

JAYME PINTO ORTIZ

Eng. Civil, Escola de Engenharia Mackenzie, 1972

ESTRUTURA E RESOLUÇÃO DE PRESSÕES FLUTUANTES  
SUA ANÁLISE RANDÔMICA NA BASE DO RESSALTO HIDRÁULICO

Tese apresentada à Escola Politécnica da USP  
para obtenção do título de Doutor em Engenharia.

Orientador: Prof. Dr. Angelo Raffaele Cuomo, Depto. Eng. Hidráulica,  
EPUSP  
Coorientador: Prof. Dr. Cesar Farell, Programa de Mecânica dos Fluidos,  
SAFHL/UN. OF MINNESOTA

Volume 1  
São Paulo, 1989

FT-502  
v.1

I ascribe to nature neither beauty, deformity, order nor confusion.  
It is only from the viewpoint of our imagination that we say that things  
are beautiful or unsightly, orderly or chaotic.

**(Spinoza 1665)**

*Em Memória  
de Dona Lydio e de Seu Renato*

## PREFÁCIO

O trabalho de tese aqui apresentado nasceu de um convite feito pelo Prof. Dr. Roger E. A. Arndt, Diretor do Saint Anthony Falls Hydraulic Laboratory-SAFHL / University of Minnesota, para que eu desse continuidade ao trabalho de PHD do Dr. Joel W. Toso apresentado ao Graduate School da mesma Universidade em agosto de 1986, e cujo tema já vinha despertando o meu interesse desde o meu trabalho de mestrado. Portanto, gostaria de agradecer inicialmente ao Prof. Roger Arndt por essa oportunidade, dentro de um real espírito de cooperação entre dois países em diferentes estágios de desenvolvimento.

Esse trabalho de tese foi praticamente desenvolvido no período em que estive como "Honorary Fellow" junto ao SAFHL/University of Minnesota entre fevereiro de 1987 e janeiro de 1989. O suporte financeiro de meu programa de doutoramento "sanduíche" foi garantido pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico-CNPq, com a expectativa de se conseguir um retorno de conhecimento ao país no mais breve intervalo de tempo possível. Esperando que o meu trabalho tenha correspondido a essa expectativa, agradeço ao apoio que me foi dado pelo CNPq nesses dois anos de trabalho nos Estados Unidos.

Ao Prof. Dr. Giorgio Brighetti, diretor do Centro Tecnológico de Hidráulica do Departamento de Águas e Energia Elétrica (CTH/DAEE), agradeço pelo empenho em possibilitar a minha permanência nos Estados Unidos durante esses dois anos, mantendo o meu vínculo empregatício, dentro de uma linha de formação de pesquisadores de vanguarda.

Ao Prof. Dr. Angelo Raffaele Cuomo, meu orientador junto a Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, os meus agradecimentos pelo incentivo e apoio que me deu desde o início, para que levasse a um bom término o programa de doutoramento "sanduíche" inicialmente proposto.

Ao Prof. Dr. Cesar Farrell, meu orientador junto a Universidade de Minnesota, os meus agradecimentos por sua orientação, particularmente na escolha dos cursos junto ao Programa de Mecânica dos Fluidos e que foram muito úteis na complementação desse trabalho.

Ao Prof. Dr. C. Edward Bowers, ex-orientador do Dr. Joel W. Toso, os meus sinceros agradecimentos pelo empenho e interesse com que acompanhou todo o meu trabalho, abrindo-me várias portas no sentido de facilitar esse trabalho junto ao SAFHL/University of Minnesota. Embora já aposentado, o Prof. Bowers sempre esteve presente ao longo do desenvolvimento desse trabalho deixando em mim uma grande admiração pessoal.

Ao Dr. Joel W. Toso, responsável por parte da coleta de dados experimentais e dos programas de computador aqui apresentados, agradeço por ter me dado acesso, no início de meu trabalho, a toda informação prévia disponível.

Ao colega Eng. Kikuo Tamada, meu procurador no Brasil junto ao CTH/DAEE e CNPq, os meus agradecimentos pelo empenho na solução dos problemas administrativos de rotina junto a essas instituições, durante a minha ausência do país.

Finalmente, a minha companheira Maria Tereza os meus especiais agradecimentos pela paciência e entendimento com que acompanhou esses dois anos de "Turbulência".

Minneapolis, Janeiro de 1989



---

Jayme Pinto Ortiz

## **PREFACE**

The thesis work here presented was borned with a invitation that I received from the Director of the Saint Anthony Falls Hydraulic Laboratory - SAFHL/University of Minnesota, Professor Roger E. A. Arndt, to give continuity to the PHD thesis of the Dr. Joel W. Toso, a former student of the same University who presented his final work to the Graduate School in august 1986. Therefore, I would like to thank Professor Roger E. A. Arndt for the oportunity he gave me and which I understand is in full agreement with the cooperation spirit in science and technology between two countries in different stages of development.

This thesis work was developed during the period I was Honorary Fellow of the SAFHL/UNiversity of Minnesota between february 1987 and january 1989.

The financial support of my PHD program was assured by the Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq - Brasil, with the expectation of knowledge return to the country in the shortest period of time as possible. I hope that my work have corresponded to this expectation and I wish to thanks the CNPq sponsorship during these two years of work in the United States.

I wish to express my gratitude to Professor Giorgio Brighetti, director of the Centro Tecnológico de Hidráulico do Departamento de Águas e Energia Elétrica de São Paulo - Brasil, for his engagement to make possible my staying in the United States during these two years, supporting my employment linking, in order to prepare vanguard researchers.

I would like to thank Professor Angelo R. Cuomo, my advisor at the Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, for his strong support from the beggining of my PHD program.

I would like to thanks too Professor Cesar Farell, my advisor at the University of Minnesota, for his orientation, particularly concerning the

choice of courses in the Fluid Mechanics Program, which were very helpful in the accomplishment of my research work.

I would also to express my appreciation to Professor C. Edward Bowers, former advisor of Dr. Joel W. Toso, for the support and interest that follow my work from the beginning, opening to me several doors to make more easy my work in the SAFHL/University of Minnesota. Professor Bowers, although retired, always was presented during the development of my work, leaving in me a strong personal admiration.

Thanks to Dr. Joel W. Toso who was responsible for a part of data collection and computer programs here presented, giving me, in the beginning of my work, all the informations available.

Thanks to my colleague Engineer Kikuo Tamada, my procurator together the CTH/DAEE and CNPq, for his engagement to solve all the routine administrative problems concerning my staying in the United States.

Finally, my special thanks goes to my wife Maria Tereza for her patience and kindness during these two years of "Turbulence".

Minneapolis, January 1989



---

Jayme Pinto Ortiz

**ÍNDICE**  
**VOLUME 1**

**PREFÁCIO/PREFACE**

**ÍNDICE**

**RESUMO/ABSTRACT**

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 Ordenação do Trabalho	2
<b>2 O ESCOAMENTO TURBULENTO</b>	<b>7</b>
2.1 A Origem da Turbulência	7
2.2 A Natureza da Turbulência	12
2.3 Instabilidades Hidrodinâmicas e Transição para o escoamento Turbulento	13
2.3.1 Método das pequenas perturbações	
2.3.2 A equação de Orr-Sommerfeld	
2.3.3 Algumas considerações práticas da teoria da estabilidade	
2.3.4 Breve consideração de um método matemático da teoria da estabilidade tendo em conta os termos lineares e não-lineares da equação do escoamento	
2.4 Discussão das Escalas do escoamento Turbulento	28
2.4.1 Difusividade da turbulência	
2.4.2 Escala de vórtices no escoamento turbulento	
2.5 Casos Especiais de escoamento Turbulento	33
2.5.1 Turbulência homogênea e turbulência isotrópica	
2.5.2 Turbulência livre e turbulência de parede	
2.6 Equações da Dinâmica da Turbulência	35
2.6.1 Equação da continuidade	
2.6.2 Equação da quantidade de movimento	

2.6.3	Equação da energia cinética	
2.6.4	Equação da vorticidade	
2.7	A Modelação Matemática da Turbulência - Hipótese do Comprimento de Mistura Aplicada ao escoamento Turbulento	<b>42</b>
2.7.1	Pequeno histórico da modelação matemática da turbulência	
2.7.2	A hipótese do comprimento de mistura	
<b>3</b>	<b>A CAMADA LIMITE TURBULENTA</b>	<b>47</b>
3.1	Escoamento Turbulento Próximo a Superfície Sólida - Lei de Parede	<b>47</b>
3.1.1	Caso de parede lisa	
3.1.2	Caso de parede rugosa	
3.2	Espessuras Características da Camada Limite	<b>51</b>
3.2.1	Espessura de deslocamento	
3.2.2	Espessura de quantidade de movimento	
3.2.3	Espessura de energia	
3.3	Produção e Difusão de Turbulência de Parede	<b>53</b>
3.3.1	Estado da arte	
3.3.2	O escoamento na subcamada viscosa e o fenómeno da erupção ("Bursting")	
3.3.3	Estudo da estrutura do escoamento fora da camada limite	
3.3.4	Observações complementares	
3.4	O Desenvolvimento da Camada Limite em Canal	<b>70</b>
3.5	Flutuações de Pressão na Camada Limite Turbulenta do Escoamento	<b>73</b>
<b>4</b>	<b>O RESSALTO HIDRÁULICO</b>	<b>77</b>
4.1	Equação Clássica do Ressalto Hidráulico	<b>77</b>

4.2 Equação da Quantidade de Movimento para uma Distribuição Não-Uniforme de Velocidade na Seção 2 do Ressalto Hidráulico	78
4.3 Maior Generalização da Aplicação da Equação da Quantidade de Movimento ao Ressalto Hidráulico	80
4.4 O escoamento desenvolvido VS O escoamento Não-Desenvolvido na Entrada do Ressalto Hidráulico	82
4.4.1 O comprimento do ressalto hidráulico	
4.4.2 Medida da turbulência no ressalto hidráulico	
4.5 A Hipótese de Distribuição Hidrostática de Pressão dentro do Ressalto Hidráulico	91
4.6 Definição de um Critério para o Estabelecimento das Condições do Escoamento na Entrada do Ressalto - Resultados Experimentais	92
4.6.1 Análise dos resultados	
<b>5 ANÁLISE ESTATÍSTICA E ESPECTRAL DE PROCESSOS ESTACIONÁRIOS E ERGÓDICOS - APLICAÇÃO ÀS PRESSÕES FLUTUANTES</b>	<b>95</b>
5.1 Estacionaridade e Ergodicidade	95
5.2 A Função de Densidade de Probabilidade e a Função de Distribuição de Probabilidade	97
5.2.1 A função de densidade de probabilidade	
5.2.1.1 Distribuição Gaussiana de probabilidade	
5.2.2 A função de distribuição de probabilidade	
5.3 O Espectro e a Função de Autocorrelação	104
5.3.1 O espectro de potência	
5.3.1.1 A transformada de Fourier contínua	
5.3.1.2 A transformada de Fourier discreta ("DFT")	
5.3.1.3 Critério de Nyquist	
5.3.1.4 A transformada rápida de Fourier ("FFT")	
5.3.1.5 A função de densidade espectral ( ou espectro de potência) propriamente dita	

5.3.2	A função de autocorrelação	
5.4	Maior Generalização da Função Espectral e da Função de Correlação	115
5.4.1	O espectro de número de onda	
5.4.2	O espectro (em função da frequência e do número de onda) e a correlação espaço-temporal	
5.4.3	O espectro cruzado e a correlação cruzada	
5.5	A Velocidade de Convecção	120
5.6	Análise Visual do Sinal Instantâneo de Pressão em Função do Tempo	121
<b>6</b>	<b>TRANSDUTORES ELÉTRICOS DE PRESSÃO</b>	<b>123</b>
6.1	Introdução	123
6.2	Tomada Estática de Pressão	125
6.3	Conceito e Classificação de Transdutores de Pressão	127
6.3.1	Transdutor ativo de pressão	
6.3.1.1	Transdutor indutivo	
6.3.1.2	Transdutor capacitivo	
6.3.1.3	Transdutor resistivo	
6.3.2	Transdutor passivo de pressão	
6.3.2.1	Transdutor piezoelétrico	
6.4	Transdutores de Extensômetro de Semicondutor ( tipo "Strain-Gage") Aplicados a Escoamentos Hidráulicos	134
6.5	Calibração Estática e Dinâmica	138
6.6	Transdutores com Diafragmas Montados Faceados à Parede VS Transdutores Montados dentro de Câmaras	141
6.7	Pressões Flutuantes Transmitidas Através de Tubos de Pequenos Diâmetros	143
6.8	Correção do Campo de Pressões Flutuantes em Função do Diâmetro do Transdutor	147

6.8.1	Variação da intensidade de flutuação de pressão (RMS) em função do diâmetro do transdutor	
6.8.2	Variação do espectro de frequência em função do diâmetro do transdutor	
6.9	Resultados de Pressões Flutuantes Obtidas Dentro do Ressalto Hidráulico para Diferentes Condições de Montagem, Tipo e Diâmetro de Transdutores	150
6.9.1	Diafragma faceado a parede VS diafragma montado em câmara (resultados no ressalto hidráulico)	
6.9.2	Influência do tipo e diâmetro do transdutor no valor do RMS (resultados no ressalto hidráulico)	
7	SISTEMA DE AQUISIÇÃO E PROCESSAMENTO DE DADOS PARA MEDIÇÃO DE TURBULÊNCIA DE PAREDE	155
7.1	Considerações Gerais	155
7.2	O Processamento Digital De Dados	157
7.2.1	Amostragem dos valores digitais	
7.3	O Conversor A/D e D/A	166
7.4	Algumas Considerações sobre os Erros Resultantes da Cadeia de Instrumentos Ligados Entre Si para Formar o Sistema de Aquisição de Dados	168
7.4.1	O condicionador de sinal e o amplificador	
7.4.2	O registrador	
7.4.3	O gravador de instrumentação	
7.4.4	A calibração do sistema	
7.4.5	Critérios para a otimização do sistema	
7.5	O Sistema de Aquisição e Processamento de Dados utilizado na Medição de Pressões Flutuantes na Base do Ressalto Hidráulico	172
7.5.1	Introdução	
7.5.2	Os transdutores de pressão	

- 7.5.3 Condicionador de sinal e amplificador
- 7.5.4 O conversor A/D e D/A
- 7.5.5 O microcomputador Apple IIe, o sistema de interface e os demais periféricos
- 7.5.6 Rotinas de aquisição
- 7.5.7 A conversão do dado binário em dado de texto
- 7.5.8 Vantagens e desvantagens do sistema utilizado

<b>8 ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS DAS MEDIDAS DE FLUTUAÇÕES DE PRESSÃO NA BASE DE RESSALTO HIDRÁULICO</b>	<b>183</b>
8.1 Variação de $P = f(x/y_1, F_1)$ e de $C_p = f(x/y_1, F_1)$ para Condições de Escoamento Desenvolvido e Não Desenvolvido na Entrada do Ressalto	184
8.1.1 Variação de $P = f(x/y_1, F_1)$	
8.1.2 Variação de $C_p = f(x/y_1, F_1)$	
8.2 Variação de $C_p^+ = f(x/y_1, F_1)$ e $C_p^- = f(x/y_1, F_1)$ para Condições de Escoamento Desenvolvido e Não Desenvolvido na Entrada do Ressalto	188
8.3 A Hipótese de Distribuição Gaussiana da Função de Densidade de Probabilidade das Flutuações de Pressão dentro do Ressalto e suas Implicações (Resultados de Assimetria e Curtose para Condições de Escoamento Desenvolvido ou Não na Entrada do Ressalto)	191
8.3.1 A função de densidade de probabilidade e a função de distribuição de probabilidade	
8.3.1.1 Método computacional	
8.3.1.2 Discussão dos resultados	
8.3.2 Assimetria e curtose	
8.3.3 A distribuição de densidade de probabilidade usando escala monologarítmica	
8.4 Espectro de Potência e Função de Autocorrelação para Condições de Escoamento Desenvolvido e Não Desenvolvido na Entrada do Ressalto	198
8.4.1 Método computacional	

8.4.2	Análise dos resultados	
8.4.3	Comentários complementares	
8.5	Determinação da Escala Integral Espacial a Partir da Função de Autocorrelação	209
8.6	A Velocidade de Convecção Calculada Diretamente a partir do Registro de Flutuação de Pressão	212
8.7	A Velocidade de Convecção Calculada Através do Espectro Cruzado	217
8.7.1	Método computacional	
8.7.2	Análise dos resultados	
8.8	Considerações a Respeito da Escala Integral Espacial	220
8.8.1	Apresentação dos resultados	
<b>9</b>	<b>ALGUMAS PROPOSIÇÕES PARA O PROJETO DE BACIAS DE DISSIPACÃO BASEADAS NOS RESULTADOS DE PRESSÕES FLUTUANTES</b>	<b>223</b>
9.1	A Análise Estatística das Pressões Flutuantes em um Modelo em Escala Froude como Metodologia para estudar Cavitação Incipiente	225
9.1.1	Efeitos de escala na determinação da cavitação incipiente em modelos em semelhança de Froude	
9.1.1.1	Considerações com relação a frequência ou número de onda das várias escalas de turbulência	
9.1.1.2	Considerações com relação ao arrastamento de ar e simulação das funções de densidade e distribuição de probabilidade	
9.1.2	Resultados de ensaios utilizando bacias tipos II e III do USBR	
9.2	Cálculo da Força de Instabilidade Hidrodinâmica junto ao Fundo de Bacias de Dissipação	233
9.2.1	Considerações sobre o valor de $C_p$ no cálculo da força hidrodinâmica junto à superfície sólida	

<b>10. CONCLUSÕES</b>	<b>246</b>
10.1 Considerações Sobre o Futuro da Pesquisa Nesse Campo de Conhecimento	<b>253</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>255</b>
<b>SINBOLOGIA</b>	<b>266</b>

**VOLUME 2**

**ÍNDICE**

**APÊNDICES**

**APÊNDICE A : Perfis de Velocidade para Escoamento Desenvolvido ou Não**

A.1 Listagem do programa "VELOCITY PROFILE"

A.2 Exemplo de resultados da evolução dos perfis de velocidade em escala normal e semi logarítmica (escoamento não desenvolvido)

A.3 Exemplo de resultados da evolução dos perfis de velocidade em escala normal e semi logarítmica (escoamento desenvolvido)

**APÊNDICE B : Registro do Sinal de Flutuação de Pressão**

B.1 Listagem do programa "PLOT TEXT DATA"

**APÊNDICE C : Calibração Estática dos Transdutores de Pressão**

C.1 Listagem do programa "CAL"

C.2 Exemplo de resultado de calibração estática para o ensaio N25.062601 (transdutor N.14)

**APÊNDICE D : Rotinas de Aquisição**

D.1 Listagem do programa "SINSAH"

D.2 Listagem da rotina de máquina "FS2"

D.3 Listagem da rotina de máquina "SHAPES 123"

**APÊNDICE E : Conversão do dado Binário em Dado de Texto e Arquivo do Dado de Texto**

E.1 Listagem do programa "B to T X<sub>2</sub> 1/16"

E.2 Listagem do programa "PROCESS 3"

E.3 Listagem do programa "MASTER FILE W/ G&K"

APÊNDICE F : Resultados de  $P = f\left(\frac{X}{Y_1}, F_1\right)$

F.1 Listagem do programa "RESULTS 2 TEMP"

F.2 Gráficos de variação de pressões máxima, mínima e média, para  $F_1 = 2.94$  (escoamento não desenvolvido = END)

F.3 Gráficos de variação de pressões máxima, mínima e média, para  $F_1 = 4.18$  (END)

F.4 Gráficos de variação de pressões máxima, mínima e média, para  $F_1 = 5.49$  (END)

F.5 Gráficos de variação de pressões máxima, mínima e média, para  $F_1 = 5.59$  (escoamento desenvolvido = ED)

APÊNDICE G : Resultados de  $C_p = f\left(\frac{X}{Y_1}, F_1\right)$

G.1 Listagem do programa "RESULTS"

G.2 Exemplo de tabela de resultados do arquivo mestre de dados para o ensaio N25.030601 ( $F_1 = 2.98$  e ED)

G.3 Exemplo de tabela de resultados de  $C_p$ ,  $C_p^+$  e  $C_p^-$  para o ensaio N25.030601 ( $F_1 = 2.98$  e ED)

G.4 Gráficos de variação de  $C_p = f\left(\frac{X}{Y_1}\right)$  para  $F_1 = 2.98$  (ED) e  $F_1 = 2.94$  (END)

G.5 Gráfico de variação de  $C_p = f\left(\frac{X}{Y_1}\right)$  para  $F_1 = 4.17$  (ED) e  $F_1 = 4.18$  (END)

G.6 Gráfico de variação de  $C_p = f\left(\frac{X}{Y_1}\right)$  para  $F_1 = 5.00$  (ED) e  $F_1 = 5.00$  (END)

G.7 Gráfico de variação de  $C_p = f\left(\frac{X}{Y_1}\right)$  para  $F_1 = 5.59$  (ED) e  $F_1 = 5.49$  (END)

G.8 Gráfico de variação de  $C_p = f\left(\frac{X}{Y_1}\right)$  para  $F_1 = 5.98$  (ED) e  $F_1 = 5.90$  (END)

G.9 Gráfico de variação de  $C_p = f\left(\frac{x}{y_1}\right)$  para  $F_1 = 10.06$  (END)

G.10 Gráficos de variação de  $C_p^+ = f\left(\frac{x}{y_1}\right)$  e  $C_p^- = f\left(\frac{x}{y_1}\right)$  para  $F_1=2.98$  (ED) e  $F_1 = 2.94$  (END)

G.11 Gráficos de variação de  $C_p^+ = f\left(\frac{x}{y_1}\right)$  e  $C_p^- = f\left(\frac{x}{y_1}\right)$  para  $F_1=4.17$  (ED) e  $F_1 = 4.18$  (END)

G.12 Gráficos de variação de  $C_p^+ = f\left(\frac{x}{y_1}\right)$  e  $C_p^- = f\left(\frac{x}{y_1}\right)$  para  $F_1=5.00$  (ED) e  $F_1 = 5.00$  (END)

G.13 Gráficos de variação de  $C_p^+ = f\left(\frac{x}{y_1}\right)$  e  $C_p^- = f\left(\frac{x}{y_1}\right)$  para  $F_1=5.59$  (ED) e  $F_1 = 5.49$  (END)

G.14 Gráficos de variação de  $C_p^+ = f\left(\frac{x}{y_1}\right)$  e  $C_p^- = f\left(\frac{x}{y_1}\right)$  para  $F_1=5.98$  (ED) e  $F_1 = 5.90$  (END)

G.15 Gráficos de variação de  $C_p^+ = f\left(\frac{x}{y_1}\right)$  e  $C_p^- = f\left(\frac{x}{y_1}\right)$  para  $F_1=10.06$  (END)

#### APÊNDICE H : Função de Densidade de Probabilidade (FDP) das Flutuações de Pressão

H.1 Listagem do programa "DENOPDF"

H.2 Gráficos da FDP para: a)  $F_1 = 4.17$  (ED); b)  $F_1 = 4.18$  (END)

H.3 Gráficos da FDP para: a)  $F_1 = 5.98$  (ED); b)  $F_1 = 5.90$  (END)

H.4 Gráficos da FDP para  $F_1 = 10.06$  (END)

H.5 Gráficos de assimetria e curtose para  $F_1 = 2.98$  (ED)

H.6 Gráficos de assimetria e curtose para  $F_1 = 4.17$  (ED)

H.7 Gráficos de assimetria e curtose para  $F_1 = 5.59$  (ED)

H.8 Gráficos de assimetria e curtose para  $F_1 = 5.98$  (ED) e  $F_1=5.90$  (END)

H.9 Gráficos de assimetria e curtose para  $F_1 = 10.06$  (END)

H.10 Gráficos comparativos dos resultados de assimetria e curtose : {VASILIEV & BUKREYEV ( $F_1 = 5.74$ )} e {ORTIZ ( $F_1 = 5.60$  (ED))}

H.11 Gráfico da FDP em escala monologarítmica para  $F_1 = 4.17$  (ED)

H.12 Gráfico da FDP em escala monologarítmica para  $F_1 = 4.18$

(END)

H.13 Gráfico da FDP em escala monologarítmica para  $F_1 = 5.98$  (ED)

H.14 Gráfico da FDP em escala monologarítmica para  $F_1 = 5.90$

(END)

H.15 Gráfico da FDP em escala monologarítmica para  $F_1 = 10.06$

(END)

#### **APÊNDICE I : Funções de Densidade Espectral e de Autocorrelação**

I.1 Listagem do programa "SPECTRA W/ INPUT FILE"

I.2 Gráficos de espectro e de autocorrelação para: a)  $F_1 = 2.98$

(ED); b)  $F_1 = 2.94$  (END)

I.3 Gráficos de espectro e autocorrelação para: a)  $F_1 = 4.17$

(ED); b)  $F_1 = 4.18$  (END)

I.4 Gráficos de espectro e autocorrelação para: a)  $F_1 = 5.59$

(ED); b)  $F_1 = 5.49$  (END)

I.5 Gráficos de espectro e autocorrelação para  $F_1 = 10.06$  (END)

I.6 Gráficos de variação de  $\frac{U_c}{U_1} = f\left(\frac{x}{y_1}, F_1\right)$

#### **APÊNDICE J : Sinal de Flutuação de Pressão de Quatro Transdutores**

J.1 Listagem do programa "BINARY DATA PLOTTER"

J.2 Gráficos dos registros de quatro transdutores para o ensaio Nº5.021902/909 com  $F_1 = 5.00$  (ED)

J.3 Gráficos dos registros de quatro transdutores para o ensaio Nº5.022804 com  $F_1 = 4.88$  (ED)

#### **APÊNDICE K : Espectro Cruzado**

K.1 Listagem do programa "CROSS SPECTRA"

#### **APÊNDICE L : Ensaio com Bacias Tipo II e III do USBR**

L.1 Gráficos de variação das pressões máxima, mínima e média ao longo do ressalto para bacia tipo II e  $F_1 = 5.12$

L.2 Gráfico de variação de  $C_p^- = f\left(\frac{x}{y_1}\right)$  para bacia tipo II e

$F_1 = 5.12$

L.3 Gráficos de variação de  $C_p^+$  e  $C_p^- = f(\frac{x}{y_1})$  para bacia tipo II

e  $F_1 = 5.12$

L.4 Gráficos de variação das pressões máxima, mínima e média ao longo do ressalto para bacia tipo III e  $F_1 = 5.12$

L.5 Gráfico de variação de  $C_p^- = f(\frac{x}{y_1})$  para bacia tipo III e

$F_1=5.12$

L.6 Gráficos de variação de  $C_p^+$  e  $C_p = f(\frac{x}{y_1})$  para bacia tipo III

e  $F_1 = 5.12$

L.7 Gráficos de variação de assimetria para bacias tipo II e III

( $F_1 = 5.12$ )

L.8 Gráficos de variação de curtose para bacias tipo II e III

( $F_1=5.12$ )

## RESUMO

O estudo da estrutura e resolução de pressões flutuantes junto a fronteiras sólidas é um tema fascinante e singular pois ao mesmo tempo que envolve pesquisa básica passando pelo estudo da turbulência, da instrumentação de medida e dos sistemas de aquisição e processamento de dados, envolve também pesquisa aplicada que passa pela determinação dos esforços devidos às pressões flutuantes junto aos contornos sólidos das estruturas hidráulicas.

O trabalho aqui apresentado foi desenvolvido mantendo essa visão dualística do estudo de pressões flutuantes, e durante o seu desenvolvimento, o autor procurou ir a fundo no estudo da mecânica dos fluidos, tentando satisfazer por um lado as exigências dos cientistas que costumam perseguir as "perguntas", sem se esquecer das exigências dos engenheiros que costumam perseguir as "respostas".

Uma análise completa do comportamento randômico das pressões instantâneas é apresentada ao longo desse trabalho, enfatizando-se o caso do ressalto hidráulico, um fenômeno macroturbulento de baixa frequência que é um excelente exemplo didático no estudo da turbulência.

Mostra-se nesse trabalho, de uma forma definitiva, que as escalas de turbulência dentro do ressalto são bastante sensíveis à condição de desenvolvimento da camada limite na seção de entrada, ao número de Froude ( $F_1$ ) e a posição ( $x/y_1$ ) dentro do ressalto. Por outro lado, mostra-se ainda que o tipo, montagem e diâmetro de transdutores de pressão, assim como os tipos de sistemas de aquisição e critérios utilizados na aquisição e processamento influem substancialmente na resolução espacial e em frequência do sinal de pressão instantânea.

Apresenta-se uma discussão sobre as escalas de vórtice dentro do ressalto procurando-se explicar a relação existente entre as flutuações de velocidade

no seio da massa líquida e as flutuações de pressão junto a base do ressalto, o que teoricamente se traduz na equação de Poisson.

A velocidade de convecção dos vórtices médios, assim como dos maiores vórtices, foi determinada ao longo do ressalto para escoamento desenvolvido ou não na entrada e para uma ampla faixa de  $F_1$ .

Através do registro simultâneo das flutuações de pressão em quatro pontos da base do ressalto foi possível demonstrar a coerência da estrutura da turbulência através da convecção dos picos de pressão.

Torna-se evidente nesse trabalho que a distribuição de flutuações de pressão na zona crítica do ressalto não é Gaussiana, todavia, é opinião desse autor que a determinação da cauda da função de densidade de probabilidade a partir de longos registros de pressão só se justifica em termos de pesquisa básica, conforme discutido ao longo do trabalho. Em termos de pesquisa aplicada ao projeto de estruturas de dissipação o autor recomenda a determinação das flutuações máximas de pressão, a partir de registros de pressão compatíveis com o sistema de aquisição e processamento utilizado.

Discute-se ainda amplamente os efeitos de escala na reprodução das frequências de vórtices, das escalas de turbulência, da função de densidade de probabilidade, etc, quando se utilizam modelos de semelhança de Froude.

Finalmente algumas sugestões para projeto de estruturas de dissipação são apresentadas baseadas nos valores de RMS e de máxima flutuação de pressão, usando-se nesse caso registros não superiores a 10 minutos. Nesse sentido são propostas algumas equações para projeto.

Nos dias de hoje começa a ficar claro que por trás da turbulência randômica de parede existe um processo determinístico, e quem sabe, num futuro próximo, métodos determinísticos poderão ser utilizados no estudo da turbulência do escoamento. Nesse sentido é muito importante dar continuidade à pesquisa básica utilizando novas técnicas de visualização do escoamento.

assim como novos sistemas de aquisição e processamento de dados. Em termos de pesquisa aplicada, por outro lado, é muito importante a instrumentação do protótipo, o que poderá esclarecer definitivamente os efeitos de escala de turbulência de parede, trazendo novos "inputs" à pesquisa básica.

## ABSTRACT

The study of structure and resolution of pressure fluctuations in solid boundaries is a fascinating and unique topic of research because at the same time that involves basic research passing through the study of turbulence theory, the study of instrumentation and the study of data acquisition and processing systems, involves applied research too, passing through the determination of the unsteady dynamic force due to pressure fluctuations on the solid boundaries of hydraulic structures.

The work here presented was developed taking in account this dualistic point of view of the pressure fluctuations study, and the author explored more deeply the discussion of the problem in the fluid mechanics point of view, trying to satisfy the necessity of the scientists, in one side of the spectra, who normally pursue the "questions", and trying to satisfy too the necessity of the engineers, in the other side of the spectra, who normally pursue the "answers".

A complete analysis of instantaneous pressure as a random process is presented through this work, and it is emphasized the case of the hydraulic jump, which is a low frequency macroturbulent phenomena and which is also an excellent didactic example of turbulence study.

It is showed definitively in this work that the turbulence scales inside the hydraulic jump are very sensitive to the boundary-layer development in the inflow section of the jump, to the Froude number ( $F_1$ ) and to the position inside the jump ( $x/y_1$ ). In the other hand, it is showed that so the type, adaptation and diameter of the pressure transducers, as well the data acquisition systems and criteria using for acquisition and processing of the random signal, have a strong influence in the spatial and frequency resolution of the instantaneous pressure signal.

It is presented a discussion about the eddies scales inside the jump,

trying to explain the relationship between velocity fluctuations inside the flow and pressure fluctuations at the bottom of the hydraulic jump, which is theoretically represented by the Poisson equation.

The convection velocity of average eddies as well as largest eddies was determined through the hydraulic jump for developed and undeveloped inflow conditions and for a wide range of  $F_1$ .

It is clearly showed in this work that the pressure fluctuations distribution in the critical zone of the hydraulic jump is not a Gaussian, however, is the author's opinion that the determination of the tails of the probability density function is only justified in terms of basic research, according with discussion presented. The author recommends, in terms of applied research to the design of stilling basins, the determination of the maximum pressure fluctuations based in pressure records compatible with the data acquisition and processing systems used.

A broad discussion of scales effects in the simulation of eddies frequencies, scales of turbulence, probability density function, etc, is offered for the case of Froude similitude model.

Finally some suggestions are presented for the stilling basins hydraulic design based on the RMS and maximum values of pressure, using pressure records not greater than 10 minutes.

Nowadays it is beginning to be clear that behind of the wall random turbulence there is a deterministic process and, maybe, in the next future, deterministic models will be used in the turbulent flow studies.

However, it is important to give continuity to the basic research using new techniques of flow visualization and using new systems of data acquisition and processing. In the other hand, in terms of applied research, it is important the prototype instrumentation, which will be very helpful to make clear the scales effects of wall turbulence phenomena, giving new inputs to the basic research.

## 1. INTRODUÇÃO

Através dos anos, a hidráulica tem sido considerada uma ciência semi-empírica que surgiu a partir das limitações no estudo da Dinâmica dos Fluidos. Seguindo essa linha, os clássicos laboratórios de hidráulica nas últimas décadas viveram uma época áurea, que consistiu em fornecer, através de modelos físicos, resultados e equações empíricas capazes de orientar melhor o projeto hidráulico de estruturas.

Com o aparecimento dos computadores, os modelos numéricos e a hidráulica computacional começaram a ocupar o espaço antes ocupado pelo modelismo físico e uma nova realidade começou a ser imposta para a sobrevivência dos clássicos laboratórios de hidráulica.

Por outro lado, o desenvolvimento rápido nos últimos anos de novas técnicas de instrumentação, de sistemas de aquisição e processamento de dados cada vez mais rápidos, assim como de novas técnicas de visualização de escoamento, trouxeram um novo fôlego ao modelismo físico, abrindo a possibilidade de novas descobertas que hoje seriam impossíveis apenas através de modelos numéricos.

Reforça-se portanto hoje em dia, o ponto de vista de maior interação entre os modelos físico e matemático obrigando-se os pesquisadores a se moldarem a essa nova realidade. Nesse sentido, sugere-se a adoção de um organograma de interação entre modelos numérico e físico para os laboratórios modernos [ver CUNGE - 1987].

Tendo em mente essa nova realidade da pesquisa hidráulica, foi desenvolvido o tema dessa tese, tema esse singular, pois, ao mesmo tempo que envolve pesquisa básica passando pelo estudo da turbulência e da adequação de instrumentação e de sistemas de aquisição e processamento de dados, envolve também pesquisa aplicada, já que o estudo de pressões flutuantes junto aos contornos sólidos permite fornecer valiosas informações para o projeto adequado de estruturas hidráulicas, que diga-se de passagem, ainda

hoje, em muitos casos, segue informações de manuais clássicos totalmente baseados em valores médios de pressão, e portanto fora da realidade atual.

Pode-se resumir como principais objetivos desse trabalho os seguintes:

1) Conhecer melhor o mecanismo da física do escoamento turbulento, usando o ressalto hidráulico que é um excelente exemplo didático;

2) Discutir a instrumentação e o sistema de aquisição e processamento de dados utilizado, apresentando suas principais vantagens e limitações;

3) Propor algumas linhas de projeto de estruturas de dissipação baseadas nos resultados de pressões flutuantes na base do ressalto.

Não foi, no entanto, a minha primeira preocupação no desenvolvimento desse trabalho em chegar em uma "receita" de projeto de bacias de dissipação, mas sim, aprofundar a discussão do estudo da turbulência e do uso de instrumentação e sistema de aquisição em laboratório, de modo a permitir o conhecimento global do problema. Entendo que essa é a melhor forma de se tentar produzir um trabalho que traga uma real contribuição no sentido de diminuir a dependência tecnológica em alguns setores do conhecimento.

Vários estudos de pressões flutuantes na base do ressalto tem sido publicados nos últimos anos, porém raros são os autores que tem-se preocupado com a discussão mais a fundo do problema, em particular, da metodologia de aquisição e processamento do sinal de pressão instantânea. Em muitos casos isso explica a diferença dos resultados experimentais, diferenças essas que podem não ser relevantes sob o ponto de vista de engenharia, mas podem ser muito importantes em um estudo de pesquisa básica.

### **1.1 Ordenação do Trabalho**

No capítulo 2 desse trabalho apresenta-se uma análise teórica do escoamento turbulento, como por exemplo, sua origem e história, a instabilidade e a transição para o escoamento turbulento, as escalas de

turbulência e as equações matemáticas. Algumas considerações de modelismo matemático de turbulência são apresentadas, não sendo porém o escopo desse trabalho aprofundar-se nesse assunto.

No capítulo 3 faz-se uma análise da camada limite turbulenta e suas várias regiões. Dá-se ênfase a turbulência de parede, cuja interpretação física tem tido um grande progresso nos últimos anos graças a sofisticadas técnicas de visualização do escoamento. É apresentada uma metodologia semi-empírica de determinação de desenvolvimento de camada limite em canal, o que é muito importante nessa pesquisa, já que a turbulência no ressalto é fortemente influenciada pelas condições de entrada. Finalmente, ainda no capítulo 3, faz-se uma análise teórica da relação existente entre as flutuações de velocidade no seio da massa líquida e as flutuações de pressão na base do ressalto.

No capítulo 4 discute-se o ressalto hidráulico apresentando-se a equação da quantidade de movimento na sua forma clássica e em outras formas mais generalizadas. Discute-se ainda o comprimento do ressalto, assim como a distribuição de pressão e a medida de turbulência dentro do ressalto. Em seguida, apresenta-se um critério prático de determinação de desenvolvimento da camada limite na entrada do ressalto (através do levantamento dos perfis de velocidade média). Os resultados desses ensaios estão apresentados no apêndice A, assim como o programa criado para a determinação, via microcomputador, dos perfis de velocidade.

No capítulo 5 apresenta-se uma discussão da análise estatística e espectral de processos estacionários e ergódicos referentes a sinais de flutuações de pressão. Apresenta-se toda a teoria necessária para a criação do "software" utilizado na parte experimental na aquisição e processamento dos dados, como por exemplo: função de densidade de probabilidade, análise rápida de Fourier (FFT), espectro de potência, função de autocorrelação, espectro cruzado, etc. Especial ênfase é feita com relação ao risco de se assumir distribuição Gaussiana de pressões em certos tipos de escoamento,

como é o caso do ressalto hidráulico. Considerações a respeito da velocidade de convecção e da aquisição de pressão simultânea, através de vários transdutores instalados na base do ressalto, completam o capítulo.

No capítulo 6 apresenta-se uma discussão sobre transdutores elétricos de pressão, sua utilidade, conceito, campo de aplicação, classificação, etc. São apresentados resultados da influência do diâmetro do transdutor na determinação da função de densidade de probabilidade e nos momentos de terceira e quarta ordem. Especial ênfase é feita aos transdutores de extensômetro de semiconductor (tipo "strain gage") apresentando-se as principais características de alguns desses transdutores mais comumente usados na modelação hidráulica, assim como resultados comparativos de resposta em frequência obtidos pelo autor. É feita uma análise comparativa de resolução espacial e em frequência entre transdutores montados em câmara ou faceados à parede; além disso, são apresentados os inconvenientes que provém da utilização de tubos de pequenos diâmetros entre a tomada de pressão propriamente dita e o ponto de instalação do transdutor. Algumas sugestões são feitas para a escolha de um transdutor em uma determinada pesquisa, assim como para a correção do campo de pressões flutuantes em função do diâmetro do transdutor. Finalmente, apresentam-se os resultados obtidos nessa pesquisa dentro do ressalto hidráulico para várias condições de montagem, tipo e diâmetro de transdutor ("strain gage"), fazendo-se a comparação com resultados da literatura.

No capítulo 7 apresenta-se a teoria necessária na definição e escolha de um sistema de aquisição e processamento de dados na medição de turbulência de parede. Critérios para a escolha do número de amostras e do intervalo de amostragem são apresentados, assim como uma discussão sobre os erros resultantes da cadeia de instrumentação utilizada na aquisição e processamento do dado; nesse sentido, alguns critérios de otimização do sistema são sugeridos. Em seguida é apresentada uma discussão completa do sistema de aquisição e processamento de dados utilizado pelo autor nessa

pesquisa, e herdado do trabalho de TOSO [1986]. É feita uma análise completa das rotinas de aquisição utilizadas, assim como da conversão do dado binário em dado de texto. Os programas, em linguagem Applesoft Basic ou Assembly e devidamente compilados, estão apresentados nos respectivos apêndices. São apresentadas também as vantagens e desvantagens do sistema utilizado.

No capítulo 8 apresenta-se a análise dos resultados experimentais de medição de pressões flutuantes na base do ressalto para uma ampla faixa de  $F_1$  e considerando condições de escoamento desenvolvido ou não na entrada do ressalto, conforme critério estabelecido no capítulo 3. Todos os resultados estão apresentados nos apêndices de B a K. Enfatiza-se novamente a distribuição não Gaussiana das pressões flutuantes na zona crítica do ressalto para a faixa de  $F_1$  ensaiada. A determinação da função de densidade espectral, da função de autocorrelação, assim como do espectro cruzado e da velocidade de convecção no ressalto permite interpretar com clareza a física do escoamento dentro do ressalto para as várias condições ensaiadas. A velocidade de convecção, por outro lado, foi determinada através de três diferentes critérios: usando bibliografia disponível, a partir do espectro cruzado e a partir da convecção de valores de picos de pressão observada através do registro quase que simultâneo do sinal de quatro transdutores instalados na base do ressalto. Discutem-se ainda nesse capítulo, as escalas longitudinal e transversal de vórtices dentro do ressalto.

No capítulo 9 discutem-se os efeitos de escala introduzidos por modelos em semelhança de Froude na análise da tendência a cavitação incipiente devido a flutuações de pressão junto a contornos sólidos; sugere-se uma equação de cálculo do máximo esforço hidrodinâmico baseado no valor do "RMS" do sinal de pressão, ou no valor de pico de pressão obtido através de registros de até 10 minutos. Alguns resultados de flutuações de pressão na base do ressalto para bacias tipos II e III do USBR são apresentados (apêndice L).

No capítulo 10 apresentam-se as conclusões desse trabalho e uma previsão<sup>6</sup> futura da pesquisa no campo da turbulência e dos valores instantâneos, de acordo com o ponto de vista do autor.

## 2 - O ESCOAMENTO TURBULENTO

### 2.1 A Origem da Turbulência

O escoamento de um fluido, conforme plenamente conhecido, pode ocorrer em regime laminar ou turbulento.

A origem da turbulência e em consequência a transição do escoamento laminar para turbulento é um assunto de fundamental importância no estudo da mecânica dos fluidos. A incidência da turbulência foi primeiramente reconhecida em escoamentos através de tubos retos. Sabe-se que o escoamento laminar se desenvolve em tubos retos e lisos onde cada partícula fluida se movimenta com velocidade uniforme ao longo de uma determinada trajetória; as forças viscosas freiam as partículas próximas da parede resultando um perfil parabólico de velocidade que pode ser obtido pela equação de Hagen-Poiseuille mencionada a seguir [SCHLICHTING - 1979]:

$$u(y) = \frac{P_1 - P_2}{4\mu l} (R^2 - y^2) \quad (2.1)$$

onde:  $\mu \rightarrow$  viscosidade dinâmica do fluido.

$P_1$  e  $P_2 \rightarrow$  pressões médias locais nas seções 1 e 2.

A velocidade máxima no eixo do tubo e dada por:

$$u_{\max} = \frac{P_1 - P_2}{4\mu l} R^2 \quad (2.2)$$

$$\text{sendo: } Q = \frac{\pi R^2}{2} * u_{\max} = \frac{\pi R^4}{8\mu l} (P_1 - P_2) \quad (2.3)$$

A equação (2.3) estabelece que a vazão é proporcional a primeira potência da queda de pressão e a quarta potência do raio da tubulação. Considerando-se a velocidade média através da seção transversal ( $U = \frac{Q}{\pi R^2}$ ),

$$P_1 - P_2 = 8\mu \frac{1}{R^2} U \quad (2.4)$$

Portanto no escoamento laminar há um predomínio das forças viscosas sobre as forças de inércia e o movimento ocorre em camadas paralelas na direção do fluxo.

Por outro lado, no regime turbulento de escoamento, o fluido deixa de se movimentar ordenadamente em camadas paralelas, assumindo características diversas, com componentes de velocidade em todas as direções. Nesse caso, a distribuição de velocidades através da seção transversal da tubulação é consideravelmente mais uniforme que no caso do escoamento laminar, devido à maior transferência de quantidade de movimento na direção transversal ao fluxo, deixando a equação de Hagen-Poiseuille de ter validade.

As Figuras 1a e 1b mostram os perfis de velocidade de um escoamento laminar e de um escoamento turbulento medio respectivamente, considerando uma tubulação de raio  $R$ .

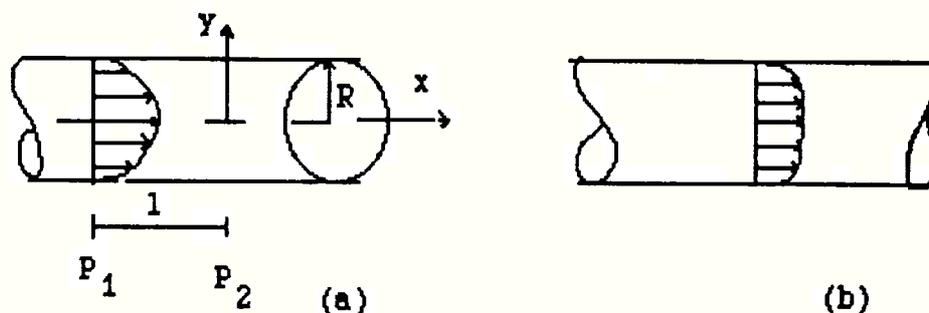


Figura 2.1 Perfis de velocidade média em tubulação para escoamento laminar e turbulento.

REYNOLDS [1883] foi o primeiro a retratar experimentalmente a transição de regime laminar para turbulento o que culminou na publicação do seu célebre trabalho no *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*.

Vale a pena aqui salientar o fato de que Reynolds [1883] atribue a Stokes como sendo o primeiro a retratar a mudança de um escoamento laminar para um escoamento vorticoso, conforme suas palavras reproduzidas a seguir: " *The general cause of the change from steady to eddying motion was in 1843 pointed out by Professor Stokes as being that under certain circumstances*

*the steady motion becomes unstable, so that an indefinitely small disturbance may lead to a change to sinuous motion".<sup>1</sup>*

A figura 2.2 mostra a transição do escoamento laminar para turbulento em um tubo transparente, através da injeção de um corante na seção de enboque.

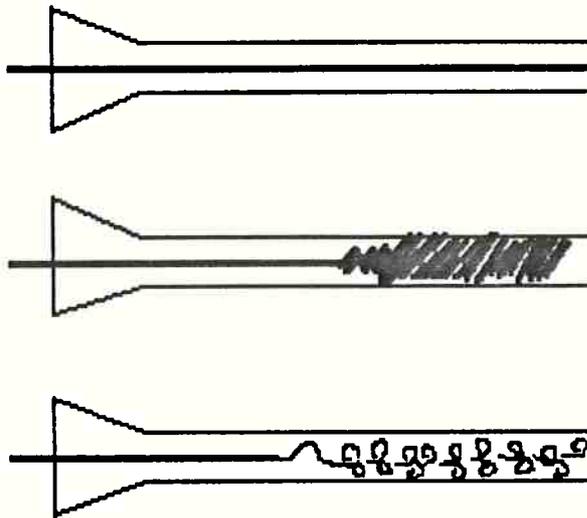


Figura 2.2 Representação esquemática da experiência de Reynolds (extraído do trabalho original de REYNOLDS -1883).

É interessante notar que em seu trabalho Reynolds propôs uma lei de similitude conforme citação abaixo: "*In 1883 I succeeded in proving by means of experiments with colour bands - the results of which were communicated to the Society - that when water is caused by pressure to flow through a uniform smooth pipe, the motion of the water is direct, i. e., parallel to the sides of the pipe, or sinuous, i. e., crossing and re-crossing the pipe according as  $u_m$ , the mean velocity of the water, as measured by dividing  $Q$ , the discharge, by  $A$ , the area of the section of the pipe, is below or above a certain value given by  $\frac{k\mu}{D \gamma}$ , where  $D$  is the diameter of the pipe,  $\gamma$  is the density of the water and  $k$  is a numerical constant . . . . .*"<sup>2</sup>

<sup>1</sup> REYNOLDS, O. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels - Phil. Trans. Royal Soc. London - 1883.

<sup>2</sup> REYNOLDS, O. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion - Phil. Trans. Royal Soc. London - 1895.

O número adimensional  $k$  é conhecido na literatura técnica atual como número de Reynolds ( $R$ ) e representa uma relação entre força de inércia e força viscosa:

$$R = \frac{F_i}{F_v} = \frac{VL}{\nu} \quad (2.5)$$

O valor numérico de  $R$  para o qual normalmente a transição ocorre (número de Reynolds crítico) é estabelecido como sendo aproximadamente  $R_c \cong 2300$ .

No caso de escoamentos em condutos, o valor de  $R_c$  tende a aumentar com a diminuição das perturbações na entrada do conduto. Este fato foi confirmado experimentalmente por Barnes e Coker, e mais tarde por Schiller [apud SCHLICHTING - 1979] que alcançaram valores de  $R_c \approx 20000$ . Ekman [apud SCHLICHTING - 1979] conseguiu escoamento laminar para  $R_c \approx 40000$  fazendo com que a entrada do conduto fosse praticamente livre de perturbações.

O limite máximo que  $R_c$  pode alcançar, mantendo-se condições excepcionais na aproximação, ainda hoje não é conhecido. Todavia, sabe-se que o limite mínimo de  $R_c$  é aproximadamente 2000, sendo que abaixo desse valor, o regime é sempre laminar, mesmo em presença de fortes perturbações.

Muitas foram as tentativas de explicar teoricamente o processo de transição de escoamento laminar para turbulento desde a famosa experiência de Reynolds. Estas investigações teóricas baseiam-se na hipótese de que os escoamentos laminares são afetados por certas pequenas perturbações; no caso de escoamentos em tubulação essas perturbações podem se originar, por exemplo, na entrada da tubulação, podem ser devidas a rugosidade de parede, etc. Se essas perturbações diminuem com o tempo o escoamento é considerado estável; caso contrário, o escoamento é considerado instável e existe a possibilidade de transição para escoamento turbulento. Dentro dessa linha tem-se desenvolvido a teoria da estabilidade, tendo como objetivo estabelecer o valor de  $R_c$  de um determinado escoamento.

O próprio Reynolds [1895] plantou a base da teoria da estabilidade publicada 12 anos após a constatação experimental da transição.

Notavelmente Lord Rayleigh em 1880 e 1887 [apud SCHLICHTING - 1979], em uma serie de publicações em "Proceedings of Mathematics of Society of London" contribuiu definitivamente com a implantação da base da teoria da estabilidade.

Somente muito tempo depois , em 1930, através de um trabalho de Prandtl [apud SCHLICHTING - 1979] teve o estudo da teoria da estabilidade um real progresso. Desde o trabalho de Dryden em 1959 [apud SCHLICHTING - 1979] inúmeros trabalhos têm sido publicados com o intuito de verificar experimentalmente a teoria da estabilidade.

Cabe aqui uma pergunta do leitor: "Porque este problema tem provado ser tão difícil ao longo de tantos anos?" A seguinte explicação é oferecida tentando responder a essa pergunta:

Pelo lado teórico a dificuldade básica tem sido a intratabilidade matemática dos termos não-lineares das equações da hidrodinâmica e pelo lado experimental a principal dificuldade tem sido a falta de instrumentos e sistemas de aquisição de dados capazes de medir com fidelidade a transição e o escoamento turbulento.

Nos últimos anos todavia, teoria e experiência tem recebido um profundo desenvolvimento, seja pelas facilidades cada vez maiores de computadores digitais de alta velocidade, seja pelas facilidades de instrumentos de medição, tais como anemômetros de ponta quente, "laser doppler velocimetry", etc. Nesse sentido, uma revolução científica tem ocorrido nos últimos anos. Hoje em dia são inúmeros os trabalhos que estudam as instabilidades hidrodinâmicas e a transição para a turbulência. O ponto culminante em que se chega hoje é que existe uma ordem na transição para o processo caótico (escoamento plenamente turbulento) e nesse aspecto, a visualização do escoamento através de técnicas cada vez mais sofisticadas é uma importante ferramenta no desenvolvimento da pesquisa atual.

## 2.2 A Natureza da Turbulência

Mais importante do que uma definição concisa de turbulência é apresentar as principais características de um escoamento turbulento na linha já apresentada por TENNEKES & LUMLEY [1972]:

- Irregularidade: A primeira característica é o aspecto irregular e randômico de todo escoamento turbulento, o que torna muito difícil, até os dias de hoje, o tratamento determinístico das propriedades da turbulência. Neste caso, métodos estatísticos são necessários para tratar o sinal aleatório.

- Difusividade: A difusividade da turbulência, que é responsável pelo rápido processo de mistura e aumento da taxa de transferência de quantidade de movimento, calor e massa, é uma outra importante característica dos escoamentos turbulentos. A clássica experiência de Reynolds já mostrava a importância da difusividade no processo turbulento.

- Altos Números de Reynolds: Escoamentos turbulentos sempre ocorrem para altos valores de número de Reynolds ( $R$ ) e a turbulência frequentemente se origina de instabilidades de escoamentos laminares quando  $R$  torna-se maior. As instabilidades estão relacionadas com a interação dos termos viscosos e os termos de inércia não lineares na equação do movimento.

- Rotacionalidade e Tridimensionalidade: A turbulência é rotacional e tridimensional e por isso a dinâmica da vorticidade exerce um papel fundamental na descrição do escoamento turbulento. As flutuações randômicas de vorticidade que caracterizam a turbulência, não poderiam se manter, se as flutuações de velocidade fôsssem bidimensionais, desde que um importante mecanismo de deformação ou esticamento do vórtice ("vortex-stretching"), responsável pela manutenção da vorticidade, não poderia se manter em um escoamento bidimensional.

- Dissipação: Os escoamentos turbulentos são essencialmente dissipativos. As tensões viscosas provocam um trabalho de deformação que aumenta a energia

interna do fluido às custas da energia cinética do escoamento, de modo que a turbulência necessita de um contínuo suprimento de energia para fazer frente às perdas viscosas. Se energia externa não é fornecida, a turbulência decai rapidamente.

- Contínuo: Turbulência é um fenômeno do meio contínuo governada pelas equações da mecânica dos fluidos. Mesmo as menores escalas que ocorrem no escoamento turbulento são muito maiores que as escalas de comprimento molecular.

-Turbulência é Função do Escoamento não do Fluido: Uma das principais característica dos escoamentos turbulentos é que eles não são controlados pelas propriedades moleculares do fluido no qual a turbulência ocorre. Em outras palavras, a dinâmica da turbulência é a mesma em todos os fluidos, sejam eles líquidos ou gases, se  $R$  for suficientemente grande.

- Não Linearidade: Entre as diversas escalas de flutuações existem interações que correspondem a um fenômeno de transferência de energia de termos não-lineares das equações do movimento.

## 2.3 Instabilidades Hidrodinâmicas e Transição para o Escoamento Turbulento

### 2.3.1 Método das Pequenas Perturbações

A teoria da estabilidade de escoamentos laminares considera a decomposição do movimento em um escoamento médio permanente e uma perturbação não permanente superposta ao movimento médio.

Considerando que o escoamento médio é solução da equação de Navier-Stokes, o movimento resultante e conseqüentemente a perturbação serão também soluções da equação de Navier-Stokes.

Considerando por simplicidade um escoamento bidimensional de fluxo paralelo (caso de canal com paredes paralelas ou tubulação), as seguintes

condições de fronteira podem ser assumidas em um sistema cartesiano

triortogonal:

$$u = U + u \quad (2.6a)$$

$$v = v \quad (2.6b)$$

$$w = 0 \quad (2.6c)$$

$$p = P + p \quad (2.6d)$$

$$Y = W = 0 \quad (2.6e)$$

**Observação:** É importante não confundir a nomenclatura acima apresentada com a que será introduzida para escoamento turbulento nos capítulos seguintes.

Aplicando-se as equações de Navier-Stokes e continuidade para a perturbação  $e$ , considerando um escoamento bidimensional, incompressível e não permanente (desprezando os termos quadráticos das componentes de velocidade de perturbação), resultam:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{continuidade}) \quad (2.7a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \nabla^2 u \right) \quad (2.7b)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = \nu \nabla^2 v \quad (2.7c)$$

$$\text{onde: } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \quad (\text{operador de Laplace}).$$

Considerando que o escoamento médio satisfaz a equação de Navier-Stokes, as equações 2.7a, 2.7b e 2.7c podem ser simplificadas [ver SCHLICHTING-1979]:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{continuidade}) \quad (2.8a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 u \quad (2.8b)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 v \quad (2.8c)$$

Considerando as seguintes relações adimensionais:

$$x = Lx \rightarrow x = \frac{x}{L}$$

$$y = Ly \rightarrow y = \frac{y}{L}$$

$$u = Uu \rightarrow u = \frac{u}{U}$$

$$v = Uv \rightarrow v = \frac{v}{U}$$

$$t = \frac{L}{U} t \rightarrow t = t \frac{U}{L}$$

$$\frac{P}{\rho} = U^2 p \rightarrow p = \frac{P}{\rho U^2}$$

As equações do escoamento resultam:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{continuidade}) \quad (2.9a)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{R} \nabla^2 u \quad (2.9b)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{R} \nabla^2 v \quad (2.9c)$$

Informações mais detalhadas podem ser obtidas na publicação de MONIN & YAGLOM [1977].

### 2.3.2 A Equação de Orr-Sommerfeld

Assumindo uma perturbação bidimensional, é possível introduzir uma função de corrente  $\psi(x, y, t)$  de modo que uma simples oscilação da perturbação assume a forma de uma onda ("wavelike"):

$$\psi(x, y, t) = \phi(y) e^{i(\alpha x - \beta t)} \quad (2.10)$$

onde  $\alpha$  é um número real dado por:

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \text{número de onda da perturbação;} \quad (2.11)$$

$\beta$  é um número complexo dado por:

$$\beta = \beta_r + i\beta_i \quad (2.12)$$

sendo:  $\beta_r \rightarrow$  frequência circular da oscilação;

$$\beta_i \rightarrow \text{fator de amortecimento: } \left| \begin{array}{l} \beta_i \leq 0 \rightarrow \text{amortecimento} \\ \beta_i > 0 \rightarrow \text{instabilidade} \end{array} \right.$$

É conveniente considerar a seguinte relação:

$$C = \frac{\beta}{\alpha} = C_r + iC_i \quad (2.13)$$

sendo:  $C_r \rightarrow$  velocidade de propagação da perturbação;

$$C_i \rightarrow \left| \begin{array}{l} \text{fator de amortecimento } (C_i \leq 0) \text{ ou} \\ \text{fator de amplificação da perturbação } (C_i > 0) \\ \text{(variação com o tempo da perturbação)} \end{array} \right.$$

Substituindo a equação (2.13) na equação (2.10), resulta:

$$\psi(x,y,t) = \phi(y) e^{i\alpha(x-Ct)} \quad (2.10a)$$

Analogamente,

$$u(x,y,t) = u(y) e^{i\alpha(x-Ct)} \quad (2.10b)$$

$$v(x,y,t) = v(y) e^{i\alpha(x-Ct)} \quad (2.10c)$$

$$p(x,y,t) = p(y) e^{i\alpha(x-Ct)} \quad (2.10d)$$

A substituição das equações (2.10b,c,d) nas equações do movimento (2.9a,b,c), conduz a obtenção da equação de Orr-Sommerfeld:

$$(U - C) (D^2 - \alpha^2) v - v D^2 U = -\frac{1}{R\alpha} (D^2 - \alpha^2)^2 v \quad (2.11)$$

cujas condições de contorno são as seguintes:

$$v = Dv = 0 \rightarrow (\text{fronteiras sólidas});$$

$$v, Dv \rightarrow 0 \Rightarrow y \rightarrow \infty.$$

Essa equação poderia também ser expressa em termos da função de corrente.

A equação de Orr-Sommerfeld é o ponto de partida para o estudo da teoria da estabilidade de escoamentos laminares e descreve as pequenas perturbações de um escoamento bidimensional de fluxo paralelo.

Desprezando o efeito das forças viscosas obtemos a equação de Rayleigh:

$$(U - C) (D^2 - \alpha^2) v - v D^2 U = 0 \quad (2.12)$$

cujas condições de contorno são as seguintes:

$$v = 0 \rightarrow (\text{fronteiras sólidas});$$

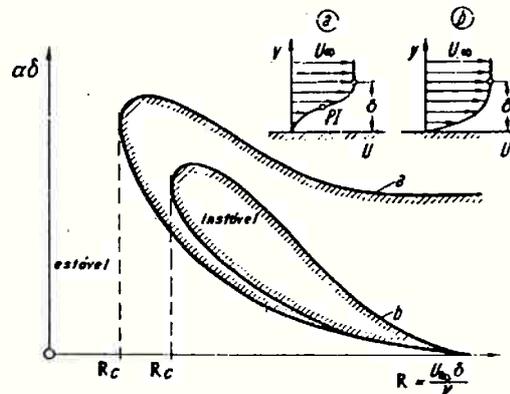
$$v \rightarrow 0 \Rightarrow y \rightarrow \infty.$$

Quando o escoamento médio  $U(y)$  é especificado, a equação de Orr-Sommerfeld contém 4 parâmetros:  $\alpha$ ,  $R$ ,  $C_r$ ,  $C_i$ . Especificando-se o número de Reynolds do escoamento ( $R$ ) e o comprimento de onda ( $\lambda = \frac{2\pi}{\alpha}$ ) da perturbação, a

equação diferencial (2.11), juntamente com as condições de contorno fornece a "eigenfunction"  $D$  e o complexo "eigenvalue"  $C = C_r + iC_i$  para cada

par de valores  $\alpha, R$ .

O resultado dessa análise no caso de um escoamento laminar especificado para  $U(y)$  pode ser representado graficamente em um diagrama  $\alpha, R$ , porque todo ponto desse plano corresponde a um par de valores  $C_r, C_i$ . Em particular  $C_i = 0$  separa a região estável das perturbações instáveis. Esta linha de separação é conhecida por curva de estabilidade neutra.



**Figura 2.3** Representação gráfica das curvas de estabilidade neutra considerando-se ou não ponto de inflexão no perfil de velocidade (extraído de SCHLICHTING - 1979).

Pela análise da curva (a) na figura 2.3, que corresponde ao caso de instabilidade não viscosa (equação de Rayleigh), mesmo para  $R \rightarrow \infty$ , existe ainda uma certa faixa de comprimento de onda instável; na direção de decréscimo de  $R$ , a zona de instabilidade é separada da zona estável através da curva de estabilidade neutra. Por outro lado a curva (b) representa o caso de instabilidade viscosa (equação de Orr-Sommerfeld), e nesse caso para  $R \rightarrow \infty$ , a faixa de comprimento de ondas instáveis tende a um ponto e o domínio de oscilações instáveis parece existir somente para uma finita faixa de  $R$ . Conclui-se que a amplificação é muito maior no caso de instabilidade não viscosa quando comparado com instabilidade viscosa.

Considerar a existência de instabilidade viscosa, significa considerar a equação de Orr-Sommerfeld de solução analítica muito mais complexa. Além disso é bom lembrar que esta equação é válida somente para escoamento paralelo, conforme já mencionado. Considerações a respeito da correção

devido ao não paralelismo foje ao escopo desse trabalho, mas podem ser encontradas na publicação de SARIC & NAYFEH [1975].

### 2.3.3 Algumas Considerações Práticas da Teoria da Estabilidade

Retomando a equação (2.10a) que define a oscilação de uma perturbação simples, tem-se:

$$\psi(x, y, t) = \phi(y) e^{i\alpha(x-Ct)} \quad (2.10a)$$

Considerando-se a amplificação no tempo dessa perturbação (equação de Orr-Sommerfeld), tem-se que:

$$\alpha = \alpha_r = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (\text{número real});$$

$$\beta, C \rightarrow (\text{números complexos}).$$

Um exemplo de amplificação no tempo da perturbação é dado no gráfico abaixo, que se refere ao desenvolvimento de camada limite em placa plana com ângulo de incidência zero (caso fartamente documentado na bibliografia).

Nesse caso o valor de Reynolds crítico de transição é dado por:

$$R_c = \left( \frac{U_\infty \delta_1}{\nu} \right)_c = 520$$

$$\text{onde: } \delta_1 = \int_0^\infty \left( 1 - \frac{U}{U_\infty} \right) dy \rightarrow (\text{espessura de deslocamento}) \quad (2.13)$$

$$\alpha \delta_1 \cong 0.35 \rightarrow (\text{valor máximo})$$

$$\frac{2\pi}{\lambda_{\min}} \delta_1 \cong 0.35 \Rightarrow \lambda_{\min} \cong 18 \delta_1 \approx 6 \delta \quad [\text{ver SCHLICHTING - 1979}].$$

Nota-se então, que o menor comprimento de onda que causa instabilidade é muito maior que a espessura da camada limite.

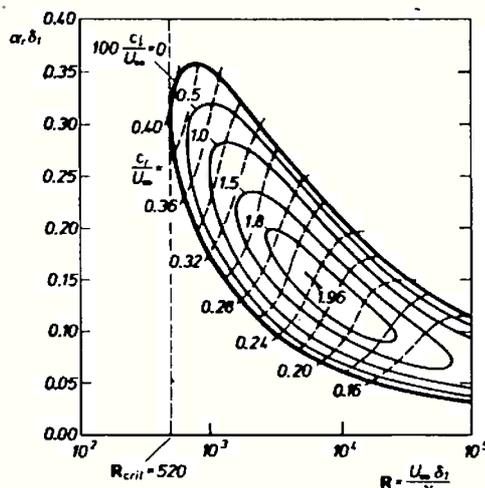


Figura 2.4 Curvas de taxas constantes de amplificação temporal para a camada limite de uma placa plana com ângulo de incidência zero (extraído de SCHLICHTING - 1979).

Uma melhor correlação dos resultados é possível introduzindo o conceito de amplificação espacial das perturbações, e nesse caso, tem-se que:

$C, \alpha \rightarrow$  (números complexos);

$\beta \rightarrow$  (número real).

Com relação a esse assunto, recomenda-se a leitura do trabalho de WAZZAN ET ALI [1968] e JAFFE ET ALI [1970]. A figura 2.5 mostra as curvas de amplificação espacial no caso de escoamento de camada limite em placa plana sendo:

$$\omega_r = \frac{\omega \nu}{U_\infty} \Rightarrow \text{frequência angular adimensionalizada;}$$

$$R_{\delta_1}^* = R_{\delta_1} = \frac{U_\infty \delta_1}{\nu} \Rightarrow \text{número de Reynolds definido a partir da espessura de}$$

deslocamento.

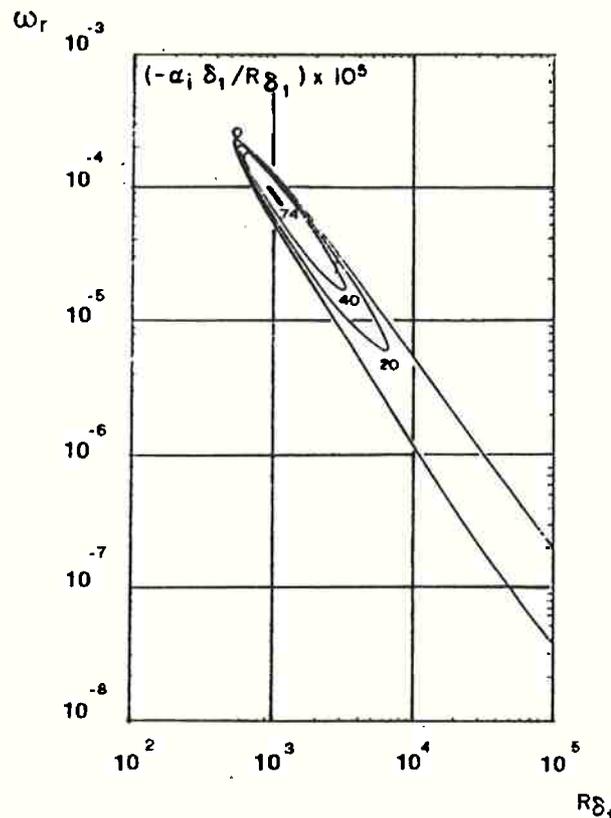
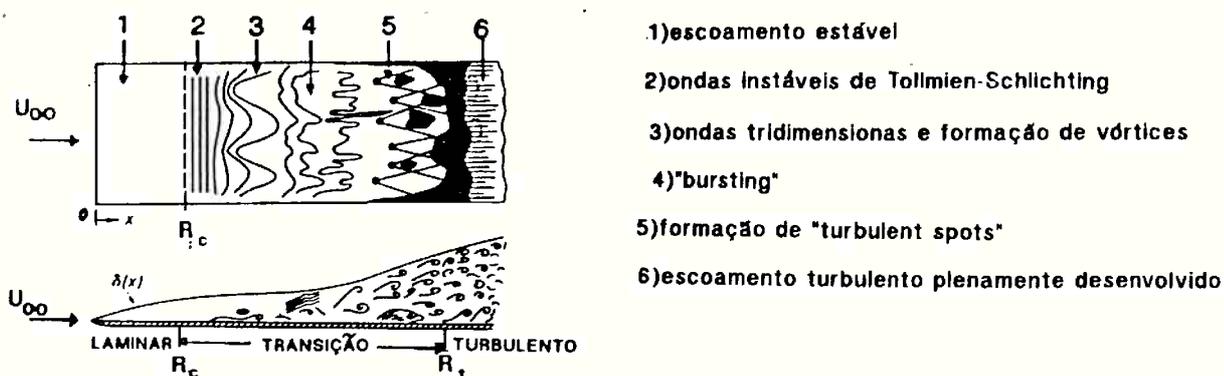


Figura 2.5 Curvas de taxas constantes de amplificação espacial das perturbações (extraído de WAZZAN ET AL - 1968).

Finalmente gostaríamos de salientar que nem sempre o ponto de instabilidade ( $R_c$ ) previsto pela teoria existente coincide com a prática tal a complexidade do processo de transição de escoamento laminar para turbulento. A figura abaixo ilustra esquematicamente o que ocorre na fase de transição. Nessa figura tem-se que:

- 1) Escoamento estável;
- 2) Ondas de instabilidade de Tollmien-Schlichting;
- 3) Ondas tridimensionais e formação de vórtices;
- 4) Erupção de vórtices ("burstings");
- 5) Formação de manchas de turbulência;
- 6) Escoamento turbulento plenamente desenvolvido.



**Figura 2.6** Esquema idealizado da zona de transição na camada limite em uma placa plana com ângulo de incidência zero (extraído de SCHLICHTING - 1979).

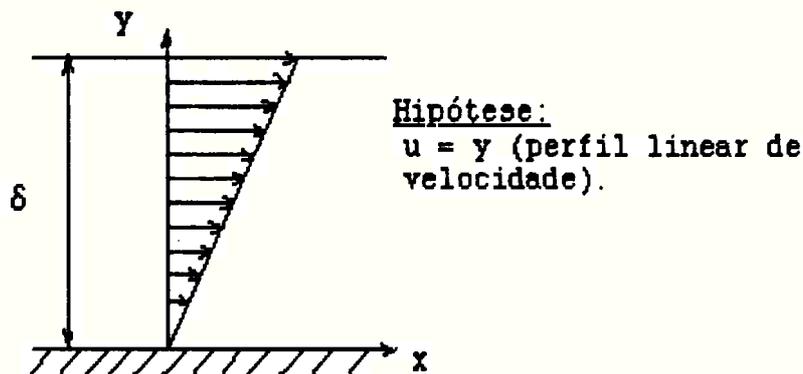
### 2.3.4 Breve consideração de um método matemático da teoria da estabilidade tendo em conta os termos lineares e não-lineares da equação do escoamento

Em seu trabalho publicado em "Philosophical Transactions of Royal Society of London", Reynolds [1895], já fazia menção sobre a instabilidade das perturbações acima de uma certa magnitude e a estabilidade para perturbações menores.

A hidrodinâmica de escoamentos através de tubulações desde o trabalho de Reynolds, não é muito diferente de outros tipos de escoamentos de fluidos viscosos. Na maioria dos casos, a teoria linear da estabilidade tem fornecido um valor de  $R_c$  que é muito maior que os valores observados experimentalmente. Essa relação anômala entre a teoria e a experiência tem sido clarificada consideravelmente nos últimos anos, através da formulação de novas teorias, baseadas na análise dos termos não lineares envolvidos no processo da dinâmica de transição do escoamento laminar para turbulento [BERGÉ ET ALLI - 1986] e [JOSEPH - 1981].

O exemplo dado a seguir é uma pequena ilustração da instabilidade de um escoamento considerando inicialmente os termos lineares e em seguida fazendo algumas considerações com relação à não linearidade da perturbação.

**- Escoamento laminar de fluido incompressível entre duas placas planas e infinitas, sendo a placa inferior fixa e a superior móvel (Escoamento Plano de Couette)**



**Figura 2.7** Representação esquemática do escoamento plano de Couette

Aplicando-se as equações adimensionalizadas da continuidade e de Navier-Stokes ao escoamento plano de Couette e adotando uma nomenclatura simplificada, resulta:

$$u_x + v_y = 0 \quad (2.9a')$$

$$u_t + u u_x + v u_y = -p_x + R^{-1} (u_{xx} + u_{yy}) \quad (2.9b')$$

$$v_t + u v_x + v v_y = -p_y + R^{-1} (v_{xx} + v_{yy}) \quad (2.9c')$$

cujas condições de contorno são as seguintes:

$$u(x, 0, t) = 0$$

$$u(x, 1, t) = 1$$

$$v(x, 0, t) = 0$$

$$v(x, 1, t) = 0$$

Por conveniência as três equações acima podem ser escritas na forma de uma única equação, modelo que tem sido usado normalmente na análise da teoria da estabilidade [ ver PARKER - 1988]:

$$u_t + u_{xx} u_y + u_{xxxx} - R^{-1} (u_{xx} + u_{yy}) = 0 \quad (2.14), \quad 23$$

cujas condições de contorno são as seguintes:

$$u(x, 0, t) = 0$$

$$u(x, 1, t) = 1.$$

Para o escoamento plano de Couette:

$$u = y \Rightarrow \text{solução exata (escoamento laminar)}.$$

No caso de superpormos à solução exata uma perturbação, tal que:

$$u = y + \epsilon u_1 + \epsilon^2 u_2 + \epsilon^3 u_3 + \dots \text{ onde: } \epsilon \ll 1 \text{ e } u_1 \sim O(1) \quad (2.15).$$

a análise linear restringe-se a:

$$u = y + \epsilon u_1.$$

Adotando a equação (2.15) como solução da equação (2.14), tem-se que:

$$u_t = 0 + \epsilon u_{1t} + \epsilon^2 u_{2t} + \dots \quad (2.15a)$$

$$u_{xxxx} = 0 + \epsilon u_{1xxxx} + \epsilon^2 u_{2xxxx} + \dots \quad (2.15b)$$

$$u_y u_{xx} = (1 + \epsilon u_{1y} + \epsilon^2 u_{2y} + \dots)(0 + \epsilon u_{1xx} + \epsilon^2 u_{2xx} + \dots) = \epsilon u_{1xx} + \epsilon^2 u_{2xx} + \epsilon^2 u_{1y} u_{1xx} + O(\epsilon^3) \quad (2.15c)$$

Rearranjando os termos das equações (2.15a), (2.15b) e (2.15c), e inserindo esses termos na equação (2.14), resulta:

$$\begin{aligned} & \epsilon \{ u_{1t} + u_{1xx} + u_{1xxxx} - R^{-1} (u_{1xx} + u_{1yy}) \} + \\ & \epsilon^2 \{ u_{2t} + u_{2xx} + u_{2xxxx} - R^{-1} (u_{2xx} + u_{2yy}) + \\ & u_{1y} u_{1xx} \} + O(\epsilon^3) = 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Da equação (2.16) infere-se que:

$$u_{1t} + u_{1xx} + u_{1xxxx} - R^{-1} (u_{1xx} + u_{1yy}) = L(u_1) = 0, \quad (2.17)$$

onde  $L(u_1)$  é um operador linear; e:

$$-u_{1y} u_{1xx} = L(u_2), \quad (2.18)$$

é o termo de interação não linear.

