas que unem as janelas às suas tampas.

Por fim, na região interna da câmara serão instalados ladrilhos de grafite, parafusados em trilhos de suporte, feitos de aço inoxidável 316L e que serão soldados às faces internas da câmara, ao longo das regiões de contato entre os trilhos e a câmara. Os trilhos percorrem a câmara na direção poloidal. Os ladrilhos foram projetados em um conjunto formado por onze ladrilhos com diversos formatos. Alguns estão dispostos de forma paralela às faces internas da câmara, enquanto outros formam um ângulo de 45 graus entre suas faces e o plano horizontal. Eles foram projetados desta forma para acomodar, na região entre os ladrilhos e as faces internas da câmara, as bobinas RMP, que estão sendo projetadas para o *upgrade* do TCABR, como mencionado anteriormente. A Figura 18 ilustra um conjunto de ladrilhos com os seus trilhos de suporte.



Figura 18 – Projeto atual dos ladrilhos de grafite e trilho de suporte. Fonte: Próprio autor.

Os ladrilhos formam um ângulo de 20 graus na direção toroidal. Há, portanto, 18 conjuntos de ladrilhos e trilhos de suporte, que formam uma nova estrutura de formato toroidal dentro da câmara. As faces internas dos ladrilhos formam uma nova região interna de produção de plasma, contida dentro da câmara, e agem como uma nova primeira parede (*first wall*) para o plasma. A Figura 19 exibe parte da câmara de vácuo, da manta isolante, das colunas de suporte e dos conjuntos de ladrilhos de grafite e trilhos de suporte modelados geometricamente.



Figura 19 – Vista em corte dos componentes modelados geometricamente. Fonte: Próprio autor.

Com exceção das bobinas RMP, os componentes mencionados anteriormente são os que foram incluídos nos modelos térmico e estrutural de elementos finitos, detalhados adiante.

5.2 Modelo de transferência de calor

Durante o processo de *baking*, as paredes externas da câmara de vácuo estarão sujeitas a fluxos de calor oriundos dos aquecedores ôhmicos. Foram propostos dois cenários de aquecimento. No primeiro deles, os fluxos de calor foram distribuídos uniformemente em cada face externa principal da câmara de vácuo. Ou seja, eles foram aplicados nas superfícies que formam as faces externas superior,

inferior, *inboard* e *outboard* do corpo toroidal da câmara. Não foram aplicados fluxos de calor nas outras superfícies externas, como nas janelas de acesso, por exemplo. No segundo cenário, os fluxos de calor foram aplicados em áreas localizadas, espaçadas ao redor da câmara. Este cenário estaria mais próximo da realidade, pois cada área de aquecimento representaria um dos elementos de aquecimento instalados nas faces externas da câmara. Portanto, ao invés de modelar geometricamente os elementos de aquecimento, como foi feito para os outros componentes do sistema, eles foram representados pelas áreas retangulares definidas em cada face externa da câmara. A Figura 20 ilustra a diferença entre os dois cenários em relação às áreas em que os fluxos de calor de aquecimento foram aplicados. Estas áreas estão representadas pela cor azul.



Figura 20 – Cenários de aquecimento com fluxos de calor a) distribuídos, e b) localizados, aplicados nas faces externas da câmara. Fonte: Próprio autor.

Estes dois cenários foram propostos partindo-se da hipótese que, no cenário de aquecimento em que a câmara é aquecida com fluxos de calor distribuídos uniformemente, as tensões seriam menores do que no segundo cenário, com as fontes de calor localizadas, pois o primeiro cenário produziria um gradiente de temperaturas menor. Portanto, montar estes dois cenários permite comparar as tensões produzidas entre um cenário ideal de *baking* com um cenário mais próximo da realidade, para se avaliar a viabilidade desta forma de aquecimento do sistema.

Durante o processo de *baking* ocorrerão trocas de calor pelos três mecanismos existentes, ou seja, condução, convecção e radiação. A condução ocorrerá ao longo

de cada componente e entre componentes distintos, através das faces que os conectam. Portanto, o calor proveniente dos aquecedores ôhmicos será difundido para o interior da câmara de vácuo e para a manta isolante. Ao longo da câmara, ele também será difundido por condução para as estruturas de suporte dos ladrilhos de grafite, e através delas para os próprios ladrilhos. Entre os ladrilhos também haverá condução através de suas faces em contato. Além disso, o calor também será difundido para as colunas de suporte da câmara.

A região externa do sistema está exposta ao ambiente do laboratório, portanto espera-se que haja perda de calor por convecção natural e por radiação pelas faces expostas a este ambiente. Como a manta isolante cobrirá a câmara de vácuo, considerou-se nos modelos que estes mecanismos de transferência de calor ocorrem nas faces externas dela. Neste trabalho não foram consideradas as perdas de calor pelas janelas de acesso. Supôs-se que as colunas de suporte, devido a suas alturas, atuarão como grandes aletas removedoras de calor. Desta forma, as perdas de calor por convecção natural e radiação também foram colocadas como condições de contorno nas faces externas da manta que cobrem estes elementos.

Do lado de dentro da câmara há duas regiões de troca de calor por radiação. A primeira é a região entre a câmara e os ladrilhos de grafite. A segunda é a região contida pelas faces internas dos ladrilhos. Tanto as faces internas da câmara quanto as faces dos ladrilhos foram modeladas como superfícies cinzas e difusas, com diferentes emissividades para o aço e para o grafite. A Figura 21 ilustra esquematicamente as trocas de calor envolvidas no problema. Os trilhos de suporte e as colunas de sustentação da câmara não foram incluídos na figura.



Figura 21 – Mecanismos de troca de calor por radiação e convecção presentes no modelo. Fonte: Próprio autor.

A Tabela 2 exibe os valores das propriedades físicas dos materiais presentes em todo o sistema que são necessárias para montar os modelos de transferência de calor nos regimes permanente e transiente. Foi necessário consultar diversas fontes para se obter os valores expostos na tabela.

Propriedade	Aço 316L	Fibra de Alumina	Grafite	Kalrez®
Condutividade térmica (<i>W/mK</i>)	15	0,06	70	0,18
Calor específico (J/kgK)	500	1000	750	974
Densidade (kg/m^3)	8000	100	1760	1900
Emissividade total hemisférica	0,1	0,9	0,7	-

Tabela 2 – Propriedades térmicas dos materiais presentes no modelo.

Fontes: Amsted (2021); Canal (2014); Çengel (2009); DuPont Performance Elastomers (2003); Shu et al. (2022); Unifrax (2017); Unifrax (2018); ThyssenKrupp (2017); Zircar Ceramics (2022).

Para o aço 316L, os valores de condutividade térmica, calor específico e densidade foram extraídos de ThyssenKrupp (2017). Estes valores foram obtidos para a temperatura de 20 °C. A emissividade foi calculada para uma chapa polida de aço, na temperatura de 100 °C, a partir dos dados presentes em Çengel (2009).

Para a manta isolante de fibra de Alumina, as propriedades foram extraídas de vários catálogos de fabricantes deste material. Os valores de condutividade térmica, calor específico e densidade foram extraídos de Zircar Ceramics (2022) e Unifrax (2018). A emissividade foi extraída de Unifrax (2017). A condutividade térmica foi obtida para a temperatura de 260 °C. Os catálogos não listam as temperaturas de referência para as outras propriedades.

No caso dos ladrilhos de grafite, a condutividade térmica e o calor específico foram extraídos de Canal (2014) para a temperatura de aproximadamente 400 K. A densidade foi obtida do catálogo da empresa Amsted (2021) para grafite do tipo ATJ em temperatura ambiente. A emissividade do grafite foi obtida de Shu et al. (2022) como a média entre os valores obtidos a 200 °C para ladrilhos de grafite com diferentes graus de rugosidade de suas superfícies.

As propriedades do perfluoroelastômero Kalrez® foram extraídas de DuPont Performance Elastomers (2003). A condutividade térmica e o calor específico foram obtidos para a temperatura de 100 °C. Não é mencionada a temperatura de referência para a densidade.

Algumas observações devem ser feitas sobre os valores listados anteriormente. É importante notar que os valores das propriedades físicas listados na tabela podem ser diferentes dos valores para os componentes já existentes, como a câmara de vácuo, e para os componentes a serem adquiridos durante o *upgrade* para o sistema de *baking*, como a manta de fibra de Alumina. No caso da câmara, por exemplo, não foi possível encontrar o catálogo da empresa Schlieren, responsável por sua fabricação. Porém, o aço inoxidável 316L é relativamente comum e possui composição química bem definida. Portanto, espera-se que não haja grandes variações entre as propriedades reais da câmara e os valores obtidos em catálogos. A emissividade dos materiais, por outro lado, é mais complexa de se determinar. Em primeiro lugar, a emissividade depende da direção e comprimento de onda da radiação sendo emitida, como visto anteriormente. Além disto, ela é uma propriedade de superfície. Um mesmo material com superfícies em estados diferentes (oxidada ou polida, por exemplo) apresentará emissividades diferentes para cada superfície. A emissividade da manta isolante foi extraída de um catálogo, mas Jones, Mason e Williams (2019) apresentam um intervalo de valores para essa propriedade de 0,83 a 0,35, em um intervalo de 300 a 1800 graus Kelvin. Os ladrilhos de grafite fabricados para o *upgrade* do TCABR também podem apresentar emissividade diferente da obtida na literatura.

Desta forma, considerando-se os problemas encontrados na determinação precisa das propriedades dos materiais envolvidos no sistema de *baking*, e considerando-se o objetivo deste trabalho – avaliar de forma preliminar a viabilidade do sistema de *baking* para o TCABR – optou-se por utilizar valores constantes para as propriedades. Caso se decida implementar o sistema de *baking*, é importante obter dos fornecedores dos componentes os valores de suas propriedades físicas, para verificar se os valores adotados neste trabalho estão próximos aos fornecidos. Também seria importante modelar as propriedades como funções da temperatura, ou realizar análises de sensibilidade, para se estudar como possíveis variações destas propriedades afetam os resultados das simulações.

