ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

LUIZ ANDRÉ ROMARIZ

DANO EM PLACAS LAMINADAS DEVIDO AO IMPACTO A BAIXAS VELOCIDADES

São Paulo
2008

LUIZ ANDRÉ ROMARIZ

DANO EM PLACAS LAMINADAS DEVIDO AO IMPACTO A BAIXAS VELOCIDADES

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica

São Paulo
2008

LUIZ ANDRÉ ROMARIZ

DANO EM PLACAS LAMINADAS DEVIDO AO IMPACTO A BAIXAS VELOCIDADES

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica

Área de Concentração:
Engenharia Mecânica de Projeto e Fabricação.

Orientador:Prof. Dr. Marcílio Alves

São Paulo
2008

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho a minha mãe (in memorium), a meu pai
e especialmente a minha esposa Jackeline.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Marcílio Alves, pela orientação, amizade, discussões e pelo constante estímulo transmitido durante a pesquisa.

Aos amigos Engenheiro Franco Olmi e Prof. Dr. Volnei Tita que me motivaram a abordagem do tema. A grande contribuição técnica, profissional, e a amizade destes foram muito importantes para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao Engenherio e Prof. Dr. Carlos Eduardo Chaves que estimulou e contribuiu para criação desta pesquisa, e ajudou muito com suas sugestões e sua experiência profissional.

Ao engenheiro e Professor Dr. Francisco Arakaki, à Prof. Dr.ª Larrisa Driemeier, e ao Prof. Dr. Ricardo Lessa Azevedo que contribuiram com suas discussões, sugestões e materiais bibliográficos.

Aos amigos Engenheiro Vinícius Magalhães Cunha, Engenheiro Carlo Rodrigo de Faria Marastoni, e em especial ao Engenheiro Afonso Pires Feitoza, que colaboraram na execução desta pesquisa.

Aos integrantes do GMSIE (Grupo de Mecância dos Sólidos e Impacto em Estruturas) da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, especialmente aos colegas Giancarlo Barbosa Michelli, Roberto Eike Oshiro, Rafael Moura, Rafael Santiago, André e Renato que me auxiliaram no desenvolvimento, na execução de ensaios e nos recursos computacionais necessários.

À empresa Embraer, aos técnicos, engenheiros e gerentes que me auxiliaram direta ou indiretamente na execução deste trabalho, em especial ao Engenheiro Hugo Kayano que apoiou a sua realização.

Por fim, à Deus por tudo, e por me conceder inspiração, entendimento, força de vontade e oportunidades para o desenvolvimento desta pesquisa.

"*Quanto mais se conhece - mais se aprecia.*"
(Leonardo da Vinci)

RESUMO

Materiais compósitos laminados possuem uma alta eficiência estrutural, mas que é comprometida pela baixa resistência a cargas de impacto. O objetivo deste trabalho é o desenvolvimento de uma metodologia de simulação numérica para a estimativa de danos causados por cargas de impacto a baixas velocidades em placas de material compósito laminado. Ensaios experimentais foram realizados em placas reforçadas com tecidos de fibra de carbono e matriz de resina epóxi. Foram avaliadas três espessuras. Os carregamentos de impacto com uma massa em queda livre foram pontuais e transversais à placa, com intervalos de energia variando entre 5J e 94J, com velocidades inferiores a 6 m/s. As simulações numéricas utilizaram um programa comercial de elementos finitos com integração explícita. Foram avaliados dois critérios de falha da lâmina. O primeiro é o critério de máxima tensão. O segundo é uma proposta de modificação no critério de falha de Hashin, para sua aplicação em laminados reforçados com tecidos bidirecionais. Também foram avaliados quatro diferentes critérios de degradação da lâmina. As evoluções das forças de contato entre o impactador e a placa foram muito bem representadas numericamente. As áreas e os comprimentos dos danos numéricos foram similares ou maiores que os medidos nos resultados experimentais.

Palavras-chave: Critério de danificação. Critério de falha. Impacto. Materiais compósitos laminados. Resistência ao dano.

ABSTRACT

Laminate composite materials have high structural efficiency, however it is jeopardized due the low strength to impact loads. The objective of this work is to develop a numerical simulation methodology that estimates the damage in laminate plates caused by low velocity impact. Experimental tests were performed on laminate plates reinforced with weaven carbon fibers and epoxi resine. Three thickness plates were evaluated. The impact loads were transversal and punctual. They were done with drop-test, the impact energy range is between 5J and 94J, and the velocities were lower than 6m/s. The numerical simulations were done with FEM commercial code with explict integration. Two lamina failure criteria were evaluated. The first is the maximum stress. The second is a proposed modification of the Hashin failure criterion in order to be applied on the fabric laminates. Four lamina degradation criteria were evaluated too. The numerical contatct loads between the plate and impactor were well represented. The numerical damaged areas and lengths were similar or greater than the experimental results.

Key-words: Danification criteria. Failure criteria. Impact. Laminate composite materials. Damage strength.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Exemplo de trama de fibras bidirecionais de um tecido. 1
Figura 1.2 – Bobina com tecido de fibra de carbono. 2
Figura 1.3 – Comparação da curva tensão x deformação de CPR laminados e outros materiais (ENGINNERED materials handbook, 1987). 3
Figura 1.4 – (a) Dianteria e (b) Chassi de um carro de Fórmula 1 em 2004. 4
Figura 1.5 – Ensaio de impacto do nariz e chassi de um carro de fórmula 1 4
Figura 1.6 – (a) Aerogerador instalado em cidade alemã com hélices de fibra de vidro. (b) Manufatura de uma pá da hélice na LM Glassfiber. 5
Figura 1.7 - Partes estruturais de material composto das aeronaves ERJ 170 e ERJ190. 6
Figura 1.8 - Evolução do uso de materiais compósitos em aeronaves. 6
Figura 1.9 – Proposta de materiais na estrutura do avião Boeing 787. 7
Figura 1.10 – Delaminação em uma placa laminada. 10
Figura 2.1 - Mecanismos de falha a compressão: (a) microflambagem e (b) Cisalhamento 14
Figura 2.2 – Falha da fibra por microflambagem. 14
Figura 2.3 – Comparação da energia de absorção de impacto no ensaio de Charpy de alguns laminados compósitos e de um alumínio. (Barker, Dutton e Kelly, 2005). 15
Figura 2.4 – Falha na matriz: (a) intralaminar, (b) translaminar (Almeida, 2003). 16
Figura 2.5 – Falha na matriz ou na interface matriz e fibra por esforço de cisalhamento no plano da lâmina (Almeida 2003). 17
Figura 2.6 – Delaminações causadas com tensões interlaminares e normais. 18
Figura 2.7 – Mecanismos de dano em um CPR sujeito a um impacto. (a) Delaminação induzida por trincas de cisalhamento. (b) Delaminação induzida por trincas de tração oriunda da flexão da placa. (Choi, Wang e Chang, 1992) 18
Figura 2.8 – Micrografia identificando vários mecanismos de danos internos. (Mitrevski, Marshall e Thomson; 2006). 19
Figura 2.9 - Mecanismos de danificação em CPR (Anderson, 1995). 20
Figura 2.10 – Efeito do aumento do tratamento superficial das fibras na tensão residual de tração e compressão após impactos de baixa energia em compósitos de fibra de carbono (Middleton, 1990). 20
Figura 2.11 – Conceitos de critérios de falha. 21
Figura 2.12 - Tensões e eixos principais do material laminado em relação ao eixo X-Y de um sistema global. 22

Figura 2.13 – Superfícies de falha do critério de máxima tensão. 25
Figura 2.14 – Critério de falha de Hashin pelo modo de falha da fibra. 29
Figura 2.15 – Critério de falha de Hashin pelo modo de falha da matriz. 29
Figura 2.16 – Curvas de falha em função de σ_2 e τ_{12}. 31
Figura 2.17 – Curvas de falha em função de σ_1 e τ_{12}. 32
Figura 2.18 – Critério de degradação da lâmina D02. 38
Figura 2.19 - "Formas características" de falha em estruturas impactadas. (a) Laminado espesso. (b) Laminado fino. (Abrate, 1998) 39
Figura 2.20 - Representação da resposta e da falha na placa. (a) e (b) Baixa velocidade de impacto. (c) Alta velocidade de impato. 42
Figura 2.21 - Modelo massa-mola. 45
Figura 2.22 – Modos básicos de delaminação. 46
Figura 3.1 – Corpos de prova do ensaio de caracterização de tração. 50
Figura 3.2 – Medidores de deformação do ensaio de caracterização de tração. 50
Figura 3.3 – Curvas típicas das deformações nas direções 1 e 2 sob tração na direção 1 de materiais laminados com resina epoxi reforçadas com fibra de carbono. 50
Figura 3.4 – Corpos de prova do ensaio de caracterização de compressão. 51
Figura 3.5 – Medidores de deformação do ensaio de caracterização de compressão. 52
Figura 3.6 – Curvas típicas das deformações nas direções 1 e 2 sob compressão na direção 1 de materiais laminados com resina epoxi reforçadas com fibra de carbono. 52
Figura 3.7 – Corpos de prova do ensaio de caracterização de cisalhamento no plano 12. 53
Figura 3.8 – Medidores de deformação do ensaio de caracterização de cisalhamento no plano 12. 53
Figura 3.9 – Curvas típicas da tensão de cisalhamento pela deformação angular no plano da lâmina de materiais laminados com resina epoxi reforçadas com fibra de carbono. 54
Figura 3.10- (a) Desenho do aparato do ensaio de impacto de baixa velocidade. (b) Foto do equipamento. 55
Figura 3.11 – Dimensões dos corpos de prova e suportes rígidos. 56
Figura 3.12 – Dimensões e foto de um impactador do ensaio. 57
Figura 3.13 – Força resultate no impactador. 58
Figura 3.14 – Pontos que definem instantes de tempo importantes no impacto. (a) Curva da velocidade da ponta do impactador ao longo do tempo. (b) Ampliação da curva próximo ao instante de velocidade mínima. (c) Ampliação da curva próximo ao instante de velocidade máxima. 59

Figura 3.15 – Medição com aparelho ultra-som da área delaminada na placa. 60
Figura 3.16 – Extensões h_1 e h_2 do dano. 60
Figura 3.17 - Malha de elementos finitos da placa engastada ou apoiada. 61
Figura 3.18 – Malha de elementos finitos para a condição de contorno parafusada com suportes rígidos. (a) Placa laminada e nós restritos à translação na posição dos parafusos (compare com Figura 3.11). (b) Malha dos suportes rígidos superior e inferior. 62
Figura 3.19 – Visão lateral do impactador modelada com elementos de barra e elementos rígidos de casca. 63
Figura 4.1 – Resultados da força e do deslocamento no impactador de 11kg, $E_i \approx 5$J, com a placa $[0,90]_{10}$ com diferentes condições de contorno e ensaio (CDP 06-10). 67
Figura 4.2 – Resultados da força e do deslocamento do impactador de 5kg, $E_i \approx 34$J, com a placa $[0,90]_{30}$ com diferentes condições de contorno e o ensaio (CDP 06-30). 69
Figura 4.3 – Resultados da força e do deslocamento no impactador de 11kg, $E_i \approx 34$J, com a placa $[0,90]_{30}$ com diferentes condições de contorno e ensaio (CDP 06-30). 69
Figura 4.4 – Curvas da força pelo deslocamento no impactador de 11kg, $E_i \approx 5$J, com a placa $[0,90]_{10}$ com condição de contorno parafusada e ensaio CDP 06-10. 71
Figura 4.5 – Curvas da força pelo deslocamento no impactador de 11kg, $E_i \approx 34$J, com a placa $[0,90]_{30}$ com condição de contorno parafusada e ensaio CDP 06-30. 71
Figura 4.6 – Fotos da superfície da placa impactada com o mapa da área delaminada. 75
Figura 4.7 – Comparação da área de dano experimental com impactadores de 5 e 11kg. 76
Figura 4.8 – Comparação de $F_{máx}$ obtidos experimentalmente com impactadores de 5kg e 11kg na placa $[0,90]_{10}$. 77
Figura 4.9 – Comparação de E_r obtidos experimentalmente com impactadores de 5kg e 11kg na placa $[0,90]_{10}$. 77
Figura 4.10 – Forças atuantes no impactador de 5kg e 11kg com energia de impacto de 22J no ensaio experimental com a placa $[0,90]_{10}$. 78
Figura 4.11 – Comportamento das curvas das forças atuantes no impactador com três níveis de energia. (Feraboli, 2004). 80
Figura 4.12 – Força atuante no impactador com diferentes critérios de falha e modelos de danificação, placa $[0,90]_{10}$, E_i=4,6J, e resultado experimental CDP 06-10. 81
Figura 4.13 – Força atuante no impactador com diferentes critérios de falha e modelo de danificação D02, $[0,90]_{10}$, E_i=7,4J, e resultado experimental CDP 08-10. 82
Figura 4.14 – Força atuante no impactador com diferentes critérios de falha e modelos de danificação, placa $[0,90]_{10}$, E_i=11,60J, e resultado experimental CDP 11-10. 83

Figura 4.15 – Força atuante no impactador com diferentes critérios de falha e modelos de danificação, $[0,90]_{10}$, E_i=13,7J, e resultado experimental CDP 12-10. 84
Figura 4.16 – Força atuante no impactador com diferentes critérios de falha e modelos de danificação, $[0,90]_{10}$, E_i=22,67J, e o resultado experimental CDP 19-10. 85
Figura 4.17 – Força atuante no impactador com diferentes critérios de falha e modelos de danificação, $[0,90]_{10}$, E_i=32,4J, e resultado experimental CDP 17-10. 86
Figura 4.18 – Força atuante no impactador com critérios de falha de Hashin Modificado e modelo de danificação D02, $[0,90]_{20}$, E_i=30,6J, e resultado experimental CDP 06-20. 87
Figura 4.19 – Força atuante no impactador com critérios de falha de Hashin Modificado e modelo de danificação D02, $[0,90]_{20}$, E_i = 42,5J, e resultado experimental CDP 09-20. 87
Figura 4.20 – Força atuante no impactador com critérios de falha de Hashin Modificado e modelo de danificação D02, $[0,90]_{20}$, E_i=55,8J, e resultado experimental CDP 13-20. 87
Figura 4.21 – Força atuante no impactador com diferentes critérios de falha e modelos de danificação, $[0,90]_{20}$, E_i = 65,1J, e o resultado experimental CDP 15-20. 88
Figura 4.22 – Força atuante no impactador com critério de falha de Hashin Modificado e modelo de danificação D02, $[0,90]_{30}$, E_i=34J, e resultado experimental CDP 06-30. 89
Figura 4.23 – Força atuante no impactador com critério de falha de Hashin Modificado e modelo de danificação D02, $[0,90]_{30}$, E_i=44,5J, e resultado experimental CDP 09-30. 89
Figura 4.24 – Força atuante no impactador com critérios de falha de Hashin Modificado e modelo de danificação D02, $[0,90]_{30}$, E_i=54,6J, e resultado experimental CDP 14-30. 89
Figura 4.25 – Força atuante no impactador com critérios de falha de Hashin Modificado e modelo de danificação D02, $[0,90]_{30}$, E_i =63,30J, e resultado experimental CDP 16-30. 90
Figura 4.26 – Força atuante no impactador com diferentes critérios de falha e modelo de danificação D02, $[0,90]_{30}$, E_i= 94,3J, e resultado experimental CDP 19-30. 90
Figura 4.27 – Tempo de impacto (T_{imp}) experimental com o impactador m=11kg. 95
Figura 4.28 – Comparação do tempo de impacto T_{imp} numérico e experimental, $[0,90]_{10}$. 96
Figura 4.29 – Comparação do tempo de impacto T_{imp} numérico e experimental, $[0,90]_{20}$. 96
Figura 4.30 – Comparação do tempo de impacto T_{imp} numérico e experimental, $[0,90]_{30}$. 96
Figura 4.31 – Resultado experimental da energia de retorno E_r no impactador de 11kg. 97
Figura 4.32 – Resultado experimental de E_r / E_i no impactador de 11 kg. 98
Figura 4.33 – Comparação da energia de retorno E_r numérica e experimental, $[0,90]_{10}$. 99
Figura 4.34 – Comparação da energia de retorno E_r numérica e experimental, $[0,90]_{20}$. 99
Figura 4.35 – Comparação da energia de retorno E_r numérica e experimental, $[0,90]_{30}$. 99
Figura 4.36 – Áreas de dano experimentais nas placas. 102

Figura 4.37 – Extensões (h_m) experimentais do dano nas placas. 103
Figura 4.38 – Área de dano da simulação numérica com os diferentes modelos de falha e danificação na placa $[0,90]_{10}$. 104
Figura 4.39 – h_m da simulação numérica com os diferentes modelos de falha e danificação na placa $[0,90]_{10}$. 104
Figura 4.40 – Área de dano da simulação numérica com os diferentes modelos de falha e danificação e do ensaio com a placa $[0,90]_{20}$. 105
Figura 4.41 – h_m da simulação numérica com os diferentes modelos de falha e danificação na placa $[0,90]_{20}$. 105
Figura 4.42 – Área de dano da simulação numérica com os diferentes modelos de falha e danificação e do ensaio com a placa $[0,90]_{30}$. 106
Figura 4.43 – h_m da simulação numérica com os diferentes modelos de falha e danificação na placa $[0,90]_{30}$. 106
Figura 4.44 – Exemplo da metodologia de correção dos resultados para estimativa do dano na placa $[0,90]_{30}$, E_i=94,3J 114
Figura 4.45 – A_d pela metodologia com correção dos resultados na placa $[0,90]_{10}$. 115
Figura 4.46 – A_d pela metodologia com correção dos resultados na placa $[0,90]_{20}$. 115
Figura 4.47 – A_d pela metodologia com correção dos resultados na placa $[0,90]_{30}$. 115
Figura 4.48 – Comparação entre A_d experimentais e A_d corrigidas obtidas numericamente com o critério de falha de Hashin Modificado e o critério de danificação D02. 117

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Propriedades de uma lâmina de resina reforçada com fibra de carbono epoxi unidirecional (Davies, 1995). 28

Tabela 2.2 – Propriedades degradadas pelo critério de degradação D01. 36

Tabela 2.3 – Propriedades degradadas pelo modo de falha por cisalhamento no plano 12 pelo critério de degradação D02. 37

Tabela 2.4 – Propriedades degradadas pelo modo de falha por tração na direção 1 pelo critério de degradação D03. 37

Tabela 2.5 – Propriedades degradadas pelos modos de falha por tração e compressão na direção 1 pelo critério de degradação D04. 37

Tabela 3.1 – Propriedades da lâmina de resina epoxi com tecido de fibra de carbono. 49

Tabela 3.2 – Espessuras das placas ensaiadas. 56

Tabela 3.3 – Dados do cilindro do impactador. 57

Tabela 3.4 – Dados da ponta do impactador. 57

Tabela 3.5 – Energias nominais de impacto com impactador de 5kg. 57

Tabela 3.6 – Energias nominais de impacto com o impactador de 11kg. 57

Tabela 3.7 – Dados dos acelerômetros. 58

Tabela 3.8 – Energias nominais e velocidades de impacto simuladas nas três condições de contorno com as duas massas de impacto. 63

Tabela 3.9 – Energias de impacto usadas nas simulações numéricas com os diferentes critérios de falha e degradação da placa laminada com o impactador de 11kg. 64

Tabela 4.1 – Medições experimentais de V_i, E_i, $F_{máx}$, T_{imp} e $\Delta t_{F=0}$ cujos impactos não causaram danos na placa $[0,90]_{10}$. 66

Tabela 4.2 – Resultados de $F_{máx_n}$, T_{imp_n} e $\Delta t_{F=0_n}$ obtidos pelas simulações numéricas com diferentes condições de contorno na placa $[0,90]_{10}$. 66

Tabela 4.3 – Diferenças percentuais de $F_{máx}$, T_{imp} e $\Delta t_{F=0}$ entre a simulação numérica com diferentes condições de contorno e o ensaio experimental, para placa $[0,90]_{10}$. 66

Tabela 4.4 – Medições experimentais de V_i, E_i, $F_{máx}$, T_{imp} e $\Delta t_{F=0}$ cujos impactos não causaram danos na placa $[0,90]_{30}$. 68