Adotando-se uma perturbação na forma de onda como uma solução linear do problema, tem-se que:

$$u_1 = e^{i\alpha(x-Ct)} f(y) \quad (2.10b)$$

$$u_1 = e^{i\alpha(x-(C_r+iC_i)t)} f(y) = e^{i\alpha x} e^{-iC_r t \alpha} e^{-iC_i t \alpha} f(y) = e^{i\alpha x} e^{-iC_r t \alpha} e^{C_i t \alpha} f(y) = f(y) e^{C_i t \alpha} e^{i\alpha(x-C_r t)}$$

Fazendo  $C_i t \alpha = \sigma t$ , resulta:

$$u_1 = e^{\sigma t} e^{i\alpha(x-C_R t)} f(y) \quad (2.10c)^{24}$$

Considerando a análise real dos números:

$$u_1 = f(y) e^{\sigma t} \cos\alpha(x-C_R t) \quad (2.10d)$$

Substituindo a equação(2.10d) na equação(2.17), resulta:

$$u_{1t} = \sigma f(y) e^{\sigma t} \cos\alpha(x-C_R t) + \alpha C_R f(y) e^{\sigma t} \sin\alpha(x-C_R t)$$

$$u_{1xx} = -\alpha^2 f(y) e^{\sigma t} \cos\alpha(x-C_R t)$$

$$u_{1xxxx} = \alpha^4 f(y) e^{\sigma t} \cos\alpha(x-C_R t)$$

$$u_{1yy} = f''(y) e^{\sigma t} \cos\alpha(x-C_R t)$$

$$L(u_1) = \{\sigma f - \alpha^2 f + \alpha^4 f + R^{-1}\alpha^2 f - R^{-1}f''\} e^{\sigma t} \cos\alpha(x-C_R t) + \alpha C_R f e^{\sigma t} \sin\alpha(x-C_R t) = 0 \quad (2.17a)$$

Portanto a equação(2.17a) pode ser escrita na seguinte forma:

$$L(u_1) = A e^{\sigma t} \cos\alpha(x-C_R t) + B e^{\sigma t} \sin\alpha(x-C_R t) = 0$$

Da trigonometria sabemos que:

$$A \cos\phi + B \sin\phi = 0, \quad \text{onde: para todo } \phi \Rightarrow A = B = 0$$

$$A = -R^{-1} f'' + \{\sigma - \alpha^2 + \alpha^4 + R^{-1}\alpha^2\} f = 0$$

$$A = \frac{-R^{-1}}{-R^{-1}} f'' + \{R\alpha^2 - \alpha^2 - R\alpha^4 - R\sigma\} f = 0$$

Resulta então uma equação da seguinte forma:

$$f'' + \zeta f = 0 \quad (2.18).$$

cuja solução para f ocorre quando

$$\zeta = n^2 \pi^2 \quad [\text{ver LIN ET ALLI - 1974}].$$

$$R\alpha^2 - \alpha^2 - R\alpha^4 - R\sigma = n^2 \pi^2$$

$$R\sigma = R(\alpha^2 - \alpha^4) - \{\alpha^2 + (n\pi)^2\} \quad (2.19)$$

$$\text{Condições: } \sigma = C_1 \alpha > 0 \Rightarrow R(\alpha^2 - \alpha^4) > \alpha^2 + (n\pi)^2$$

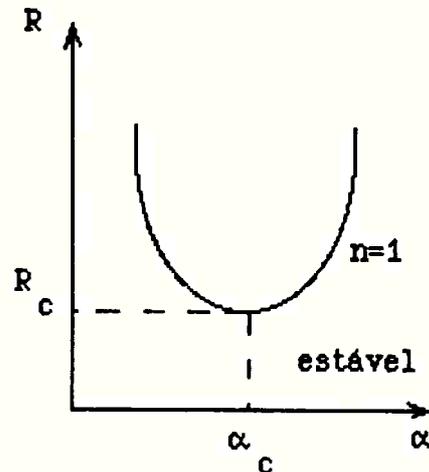
$$\sigma = C_1 \alpha < 0 \Rightarrow R(\alpha^2 - \alpha^4) < \alpha^2 + (n\pi)^2$$

Portanto a curva de estabilidade neutra é dada por:

$$R = \frac{\alpha^2 + (n\pi)^2}{\alpha^2 - \alpha^4} \quad (2.20)$$

$$\text{onde: } \sigma = C_1 \alpha = 0$$

Uma análise mais completa dos vários modos de perturbação levaria aos termos de interação de ordem superior e conseqüentemente aos termos não lineares.



**Figura 2.8** Curva de estabilidade neutra no plano do número de Reynolds  $R$  versus o número de onda  $\alpha$  (extraído de LIN ET ALLI - 1974).

### - A Teoria da Bifurcação

O exemplo anterior, ilustra a determinação de  $R_c$  a partir de uma análise linear e poderia ser estendido para os termos de ordem superior da equação (2.16), levando a solução completa com a inclusão dos termos não lineares.

Para ilustrar o processo de transição, inicialmente analisado em termos de perturbações lineares e em seguida em termos de perturbações não lineares até atingir o estado caótico, apresentamos a seguir, de uma forma bem sucinta alguns aspectos da Teoria da Bifurcação.

A Teoria da Bifurcação originou-se no trabalho de Henri Poincaré, no começo do século, aplicada a equações diferenciais. A palavra bifurcação foi

cunhada por Poincaré para designar a emergência de várias soluções de uma solução dada [BERGÉ ET ALLI - 1986].

Considerando a aplicação ao exemplo anterior da Bifurcação de Pitchfork cuja equação diferencial [BERGÉ ET ALLI - 1986] é dada por:

$$\frac{da}{dt} = \mu a - a^3 \quad (2.21)$$

onde:  $\mu$  → parâmetro específico de onda de perturbação;

$a$  → amplitude de perturbação.

Para  $a = 0$  → solução exata (estabilidade linear  $R < R_c$ ).

Superpondo-se a solução exata uma perturbação, resulta:

$a = 0 + \xi$  onde  $\xi \ll 1$  é a perturbação.

Aplicando a perturbação à equação (2.21), resulta:

$$\frac{d\xi}{dt} = \mu\xi - O(\xi)^3 \rightarrow \frac{d\xi}{dt} = \mu\xi \rightarrow \frac{d\xi}{\xi} = \mu dt$$

$$\ln \xi + C = \mu t$$

$$\xi = C e^{\pm \mu t} \quad (2.22)$$

se  $\mu < 0$  → estável;

se  $\mu > 0$  → instável.

Assumindo:

$$a = \pm \sqrt{\mu} \quad \text{com } \mu > 0$$

$$a = \pm \sqrt{\mu} + \xi(t)$$

$$\frac{d\xi}{dt} = \mu(\pm \sqrt{\mu} + \xi) - (\pm \sqrt{\mu} + \xi)^3$$

Desprezando os termos de ordem superior, resulta:

$$\frac{d\xi}{dt} = \mu\xi - 3\mu\xi = -2\mu\xi$$

$$\frac{d\xi}{\xi} = -2\mu dt \rightarrow \xi = a e^{-2\mu t} \quad (2.22a)$$

se:  $a = +\sqrt{\mu} + a e^{-2\mu t} \Rightarrow$  amplitude diminui com  $t$  (estável);

se:  $a = -\sqrt{\mu} + a e^{-2\mu t} \Rightarrow$  amplitude diminui com  $t$  (estável).

Graficamente:

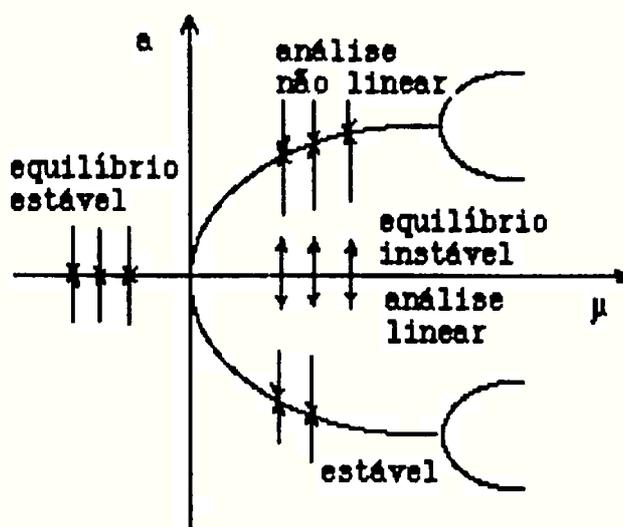


Figura 2.9 Diagrama de Bifurcação de Pitchfork.

O exemplo apresentado acima, através da Bifurcação de Pitchfork, mostra que o comportamento linear é válido à medida que as perturbações permanecem pequenas. Em seguida efeitos não lineares tornam-se significativos, mas se estabilizam em um certo ponto, e um novo estado de equilíbrio é possível. Um ou mais desses estados de equilíbrio podem ocorrer antes de resultar a turbulência propriamente dita.

Resumindo, a previsão acurada e a descrição da transição está além da capacidade da teoria linear. Devido às imperfeições do sistema (como rugosidade de parede, vibração da estrutura hidráulica, etc), e devido à importância dos efeitos não lineares durante o processo de transição, um método satisfatório de previsão da transição de escoamento laminar para turbulento, requer não somente um valor crítico de número de Reynolds  $R_C$ , mas também a determinação de alguma dependência não-linear do parâmetro de amplitude.

Todavia, de acordo com MASLOWE [1981], a teoria linear da estabilidade ainda permanece como uma importante ferramenta no estudo da transição, pelos seguintes motivos:

a) Praticamente não há dúvida que ela descreve corretamente a evolução inicial das perturbações infinitesimais;

b) A teoria linear parece dar uma indicação qualitativa correta da relativa estabilidade dos escoamentos de interesse;

c) A teoria linear serve como um ponto de partida para o estudo de perturbações francamente não-lineares.

## 2.4 Discussão das Escalas do Escoamento Turbulento

### 2.4.1 Difusividade da Turbulência

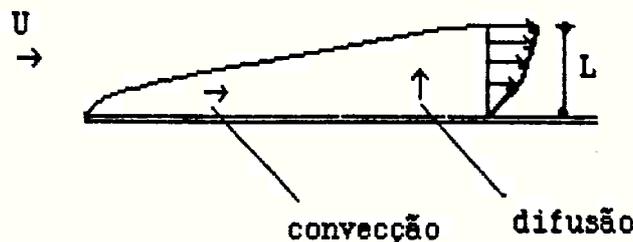


Figura 2.10 Representação esquemática da camada limite laminar em placa plana.

Considerando a equação da difusão viscosa aplicada ao exemplo esquematizado acima, tem-se que:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.23)$$

onde  $\nu \rightarrow$  viscosidade cinemática.

Fazendo uso da análise dimensional, a equação acima pode ser escrita na seguinte forma:

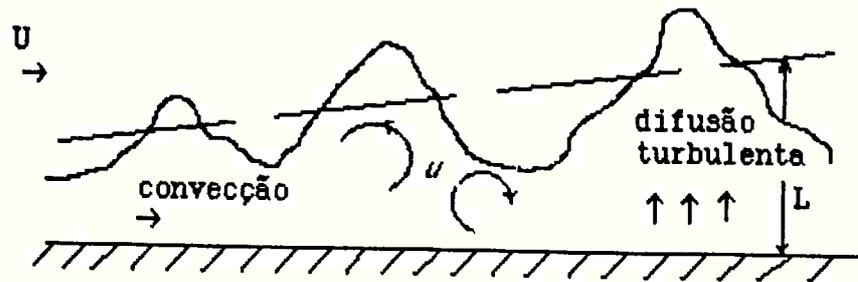
$$\frac{U}{T_m} \sim \nu \frac{U}{L^2} \quad \Rightarrow \quad T_m \sim \frac{L^2}{\nu} \quad (2.24a)$$

onde:  $T_m \rightarrow$  escala de tempo da difusão molecular viscosa;

$U \rightarrow$  escala de velocidade da difusão molecular viscosa;

$L \rightarrow$  escala de comprimento da difusão molecular viscosa.

Considerando agora o esquema da camada limite turbulenta representada na figura abaixo, tem-se que:



**Figura 2.11** Representação esquemática da camada limite turbulenta sendo  $L$  a escala dos maiores vórtices.

A escala de tempo da difusão turbulenta é dada por:

$$T_t \sim \frac{L}{\nu} \quad (\text{sendo } L, \nu \text{ escalas definidas para a difusão turbulenta}) \quad (2.24b)$$

A relação entre as equações (2.24a) e (2.24b), resulta então:

$$\frac{T_t}{T_m} \sim \frac{\frac{L}{\nu}}{\frac{L^2}{\nu}} = \frac{\nu}{L\nu} = \frac{1}{R} \quad (2.25)$$

Considerando agora a equação da difusão turbulenta, tem-se que:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu_t \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (2.26)$$

onde  $\nu_t \rightarrow$  viscosidade turbulenta (*"eddy viscosity"*).

Em termos dimensionais, tem-se que:

$$\frac{\nu}{T_t} \sim \nu_t \frac{\nu}{L^2} \Rightarrow \nu_t \sim \frac{\nu}{T_t} \frac{L^2}{\nu} = \frac{L^2}{T_t} = \nu L$$

Portanto a relação entre a viscosidade turbulenta e a viscosidade molecular resulta:

$$\frac{\nu_t}{\nu} \sim \frac{\nu L}{\nu} = R \rightarrow \text{número de Reynolds.}$$

Na verdade as taxas de transferência de quantidade de movimento, calor e massa devido à difusão turbulenta são várias ordens de grandeza maiores que as taxas de transferência devido à difusão molecular sendo os valores de  $R$  bastante altos, e sendo  $(\nu_t)$  uma característica do escoamento, não do fluido como é a viscosidade cinemática  $(\nu)$ .

### 2.4.2 Escala de Vórtices no escoamento Turbulento

O escoamento turbulento (altos números de Reynolds) é caracterizado pela existência de escalas de comprimento de vários tamanhos. Esses comprimentos variam desde as dimensões do campo do escoamento até as menores dimensões limitadas pela ação difusiva da viscosidade molecular. É por essa razão que a análise espectral de escoamentos turbulentos mostra componentes de energia numa ampla faixa de frequência que corresponde a faixa de dimensão de vórtices.

Observando-se a figura 2.11 nota-se que, no caso da camada limite turbulenta, a dimensão das maiores escalas de comprimento é da ordem da espessura da camada limite.

São esses vórtices de escalas maiores os responsáveis pela interação entre o escoamento médio e a turbulência.

Todavia os efeitos não-lineares das equações do movimento geram escalas menores de vórtices limitadas inferiormente pela magnitude da viscosidade do fluido, quando ocorre grande parte da dissipação em calor, já que os pequenos vórtices não conseguem persistir ao efeito das forças viscosas. Esse efeito em cascata de decomposição de vórtices encontra-se bastante descrito na literatura técnica [CORRSIN-1961; TENNEKES & LUMLEY-1972].

De acordo com TENNEKES & LUMLEY [1972] desde que o movimento de escalas menores tende a apresentar menores escalas de tempo, pode-se assumir que esses movimentos são estatisticamente independentes do relativo lento movimento de grandes escalas e do escoamento médio. Nesse sentido, o movimento de pequenas escalas depende apenas da taxa de transferência de energia das maiores escalas para as menores escalas de vórtice e da viscosidade do fluido.

Considerando desprezível a taxa de dissipação direta dos maiores vórtices, podemos dizer que a taxa de dissipação de energia é igual à taxa de

transferência de energia dos maiores para os menores vórtices [TENNEKES & LUMLEY-1972].

Sendo:  $\epsilon \rightarrow$  taxa de dissipação de energia por unidade de massa ( $\frac{m^2}{s^3}$ ):

$u^2 \sim$  quantidade de energia cinética por unidade de massa no escoamento turbulento de grande escala;

$\frac{u}{L} \sim$  taxa de transferência de energia dos maiores vórtices para os menores, onde:  $L \rightarrow$  escala "integral" dos maiores vórtices;

$u \rightarrow$  velocidade característica de turbulência dos maiores vórtices;

resulta:

$$u^2 \frac{u}{L} = \frac{u^3}{L} \rightarrow \text{taxa de energia de turbulência transferida para as}$$

menores escalas de vórtices.

Segue então que:

$$\epsilon \sim \frac{u^3}{L} \quad (\text{de acordo com a hipótese mencionada acima}). \quad (2.27)$$

As menores escalas de turbulência, que são aquelas responsáveis pela dissipação de energia, são obtidas a partir da teoria universal de equilíbrio de Kolmogorov e são por isso chamadas Microescalas de Kolmogorov:

$$\eta = \left(\frac{v^3}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{4}} \rightarrow \text{microescala de comprimento} \quad (2.28a)$$

$$\tau = \left(\frac{v}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}} \rightarrow \text{microescala de tempo} \quad (2.28b)$$

$$v = (v\epsilon)^{\frac{1}{4}} \rightarrow \text{microescala de velocidade} \quad (2.28c)$$

O número de Reynolds formado com essas escalas é dado por:

$$\frac{\eta v}{\nu} = 1 \rightarrow \text{o que mostra que o movimento de pequenas escalas é}$$

essencialmente viscoso.

Relacionando as escalas dos menores vórtices com as escalas dos maiores vórtices, resulta:

$$\frac{\eta}{L} \sim \left(\frac{v^3}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{L} = \left(\frac{v}{uL}\right)^{\frac{3}{4}} = R^{-\frac{3}{4}}$$

$$\frac{\tau}{L u} \sim \frac{\tau}{t} = \sqrt{\frac{v}{c}} \frac{1}{t} = \sqrt{\frac{v}{u L}} = R^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{v}{u} \sim \frac{(v\tau)^{\frac{1}{4}}}{u} = \left(\frac{v}{Lu}\right)^{\frac{1}{4}} = R^{-\frac{1}{4}}$$

Estas relações mostram que as escalas de comprimento, tempo e velocidade dos menores vórtices são muito menores do que dos maiores vórtices.

Considerando que a vorticidade do escoamento é proporcional a frequência ( $1/\tau$ ), pela análise da relação ( $\frac{\tau}{t} = R^{-\frac{1}{2}}$ ), podemos concluir que a vorticidade aumenta com a diminuição da escala de vórtices (ou com o aumento da frequência do vórtice).

Uma outra microescala de turbulência, denominada microescala de Taylor, e que se situa entre a escala integral e a escala de Kolmogorov, normalmente vem definida na literatura [ver TENNEKES & LUMLEY-1971], para turbulência isotrópica, como:

$$c = 15v \frac{u^2}{\lambda^2} \quad (2.29)$$

onde:  $\lambda \rightarrow$  microescala de Taylor;

$$u = \sqrt{u^2} \quad (\text{turbulência isotrópica})$$

A relação entre a escala de Taylor e a escala integral é dada por:

$$\begin{aligned} \Lambda \frac{u^3}{L} &= \frac{15v u^2}{\lambda^2} \\ \frac{\lambda}{L} &= \sqrt{\frac{15}{\Lambda}} \frac{1}{\sqrt{R}} \end{aligned} \quad (2.30)$$

onde  $\Lambda$  normalmente é assumido igual a 1.

Como no escoamento turbulento  $R \gg 1$ , a microescala de Taylor ainda é muito menor que a escala integral de turbulência, embora não seja a escala de dissipação de energia.

Uma melhor compreensão física das escalas de turbulência é possível através da análise das funções de autocorrelação e correlação cruzada, o que será analisado em capítulo posterior.

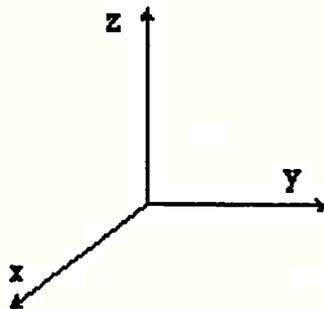
## 2.5 Casos Especiais de Escoamento Turbulento

### 2.5.1 Turbulência Homogênea e Turbulência Isotrópica

FACEIRA [1981] define a turbulência homogênea como aquela em que as características são invariáveis em relação a qualquer translação de eixos coordenados. ORTIZ [1982] apresenta uma análise de não homogeneidade do escoamento macroturbulento a jusante do ressalto hidráulico para uma ampla faixa de número de Froude  $F_1$  (definido na entrada do ressalto).

O mesmo FACEIRA [1981] define a turbulência isotrópica como aquela em que as características estatísticas são invariáveis em relação a qualquer rotação dos eixos coordenados, ou seja:

$$\overline{u_1^2} = \overline{u_2^2} = \overline{u_3^2}$$



Medições feitas por Klebanoff [apud SCHLICHTING - 1979] na camada limite de uma placa plana com ângulo de incidência zero e  $R_x = \frac{Ux}{\nu} = 4.2 \cdot 10^6$ ,

mostram claramente a anisotropia da turbulência dentro da camada limite.

Obviamente quanto menor a escala de vórtices, menor o erro na adoção das hipóteses de turbulência homogênea e isotrópica.

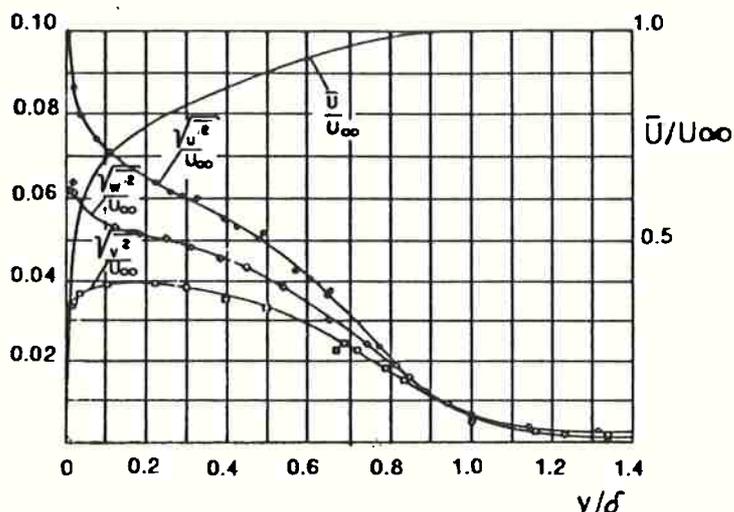


Figura 2.12 Variação das componentes de flutuação de velocidade na camada limite de uma placa plana com ângulo de incidência zero (extraído de SCHLICHTING - 1979).

### 2.5.2 Turbulência Livre e Turbulência de Parede

A turbulência é chamada livre quando suas características estatísticas não são afetadas por fronteiras sólidas. Destacam-se como turbulência livre o escoamento de jatos na atmosfera, o escoamento de fluxos estratificados e o escoamento de plumas térmicas [TENNEKES & LUMLEY - 1971].

A turbulência é chamada de parede quando as fronteiras sólidas exercem um papel importante na turbulência do escoamento; esse é o caso de escoamento em camada limite turbulenta na prática da engenharia de estruturas hidráulicas.

No trabalho aqui apresentado, o interesse maior restringe-se à turbulência de parede que será analisada com mais detalhes no capítulo 3.

## 2.6 Equações da Dinâmica da Turbulência

Assumindo que a turbulência é um processo randômico, pode ser tratada por métodos estatísticos, e nesse caso, o sinal instantâneo de velocidade ou pressão é decomposto em um valor médio e uma flutuação cuja média é nula.

### 2.6.1 Equação da Continuidade

A equação da continuidade escrita na forma tensorial para fluido incompressível é dada por:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.31)$$

$$\text{onde: } \tilde{u}_i = U_i + u_i$$

Substituindo este último valor na equação (2.31), e tomando-se a média, resulta:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(U_i + u_i)}{\partial x_i} = 0 &\Rightarrow \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 &\quad (\text{continuidade para o esc. médio}) \end{aligned} \quad (2.31a)$$

Similarmente:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (\text{continuidade para o escoamento flutuante}) \quad (2.31b)$$

### 2.6.2 Equação da Quantidade de Movimento

Partindo da equação de Navier-Stokes escrita na forma tensorial para fluido incompressível, tem-se que:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.32)$$

$$\text{ou, } \rho \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \rho \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.32a)$$

Tomando-se a média do segundo termo do primeiro membro da equação (2.32a), resulta:

$$\rho \overline{\tilde{u}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} = \rho (U_j + u_j) \frac{\partial (U_i + u_i)}{\partial x_j}$$

Considerando a seguinte propriedade,

$$\overline{\bar{A}B} = \overline{(\bar{A}+a)(\bar{B}+b)} = \bar{A}\bar{B} + \bar{A}b + \bar{B}a + ab = \bar{A}\bar{B} + \bar{a}b$$

resulta:

$$\rho \overline{\tilde{u}_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} = \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \rho \overline{u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} \quad (2.32b)$$

Tomando-se a média do primeiro termo do segundo membro da equação (2.32a), resulta:

$$\overline{\frac{\partial p}{\partial x_i}} = \overline{\frac{\partial (P+p)}{\partial x_i}} = \frac{\partial P}{\partial x_i} \quad (2.32c)$$

Tomando-se a média do segundo termo do segundo membro da equação (2.32a), resulta:

$$\overline{\mu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j}} = \overline{\mu \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial (U_i + u_i)}{\partial x_j}} = \mu \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{\partial (U_i + \bar{u}_i)}{\partial x_j} = \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.32d)$$

Considerando o processo estacionário e substituindo as equações (2.32b,c,d) na equação (2.32a), resulta:

$$\rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \rho \overline{u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.32e)$$

Todavia sabemos que:

$$u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} - u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_j}, \text{ onde: } u_i \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0$$

Tomando-se a média, resulta:

$$\overline{u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}} = \overline{\frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j}}, \text{ que substituído na equação (2.32e), resulta:}$$

$$\rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u_i u_j} \right) \quad (2.33)$$

Considerando que:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = \Sigma_{ij} + \sigma_{ij}, \text{ onde: } \bar{\sigma}_{ij} = 0$$

$$\Sigma_{ij} = -P\delta_{ij} + 2\mu S_{ij}$$

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + 2\mu s_{ij}$$

$$\text{sendo: } \delta_{ij} \text{ (delta de Kronecker)} \Rightarrow \delta_{ij} = 1 \quad \text{se } i = j$$

$$\delta_{ij} = 0 \quad \text{se } i \neq j$$

e sendo por outro lado:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{e} \quad s_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

a equação (2.33) pode então ser reescrita na seguinte forma:

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (-P\delta_{ij} + 2\mu S_{ij} - \overline{\rho u_i u_j})$$

ou ainda,

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (\Sigma_{ij} - \overline{\rho u_i u_j}) \quad (2.33a)$$

Finalmente, tendo que a tensão total média do escoamento turbulento vale:

$$T_{ij} = \Sigma_{ij} - \overline{\rho u_i u_j} = -P\delta_{ij} + 2\mu S_{ij} - \overline{\rho u_i u_j}$$

resulta então:

$$U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} (T_{ij}) \quad (2.33b)$$

Portanto a análise da equação de Navier-Stokes aplicada ao escoamento turbulento mostra que a grande diferença é o aparecimento do seguinte termo:

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u_i u_j} \text{ (tensões de Reynolds).}$$

Decompondo a equação da quantidade de movimento em três direções temos um sistema de quatro equações com a equação da continuidade, cujas incógnitas são as seguintes: - três componentes de velocidade  $U_i$ ;

- uma componente de pressão  $p$ ;

- as seguintes componentes das tensões de Reynolds:

$$\overline{\rho u_1 u_2}, \overline{\rho u_2 u_3}, \overline{\rho u_3 u_1}, \overline{\rho u_1^2}, \overline{\rho u_2^2}, \overline{\rho u_3^2}.$$

Isto significa um total de 10 incógnitas e 4 equações e portanto resultam 6 incógnitas adicionais. Este é o chamado problema de fechamento da turbulência ("closure problem"), mencionado na literatura técnica [TENNEKES & LUMLEY - 1972].

### 2.6.3 Equação da Energia Cinética

Conforme já mencionado no item 2.4.2 a energia de turbulência é extraída do escoamento médio, com grande escalas de vórtices, e dissipada nas pequenas escalas de vórtices, e essa idéia leva à questão de transferência

de energia através de uma cascata de vórtices. Neste sentido é importante o conhecimento da equação do movimento que corresponde a essa transferência.

### 2.6.3.1 Equação da Energia Cinética do Escoamento Médio

Multiplicando a equação da quantidade de movimento para escoamento turbulento (equação 2.33b) por  $U_i$ , resulta:

$$U_i U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = U_i \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{T_{ij}}{\rho} \right)$$

$$\text{sendo: } U_i \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \frac{U_i U_i}{2}$$

Resulta então:

$$\rho U_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{2} U_i U_i \right) = U_i \frac{\partial}{\partial x_j} (T_{ij}) = \frac{\partial}{\partial x_j} (T_{ij} U_i) - T_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \quad (2.33c)$$

Por simetria:

$$T_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = T_{ji} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} = T_{ij} \frac{\partial U_j}{\partial x_i}$$

Portanto:

$$T_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{1}{2} T_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{1}{2} T_{ij} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} = \frac{1}{2} T_{ij} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) = T_{ij} S_{ij}$$

Substituindo essa última equação na equação(2.33c), resulta:

$$\rho U_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{2} U_i U_i \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} (T_{ij} U_i) - T_{ij} S_{ij} \quad (2.33d)$$

Considerando que:

$$T_{ij} S_{ij} = -P \delta_{ij} S_{ij} + 2\mu S_{ij} S_{ij} - \rho \overline{u_i u_j} S_{ij} .$$

$$\text{e sendo: } -P \delta_{ij} S_{ij} = -P \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_i} \right) = 0 .$$

resulta que:

$$T_{ij} S_{ij} = 2\mu S_{ij} S_{ij} - \rho \overline{u_i u_j} S_{ij}$$

Substituindo esse termo e o valor de  $T_{ij}$  na equação(2.33d), resulta

então:

$$\begin{aligned} \rho U_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{2} U_i U_i \right) &= \frac{\partial}{\partial x_j} (-P U_j + 2\mu U_i S_{ij} - \rho \overline{u_i u_j} U_i) - 2\mu S_{ij} S_{ij} \\ &+ \rho \overline{u_i u_j} S_{ij} \end{aligned}$$

ou ainda,

$$U_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{2} U_i U_i \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( - \frac{p}{\rho} U_j + 2\nu U_i S_{ij} - \overline{u_i u_j} U_i \right) - 2\nu S_{ij} S_{ij} + \overline{u_i u_j} S_{ij} \quad (2.34),$$

que é a equação da energia cinética para o escoamento médio.

Interpretando-se os termos dessa equação tem-se que:

-  $\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{p}{\rho} U_j \right) \rightarrow$  trabalho de deformação devido à pressão;

$\frac{\partial}{\partial x_j} (2\nu U_i S_{ij}) \rightarrow$  transporte de energia do escoamento médio pelas tensões

viscosas;

-  $\frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j} U_i) \rightarrow$  transporte de energia do escoamento médio pelas tensões

turbulentas;

-  $2\nu S_{ij} S_{ij} \rightarrow$  dissipação viscosa;

$\overline{u_i u_j} S_{ij} \rightarrow$  produção de turbulência.

Evidentemente para  $R \gg 1$ , o termo de transporte de energia pelas tensões turbulentas é muito maior do que o termo de transporte pelas tensões viscosas.

### 2.6.3.2 Equação da Energia Cinética das Flutuações

#### Turbulentas de Velocidade

Partindo novamente da equação de Navier-Stokes para valores instantâneos de velocidade ( $\tilde{u}_i$ ) e multiplicando essa equação por  $\tilde{u}_i$  e seguindo os passos

da dedução para escoamento médio resulta a seguinte equação:

$$U_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{2} \overline{u_i u_j} \right) = - \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{\rho} \overline{u_j p} + \frac{1}{2} \overline{u_i u_i u_j} - 2\nu \overline{u_i s_{ij}} \right) - \overline{u_i u_j} S_{ij} - 2\nu \overline{s_{ij} s_{ij}} \quad (2.34a),$$

que é a equação da energia cinética das flutuações turbulentas de velocidade.

Interpretando-se os termos dessa equação, tem-se que:

-  $\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{\rho} \overline{u_j p} \right) \rightarrow$  trabalho de deformação devido às flutuações de pressão;

-  $\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{2} \overline{u_i u_i u_j} \right) \rightarrow$  transporte de energia do escoamento flutuante pelas

tensões turbulentas;

$\frac{\partial}{\partial x_j} (2\nu \overline{u_i s_{ij}}) \rightarrow$  transporte de energia do escoamento flutuante pelas

tensões viscosas;

-  $\overline{u_i u_j s_{ij}} \rightarrow$  termo de produção de turbulência pelas flutuações;

-  $2\nu \overline{s_{ij} s_{ij}} \rightarrow$  termo de dissipação viscosa das flutuações.

Quando  $R \gg 1 \Rightarrow \overline{s_{ij} s_{ij}} \gg S_{ij} S_{ij} \Rightarrow$  dissipação viscosa das flutuações é muito mais intensa que a do escoamento médio.

#### 2.6.4 Equação da Vorticidade

A definição dessa equação é importante, já que os escoamentos turbulentos são definidos por alto nível de vorticidade, conforme já mencionado. Na verdade a vorticidade não pode ser criada ou destruída no interior do fluido, em condições normais, sendo portanto originada nas fronteiras sólidas do escoamento.

O fenômeno de esticamento de vórtices ("**vortex stretching**") é um importante mecanismo de transferência de energia.

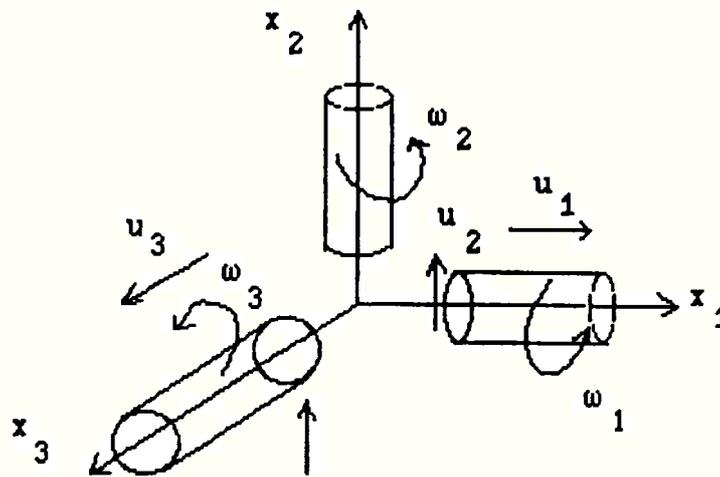
A seguir são apresentadas as equações da vorticidade do escoamento médio e das flutuações, recomendando-se os livros de TENNEKES & LUMLEY [1972] e HINZE [1975] para a sua completa dedução.

Empregando a decomposição de Reynolds para a vorticidade:

$$\tilde{\omega}_i = \Omega_i + \omega_i \quad (2.35)$$

onde:  $\omega_i = 0$  ,

e considerando o esquema representativo de um vórtice em um sistema cartesiano triortogonal, conforme figura abaixo,



**Figura 2.13** Representação esquemática do esticamento do vórtice em um sistema cartesiano triortogonal

podemos partir para uma análise das equações.

#### 2.6.4.1 Equação da Vorticidade do Escoamento Médio

$$\begin{aligned}
 U_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{2} \Omega_i \Omega_i \right) = & - \frac{\partial}{\partial x_j} (\Omega_i \overline{\omega_i u_j}) + \overline{u_j \omega_i} \frac{\partial \Omega_i}{\partial x_j} + \Omega_i \Omega_j S_{ij} + \overline{\Omega_i \omega_j s_{ij}} \\
 + \nu \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} \left( \frac{1}{2} \Omega_i \Omega_i \right) - \nu \frac{\partial \Omega_i}{\partial x_j} \frac{\partial \Omega_i}{\partial x_j} & \quad (2.36)
 \end{aligned}$$

Interpretando os termos dessa equação tem-se que:

$-\frac{\partial}{\partial x_j} (\Omega_i \overline{\omega_i u_j}) \rightarrow$  termo de transferência de vorticidade média pelas interações turbulentas (velocidade, vorticidade).

$\overline{u_j \omega_i} \frac{\partial \Omega_i}{\partial x_j} \rightarrow$  termo análogo ao termo de produção de turbulência na equação da energia;

$\Omega_i \Omega_j S_{ij} \rightarrow$  termo de esticamento ou encolhimento dos vórtices ("**vortex stretching or vortex shrinking**") (vorticidade média) pelas tensões de deformação do escoamento médio;

$\overline{\Omega_i \omega_j s_{ij}} \rightarrow$  termo de amplificação ou atenuação pelo "**stretching**" das componentes de flutuação pelas tensões flutuantes;

$\nu \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} \left( \frac{1}{2} \Omega_i \Omega_i \right) \rightarrow$  termo de transferência viscosa;

$-\nu \frac{\partial \Omega_i}{\partial x_j} \frac{\partial \Omega_i}{\partial x_j} \rightarrow$  termo de dissipação.

### 2.6.4.2 Equação da Vorticidade das Flutuações

$$\begin{aligned}
 U_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \frac{1}{2} \overline{\omega_1 \omega_1} \right) = & - \overline{u_j \omega_1} \frac{\partial \Omega_1}{\partial x_j} - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{u_j \omega_1 \omega_1} \right) + \overline{\omega_1 \omega_j s_{ij}} + \\
 \overline{\omega_1 \omega_j s_{ij}} + \Omega_j \overline{\omega_1 s_{ij}} + \nu \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} \left( \frac{1}{2} \overline{\omega_1 \omega_1} \right) - \nu \frac{\partial \overline{\omega_1}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{\omega_1}}{\partial x_j} & \quad (2.36a)
 \end{aligned}$$

Interpretando os termos dessa equação tem-se que:

$\overline{u_j \omega_1} \frac{\partial \Omega_1}{\partial x_j}$  → gradiente do termo de produção (troca de vorticidade entre as equações de  $\Omega_i \Omega_i$  e  $\omega_i \omega_i$ );

$-\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \overline{u_j \omega_1 \omega_1} \right)$  → termo de transporte de vorticidade pelas flutuações turbulentas de velocidade;

$\overline{\omega_1 \omega_j s_{ij}}$  → termo de produção da média quadrática de vorticidade pelo alongamento turbulento;

$\overline{\omega_1 \omega_j s_{ij}}$  → termo de produção de vorticidade turbulenta pelo alongamento devido às tensões médias;

$\Omega_j \overline{\omega_1 s_{ij}}$  → termo misto de produção;

$\nu \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_j} \left( \frac{1}{2} \overline{\omega_1 \omega_1} \right)$  → termo de transferência viscosa;

$-\nu \frac{\partial \overline{\omega_1}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{\omega_1}}{\partial x_j}$  → termo de dissipação viscosa.

## 2.7 A Modelação Matemática da Turbulência - Hipótese do Comprimento de Mistura Aplicada ao escoamento Turbulento

Não é o escopo desse trabalho fazer uma análise de modelismo matemático de turbulência, mas sim apresentar uma análise teórica dos processos turbulentos, de modo a ser útil na interpretação física do fenómeno de pressões flutuantes na base do ressalto.

No entanto, antes de encerrar o capítulo 1, gostaria de apresentar um breve histórico da modelação matemática da turbulência, que tem se desenvolvido rapidamente nos últimos anos em virtude dos supercomputadores digitais de alta velocidade.

### 2.7.1 Pequeno Histórico da Modelação Matemática da Turbulência

A computação de escoamentos turbulentos, essencialmente, a procura das tensões de Reynolds ( $-\overline{\rho u_i u_j}$ ) que aparecem na equação 2.33 (problema de fechamento), tem sido um sério problema desde a época de Reynolds. Até o advento de poderosos computadores a maioria dos métodos de previsão de camada limite turbulenta eram empíricos, baseados em equações diferenciais ordinárias. O impacto dos computadores a partir da metade da década de 1960 fez com que vários pesquisadores passassem a desenvolver métodos baseados nas equações diferenciais parciais do escoamento médio, incorporando as equações de transferência da turbulência.

Apresentamos a seguir um pequeno histórico da modelação matemática da turbulência baseada em modelos de transferência que consistem no estabelecimento de equações adicionais às equações de Navier-Stokes, de modo a resolver o problema do fechamento. Outros métodos de abordagem da modelação da turbulência estão descritos em MARKATOS [1986].

De acordo com LAUNDER & SPALDING [1972], talvez a primeira tentativa no sentido de modelação matemática da turbulência deva ser atribuído a Boussinesq em 1877, que sugeriu no lugar da viscosidade molecular ( $\mu$ ), definida na primeira lei de Newton da viscosidade, um termo de viscosidade aparente denominado viscosidade turbulenta ("eddy viscosity"), que conforme já vimos é uma propriedade do escoamento e não do fluido:

$$-\rho \overline{u_i u_j} = \tau = \mu_t \frac{\partial U}{\partial y} \quad (2.37)$$

A introdução do termo  $\mu_t$  não é suficiente para a modelação, sendo necessário uma expressão de cálculo de  $\mu_t$ , e nesse sentido, Prandtl em 1925 [apud LAUNDER & SPALDING - 1972] propôs a famosa hipótese do comprimento de mistura, onde:

$$\mu_t = \rho l_m^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (2.38)$$

sendo:  $\rho \rightarrow$  massa específica do fluido;

$l_m \rightarrow$  comprimento de mistura.

Substituindo a equação (2.38) na equação (2.37), resulta:

$$\tau = -\rho \overline{u_1 u_2} = \rho l_m^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \left( \frac{\partial U}{\partial y} \right) \quad (2.37a)$$

Von Kármán em 1930 [apud LAUNDER & SPALDING - 1972] propôs um modelo de cálculo para  $l_m$ :

$$l_m = K \left| \frac{\partial U_1 / \partial x_2}{\partial^2 U_1 / \partial^2 x_2} \right| \quad (2.39)$$

onde:  $K \cong 0.4 \rightarrow$  constante de Von Kármán.

Em 1945, o mesmo Prandtl propôs um modelo para cálculo de  $\mu_t$  em que sugere no lugar da expressão  $l_m \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right|$ , na equação (2.38), um termo que se refere à energia cinética da turbulência, resultando portanto:

$$\mu_t = \rho \sqrt{k} l_m \quad (2.38a),$$

sendo  $k$  resolvido através da solução da equação diferencial de Navier-Stokes para valores médios (escoamento turbulento) [MARKATOS - 1986].

Todavia, foi através do trabalho de Kolmogorov, publicado na União Soviética em 1942 que um novo padrão de desenvolvimento de modelação matemática tomou pulso e vem crescendo até os dias de hoje.

Kolmogorov propôs a modelação da turbulência a partir do estudo de duas propriedades independentes:

$k \rightarrow$  apresentado anteriormente e que se refere à energia da turbulência;

$f \rightarrow$  frequência característica do movimento que contém energia.

sendo  $k, f$  determinados por equações de transferência [LAUNDER & SPALDING - 1972]:

$$\mu_t = f(k, f) = \rho \frac{k}{f} \quad (2.38b)$$

Igualando as equações (2.38a) (modelo de Prandtl) com a equação (2.38b) (modelo de Kolmogorov), resulta:

$$\rho \sqrt{k} l_m = \rho \frac{k}{f} \quad \text{ou}$$

$$l_m = \frac{\sqrt{k}}{f} \quad (2.39a)$$

Desde o trabalho de Kolmogorov as pesquisas tem direcionado seus esforços no sentido de resolver modelos matemáticos nessa linha.

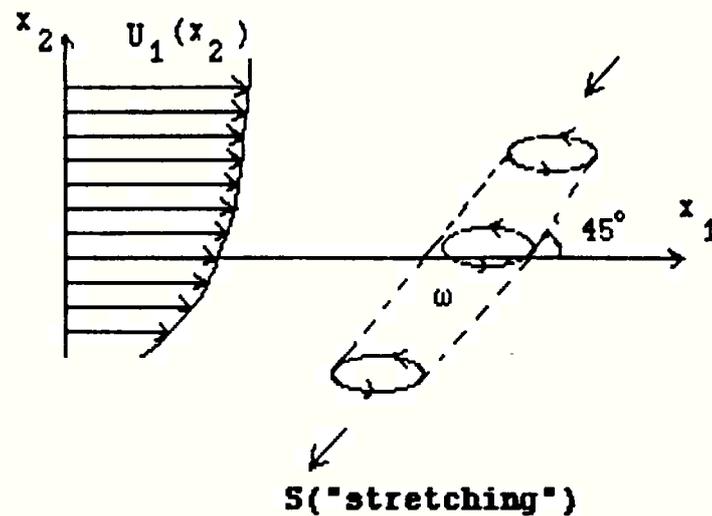
Atualmente o modelo  $k \sim \epsilon$  tem sido o modelo em duas dimensões mais popular e suas vantagens e desvantagens podem ser encontradas no trabalho de MARKATOS [1986].

Todavia, ainda mais recentemente, tem-se desenvolvido um modelo de múltipla escala de turbulência e que deriva da partição do espectro de energia cinética de turbulência em uma série de regiões de número de ondas, integrando-se a equação do espectro de densidade de energia parcial, de modo a obter a evolução da energia de turbulência para cada região de número de onda, e considerando a taxa de fluxo de energia entre regiões de número de ondas adjacentes. Nesse modelo a produção, a cascata de vórtices e a dissipação de energia cinética de turbulência são considerados. Levam portanto vantagem sobre os modelos  $k \sim \epsilon$  que não reproduzem o efeito de cascata [KIM & CHEN - 1987].

### 2.7.2 A Hipótese do Comprimento de Mistura

Enquanto que na teoria cinética dos gases as moléculas não dependem do escoamento no processo de transferência porque as colisões entre moléculas são elásticas, no escoamento turbulento a energia dos vórtices tem de ser mantida pelas deformações do escoamento ("shear flow") porque há uma contínua perda de energia para os vórtices pequenos. Portanto os vórtices necessitam das tensões de deformação para manter sua energia.

O esquema abaixo mostra que os vórtices mais efetivos na extração de energia do escoamento médio formam um ângulo de  $45^\circ$  com a direção do escoamento.



**Figura 2.14** Representação esquemática do fenômeno de esticamento de vórtice ("vortex stretching").

Essas considerações, além do fato de que a vorticidade é tridimensional, sugerem que a simples aplicação de uma teoria originada na teoria dos gases, para escoamentos turbulentos, tem de ser encarada com cautela devido a grosseiras aproximações, já que a interação dinâmica entre o escoamento médio e a turbulência é muito forte.

No caso de modelação matemática baseada na teoria do comprimento de mistura, o modelo sugere a determinação de uma escala de velocidade (relacionada com a energia cinética  $k$ ) e uma escala de comprimento  $l$ . No movimento turbulento essas escalas são variáveis, já que esse movimento é composto de vários tamanhos de vórtices que variam em função do escoamento.

Segundo TENNEKES & LUMLEY [1972], grandes escalas de vórtices contribuem mais no processo de transferência de momento do que pequenos vórtices. O modelo de comprimento de mistura então favorece o movimento de larga escala, sugerindo nesse caso o valor de  $l$  do tamanho das maiores escalas de vórtice.

Apesar de suas limitações, o modelo de Prandtl é ainda hoje a base para muitos cálculos de camada limite turbulenta e segundo MARKATOS [1986], para muitos escoamentos de camada limite, a hipótese de comprimento de mistura tem um comportamento satisfatório.

### 3.1 Escoamento Turbulento Próximo a Superfície Sólida - Lei de Parede

#### 3.1.1 Caso de Parede Lisa

Consideremos um escoamento turbulento a uma certa altura  $y$  sobre uma superfície sólida lisa, onde:

$$y \ll \delta$$

sendo:  $\delta \rightarrow$  espessura da camada limite;

nessas condições é plausível afirmar que:

$$U = f(y, \tau_0, \rho, \mu) \quad (3.1)$$

sendo:  $\tau_0 \rightarrow$  tensão média tangencial junto a parede ("shear stress");

$\rho \rightarrow$  massa específica do fluido;

$\mu \rightarrow$  viscosidade dinâmica do fluido;

$U \rightarrow$  velocidade média local do perfil na direção  $x$ .

Agrupando-se convenientemente os termos da equação (3.1), e usando-se a teoria da análise dimensional, obtém-se a seguinte expressão:

$$u^+ = f(y^+) \quad (3.2)$$

$$\text{onde: } u^+ = \frac{U}{u_*} \quad (3.2a)$$

$$y^+ = \frac{y u_*}{\nu} \quad (3.2b)$$

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \rightarrow \text{(velocidade de atrito junto a parede)} \quad (3.2c)$$

sendo:  $y^+ \rightarrow$  número de Reynolds baseado na escala típica de velocidade da camada limite turbulenta ( $u_*$ ) e na escala típica de comprimento dos maiores vórtices de distância  $y$  da parede.

Em termos físicos, muito próximo da parede existe uma camada de fluido denominada subcamada viscosa ("viscous sublayer") onde as tensões de

Reynolds são suprimidas pelas tensões viscosas. A espessura dessa camada, de acordo com ensaios em laboratório com escoamento de água, é da ordem de 0.1 a 1mm, ou em termos adimensionais  $y^+ = 8$  [LEVI - 1979].

Considerando variação linear da lei de Newton da viscosidade na subcamada viscosa, tem-se que:

$$\begin{aligned} \tau_0 &= \mu \frac{U}{y} \quad \text{ou,} \\ \frac{\tau_0}{\rho} &= \frac{\mu}{\rho} \frac{U}{y} \Rightarrow u_*^2 = \nu \frac{U}{y} \\ u_* \frac{u_* y}{\nu} &= U \Rightarrow u_* y^+ = U \Rightarrow y^+ = \frac{U}{u_*} \end{aligned}$$

Substituindo a equação (3.2a) na equação acima, resulta:

$$u^+ = y^+ \quad (3.3)$$

No caso em que  $y$  é suficientemente grande de modo que as tensões viscosas podem ser consideradas desprezíveis com relação as tensões de Reynolds, a função (3.1) se simplifica:

$$U = f(y, \tau_0, \rho) \quad (3.1a)$$

Agrupando-se convenientemente os termos da equação (3.1a), resulta:

$$\frac{y}{u_*} \frac{dU}{dy} = \frac{1}{K} \quad (3.4)$$

onde:  $K \rightarrow$  constante de Von Kármán (já definida no capítulo 2.7.1)

$$\frac{dU}{dy} = \frac{u_*}{Ky} \quad (3.4a)$$

Integrando a equação (3.4a), resulta:

$$U = \frac{u_*}{K} \ln y + C \quad (3.5)$$

Em termos de variáveis adimensionais, a equação (3.5) pode ser reescrita na seguinte forma:

$$u^+ = A \ln y^+ + C_1 \quad (3.5a)$$

onde:  $A = \frac{1}{K} = 2.5$

$$C_1 = 5.5$$

Substituindo os termos  $A, C_1$  na equação (3.5a), resulta a "Lei Logarítmica de Kármán-Prandtl para parede lisa":

$$u^+ = 2.5 \ln y^+ + 5.5 \quad (3.5b)$$

Essa é uma equação universal cuja faixa de validade é função do número de Reynolds do escoamento [BRADSHAW - 1976].

Para  $8 < y^+ < 30$  a 50 é impossível a determinação teórica de alguma expressão matemática, pois trata-se de uma faixa de transição denominada "buffer layer".

O gráfico do perfil de velocidade sobre parede plana e lisa, assim como as várias regiões da camada limite está mostrado na figura abaixo:

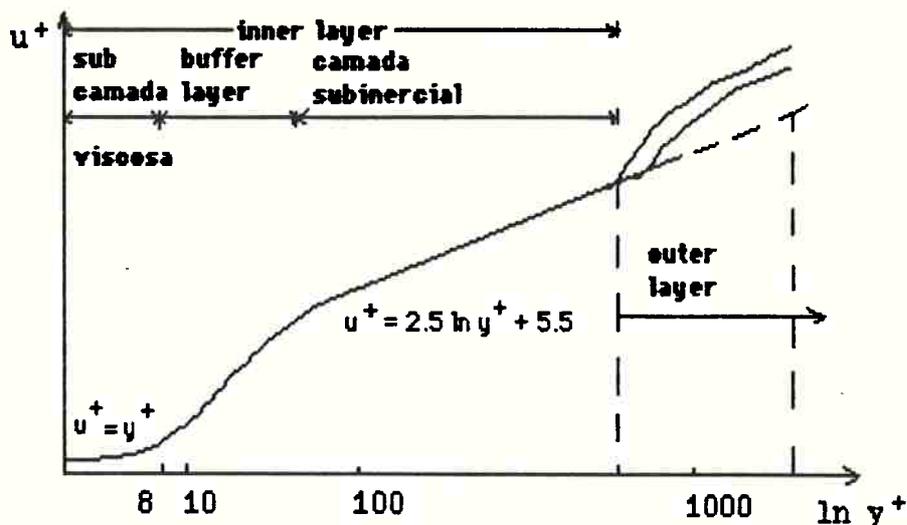


Figura 3.1 Regiões da camada limite turbulenta e variação do perfil médio de velocidade.

### 3.1.2 Caso de Parede Rugosa

No caso de parede rugosa a lei de parede sofre alguma modificação dependendo da escala de imperfeição da parede ou da altura da rugosidade absoluta, conforme indica o esquema abaixo:

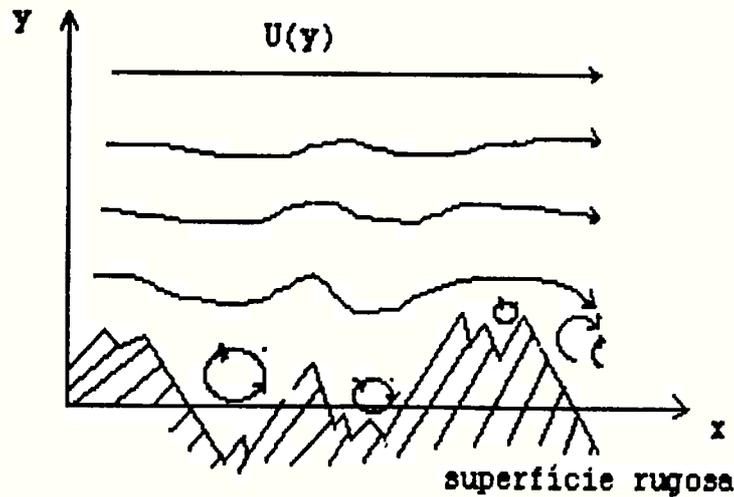


Figura 3.2 Representação esquemática da rugosidade absoluta de uma parede.

No caso em que a rugosidade absoluta é muito pequena (ou a camada limite é muito grande) ela está contida dentro da subcamada viscosa ( $k_s < \delta_v$ ) e o escoamento junto à parede pode ser considerado hidraulicamente liso.

Caso contrário ( $k_s > \delta_v$ ), a rugosidade interage com a turbulência e a escala característica de comprimento é dada por:  $k_s$ .

$$\text{sendo: } \frac{k_s u_*}{\nu} = R_{k_s} \rightarrow (\text{número de Reynolds da rugosidade}) \quad (3.6)$$

O perfil adimensionalizado de velocidade média é definido neste caso por uma função do tipo:

$$\frac{U}{u_*} = f\left(\frac{y}{k_s}, R_{k_s}\right) \quad (3.7)$$

$$\text{Sendo: } y^+ = \frac{y}{k_s}$$

$$u^+ = \frac{U}{u_*}$$

resulta então:

$$u^+ = f(y^+, R_{k_s}) \quad (3.7a)$$

SCHLICHTING [1979] propõe:

$R_{k_s} \leq 5 \Rightarrow$  escoamento hidraulicamente liso, sendo

$$\frac{U}{u_*} = 2.5 \ln \frac{y}{k_s} + 5.5 + 2.5 \ln R_{k_s} \quad (3.7b)$$

$R_{k_s} > 70 \Rightarrow$  escoamento plenamente rugoso, sendo

$$\frac{U}{u_*} = 2.5 \ln \frac{y}{k_s} + 8.5 \quad (3.7c)$$

O resultado da lei logarítmica via parte interna da camada limite ("inner-layer scaling") deve coincidir com o resultado da lei de deficit de quantidade de movimento aplicada à parte externa da camada limite ("outer-layer") [ver CEBECI & BRADSHAW -1977].

Em termos práticos, no caso do ressalto hidráulico que será abordado nesse trabalho é essencial o conhecimento do perfil de velocidade (distribuição logarítmica ou não) na entrada do ressalto, de modo a possibilitar o conhecimento do estado de desenvolvimento da camada limite, que exerce acentuada influência na turbulência do ressalto, como veremos a seguir.

### 3.2 Espessuras Características da Camada Limite

#### 3.2.1 Espessura de Deslocamento

A espessura de deslocamento na camada limite é definida como o deficit de fluxo de volume por unidade de largura que existe na camada limite, devido à não ocorrência da velocidade de fluxo potencial ( $U_0$ ).

$$U_0 \delta_1 = \int_0^{\infty} (U_0 - U) dy \quad (3.8)$$

$$\delta_1 = \int_0^{\infty} (1 - U/U_0) dy$$

$\delta_1 \rightarrow$  espessura de deslocamento

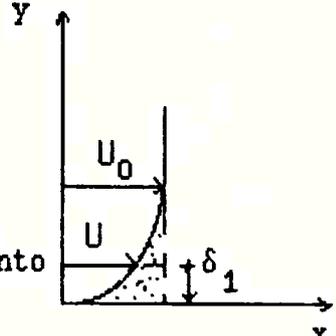


Figura 3.3a Representação esquemática da espessura de deslocamento.

### 3.2.2 Espessura de Quantidade de Movimento

Corresponde ao deficit de fluxo de quantidade de movimento por unidade de largura devido ao gradiente de velocidade média na camada limite do escoamento.

$$U_0^2 \delta_2 = \int_0^{\infty} U(U_0 - U) dy \quad (3.9)$$

$$\delta_2 = \int_0^{\infty} U/U_0 (1 - U/U_0) dy$$

$\delta_2 \rightarrow$  espessura de quantidade de movimento

Figura 3.3b Representação esquemática da espessura de quantidade de movimento.

### 3.2.3 Espessura de Energia

Corresponde ao deficit de fluxo de energia por unidade de largura devido ao gradiente de velocidade na camada limite do escoamento.

$$U_0^3 \delta_3 = \int_0^{\infty} U(U_0^2 - U^2) dy \quad (3.10)$$

$$\delta_3 = \int_0^{\infty} U/U_0 (1 - (U/U_0)^2) dy$$

$\delta_3 \rightarrow$  espessura de energia

Figura 3.3c Representação esquemática da espessura de energia.

### 3.3 Produção e Difusão de Turbulência de Parede

#### 3.3.1 Estado da Arte

Interpretar corretamente a física do escoamento turbulento e consequentemente sua estrutura qualitativa e quantitativa, tem sido um grande desafio aos pesquisadores, ao longo dos anos.

No que se refere à turbulência de parede este obstáculo começa a ser superado através de novas técnicas de visualização de escoamentos, de instrumentação eletrônica e óptica adequadas, e do desenvolvimento na área de computação através de "software" e "hardware" cada vez mais sofisticados. Nesse sentido, inúmeras pesquisas tem sido publicadas mostrando que a estrutura de escoamento na camada limite não é tão randômica como aparentava, mas apresenta uma certa coerência. Em outras palavras, esta se chegando hoje à conclusão que existe uma certa ordem dentro do processo turbulento, de uma forma geral considerado caótico.

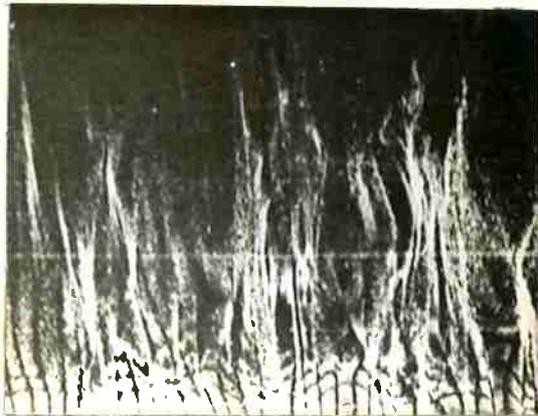
De acordo com CANTWELL [1981] para um pesquisador de 1920 a 1930 a turbulência era essencialmente um fenômeno estocástico tendo uma bem definida e periódica média superposta por um campo de flutuações em torno da média. Este quadro de fenômeno estocástico de interação de escalas resultou nas teorias semi-empíricas, como é o caso da teoria do comprimento de mistura de Prandtl, nas quais as tensões convectivas são conectadas ao escoamento médio pela viscosidade turbulenta e pelo comprimento de mistura.

CANTWELL [1981] parece-me um pouco radical em sua análise histórica da turbulência. Em primeiro lugar, a interpretação do fenômeno estocástico através da superposição de movimentos tem-se mostrado bastante útil até hoje e ainda é um critério considerado nas pesquisas aplicadas atuais em falta de um melhor critério. Em segundo lugar, não me parece que as teorias semi-empíricas, brevemente analisadas no capítulo 2.7.1, tenham perdido totalmente a sua utilidade.

Todavia, concordo com CANTWELL [1981] ao atribuir a condições precárias na correta visualização do escoamento turbulento, o fato de não se considerar o conceito de escalas de vórtices na modelação matemática da turbulência em trabalhos mais antigos.

Desde o modelo de Einstein & Li proposto em 1955 [apud LEVI - 1979] vários tem sido os modelos tentando explicar o mecanismo da turbulência e o processo de erupção ("bursting") na subcamada viscosa.

No entanto, foi com o trabalho de KLINE ET ALLI [1967] que pela primeira vez foi mostrado, de uma forma mais conclusiva, a atividade da turbulência junto a parede, usando-se como técnica de visualização do escoamento bolhas de hidrogênio geradas por um fio elétrico.



(a)

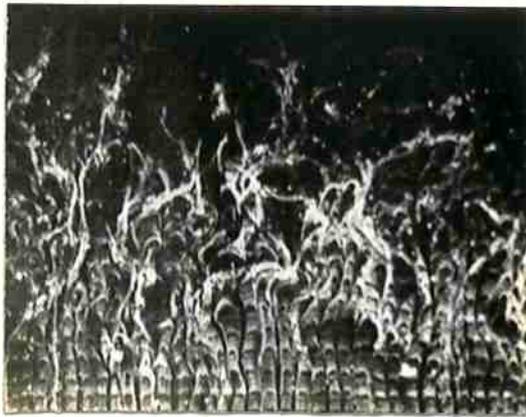


(b)

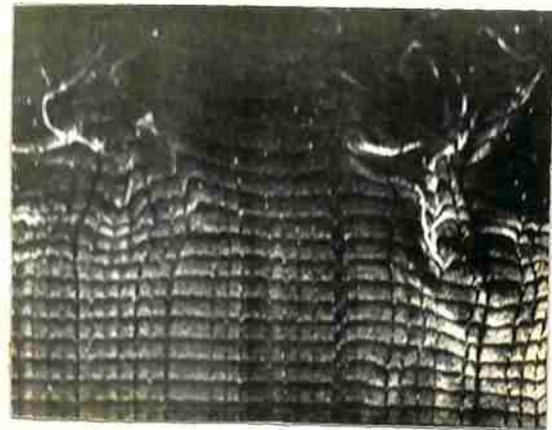
**Figura 3.4** Formação de estrias próximo à parede - camada limite em placa plana - vista superior (extraído de KLINE ET ALLI - 1967).

a)  $y^+ = 2.7$ ;

b)  $y^+ = 38$ .



(a)



(b)

**Figura 3.5** Formação de estrias próximo da parede - camada limite em placa plana - vista superior (extraído de KLINE ET ALI - 1967).

a)  $y^+ = 101$ ;

b)  $y^+ = 407$ .

Trabalhos posteriores, como o de CORINO & BRODKEY [1969] e KIM ET ALI [1971] trouxeram uma interpretação mais clara ao processo de formação de turbulência de parede, mostrando que grande parte da produção da turbulência esta associada ao fenômeno de erupção ("bursting").

FALCO [1977] sugeriu a formação de vórtices característicos que fazem a ligação entre a partes interna e externa da camada limite.

HEAD & BANDYOPAHYAY [1981] deram mais clareza ao conceito de vórtice apresentado por FALCO [1977] mostrando a influência do número de Reynolds do escoamento na formação de pares de vórtices junto à camada limite de parede.

SMITH [1984] apresentou uma descrição ainda mais clara que HEAD & BANDYOPAHYAY [1981] na formação de vórtices "hairpin" e "horse-shoe" durante o processo de erupção das estrias.

UTAMI & UENO [1987] levando em conta a análise tridimensional da vorticidade, sugeriram um modelo de estrutura de turbulência de parede baseado na coerência da formação de vórtices na camada "buffer-layer".

Os trabalhos mencionados acima, embora não representem o universo de trabalhos publicados sobre o tema, representam de alguma forma o estado da

arte em termos do estudo da turbulência de parede. O progresso alcançado na interpretação física da turbulência tem aumentado muito as esperanças na modelação matemática definitiva da turbulência. No meu entender, todavia, muito ainda haverá de ser feito nesse sentido.

### 3.3.2 O escoamento na Subcamada Viscosa e o Fenômeno da Erupção ("Bursting")

Conforme figura 3.4, sabe-se que dentro da subcamada viscosa, muito próximo da parede, existe uma estrutura de estrias que compreende regiões de alta e baixa velocidade, sabendo-se hoje que essa estrutura esta ligada a filamentos vorticosos na subcamada viscosa, cujo desenvolvimento é função do número de Reynolds do escoamento, que deve influir na transferência de momento entre a parte interna e a parte externa da camada limite.

Na realidade KLINE ET ALLI [1967] observando o escoamento em camada limite turbulenta para baixo número de Reynolds e muito próximo da parede ( $y^+ = 2.7$ ) verificaram que as bolhas de hidrogênio não seguiam trajetórias retas quando se moviam vagarosamente ao longo da placa, mas se alternavam em um movimento de altas e baixas velocidades, formando estrias ("streaks"). Eles observaram também que as estrias interagiam com porções do escoamento fora da camada através da seguinte sequência de eventos:

- gradual afastamento da parede;
- súbita oscilação;
- colapso.

Além disso eles acharam que um gradiente favorável de pressão ( $dp/dx < 0$ ) tendia a reduzir a taxa de erupções ("burstings") e um gradiente desfavorável de pressão ( $dp/dx > 0$ ) tendia a aumentar a taxa e a intensidade das erupções. Conjecturou-se então que o fenômeno das erupções tem um importante papel na produção da energia da turbulência e é o que domina o

processo de transferência entre as regiões interna e externa da camada limite.

Na sequência de eventos observados por KLINE ET ALLI [1967] pode-se fazer o seguinte resumo:

- Inicialmente as estrias de bolhas de hidrogênio caminhavam vagarosamente para jusante afastando-se da parede, e, quando as estrias alcançavam  $y^+ = 8$  a 12 começavam a oscilar.

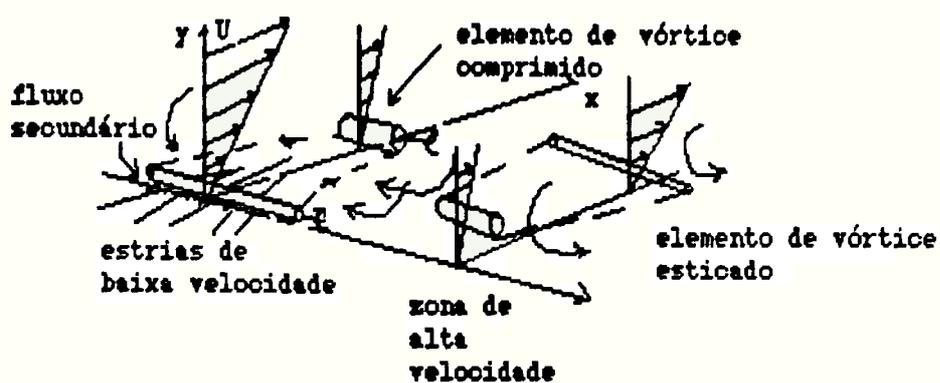
- Essas oscilações começavam a se amplificar e terminavam em um abrupto colapso ("break-up") na região  $10 < y^+ < 30$  ("buffer-layer"). Depois do colapso as estrias se contorciam, esticavam e se lançavam para fora ao longo de uma trajetória identificável.

- Em torno de  $y^+ = 40$  o fluido lançado movia-se com velocidade da ordem de 80% da velocidade média na parte externa da camada limite ( $U_c = 0.8U_{\infty}$ ).

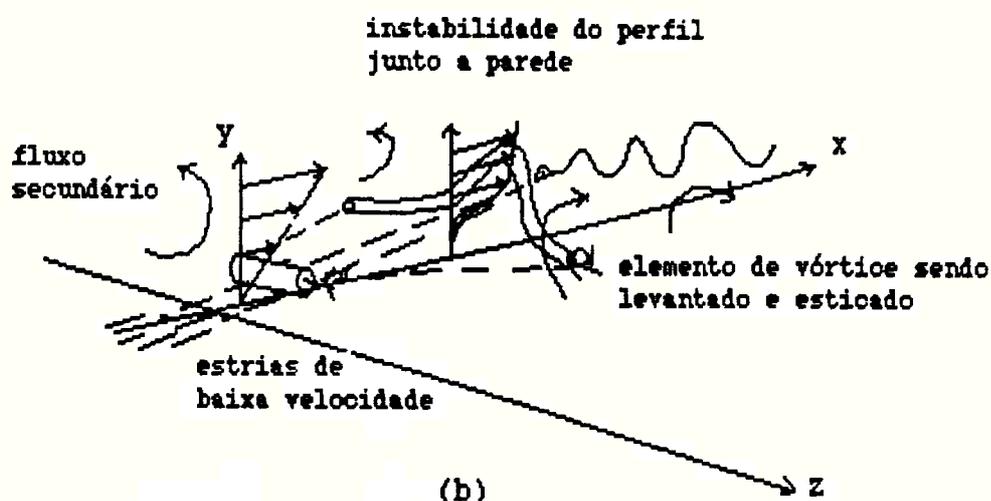
Juntando todas essas informações KLINE ET ALLI [1967] construíram um modelo esquemático da estrutura física do processo de colapso das estrias, que reproduzimos na figura 3.5.

CORINO & BRODKEY [1969] fizeram observações próximo da parede de um conduto com número de Reynolds de escoamento mais alto ( $R = 2300$  a  $50000$ ). Eles usaram uma técnica de visualização diferente daquela utilizada por KLINE ET ALLI [1967] e que consistiu em fotografar o movimento de partículas coloidais suspensas no líquido, usando para isso uma câmara fotográfica de alta velocidade que se movia com o fluido. Eles observaram que a maior parte das erupções ("ejections") originavam-se para  $5 < y^+ < 15$  e o espaço deixado pela língua de fluido ejetado era ocupado por fluido de montante que se desviava de seu movimento paralelo à parede. Esta fase de substituição de fluido CORINO & BRODKEY [1969] chamaram "sweep". Eles observaram também que o número de erupções aumentava significativamente com o número de Reynolds  $R$  do escoamento.

A figura 3.6 mostra um esquema pictórico do que se supõe ocorrer na camada limite de uma parede plana.



(a)

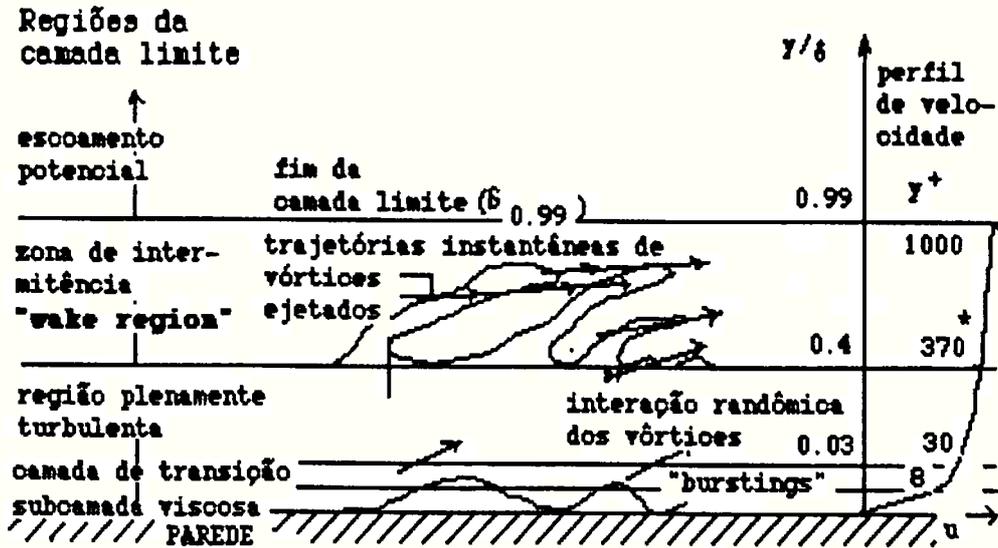


(b)

**Figura 3.5** Modelo conceitual das erupções (extraído de KLINE ET AL - 1967)

(a) mecanismo de formação das estrias;

(b) mecanismo de colapso das estrias.



\* valor depende do número de Reynolds.

Figura 3.6 Esquema pictórico da estrutura do escoamento na camada limite (extraído de LEVI - 1979).

Um grande progresso no caminho da interpretação do processo das erupções ("burstings") foi obtido com a publicação do trabalho de KIM ET ALI [1971] cuja técnica de visualização do escoamento foi através de bolhas de hidrogênio, mas desta feita injetadas através de dois fios perpendiculares entre si convenientemente instalados no canal, conforme mostram as figuras abaixo. Em suas experiências eles usaram:  $R\theta = \frac{U \delta_2}{\nu} = 666$  e  $1100$ .

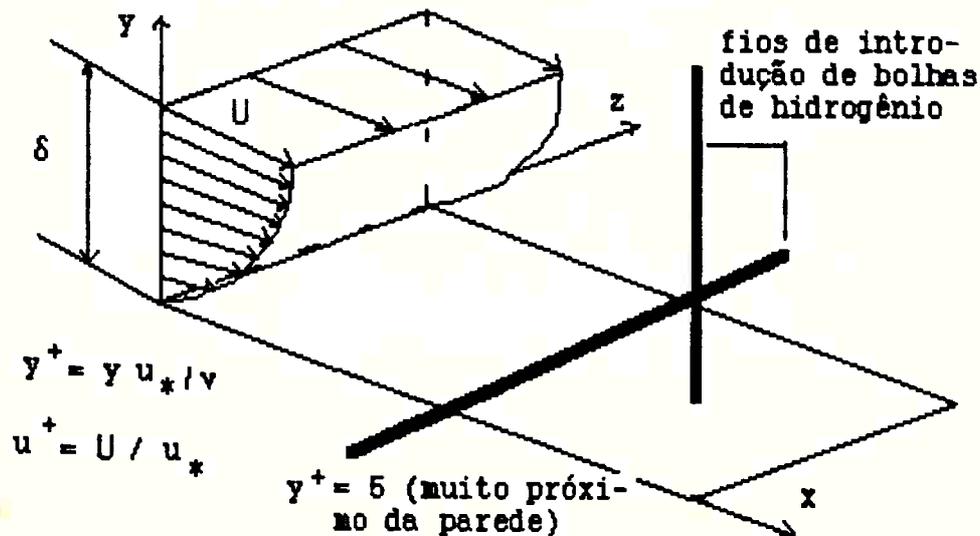
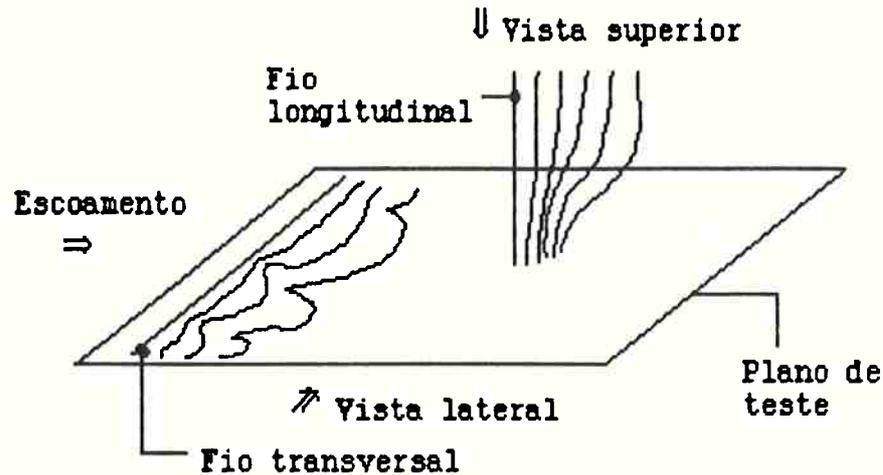


Figura 3.7 Posicionamento dos fios de geração de bolhas de hidrogênio e perfil de velocidade.



**Figura 3.8** Posicionamento e orientação dos fios de bolhas de hidrogênio e dos planos de luz da camera fotográfica (extraído de KIM ET ALLI - 1971).

Sumarizando os resultados de KIM ET ALLI [1971] temos o seguinte modelo de processo de erupções ("burstings") que eles classificaram em três estágios de desenvolvimento:

1) Movimento ascendente vagaroso das estrias até uma distância da parede, quando ocorre uma certa instabilidade, que se manifesta através de um ponto de inflexão no perfil de velocidade;

2) Crescimento rápido, a jusante da zona de inflexão, de um movimento oscilatório que persiste por alguns ciclos;

3) Substituição da oscilação por um processo mais caótico denominado colapso ("breakup"), o que completa o ciclo, retornando o perfil de velocidade à sua forma mais geral.

As figuras 3.9 e 3.10 ilustram os estágios mencionados acima:

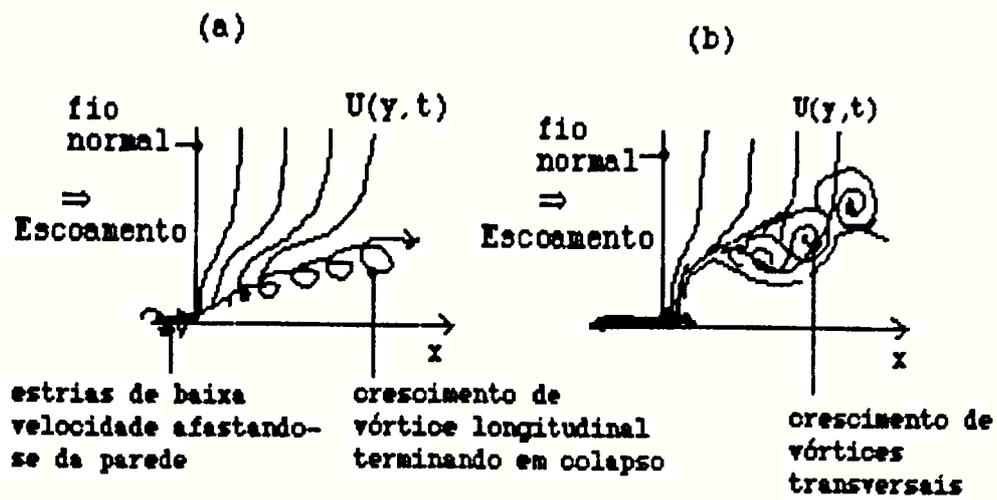
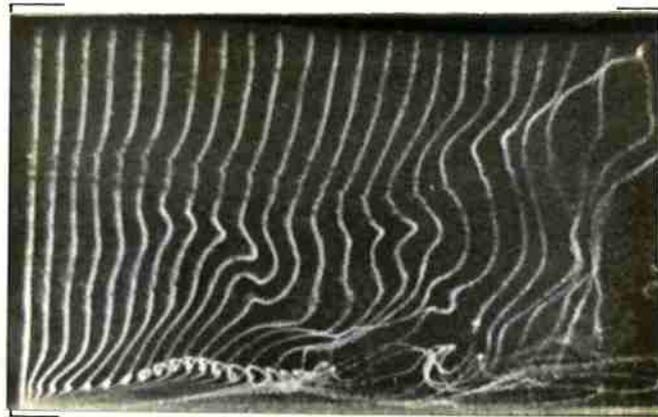
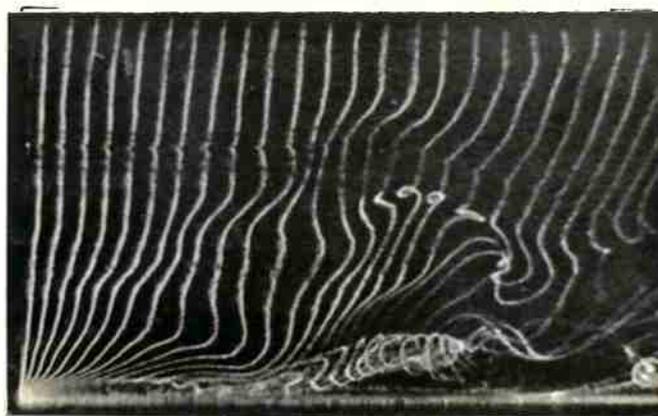


Figura 3.9 Representação esquemática da formação de vórtices durante o processo de erupções ("burstings") (extraído de KIM ET ALLI - 1971).