Para se estimar os fluxos de calor necessários para aquecer a câmara e os ladrilhos de grafite a 200 °C, foi desenvolvido um modelo unidimensional de troca de calor por radiação envolvendo três paredes. Uma das paredes representa um ladrilho de grafite, enquanto as outras representam a parede da câmara e a manta isolante. Estas possuem uma face em comum. Assumiu-se que todas possuem a mesma área. A Figura 22 ilustra o modelo desenvolvido e as trocas de calor envolvidas.



Figura 22 – Modelo unidimensional de troca de calor. Fonte: Próprio autor.

Durante o regime permanente deseja-se que todas as paredes internas dos ladrilhos estejam a 200 °C, portanto o fluxo de calor líquido em cada uma das superfícies que formam a cavidade interna dos ladrilhos deve ser nulo. Logo, as paredes externas dos ladrilhos, voltadas à câmara, também devem estar a 200 °C. Além disso, no regime permanente também não haveria fluxo líquido de calor por radiação para os ladrilhos. Caso contrário, eles sofreriam alguma mudança de temperatura, dependendo da direção do fluxo líquido de calor, e não estariam no regime permanente. Considerando que a equação para a troca de calor por radiação entre duas paredes planas e paralelas, com superfícies cinzas e difusas, é dada por (ÇENGEL, 2009)

$$\dot{Q}_{12} = A\sigma(T_1^4 - T_2^4) / (1/\epsilon_1 + 1/\epsilon_2 - 1)$$
(5.1)

A temperatura das paredes da câmara também deve estar a 200 °C para que este fluxo de calor seja nulo. Portanto, pode-se modelar a troca de calor entre parede e ambiente com um modelo unidimensional, em que há uma parede de aço com espessura L_c (podendo ser 5 ou 12 mm), uma parede representando a manta isolante de Alumina com espessura L_m , igual a 6,5 mm, e perda de calor para o ambiente através de convecção natural e radiação. Este modelo resulta na seguinte equação para o fluxo de calor através da câmara e da manta isolante:

$$q = k_c \frac{(T_c - T_i)}{L_c} = k_m \frac{(T_i - T_m)}{L_m} = h(T_m - T_{amb}) + \sigma \epsilon_m (T_m^4 - T_{amb}^4)$$
(5.2)

Reordenando-a para que fique em função da temperatura externa da manta isolante, obtém-se

$$r_{eq}\sigma\epsilon_m T_m^4 + (r_{eq}h+1)T_m - [r_{eq}(\sigma\epsilon_m T_{amb}^4 + hT_{amb}) + T_c] = 0$$
(5.3)

Em que foi definido um termo $r_{eq} = (L_c/k_c + L_m/k_m)$. Portanto, tendo os parâmetros $L_c, k_c, L_m, k_m, \epsilon_m, h, T_{amb}$ e T_c – este definido como 200 °C pela discussão anterior – pode-se resolver esta equação para a temperatura T_m , e com isso obter o fluxo de calor necessário para aquecer a parede da câmara e os ladrilhos de grafite a 200 °C. Porém, o coeficiente de convecção natural que aparece na equação é função da própria temperatura T_m , portanto é preciso utilizar um processo iterativo para se

obter a solução da equação. Neste processo, um valor inicial de h foi suposto arbitrariamente como $2 W/m^2 K$. Com este valor obteve-se a temperatura T_m , e com esta temperatura calculou-se um novo valor de h. Este novo valor é inserido novamente na equação, e um novo valor de T_m é calculado. O processo continua até que ambos h e T_m tenham convergido para valores constantes, ou cuja diferença percentual entre o valor calculado mais recente e o anterior seja menor do que 1%.

Este processo foi realizado para cada uma das faces externas da manta isolante, cobrindo tanto a câmara quanto suas colunas de suporte, pois cada uma destas regiões deve ser representada por correlações de Nu diferentes, de acordo com a geometria que se julgou melhor representar cada face externa. As correlações foram extraídas de Çengel (2009), Rohsenow, Hartnett e Cho (1998) e Bejan (1995). As correlações utilizadas estão expostas na Tabela 3, enquanto os valores de h, q e T_m encontrados para cada face no regime permanente estão expostos na Tabela 4.

Face externa	Correlação	Equação
Superior	Placa horizontal quente voltada para cima	$Nu = \begin{cases} 0.54 \ Ra_L^{1/4}, 10^4 \le Ra < 10^7 \\ 0.15 \ Ra_L^{1/3}, 10^7 \le Ra \le 10^{11} \end{cases}$
Outboard	Placa vertical	$Nu = \left\{ 0,825 + \frac{0,387Ra_L^{1/6}}{[1 + (0,492/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2$
Inferior	Placa horizontal quente voltada para baixo	$Nu = 0,27Ra_L^{1/4}$
Inboard	Placas paralelas isotérmicas	$Nu = [(Nu_{fd})^{m} + (c\bar{C}_{l}Ra^{1/4})^{m}]^{1/m}$
Colunas	Cilindro vertical	$Nu = \frac{4}{3} \left[\frac{7RaPr}{5(20+21Pr)} \right]^{1/4} + \frac{4(272+315Pr)H}{35(64+63Pr)D}$

Tabela 3 – Correlações de número de Nusselt utilizadas para cada face externa.

Fontes: Bejan (1995); Çengel (2009); Rohsenow, Hartnett e Cho (1998).

Na equação para a face *inboard*, m = -1,9, c = 1,2, $\bar{C}_l = 0,515$, $Nu_{fd} = Ra/24$, e o número de Rayleigh é calculado pela equação e pelas definições presentes na Figura 23.



Figura 23 – Parâmetros da correlação utilizada na face *inboard*. Fonte: Rohsenow, Hartnett e Cho (1998).

Os termos *H* e *W* foram definidos como a altura e perímetro da face *inboard*, respectivamente, *S* é a distância entre a face *inboard* e o solenoide central, T_2 representa a temperatura do solenoide central, assumida como igual à temperatura ambiente de 20 °C, e T_1 é a temperatura da face *inboard* da manta isolante.

Face externa	Coeficiente h (W/m^2K)	Fluxo de calor $q (W/m^2)$	Temperatura da parede T_m (°C)
Superior	6,85	1001	90,7
Outboard	5,72	975	94,1
Inferior	2,97	890	102,9
Inboard	4,41	937	98,2

Tabela 4 – Valores de h, $q \in T_m$ obtidos pelo modelo analítico.

Fonte: Próprio autor.

Os valores calculados de q na Tabela 4 foram utilizados nos modelos térmicos em que os fluxos de calor produzidos pelo *baking* foram distribuídos em cada face, ou seja, no suposto cenário ideal. Nos modelos com fontes de calor localizadas, novos fluxos de calor foram calculados multiplicando-se os valores anteriores pela razão entre as áreas de cada tipo de face e as áreas de aquecimento presentes na mesma face. Os valores de q_{elem} , expostos na Tabela 5, foram utilizados nos modelos com aquecimento localizado, aplicando em cada área de aquecimento o valor correspondente à face em que ela se encontra.

Face externa	Área total (m²)	Área dos elementos (m²)	Razão	Fluxo de calor $q_{elem} (W/m^2)$
Superior	1,51	0,45	3,4	3359
Outboard	2,34	0,74	3,2	3083
Inferior	1,50	0,45	3,3	2967
Inboard	1,29	0,61	2,1	1981

Tabela 5 – Valores de fluxo de calor calculados para modelos com aquecimento distribuído.

Fonte: Próprio autor.

Nos modelos de transferência de calor em regime transiente, ao invés de se usar um valor fixo de coeficiente de convecção natural para cada face externa da manta, calculou-se o valor deste parâmetro em função da temperatura da superfície da manta, para cada face, com base na correlação associada a ela. Estes valores de h, obtidos em função de T_m , foram colocados na forma de tabelas para cada face em que a condição de contorno de convecção natural foi aplicada. O Gráfico 1 ilustra as curvas de coeficientes de convecção natural obtidas para cada face, em função de sua temperatura de superfície.



Gráfico 1 – Curvas de coeficientes de convecção natural para cada face da manta isolante. Fonte: Próprio autor.

5.3 Modelo estrutural

Para se analisar as tensões produzidas na câmara de vácuo durante o processo de *baking*, é preciso definir as condições estruturais a que o sistema todo estará sujeito durante o processo. Ou seja, é preciso definir os tipos de carregamentos atuantes em todo o sistema, assim como a conexão estrutural entre as peças que compõem o conjunto em análise, e como tudo está sendo suportado. Esta seção aborda estes detalhes.

Em primeiro lugar, é importante notar que a manta isolante e os ladrilhos de grafite não foram incluídos nas análises estruturais desenvolvidas. A manta isolante foi excluída deste tipo de modelo por ela possuir uma baixa densidade, não exercendo grande influência no peso total do sistema, e porque não se deseja, a esta altura, analisar as tensões produzidas na manta. Também se supôs que ela não forneceria uma grande resistência à expansão térmica da câmara, embora não tenham sido encontrados valores para o coeficiente de expansão térmica ou módulo de elasticidade deste material. O fato de os valores destas propriedades não terem sido encontrados também foi um fator que levou à exclusão da manta dos modelos estruturais, pois seria impossível resolver os modelos sem estas propriedades.