Tabela 4.5 – Resultados de $F_{máx_N}$, T_{imp_N} e $\Delta t_{F=0_N}$ obtidos pelas simulações numéricas com diferentes condições de contorno na placa $[0,90]_{30}$. 68

Tabela 4.6 – Diferenças percentuais de $F_{máx}$, T_{imp} e $\Delta t_{F=0}$ entre a simulação numérica com diferentes condições de contorno e o ensaio experimental, para placa $[0,90]_{30}$. 68

Tabela 4.7 – Frequências axiais de vibração dos impactadores. 73
Tabela 4.8 – $Freq_{máx}$ das placas. 73
Tabela 4.9 – Erro percentual em relação a máxima força de impacto devido a taxa de amostragem de 10 kHz e a filtragem passa-baixa a 2500Hz. 74
Tabela 4.10 – Energias de impacto experimentais sem ocorrência de delaminações. 74
Tabela 4.11 – Medições experimentais obtidas com impactadores de 5 e 11kg. 75
Tabela 4.12 - Resultados experimentais para estimativa de E_{th} das placas. 79
Tabela 4.13 - Resultados numéricos para estimativa de E_{th} das placas. 79
Tabela 4.14 – E_{th} das placas. 79
Tabela 4.15 – V_i e E_i com impactador de 11kg registrados experimentalmente. 81
Tabela 4.16 – $F_{máx}$ experimentais para a estimativa de F_{th}. 90
Tabela 4.17 – Valores da força limiar de danificação das placas. 91
Tabela 4.18 – Resultados experimentais de $F_{máx} / F_{th}$ com impactador de 11kg. 92
Tabela 4.19 – $F_{máx} / F_{th}$ dos ensaios experimentais. 93
Tabela 4.20 – Diferença de F_{max} numérico em relação ao resultado experimental. 94
Tabela 4.21 – Diferença de T_{imp} numérico em relação ao experimento com m = 11Kg. 95
Tabela 4.22 – Diferença de E_r numérico em relação ao experimento com m = 11Kg. 100
Tabela 4.23 – Classificação de notas para a comparação dos resultados numéricos. 100
Tabela 4.24 – Notas para a comparação dos resultados numéricos. 101
Tabela 4.25 – Modelos numéricos selecionados pela avaliação das forças atuantes no impactador ao longo do tempo. 102
Tabela 4.26 – Diferença de h_m numérico em relação ao experimento com m = 11Kg. 107
Tabela 4.27 – Diferença de A_d numérico em relação ao experimento com m = 11Kg. 108
Tabela 4.28 – Comparação entre a área de dano (A_d) experimental e a obtida analiticamente com $E_i \approx E_{th}$, e S_2=89,4 MPa. 108
Tabela 4.29 – Comparação entre a área de dano (A_d) experimental e a obtida analiticamente com $E_i \approx E_{th}$, e S_2=31,4MPa. 109
Tabela 4.30 - Mapeamento do dano experimental e da solução numérica Hashin Modificado D02, com impactador de 11kg, e na placa $[0,90]_{10}$. 111
Tabela 4.31 - Mapeamento do dano experimental e da solução numérica Hashin Modificado D02, com impactador de 11kg, e na placa $[0,90]_{20}$. 112
Tabela 4.32 - Mapeamento do dano experimental e da solução numérica Hashin Modificado D02, com impactador de 11kg, e na placa $[0,90]_{30}$. 113
Tabela 4.33 – Fatores de correção de h_m. 114

Tabela 4.34 – Diferença percentual em relação ao experimento de h_m corrigido. 116
Tabela 4.35 – Diferença percentual em relação ao experimento de A_d corrigido. 116

LISTA DE SÍMBOLOS

a_{th}	aceleração do impactador quando a força atuante no impactador é F_{th}
C_A	fator de correção da extensão de dano h_m numérica
d	deslocamento da ponta do impactador
$\Delta t_{F=0}$	Intervalo de tempo entre o início de impacto (tempo quando $d = 0$) e a velocidade mínima do impactador (tempo quendo $F = 0$)
$\Delta t_{F=0_n}$	Intervalo de tempo $\Delta t_{F=0}$ obtido numericamente
ε_i	deformação normal ao plano i
E	módulo de elasticidade ou de Young
E_c	energia de deformação da placa devido a componente de cisalhamento
E_i	energia cinética inicial de impacto
E_{id}	energia de deformação da placa devido a endentação
E_f	energia de deformação da placa devido a componente de flexão
E_m	energia de deformação da placa devido a componente de membrana
E_r	energia cinética de retorno do impactador
E_{th}	energia de impacto limítrofe para a iniciação de dano no laminado
F	força atuante no impactador
F_{th}	força limite de danificação da placa
F_{th_a}	força limite de danificação da placa obtida pela formulação analítica
F_{th_n}	força limite de danificação da placa obtida pela simulação numérica
$F_{máx}$	força máxima atuante registrada durante o impacto
$F_{máx_n}$	força máxima atuante registrada durante o impacto obtido numericamente
γ_{ij}	deformação angular no plano ij
G	módulo de elasticidade de cisalhamento
G_{IIc}	razão de energia liberada crítica pelo modo de falha II
h	espessura da placa
K_c	rigidez da componente de cisalhamento da placa
K_f	rigidez da componente de flexão da placa
K_{di}	rigidez da componente de identação da placa
K_m	rigidez da componente de membrana da placa
m	massa do impactador
m_p	massa da placa

σ_i	tensão normal ao plano *i*
S	tensão admissível de cisalhamento no plano 12
S_2	tensão admissível de cisalhamento interlaminar
τ_{ij}	tensão cisalhante no plano *ij*
t	tempo
T_c	intervalo de tempo em que há contato entre o impactador e a placa
$T_{D=0}$	intervalo de tempo em que a ponta do impactador inicia o contato e retorna a este deslocamento
$T_{F=0}$	intervalo de tempo entre V_{min} e V_{max},, quando a força atuante fica nula
T_{imp}	intervalo de tempo do impacto
T_{imp_n}	intervalo de tempo do impacto obtido numericamente.
V_i	Velocidade do impactador no início do impacto
V_{min}	velocidade mínima do impactador no impacto
V_{max}	velocidade máxima do impactador no impacto
X_c	tensão admissível de compressão na direção 1
X_t	tensão admissível de tração na direção 1
Y_c	tensão admissível de compressão na direção 2
Y_t	tensão admissível de tração na direção 2

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 1

1.1 Materiais compósitos laminados 1

1.2 Aplicações dos materiais compósitos laminados 4

1.3 Desafios do projeto estrutural com CPR 7

1.4 Objetivo e organização 12

2 COMPORTAMENTO MECÂNICO DE UM MATERIAL LAMINADO 13

2.1 Mecanismos de falha 13

2.2 Critérios de falha 21

2.3 Critérios de degradação de uma lâmina 36

2.4 Impacto 38

3 MATERIAIS E MÉTODOS 48

3.1 Ensaios de caracterização da lâmina 48

3.2 Ensaios de impacto a baixa velocidade 54

3.3 Modelos de elementos finitos dos ensaios de impacto 61

4 RESULTADOS E ANÁLISE 65

4.1 Avaliação da condição de contorno numérica 65

4.2 Análise da flexibilidade da placa 70

4.3 Avaliação da taxa de amostragem e filtragem passa baixa do ensaio 73

4.4 Avaliação da influência da massa do impactador 74

4.5 Energia de impacto limiar de danificação 78

4.6 Forças atuantes no impactador ao longo do tempo 80

4.7 Danos na placa 102

5 CONCLUSÕES 118

6 REFERÊNCIAS 120

APÊNDICE A - EMPILHAMENTO DAS LÂMINAS **127**

APÊNDICE B – ANÁLISE NUMÉRICA DE UM LAMINADO **129**

B.1 Análise micromecânica da lâmina 129

B.2 Análise macromecânica da lâmina 131

B.3 Análise macromecânica do laminado 137

1 INTRODUÇÃO

1.1 Materiais compósitos laminados

De uma maneira geral, pode-se considerar um compósito como sendo qualquer material multifásico que exiba uma proporção significativa das propriedades das fases que o constituem, resultando em um material de melhor performace do que se fosse feito exclusivamente com uma fase (Callister, 2000). Os materiais que formam o compósito podem ser classificados como aglomerante (fase contínua ou matriz) e reforço (fase dispersa ou fibras).

Quando as fibras estão imersas na matriz em uma única camada, forma-se uma lâmina. Caso multicamadas sejam utilizadas, opta-se por dispor várias lâminas empilhadas e coladas, com as fibras em diferentes orientações, constituindo-se assim um material compósito laminado.

As fibras são os reforços da lâmina. Os materiais das fibras mais comuns são: vidro, aramida (kevlar), carbono, grafite e boro. Elas são responsáveis em dar resistência e rigidez mecânica. Elas podem se apresentar de forma continua ou de forma descontínua (picada). De acordo com o arranjo geométrico, os reforços com fibras contínuas podem ser encontrados em forma de fios, que produz um reforço unidirecional, ou em forma de tecido, que produz um reforço bidirecional, Figura 1.1, ou ainda multidirecional.

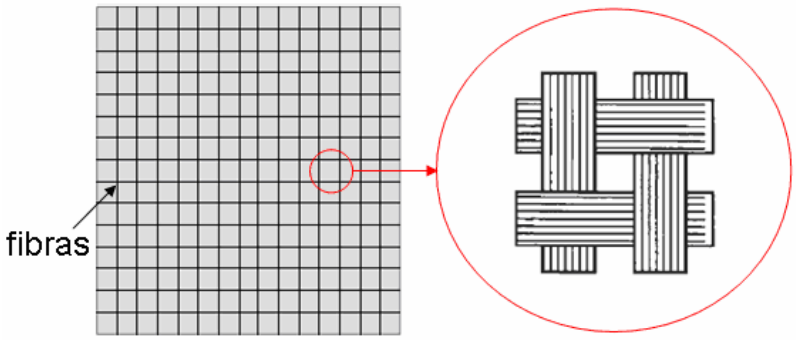


Figura 1.1 – Exemplo de trama de fibras bidirecionais de um tecido.

A função mais importante da matriz é envolver o reforço (fibra), proporcionando seu posicionamento e orientação adequada. Deste modo, os carregamentos atuantes na estrutura são transmitidos às fibras, pois apenas uma proporção muito pequena da carga aplicada é suportada pela fase matriz (Callister, 2000). Pode-se citar também a função da matriz de proteger o reforço contra corrosão, abrasão e danos de manuseio, e de garantir o amortecimento nas estruturas para atenuar as amplitudes de vibrações mecânicas (Tita, 2001).

As matrizes feitas de polímeros são denominadas resinas. Elas podem ser classificadas em termoplásticas e termofixas. A diferença principal está no comportamento quando aquecidas. As termoplásticas se fundem em um líquido viscoso capaz de sofrer grandes deformações e depois serem moldadas. As termofixas formam ligações químicas intercruzadas (processo de cura) que com o aumento da temperatura podem sofrer decomposição térmica. Citam-se alguns exemplos de resinas termoplásticas: polietileno, polipropileno e nylon. As resinas termofixas podem ser: epóxi, poliéster ou fenólica.

O material compósito de matriz polimérica reforçado com fibras é chamado de compósito polimérico reforçado (CPR), ou plástico reforçado.

Neste trabalho, é estudado o laminado de compósito polimérico de resina epóxi reforçado com tecido bi-direcional de fibra de carbono. Na Figura 1.2 é mostrada uma bobina de tecido de fibra de carbono.

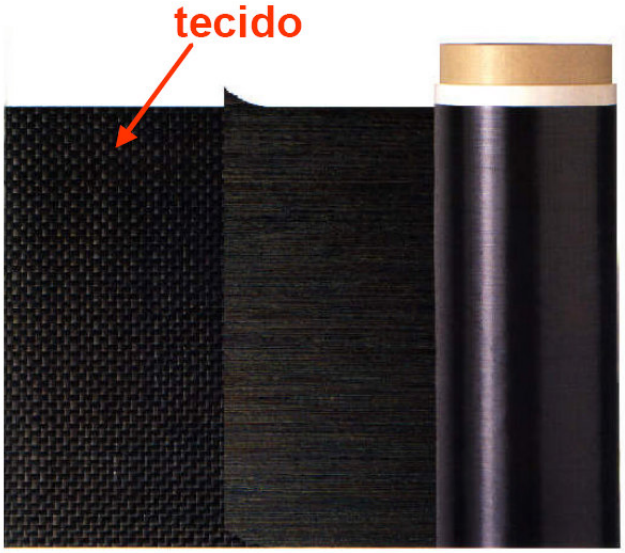


Figura 1.2 – Bobina com tecido de fibra de carbono.

Os laminados de materiais compósitos poliméricos reforçados (CPR) possuem uma excelente combinação de rigidez, resistência e baixo peso que são características muito atrativas para o desenvolvimento de estruturas.

A eficiência estrutural é a razão entre a resistência e a densidade ou entre a rigidez e a densidade. Os materiais compósitos poliméricos reforçados podem ter uma alta eficiência estrutural comparada aos materiais usualmente utilizados: ligas de alumínio, aço ou ligas de titânio.

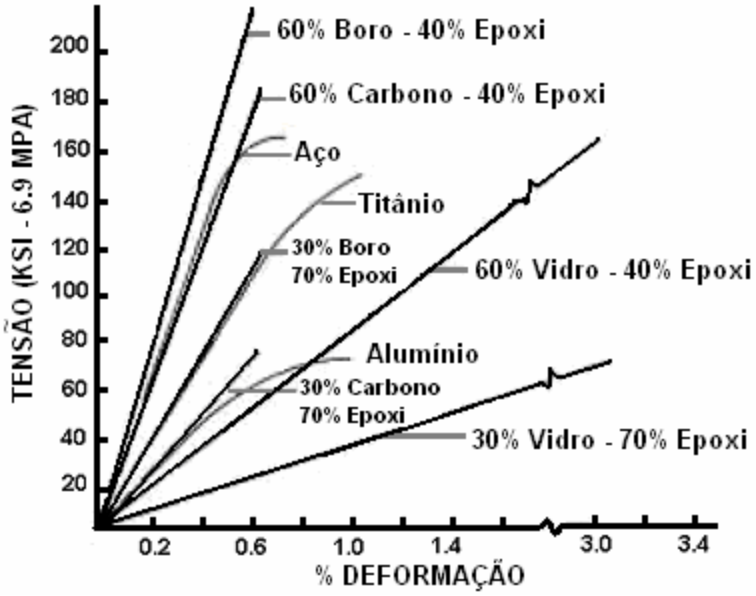


Figura 1.3 – Comparação da curva tensão x deformação de CPR laminados e outros materiais (ENGINNERED materials handbook, 1987).

Baseado na Figura 1.3, constata-se que plásticos reforçados com 70% em volume epóxi e 30% em volume de fibras de carbono possuem uma rigidez muito próxima ao do alumínio, que é um material mais denso. O alumínio tem densidade de 2680 kg/m^3 e as lâminas de fibra de carbono em torno de 1500 kg/m^3. Observação análoga ocorre com plásticos reforçados com 60% em volume de fibra de carbono e 40% de resina epóxi quando comparados ao aço, que possui uma densidade de 7800 kg/m^3.

Outra grande vantagem dos laminados de CPR é que suas propriedades anisotrópicas permitem ao engenheiro desenvolver as propriedades do material juntamente com as características geométricas e funcionais da estrutura. Desta maneira, pode-se obter um desempenho desejado, possibilitando a otimização de peso em função da orientação das fibras do laminado e do carregamento de projeto (Niu, 1992). Estas estruturas provavelmente terão as fibras arranjadas nas direções de maior solicitação da carga. Outra possibilidade, oferecida pelos CPR, é através da mudança adequada de empilhamento das lâminas obter um laminado com freqüências naturais diferentes da freqüência de excitação (Tita, Carvalho e Lirani, 2001).

Niu (1992) cita algumas vantagens dos materiais compósitos em relação aos metais: menor peso, maior resistência à corrosão, alta resistência à fadiga, reduzido número de junções, redução do número de parafusos ou rebites quando a cocura ou a co-consolidação é usada e expansão térmica quase nula.

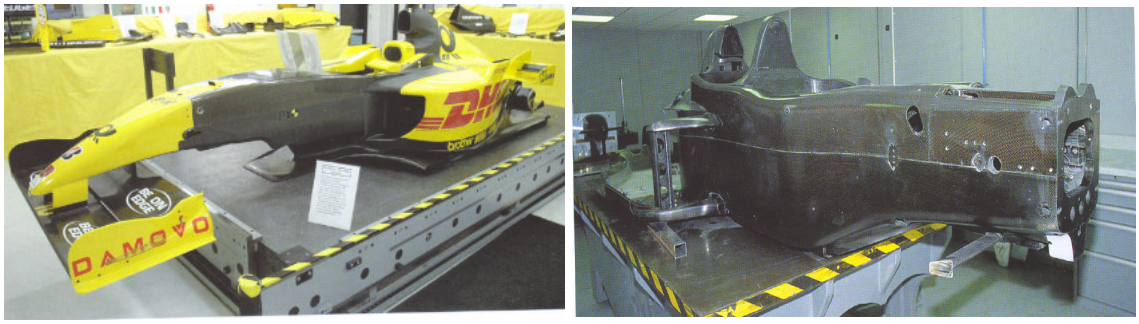
1.2 Aplicações dos materiais compósitos laminados

Segundo Icardi (2007), os compósitos laminados são materiais que aparecem como os melhores candidatos para várias aplicações em projetos estruturais. Ele ressalta que embora estes materiais não sejam dúteis e possuam pouca reserva de energia de deformação, eles são capazes de dissipar uma grande energia através de seus vários modos de falha local.

Nas últimas décadas, os plásticos reforçados também estão sendo utilizados para garantir a segurança de passageiros em elevadores, automóveis, trens e aeronaves. Utilizam-se componentes feitos de materiais de plástico reforçado que tenham boa eficiência estrutural e que também absorvam eficientemente a energia proveniente de impacto.

Os carros de fórmula-1, por exemplo, Figura 1.4, possuem chassis feitos de laminados reforçados com fibra de carbono (Tramayane, 2004). A estrutura dianteira a cabine do piloto é feita de laminados de fibra de carbono com colméias metálicas, que possuem a função de proteger o piloto em acidentes. A Figura 1.5 ilustra o teste de impacto.

Na indústria automobilística, os materiais compósitos estão sendo utilizados em pára-choques, tetos, capôs ou tampa de porta malas. O objetivo principal é desenvolver carros mais leves visando um menor consumo de combustível.



(a) (b)

Figura 1.4 – (a) Dianteria e (b) Chassi de um carro de Fórmula 1 em 2004.