- a) formação de vórtice longitudinal;  
b) formação de vórtice transversal.



(a)



(b)

Figura 3.10 Fotografia mostrando língua de escoamento evoluindo a partir da parede, instabilidade do perfil, vórtice longitudinal e vórtice transversal a jusante (extraído de KIM ET ALLI -1971).

No trabalho de KIM ET ALLI [1971] associa-se o movimento oscilatório do estágio (2) com a produção da turbulência, e o movimento caótico de colapso do estágio (3) com a transferência de número de ondas (efeito de cascata de vórtice).

Os resultados apresentados nos trabalhos até aqui relacionados referem-se a observações na camada de parede ("wall-layer") a qual inclui a subcamada viscosa, "buffer layer" e parte da região logarítmica ( $0 < y^+ < 100$ ) não se referindo portanto às condições de escoamento fora da camada limite.

De qualquer forma é clara a tendência vorticiosa do escoamento junto à parede onde se concentra grande parte da produção e da dissipação da turbulência.

SMITH [1984] afirma que, em média, nos escoamentos em camada limite turbulenta, aproximadamente 70% da vorticidade ocorre dentro da distância  $y^+ < 100$  da parede (aproximadamente 50% está dentro da faixa de distância  $y^+ < 20$ ). Parece lógico então que a dinâmica da vorticidade nesta região afeta fortemente os processos de transferência (tais como quantidade de movimento

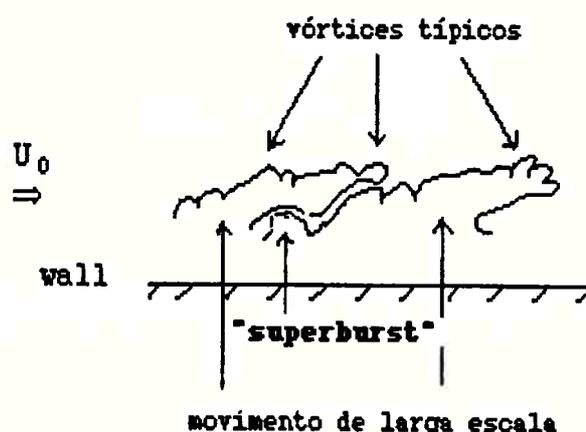
e calor) com efeitos diretos nas tensões de atrito e nos termos de produção e dissipação de turbulência.

### 3.3.3 Estudo da Estrutura do Escoamento Fora da Camada Limite

Conforme friza CANTWELL [1981], à medida que as pesquisas do escoamento junto à parede tornaram mais evidente a existência de uma coerência estrutural do escoamento, as novas pesquisas passaram a dar maior importância ao escoamento na parte externa da camada limite e a possíveis interações entre a camada externa e a camada de parede.

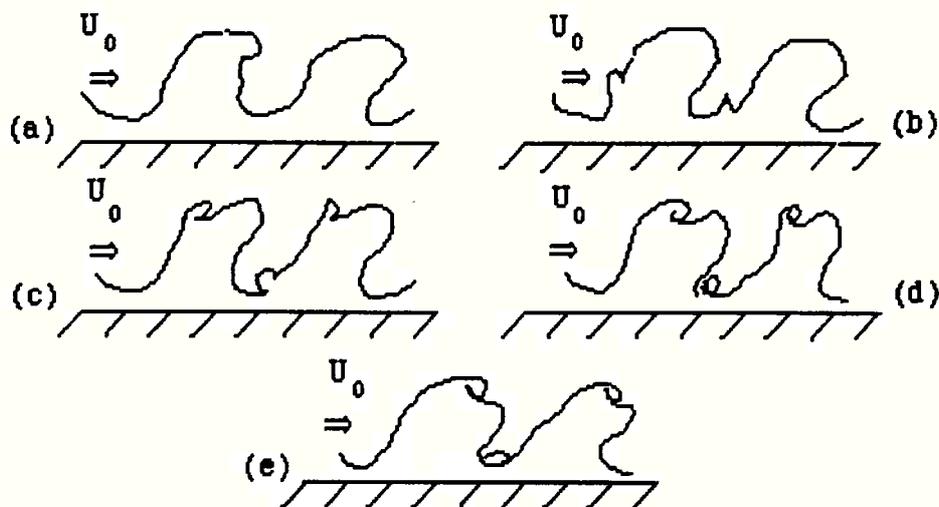
Neste sentido destaca-se o trabalho de FALCO [1977] que combinou técnica de visualização de escoamento (introdução de gotas de óleo em uma fumaça de escoamento as quais refletem a luz) e medição quantitativa através de anemômetro de fio quente.

Os resultados de extensivas observações acompanhando o escoamento fora da camada limite para  $R_g \cong 1000$  a 4000 (sendo  $R_g$  baseado na espessura da quantidade de movimento) indicaram basicamente a existência de duas famílias de movimento: uma família de vórtices típicos ("typical eddies") e uma família de larga escala de vórtices (conforme figura abaixo):

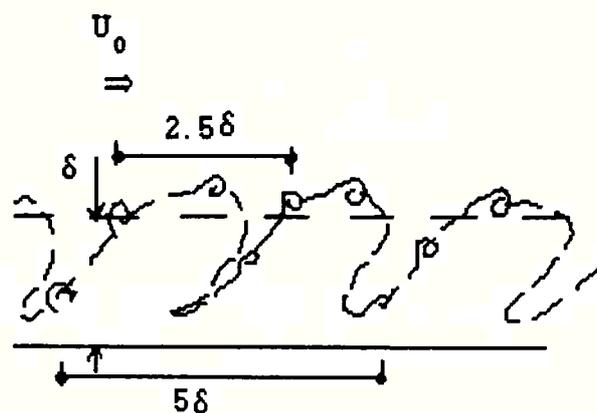


**Figura 3.11** Visualização da camada limite turbulenta ( $R_g = 4000$ ):  
(extraído de FALCO - 1977).

Os vórtices típicos ("typical eddies") são fortemente dependentes do número de Reynolds ( $R_g$ ) sendo que para baixos valores de número de Reynolds ( $R_g = 1000$ ) a escala desses vórtices é da ordem da espessura da camada limite. Todavia, com o aumento do número de Reynolds ( $R_g = 4000$ ) a escala dos vórtices típicos é apenas uma pequena fração da espessura da camada limite. Segundo FALCO [1977], para altos números de Reynolds a escala de vórtices típicos poderia ser comparada à escala de Taylor definida anteriormente.



**Figura 3.12** Convecção dos vórtices típicos na região externa e na região logarítmica da camada limite (extraído de FALCO - 1977).



**Figura 3.13** Modelo de escoamento na região de saída da camada limite turbulenta, mostrando a relação entre os vórtices típicos e o movimento de grande escala (extraído de FALCO - 1977).

HEAD & BANDYOPADHYAY [1981] trabalhando com uma faixa de número de Reynolds superior àquela estudada por FALCO [1977] ( $500 < Rg < 17500$ ) chegaram a resultados que, em princípio, pareciam totalmente discrepantes, mas que depois de uma análise mais apurada, guardam uma certa coerência com os resultados deste último.

HEAD & BANDYOPADHYAY [1981] fizeram suas experiências em um túnel de vento, injetando fumaça e iluminando o escoamento com um intenso plano de luz; as medições quantitativas foram feitas com um anemômetro de fio quente. Como principal conclusão eles verificaram que, particularmente para número de Reynolds mais altos, ocorre um processo de esticamento ("stretching") de pares de vórtices, inclinados de  $45^\circ$  desde a parede, conforme figura 3.14a. Na verdade existe uma transição de par de vórtices ferradura ("horse-shoe vortex") para vórtices "hairpins" à medida que se aumenta o número de Reynolds, conforme figura 3.14b.

A figura 3.15 mostra a formação de vórtice ferradura e vórtice "hairpin" na parte externa da camada limite e que poderiam ser interpretados como os vórtices típicos de FALCO [1977].

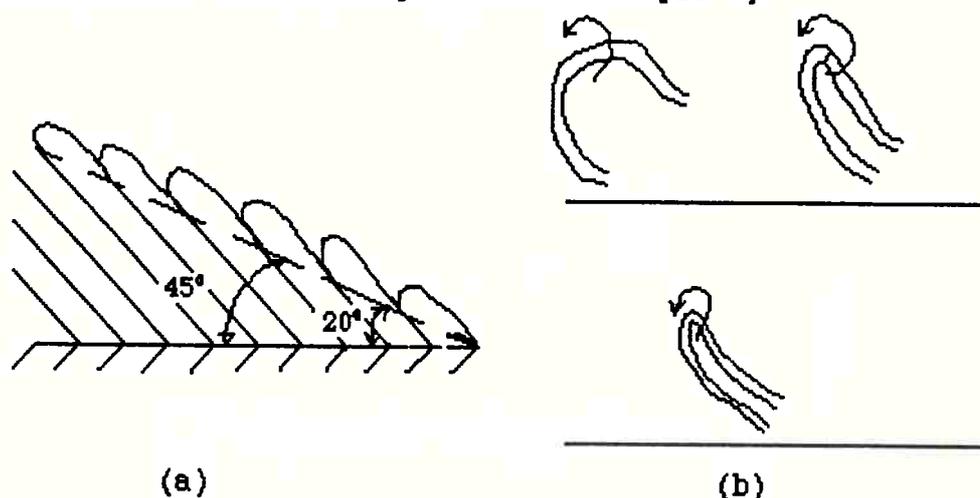
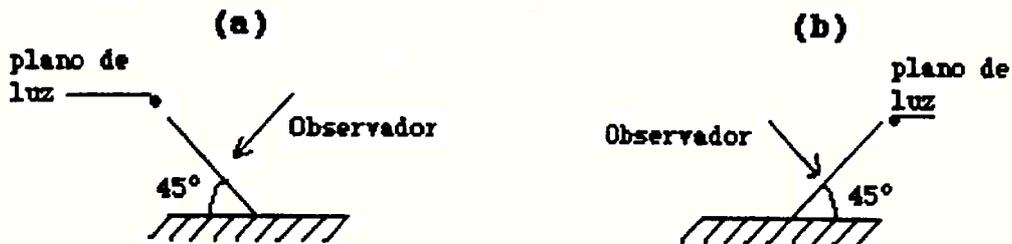
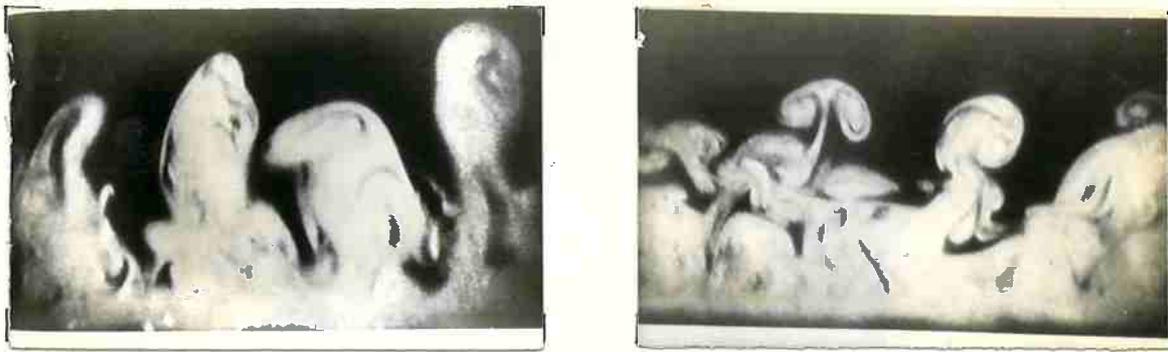


Figura 3.14 a) Inclinação característica dos pares de vórtices tipo "hairpins":

b) Transição de vórtice ferradura para vórtice "hairpin", com o aumento de  $Rg$ :

(extraído de HEAD & BANDYOPADHYAY - 1981).



**Figura 3.15** Formação de vórtice ferradura e de vórtice "hairpin"

( $Re=600$ )

(extraído de YAN DIKE - 1982):

- a) vista de jusante;
- b) vista de montante.

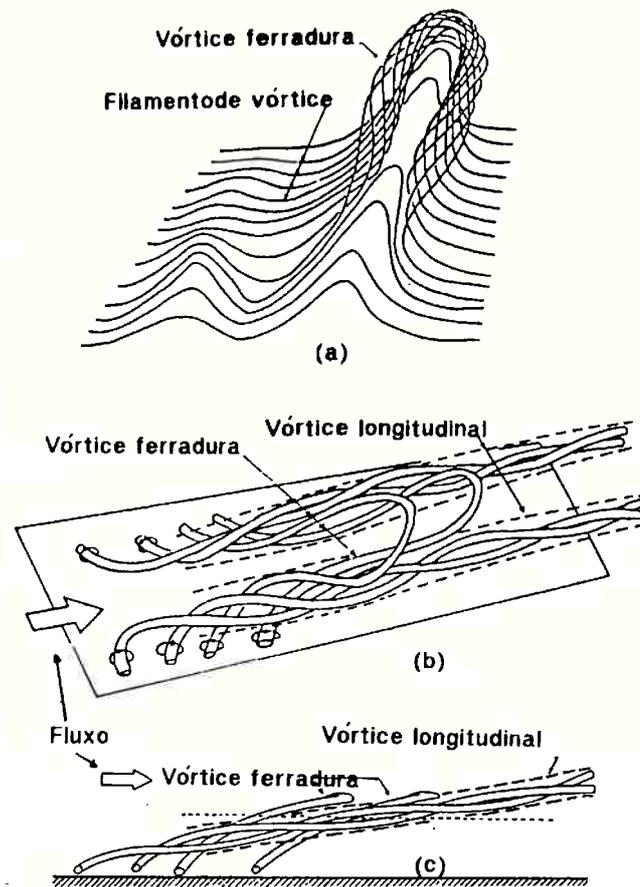
No item 2.7.2 já foi mencionado que os vórtices mais efetivos na extração de energia do escoamento médio formam um ângulo de  $45^\circ$  com a horizontal. Esta hipótese foi confirmada no trabalho de HEAD & BANDYOPADHYAY [1981] e foi primeiramente levantada no clássico trabalho de Theodorsen em 1952 [apud HEAD & BANDYOPADHYAY -1981 e SMITH - 1984].

SMITH [1984] procura sintetizar, através de um modelo da estrutura da turbulência em camada limite, os resultados de pesquisas anteriores mostrando como evoluem os vórtices ferradura e vórtices "hairpin" ao longo da camada limite e fora dela.

Mais recentemente, UTAMI & UENO [1987] estudando a coerência da estrutura da turbulência em escoamento em canal mostraram convincentemente que a unidade de coerência na estrutura do escoamento turbulento é um movimento vorticoso. Usando um sistema sofisticado de iluminação e fotografia do plano

horizontal do escoamento, tendo como traçadores partículas de polysterene de diâmetro 0.1 a 0.5mm, conseguiram reproduzir a distribuição de velocidade no plano horizontal, assim como os padrões de linhas de fluxo e vorticidade.

De acordo com as conclusões de UTAMI & UENO [1987], o escoamento turbulento em canal é caracterizado por altos valores de tensões de atrito na subcamada viscosa, com alta vorticidade próximo do fundo do canal. Essas tensões induzem uma deformação na forma de onda, que por sua vez arrastam os filamentos vorticosos na subcamada viscosa tornando-os mais consistentes. Ao mesmo tempo, esses vórtices, seguindo são levantados e deformados pelo escoamento médio. Portanto a alta vorticidade que se origina na subcamada viscosa se organiza para formar o vórtice ferradura na camada "buffer-layer". É óbvio que muito próximo da parede a estrutura do escoamento é praticamente bidimensional e neste caso a existência de acentuada vorticidade não forma vórtice. Ao mesmo tempo que o vórtice ferradura é esticado pelo escoamento médio, novos filamentos vorticosos são arrastados, repetindo-se o processo de esticamento do novo vórtice pelo escoamento médio e ocorrendo o entrelaçamento na forma de espiral com o vórtice anterior. A repetição sucessiva desse processo origina um movimento de larga escala de vórtices, conforme apresentado na figura a seguir.



**Figura 3.16** Modelo conceitual da formação e desenvolvimento do vórtice ferradura ("horse-shoe vortex") (extraído de UTAMI & UENO - 1987).

Pela análise da figura 3.16 o movimento de vórtices pode ser dividido em três fases:

- filamentos de vórtices (subcamada viscosa);
- vórtices ferradura com deformação e entrelaçamento ("buffer-layer");
- vórtice longitudinal entrelaçado.

### **3.3.4 Observações Complementares**

Do que foi exposto anteriormente pode-se concluir que o entendimento da física do escoamento turbulento tem aumentado muito nos últimos anos.

Sumarizando os principais pontos dessas pesquisas, tem-se que:

- a) A estrutura da turbulência de parede é caracterizada por um considerável grau de ordem;

b) Grande parte da produção e dissipação da turbulência ocorre perto da parede, em particular na camada "buffer-layer" e parte da camada logarítmica;

c) O processo de alongamento e esticamento dos vórtices é o principal responsável pela extração de energia do escoamento médio (produção de turbulência) e subsequente decomposição de vórtices em escalas cada vez menores.

O caso do Ressalto Hidráulico, tema dessa dissertação, é um caso particular de escoamento turbulento onde predominam os macrovórtices. Trata-se portanto de um caso em que a estrutura física do escoamento turbulento, discutida nesse capítulo, está afetada de uma situação singular que é a mudança brusca de um escoamento supercrítico para subcrítico.

A observação visual do ressalto formado em canal horizontal mostra a convecção dos macrovórtices para jusante (largos picos de flutuação de pressão); em outras palavras, a medição simultânea de flutuações de pressão através de transdutores estrategicamente colocados na base do ressalto, permite a observação de que há uma certa coerência do caminhar dos picos de pressão para jusante, conforme veremos a seguir. No entanto, a simples observação visual não permite mostrar exatamente o que ocorre junto ao fundo do ressalto, onde sabe-se, que existe uma separação do fluxo que é função do desenvolvimento da camada limite na entrada do ressalto.

Uma analogia com o escoamento do ressalto poderia ser feita através do modelo de BROWN & THOMAS [1977] para turbulência de larga escala em camada limite. No modelo de BROWN & THOMAS [1977] a parede de fundo se movimenta em sentido contrário ao escoamento principal com velocidade de  $0.80U_{**}$ , o que poderia ser interpretado como a corrente de retorno do ressalto.

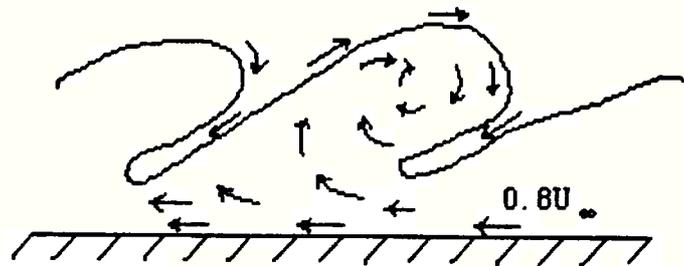


Figura 3.17 Modelo conceitual de larga escala de turbulência em camada limite (extraído de BROWN & THOMAS - 1977).

### 3.4 O Desenvolvimento da Camada Limite em Canal

Considerando o escoamento plenamente turbulento e uniforme em um canal, tem-se que:

$$\tau_0 = \gamma R_H S_0 \quad (3.11)$$

onde:  $R_H \rightarrow$  raio hidráulico do canal;

$\gamma \rightarrow$  peso específico do fluido;

$S_0 \rightarrow$  declividade do fundo do canal.

Supondo o canal bastante largo,

$$R_H = y = \delta$$

$$\tau_0 = \gamma \delta S_0 \quad (3.11a)$$

Aplicando a equação de Manning-Strickler, resulta:

$$V = \frac{1.49}{n} R_H^{2/3} S_0^{1/2} \quad (\text{pés/s}) \quad (3.12)$$

onde:  $n \rightarrow$  coeficiente de rugosidade de Manning.

Considerando que [HENDERSON - 1966]:

$$n = 0.034 k_s^{1/6} \quad (3.13)$$

onde:  $k_s \rightarrow$  rugosidade absoluta média (pés);

e substituindo as equações (3.12) e (3.13) na equação (3.11a), resulta:

$$\tau_0 = \rho g \delta \frac{U_0^2 n^2}{(1.49)^2 \delta^{4/3}}$$

$$\tau_0 = \rho g \delta \frac{U_0^2 (0.034 k_s^{1/6})^2}{2.22 \delta^{4/3}} = \rho 32.2 \delta \frac{U_0^2 k_s^{1/3} 0.00052}{\delta^{4/3}}$$

$$\frac{\tau_0}{\rho U_0^2} = 0.0168 \frac{k_s^{1/3}}{\delta^{1/3}}$$

$$\frac{\tau_0}{\rho U_0^2} = 0.0168 \left(\frac{\delta}{k_s}\right)^{-1/3} \quad (3.14)$$

Assumindo que:

$$\frac{U}{U_0} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/\chi} = \eta_*^{1/\chi} \quad (3.15),$$

temos o seguinte sistema de equações:

$$\frac{\tau_0}{\rho U_0^2} = 0.0168 \left(\frac{\delta}{k_s}\right)^{-1/3} \quad (3.14)$$

$$\frac{U}{U_0} = \eta_*^{1/6} \quad (3.15)$$

onde:  $\frac{1}{\chi} = \frac{1}{6}$  [HENDERSON - 1966]

Introduzindo o conceito de espessura de quantidade de movimento, tem-se

que:

$$\delta_2 = \int_0^{\delta} \frac{U}{U_0} \left(1 - \frac{U}{U_0}\right) dy \quad (3.9)$$

$$\delta_2 = \delta \int_0^1 \frac{U}{U_0} \left(1 - \frac{U}{U_0}\right) d\left(\frac{y}{\delta}\right)$$

$$\delta_2 = \delta \left( \left[\frac{6}{7} \eta_*^{7/6}\right]_0^1 - \left[\frac{3}{4} \eta_*^{4/3}\right]_0^1 \right) = \delta \left(\frac{6}{7} - \frac{3}{4}\right)$$

$$\delta_2 = 0.107 \delta \quad (3.9a)$$

Mas, de acordo com SCHLICHTING [1979], tem-se que:

$$U_0^2 \frac{d\delta_2}{dx} = \frac{\tau_0}{\rho}$$

$$\frac{d\delta_2}{dx} = \frac{\tau_0}{\rho U_0^2} \quad (3.16)$$

Substituindo as equações (3.14) e (3.9a) na equação (3.16), resulta:

$$0.107 \frac{d\delta}{dx} = 0.0168 \left(\frac{\delta}{k_s}\right)^{-1/3}$$

$$0.107 \frac{d\delta}{\delta^{-1/3}} = 0.0168 k_s^{1/3} dx$$

$$\int \delta^{1/3} d\delta = \int 0.157 k_s^{1/3} dx$$

$$\left[\frac{3}{4} \delta^{4/3}\right]^{3/4} = [0.157 k_s^{1/3} x]^{3/4}$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{3/4} \delta = 0.249 k_s^{1/4} x^{3/4}$$

$$\frac{\delta}{x} = 0.309 \left(\frac{x}{k_s}\right)^{-1/4} \quad (3.16b)$$

Assumindo  $n = 0.009$  para o canal experimental sem rugosidade adicional, e levando em conta o acrílico e as juntas do canal [ver TOSO - 1986], tem-se que:

$$n = 0.034 k_s^{1/6} \Rightarrow k_s = 0.00034 \text{ pés} = 0.10 \text{ mm}$$

$$\delta = \frac{0.309}{(0.00034)^{-1/4}} x^{3/4} \Rightarrow \delta = 0.0420 x^{3/4} \text{ (pés)} \quad (3.17)$$

Comparando-se com o desenvolvimento da camada limite em placa plana lisa [SCHLICHTING - 1979]:

$$\delta(x) = 0.37 x \left(\frac{U_0 x}{\nu}\right)^{-1/5}$$

para:  $T = 21^\circ \text{C}$

$$U_0 = 14 \text{ pés/s} = 4.26 \text{ m/s}$$

$$\nu = 1.059 * 10^{-5} \text{ pés}^2/\text{s}$$

$$\delta(x) = 0.37 \frac{14^{-1/5}}{(1.059 * 10^{-5})^{-1/5}} x^{4/5}$$

$$\delta = 0.0221 x^{4/5} \text{ (pés)} \quad (3.18)$$

A figura 3.18 mostra um exemplo de determinação do valor de  $x$  usando-se a equação (3.12) e a linha d'água no canal experimental, no caso de  $F_1 =$

5.87, assim como o crescimento da camada limite em placa plana. Esse exemplo mostra que:

$$x = 30AC \cong 50 y_1$$

sendo:  $AC \rightarrow$  abertura da comporta;

$x < 200AC$  (recomendado por KARTHA -1968 ao estudar os efeitos do desenvolvimento da camada limite na entrada do ressalto);

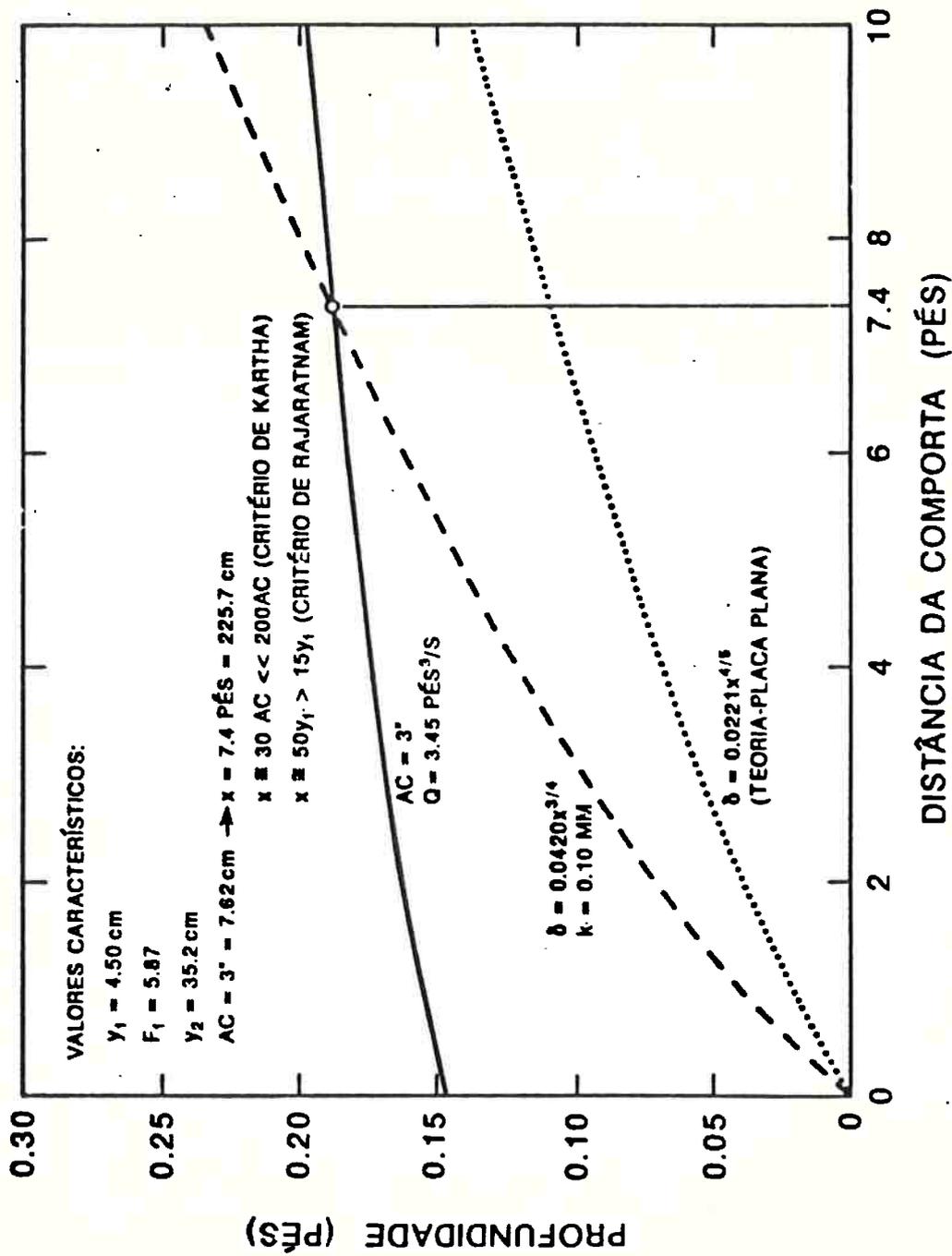


Figura 3.18 Exemplo de crescimento de camada limite aplicando teoria da placa plana e equação semi-empírica

$x > 15y_1$  (recomendado por RAJARATNAM - 1965 ao estudar o ressalto hidráulico como um jato de parede).

Um melhor critério para a determinação da distância  $x$  de desenvolvimento da camada limite em canal seria o levantamento dos perfis médios de velocidade; esse critério será adotado na determinação do desenvolvimento da camada limite na entrada do ressalto, assunto que será desenvolvido no próximo capítulo.

### 3.5 Flutuações de Pressão na Camada Limite Turbulenta do Escoamento

O estudo do campo de pressões flutuantes na camada limite turbulenta do escoamento, além do interesse de pesquisa básica na determinação correta da estrutura da turbulência, apresenta o interesse de pesquisa aplicada na determinação de esforços atuantes nas fronteiras sólidas de estruturas hidráulicas.

Sabe-se que o campo de pressões flutuantes no fundo ou nas paredes de um canal está relacionado com o campo de velocidades flutuantes no interior do escoamento turbulento, e isto é provado a seguir.

Considerando-se a equação da continuidade e da quantidade de movimento aplicadas na direção do escoamento, tem-se que:

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} = \tilde{X}_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (2.32)$$

Tomando a divergência da equação (2.32), resulta:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} = \frac{\partial \tilde{X}_i}{\partial x_i} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial x_i \partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial^2 \tilde{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (3.19)$$

Aplicando a equação da continuidade sobre a equação (3.14), resulta:

$$\frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial x_i \partial x_i} = -\rho \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_j} \quad (3.19a),$$

equação essa conhecida como equação de Poisson.

Usando a decomposição de Reynolds, a equação de Poisson pode ser escrita

da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2(P+p)}{\partial x_i \partial x_i} = -\rho \frac{\partial(U_j+u_j)}{\partial x_i} \frac{\partial(U_i+u_i)}{\partial x_j} \quad (3.19b)$$

Tomando a média da equação (3.19b), resulta:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} = -\rho \left( \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_i \partial x_j} \right) \quad (3.20)$$

Esta equação estabelece que a pressão média é dependente tanto da velocidade média como das tensões de Reynolds.

A equação (3.20) poderia ser pensada como a equação de uma onda não homogênea e o ressalto hidráulico como uma onda estacionária [SCHIEBE - 1971]. Considerando que a equação de uma onda não homogênea pode ser escrita [ver SCHIEBE - 1971], como:

$$-\frac{1}{C} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} = F(x_i, t) \quad (3.21)$$

onde:  $C =$  constante,

desde que a onda é estacionária, a derivada com relação ao tempo é nula, e a equação (3.21) se simplifica:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} = F(x_i) \quad (3.21a)$$

Resulta portanto:

equação (3.20) = equação (3.21a)

sendo:  $F(x_i) \rightarrow$  função de força que corresponde às derivadas de velocidade e tensões de Reynolds.

De modo a desenvolver uma relação para as pressões flutuantes no fundo do canal a equação (3.20) deve ser subtraída da equação completa (3.19b),

resultando:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} = -\rho \left( 2 \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) - \rho \left( \frac{\partial^2 u_j u_i}{\partial x_i \partial x_j} - \frac{\partial^2 \overline{u_i u_j}}{\partial x_i \partial x_j} \right) \quad (3.22)$$

(I)

(II)

(I)  $\rightarrow$  termo de interação das tensões do escoamento médio e da turbulência;

(II)  $\rightarrow$  termo de interação das tensões de turbulência com a própria turbulência.

Normalmente nos estudos de camada limite, o termo (II) é desprezado,

resultando:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x_i \partial x_i} = -\rho \left( 2 \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (3.22a)$$

$$\text{ou,} \quad \nabla^2 p = -2\rho \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3.22b)$$

Para um canal bidimensional:

$$\nabla^2 p = -2\rho \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \quad (3.22c)$$

A determinação experimental dos valores da equação (3.22c) apresenta alguns problemas que passamos a descrever.

Quando medimos flutuações de velocidade com anemômetro de ponta-quente ou anemômetro "laser", nós podemos medir as pequenas escalas de vórtices que contém energia. Todavia, o espectro de flutuações de pressão na fronteira sólida do escoamento (em particular no caso do ressalto) é dominado por vórtices de grande escala [LONG & ARNDT - PUB.160 SAFHL]. Por outro lado, a utilização de transdutores de pressão faceados à parede pode apresentar problema de resolução espacial das menores escalas. O descuido na escolha de um transdutor para uma determinada pesquisa, cujo diâmetro seja maior que a escala dos menores vórtices, pode levar a uma interpretação errônea dos valores estatísticos da pressão instantânea. Esse assunto será discutido em detalhe no capítulo 6.

Além do problema da resolução espacial dos transdutores, o estabelecimento de um critério que permita conhecer as condições de desenvolvimento da camada limite não tem sido a tônica de diversas pesquisas publicadas, e nesse sentido vale lembrar as palavras de Willmarth: *"The boundary conditions for the turbulent flow being investigated are never the same from one day to the next (even worse) from results obtained by different investigators (in different laboratories). It appears to this reviewer that the effect on the development of turbulence from variations in the environment of turbulent boundary layers can be large in different laboratories. These variations are, perhaps not so important for*

*investigations of the mean flow field, but in studies of the structure of the turbulent field (turbulent fluctuations usually are small fraction of the mean quantities) the variations from one laboratory to another can cause a crucial difference in results.*<sup>3</sup>

Nos capítulos que se seguem, tanto o problema da resolução espacial de transdutores de pressão como o critério de desenvolvimento de camada limite serão plenamente discutidos para o caso do ressalto hidráulico formado em canal plano e horizontal.

Com relação aos termos da equação (3.18) atribui-se 80% da média quadrática da pressão de parede à interação entre a turbulência e o escoamento médio [apud WILLMARTH - 1975], mas não se tem muita informação da influência do campo de velocidade flutuante na camada limite. Em outras palavras, a contribuição relativa aos termos não-lineares devido à interação turbulência/turbulência, até hoje não é muito clara apesar do grande avanço obtido nas técnicas de modelação da turbulência e instrumentação depois da publicação do trabalho de WILLMARTH [1975].

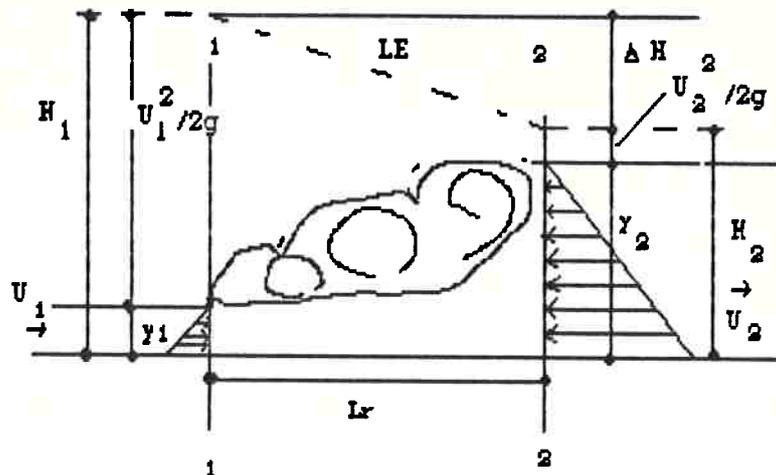
---

<sup>3</sup> WILLMARTH, W.W. Pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers. Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 7 - 1975.

### 4.1 Equação Clássica do Ressalto Hidráulico

O ressalto hidráulico é um fenômeno localizado, que se forma na passagem brusca de um escoamento em regime supercrítico ( ou torrencial) para um escoamento em regime subcrítico ( ou fluvial). Esta passagem brusca é acompanhada de um alto grau de turbulência.

A figura abaixo mostra uma representação esquemática clássica do ressalto hidráulico:



**Figura 4.1** Representação esquemática do ressalto hidráulico de acordo com a teoria clássica.

Considerando-se as seguintes hipóteses fundamentais:

- canal retangular com paredes paralelas;
- canal horizontal;
- escoamento permanente e fluido incompressível;
- início do ressalto na seção 1 e fim do ressalto na seção 2;
- distribuição uniforme de velocidade imediatamente a montante e jusante das seções 1 e 2 respectivamente;
- ausência de forças de atrito e forças viscosas junto à parede;
- distribuição hidrostática de pressão nas seções 1 e 2;

pode-se chegar, partindo da equação da quantidade de movimento aplicada ao volume de controle acima, na equação clássica do ressalto hidráulico, conhecida por Equação de Bélanger & Bresse:

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8F_1^2} - 1) \quad (4.1)$$

onde:  $y_1, y_2 \rightarrow$  alturas conjugadas do ressalto;

$F_1 = U_1/\sqrt{gy_1} \rightarrow$  número de Froude na seção 1 do ressalto.

#### 4.2 Equação da Quantidade de Movimento para uma Distribuição Não Uniforme de Velocidade na Seção 2 do Ressalto Hidráulico

Uma forma mais realista de representar o ressalto hidráulico é considerar um perfil de velocidade não uniforme na seção 2, conforme esquematizado na figura abaixo:

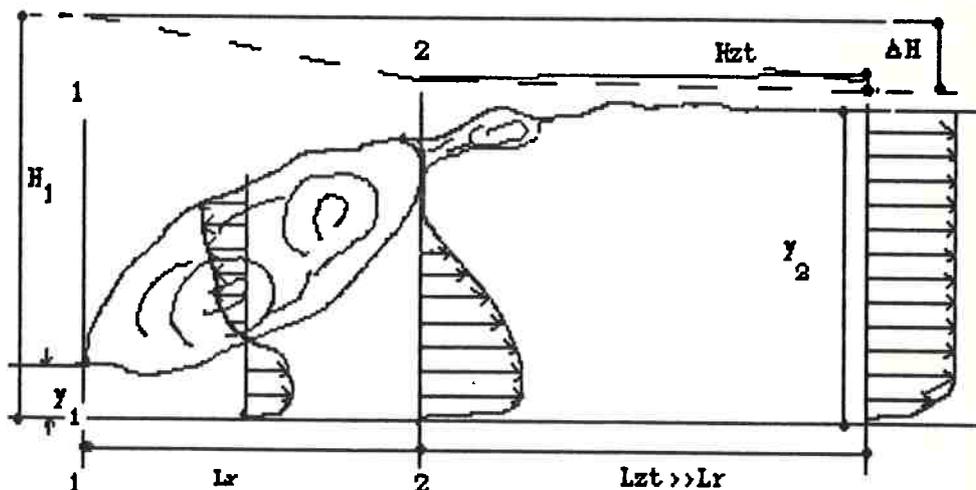


Figura 4.2 Representação esquemática do ressalto hidráulico considerando perfil não uniforme de velocidade na seção 2.

A dedução completa da equação da quantidade de movimento aplicada ao ressalto com essas novas condições de contorno encontra-se no trabalho de ORTIZ [1982] e neste caso, enfatizarei apenas a equação final:

$$\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^3 - \left(1 + 2F_1^2\left(1 - \frac{L_r}{R_1\delta_1 - 1}\right)\right)\frac{y_2}{y_1} + 2F_1^2(\bar{\beta} + \beta)_2 = 0 \quad (4.2)$$

onde:  $L_r \rightarrow$  comprimento da zona de "rollers" do ressalto;

$R_1 \rightarrow$  número de Reynolds na entrada do ressalto;

$\delta_{1-1} \rightarrow$  espessura da camada limite na seção 1 de entrada do

ressalto;

$\bar{\beta}_2 \rightarrow$  coeficiente de quantidade de movimento do escoamento médio

na seção 2 do ressalto;

$\beta_2 \rightarrow$  coeficiente de quantidade de movimento das flutuações do

escoamento na seção 2 do ressalto.

Para  $R_1 \gg L_r/\delta_{1-1}$ , resulta que:

$$\left(\frac{y_2}{y_1}\right)^3 - (1 + 2F_1^2)\frac{y_2}{y_1} + 2F_1^2(\bar{\beta} + \beta)_2 = 0 \quad (4.2a)$$

a) no caso do ressalto clássico:

$$\bar{\beta}_2 = 1 : \beta_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \text{Equação de Bélanger};$$

b) no caso de turbulência residual:

$$\bar{\beta}_2 > 1 \text{ e } \beta_2 > 0 \quad \Rightarrow \quad y_{2\text{real}} < y_{2\text{teórico}} \quad \Rightarrow \quad \text{dissipação de}$$

energia cinética a jusante do ressalto (zona de transição).

A figura 4.3 mostra a representação gráfica das equações (4.1) e (4.2). Pela análise dos gráficos, mesmo para número de Froude mais altos, a diferença entre as curvas é pequena ( $\approx 5\%$ ), o que não justificaria uma maior preocupação com o trabalho de consolidação da estrutura na zona de transição do ressalto.

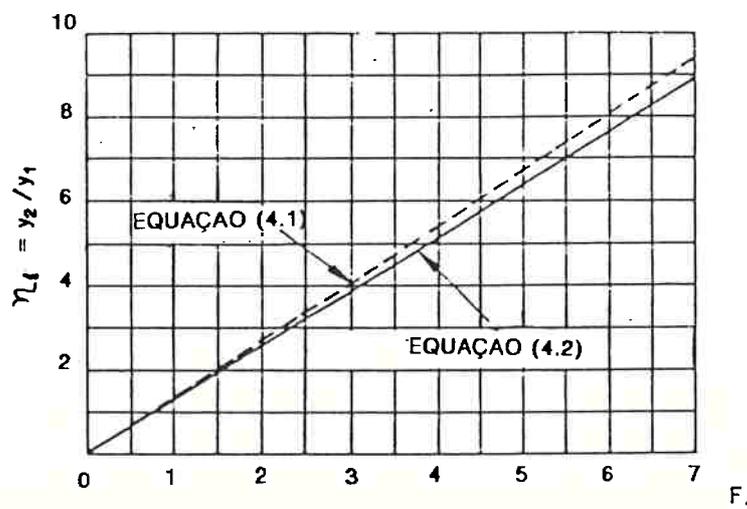


Figura 4.3 Representação gráfica das equações (4.1) e (4.2)

### 4.3 Maior Generalização da Aplicação da Equação da Quantidade de Movimento ao Ressalto Hidráulico

Na dedução da equação (4.2), conforme ORTIZ [1982], desprezou-se o efeito da turbulência na entrada do ressalto. Uma maior generalização da equação da quantidade de movimento aplicada ao ressalto é possível, se considerarmos a influência desse termo, conforme frizam os trabalhos de RESCH & LEUTHEUSSER [1971] e RESCH ET ALII [ 1976].

Sendo assim, tomando-se a equação (2.33):

$$\rho \frac{\partial U_i U_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + X_i + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \overline{u_i u_j} \right) \quad (2.33),$$

e aplicando-se o teorema da divergência de Gauss:

$$\int_{VC} \frac{\partial(-)}{\partial x_j} dVC = \int_{SC} (-) \frac{\partial x_j}{\partial n} dA \quad (4.3)$$

onde: VC → volume de controle entre as seções 1 e 2;

SC → superfície de controle que envolve o VC;

tem-se que:

$$\begin{aligned} & \text{(I)} \qquad \qquad \qquad \text{(II)} \\ & \int_{SC} \rho U_i U_j \frac{\partial x_j}{\partial n} dA + \int_{SC} \rho \overline{u_i u_j} \frac{\partial x_j}{\partial n} dA = \\ & - \int_{SC} P \frac{\partial x_i}{\partial n} dA + \int_{VC} X_i dVC + \int_{SC} \mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial n} dA \end{aligned} \quad (4.4)$$

onde:

(I) → fluxo de quantidade de movimento do escoamento médio através da superfície de controle;

(II) → fluxo de quantidade de movimento da turbulência através da superfície de controle;

(III) → pressão externa exercida sobre a superfície de controle;

(IV) → força peso (força de campo);

(V) → força viscosa externa exercida sobre a superfície de controle.

Aplicando a equação acima para o ressalto hidráulico por unidade de largura, resulta:

$$-\rho \int_0^{y_1} U^2 dy - \rho \int_0^{y_1} \bar{u}^2 dy + \rho \int_0^{y_2} U^2 dy + \rho \int_0^{y_2} \bar{u}^2 dy + \rho \int_0^{y_1} \bar{v}^2 dy - \rho \int_0^{y_2} \bar{v}^2 dy = \gamma \frac{y_1^2}{2} - \gamma \frac{y_2^2}{2} - \int_0^{L_j} \mu \frac{\partial U}{\partial y} \Big|_{y=0} dx \quad (4.4a)$$

RESCH & LEUTHEUSSER [1971] apresentaram a equação (4.4a) sob uma forma diferente, introduzindo certos parâmetros adimensionais que levam em conta as características do escoamento real, e a não uniformidade do escoamento, conforme apresentado abaixo:

a) Coeficiente de correção levando em conta a não uniformidade da distribuição do fluxo de quantidade de movimento do escoamento médio:

$$1 + \beta^* = \frac{\int_0^y U^2 dy}{U_*^2 y} \quad (4.5)$$

onde:  $U \rightarrow$  componente de velocidade na direção  $x$ ;

$$U_* = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{By_1} ;$$

$y \rightarrow$  profundidade do escoamento.

b) Coeficiente de correção do fluxo de quantidade de movimento da turbulência:

$$I = \frac{\int_0^y \bar{u}^2 dy}{U_*^2 y} \quad (4.6)$$

c) Coeficiente de correção levando em conta a não linearidade da distribuição hidrostática de pressão:

$$k = \frac{\int_0^y \bar{v}^2 dy}{U_*^2 y} \quad (4.7)$$

d) Coeficiente médio de atrito da parede:

$$C_F = \frac{\bar{\tau}_0}{\rho U_{*1}^2 / 2} \quad (4.8)$$

onde:  $\bar{\tau}_0 = \frac{1}{L_j} \int_0^{L_j} \mu \frac{\partial U}{\partial y} dx$  (tensão de atrito médio sobre a superfície)

$U_{*1} \rightarrow$  velocidade média local na seção de entrada do ressalto.

e) Relação entre as alturas conjugadas do ressalto:

$$J = \frac{Y_2}{Y_1} \quad (4.9) \quad 82$$

f) Número de Froude:

$$F_1 = \frac{U_1}{\sqrt{gY_1}} \quad (4.10)$$

g) Equação da continuidade unidimensional:

$$U_1 Y_1 = U_2 Y_2 \quad (4.11)$$

Os parâmetros adimensionais acima relacionados, substituídos convenientemente na equação (4.4a) (ver RESCH & LEUTHEUSSER - 1971 e RESCH ET ALLI - 1976) conduzem à seguinte relação adimensional:

$$\frac{J(J+1)}{2F_1^2} = 1 + E \quad (4.12)$$

$$\text{onde: } E = \frac{J}{J-1} (\beta_1^* + I_1 - k_1) - \frac{J}{J-1} (\beta_2^* + I_2 - k_2) -$$

$$\frac{C_F L_j}{2} \frac{J^2}{Y_2^{J-1}} \quad (4.13)$$

Uma alternativa para o valor de E, considerando a tensão de atrito de parede sobre toda a superfície molhada (fundo e paredes laterais) é apresentada por LEUTHEUSSER & KARTHA [1972] e RESCH ET ALLI [1976].

Considerando uma distribuição uniforme de velocidade ( $\beta_1^* = \beta_2^* = 0$ ) e sendo o efeito de turbulência negligível nas seções 1 e 2 ( $I_1 = I_2 = 0$  e  $k_1 = k_2 = 0$ ) e considerando ainda um efeito desprezível das tensões de atrito ( $C_F = 0$ ), as equações (4.13) e (4.12) se reduzem respectivamente a:

$$E = 0 \quad (4.13a)$$

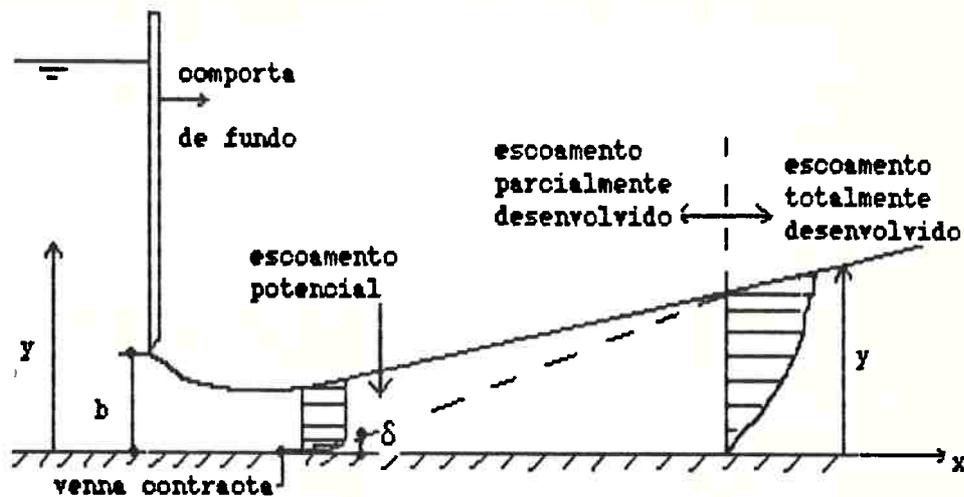
$$\frac{J}{2} (J+1) = F_1^2 \quad (4.12a)$$

sendo a equação (4.12a) a equação de Bélanger - Bresse do ressalto clássico (equação (4.1)).

#### **4.4. O Escoamento Desenvolvido VS O Escoamento Não Desenvolvido na Entrada do Ressalto Hidráulico**

Quando o ressalto hidráulico é formado a jusante de uma corrente supercrítica proveniente do escoamento sob uma comporta de fundo, sendo o

canal horizontal e retangular, o escoamento se contrai formando a "vena contracta" e em seguida se desenvolve conforme esquema abaixo:



**Figura 4.4** Representação esquemática do desenvolvimento da camada limite na saída de uma comporta de fundo.

Sendo o canal suficientemente longo, a camada limite crescerá até a condição de escoamento plenamente desenvolvido. Enquanto o escoamento está se desenvolvendo, o perfil de velocidade assume uma forma caracterizada por uma região dentro da camada limite (onde existe a influência de forças viscosas) e uma região fora da camada limite (onde as forças viscosas são desprezíveis) chamada escoamento potencial, e que se estende até a superfície livre.

À medida que a camada limite se desenvolve, a camada do escoamento potencial diminui, e o escoamento se torna cada vez mais não uniforme, aumentando com isso o coeficiente de correção de fluxo de quantidade de movimento ( $\beta_1$ ).

Segue-se então que, preliminarmente, podemos assumir para o ressalto com o escoamento não desenvolvido a montante:

$$\bar{\beta}_1 = 1 \text{ e } \bar{\beta}_2 > 1 : \beta_1 \rightarrow 0 \text{ e } \beta_2 > 0$$

e para ressalto com escoamento desenvolvido a montante:

$$\bar{\beta}_1 > 1 \text{ e } \bar{\beta}_2 > 1 : \beta_1 > 0 \text{ e } \beta_2 > 0.$$

Desde que a condição do escoamento dentro do ressalto hidráulico depende do estado de desenvolvimento da corrente supercrítica, enquanto que a localização do ressalto é determinada pelas condições de nível de água no canal de jusante, a seção 1 de entrada do ressalto pode ocorrer em qualquer lugar da região do escoamento em desenvolvimento ou na zona de escoamento plenamente desenvolvido; a determinação com critério dessa posição é muito importante no estudo de valores experimentais de intensidade de turbulência dentro do ressalto, conforme veremos no decorrer do trabalho aqui apresentado.

Experiências feitas por LEUTHEUSSER & KARTHA [1972] mostram que, particularmente para  $F_1 > 8$  a relação  $\frac{y_2}{y_1}$  é menor quando se trata de escoamento desenvolvido na entrada do ressalto como mostra a figura 4.5. No caso de escoamento não desenvolvido os dados de LEUTHEUSSER & KARTHA [1972] se ajustam melhor a equação de Bélanger-Bresse. Parece que isso explica a curva obtida por ORTIZ [1982] onde, provavelmente, as condições de entrada eram de escoamento parcialmente desenvolvido.

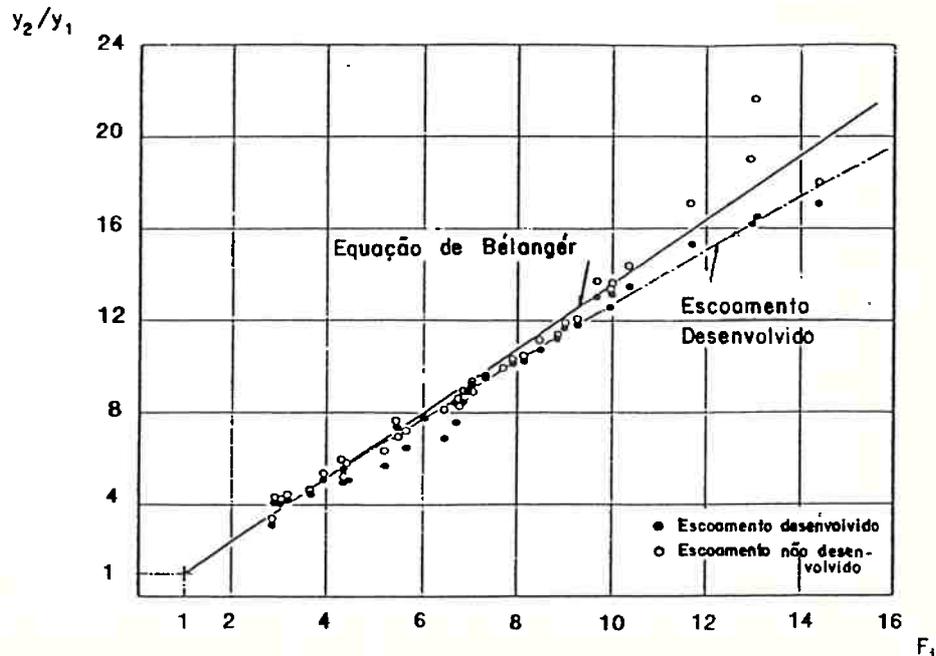
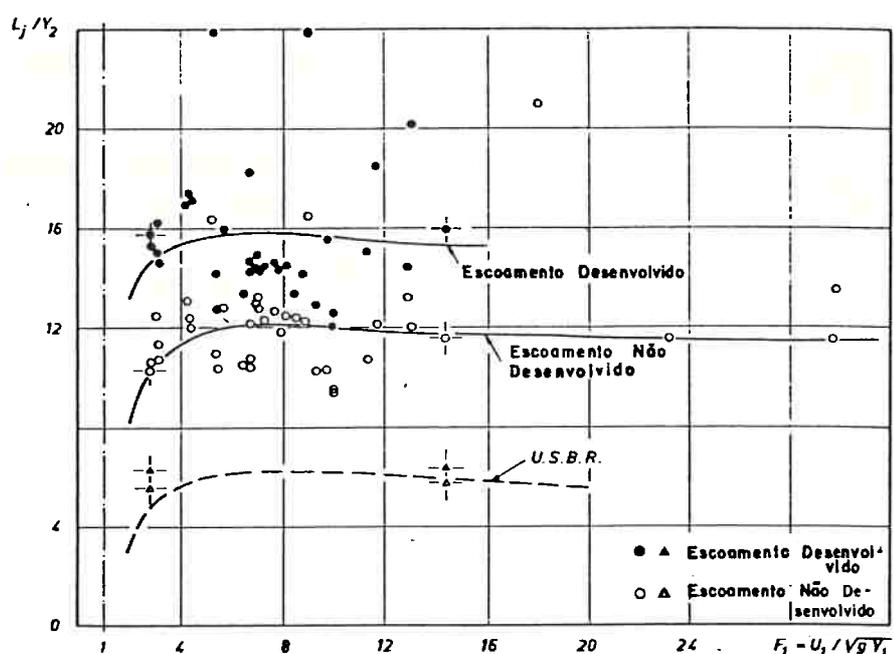


Figura 4.5 Equação da quantidade de movimento aplicada ao ressalto com escoamento desenvolvido ou não na seção de entrada (extraído de LEUTHEUSSER & KARTHA - 1972).

As pesquisas de KARTHA [1968], LEUTHEUSSER & KARTHA [1972] e LEUTHEUSSER & ALEMU [1979] mostram que além do ressalto hidráulico com escoamento não desenvolvido apresentar maiores valores da relação  $\frac{y_2}{y_1}$ , apresenta também menores comprimentos de ressalto ( $L_j$ ) quando comparados com o caso de escoamento plenamente desenvolvido para o mesmo valor de  $F_1$ .



**Figura 4.6** Comprimento adimensionalizado do ressalto em função do número de Froude para condições de escoamento desenvolvido ou não na entrada (extraído de LEUTHEUSSER & KARTHA -1972).

Com relação ao fenômeno de separação, é sabido, desde a discussão do trabalho de ROUSE ET ALI [1958], provocada por E. Silberman, que o ressalto apresenta uma separação da camada limite logo na entrada, devido a uma rápida diminuição de velocidade e aumento de pressão. Nessa discussão Silberman classifica o ressalto em uma zona de dois "rollers": um de superfície e outro de fundo (obviamente que os efeitos de turbulência estão associados com os dois movimentos). O que é interessante é que esta separação é fortemente influenciada pelas condições de entrada do ressalto.

LEUTHEUSSER & ALEMU [1979] mostram claramente através de suas experiências

que a área e a espessura de separação é muito maior no caso de ressalto hidráulico com escoamento não desenvolvido na entrada, o que vem confirmar que a performance do ressalto é fortemente dependente das condições de montante.

Inferre-se, do que foi dito até aqui, que a condição de desenvolvimento da camada limite na entrada do ressalto influe diretamente na escala de vórtices que ocorre dentro do ressalto, e que deverá ser medida por transdutores instalados junto à parede, conforme fartamente discutido na parte experimental desse trabalho.

#### **4.4.1 O Comprimento do Ressalto Hidráulico**

A definição do comprimento do ressalto tem sido motivo de várias discussões na literatura por causa da interpretação física do que se entende por fim do ressalto.

Sob o ponto de vista da turbulência residual, uma primeira definição seria considerar o fim do ressalto onde o perfil de velocidade é quase uniforme e neste caso estamos incluindo a zona de transição, onde  $L_{zt} \gg L_r$  (figura 4.2).

sendo:  $L_{zt}$  → comprimento da zona de transição;

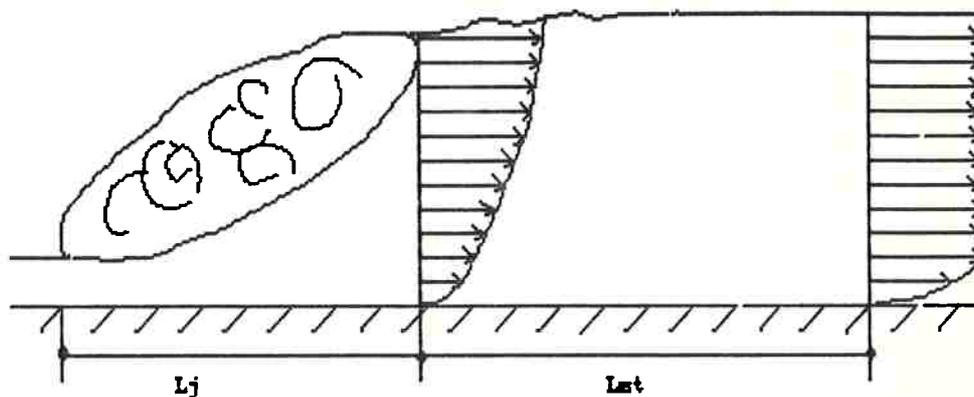
$L_r$  → comprimento da zona de "rollers".

Este ponto de vista está bastante discutido nos trabalhos de DUMITRESCU & RAZVAN [1971] e ORTIZ [1982] e alguns resultados estão resumidos na tabela 4.1.

Uma segunda definição seria considerar a seção do fim do ressalto em um ponto onde o perfil de velocidade média é plenamente desenvolvido, conforme representação esquemática na figura 4.7.

**Tabela 4.1** Comprimento da zona de transição do ressalto hidráulico

AUTOR	$L_{zt} / Y_2$	$F_1$
Kumin	15.....18	3.2.....9.5
Kalis	21.....25	3.2.....6.3
Lypay	9.....18	3.2.....6.3
Levi	6.....10	3.2.....7.8
Certousov	13.....15	
Visgo	29	
Ortiz	22	7.6

**Figura 4.7** Representação esquemática do comprimento do ressalto.

De acordo com essa definição o ressalto parece terminar em um ponto onde a trajetória diagonal das bolhas de ar encontra-se com a superfície do escoamento subcrítico.

Nesse caso, o comprimento do ressalto  $L_j$  (representado na figura acima) ainda é maior que o comprimento do ressalto clássico [BRADLEY ET ALII - 1958].

É interessante notar, conforme já mencionado, que o desenvolvimento da camada limite na entrada do ressalto influe substancialmente em seu

comprimento (ver figura 4.6). Nesta figura observa-se que para uma larga faixa de  $F_1$ :

$L_j \cong 6y_2 \rightarrow$  (ressalto clássico - experiência do USBR - BRADLEY ET ALLI [1958]):

$L_j \cong 12y_2 \rightarrow$  (escoamento não desenvolvido na seção de entrada);

$L_j \cong 15y_2 \rightarrow$  (escoamento desenvolvido na seção de entrada).

Neste ponto é interessante comparar os resultados obtidos por ROUSE ET ALLI [1958], modelando o ressalto com uma corrente de ar, e os resultados obtidos por SCHIEBE [1971], modelando o ressalto com uma corrente de água. Observa-se que a compatibilidade dos resultados obtidos com a corrente de ar e de água só é possível enquanto o escoamento de montante é quase-potencial. No caso de escoamento desenvolvido a montante, tanto SCHIEBE [1971] como RESCH & LEUTHEUSSER [1972] mostram que o nível de turbulência do ressalto no modelo de água é da ordem de quatro vezes maior comparado com o modelo de ar, sendo portanto os perfis de velocidade significativamente diferentes; nesse caso portanto, não se reproduzem corretamente as escalas de vórtices.

Desses estudos infere-se que a modelação do ressalto com corrente de ar reproduz apenas uma situação com o escoamento de montante a potencial, o que restringe o estudo do ressalto a jusante de estruturas hidráulicas.

#### **4.4.2 Medida da Turbulência no Ressalto Hidráulico**

O escoamento no ressalto hidráulico apresenta certas características próprias, a saber:

- gradiente de velocidade acentuado;
- corrente de retorno;
- escoamento estratificado devido à alta concentração de bolhas de ar;
- alto nível de turbulência.

Por tudo isso, a determinação correta da intensidade de turbulência, em particular, das flutuações de velocidade e mesmo da velocidade média, tem

tido um sério problema para os pesquisadores, desde o trabalho de Rouse conforme suas próprias palavras: *Unfortunately the jump will probably be one of the last hydraulic phenomena to prove susceptible to exploration with the hot-wire instrument, because of the presence of countless fluid discontinuities (bubbles of entrained air) in the region of greatest interest*.<sup>4</sup>

Hoje em dia ainda persistem algumas dificuldades com relação ao uso de anemômetro em escoamento de água devido a sujeiras na água e ao escoamento bifásico (água/ar). Apesar disso, RESCH & LEUTHEUSSER [1972a] e RESCH & LEUTHEUSSER [1972b] fizeram medições com êxito dentro do ressalto hidráulico usando para isso anemômetro de "film" quente.

A técnica de medição basicamente consiste em purgar as bolhas de ar do escoamento de modo a determinar a velocidade média e as intensidades de turbulência referentes à fase líquida, cujo estado de turbulência deseja-se determinar.

RESCH & LEUTHEUSSER [1972a,b] pesquisaram as intensidades de turbulência e as tensões de Reynolds para  $F_1 = 2.85$  e  $6.00$ , mantendo-se escoamento desenvolvido ou não a montante. As figuras 4.8, 4.9, 4.10, 4.11 mostram um resumo de seus resultados, e a análise desses resultados demonstra claramente que a estrutura do escoamento do ressalto é altamente dependente das condições do escoamento supercrítico de montante.

- Intensidades de Turbulência  $\{ \sqrt{u^2/\bar{U}_1}, \sqrt{v^2/\bar{U}_1} \}$  :

As intensidades de turbulência são muito mais acentuadas no caso de escoamento plenamente desenvolvido a montante, particularmente no caso de  $F_1 = 2.85$ . Além disso, a homogeneidade do perfil é obtida para uma distância mais longa no caso do escoamento plenamente desenvolvido, o que significa maior comprimento do ressalto.

<sup>4</sup> ROUSE, H.; SIAO, T. T.; NAGARATNAM, M. S. Turbulence characteristics of the hydraulic jump. Transactions of the ASCE, paper No. 3006, feb. 1958.

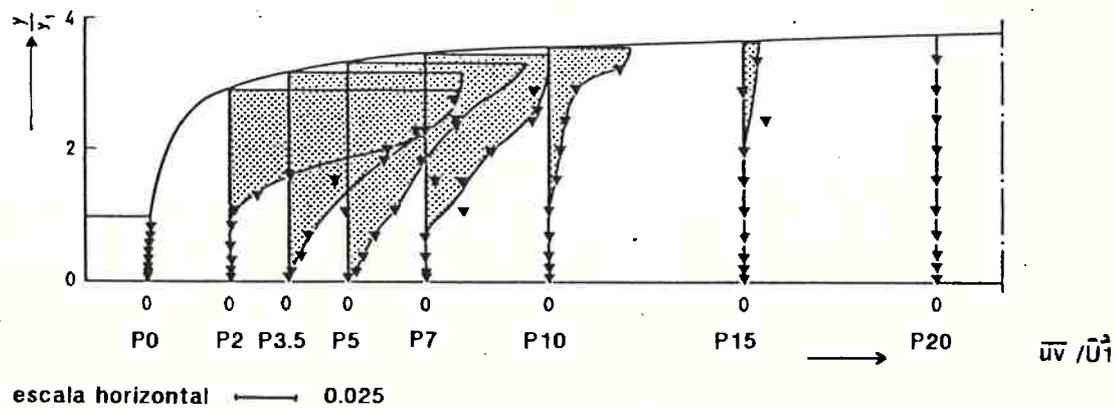
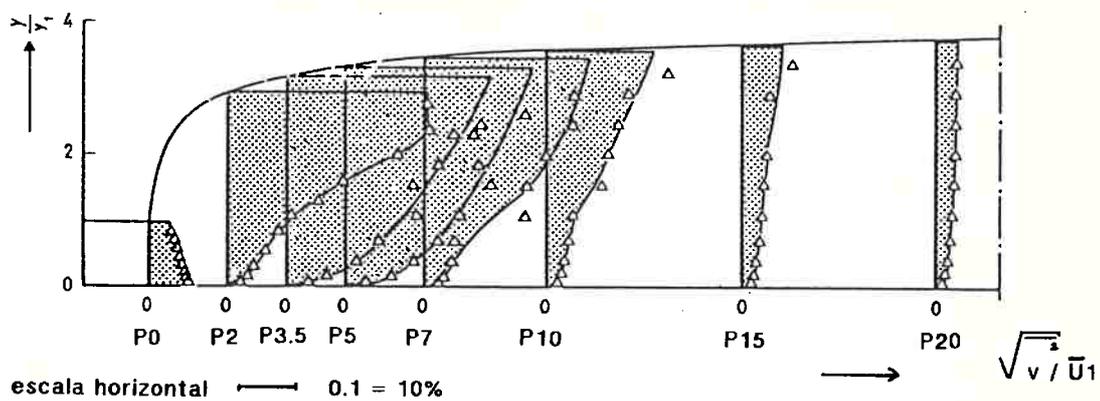
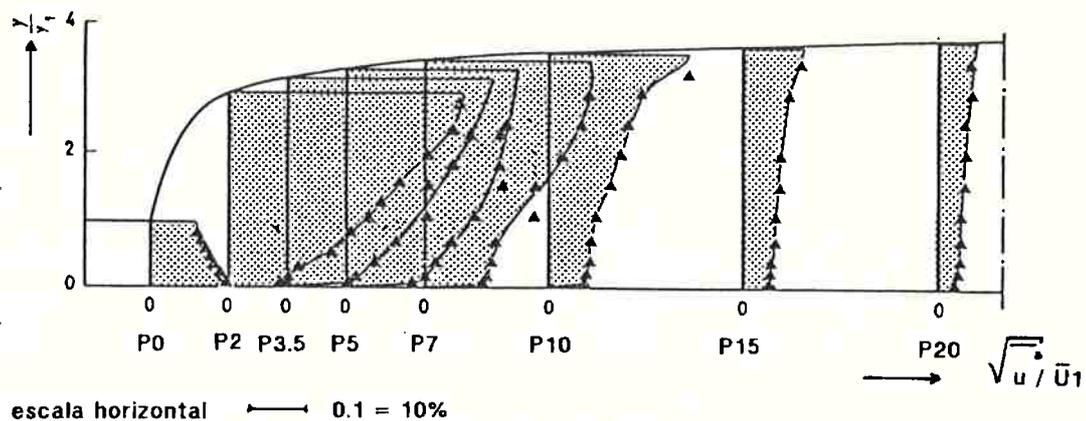


Figura 4.8 Intensidade de turbulência e tensões de Reynolds no ressalto hidráulico

Resultados de RESCH & LEUTHEUSSER

F1=2.85 (ED)

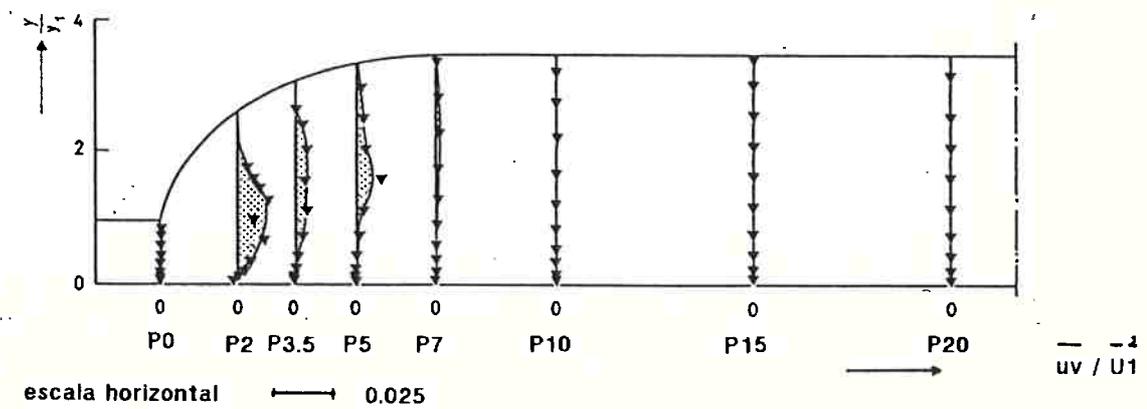
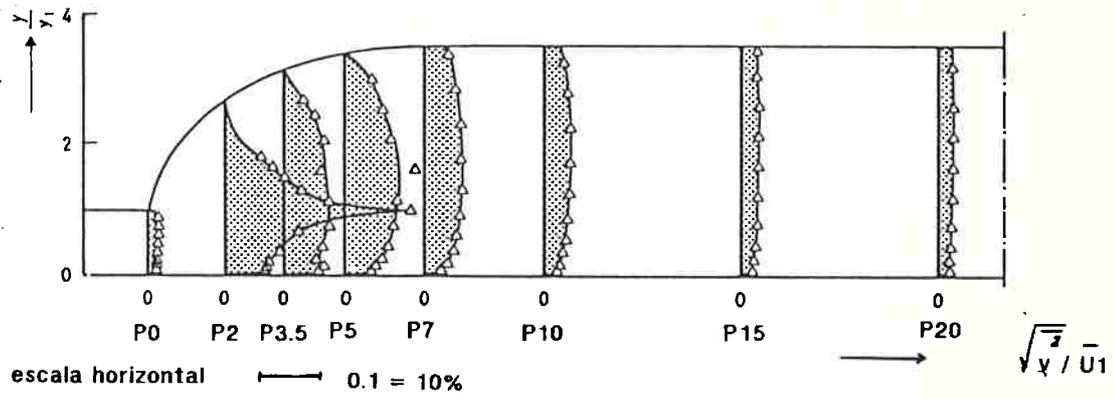
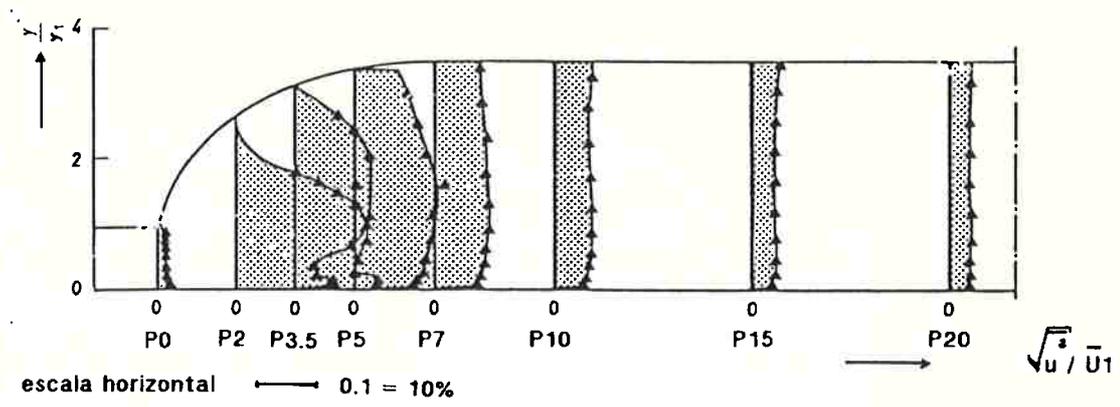


Figura 4.9 Intensidade de turbulência e tensões de Reynolds no ressalto hidráulico

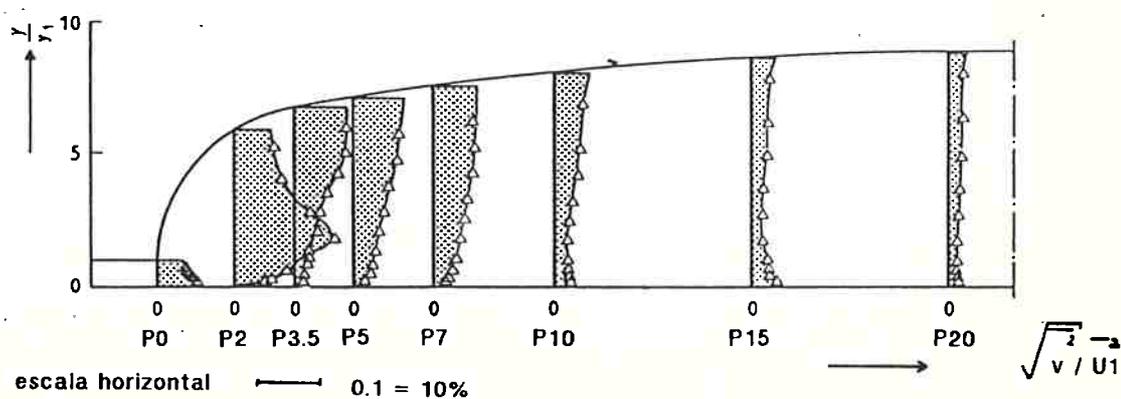
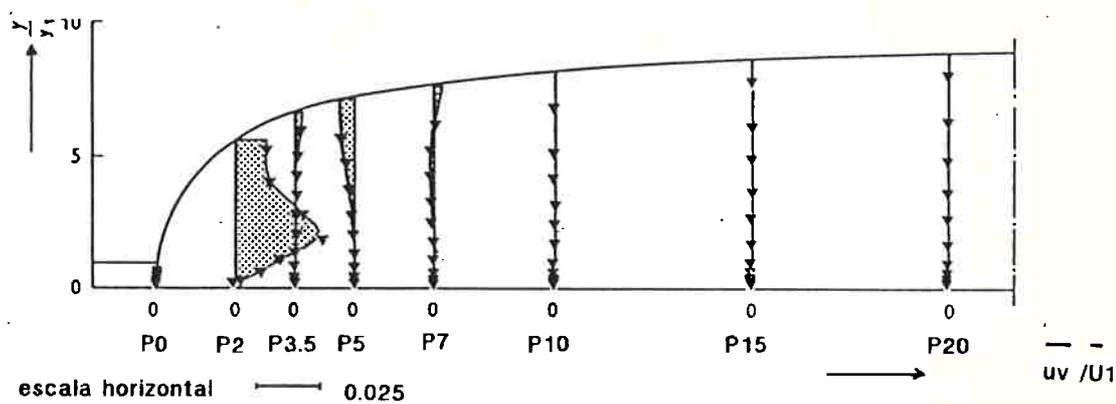
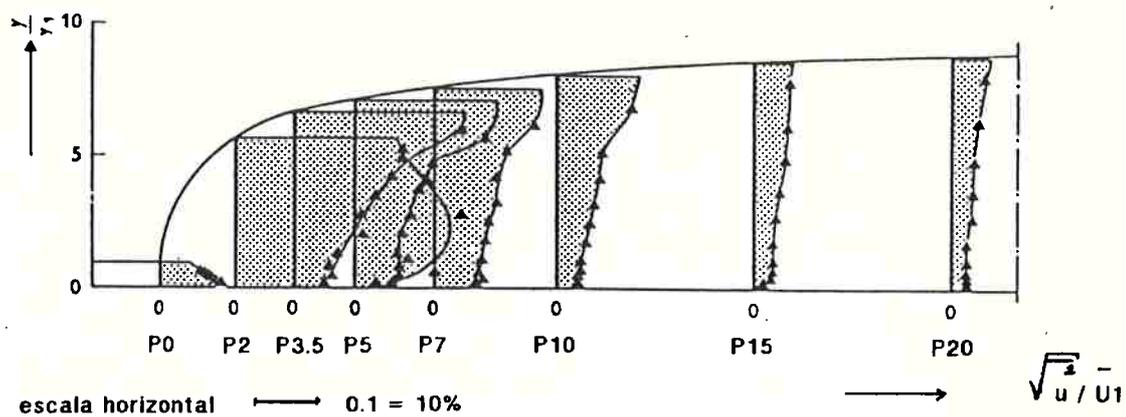


Figura 4.10 Intensidade de turbulência e tensões de Reynolds no ressalto hidráulico

Resultados de RESCH & LEUTHEUSSER

F1=6.00 (ED)

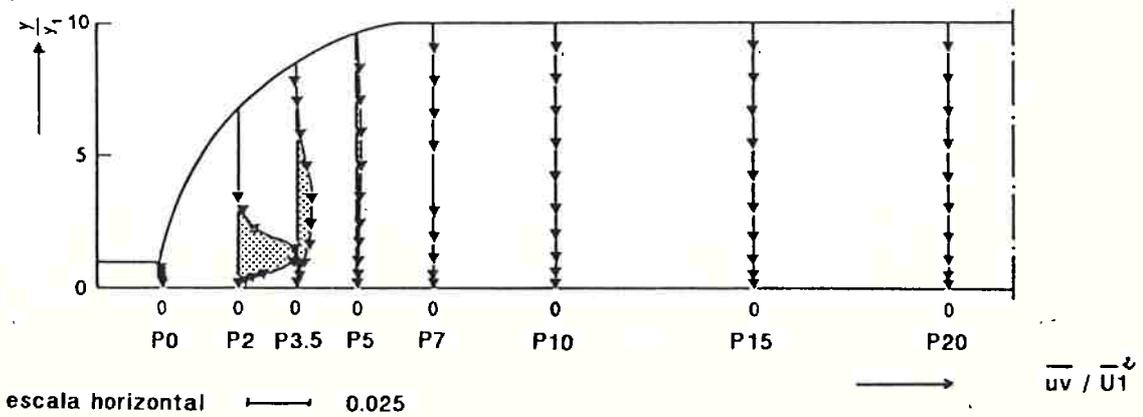
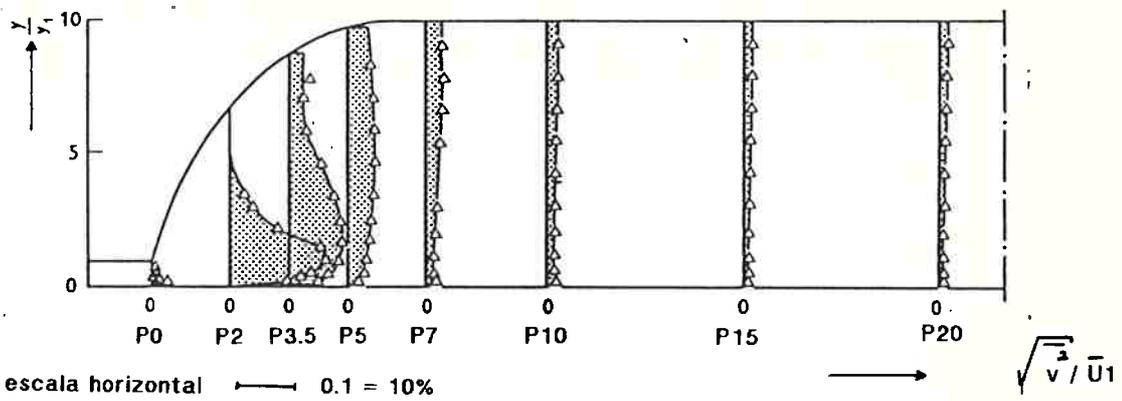
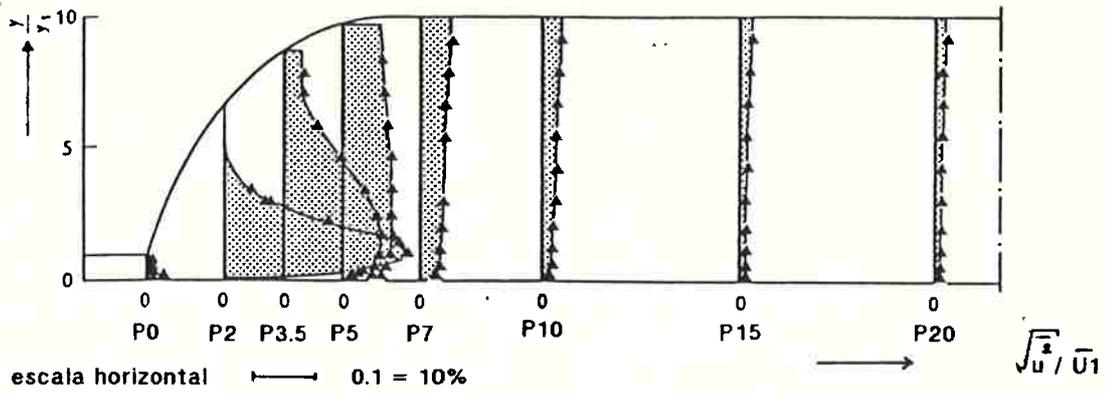


Figura 4.11 Intensidade de turbulência e tensões de Reynolds no ressalto hidráulico

Resultados de RESCH & LEUTHEUSSER

F1=6.00 (END)

Muito próximo da parede, dentro do ressalto, particularmente para  $F_1 =$

2.85, o gradiente dos perfis é muito mais acentuado no caso de escoamento não desenvolvido; isto faz pensar que apesar da maior turbulência na massa líquida do escoamento desenvolvido, o efeito de parede não mantém a mesma proporcionalidade, conforme será discutido nos próximos capítulos.