No caso dos ladrilhos de grafite, há alguns motivos para sua exclusão dos modelos estruturais. Em primeiro lugar, multiplicando-se o volume de cada ladrilho pela densidade do grafite, obtém-se uma massa de 136 kg para todo o conjunto de ladrilhos. A massa da câmara de vácuo junto com os trilhos de suporte é de 965 kg. A inclusão dos ladrilhos no modelo representaria um aumento percentual de 14% no peso sustentado pelas colunas. Desta forma, julgou-se que o peso dos ladrilhos não exerceria grande influência nos resultados das análises estruturais, nesta etapa do trabalho. Além disso, os ladrilhos ainda estão em fase preliminar de projeto. Outros membros do laboratório estão realizando as análises necessárias para se alcançar um projeto final para estes componentes, considerando, por exemplo, os fluxos de calor provenientes do plasma que os atingem. Os modelos geométricos destes componentes, utilizados neste trabalho, representam um projeto preliminar e foram incluídos quando seus efeitos não puderam ser simplificados ou ignorados. No modelo térmico, por exemplo, eles exercem grande influência na distribuição de calor dentro

da câmara, e um dos objetivos do modelo térmico é justamente obter o campo de temperaturas nos ladrilhos. Por fim, eles representam mais componentes que teriam que ser divididos em elementos finitos na análise estrutural. Isto, por sua vez, representa um custo computacional e um gasto de tempo maiores para se resolver os modelos de elementos finitos, e a análise estrutural dos ladrilhos também está sendo conduzida pelos outros membros. Portanto, com base em todas estas considerações, optou-se por não incluir os ladrilhos de grafite nos modelos estruturais deste trabalho.

Considerando estas explicações, pode-se ver que o modelo estrutural possui menos componentes do que o modelo térmico. No modelo estrutural foram incluídos a câmara de vácuo, os trilhos de suporte dos ladrilhos, as peças que conectam a câmara de vácuo às colunas de sustentação, e as próprias colunas.

O primeiro carregamento a que todos estes corpos estão sujeitos é o peso próprio de cada um, devido à gravidade. Além disto, durante o *baking* a câmara é mantida sob vácuo, para que as partículas adsorvidas em todas as superfícies contidas na região interna da câmara possam ser liberadas e removidas pelas bombas de vácuo. Portanto, haverá uma diferença de pressão agindo sobre a câmara durante o processo, com pressão de vácuo em seu interior e pressão atmosférica agindo sobre suas superfícies externas. Por fim, o campo de temperaturas produzido pelo aquecimento da câmara produzirá dilatação das estruturas aquecidas e resultará em tensões de origem térmica. Embora o foco da análise esteja na câmara, as temperaturas de todos os componentes que fazem parte do modelo estrutural foram consideradas, pois não se pode ignorar os efeitos produzidos pela dilatação de cada componente no sistema como um todo.

Para que as tensões de origem térmica fossem calculadas, foi feito um acoplamento unidirecional (*one-way coupling*) do modelo térmico ao modelo estrutural. As temperaturas obtidas no modelo de transferência de calor, combinadas com os coeficientes de dilatação térmica de cada material, foram usadas para se obter as deformações e, consequentemente, as tensões de origem térmica produzidas na estrutura. A eliminação da manta isolante e dos ladrilhos fez com que somente houvesse, em termos de materiais, o aço inoxidável 316L e o perfluoroelastômero Kalrez® no modelo estrutural. Este material está presente no cilindro eletricamente

isolante que conecta a câmara às colunas e, portanto, não pôde ser removido do modelo estrutural. A Tabela 6 exibe algumas propriedades destes materiais. Os valores foram extraídos de Thyssenkrupp (2017), DuPont Performance Elastomers (2003), e da seção 2, parte D do ASME *Boiler and Pressure Vessel Code* (AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS, 2010).

Propriedade física	Aço 316L	Kalrez®
Tensão de escoamento a 200 ºC (MPa)	121	-
Tensão de escoamento a 160 ºC (MPa)	128	-
Limite de resistência (MPa)	485	-
Módulo de elasticidade (GPa)	193	0,0074
Coeficiente de expansão térmica $(10^{-6} K^{-1})$	16,5	320

Tabela 6 – Propriedades físicas dos materiais presentes no modelo estrutural.

Fontes: DuPont Performance Elastomers (2003); Thyssenkrupp (2017); American Society of Mechanical Engineers (2010).

No caso do aço 316L, o limite de resistência foi obtido para a temperatura ambiente (20 °C). O módulo de elasticidade foi obtido como a média dos valores para 20 e 200 graus Celsius. O valor de coeficiente de expansão térmica é válido, de acordo com o catálogo, entre 20 e 200 graus Celsius. No caso do Kalrez®, o valor deste coeficiente é válido para o intervalo de 25 a 250 graus Celsius. A temperatura relativa ao módulo de elasticidade não é mencionada.

Em termos de suportes, definiu-se que as estruturas de suporte dos ladrilhos de grafite estão soldadas às paredes internas da câmara. Portanto, há uma união fixa entre estes corpos, sem deslocamentos entre eles. Também se definiu que os encaixes da câmara, as peças de conexão entre câmara e colunas de sustentação, e as colunas, estão conectados de forma rígida uns aos outros, sem deslocamentos entre eles.

Por fim, as bases das colunas estão parafusadas a um piso de concreto construído no laboratório, abaixo do *tokamak*. Portanto, considerou-se que as bases das colunas estão engastadas no chão, impedindo seus deslocamentos em qualquer

direção.

Como visto na revisão bibliográfica, a análise das tensões produzidas na câmara de vácuo de *tokamaks* costuma ser realizada com base no *Boiler and Pressure Vessel Code, Section 8, Division 2*, elaborado pela ASME. Utilizou-se a seção de projeto por análise (*design by analysis*), em que as tensões produzidas na câmara de vácuo são classificadas de acordo com os critérios definidos pela norma e então comparadas com algum limite, também definido pela norma. As tensões de origem térmica são classificadas como secundárias, representadas no código pela letra Q. Neste caso, a norma define que a soma das tensões primárias e secundárias $P_L + P_b + Q$ deve ser comparada a três vezes o valor da tensão admissível média S_m no intervalo de temperaturas de operação do vaso de pressão.

Foi utilizada outra seção do mesmo código, a seção 2, parte D do ASME *Boiler* and Pressure Vessel Code (AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS, 2010) para se obter os valores da tensão admissível S_m do aço inoxidável 316L para as temperaturas de 20 °C e 200 °C, já que se adotou 20 °C como a temperatura ambiente e 200 °C como a temperatura alvo do *baking*. A tensão admissível a 20 °C é igual a 115 MPa, enquanto a 200 °C é 109 MPa. A média resultante é de 112 MPa. Portanto, o limite para as tensões equivalentes produzidas na câmara de vácuo é de 336 MPa.

Também se julgou interessante comparar as tensões produzidas na câmara e em outros componentes estruturais com as tensões de escoamento do aço 316L, nas temperaturas que estes componentes atingem nas simulações quando alcançam o regime permanente. Isto foi feito como uma forma de aumentar a segurança do processo de *baking*, do ponto de vista estrutural. Se a câmara conseguisse atingir tensões máximas abaixo do limite de escoamento do aço, isto seria um grande indicativo da viabilidade deste método de aquecimento. Além disto, o critério presente na norma da ASME é válido para vasos de pressão, mas há outros componentes no sistema para os quais esta norma não poderia ser aplicada, sendo, portanto, mais seguro avaliá-los pelo limite de escoamento. Observou-se, por exemplo, que os trilhos de suporte atingem uma temperatura média de aproximadamente 160 °C em uma das simulações. Portanto, a tensão de escoamento para esta temperatura foi incluída na Tabela 6, e as tensões produzidas nestes componentes foram comparadas com este

limite. Os valores de tensão de escoamento também foram extraídos da seção 2, parte D do ASME *Boiler and Pressure Vessel Code*.

5.4 Modelos de elementos finitos desenvolvidos no Ansys Workbench®

Foram desenvolvidos sete modelos de elementos finitos utilizando o *software* Ansys Workbench®, sendo que os modelos térmicos foram desenvolvidos com os módulos *Steady-State Thermal* e *Transient Thermal*, enquanto os modelos estruturais foram desenvolvidos com *Static Structural* e *Transient Structural*. Todos estes módulos utilizam o *solver Mechanical* para resolver os modelos de elementos finitos.

Cada um destes modelos, com suas características geométricas e físicas, está listado a seguir.

O modelo 1 inclui análise térmica, em regime permanente, de um quarto da câmara de vácuo e manta isolante com geometrias simplificadas.

O modelo 2 inclui análise térmica, em regime permanente, de um quarto da câmara de vácuo, manta isolante e coluna de suporte com geometrias simplificadas.

O modelo 3 inclui análises térmica e estrutural, em regime permanente, com geometrias completas – ou seja, não simplificadas – com fontes de calor distribuídas uniformemente nas faces externas da câmara (cenário ideal de aquecimento, como mencionado na seção sobre os modelos de transferência de calor).

O modelo 4 inclui análises térmica e estrutural, em regime transiente, com geometrias completas, com fontes de calor distribuídas uniformemente e constantes ao longo do tempo.

O modelo 5 inclui análises térmica e estrutural, em regime transiente, com geometrias completas, com fontes de calor distribuídas uniformemente e variando com o tempo.

O modelo 6 inclui análises térmica e estrutural, em regime permanente, com geometrias completas, com fontes de calor em áreas localizadas, ao redor das faces

externas da câmara (segundo cenário de aquecimento, conforme a seção sobre os modelos de transferência de calor).

Por fim, o modelo 7 inclui análises térmica e estrutural, em regime transiente, com geometrias completas, com fontes de calor localizadas, ao redor das faces externas da câmara, e variando com o tempo.

As razões para a elaboração de cada modelo serão expostas a seguir.

O objetivo do primeiro modelo foi verificar se os valores de fluxos de calor de aquecimento e coeficientes de convecção natural estão corretos, ou seja, se eles fariam com que as temperaturas nas faces internas da câmara de vácuo atingissem a meta de 200 °C. Embora os cálculos analíticos tenham sido feitos para uma situação unidimensional, os resultados deste modelo indicariam se os resultados poderiam ser aplicados ao modelo tridimensional.

O segundo modelo teve como objetivo estudar o efeito que as colunas de suporte teriam na distribuição de temperaturas obtida no sistema. Supôs-se em um primeiro momento que elas agiriam como aletas, removendo o calor da câmara de vácuo. Este modelo foi desenvolvido para verificar esta hipótese.