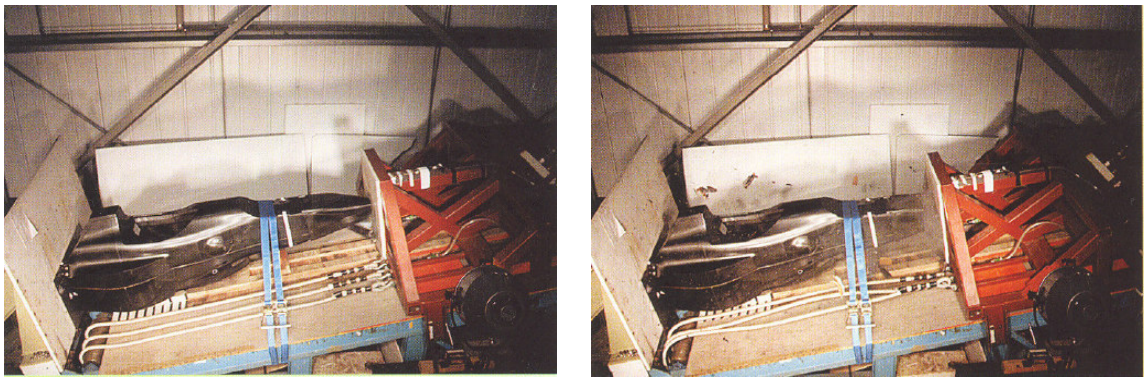
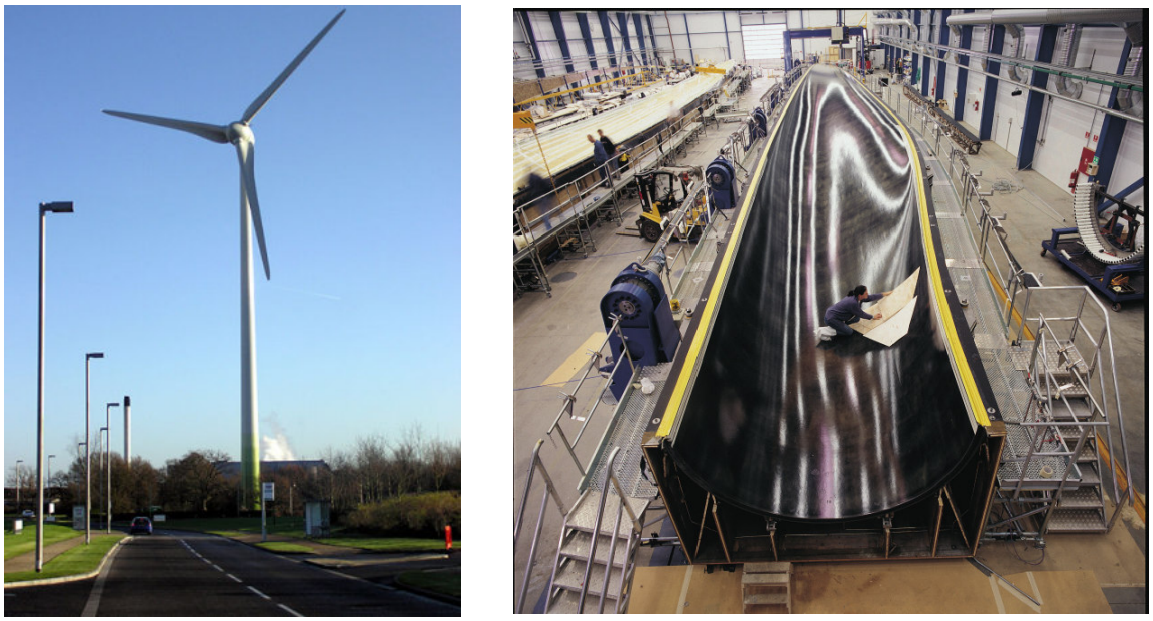


Figura 1.5 – Ensaio de impacto do nariz e chassi de um carro de fórmula 1 (Tramayane, 2004).

Um outro exemplo de uso de materiais laminados reforçados são as pás de hélices de geradores eólicos, Figura 1.6. A maior eficência estrutural destes materiais contribuiu para o melhor desempenho destes projetos. Até o ano de 2007, existiam pás com 60m de extensão, utilizadas em geradores de 5,0 MW de energia elétrica.



(a) (b)

Figura 1.6 – (a) Aerogerador instalado em cidade alemã com hélices de fibra de vidro. (b) Manufatura de uma pá da hélice na LM Glassfiber.

Segundo Hazim (1984), as indústrias aeronáutica e aeroespacial foram as pioneiras no desenvolvimento tecnológico de materias laminados reforçadas. Nos projetos de aeronaves, mísseis, foguetes ou satélites, o peso estrutural é muito importante para o custo operacional. Reduções no peso diminuem o consumo de combustível ou permitem o aumento da carga paga. O uso de estruturas de composto com baixo peso pode diminuir o custo efetivo, mesmo com o maior custo de aquisição e pesquisa deste material.

Um tipo de material composto bastante empregado na indústria aeronáutica são os materiais compósitos poliméricos reforçados (CPR) de fibra de carbono ou grafite. Atualmente, sua utilização vai desde simples painéis dos interiores das aeronaves até as estruturas primárias e secundárias das fuselagens, empenagens verticais e horizontais, e também dos painéis de comandos primários de vôo.

Tomando como exemplo as aeronaves E170 e E190 fabricados pela Embraer, Figura 1.7, nota-se que materiais compósitos são empregados em estruturas secundárias, como carenages, bordos de ataque da empenagem vertical e em superfícies móveis.

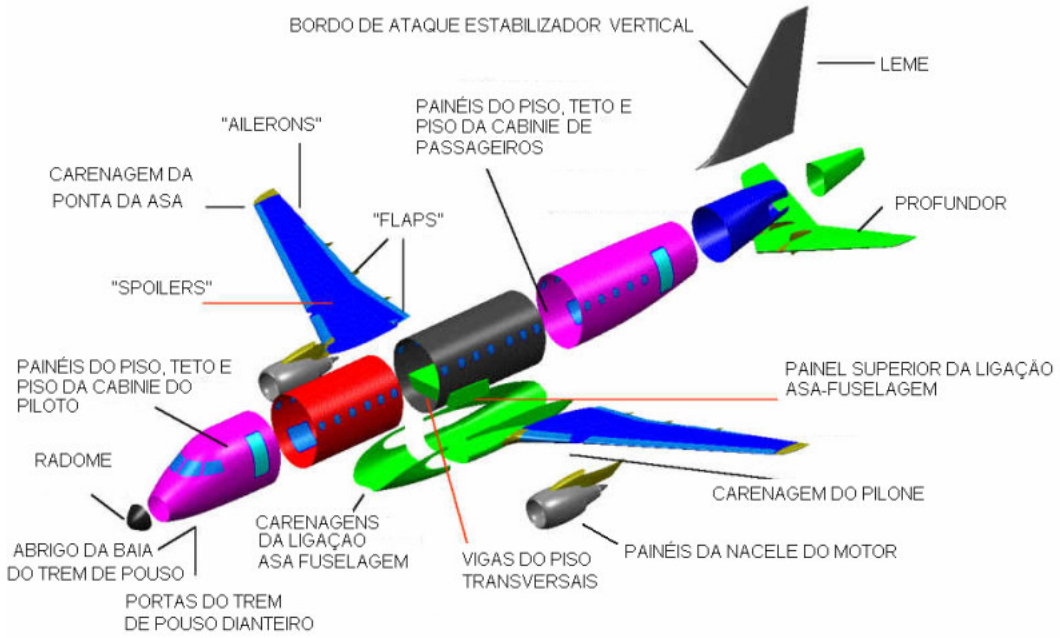


Figura 1.7 - Partes estruturais de material composto das aeronaves ERJ 170 e ERJ190.

Existem aeronaves para o transporte de pequeno número de passageiros com toda sua estrutura primária feita com materiais laminados reforçados. Outras aeronaves têm parte de sua estrutura primária com estes materiais. Os aviões Phenom 100 e Phenom 300, fabricados pela Embraer, possuem empenagens feitas de laminado de fibra de carbono.

A evolução mundial do uso dos matériais laminados em grandes aeronaves civis comerciais pode ser vista na Figura 1.8. As partes estruturais onde o laminado de CPR foi utilizado estão indicadas pela cor preta.

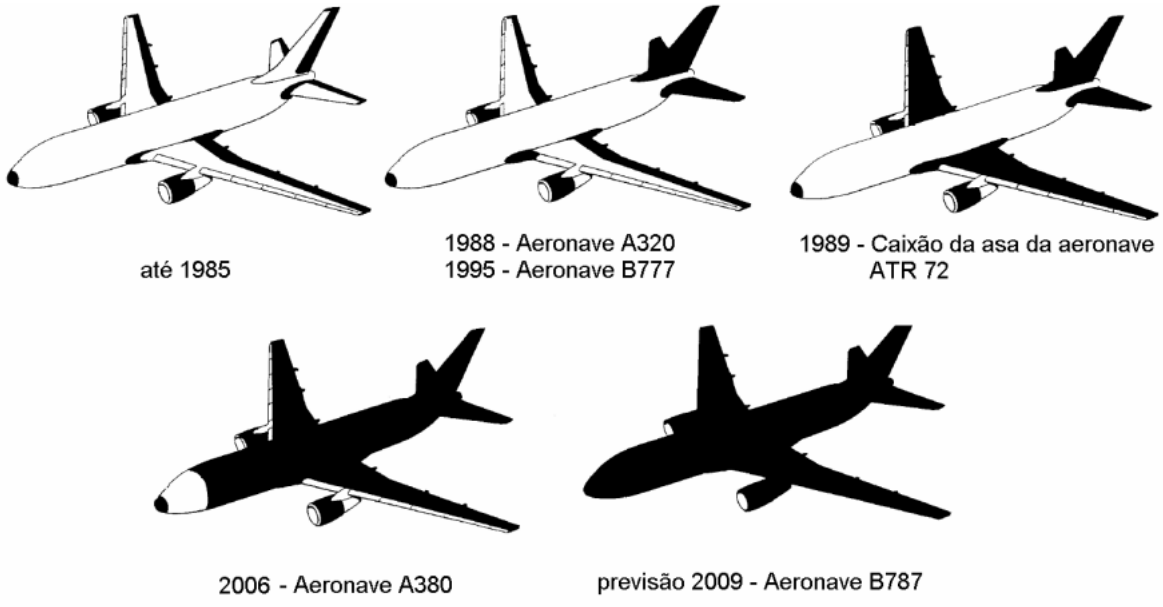


Figura 1.8 - Evolução do uso de materiais compósitos em aeronaves.

Segundo Middleton (1990), no ano de 1985, a empresa Airbus foi a primeira indústria a usar material composto na produção em série de estruturas primárias de aeronaves com a manufatura do estabilizador vertical do avião A310-300 em laminado reforçado com fibra de carbono.

A aeronave A320, produzida pela Airbus em 1988, e a aeronave B777, produzida pela Boeing em 1995, possuem o caixão da empenagem vertical e horizontal feitas de laminado de fibra de carbono.

O caixão estrutural da asa da aeronave ATR-72, em 1989, possui o revestimento e as longarinas feitas de laminado de fibra de carbono.

A aeronave A380, produzida pela Airbus em 2006, possui 25% do seu peso estrutural com peças feitas de matériais compósitos, sendo usadas extensivamente nas asas, algumas seções de fuselagem, nas empenagens e portas.

A Figura 1.9 ilustra o avião B-787 em fase de desenvolvimento pela indústria aeronáutica Boeing. Esta aeronave comercial conterá 50% de seu peso estrutural em material compósito. Sua entrega para os operadores é prevista no ano de 2009.

Portanto, o potencial cada vez maior de emprego dos materiais laminados motiva este trabalho.

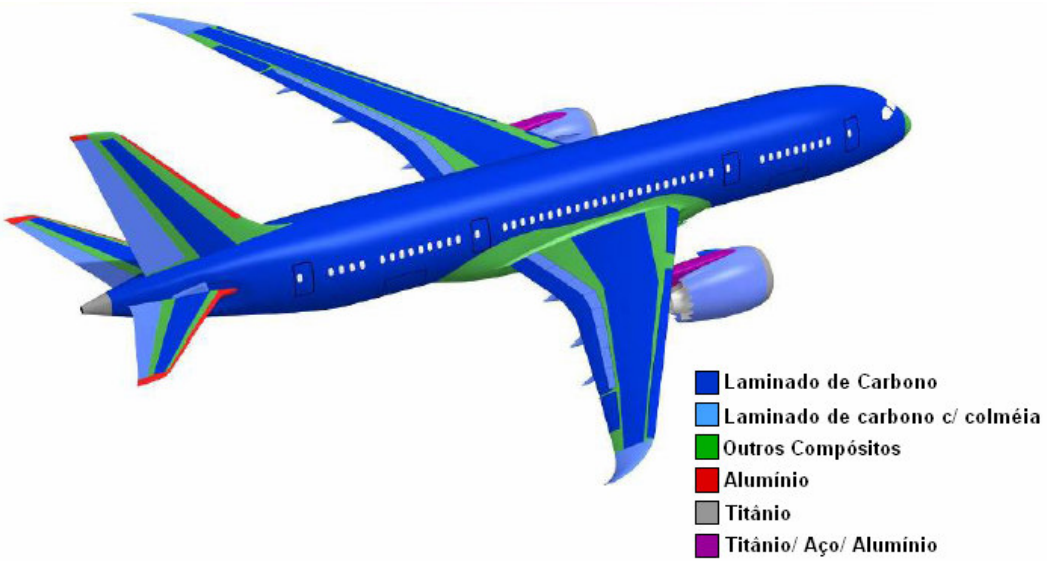


Figura 1.9 – Proposta de materiais na estrutura do avião Boeing 787.

1.3 Desafios do projeto estrutural com CPR

Os laminados reforçados de fibra de carbono possuem comportamentos desafiantes a um projeto estrutural: uma baixa resistência a impactos, uma baixa tolerância ao dano, e uma difiícil detecção de danos internos no material. Além disso, a predicção dos comportamentos

mecânico de uma estrutura de material CPR é mais difícil do que das peças feitas com materiais metálicos, devido a sua anisotropia, heterogeneidade e a seus modos complexos de falha (Feraboli, 2004). Estas características refletem diretamente na confiabilidade dos componentes fabricados, obrigando a utilização de elevados coeficientes de segurança durante a fase de desenvolvimento do projeto.

Um material anisotrópico requer um maior número de variáveis para sua caracterização mecânica quando comparado a um material isotrópico (Jones, 1998). Em laminados compósitos, é comum cada lâmina ser um material transversalmente isotrópico. Neste caso, uma relação tensão-deformação linear exigirá o levantamento de 5 constantes elásticas. Em contrapartida, um material isotrópico é determinado por apenas duas constantes independentes.

Um maior trabalho computacional é requerido na simulação numérica de um material laminado em relação a um material isotrópico (Fasanella, 2002). Embora uma lâmina normalmente seja transversalmente isotrópica, quando o carregamento não é aplicado na direção de seus planos de simetria, a matriz constitutiva tensão-deformação na direção do carregamento é similar a de um material anisotrópico. Esta matriz é composta normalmente por quase todos seus termos não nulos, exigindo, assim, um maior custo computacional. Maiores detalhes na determinação desta matriz são apresentados no apêndice *B*.

Hinton e Soden (1998) relataram a existência de uma falta de confiança nos critérios de falha de uso corrente, tanto no nível da lâmina, quanto no nível do laminado. Verifica-se uma falta de evidência de que os critérios de falha existentes sejam capazes de fornecer previsões acuradas e precisas, fora de limitadas condições.

A prática comercial mais conservadora desenvolve projetos de compósitos com cargas menores que 30% da capacidade última de carregamento. Isto fornece grande margem de segurança para acomodar perdas de desempenho devido à fadiga, influências ambientais, impactos, e outros incontáveis aspectos. Estas aproximações, baseadas em testes com corpos de prova e com elementos estruturais, foram empregadas nas grandes indústrias aeronáuticas, onde se criou um extenso banco de dados, com um grande custo econômico. Outras empresas menores seguiram esta mesma tendência, em uma menor escala. Estas aproximações de resultados de testes, combinados com generosas margens de segurança foram normalmente empregadas.

No entanto, esta visão tem se alterado pela necessidade de redução do peso das estruturas e pelo maior conhecimento atual deste material. Observam-se vários estudos para investigar

ou promover o desenvolvimento das teorias de falha e de torná-las mais úteis ou acuradas no desenvolvimento prático de projetos.

Icardi (2007) relata que as teorias de critérios de falha ainda não se mostram acuradas para todos os tipos de configurações de carregamentos, condições de contorno, seqüências de empilhamento e espessuras de laminados compósitos. O uso de laminados compósitos em estruturas primárias implica em um julgamento acurado da iniciação do dano, dos mecanismos de danificação, da falha e do comportamento após a falha. Todos estes itens são relevantes no estudo de sua resistência ao dano por impacto e de sua tolerância ao dano.

Pode-se definir a resistência ao dano como a habilidade da estrutura ou do material de suportar cargas sem ser danificada (Cairns e Lagace, 1992). O estudo da resitência ao dano causado por cargas de impacto irá predizer se ocorrem danos após uma estrutura ser impactada, e caso ocorram, mapeá-los. Para tal predição, este evento precisa ser modelado, sendo importante definir: as cargas na estrutura, as deformações locais, os critérios de falha e de degradação do material.

Niu (1992) argumenta que os materiais compósitos comparados aos metais possuem um pior comportamento de absorção de energia e danificam mais facilmente sob carga de impacto.

Segundo Middleton (1990), existem linhas de pesquisa que buscam melhorar a resistência ao dano em materiais laminados. Procura-se aumentar a densidade de energia de deformação das fibras, ou o uso de resinas com maior tenacidade, e a melhora das propriedades da interface fibra matriz através do tratamento superficial das fibras.

Os laminados de fibra de carbono são muito sensíveis à ocorrência de danos ocasionados por baixa energia de impacto. Já os compósitos de fibra de vidro e aramida são capazes de absorver mais energia que os de fibras de carbono.

Predizer corretamente a capacidade de resistência ao dano de estruturas feitas de materiais compósitos laminados sujeitas a cargas de impacto é um grande desafio. Importantes áreas de pesquisa em materiais compósitos no mundo estudam como estes danos se desenvolvem. São estudados os impactos em baixa velocidade (uma ferramenta caindo sobre o produto) e até em hipervelocidade (projéteis em aeronaves).

Para a previsão de danos por impacto a baixa velocidade em laminados faz-se necessário uma análise acurada dos deslocamentos e forças atuantes na estrutura. Daí o uso do método dos elementos finitos que é capaz de prever, sob certas limitações, o dano acumulado, considerando o comportamento não linear do material e da geometria e os efeitos dinâmicos (Freitas e Reis, 2000).

Um outro problema importante é identificar e quantificar a habilidade da estrutura ou do material funcionar com a presença de um determinado dano (Cairns e Lagace, 1992). Esta é a análise de tolerância ao dano.

A delaminação é um tipo de dano caracterizado pelo descolamento de duas lâminas, Figura 1.10. Schoeppner e Abrate (2000) indicam que as delaminações em CPR são muito preocupantes por reduzirem significativamente sua resistência, durabilidade e estabilidade.

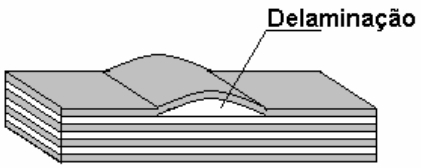


Figura 1.10 – Delaminação em uma placa laminada.

As delaminações são difíceis de serem detectadas visualmente. Podem ser causadas por baixa energia de impacto e normalmente causam pequenos efeitos na resistência residual à tração, mas reduzem significativamente a resistência residual à compressão. Testes de compressão denominados "Compression After Imapct" (CAI) são bastante requisitados e estudados em estruturas laminadas.

Na literatura, existe uma preocupação em se definir o intervalo de energia de impacto que cause um dano classificado como dificilmente visível ou BVID ("Barely Visible Impacted Damage") em um laminado. A viabilização da utilização do material laminado em peças críticas com tensões mais altas exige uma melhor predição dos efeitos no comportamento mecânico destes danos induzidos. Este fenômeno é amplamente estudado no mundo, e exige uma enorme campanha de ensaios.

Também é observado que os materiais laminados não apresentam um bom comportamento quanto à propagação de um dano (Christoforou, 2001). O crescimento das áreas danificadas normamenlte é rápido com a aplicação de cargas cíclicas.

Existem estudos para a melhora das propriedades de tolerância a dano do material laminado. Esta melhoria é conseguida com o uso de fibras que evitam concentrações de tensões, com fibras que desfribilam após sua falha, ou com a utilização de matrizes mais tenazes como as termoplásticas. Uma outra linha de pesquisa mundial para enfrentar o problema da baixa tolerância ao dano nos compósitos é feita através do desenvolvimento de métodos de detecção de danos mais viáveis comercialmente e capazes de detectar danos menores.

Toda peça estrutural importante precisa ser avaliada admitindo a possibilidade de existência de um dano não detectado durante sua montagem ou durante sua vida útil nas

inspeções requeridas pelo seu plano de manutenção. Quanto menor é a extensão de dano detectável pelos métodos de inspeção, maior é a possibilidade de redução do peso estrutual ou de aumento do intervalo de inspeção de uma peça.