**Tensões de Reynolds  $\{\overline{uv}/U_1^2\}$  :**

As tensões de Reynolds são mais intensas dentro do ressalto, no caso de escoamento desenvolvido, tanto para  $F_1 = 2.85$ , como para  $F_1 = 6.00$ . O mesmo não se pode afirmar para a região junto a parede, onde a correlação cruzada tende a ser nula, devido ao predomínio de vórtices de pequena escala.

Com relação ao perfil médio de velocidades, as conclusões, embora menos claras, são as mesmas já apresentadas para as intensidades de turbulência [ver RESCH & LEUTHEUSSER - 1972a]. Neste caso é interessante notar que mesmo para  $L = 20y_2$ , e no caso de escoamento plenamente desenvolvido, o perfil ainda não atinge a uniformidade quando  $F_1 = 6.00$ . Semelhante resultado obteve ORTIZ [1982] medindo o perfil médio de velocidades na zona de transição do ressalto. ORTIZ [1982] obteve, para  $F_1 = 7.6$ , que a tendência a uniformização do perfil ocorre para  $L > 16y_2$ .

Como conclusão das principais influências do estado de desenvolvimento do escoamento na entrada do ressalto, podemos resumir:

- a) Ressaltos com escoamento não desenvolvido a montante tem maior relação  $Y_2/Y_1$ ;
- b) Ressaltos com escoamento não desenvolvido a montante tem menores comprimentos;
- c) Ressaltos com escoamento não desenvolvido a montante apresentam menor intensidade de turbulência no seio da massa líquida, tanto na zona de "rollers" como na zona de transição;
- d) Ressaltos com escoamento não desenvolvido a montante apresentam uma forte tendência a mostrar um escoamento separado da parede, o que conduz a

um estado de turbulência mais próximo da turbulência livre, considerando as macro-escalas do escoamento;

e) Ressaltos com escoamento não desenvolvido a montante tendem a apresentar maior gradiente de velocidade junto a parede;

f) Ressaltos com escoamento não desenvolvido a montante tendem a apresentar menores tensões de Reynolds no seio da massa líquida;

g) Próximo da parede as tensões de Reynolds tendem a ser nulas qualquer que seja a condição de entrada no ressalto.

**4.5 A Hipótese de Distribuição Hidrostática de Pressão dentro do Ressalto Hidráulico**

RAJARATNAM [1965] apresenta resultados mostrando que dentro do ressalto a distribuição de pressões é significativamente diferente da distribuição hidrostática. Em seu trabalho Rajaratnam mediu a distribuição de pressão com a tomada estática instalada em um tubo de Pitot tipo Prandtl. Este método de medição tem sido criticado na literatura técnica (ver RAMAMOORTHY & RAMAPRASAD - 1966; CHAO - 1966 e SCHIEBE - 1971), porque o tubo de Pitot alinhado com a direção x estava sujeito a escoamentos cruzados no ressalto o que, sem dúvida, devem ter afetado a precisão dos resultados.

Tentando contornar esse problema SCHIEBE [ 1971] montou várias tomadas de pressão em uma placa plana muito fina, o que levou a resultados muito mais precisos que os obtidos com o tubo de Pitot; seus resultados estão resumidos na figura 4.12.

De acordo com esses resultados a distribuição de pressões dentro do ressalto é francamente hidrostática. A linha sólida indica a distribuição hidrostática com um fluido com densidade igual a da água enquanto que a linha tracejada indica a distribuição hidrostática com um fluido com densidade modificada pela medida do arraste de ar.

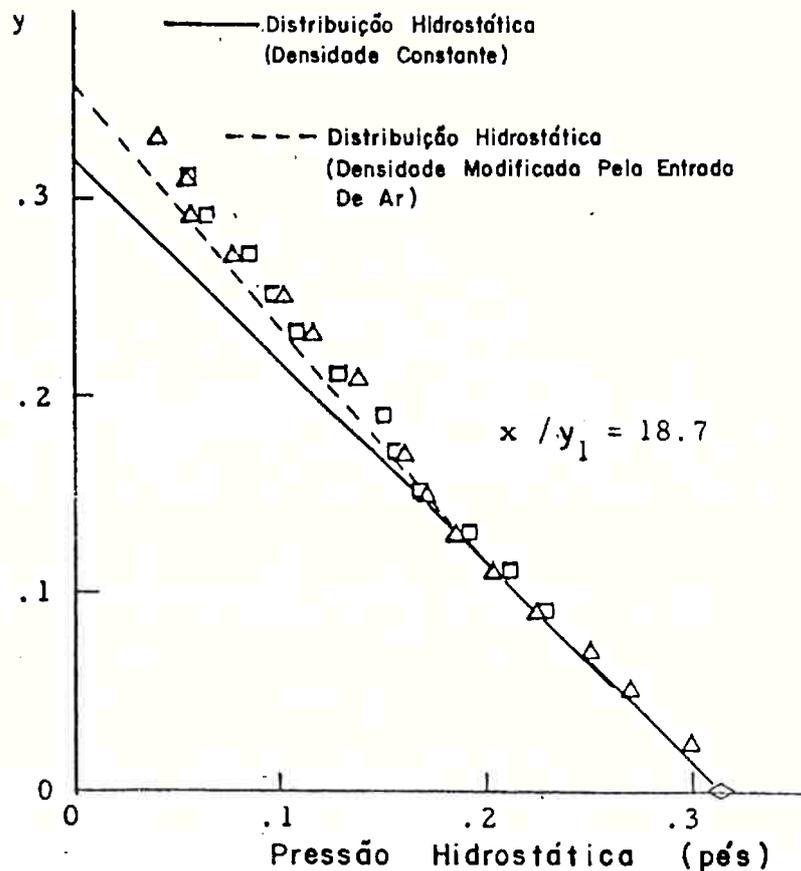


Figura 4.12 Distribuição hidrostática de pressão no ressalto hidráulico (extraído de SCHIEBE - 1971).

#### 4.6 Definição de um Critério para o Estabelecimento das Condições do escoamento na Entrada do Ressalto - Resultados Experimentais

Vários estudos têm sido publicados apresentando resultados de pressões flutuantes na base do ressalto hidráulico. Apesar da relevância de alguns desses estudos como por exemplo os trabalhos de ABDUL KHADER & ELANGO [1973], AKBARI ET ALI [1982], LOPARDO & HENNING [1985], LOPARDO [1986], nenhum desses estudos apresenta com clareza o estágio de desenvolvimento da camada limite na entrada do ressalto. Nesse sentido alguma coisa foi iniciada por TOSO [1986] cujo trabalho dei continuidade, procurando ir mais a fundo no estudo da hidrodinâmica da turbulência dentro do ressalto.

No item 3.4 está apresentado um critério semi-empírico para determinação do desenvolvimento da camada limite em um canal liso (ver figura 3.18). Embora esse critério seja válido como uma primeira aproximação, o levantamento dos perfis médios de velocidade ao longo do canal permite uma maior precisão dos resultados.

Os dados de velocidade aqui apresentados foram medidos em um canal existente no SAFHL. Na ocasião da medição (por TOSO - 1986) dos perfis de velocidade ao longo do canal, o vertedor de soleira livre normalmente utilizado foi removido, permitindo-se então a aproximação do escoamento com ângulo zero, e sendo o controle de montante estabelecido por uma comporta de fundo.

A medição do nível d'água foi possível tomando a média de várias leituras obtidas através de uma ponta limnimétrica. A medição dos perfis de velocidade foi obtida com o uso de um tubo de Pitot tipo Prandtl de diâmetro aproximadamente igual a 3 mm.

Comparando-se os valores de velocidade média na seção, computados a partir dos perfis de velocidade, com os valores computados a partir da equação da continuidade fazendo uso da medição da profundidade do escoamento, os resultados foram bastante compatíveis.

Detalhes de operação do canal experimental, assim como do sistema de medição de vazão, velocidade e níveis podem ser encontrados no trabalho de TOSO [1986].

Para a determinação dos perfis de velocidade, um programa escrito em linguagem "AppleSoft Basic" foi desenvolvido e posteriormente compilado. O programa intitulado **Velocity Profile** (ver apêndice A<sub>1</sub>) permite determinar graficamente, para várias distâncias da comporta e quaisquer condições de ensaio, os seguintes valores:

- a) profundidade em escala linear  $y$ (pés) VS velocidade  $V$ (pés/s);
- b) profundidade em escala logarítmica  $y$ (pés) VS velocidade  $V$ (pés/s).

#### **4.6.1 Análise dos Resultados**

As principais características hidráulicas dos ensaios feitos para obtenção dos perfis de velocidade de escoamento (desenvolvido ou não) a montante do ressalto, estão resumidas na **tabela 8.1** (ver **capítulo 8**). A evolução dos perfis de velocidade está apresentada nos Apêndices  $A_2$  e  $A_3$ .

##### **- Perfis de Velocidade para Escoamento Não Desenvolvido:**

Nesse caso, de acordo com os resultados apresentados no apêndice  $A_2$ , para toda a faixa de  $F_1$  ensaiada os perfis de velocidade apresentam característica de escoamento não desenvolvido. Não se distingue uma faixa de variação linear da velocidade no gráfico ( $V = f(\log y)$ ).

##### **- Perfis de Velocidade para Escoamento Desenvolvido:**

Nesse caso a situação é completamente diversa, de acordo com os resultados apresentados no apêndice  $A_3$ . O perfil desenvolvido de velocidade é alcançado para  $x \cong 28$  a  $89$  AC (sendo função do valor da abertura da comporta = AC e de  $F_1$ ). Esses valores ainda são menores do que os valores obtidos por KARTHA [1968] (que obteve  $x \cong 200$  AC), o que mostra que as condições para obtenção de perfis desenvolvidos dependem fortemente das características locais em que se realizam os experimentos. É interessante salientar, que os resultados do apêndice A (para AC  $\cong 2$ "a3") vem confirmar a ordem de grandeza do resultado obtido no capítulo 3.4, aplicando a teoria semi-empírica, onde se obteve  $x \cong 30$  AC.

O comportamento linear na camada subinercial, observado nos gráficos em escala monologarítmica, conforme já discutido no **capítulo 3.1**, é plenamente confirmado, notando-se claramente um aumento da velocidade de atrito  $u_*$  com o aumento do número de Froude  $F_1$ , o que corresponde a um aumento da produção de turbulência no ressalto.

O critério aqui estabelecido é o ponto de partida para o estudo das pressões flutuantes na base do ressalto, e cujos resultados serão apresentados nos próximos capítulos.

### 5.1 Estacionaridade e Ergodicidade

De acordo com o que foi apresentado em detalhe nos capítulos 2 e 3, sabe-se hoje, que na interpretação física da turbulência, em particular da transição do escoamento laminar para turbulento, existe um processo determinístico dentro do processo randômico. Todavia, consideraremos aqui que o escoamento turbulento é um processo puramente randômico, podendo, dessa forma, ser descrito por métodos estatísticos.

Dentro dessa óptica, a turbulência poderia ser descrita como a superposição de um escoamento médio mais as flutuações.

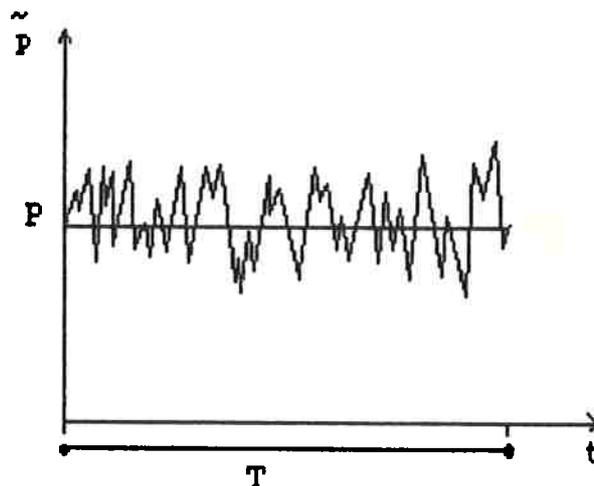


Figura 5.1 Representação esquemática de um registro instantâneo de um sinal de pressão.

Define-se média no tempo de um sinal randômico como:

$$P(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{p}(t) dt \quad (5.1)$$

sendo:  $\tilde{p} = P + p$  (5.2)

No caso de T finito mas suficientemente longo, de modo que P seja independente do tempo, tem-se que:

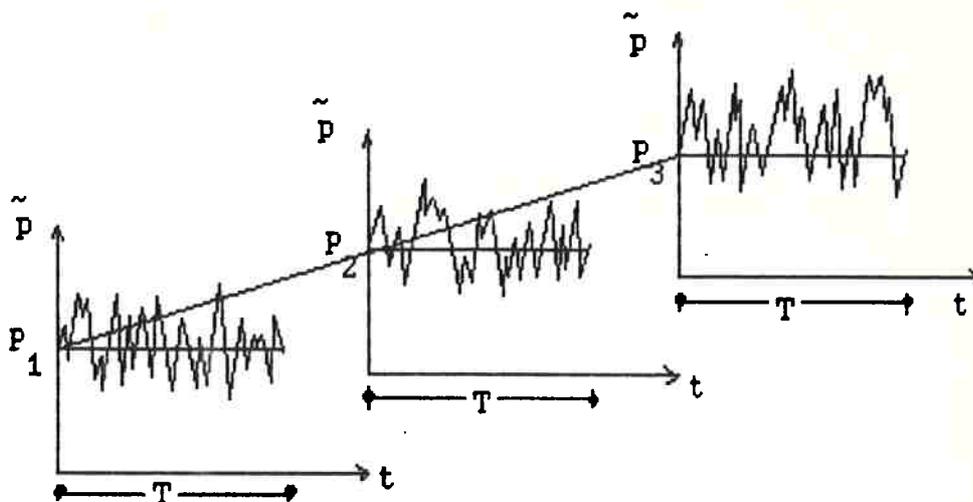
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T \tilde{p}(t) dt \quad (\text{processo estocástico estacionário}) \quad (5.1a) \quad 96$$

Obviamente:

$$\bar{p} = 0 \quad (5.1b)$$

$$\bar{p}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T (\tilde{p}-P)^2 dt \quad (5.1c)$$

Considerando agora vários registros de pressão instantânea tomados em um mesmo ponto do escoamento, para um mesmo intervalo de tempo, tem-se que:



**Figura 5.2** Representação esquemática de uma amostra de sinais instantâneos de pressão medidos em um mesmo ponto, para um mesmo intervalo de tempo.

A média dos valores  $P_1, P_2, \dots, P_n$  das  $n$  amostras do sinal instantâneo é chamada média estatística que representaremos por:  $E[\tilde{p}(t)]$ .

No caso de processo estocástico estacionário, tem-se que:

$$E[\tilde{p}(t)] = E[\tilde{p}]$$

O processo estocástico é chamado estacionário e ergódico se:

$$P = E[\tilde{p}] \quad (5.3)$$

Se um processo estocástico é ergódico, é também estacionário; mas a recíproca não é verdadeira pois a estacionaridade é uma condição necessária mas não suficiente para assegurar a ergodicidade do processo [ver SMOL'YAKOV & TKACHENKO - 1983].

A prática tem mostrado que os fenômenos hidráulicos turbulentos se assemelham aos processos estocásticos estacionários e ergódicos. Essa hipótese introduz uma grande simplificação na determinação experimental das médias estatísticas, porque o pesquisador pode trabalhar com uma única realização do processo em vez de uma amostra formada por um grande número de realizações. Desta forma, a média é calculada em relação ao tempo (média temporal) e o problema passa a ser o tempo ótimo de registro do sinal instantâneo a ser adotado.

Obviamente as mesmas definições aqui estabelecidas para o sinal de pressão instantâneo valem para o sinal de velocidade e vorticidade instantâneos, com a diferença que estes últimos são entes vetoriais.

## 5.2 A Função de Densidade de Probabilidade e a Função de Distribuição de Probabilidade

### 5.2.1 A Função de Densidade de Probabilidade

Considerando um sinal estocástico estacionário e ergódico de pressão instantânea é possível usar o registro do sinal para calcular a função de densidade de probabilidade, conforme esquematizado abaixo:

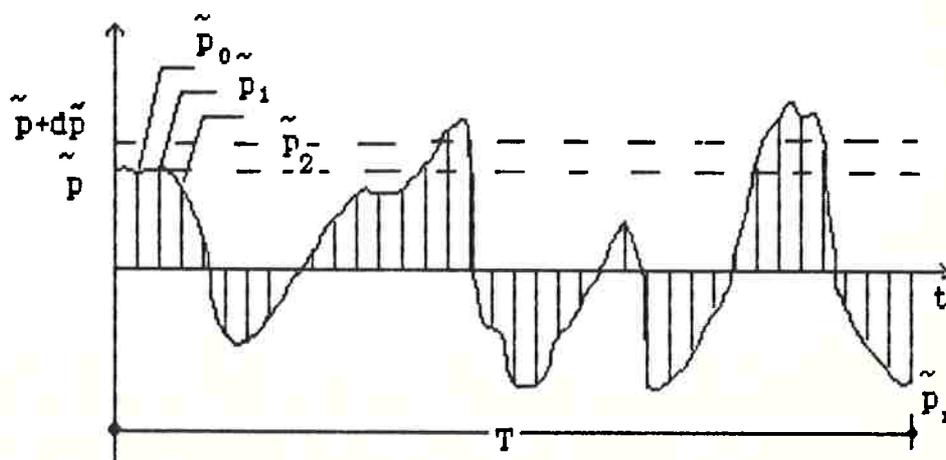


Figura 5.3 Análise digital de uma amostra temporal de um sinal instantâneo de pressão.

Substituindo o sinal contínuo por  $N$  valores discretos e considerando que uma parcela  $dn$  do total de valores discretos cai dentro do intervalo  $\tilde{p}$  a  $\tilde{p}+d\tilde{p}$ , tem-se que:

$$f(\tilde{p})d\tilde{p} = \frac{dn}{N} = P(\tilde{p} < \tilde{p}(t) < \tilde{p}+d\tilde{p}) \quad (5.4)$$

A função  $f(\tilde{p})$  é chamada função de densidade de probabilidade da variável randômica  $\tilde{p}$ .

Teoricamente, considerando infinitas amostras (sinal contínuo), a integração da equação (5.4) no intervalo  $-\infty, \infty$ , resulta:

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\tilde{p})d\tilde{p} = 1 \quad (5.5),$$

onde os limites infinitos não devem ser interpretados, evidentemente, como flutuações turbulentas com infinitos valores (positivos ou negativos), eventos esses com probabilidade nula de ocorrer.

Em resumo, os valores de intervalo de tempo do registro ( $T$ ) e do espaçamento entre amostras deve ser tal que as verdadeiras características do processo randômico sejam identificadas. Por outro lado, a escolha desses valores está intrinsecamente ligada ao sistema de aquisição e processamento utilizado, conforme veremos a seguir.

### **5.2.1.1 Distribuição Gaussiana de Probabilidade**

Sabe-se que, teoricamente, somente com o conhecimento dos momentos de infinita ordem de uma distribuição de probabilidade, é possível obter completa informação da variável randômica, equivalente a informação contida na distribuição de probabilidade.

Todavia, a distribuição Gaussiana ou normal de probabilidade pode ser completamente caracterizada por um número bastante reduzido de momentos e, afortunadamente, alguns fenômenos naturais seguem aproximadamente essa distribuição de probabilidade.

Considerando, em primeira aproximação, que a distribuição de pressões instantâneas em um escoamento turbulento segue uma distribuição Gaussiana, tem-se que:

$$f(\tilde{p}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(\tilde{p}-\bar{p})^2}{2\sigma^2}} \quad (5.5a)$$

sendo:  $\sigma \rightarrow$  desvio padrão do sinal de pressão.

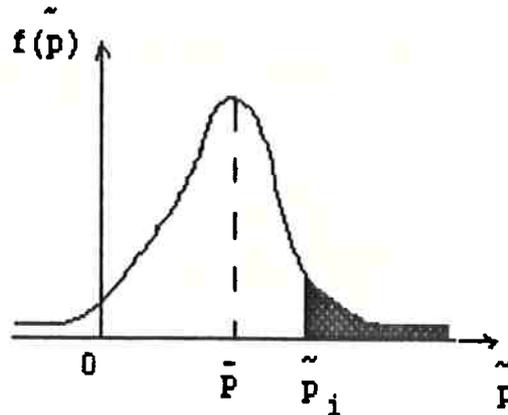


Figura 5.4 Representação gráfica da função Gaussiana de probabilidade de um sinal de pressão instantânea.

#### - Momento de Primeira Ordem (Média):

Considerando a distribuição de densidade de probabilidade dos valores de flutuações de pressão, resulta:

$$f(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{p^2}{2\sigma^2}} \quad (5.5a)$$

Aplicando a definição de função de densidade de probabilidade, e considerando o processo estacionário e ergódico, resulta:

$$E[p] = \bar{p} = \int_{-\infty}^{\infty} p f(p) dp = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_{-\infty}^{\infty} p e^{-\frac{p^2}{2\sigma^2}} dp$$

sendo:  $p e^{-\frac{p^2}{2\sigma^2}} = g(p)$  (função ímpar)  $\Rightarrow g(p) = -g(-p)$ .

Portanto, tem-se que:

$$\bar{p} = 0 \Rightarrow \text{(média nula do sinal de flutuação de pressão)} \quad (5.6)$$

**- Momento de Segunda Ordem (Variância):**

Analogamente a definição da média:

$$E[p^2] = \bar{p}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} p^2 f(p) dp = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_{-\infty}^{\infty} p^2 e^{-\frac{p^2}{2\sigma^2}} dp,$$

sendo:  $p^2 e^{-\frac{p^2}{2\sigma^2}} = g(p)$  (função par)  $\Rightarrow g(p) = g(-p)$ .

resulta então:

$$\bar{p}^2 = \frac{2}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_0^{\infty} p^2 e^{-\frac{p^2}{2\sigma^2}} dp$$

A resolução dessa integração é dada por NEWLAND [1984], onde:

$$\int_0^{\infty} p^2 e^{-\frac{p^2}{2\sigma^2}} dp = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \sigma^3$$

$$\bar{p}^2 = \sigma^2 \Rightarrow (\text{variância do sinal de flutuação de pressão}) \quad (5.7)$$

**- Momento de Terceira Ordem:**

Analogamente aos casos anteriores:

$$E[p^3] = \bar{p}^3 = \int_{-\infty}^{\infty} p^3 f(p) dp = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_{-\infty}^{\infty} p^3 e^{-\frac{p^2}{2\sigma^2}} dp = 0$$

sendo:  $p^3 e^{-\frac{p^2}{2\sigma^2}} = g(p)$  (função ímpar)  $\Rightarrow g(p) = -g(-p)$

Resulta portanto:

$$\bar{p}^3 = 0 \quad (5.8)$$

**- Momento de Quarta Ordem:**

Analogamente aos casos anteriores:

$$E[p^4] = \bar{p}^4 = \int_{-\infty}^{\infty} p^4 f(p) dp = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_{-\infty}^{\infty} p^4 e^{-\frac{p^2}{2\sigma^2}} dp$$

sendo:  $g(p) = p^4 e^{\frac{-p^2}{2\sigma^2}}$  (função par)  $\Rightarrow g(-p) = g(p)$ .

$$\bar{p^4} = \frac{2}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_0^{\infty} p^4 e^{\frac{-p^2}{2\sigma^2}} dp$$

A resolução dessa equação segundo NEWLAND [1984] é dada por:

$$\int_0^{\infty} p^4 e^{\frac{-p^2}{2\sigma^2}} dp = \frac{3}{2} \sqrt{2\pi} \sigma^5$$

Resulta portanto:

$$\bar{p^4} = 3 \sigma^4 \quad (5.9)$$

Em resumo, a distribuição Gaussiana de probabilidade de um sinal de flutuação de pressão de um processo estacionário e ergódico é definida pelos seguintes momentos:

$$\bar{p} = 0 \quad (\text{valor médio}) \quad (5.6)$$

$$\bar{p^2} = \sigma^2 \quad (\text{variância}) \quad (5.7)$$

$$S = \frac{\bar{p^3}}{\sigma^3} = 0 \quad (\text{assimetria ou "skewness"}) \quad (5.8a)$$

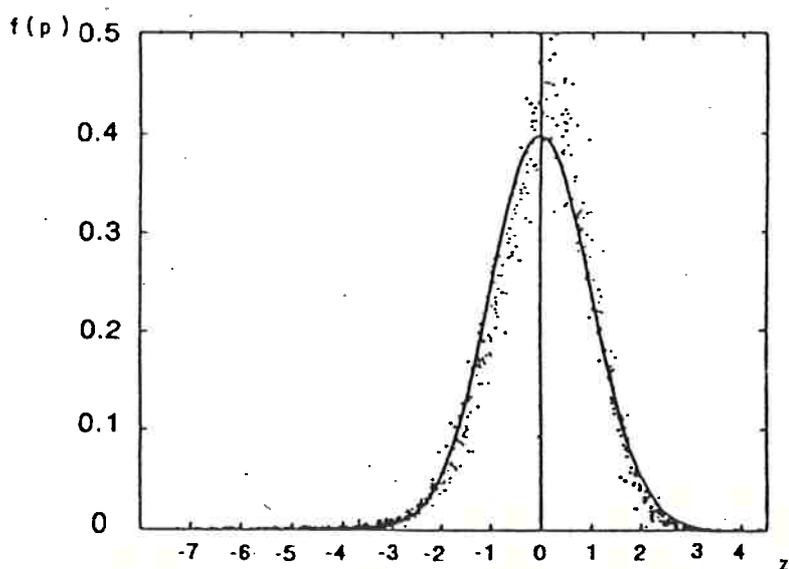
$$K = \frac{\bar{p^4}}{\sigma^4} = \frac{3\sigma^4}{\sigma^4} = 3 \quad (\text{curtose ou "kurtosis"}) \quad (5.9a)$$

Embora, conforme já mencionado, alguns fenômenos naturais sigam uma distribuição Gaussiana, a generalização dessa hipótese pode levar a uma interpretação completamente equivocada do fenômeno estocástico.

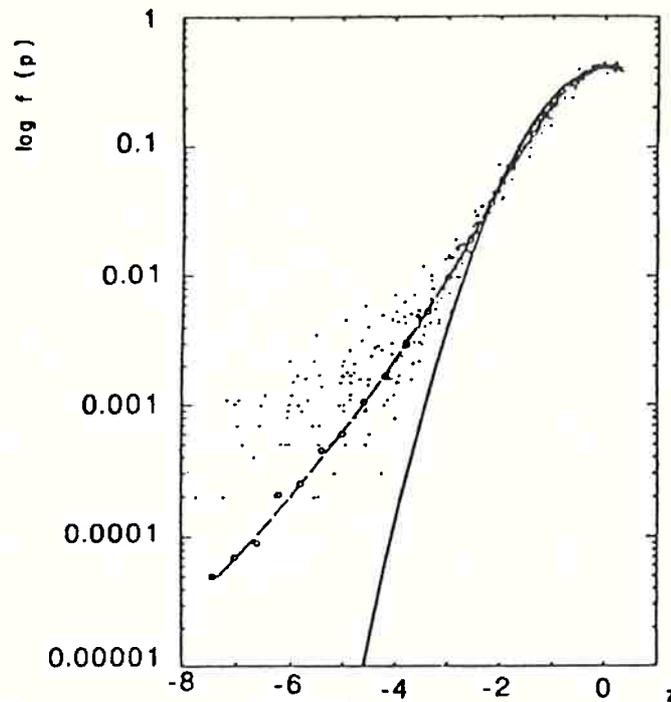
De acordo com SMOL'YAKOV & TKACHENKO [1983], no caso de escoamento turbulento, as interações não lineares entre as várias escalas de vórtices dão origem a um certo desvio da distribuição normal, o que só é revelado através de medições cuidadosas do sinal aleatório. Neste caso, particularmente valores não nulos do momento de terceira ordem (assimetria) são importantes porque descrevem as interações não lineares no interior do escoamento turbulento.

No caso do ressalto hidráulico, o conhecimento real da função de densidade de probabilidade é muito importante pois permitirá aumentar o coeficiente de segurança no projeto de bacias de dissipação. O mesmo raciocínio é válido no projeto de altos edifícios, onde o projeto racional dos vidros e estruturas de acabamento requer o conhecimento dos picos de flutuação de pressão que deverão atuar na estrutura durante sua vida útil. Nesse caso, o custo da estrutura de acabamento representa um considerável investimento e as perdas potenciais associadas com os danos pela ação do vento são consideráveis. Um estudo experimental no tunel de vento do Laboratório de Mecânica dos Fluidos da Universidade do Estado do Colorado [ver PETERKA & CERMAK - 1975] mostra que as regiões da estrutura exposta a escoamento separado apresentam significativos desvios da distribuição Gaussiana de probabilidade, particularmente na região da cauda da curva para grandes valores negativos da distribuição.

Conforme mostraremos na parte experimental da tese aqui apresentada, a distribuição de probabilidade das pressões flutuantes na zona crítica do ressalto hidráulico não é Gaussiana, sendo bastante sensível à variação de  $F_1$  e da distância com relação ao início do ressalto.



(a)



(b)

**Figura 5.5** Resultados experimentais de PETERKA & CERMAK [1975]:

- a) gráfico em escala linear;
- b) gráfico em escala monologarítmica.

### 5.2.2 A Função de Distribuição de Probabilidade

Ao lado da função de densidade de probabilidade, a utilização da função de distribuição de probabilidade para descrever a distribuição dos valores de uma variável randômica, é uma opção muitas vezes recomendada.

Define-se a função de distribuição de probabilidade de um sinal de flutuação de pressão como:

$$\lim_{p \rightarrow \infty} F(p) = \lim_{p \rightarrow \infty} \int_{-\infty}^p f(p) dp = 1 \quad (5.10)$$

Considerando um valor finito da variável aleatória  $p$ , resulta:

$$F(p) = \int_{-\infty}^p f(p) dp \quad (5.10a)$$

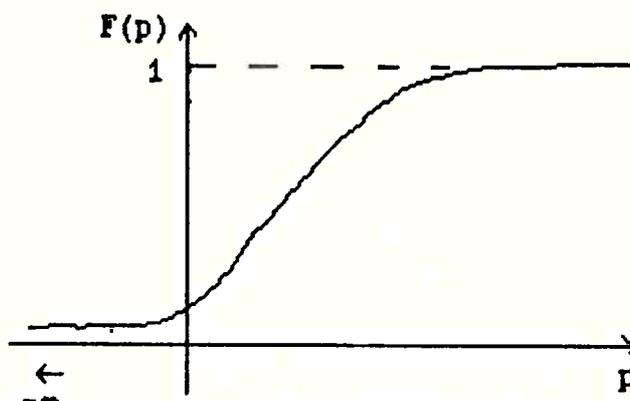


Figura 5.6 Representação esquemática da função de distribuição de probabilidade de um sinal de flutuação de pressão.

### 5.3 O Espectro de Potência e a Função de Autocorrelação

#### 5.3.1 O Espectro de Potência

##### 5.3.1.1 Transformada de Fourier Contínua

Uma função periódica  $x(t)$ , com período  $T$ , pode ser escrita como uma série de Fourier [ver BENDAT & PIERSOL -1966 e NEWLAND -1984]:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left( a_k \cos \frac{2\pi kt}{T} + b_k \sin \frac{2\pi kt}{T} \right) \quad (5.11)$$

com  $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

$$\text{e sendo: } a_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cos \frac{2\pi kt}{T} dt \quad \left| \begin{array}{l} \text{coeficientes} \\ \text{de} \end{array} \right. \quad (5.11a)$$

$$b_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \sin \frac{2\pi kt}{T} dt \quad \left| \begin{array}{l} \text{Fourier} \end{array} \right. \quad (5.11b)$$

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \rightarrow \text{média no tempo} \quad (5.11c)$$

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{T} \quad (5.11d)$$

Usando notação complexa e tomando a transformada da função  $x(t)$  (de acordo com NEWLAND [1984]), resulta:

$$X_k = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-i\left(\frac{2\pi kt}{T}\right)} dt \quad (5.12)$$

$k \geq 0$

$$\text{sendo: } X_k = a_k - ib_k \quad (5.12a)^{105}$$

$$e^{-i\left(\frac{2\pi kt}{T}\right)} = \cos \frac{2\pi kt}{T} - i \operatorname{sen} \frac{2\pi kt}{T} \quad (5.12b)$$

### 5.3.1.2 A transformada de Fourier Discreta ("Discrete Fourier Transform - DFT)

Considerando a função periódica  $x(t)$  amostrada em  $N$  pontos, de modo a representar uma série discreta  $\{x_r(t)\}$ , onde  $r = 0, 1, 2, \dots, (N-1)$ , e assumindo um intervalo constante entre amostras ( $\Delta$ ), tal que:

$$T = \Delta N \rightarrow \text{período,} \quad (5.13),$$

a integral da equação (5.12), em termos dos valores discretos, pode ser substituída aproximadamente pela somatória:

$$X_k = \frac{1}{T} \sum_{r=0}^{N-1} x_r e^{-i\left(\frac{2\pi k}{T}\right)r\Delta} \Delta \quad (5.14)$$

Substituindo a equação (5.13) na equação (5.14), resulta:

$$X_k = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} x_r e^{-i\left(\frac{2\pi kr}{N}\right)} \quad (5.14a)$$

A equação (5.14a) representa a base de cálculo da transformada discreta de Fourier (**DFT**).

Com o aparecimento dos computadores digitais o método de discretização do sinal periódico contínuo passou a ser muito popular, e com isso o uso da equação (5.14a).

Para ilustrar o que foi dito, a figura abaixo mostra a discretização de um sinal temporal contínuo e sua respectiva transformada em função da frequência  $f$ , onde  $\omega = 2\pi f$ .

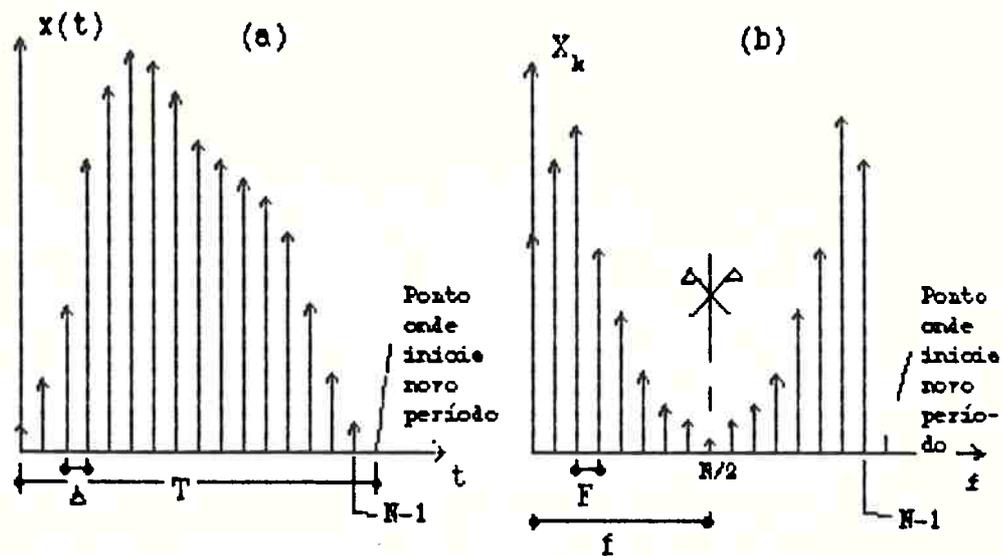


Figura 5.7 a) Representação gráfica da função temporal  $x(t)$  discretizada;

b) Representação gráfica da transformada de Fourier  $X_k$  da função temporal discreta  $x(t)$ .

Podemos resumir, a partir do que foi exposto, as principais características da transformada discreta de Fourier:

a) A DFT é usada para aproximar a transformada contínua sempre que for possível a análise digital de dados;

b) Sendo a função temporal periódica  $x(t)$  amostrada em  $N$  pontos, separados por um incremento constante  $\Delta$  sobre um intervalo total  $T$ , sua transformada  $X_k$  será também periódica com espaçamento constante entre componentes ( $F$ );

c) Sendo  $x(t)$  uma função real, a transformada será simétrica a partir de  $\frac{N}{2}$  (ver figura 5.7b);

d)  $X_k$  geralmente é uma função complexa consistindo de uma parte real e uma parte imaginária para cada frequência. Todavia na maioria das aplicações práticas o módulo do espectro de potência é o valor que mais interessa.

### 5.3.1.3 Critério de Nyquist

Sabe-se da figura 5.7b, que:

$$F = \frac{1}{T} \quad e \quad f = \frac{1}{T} \frac{N}{2}$$

Usando o conceito de velocidade angular tem-se que:

$$\frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T} \frac{N}{2}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \frac{N}{2}$$

Introduzindo a equação (5.13) na equação acima, resulta:

$$\omega = \frac{\pi}{\Delta} \quad (\text{rd/s})$$

$$\text{ou} \quad f \leq \frac{1}{2\Delta} \quad (\text{Hz}) \quad (5.15)$$

A frequência dada pela equação (5.15) é chamada frequência de Nyquist ou frequência de "Folding" e é a máxima frequência que pode ser detectada em uma amostra temporal com intervalo de amostragem  $\Delta$  (s).

Na verdade os coeficientes de Fourier ( $X_k$ ) calculados pela DFT são corretos apenas para frequências até  $\frac{1}{2\Delta}$ . Se por exemplo, o sinal hidráulico original tiver frequência acima de  $\frac{1}{2\Delta}$  isto introduz uma distorção no gráfico de frequência denominada "aliasing" ou Efeito de Dobragem [ver NEWLAND - 1985 e TSI - 1987].

Dessa forma, a frequência amostral deve ser suficientemente alta de modo a cobrir o campo de frequência do sinal hidráulico propriamente dito.

O critério de Nyquist foi adotado na parte experimental desse trabalho.

#### **5.3.1.4 A Transformada Rápida de Fourier ("Fast Fourier Transform - FFT")**

Conforme visto anteriormente, a transformada discreta de Fourier (DFT) de uma sequência finita  $\{x_r\}$ ,  $r = 0, 1, 2, 3, \dots, (N-1)$ , é uma nova sequência finita  $\{X_k\}$ , definida pela equação (5.14a). Nesse caso, o número de operações necessárias para gerar o espectro completo é da ordem de  $N^2$ . O algoritmo da FFT permite que o mesmo espectro seja gerado com um número de operações da ordem de  $N \log_2 N$ , o que reduz em aproximadamente  $\frac{1}{2000}$  o número de operações [ver BYTE MAGAZINE -1978 e NEWLAND -1984].

A idéia básica da FFT é decompor a sequência temporal  $\{x_r\}$  em sequências<sup>108</sup>

menores:

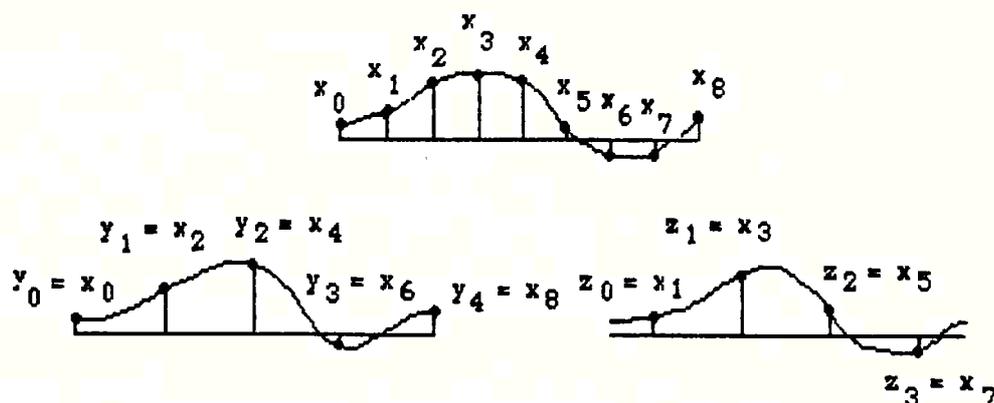


Figura 5.8 Representação esquemática da decomposição da sequência  $\{x_r\}$  em duas meia sequências  $\{y_r\}$  e  $\{z_r\}$  (extraído de NEWLAND -1984).

As transformadas discretas de Fourier (FDTs) dessas duas sequências menores, de acordo com a equação (5.14a) são dadas por:

$$Y_k = \frac{1}{(N/2)} \sum_{r=0}^{N/2-1} y_r e^{-i \frac{2\pi kr}{(N/2)}} \quad (5.16a)$$

$$Z_k = \frac{1}{(N/2)} \sum_{r=0}^{N/2-1} z_r e^{-i \frac{2\pi kr}{(N/2)}} \quad (5.16b)$$

onde:  $y_r = x_{2r}$   
 $z_r = x_{2r+1}$

Retomando a equação(5.14a), resulta:

$$X_k = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} x_r e^{-i \frac{2\pi rk}{N}} = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{r=0}^{N/2-1} x_{2r} e^{-i \frac{2\pi k(2r)}{N}} + \sum_{r=0}^{N/2-1} x_{2r+1} e^{-i \frac{2\pi k(2r+1)}{N}} \right\}$$

ou

$$X_k = \frac{1}{N} \left\{ \sum_{r=0}^{N/2-1} Y_r e^{-i \frac{2\pi k r}{N/2}} + e^{-i \frac{2\pi k}{N}} \sum_{r=0}^{N/2-1} z_r e^{-i \frac{2\pi k r}{N/2}} \right\} \quad (5.17)$$

Substituindo as equações (5.16a) e (5.16b) na equação (5.17), resulta:

$$X_k = \frac{1}{2} \left\{ Y_k + e^{-i \frac{2\pi k}{N}} Z_k \right\} \quad (5.18)$$

para  $k = 0, 1, 2, 3, \dots, (\frac{N}{2} - 1)$ .

A equação (5.18) mostra que a DFT de uma sequência original  $\{X_k\}$  pode ser obtida diretamente das DFTs referentes a sequências menores  $\{Y_k\}$  e  $\{Z_k\}$ . A decomposição de sequências mostrada acima poderia ser extrapolada para sequências ainda menores até que a última subsequência tivesse um único termo, conforme figura abaixo:

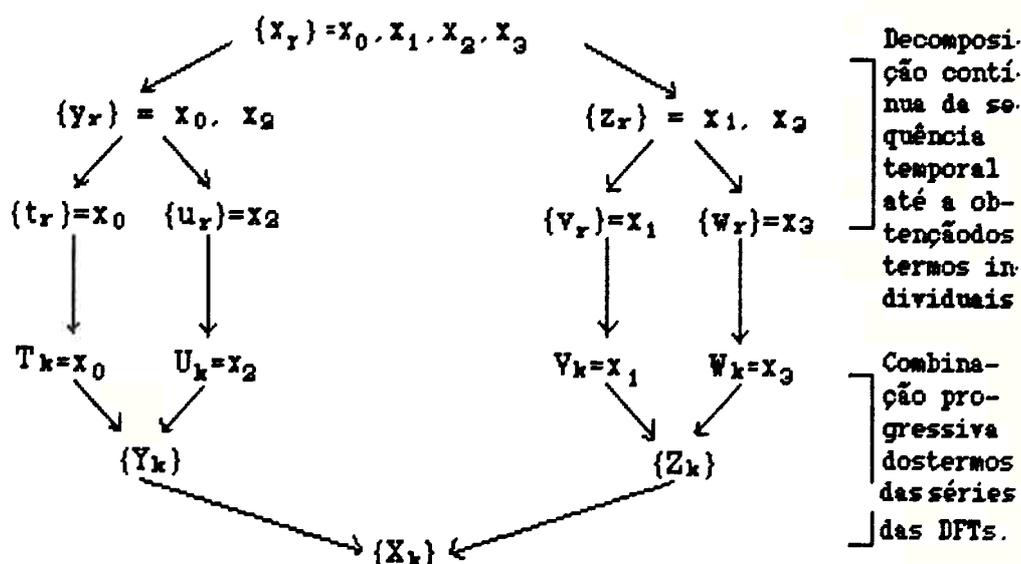


Figura 5.9 Sequência lógica de operação do algoritmo FFT para uma série de quatro-termos (extraído de NEWLAND - 1984).

Considerando os coeficientes de  $X_k$  entre 0 e  $\frac{N}{2} - 1$ , a equação (5.18) pode ser escrita na seguinte forma:

$$X_k = \frac{1}{2} \left\{ Y_k + e^{-i \frac{2\pi k}{N}} Z_k \right\}$$

$$X_{k+N/2} = \frac{1}{2} \left\{ Y_k - e^{-i \frac{2\pi k}{N}} Z_k \right\}, \quad \text{sendo: } k = 0, 1, 2, \dots, (\frac{N}{2} - 1).$$

Chamando  $W = e^{-i\frac{2\pi}{N}}$ , tem-se que:

$$X_k = \frac{1}{2} (Y_k + W^k Z_k) \quad (5.19a)$$

$$X_{k+N/2} = \frac{1}{2} (Y_k - W^k Z_k) \quad , \text{ com: } k = 0, 1, 2, \dots, (\frac{N}{2} - 1) \quad (5.19b)$$

O par de equações (5.19a) e (5.19b) obtido segundo NEWLAND [1984] representa o que se chama na literatura técnica de "diagrama borboleta" e é a essência dos programas de computador usando o algoritmo FFT.

No caso da figura 5.9, considerando a sequência:

$$\{T_k\} = x_0 \quad , \quad \{U_k\} = x_2 \quad , \quad \{V_k\} = x_1 \quad , \quad \{W_k\} = x_3 \quad ,$$

$$\{T_k\} \text{ e } \{U_k\} \text{ combinados } \Rightarrow \{Y_k\}:$$

aplicando-se as equações (5.19a e 5.19b), resulta:

$$Y_{k=0} = \frac{1}{2} (x_0 + x_2)$$

$$Y_{0+1} = \frac{1}{2} (x_0 - W x_2) = \frac{1}{2} (x_0 - x_2) \quad ; \text{ pois } W = e^{-i\pi} = -1$$

$$\{V_k\} \text{ e } \{W_k\} \text{ combinados } \Rightarrow \{Z_k\}:$$

aplicando-se as equações (5.19a e 5.19b), resulta:

$$Z_{k=0} = \frac{1}{2} (x_1 + x_3)$$

$$Z_1 = \frac{1}{2} (x_1 - x_3)$$

A representação gráfica dos resultados acima é dada por:

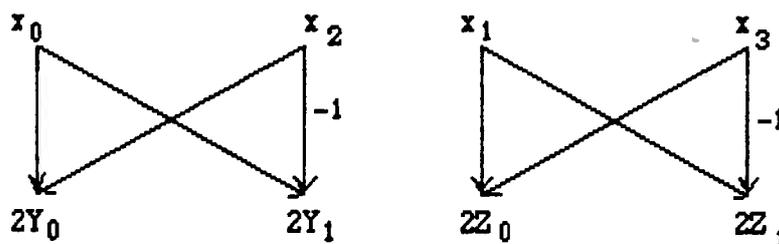


Figura 5.10 Diagrama borboleta ilustrando a aplicação do algoritmo FFT a uma série de termos individuais (extraído de NEWLAND - 1984).

A aplicação do diagrama borboleta para uma sequência maior de termos pode ser vista na publicação de NEWLAND [1984].

### 5.3.1.5 A Função de Densidade Espectral (ou Espectro de Potência) Propriamente Dita

Através da função de densidade espectral é possível estabelecer a distribuição em frequência de um sinal randômico. O espectro de flutuações de pressão na base do ressalto hidráulico, por exemplo, permite constatar que este é um fenômeno macroturbulento de baixa frequência, com grande parte da energia de turbulência concentrada entre 1 Hz a 6Hz, conforme será discutido nos próximos capítulos.

Anteriormente mostrou-se que a aplicação do algoritmo FFT a uma série de tempo resulta em uma série transformada  $\{X_k\}$  que é composta por uma parte real e uma parte imaginária. No caso do espectro de frequência, sabe-se que uma solução única é obtida para  $k=0$  a  $\frac{N}{2}-1$ , sendo simétrica para  $k > \frac{N}{2}-1$ . Na prática da engenharia, o espectro de frequência é representado por:

$$(X_k)^2 = a_k^2 + b_k^2 \quad \text{ou} \quad X_k = (a_k^2 + b_k^2)^{1/2}$$

sendo:  $a_k - b_k i \rightarrow$  número complexo,

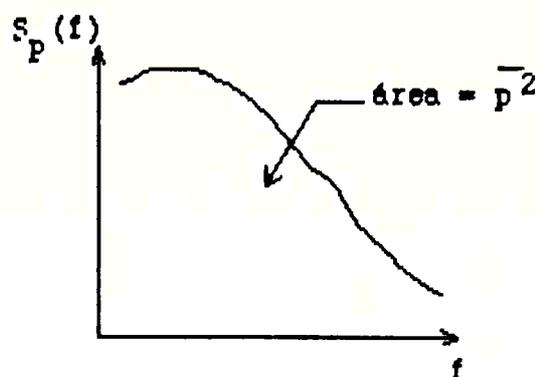
$a_k, b_k \rightarrow$  determinados via FFT.

Considerando, por outro lado, que a área sob o espectro, por definição, corresponde à média quadrática do sinal de pressão (variância), tem-se que:

$$\overline{p^2} = \int_0^{\infty} S_p(f) df \quad (5.20)$$

sendo:  $S_p = 2\pi S(\omega)$  [ver GOLDSTEIN - 1983].

A comparação da área do espectro obtida via FFT com a área obtida teoricamente via média quadrática permite achar um coeficiente de calibração para o espectro verdadeiro.



**Figura 5.11** Representação esquemática do espectro de potência de um sinal de flutuação de pressão.

### 5.3.2 A Função de Autocorrelação

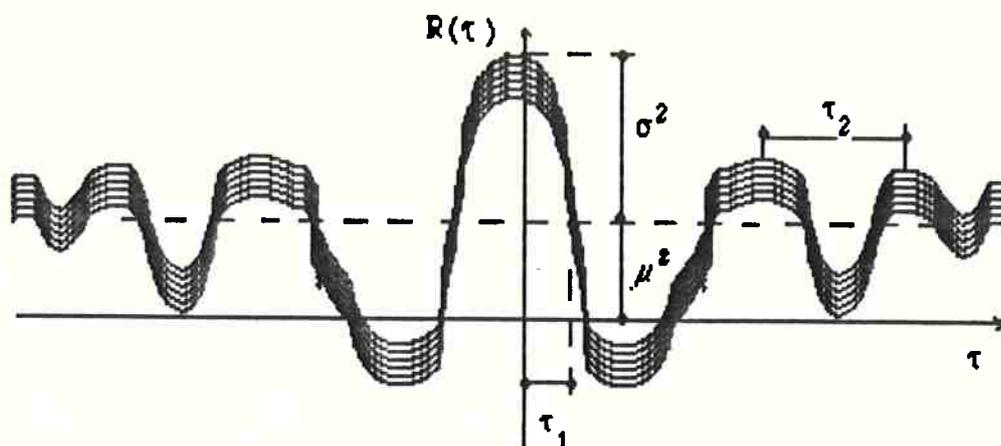
Quando um processo estocástico de um sinal turbulento de pressão é amostrado em um instante  $t$  e em um instante seguinte  $t+\tau$ , define-se média no tempo da função de autocorrelação como:  $\overline{p(t)p(t+\tau)}$ .

No caso de processos estocásticos estacionários e ergódicos, tem-se que:

$$R_p(\tau) = E[p(t)p(t+\tau)] = \overline{p(t)p(t+\tau)} \quad (5.21)$$

sendo a função de autocorrelação função apenas do intervalo de tempo entre as amostras.

A função de autocorrelação permite determinar o intervalo de tempo em que um sinal turbulento de pressão correlaciona-se com ele mesmo, perdendo sua identidade para intervalos de tempo maiores.



**Figura 5.12** Representação gráfica da função de autocorrelação.

A análise da figura 5.12 enfatiza algumas propriedades importantes da função de autocorrelação:

$$R(\tau) = R(-\tau) \rightarrow (\text{função par}) \quad (5.22a)$$

$$R(0) = \mu^2 + \sigma^2 \quad (5.22b)$$

$$\tau_1 = \frac{1}{2f_{\text{máx}}} \Rightarrow (\text{o atraso } \tau_1 \text{ está relacionado com} \quad (5.22c)$$

a frequência máxima que apresenta densidade espectral importante);

$$\tau_2 = \frac{1}{f_{\text{pico}}} \Rightarrow (\text{o atraso } \tau_2 \text{ mostra a periodicidade} \quad (5.22d)$$

de  $R(\tau)$ , indicando uma ressonância ou uma frequência com um pico acentuado no espectro).

A partir da função de autocorrelação de um sinal turbulento de pressão pode-se determinar o coeficiente de autocorrelação dado por:

$$\frac{\overline{p(t)p(t+\tau)}}{\overline{p^2}} = \rho(\tau) = \rho(-\tau) \quad (5.23)$$

onde:  $|\rho| \leq 1$

O coeficiente de autocorrelação ( $\rho$ ) diminui com o aumento do intervalo de tempo  $\tau$  podendo inclusive adquirir pequenos valores negativos, conforme figura 5.13.

Essa figura mostra a representação da função de autocorrelação de um sinal de flutuação de pressão, medido com um transdutor instalado em uma posição fixa.

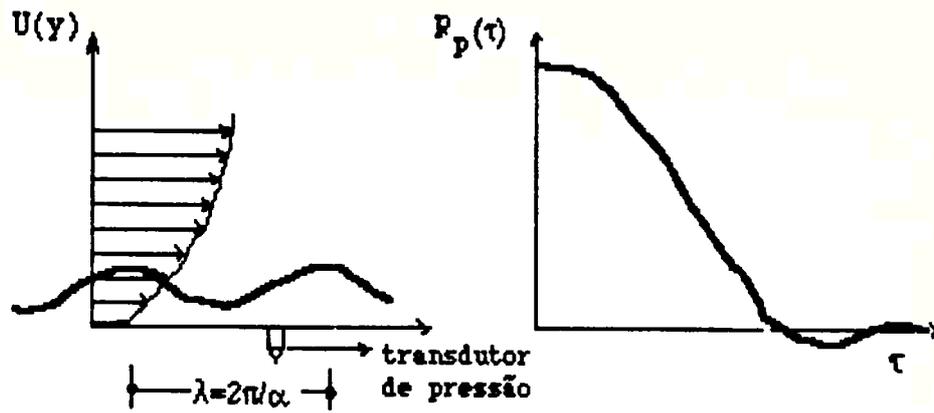


Figura 5.13 Representação esquemática da função de autocorrelação de um sinal de flutuação de pressão.

A integração do coeficiente de autocorrelação resulta na chamada Escala Integral de Tempo:

$$\mathfrak{I} = \int_0^{\infty} \rho(\tau) d(\tau) \quad (5.24),$$

que pode ser considerada como uma medida aproximada do intervalo médio de vida da estrutura local de turbulência (referente ao tamanho médio dos vórtices).

A função de autocorrelação e a função de densidade espectral podem ser representadas pelo par de transformadas de Fourier [ver GOLDSTEIN - 1983]:

$$S_p(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_p(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (5.25a)$$

$$R_p(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} S_p(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad (5.25b)$$

Em termos de frequência, considerando que  $S_p(f) = 2\pi S_p(\omega)$  e considerando ainda que o espectro de frequência é uma função par, definida fisicamente para frequências positivas [LNEC - 1974], resulta:

$$S_p(f) = 4 \int_0^{\infty} R_p(\tau) \cos 2\pi f \tau d\tau \quad (5.26a)$$

$$R_p(\tau) = \int_0^{\infty} S_p(f) \cos 2\pi f \tau df \quad (5.26b)$$

A determinação do espectro de potência diretamente a partir da série temporal tem sido um critério cada vez mais recomendado, em vez do cálculo da transformada de Fourier da função de autocorrelação, principalmente devido

ao rápido desenvolvimento de sistemas digitais de análise de sinal ao qual é aplicado o algoritmo FFT mencionado anteriormente.

Em resumo, a determinação da função de densidade espectral e da função de autocorrelação é muito importante nos estudos de medição de pressões flutuantes porque as seguintes informações podem ser obtidas:

- a) A faixa de frequência de importância contendo a maior parte da energia do sinal turbulento;
- b) As frequências de pico de ressonância quando ocorrem;
- c) A distinção entre o sinal propriamente dito e o ruído;
- d) A caracterização da estrutura no tempo do sinal;
- e) Fácil descrição de como o sistema de aquisição responde ao sinal turbulento.

#### 5.4 Maior Generalização da Função Espectral e da Função de Correlação

##### 5.4.1 O Espectro do Número de Onda

Em analogia ao que foi exposto para a determinação do espectro de potência ( $S_p(\omega)$  ou  $S_p(f)$ ) para um processo estacionário e ergódico de um sinal turbulento de pressão  $\{p(t)\}$ , é importante introduzir o conceito de espectro de número de onda para o sinal  $p(x)$ :

$$B(\vec{\alpha}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R(\vec{\xi}) e^{-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\xi}} d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 \quad (5.27)$$

sendo que:

$\overline{p(\vec{x})p(\vec{x} + \vec{\xi})}$   $\rightarrow$  é a média no tempo da correlação das flutuações entre dois pontos no espaço separados pelo vetor,

$$\vec{\xi} = \xi_1 \vec{i} + \xi_2 \vec{j} + \xi_3 \vec{k}.$$

$\alpha$  é o vetor de número de onda definido por:

$$\vec{\alpha} = \alpha_1 \vec{i} + \alpha_2 \vec{j} + \alpha_3 \vec{k}.$$

As componentes do vetor de número de onda  $\alpha_1$  e o respectivo comprimento de onda estão ligados pela relação:

$$\alpha_i = \frac{2\pi}{\lambda_i} \quad (2.11a)$$

Evidentemente, como o fenômeno turbulento é o resultado da superposição de componentes de movimento de diferentes escalas (tamanho de vórtices), a energia de turbulência com a qual essas componentes compõem o espectro está distribuída de acordo com os diferentes comprimentos de onda das perturbações que ocorrem no movimento turbulento.

#### 5.4.2 O Espectro (em Função da Frequência e do Número de Onda) e a Correlação Espaço Temporal

A determinação geral do espectro de um campo de flutuações turbulentas de pressão é possível, considerando os efeitos simultâneos da frequência e do número de onda. Supondo então as pressões flutuantes em dois pontos do espaço em quatro dimensões, tal que:

$$\{\vec{x}_1 = \vec{x}, t_1 = t\} \text{ e } \{\vec{x}_2 = \vec{x} + \vec{\xi}, t_2 = t + \tau\}.$$

pode-se deduzir o espectro simultâneo de frequência e número de onda de acordo com SMOL'YAKOV & TKACHENKO [1983]:

$$E(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \omega) = E(\vec{\alpha}, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_p(\vec{\xi}, \tau) e^{-i(\vec{\alpha} \cdot \vec{\xi} + \omega\tau)} d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 d\tau \quad (5.28)$$

$$\text{sendo: } R_p(\vec{\xi}, \tau) = \overline{p(\vec{x}, t) p(\vec{x} + \vec{\xi}, t + \tau)} \quad (5.29).$$

Considerando o vetor  $\vec{\xi}$  coincidente com a direção do escoamento médio, a equação (5.29) pode ser reescrita simplificadamente como:

$$E(\alpha, \omega) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_p(\xi, \tau) e^{-i(\alpha\xi + \omega\tau)} d\xi d\tau \quad (5.30)$$

$$\text{onde: } \alpha = \alpha_1$$

### 5.4.3 O Espectro Cruzado e a Correlação Cruzada

Matematicamente, o espectro cruzado e a correlação espaço-temporal podem ser definidos pelo seguinte par de transformada de Fourier:

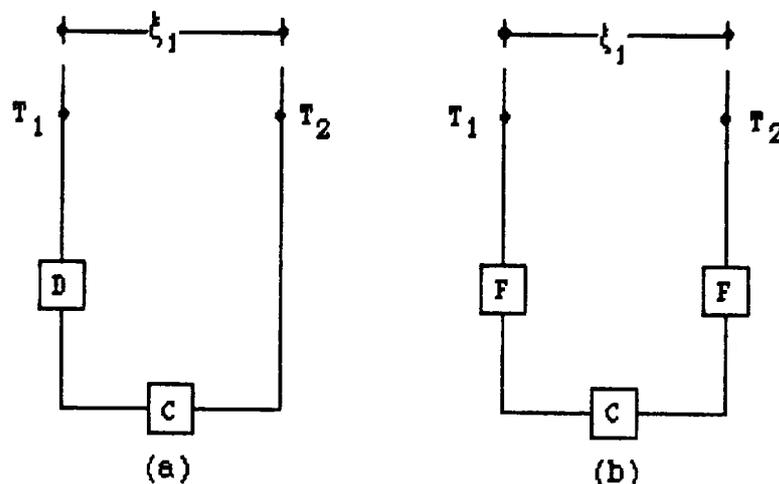
$$S_p(\xi_1, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_p(\xi_1, \tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (5.31a)$$

$$R_p(\xi_1, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_p(\xi_1, \omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (5.31b)$$

sendo:  $\xi = \xi_1 \rightarrow$  definido na direção do escoamento médio.

Diferentemente da função de autocorrelação, a correlação cruzada não é uma função simétrica, já que  $R_p(\xi, \tau)$  não é simétrica em  $\tau$  quando  $\xi$  é diferente de zero.

A mesma informação contida na correlação espaço-temporal está contida no espectro cruzado, todavia [SMOL'YAKOV & TKACHENKO - 1983] recomendam o uso do espectro cruzado de modo a evitar a introdução do atraso ( $\tau$ ) no sistema de medição, conforme mostrado na figura abaixo:



$T_1$  e  $T_2 \rightarrow$  transdutores de pressão       $F \rightarrow$  filtros de frequência  
 $D \rightarrow$  linha de atraso  
 $C \rightarrow$  correlador

Figura 5.14 Diagrama de bloco de sistema de aquisição para determinação de:

a) correlação espaço-temporal;

b) espectro cruzado.

A medição do espectro cruzado de um sinal turbulento de pressão permite uma melhor interpretação das escalas de turbulência quando comparado com o espectro de potência.

No caso de escoamentos convectivos costuma-se normalizar o espectro cruzado longitudinal com relação ao espectro de potência [ver SMOL'YAKOV & TKACHENKO - 1983], de maneira que:

$$\frac{|S_p(\xi_1, \omega)|}{S_p(0, \omega)} = |\gamma(\xi_1, \omega)| = (\gamma_{RE}^2 + \gamma_{IM}^2)^{1/2} \quad (5.32)$$

Nesse caso tem-se uma idéia mais clara de quanto a turbulência real do escoamento desvia-se da turbulência congelada, segundo o modelo de turbulência de Taylor.

Quando:

$$|\gamma(\xi_1, \omega)| = 1 \Rightarrow \text{hipótese de Taylor é válida} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |S_p(\xi_1, \omega)| = S_p(0, \omega) \Rightarrow \text{espectro de potência e espectro cruzado}$$

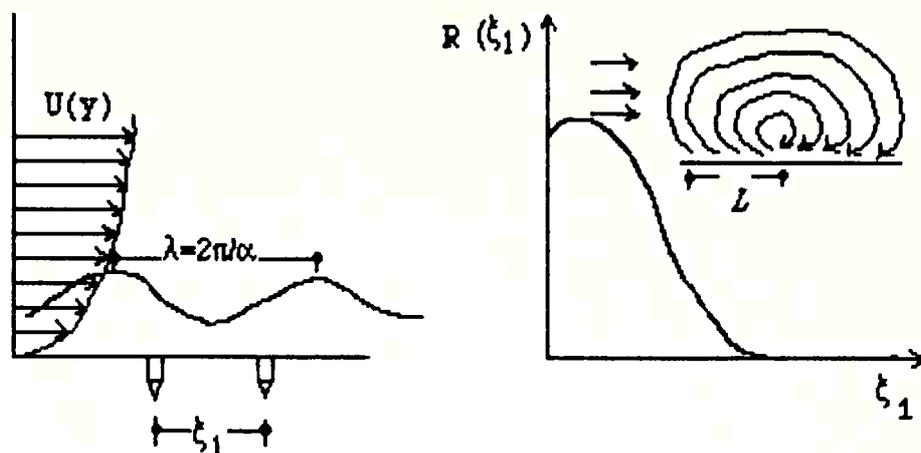
coincidem em módulo.

A taxa de variação da função  $|\gamma(\xi_1, \omega)|$ , a partir do aumento da distância entre transdutores ( $\xi_1$ ), permite avaliar o comportamento intrínscio da estrutura da turbulência.

Introduzindo agora o conceito de fase de uma função complexa, tem-se que:

$$\phi = \frac{2\pi\xi_1}{\lambda} = \text{arc tan}(\gamma_{IM} / \gamma_{RE}) \quad (5.33)$$

A correlação cruzada  $R_p(\xi_1, \tau)$  de um sinal de flutuação de pressão é obtida através da transformada de Fourier do espectro cruzado (equação 5.31b).



**Figura 5.15** Representação esquemática da correlação cruzada de um sinal de flutuação de pressão.

A correlação cruzada permite determinar a escala integral longitudinal espacial  $L$  que é uma medida das dimensões médias dos maiores vórtices presentes no escoamento turbulento, assumindo que cada vórtice pode ser descrito por uma componente periódica que induz flutuação de pressão com uma certa amplitude e frequência.

Analogamente ao que foi feito para a autocorrelação é possível definir um coeficiente de correlação espacial dado por:

$$\frac{p(x)p(x+\xi_1)}{\bar{p}^2} = C(\xi_1) \quad (5.34)$$

onde:  $|C| \leq 1$ .

A integração desse coeficiente ao longo do eixo  $x$  resulta na escala integral espacial:

$$L = \int_0^{\infty} C(\xi_1) dx \quad (5.35)$$

onde:  $C(\xi_1) \rightarrow$  coeficiente de correlação cruzada;

$L \rightarrow$  área correspondente ao primeiro cruzamento com o zero do coeficiente de correlação cruzada.

### 5.5 Velocidade de Convecção

Usando a definição de TENNEKES & LUMLEY [1972] entende-se aqui como "turbulência congelada" uma situação de escoamento em que o campo de velocidade e pressão da turbulência não muda apreciavelmente durante a medição. Em termos matemáticos, isto significa escrever:

$$\frac{\partial}{\partial t} \Big|_{\text{medição}} \cong U_c \frac{\partial}{\partial x} \Big|_{\text{campo}}$$

Para que isso seja válido é necessário que:

$$\frac{u}{U_c} \ll 1.$$

Usando a hipótese acima, conhecida como hipótese de Taylor, e lembrando que:

$$\lambda = \frac{2\pi U_c}{\omega}$$

é possível definir a velocidade de convecção:

$$U_c = \frac{\xi_1 \omega}{\text{arc tan}\left(\frac{y_{IM}}{y_{RE}}\right)} \quad (5.36)$$

Embora na verdade a expressão acima apresenta algum erro na medição de turbulência real, mesmo assim é recomendada para o cálculo da taxa de transferência de energia de turbulência no escoamento convectivo [SMOL'YAKOV & TKACHENKO -1983].

Portanto, supondo válida a hipótese de Taylor, é possível obter a escala integral espacial a partir da escala integral de tempo e da velocidade de convecção:

$$L = 3 U_c \quad (5.38)$$

As equações (5.35) e (5.38) deveriam conduzir a valores semelhantes da escala integral espacial.

No caso específico do ressalto hidráulico [RAKHMANOV - 1958] sugere a aplicação da seguinte equação para cálculo da velocidade de convecção:

$$U_c = (1.03 - 0.16 \frac{x}{y_2 - y_1}) (U_1 - U_2) + U_2 \quad (5.39)$$

onde:  $y_1, y_2 \rightarrow$  alturas conjugadas do ressalto;

$U_1, U_2 \rightarrow$  velocidades médias nas seções 1 e 2 do ressalto;

$x \rightarrow$  distância do início do ressalto.

Uma outra forma de se obter a velocidade de convecção seria medir simultaneamente o sinal de pressão flutuante em vários pontos do escoamento turbulento instalando vários transdutores na parede, conforme sugerido por SCHEWE [1983]. Esta técnica dá uma idéia clara da coerência da estrutura do sinal  $p(t)$  ao longo dos vários transdutores e permite acompanhar a evolução dos picos ao longo desses transdutores. O registro gráfico simultâneo de pressão instantânea através de transdutores convenientemente instalados a distâncias conhecidas, permite a determinação direta da velocidade de convecção.

No capítulo 8 serão apresentados resultados de  $U_c$  no interior do ressalto usando os critérios de cálculo aqui descritos.

### **5.6 Análise Visual do Sinal de Flutuação de Pressão em Função do Tempo**

A medição das flutuações de pressão através de vários transdutores convenientemente instalados junto a parede, permite observar a coerência da estrutura de turbulência, quando são registrados, simultaneamente, os sinais de pressão pelos diversos transdutores.

De acordo com SCHEWE [1983], embora a análise visual do registro do sinal seja um pouco subjetiva, certas observações podem ser feitas durante a análise de várias funções simultâneas no tempo:

a) A semelhança dos registros de pressão medidos simultaneamente com transdutores igualmente espaçados, indica "estrutura de turbulência congelada" que se move com velocidade convectiva  $U_c$  na camada limite;

b) As pressões flutuantes de parede constituem um processo intermitente onde relativamente pequenos intervalos de tempo com flutuações acentuadas são seguidos por longos intervalos de tempo com pequenas flutuações.

Medidas quase que simultâneas feitas dentro do ressalto hidráulico com quatro transdutores de pressão igualmente espaçados, permitem visualizar o comportamento convectivo dos picos de pressão instantânea, conforme ilustrado na figura 5.17.

Pela análise dessa figura tem-se que:

intervalo de tempo para deslocamento do pico  $\rightarrow 0.17$  s

distância entre transdutores 11 e 14  $\rightarrow 9.5$  pol = 24.13 cm

$$U_c = \frac{24.13}{0.17} \cong 142 \text{ cm/s.}$$

Nesse caso, obviamente, a velocidade de convecção se refere aos vórtices de grande escala, que são aqueles visíveis na observação direta dos gráficos e que tem maior importância no projeto de estruturas hidráulicas.