A partir do terceiro modelo as geometrias completas do sistema, com as janelas de acesso e outros detalhes geométricos, começaram a ser utilizadas. Como mencionado, a geometria utilizada nos modelos estruturais difere da utilizada nos modelos térmicos pela ausência da manta isolante e dos ladrilhos de grafite. O objetivo deste modelo seria avaliar, nesta situação ideal de aquecimento em regime permanente, os valores de tensões obtidos. Se estes valores estivessem ultrapassando o limite calculado pelo critério da norma da ASME, o método de aquecimento do sistema teria de ser revisto já nesta etapa, pois seria razoável supor que as tensões obtidas com as fontes de calor distribuídas seriam ainda maiores. Além disso, o sistema é mantido a temperaturas elevadas por vários dias após atingir o regime permanente. Não seria desejável manter a câmara de vácuo sob um carregamento excessivo durante este longo período.

Os modelos 4 e 5 foram utilizados para se estudar como o método de

aquecimento da câmara influencia os valores de tensões obtidos no sistema ao longo do tempo. Foi visto na revisão bibliográfica que alguns tokamaks utilizam um sistema de controle com sensores de temperatura para limitar o aquecimento da câmara a uma taxa de aumento de temperatura de 7 ºC/hora. Os autores mencionam que isto é feito justamente para se evitar tensões excessivas. No trabalho atual não foi implementado um sistema de controle deste tipo. Em seu lugar, foram realizados estes estudos. No modelo 4, os fluxos de calor calculados analiticamente foram aplicados com funções degrau, ou seja, constantes ao longo do tempo, durante as 24 horas de simulação. No modelo 5, os fluxos de calor em cada tipo de parede (superior, inferior, outboard e inboard) partiram do zero, no instante inicial, e aumentaram linearmente até seus respectivos valores calculados em um período de 12 horas. Após este instante, eles foram mantidos em seus valores calculados durante as 12 horas de simulação seguintes. Este método misto foi denominado "rampa". A comparação entre os resultados obtidos nestes modelos permitiria avaliar o impacto que o devido controle do aumento de temperatura durante o baking exerce nas tensões produzidas. A Figura 24 ilustra a diferença entre estes métodos de aquecimento.



Figura 24 – Diferença entre os métodos de aquecimento a) "degrau", e b) "rampa". Fonte: Próprio autor.

O sexto modelo, além de representar a situação mais próxima da realidade com a sua disposição dos elementos aquecedores, permitiu comparar o efeito desta distribuição dos fluxos de calor com a situação ideal representada pelo modelo 3, com fluxos de calor aplicados uniformemente nas faces.

Por fim, o sétimo modelo foi utilizado para avaliar as tensões que seriam produzidas durante o processo de *baking*, para poder alcançar alguma conclusão

sobre a viabilidade do sistema de *baking* proposto para o TCABR. Adiantando alguns dos resultados que serão expostos, notou-se pelos modelos 3 e 4 que as tensões equivalentes atingiram valores maiores durante o regime transiente do que no regime permanente. O sétimo modelo teve como objetivo avaliar o quão maiores elas seriam, quando comparadas com as obtidas pelo modelo 6. Neste caso foram utilizadas 25 horas para o tempo total de simulação.

A Tabela 7 ilustra as principais características de cada modelo.

Modelo	Geometria	Análise	Regime	Aquecimento	Função de aquecimento
1	Um quarto da câmara	Térmica	Permanente	Uniforme	-
2	Um quarto da câmara com coluna	Térmica	Permanente	Uniforme	-
3	Câmara completa	Térmica e Estrutural	Permanente	Uniforme	-
4	Câmara completa	Térmica e Estrutural	Transiente	Uniforme	Degrau
5	Câmara completa	Térmica e Estrutural	Transiente	Uniforme	Rampa
6	Câmara completa	Térmica e Estrutural	Permanente	Distribuído	-
7	Câmara completa	Térmica e Estrutural	Transiente	Distribuído	Rampa

Tabela 7 – Características de cada modelo desenvolvido.

Fonte: Próprio Autor.

Todos os modelos utilizaram elementos finitos tridimensionais, sólidos, com funções de aproximação de segunda ordem. Foram utilizados elementos de segunda ordem pois, devido à ausência de simetria na câmara de vácuo, a sua geometria completa teve que ser incluída no modelo, assim como a de todos os outros componentes envolvidos. Este fato, aliado à pequena espessura da manta isolante e da câmara de vácuo, tornou necessário utilizar um número relativamente alto de elementos e nós, para se produzir malhas de qualidade aceitável. Utilizar elementos de segunda ordem permitiu reduzir o número de elementos nas malhas dos modelos, sem prejudicar a acurácia dos resultados. Isto foi verificado realizando-se estudos de malha para os modelos térmico e estrutural. Definiu-se como parâmetro de geração de malha um tamanho de referência para cada elemento. Este valor foi reduzido progressivamente, e os resultados obtidos por cada malha comparados. Estes estudos revelaram que reduzir o tamanho de elemento para valores menores do que 2,5 cm produz valores de temperatura e tensão equivalente no sistema com diferenças percentuais menores do que 1% em relação ao modelo com este parâmetro igual a 2,5 cm. Além disso, considerando a presença de diversas geometrias com dimensões pequenas em relação à câmara, como janelas de acesso, reforços e raios de curvatura pequenos, utilizar elementos de segunda ordem foi necessário para capturar os detalhes geométricos destas regiões sem aumentar consideravelmente o número de elementos da malha.

Os elementos de segunda ordem utilizados nos modelos foram o tetraédrico Tet10, hexagonal Hex20, e prismático Wed15. Os números de cada tipo variaram entre os modelos construídos. Somente no modelo 1 foi possível utilizar um único tipo de elemento, o Hex20, devido à sua simetria. Os números totais de elementos e nós na malha de cada modelo, para cada tipo de análise, estão expostos na Tabela 8.

Modelo	Elementos – análise térmica	Nós – análise térmica	Elementos – análise estrutural	Nós – análise estrutural
1	13996	99392	-	-
2	28058	108397	-	-
3	285113	681742	160763	485903
4	285113	681742	160763	485903
5	285113	681742	160763	485903
6	211973	535243	246228	658305
7	211973	535243	246228	658305

Tabela 8 – Números de elementos e nós em cada análise de cada modelo.

Fonte: Próprio autor.

Esta seção apresenta os resultados obtidos por cada modelo listado na seção anterior. Os resultados serão apresentados nesta seção e discutidos na seção seguinte.

6.1 Modelo 1

O primeiro modelo tridimensional de elementos finitos, resolvido utilizando o *solver* Mechanical do Ansys Workbench®, produziu o campo de temperaturas exposto na Figura 25.



Figura 25 – Temperaturas produzidas no modelo 1. Fonte: Próprio autor.

As regiões em vermelho nesta figura representam as faces internas da câmara de vácuo e dos ladrilhos de grafite, enquanto as faces em azul e verde representam as faces externas da manta isolante de fibra de Alumina. A Figura 26 exibe os campos de temperaturas obtidos para a câmara e para os ladrilhos, isoladamente.



Figura 26 – Campos de temperatura para a) câmara de vácuo, e b) ladrilhos de grafite. Fonte: Próprio autor.

As temperaturas das faces internas da câmara e dos ladrilhos de grafite alcançaram valores consideravelmente próximos de 200 °C. As temperaturas na câmara ficaram entre 194,04 °C e 199,28 °C, os mínimos ocorrendo nos cantos da câmara onde as paredes verticais e horizontais se conectam. Os ladrilhos atingiram 194 °C, com uma diferença de apenas 0,08 graus Celsius entre o mínimo e máximo. As faces internas da manta atingiram temperaturas tão elevadas quanto as faces da câmara, enquanto suas faces externas atingiram valores próximos de 100 °C. A Tabela 9 lista os valores máximos obtidos nestas faces e os valores de equilíbrio calculados pelo modelo analítico unidimensional.

Face externa	Temperatura da face (ºC)	Temperatura da face (ºC)	
	Modelo analítico	Modelo 1	
Superior	90,7	89,9	
Outboard	94,1	93,1	
Inferior	102,9	102,0	
Inboard	98,2	98,3	

Tabela 9 - Temperaturas das faces externas da manta em cada modelo desenvolvido.

Fonte: Próprio autor.

Pode-se ver que houve concordância entre os valores obtidos no modelo 1 e os valores calculados analiticamente. Além disso, apesar dos fluxos de calor utilizados neste modelo terem sido calculados através de um modelo analítico unidimensional, eles produziram temperaturas finais muito próximas da meta de 200 °C quando aplicados em um modelo tridimensional.

6.2 Modelo 2

No segundo modelo, que difere do primeiro pela inclusão de uma das colunas de suporte da câmara, a presença deste elemento reduz significativamente a temperatura da região em que ela está localizada. Enquanto a temperatura máxima alcançada foi de 199,01 °C, a temperatura mínima foi de 168,38 °C nesta região. Ao longo das paredes da câmara, a temperatura aumenta gradualmente até atingir valores próximos de 200 °C em regiões suficientemente distantes da coluna. A Figura 27 ilustra este efeito provocado pela coluna de suporte na câmara e nos ladrilhos.



Figura 27 – Temperaturas na câmara de vácuo e ladrilhos de grafite obtidas no modelo 2. Fonte: Próprio autor.

Apesar desta redução, o campo de temperaturas obtido nos ladrilhos apresentou grande uniformidade. As temperaturas mínima e máxima foram reduzidas em apenas alguns graus Celsius, em relação ao modelo 1, mas a temperatura neste corpo variou de 194,09 °C a 194,48 °C.

6.3 Modelo 3

O terceiro modelo, que passa a incluir a análise estrutural, mas ainda em regime permanente, produziu o campo de temperatura exposto nas Figuras 28 e 29.



Figura 28 – Temperaturas na câmara de vácuo no modelo 3. Fonte: Próprio autor.



Figura 29 – Temperaturas nos ladrilhos de grafite no modelo 3. Fonte: Próprio autor.