As inspeções de delaminações não-destrutivas mais comuns em estruturas de CPR são feitas com aparelhos de ultra-som C-scan. Este equipamento visualiza uma projeção de todas as superfícies danificadas do laminado em um único plano. Como estas delaminações podem ocorrer em várias interfaces, a área de dano medida é uma indicação qualitativa do dano, e não pode ser usada para interpretar quantitativamente a resistência residual da placa (Abrate, 1998).

Existem outros fatores que também podem afetar significativamente as propriedades mecânicas do material laminado. São eles:

1) *A degradação das propriedades mecânicas das resinas devido à luz ou raios solares.*

Deve-se evitar que as resinas poliméricas sejam expostas à ação prolongada de luz ultravioleta, pois as mesmas irão se degradar, alterando assim as propriedades finas da estrutura fabricada em plástico reforçado (Tita, 2004). As propriedades físico-químicas da resina afetam profundamente as propriedades da lâmina. Variações na sua formulação podem comprometer o desempenho do componente e sua durabilidade ao longo do tempo.

2) *A influência das variações ambientais nas propriedades mecânicas.*

Segundo Niu (1992), os materiais compósitos apresentam degradação estrutural sob temperaturas extremas ou em condições de umidade. A estabilidade térmica e a temperatura máxima de serviço do componente em plástico reforçado são determinadas pelas propriedades da resina polimérica.

3) A f*adiga ou degradação das propriedades mecânicas com cargas cíclicas*.

Em materiais compósitos, a fadiga pode ocorrer através de mecanismos diferentes de um material isotrópico comum. O senso comum é que novos limites elásticos podem ocorrer no material após aplicação de tensões repetidas abaixo de uma carga de falha estática. As fibras usualmente não são sensíveis à fadiga. Trincas tendem a se formar na matriz ou na interface fibra-matriz, em resposta as tensões de tração local. Estas se propagam com baixa energia, paralelas às direções das fibras. Estas trincas tendem a se desviar na direção da interface das lâminas e formar delaminações. Este processo leva à degradação geral do material e não produz trincas discretas como ocorrem nos metais.

O material laminado é mais suscetível a degradações oriundas de cargas cíclicas de tensão de cisalhamento.

De acordo com Middleton (1990), fadiga não é um problema usual nos projetos de laminados de fibra de carbono atualmente. A maioria dos mecanismos de falhas neste material ocorre com deformações maiores que 0,6%, e os componentes são projetados com deformações inferiores a 0,5%, devido a efeitos de danos de impacto na resistência estática. No entanto, à medida que os materiais empregados aliviarem o problema de impacto e as deformações nos projetos aumentarem, a fadiga passará a ter uma maior importância.

1.4 Objetivo e organização

O objetivo deste trabalho é desenvolver uma metodologia de simulação numérica para a estimativa de danos em placas de CPR causados por uma carga de impacto de baixa velocidade.

No capítulo 2, uma revisão bibliográfica do comportamento mecânico do material laminado é feita com foco na sua resistência ao dano a cargas de impacto. Inicia-se o estudo do fenômeno pelos seus mecanismos de falha. Os conceitos e as teorias de critério de falha e danificação de uma lâmina são apresentados. Dois critérios de falha selecionados na literatura foram mais detalhados: o de máxima tensão e o de Hashin. Uma modificação no critério de Hashin é proposta para uma melhor aplicação em laminados de tecido bi-direcional. São também explicadas quatro propostas de critérios de danificação da lâmina. Finaliza-se este capítulo, elegendo os parâmetros importantes no fenômeno e explanando os modelos matemáticos empregados pela literatura para análise de impacto.

No capítulo 3, as propriedades do material das lâminas utilizadas nos corpos de provas de impacto são caracterizadas. Toda a campanha experimental e a metodologia de processamento dos dados dos ensaios de baixa velocidade são descritas. Em relação à simulação numérica, são apresentadas as diferentes metodologias e as configurações dos modelos numéricos.

No capítulo 4, os resultados experimentais e numéricos são apresentados e analisados. O desenvolvimento das análises procurou relacionar os resultados em função da energia de impacto. Foram avaliadas: a condição de contorno numérica adequada, a representação das flexibilidades das placas modeladas, a qualidade dos resultados experimentais e a influência da massa do impactador nos resultados com impactos de mesma energia. Após todas estas verificações, as forças atuantes no impactador ao longo do tempo e as áreas de danos dos ensaios experimentais e das simulações numéricas são comparadas entre si e analisadas.

No capítulo 5, são sumarizadas as conclusões do trabalho.

2 COMPORTAMENTO MECÂNICO DE UM MATERIAL LAMINADO

Vinson e Sierakowski (1987) e Jones (1998) relatam que os estudos do comportamento mecânico dos materiais compósitos e sua representação numérica podem ser feitos a partir de dois pontos de vista: micromecânico e macromecânico. Os conceitos básicos destas análises são mais detalhadamente explicados no Apendice B. Foi dado um maior enfoque nos fundamentos das teorias de análise macromecânica da lâmina e do laminado, pois estas são utilizadas nas simulações numéricas deste trabalho.

Procurando compreender melhor o comportamento mecânico da falha de um material laminado, inicialmente serão apresentados os seus possíveis mecanismos de falha e a influência das propriedades de seus constituintes para a resistência à falha.

Segue-se o estudo abordando os critérios de falha e de degradação macromecânicos que podem ser utilizados em um projeto estrutural com CPR. No nível da lâmina, serão mais bem explicados os critérios selecionados para as simulações numéricas. Ressalta-se que é apresentada uma proposta de modificação no critério de falha de Hashin, para sua aplicação em lâminas reforçadas com tecido bidirecional. Além disso, foram propostos quatro possíveis critérios de danificação da lâmina para a análise de falha progressiva do laminado.

Por último, serão apresentandos parâmetros importantes e modelos matemáticos utilizados na análise de placas laminadas submetidas a cargas de impacto.

2.1 Mecanismos de falha

De acordo com Hinton e Soden (1998), uma característica fundamental das estruturas de material compósito é que, na maioria dos casos, a falha não é um único evento, mas uma seqüência gradual de micro trincas, delaminações e falha das fibras levando ao colapso da estrutura.

A busca pelo entendimento micromecânico da falha ajuda a compreender como são os mecanismos de falha. Um laminado compósito polimérico pode sofrer diversos tipos de falhas. Elas podem ocorrer na fibra, na matriz ou na interface entre eles.

Quanto ao **modo de ruptura nas fibras**, tem-se que o mesmo depende de uma série de fatores, tais como: material, diâmetro, comprimento das fibras, fração volumétrica, orientação das fibras, e carregamentos aplicados.

Carregamentos de tração podem causar a ruptura das fibras, dependendo sensivelmente do grau de adesão entre a fibra e matriz polimérica. A falha por tração na direção longitudinal por ruptura das fibras normalmente é catastrófica.

Carregamentos de compressão podem induzir a falha da fibra através de microflambagem ou pelo cisalhamento da mesma, conforme ilustrado na Figura 2.1. A micro-flambagem das fibras causa fratura das mesmas por cisalhamento na forma de "kink bands", Figura 2.2.

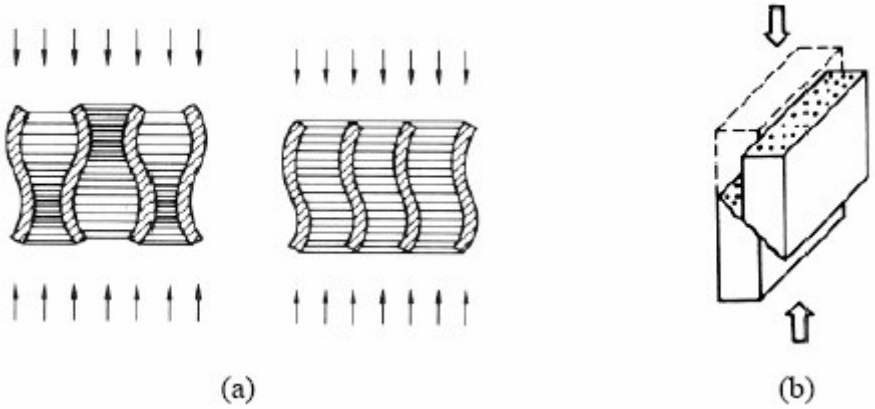


Figura 2.1 - Mecanismos de falha a compressão: (a) microflambagem e (b) Cisalhamento (Agarwal e Broutman, 1990)

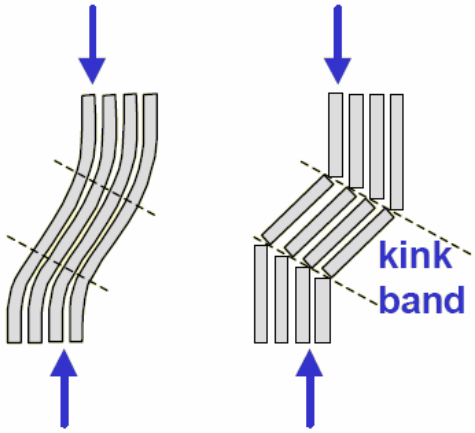


Figura 2.2 – Falha da fibra por microflambagem.
(Almeida, 2003)

O cálculo da carga de falha por compressão pela micro-flambagem da fibra é baseado na flambagem destas em um meio elástico (matriz). Esta resistência é dominada pelas propriedades elásticas da fibra e da matriz.

Neste trabalho, são estudados os laminados com fibras de carbono. Esta fibra é um material de alta resistência, de comportamento frágil. Consequentemente, as falhas nas fibras, em geral, ocasionam a fratura total do laminado.

Uma importante propriedade de resistência de um laminado a cargas de impacto é a energia de iniciação de danos, denominada neste trabalho de energia limítrofe ou "threshold" (E_{th}). De acordo com Middleton (1990), quanto maior for a densidade de energia de deformação das fibras, maior é a contribuição para o aumento de E_{th} do laminado. A densidade de energia de deformação é definida pela área abaixo da curva tensão deformação de um material.

Os laminados de fibras de carbono são muito suscetíveis a dano por cargas de impacto de baixa energia. O aumento da resistência das fibras de carbono busca aumentar significativamente sua energia de deformação até a falha, melhorando assim sua resistência ao impacto (Middleton, 1990).

As fibras de vidro se destacam por possuírem uma das maiores densidades de energia de deformação. Como o laminado de resina epóxi reforçado com fibra de vidro tipo *S* possui uma tenacidade a impacto muito alta, ele é utilizado em estruturas com a função de proteção balística. Como mostrado na Figura 2.3, em ensaios de absorção de energia de impacto de Charpy, os laminados de resina epóxi reforçados com de fibra de vidro tipo S são de 4 a 7 vezes mais resistentes a impacto do que os laminados de fibra de carbono de alta resitência e 35 vezes mais resistentes que os laminados reforçados com fibras de carbonos de alta rigidez.

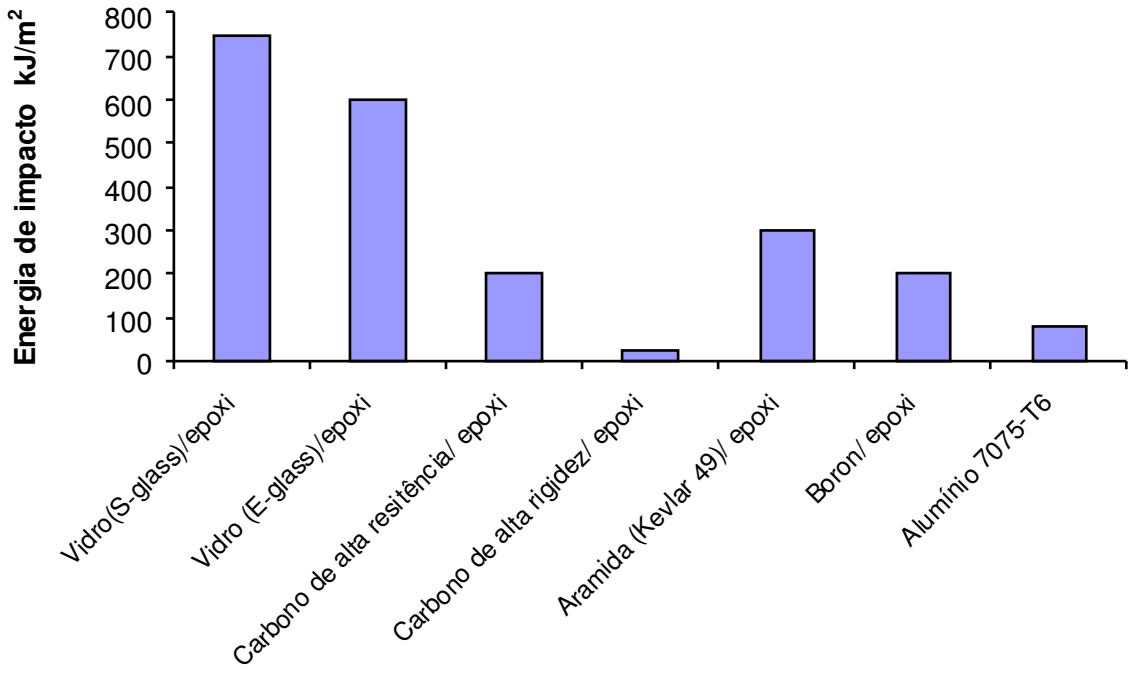


Figura 2.3 – Comparação da energia de absorção de impacto no ensaio de Charpy de alguns laminados compósitos e de um alumínio. (Barker, Dutton e Kelly, 2005).

As fibras de aramida também possuem uma boa propriedade de densidade de energia de deformação. Vale ressaltar que os laminados de fibras de aramida, após o início de sua danificação, possuem uma tendência de desfibrilar, de tal maneira que podem ser fletidas em raios pequenos sem falhar, dificultando o seu corte por um projétil impactante.

Fibras de vidro e de aramida são utilizadas a seco ou laminadas em resinas como armaduras de baixo peso. Elas podem ser utilizadas como superfícies protetoras dos laminados compósitos de fibra de carbono, em laminados híbridos.

Segundo Barker, Dutton e Kelly (2005), os laminados CPR de tecidos de fibra de carbono apresentam um menor dano para um determinado nível de energia de impacto comparado a materiais feitos com fibras de carbono unidirecionais, porque o crescimento dos danos entre as camadas é contido pelas fibras.

Referente à **falha na matriz** de um laminado, a resina normalmente possui uma resistência inferior à das fibras da lâmina. Conseqüentemente, as falhas na matriz podem ocorrer com uma carga bastante abaixo da carga de fratura do laminado.

As falhas na matriz podem ser intralaminares, translaminares e interlaminares.

As falhas intralaminares e translaminares na matriz são trincas que se desenvolvem paralelamente à direção das fibras, Figura 2.4. Essas trincas comprometem a rigidez e a capacidade portante da lâmina para carregamentos transversais ou de cisalhamento.

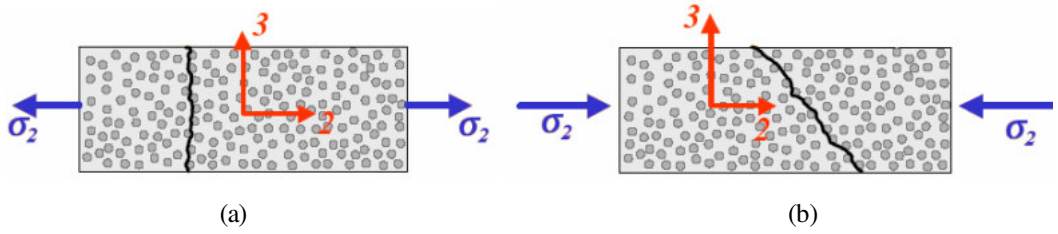


Figura 2.4 – Falha na matriz: (a) intralaminar, (b) translaminar (Almeida, 2003).

A falha por tração da matriz é observada na direção transversal da lâmina, e esta se dá por trincas transversais na matriz.

A falha da matriz por compressão é observada na direção transversal da lâmina, e em geral, se dá por cisalhamento, com formação de trincas paralelas às fibras, formando trincas translaminares. A interface fibra matriz é dominante neste tipo de falha.

Existe também a falha por cisalhamento no plano da lâmina, que ocorre pela formação de trincas paralelas às fibras, Figura 2.5. A propriedade da interface fibra matriz também é dominante. No caso em que este carregamento for paralelo aos eixos principais da lâmina, observa-se que o sinal da carga do cisalhamento no plano não afetará a resistência.

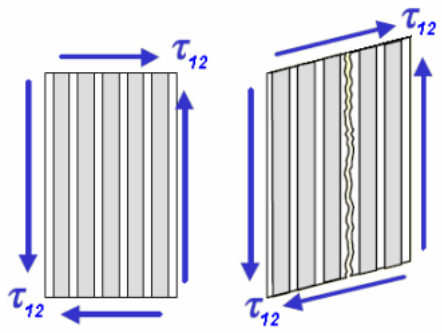


Figura 2.5 – Falha na matriz ou na interface matriz e fibra por esforço de cisalhamento no plano da lâmina (Almeida 2003).

Choi, Wang e Chang (1992a) e (1992b) estudaram os mecanismos básicos de iniciação da falha de danos ocorridos em placas laminadas submetidas a uma carga de impacto em um ponto ou em uma linha transversal ao plano do laminado. Eles concluíram que as trincas na matriz de tração são oriundas dos esforços de flexão do plano. As trincas de cisalhamento na seção transversal do laminado são formadas pela tensão de compressão da endentação. Eles também concluem que a seqüência de empilhamento do laminado afeta mais significativamente o dano por impacto do que a alteração da espessura. Laminados com uma seqüência de empilhamento mais uniforme possuirão uma maior resistência ao impacto.

Freitas e Reis (2000) fizeram estudos em placas de laminados compósitos de fibra de carbono unidirecionais e resina epóxi submetidas a um impacto pontual com energia próxima ao início de danificação. Eles concluiram que as trincas na matriz são o principal modo de ruptura e são originadas principalmente pelos esforços de cisalhamento no plano da lâmina.

Segundo Abrate (1998), após um impacto, ocorrem trincas ou fraturas na matriz arranjadas de uma maneira bastante complicada e difícil de serem previstas. Enquanto estas trincas na matriz são pequenas, elas não contribuem significativamente para a redução das propriedades de resistência residual do laminado. Entretanto, o processo de dano normalmente é iniciado por estas trincas intralaminares na matriz, que induzem as falhas interlaminares.

As **falhas interlaminares** são trincas que se desenvolvem na interface entre duas camadas podendo causar a delaminação das camadas. A delaminação é o descolamento entre duas lâminas adjacentes. As falhas interlaminares são causadas pelos componentes de tensão fora do plano (σ_{xz}, σ_{yz} e σ_z), Figura 2.6. Como não há fibras na direção "z" do laminado, esta falha pode frequentemente ocorrer com baixos valores de tensões. No entanto, este tipo de falha é mais difícil de ser previsto numericamente, porque estas tensões não são consideradas pela Teoria Clássica da Laminação (TCL).

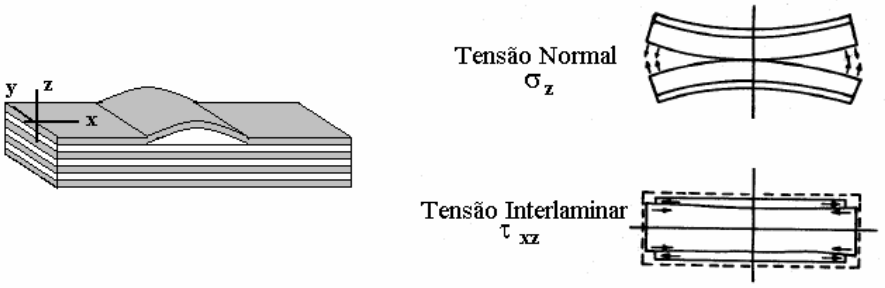


Figura 2.6 – Delaminações causadas com tensões interlaminares e normais.

As trincas de cisalhamento na matriz estão localizadas internamente na camada e irão criar grandes delaminações ao longo de sua interface inferior. Também se forma uma pequena e confinada delaminação na interface superior da lâmina falhada, Figura 2.7 (a).

As trincas por tração da matriz, oriundas pela flexão, estão localizadas internamente na camada. Elas começam na camada mais superficial e induzem delaminações na interface superior da lâmina, Figura 2.7 (b).