$\beta$

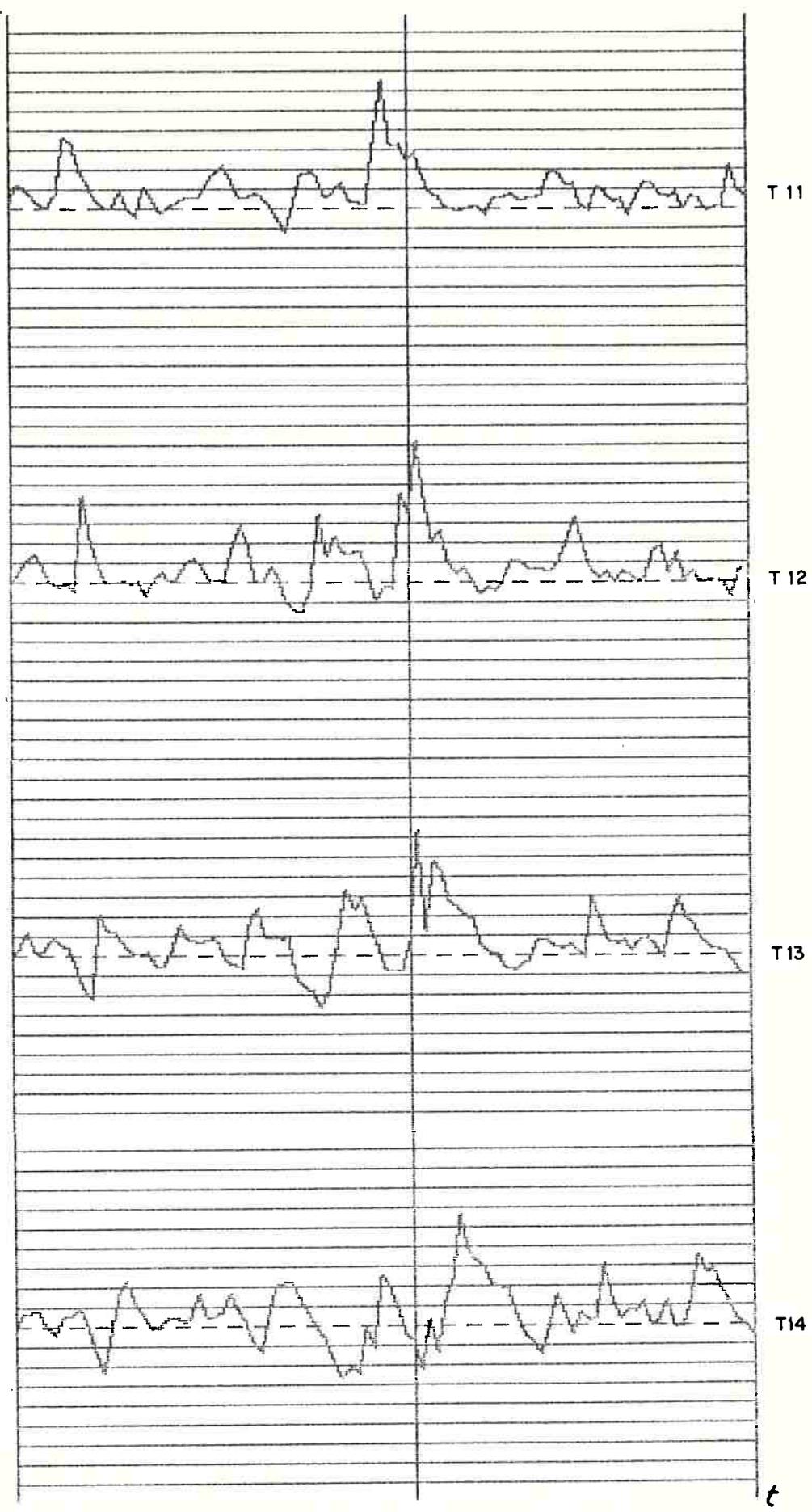


Figura 5.17 Registro simultâneo de flutuações de pressão através de quatro transdutores

### 6.1 Introdução

Em qualquer estudo que envolve pesquisa experimental é necessário ter em mente os seguintes pontos:

a) A definição clara da quantidade física a ser medida (no caso do estudo aqui apresentado trata-se da pressão instantânea);

b) O valor numérico correto dessa quantidade em uma aplicação específica (no caso desse estudo aplica-se ao ressalto hidráulico);

c) O valor numérico estimado dessa quantidade via medição, para a aplicação específica;

d) A descrição qualitativa e quantitativa mostrando o significado da quantidade física ( no caso desse estudo interessa o registro do sinal instantâneo de pressão e sua respectiva análise estatística e espectral).

Para ilustrar o que foi dito acima, reproduzimos aqui as palavras de LASSAHN<sup>5</sup> :

*"Imagine a tinkener of long ago building a widget that responds to what we now understand as pressure. He might show the widget's operation to some friends, who would find it an amusing and uselles toy:*

*What is good for?*

*It measures pressure!*

*What is pressure?*

*Pressure is what the widget measures!*

*That's nice. You have a pressure that's good for nothing, but stimulating your widget.*

*The next natural step is for an inventor to define in terms of the readings from his widget. But this still leaves the widget uselles until a*

---

<sup>5</sup> LASSAHN, G.H. Uncertainty Definition - Symposium of Uncertainty Analysis - ASME - Boston, MA, nov. 1983.

*scientist shows a connection between his new concepts and the rest of the world, or until he defines pressure in terms of other things that are already understood".*

A referência anterior embora pareça trivial, deve ser mantida em mente em todo trabalho experimental, de modo a evitar:

- a) Perda de tempo no desenvolvimento de uma determinada pesquisa;
- b) Desperdício de dinheiro no desenvolvimento dessa pesquisa;
- c) Falta de objetividade no desenvolvimento do trabalho de pesquisa.

Dentre os objetivos do trabalho aqui apresentado, destacam-se os seguintes:

1) Investigar as menores escalas de turbulência do ressalto e a influência da dimensão finita dos transdutores nos resultados (pesquisa básica);

2) Estabelecer um novo critério no projeto hidráulico de estruturas de dissipação contendo o ressalto, baseado na análise estocástica das flutuações de pressão junto à fronteira sólida, particularmente estudando as maiores escalas de vórtice, que correspondem aos picos de flutuações de pressão junto à parede (pesquisa aplicada).

O cumprimento desses objetivos passa pelo pleno conhecimento dos transdutores de pressão (tipo, resolução espacial, diâmetro, resolução em frequência, etc), assim como de suas limitações, e pelo conhecimento do sistema de aquisição e processamento de dados do sinal randômico.

Os pesquisadores de uma forma geral (particularmente no caso de estudo de ressalto hidráulico) têm se preocupado apenas em publicar os resultados comparando-os com o de outras pesquisas de modo a propor critérios universais de projeto de estruturas de dissipação. Poucos, no entanto, têm-se preocupado suficientemente com o que ocorre entre a aquisição inicial do dado de pressão e o seu resultado final.

A fase de aquisição é tão importante quanto o resultado final em si, e o desconhecimento dos erros aí envolvidos pode levar a valores distantes do valor real de flutuação de pressão.

Tentando suprir essa lacuna de informação, os capítulos 6 e 7 se dedicam a transdutores e sistemas de aquisição e processamento de dados, respectivamente, ambos tratados sob o ponto de vista da medição de pressões flutuantes.

## 6.2 Tomada Estática de Pressão

Convencionalmente assume-se que uma tomada de pressão de seção circular faceada a parede de um conduto de escoamento fornece o valor correto da pressão estática.

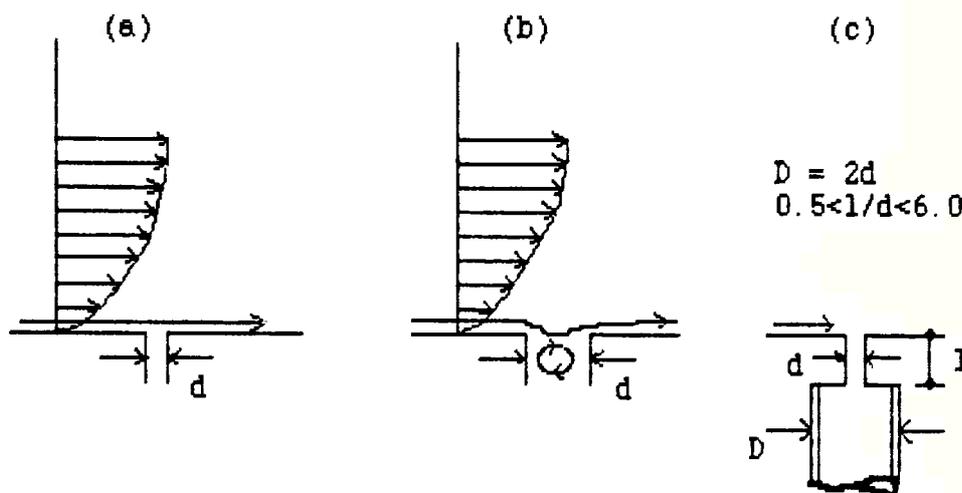


Figura 6.1 Representação esquemática de tomadas de pressão estática:

a) e b) tomadas de pressão com diâmetros diferentes;

c) diâmetros de projeto de tomada estática de pressão

(segundo DEAN - 1953).

Na prática das medições hidráulicas, costuma-se assumir tomadas de plástico com  $D = \frac{1}{4}$  pol (6.35 mm) ou  $D = \frac{3}{8}$  pol (9.53 mm) que por sua vez são conectadas às tomadas de pressão propriamente ditas.

Com relação aos erros de capilaridade sabe-se que a forma da superfície de separação entre dois fluidos em repouso é função da grandeza relativa da força de gravidade, das forças de coesão entre as moléculas do fluido, e das forças de adesão entre as moléculas do fluido e as paredes do tubo.

A força que governa a atração entre as moléculas do fluido é usualmente descrita pela tendência do fluido de molhar ou não as paredes. Quando o fluido molha as paredes (caso de superfície de separação água/ar) o menisco é côncavo para cima e predominam as forças de adesão. Caso contrário, o menisco é côncavo para baixo e predominam efeitos de coesão.

A forma do menisco é também função do diâmetro do tubo e o erro decresce com o aumento do diâmetro do tubo. Sob esse ponto de vista, o tubo com  $D = \frac{3}{8}$  pol. seria mais aconselhável com relação ao tubo com  $D = \frac{1}{4}$  pol.

As forças de capilaridade podem produzir também a elevação ou depressão da coluna líquida, o que é função do diâmetro do tubo. DEAN [1953] sugere uma relação aproximada para tubos de pequenos diâmetros:

$$\Delta H_c = \frac{2\sigma \cos\theta}{r} \quad (6.1)$$

sendo:  $\Delta H_c \rightarrow$  máxima elevação por capilaridade;

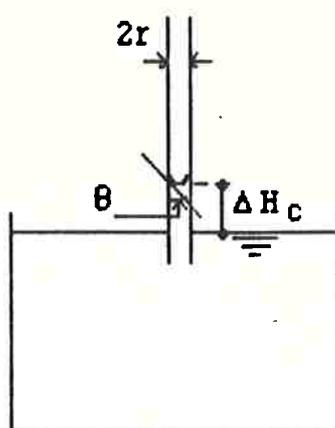
$r \rightarrow$  raio interno do tubo;

$\theta \rightarrow$  ângulo do fluido junto à parede;

$\rho \rightarrow$  massa específica do fluido;

$\sigma \rightarrow$  tensão superficial.

O ângulo  $\theta$  depende não somente do fluido, mas também da superfície do material, rugosidade e condições da parede (molhada ou não) quando o menisco passa por ela. Segundo DEAN [1953] a equação (6.1) dá apenas uma indicação do intervalo de incerteza devido à capilaridade, não sendo portanto um fator de correção rigoroso.



**Figura 6.2** Ilustração do efeito de capilaridade na elevação da coluna líquida.

No estudo do ressalto hidráulico aqui apresentado admitiu-se  $D = \frac{1}{4}$  pol para os piezômetros, o que, de acordo com o que foi exposto, é bastante conveniente, desde que se tome o especial cuidado de se fazer a leitura da coluna líquida no centro do menisco, de modo a minimizar os efeitos de capilaridade.

### **6.3 Conceito e Classificação de Transdutores de Pressão**

Para definir corretamente o projeto de estruturas hidráulicas de dissipação é muito importante o conhecimento dos valores de pressão instantânea junto à fronteira sólida, e neste caso é necessário o uso de transdutores de pressão. Surgem, no entanto, algumas perguntas:

- 1) Que tipo de transdutor deve-se usar para fazer as medições?
- 2) Qual é o critério que deve ser estabelecido se for necessário a compra de transdutores para uma pesquisa específica?
- 3) Qual é a resolução espacial e a resposta em frequência dos transdutores disponíveis para uso?

Tentando responder a essas perguntas passamos a seguir a discutir o uso de diversos tipos de transdutores, enfatizando sua utilização na base do ressalto.

No capítulo 3.5 foi mostrado através da equação de Poisson que as pressões flutuantes na fronteira sólida são consequência do campo de flutuações de velocidade no interior da massa líquida, tendo-se discutido o caso do ressalto. Ficou claro durante essa discussão a importância na escolha do transdutor, particularmente quando se deseja medir os vórtices de menor escala junto à parede, de modo a obter a real representação da hidrodinâmica do escoamento.

Os transdutores elétricos de pressão são, por definição, dispositivos integrados com um sistema de medição que converte um sinal de entrada (pressão) em um sinal elétrico de saída.

Eles podem ser classificados em transdutores ativos ou passivos.

Os transdutores elétricos ativos tem uma fonte auxiliar de potência que supre a maior parte da energia do sinal de saída, já que a potência do sinal de entrada é muito pequena.

Os transdutores elétricos passivos fornecem um sinal de saída cuja potência é totalmente suprida pelo sinal de entrada, não necessitando portanto de uma fonte externa.

A figura 6.3 classifica alguns tipos mais comuns de transdutores elétricos de pressão:

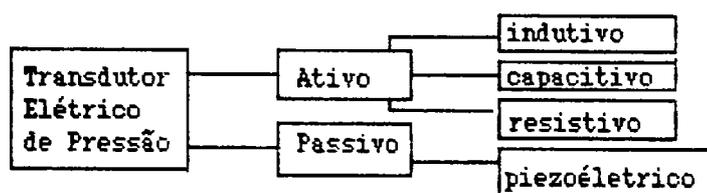


Figura 6.3 Classificação de transdutores elétricos de pressão.

A definição de transdutor ativo e passivo utilizada acima está de acordo com DOEBELIN [1975]. FACEIRA [1981] no entanto, utiliza a palavra ATIVO para definir o que aqui consideramos PASSIVO e vice-versa.

### **6.3.1 Transdutor Ativo de Pressão**

#### **6.3.1.1 Transdutor Indutivo**

No caso de transdutor indutivo, a conversão do sinal mecânico de entrada é obtida depois de uma prévia conversão em sinal magnético intermediário. Na primeira conversão a deformação do diafragma (pela pressão) causa a variação do campo magnético em uma bobina existente dentro do transdutor. Em uma segunda conversão, a variação do campo magnético, quando a bobina é externamente suprida, resulta finalmente em um sinal elétrico de saída.

Tem como vantagem o fato de serem normalmente construídos com material muito robusto. Todavia, normalmente apresentam baixa resposta em frequência devido à inércia das partes mecânicas; além disso, apresentam mau funcionamento nas vizinhanças de campos magnéticos.

Maiores detalhes podem ser vistos no trabalho de FACEIRA [1981].

#### **6.3.1.2 Transdutor Capacitivo**

O princípio de funcionamento desse transdutor se baseia na medida de uma capacitância que é função da separação entre duas placas. Considerando que uma das placas tem a forma de uma fina membrana que deve facear o escoamento sob investigação, a deflexão dessa membrana devida às flutuações turbulentas de pressão, produz uma mudança na separação entre as placas e conseqüentemente na capacitância do sensor. A sensibilidade do transdutor capacitivo é determinada principalmente pela separação inicial entre as placas que deve ser tão pequena quanto possível.

A sensibilidade do transdutor capacitivo é maior que a do transdutor piezocerâmico, por exemplo, mas o primeiro não é muito conveniente em água, onde a pressão hidrostática pode danificar a fina membrana do transdutor.

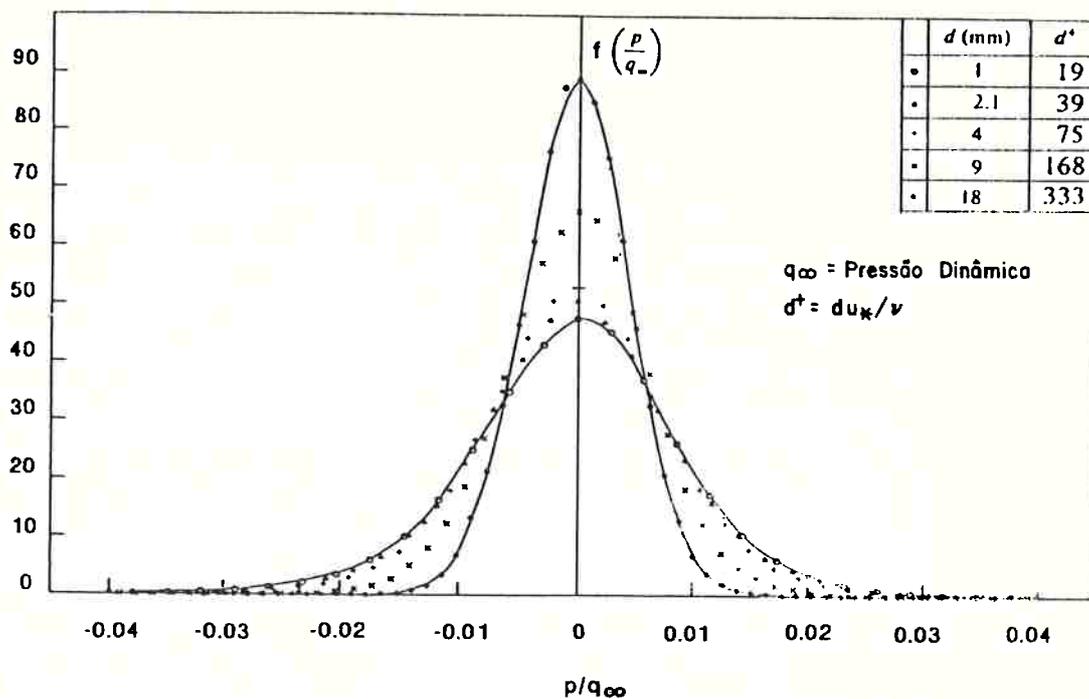
O transdutor capacitivo pode ter dimensões lineares da ordem de 3 mm e, nesse caso, de acordo com SMOL'YAKOV & TKACHENKO [1983], a medição das menores escalas das flutuações turbulentas de pressão ainda está sujeita a distorções, devendo ser corrigida.

SCHEWE [1983] todavia, desenvolveu um pequeno transdutor capacitivo do tipo "microfone condensador" cujo diâmetro externo resultou em 4 mm e cujo diâmetro da área sensível resultou em 1 mm. Com o uso desse transdutor, ele conseguiu aumentar a resolução espacial das pequenas escalas de turbulência, sem prejuízo de amortecimento das frequências características da turbulência.

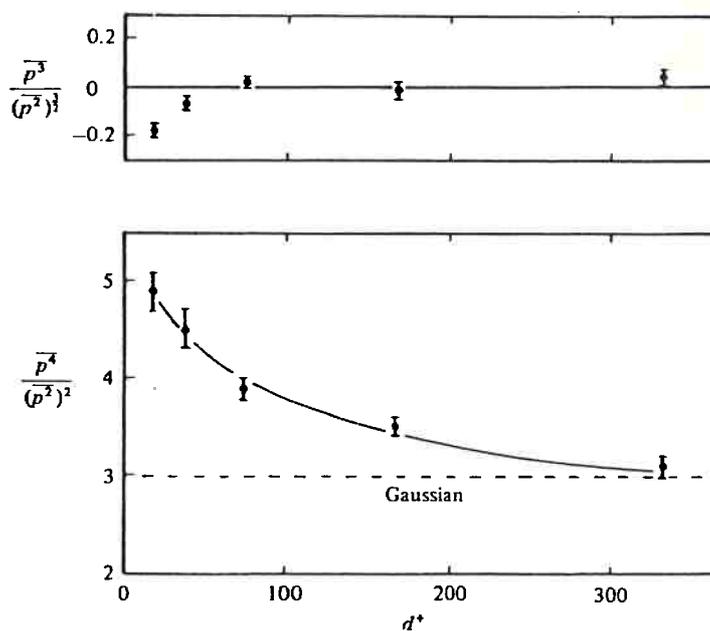
A figura 6.4 mostra claramente que a probabilidade de ocorrência de altas amplitudes de flutuação de pressão aumenta sensivelmente com a diminuição do diâmetro do transdutor.

A figura 6.5 mostra que os momentos de terceira ordem (assimetria) e quarta ordem (curtose) decrescem continuamente (em valor absoluto) com o aumento do diâmetro do transdutor, dando a entender que quanto menor o diâmetro mais a função de densidade de probabilidade se afasta de uma distribuição teórica Gaussiana de flutuações de pressão.

Maiores detalhes desse transdutor podem ser vistos no trabalho de SCHEWE [1983], mas é importante não perder de vista que as experiências de SCHEWE foram desenvolvidas em um túnel de vento, que não apresenta os mesmos problemas de medição encontrados na medição de flutuações de pressão em água.



**Figura 6.4** Função de densidade de probabilidade obtida a partir de medições com transdutores de pressão de diversos diâmetros (extraído de SCHEWE - 1983).



**Figura 6.5** Momentos de terceira e quarta ordem obtidos a partir de medições com transdutores de pressão de diversos diâmetros (extraído de SCHEWE -1983).

### 6.3.1.3 Transdutor Resistivo

Nesse caso, o sinal elétrico de entrada é convertido em um sinal elétrico de saída pela variação da resistência de um circuito elétrico acoplado ao transdutor.

FACEIRA [1981] apresenta uma ampla classificação de transdutores resistivos, mas aqui enfatizaremos apenas os transdutores de extensômetro de semicondutores (do tipo "strain gage"), amplamente utilizados na prática atual.

Os transdutores de extensômetro de semicondutor baseiam-se na propriedade de certos materiais (como o cristal de silício) de terem alterada a sua resistividade quando submetidos a esforços mecânicos. Este tipo de transdutor apresenta sensibilidade muito maior que o transdutor de resistência metálica convencional, sendo que o "strain gage" é normalmente evaporado na superfície do diafragma, formando a ponte de Wheatstone, conforme esquematizado abaixo:

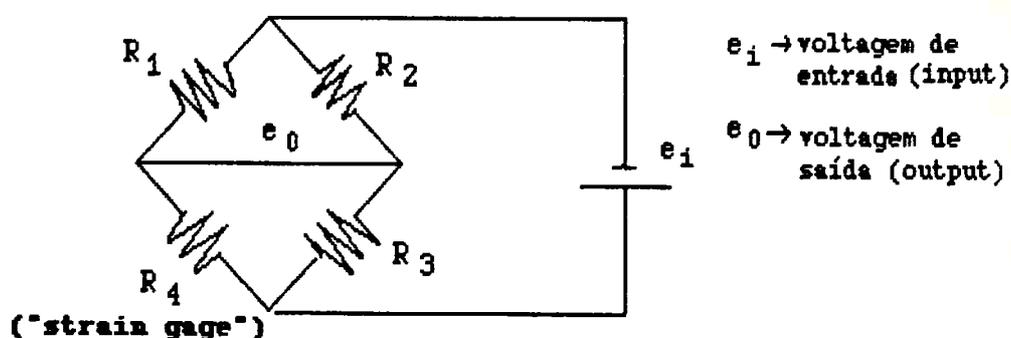


Figura 6.6 Representação esquemática de uma ponte de Wheatstone.

Ajustando-se  $R_3$  de modo a balancear o circuito, obtém-se  $e_0 = 0$ . A partir daí, mudanças em  $R_4$  devido ao esforço resulta em um sinal de saída dado por:

$$e_0 = \frac{e_i R_2}{(R_2 + R_3)(R_1 + R_4)} \Delta R_4 \quad (6.2)$$

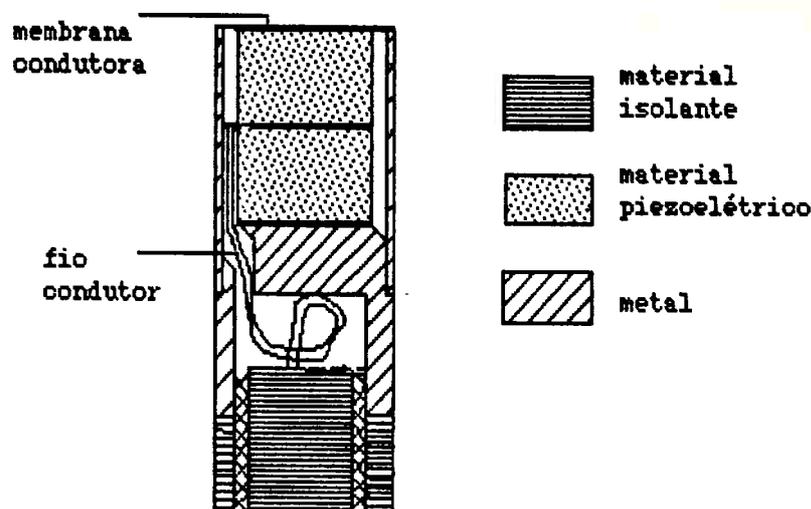
Os transdutores de extensômetro de semicondutor são recomendados no estudo de pressões flutuantes de modelos de estruturas hidráulicas,

principalmente quando o espaço disponível para instalação é pequeno. Normalmente apresentam boa sensibilidade, e embora apresentem alguns problemas de uso, tais como: fuga do zero e diminuição substancial da resposta em frequência em água, ainda assim são recomendados para medir pressões turbulentas de parede, particularmente no caso do ressalto hidráulico, que é um fenômeno macroturbulento de baixa frequência.

### 6.3.2 Transdutor Passivo de Pressão

#### 6.3.2.1 Transdutor Piezoelétrico (ou Piezocerâmico)

Esse tipo de transdutor é constituído de materiais piezoelétricos que são substâncias cristalinas como: quartzo, titanato de bário, sal de Rochelle, e que quando deformadas produzem um campo elétrico. Esse efeito é reversível, já que a aplicação de um campo elétrico ao longo dos materiais piezoelétricos provoca a deformação do cristal em proporção à voltagem aplicada.



**Figura 6.7** Representação esquemática de um transdutor piezoelétrico de pressão (extraído de GOLDSTEIN - 1983).

A principal vantagem desse tipo de transdutor é que permite uma resposta em frequência muito alta, podendo portanto ser usado no registro de pressões

flutuantes de alta frequência sem distorção do sinal. Apresentam a desvantagem de uso em escoamentos turbulentos com alta temperatura, quando as propriedades do material piezoelétrico sofrem mudanças; no caso do Titanato de Bário o ponto de Curie é  $124^{\circ}\text{C}$ . Obviamente isto não significa problema nas aplicações correntes de medição de pressão instantânea em estruturas hidráulicas. Os transdutores piezocerâmicos são muito sensíveis a vibrações e esta é a razão porque são largamente usados como acelerômetros. Todavia, quando usados para medir pressão induzida pelo escoamento devem ser instalados junto à parede com grande cuidado, de modo a evitar o mascaramento dos resultados devido à vibração induzida. Esses transdutores chegam a ter dimensões lineares da ordem de 1 mm [ver SMOL'YAKOV & TKACHENKO - 1983].

De acordo com o que foi aqui brevemente exposto, todo tipo de transdutor tem vantagens e desvantagens, de acordo com o seu uso específico. No caso de medição de flutuações turbulentas de pressão em água (particularmente no caso do ressalto hidráulico), pesando-se todos os fatores envolvidos nesse tipo de medição assim como as características e custos dos vários tipos de transdutores, recomenda-se, em princípio, o uso de transdutores de semicondutor (tipo "strain gage").

#### **6.4 Transdutores de Extensômetro de Semicondutor (do Tipo "Strain Gage") Aplicados a Escoamentos Hidráulicos**

Tomada a decisão de se usar transdutores de semicondutor na medição de pressões flutuantes em água, permanece o problema de qual transdutor escolher, já que o mercado oferece uma infinidade de transdutores de semicondutor.

Tentando orientar essa escolha, discutiremos a seguir alguns transdutores desse tipo que têm sido usados nos laboratórios de hidráulica.

As tabelas abaixo apresentam as principais características desses transdutores tendo se extraído os dados dos respectivos catálogos.

**Tabela 6.1a** Dados característicos de catálogo de alguns transdutores

Transdutor Tipo	Faixa de Pressão ( psi )	Sensibilidade ( mv / v )	Frequência de Ressonância ( Hz )	Diâmetro ( mm )
ENDEVCO 8510	±2	30.0	45000	3.80
KULITE XTM190	±10	3.0	30000	3.70
KULITE IPT1100	±5	10.0	12000	22.00
KULITE IPTE1100	±5	----	12000	22.00
KIOWA	±2	1.0	50000	2.80
STATHAM PM131TC	±2.5	4.0	3500	12.70
SENSOTEC S TYPE	±2	10.0	-----	6.35
CEC 4-312A	±5	2.0	4000	13.00
STATHAM PM233	±3	-----	-----	13.00

A análise dessas tabelas mostra que a escolha de um desses transdutores é função de diversos fatores, como por exemplo, faixa de pressão, sensibilidade, diâmetro do diafragma, preço, disponibilidade no mercado, etc.

**Tabela 6.1b** Dados característicos de catálogo de alguns transdutores

Transdutor Tipo	Não- Linearidade e Histerese (%FS)	Repetibilidade (%FS)	Faixa de Temperatura (°C)
ENDEVCO 8510	1.0/0.10	0.10	-18/+93
KULITE XTM190	±1.0	±0.25	-20/+120
KULITE IPT1100	0.50	0.10	-40/+120
KULITE IPTE1100	1.50	0.25	-25/+80
KIOWA	1.0	1.0	0/50
STATHAM PM131TC	±0.75	-----	-54/121
SENSOTEC S TYPE	0.70	0.20	-54/+149
CEC 4-312A	±0.75	-----	-54/+121

De modo a completar as **tabela 6.1a,b** apresentamos a seguir informações suplementares do comportamento desses transdutores baseadas na experiência do autor:

ENDEVCO 8510 ( $\pm 2$  psi) : Esse transdutor apresenta uma alta sensibilidade e resposta em frequência comparado com os demais da tabela; além disso tem um diâmetro bastante pequeno e sua faixa de aplicação é compatível com os valores de pressão normalmente encontrados em modelos hidráulicos. Trata-se de um transdutor de semiconductor com diafragma de silício [ENDEVCO -1980], e

pelo fato de não ser selado metalicamente na parte que deve estar em contato com a água tem a sua vida útil bastante reduzida. Recomenda-se como rotina, secar o transdutor após sua utilização, de modo a aumentar sua vida útil.

KULITE XTM190 ( $\pm 10$  psi) : Apesar do diâmetro ser da mesma ordem do ENDEVCO 8510, apresenta menor sensibilidade (da ordem de 10 vezes inferior). Todavia, é recomendado para medições em água porque a parte em contato com o escoamento é vedada metalicamente. Esse transdutor foi usado com bons resultados por FACEIRA [1981]. Deve-se atentar ao fato que a faixa de pressão é de  $\pm 10$  psi, a qual deve estar de acordo com a faixa de pressão medida na pesquisa experimental [ver KULITE BULLETIN KM -1000C].

KULITE IPT1100 (5 psi) : É um transdutor com uma constituição muito robusta, mas com o inconveniente que o diafragma está montado dentro de uma câmara distante da posição da tomada de pressão. Na verdade existe uma conexão entre o diafragma do transdutor e a respectiva tomada, através de uma cavidade que reduz a resposta em frequência do transdutor. O projeto do transdutor [ver KULITE BULLETIN KP - 1000F] é deficiente porque não apresenta um sistema de purga das bolhas de vapor acumuladas na câmara quando da medição de escoamentos de água.

KULITE IPTE1100 (5psi) : Apresenta as mesmas características do transdutor IPT1100, com a diferença que tem um condicionador de sinal embutido tornando o transdutor mais longo [KULITE BULLETIN KP - 1000F]. Apresenta um problema adicional relacionado com o funcionamento adequado do condicionador de sinal.

KIOWA ( $\pm 2$  psi) : É um transdutor de tipo miniatura, com alta resposta em frequência, mas baixa sensibilidade, se comparado com os demais da tabela 6.1. Seu comportamento em água é muito bom mas exige um condicionador de sinal próprio que deve ser adquirido junto com o transdutor [KIOWA - PRESSURE TRANSDUCERS].

STATHAM PM131TC ( $\pm 2.5$  psi) : A sensibilidade desse transdutor não é muito alta, assim como sua frequência natural. O diâmetro é grande comparado com os transdutores ENDEVCO, KULITE XTM190 e KIOWA. Todavia, é um transdutor que apresenta um bom comportamento na medição de escoamentos macroturbulentos em canais [GOULD - BULLETIN DD2008A].

SENSOTEC S (2psi) : Apresenta uma sensibilidade razoável, porém sua frequência natural não está clara no catálogo. Apresenta diâmetro menor do que o do transdutor STATHAM PM131TC, mas maior que o dos transdutores ENDEVCO, KULITE XTM190 e KIOWA [SENSOTEC - SUBMINIATURE PRESSURE TRANSDUCERS].

CEC 4-312A ( $\pm 5$  psi) : Comparativamente aos demais, não apresenta grandes vantagens; além disso é mais recomendado no estudo de pressões aerodinâmicas [ver BULLETIN CEC - 1958].

A figura 6.8 mostra, respectivamente, vistas dos transdutores: ENDEVCO, KULITE IPTE1100, KIOWA e STATHAM PM131TC.

### 6.5 Calibração Estática e Dinâmica

O valor numérico da frequência natural ( $f_n$ ) fornecida pelo fabricante, normalmente se refere a calibração do transdutor em ambiente de ar, o que pode ser muito diferente do valor encontrado em uma pesquisa específica, particularmente se o fluido é água.

Considerando um transdutor de membrana circular, é possível estabelecer a frequência natural do diafragma [ARNDT & IPPEN - 1970] a partir da seguinte equação:

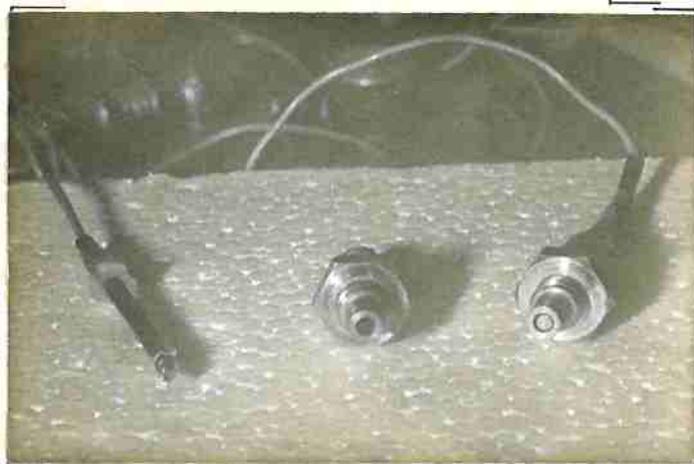
$$f_d = \frac{2.95}{\pi} \sqrt{\frac{Eh^3}{(1-\eta^2) \rho_d h r_d^4}} \quad (6.3)$$

onde: E  $\rightarrow$  módulo de Young;



Transdutor ENDEVCO 8510 e respectivo conector

Transdutor KULITE IPTE - 1100 e respectivo conector



Transdutor KIOWA PML 200 GC  
Vista do transdutor, do adaptador e do transdutor acoplado ao adaptador

Transdutor STATHAM PM 131 TC

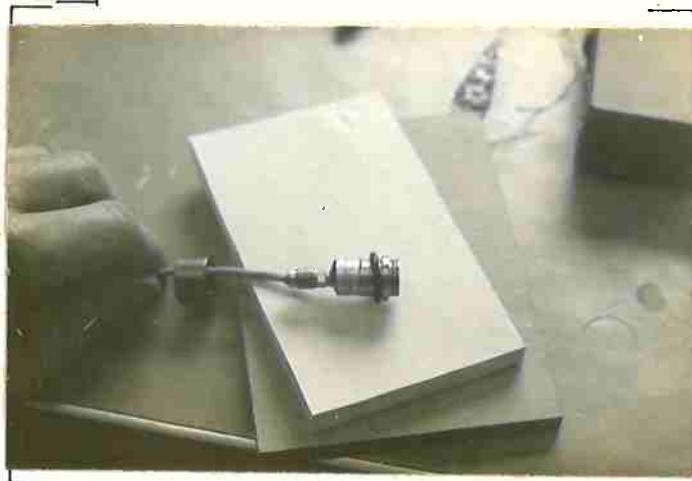


Figura 6.8 Fotografias de alguns transdutores de pressão.

$h \rightarrow$  espessura do diafragma do transdutor;

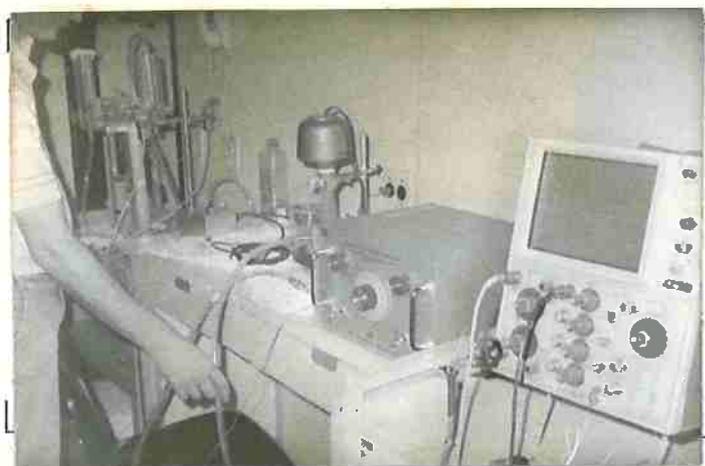
$\eta \rightarrow$  relação de Poisson;

$\rho_d \rightarrow$  massa específica do diafragma;

$r_d \rightarrow$  raio do diafragma do transdutor.

e que, em princípio, poderia ser utilizada no projeto de um transdutor, desde que conhecida as suas características mecânicas e geométricas.

No entanto, o melhor critério para se conhecer a frequência natural de um transdutor é fazer a sua calibração dinâmica no meio fluido onde ele será utilizado. Nesse caso, recomenda-se o uso do gerador de frequência apresentado na figura 6.9. Conhecendo-se o sinal de entrada de frequência desse gerador de ondas é possível estabelecer comparativamente o sinal de saída do transdutor de interesse [ver CENTRIMED - CATALOG NUMBER 856-1008].



**FIGURA 6.9** Sistema de calibração dinâmica de transdutores ("Multifunction Pressure Generator - model MPG-30) (as fotografias são cortesia do Instituto do Coração de São Paulo-INCOR).

Alguns transdutores da **tabela 6.1** foram calibrados dinamicamente no Instituto do Coração - INCOR utilizando o sistema de calibração acima referido e, para maiores detalhes ver ORTIZ [1987].

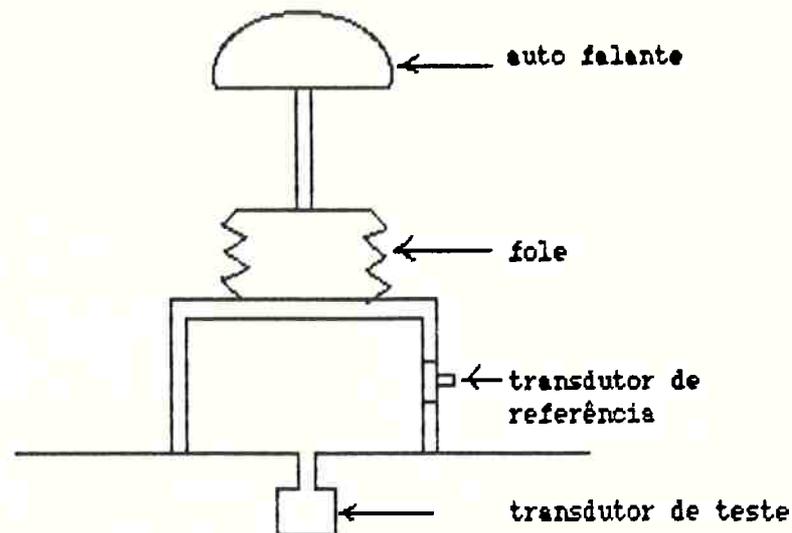
A **tabela 6.2** mostra a comparação entre a frequência natural obtida após a calibração dinâmica e a frequência natural de catálogo para esses transdutores, observando-se que, em água,  $f_n$  é da ordem de 100 vezes menor do que a  $f_n$  de catálogo.

**Tabela 6.2** Valores comparativos de  $f_n$  em água e  $f_n$  de catálogo

TIPO DE TRANSDUTOR	$f_n$ EM AGUA (Hz)	$f_n$ CATALOGO (Hz)
ENDEVCO 8510	303	45000
KULITE IPT1100	80	12000
KULITE IPTE1100	57	12000
KULITE XTM190	357	30000
KIOWA	357	50000

OBS.: Durante a calibração utilizou-se um transdutor padrão, do tipo piezoelétrico, cujo valor de  $f_n$  é muito alto.

Na falta de recursos na obtenção do calibrador dinâmico de frequência acima referido, uma alternativa, seria a sua construção no próprio laboratório de hidráulica pela equipe de suporte eletrônico, conforme sugerido abaixo:



**Figura 6.10** Esquema alternativo de projeto de um calibrador dinâmico de frequência.

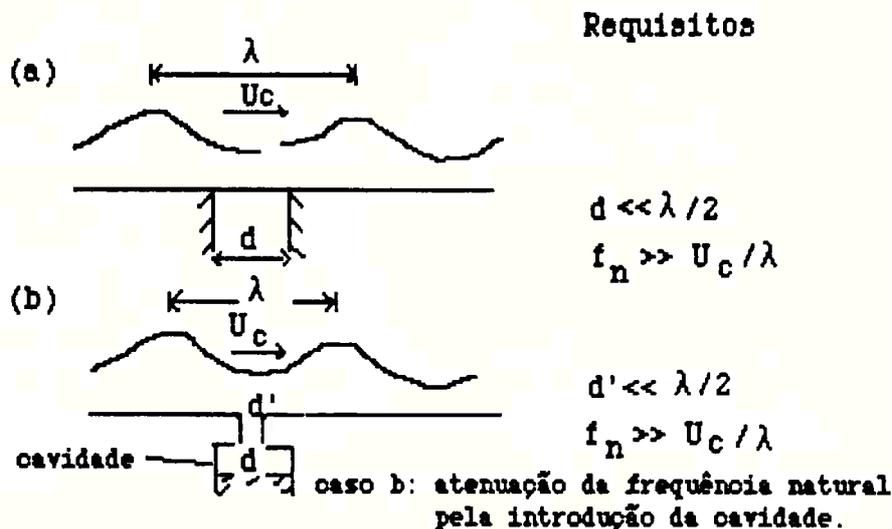
A calibração estática é também importante, particularmente para checar histerese e linearidade do sinal. Fuga do zero (DC) durante a medição de pressões flutuantes ocorre com frequência quando se usam transdutores do tipo "strain gage", particularmente quando a variação de temperatura ambiente é acentuada durante o experimento. Nesse caso é importante o controle da calibração estática.

Um calibrador estático de pressão pode ser facilmente instalado junto ao modelo, pois consiste apenas na instalação de um tubo plástico, com altura suficiente de modo a se adequar a faixa de pressão do transdutor.

### **6.6 Transdutores com Diafragmas Montados Faceados à Parede VS Transdutores Montados dentro de Câmaras**

Quando é necessário medir pressão de parede provocada por um comprimento de onda de perturbação, a instalação de um transdutor de pressão faceado à parede assegura a máxima resposta em frequência. Todavia, se o diâmetro do transdutor é maior que a metade do comprimento de onda da perturbação, seria recomendável a instalação do transdutor no interior de uma câmara

ligada a superfície da parede através de um tubo de diâmetro bem menor que o diâmetro do transdutor. Nesse caso, a resolução espacial das escalas de turbulência é obtida às custas da resolução em frequência. A idéia está expressa na figura abaixo:

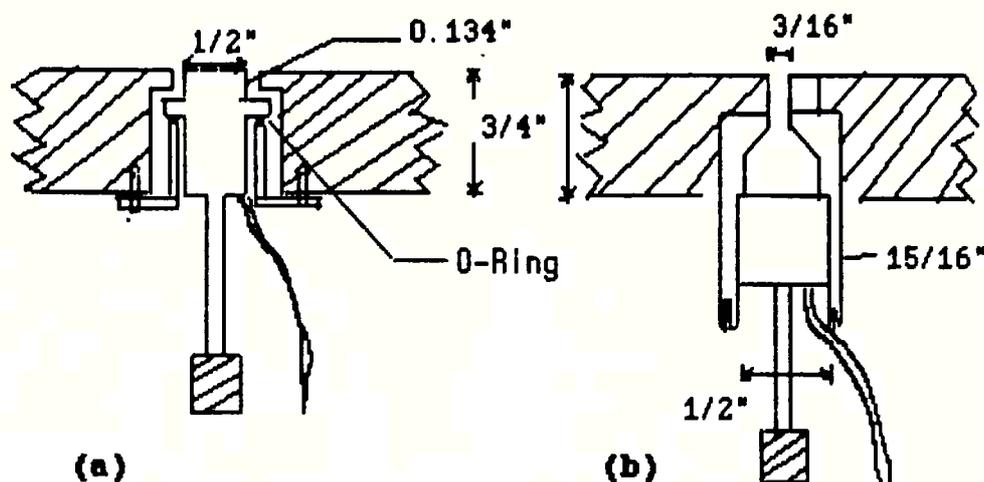


**Figura 6.11** Compromisso entre resolução espacial e resolução em frequência (extraído de GOLDSTEIN - 1983):

- a) transdutor de pressão faceado a parede;
- b) transdutor de pressão montado em câmara.

OS TRANSDUTORES KULITE IPT 1100 e KULITE IPTE 1100 são do tipo da figura 6.11b e a experiência tem mostrado que a formação de bolhas de ar dentro da cavidade é um problema para a resposta correta desses transdutores, os quais não apresentam nenhum sistema de purga. Nesse caso as bolhas de ar deveriam ser cuidadosamente removidas com o auxílio de uma seringa de injeção.

A figura 6.12 mostra esquematicamente o transdutor STATHAM PM131TC montado junto à parede e dentro de uma câmara, respectivamente:



**Figura 6.12** Representação esquemática do transdutor STATHAM PM131TC

- a) transdutor faceado à parede;
- b) transdutor montado em câmara.

### **6.7 Pressões Flutuantes Transmitidas Através de Tubos de Pequenos Diâmetros**

Em muitos casos da prática de modelismo hidráulico, as pressões dinâmica e estática associadas ao escoamento tem que ser transmitidas a um sensor de pressão via tubulação, a qual por sua vez, tem um certo comprimento. A medição da pressão estática de um escoamento não apresenta dificuldades, bastando para isso aplicar a Lei Fundamental da Hidrostática. No caso de pressões flutuantes todavia, a situação é um pouco diversa já que não é possível desprezar os efeitos de inércia, e o tubo atua como uma linha de transmissão acústica, com massa, resistência e capacitância características.

Para ilustrar o que foi dito, vamos considerar o sistema de medição de pressão representado pela figura abaixo:

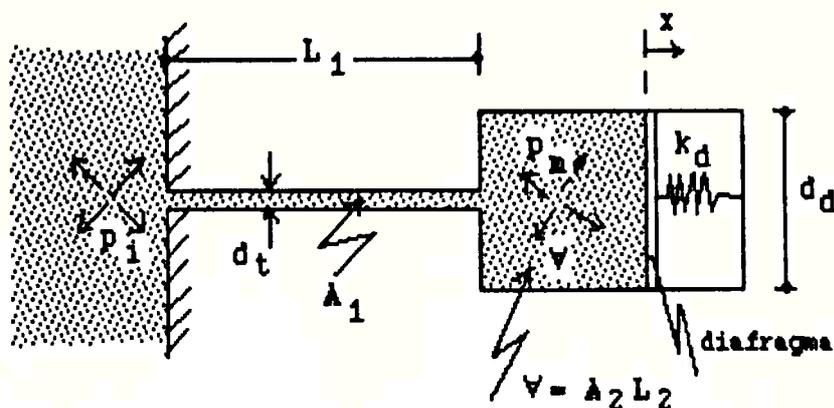


Figura 6.13 Modelo de uma instalação tubo/transdutor de pressão

No caso dessa figura o sistema mola/pistão representa o elemento sensível (membrana do transdutor). Considerando que a membrana é circular, a constante da mola é dada por:

$$k_d = \frac{16\pi E h^3}{r_d^2 (1-\eta^2)} \quad (6.4)$$

Considerando que o fluido é água, é evidente que uma mudança rápida da pressão  $p_i$  não é exatamente representada pela medição da pressão  $p_m$ , particularmente se o diâmetro do tubo  $d_t$  é pequeno, já que a inércia do sistema de medição não pode ser desprezada. Nesse caso, a resposta em frequência do transdutor dada pela equação (6.3) deveria ser corrigida. Para um sensor de pressão com um grau de liberdade, conforme esquematizado na figura 6.13, Ippen & Raichlen [APUD ARNDT & IPPEN - 1970] apresentam a seguinte equação para cálculo da frequência natural:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_d}{\rho A_1 L_1} \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2} \quad (6.5)$$

Combinando as equações (6.3), (6.4) e (6.5) [ver ARNDT & IPPEN -1970], resulta a seguinte expressão para a frequência natural do sensor de pressão da figura 6.13:

$$f_n = 1.11 f_d^{3/2} \sqrt{\frac{\rho_d}{\rho} \frac{A_1}{L_1} \left(\frac{\rho_d (1-\eta^2)}{E}\right)^{1/4}} \quad (6.6)$$

Tomando como exemplo o transdutor de pressão de tipo "strain gage" com diafragma de fosforo-bronze referido por DOEBELIN [1975], cujas características são:

$$E = 16 \cdot 10^6 \text{ lbf/pol}^2;$$

$$\rho_d = 0.00083 \text{ lbf} \cdot \text{s}^2 / \text{pol}^4;$$

$$h = 0.0454 \text{ pol};$$

$$r_d = 1.830 \text{ pol};$$

$$\eta = \frac{1}{3};$$

tem-se, aplicando a equação (6.3) que:

$$f_d \cong 1875 \text{ Hz.}$$

Considerando por exemplo, que o tubo da figura 6.13 tem as seguintes dimensões:

$$d_t = 1 \text{ pol} = 2.54 \text{ cm}$$

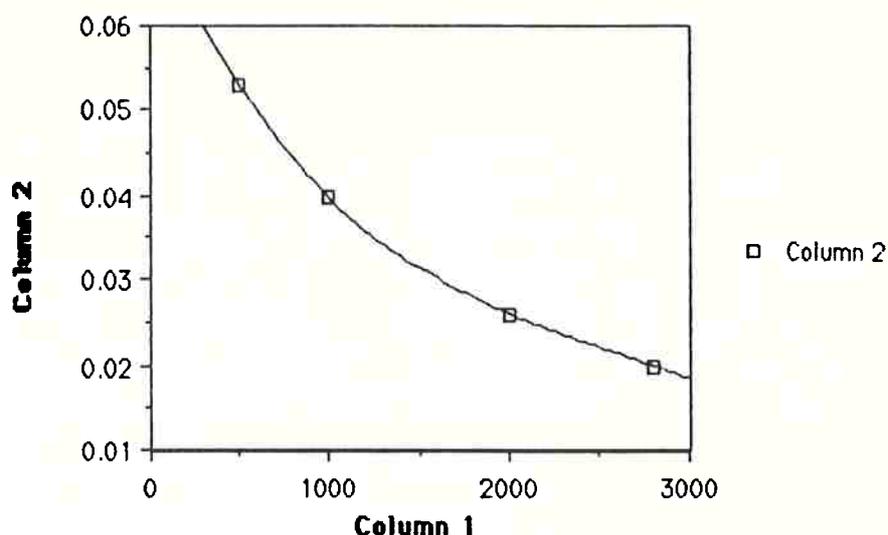
$$L_1 = 10 \text{ pol} = 25.4 \text{ cm.}$$

e aplicando a equação (6.6), resulta que:

$$f_n \cong 10 \text{ Hz.}$$

Portanto, nesse exemplo, a introdução do tubo entre o transdutor e a tomada reduz a frequência natural do transdutor em mais de 180 vezes.

NARAYANAN [1985] fez algumas experiências de medição de pressão de parede na seção teste de um tunel de vento. Usando tubo de PVC de diâmetro 3 mm ele verificou a diminuição significativa da intensidade das pressões flutuantes (RMS) com o aumento do comprimento do tubo.



**FIGURA 6.14** Influência do comprimento do tubo no valor da intensidade de flutuação de pressão (resultados de NARAYANAN).

coluna 1 = L (mm):

$$\text{coluna 2} = \frac{\sqrt{\overline{p^2}}}{\rho \frac{U^2}{2}}$$

A análise do espectro todavia (de acordo com a figura 6.15), mostrou a amplificação da intensidade de turbulência na faixa intermediária de frequência para tubos curtos ( $L = 500$  mm). Para tubos longos ( $L = 2800$  mm), a amplificação se concentra em frequências mais baixas e as componentes de altas frequências são amortecidas. Embora a amplificação seja notável ao longo de uma certa faixa de frequência, a posição dos picos não altera substancialmente ocorrendo para a frequência fundamental e os dois primeiros harmônicos.

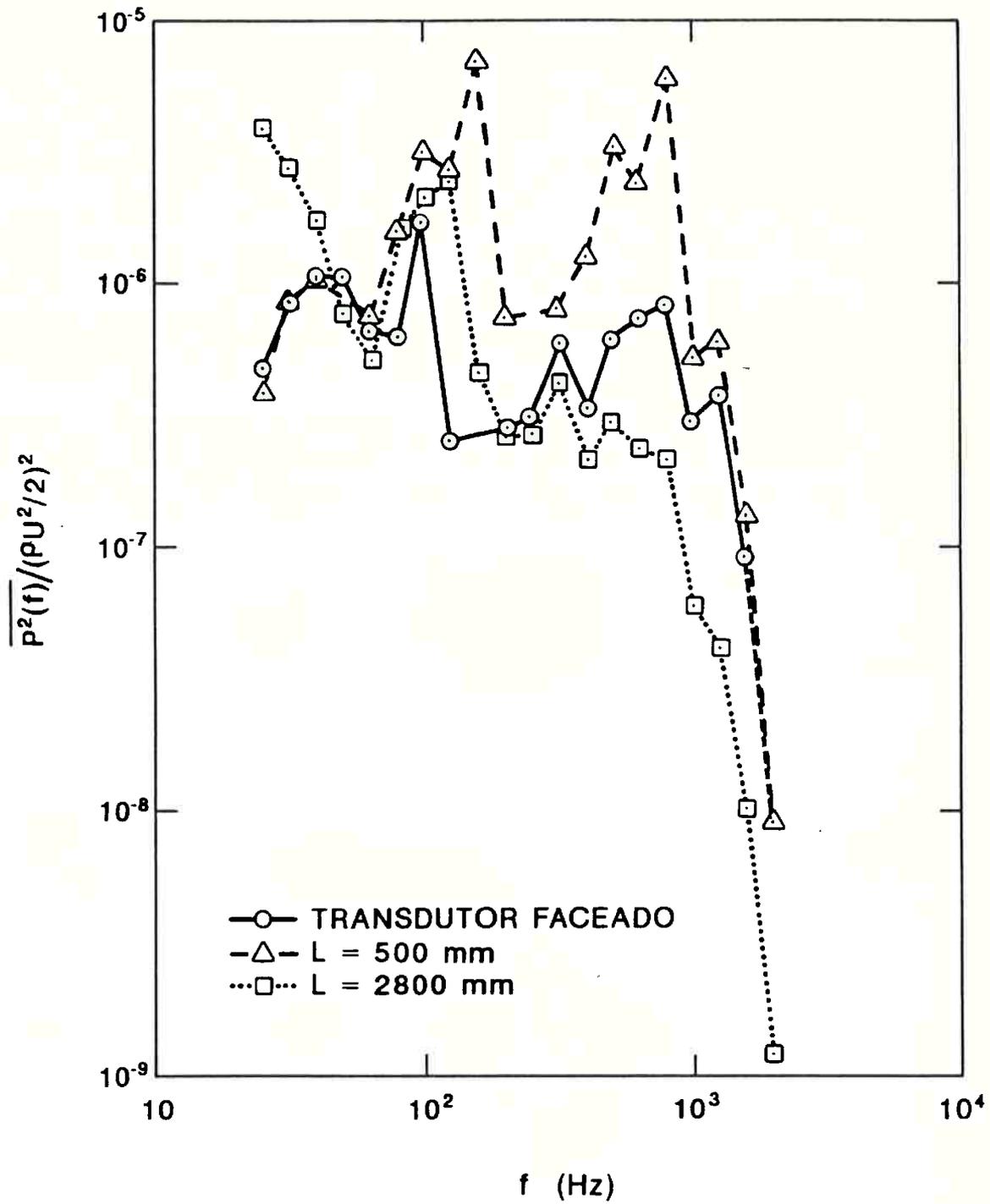


Figura 6.15 Variação do espectro de frequência com a utilização de tubos de pequenos diâmetros  
resultados de NARAYANAN - 1985

## **6.8 Correção do Campo de Pressões Flutuantes em Função do Diâmetro do Transdutor**

O tamanho da superfície receptora do transdutor de pressão muitas vezes não permite medir com fidelidade as escalas dos menores vórtices na camada limite turbulenta junto à parede, ocorrendo distorções dos valores reais do RMS e do espectro de frequência. Tentando resolver esse problema, alguns critérios de correção têm sido propostos.

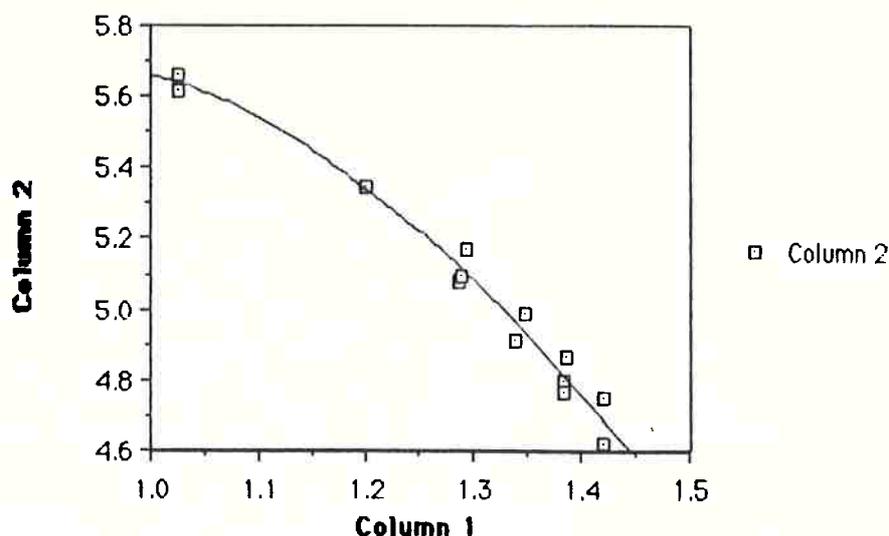
Normalmente essas funções de correção são obtidas utilizando-se uma série de transdutores do mesmo tipo mas com diferentes dimensões da região sensível às pressões flutuantes, sendo os valores reais extrapolados para a situação de um transdutor ideal de dimensão pontual.

Quando não se tem à disposição vários transdutores do mesmo tipo com diferentes diâmetros, as medições podem ser feitas variando a dimensão relativa do transdutor, isto é, variando as dimensões características do escoamento (por exemplo, medições com um único transdutor em pontos com diferentes espessuras da camada limite). Todavia, é importante assegurar a similaridade das medições à medida que as características do escoamento variam [ver FACEIRA - 1981].

### **6.8.1 Variação da Intensidade de Flutuação de Pressão (RMS) em Função do Diâmetro do Transdutor**

FACEIRA [1981] usando um transdutor KULITE XTM190 (ver tabela 6.1) estudou a variação do valor do desvio padrão das flutuações de pressão em um escoamento turbulento numa fronteira rígida, plana e hidraulicamente lisa.

A análise da figura 6.16 mostra claramente o decréscimo do desvio padrão com o aumento do diâmetro, na forma adimensionalizada, sendo que o valor real poderia ser extrapolado para o transdutor de diâmetro zero.



**Figura 6.16** Influência das dimensões de um transdutor elétrico de pressão na medição do desvio padrão das flutuações turbulentas (FACEIRA-1981).

$$\text{coluna 1} = \frac{d}{\delta^*}$$

$$\text{coluna 2} = 10^2 \frac{\sqrt{p^2}}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2}$$

sendo:  $d \rightarrow$  diâmetro do elemento sensível do transdutor;

$\delta^* = \delta_1 \rightarrow$  espessura de deslocamento.

### 6.8.2 Variação do Espectro de Frequência em Função do Diâmetro do Transdutor

A influência do diâmetro do transdutor na estimativa do espectro de variância foi estudado por Willmarth & Roos [apud SMOL'YAKOV & TKACHENKO - 1983] usando transdutores de diferentes tamanhos, e por FACEIRA[1981] usando um transdutor KULITE XTM190.

Os resultados mostram que a influência da dimensão do transdutor começa a se fazer sentir de uma forma mais significativa para frequências

adimensionais :  $\frac{\omega \delta^*}{U_\infty} > 0.8$  a  $1.0$  .

SMOL'YAKOV & TKACHENKO [1983] adimensionalizando a frequência com relação a velocidade de convecção do espectro cruzado  $(\frac{\omega d/2}{U_c})$ , deduziram a curva de correção do espectro, a partir de resultados experimentais com transdutores de diversos diâmetros.

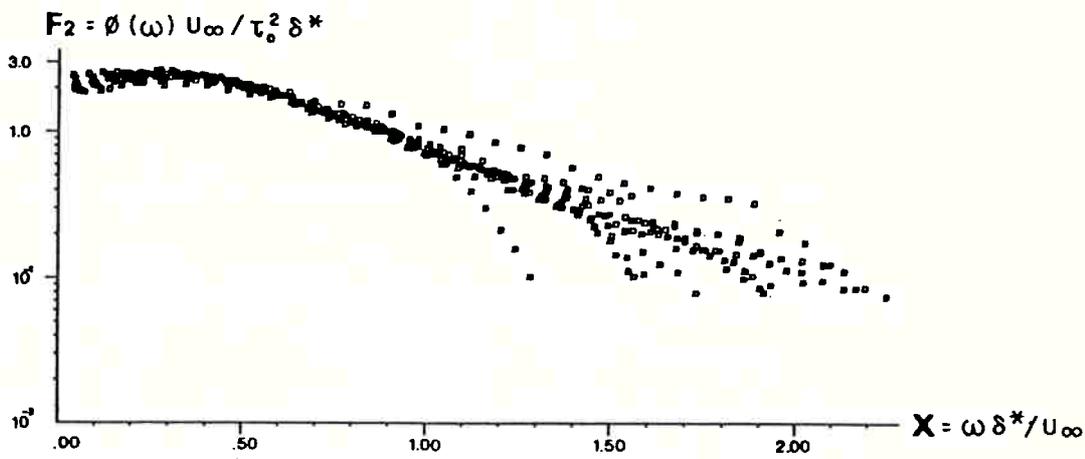


Figura 6.17 Influência das dimensões de um transdutor elétrico na medição do espectro de flutuações de pressão (resultados de FACEIRA - 1981).

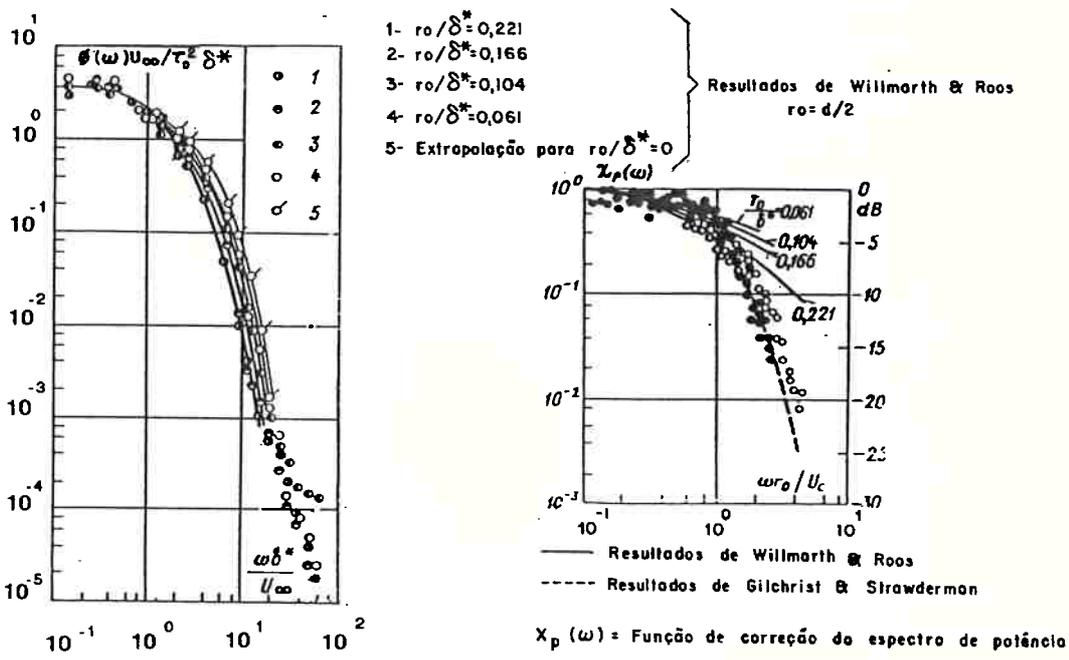


Figura 6.18 a) Influência das dimensões de um transdutor elétrico na medição do espectro de flutuações de pressão - resultados de Willmarth e Roos (extraído de SMOL'YAKOV & TKACHENKO - 1983).

b) Correção do espectro de potência a partir de experiências com transdutores de diversos tamanhos (extraído de SMOL'YAKOV & TKACHENKO -1983).

Nota-se claramente nessa figura a atenuação da variância do espectro com o aumento do diâmetro do transdutor, para frequência adimensionalizada

$$\frac{\omega d/2}{U_c} \rightarrow 0.8 .$$

A determinação de funções de correção baseadas em dados experimentais e obtidas através de informações de uma série de transdutores ou com um único transdutor, tem sido criticada na literatura. Essas críticas provêm do fato que os fatores de correção se restringem aos particulares transdutores e as particulares condições de escoamento em que as correções foram obtidas, não podendo ser universalizadas.

De qualquer forma é uma análise importante na determinação do erro introduzido por um particular transdutor na medição de pressões flutuantes de parede.

### **6.9 Resultados de Pressões Flutuantes Obtidas Dentro do Ressalto Hidráulico para Diferentes Condições de Montagem, Tipo e Diâmetro de Transdutores**

A literatura técnica tem apresentado resultados da evolução da raiz da média quadrática (RMS) da flutuação de pressão na base do ressalto. A diferença existente entre os resultados experimentais de diversos autores, para um mesmo valor de  $F_1$ , normalmente é atribuída a diferentes condições de desenvolvimento da camada limite na entrada do ressalto. A figura 6.19 mostra uma comparação desses resultados numa faixa de  $F_1$  em que o ressalto é estável, situação ideal no projeto de bacias de dissipação.

Uma breve análise dessa figura mostra que, atribuir as diferenças simplesmente a diferentes condições de ingresso não parece totalmente correto, visto que não está explícito claramente nos diversos trabalhos a real condição de desenvolvimento da camada limite na entrada do ressalto.

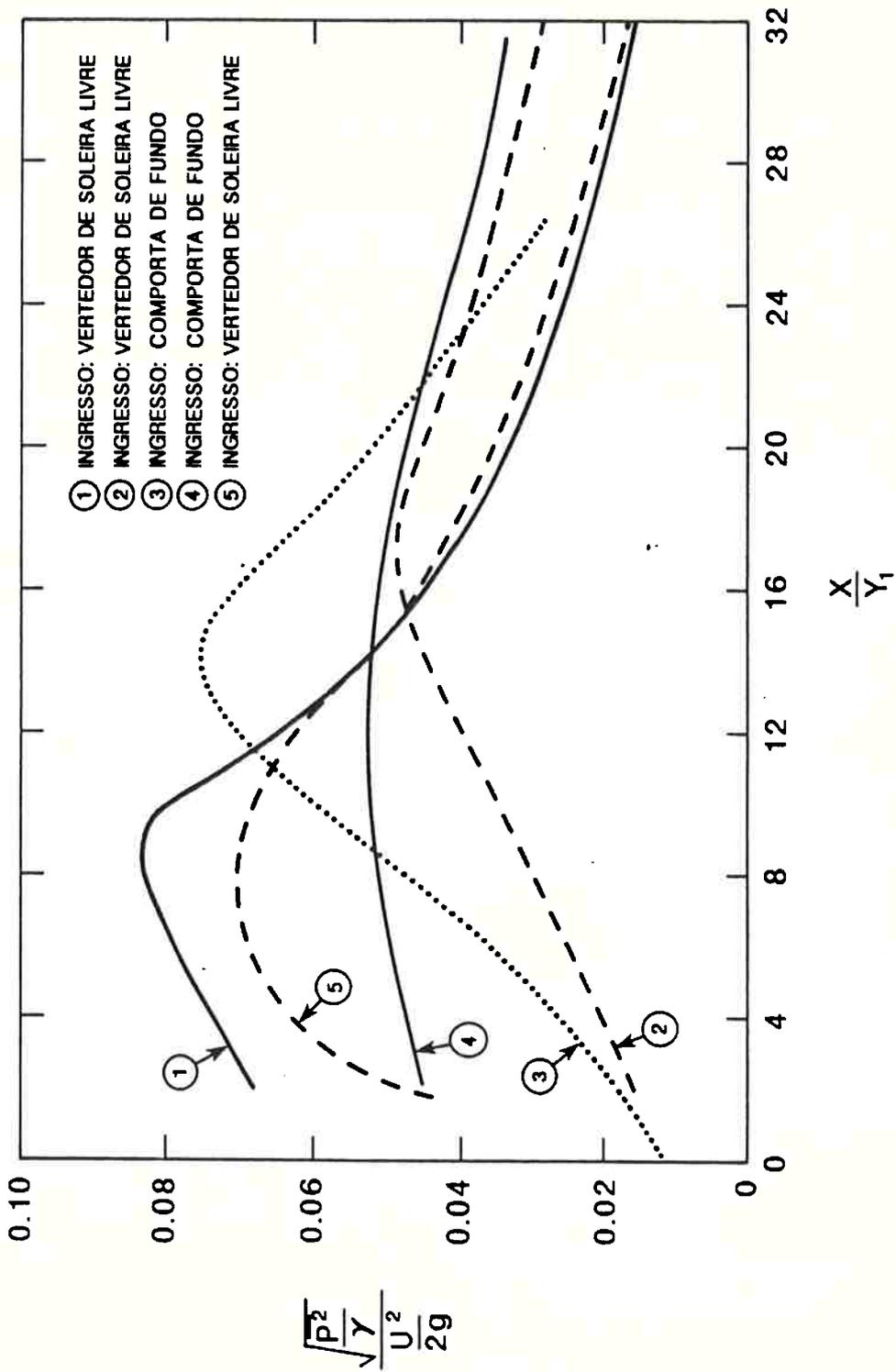


Figura 6.19 Curvas de variação de intensidade de flutuação de pressão dentro do ressalto hidráulico

- 1) KHADER & ELANGO (F1=5.90)
- 2) SCHIEBE & BOWERS (F1=6.50)
- 3) LOPARDO & SOLARI (F1=6.62)
- 4) AKBARI, MITTAL & PANDE (F1=6.20)
- 5) LOPARDO & HENNING (F1=6.30)

A curva de ABDUL KHADER & ELANGO [1973] destaca-se das demais particularmente pelo fato de corresponder ao menor valor de  $F_1$ . É difícil explicar porque os valores de ABDUL KHADER & ELANGO [1973] são tão altos com relação aos demais; todavia, é bom lembrar que eles usaram um transdutor indutivo de pressão cujo diafragma não estava faceado à parede, talvez tentando aumentar a resolução espacial do transdutor cujo diâmetro de  $\phi = 60$  mm é bem maior do que o diâmetro dos transdutores normalmente usados (ver tabela 6.1); nesse caso a tomada de pressão tinha 18 mm, mas a cavidade existente entre a tomada e o diafragma deve ter afetado a resposta em frequência além do fato de formação de bolhas de ar dentro da cavidade, conforme já discutido.

LOPARDO & SOLARI [1980] e LOPARDO & HENNING [1985] apresentaram resultados comparativos variando as condições de ingresso e usando o mesmo transdutor resistivo (STATHAM 131TC). Embora os resultados tenham sido coerentes, com valores de pico da ordem de 0.07, não está clara a influência que a condição de desenvolvimento da camada limite no ingresso do ressalto exerce nas curvas.

Os demais resultados devidos a AKBARI ET ALLI [1982] e SCHIEBE & BOWERS [1971] apresentam valores bem inferiores de RMS para ressalto formado a jusante de comporta de fundo e de vertedor de soleira livre, respectivamente.

AKBARI ET ALLI [1982] usaram transdutores indutivos ligados a mangueiras plásticas flexíveis de comprimento 500 mm, o que ocasiona um efeito de amortecimento do RMS, de acordo com a figura 6.14. Nesse caso, o diâmetro da mangueira não foi declarado no trabalho.

SCHIEBE & BOWERS [1971] usaram transdutores faceados ("strain element") com diâmetro do diafragma  $\phi = 12.7$  mm.

Nos parece claro portanto, que as condições de instalação do transdutor, assim como seu diâmetro e tipo exercem uma influência razoável nos valores de RMS.

### 6.9.1 Diafragma Faceado à Parede VS Diafragma Montado em Câmara (Resultados no Ressalto Hidráulico)

Compararemos aqui os resultados de flutuação de pressão na base do ressalto utilizando-se o transdutor do tipo STATHAM PM131TC faceado a parede ou montado dentro de câmara, respectivamente, conforme mostra a figura 6.12.

Nesses casos o registro do sinal de flutuação de pressão foi obtido da seguinte forma:

a) Inicialmente o dado analógico proveniente do transdutor de pressão foi convertido em dado digital por uma placa A/D conectada a um dos "slots" do microcomputador;

b) Em seguida o dado digitalizado foi convenientemente armazenado em disco flexível, na forma de dado binário ("binary data");

c) Um programa especialmente escrito e denominado "B to T X<sub>2</sub> 1/16" (ver apêndice E<sub>1</sub>) permitiu a conversão do dado binário em dado de texto ("text data");

d) Aplicando então o programa denominado "PLOT TEXT DATA" (ver apêndice B<sub>1</sub>) foi possível obter graficamente o registro do sinal de pressão.

A figura 6.20 apresenta amostras dos registros de flutuação de pressão para os dois casos acima citados, notando-se que, no caso do transdutor montado em câmara há um nítido aumento da resolução espacial; todavia, somente a calibração dinâmica poderia dizer com segurança até que ponto a resposta em frequência do transdutor foi afetada pela introdução da câmara.

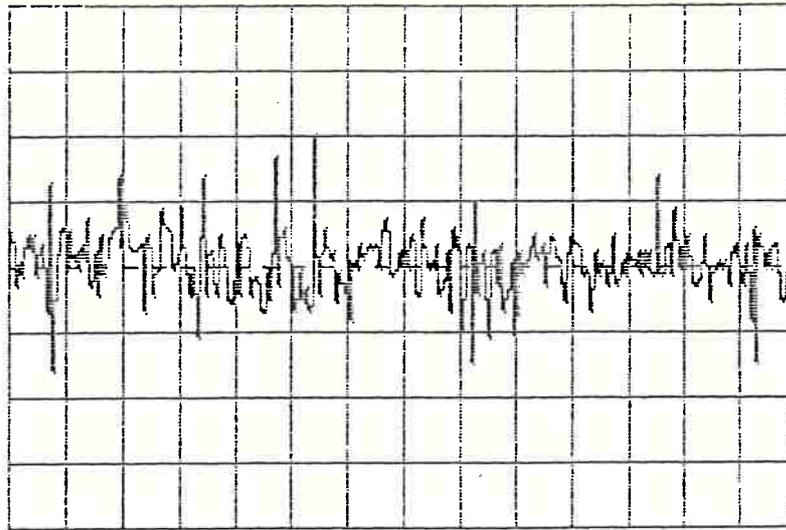


Figura 6.20 a) Transdutor STATHAM montado em câmara.

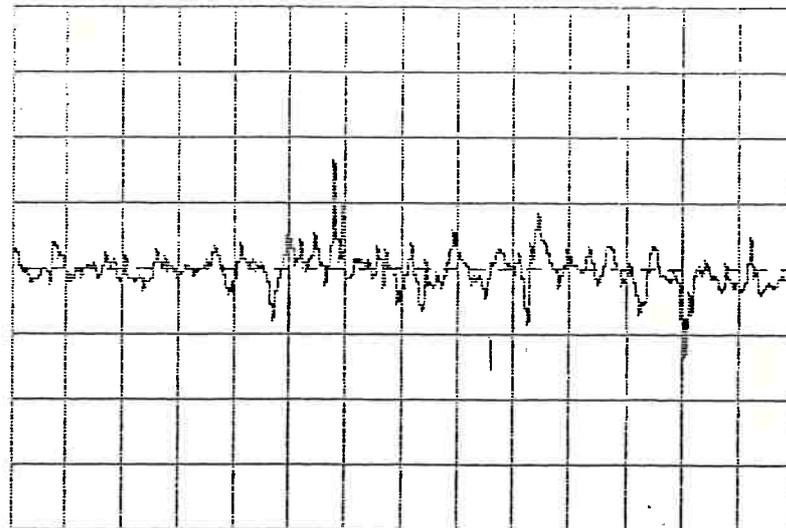


Figura 6.20 b) Transdutor STATHAM montado faceado.