Como mencionado anteriormente, neste modelo os fluxos de calor do *baking* foram distribuídos uniformemente nas faces externas da câmara. As temperaturas obtidas na câmara variaram de 124,52 °C a 192,81 °C. Como esperado, as colunas provocaram redução significativa da temperatura da câmara nas regiões em que estão localizadas. As faces interiores da câmara, no entanto, alcançaram uma temperatura média de 186,55 °C. Os ladrilhos de grafite, assim como no modelo 2, alcançaram temperaturas elevadas e com boa uniformidade, indo de 181,81 °C a 186,77 °C.

Na análise estrutural as tensões equivalentes de von Mises foram calculadas. O máximo valor de tensão, de 82,6 MPa, foi obtido no canto interno de um dos trilhos de suporte dos ladrilhos de grafite. Outros trilhos apresentaram valores de tensão próximos deste máximo nesta mesma região da estrutura. A tensão máxima produzida na câmara de vácuo, entretanto, foi de 63,7 MPa, na união entre o corpo toroidal da câmara e uma das janelas diagonais. A outra janela diagonal também apresentou um valor de tensão próximo do máximo, de 59,7 MPa, nesta mesma região. As regiões onde estão soldadas as peças de conexão da câmara com as colunas apresentaram tensões intermediárias, em relação ao máximo e mínimo produzidos, especialmente nos reforços voltados ao centro da câmara. No resto da câmara, as tensões foram relativamente baixas, e em algumas regiões menores do que 1 MPa. Na peça de conexão entre câmara e colunas o máximo foi de 41,3 MPa, enquanto nas colunas o máximo foi de 33,4 MPa, na região em que elas se conectam com o tubo isolante e a peça de conexão. A Figura 30 ilustra as tensões produzidas em todo o sistema, enquanto as Figuras 31 e 32 ilustram os locais onde ocorreram os máximos valores de tensão na câmara de vácuo e em um dos trilhos de suporte, respectivamente.



Figura 30 – Tensões equivalentes produzidas em todo o sistema analisado no modelo 3. Fonte: Próprio autor.



Figura 31 – Tensão equivalente máxima atuante na câmara de vácuo no modelo 3. Fonte: Próprio autor.



Figura 32 – Campo de tensões equivalentes atuando em um dos trilhos de suporte no modelo 3. Fonte: Próprio autor.

6.4 Modelo 4

O quarto modelo utiliza os mesmos fluxos de calor do modelo 3, mas estuda o problema no regime transiente. O tempo total de simulação foi definido como 24 horas, com um passo de tempo de 5 minutos. Neste modelo os fluxos de calor responsáveis pelo aquecimento da câmara foram aplicados de forma constante, com os valores calculados analiticamente, durante todo o período de simulação. O campo de temperaturas obtido após 24 horas de *baking* nestas condições pode ser visto nas Figuras 33 e 34.



Figura 33 – Temperaturas produzidas na câmara de vácuo no modelo 4, ao final da simulação. Fonte: Próprio autor.



Figura 34 – Temperaturas produzidas nos ladrilhos de grafite no modelo 4, ao final da simulação. Fonte: Próprio autor.

O Gráfico 2 mostra a evolução das temperaturas máxima, mínima e média durante o processo. Pode-se ver que a temperatura máxima cresce rapidamente durante o início do processo, atingindo 100 °C em apenas uma hora, e depois passa a crescer de forma mais gradual. Após duas horas, a temperatura máxima obtida foi de 124 °C. Após três horas, 137 °C. Durante o resto do processo este parâmetro cresce assintoticamente até o valor de 191,97 °C, uma diferença de 1,61 °C em relação ao valor obtido no modelo 3, em regime permanente.



Gráfico 2 – Evolução das temperaturas na câmara de vácuo no modelo 4. Fonte: Próprio autor.

As temperaturas máxima, mínima e média nos ladrilhos mantiveram-se relativamente próximas durante todo o processo, com uma diferença máxima de 21,4 °C ocorrendo após 3 horas e 5 minutos de *baking*. Após as 24 horas de simulação, as temperaturas mínima e máxima obtidas foram de 179,86 °C e 185,3 °C. Em relação aos valores do modelo 3, há uma diferença maior do que 1% entre os valores obtidos para cada parâmetro, indicando que ainda não se alcançou o regime permanente. O Gráfico 3 ilustra o aumento das temperaturas nos ladrilhos durante o processo.



Gráfico 3 – Evolução das temperaturas nos ladrilhos de grafite no modelo 4. Fonte: Próprio autor.

Em relação às tensões equivalentes, o valor máximo obtido foi de 239,67 MPa, apenas 55 minutos após o início do processo. Este valor ocorreu no mesmo trilho de suporte dos ladrilhos onde a tensão máxima foi produzida no modelo 3. Após este instante a tensão máxima no sistema cai de forma quase linear até 89,3 MPa, após 7 horas e 35 minutos, e depois se reduz lentamente até o valor de 83,3 MPa após as 24 horas de simulação. Na câmara de vácuo ocorre um máximo de 214 MPa após 100 minutos de simulação, na junção entre a parede horizontal superior da câmara e uma de suas janelas de formato oblongo. Após este instante a tensão máxima equivalente se reduz até 56,78 MPa, após 10 horas e 20 minutos, e passa a aumentar lentamente até 63,64 MPa ao final do processo. As tensões nas colunas de suporte aumentaram rapidamente durante o início do *baking*, mas não ultrapassaram o valor de 41,67 MPa, obtido no final da simulação.

O Gráfico 4 ilustra como a tensão equivalente máxima variou durante a simulação em todo o sistema e na câmara de vácuo, enquanto a Figura 35 ilustra a região onde ocorreu o máximo valor.



Gráfico 4 – Evolução das tensões equivalentes máximas no modelo 4. Fonte: Próprio autor.


Figura 35 – Região onde ocorreu a tensão equivalente máxima no sistema. Fonte: Próprio autor.

6.5 Modelo 5

Como mencionado anteriormente, o quinto modelo utilizou fluxos de calor em função rampa durante as primeiras 12 horas de simulação, mantendo-se constantes durante as 12 horas seguintes. Foi utilizado neste modelo um passo de tempo de 10 minutos. O campo final de temperaturas pode ser visto nas Figuras 36 e 37.



Figura 36 – Temperaturas obtidas na câmara de vácuo no modelo 5, ao término da simulação. Fonte: Próprio autor.



Figura 37 – Temperaturas obtidas nos ladrilhos de grafite no modelo 5, ao término da simulação. Fonte: Próprio autor.

Neste modelo, observou-se um aumento gradual da temperatura máxima durante as primeiras 12 horas, partindo da temperatura ambiente, de 20 °C, até a temperatura de 152,69 °C. Durante as 12 horas seguintes este parâmetro aumentou lentamente até 188,73 °C. Considerando que a temperatura máxima no modelo 3 foi de 192,81 °C, isto indica que o regime permanente não foi atingido. As temperaturas média e mínima apresentaram comportamento semelhante. O Gráfico 5 ilustra a variação destas quantidades para a câmara neste modelo.



Gráfico 5 – Evolução das temperaturas na câmara de vácuo no modelo 5. Fonte: Próprio autor.

As temperaturas dos ladrilhos apresentaram comportamento similar, como pode ser visto no Gráfico 6, atingindo um máximo de 180,08 °C e um mínimo de 174,85 °C. As temperaturas máxima e mínima mantiveram-se relativamente próximas, com uma diferença máxima de 14,21 °C entre elas ao longo de todo o processo.



Gráfico 6 – Evolução das temperaturas nos ladrilhos de grafite no modelo 5. Fonte: Próprio autor.

As tensões obtidas na câmara de vácuo ao final da simulação podem ser vistas

na Figura 38.



Figura 38 - Tensões equivalentes na câmara de vácuo no modelo 5, ao término da simulação. Fonte: Próprio autor.

Ao final da primeira hora, a tensão máxima atingiu um valor mínimo de 58,7 MPa. A partir deste instante seu valor aumentou, com duas taxas de aumento diferentes, até atingir o máximo de 116,16 MPa, após as 12 horas iniciais de aquecimento. Este valor ocorreu, novamente, na junção entre a parede horizontal superior da câmara e uma das janelas de formato oblongo. Durante as próximas 2 horas e 10 minutos este valor caiu de forma relativamente rápida a 89,5 MPa, e até o final da simulação se reduziu lentamente até o valor de 83,8 MPa. Este valor final foi produzido na mesma região do mesmo trilho de suporte dos ladrilhos em que o valor de 82,6 MPa foi obtido no modelo 3.

A tensão máxima produzida na câmara ao longo do tempo apresentou comportamento semelhante, atingindo o máximo de 116,16 MPa após as 12 horas de *baking*, mas atingiu o valor de 80,18 MPa após as 12 horas restantes, valor ligeiramente menor do que o de 82,6 MPa visto no trilho de suporte neste mesmo momento. O Gráfico 7 ilustra a evolução das tensões máximas equivalentes neste modelo.



Gráfico 7 – Evolução das tensões equivalentes máximas no modelo 5. Fonte: Próprio autor.

6.6 Modelo 6

A partir do sexto modelo o aquecimento foi feito com as fontes de calor localizadas em áreas específicas ao redor da câmara, como mencionado anteriormente. Este modelo foi resolvido no regime permanente, enquanto o sétimo modelo foi resolvido no regime transiente, e será abordado adiante. As Figuras 39 e 40 exibem as temperaturas obtidas para a câmara de vácuo e ladrilhos de grafite.



Figura 39 – Temperaturas na câmara de vácuo produzidas no modelo 6. Fonte: Próprio autor.



Figura 40 – Temperaturas nos ladrilhos de grafite produzidas no modelo 6. Fonte: Próprio autor.

Na câmara de vácuo o valor máximo obtido foi 242,77 °C, enquanto o mínimo foi 119,19 °C. Os ladrilhos de grafite apresentaram, desta vez, um intervalo maior entre as temperaturas mínima e máxima, indo de 172,7 °C a 203,45 °C.