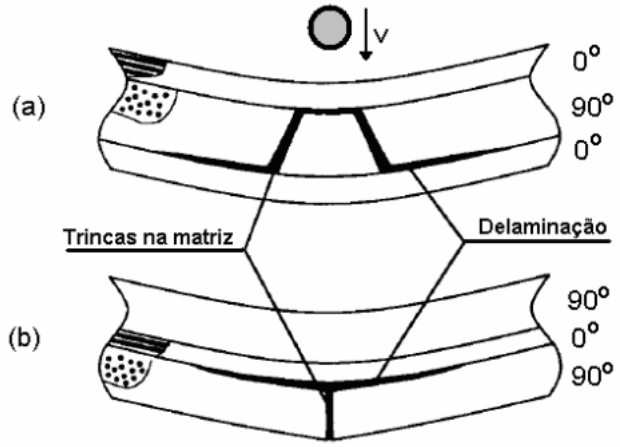


Figura 2.7 – Mecanismos de dano em um CPR sujeito a um impacto. (a) Delaminação induzida por trincas de cisalhamento. (b) Delaminação induzida por trincas de tração oriunda da flexão da placa. (Choi, Wang e Chang, 1992)

Estes mecanismos de múltiplas falhas de delaminação com algumas fibras rompidas na face oposta ao impacto ocorrem normalmente em placas de laminado compósitos de fibra de carbono bi-apoiada sujeita a impacto de baixa energia (Middleton, 1990).

De acordo com Abrate (1998), em laminados reforçados com fibras unidirecionais, uma placa impactada por cima terá uma interface de delaminação oblonga (formato de "amendoim") com o eixo maior no sentido do eixo das fibras da camada inferior. Se duas camadas adjacentes possuem uma mesma orientação de fibra, nenhuma delaminação será introduzida na interface entre elas. A área de delaminação de placas laminadas reforçadas com fibras de carbono unidirecionais submetidas a impacto de baixa energia é altamente

dependente do número de interfaces com diferentes orientações das fibras (Freitas e Reis, 1998 e 2000).

Outra propriedade muito importante é a tenacidade, definida como a capacidade do material de resistir à formação e à propagação de trincas. Defeitos de fabricação na matriz (vazios e delaminações) criam concentrações de tensões que favorecem a criação e o crescimento de trincas. A matriz mais tenaz é mais tolerante à presença de defeitos, e também mais resistente à formação de danos causados por impacto. Os polímeros termoplásticos são mais tenazes do que os termorrígidos, mas são mais caros e difíceis de processar. A tenacidade de matrizes termorrígidas pode ser melhorada pela adição de termoplásticos.

A Figura 2.8 mostra uma micrografia indetificando vários mecanismos de danos internos em uma placa laminada com fibra de carbono unidirecionais 0/90 e resina epóxi submetida ao impacto de baixa energia em um ponto (Mitrevski, Marshall e Thomson, 2006)

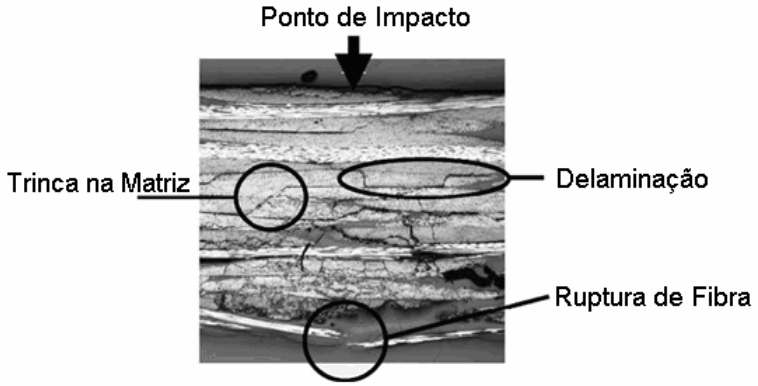


Figura 2.8 – Micrografia identificando vários mecanismos de danos internos. (Mitrevski, Marshall e Thomson; 2006).

Quanto aos **modos de falha da interface fibra-matriz**, tem-se que os mesmos dependem da interação físico-química da fibra e da matriz. Segundo Hull (1981), a interface é um parâmetro dominante para a avaliação da tenacidade a fratura, pois ela define qual será o modo de danificação ou falha da lâmina.

Segundo Anderson (2005), compósitos que possuem uma fraca interação fibra-matriz sofrerão quebra da interface, proporcionando o descolamento entre a fibra e matriz ("debonding") (Figura 2.9, mecanismo (3)). Para compósitos com uma forte interação, haverá provavelmente o rompimento da fibra que produzirá o mecanismo de "pull-out" (Figura 2.9, mecanismo (1)). Se o compósito possui fibras de alta resistência, mais frágeis, com uma matriz dútil e interface forte, antes da ocorrência do "Pull-out" observa-se o mecanismo de "Fiber Bridging" (Figura 2.9, mecanismo (2)). No estudo da propagação destas trincas formadas e da resistência residual, verifica-se que a região da ponta da trinca concentra altas

tensões, podendo levar à fratura da fibra (Figura 2.9, mecanismo (4)) ou a danificação da matriz (Figura 2.9, mecanismo (5)).

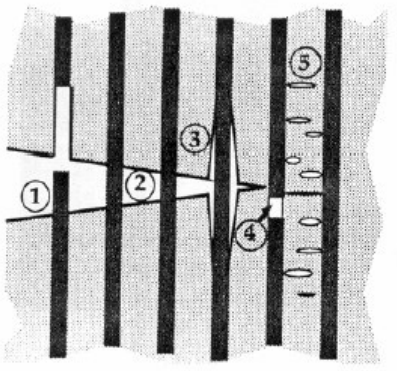


Figura 2.9 - Mecanismos de danificação em CPR (Anderson, 1995).

Diferentes níveis de tratamento superficial das fibras alteram a resistência da ligação fibra e matriz. Estes tratamentos superficiais podem aumentar a rugosidade da superfície das fibras ou adicionar mecanismos de encaixe nesta interface. Existem também tratamentos químicos que agem nas moléculas da superfície da fibra e reagem com a outra molécula da matriz.

Middleton (1990) observa que com o aumento da adesão fibra-matriz com a gradação de um tratamento superficial das fibras tende a diminuir a resistência à tração do laminado. No entanto, este tratamento aumenta a resistência do laminado a cargas de compressão. A tolerância ao dano de um laminado de fibra de carbono sujeito à carga de baixo impacto, com uma gradação de um tratamento superficial das fibras, é mostrada na Figura 2.10.

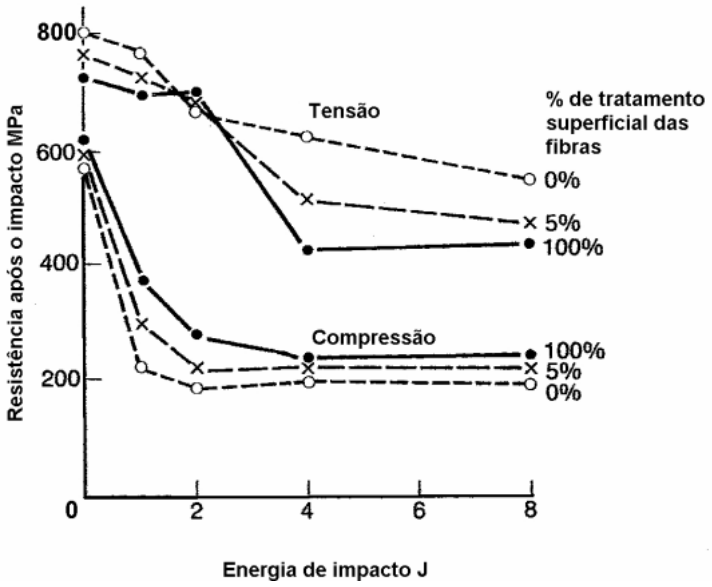


Figura 2.10 – Efeito do aumento do tratamento superficial das fibras na tensão residual de tração e compressão após impactos de baixa energia em compósitos de fibra de carbono (Middleton, 1990).

Devido à maior perda de resistência à compressão após danos por impacto (em torno de 1/3 da resistência sem dano) a realização de tratamentos nas superfícies das fibras de carbono otimiza o seu uso.

Middleton (1990) relata que em laminados de fibras de vidro, após a danificação por um impacto, grandes áreas delaminam, espalhando o carregamento e evitando concentrações de tensões, e possuem um melhor comportamento de tolerância ao dano.

2.2 Critérios de falha

O conceito de falha em materiais laminados pode ser classificado em três níveis: o critério de falha da lâmina, o critério de falha do laminado, e o critério de falha estrutural.

O estudo de um critério de falha de uma lâmina define os possíveis estados de tensões em que a falha ocorre. As descrições dos principais critérios de falha da lâmina de CPR são apresentadas neste capítulo.

Quando se avalia a falha do laminado, é questionado se esta ocorre quando apenas uma das lâminas falha, ou quando todas falham. Neste último caso, a análise numérica precisa considerar a falha progressiva das lâminas, sendo necessário recorrer às teorias de danificação da lâmina.

O último nível de critério de falha é o estrutural. O foco deste critério é o cumprimento do objetivo da peça estrutural em um projeto. Define-se um critério de dano admissível na peça projetada.

Através da Figura 2.11 busca-se ressaltar que estes conceitos de falha são diferentes, mas estão relacionados entre si. Os danos admissíveis em uma peça estrutural definido por um critério estrutural estão relacionados com o critério de falha adotado para uma lâmina.

Figura 2.11 – Conceitos de critérios de falha.

2.2.1 Critérios de falha da lâmina

A predição ideal de falha em uma lâmina deve definir uma acurada descrição do estado de dano envolvido no nível microestrutural, relacioná-lo com as respostas macroestruturais, e ser escrita em uma forma geral e útil para o desenvolvimento de novos projetos.

Vale ressaltar que devido à característica ortotrópica de uma lâmina, a aplicação de qualquer critério de falha para o material compósito necessita, como primeiro passo, da transformação das tensões calculadas para as direções principais do material. A Figura 2.12 ilustra as tensões e direções principais de um laminado unidirecional. Nas lâminas reforçadas com mantas trançadas ou tecidos bidirecionas, nomeia-se direção 1 aquela que possui maior rigidez. É considerado que a lâmina esteja em um estado plano de tensões. O cálculo básico desta transformação das tensões é explicado no apêndice *B*.

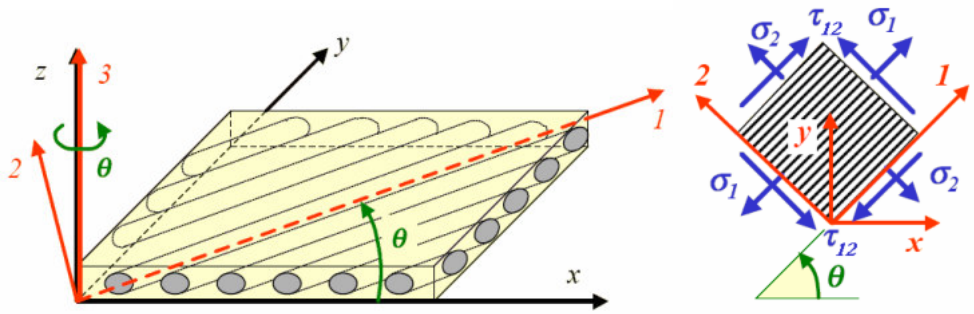


Figura 2.12 - Tensões e eixos principais do material laminado em relação ao eixo X-Y de um sistema global.

As tensões admissíveis obtidas com os ensaios unidimensionais coplanares à lâmina são denominadas X_t, X_c, Y_t, Y_c e S, onde X é a tensão admissível na direção 1 da lâmina, e Y na direção 2. Os índices t e c indicam tração e compressão respectivamente. S é a tensão admissível de cisalhamento τ_{12}. A tensão admissível de cisalhamento interlaminar, no plano 31 ou 32 da lâmina, é designada S_2.

As teorias de falha mais simples são os critérios de máxima tensão e o de máxima deformação (Matthews e Rawlings, 1994). Mendonça (2005) relata que o critério da máxima tensão foi apresentado por Jenkins (1920). Ele é uma extensão da teoria de máxima tensão normal usada para materiais isotrópicos. Esta teoria afirma que as tensões principais do material devem ser menores que as tensões de resistência nas respectivas direções de carga.

Segundo Mendonça (2005), o critério da máxima deformação para CPR foi proposto por Waddoups (1987), sendo uma extensão da teoria de máxima deformação usada para materiais isotrópicos. Esta teoria é muito análoga à teoria de máxima tensão, no entanto são impostos limites nas deformações nas direções principais do material. Observa-se que este critério se

comporta de maneira similar ao da teoria de máxima tensão, porém apresenta com freqüência erros maiores. Um dos pontos que explicam a inexatidão de alguns resultados é a relação linear entre a tensão e a deformação até a ruptura implícita neste critério. Na realidade, é usual a não-linearidade desta relação tensão-deformação até a ruptura das lâminas, principalmente no cisalhamento de matrizes poliméricas.

Icardi (2007) avaliou diferentes critérios de falha interativos de lâminas de compósito. Ele classifica a existência de duas famílias de critérios de falha interativos: os critérios de falha generalizados e os fisicamente baseados.

Os critérios de falha generalizados assumem as lâminas compósitas homogêneas, anisotrópica, e combinam os diferentes tipos de falha em uma aproximação polinomial. O critério de falha generalizado mais popular é o critério de falha quadrático de Tsai e Wu (1971). Outros critérios de falha generalizados populares são: Hill, Tsai-Hill e Hoffman.

Hill (1948) considerou que o critério de Von Mises, proposto para o início de escoamento em metais isotrópicos, poderia ser modificado para incluir efeitos de anisotropia de materiais ortotrópicos idealmente plásticos, conforme a equação:

$$A(\sigma_1-\sigma_2)^2+B(\sigma_2-\sigma_3)^2+C(\sigma_3-\sigma_1)^2+2D(\tau_{12}^2)+2E(\tau_{23}^2)+2F(\tau_{31}^2)=1 \qquad \textbf{(2-1)}$$

A vantagem desta equação é a determinação dos coeficientes do material em termos de ensaio de tensões de falha unidimensionais uniaxiais e de cisalhamento. Mas sua desvantagem é assumir que a tensão hidrostática não exerce influência na falha do material. Esta aproximação pode ser muito boa para metais, mas certamente não é válida para laminados de CPR.

Tsai (1965) utilizou o critério de Hill desenvolvido para um estado triaxial de tensão e o aplicou em um material laminado com fibras unidirecionais, considerando que este material é transversalmente isotrópico no plano 2-3 (critério de Tsai-Hill).

Hoffman (1967) fez uma extensão do critério de Hill adicionando termos de tensão linear na expressão. Segundo Mendonça (2005), o critério de Hoffman tem sido bastante utilizado em problemas com a falha frágil de fibras em laminados de CPR, e em problemas de plasticidade em metais.

Tsai e Wu (1971) representaram o critério de falha em uma forma geral quadrática das tensões, dado por:

$$F_i\sigma_i+F_{ij}\sigma_i\sigma_j=1 \qquad \textbf{(2-2),}$$

onde i = 1, 2, ...6 e j = 1, 2,...6.

Aplicando esta expressão para lâminas em estado plano de tensões, e considerando o fato de que a falha do material não é sensível ao sinal da tensão de cisalhamento no plano da lâmina, a expressão de critério de falha de Tsai-Wu reduz-se a:

$$F_{11}\sigma_1^2 + F_{22}\sigma_2^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{66}\tau_{12}^2 + F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 = 1 \qquad \textbf{(2-3),}$$

com as constantes F_{11}, F_{22}, F_1 e F_2 sendo obtidos através de ensaios de falha unidimensionais uniaxiais, e F_{66} com um ensaio de falha de cisalhamento puro no plano da lâmina. A determinação do termo F_{12} é obtida com testes de falha biaxiais, que são complicados e caros.

Pipes (1973) apresenta estudos em lâminas de boro/epóxi mostrando que uma grande variação do valor de F_{12}, induz pequenas variações nos resultados, independente da orientação da solicitação da carga.

Em vista da dificuldade de obtenção experimental de F_{12} e da relativa indiferença do critério quanto ao seu valor exato, Tsai e Hahn (1980) propuseram uma forma direta e aproximada de cálculo deste fator, baseado em dados experimentais unidirecionais.

A grande vantagem do critério de Tsai-Wu frente às teorias anteriores inspiradas no critério de Von-Mises, é que sua forma tri-dimensional leva em conta o efeito da componente hidrostática das tensões. Comparado aos critérios apresentados anteriormente, o critério de Tsai-Wu apresenta melhores resultados no caso de tensões normais compressivas.

No entanto, a utilização e a interpretação do critério de Tsai-Wu mostram alguns problemas intrínsecos. A representação de distintos modos de falha em uma única função de aproximação não é muito coerente. Expressões não esperadas fisicamente são encontradas, e.g.: falha com carregamentos biaxiais de tração dependentes dos admissíveis de compressão. Outro problema é a difícil caracterização do modo de falha do material. Esta informação é muito importante para o estudo de falha progressiva de laminados.

Hashin e Rotem (1973) e Hashin (1980) fundaram uma nova geração de critérios de falha, onde os vários modos de falha do material são descritos por equações individuais. O critério de falha de Hashin desenvolvido para laminados unidirecionais será mais detalhadamente explicado. Neste trabalho, será proposta uma modificação neste critério para a aplicação em laminados com tecidos bidirecionais.

2.2.1.1 Critério da máxima tensão

Existem cinco critérios distintos, sem nenhuma interação entre as tensões. São eles:

- Tração na Fibra:

$$\frac{\sigma_1}{X_T} = 1 \qquad \textbf{(2-4)}$$

- Compressão na Fibra:

$$\frac{|\sigma_1|}{X_C} = 1 \qquad \textbf{(2-5)}$$

- Tração na Matriz:

$$\frac{\sigma_2}{Y_T} = 1 \qquad \textbf{(2-6)}$$

- Compressão na Matriz:

$$\frac{|\sigma_2|}{Y_C} = 1 \qquad \textbf{(2-7)}$$

- Cisalhamento na Matriz:

$$\frac{|\tau_{12}|}{S} = 1 \qquad \textbf{(2-8)}$$

Estas aproximações da superfície de falha por planos paralelos aos planos de coordenadas formam um paralelepípedo retangular em um espaço tridimensional, apresentado na Figura 2.13.

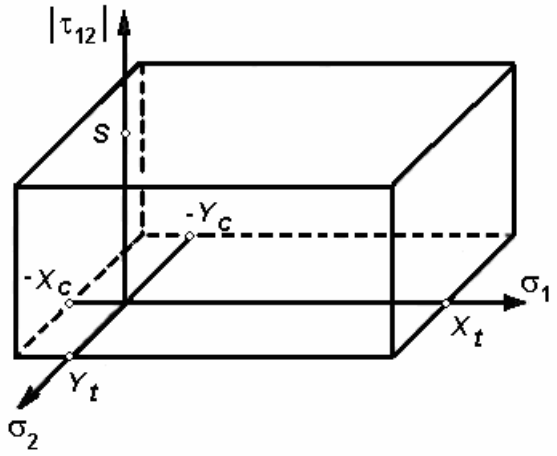


Figura 2.13 – Superfícies de falha do critério de máxima tensão.

Segundo Mendonça (2005), em lâminas unidirecionais, esta teoria fornece boa aproximação para ângulos de carregamento em relação à direção das fibras na faixa de 45º a 90º, e fornece erros não conservativos de até 40% na faixa entre 15° a 35°.