O resultado da variação do **RMS** ao longo do ressalto está apresentado na figura 6.21, sendo que, nesse caso, os ensaios foram feitos por TOSO, em canal liso com o ressalto formado a jusante de uma comporta de fundo com  $F_1 = 6.44$ . É interessante notar que para o transdutor montado em câmara, os valores se aproximam bastante daqueles de ABDUL KHADER & ELANGO [1973] para  $F_1 = 6.6$ . Todavia os resultados apresentados com o transdutor montado em câmara parecem estar afetados de um possível entupimento da câmara. Os resultados obtidos com o transdutor faceado são inferiores aos de LOPARDO &

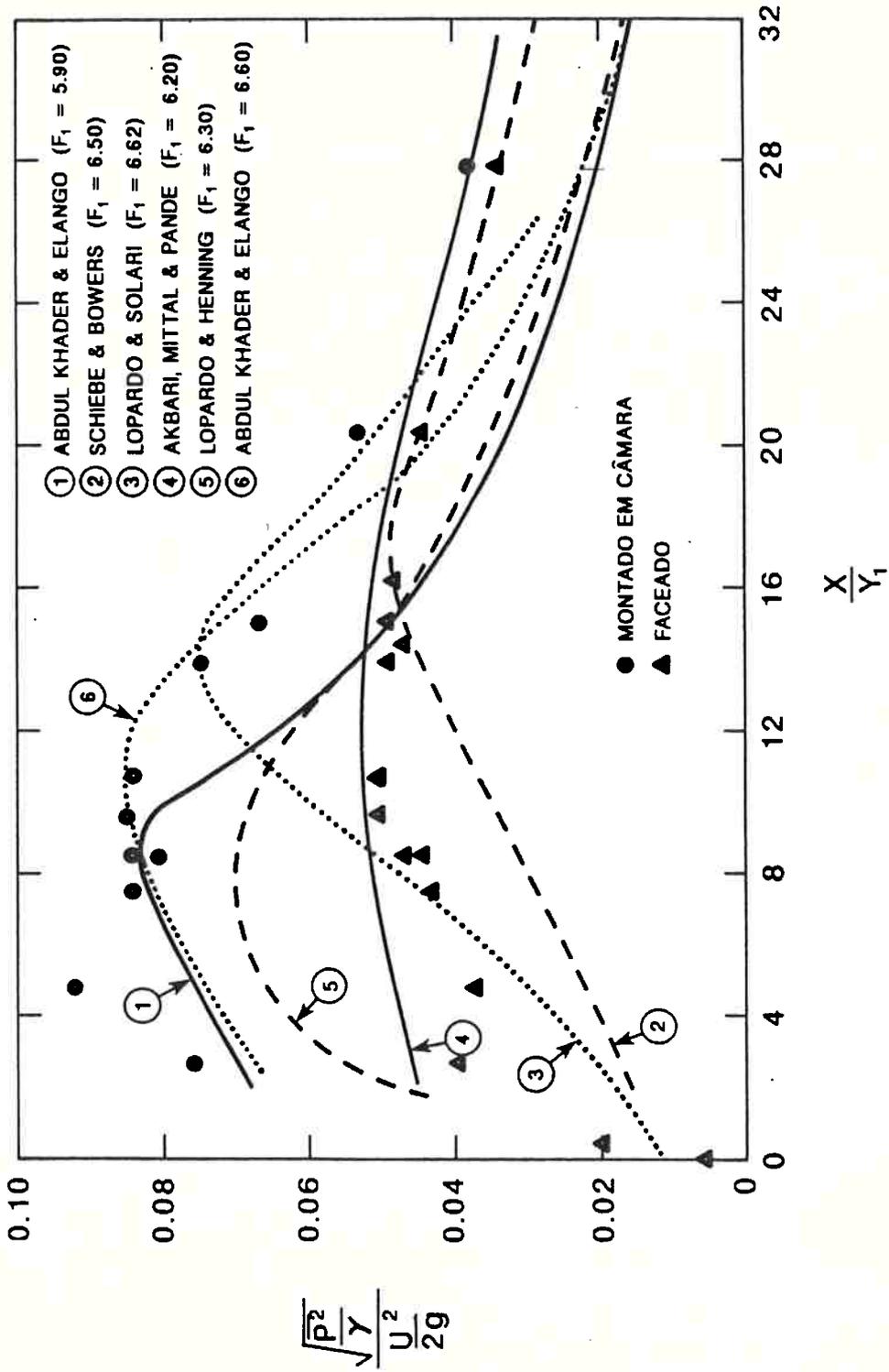


Figura 6.21 Curvas de variação da intensidade de flutuação de pressão dentro do ressalto hidráulico

valores experimentais TOSO ( $F_1=6.44$ )

SOLARI [1980] na região de pico, apesar do transdutor ser o mesmo e usando-se faceado nos dois casos. Isso mostra que diferenças ainda persistem devido a diferentes condições de desenvolvimento da camada limite na entrada do ressalto.

### 6.9.2 Influência do Tipo e Diâmetro do Transdutor no Valor do RMS (Resultados no Ressalto Hidráulico)

Além do aspecto de se usarem diafragmas faceados à parede ou não, o fato dos pesquisadores usarem diferentes tipos de transdutores com diferentes diâmetros, leva também a uma certa discrepância dos resultados.

A figura 6.22 mostra pontos de medição do RMS ao longo do ressalto para alguns transdutores do tipo "strain gage" apresentados na tabela 6.1 e com número de Froude na faixa de ressalto estável.

Pelo que foi apresentado nesse capítulo fica claro a influência do tipo, do diâmetro e do sistema de montagem do transdutor na medição das flutuações de pressão de parede. O ideal seria um transdutor de mínimo diâmetro e máxima sensibilidade montado faceado à parede e capaz de medir a frequência dos menores vórtices. Isso nem sempre é possível, tendo-se então que se estabelecer um compromisso entre a resolução espacial e a resolução em frequência.

No caso de medição de pressões flutuantes na base do ressalto, recomenda-se instalar o transdutor faceado à parede, sendo que o erro na resolução espacial devido à dimensão finita do transdutor é minimizado, já que o ressalto é um fenômeno tipicamente macroturbulento onde as macroescalas de vórtice é que apresentam interesse no projeto de bacias de dissipação.

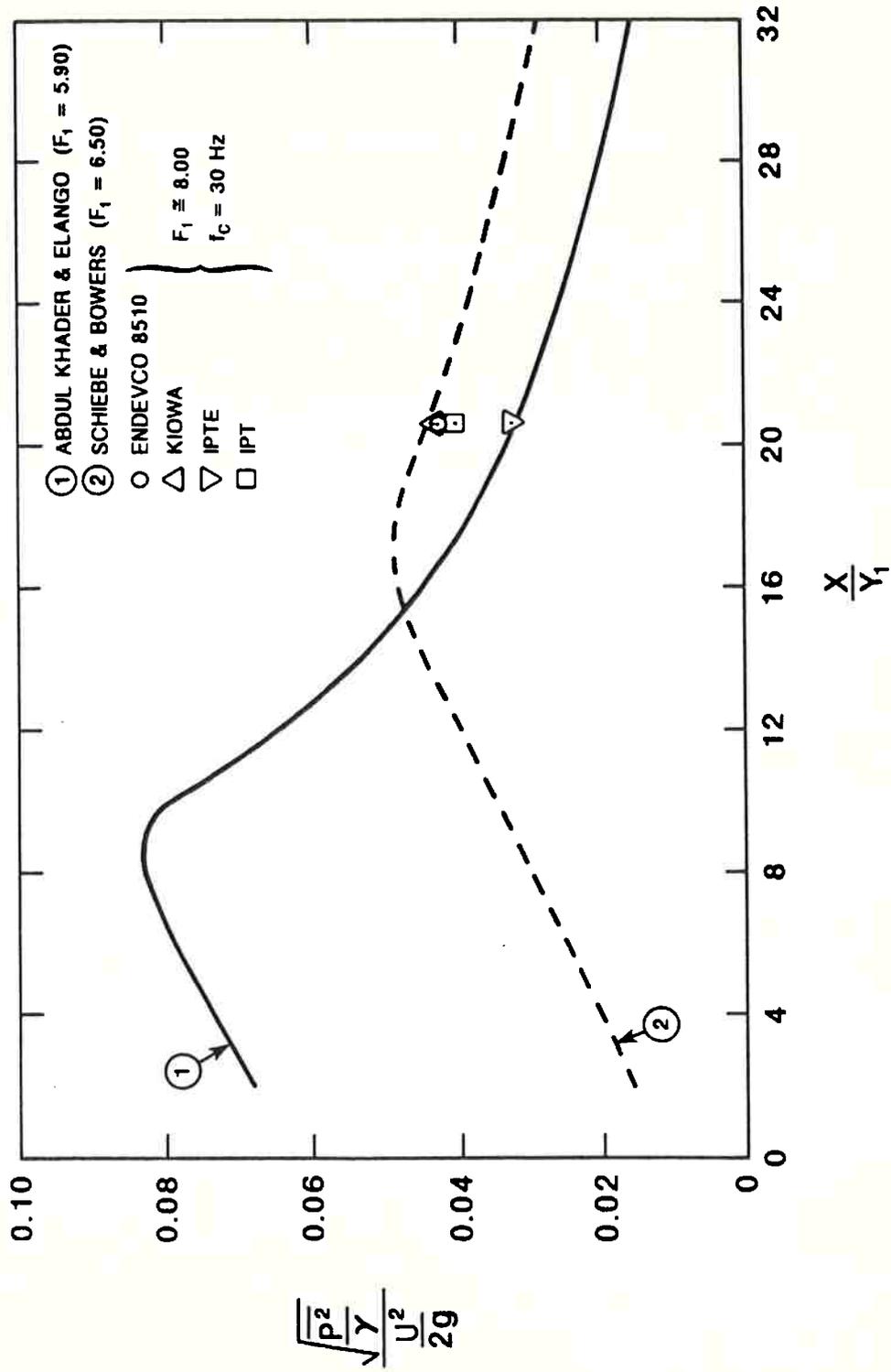


Figura 6.22 Comparação de resultados de intensidade de flutuação de pressão no ressalto hidráulico

utilização de diferentes tipos de transdutores

## 7. SISTEMA DE AQUISIÇÃO E PROCESSAMENTO DE DADOS NA MEDIÇÃO DE TURBULÊNCIA DE PAREDE

### 7.1 Considerações Gerais

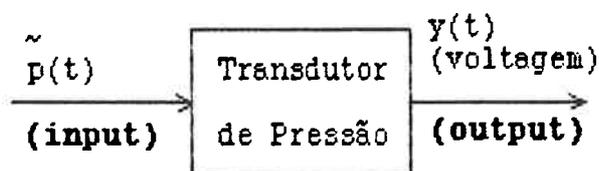
A seleção de técnicas de aquisição e processamento de dados depende de diversos fatores, tais como: tipo de experimento e dado a ser gerado, tipo de resultados esperados, etc. Outros fatores externos, tais como: exequibilidade econômica, política de informática influem também nessa escolha.

A aquisição e o processamento de dados de um sinal de flutuação de pressão incluem uma variedade de operações, ordenadas a seguir:

- 1) Coleta de dados;
- 2) Arquivo de dados;
- 3) Preparação de dados;
- 4) Verificação de dados;
- 5) Análise de dados.

#### 1) Coleta de dados:

No caso do estudo aqui apresentado, a coleta de dados foi feita pelo transdutor de pressão, conforme esquematizado abaixo:



**Figura 7.1** Diagrama de bloco da coleta de dados de pressão instantânea.

## **2) Arquivo de Dados:**

O arquivo de dados é possível usando-se discos flexíveis ou duros ("floppy ou hard disks") ou fitas magnéticas. Tendo-se usado no trabalho aqui apresentado um microcomputador **Apple IIe**, os dados foram armazenados em discos flexíveis de 128 Kbytes de capacidade de memória por disco. Obviamente, o uso de disco duro juntamente com discos flexíveis é uma solução muito mais versátil, e hoje em dia, já existem na praça microcomputadores, como o **McIntosh SE** com disco duro de 20 Mbytes de capacidade de memória. Não se recomenda hoje em dia o uso de fitas magnéticas devido à introdução do ruído próprio da fita.

## **3) Preparação de dados:**

A preparação de dados é função do tipo de análise de dados (digital ou analógica). Na análise digital o processo de preparação envolve passos tais como: digitação dos dados, trabalho com dado binário ("**binary data**"), etc. Com a evolução cada vez mais rápida dos computadores digitais de alta velocidade (particularmente dos microcomputadores), novas perspectivas de pesquisa de turbulência em fluidos têm surgido nos últimos anos e a análise analógica do sinal tem cedido cada vez mais terreno para a análise digital.

## **4) Verificação de dados:**

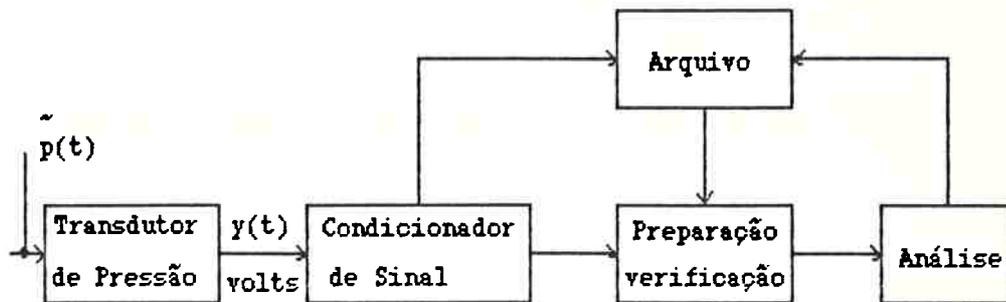
A verificação de dados envolve alguns passos que assegurem que o procedimento na análise está correto para o tipo de dado coletado. Na prática, isso envolve fazer alguns testes nos dados, de modo a assegurar que certas condições (como por exemplo a estacionaridade) são satisfeitas.

## **5) Análise de dados:**

A análise de dados inclui a análise de registros de sinais usando diferentes níveis de cálculo estatístico para o sinal randômico, de acordo

com o "software" previamente criado para o microcomputador usado na aquisição e processamento.

Todas essas operações na aquisição e processamento de dados poderiam ser ligadas através do diagrama de bloco da figura abaixo:



**Figura 7.2** Diagrama de bloco de um sistema de aquisição e processamento de dados (extraído de TSI Incorporated - 1987).

## **7.2 O Processamento Digital de Dados**

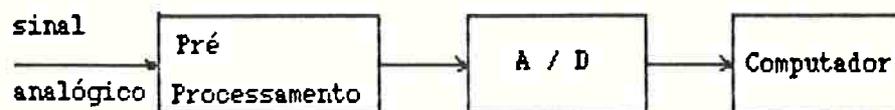
Com a oferta cada vez maior de computadores digitais, o processamento de dados tem-se simplificado cada vez mais em termos de manipulação de números, o que é função da capacidade do sistema de aquisição e processamento utilizado. Em vista disso, e do que foi exposto anteriormente, a análise do processamento analógico de dados não será tratada nesse trabalho.

Portanto, sabendo-se que o sinal de saída de um transdutor de pressão é um sinal analógico, é necessário converter os dados analógicos em digitais e então transferir esses dados para o computador. Uma vez que o dado está no computador, o cálculo das várias propriedades estatísticas do escoamento envolve apenas a manipulação de números.

A fase de pré-processamento está implicitamente ligada a qualidade do sinal do condicionador utilizado, de modo a obter a precisão necessária. Em outras palavras, a fase de pré-processamento inclui:

- 1) Filtragem do sinal para remoção do ruído;

2) Estabelecimento do ganho e do nível de amplificação do sinal, de modo a ser possível sua análise.



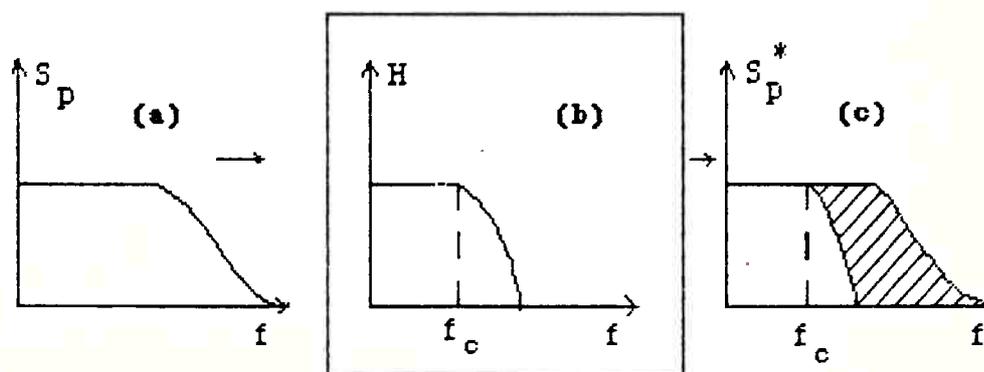
**Figura 7.3** Diagrama de bloco do processamento de dados digitais (extraído de TSI Incorporated - 1987).

### 1) Filtragem do sinal para remoção do ruído:

Os filtros são utilizados para rejeitar uma faixa de frequência do sinal e que na verdade constitui-se em ruído introduzido pelo sistema.

Os filtros passa-baixa ("low-pass filters") eliminam os ruídos de alta frequência, normalmente introduzidos pelo sistema de alimentação do condicionador de sinal. Na prática esses filtros eliminam gradativamente o sinal acima de uma certa frequência, em vez de abruptamente, conforme esquematizado abaixo:

- (a) → espectro de frequência do sinal de pressão instantânea;  
 (b) → resposta em frequência do filtro;  
 (c) → espectro de frequência do sinal filtrado;  
 $f_c$  → frequência de corte.

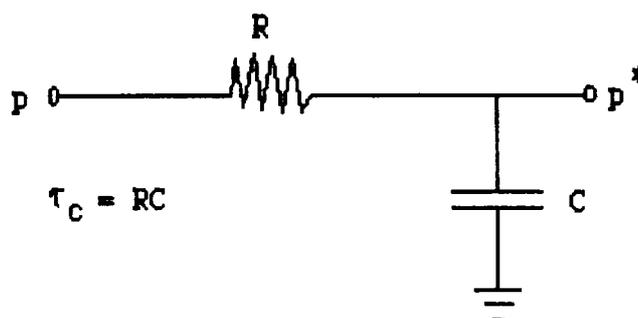


**Figura 7.4** Representação esquemática do efeito de um filtro passa-baixa no espectro de frequência.

De acordo com DOEBELIN [1975], a resposta em frequência de um filtro passa-baixa RC é dada por:

$$H(f) = \frac{1}{1+j2\pi f\tau_c} \quad (7.1)$$

sendo:  $|H(f)| = \frac{1}{\sqrt{1+(2\pi f\tau_c)^2}}$



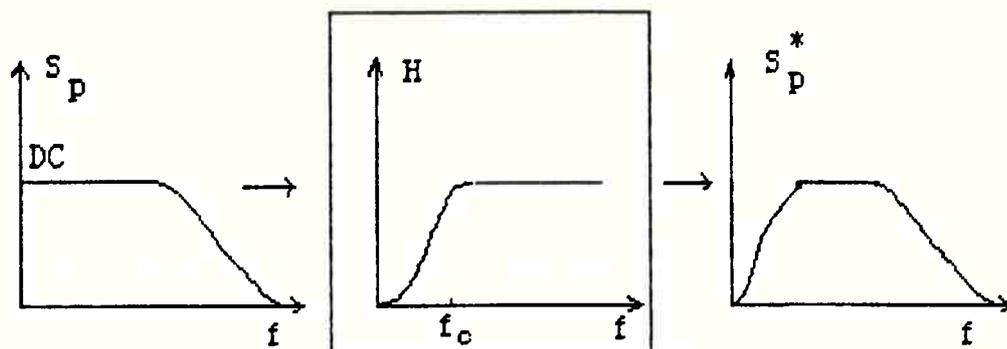
**Figura 7.5** Representação esquemática do circuito elétrico de um filtro passa-baixa.

A taxa de decaimento ("roll-off rate") é determinada pelo projeto do filtro, aumentando bastante com o aumento do custo do filtro.

É evidente que se o sinal de pressão contém energia significativa em torno da frequência de corte do filtro ( $f_c$ ), o valor do RMS do sinal medido será significativamente menor do que o do sinal real, sendo portanto prioritário conhecer a faixa de frequência do fenômeno hidráulico a ser medido.

Os filtros passa-alta ("high pass filters") são normalmente utilizados para remover a chamada componente DC do sinal. Isso é necessário quando as flutuações são bem menores em comparação com o valor médio. Supondo, por exemplo, um valor de RMS da flutuação de pressão de 100 mv e um valor médio de 5 v (DC), a flutuação de pressão é muito pequena comparada com o valor médio, o que torna difícil para um transdutor que é capaz de aceitar um sinal de 5 v, medir sem dificuldades a flutuação de 100 mv. Nesse caso, o que se recomenda normalmente é usar um filtro passa-alta que rejeita a

componente DC (frequência zero), deixando passar a maior parte do sinal de flutuação de pressão.

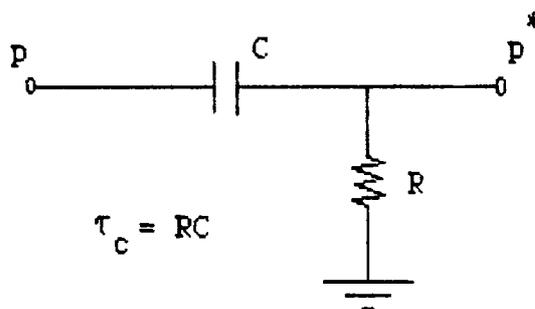


**Figura 7.6** Representação esquemática do efeito de um filtro passa-alta no espectro de frequência.

De acordo com DOEBELIN [1975], a resposta em frequência de um filtro passa-alta é dada por :

$$H(f) = \frac{j2\pi f\tau_c}{1+j2\pi f\tau_c} \quad (7.1a)$$

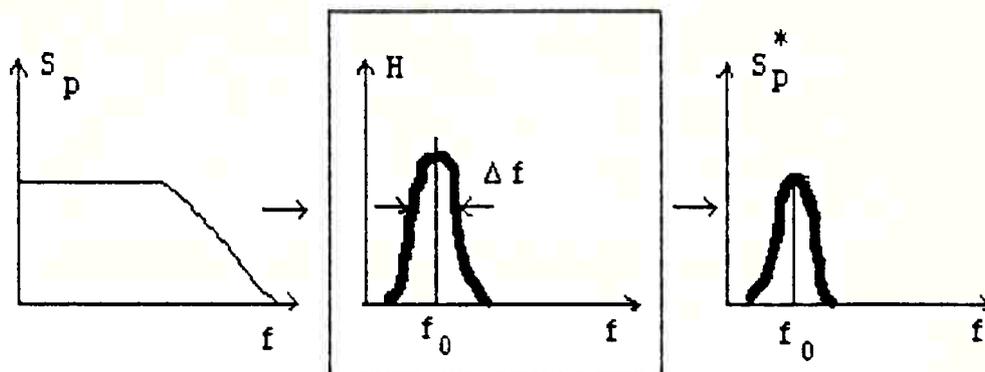
$$\text{sendo: } |H|^2 = \frac{4\pi^2 f^2 \tau_c^2}{1+4\pi^2 f^2 \tau_c^2}$$



**Figura 7.7** Representação esquemática do circuito elétrico de um filtro passa-alta.

No caso de medição de flutuações de pressão na base do ressalto, a utilização de filtro passa-alta não é recomendada já que isso poderia remover parte do sinal de baixa frequência do escoamento macroturbulento.

Um terceiro tipo de filtro é o chamado filtro de banda ("bandpass filter") que se caracteriza por uma frequência de centro  $f_0$  e uma faixa estreita de frequência de interesse na análise espectral.

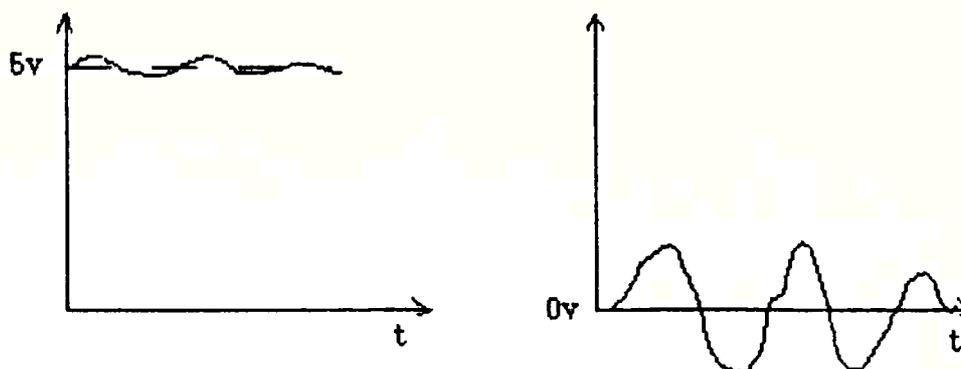


**Figura 7.8** Representação esquemática do efeito de um filtro de banda no espectro de frequência.

Na realidade, o espectro de um sinal de flutuação de pressão poderia ser obtido através de uma série sucessiva de filtros de banda estreita, com  $\Delta f \rightarrow 0$ .

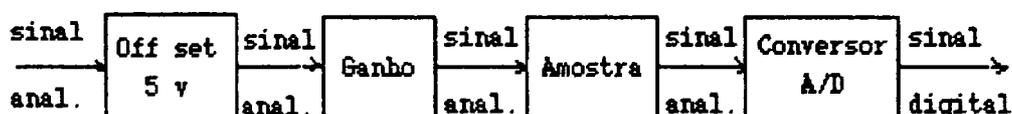
## 2) Estabelecimento do ganho ("off set gain") e do nível de amplificação do sinal, de modo a ser possível a sua análise

Quando o sinal médio de pressão (por exemplo o sinal de 5 v anteriormente referido) é muito maior que o sinal da flutuação, a forma de se obter uma medição de flutuação acurada é estabelecer, na fase de pré-processamento, uma seleção compatível do ganho do sinal. Fixando o valor de "off set" do sinal em 5 v, resulta uma mudança na referência do sinal, de modo que a flutuação esteja próximo do zero. Em seguida, com a amplificação do sinal (mudança do ganho) passa a ser possível que as pequenas flutuações de pressão sejam levadas em conta. A figura abaixo ilustra esse procedimento:



**Figura 7.9** Representação gráfica dos efeitos de "off set" e ganho do sinal de flutuação de pressão.

No caso de se usarem múltiplos transdutores amostrados ao mesmo tempo, o número de transdutores deverá ser compatível com o número de canais (no trabalho aqui apresentado foi usado um conversor A/D de 16 canais). Nesse caso, atribue-se a cada sinal analógico amostrado um determinado canal e a sequência de pré-processamento e processamento do sinal é dada pelo diagrama de bloco abaixo:



**Figura 7.10** Diagrama de bloco do pré-processamento do sinal analógico - amostragem e conversão (extraído de TSI Incorporated - 1987).

A amostra simultânea de vários sinais de pressão instantânea é muito importante pois permite o estabelecimento da correlação cruzada do sinal, o que dá uma idéia mais real da distribuição espacial da turbulência.

### **7.2.1 Amostragem de Valores Digitais**

Considerando que as flutuações de pressão de parede seguem um processo estacionário e ergódico, o problema passa por definir:

- 1) o número de amostras que devem ser tomadas (N);

2) o intervalo de tempo entre as amostras ( $\Delta$ ).

Os parâmetros  $N$  e  $\Delta$  já foram definidos no **capítulo 5.3**. Evidentemente, esses valores devem ser tal que representem as verdadeiras características do processo randômico, e sua escolha está condicionada ao sistema de aquisição e processamento de dados.

### 1) Número de Amostras (N):

O número de amostras  $N$  deve ser suficientemente grande de modo a ser representativo do universo.

Uma forma de avaliar o erro devido à utilização de uma amostra finita é introduzir o conceito de estimativa do erro, dado por:

$$(\hat{P} - P)^2$$

onde:  $P \rightarrow$  valor médio da pressão a ser medida;

$$\hat{P} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i \rightarrow \text{valor estimativo da média da pressão para } N$$

amostras.

O valor estimativo do erro, que é uma variável randômica, flutua em torno do valor médio em função do valor  $N$  assumido. Se a estimativa possui um suficiente número de amostras ou foi amostrada por um longo período de tempo, a variância deve ser pequena como mostra a figura abaixo. Quando para altos valores de  $N$  persiste uma diferença entre os valores de  $\hat{P}$  e  $P$ , existe um erro sistemático que deverá ser eliminado no início do processo de aquisição.

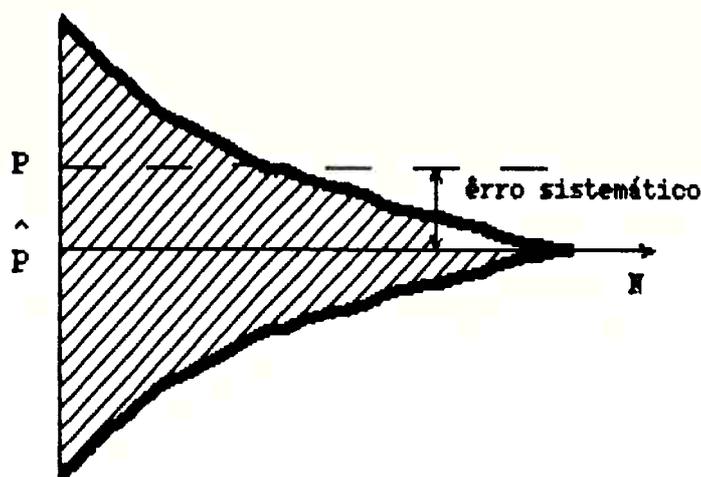


Figura 7.11 Representação gráfica dos erros randômico e sistemático de um sinal de pressão (extraído de TSI Incorporated - 1987).

A função de densidade de probabilidade das flutuações de pressão é diretamente dependente do número de amostras, o que poderá levar a uma distribuição Gaussiana ou não (amostra finita ou infinita). Nesse caso, passa a ser importante a definição do intervalo de confiança da amostra usando os métodos descritos na literatura [JENKINS & WATTS - 1968 e NEWLAND - 1984].

Obviamente deve-se procurar escolher o valor de  $N$  o mais alto possível; todavia, do ponto de vista de capacidade de memória e velocidade de aquisição do microcomputador utilizado, tem-se, muitas vezes, que assumir soluções realistas, estabelecendo-se então um compromisso entre teoria e prática.

## 2) Intervalo de Tempo entre Amostras ( $\Delta$ ) ("Sampling Rate")

No capítulo 5.3 foram apresentados os conceitos de FDT, FFT e critério de Nyquist. De acordo com esse critério, tem-se que:

$$f \leq \frac{1}{2\Delta} \text{ (Hz)} \quad (5.15),$$

que é a máxima frequência que pode ser detectada em uma amostra temporal com intervalo de amostragem  $\Delta$  (s).

Sabe-se que o ressalto hidráulico é um fenômeno de baixa frequência, com picos entre 1 a 6 Hz. Em vista disso, na parte experimental desse trabalho adotou-se:

$$\Delta = 20 \text{ ms} \Rightarrow \frac{1}{\Delta} = 50 \text{ Hz} \Rightarrow f = \frac{1}{2\Delta} = 25 \text{ Hz} .$$

Isso traz alguns problemas no que se refere à análise da influência das pequenas escalas de turbulência nos valores de pressão de parede; todavia, sendo o **Apple IIe** um microcomputador bastante limitado em termos de capacidade de memória e velocidade de aquisição, adotar valores ainda menores de  $\Delta$ , significa incompatibilidade física do sistema, e nesse caso, deve-se partir para um sistema de aquisição de maior velocidade e capacidade de memória.

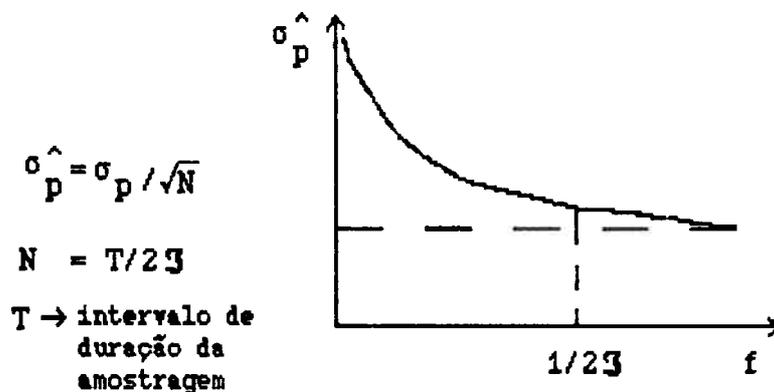
Um critério que também poderia ser utilizado no estabelecimento do intervalo de amostragem é dado a seguir:

$$\frac{1}{\Delta} = \frac{1}{2\mathfrak{J}}$$

onde:  $\mathfrak{J} \rightarrow$  escala integral de tempo.

Pela figura abaixo, pode-se concluir que o intervalo de amostragem  $\left(\frac{1}{2\mathfrak{J}}\right)$  é ótimo, no sentido em que minimiza o número total de amostras  $(N = \frac{T}{2\mathfrak{J}})$ ,

enquanto fornece resultados muito próximos daqueles obtidos com amostragem muito rápida.



**Figura 7.12** Representação gráfica da determinação do intervalo de amostragem ótimo (extraído de TSI Incorporated - 1987).

### 7.3 O Conversor A/D e D/A

O conversor A/D e D/A permite a comunicação entre o sinal proveniente do transdutor de pressão, e o microcomputador e vice-versa, conforme diagrama de bloco abaixo:

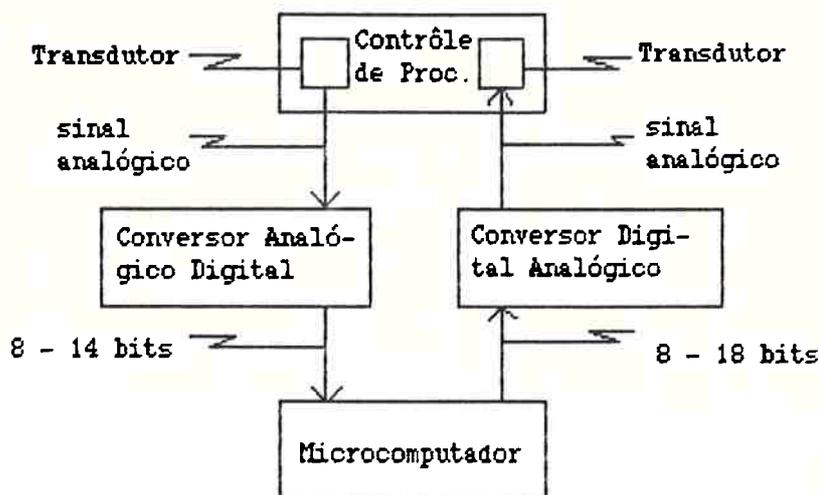


Figura 7.13 Diagrama de bloco do sistema de comunicação entre o conversor A/D e D/A e o microcomputador.

O comportamento do conversor A/D e D/A é governado pelo número de "bits" disponível, sendo que sua resolução é dada por:

$$r = \frac{1}{2^n} * \text{faixa do conversor} ,$$

sendo:  $n \rightarrow$  número de bits.

Como exemplo, supondo um conversor de 8 bits de resolução com uma faixa de 0 a 5 v, resulta:

$$r = \frac{1}{2^8} * 5 = 0.0195 \text{ volts/incremento.}$$

resultando os seguintes valores:

0; 0.0195; 0.0390; 0.0585; .....; 5 ( $2^8 = 256$  incrementos).

Considerando agora um conversor de 12 bits de resolução com a mesma faixa, resulta:

$$r = \frac{1}{2^{12}} * 5 = 0.00122 \text{ volts/incremento.}$$

resultando os seguintes valores:

0; 0.00122; 0.00244; 0.00366; .....; 5 ( $2^{12}$  = 4096 incrementos).

O exemplo acima mostra que para um conversor de 0 a 5 volts:

8 bits de resolução  $\Rightarrow$  19.5 mv é a mínima amplitude de flutuação que será resolvida.

12 bits de resolução  $\Rightarrow$  1.22 mv é a mínima amplitude de flutuação que será resolvida;

No caso de se ter um nível de turbulência baixo, um conversor A/D de 8 bits de resolução não será adequado. Todavia, no caso de flutuações de pressão no ressalto hidráulico, com intensidade de turbulência muito alta, o conversor de 8 bits pode ser utilizado.

Normalmente, o valor do tempo de conversão de conversores A/D disponíveis no mercado é baixo [ver MALCOLME-LAWES - 1984]. Em outras palavras, a conversão do sinal e a sua transferência para o microcomputador é bastante rápida. O problema maior é o tempo de processamento de dados dentro do microcomputador, o que vai depender da velocidade de resolução do mesmo. No caso particular do microcomputador Apple IIe utilizado nessa pesquisa, a velocidade é lenta, sendo a compilação dos programas uma forma de otimizar em parte o tempo de aquisição, conforme veremos a seguir.

Nos dias de hoje, velocidades típicas de transferência para o microcomputador de 0.25 a 1 megaword por segundo são possíveis (ver TSI Incorporated - 1987). Por outro lado o custo do sistema aumenta substancialmente, sendo necessário então pesar vários fatores, tais como: recurso disponível, planejamento de futuras pesquisas, etc.

Maiores detalhes sobre conversores A/D e D/A, o que foge ao escopo desse trabalho, podem ser encontrados na publicação de MALCOLME-LAWES [1984] e BURTON & DEXTER [1977].

## 7.4 Algumas Considerações Sobre os Erros Resultantes da Cadeia de Instrumentos Ligados Entre Si para Formar o Sistema de Aquisição de Dados

### 7.4.1 O Condicionador de Sinal e o Amplificador

O RELATÓRIO TÉCNICO CTH [1985] apresenta uma análise sistemática da resposta de um condicionador de sinal no caso de um sinal randômico. A análise dos resultados desse relatório mostra que, de uma forma geral, (para o condicionador de sinal BELL & HOWELL - TIPO SC 8102-AC), o ruído de alta frequência ( $f \gg 120$  Hz) não muda significativamente o valor do sinal, em função do:

- uso ou não de cabos;
- mudança no ganho;
- mudança de filtros;
- mudança de transdutores.

Ocorre uma considerável diminuição do ruído quando se usa um amplificador na saída do sinal do condicionador.

A influência do ruído da rede (60 Hz) no sinal é muito pequena quando se estabelece um curto na entrada do condicionador de sinais em vez de se usar cabos longos. Novamente, o uso de amplificador diminui bastante a influência de ruídos de 60 Hz.

No RELATÓRIO TÉCNICO CTH [1985] estão sumarizadas algumas condições de teste usando transdutores ENDEVCO 8510 ( $\pm 2$  psi) e GOULD STATHAM PM397 ( $\pm 5$  psi).

A análise dos resultados desse relatório mostra que a menor sensibilidade do transdutor GOULD STATHAM implica em ter que trabalhar com maior ganho, comparativamente ao transdutor ENDEVCO, cuja sensibilidade é de 30mv/v. Dessa forma, a influência na flutuação do sinal devido à proximidade de pessoas, devido a campos elétricos e magnéticos de bombas e motores operando

nas vizinhanças, etc. é muito maior no primeiro caso (altos ganhos); muitas vezes essas interferências que são randômicas fazem com que o sinal não mais retorne a sua condição inicial.

Obviamente que a utilização de condicionadores de sinais mais modernos pode melhorar bastante o quadro dos resultados.

#### 7.4.2 O Registrador

A experiência do autor se limita a registradores X-Y de resposta em frequência muito baixa.

A figura 7.14 extraída do RELATÓRIO TÉCNICO CTH [1985] mostra, para um registrador ECB, a curva de resposta em frequência de acordo com a amplitude do sinal e em relação ao fundo de escala do registrador. Pela análise do gráfico fica claro que a resposta em frequência diminui à medida que a amplitude do sinal se aproxima do fundo de escala, o que pode ser justificado pela inércia do sistema mecânico do registrador.

A figura 7.15, também extraída do RELATÓRIO TÉCNICO CTH [1985], mostra, para um registrador HP XY7000 a resposta em frequência em datas diferentes. Pela análise do gráfico, nota-se que em 1976 o instrumento respondia sem atenuação até 3Hz; em 1985 esta resposta decresceu bastante devido à descalibração do instrumento.

Recomenda-se na medida do possível a utilização de registradores X-Y com maior resposta em frequência, lembrando todavia que isso implica em maior custo. Por outro lado, é bom lembrar também que a maior finalidade desses registradores é dar uma idéia qualitativa do sinal randômico antes de seu processamento digital.

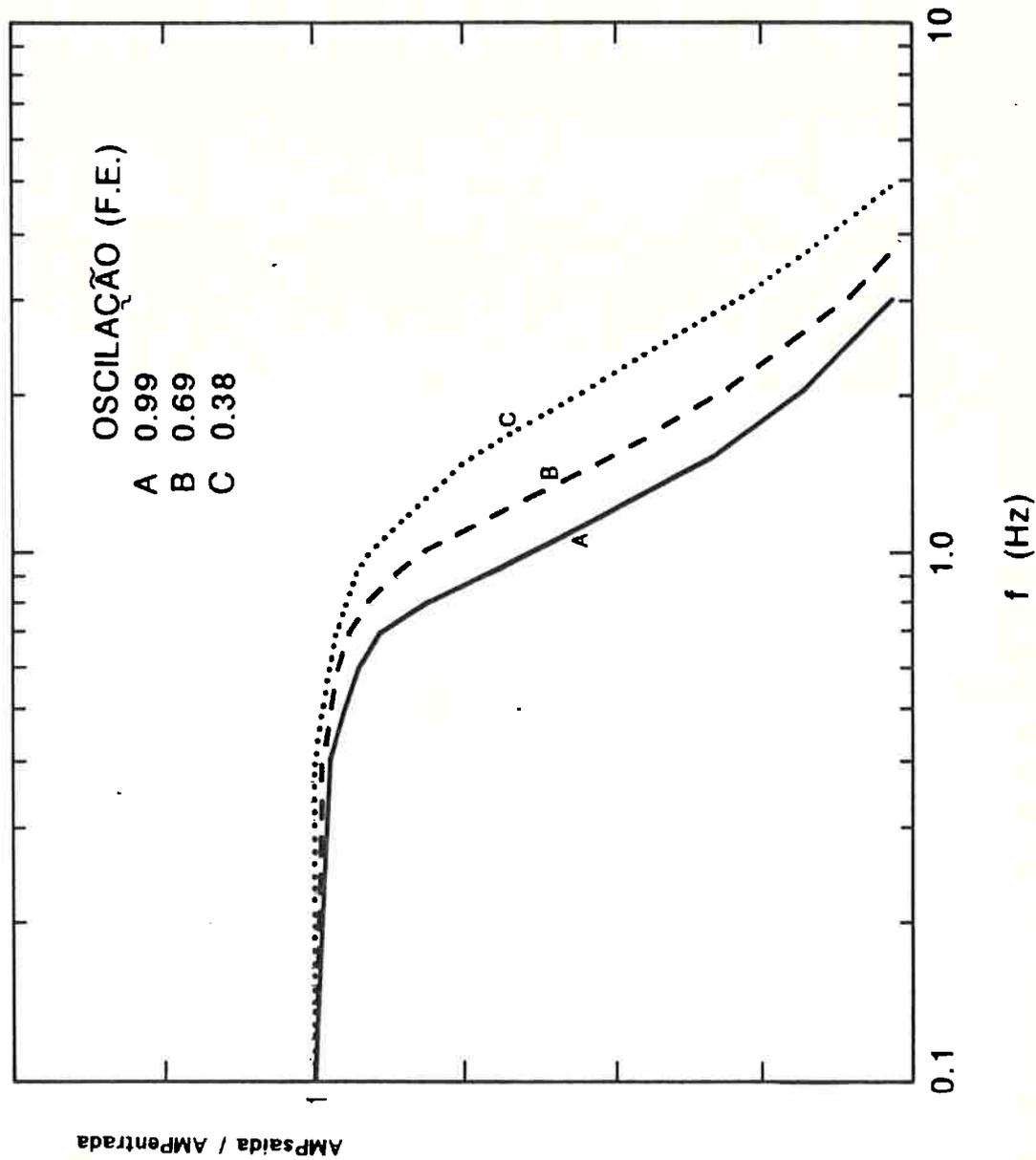


Figura 7.14 Curvas de resposta em frequência de um registrador XY-ECB extraído do Relatório Técnico CTH 1985

FE = fundo de escala

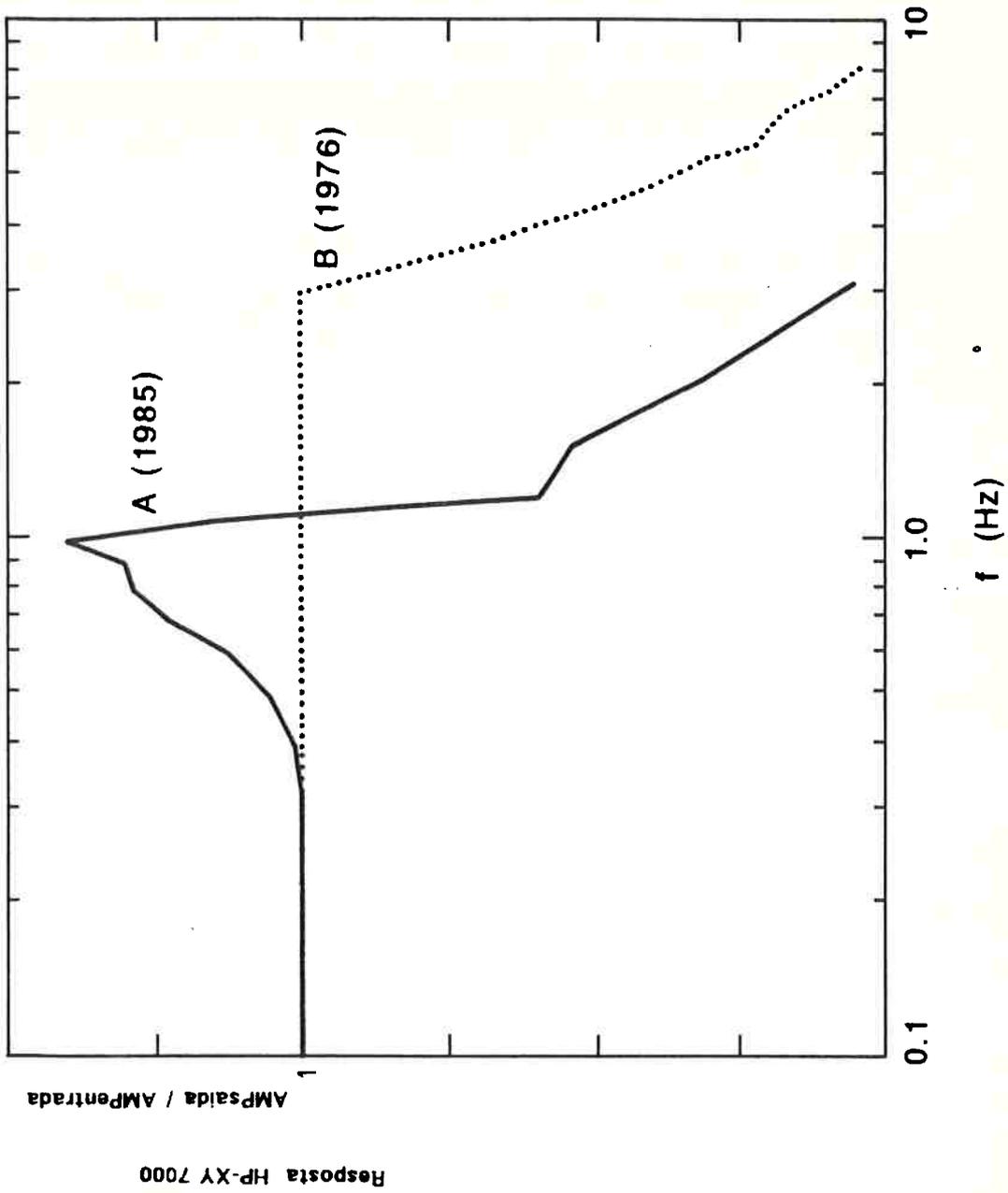


Figura 7.15 Curvas de resposta em frequência de um registrador HP-XY 7000  
(extraído do Relatório Técnico CTH 1985)

### 7.4.3 O Gravador de Instrumentação

O procedimento de gravar o sinal randômico no sentido de armazenar os dados em fita magnética, não é uma prática muito recomendada devido a introdução de ruídos no processo de gravação e pela própria fita, que pode apresentar diferentes padrões de qualidade em função da marca. Nos dias de hoje, o uso de discos flexíveis e duros tem substituído, com muito mais vantagem, o uso de fitas magnéticas.

### 7.4.4 A Calibração do Sistema de Captação e Condicionamento do Sinal

O sistema de captação e condicionamento de um sinal randômico de pressão é composto basicamente dos seguintes elementos:

- transdutor de pressão;
- condicionador de sinal e amplificador;
- cabos;
- registrador.

De acordo com o RELATÓRIO TÉCNICO CTH [1985], testes feitos com o sistema composto dos elementos acima mencionados mostraram (para uma calibração de 1 m.c.a. = 1 v) os seguintes resultados:

- uso do transdutor GOULD PM397 ( $\pm 5$  psi)  $\Rightarrow$  ruído total do sistema de medição de pressão  $\cong 1.5$  mv;
- uso do transdutor ENDEVCO 8510 ( $\pm 2$  psi)  $\Rightarrow$  ruído total do sistema de medição de pressão  $\cong 0.5$  mv.

Considerando uma relação sinal/ruído de 10, tem-se que os sinais mínimos confiáveis para análise são da seguinte ordem:

- transdutor GOULD PM397 ( $\pm 5$  psi)  $\Rightarrow$  sinal mínimo =  $1.5 * 10 = 15$  mv  $\Rightarrow 15$  mm.c.a.;

- transdutor ENDEVCO 8510 ( $\pm 2$  psi)  $\Rightarrow$  sinal mínimo =  $0.5 * 10 = 5$  mv  $\Rightarrow$  5 mm. c. a.

Esse exemplo mostra que o transdutor ENDEVCO é bem mais sensível que o transdutor GOULD.

Um fator importante na escolha do transdutor que deverá fazer parte do sistema de aquisição de dados é o seu fundo de escala (FS = FE), o qual deve ser compatível com a faixa de medição do experimento, já que os erros especificados pelo fabricante são função do fundo de escala do referido transdutor. No caso de medições de pressão de parede em modelos hidráulicos são recomendados normalmente transdutores na faixa de  $\pm 2$  a  $\pm 5$  psi.

#### **7.4.5 Critérios para Otimização do Sistema**

A eliminação de erros devidos a cada instrumento conectados entre si para formar o sistema de aquisição e processamento do sinal de pressão randômica não é uma tarefa fácil. Todavia, a fim de minimizar esses erros, algumas regras gerais são recomendadas:

- 1) Os instrumentos para aquisição e processamento de dados devem ser instalados junto ao modelo físico;
- 2) Não é conveniente que os instrumentos do sistema sejam expostos a variação acentuada da temperatura ambiente; recomenda-se, com ênfase, a sua instalação junto ao modelo físico em compartimento fechado e provido de um sistema de ar condicionado;
- 3) Recomenda-se a manutenção periódica de todos os instrumentos que compõem o sistema;
- 4) Recomenda-se que no início de cada teste de medição de pressão seja estabelecido uma rotina de procedimentos de verificação dos instrumentos;
- 5) Recomenda-se a previsão de uma verba específica para reposição e reparo de instrumentos;

6) Devido ao rápido desenvolvimento no campo da instrumentação, recomenda-se a constante atualização com os novos instrumentos disponíveis no mercado, possibilitando-se assim uma natural modernização do sistema em função dos recursos disponíveis e da demanda de trabalho.

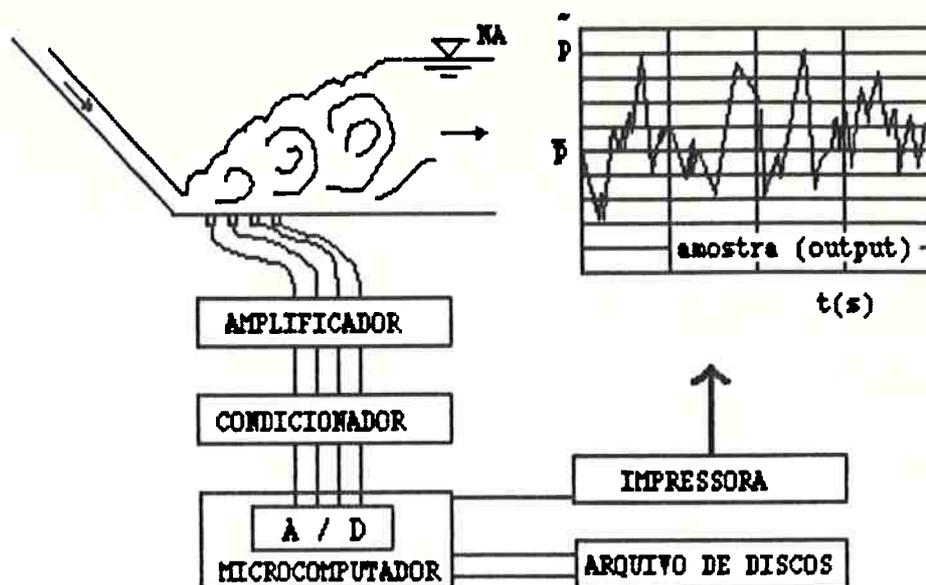
## **7.5 O Sistema de Aquisição e Processamento de Dados Utilizado na Medição de Pressões Flutuantes na Base do Ressalto Hidráulico**

### **7.5.1 Introdução**

O sistema de aquisição e processamento de dados que será apresentado a seguir e que foi utilizado na análise dos dados experimentais aqui apresentados, não foi fruto da escolha do autor, mas foi herdado de uma pesquisa anterior que resultou em uma tese de doutoramento junto a Universidade de Minnesota [ver TOSO - 1986].

As suas vantagens e desvantagens serão descritas ao longo do desenvolvimento desse capítulo.

A parte experimental de aquisição do dado de flutuação de pressão junto ao modelo físico foi feita por TOSO e o meu trabalho se concentrou na análise de uma grande quantidade de dados armazenados em discos flexíveis, usando a configuração do sistema de aquisição e processamento de dados apresentado abaixo:



**Figura 7.16** Configuração do sistema de aquisição e processamento de dados utilizado na pesquisa de pressões flutuantes na base do ressalto.

Em seguida passaremos a discutir as fases e os instrumentos que compõem essa configuração.

### 7.5.2 Os Transdutores de Pressão

Os transdutores utilizados na aquisição de dados foram os seguintes: STATHAM PM131TC ( $\pm 2.5$  psi), STATHAM PM233 ( $\pm 3$  psi), SENSOTEC S ( $\pm 2$  psi) e CEC 4-312A ( $\pm 5$  psi).

A calibração estática dos transdutores foi feita no próprio canal a partir do prévio estabelecimento dos níveis d'água.

Durante o processo de calibração, a mudança na pressão em termos de altura de coluna d'água sobre o transdutor era registrada através do desvio correspondente na leitura do conversor A/D. O quociente entre esses dois valores fornecia o valor do coeficiente de calibração. O programa CAL escrito em Applesoft BASIC permitia o registro na impressora do coeficiente de calibração (em pés/pulso), assim como, da leitura do zero. Nos apêndices C<sub>1</sub> e C<sub>2</sub> estão apresentados respectivamente o programa CAL e um exemplo de resultado de calibração estática referente ao ensaio

N. 5. 062601, com  $F_1 = 5.67$  e para o transdutor N°14 instalado na base do ressalto.

Tomando-se como exemplo o transdutor STATHAM PM131TC, e se quisermos verificar sua resolução na medição do ressalto, pela tabela 6.1, tem-se que:  $d = 1.27$  cm e  $f_n = 3500$  Hz.

Assumindo para o ressalto (conforme veremos a seguir):

$$f_{\text{pico}} \cong 1 \text{ Hz e } U_c = 1.5 \text{ m/s .}$$

resulta que:

$$\lambda = \frac{U_c}{f_{\text{pico}}} = \frac{150}{1} = 150 \text{ cm} \gg 1.27 \text{ cm.}$$

$$\text{Portanto: } \left. \begin{array}{l} \frac{\lambda}{2} \gg d \\ \text{e } f_n \gg \frac{U_c}{\lambda} \end{array} \right| \Rightarrow \text{requisitos satisfeitos.}$$

Portanto, no que se refere ao projeto de estruturas de dissipação o maior interesse está nas frequências de pico, e nesse caso, os transdutores utilizados satisfazem plenamente. No exemplo acima, mesmo considerando a calibração dinâmica em água  $f_n^* \approx 35 > f_{\text{pico}}$ . No que se refere à pesquisa básica do estudo das menores escalas de turbulência dentro do ressalto, sua resolução espacial e em frequência deve ser afetada pelas características dos transdutores.

### 7.5.3 Condicionador de Sinal e Amplificador

Antes de se fazer passar o sinal de saída do transdutor pelo conversor, durante a fase de calibração, ajustava-se o seu ganho de modo a utilizar a faixa de  $\pm 5$  v do conversor A/D, maximizando-se assim a resolução dos dados.

As figuras 7.17 e 7.18 mostram o diagrama do circuito elétrico do amplificador e do condicionador, respectivamente.

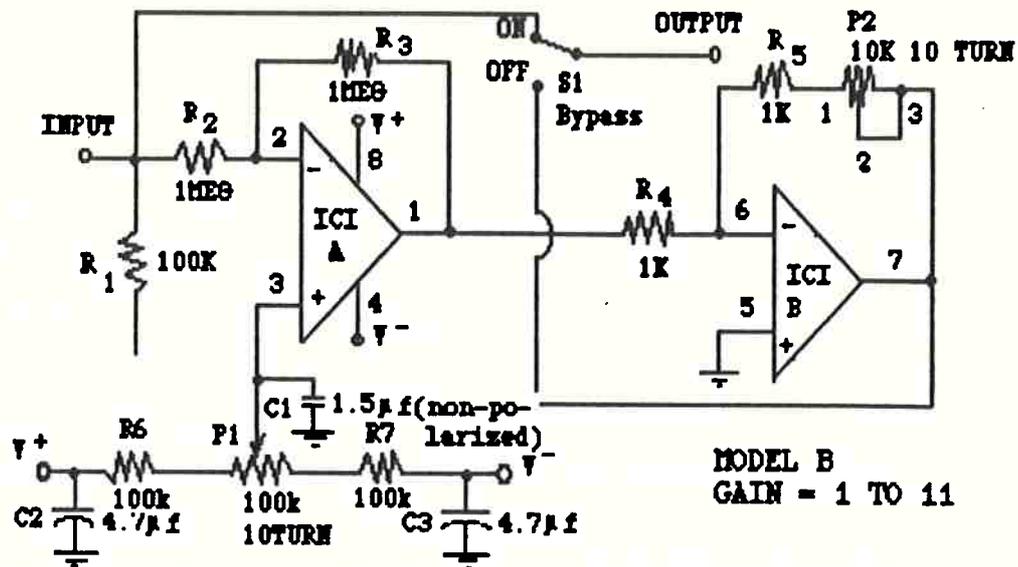


FIGURA 7.17 Circuito elétrico do amplificador.

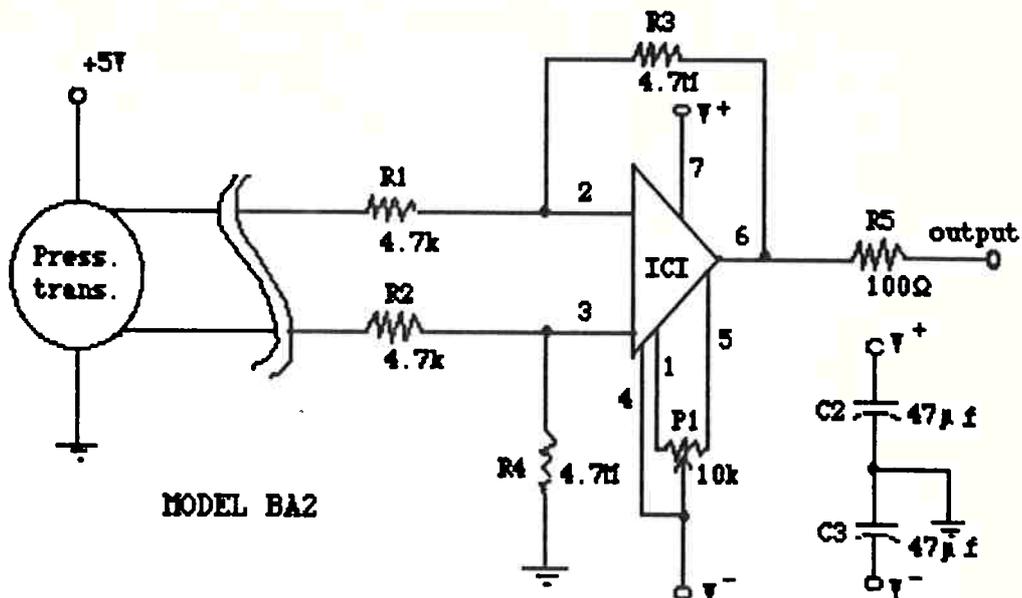


Figura 7.18 Circuito elétrico do condicionador de sinal.

#### 7.5.4 O Conversor A/D e D/A

O conversor A/D e D/A utilizado, adquirido de Mountain Computer - California é um conversor de 8 bits e faixa de  $\pm 5$  v, e portanto com resolução de 39.06 mv. Teoricamente, a frequência de conversão é da ordem de 10 kHz. Atualmente, conversores de 12 e 16 bits são oferecidos pelo mercado a um preço cada vez mais baixo devido à forte concorrência entre os vários fabricantes.

De qualquer forma, o conversor de 8 bits utilizado no estudo do ressaltado aqui apresentado é suficiente, não estando nele o ponto de estrangulamento do sistema de aquisição. A grande vantagem do conversor da Mountain Computer é que tendo 16 canais, permite trabalhar com diversos transdutores simultaneamente.

### 7.5.5 O Microcomputador Apple IIe, O Sistema de Interface e Os Demais Periféricos

O microcomputador Apple IIe utiliza o microprocessador de circuito integrado do tipo 6502, o qual consiste de um "chip" que forma o coração da unidade central de processamento (CPU). O microprocessador é conectado a dois ônibus de 8 bits. O primeiro é o ônibus de dados ("data-bus") que é bidirecional, permitindo que as informações sejam transferidas nos dois sentidos (da CPU para as várias locações de memória e periféricos, e vice-versa). O segundo é o ônibus de controle ("control-bus") que a CPU usa para controlar as outras partes do microcomputador.

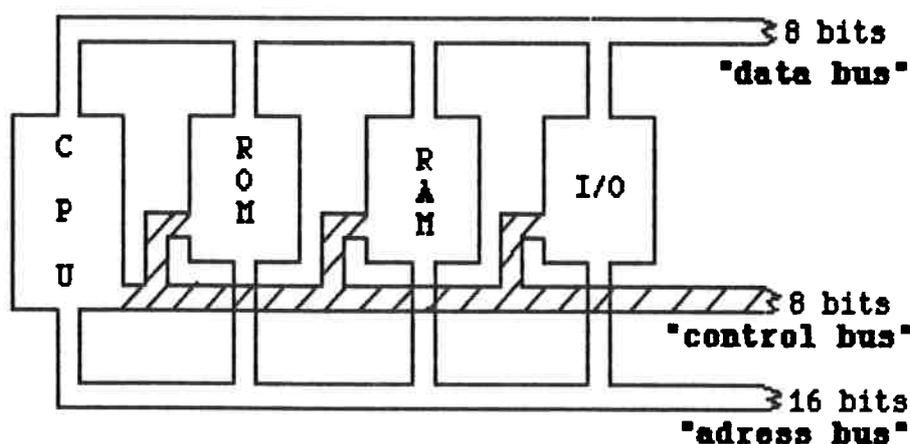


Figura 7.19 Representação esquemática da interface da CPU com as várias locações de memória do Apple IIe.

O microprocessador 6502 utiliza ainda um ônibus de endereço ("address-bus") de 16 bits que permite especificar qualquer uma das  $2^{16} = 65536$

locações de memória disponíveis no Apple IIe. Portanto o Apple IIe é um microcomputador de 64 kbytes de informação que podem ser endereçadas.

A distribuição do mapa de memória do Apple IIe está especificada na tabela abaixo, extraída de POOLE ET ALLI [1981]:

**Tabela 7.1 Mapa de Memória do Microcomputador Apple II**

Locação		Tipo de Memória	Uso
Decimal	Hex.		
0-255	\$0-\$0FF	RAM	System programs
256-511	\$100-\$1FF	RAM	System stack
512-767	\$200-\$2FF	RAM	Keyboard input buffer
768-1023	\$300-\$3FF	RAM	Monitor vector locations
1024-2047	\$400-\$7FF	RAM	Text and low-resolution graphic page1
2048-3071	\$800-\$BFF	RAM	Text and low-resolution graphic page2
3072-8191	\$C00-\$1FFF	RAM	Free
8192-16383	\$2000-\$3FFF	RAM	High-resolution graphics page1
16384-24575	\$4000-\$5FFF	RAM	High-resolution graphics page2
24576-49151	\$6000-\$BFFF	RAM	Free
49152-49279	\$C000-\$C07F	I/O	Special built-in locations
49280-49407	\$C080-\$C0FF	I/O	Peripheral card I/O space
49408-51199	\$C100-\$C7FF	I/O	Peripheral card memory
51200-53247	\$C800-\$CFFF	I/O	Peripheral card expansion memory
53248-65535	\$D000-\$FFFF	ROM	Integer BASIC, Applesoft, the Monitor or the Autostart Monitor, etc.

Observa-se que o mapa de memória da tabela 7.1 está dividido em três categorias, a saber:

- **Read-Write Memory = RAM** (ou Acesso de Memória Randômica);
- **Read Only Memory = ROM;**
- **INPUT/OUTPUT = I/O.**

É bom frizar que a memória **RAM** é uma memória volátil e se perde toda vez que o computador é desligado. Já a memória **ROM** reside permanentemente dentro da máquina.

A transferência de "bytes" de informação entre o microcomputador e os diversos periféricos, conforme representado na figura 7.19, é possível criando-se um programa que permite armazenar, processar e registrar esses "bytes" de informação. Usando linguagem **BASIC**, instruções do tipo **PEEK (X)** que retorna o valor do byte reservado na memória X, e **POKE X,Y** que reserva o valor de Y no byte de memória X, são muito úteis na viabilização desse processo de transferência. Maiores informações sobre a utilização desses comandos podem ser encontradas nas publicações de **POOLE ET AL [1981]** e **ENGELSHER [1984]**. Uma outra alternativa seria a utilização de linguagem de máquina ("assembly language"). Na criação do "software" referente ao trabalho experimental aqui apresentado tanto os comandos **PEEK/POKE** como linguagem de máquina foram utilizados.

O microcomputador **Apple IIe** é composto de dois "disk drivers" de 128 kbytes cada, devendo-se usar discos flexíveis de 130 mm.

Completando o sistema existe uma impressora marca **EPSON** que foi utilizado na impressão dos resultados apresentados nos diversos apêndices.

A figura 7.20 mostra uma vista interna do "Apple IIe board card" onde aparecem as posições dos diversos "slots" nos quais são encaixados o conversor **A/D** e os demais periféricos.

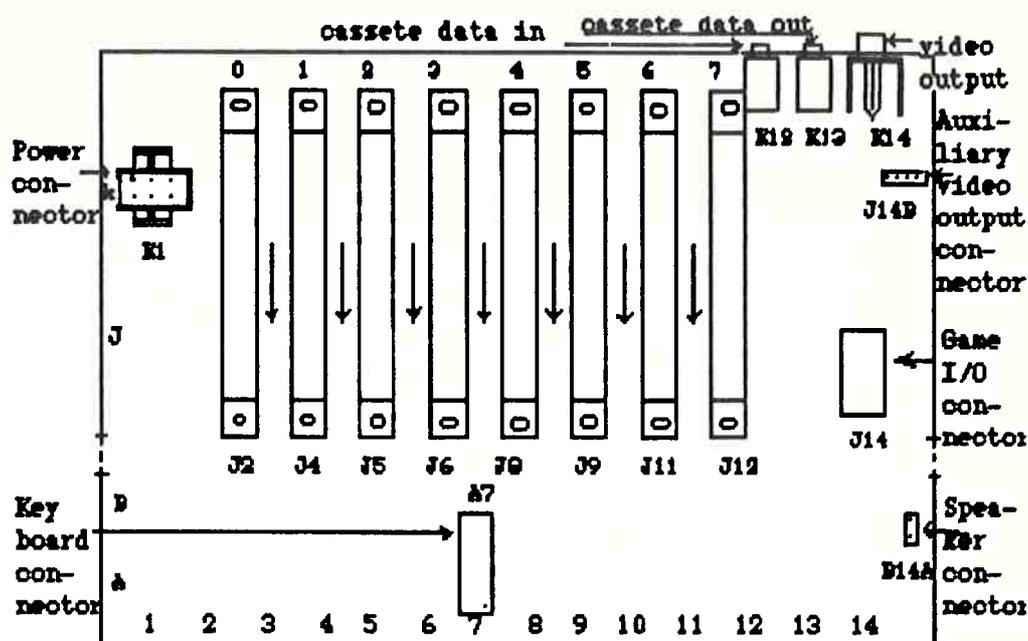


Figura 7.20 Vista superior do Apple II PC BOARD CARD.

### 7.5.6 Rotinas de Aquisição

Originalmente, o sistema de operação do microcomputador Apple IIe corresponde à versão DOS 3.3 implantada nos Estados Unidos em 1979 (CORNELL - 1985). Todavia, no trabalho aqui apresentado, foi utilizada a versão PRONTO DOS mais atualizada e adquirida de "Beagle Bross Company" [KERSEY - 1982], e que consiste em uma série de modificações em linguagem de máquina da versão original. Essa nova versão permite aumentar a velocidade de transferência de dados da memória do computador para os discos flexíveis, maximizando a disponibilidade de espaços de memória. TOSO [1986] salienta que a versão PRONTO DOS permite uma transferência de dados quatro vezes mais rápida que a versão original DOS 3.3. A versão PRONTO DOS requer para ser aplicada pelo menos 64 k de memória, assim como "Applesoft BASIC" armazenado em ROM, requisitos esses cumpridos pelo sistema aqui utilizado, conforme tabela 7.1. Portanto, todo o "software" utilizado no trabalho aqui apresentado foi escrito em "Applesoft BASIC" ou linguagem de máquina.

Na operação do sistema de aquisição e processamento de dados, o microcomputador era iniciado com a versão PRONTO DOS sendo arquivada na memória mais alta da máquina.

Após a calibração estática dos transdutores, a aquisição de dados de pressões flutuantes era feita através de programa escrito em "Applesoft BASIC" e devidamente compilado, de acordo com as instruções de MICROSOFT APPLESOFT COMPILER [1982], o que permitiu aumentar bastante a velocidade de aquisição.

O programa SINSAM permitia amostrar até quatro transdutores, controlava qual transdutor amostrar, controlava a frequência de aquisição (no caso 50 Hz) e chamava uma rotina em linguagem de máquina (FS2) que fazia a amostragem. A aquisição do sinal de quatro transdutores era quase simultânea (intervalo de 22 microsegundos entre os registros de diversos canais).

Nos apêndices D<sub>1</sub>, D<sub>2</sub>, e D<sub>3</sub> estão apresentados os programas SINSAM, FS2 e SHAPES 123, respectivamente, que processam a rotina de aquisição, arquivando os dados, na forma de números binários (BINARY DATA FILE = BDT), em discos flexíveis.

### 7.5.7 A Conversão do Dado Binário em Dado de Texto

A conversão do dado binário ("binary data") que provém do conversor A/D em dado de texto ("data text") de mais fácil compreensão, é possível usando a rotina apresentada no apêndice E<sub>1</sub> (B to T X<sub>2</sub> 1/16"). Esse programa pega o dado armazenado em um determinado disco flexível em forma binária, e converte-o para a forma de texto armazenando-o em um outro disco flexível. Na verdade essa transferência é feita em termos de segmentos de 280 pontos que é o máximo valor possível de ser facilmente plotado em um único gráfico. Considerando que o microcomputador tem memória bastante limitada, 32000 pontos foi escolhido como o máximo número de pontos de transferência para o sinal de um transdutor de um referido ensaio.

O programa PROCESS3 (ver apêndice E<sub>2</sub>) devidamente compilado, permite, a partir do uso dos respectivos discos flexíveis em forma binária e de texto, localizar e calcular os valores de máximo, mínimo, média, desvio padrão, assimetria e curtose, para cada ensaio de um determinado transdutor. Essas informações são escritas em um arquivo mestre criado previamente pelo programa MASTER FILE W/ G&K (ver apêndice E<sub>3</sub>). No arquivo mestre os subsegmentos de 280 pontos aparecem lado a lado como um único registro de informação, na forma em que foi amostrado o sinal de pressão. Apesar de compilado a velocidade de corrida do programa PROCESS3 é baixa (em torno de 100 pontos/s), o que é uma limitação do microcomputador Apple IIe.

**7.5.8 Vantagens e Desvantagens do Sistema Utilizado**

O sistema de aquisição e processamento utilizado apresenta as seguintes vantagens:

- 1) Custo baixo;
- 2) É de fabricação nacional. A exceção está nos transdutores de pressão que não tem similar nacional com as características de resolução espacial e em frequência necessárias no estudo de pressões flutuantes.

As principais desvantagens do sistema utilizado são as seguintes:

- 1) Pequena capacidade de memória e baixa velocidade de resolução do microcomputador Apple IIe;
- 2) Obsolescência do uso do microcomputador Apple IIe como sistema de aquisição de dados.

Portanto, o ponto de estrangulamento do sistema está no microcomputador. A primeira desvantagem me parece mais grave pois trata-se de uma limitação física da máquina em si. Com relação a obsolescência, não me parece absolutamente necessário ter sempre em mãos o sistema mais moderno, embora seja importante acompanhar de perto a evolução do setor de microcomputadores digitais de alta velocidade.

Finalmente é bom lembrar que um dos objetivos desse estudo é entender melhor a mecânica do escoamento macroturbulento no ressalto e nenhum circuito integrado, por maior que seja sua velocidade, pode substituir esse objetivo.

183

## 8. ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS DE FLUTUAÇÕES DE PRESSÃO NA BASE DO RESSALTO HIDRÁULICO

Nesse capítulo apresenta-se uma série completa de resultados experimentais de pressões flutuantes na base do ressalto para uma ampla faixa de  $F_1$  e para condições de escoamento desenvolvido ou não na seção de entrada. A análise estocástica detalhada do sinal de flutuação de pressão, tanto no domínio de amplitude como no domínio de frequência, é apresentada ao longo desse capítulo, assim como a discussão da escala de turbulência no ressalto.

As medições foram feitas através de transdutores STATHAM PM233 ( $\pm 3$  psi) e SENSOTEC S ( $\pm 2$  psi) instalados faceados ao fundo plano horizontal de um canal retangular, com ressalto formado a jusante de comporta plana [ver TOSO - 1986].

A tabela abaixo mostra as principais características dos ensaios cujos resultados experimentais serão apresentados a seguir.

**Tabela 8.1** Características de ensaios para condições de escoamento desenvolvido ou não na entrada do ressalto

Número do ensaio	Condição de entrada	$F_1$	$Q$ $m^3/s$	Abertura da comporta (cm)	$U_1$ m/s	$Y_1$ cm
5.030601	D	2.98	0.0357	5.08	1.87	4.02
5.012912	ND	2.94	0.0289	5.08	1.68	3.35
5.020801	D	4.17	0.0509	5.08	2.65	4.11
5.030201	ND	4.18	0.0408	5.08	2.46	3.53
5.021901	D	5.00	0.0976	7.62	3.67	5.76
5.022801	D	5.00	0.0976	7.62	3.67	5.76
5.022821	ND	5.00	0.0829	7.62	3.45	4.87
5.020501	D	5.59	0.0676	5.08	3.56	----
5.030501	ND	5.49	0.0521	5.08	3.13	3.32
5.062201	ND	5.49	0.0521	5.08	3.13	3.32
5.012201	D	5.98	0.0359	2.54	2.98	2.53
5.031311	ND	5.90	0.0215	2.54	2.45	1.77
5.030701	ND	10.06	0.0359	2.54	4.00	1.61

obs: D → escoamento desenvolvido

ND → escoamento não desenvolvido

**8.1 Variação de  $\bar{y} = f(x/Y_1, F_1)$  e de  $C_p = f(x/Y_1, F_1)$  para Condições de Escoamento Desenvolvido e Não Desenvolvido na Entrada do Ressalto**

O programa **RESULTS2TEMP** (ver apêndice  $F_1$ ) permite representar graficamente a evolução dos perfis de pressão (média, máxima e mínima) ao longo do ressalto, e os resultados referentes a alguns dos ensaios da **tabela 8.1** estão apresentados nos apêndices  $F_2, F_3, F_4$  e  $F_5$ .

A análise dos gráficos  $F_2, F_3$  e  $F_4$  mostra o aumento do comprimento do ressalto com o aumento de  $F_1$ , assim como a intensificação da amplitude das flutuações de pressão e das pressões negativas na base do ressalto.

Comparando-se o gráfico  $F_4$  (escoamento não desenvolvido e  $F_1 = 5.49$ ) com o gráfico  $F_5$  (escoamento desenvolvido e  $F_1 = 5.59$ ) resulta claro um comprimento do ressalto maior no caso de um escoamento desenvolvido, conforme discutido no **capítulo 4**. Embora admita-se que a intensidade de turbulência é mais intensa no seio da massa líquida no caso de escoamento desenvolvido a montante [RESCH & LEUTHEUSSER - 1972a,b], o mesmo não se pode concluir com relação às pressões flutuantes na base do ressalto; nesse caso nota-se que na região crítica do ressalto hidráulico, a tendência é uma maior flutuação de pressão no caso de escoamento não desenvolvido. Observam-se ainda nesse caso, pressões negativas mais acentuadas na base do ressalto.

### 8.1.2 Variação de $C_p = f(x/y_1, F_1)$

No caso de pressões flutuantes induzidas pelo ressalto hidráulico, é possível estabelecer a seguinte relação funcional:

$$\tilde{p} = \tilde{p}(x, y, z, t, U_1, Y_1, U_2, Y_2, v, \rho, g) \quad (8.1)$$

onde:  $x, y, z \rightarrow$  coordenadas espaciais;

$t \rightarrow$  tempo;

$U_1, Y_1 \rightarrow$  velocidade e altura conjugada na seção de entrada do

ressalto;

ressalto;

$\nu$  → viscosidade cinemática do fluido;

$\rho$  → densidade do fluido;

$g$  → aceleração da gravidade.

Aplicando a análise dimensional e considerando que:

$$C_p = \frac{\sqrt{p^2}}{2\rho U_1^2} \quad (\text{coeficiente de flutuação de pressão baseado no valor de RMS}).$$

a expressão (8.1) pode ser reescrita na seguinte forma:

$$C_p = f\left(\frac{x}{y_1}, F_1, R_1\right) \quad (8.1a),$$

onde  $C_p$  relaciona o RMS da amplitude de flutuação de pressão com a pressão dinâmica na entrada do ressalto.

$$\text{Para } R_1 \geq 10^5 \Rightarrow C_p = f\left(\frac{x}{y_1}, F_1\right) \quad (8.1b)$$

No capítulo 6 já foi apresentada uma discussão da influência do tipo de transdutor e de sua instalação na medição dos valores de  $C_p$ , restando discutir a influência do desenvolvimento da camada limite nesses mesmos valores.