Em termos de tensões equivalentes, observou-se um máximo de 251,15 MPa, desta vez na junção entre a parede *outboard* da câmara com uma das janelas circulares menores, de 64 mm de diâmetro, próxima do flange que une as duas metades da câmara. O mesmo trilho em que se havia observado máximos de tensão equivalente nos outros modelos também atingiu um valor relativamente alto, de 224,72 MPa, no modelo 6. Além disto, outros trilhos de suporte alcançaram valores acima do limite de escoamento do aço 316L para a temperatura média obtida nestes componentes, de 161 °C. A Figura 41 ilustra as tensões produzidas em toda a estrutura neste modelo. A questão das regiões com máximos valores de tensões será abordada no modelo 7.



Figura 41 – Tensões equivalentes produzidas no modelo 6. Fonte: Próprio autor.

6.7 Modelo 7

Por fim, o sétimo modelo utilizou a mesma distribuição de áreas de aquecimento que o modelo 6, mas analisou o problema no regime transiente. A esta altura já se havia notado a diferença entre utilizar um fluxo constante ou aplicado gradualmente, conforme os modelos 4 e 5. Portanto, neste modelo, optou-se por aplicar os novos valores de fluxos de calor da mesma forma como foi feito no modelo 5, de forma gradual, com a função rampa. Desta vez optou-se por utilizar um tempo de simulação de 25 horas. O passo de tempo foi definido como 10 minutos. Estas configurações de simulação resultaram no campo de temperaturas exposto na Figura 42 para a câmara de vácuo.



Figura 42 – Temperaturas produzidas na câmara de vácuo no modelo 7, ao término da simulação. Fonte: Próprio autor.

As temperaturas na câmara foram de 114,34 °C a 239,05 °C. Pôde-se observar um comportamento semelhante ao observado no modelo 5, em termos do aumento das temperaturas na câmara ao longo do tempo, mesmo com as fontes de calor distribuídas de forma diferente. Além disso, estes valores ficaram abaixo do mínimo e máximo obtidos no modelo 6, indicando que o regime permanente não foi atingido. O Gráfico 8 mostra como as temperaturas mínima, máxima e média da câmara evoluíram ao longo do tempo.



Gráfico 8 – Evolução das temperaturas na câmara de vácuo no modelo 7. Fonte: Próprio autor.

Os ladrilhos de grafite novamente apresentaram um gradiente de temperaturas relativamente alto, em comparação com os modelos anteriores ao 6, com um intervalo de 165,11 °C a 197,5 °C. Estes valores também estão abaixo dos encontrados no modelo 6 para estes corpos, indicando novamente que este modelo, com este tempo final de simulação, ainda não atingiu o regime permanente. A Figura 43 ilustra o campo de temperaturas obtido nos ladrilhos. O Gráfico 9 ilustra sua evolução de temperatura.



Figura 43 – Temperaturas obtidas nos ladrilhos de grafite no modelo 7, ao término da simulação. Fonte: Próprio autor.



Gráfico 9 – Evolução das temperaturas nos ladrilhos de grafite no modelo 7. Fonte: Próprio autor.

As tensões equivalentes produzidas no sistema podem ser vistas na Figura 44.



Figura 44 – Tensões equivalentes produzidas no sistema analisado no modelo 7. Fonte: Próprio autor.

Novamente elas partiram de um valor próximo de 80 MPa, caíram até o mínimo global de 62,6 MPa após 50 minutos, aumentaram até 91,4 MPa após 3 horas e 30 minutos de simulação, e aumentaram com uma taxa de crescimento maior até o máximo global, de 289,35 MPa após as 12 horas iniciais. A partir deste instante a tensão máxima encontrada no sistema diminuiu para 243,22 MPa na marca de 15 horas, então crescendo lentamente até o valor de 250,01 MPa ao final das 25 horas de simulação.

As tensões equivalentes máximas produzidas na câmara e nos trilhos de suporte dos ladrilhos de grafite apresentaram comportamentos distintos. Enquanto a tensão nos trilhos atinge o pico de 289,35 MPa quando a simulação atinge 12 horas, a tensão equivalente máxima na câmara não apresenta pico semelhante neste mesmo instante da simulação. Além disso, o mínimo obtido na câmara, de 51,24 MPa, ocorre após 2 horas e 10 minutos, ao invés de 50 minutos, como pode ser visto no Gráfico 10. Após este instante, a tensão máxima na câmara cresce de forma quase linear até 230,84 MPa na marca de 12 horas, então crescendo lentamente até os 250,01 MPa obtidos ao final das 25 horas de simulação.



Gráfico 10 – Evolução das tensões equivalentes máximas no modelo 7. Fonte: Próprio autor.

O máximo de 250,01 MPa, observado na câmara, ocorre na mesma janela circular em que o valor de 251,15 MPa foi obtido no modelo 6. O valor máximo de 289,35 MPa observado nos trilhos ocorreu no mesmo ponto em que o valor de 239,67 MPa foi obtido, no modelo 4. Ao final das 25 horas de simulação o máximo obtido foi de 223,43 MPa, neste mesmo trilho de suporte, mas em uma região diferente, em contato com a face interna inferior da câmara. No canto interno em que valores máximos haviam sido observados, a tensão alcançou o valor de 174,88 MPa. Vários trilhos de suporte obtiveram valores de tensão acima do limite de escoamento do aço 316L nesta região de concentração de tensão. Este ponto será abordado com maiores detalhes na seção seguinte. A Figura 45 ilustra a região em que a máxima tensão equivalente foi produzida na câmara, enquanto a Figura 46 ilustra as regiões problemáticas dos trilhos, onde valores altos de tensão foram observados.



Figura 45 – Região onde ocorre máxima tensão equivalente na câmara de vácuo, no modelo 7. Fonte: Próprio autor.



Figura 46 – Em vermelho, regiões com valores de tensão excessivos nos trilhos de suporte. Fonte: Próprio autor.

7 DISCUSSÃO

Analisando-se os resultados expostos na seção anterior, várias conclusões podem ser extraídas a respeito da viabilidade do sistema de *baking* para o TCABR, respeitando-se as limitações dos modelos discutidas ao longo deste trabalho.

A revisão bibliográfica havia indicado que seria necessário analisar os efeitos térmicos e estruturais produzidos pelo *baking* no TCABR, pois cada *tokamak* possui características geométricas e físicas distintas, com sistemas de aquecimento distintos, impedindo que os resultados de uma análise sejam extrapolados para outros *tokamaks*. Os resultados obtidos neste trabalho reforçam esta conclusão.

O modelo 1 permitiu constatar que, apesar da aparente simplicidade do modelo analítico unidimensional de transferência de calor, ele produziu boas estimativas para os fluxos de calor necessários para se aquecer a câmara de vácuo e os ladrilhos de grafite até a temperatura alvo de 200 °C, mesmo quando aplicado a um modelo tridimensional. Além disto, utilizando os valores de coeficiente de troca de calor por convecção natural e temperatura da manta para cada tipo de face, além da emissividade da manta, é possível comparar as perdas de calor do sistema por convecção natural e por radiação, como pode ser visto na Tabela 10.

Face externa	Perda de calor por convecção natural (<i>W/m</i> ²)	Perda de calor por radiação (<i>W/m</i> ²)
Superior	484	517
Outboard	424	551
Inferior	246	643
Inboard	345	593

Tabela 10 – Perdas de calor para o ambiente por convecção natural e por radiação.

Fonte: Próprio autor.

Os valores presentes na tabela reforçam a necessidade de se considerar a transferência de calor por radiação em problemas que envolvem convecção natural, especialmente quando o material tem emissividade alta (ÇENCEL, 2009).

O modelo 2, assim como os modelos 3, 4 e 5, permitiu observar o efeito de redução local de temperatura provocado pelas colunas de sustentação da câmara. A hipótese de que elas agiriam como aletas, portanto, foi confirmada. A presença das colunas, entretanto, não impediu que a câmara, como um todo, atingisse temperaturas próximas de 200 °C. As temperaturas médias calculadas para as faces internas da câmara e dos ladrilhos de grafite no modelo 3 foram aproximadamente 185 °C. Porém, este resultado indica que, caso outros componentes venham a ser conectados às janelas de acesso da câmara, eles possivelmente produzirão o mesmo efeito de redução de temperaturas. Além disso, os próprios componentes estarão sujeitos a temperaturas elevadas, considerando que as peças de conexão entre a câmara e as colunas atingiram uma temperatura máxima de 146 °C. Portanto, é importante avaliar, para cada dispositivo que o laboratório venha a instalar na câmara, se ele pode estar sujeito a estes níveis de temperatura sem ser danificado. Caso contrário, a temperatura alvo do sistema deverá ser ajustada para satisfazer as restrições de temperatura dos componentes.

O modelo 3, do ponto de vista térmico, também apresentou resultados que ajudam a validar o modelo unidimensional de transferência de calor. Embora as temperaturas alcançadas tenham sido menores do que no modelo 2, elas ainda estão consideravelmente próximas da meta de 200 °C, tanto na câmara quanto nos ladrilhos. Do ponto de vista estrutural, este modelo mostra que, em uma situação ideal de aquecimento, as tensões produzidas seriam baixas o suficiente para se aprovar a instalação deste sistema de *baking* no TCABR. O valor máximo obtido, de 82,6 MPa, está abaixo do limite de 336 MPa calculado pelo critério da norma da ASME, e também está abaixo do valor de tensão de escoamento do aço 316L a 200 °C, igual a 121 MPa, de acordo com a Seção 2, parte D do *Boiler and Pressure Vessel Code* (AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS, 2010).

Os modelos 4 e 5, quando comparados em conjunto, demonstram que a forma como os fluxos de calor são aplicados tem importância fundamental na produção de tensões no sistema. Enquanto no modelo 4, com fluxos de calor constantes durante toda a simulação, a tensão máxima produzida foi de aproximadamente 240 MPa, no modelo 5, com aquecimento gradual, o valor máximo produzido foi 116 MPa, menos da metade do modelo anterior.