2.2.1.2 Critério de Hashin

Hashin (1980) apresentou um critério de falha interativo para lâminas reforçadas com fibras unidirecionais, com equações fisicamente baseadas e distintas para cada modo de falha. Ele desenvolve seu critério de falha a partir dos invariantes de tensão em relação às rotações em torno do eixo 1, deduzidos dos invariantes isotrópicos do tensor de tensões, considerando que a lâmina é transversalmente isotrópica no plano 2-3. Estes invariantes são:

$$I_1 = \sigma_1 \qquad \textbf{(2-9.a)}$$

$$I_2 = \sigma_2 + \sigma_3 \qquad \textbf{(2.9.b)}$$

$$I_3 = \tau_{23}^2 - \sigma_2\sigma_3 \qquad \textbf{(2.9.c)}$$

$$I_4 = \tau_{12}^2 + \tau_{13}^2 \qquad \textbf{(2.9.d)}$$

$$I_5 = 2\tau_{12}\tau_{23}\tau_{13} - \sigma_2\tau_{13}^2 - \sigma_3\tau_{12}^2 \qquad \textbf{(2.9.e)}$$

Uma aproximação quadrática em função dos quatro primeiros invariantes é dada por:

$$A_1 I_1 + B_1 I_1^2 + A_2 I_2 + B_2 I_2^2 + C_{12} I_1 I_2 + A_3 I_3 + A_4 I_4 = 1 \qquad \textbf{(2-10)}$$

O invariante I_5 não foi utilizado, por ser um termo cúbico em tensões, que não se adequou à aproximação quadrática proposta por Hashin.

Aplicando as equações (2.9) em (2.10), para o caso de cisalhamento puro no plano e transversal à lâmina, obtém-se:

$$A_3 = \frac{1}{S_2^{\,2}} \qquad \textbf{(2-11.a)}$$

$$A_4 = \frac{1}{S^2} \qquad \textbf{(2.11.b)}$$

O critério de Hashin assume dois principais modos de falha: da fibra e da matriz. No primeiro, a lâmina falha pela ruptura da fibra com cargas de tração, ou pela flambagem com cargas de compressão. As falhas na matriz são assumidas paralelas às fibras.

Baseando-se no comportamento físico do material, é adotada a hipótese de que a falha das fibras só ocorre pela influência das tensões σ_1, τ_{12} e τ_{13}. Verifica-se também que não há dependência entre a falha da fibra e a tensão σ_2 e entre a falha da matriz e a tensão σ_1. Combinando todas estas hipóteses na equação (2-10), as equações de falha para os dois modos são:

- Falha da fibra:

$$A_1\sigma_1 + B_1\sigma_1^2 + \frac{1}{S^2}\left(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2\right) = 1 \qquad \textbf{(2-12)}$$

- Falha da matriz:

$$A_2\left(\sigma_2 + \sigma_3\right) + B_2\left(\sigma_2 + \sigma_3\right)^2 + \frac{1}{S_2^2}\left(\tau_{23}^2 - \sigma_{22}\sigma_{33}\right) + \frac{1}{S^2}\left(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2\right) = 1 \qquad \textbf{(2-13)}$$

Quando as fibras são tracionadas ($\sigma_1>0$), é considerado que as tensões de tração e cisalhamento enfraquecem as resistências X_t e S mutuamente. Considerando uma curva quadrática elíptica com eixos X_t e S, obtêm-se os coeficientes da equação (2.10) dados por:

$$A_1 = 0 \text{ e } B_1 = \frac{1}{X_T^2} \qquad \textbf{(2-14)}$$

Quando as fibras são comprimidas ($\sigma_1<0$), Hashin sugeriu aplicar o critério de máxima tensão diretamente, não considerando uma possível interferência de outros fatores. Os coeficientes serão dados por:

$$A_1 = -\frac{1}{X_C} \text{ e } B_1 = 0 \qquad \textbf{(2-15)}$$

Para avaliar a falha com tensões de tração na matriz ($\sigma_2 + \sigma_3 > 0$) de uma lâmina unidirecional, Hashin sugere aplicar a mesma aproximação adotada para tração na fibra, considerando que as tensões de tração e cisalhamento enfraqueçam estas resistências. Os coeficientes serão dados por:

$$A_2 = 0 \text{ e } B_2 = \frac{1}{Y_T^2} \qquad \textbf{(2-16)}$$

Para avaliar a falha por compressão na matriz ($\sigma_2 + \sigma_3 < 0$), de uma lâmina unidirecional, Hashin propõem que quando $\sigma_2 = Y_C$, ocorre a falha. Isto leva a:

$$-A_2 Y_C + B_2 Y_C^2 = 1 \qquad \textbf{(2-17)}$$

Os valores dos coeficientes da equação (2.17) precisam também representar a falha quando se aplicada uma pressão transversal iso-estática de compressão, $\sigma_2 = \sigma_3 = -\sigma$, com todas as outras tensões nulas. Neste caso, observa-se experimentalmente que o valor de σ é muito maior que Y_C. O atendimento destas hipóteses leva aos seguintes valores:

$$A_2 = \frac{1}{Y_C}\left[\left(\frac{Y_C}{2S_2}\right)^2 - 1\right] \text{ e } B_2 = \frac{1}{4S_2^2} \quad \textbf{(2-18)}$$

Assumindo um estado plano de tensões na lâmina, as equações de falha ficam definidas somente pelos termos: σ_1, σ_2 e σ_{12}. Sendo escritas por:

- Modo de falha da fibra por tração:

$$\left(\frac{\sigma_1}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 = 1, \text{ para } \sigma_1 > 0 \quad \textbf{(2-19)}$$

- Modo de falha da fibra por compressão:

$$-\frac{\sigma_1}{X_C} = 1, \text{ para } \sigma_1 < 0 \quad \textbf{(2-20)}$$

- Modo de falha da matriz por tração:

$$\left(\frac{\sigma_2}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 = 1, \text{ para } \sigma_2 > 0 \quad \textbf{(2-21)}$$

- Modo de falha da matriz por compressão:

$$\left(\frac{\sigma_2}{2S_2}\right)^2 + \left[\left(\frac{Y_c}{2S_2}\right)^2 - 1\right]\frac{\sigma_2}{Y_c} + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 = 1, \text{ para } \sigma_2 < 0 \quad \textbf{(2-22)}$$

Utilizando as propriedades de uma lâmina unidirecional de fibra de carbono apresentada na Tabela 2.1, as curvas das expressões do critério de falha de Hashin são traçadas na Figura 2.14 e na Figura 2.15.

Tabela 2.1 – Propriedades de uma lâmina de resina reforçada com fibra de carbono epoxi unidirecional (Davies, 1995).

Símbolo	Valor	Propriedade
X_t	2000 MPa	Tensão admissível de tração na direção 1 da lâmina.
X_c	1650 MPa	Tensão admissível de compressão na direção 1 da lâmina.
Y_t	70 MPa	Tensão admissível de tração na direção 2 da lâmina.
Y_c	240 MPa	Tensão admissível de compressão na direção 2 da lâmina.
S	105 MPa	Tensão admissível de cisalhamento no plano da lâmina.
S_2	105 MPa	Tensão admissível de cisalhamento interlaminar.

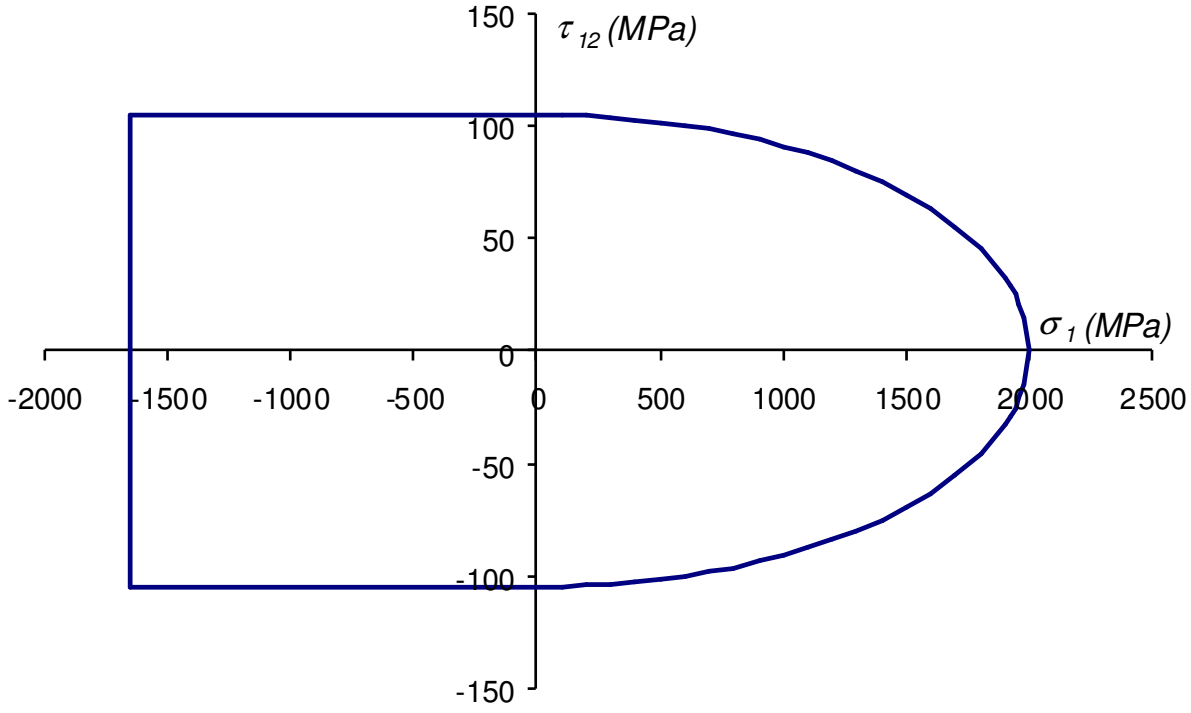


Figura 2.14 – Critério de falha de Hashin pelo modo de falha da fibra.

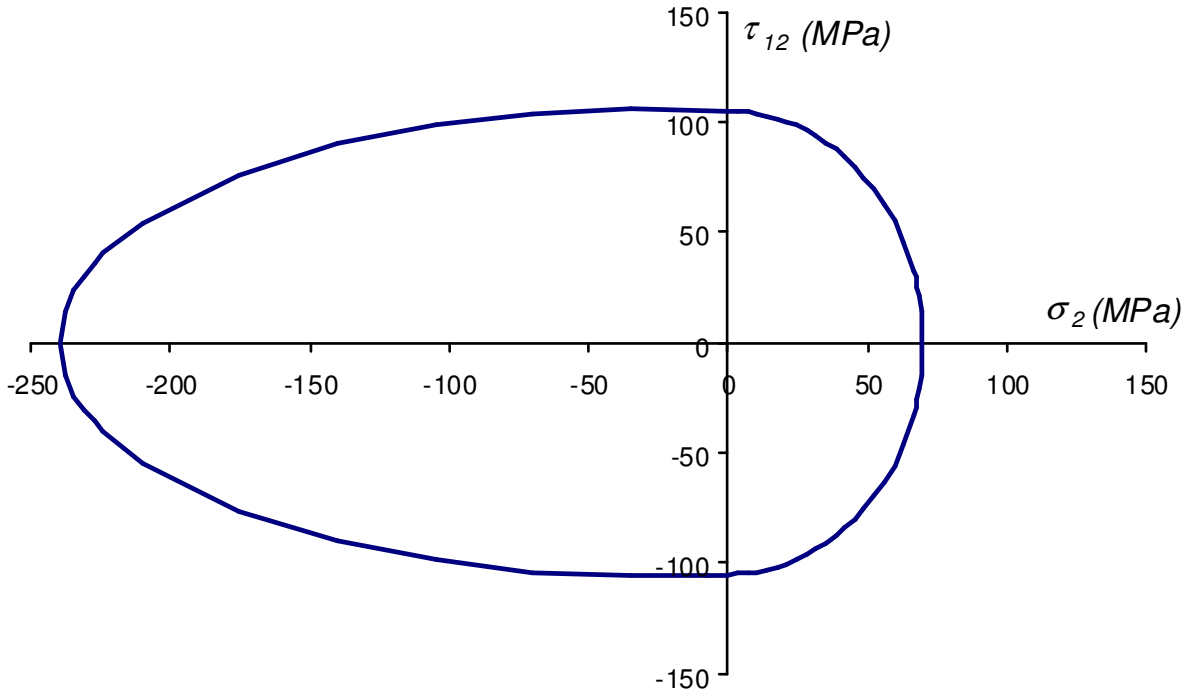


Figura 2.15 – Critério de falha de Hashin pelo modo de falha da matriz.

2.2.1.3 Critério de falha de Hashin modificado para lâminas reforçadas com um tecido de fibras bidirecionais

O critério de falha de Hashin foi criado para a análise de uma lâmina reforçada com fibras unidirecionais. É proposta uma modificação para uma melhor caracterização da falha em lâminas reforçadas com um tecido de fibras bidirecionais.

Primeiramente, como existem fibras orientadas nas duas direções desta lâmina, os modos de falha na fibra e na matriz usados por Hashin são substituidos pelos modos de falha na direção 1 e 2 da lâmina.

A proposta consiste em utilizar as equações (2.19) e (2.20) de falha da fibra por tração e por compressão de Hashin e aplicá-las na direção 1 e 2 da lâmina, acrescentando o modo de falha causado pelo cisalhamento no plano da lâmina dado pela equação (2.8), sendo escritas as seguintes equações:

- Modo de falha na direção 1 da lâmina por tração:

$$\left(\frac{\sigma_1}{X_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 = 1, \text{ para } \sigma_1 > 0 \qquad \textbf{(2-23)}$$

- Modo de falha na direção 1 da lâmina por compressão:

$$-\frac{\sigma_1}{X_C} = 1, \text{ para } \sigma_1 < 0 \qquad \textbf{(2-24)}$$

- Modo de falha na direção 2 da lâmina por tração:

$$\left(\frac{\sigma_2}{Y_T}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{12}}{S}\right)^2 = 1, \text{ para } \sigma_2 > 0 \qquad \textbf{(2-25)}$$

- Modo de falha na direção 2 da lâmina por compressão:

$$-\frac{\sigma_2}{Y_C} = 1, \text{ para } \sigma_1 < 0 \qquad \textbf{(2-26)}$$

- Modo de falha por cisalhamento no plano da lâmina:

$$\frac{|\tau_{12}|}{S} = 1 \qquad \textbf{(2-27)}$$

Quando o material está tracionado na direção 1 ou 2, os modos de falha por tração definidos pelas equações (2.23) e (2.25) ocorrem antes que o modo de falha por cisalhamento no plano definido pela equação (2.27). Consequentemente, quando a tensão σ_1 ou σ_2 é positiva, as duas equações oriundas do critério de Hashin determinam a falha da lâmina.

Quando σ_1 ou σ_2 são negativos, a falha por cisalhamento no plano da lâmina pode ocorrer antes dos modos de falha por compressão definidos pelas equações (2.24) e (2.26).

Quando σ_1 ou σ_2 são negativos no critério original de falha de Hashin, a dependência da falha em relação ao valor da tensão de cisalhamento somente ocorre pela equação (2.22), que define o modo de falha da matriz por compressão. Foi verificado que ao se aplicar os admissíves do material utilizado neste trabalho, e assumindo S igual a S_2, o par de equações (2.22) e (2.27) fornece resultados muito similares ao par de equações (2.26) e (2.27). No domínio onde σ_2 é menor que 0, as curvas do critério denominado "Hashin modificado" são definidas pelas equações (2.22) e (2.27), e as curvas do critério de máxima tensão são dadas pelas equações (2.26) e (2.27). A similaridade destes dois critérios de falha quando $\sigma_2 < 0$ pode ser verificada na Figura 2.16.

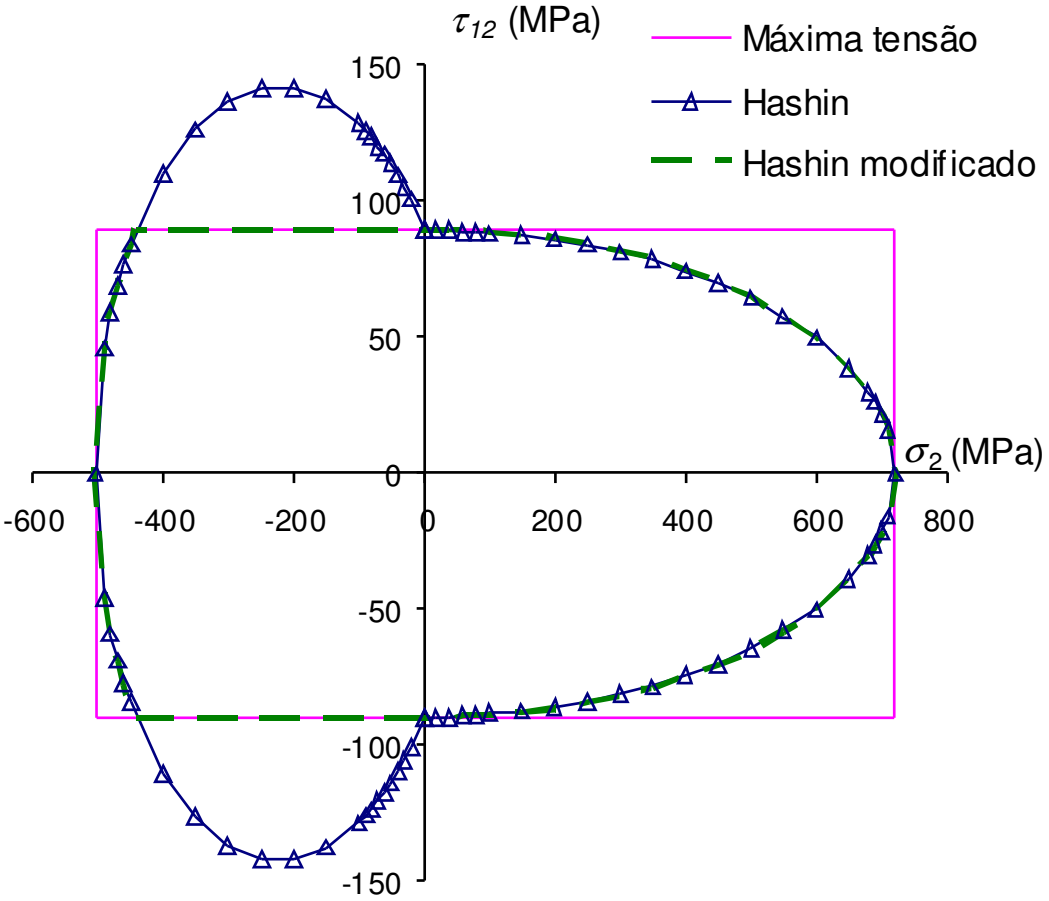


Figura 2.16 – Curvas de falha em função de σ_2 e τ_{12}.

Pela Figura 2.16, observa-se que diferenças mais significativas entre o critério de falha de "Hashin modificado" e o critério de máxima tensão existem quando σ_2 é maior que 0.

As curvas de falha em função de σ_1 e τ_{12} para os diferentes critérios de falha são traçadas na Figura 2.17. Para $\sigma_1<0$, o critério de máxima tensão e o de "Hashin modificado" são iguais. Para $\sigma_1>0$, verifica-se novamente uma maior diferença entre o critério de "Hashin modificado" e o critério de máxima tensão.