O programa RESULTS (ver apêndice  $G_1$ ) permite determinar, para o arquivo mestre de dados de texto ("master file") os valores de  $C_p = f\left(\frac{x}{y_1}, F_1\right)$ . Os resultados de  $C_p$  ao longo do ressalto, para os ensaios da tabela 8.1 estão apresentados nos gráficos  $G_4, G_5, G_6, G_7, G_8$  e  $G_9$ .

Para  $F_1 \cong 2.9$  não há diferença acentuada nos gráficos considerando escoamento desenvolvido ou não na entrada do ressalto. Para  $4 < F_1 < 10$  nota-se claramente que os picos de  $C_p$  são maiores no caso de escoamento não desenvolvido.

Resch e Leutheusser afirmam em seu trabalho: *"Both the intensity of turbulence and the longitudinal extent of the turbulent region of a jump with undeveloped inflow are up to four times less than of an equivalent*

*fully-developed jump of the same Froude Number rating*"<sup>6</sup>. Nesse caso, a intensidade da turbulência foi medida através do RMS do sinal de flutuação de velocidade usando um anemômetro de film quente.

Portanto os resultados de flutuação de pressão na base do ressalto parecem não concordar com os resultados de flutuação de velocidade no seio da massa líquida, já que os picos de RMS das flutuações de pressão são maiores para o escoamento não desenvolvido. Para explicar esse suposto paradoxo, o seguinte argumento é oferecido:

Sabe-se que o espectro de pressão é dominado por escalas de turbulência maiores que o espectro de velocidade, conforme já discutido no capítulo 3.5, através do uso da equação de Poisson. Portanto desde que o espectro de pressão é dominado por turbulência de grande escala comparado com o espectro de velocidade, um aumento nas pequenas escalas de turbulência não afetaria significativamente os resultados; em outras palavras, o espectro de pressão não é sensível as pequenas escalas de turbulência. Dessa forma, supõe-se que para a condição de escoamento desenvolvido na entrada, o processo de quebra de vórtices dentro do ressalto é mais rápido, o que resulta em um aumento das menores escalas de turbulência não sensibilizadas pelo transdutor.

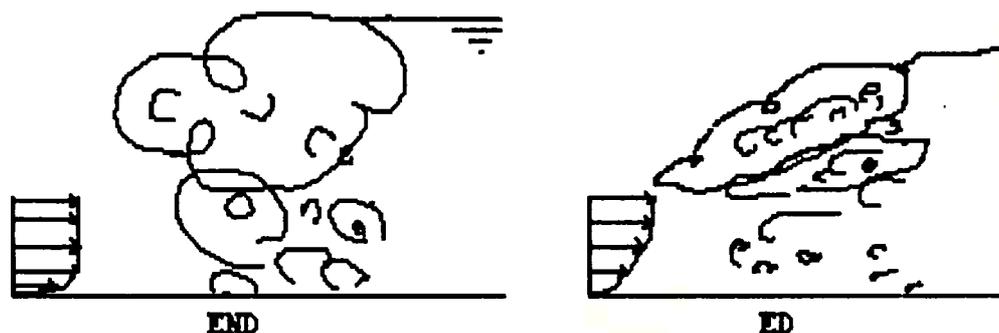


Figura 8.1 Representação esquemática da decomposição de vórtices no ressalto, considerando escoamento desenvolvido (ED) ou não (END) na entrada.

<sup>6</sup> RESCH, F.J.; LEUTHEUSSER, H.J. Le Ressaut Hydraulique : mesures de turbulence dans la région diphasique. La Houille Blanche - N.4, 1972.

Outro fator que ajuda na interpretação do resultado paradoxal é que muito próximo da parede, dentro do ressalto, o gradiente de velocidade é mais acentuado no caso de escoamento não desenvolvido, conforme já foi discutido no capítulo 4.4.2. Sendo assim, o processo de produção e dissipação de turbulência muito próximo da parede é mais acentuado no caso de escoamento não desenvolvido na entrada do ressalto.

Dessa forma, a conclusão de LOPARDO & HENNING [1985] no que se refere à influência do desenvolvimento da camada limite, nos valores de flutuações de pressão dentro do ressalto, não me parece muito correta, particularmente porque falta uma definição mais clara da definição do critério de desenvolvimento da camada limite.

## 8.2 Variação de $C_p^+ = f(\frac{x}{y_1}, F_1)$ e $C_p^- = f(\frac{x}{y_1}, F_1)$ para Condições de Escoamento Desenvolvido e Não Desenvolvido na Entrada do Ressalto

Considerando um sinal randômico de flutuação de pressão:

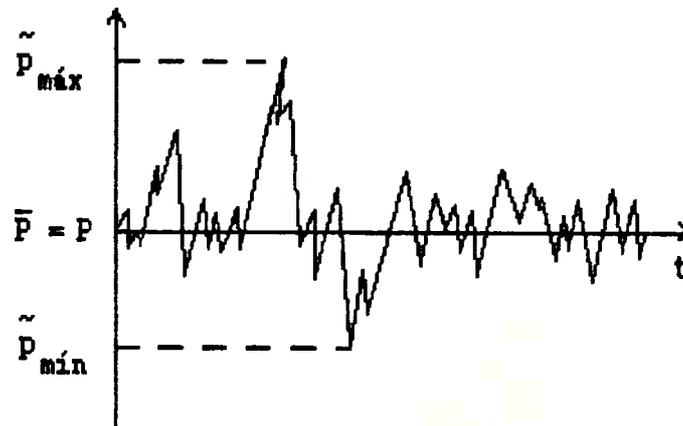


Figura 8.2 Representação gráfica de um sinal randômico de flutuação de pressão.

Por definição, tem-se que:

$$C_p^+ = \frac{\tilde{p}_{\max} - \bar{p}}{\frac{1}{2}\rho U_1^2} \quad (8.2)$$

$$C_p^- = \frac{\bar{p} - p_{\min}}{\frac{1}{2}\rho U_1^2} \quad (8.2a)$$

Os valores de  $\tilde{p}_{\max}$ ,  $\tilde{p}_{\min}$  e  $\bar{p}$  são, para cada corrida, armazenados em um arquivo mestre ("master file") em termos de valores digitais (MAX, MIN, AVE).

Rodando-se o programa RESULTS obtém-se os valores de  $C_p^+$ ,  $C_p^-$  e  $C_p$ , da seguinte forma:

$$C_p^+ = \frac{(\text{MAX}-\text{AVE}) * c}{U_1^2/2g}$$

$$C_p^- = \frac{(\text{AVE}-\text{MIN}) * c}{U_1^2/2g}$$

$$C_p = \frac{\text{RMS}}{U_1^2/2g}$$

sendo:  $c \rightarrow$  coeficiente de calibração do transdutor (pés/dígitos).

Um exemplo de listagem dos resultados do arquivo mestre ("master file") e dos valores de  $C_p^+$ ,  $C_p^-$  e  $C_p$ , referente ao ensaio N.5.030601, está mostrado nas tabelas G<sub>2</sub> e G<sub>3</sub>, respectivamente.

Os gráficos G<sub>10</sub>, G<sub>11</sub>, G<sub>12</sub>, G<sub>13</sub>, G<sub>14</sub>, G<sub>15</sub> mostram a evolução de  $C_p^+$  e  $C_p^-$  ao longo do ressalto para os ensaios da tabela 8.1. Os resultados desses gráficos são uma extensão do trabalho de TOSO [1986] e pela análise dos mesmos as seguintes conclusões são possíveis:

1) Os picos dos valores de  $C_p^+$  e  $C_p^-$  confirmam uma maior intensidade de turbulência no caso de escoamento não desenvolvido, para toda a faixa de  $F_1$  ensaiada;

2) As flutuações máximas positivas ( $C_p^+$ ) ocorrem primeiramente, ao passo que as flutuações máximas negativas ocorrem mais a jusante dentro do ressalto. TOSO justificou esse comportamento da seguinte forma: *"Water cascading down the face of the jump to the toe causes positive fluctuations to be dominant near the toe, and negative pulses to be dominant further*

*downstream*<sup>7</sup>. Os picos de  $C_p$ , via de regra, ocorrem entre os picos de  $C_p^+$  e  $C_p^-$ :

3) Os valores de pico de  $C_p^-$  são ligeiramente inferiores que os valores de pico de  $C_p^+$  e na média tem-se que:

$$C_{p \text{ máx}}^+ \cong 6.5 C_{P \text{ máx}}$$

$$C_{p \text{ mín}}^- \cong 5.0 C_{P \text{ máx}}$$

**Tabela 8.2** Valores de picos de  $C_p^+$ ,  $C_p^-$  e  $C_p$  e suas posições com relação ao início do ressalto

$F_1$	Condição de entrada	$C_{P \text{ máx}}$	$x/y_1$	$C_{p \text{ máx}}^+$	$x/y_1$	$C_{p \text{ mín}}^-$	$x/y_1$
2.98	D	0.056	3.7	0.26	4.5	0.39	5.0
2.94	ND	0.056	5.0	0.26	4.2	0.22	5.8
4.17	D	0.057	7.0	0.40	5.0	0.36	11.0
4.18	ND	0.068	7.0	0.45	5.0	0.32	9.0
5.00	D	0.056	8.5	0.40	6.9	0.27	12.2
5.00	ND	0.070	9.0	0.46	3.8	0.31	10.6
5.59	D	0.047	13.0	0.34	10.0	0.29	15.0
5.49	ND	0.065	10.6	0.43	6.4	0.34	11.0
5.98	D	0.049	12.2	0.34	8.9	0.23	13.6
5.90	ND	0.057	12.0	0.43	7.8	0.28	15.0
10.06	ND	0.053	22.0	0.35	12.0	0.20	30.0

<sup>7</sup> TOSO, J.W. The magnitude and extend of extreme pressure fluctuations in the hydraulic jump. Thesis submitted to the faculty of the Graduate School - Un. of Minnesota, aug. 1986.

Não foram feitos ensaios para escoamento desenvolvido com  $F_1 = 10.06$ ; 191

nota-se todavia, nesse caso, que, para o escoamento não desenvolvido, os picos de  $C_{P \text{ mín}}^+$  e  $C_{P \text{ mín}}^-$  ocorrem bem para dentro do ressalto ( $12 \leq x/y_1 \leq 30$ ), o que significa uma intensidade de macroturbulência residual junto a parede bastante intensa na zona de transição. Esse caso, todavia, não é de interesse prático no projeto de bacias de dissipação por ressalto.

### **8.3 A Hipótese de Distribuição Gaussiana da Função de Densidade de Probabilidade das Flutuações de Pressão dentro do Ressalto e suas Implicações (Resultados de Assimetria e Curtose para Condições de Escoamento Desenvolvido ou Não na Entrada do Ressalto)**

Conforme discutido no capítulo 5.2.1, aceitar cegamente distribuição normal de flutuações de pressão na base do ressalto pode levar a uma interpretação completamente equivocada do fenômeno estocástico e consequentemente induzir critérios de projeto de bacias de dissipação completamente fora da realidade.

No sentido de ilustrar o comportamento das pressões flutuantes na base do ressalto, em termos de probabilidade de distribuição de amplitude do sinal randômico, apresentamos a seguir uma série de resultados correspondentes aos ensaios da tabela 8.1.

#### **8.3.1 A Função de Densidade de Probabilidade e a Função de Distribuição de Probabilidade**

##### **8.3.1.1 Método Computacional**

O programa de cálculo dessas funções (definidas no capítulo 5.2) consiste basicamente em calcular as funções de densidade e de distribuição

de probabilidade a partir dos dados binários ("binary file") armazenados em discos flexíveis em termos de valores digitais, dados esses que correspondem à medição de flutuações de pressão em pontos no interior do ressalto.

O programa permite a comparação dos resultados experimentais de um ensaio específico com a distribuição normal de densidade de probabilidade.

Partindo da figura 5.4 a distribuição Gaussiana de pressão pode ser normalizada da seguinte forma:

$$\text{Prob}(\tilde{p} > \tilde{p}_1) = \text{área hachurada} = \int_{\tilde{p}_1}^{\infty} f(\tilde{p})d\tilde{p} = \int_{\tilde{p}_1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(\tilde{p}_1 - \bar{p})^2}{2\sigma^2}} d\tilde{p}$$

Chamando:

$$Z = \frac{(\tilde{p}_1 - \bar{p})}{\sigma}$$

resulta que:

$$\text{Prob}(z > Z) = \int_Z^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

A tabela de valores de Z para distribuição Gaussiana é apresentada na literatura [ver NEULAND - 1984], sendo que 99.7% da curva normal cai entre  $\pm 3\sigma$ .

O método computacional utilizado para determinação da função de densidade de probabilidade de um determinado corrida, segue o programa DEMOPDF (ver apêndice H<sub>1</sub>), no qual assume-se 7 bits de memória incluído o zero, sendo os valores armazenados nos intervalos (lado positivo ou negativo da curva). Para cada dado binário (valor digital de 0 a 255 para o conversor de 8 bits), o valor de Z é computado e o intervalo em que o valor de Z cai é incrementado de 1, o que corresponde a um incremento do valor do bit de memória. No fim da corrida, a soma dos pontos caindo em cada intervalo é conhecida, podendo-se calcular a frequência de ocorrência em cada intervalo da seguinte forma:

$$f_i(p) = \frac{\sum_{k=1}^n (N_i)_k}{\Delta z_{\text{mín}} * N}$$

sendo:  $\sum_{k=1}^n (N_i)_k \rightarrow$  somatória dos pontos caindo no intervalo  $i$ ;

$\Delta z_{\text{mín}} \rightarrow$  largura mínima do intervalo;

$N \rightarrow$  número total de pontos.

Desde que os dados estão confinados a valores integrais entre 0 e 255, a largura do intervalo é calculada da seguinte forma:

$$\Delta z_{\text{mín}} = \frac{D - \bar{P}}{\sigma} - \frac{(D-1) - \bar{P}}{\sigma}$$

$$\Delta z_{\text{mín}} = \frac{1}{\sigma}$$

Conhecida a frequência de ocorrência em cada intervalo para uma determinada corrida, esses valores são plotados em gráfico, assim como a curva normal de distribuição, podendo-se ter uma clara idéia de quanto a distribuição real se afasta da distribuição Gaussiana.

Com relação à função de distribuição de probabilidade ela é calculada simplesmente pela aplicação da definição do capítulo 5.2.2. Em termos de valores discretos tem-se portanto:

$$F_i(p) = \frac{\sum_{k=1}^n (N_i^*)_k}{N}$$

sendo:  $\sum_{k=1}^n (N_i^*)_k \rightarrow$  somatória dos pontos caindo nos intervalos  $\leq i$ .

### 8.3.1.2 Discussão dos Resultados

Os resultados apresentados no apêndice H foram obtidos rodando o programa DEMOPDF devidamente compilado e para  $N = 8000$ , já que acima desse valor surgem conflitos entre o programa utilizado e a capacidade de memória do microcomputador.

Os resultados correspondem aos seguintes ensaios:

Apêndice H<sub>2</sub>: F<sub>1</sub> = 4.17 (escoamento desenvolvido)

F<sub>1</sub> = 4.18 (escoamento não desenvolvido)

Apêndice H<sub>3</sub>: F<sub>1</sub> = 5.98 (escoamento desenvolvido)

F<sub>2</sub> = 5.90 (escoamento não desenvolvido)

Apêndice H<sub>4</sub>: F<sub>1</sub> = 10.06 (escoamento não desenvolvido)

Desses resultados as seguintes informações podem ser inseridas:

1) É evidente que dentro do ressalto, particularmente na zona de intensas flutuações de pressão, a distribuição não é Gaussiana, qualquer que seja o valor de F<sub>1</sub> e as condições de entrada, apresentando acentuados valores de assimetria e curtose.

2) À medida que se caminha para jusante dentro do ressalto, nota-se uma certa tendência para distribuição Gaussiana; essa tendência é muito lenta para números de Froude mais altos.

3) Não se notam diferenças relevantes nas curvas de densidade e distribuição de probabilidade considerando condições de escoamento desenvolvido ou não na seção de entrada do ressalto.

### 8.3.2 Assimetria e Curtose

Partindo da definição de assimetria e curtose dada no capítulo 5.2.1, em termos de valores discretos tem-se que:

$$S = \frac{\sum (\tilde{p} - \bar{P})^3}{N \sigma^3} \quad (\text{assimetria});$$

$$K = \frac{\sum (\tilde{p} - \bar{P})^4}{N \sigma^4} \quad (\text{curtose});$$

Os resultados de assimetria e curtose correspondentes a alguns ensaios da tabela 8.1 foram obtidos rodando o programa MASTER FILE W/ G&K (apêndice E<sub>3</sub>), cabendo os seguintes comentários:

a) Apêndice H<sub>5</sub>:  $F_1 = 2.98$  (escoamento desenvolvido)

Trata-se de uma situação de ressalto ondulado e nesse caso os valores de assimetria e curtose não se afastam muito de uma situação de distribuição Gaussiana.

b) Apêndice H<sub>6</sub>:  $F_1 = 4.17$  (escoamento desenvolvido)

A assimetria é positiva no início do ressalto cruzando o zero para  $\frac{x}{y_1} \cong 8$  a 12, região onde ocorrem os valores máximos de  $C_p^-$ .

Conforme já discutido anteriormente, está claro que a assimetria é um valor importante na descrição das interações não lineares no interior do escoamento turbulento, além de permitir investigar a zona de separação no escoamento macroturbulento com gradiente adverso de pressão; assimetria negativa está associada com escoamento separado [ver LOPARDO ET ALLI - 1984]. A assimetria tende a zero no final do ressalto e na zona de transição.

Com relação à curtose, seu valor é muito maior que 3 ( $K_{\text{máx}} \cong 6.8$ ) na zona crítica do ressalto, decrescendo quase que exponencialmente a jusante.

c) Apêndice H<sub>7</sub>:  $F_1 = 5.59$  (escoamento desenvolvido)

Os valores de assimetria são positivos no início do ressalto cruzando  $S = 0$  para  $\frac{x}{y_1} \cong 16$  a 20, o que coincide com a região de picos de  $C_p^-$ . Bem a

jusante a assimetria tende novamente a ser ligeiramente positiva.

Os valores de curtose são muito maiores que 3 ( $K_{\text{máx}} \cong 10$ ) e tendem exponencialmente a 3 bem a jusante.

d) Apêndice H<sub>8</sub>:  $F_1 = 5.98$  (escoamento desenvolvido)

$F_1 = 5.90$  (escoamento não desenvolvido)

A assimetria é positiva até  $\frac{x}{y_1} \cong 12$ , oscilando próximo do zero para  $\frac{x}{y_1} > 12$ . A região em que ocorrem os picos de  $C_p^-$  ( $\frac{x}{y_1} \cong 14$  a 16) coincide com a região de início de valores  $S = 0$  ( $\frac{x}{y_1} \cong 12$ ). É de se supor que com o aumento de  $F_1$ , aumenta também a interação dos termos não lineares do escoamento turbulento, o que significa  $S > 0$  em uma maior faixa do ressalto.

A curtose é bem maior que 3 ( $K_{\text{máx}} \cong 8$  a 10) no início do ressalto, tendendo exponencialmente para 3 a jusante. Os valores de  $K$  para escoamento desenvolvido são maiores que os valores correspondentes para escoamento não desenvolvido na entrada do ressalto.

e) Apêndice H<sub>9</sub>:  $F_1 = 10.06$  (escoamento não desenvolvido)

A assimetria é positiva para uma ampla faixa do ressalto o que indica uma grande interação entre os vórtices no processo de turbulência. Assimetria igual a zero ocorre para  $\frac{x}{y_1} \cong 30$  o que coincide com a posição de ocorrência de pico de  $C_p^-$ . A partir de  $\frac{x}{y_1} \cong 30$  o valor de  $S$  é ligeiramente negativo.

A curtose é muito maior que 3 ( $K_{\text{máx}} > 14$ ) decaindo exponencialmente a jusante.

Os resultados apresentados acima para  $2 < F_1 \leq 10$  mostram que a separação do escoamento na base do ressalto ocorre para valores de 30 a 45% do seu comprimento teórico, o que confirma os resultados de LOPARDO ET ALLI [1984].

Por outro lado, o gráfico H<sub>10</sub> mostra uma comparação entre os resultados de VASILIEV & BUKREYEV [1967] PARA  $F_1 = 5.74$  e os resultados de minha pesquisa para  $F_1 = 5.60$  (escoamento desenvolvido). A coincidência desses resultados faz pensar que no caso da experiência de VASILIEV & BUKREYEV [1967] o escoamento era quase ou plenamente desenvolvido na seção de entrada, apesar do ressalto ser formado a jusante de comporta de fundo em canal horizontal.

### 8.3.3 A Distribuição de Densidade de Probabilidade Usando Escala Monologarítmica

Uma melhor forma de visualizar a distribuição não Gaussiana das pressões flutuantes na base do ressalto pode ser obtida plotando os pontos em escala monologarítmica. Isso é mostrado através dos gráficos H<sub>11</sub> a H<sub>15</sub> que

correspondem a uma extensão dos resultados de TOSO [1986] para  $F_1 = 4.17$  e  $\frac{x}{y_1} = 6.48$ .

A análise desses gráficos permite as seguintes conclusões:

- 1) É evidente que para  $Z \geq 3\sigma$  a distribuição deixa de ser Gaussiana na faixa inicial do ressalto, para toda a faixa de  $F_1$  ensaiada.
- 2) A distribuição tende a ser Gaussiana na região do fim do ressalto.
- 3) Com o aumento de  $F_1$  o desvio da distribuição Gaussiana tende a ser mais acentuado, conforme pode ser visto comparando-se os gráficos:  $H_{11}$ ,  $H_{13}$  e  $H_{15}$ .
- 4) Não se notam diferenças relevantes entre os resultados obtidos para o mesmo  $F_1$ , considerando escoamento desenvolvido ou não na entrada do ressalto.

O acentuado desvio da distribuição Gaussiana de densidade de probabilidade na zona crítica do ressalto mostra que dimensionar uma estrutura de dissipação simplesmente baseado em distribuição normal de flutuações de pressão e sem considerar nenhum coeficiente de segurança significa assumir um risco muito alto.

PETERKA & CERMAK [1975] e posteriormente TOSO [1986] tentaram ajustar aos seus respectivos valores experimentais uma curva do **Tipo I-Distribuição de Valores Extremos**. O traçado dessas curvas de ajuste no entanto, em minha opinião, parece um pouco precipitado, já que em ambos os casos não se dispunha de dados suficientes em termos de longos registros de flutuações de pressão.

Teoricamente, a cauda da função de densidade de probabilidade deveria tender a infinito; na prática todavia, existe uma quantidade finita de pressões flutuantes atuando na estrutura de dissipação e que é função de diversos fatores, tais como: posição dentro do ressalto, condições de entrada, valor de  $F_1$ , vazão específica, etc. A questão chave portanto é

definir o valor limite de Z e conseqüentemente o máximo valor de  $C_p$  para  $d^{98}$  propósito de projeto de estruturas de dissipação.

Considerando que o valor máximo de  $C_p$  é função do tempo de registro do sinal de pressão (os gráficos  $H_{11}$  a  $H_{15}$  foram obtidos a partir de registros de pressão de aproximadamente 10 min.), registros longos seriam necessários de modo a determinar até que ponto o tempo de registro influencia a obtenção do máximo valor de  $C_p$ . Nesse sentido TOSO [1986] iniciou algum trabalho, não sendo todavia os seus resultados conclusivos.

A utilização do sistema de aquisição e processamento de dados descrito no capítulo 7.5, em particular, a utilização do microcomputador Apple IIe não é recomendada para análise de longos registros de flutuações de pressão, pelas razões já discutidas nesse mesmo capítulo.

Por falta de fundos não se foi possível concluir o estudo das máximas flutuações, ficando esse assunto para uma pesquisa futura.

#### **8.4 Espectro de Potência e Função de Autocorrelação para Condições de Escoamento Desenvolvido e Não Desenvolvido na Entrada do Ressonância**

##### **8.4.1 Método Computacional**

Os resultados das funções de densidade espectral e autocorrelação aqui apresentados foram possíveis rodando o programa SPECTRA W/ INPUT FILE (apêndice I<sub>1</sub>) devidamente compilado. Esse programa foi adaptado por TOSO [1986] a partir de uma rotina em FFT publicada na revista BYTE [1978].

O programa SPECTRA W/ INPUT FILE requer a criação de um arquivo de dados de entrada ("input file") que contém os valores de: número de amostras, frequência de aquisição, número de ensaio, número de transdutores, etc. O programa requer ainda o disco flexível contendo o dado na forma

binária("binary file") referente a um certo ensaio e cujo espectro e autocorrelação deseja-se determinar.

A partir dos dois discos flexíveis ("input file e binary file") o programa calcula as funções de densidade espectral e autocorrelação de acordo com a seguinte sequência:

1) Cálculo da média e do desvio padrão de cada amostra, assim como da coleção de dados; o número de amostras foi fixado em 47, conforme pesquisa anterior de TOSO [1986] e adotou-se  $N = 64$  em função das limitações do microcomputador Apple IIe.

2) Cálculo do espectro para cada amostra, tomando-se no final a média das 47 amostras de modo a obter o espectro mais alisado possível. O intervalo entre harmônicos foi definido como:

$$\Delta f = \frac{\text{frequência de amostragem}}{\text{número de pontos}}$$

Conforme já discutido no capítulo 7.2.1 assumiu-se a frequência de amostragem  $f_a = \frac{1}{\Delta} = 50$  Hz de modo a estabelecer um compromisso entre a faixa de frequência do fenômeno hidráulico (o ressalto hidráulico é um fenômeno de baixa frequência) e a baixa velocidade de resolução e pequena capacidade de memória do microcomputador Apple IIe.

Resulta então:

$$\Delta f = \frac{50}{64} = 0.781 \text{ Hz.}$$

O espectro é calculado pela aplicação à uma série de tempo do algoritmo FFT, usando-se a equação (5.18) definida no capítulo 5.3.1.4, lembrando que o espectro de potência é simétrico para  $k > \frac{N}{2} - 1$ .

3) Cálculo da função de autocorrelação que nada mais é do que a transformada de Fourier da função de densidade espectral.

#### 4) Traçado gráfico das funções de densidade espectral e autocorrelação.

O método computacional aqui apresentado tem dois pontos passíveis de crítica: a frequência de amostragem e o número de pontos da FFT.

Com relação à frequência de amostragem 50 Hz é suficiente na resolução das flutuações de baixa frequência que são aquelas de interesse no projeto de bacias de dissipação. Todavia, esse valor é insuficiente na resolução das pequenas escalas de turbulência de interesse do ponto de vista da pesquisa básica.

Com relação ao número de pontos da FFT 64 é realmente baixo, mas foi escolhido em função do sistema de aquisição e processamento disponível.

Obviamente, esse tipo de análise seria ideal através de um analisador de espectro, o que por outro lado é um equipamento bastante caro (o preço do "spectral analyser HP-" é da ordem de U\$12.000).

#### **8.4.2 Análise dos Resultados**

Os gráficos  $I_2$ ,  $I_3$ ,  $I_4$  e  $I_5$  apresentam os resultados do espectro de potência e função de autocorrelação para algumas situações de ensaio da **tabela 8.1**. Passamos a seguir à descrição desses resultados:

- a) Gráfico  $I_2$ :       $F_1 = 2.98$  (escoamento desenvolvido)  
                                   $F_1 = 2.94$  (escoamento não desenvolvido)

Para esses valores de números de Froude, a energia de turbulência é relativamente baixa, mas o ressalto não é um bom dissipador de energia (faixa de ressalto ondulado). Isso pode ser observado através dos resultados dos espectros levantados ao longo do ressalto. Observa-se que as frequências de pico são baixas e praticamente constantes ( $f_p \cong 0.8$  Hz), assim como as energias de turbulência correspondentes.

Com relação à função de autocorrelação, os valores de  $\tau_1$  (intervalo de <sup>201</sup> tempo em segundos correspondente ao primeiro cruzamento com o zero) ao longo do ressalto, via de regra são menores no caso de escoamento não desenvolvido o que induz a pensar, em primeira aproximação, que as escalas de vórtices são menores nesse caso. No entanto, a área sob a curva não é muito diferente quando se comparam as duas situações (escoamento desenvolvido ou não). No final do ressalto há uma tendência ao aumento de  $\tau_1$ , o que significa aumento da correlação e do tamanho médio dos vórtices.

b) Gráfico I<sub>3</sub>:  $F_1 = 4.17$  (escoamento desenvolvido)  
 $F_1 = 4.18$  (escoamento não desenvolvido)

Com o aumento de  $F_1$  nota-se claramente o aumento da magnitude da energia de turbulência do ressalto com frequências de pico variando entre 0.78 e 6.25 Hz.

Com relação à função de autocorrelação, os valores de  $\tau_1$  são bastante baixos no início do ressalto (ordem de 0.03 s) aumentando a partir de  $x \cong 40\%$  do comprimento do ressalto. Não se nota significativa diferença entre os valores de  $\tau_1$  para escoamento desenvolvido ou não. Todavia, a partir de  $x > 40\% L_j$  há uma clara tendência de maiores valores de  $\tau_1$  para escoamento desenvolvido (maiores escalas de vórtice).

c) Gráfico I<sub>4</sub>:  $F_1 = 5.59$  (escoamento desenvolvido)  
 $F_1 = 5.49$  (escoamento não desenvolvido)

Notam-se magnitudes de picos de turbulência ainda maiores que as observadas nos casos anteriores, particularmente para o escoamento não desenvolvido. A faixa de frequência de pico varia entre 0.78 e 6.25 Hz .

Para o escoamento desenvolvido, entre o início do ressalto e  $x \cong 20\% L_j$ , a energia de pico de turbulência tende a aumentar, decaindo a seguir. No caso de escoamento não desenvolvido, esse aumento é muito mais acentuado, atingindo o máximo para  $x \cong 40\% L_j$  e decaindo muito mais lentamente. Pode

estar ocorrendo algum efeito de "aliasing" na faixa mais alta de frequência.

Em relação à função de autocorrelação, o valor de  $\tau_1$  é da ordem de 0.05 s ao longo de boa parte do ressalto. Não se nota significativa diferença entre os valores de  $\tau_1$  na zona crítica do ressalto para escoamento desenvolvido ou não.

d) Gráfico I<sub>5</sub>:  $F_1 = 10.06$  (escoamento não desenvolvido)

Nesse caso a energia residual de macroturbulência na zona de transição do ressalto é bastante alta [ORTIZ - 1982], embora o interesse prático em termos de projeto de bacias de dissipação seja muito menor. Parece existir todavia, um efeito de "aliasing" sobre os gráficos do espectro, e nesse caso, seria recomendável aumentar a faixa de frequência de aquisição.

#### 8.4.3 Comentários Complementares

Como principais conclusões temos que:

1) O ressalto é um fenômeno de baixa frequência (frequências de pico da ordem de 1 a 6 Hz no modelo experimental) e alta magnitude de energia de turbulência, particularmente para  $F_1$  a partir da faixa de ressalto estável.

2) A autocorrelação cai rapidamente na zona crítica do ressalto, mas o valor de  $\tau_1$  tende a aumentar na parte final do ressalto.

3) Particularmente na zona do ressalto estável, há uma maior energia de pico de turbulência no caso de escoamento não desenvolvido, quando comparado com a situação de escoamento desenvolvido na entrada; todavia, as frequências de pico, particularmente no início do ressalto, são maiores no caso de escoamento desenvolvido, fazendo supor que nesse caso as escalas de turbulência são menores.

4) Efeitos de "aliasing" parecem existir para altos valores de  $F_1$ , sugerindo-se nesses casos a ampliação da faixa de frequência de aquisição.

### **8.5 Determinação da Escala Integral Espacial a Partir da Função de Autocorrelação**

Aplicando-se a equação (5.24) ao intervalo de tempo  $\tau_1$  da função de autocorrelação, tem-se que:

$$\mathfrak{I} = \int_0^{\tau_1} \rho(\tau) d\tau \quad (5.24a)$$

Considerando que a velocidade de convecção pode ser calculada através da equação (5.39) [RAKHMANOV - 1958] apresentada no capítulo 5.5, as equações (5.24a) e (5.39) permitem calcular a escala integral espacial ( $L$ ), assumindo válida a hipótese de Taylor, sendo portanto:

$$L = \mathfrak{I} U_c \quad (5.38)$$

As tabelas 8.3 a 8.8 mostram os resultados de  $L$  e  $U_c$  referentes aos ensaios da tabela 8.1.

Tabela 8.3 Determinação da velocidade de convecção e da escala integral

longitudinal.

 $F_1 = 2.98$  (escoamento desenvolvido = D); $F_1 = 2.94$  (escoamento não desenvolvido = ND).

Condição entrada	$x/y_1$	$\tau_1$ (s)	$U_c$ (cm/s)	$L$ (cm)	$U_c/U_1$	$L/y_1$
D	1.07	0.12	181.33	7.98	0.97	1.99
ND	1.52	0.22	160.72	8.34	0.95	2.07
D	4.87	0.23	148.35	6.24	0.79	1.55
ND	4.93	0.08	135.32	5.42	0.80	1.35
D	7.08	0.24	129.14	7.22	0.69	1.80
ND	6.82	0.10	121.25	2.19	0.72	0.54
D	8.15	0.21	119.85	6.49	0.64	1.61
ND	7.96	0.11	112.76	4.63	0.67	1.15
D	8.22	0.23	119.24	7.64	0.64	1.90
ND	8.34	0.07	109.92	3.84	0.65	0.96
D	10.43	0.22	100.06	5.39	0.54	1.34
ND	10.24	0.12	95.80	3.17	0.57	0.79
D	11.69	0.20	89.13	4.63	0.48	1.15
ND	14.41	0.22	64.74	5.12	0.38	1.27

Tabela 8.4 Determinação da velocidade de convecção e da escala integral longitudinal.

$F_1 = 4.17$  (escoamento desenvolvido = D);

$F_1 = 4.18$  (escoamento não desenvolvido = ND).

Condição entrada	$x/y_1$	$\tau_1$ (s)	$U_c$ (cm/s)	$L$ (cm)	$U_c/U_1$	$L/y_1$
D	2.22	0.03	252.83	3.81	0.95	0.93
ND	2.88	0.05	250.73	6.27	1.02	1.78
D	5.56	0.03	225.06	3.38	0.85	0.82
ND	5.03	0.06	235.35	7.06	0.96	2.00
D	6.49	0.03	217.32	3.26	0.82	0.79
ND	6.83	0.06	222.50	6.67	0.90	1.89
D	8.43	0.04	201.18	3.01	0.76	0.73
ND	8.63	0.07	209.62	7.34	0.85	2.08
D	10.50	0.19	183.98	3.50	0.69	0.85
ND	10.07	0.08	199.33	5.97	0.81	1.69
D	11.74	0.15	173.66	4.69	0.66	1.14
ND	11.15	0.08	191.62	5.76	0.78	---
D	13.90	0.15	155.69	3.26	0.59	0.79
ND	13.59	0.08	174.14	5.24	0.71	1.48
D	17.92	0.18	122.26	3.90	0.46	0.95
ND	15.10	0.09	163.39	4.90	0.66	1.39

**Tabela 8.5** Determinação da velocidade de convecção e da escala integral longitudinal.

$F_1 = 5.00$  (escoamento desenvolvido = D);

$F_1 = 5.00$  (escoamento não desenvolvido = ND).

Condição entrada	$x/y_1$	$\tau_1$ (s)	$U_c$ (cm/s)	$L$ (cm)	$U_c/U_1$	$L/y_1$
D	3.24	0.08	345.27	10.35	0.94	1.89
ND	3.13	0.07	324.17	11.36	0.95	2.33
D	4.40	0.07	334.43	10.02	0.91	1.83
ND	4.43	0.07	313.06	10.96	0.91	2.25
D	6.72	0.06	312.75	9.38	0.85	1.71
ND	6.78	0.06	292.96	10.26	0.86	2.11
D	7.41	0.07	306.30	10.72	0.84	1.96
ND	7.56	0.06	286.29	10.02	0.84	2.06
D	9.04	0.07	291.07	8.74	0.79	1.59
ND	8.86	0.06	275.18	8.25	0.80	1.69
D	10.20	0.07	280.23	8.40	0.77	1.53
ND	9.85	0.07	266.74	9.35	0.78	--
D	12.28	0.09	260.80	7.83	0.71	1.43
ND	12.51	0.07	244.00	8.53	0.71	1.75

Tabela 8.6 Determinação da velocidade de convecção e da escala integral

longitudinal.

 $F_1 = 5.59$  (escoamento desenvolvido = D): $F_1 = 5.49$  (escoamento não desenvolvido = ND).

Condição entrada	$x/y_1$	$\tau_1$ (s)	$U_c$ (cm/s)	$L$ (cm)	$U_c/U_1$	$L/y_1$
D	4.23	0.04	331.05	3.32	0.93	0.82
ND	3.44	0.05	296.58	7.43	0.95	2.24
D	6.12	0.08	315.71	3.17	0.89	0.78
ND	6.12	0.05	277.52	6.94	0.89	2.09
D	9.09	0.03	291.56	4.38	0.82	1.08
ND	9.18	0.05	255.75	6.93	0.82	1.93
D	10.35	0.03	281.33	4.23	0.79	1.05
ND	12.01	0.06	235.59	7.06	0.75	2.13
D	11.92	0.05	268.57	5.36	0.75	1.32
ND	13.01	0.06	228.50	6.85	0.73	2.06
D	13.80	0.05	253.28	5.05	0.71	1.25
ND	14.46	0.07	218.17	7.64	0.70	2.30
D	15.05	0.04	243.14	4.87	0.68	1.20
ND	16.07	0.07	206.69	7.25	0.66	2.18
D	30.10	0.17	120.86	6.03	0.34	1.49

Tabela 8.7 Determinação da velocidade de convecção e da escala integral

longitudinal.

 $F_1 = 5.98$  (escoamento desenvolvido = D); $F_1 = 5.90$  (escoamento não desenvolvido = ND).

Condição entrada	$x/y_1$	$\tau_1$ (s)	$U_c$ (cm/s)	$L$ (cm)	$U_c/U_1$	$L/y_1$
D	2.31	0.11	291.35	5.82	0.98	2.30
ND	2.16	0.06	240.71	4.81	0.98	2.72
D	3.77	0.11	282.36	5.63	0.95	2.23
ND	4.31	0.04	229.62	4.60	0.94	2.60
D	5.33	0.11	272.74	5.45	0.92	2.16
ND	5.75	0.04	222.19	4.45	0.91	2.52
D	7.54	0.018	259.13	2.34	0.87	0.93
ND	7.55	0.04	212.91	4.26	0.87	2.41
D	10.55	0.018	240.59	2.16	0.81	0.86
ND	11.51	0.05	192.50	4.81	0.78	2.72
D	13.07	0.02	225.06	2.25	0.76	0.89
ND	12.80	0.10	185.87	7.43	0.76	4.21
D	17.29	0.05	199.08	3.99	0.67	1.58
ND	17.62	0.07	161.02	4.84	0.66	2.74
D	20.30	0.05	180.54	3.62	0.61	1.43
ND	21.57	0.10	140.68	5.63	0.57	3.19

**Tabela 8.8** Determinação da velocidade de convecção e da escala integral longitudinal.

$$F_1 = 10.06 \text{ (escoamento não desenvolvido = ND).}$$

Condição entrada	$x/y_1$	$\tau_1$ (s)	$U_c$ (cm/s)	$L$ (cm)	$U_c/U_1$	$L/y_1$
ND	2.36	0.08	400.36	5.21	1.00	3.23
ND	5.51	0.02	385.80	3.87	0.96	2.40
ND	7.87	0.02	374.93	3.75	0.94	2.32
ND	10.23	0.02	364.03	3.65	0.91	2.26
ND	11.80	0.03	356.78	5.36	0.89	3.32
ND	20.85	0.05	315.01	7.89	0.79	4.89
ND	29.75	0.06	373.93	7.13	0.68	4.42

O gráfico  $I_6$  montado através dessas tabelas mostra claramente o decréscimo da velocidade de convecção ao longo do ressalto e o seu aumento com o aumento do número de Froude  $F_1$ . De acordo com os resultados, de uma forma geral, os valores de velocidade de convecção e das escalas longitudinais dos vórtices médios são maiores no caso de escoamento não desenvolvido na entrada do ressalto.

As tabelas 8.9 e 8.10 mostram os meus resultados comparados aos resultados de WANG MULAN ET ALLI [1984] para valores de  $F_1$  muito próximos:

**Tabela 8.9 Resultados comparativos de valores de velocidade de convecção e escala longitudinal de vórtices**

ORTIZ(O)  $F_1 = 5.00$  (escoamento desenvolvido);

WANG MULAN ET ALLI (M) [1984]  $F_1 = 4.90$ .

x/y <sub>1</sub>	L(cm)		L/y <sub>1</sub>		U <sub>c</sub> (cm/s)		U <sub>c</sub> /U <sub>1</sub>	
	M	O	M	O	M	O	M	O
2.33	6.65		1.55		307.70		0.97	
2.55		14.07		2.57		351.73		0.96
4.65	7.47		1.74		289.40		0.91	
4.40		10.02		1.83		334.43		0.91
5.12	6.91		1.61		285.70		0.90	
5.33		9.77		1.78		325.75		0.89
5.58	7.81		1.82		282.10		0.89	
5.79		9.65		1.76		321.46		0.88
6.05	8.69		2.02		228.40		0.72	
6.02		9.59		1.75		319.30		0.87
7.91	8.20		1.91		263.70		0.83	
7.41		10.72		1.96		306.30		0.84
8.84	9.49		2.21		256.40		0.81	
9.04		8.74		1.59		291.07		0.79
12.09	4.61		1.07		230.70		0.73	
12.28		7.83		1.43		260.80		0.71
14.42	5.08		1.18		212.40		0.67	
13.90		9.83		1.79		245.67		0.67

**Tabela 8.10** Resultados comparativos de valores de velocidade de convecção e escala longitudinal de vórtices  
 ORTIZ (O)  $F_1 = 5.00$  (escoamento não desenvolvido);  
 MULAN ET ALLI (M) [1984]  $F_1 = 4.90$ .

$x/y_1$	$L(\text{cm})$		$L/y_1$		$U_c(\text{cm/s})$		$U_c/U_1$	
	M	O	M	O	M	O	M	O
2.33	6.65		1.55		307.70		0.97	
3.13		11.36		2.33		324.17		0.95
4.65	7.47		1.74		289.40		0.91	
4.43		10.96		2.25		313.06		0.91
6.05	8.69		2.02		228.40		0.72	
6.78		10.26		2.11		292.97		0.86
7.91	8.20		1.91		263.70		0.83	
7.56		10.02		2.06		286.30		0.84
8.84	9.49		2.21		256.40		0.81	
8.86		8.25		1.69		275.19		0.80
12.09	4.61		1.07		230.70		0.73	
12.51		8.53		1.75		243.99		0.71

A grosso modo poderíamos dizer que a escala longitudinal da turbulência, baseada no tamanho médio dos vórtices varia em torno de 1 a  $2y_1$  na zona crítica do ressalto.

Os valores de  $U_c$  baseados no tamanho médio dos vórtices são bastante acentuados no início do ressalto, oscilando em torno de  $0.90U_1$ , mas reduzem-se muito à medida que se caminha para jusante, atingindo valores da ordem de  $0.50$  a  $0.60U_1$  na parte final do ressalto.

Nas tabelas 8.9 e 8.10 os meus resultados são bastante próximos aos resultados de WANG MULAN ET ALLI [1984]. As pequenas diferenças existentes, sem dúvida, estão ligadas a diferentes condições de desenvolvimento da camada limite na entrada do ressalto e a diferentes metodologias na aquisição e processamento de dados.

### 8.6 A Velocidade de Convecção Calculada Diretamente a Partir do Registro de Flutuações de Pressão

Considerando que, no caso do ressalto hidráulico, são as flutuações de pressão de baixa frequência que preocupam em termos de projeto de estruturas de dissipação, é interessante calcular a velocidade de convecção baseada no caminhamento dos picos de pressão. Isso é possível a partir do registro simultâneo obtido através de vários transdutores de pressão convenientemente instalados ao longo da base do ressalto hidráulico.

No caso desse trabalho foram utilizados quatro transdutores de pressão igualmente espaçados e os resultados mostraram, assumindo válida a hipótese de Taylor (turbulência congelada), que existe uma grande coerência da estrutura da turbulência baseando-se nos valores de pico de pressão ao longo do ressalto.

Os registros de pressão dos quatro transdutores foram obtidos rodando o programa **BINARY DATA PLOTTER** (ver apêndice  $J_1$ ). No apêndice  $J_2$  estão apresentados os resultados do ensaio N. 5.021902/909 para  $F_1 = 5.00$  e escoamento desenvolvido na entrada do ressalto. Esses ensaios foram feitos variando-se a posição do início do ressalto com relação à posição dos transdutores.

Exemplificando, a velocidade média de convecção ( $U_{c1}$ ) para o ensaio N.5.021902, considerando os quatro transdutores, foi obtida assumindo:

- distância máxima entre transdutores  $\rightarrow x = 20.32$  cm,
- intervalo de tempo entre os picos observados para os transdutores extremos  $\rightarrow t = 0.11$  s;

resulta então que:

$$U_c = \frac{20.32}{0.11} = 184.73 \text{ cm/s.}$$

A tabela abaixo mostra, comparativamente, para alguns ensaios, os valores de velocidade de convecção calculada a partir da equação de Rakhmanov ( $U_c$ ) e calculada a partir do caminhamento dos picos no registro temporal ( $U_{c1}$ ).

**Tabela 8.11** Valores comparativos das velocidades de convecção ( $U_c$  e  $U_{c1}$ )

Ensaio N	Rakhmanov			Registros Simultâneos		
	x/y <sub>1</sub>	U <sub>c</sub> (cm/s)	U <sub>c</sub> /U <sub>1</sub>	x/y <sub>1</sub>	U <sub>c1</sub> (cm/s)	U <sub>c1</sub> /U <sub>1</sub>
5.021902	6.26	317.15	0.87	2.55 a 6.25	184.73	0.50
5.021907	7.41	306.30	0.84	3.71 a 7.41	184.73	0.50
5.021908	8.34	296.62	0.81	4.63 a 8.34	169.33	0.46
5.021909	9.04	291.07	0.79	5.33 a 9.04	142.24	0.39
5.021912	13.90	245.70	0.67	10.20 a 13.90	135.47	0.37

A análise dessa tabela mostra que os valores de  $U_c$  na zona crítica do ressalto resultam da ordem do dobro dos respectivos valores de  $U_{c1}$  o que se justifica pela explanação de SCHEWE: *"The wall-pressure fluctuations are a very intermittent process, where relatively short-time segments with large*

*fluctuations, follow long-time segments with small fluctuations, as follows also from the PDF. The events of high amplitude (peaks) have the feature of very short wavetrains, which means small  $U_c$  compared with the averaged pulses*".<sup>8</sup> É fato que no caso do ressalto hidráulico, os eventos de alta amplitude são mais frequentes, o que caracteriza o escoamento macroturbulento.

É interessante frizar que os picos ultrapassam  $3\sigma$  com uma certa frequência, particularmente se trabalharmos com registros longos de flutuações de pressão. Nesse caso, não sendo Gaussiana a função de densidade de probabilidade, temos o problema de determinação da cauda da curva dessa função para  $Z \geq 3\sigma$ . Embora a probabilidade nesse caso tenda a ser baixa, certamente é maior que no caso de distribuição Gaussiana, o que pode ser relevante no projeto de estruturas de dissipação.

Os valores de  $\frac{U_{c1}}{U_1} \cong 0.50$  parecem ser compatíveis com os valores obtidos por THOMAS & BULL [1983] que estudaram flutuações de pressão na camada limite turbulenta, obtendo  $\frac{U_c}{U_\infty} = 0.67$ , sendo  $U_\infty$  a velocidade de convecção fora da camada limite. A compatibilidade é ainda maior se considerarmos os resultados de SCHEWE [1983] que obteve  $\frac{U_c}{U_\infty} = 0.57$ , sendo  $U_c$  a velocidade de convecção dos picos de pressão na camada limite turbulenta.

É evidente que a escala longitudinal dos vórtices calculada a partir dos valores de picos de pressão são maiores que os valores calculados a partir da autocorrelação (usando a equação de Rakhmanov), já que nesse último caso calcula-se um valor médio de  $L$ .

Um outro exemplo de registros quase simultâneos de pressão está apresentado no apêndice J<sub>3</sub>, onde se nota a coerência do caminhar dos picos, já que a forma do pico de pressão registrado pelo transdutor de jusante (T12) é bastante similar àquela registrada pelo transdutor de

<sup>8</sup> SCHEWE, G. On the structure and resolution of wall-pressure fluctuations associated with turbulent boundary-layer flow. Journal of Fluid Mechanics, vol. 134, sept. 1983.

montante (T11) deslocado porém de um intervalo de tempo. À medida que a distância entre transdutores aumenta, a coerência dos picos tende a deteriorar até um ponto em que não pode ser mais identificado.

THOMAS & BULL [1983] enfatizam esse resultado de perda da coerência do padrão do sinal de pressão durante o processo de convecção, mas ressaltam que tanto a variação randômica local desse sinal, como a variação local da velocidade de convecção devem ter uma certa influência nessa perda de coerência.

De qualquer forma, supondo válida a hipótese de Taylor, ainda é possível se ter uma boa idéia da distribuição espacial (no sentido longitudinal) da turbulência na base do ressalto, acompanhando a amplificação e o amortecimento dos picos de pressão positivos e negativos. Em outras palavras, enquanto sente-se o pico de pressão em um certo transdutor, nos transdutores adjacentes o pico ainda não foi atingido ou está se amortecendo.

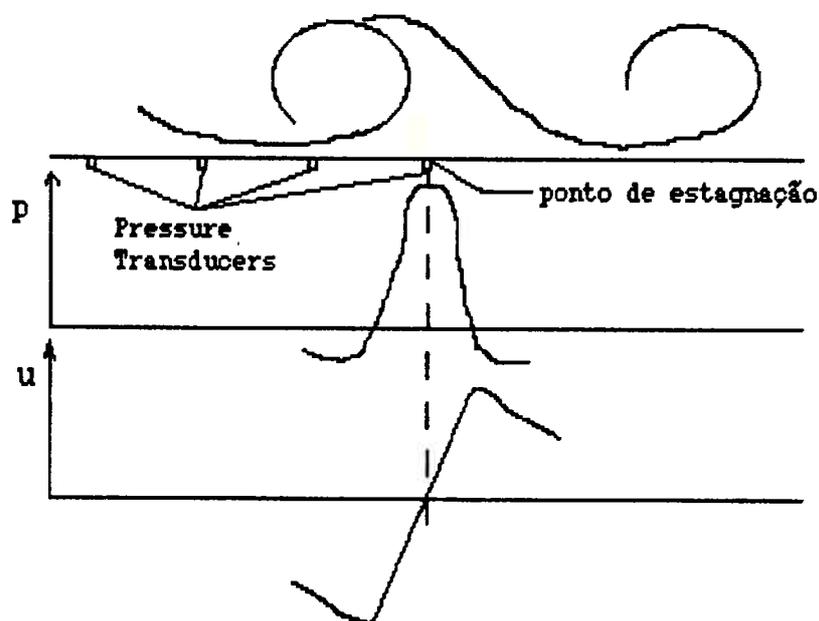
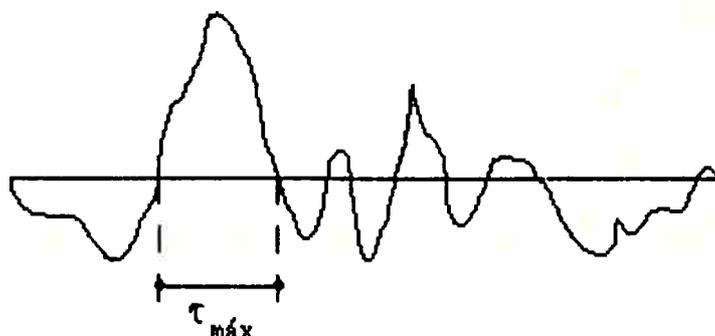


Figura 8.3 Interpretação física do caminhamento dos macrovórtices

Os resultados do apêndice J<sub>3</sub> confirmam os valores de  $\frac{U_{c1}}{U_1}$  em torno de 0.40

e 0.50. Com relação à escala integral longitudinal dos macrovórtices é da ordem de 3 a  $7y_1$ , assumindo  $\tau_{\text{máx}}$  de acordo com o esquema abaixo:



**Figura 8.4** Representação esquemática da determinação da escala integral de tempo dos picos de pressão.

Particularmente no caso do ressalto hidráulico, acredita-se que o movimento de grande escala de vórtices controla os eventos de parede, como por exemplo a ocorrência de "burstings". Acredita-se ainda que o campo de pressão devido ao movimento de larga escala constitui o vínculo de ligação entre o movimento longe e próximo da parede.

Embora nesse trabalho não tenha sido possível estabelecer o vínculo entre a ocorrência de "burstings" junto à parede e as grandes escalas de vórtices, de modo a entender melhor o processo de produção e dissipação de turbulência junto à parede, as pesquisas atuais caminham nesse sentido, particularmente a partir do desenvolvimento de técnicas especiais de visualização do escoamento.

Começa a ficar mais claro nos dias de hoje, que por trás da turbulência randômica de parede, existe um processo determinístico, e nesse caso, métodos determinísticos poderiam ser usados no estudo da física das pressões flutuantes de parede [THOMAS & BULL - 1983 e KIM - 1983].

## 8.7 A Velocidade de Convecção Calculada Através do Espectro

### Cruzado

#### 8.7.1 Método Computacional Utilizado

No capítulo 5.5 definiu-se a velocidade de convecção como:

$$U_c = \frac{\xi_1 \omega}{\arctan\left(\frac{Y_{IM}}{Y_{RE}}\right)} \quad (5.36)$$

Sendo:

$$\phi = \arctan\left(\frac{Y_{IM}}{Y_{RE}}\right) \quad (5.33)$$

resulta que:

$$U_c = \frac{\xi_1 \omega}{\phi} \quad (5.36a)$$

Na literatura soviética a velocidade de convecção definida pela equação (5.36a) é conhecida por velocidade de fase ("phase velocity").

O método computacional desenvolvido baseia-se na teoria apresentada no capítulo 5.4.3.

Considerando o sinal de flutuação de pressão de dois transdutores separados por uma distância  $\xi_1$ , resulta que:

$$\text{Transdutor 1 (p}_1\text{)} \Rightarrow \text{FFT no canal 1} \Rightarrow \text{"save"} \left| \begin{array}{l} \text{RE1} \\ \text{IM1} \end{array} \right.$$

sendo: RE1  $\rightarrow$  parte real;

IM1  $\rightarrow$  parte imaginária.

$$\text{Transdutor 2 (p}_2\text{)} \Rightarrow \text{FFT no canal 2} \Rightarrow \text{"save"} \left| \begin{array}{l} \text{RE2} \\ \text{IM2} \end{array} \right.$$

Aplicando a teoria, o espectro cruzado é calculado da seguinte forma:

$$EC = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [\text{FFT}(p_1(t)) \text{FFT}^*(p_2(t))] ]$$

$$EC = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [(RE_1 + iIM_1)(RE_2 - iIM_2)]$$

$$EC = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [RE_1RE_2 + IM_1IM_2 + i(IM_1RE_2 - RE_1IM_2)]$$

sendo:  $N \rightarrow$  número de amostras ;

$EC \rightarrow$  espectro cruzado.

O programa **CROSS SPECTRA** devidamente compilado e apresentado no apêndice  $K_1$  calcula a magnitude do espectro cruzado:

$$MA = (R^2 + I^2)^{1/2}$$

$$\text{onde: } \begin{cases} R = RE_1RE_2 + IM_1IM_2 \\ I = IM_1RE_2 - RE_1IM_2 \end{cases}$$

A partir da magnitude obtém-se a equação:

$$\frac{|S_p(\xi_1, \omega)|}{S_p(0, \omega)} = (\gamma_{RE}^2 + \gamma_{IM}^2)^{1/2} \quad (5.32)$$

$$\text{onde: } \begin{cases} \gamma_{RE} = R \\ \gamma_{IM} = I \end{cases}$$

A partir da listagem dos resultados, calcula-se a velocidade de convecção (ou velocidade de fase), fixando-se um certo valor de frequência.

### 8.7.2 Análise dos Resultados

A tabela 8.12 apresenta os resultados de velocidade de convecção do ensaio N.5.021901/915 para  $F_1 = 5.00$  e escoamento desenvolvido na entrada do ressalto.

A análise dessa tabela mostra que, de uma forma geral, a velocidade de convecção varia substancialmente com a distância entre transdutores, com valores máximos ocorrendo para distâncias mínimas entre transdutores instalados no início do ressalto.

**Tabela 8.12** Valores de velocidade de convecção calculados a partir do espectro cruzado.

Ensaio Nº	Transdutores	x/y <sub>1</sub>	x/y <sub>1</sub>	ξ (cm)	f = 0.78 Hz	
					U <sub>c</sub> (cm/s)	U <sub>c</sub> /U <sub>1</sub>
5.021902	T11 - T12	2.55	3.24	3.7	168.75	0.46
5.021902	T11 - T13	2.55	4.63	11.40	174.55	0.48
5.021902	T11 - T14	2.55	6.25	20.33	124.07	0.34
5.021908	T11 - T12	4.63	5.33	3.78	111.40	0.30
5.021908	T11 - T13	4.63	6.72	11.40	126.29	0.34
5.021908	T11 - T14	4.63	8.34	20.28	64.65	0.18
5.021909	T11 - T12	5.33	6.02	3.78	184.51	0.50
5.021909	T11 - T13	5.33	7.41	11.40	110.60	0.30
5.021909	T11 - T14	5.33	9.04	20.28	73.67	0.20
5.012912	T11 - T12	10.20	10.89	3.78	190.56	0.52
5.012912	T11 - T13	10.20	12.28	11.40	121.14	0.33
5.012912	T11 - T14	10.20	13.90	20.28	95.99	0.26

Considerando-se as flutuações de muito baixa frequência ( $f = 0.78$  Hz) com picos de  $C_p$  ocorrendo para  $\frac{x}{y_1} \cong 10$ , tem-se pela tabela 8.12 que  $\frac{U_c}{U_1} \cong 0.20$  a 0.50. Comparando-se esses resultados com o da tabela 8.11 tem-se que a velocidade de convecção (ou velocidade de fase) calculada através do espectro cruzado para baixas frequências reproduz a velocidade de convecção dos máximos picos, calculada diretamente a partir do registro simultâneo de pressões flutuantes.

A análise dos resultados do espectro cruzado mostra ainda que a velocidade de convecção aumenta bastante para frequências mais altas, o que vem confirmar os valores já obtidos através da aplicação da equação de Rakhmanov.

Aconselha-se portanto no caso de projeto de bacias de dissipação por ressalto adotar  $U_c \cong 0.50 U_1$ .

## **8.8 Considerações a Respeito da Escala Integral Espacial**

No capítulo 8.5 a escala integral longitudinal ( $L$ ) baseada na autocorrelação e na equação de Rakhmanov foi avaliada como sendo da ordem de 1 a  $2 y_1$ , na zona crítica do ressalto. Por outro lado, o cálculo de  $L$  a partir do estudo da convecção dos picos de pressão nos registros simultâneos conduz a valores mais altos de  $L$  na zona crítica do ressalto ( $L > 3y_1$ ).

Tentando quantificar melhor essa escala foram feitas medições de flutuações de pressão através de transdutores instalados longitudinal e transversalmente ao canal experimental, com ressalto formado para  $F_1 = 5.67$  e escoamento desenvolvido na entrada.

### **8.8.1 Apresentação dos Resultados**

Calculando-se a velocidade de convecção a partir dos registros quase simultâneos de pressão resulta, para o ensaio N.5.060101, ( $\frac{U_{c1}}{U_1} \cong 0.55$ ). Por outro lado, o cálculo da escala longitudinal dos maiores vórtices resulta ( $\frac{L}{y_1} \cong 5.3$ ).

Para os ensaios Ns.5.060303 e 5.060304 a velocidade de convecção dos picos estabelecida entre os transdutores Ns.12 e 13 resulta ( $\frac{U_{c1}}{U_1} \cong 0.55$ ) e ( $\frac{U_{c1}}{U_1} \cong 0.40$ ) respectivamente. No caso desses ensaios, o comprimento

longitudinal do vórtice calculado a partir da velocidade de convecção resulta  $L \cong 7 y_1$ . Com relação ao comprimento transversal do vórtice, sua determinação a partir dos registros gráficos é muito subjetiva. Mesmo assim, em primeira aproximação, o ensaio N.5.060318 mostra de uma forma muito qualitativa que  $\frac{L_t}{y_1} > 7$ .

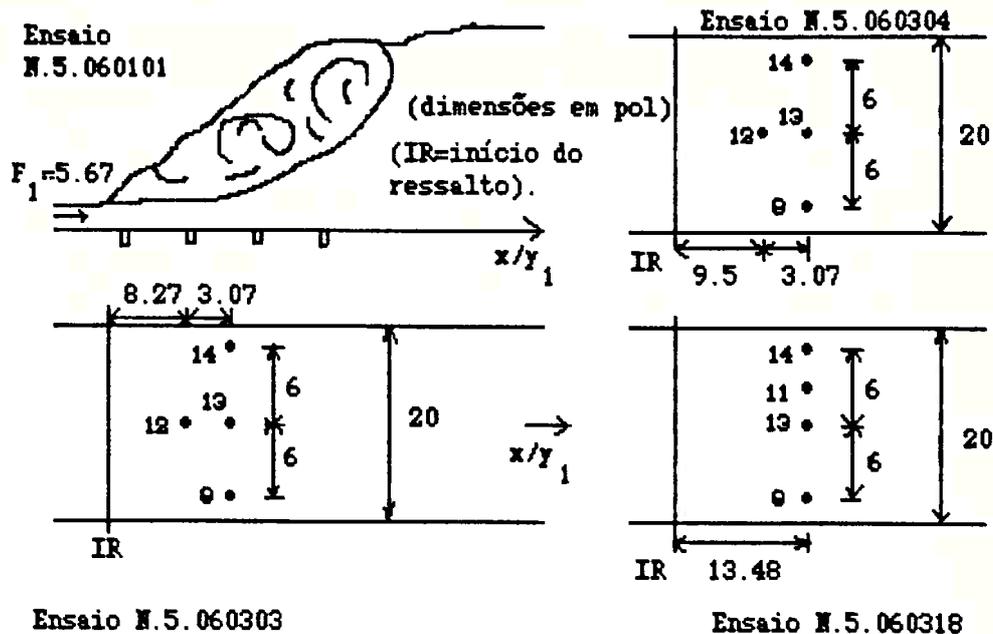


Figura 8.5 Representação esquemática da distribuição dos transdutores longitudinal e transversalmente a bacia de dissipação.

VASILIEV & BUKREYEV [1967] estabeleceram que para  $\frac{B}{y_2} \geq 3$  as paredes do canal não exercem influência apreciável na estrutura das flutuações de larga escala (onde B é a largura do canal). No caso dos ensaios aqui apresentados  $\frac{B}{y_2} = 1.63$ , com  $y_2$  calculado a partir da equação de Bélanger-Bresse, e nesse caso, os efeitos de parede nos registros de flutuações de pressão são evidentes.

TOSO [1986] utilizou o critério de VASILIEV & BUKREYEV [1967] no estabelecimento da escala transversal, onde  $L_t = 1.6 L$ . É bom lembrar no entanto, que os ensaios de TOSO sofreram influência de parede ( $\frac{B}{y_2} < 3$ ) e o escoamento era plenamente desenvolvido, diferentemente dos ensaios de VASILIEV & BUKREYEV, em que a seção de entrada do ressalto foi estabelecida a uma distância da comporta de fundo de apenas duas vezes a sua abertura, o que significa escoamento não desenvolvido, conforme critério apresentado no capítulo 4.6.1.

Em resumo, em termos qualitativos parece claro que a escala espacial transversal dos maiores vórtices é maior que a escala longitudinal. Todavia, uma definição quantitativa de seu valor só será possível através de ensaios em canais mais largos, em que o efeito de parede sobre as flutuações dos picos de pressão possa ser desprezado.

223

**9. ALGUMAS PROPOSIÇÕES PARA O PROJETO DE BACIAS DE DISSIPACÃO  
BASEADAS NOS RESULTADOS DE PRESSÕES FLUTUANTES**

O projeto de estruturas hidráulicas tais como perfis de extravasores, estruturas de dissipação e blocos de choque tem-se baseado, ao longo dos anos, em procedimentos estabelecidos por manuais clássicos, como por exemplo: BRADLEY ET ALLI [1958], EUA ARMY ENGINEERS [1977], BUREAU OF RECLAMATION [1977], manuais esses que foram escritos baseando-se em experiências clássicas de modelismo.

Nos Estados Unidos, por exemplo, muitas de suas grandes barragens que utilizam sistemas de drenagem através de blocos de queda ("chute blocks") foram projetadas e construídas sem levar em consideração a magnitude de flutuações de pressão no ressalto hidráulico [ver BOWERS & TOSO - 1988].

No caso do Brasil, muitas de suas barragens projetadas e construídas nas últimas décadas, não levaram em conta, convenientemente, a magnitude das flutuações de pressão junto às estruturas hidráulicas, podendo-se citar aqui como exemplo, o caso da barragem de Ilha Solteira com problemas de cavitação por vórtice ferradura ("horse-shoe vortex") junto aos blocos de choque instalados no perfil do vertedor [ver CAMARGO ET ALLI - 1986].

Essa negligência de projeto pode ser atribuída basicamente a três fatores:

a) Na época em que muitas barragens foram construídas não existia a instrumentação adequada e faltava ainda o conhecimento necessário para a interpretação correta das causas e efeitos de pressões flutuantes junto a fronteiras sólidas.

b) Falta de investimento na pesquisa básica na mesma proporção e ritmo da pesquisa aplicada, essa última sempre sob pressão de prazos e custos dos vários setores interessados na construção da obra.

c) Falta de interesse do dono da obra em encarar mais a fundo a hidráulica de detalhe, já que a modelação hidráulica normalmente é vista por

ele como um fator marginal dentro do amplo espectro de problemas e campos de conhecimento que envolvem a construção de uma barragem de porte; nesse caso, o proprietário tem muitas vezes preferido arcar com o ônus de eventuais danos (cavitação por exemplo) em vez de investir em pesquisa complementar.

Nos Estados Unidos a época de ouro dos grandes laboratórios de hidráulica já passou, já que suas grandes barragens foram construídas entre as décadas de 1930 e 1950, podendo-se citar como exemplo:

-Hungry Horse Dam cuja construção começou em 26 de setembro de 1946;

-Grand Coulee Dam cujo primeiro contrato de construção foi assinado em 16 de julho de 1934;

-Hoover Dam com o primeiro contrato de construção assinado em junho de 1931;

-Angostura Dam com o primeiro contrato de construção assinado em 28 de junho de 1946, etc.

Para uma completa descrição de barragens americanas ver BUREAU OF RECLAMATION [1954].

Não me parece viável que nos dias de hoje recursos sejam alocados nos Estados Unidos para a revisão de antigos projetos de barragens levando em conta um ponto de vista mais moderno, baseado no estudo de pressões flutuantes. É muito mais viável hoje a destinação de recursos à engenharia aeroespacial para a solução de problemas que, "ironicamente", estão relacionados com flutuações de pressão e velocidade junto a fronteiras sólidas.

No Brasil, a época de ouro dos laboratórios de hidráulica ainda não passou, mas está passando. É preciso que a estratégia de condução dos novos projetos de barragens dê um certo espaço à pesquisa básica dentro de seus apertados cronogramas físico-financeiros.

No caso particular das pressões flutuantes, seu estudo adequado permitirá não só o aumento do coeficiente de segurança da obra, mas também a aquisição de um conhecimento de ponta aplicável hoje a vários campos de conhecimento.

A instrumentação dos protótipos é de vital importância dentro dessa nova estratégia, cabendo aos laboratórios de hidráulica modernos a responsabilidade em exercer a devida pressão sobre os proprietários das obras, de modo a atingir estes objetivos.

Tentando amarrar o estudo de pesquisa básica de pressões flutuantes fartamente discutido ao longo desse trabalho, ao estudo de pesquisa aplicada que redonda no projeto de estruturas hidráulicas, passamos a discutir a seguir dois pontos críticos no projeto de estruturas de dissipação por ressalto:

- 1) A cavitação de estruturas de dissipação e de seus blocos de choque;
- 2) O levantamento da laje de fundo de estruturas hidráulicas devido a pulsações hidrodinâmicas de pressão.

### **9.1 A Análise Estatística das Pressões Flutuantes em um Modelo em Escala Froude como Metodologia para Estudar Cavitação Incipiente**

No projeto de bacias de dissipação o projetista sempre precisa estabelecer um compromisso entre o custo da estrutura e o risco de cavitação. Em outras palavras, a utilização de blocos de choque ("chute blocks"), blocos de dissipação ("baffle piers"), ou soleiras terminais ("end sills") na bacia de dissipação permite uma redução considerável do comprimento da bacia, porém aumenta-se o risco de cavitação dos blocos, particularmente para  $U_1 > 20$  m/s.

Dentro de uma linha de vanguarda de pesquisa hidráulica, nos últimos anos tem-se difundido um procedimento de se utilizar blocos de dissipação supercavitantes juntamente com a incorporação de ar na camada limite do escoamento de alta velocidade, como método de prevenção de erosão por cavitação em estruturas de dissipação; com isso é possível a utilização de bacias mais curtas que as convencionais. O vertedor suplementar da Barragem

Armando Salles de Oliveira, por exemplo, de propriedade da Companhia Energética de São Paulo - CESP foi construído dentro dessa linha e a bacia de dissipação resultou muito curta. É óbvio que as observações em protótipo permitirão uma resposta definitiva da eficiência de aeração da veia líquida conjugada com a utilização de blocos supercavitantes, recomendando-se nesse caso a medição do arraste de ar em protótipo.

Para uma comparação detalhada da eficiência de bacias de dissipação com blocos, recomenda-se a leitura do trabalho de ORTIZ [1982] em que foi feita uma análise comparativa de eficiência das bacias do Bureau of Reclamation dos Estados Unidos e do Laboratório Yedenev da União Soviética, tendo-se para isso medido a turbulência residual a jusante dessas bacias para uma ampla faixa de  $F_1$ .

Embora em modelos Froudianos não seja possível simular corretamente o arrastamento de ar, e conseqüentemente o fenômeno de cavitação, a análise estatística completa do sinal de flutuação de pressão nesses modelos, pode dar informações valiosas na interpretação da tendência a cavitação em estruturas hidráulicas. Nesse sentido é importante uma discussão dos efeitos de escala que passamos a apresentar a seguir.

### **9.1.1 Efeitos de Escala na Determinação da Cavitação em Modelos em Semelhança de Froude**

É sabido que flutuações acentuadas de pressão podem gerar cavitação incipiente junto aos contornos sólidos de estruturas hidráulicas, mesmo para valores médios de pressão bem superiores à pressão de vapor. Nesse sentido é importante a determinação das funções de densidade e distribuição de probabilidade das flutuações de pressão, embora com isso ainda não seja possível determinar a ocorrência do dano ou não na superfície da estrutura hidráulica.

Todavia, a análise estatística e de frequência do sinal de flutuação de pressão sofre limitação de efeitos de escala quando se utilizam modelos em semelhança de Froude. LOPARDO ET ALLI [1982] e LOPARDO ET ALLI [1987] estudando o ressalto hidráulico em bacias de dissipação estabeleceram a ocorrência de cavitação incipiente em blocos da bacia. Embora os resultados comparativos (modelo/protótipo) desses autores em termos práticos de engenharia pareçam ser bastante aceitáveis, seria conveniente modelar o problema reproduzindo simultaneamente o número de Thoma e o número de Froude, mesmo considerando um maior custo de instalação do modelo [ver LESLEIGHTER - 1987].

Os principais efeitos de escala que resultam da utilização de modelos em semelhança de Froude são: as escalas de turbulência (relacionadas com a frequência ou o número de onda dos vórtices) e o arrastamento de ar, efeitos esses que passamos a discutir a seguir.

#### 9.1.1.1 Considerações com Relação a Frequência ou Número de Onda das Várias Escalas de Turbulência

A principal diferença entre dois escoamentos turbulentos com diferentes números de Reynolds, mas com a mesma escala integral de vórtices, é o tamanho das menores escalas; o escoamento turbulento com menor número de Reynolds apresenta uma estrutura de pequenas escalas maior do que no caso de escoamento com número de Reynolds maior, conforme ilustração clássica de TENNNEKES & LUMLEY [1972]. Em outras palavras, os escoamentos de laboratório não apresentam um número de Reynolds suficientemente alto de modo a reproduzir a hipótese de Kolmogorov.

A hipótese de Kolmogorov estabelece que para número de onda suficientemente alto, os únicos parâmetros que afetam o espectro de número de onda  $B(\vec{\alpha})$  definido no capítulo 5.4 são:

- a taxa de dissipação de energia por unidade de massa  $\epsilon$  ( $m^2*s^{-3}$ );

- a viscosidade cinemática  $\nu$  ( $m^2/s$ ).

GRANT ET ALLI [1962] estabelecem para o espectro de número de onda tridimensional:

$$B(\alpha) = c^{2/3} \alpha^{-5/3} F(\alpha/\kappa_s) \quad (9.1)$$

$$\text{sendo: } \left| \begin{array}{l} \kappa_s = \left(\frac{c}{\nu^3}\right)^{1/4} = \frac{1}{\eta} \\ \eta \rightarrow \text{microescala de comprimento de Kolmogorov} \end{array} \right.$$

Se a hipótese de Kolmogorov vale para uma faixa de números de onda na qual a viscosidade tem influência desprezível na subcamada inercial do espectro,  $B(\alpha)$  deve ser independente de  $\kappa_s$  e dessa forma:

$$F\left(\frac{\alpha}{\kappa_s}\right) = K = \text{cte.} \quad (9.2)$$

Nessa linha procuram se basear os trabalhos de ELDER [1961] e THOMAS & LEAN [1963]. ELDER [1961] fez o levantamento de espectros de frequência em três modelos em semelhança de Froude com diferentes escalas geométricas, chegando a uma conclusão tentativa que procura validar o uso dessa semelhança: *"There is a strong indication that frequency and magnitude of fluctuations from mean pressure follow Froude scaling"*.<sup>9</sup>

THOMAS & LEAN [1963] estudaram a vibração de uma parede submersa exposta a um jato, usando um modelo Froude em escala 1:50. Nesse caso, os números de Reynolds do escoamento no modelo e no protótipo foram  $6.3 \cdot 10^5$  e  $2.2 \cdot 10^7$ , respectivamente.

Considerando que para o escoamento em canal o número de onda ( $\alpha = \frac{2\pi f}{U_c}$ ) acima do qual a viscosidade se torna importante é da ordem de  $\frac{\kappa_s}{100}$  (apud THOMAS & LEAN - 1963), pode-se estabelecer o limite superior de reprodução da frequência em modelo.

Tomando como exemplo o caso do ressalto hidráulico estudado por RESCH & LEUTHEUSSER [1972a,b] apresentado no capítulo 4.4.2, em que o escoamento na entrada do ressalto é plenamente desenvolvido e  $F_1 = 6.00$ , tem-se que:

<sup>9</sup> ELDER, R.A. Model-Prototype turbulence scaling. Proc. 9<sup>th</sup> Congress IAHR, 1962.

$$U_1 = 258.52 \text{ cm/s}$$

$$Y_1 = 1.22 \text{ cm/s.}$$

Assumindo a velocidade de convecção dos picos calculada no capítulo

8.6:

$$U_c \cong 0.50 U_1 = 0.50 * 258.52 = 129.26 \text{ cm/s.}$$

Considerando que no exemplo de RESCH & LEUTHEUSSER [1972a,b],

$$\sqrt{u^2} = 0.15 U_1 \quad \text{para } \frac{x}{y_1} = 16 \text{ (em torno da zona crítica do ressalto),}$$

e considerando que:

$L \cong 5y_1$  (escala integral longitudinal dos maiores vórtices determinada no

capítulo 8.8.1), resulta que:

$$c = \frac{(\sqrt{u^2})^3}{L} = \frac{(0.15 U_1)^3}{5 Y_1} = 0.956 \text{ m}^2 \text{ s}^{-3}$$

$$\kappa_s = \left(\frac{c}{v^3}\right)^{1/4} = 31269.03 \text{ m}^{-1}$$

$$\alpha = 312.69 \text{ m}^{-1}$$

$$f = \frac{\alpha U_c}{2\pi} = 64.3 \text{ Hz.}$$

Assumindo a mesma distribuição de flutuações de velocidade para o ensaio N.5.060303 apresentado no capítulo 8 com  $F_1 = 5.67$  e escoamento

desenvolvido na entrada do ressalto, tem-se que:

$$U_1 = 361.14 \text{ cm/s}$$

$$Y_1 = 4.14 \text{ cm/s}$$

$$U_c = 198.63 \text{ cm/s}$$

$$\sqrt{u^2} = 0.15 U_1 = 54.17 \text{ cm/s}$$

$$L = 7Y_1 = 28.98 \text{ cm}$$

$$c = \frac{(\sqrt{u^2})^3}{L} = 0.549 \text{ m}^2 \text{ s}^{-3}$$

$$\kappa_s = \left(\frac{c}{v^3}\right)^{1/4} = 27220.31 \text{ m}^{-1}$$

$$f = \frac{\alpha U_c}{2\pi} = 86.05 \text{ Hz.}$$

Comparando-se as frequências acima determinadas (da ordem de 100 Hz) com a frequência de pico do ressalto (de 1 a 6 Hz) pode-se concluir, em primeira aproximação, que o efeito de escala de frequência pode ser desprezado na reprodução das macropulsões de pressão no ressalto hidráulico.

O valor limite de frequência  $f$  é bastante influenciado pelas condições de entrada, bastando observar os resultados de RESCH & LEUTHEUSSER [1972a,b] para escoamento potencial e  $F_1 = 6.00$ , onde o valor de  $\sqrt{u^2}$  muito próximo da parede tende a zero, mas aumenta substancialmente quando se afasta um pouco da parede.