Além disso, em ambos os modelos, os valores máximos produzidos foram maiores do que o máximo encontrado no regime permanente, de aproximadamente 83 MPa. Por um lado, este fenômeno foi previsto por alguns artigos citados na revisão bibliográfica. Por outro lado, estes resultados levantam a hipótese de que seria possível limitar as tensões equivalentes produzidas no sistema a valores menores ou iguais à tensão máxima calculada no regime permanente, através do uso de algum sistema de controle do aumento da temperatura no sistema. Khvostenko et al. (2019) limitaram a taxa de aquecimento da câmara de vácuo do *tokamak* T-15MD a 7 °C/hora por meio de 102 termopares distribuídos pela câmara. As temperaturas medidas pelos termopares permitiram que as correntes passando pelos aquecedores ôhmicos fossem controladas, respeitando a taxa limite de aquecimento. Esta poderia ser uma opção para o TCABR.

O modelo 6, quando comparado ao modelo 3, revela que a distribuição dos aquecedores ôhmicos ao redor da câmara também desempenha papel importante nos resultados produzidos pelo sistema de *baking*. A análise de transferência de calor mostra que, quando as fontes de calor são aplicadas em áreas localizadas ao redor da câmara, obtém-se um gradiente de temperaturas maior do que no cenário ideal, em que elas são aplicadas uniformemente em cada face. Entretanto, a temperatura máxima produzida no modelo 6 está dezenas de graus acima da meta de 200 °C. Isto indica que os fluxos de calor utilizados neste modelo não estão adequados. Foram realizadas tentativas de ajustar estes valores manualmente, para se obter uma distribuição mais uniforme de temperaturas, mas até o momento não foi possível reduzir a temperatura máxima da câmara sem reduzir também a temperatura mínima. Quando a temperatura máxima foi reduzida a 200 °C, a temperatura mínima ficou abaixo de 100 °C, o que não é desejável, pois reduz a eficiência do processo de limpeza efetuado pelo *baking*.

A análise estrutural efetuada no modelo 6 também revela o impacto que o posicionamento das fontes de calor produz nas tensões equivalentes do sistema. O valor máximo produzido neste modelo, de aproximadamente 251 MPa, é cerca de três vezes maior do que o valor de 83 MPa, produzido no modelo 3. Por um lado, não se pode ignorar que este valor alto de tensão também depende dos fluxos de calor utilizados, que produziram temperaturas muito acima da meta de 200 °C. Por outro

lado, a distribuição de temperaturas na câmara produzida por este modelo, ilustrada na Figura 39, mostra que, mesmo em regiões relativamente próximas entre si, há diferenças de temperaturas de várias dezenas de graus Celsius. Isto está relacionado à baixa condutividade térmica do aço, que dificulta a distribuição do calor por suas paredes, como esperado. Portanto, pode-se supor que o uso de elementos aquecedores distribuídos pela câmara produzirá gradientes de temperatura maiores do que no cenário ideal, mesmo quando os valores de fluxos de calor forem recalculados para produzir gradientes menores de temperatura. Porém, o uso de um sistema de controle ativo pode ajudar a reduzir significativamente este gradiente de temperaturas, reforçando sua utilidade e importância para o sistema de *baking*.

Por fim, o modelo 7 demonstra novamente a influência do controle dos fluxos de calor nas temperaturas e tensões produzidas, reforçando a importância de se utilizar um sistema de controle de aumento da temperatura no sistema de baking. Além disso, nos modelos 6 e 7 observa-se uma questão importante do ponto de vista estrutural. O máximo valor de tensão equivalente produzido na câmara de vácuo, em ambos os modelos, está abaixo do limite de 336 MPa, calculado pela norma da ASME para o critério de falha por fadiga envolvendo tensões de origem térmica. Porém, os trilhos de suporte apresentaram valores de tensão abaixo deste limite, mas acima do limite de escoamento do aço 316L. Considerando que estes componentes atingiram uma temperatura média de 160 °C no regime permanente, a tensão de escoamento seria de aproximadamente 128 MPa, de acordo com a seção 2, parte D da norma da ASME (AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS, 2010). Como mencionado anteriormente, supõe-se que componentes deste tipo não sejam comumente encontrados em vasos de pressão, já que foram projetados especificamente para que os ladrilhos de grafite fossem instalados dentro da câmara de vácuo. Portanto, seria razoável, em prol da segurança, comparar as tensões equivalentes produzidas neste tipo de componente somente com a tensão de escoamento do material. Utilizando este critério, eles seriam reprovados e deveriam ser projetados novamente.

Entretanto, estes valores acima do limite de escoamento ocorrem em regiões de concentração de tensão, por exemplo na união entre os trilhos horizontal e vertical. Caso seja possível desconectar estes elementos, cortando-os nesta região

problemática, espera-se que esta questão seja resolvida. Espera-se inclusive que os valores de tensão produzidos na câmara sejam menores, pois os trilhos de suporte, da forma como foram projetados, unem estruturalmente as paredes verticais e horizontais da câmara, aumentando sua rigidez. Se eles fossem divididos, de forma que deixassem de conectar as paredes verticais e horizontais da câmara, ela teria maior liberdade para sofrer deformações, reduzindo os efeitos das tensões de origem térmica provocadas pelo *baking*.

8 CONCLUSÃO

Este trabalho teve como objetivo analisar, dos pontos de vista térmico e estrutural, os efeitos produzidos por um sistema de aquecimento – ou sistema de *baking* – na câmara de vácuo do *tokamak* TCABR, localizado no Laboratório de Física de Plasmas, no Instituto de Física da Universidade de São Paulo. O sistema seria composto por diversos elementos de aquecimento ôhmico dispostos nas faces externas da câmara, e o trabalho contido nesta dissertação analisou se esta forma de aquecimento da câmara não produziria tensões excessivas, podendo causar danos estruturais à máquina.

Para se realizar estas análises, foram desenvolvidos diversos modelos de transferência de calor e de análise estrutural com base no método dos elementos finitos, utilizando o *software* Ansys Workbench®, mais especificamente o *solver Mechanical* dentro dele. Estes modelos serviram para estudar diversas situações de aquecimento, nos regimes permanente e transiente, e avaliar a influência dos parâmetros do sistema de *baking* nos resultados produzidos.

Analisando-se os modelos como um todo, pode-se concluir que este método de aquecimento poderia ser uma opção viável para se realizar o *baking* da câmara de vácuo e dos ladrilhos de grafite do TCABR. Os resultados mostram que, em uma situação ideal de aquecimento, as tensões máximas produzidas estariam abaixo do limite definido pela norma técnica relevante para a situação em questão, e também abaixo das tensões de escoamento do material utilizado na fabricação da câmara e dos trilhos de suporte dos ladrilhos de grafite. Em outro cenário, mais realista, as tensões produzidas na câmara ficaram abaixo do limite definido pela norma, mas em algumas regiões dos trilhos as tensões excederam o limite de escoamento do material. Entretanto, a alteração do projeto dos trilhos para se evitar esta situação aparenta ser razoavelmente simples, bastando alterar a geometria para se remover as regiões de concentração de tensão, ou dividir cada trilho em partes diferentes, desconectadas entre si. Seriam necessários novos estudos para avaliar se as alterações propostas reduziriam as máximas tensões produzidas nestes componentes, permitindo que o projeto do sistema de *baking* seja aprovado.

Apesar destas conclusões, o presente estudo possui simplificações que não podem ser menosprezadas. As propriedades físicas utilizadas nas simulações para os materiais que constituem os componentes dos modelos podem diferir das propriedades reais dos componentes a serem utilizados no sistema real, e certas propriedades podem sofrer variações significativas com a temperatura. Portanto, é importante conferir com os fabricantes de cada componente suas propriedades, para verificar se os resultados expostos nesta dissertação podem ser aproveitados, ou se novas simulações com os valores atualizados devem ser executadas.

Além disso, as trocas de calor por convecção natural e radiação foram incluídas nos modelos de transferência de calor por modelos simples, utilizando aproximações que podem não ser válidas na situação real.

A modelagem dos elementos de aquecimento ôhmico somente como áreas onde fluxos de calor são aplicados também representa uma limitação dos estudos, pois caso os elementos sejam constituídos de filamentos aquecidos por corrente elétrica, por exemplo, os fluxos de calor serão concentrados em áreas ainda menores. Isto poderia aumentar os gradientes de temperatura na câmara e, consequentemente, as tensões produzidas, mesmo utilizando-se uma pasta térmica entre os elementos e a câmara.

Por fim, alguns componentes relevantes para o projeto do sistema de *baking* não foram incluídos nas análises térmicas e estruturais. As bobinas RMP, por exemplo, devem afetar a transferência de calor por radiação dentro da câmara, já que ocupam o espaço entre os ladrilhos e a câmara. Além disso, por estarem conectadas às paredes da câmara, as bobinas devem produzir o mesmo aumento da restrição à dilatação térmica provocado pelos trilhos de suporte, como visto anteriormente. Portanto, é importante incluir estes componentes na análise, assim como outros que também venham a afetar significativamente o sistema, dos pontos de vista térmico e estrutural, por exemplo os que seriam conectados às janelas da câmara.

Todavia, os resultados expostos nesta dissertação devem ajudar a equipe do laboratório a optar por uma configuração do sistema de *baking* adequada ao TCABR, com baixos gradientes de temperatura e tensões máximas dentro do limite calculado pelo critério da norma da ASME.