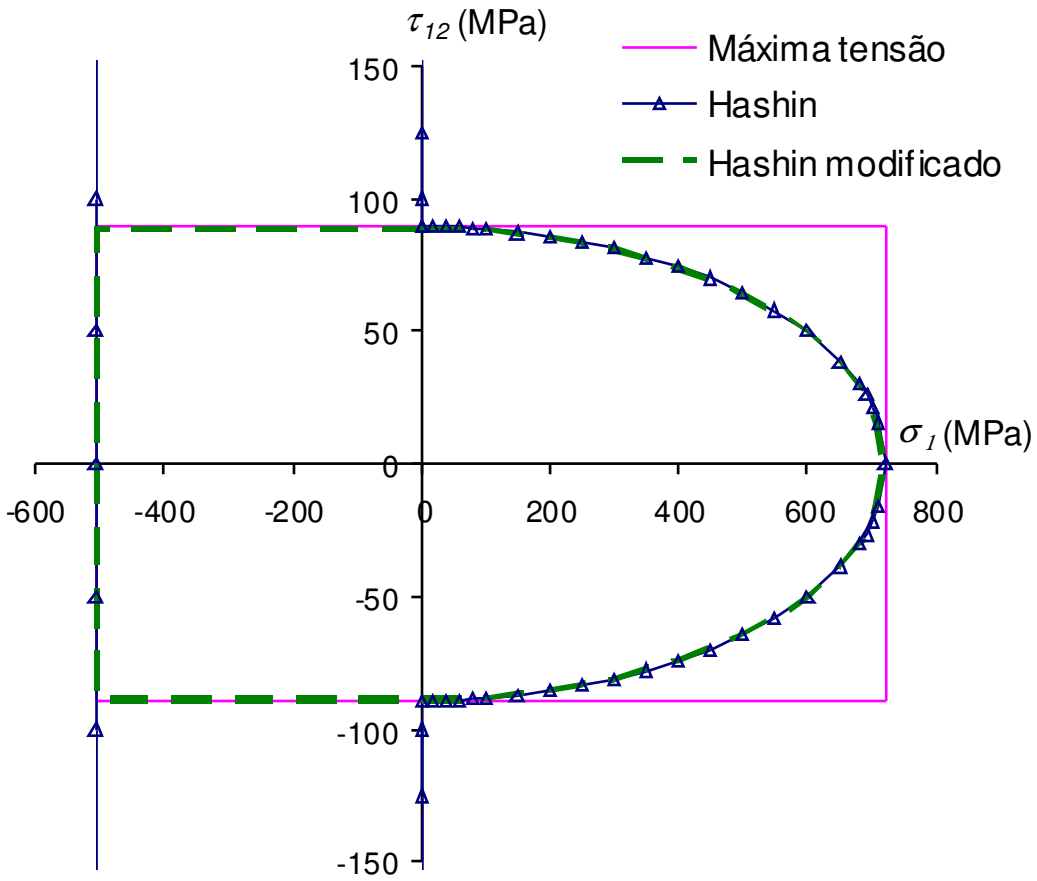


Figura 2.17 – Curvas de falha em função de σ_1 e τ_{12}.

Comparando-se as curvas de critérios de falha nas duas direções de carregamento σ_1 e σ_2 definidas pelo critério de "Hashin modificado" apresentados na Figura 2.16 e Figura 2.17, constata-se que elas são muito parecidas. Este comportamento físico é esperado para laminados reforçados com fibras bidirecionais.

Este critério de falha "Hashin modificado" será utilizado na simulação numérica deste trabalho.

2.2.2 Critérios de falha de um laminado

Conforme Hinton, Kaddour e Soden (2002), a avaliação da falha de um laminado sujeito a cargas estáticas pode ser feita com quatro diferentes critérios:

1) A ocorrência da primeira falha de uma lâmina ("first ply failure").
2) A resistência última para a falha final do laminado ("last ply failure").
3) A resposta de deformação.
4) Outras características qualitativas.

Qualquer que seja o critério de falha do laminado, é necessário que a análise considere os materiais da lâmina, as condições de carregamento esperadas e os fatores geométricos: direções, seqüência de empilhamento e espessuras das lâminas. A análise numérica de um laminado utilizando as propriedades macromecânicas da lâmina é apresentada no Apêndice *B*.

- *A ocorrência da primeira falha de uma lâmina*

O critério de falha de um laminado baseado na ocorrrência da primeria falha de uma lâmina verifica se alguma das lâminas falhou. Ele é bastante empregado na análise estática de estruturas laminadas. Como este critério dispensa a análise de falha progressiva, há um menor custo de análise computacional.

Empregando a análise numérica macromecância, consegue-se estimar o estado de tensões em cada lâmina oriunda de um carregamento no laminado. Aplicando os critérios de falha em cada lâmina é possível predizer o início de falha em um laminado.

Segundo Icardi (2007), o critério de falha da lâmina de Tsai-Wu (1971) é bastante utilizado quando o critério de falha do laminado é a ocorrência da primeria falha. Ele apresenta um bom comportamento e é capaz de fornecer uma resposta única de índice de falha. A lâmina com o índice mais crítico quantifica a resistência do laminado à primeira falha.

- *Resistência última para a falha final do laminado*

Segundo Tita (2003), o desenvolvimento dos componentes mecânicos feitos de laminado de CPR exige uma análise estrutural que especifique não apenas a danificação ou falha da primeira lâmina ("first ply failure"), mas que também seja capaz de determinar todo o processo de degradação da estrutura ("last ply failure").

Segundo Mathews (1994) após a falha de uma primeira lâmina de um laminado ou a ocorrência de uma primeira delaminação, o resto da seção continua contribuindo para a

rigidez global da estrutura. A magnitude desta contribuição depende do tamanho deste dano e da natureza do carregamento em cada camada.

A identificação dos modos de falha é uma característica requerida para análise de falha progressiva em laminados. Por este motivo, neste tipo de critério de falha do laminado, os critérios de falha da lâmina fisicamente baseados (e.g.: Hashin) ou os mais simples (e.g.: máxima tensão) apresentam uma grande vantagem em relação aos critérios de falha generalizados (e.g.: Tsai-Wu).

A determinação da resistência última de um laminado envolve métodos iterativos que consideram a falha e a degradação de cada lâmina, à medida que se aumenta a carga. Conceitos básicos desta análise são apreesntados no apêndice B. Esta análise é bem mais complexa, no entanto necessária para a predição de danos devido a impacto a baixa velocidade em laminados (Davies e Zhang, 1995).

Porpostas de teorias de degradação das propriedades da lâmina são mais detalhadamente descritas na seção 2.3.

- *Deformação do laminado*

Hinton, Kaddour e Soden (2002) afirmam que a magnitude e a natureza da deformação do laminado pode ser um importante parâmetro de projeto.

Tomar como critério de falha a deformação do laminado exige a escolha de um critério de falha da lâmina que forneça uma boa aproximação das deformações na sua falha. Existem teorias de falha da lâmina que predizem deslocamentos considerando as deformações não lineares. No entanto, outras teorias podem ser mais adequadas quando há grandes deformações.

- *Outras características qualitativas do laminado*

Segundo Vinson e Sierakowski (1987), uma consideração importante a ser avaliada em uma análise de falha de laminados é saber qual foi o modo de falha que dominou o processo. Outra característica que pode ser relevante qualitativamente é a seqüência de ocorrência dos modos de falha.

Conforme descrito na seção 2.1, os modos de falha dominantes em um laminado podem ser: da fibra, da matriz ou das interfaces. Para impactos em baixa velocidade que não resultam na completa penetração do laminado, os danos normalmente ocorrem na seguinte seqüência de falhas: fraturas na matriz, delaminações e rompimentos das fibras.

2.2.3 Critérios de falha estrutural

Segundo Matthews e Rawlings (1994), a falha de um componente estrutural ocorre no momento em que o mesmo não pode mais satisfazer sua função para o qual foi projetado.

Hinton e Soden (1998) descrevem que não existe uma definição universal do que constitui uma falha de uma estrutura de composto. Um projetista de tubulações poderá considerar a ocorrência de falha estrutural quando ocorrer vazamento de fluido através da tubulação. Todavia, um projetista de uma ponte poderá considerar falha estrutural quando existir uma redução de 10% da rigidez da peça. Portanto, a definição de falha estrutural é uma característica específica de um projeto.

Observa-se que definir um conceito de falha estrutural está normalmente mais relacionado com o estudo de tolerância ao dano de um componente, independente de como este dano foi originado.

No entanto, o desenvolvimento na área de predição de danos viabiliza uma melhor aproximação para dimensionar os possíveis danos na estrutura laminada ao longo de sua vida útil ou na fabricação. Ao se dominar uma tecnologia para quantificar de uma forma mais acurada o dano intralaminar ou uma falha interlaminar devido às cargas solicitantes de projeto (impactos, cargas de fadiga e tanto outros fatores) cria-se um importante elo de ligação para a definição de critérios de falha estruturais.

Como até o presente momento não existe uma metodologia numérica ou analítica abrangente, simples e capaz de quantificar a resistência e a tolerância ao dano da estrutura de laminados de CPR, um projeto com este material requer generosas margens de segurança nas análises numéricas e/ou necessita de resultados com testes experimentais prévios (Hinton e Soden, 1998).

Quando uma peça estrutural possui uma função importante para a segurança de seus usuários, ou quando sua boa funcionalidade é muito importante para a viabilidade econômica de um projeto, ensaios experimentais com a própria peça são requisitados ou altamente recomendados para comprovar suas propriedades de resistência e tolerância ao dano.

A definição de um critério de falha estrutural para peças de material laminado de CPR é extremamente importante no início de um projeto. A escolha de um critério de falha estutural inadequado poderá acarretar em uma mudança do mesmo ao longo do desenvolvimento do produto. Como as ferramentas numéricas atuais exigem uma grande margem de segurança, um novo critério de falha estrutural pode exigir refazer ou até redefinir uma vasta campanha de ensaios estruturais.

2.3 Critérios de degradação de uma lâmina

Em uma análise numérica, após se constatar a falha de uma lâmina, segue-se a determinação das propriedades que devem ser degradadas através de suas leis de degradação.

Segundo Mathews (1994), até o presente momento, não existe uma aproximação universalmente aceita das propriedades e dos fatores de redução de rigidez que devem ser utilizados após a falha de uma lâmina. Como exemplo, sendo constatada uma falha por tração na direção 2 de um laminado unidirecional, existem pesquisadores que tornam as propriedades E_2 e ν_{12} nulas, e existem outros que degradam 50% e 90% dos valores destas propriedades respectivamente. As leis de degradação podem variar em função do material e do arranjo das fibras. A hipótese de degradação mais simples, mas pouca realística, é a total degradação das propriedades mecânicas de uma camada ao se constatar alguma falha.

Feng (1999) realiza um modelamento numérico da falha progressiva em materiais laminados reforçados com tecidos. Ele relata a pouca existência de trabalhos sobre falha progressiva neste tipo de lâmina, e que são mais comumente encontrados estudos sobre lâminas reforçadas com fibras unidirecionais.

Neste trabalho, quatro diferentes modos de degradação do material são propostos e analisados. Eles serão simulados numericamente combinados com os dois critérios de falha: o critério de máxima tensão e o critério de Hashin modificado.

Adotou-se a hipótese de que o coeficiente de poisson ν_{12} sempre será degradado quando ocorrer uma falha na direção 1 ou 2 da lâmina, tanto com cargas compressivas ou de tração.

A degradação do módulo de cisalhamento transversal no plano da lâmina (G_{12}) ocorrerá quando há a falha com a carga axial de tração na direção 1 ou 2, ou com a carga de cisalhamento no plano.

Um primeiro modelo de degradação, denominado D01, assume que cada modo de falha acarreta a total degradação do módulo de elasticidade na direção de carregamento correspondente. A Tabela 2.2 mostra as propriedades degradadas por este critério.

Tabela 2.2 – Propriedades degradadas pelo critério de degradação D01.

Modo de falha	Propriedades degradadas			
Tração na direção 1	$E_1=0$		$\nu_{12}=0$	$G_{12}=0$
Compressão na direção1	$E_1=0$		$\nu_{12}=0$	
Tração na direção 2		$E_2=0$	$\nu_{12}=0$	$G_{12}=0$
Compressão na direção 2		$E_2=0$	$\nu_{12}=0$	
Cisalhamento no plano 12				$G_{12}=0$

Em lâminas de tecidos bidirecionais, quando ocorre a falha por tensão de cisalhamento no plano da lâmina, é razoável considerar que será criada uma superfície de falha perpendicular à direção de suas fibras mais fracas. Um segundo modelo, denominado D02, acrescenta a falha no módulo de elasticidade na direção 2 e a degradação do coeficiente de Poisson quando ocorre este modo de falha. As propriedades degradadas da Tabela 2.2 e da Tabela 2.3 definem o critério de degradação D02.

Tabela 2.3 – Propriedades degradadas pelo modo de falha por cisalhamento no plano 12 pelo critério de degradação D02.

Modo de falha	Propriedades degradadas
Cisalhamento no plano 12	$E_2=0$ $\nu_{12}=0$ $G_{12}=0$

Uma outra hipótese razoável é degradar o módulo de elasticidade na direção 2 quando ocorre falha por tração na direção 1. Este tipo de degradação é mais esperado em laminados unidirecionais. As propriedades degradadas da Tabela 2.2 e da Tabela 2.4 definem o critério de degradação D03.

Tabela 2.4 – Propriedades degradadas pelo modo de falha por tração na direção 1 pelo critério de degradação D03.

Modo de falha	Propriedades degradadas
Tração na direção 1	$E_1=0$ $E_2=0$ $\nu_{12}=0$ $G_{12}=0$

Considerando que os modos de falha por compressão ou tração na direção 1 também degradam o módulo de elasticidade na direção 2, define-se o quarto modelo de degradação na Tabela 2.2 e da Tabela 2.5.

Tabela 2.5 – Propriedades degradadas pelos modos de falha por tração e compressão na direção 1 pelo critério de degradação D04.

Modo de falha	Propriedades degradadas
Tração na direção 1	$E_1=0$ $E_2=0$ $\nu_{12}=0$ $G_{12}=0$
Compressão na direção 1	$E_1=0$ $E_2=0$ $\nu_{12}=0$

Como exemplo, uma vizualização do critério de degradação D02 é mostrada na Figura 2.18. Os cinco tipos de carregamentos simples na placa são ilustrados. No interior da placa, as fibras nas duas direções são representadas por linhas perpendiculares entre si. Quando ocorre a degradação de um módulo de elasticidade E em uma direção, as fibras são separadas. Quando ocorre a degradação de propriedade G_{12}, esta degradação da matriz é representada na cor vermelha.

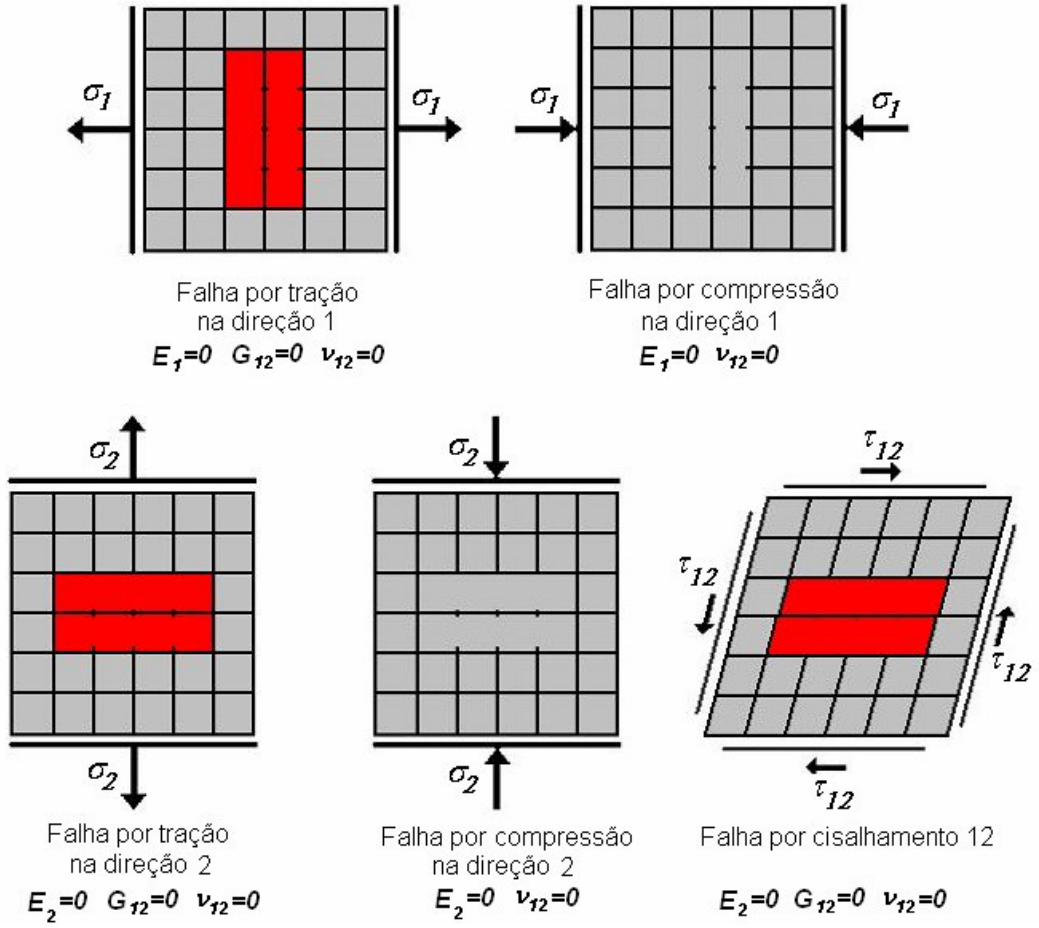


Figura 2.18 – Critério de degradação da lâmina D02.

2.4 Impacto

Cargas de impacto podem induzir a uma reação global ou local da estrutura. Reações globais podem se referir ao caso de uma ferramenta caindo de uma altura de um metro acidentalmente sobre uma estrutura. Um exemplo de impacto com uma reação local pode ocorrer em aeronaves quando um pedaço de uma peça que esteja na pista é arremessado pela roda do trem de pouso contra sua estrutura durante decolagem ou pouso.

Uma extensiva revisão da literatura tem indicado que muitos questionamentos ainda cercam a resposta ao impacto de placas de CPR. Segundo Christoforou (2001), pesquisadores estudam quais são os parâmetros mais importantes que precisam ser conhecidos para predizer a danificação e avaliar a resposta da placa laminada sob impacto. Os parâmetros mais citados foram: o material e a geometria das estruturas, a massa, a velocidade e a energia cinética do projétil, e a máxima força de contato.

O modelamento numérico da placa laminada sob impacto buscará relacionar a dependência entre estes parâmetros e seu comportamento mecânico.

2.4.1 Material e geometria das estruturas

Danos causados por impacto de baixa velocidade em materiais laminados são significativamente dependentes da geometria da estrutura e de suas condições de contorno (Cantewell e Morton,1989a; Cantewell e Morton,1991; Robison e Davis, 1992).

De acordo com Abrate (1998), em uma placa submetida a impacto transversal em baixa velocidade, a forma característica de falha na seção transversal do laminado depende de sua espessura. Para laminados espessos, as danificações na matriz polimérica estão localizadas no lado onde ocorreu o impacto. Isto se deve às ações mais significativas das tensões de contato do impactador, ocasionando as trincas de cisalhamento. Os danos começam por cima, reduzindo a rigidez do laminado, promovendo um estado crítico nas camadas imediatamente inferiores. Geram-se novos danos intralaminares e delaminações, formando uma árvore do tipo pinus, Figura 2.19(a).

Para laminados finos, as tensões de tração ocasionam primeiramente a danificação da matriz nas lâminas opostas à região de contato do impactador. Estes danos intralaminares progridem para a interface, criando delaminações, que reduzem a rigidez e promovem um estado crítico de tensões nas camadas imediatamente acima, gerando novos danos intralaminares e delaminações, formando uma árvore do tipo pinus invertida, Figura 2.19(b).

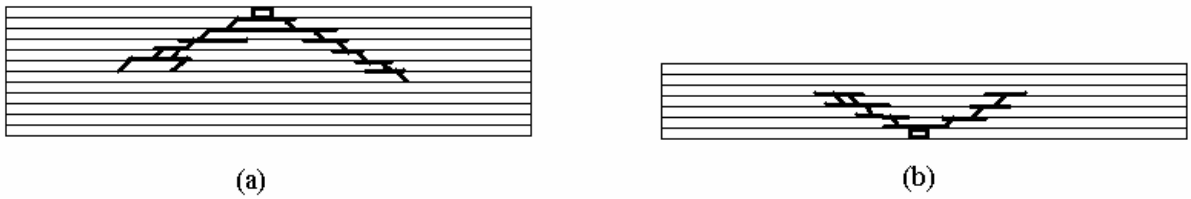


Figura 2.19 - "Formas características" de falha em estruturas impactadas. (a) Laminado espesso. (b) Laminado fino. (Abrate, 1998)

Em relação ao projétil, é muito importante saber suas dimensões e seu material. Estas propriedades permitem calcular a **razão de rigidez do impactador em relação à placa**. Um impactador é considerado rígido quando esta razão é maior que 10. Impactadores mais flexíveis podem influenciar nos resultados, pois a força de contato fica dependente da resposta e interação das duas estruturas.