Afortunadamente o engenheiro hidráulico está interessado apenas nas macropulsões de pressão, cujas frequências podem ser reproduzidas em um modelo de semelhança de Froude igualando o número de Strouhal

(modelo/protótipo):

$$S_m = S_p$$

$$\left(\frac{fy}{U}\right)_m = \left(\frac{fy}{U}\right)_p$$

$$\frac{f_p}{f_m} = \frac{U_p}{U_m} \frac{y_m}{y_p} = \lambda^{1/2} \lambda^{-1}$$

$$\lambda_f = \lambda^{-1/2}$$

Obviamente, esse critério falha, em termos de pesquisa básica, se quisermos saber o papel representado pelas menores escalas de vórtice no processo de turbulência de parede.

#### 9.1.1.2 Considerações com Relação ao Arrastamento de Ar e Simulação das Funções de Densidade e Distribuição de Probabilidade

É sabido que a modelação de escoamento bifásico usando a semelhança de Froude conduz a efeitos de escala que levam em conta a viscosidade e a tensão superficial do fluido.

Considerando que os modelos são construídos para operarem normalmente com números de Reynolds altos, a viscosidade não tem influência (a não ser em

termos de frequência), conforme já discutido anteriormente. Com relação a tensão superficial no entanto, o valor de número de Weber pode ser importante. No caso por exemplo em que dispositivos aeradores são projetados como meio de prevenção contra erosão por cavitação na bacia, recomendam-se modelos que reproduzam:

$$W = \frac{U}{\sqrt{\frac{\sigma}{\rho Y}}} > 500$$

onde:  $\sigma \rightarrow$  tensão superficial do fluido (água).

No entanto, não é o escôpo desse trabalho discutir efeitos de escala e projeto de sistemas de aeradores, recomendando-se nesse caso a leitura dos trabalhos de PINTO & NEIDERT [1982], VOLKART & CHEYERT [1983] e BORSARI & ORTIZ [1985].

De qualquer forma, em termos práticos de engenharia, de acordo com resultados de LOPARDO [1983] e LOPARDO ET ALLI [1982], o modelo em semelhança de Froude indica tendência à cavitação incipiente com a mesma probabilidade de ocorrência daquela medida no protótipo, desde que asseguradas algumas limitações:

a) Se o modelo indica tendência à cavitação em algum ponto do protótipo a distribuição real de pressões não estará exatamente representada em torno do referido ponto;

b) Se o modelo indica tendência à cavitação não é possível avaliar a ocorrência de danos ou não sobre o contórno sólido da estrutura de dissipação;

c) Se a pressão mínima não é produzida junto ao contórno sólido não será possível determinar a tendência à cavitação, pois o transdutor só mede a flutuação de pressão junto a parede;

d) O modelo não simula a vibração induzida pela cavitação.

### 9.1.2. Resultados de Ensaio Utilizando Bacias Tipo II e III do

#### USBR

No apêndice L estão apresentados os resultados dos seguintes ensaios:

- N.5.092901/908 com Bacia tipo II e  $F_1 = 5.12$
- N.5.092209/216 com Bacia tipo III e  $F_1 = 5.12$

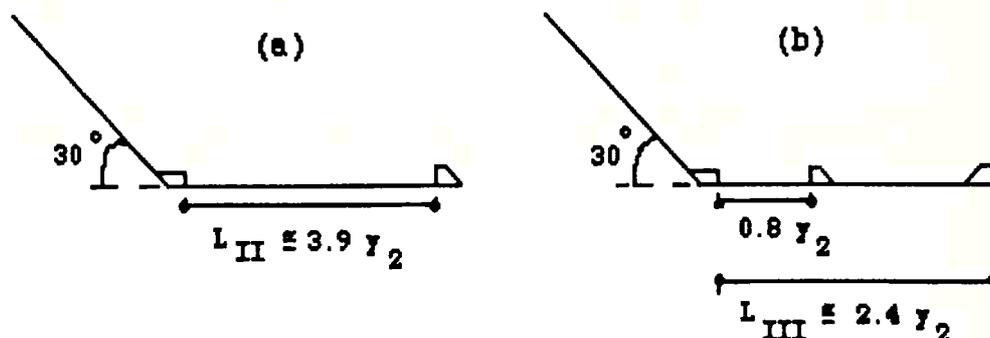


Figura 9.1 Representação esquemática de bacias de dissipação do USBR:

- Bacia tipo II;
- Bacia tipo III.

O gráfico  $L_1$  mostra, para o caso da bacia tipo II, a variação das pressões máxima, mínima e média ao longo do ressalto, não se notando zona de tendência a cavitação. Os gráficos  $L_2$  e  $L_3$  mostram a variação de  $C_p^-$  e  $C_p^+, C_p$ , respectivamente; nesse caso, observa-se que os picos de  $C_p$  ocorrem para  $\frac{x}{y_1} \cong 10 y_1$  e seus valores são da ordem de 0.31, 0.35 e 0.06

respectivamente.

O gráfico  $L_4$  mostra, para o caso da bacia tipo III, a variação das pressões máxima, mínima e média ao longo do ressalto, notando-se qualitativamente, pela análise das pressões mínimas, uma zona de tendência a cavitação logo a jusante dos blocos de choque ("baffle piers"); nota-se ainda a grande diferença existente entre os picos (máximo e mínimo) de pressão nessa mesma região. Os gráficos  $L_5$  e  $L_6$  mostram a variação de  $C_p^-$  e  $C_p^+, C_p$ , respectivamente; observa-se que os picos ocorrem na região dos blocos de choque e são da ordem de 0.70, 0.55 e 0.12 respectivamente, superando bastante os valores de picos da bacia tipo II.

É interessante notar que os valores de  $C_p^+$  e  $C_p^-$  chegam a ser da ordem de  $7 C_p$  e superam em muito os valores obtidos por LOPARDO ET ALLI [1982], cujos valores máximos são estranhamente baixos. É evidente também, conforme já discutido no capítulo 8.3.3 que a distribuição não é Gaussiana dentro do ressalto, com as flutuações máximas e mínimas de pressão ocorrendo com uma probabilidade muito maior que aquela prevista pela distribuição normal.

Analisando-se o gráfico L<sub>7</sub> nota-se que para a bacia tipo III a assimetria é bem mais acentuada ( $S < -1$ ) logo a jusante do bloco de choque, indicando a acentuada separação do escoamento nessa região. Com relação a bacia tipo II, os valores de assimetria oscilam em torno do zero.

Por outro lado, o gráfico L<sub>8</sub> mostra valores mais acentuados de curtose na zona crítica do ressalto ( $K > 5$ ), no caso dos ensaios com a bacia tipo III.

## **9.2 Cálculo da Força de Instabilidade Hidrodinâmica Junto ao Fundo de Bacias de Dissipação**

Conforme já enfatizado várias vezes ao longo desse trabalho, o ressalto hidráulico é um fenômeno macroturbulento de baixa frequência e sendo assim, é importante considerar no cálculo da força que atua sobre a fronteira sólida da bacia de dissipação o efeito das flutuações de pressão. Por falta de informação muitas barragens projetadas e construídas em todo o mundo não tem levado em consideração no cálculo da estrutura hidráulica esse importante parâmetro randômico. Um esforço nesse sentido foi feito no estudo em modelo das Barragens de Richland e Stacy nos Estados Unidos em que a força hidrodinâmica sobre o contorno sólido da estrutura de dissipação foi obtida a partir da medição de flutuações de pressão através de cinco transdutores instalados na região dos blocos de queda da bacia de dissipação. Os transdutores foram instalados em um placa formando um quadrado, com o quinto transdutor correspondendo ao centro da placa, e sendo que essa placa podia ser instalada em várias posições do modelo. A seleção

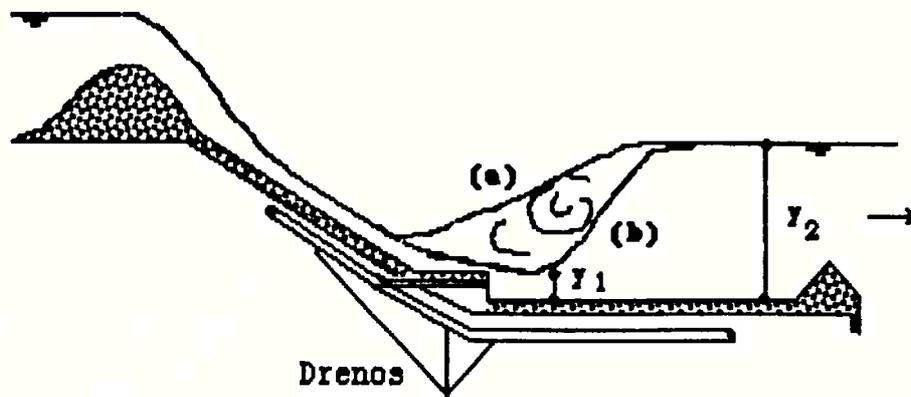
de que valor de pressão utilizar no projeto da parede com área igual a da placa é função do coeficiente de segurança que se deseja adotar [ver RICHLAND DAM - SERVICE SPILLWAY MODEL STUDY - 1980 e TULLIS & RAHMEYER - 1982]. Segundo TULLIS & RAHMEYER [1982] para o vertedor Stacy o ressalto é muito mais violento do que para o vertedor Richland pois a vazão específica ( $q$ ) é o dobro (em torno de  $100 \text{ m}^2/\text{s}$ ) estando entre as maiores dos Estados Unidos. É interessante notar que no Brasil várias barragens foram projetadas para  $q > 100 \text{ m}^2/\text{s}$  [ver ORTIZ - 1982] o que torna mais sério a avaliação correta da força hidrodinâmica sobre a laje e paredes da estrutura hidráulica em questão.

Felizmente, até hoje, não são muitos os casos registrados na literatura de danos sérios causados em vertedores e bacias de dissipação de barragens devido a instabilidade hidrodinâmica de pressões de parede, destacando-se os casos da Barragem de Karnafuli em Bangladesh [ver KARNAFULI HYDROELECTRIC PROJECT - 1964] e da Barragem de Malpaso no México [ver LEVI - 1979].

Todavia é importante frizar que em muitas obras jamais passou uma vazão que sequer se aproximasse da vazão de projeto.

No caso do ressalto hidráulico, o seu comportamento dentro da bacia em função do nível de jusante é de vital importância no cálculo, já que o início do ressalto poderá se formar no perfil do vertedor ou sobre a bacia de dissipação, para a condição crítica de projeto. Além disso, a utilização de blocos dissipadores muda bastante a condição de turbulência dentro do ressalto e nesse caso devem ser calculados os esforços sobre os blocos.

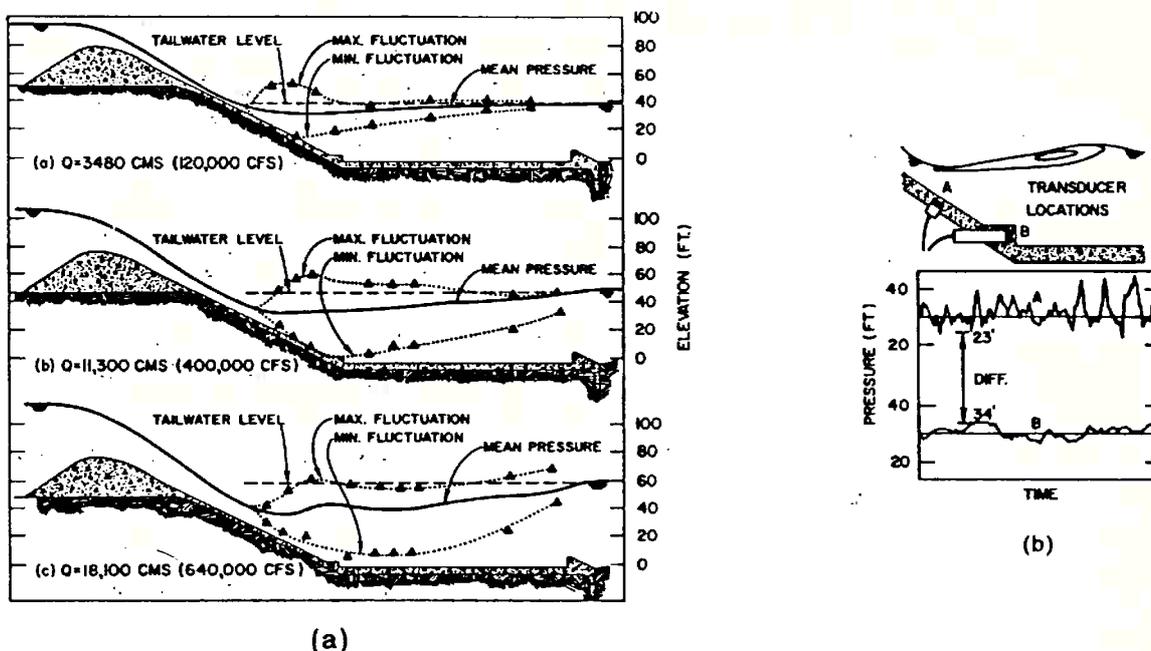
O caso da Barragem de Karnafuli é um exemplo muito didático de aumento da pressão ("uplift pressure") sob o pavimento, devido à diferença de carga hidráulica atuando sobre o sistema de drenagem da estrutura.



**Figura 9.2** Representação esquemática do sistema de drenagem do rápido e da bacia de dissipação da Barragem de Karnafuli (extraído de BOWERS & TOSO - 1988).

(a) Ressalto formado sobre o rápido;

(b) Ressalto formado sobre a bacia de dissipação.



**Figura 9.3 a)** Representação gráfica das pressões máxima, média e mínima para algumas descargas características através do vertedor da Barragem de Karnafuli;

**b)** Posicionamento dos transdutores de pressão no estudo em modelo do vertedor da Barragem de Karnafuli.

(extraído de BOWERS & TOSO - 1988).

As figuras 9.2 e 9.3a,b mostram que se a pressão positiva medida pelo transdutor B for transmitida através do dreno para a parte inferior da laje

em A, e se ao mesmo tempo ocorre uma pressão negativa indicada pelo transdutor A, está criada a condição de levantamento da laje devido a diferença de pressão hidrodinâmica ("uplift pressure"). Segundo BOWERS & TOSO [1988] esse potencial de pressão de levantamento superava em muito o peso do concreto do vertedor da Barragem de Karnafuli.

### 9.2.1 Considerações sobre o Valor de $C_p$ no Cálculo da Força Hidrodinâmica Junto à Superfície Sólida

Tres fatores devem ser considerados quando se quer estimar a grandeza e a importância da força de instabilidade hidrodinâmica devidos às flutuações de pressão:

- a) A grandeza (módulo) da flutuação;
- b) A frequência das flutuações;
- c) A área sobre a qual a força está atuando.

Quando o termo de flutuação da força é grande e atua sobre uma grande área com uma frequência relativamente baixa (caso do ressalto hidráulico), de modo que a laje da estrutura de concreto possa responder a essa solicitação, esse termo de flutuação deve ser levado em conta no cálculo estrutural. Evidentemente, o tamanho da área sujeita a essa força depende do tamanho dos maiores vórtices que causam as flutuações de pressão de baixa frequência do ressalto.

Teoricamente, sabe-se que:

$$\tilde{p} = \bar{P} + p$$

Multiplicando a equação acima pela área de solicitação, resulta:

$$\tilde{p}A = \bar{P}A + pA \quad (9.1)$$

$$\tilde{F}(t) = \bar{F} + F \quad (9.1a)$$

O que interessa determinar é o valor de F, já que  $\bar{F}$  é facilmente determinado a partir da medição das pressões piezométricas.

Embora tradicionalmente tem-se determinado a força hidrodinâmica sobre fronteiras sólidas de estruturas hidráulicas de barragens a partir de métodos diretos, como por exemplo, a utilização de células de força [ver GARDINER & HAY - 1982], um método alternativo que tem-se mostrado muito promissor é a medição do desvio padrão das flutuações de pressão conforme sugere SPOLJARIC ET ALII [1982] e LNEC [1985].

Consideraremos aqui apenas a segunda alternativa, e sendo assim, tem-se que:

$$C_p = \frac{\sqrt{p^2}}{\frac{1}{2}\rho U_1^2} = \frac{\sigma}{\frac{1}{2}\rho U_1^2}$$

$$\sigma = \frac{1}{2} \rho U_1^2 C_p$$

Ou em termos de dimensões lineares,

$$\sigma_p = \frac{U_1^2}{2g} C_p \quad (\text{m. c. a}) \quad (9.2)$$

O grande problema é a determinação do máximo valor de  $Z\sigma_p$  para o qual ocorre o pico de  $C_p$  de um sinal randômico de pressão.

Tomando-se como exemplo os ensaios Ns. 5.031311 ( $F_1 = 5.90$ ) e 8.012201 ( $F_1 = 5.98$ ) apresentados na tabela 8.1, temos a seguinte sequência de cálculo para  $(\sigma_p)_{\text{máx}}$ :

- Ensaio N. 5.031311 ( $F_1 = 5.90$  e escoamento não desenvolvido)

Considerando 99% de probabilidade de ocorrência na função de distribuição de probabilidade referente a esse ensaio, resulta que:

$$Z \sigma_p = 2.74 \sigma_p \quad (9.3)$$

Substituindo a equação (9.3) na equação (9.2) resulta que:

$$2.74 \sigma_p = 2.74 C_p \frac{U_1^2}{2g} \quad (9.3a)$$

Sendo que:

$$C_{P(x/y_1 \cong 10)} \cong 0.056 \quad \left(\frac{x}{y_1} \cong 10 \Rightarrow \text{posição de ocorrência do pico de } C_p\right), \text{ a}$$

equação (9.3a) resulta:

$$(\sigma_p)_{\text{máx}} = 2.74 * 0.056 \frac{U_1^2}{2g}$$

$$(\sigma_p)_{\text{máx}} = 0.15 \frac{U_1^2}{2g} \quad (9.4) \quad 238$$

- Ensaio N. 8. 012201 ( $F_1 = 5.98$  e escoamento desenvolvido)

Considerando 99% de probabilidade de ocorrência na função de distribuição de probabilidade referente a esse ensaio, resulta que:

$$Z \sigma_p = 2.95 \sigma_p \quad (9.5)$$

Substituindo a equação (9.5) na equação (9.2), resulta que:

$$2.95 \sigma_p = 2.95 C_p \frac{U_1^2}{2g} \quad (9.5a)$$

Sendo que:

$$C_{p(x/y_1 \cong 10)} = 0.05 \quad \left( \frac{x}{y_1} \cong 10 \Rightarrow \text{posição de ocorrência do pico de } C_p \right), \text{ a}$$

equação (9.5a) resulta:

$$\begin{aligned} (\sigma_p)_{\text{máx}} &= 2.95 * 0.05 \frac{U_1^2}{2g} \\ (\sigma_p)_{\text{máx}} &= 0.15 \frac{U_1^2}{2g} \end{aligned} \quad (9.6)$$

O valor de  $(\sigma_p)_{\text{máx}}$  para escoamento desenvolvido ou não pode apresentar alguma diferença em função do valor de  $F_1$ , todavia essa diferença não é relevante do ponto de vista do projeto de estruturas de dissipação.

WANG MULAN ET ALLI [1983] calculando o valor de  $C_p$  a partir de uma curva envelope obtida de resultados de vários autores para  $F_1 = 3.9$  a  $6.9$ ,

propuzeram as seguintes equações:

$$(\sigma_{p1})_{\text{máx}} = 1.3 * 1.96 * 0.05 \frac{U_1^2}{2g} = 0.12 \frac{U_1^2}{2g} \quad (9.7).$$

para previsão de condição mais severa de esforço hidrodinâmico;

e:

$$(\sigma_{pC})_{\text{máx}} = 1.3 * 2.58 * 0.05 \frac{U_1^2}{2g} = 0.17 \frac{U_1^2}{2g} \quad (9.7a).$$

para condição de cavitação.

O valor de 1.3 nessas equações corresponde a um coeficiente de segurança assumido por esses autores.

É interessante notar que as equações que obtive conduzem a resultados praticamente idênticos àqueles obtidos por WANG MULAN ET ALLI [1983]. A pequena diferença existente deve ser atribuída aos vários fatores que influenciam a medição do sinal randômico de pressão e que foram fartamente discutidos ao longo desse trabalho.

Nessa altura cabe uma importante pergunta do leitor:

Seria realmente o valor previsto para  $\sigma_{P_{\max}}$  pelas equações (9.4) e (9.6) o máximo valor procurado ?

Essa pergunta pode ser inicialmente respondida pela análise dos gráficos  $H_{11}$  a  $H_{15}$ , onde se observa que a distribuição de probabilidade de flutuações de pressão plotada em papel monologarítimo não é Gaussiana na zona crítica do ressalto.

Portanto, de acordo com a definição do capítulo 8.2 :

$$C_p^+ = \frac{\tilde{P}_{\max} - \bar{P}}{\frac{1}{2}\rho U_1^2} \quad (8.2).$$

ou em termos de dimensões lineares,

$$C_p^+ = \frac{\frac{\tilde{P}_{\max} - \bar{P}}{\gamma}}{\frac{U_1^2}{2g}} \quad (8.2a)$$

$$\text{ou: } \frac{\tilde{P}_{\max}}{\gamma} - \frac{\bar{P}}{\gamma} = C_p^+ \frac{U_1^2}{2g}$$

Chamando:

$$\frac{\tilde{P}_{\max}}{\gamma} - \frac{\bar{P}}{\gamma} = \sigma_{P^+ \max}, \text{ resulta:}$$

$$\sigma_{P^+ \max} = C_p^+ \frac{U_1^2}{2g} \quad (9.8)$$

Considerando 99% de probabilidade de ocorrência na função de distribuição de probabilidade, resulta um valor de  $Z \sigma_p$ , tal que :

$Z \gg 2.74$  na equação (9.3) para o ensaio N.5.031311;

$Z \gg 2.95$  na equação (9.5) para o ensaio N.8.012201.

A determinação exata de  $Z$  só seria possível através de longos registros de pressão de modo a detectar os valores de  $p_{\text{máx}}$  e  $p_{\text{mín}}$ , tal que 99% da área sob a função de densidade de probabilidade fosse determinada.

Uma tentativa nesse sentido foi feita por TOSO [1986] que criou um programa de amostragem e análise do sinal de pressão proveniente de um transdutor com frequência de amostragem de 50 Hz. Esse programa salvava o valor do desvio máximo de pressão para cada hora de registro do sinal. Os resultados de TOSO estão mostrados na figura abaixo.

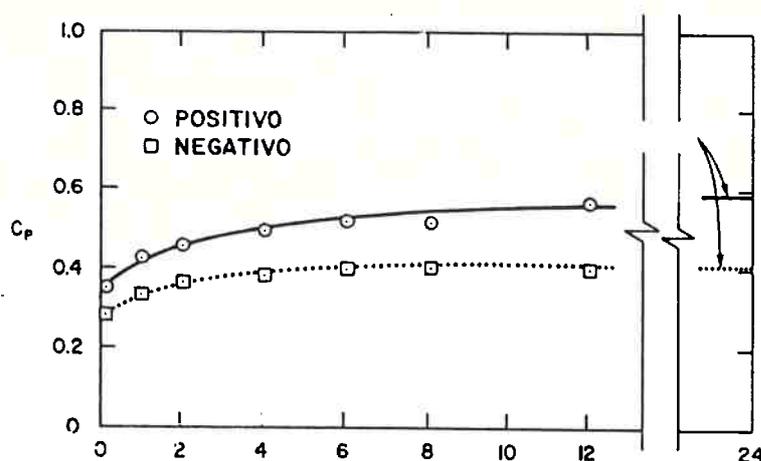


Figura 9.4 Variação da média das flutuações máximas de pressão em função do tempo de registro do sinal (extraído de TOSO - 1986).

Cada ponto das curvas da figura 9.4 representa o valor de  $C_p$  obtido a partir da média das máximas flutuações de pressão para um referido tempo de registro do sinal.

Considerando que TOSO fez um registro de 24 horas que podia ser dividido de hora em hora, de acordo com o programa criado, para um registro de 1 hora existe portanto 24 períodos de 1 hora no qual se basear o cálculo da média dos valores máximos de pressão. Obviamente, aumentando-se o tempo de registro, de acordo com o critério de TOSO, diminui o número de períodos no qual se basear o cálculo dessa média. No limite (período de 24 horas), existe apenas um ponto no qual se basear o cálculo dessa média de valores máximos.

Os resultados obtidos por TOSO são passíveis de crítica por dois motivos:

a) Não definição do intervalo de confiança para cada período de registro (no caso por exemplo do registro de 24 horas o cálculo foi baseado apenas no valor maximum maximorum do registro); nesse caso as curvas obtidas na figura 9.4 não são consistentes.

b) Não sendo as curvas consistentes, não se pode assumir, conforme sugere TOSO que 24 horas é suficiente para o cálculo da cauda da função de densidade de probabilidade; nesse caso, deveria estar associado a probabilidade de ocorrência.

É evidente que se fossemos determinar o intervalo de confiança, particularmente para longos registros, necessitaríamos de um número bem maior de registros, o que é possível, mas demanda muito tempo de ensaio e grande disponibilidade de memória para armazenamento dos dados. Basta lembrar que TOSO utilizou 36 discos flexíveis de 128 kbytes cada, para armazenar os dados de apenas 1 registro de 24 horas.

Portanto, não se recomenda o sistema de aquisição e processamento de dados utilizando o microcomputador Apple IIe para longos registros randômicos.

Em minha opinião, a importância da obtenção de registros longos de pressão para a definição dos valores maximum maximorum de  $C_p^+$  e  $C_p^-$  deve ser encarada de duas maneiras diferentes:

- a) Em termos de pesquisa básica;
- b) Em termos de pesquisa aplicada.

Aliás, o trabalho de tese aqui apresentado tem procurado mostrar desde o início até onde vai cada uma dessas pesquisas e como conectá-las de modo a resultar algo prático em termos de engenharia.

#### **a) Em termos de pesquisa básica:**

Em termos de pesquisa básica, a importância da determinação da cauda da função de densidade de probabilidade a partir de registros longos de

pressão instantânea extrapola o campo de aplicação à bacias de dissipação. Nesse caso é fundamental a aplicação da análise de incerteza no planejamento e na obtenção dos dados experimentais, valendo ressaltar aqui as conclusões de KLINE [1985] no Symposium on Uncertainty Analysis: *"Mr Lassahn has been particularly concerned with defining the meaning or "uncertainty" carefully and with situations where very careful estimates of uncertainties are necessary concerning events of very large impact but very low probability (nuclear applications). In such cases, there is an unusual amount of knowledge needed about the details of the statistical situation, particularly about the tails of the probability distributions. For example, whether or not these tails are symmetric may be of importance. It is very rare that one has enough information to be knowledgeable about the tails of the distribution: it requires a really vast amount of careful data to gain such knowledge"*.<sup>10</sup>

**b) Em termos de pesquisa aplicada:**

Em termos de pesquisa aplicada ao projeto de engenharia, em minha opinião, registros de 10 minutos são suficientes na definição dos valores máximos de  $C_p^+$ . Sustento esse argumento a partir da seguinte explicação:

Sabe-se que em muitas barragens projetadas e construídas em todo o mundo não foi levado em conta no cálculo, o valor das pressões flutuantes. É possível que ainda hoje estruturas hidráulicas de porte estejam sendo projetadas em termos de valores de pressão média. O cálculo da força hidrodinâmica sobre a laje baseado no número máximo de desvio padrão da pressão, conforme equações (9.4) e (9.6), já é uma grande evolução se incorporado ao projeto de bacias de dissipação.

---

<sup>10</sup> KLINE, S.J. Closure 1983 - Symposium of Uncertainty analysis. Journal of Fluid Engineerings, vol.107/181, June 1985.

No caso de considerarmos registros de 10 minutos, aplicando-se a equação (9.8) aos ensaios Ns. 5.031311 ( $F_1 = 5.90$  e escoamento não desenvolvido) e 8.012201 ( $F_1 = 5.98$  e escoamento desenvolvido), resulta que:

$$\sigma_{P \text{ máx}}^+ = 0.425 \frac{U_1^2}{2g} \quad (\text{ensaio N. 5.031311}) \quad (9.8a)$$

$$\sigma_{P \text{ máx}}^+ = 0.315 \frac{U_1^2}{2g} \quad (\text{ensaio N. 8.012201}) \quad (9.8b)$$

Observa-se que as equações (9.8a) e (9.8b) conduzem a valores 2.8 e 2.1 vezes maior do que os valores das equações (9.4) e (9.6) respectivamente, o que aumenta em muito o coeficiente de segurança dessas últimas equações.

A tabela abaixo apresenta valores de  $C_{P \text{ máx}}^+$  e  $C_{P \text{ mín}}^-$  determinados a partir de registros de 10 minutos para alguns ensaios da tabela 8.1.

**Tabela 9.1** Determinação de valores máximos e mínimos de  $C_p$  a partir de registros de 10 minutos

Ensaio N.	Condição de entrada	$F_1$	$(x/y_1)_+$	$(x/y_1)_-$	$C_{P \text{ máx}}^+$	$C_{P \text{ mín}}^-$
5.020801	ED	4.17	5	10	0.39	0.34
5.030201	END	4.18	5	10	0.44	0.345
8.012201	ED	5.98	10	15	0.315	0.245
5.031311	END	5.90	8	14	0.425	0.30
8.030701	END	10.06	16	29	0.43	0.26
Média					0.40	0.30

Não me parece relevante em termos de projeto de estruturas de dissipação calcular  $\sigma_{P \text{ máx}}^+$  baseado em registros muito longos, já que assumir risco  $\rightarrow 0$

no cálculo de pressões flutuantes não garante que a estrutura como um todo seja segura; nesse caso teríamos que assumir risco  $\rightarrow 0$  em termos de fatores geológicos, período de recorrência das enchentes, etc, o que tornaria proibitivo a construção da obra.

Assumindo valor médio de  $C_{p\text{ máx}}^+ = 0.40$  para faixa de  $F_1 \cong 4$  a  $10$ ,

recomenda-se o cálculo do máximo esforço hidrodinâmico baseado na seguinte equação:

$$\sigma_{p\text{ máx}} \cong 0.40 \frac{U_1^2}{2g} \quad (9.8c)$$

Concluindo esse capítulo vamos considerar o exemplo apresentado no capítulo 8.8.1 para  $F_1 = 5.67$  e escoamento desenvolvido, no qual resultou:

$$L = 5.3 y_1 \cong 0.70 y_2 \quad (\text{escala integral longitudinal de comprimento})$$

$$\text{Assumindo: } L_t \approx 2.0L \Rightarrow L_t \cong 10.60y_1 \cong 1.40 y_2 \quad (\text{escala integral}$$

transversal de comprimento).

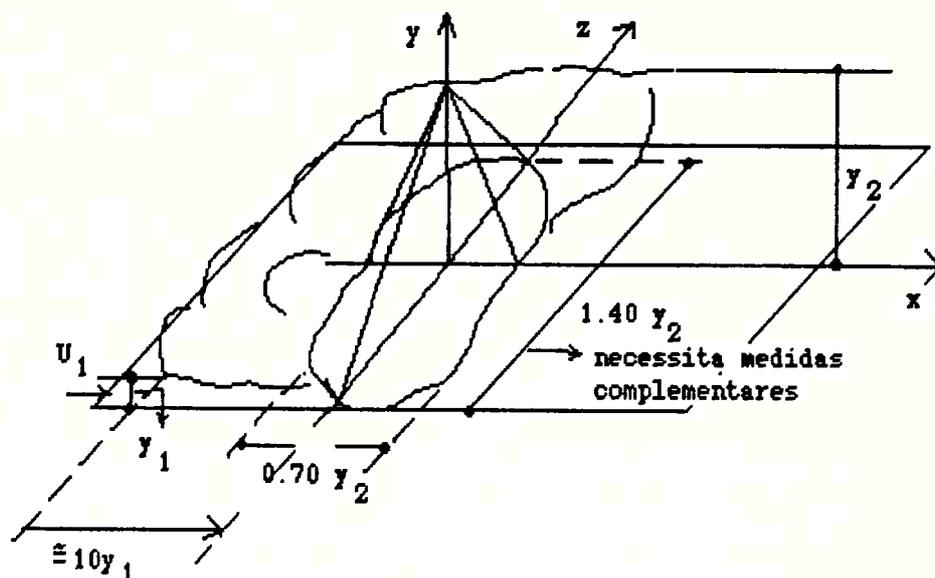


Figura 9.5 Representação esquemática das escalas dos maiores vórtices para  $F_1 = 5.67$  e escoamento desenvolvido.

Nesse caso o máximo esforço hidrodinâmico atuando na zona crítica do ressalto ( $\frac{x}{y_1} \cong 10$ ) pode ser calculado considerando a máxima flutuação de

pressão dada aproximadamente por  $0.40 \frac{U_1^2}{2g}$  aplicada no centro da área do vórtice, com área aproximada  $(0.70 y_2 \times 1.40 y_2)$ .

Pesquisas suplementares em canais mais largos são necessárias para a determinação da distribuição transversal de pressão, já que os resultados experimentais mostraram a influência da parede devido a largura do canal utilizado.

No caso do ensaio acima referido ( $F_1 = 5.67$ ) tem-se que:

$$U_1 = 361.14 \text{ cm/s} \quad \text{e} \quad Y_1 = 4.14 \text{ cm.}$$

Assumindo hipoteticamente um modelo em escala 1/60 e considerando o exemplo de Karnafuli com peso do concreto igual a  $10700 \text{ N/m}^2$  [BOWERS & TOSO - 1988], tem-se que:

$$\frac{U_{1p}}{U_{1m}} = \lambda^{1/2} \Rightarrow U_{1p} = 27.97 \text{ m/s}$$

$$\sigma_{P_{\text{máx}}} = 0.40 \frac{U_1^2}{2g} = 15.97 \text{ m}$$

$$P = \sigma_{P_{\text{máx}}} \gamma \cong 160 \text{ kN/m}^2 .$$

Tem-se portanto nesse caso, que o peso de concreto por unidade de área é de apenas 7% da pressão máxima de levantamento.

Calculando o mesmo exemplo com o desvio padrão de pressão, resulta:

$$\sigma_{P_{\text{máx}}} = 0.15 \frac{U_1^2}{2g} = 5.99 \text{ m}$$

$$P = \sigma_{P_{\text{máx}}} \gamma \cong 60 \text{ kN/m}^2 ,$$

e nesse caso o peso do concreto por unidade de área é de 18 % da pressão máxima de levantamento, diminuindo o coeficiente de segurança com relação ao caso anterior.

Como principais conclusões desse trabalho de tese podemos enumerar os seguintes pontos:

1) O escoamento turbulento em canal é caracterizado por altos valores de tensão de atrito na subcamada viscosa, com alta vorticidade próximo ao fundo do canal onde ocorre grande parte do processo de produção e dissipação da turbulência (camadas "buffer-layer" e parte da camada logarítmica).

2) Utilizando uma teoria semi-empírica de cálculo de desenvolvimento da camada limite em canal horizontal liso, obtém-se escoamento desenvolvido para  $x = 30 AC \cong 50 Y_1$  com  $F_1 = 5.87$ . Os resultados experimentais aqui apresentados confirmam esse valor, com  $x \cong 28$  a  $89 AC$  e  $F_1 = 2.94$  a  $10.06$ . Esses valores estão entre os critérios recomendados por KARTHA [1968] ( $x = 200 AC$ ) e RAJARATNAM [1965] ( $x = 15 Y_1$ ).

3) O desenvolvimento da camada limite na entrada do ressalto influe diretamente na escala de vórtices que ocorrem dentro do ressalto. Em termos de flutuações de velocidade, as intensidades de turbulência  $(\frac{\sqrt{\overline{u^2}}}{\overline{U_1}}$  e  $\frac{\sqrt{\overline{v^2}}}{\overline{U_1}}$ )

assim como as tensões de Reynolds  $(\frac{\overline{uv}}{\overline{U_1^2}})$  dentro do ressalto e na zona de

transição são muito mais acentuadas, no caso de escoamento desenvolvido, conforme demonstram as pesquisas de RESCH & LEUTHEUSSER [1972a,b]. Além disso, ressaltos com escoamento não desenvolvido na seção de entrada apresentam uma forte tendência a mostrar um escoamento separado da parede, o que conduz a um estado de turbulência mais próximo da turbulência livre, considerando as macroescalas de turbulência. Por outro lado, nesse caso, o gradiente de velocidade junto à parede é mais acentuado que no caso de escoamento desenvolvido.

4) As resoluções espacial e em frequência das escalas de turbulência são fortemente influenciadas pelo tipo, diâmetro e forma de adaptação do transdutor elétrico utilizado. A probabilidade de ocorrência de altas amplitudes de flutuações de pressão aumenta sensivelmente com a diminuição do diâmetro do transdutor. Por outro lado, os momentos de terceira e quarta ordem decrescem continuamente com o aumento do diâmetro, dando a entender que quanto menor o diâmetro mais as medições se distanciam de uma distribuição Gaussiana de probabilidade.

5) Pesando-se as diversas vantagens e desvantagens dos vários tipos de transdutores elétricos de pressão existentes no mercado, recomenda-se a utilização de transdutores de extensômetro de semicondutor (do tipo "strain-gage") na medição de flutuações turbulentas de pressão em água (particularmente no caso do ressalto hidráulico).

6) Os valores numéricos da frequência natural ( $f_n$ ) fornecidos pelos fabricantes de transdutores de extensômetro de semicondutor, normalmente se referem à calibração dos transdutores em meio fluido ar. Os resultados apresentados aqui mostram que para diversos transdutores calibrados dinamicamente, o valor de  $f_n$  em água resultou da ordem de 100 vezes menor. Sendo assim, em todo estudo de medição de pressões flutuantes é fundamental conhecer a faixa de frequência de interesse do fenômeno físico e avaliar a frequência natural do instrumento, seja teoricamente (conforme foi apresentado), seja através de uma calibração dinâmica do instrumento.

7) A utilização de transdutores elétricos de pressão montados em câmaras, embora permita aumentar a resolução espacial, não é recomendada no caso de medição de flutuações de pressão. É evidente que a introdução da câmara diminui a resolução em frequência do instrumento.

8) As pressões flutuantes transmitidas através de tubos de pequenos diâmetros são fortemente afetadas pelo comprimento dos tubos. O valor de  $\frac{\sqrt{p^2}}{\rho U_1^{2/2}}$  decresce exponencialmente com o aumento do comprimento do tubo. Com

relação à análise espectral, as experiências de NARAYANAN [1985] mostram que para tubos longos ( $L = 2800 \text{ mm}$ ), a amplificação da intensidade de turbulência ocorre para uma faixa mais baixa de frequência, do que para tubos curtos ( $L = 500 \text{ mm}$ ).

9) Mostra-se de uma forma definitiva a influência das condições de entrada do ressalto e das condições de instalação, tipo e diâmetro do transdutor nos valores de  $C_p = f(x/y_1)$ . Vale ressaltar a clareza na definição do critério de estabelecimento de escoamento desenvolvido ou não, o que não tem sido a tônica de muitas pesquisas experimentais sobre o tema, até agora publicadas.

10) O ressalto hidráulico é um fenômeno macroturbulento de baixa frequência com pico entre 1 a 6 Hz. Nesse caso, os transdutores utilizados na parte experimental desse trabalho não apresentam problema de resolução espacial e em frequência dos maiores vórtices, considerando os seguintes critérios:

$$\frac{\lambda}{2} \gg d$$

$$f_n \gg \frac{U_c}{\lambda}$$

11) O sistema de aquisição e processamento de dados utilizado na parte experimental apresenta como principais vantagens os fatos de ser de baixo custo e ter similar nacional (com excessão dos transdutores miniatura). As principais desvantagens são a pequena capacidade de memória e a baixa velocidade de resolução do microcomputador Apple IIe; esses problemas foram minimizados através da compilação dos programas e da utilização de linguagem de máquina.

12) Diferentemente das flutuações de velocidade no interior da massa líquida, as flutuações de pressão na base do ressalto são mais intensas no caso de escoamento não desenvolvido na entrada. Esse resultado paradoxal pode ser explicado a partir de dois argumentos:

a) A equação de Poisson escrita para um canal bidimensional mostra a relação que existe entre a velocidade e a pressão flutuantes:

$$\nabla^2 p = -2\rho \frac{\partial U_1}{\partial x_2} \frac{\partial u_2}{\partial x_1}$$

Quando medimos as flutuações de velocidade com anemômetro laser ou de ponta quente podemos medir as pequenas escalas que contém energia. Todavia, o espectro de flutuações de pressão na fronteira sólida do escoamento, particularmente no caso do ressalto hidráulico, é dominado por vórtices de grande escala, ou seja o espectro de pressão não é muito sensível às pequenas escalas de turbulência. Dessa forma, considerando que no caso de escoamento desenvolvido na seção de entrada o processo de decomposição de vórtices dentro do ressalto é mais rápido, isso implica em um aumento das menores escalas de turbulência não sensibilizadas pelo transdutor.

b) Reforçando a conclusão anterior tem-se que muito próximo da parede, dentro do ressalto, o gradiente de velocidade é mais acentuado no caso de escoamento não desenvolvido, sendo portanto nesse caso, mais acentuado o processo de produção e dissipação de turbulência junto a parede.

13) Sendo que por definição:

$$C_p^+ = \frac{\tilde{p}_{\text{máx}} - \bar{P}}{\frac{U_1^2}{2g}} ;$$

$$C_p^- = \frac{\bar{P} - \tilde{p}_{\text{mín}}}{\frac{U_1^2}{2g}} ;$$

$$C_p = \frac{\sqrt{\bar{p}^2}}{\frac{U_1^2}{2g}} ;$$

é possível estabelecer as seguintes relações para  $F_1 = 2.9$  a  $10$  :

$$\begin{array}{l} C_{p^+ \text{ máx}} \cong 6.5 C_{p \text{ máx}} \\ C_{p^- \text{ máx}} \cong 5.0 C_{p \text{ máx}} \end{array} \left| \begin{array}{l} \text{definidos na posição de máximos das} \\ \text{curvas em função de } x/y_1. \end{array} \right.$$

Portanto as flutuações máximas positivas ocorrem antes e as flutuações máximas negativas ocorrem mais para dentro do ressalto, o que se justifica pelo comportamento do "roller".

14) A distribuição de flutuações de pressão não é Gaussiana na zona de intensa flutuação do ressalto, particularmente quando se aumenta o valor de  $F_1$ . A determinação da função de densidade de probabilidade, assim como a determinação da assimetria e curtose, confirmam essa afirmação. Pela análise dos valores de assimetria, a separação do escoamento na base do ressalto ocorre para valores de 30 a 45% do seu comprimento teórico para  $2 < F_1 \leq 10$ .

15) O levantamento da função de autocorrelação confirma a determinação do espectro de potência onde se assumiu frequência de amostragem de 50 Hz. Efeitos de "aliasing" parecem existir para altos valores de  $F_1$ , sugerindo-se nesse caso a necessidade de amplificação da frequência de amostragem. A escala integral de tempo ( $\mathfrak{J}$ ) foi determinada através da área correspondente ao primeiro cruzamento com o zero da função de autocorrelação.

16) A escala integral espacial (longitudinal) foi determinada supondo válida a hipótese de Taylor ( $L = \mathfrak{J} U_c$ ), sendo a velocidade de convecção calculada a partir da equação de RAKHMANOV:

$$U_c = (1.03 - 0.16 \frac{x}{y_2 - y_1}) (U_1 - U_2) + U_2$$

Os resultados que obtive são da ordem dos valores obtidos por WANG MULAN ET ALLI [1984] podendo as diferenças serem atribuídas a diferentes condições de desenvolvimento da camada limite na seção de entrada, e a diferentes metodologias na aquisição e processamento de dados. Nota-se claramente o decréscimo da velocidade de convecção ao longo do ressalto e o aumento dessa velocidade com o aumento de  $F_1$ . Em primeira aproximação poderíamos assumir a escala integral longitudinal dos vórtices médios como:

$$L \cong 2y_1$$

17) O registro simultâneo de flutuações de pressão através de quatro transdutores instalados ao longo do ressalto mostra a coerência espacial da estrutura da turbulência, com a convecção dos máximos picos de pressão para

jusante. Essa coerência permite calcular a velocidade de convecção dos picos baseando-se na análise dos registros de pressão instantânea. A velocidade de convecção dos picos para a faixa de  $F_1$  ensaiada resulta  $U_{c1} \cong 0.50 U_1$  na zona crítica do ressalto ( $\frac{x}{y_1} \cong 10$ ), valores esses da ordem da metade dos valores calculados a partir da autocorrelação. Isso se explica porque os eventos de grande amplitude (picos) tem a característica de um curto trem de ondas ("wavetrain") o que significa menores valores de velocidade de convecção comparados àqueles correspondentes aos pulsos médios. É interessante notar que os picos de pressão ultrapassam com uma certa frequência o valor de  $3\sigma$ , mostrando que a probabilidade de ocorrência é maior que aquela prevista em uma distribuição Gaussiana.

Os valores de  $L$  calculados a partir dos maiores vórtices resultam da ordem de 3 a 7  $y_1$  no sentido longitudinal.

18) A velocidade de convecção (ou velocidade de fase) calculada a partir do espectro cruzado e da frequência de pico, reproduz a velocidade de convecção calculada a partir dos valores de picos dos registros simultâneos de pressão ( $U_c \cong 0.20$  a  $0.50$ ). O valor dessa velocidade aumenta bastante com o aumento da frequência, reproduzindo nesse caso os valores obtidos através da equação de RAKHMANOV.

19) Medições feitas com transdutores distribuídos longitudinal e transversalmente na base do ressalto em bacia horizontal, considerando escoamento desenvolvido na entrada e  $F_1 = 5.67$ , resultaram:

$U_c \cong 0.40$ a $0.55 U_1$		valores calculados
$L \cong 5$ a $7 y_1$		a partir da convecção
$L_t > L$		dos picos.

Parece claro que a escala transversal de vórtices é maior que a escala longitudinal, mas o cálculo de  $L_t$  é bastante subjetivo, e deve ser aceito com reserva, já que a escala transversal sofre a influência das paredes do canal.

20) A partir do cálculo da escala de Kolmogorov de comprimento foi calculado a máxima frequência em modelo, abaixo da qual não ocorre a influência do número de Reynolds. O valor a que se chegou (da ordem de 100 Hz) é muito maior que as frequências de pico do ressalto (1 a 6 Hz), podendo-se concluir que o efeito de escala de frequência na reprodução da tendência a cavitação incipiente pode ser desprezado na reprodução das macropulsões de pressão do ressalto.

21) Ensaios feitos com as bacias tipo II e III do USBR mostram que os valores de  $C_{p \text{ máx}}^+$  e  $C_{p \text{ mín}}^-$  (da ordem de 7  $C_{p \text{ máx}}^+$ ) superam em muito os valores de LOPARDO ET ALLI [1982]. A assimetria negativa logo a jusante do bloco de choque ("baffle piers") da bacia tipo III mostra a acentuada separação do escoamento nessa região.

22) A força hidrodinâmica junto à superfície sólida da estrutura hidráulica pode ser obtida a partir do desvio padrão das flutuações de pressão no ressalto, de acordo com a equação abaixo:

$$\sigma_{P \text{ máx}} \cong 0.15 \frac{U_1^2}{2g}$$

23) Não sendo Gaussiana a distribuição de probabilidade dentro do ressalto, a determinação do valor **maximum maximorum** de pressão só é viável através da determinação da cauda da função de densidade de probabilidade, o que teoricamente só é possível através de registros infinitos de flutuações de pressão.

24) Em termos de pesquisa básica é importante a determinação de  $C_{p \text{ máx}}^+$  para longos registros. Todavia, nesse caso, é fundamental determinar o intervalo de confiança para os valores obtidos através dos registros de diversos tamanhos. Não se recomenda a utilização do microcomputador **Apple IIe** para a aquisição e processamento de dados de longos registros.

25) Em termos de pesquisa aplicada (projeto de estruturas de dissipação) não me parece relevante calcular  $C_{p \text{ máx}}^+$  baseado em registros muito longos, já que assumir risco  $\rightarrow 0$  no cálculo de pressões flutuantes não garante que a estrutura como um todo seja segura.

26) Recomenda-se para o cálculo do esforço hidrodinâmico **máximo** **maximorum** sobre a laje da estrutura hidráulica o uso da seguinte equação:

$$\sigma_{Pm\acute{a}x} \cong 0.40 \frac{U_1^2}{2g} \quad (4 \leq F_1 \leq 10).$$

Essa equação conduz a um valor de 2.5 vezes o valor obtido através do desvio padrão, aumentando bastante o coeficiente de segurança.

### 10.1 Considerações sobre o Futuro da Pesquisa Nesse Campo de Conhecimento

Ao longo do desenvolvimento do tema aqui apresentado procurou-se sempre estabelecer o elo de ligação que existe entre a pesquisa básica e a pesquisa aplicada.

É importante dar continuidade à pesquisa básica de modo a estabelecer um vínculo entre a ocorrência de "burstings" junto à fronteira sólida e as grandes escalas de vórtice fora da camada limite, de modo a entender melhor o processo de produção e dissipação de energia junto à parede. Começa a ficar claro nos dias de hoje, que por trás da turbulência randômica de parede existe um processo determinístico e nesse caso, talvez métodos determinísticos pudessem ser usados. Nesse sentido, é muito importante acompanhar o rápido desenvolvimento que tem ocorrido nos últimos anos, tanto em termos de novas técnicas de visualização do escoamento, como em termos de novos sistemas de aquisição e processamento de dados cada vez mais rápidos.

Em termos de pesquisa aplicada é fundamental a conscientização dos profissionais da área de hidráulica da necessidade de instrumentação dos protótipos para a medição de pressões flutuantes. Com isso, novos "inputs" em termos de efeitos de escala poderão ser obtidos, trazendo benefícios aos novos projetos de estruturas hidráulicas, além de alimentar a pesquisa básica na criação de uma nova tecnologia.

Nesse final de século, ciência e engenharia estão tendendo a caminhar muito mais juntos, particularmente devido ao desenvolvimento cada vez mais

rápido de instrumentação comandada por computadores de alta velocidade. Uma visão especulativa do que acontecerá com a ciência nesse próximo século é dada por BRASCOMB [1986] com suas idéias sobre a ciência no ano 2006:

*"When the National Science Board met in the spring of 2006 to discuss the budget for 2007, there was a debate about the competition between "big" and "little" science. There had not been such a debate for a long time, because all areas of science were now supported by instrumentation of a power undreamed of back in 1986. Intelligent instruments were not only capable of extraordinary resolution and sensitivity; they had attained a degree of control and complexity of synthesis beyond the reach of science twenty years before. All science become capital intensive".<sup>11</sup>*

Embora o cientista costume perseguir as perguntas enquanto que o engenheiro persegue as respostas, nessa era moderna ambos são dependentes cada vez mais de computadores de alta velocidade para modelar suas idéias, ou simular seus experimentos e protótipos. Prevê-se que se chegará a um ponto em que será difícil distinguir entre os experimentos teóricos do cientista e as simulações de protótipo do engenheiro; nesse ponto, ter-se-á atingido um estágio de fusão completa entre pesquisa básica e pesquisa aplicada.

É preciso se preparar para essa nova realidade.

---

<sup>11</sup> BRASCOMB, L.M. Science in 2006. American Scientist, vol.74, nov./dec. 1986.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABDUL KHADER, M.H. ; ELANGO, K. Turbulent pressure field beneath a hydraulic jump. Journal of Hydraulic Research 12, N. 4, 1974, p. 469-489.
- AKBARI, M.E. ; MITTAL, M.K. ; PANDE, P.K. Pressure fluctuations on the floor of free and forced hydraulic jump. International Conference on the Hydraulic Modelling of Civil Engineering Structures, Coventry - England, set. 22-24, 1982.
- ARNDT, R.E.A. ; IPPEN, A.T. Turbulence measurements in liquids using an improved total pressure probe. Journal of Hydraulic Research 8, No. 2, 1970, p. 131-158.
- BENDAT, J.S. ; PIERSON, A.G. Measurement and analysis of random data. New York, Wiley, 1966.
- BERGE, P. ; POMEAU, Y. ; VIDAL, C. Order within chaos : Towards a deterministic approach to turbulence. Translated from the French by Laurette Tuckerman. New York: Wiley, Paris: Hermann, 1986.
- BORSARI, R.D. ; ORTIZ, J.P. A modelação de fenômenos de cavitação e sua prevenção em modelos segundo critério de Froude. Simpósio brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos, ABRH, 6ª, São Paulo, Anais vol. 2, 1985, p. 120-131.
- BOWERS, C.E. ; TOSO, J.W. Karnafuli Project, Model studies of spillway damage. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE - Hydraulic Division - vol. 114, No. 5, may 1988, p. 469-483.
- BRADLEY, J.N. ; PETERKA, A.J. ; BEICHLEY, G.L. Hydraulic design of stilling basins and bucket energy dissipators. Washington - Bureau of Reclamation (Eng. Monograph, 25), 1958, 222p.
- BRADSHAW, P. Topics in Applied Physics. Springer Verlag, vol. 12, 1970.
- BRASCOMB, L.M. Science in 2006. American Scientist, vol. 74, nov./dec. 1986.

- BROWN, G. L.; THOMAS, A. S. W. Large structure in a turbulent boundary layer. The Physics of Fluids, vol. 20, No. 10, Pt II, oct. 1977, p. S243-S252.
- BUREAU OF RECLAMATION Dams and Control Works. United States Department of Interior. 3<sup>rd</sup> Edition - United States Government Printing Office, Washington, 1954.
- BUREAU OF RECLAMATION Design of Small Dams. 2<sup>nd</sup> edition, Washington, 1977, 816p.
- BURTON, D. P.; DEXTER, A. L. Microprocessor Systems Handbook. Norwood, Mass: Analog Devices, Inc., 1977.
- BYTE MAGAZINE Fast Fourier transforms on your home computer. BYTE Publications Inc., dec. 1978.
- CAMARGO, S. A. A.; MACHADO, C. F. S.; ORTIZ, J. P.; BORSARI, R. D. Efeitos de cavitação no vertedor de superfície da usina hidroelétrica de Ilha Solteira: análise protótipo e modelos. Simpósio Luso-Brasileiro sobre Hidráulica e Recursos Hídricos. 2<sup>a</sup> Lisboa, Portugal, Anais, vol. 2, 1986, p. 293-302.
- CANTWELL, B. J. Organized motion in turbulent flow. Annual Review Fluid Mechanics 13, 1981, p. 457-515.
- CEBECI, T.; BRADSHAW, P. Momentum transfer in boundary layers. Series in Thermal and Fluids Engineering. Hemisphere Publishing Corporation - 1977, 391p.
- CEC- Consolidated Electrodynamics Corporation Bulletin - 1540 D. January 1958.
- CENTRIMED Corporation Bulletin Model MPG-30 Multifunction Pressure Generator. Catalog number 856-1008 (110 v) 856-1018 (220 v).
- CHAO, J. L. Discussion of the hydraulic jump as wall jet, by Rajaratnam, N. Journal of the Hydraulic Division - ASCE, may 1966.
- CORINO, E. R.; BRODKEY, R. S. A visual investigation of the wall region in turbulent flow. Journal of Fluid Mechanics, 37, 1, june 1969, p. 1-30.
- CORNELL, G. PRODOS and Beyond - Applesoft File Technique. A Wiley Press Book - John Wiley & Sons, Inc. 1985, 238 p.

- CORRSIN, S. Turbulent Flow. American Scientist, vol. 49, 1961, p. 300-325.
- CUNGE, J. A. Numerical hydraulics modelling - late '80s context and cross-roads. Proceedings of XXII<sup>th</sup> Congress IAHR - Topics in Hydraulic Modelling, Lausanne, 1987.
- DEAN, R. C. ET ALII Aerodynamic Measurements. Gas Turbine Laboratory - MIT - 1953.
- BUREAU OF RECLAMATION Design of Small Dams. 2<sup>nd</sup> Edition, Washington, 1977, 816 p.
- DOEBELIN, E. O. Measurement Systems - Application and Design. McGraw-Hill Book Company, revised edition, 1975, 772 p.
- DUMITRESCU, D.; RAZVAN, E. Disiparea energiei si dissipatori de energie. Bucuresti, Tehnica, 1971, 480 p.
- ELDER, R. A. Model-Prototype turbulence scaling. Proceedings 9<sup>th</sup> Congress IAHR, 1962.
- ENDEVCO Product Development News. vol. 16, Issue 3, 1980.
- ENGELSHER, C. J. Interfacing & Digital Experiments with your Apple. Tab Books Inc. 1984.
- EUA Army Engineers Waterways Experiment Station. Hydraulic Design Criteria. 17<sup>th</sup> Edition, Vicksburg, 2vol., 1977.
- FACEIRA, L. V. M. Contribuição para o estudo das flutuações de pressão no domínio das obras hidráulicas. Dissertação de Doutoramento - Faculdade de Engenharia do Porto - LNEC, Lisboa, 1981.
- FALCO, R. E. Coherent motions in the outer region of turbulent boundary layers. The Physics of Fluids, vol. 20, Nº 10, Pt II, oct. 1977, p. S124-S132.
- GARDINER, S. R. M.; HAY, D. Dynamic force measurement on stilling floor and sidewalls. International Conference on the Hydraulic Modelling of Civil Engineering Structures, Coventry - England, sept. 22-24, 1982, p. 122-130.
- GOLDSTEIN, R. J. Fluid Mechanics Measurements. Hemisphere Publishing Corporation, 1983, 630p.
- GOULD - Electronics & Electrical Products Bulletin DD 2008A, june 1986.

GRANT, H.L.; STEWART, R.W.; MOILLIET, A. Turbulence spectra from a tidal channel. Journal of Fluid Mechanics, vol.12, part 2, feb. 1962.

HEAD, M.R.; BANDYOPADHYAY, P. New aspects of turbulent boundary-layer structure. Journal Fluid Mechanics, vol.107, 1981, p.297-338.

HENDERSON, F.M. Open Channel Flow. The Mcmillan Company, New York, 1<sup>st</sup> edition, 1966, 522p.

HINZE, J.O. Turbulence. McGraw Hill Book Company, 2<sup>nd</sup> edition, 1975, 790p.

JAFFE, N.A.; OKAMURA, T.T.; SMITH, A.M.O. Determination of spatial amplification factors and their application to predicting transition. AIAA Journal, vol.8, No.2, feb. 1970.

JENKINS, G.M.; WATTS, D.G. Spectral analysis and its applications. San Francisco, Holden-Day, 1968.

JOSEPH, D.D. Hydrodynamic stability and bifurcation. Topics in Applied Physics, vol.45 (Hydrodynamic Instabilities and the Transition to Turbulence), Editors: H.L.Swinney and J.P.Gollub, Springer-Verlag, 1981.

KARNAFULI HYDROELECTRIC PROJECT Hydraulic studies of the Spillway of the Karnafuli Hydroelectric Project East Pakistan. Project report No.73 - SAFHL - By C.E.Bowers, F.Y.Tsai and R.M.Kuha - sept.1964.

KARTHA, C.V. Effects of inflow conditions of the hydraulic jump. Thesis submitted for the degree of master of applied science, University of Toronto, 1968.

KERSEY, B. BEAGLE BROS Micro Software, Inc "Apple Mechanic". Copyright 1982.

KIM, J. On the structure of wall-bounded turbulent flows. Physics of Fluids, vol.26:8, aug.1983, p.2088-2097.

KIM, S.M.; CHEN, C.P. A multiple time-scale turbulence model based on variable partitionig of turbulence kinetic energy spectrum. NASA - Contract Report CR-1792222, Marshall Space Flight Center, Final Report, nov.1987.

- KIM, H. T. ; KLINE, S. J. ; REYNOLDS, W. C. The production of turbulence near a smooth wall in a turbulent boundary layer. Journal of Fluid Mechanics, vol. 50, part I, 1971, p. 133-160.
- KLINE, S. J. ; REYNOLDS, W. C. ; SCHRAUB, F. A. ; RUNSTADLER, P. W. The structure of turbulent boundary layers. Journal of Fluid Mechanics, 30, 741, 1967.
- KLINE, S. J. Closure 1983 symposium of uncertainty analysis. Journal of Fluid Engineerings, vol. 107/181, june 1985.
- KULITE - Bulletin KM - 1000 C
- KULITE - Bulletin KP - 1000 F
- KYOWA - Strain gage based pressure transducers. Kiowa Electronic Instruments, Co. Ltd., Printed in Japan, oct. 1982.
- LASSAHN, G. H. Uncertainty definition. Symposium of uncertainty analysis - ASME, Boston, MA, nov. 13-18, 1983.
- LAUNDER, B. E. ; SPALDING, D. B. Lectures in mathematical models of turbulence. Academic Press, London and New York, 1972, 169p.
- LESLEIGHTER, E. J. Modelling high head cavitation: conformity and conflict with field behavior. Proceedings XXII<sup>th</sup> Congress IAHR - Topics in Hydraulic Modelling, Lausanne, 1987, p. 170-176.
- LEUTHEUSSER, H. J. ; ALEMU, S. Flow separation under hydraulic jump. Journal of Hydraulic Research - IAHR, vol. 17, No. 3, 1979, p. 193-206.
- LEUTHEUSSER, H. J. ; KARTHA, V. C. Effects of inflow condition on hydraulic jump. Journal fo the Hydraulics Division - Proceedings ASCE, vol. 98, No. HYB, aug. 1972, p. 1367-1385.
- LEVI, E. Turbulent processes in natural streams. (from Information and Lecture papers 1978 - International Pos-Graduate course in Hydrology - Padova - Italy). Instituto de Ingenieria - UNAM, Mexico, E-38, july 1979.
- LIN, C. C. ; SEGEL, L. A. ; HANDELMAN, G. H. Mathematics applied to deterministic problems in the natural sciences. MacMillan Publishing Co. Inc., 1974.

LNEC Análise espectral de sinais - espectro de potência. Laboratório Nacional de Engenharia Civil - Ministério de Obras Públicas - Divisão de Estudo e Construção de Aparelhagem, Proc.74/13/4421, Lisboa, março 1974.

LNEC Cálculo da solicitação dinâmica em lajes de bacias de dissipação de energia. Programa força.for, Relatório 272/85, Lisboa, out.1985.

LONG,D.F.; ARNDT,R.E.A. The orthogonal decomposition of pressure fluctuations surrounding a turbulent jet. Technical Paper No.160, series A. SAFHL, p.4.27-4.32.

LOPARDO,R.A. Fluctuaciones macroturbulentas en disipadores a resalto. Curso Latinoamericano sobre comportamiento hidraulico de obras de alivio de grandes presas. Buenos Aires, agosto 1983.

LOPARDO,R.A. Apunte sobre fluctuaciones macroturbulentas de presion, medicion, analisis y aplicacion al resalto hidraulico. XIIº Congreso Latino Americano de Hidráulica (curso: Turbulência, cavitação e aeração de fenômenos hidráulicos). São Paulo, 31 ago-4 set., 1986.

LOPARDO,R.A.; DELIO,J.C.; VERNET,G.F. Physical modelling on cavitation tendency for macroturbulence of hydraulic jump. International Conference on the Hydraulic Modelling of Civil Engineering Structures. Coventry - England, sep.22-24, 1982, p.109-121.

LOPARDO,R.A.; SOLARI,H.G. Fluctuaciones de presion en la base de resalto livre. IXº Congreso Latino Americano de Hidraulica, 1980, p.69-78.

LOPARDO,R.A.; ANGELACCIO,C.M.; CHIVIDINI,M.F. Un aspecto del fenomeno de separacion en escurrimientos macroturbulentos. XIº Congeso Latino Americano de Hidraulica, Argentina, 1984.

LOPARDO,R.A.; HENNING,R.E. Experimental Advances on pressure fluctuations beneath hydraulic jump. 21<sup>st</sup> IAHR Congress, Melbourne, Australia, 19-23 aug., 1985.

LOPARDO,R.A.; DELIO,J.C.; HENNING,R.E. Modelling techniques for preventing cavitation submerged in hydraulic jumps. Proceedings of XXII<sup>nd</sup> Congress IAHR - Topics in Hydraulic Modelling. Lausanne, 1987, p.177-182.

- MALCOLME-LAWES, D. J. Microcomputers and laboratory instrumentation. Plenum Press, New York and London, 1984, 246p.
- MARKATOS, N. C. The mathematical modelling of turbulent flows. Applied Mathematical Modelling, vol. 10, June 1986, p. 190-220.
- MASLOWE, S. A. Shear flow instabilities and transition. Topics in Applied Physics (Hydrodynamic instabilities and the transition to turbulence). Editors H. L. Swinney & J. P. Gollub, vol. 45, Springer Verlag, 1981.
- MICROSOFT APPLESOFT COMPILER User's Manual. Copyright Microsoft Corporation, 1982.
- NARAYANAM, R. Pressure fluctuations transmitted through small tubes. The University of Manchester Institute of Science and Technology (write-up sent to E. Bowers - SAFHL, in April 1985).
- NEWLAND, D. E. An introduction to random vibrations and spectral analysis. Longman Group Limited, 2<sup>nd</sup> edition, 1984, 377p.
- ORTIZ, J. P. Macroturbulência de escoamento a jusante de estruturas de dissipação por ressalto - estudo teórico experimental. Boletim Técnico DAEE, vol. 5, Nº 3, São Paulo, set/dez 1982, p. 237-472.
- ORTIZ, J. P. As pressões e velocidades instantâneas induzidas pelo escoamento turbulento. Revista latino Americana de Hidráulica, Nº 1, maio 1987, p. 49-104.
- PARKER, G. Mathematical Methods in Hydrodynamics. Course spring quarter - Graduate School - Civil and Mineral Department - University of Minnesota - 1988.
- PETERKA, J. A. ; CERMAK, J. E. Wind Pressure on Buildings - Probability Densities. Journal of the Structural Division, June 1975, p. 1255-1267.
- PINTO, N. L. S. ; NEIDERT, S. H. Model prototype conformity in aerated spillway flow. In: Conference of the Hydraulic Modelling of Civil Engineering Structures. Coventry, 1982, p. 273-284.
- POOLE, L. ; McNIFF, M. ; COOK, S. Apple II User's Guide. Osborne / McGraw Hill, California, USA, 1981.

RAKHMAYOV, A. H. The profile of surface roller and passing jet. characteristics of bottom hydraulic jump. Original em Russo 1958, enviado ao autor por Wang Mulan - East China Technical University of Water Resources, em 1988.

RAJARATNAMN. The hydraulic jump as a wall jet. Journal of the Hydraulic Division - Proceedings of the ASCE, sept.1965, p.107-132.

RELATORIO TECNICO CTH Publicação interna - Centro Tecnológico de Hidráulica - DAEE/EPUSP - Equipe de Instrumentação, 1985.

RAMAMOORTHY, M. V. ; RAMAPRASOD, S. Discussion of the hydraulic jump as a wall jet. by Rajaratnam, N. Journal of the Hydraulic Division - ASCE, may 1966.

RESCH, F. J. ; LEUTHEUSSER, H. J. Mesures de turbulence dans le ressaut hydraulique. La houille Blanche, No. 1, 1971.

RESCH, F. J. ; LEUTHEUSSER, H. J. Le Ressaut Hydraulique: mesures de turbulence dans la région diphasique. La Houille Blanche, No. 4, 1972a.

RESCH, F. J. ; LEUTHEUSSER, H. J. Mesures des tension de Reynolds dans le ressaut hydraulique. Journal of Hydraulic Research / 10, No. 4, 1972b.

RESCH, F. J. ; LEUTHEUSSER, H. J. ; COANTIC, M. Etude de la structure cinématique et dynamique du ressaut hydraulique. Journal of Hydraulic Research / 14, No. 4, 1976, p.293-319.

REYNOLDS, O. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, vol.174, 1883, p.935-982.

REYNOLDS, O. On the dynamical theory of incompressible viscous fluids and the determination of the criterion. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, vol.186A, part I, 1895, p.123-164.

RICHLAND DAM Service spillway model study. By J.P.Tullis and Wm. R. Rahmeyer - Utah Water Research Laboratory - Hydraulics Program - Report # 43, dec.1980.

ROUSE, H. ; SIAO, T. T. ; NAGARATNAM, S. Turbulence characteristics of the hydraulic jump. Transactions of the ASCE, paper No. 3006, feb. 1958, p. 926-966.

SARIC, W. S. ; NAYFEH, A. H. Nonparallel stability of boundary layer flows. Physics of Fluids 18, 1975, p. 945-950.

SCHEWE, G. On the structure and resolution of wall-pressure fluctuations associated with turbulent boundary-layer flow. Journal of Fluid Mechanics, vol. 134, sept. 1983, p. 311-328.

SCHIEBE, F. R. The stochastic characteristics of pressure fluctuations on a channel bed due to the macroturbulence in a hydraulic jump. Thesis submitted to the Faculty of the Graduate School - University of Minnesota, dec. 1971, 169p.

SCHIEBE, F. R. ; BOWERS, C. E. Boundary pressure fluctuations due to macroturbulence in hydraulic jump. Laboratory Report-SAFHL, 1971.

SCHLICHTING, H. Boundary Layer Theory. 17<sup>th</sup> edition, McGraw-Hill Book Company, 1979, 817p.

SENSOTEC, Inc. Subminiature pressure transducers. Catalogue No. 1001-9/5.

SMITH, C. R. A synthesized model of the near-wall behavior in turbulent boundary layers. Proceedings of Eighth Symposium on Turbulence - Department of Chemical Engineering, University Missouri-Rolla, 1984, p. 1-19.

SMOL'YAKOV, A. V. ; TKACHENKO, V. M. The measurement of turbulent fluctuations (an introduction to hot-wire anemometry and related transducers). Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, New York, 1983, 298p.

SPOLJARIC, A. ; MAKSIMOVIC, C. ; HAJDIN, G. Unsteady dynamic force due to pressure fluctuations on the bottom of an energy dissipator - An Example. International Conference on the Hydraulic Modelling of Civil Engineering Structures. Coventry - England, sept. 22-24, 1982.

TENNEKES, H. ; LUMLEY, J. L. A first course in turbulence. The MIT Press, 11<sup>th</sup> edition, 1987, 300p.

THOMAS, A. S. W. ; BULL, M. K. On the role of wall-pressure fluctuations in deterministic motions in the turbulent boundary layer. Journal of Fluid Mechanics, vol.128, 1983, p.283-322.

THOMAS, A. R. ; LEAN, G. H. The vibration of a submerged wall exposed to a jet. London, 1963.

TOSO, J. W. The magnitude and extend of extreme pressure fluctuations in the hydraulic jump. A thesis submitted to the Faculty of the Graduate School - University of Minnesota, august 1986, 163p.

TSI INCORPORATED Course notes: Data acquisition, processing and analysis in fluid flow research. Instructors: Ronald J. Adrian and Rajan K. Menon. august 1987.

TULLIS, J. P. ; RAHMEYER, W. J. Spillway models. International Conference on the Hydraulic Modelling of Civil Engineering Structures. Coventry - England, sept.22-24, 1982, p.131-144.

UTAMI, T. ; UENO, T. Experimental study on the coherent structure of turbulent open-channel flow using visualization and picture processing. Journal of Fluid Mechanics, vol.174, 1987, p.399-440.

VAN DIKE, M. An album of fluid motion. The Parabolic Press - Stanford, California, 1982, 176p.

VASILIEV, O. F. ; BUKREYEV, V. I. Statistical characteristics of pressure fluctuations in the region of hydraulic jump. Proceedings 12<sup>th</sup> Congress of IAHR, vol.2, 1967.

VOLKART, P. ; CHEVERT, A. Air slots for flow aeration: determination of shape, size and spacing of air slots for the San Roque Dam Spillways. Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie. Zurich, 1983.

WANG MU-LAN; HU MING-LONG; XIA BAO-LIN; SHANG SHUANG-LIN Study of pressure fluctuations beneath hydraulic jump by means of statistical theory of turbulent flow. 1983. (Cópia recebida de Wang Mu-Lan em 1988).

WANG MU-LAN; JIANG CHUAN-FENG; XIA BAO-LIAN; SHONG SHUANG-LIN Stochastic  
analysis of pressure fluctuations beneath hydraulic jump and primary  
discussion on scale of turbulence. 1984. (Cópia recebida pelo autor de Wang  
Mu-Lan em 1988).

WAZZAN, A. R. ; OKAMURA, T. T. ; SMITH, A. M. O. Spatial and temporal stability  
charts for the Falkner-Skan boundary layer profiles. Report No. DAC-67086 -  
The Aircraft Division under sponsorship of the independent research and  
development program of Douglas Aircraft Company - sept. 1968.

WILLMARTH, W. W. Pressure fluctuations beneath turbulent boundary layers.  
Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 7, 1975, p. 13-37.

MONIN, A. S. & YAGLOM, A. M. Statistical Fluid Mechanics: mechanics of  
turbulence. The MIT Press, Cambridge-Massachusetts, vols. 1 e 2, 3<sup>rd</sup>  
printing, march 1977.

AC	Abertura da comporta
$B(\vec{\alpha})$	Espectro de número de onda
$C(\xi_1)$	Coefficiente de correlação cruzada na direção do escoamento
$C_i$	Fator de amortecimento da velocidade de propagação
$C_p$	Coefficiente de flutuação de pressão baseado no valor do RMS
$C_{p_{máx}}$	Coefficiente de flutuação de pressão do valor de pico de $C_p$
$C_p^+$	Coefficiente de flutuação de pressão baseado na flutuação máxima positiva
$C_p^-$	Coefficiente de flutuação de pressão baseado na flutuação máxima negativa
$C_{p_{máx}}^+$	Coefficiente de flutuação de pressão do valor de pico de $C_p^+$
$C_{p_{mín}}^-$	Coefficiente de flutuação de pressão do valor de pico de $C_p^-$
$C_r$	Velocidade de propagação da perturbação
d	Diâmetro do transdutor
ED = D	Escoamento desenvolvido
END= ND	Escoamento não desenvolvido
f	Frequência
$f_a$	Frequência de amostragem
$f_d$	Frequência natural do diafragma
$f_n$	Frequência natural do transdutor
$f(p)$	Função de densidade de probabilidade
$F(p)$	Função de distribuição de probabilidade
$F_1$	Número de Froude na entrada do ressalto
g	Aceleração da gravidade
k	Energia cinética de turbulência
K	Coefficiente de curtose ("Kurtosis")
$k_s$	Rugosidade absoluta
L	Escala característica de comprimento
$L_j$	Comprimento do ressalto

$L_r$	Comprimento da zona de "rollers" do ressalto
$L_{zt}$	Comprimento da zona de transição do ressalto
$L$	Escala integral de comprimento (longitudinal)
$L_t$	Escala integral de comprimento (transversal)
$l_m$	Comprimento de mistura
$N$	Número de pontos da amostragem digital
$n$	Coefficiente de rugosidade de Manning
$\tilde{p}$	Pressão instantânea
$p$	Flutuação de pressão
$\bar{P} = P$	Pressão média no tempo
$R$	Número de Reynolds
$R_H$	Raio hidráulico
$R_{k_s}$	Número de Reynolds da rugosidade
$R_x$	Número de Reynolds definido com relação ao início de placa plana
$R_p(\tau)$	Função de autocorrelação do sinal de pressão
$R_p(\zeta_1, \tau)$	Correlação cruzada dos sinais de pressão
$R_{\delta_1} = R_{\delta}^*$	Número de Reynolds baseado na espessura de deslocamento
$R_{\theta} = R_{\delta_2}$	Número de Reynolds baseado na espessura de quantidade de movimento
$S$	Coefficiente de assimetria ("skewness")
$S_0$	Declividade do fundo do canal
$S_p(f)$	Função de densidade espectral do sinal de pressão
$S_p(\zeta_1, \omega)$	Espectro cruzado dos sinais de pressão
$T$	Período
$U$	velocidade média local na direção $x$
$U_c$	Velocidade de convecção dos vórtices médios
$U_{c1}$	Velocidade de convecção dos macrovórtices
$U_0 = U_{\infty}$	velocidade do escoamento potencial
$U_1, U_2$	velocidades médias locais na entrada e saída do ressalto, respectivamente
$\tilde{u}_i$	Velocidade instantânea na forma tensorial
$u_i$	Flutuação de velocidade na forma tensorial

$\bar{U}_1 = U_1$	Velocidade média temporal na forma tensorial
$U$	Escala característica de velocidade dos maiores vórtices
$u_*$	Velocidade de atrito junto a parede
$x$	Distância do início do ressalto
$y$	Profundidade
$y_1, y_2$	Alturas conjugadas do ressalto
$y^+$	Número de Reynolds baseado na escala típica de velocidade da camada limite turbulenta
$z$	Valor adimensionalizado das flutuações de pressão
$\alpha$	Número de onda da perturbação
$\beta_1$	Fator de amortecimento da frequência de oscilação
$\beta_r$	Frequência circular de oscilação
$\delta$	Espessura da camada limite
$\delta_1 = \delta^*$	Espessura de deslocamento
$\delta_2$	Espessura de quantidade de movimento
$\delta_3$	Espessura de energia
$\Delta$	Intervalo de amostragem ("sampling rate")
$\epsilon$	Taxa de dissipação de energia turbulenta
$\phi$	Fase entre os sinais de pressão instantânea
$\gamma$	Peso específico do fluido
$\eta$	Microescala de comprimento de Kolmogorov
$\lambda$	Comprimento de onda
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluido
$\mu_t$	Viscosidade turbulenta ("eddy-viscosity")
$\nu$	Viscosidade cinemática do fluido
$\rho$	Massa específica do fluido
$\rho_p(\tau)$	Coeficiente de autocorrelação do sinal de pressão
$\sigma_p = \sigma$	Desvio padrão das flutuações de pressão ("RMS")
$\sigma_{Pm\acute{a}x}$	Desvio máximo prático da cauda da função de densidade de probabilidade considerando distribuição Gaussiana de pressão

$\sigma_p^+ \text{ máx}$	Desvio máximo prático da cauda da função de densidade de probabilidade considerando valores de pico de $C_p^+$
$\omega$	Frequência angular
$\tilde{\omega}_i$	Vorticidade instantânea na forma tensorial
$\omega_i$	Flutuação de vorticidade na forma tensorial
$\Omega_i$	Vorticidade média temporal na forma tensorial
$\tau_0$	Tensão média de atrito junto a parede
$\tau_1$	Intervalo de tempo referente ao primeiro cruzamento com o zero da função de autocorrelação
$\mathcal{I}$	Escala integral de tempo
$\zeta_1 = \zeta$	Distância entre transdutores na base do ressalto