Com base nos resultados produzidos, é possível extrair sugestões gerais para o projeto de um sistema de *baking* adequado ao TCABR:

- a) distribuir os elementos de aquecimento da forma mais uniforme possível, para se evitar gradientes elevados de temperatura nas paredes da câmara;
- b) se possível, cobrir a manta isolante com um material com baixa emissividade, para se reduzir as perdas de calor para o ambiente por radiação, reduzindo a energia necessária para aquecer todo o sistema;
- c) aplicar o aquecimento de forma gradual, de forma a limitar o aumento da temperatura dos componentes a pequenas variações de temperatura a cada hora;
- d) utilizar um sistema de controle para medir a variação de temperatura em diversos pontos da câmara, e utilizar estes valores para controlar a corrente elétrica fornecida aos aquecedores, conforme a sugestão do item c);
- e) caso novos componentes estruturais sejam instalados na câmara, buscar projetá-los de forma a reduzir o aumento de rigidez produzido por deles;
- f) caso novos componentes sejam acoplados às janelas de acesso ou instalados dentro da câmara, verificar se eles possuem restrições para o valor máximo de temperatura que podem atingir, e decidir com base nestas restrições a temperatura alvo do *baking*;
- g) caso novos componentes sejam acoplados às janelas de acesso, também buscar reduzir a resistência que eles ofereceriam à expansão térmica da câmara, instalando-os sobre suportes deslizantes, por exemplo.

Para aumentar a confiabilidade da análise do sistema de *baking,* seria possível seguir alguns caminhos, sugeridos aqui como trabalhos futuros para novos membros do laboratório:

a) realizar uma análise do escoamento do ar ao redor do *tokamak* durante o processo de *baking*, por meio da Dinâmica dos Fluidos Computacional, para

verificar se os coeficientes de convecção natural estimados nesta dissertação estão próximos de valores que seriam obtidos na situação real, através de um modelo que leva em conta as peculiaridades geométricas da câmara de vácuo, como as diversas janelas de acesso distribuídas ao seu redor;

- b) projetar o sistema de controle do aquecimento, com controladores e termopares, para medir a temperatura da câmara em várias regiões, e assim poder controlar a corrente elétrica fornecida a cada elemento aquecedor, como mencionado nas sugestões gerais;
- c) analisar os ladrilhos de grafite do ponto de vista estrutural, considerando as tensões localizadas a que eles estariam sujeitos na região em que são parafusados aos trilhos de suporte, e as tensões que poderiam ser produzidas nas regiões em que eles se encostam, devido tanto à expansão da câmara de vácuo quanto à dilatação dos próprios ladrilhos;
- d) expandir a análise estrutural, englobando mais componentes e utilizando os outros critérios da norma, de acordo com as situações a que a câmara do TCABR estaria sujeita nos diversos cenários de operação do *tokamak*.

Caso estas análises sejam feitas, e as sugestões para o projeto final do sistema de *baking* sejam adotadas, será possível alcançar com confiança um sistema capaz de melhorar a qualidade do vácuo e do plasma produzidos dentro da câmara de vácuo do TCABR sem qualquer risco de provocar danos estruturais.

REFERÊNCIAS

AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. **Boiler and Pressure Vessel Code.** Section VIII: Rules for Construction of Pressure Vessels. Division 2 -Alternative Rules. New York, 2007.

AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. **Boiler and Pressure Vessel Code.** Section II: Materials. Part D - Properties (Metric). New York, 2010.

AMSTED. **Grafstar™ ATJ Grade Graphite.** Anmoore, United Stated: Amsted Graphite Materials LLC, 2021.

BEJAN, A. Convection Heat Transfer. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 1995.

BRASIL DE FATO. **Poder público quer facilitar saída de turistas de São Sebastião após maior chuva da história.** Rio de Janeiro: Brasil de Fato, 2023. Disponível em: https://www.brasildefato.com.br/2023/02/21/poder-publico-querfacilitar-saida-de-turistas-de-sao-sebastiao-apos-maior-chuva-da-historia. Acesso em: 13 out. 2023.

CANAL, G. P. **Sawtooth Generated Magnetic Islands and the Properties of the Snowflake Divertor.** 2014. Tese (doutorado em Ciências) - École Polytechnique Fédérale De Lausanne, 2014.

ÇENGEL, Y. A. **Transferência de calor e massa:** uma abordagem prática. 3. ed. Tradução: Luiz Felipe Mendes de Moura. São Paulo: McGraw-Hill, 2009.

CHO, S. et al. Thermohydraulic design of the KSTAR vacuum vessel. **Fusion** engineering and design, v. 58, p. 851-855, 2001.

DUPONT PERFORMANCE ELASTOMERS. **Kalrez® perfluoroelastomers parts.** Physical Properties and Compound Comparisons. United States: DuPont Performance Elastomers, 2003.

FELDSHTEYN, Y. et al. TPX vacuum vessel transient thermal and stress conditions. In: **Proceedings of 16th International Symposium on Fusion Engineering**. IEEE, 1995. p. 1311-1314.

FREIDBERG, J. P. **Plasma Physics and Fusion Energy.** Cambridge University Press, 2007.

G1. **Brasil registra o inverno mais quente em mais de 60 anos.** Rio de Janeiro: Jornal Nacional, 2023. Disponível em: https://g1.globo.com/jornal-nacional/noticia/2023/08/24/brasil-registra-o-inverno-mais-quente-em-mais-de-60-anos.ghtml. Acesso em: 13 out. 2023.

HAMMING, R. W. **Numerical methods for scientists and engineers.** 2nd ed. New York: Dover Publications Inc., 1973.

HUANG, Y. et al. Thermal mechanical characteristics research of HL-2M vacuum vessel during baking. **Fusion Engineering and Design**, v. 185, p. 113322, 2022.

HUTTON, D. V. Fundamentals of Finite Element Analysis. McGraw-Hill, 2004.

INTERGOVERNMENTAL PANEL ON CLIMATE CHANGE. **Climate Change 2023:** Synthesis Report. Contribution of Working Groups I, II and III to the Sixth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change. IPCC, Geneva, Switzerland: IPCC, 2023. DOI: 10.59327/IPCC/AR6-9789291691647.

INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY. **Energy, electricity and nuclear power estimates for the period up to 2050.** Vienna, Austria: IAEA, Sept. 2022.

INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY. **Fusion Physics.** Vienna, Austria: IAEA, Sept. 2012.

ITER. **Baking it hot**. ITER Newsline 130, 7 mai. 2010. Disponível em: https://www.iter.org/newsline/130/172. Acesso em: 24 nov. 2020.

ITER. Which was the first "tokamak" - or was it "tokomag"? ITER Newsline 55, 27 out. 2008. Disponível em: https://www.iter.org/newsline/55/1194. Acesso em: 23 nov. 2020.

JONES, J. M.; MASON, P. E.; WILLIAMS, A. A compilation of data on the radiant emissivity of some materials at high temperatures. **Journal of the Energy Institute**, v. 92, n. 3, p. 523-534, 2019.

JOUSTEN, K. **Handbook of Vacuum Technology.** 2nd ed. Weinheim: Wiley-VCH, 2016.

KHVOSTENKO, A. P. et al. Prebaking of T-15MD vacuum vessel. **Fusion Engineering and Design**, v. 146, p. 2205-2208, 2019.

KIM, B. C. et al. Fabrication of the KSTAR vacuum vessel and ports. **Fusion** engineering and design, v. 83, n. 4, p. 573-579, 2008.

NAZAR, S. Eventos climáticos extremos tendem a aumentar com o aquecimento global. **Jornal da USP.** Ribeirão Preto, 13 abr. 2023. Disponível em: https://jornal.usp.br/campus-ribeirao-preto/eventos-climaticos-extremos-tendem-a-aumentar-com-o-aquecimento-global/. Acesso em: 12 out. 2023.

NODA, N. Thermal Stresses. 2nd ed. New York: Taylor & Francis, 2003.

PAULETTI, R. M. de O. **Projeto Estrutural de Reatores a Fusão: Passado, Presente e Futuro.** Tese (Doutorado em Engenharia) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. 1994.

REDDY, J. N.; GARTLING, D. K. **The Finite Element Method in Heat Transfer and Fluid Dynamics**. CRC Press, 2010.

ROHSENOW, W. M.; HARTNETT, J. P.; CHO, Y. I. **Handbook of heat transfer**. 3rd ed. New York: McGraw-Hill, 1998.

SALVADOR, F. M. **Projeto conceitual de um sistema de bobinas RMP para o tokamak TCABR.** Dissertação (Mestrado em Ciências) - Instituto de Física, Universidade de São Paulo, 2022.

SANTRA, P.; BEDAKIHALE, V.; RANGANATH, T. Thermal structural analysis of SST-1 vacuum vessel and cryostat assembly using ANSYS. **Fusion engineering and design**, v. 84, n. 7-11, p. 1708-1712, 2009.

SHU, S. et al. Research on the normal emissivity of graphite between 150 and 500° C by an infrared camera for nuclear fusion devices. **Nuclear Materials and Energy**, v. 31, p. 101182, 2022.

SONG, Y. et al. Structural analysis and manufacture for the vacuum vessel of experimental advanced superconducting tokamak (EAST) device. **Fusion Engineering and Design**, v. 81, n. 8-14, p. 1117-1122, 2006.

SONG, Y. et al. **Tokamak engineering mechanics.** Springer Berlin Heidelberg, 2014.

STACEY, W. M. Fusion: An introduction to the physics and technology of magnetic confinement fusion. John Wiley & Sons, 2010.

TANCHUK, V. et al. System design and engineering for baking of the KTM vacuum vessel. **Fusion Engineering and Design**, v. 136, p. 759-765, 2018.

THYSSENKRUPP. **Stainless Steel 1.4404 Material Data Sheet.** United Kingdom: thyssenkrupp Materials (UK) Ltd., 2017.

UNIFRAX. **Fiberfrax® Blanket and Mat Products.** Product Information Sheet. United States: Unifrax LLC, 2017.

UNIFRAX. Saffil Blanket. Product Information Sheet. England: Unifrax LLC, 2018.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. **USP Imagens: banco de imagens. Produzido por USP Mídias Online.** 21 set. 2011. Disponível em: https://imagens.usp.br/?p=10222. Acesso em: 23 nov. 2020.

ZIRCAR CERAMICS. **Technical Data Bulletin:** Alumina Blanket Type NAB & Type NIB. Florida, NY: ZIRCAR Ceramics, Inc., 2022.