A **forma da ponta do impactador** é uma configuração geométrica muito importante. Diferentes formas de impactadores irão produzir diferentes mecanismos e áreas de danos. Mistrevski (2006) avaliou impactos em laminados finos de fibra de carbono e resina epóxi. Ele verifica que os impactadores com pontas mais pontiagudas ou cônicas tendem a quebrar as fibras. As pontas com formatos mais esféricos tendem a criar danos por delaminação. As

placas impactadas com pontas cônicas apresentam maiores identações, menores áreas de dano e maior absorção de energia em relação às placas impactadas com pontas cilíndricas.

2.4.2 Massa do projétil

Uma grande massa com baixa velocidade pode não causar a mesma extensão de dano do que a de uma massa pequena com alta velocidade, mesmo que as energias cinéticas sejam as mesmas (Abrate, 1998).

Resultados de testes com alta e baixa velocidade de impacto em laminados de fibra de carbono feitos por Cantwell e Morton (1989b) concluíram que quanto maior a massa do projétil maior é a energia necessária para iniciar um dano no laminado. Verificou-se também que a variação da massa do projétil tem um efeito significativo na iniciação e no desenvolvimento do dano na estrutura de composto.

Para ensaios feitos a uma alta velocidade, com diferentes massas e uma mesma energia de impacto, Ghasemi Nejhad (1990) concluiram que quanto menor a massa, menor é a área de dano, e maior é a resistência residual da placa.

Cairns e Lagace (1989) concluem que em ensaios de alta velocidade de impacto, para uma mesma energia, quanto menor a massa do impactador, maior é a máxima força de contato.

Para ensaios feitos até 100m/s (do tipo "drop-test") Ambur e Kemmerly (1998) estudaram a influência do aumento da massa do impactador no valor da máxima força de contato para um mesmo nível de energia cinética. Foram realizados ensaios para diferentes níveis de energia. Para as massas menores, à medida que a massa aumentava, observou-se um aumento da máxima força de contato, um aumento do valor da força para a iniciação do dano na placa e um aumento na área de dano. No entanto, à medida que a massa aumentava, os resultados deixavam de ter uma tendência consistente. Com massas intermediárias, existia uma redução da máxima força de contato à medida que a energia de impacto aumentava, por causa da iniciação do dano na placa e na mudança dos modos de falha do material. Com as maiores massas, não existia uma variação significativa da força de contato até um determinado nível de energia. Concluiu-se que, com o aumento da massa, ocorria uma mudança na dinâmica de interação da placa com o impactador, o que também ocasionava uma mudança nos mecanismos de dano na placa.

Para ensaios feitos em baixa velocidade, de acordo com Choi (1992a), a massa do impactador afeta o valor da energia inicial de dano. Entretanto, contrariando as afirmações dos autores anteriores, Robison e Davies (1992) compararam resultados de ensaios

experimentiais com velocidade do impactador até 20m/s em laminados compósitos reforçados de tecido de carbono. Eles concluiram que a máxima força de contato depende somente da energia de impacto, independente da massa do impactador utilizada neste intervalo de velocidade, indicando um comportamento quase-estático.

Devido a este comportamento quase-estático, Freitas e Reis (2000) tentaram estimar os danos na placa laminada através de uma análise estática aplicando a máxima forca de contato do evento. Eles concluiram que esta metodologia não é valida para energias maiores que a energia E_{th} da placa. Logo, o impacto em laminados em baixa velocidade com energias de impacto acima de E_{th} não são problemas quase-estáticos.

Embora existam conclusões divergentes na literatura sobre a influência da massa do impactador, pode-se concluir que para um mesmo nível de energia, o parâmetro da massa é mais importante no estudo com altas velocidades de impacto do que com baixas velocidades.

2.4.3 Velocidade do projétil

Igualando a energia cinética e a densidade de energia de deformação crítica:

$$\rho v^2/2 = \varepsilon^{\upsilon} \sigma^{u}/2 \qquad \textbf{(2-28)}$$

onde ε^{u} é a deformação na falha, σ^{u} a tensão na falha, e ρ a densidade do material, obtém-se a velocidade crítica "v" para a mudança do tipo de falha no laminado:

$$v = \varepsilon^{\upsilon} \sigma^{u} / \rho^2 = \varepsilon^{\upsilon} c \qquad \textbf{(2-29)}$$

onde c é a velocidade de propagação do som no material.

Middleton (1990) menciona que a velocidade crítica "v" em materiais compósitos laminados é em torno de 100m/s. A deformação e os tipos de danos esperados de uma placa laminada impactada em baixa velocidade é ilustrada na Figura 2.20 (a) e (b). Para velocidades superiores a 100m/s, a placa é efetivamente rígida e será danificada localmente no ponto de impacto, conforme mostrado na Figura 2.20(c).

Richardson e Wisheart (1996) notam que é difícil definir baixa ou alta velocidade de impacto. Cantwell e Morton (1991) classificam como baixas velocidades valores até 10m/s. Por outro lado, Abrate (1991) classifica-as até 100 m/s. O conceito definido por Robinson e Davies (1992) utiliza-se da mesma equação (2.29), e considerando que ε^{υ} entre 0,5 e 1% , e sendo "c" na resina epóxi em torno de 2000m/s, conclui que baixa velocidade de impacto para compósitos com resina epóxi são valores inferiores a 20 m/s.

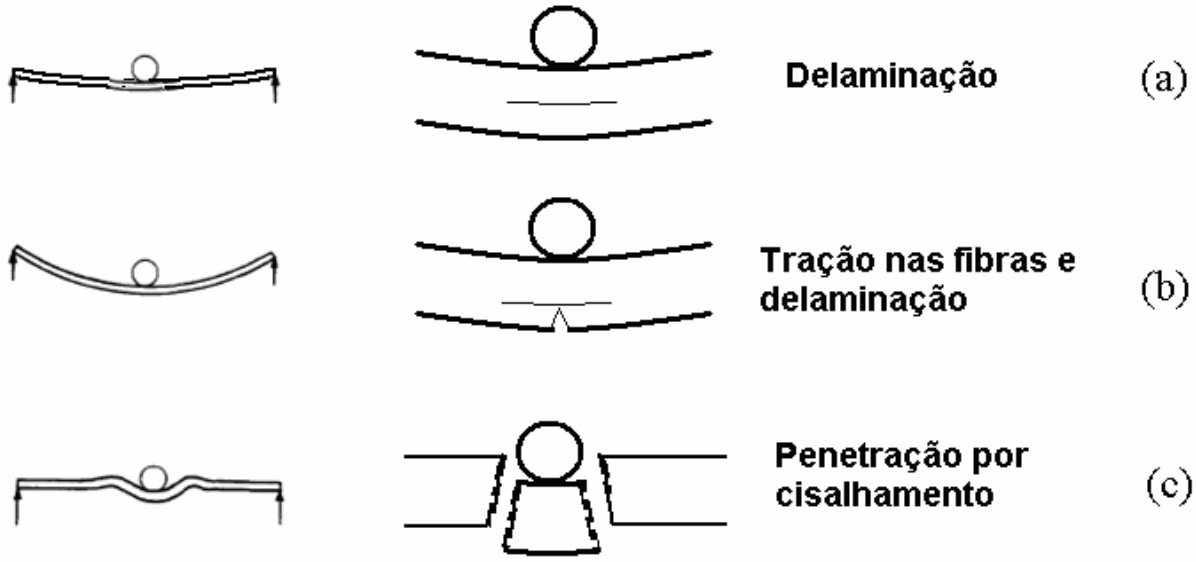


Figura 2.20 - Representação da resposta e da falha na placa. (a) e (b) Baixa velocidade de impacto. (c) Alta velocidade de impato.

Cantwell e Morton (1989a) descrevem que sob baixa velocidade de impacto, a combinação da teoria de flexão e da teoria clássica de laminado pode ser utilizada para definir a energia absorvida pela placa. Por outro lado, em condições de alta velocidade de impacto, a resposta da placa é mais localizada, e as energias elásticas de flexão poderão ser negligenciadas, sendo a maior parte da energia absorvida pela placa através do cisalhamento das fibras.

A velocidade de impacto define a taxa de deformação da estrutura. Os efeitos de taxa de deformação são muito pequenos para laminados de fibra de carbono e de fibra de aramida. Fibras de vidro são mais sensitivas, e altas taxas de deformação aumentam sua resistência (Middleton, 1990).

2.4.4 Energia cinética do projétil e força de contato

A energia cinética e a quantidade de movimento do impactador são parâmetros dependentes da massa e da velocidade. Na literatura, os estudos de impacto em função da energia cinética são mais comuns.

Middleton (1990) relata que o impacto em laminados com um nível muito baixo de energia cinética cria apenas trincas intralaminares. O crescimento e a queda da força de contato entre o impactador e a placa ao longo do tempo são suaves. O comportamento é próximo de uma resposta elástica senoidal. Após o impacto, não ocorre nenhuma queda significativa da rigidez da estrutura. Todavia, à medida que esta energia de impacto aumenta, surgem trincas intralaminares que se propagam entre duas lâminas através de uma pequena

área de delaminação. Chega-se então ao denominado limiar ("*threshold*") de energia para o início de danificação da placa. Com níveis de energias de impacto maiores, surgem então descontinuidades nos sinais força-tempo, seguidos por oscilações, indicando a formação de delaminações entre alguma camada e a mudança de rigidez da estrutura.

De acordo com Abrate (1998), existe uma relação entre a área de delaminação de uma placa e a energia cinética de impacto. Após um determinado limiar de energia, o tamanho do dano aumenta linearmente com o aumento da energia cinética.

Quando a energia de impacto está próximo do limiar de delaminação (E_{th}), a máxima força de contato define o valor da força crítica (F_{th}).

Este limiar de energia (E_{th}) é difícil de ser determinado experimentalmente (Abrate, 1998). No entanto, muitos estudos indicam que quando a força de contato atinge o valor crítico (F_{th}) em ensaios de impacto a baixa velocidade, ela é igual a força crítica obtida em ensaios estáticos. Portanto, para impactos em baixa velocidade, esta energia E_{th} pode ser estimada assumindo uma resposta elástica da placa que atinja o valor crítico de força de contato (F_{th}).

A força F_{th} em ensaios quase estáticos é determinada quando a curva tensão deformação sofre uma significante mudança de inclinação, o que indica o início de uma falha interna no laminado. Neste valor ocorre a primeira mudança da rigidez fora do plano do material. Esta falha pode ter ocorrido no interior de uma das lâminas ou na interface entre as lâminas.

Para os impactos com energia maior que a energia "threshold" (E_{th}), a força máxima ($F_{máx}$) ocorrida durante o evento é maior que F_{th}. Esta força máxima é igual ou inferior à força última que o laminado é capaz de suportar em ensaios quase-estáticos.

Ambur e Kermmerly (1998) verificaram um comportamento não-linear entre o nível de energia de impacto e a máxima força de contato ($F_{máx}$) em ensaios com diversas massas de impactador. No trabalho de Belingardi e Vadori (2002), a diferença entre a força crítica F_{th} e a força de pico $F_{máx}$ é avaliada. Eles mostram a independência desses valores entre si após a danificação de uma lâmina. Aleska (1978) verificou que a força máxima $F_{máx.}$ assume rapidamente um valor assintótico com o aumento da energia de impacto.

Delfosse e Poursartip (1997) concluíram que a máxima força de contato pode ser utilizada como um parâmetro para predizer o início de dano no laminado, no entanto o seu uso como critério para estimar extensões de danos não é recomendável.

2.4.5 Modelagem do impacto em laminados

Abrate (1998) apresenta vários tipos de modelos matématicos de impacto que estimam as forças de contato e os deslocamentos das estruturas. A escolha do modelo mais apropriado dependerá das características do impacto.

Quando a duração do contato do impactador é muito pequena, de tal maneira que a condições de contorno não influem nas respostas, a deformação é confinada a uma região próxima do impactador. O impacto é caracterizado como dependente somente da propagação da onda, sendo idealizado como a solução de uma placa infinita. Quando não há danos no material, pode-se aplicar uma solução analítica fechada dinâmica com cargas transientes em uma placa com grandes dimensões simplesmente apoiada.

No entanto, em impactos de baixa velocidade, as ondas de tensão provenientes do ponto de impacto normalmente têm tempo suficiente para atingir o contorno e refletir várias vezes durante o contato do impactador com a placa.

Quando a velocidade de impacto é muito baixa (na ordem de 10mm/s), a estrutura se comporta quase estaticamente. Os modelos baseados em um balanço de energia podem então ser capazes de determinar adequadamente o tempo e a máxima força de contato. A deformação da placa ao longo do tempo é similar ao carregamento estático da força aplicada, e a máxima deflexão da placa ocorre no mesmo momento em que a energia cinética do projétil se anula. A equação de balanço de energia pode ser escrita por:

$$\frac{1}{2}mV_i^2 = E_f + E_c + E_m + E_{id} \qquad \textbf{(2-30),}$$

onde, m e V_i são a massa e a velocidade de impacto do projétil, e os termos subscritos f, c, m são as componentes da energia de deformação oriundos dos esforços de flexão, cisalhamento e membrana da placa, e E_{id} é a energia armazenada na região de contato com a endentação.

Na medida em que a velocidade de impacto aumenta (até uma ordem de 30m/s) ou a placa tem menores dimensões, a dinâmica entre as estruturas da placa e do projétil influencia significativamente nas respostas. Em certos casos, através de um sistema massa-mola equivalente, ilustrado na Figura 2.21, as forças de contato ao longo do tempo podem ser acuradamente determinadas. Abrate (1998) sugere um modelo massa-mola com um impactador rígido, molas com rigidez linear representando as componentes de flexão e cisalhamento da placa (K_f e K_c), uma mola com rigidez não-linear da componente de

membrana da placa (K_m), uma rigidez não-linear do contato devido a endentação (K_{id}), e massas m e m_p representando a massa do impactador e da placa respectivamente.

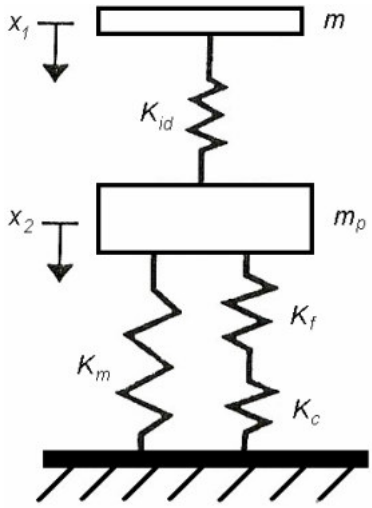


Figura 2.21 - Modelo massa-mola.

No entanto, de acordo com o número de modos significativos da resposta da placa e do impactador, ou das geometrias, ou das condições de contorno, um maior número de graus de liberdade precisa ser considerado na análise. Nestes casos, é necessário um melhor modelamento da placa. Uma solução analítica mais completa foi mais detalhadamente apresentada no apêndice B.

Em relação à rigidez da mola que representa a endentação da placa na zona de contato, Davies e Zhang (1995) sugerem as seguintes equações da força de contato de carregamento e descarregamento respectivamente:

$$F = k_{id}\left(x_2 - x_1\right)^{1,5} \qquad \textbf{(2-31)}, \text{ e}$$

$$F = F_{máx}\left(\frac{\alpha - \alpha_0}{\alpha_m - \alpha_0}\right)^q \qquad \textbf{(2-32)},$$

onde α é a endentação, k_{id} é a rigidez empírica de contato, dependente da geometria e do material das estruturas, $F_{máx}$ é a força máxima de contato no momento do descarregamento, α_m é a endentação correspondente a $F_{máx}$ (isto é, a máxima endentação), α_0 é a endentação permanente, e q uma constante. Todas estas constantes são obtidas experimentalmente.

Para placas finas, Davies e Zhang (1995) adotam a premissa de que as delaminações na placa ocorrem devido às altas tensões de cisalhamento transversais próximas ao ponto de impacto. Como a zona de dano é significativamente maior que a área de contato, é razoável simplificar o carregamento. A força máxima ($F_{máx}$) pode ser aplicada uniformemente em um pequeno quadrado com dimensões do diâmentro de contato do impactor. Delaminações são

determinadas na região onde a tensão média de cisalhamento transversal excede a tensão admissível (S_2). Sendo h a espessura da placa, a área circular de dano é dada por:

$$A_d = \frac{9}{16\pi h^2}\left(\frac{F_{\max}}{S_2}\right)^2 \qquad \textbf{(2-33)}$$

Davies e Zhang (1995) também verificaram que para laminados quase isotrópicos, a força crítica limiar (F_{th}) para iniciar as delaminações na placa pode ser estimada por:

$$F_{th} = \sqrt{\frac{8\pi^2 E h^3 G_{II\,c}}{9\left(1-\nu^2\right)}} \qquad \textbf{(2-34),}$$

onde G_{IIc} é a razão de energia liberada crítica pelo modo II de falha da teoria da mecânica da fratura (Figura 2.22), E é o módulo de elasticidade médio do laminado devido a flexão e ν é um módulo de Poisson médio. Estas propriedades precisam ser medidas experimentalmente.

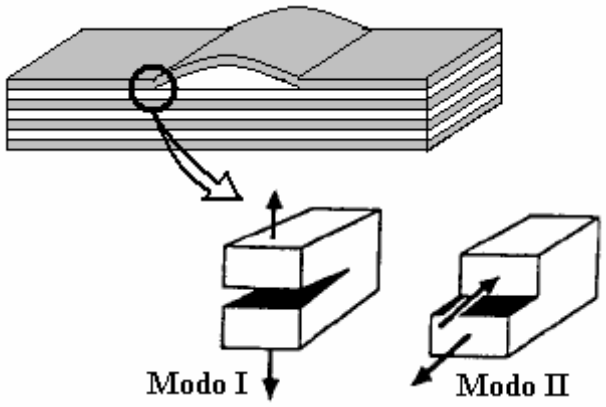


Figura 2.22 – Modos básicos de delaminação.

Observa-se que esta predição de dano pela equação (2-33) não depende das tensões axias nas lâminas oriundas dos esforços de flexão no laminado. Davies e Zhang (1995) relatam que esta hipótese funciona muito bem para compósitos reforçados com fibra de carbono. No entanto, pode não ser satisfatória para outros materiais. Os laminados reforçados com aramida delaminam com cargas compressivas da flexão. Os laminados reforçados com fibra de vidro possuem este comportamento similar ao da fibra de carbono. Porém, os valores de G_{IIc} e S_2 são dependentes da taxa de deformação.

Davies e Zhang (1995) também concluem que para impactos com energias de danificação maiores que E_{th}, a predição de danos pela equação (2-33) não oferece bons resultados, pois o desacoplamento da área delaminada das tensões axiais de flexão não é mais válida. Para uma melhor previsão do histórico de forças de contato e dos danos na placa, é necessário considerar as degradações que ocorrem no plano de cada lâmina.

Em impactos pontuais, a degradação das propriedades ocorrerá em uma área próxima ao ponto de impacto. Consequentemente, os coeficientes da equação diferencial de equilíbrio das soluções analíticas exatas não serão constantes para toda a placa. Assim, uma solução numérica com aplicação do método de elementos finitos é recomendada.

Segundo Fasanella e Jackson (2002), a análise com elementos finitos de estruturas de compósito submetidas a cargas estáticas é modelada com sucesso com as propriedades macromecânicas definidas lâmina por lâmina, com a predição da primeira falha e das falhas progressivas.

Segundo Icardi (2007), os modelos com elementos de placa que utilizam simplesmente a teoria clássica do laminado (TCL) ou a teoria de deformação de cisalhamento de primeira ordem (TDCPO) representam as propriedades da seção transversal com um único elemento, e são denominados "modelos de uma camada equivalente". Eles são extensivamente usados na literatura e na engenharia. Por outro lado, eles são muito limitados, porque o cisalhamento transversal ou é desconsiderado ou é linearmente aproximado, e as tensões normais de contato (σ_3) são desconsideradas. Conseqüentemente, existe uma incapacidade de considerar as falhas interlaminares. Para contornar este problema, existem pós-processamentos destes resultados capazes de obter estas tensões interlaminares, estimando-se os seus possíveis danos.

Nos impactos em que as tensões de contato podem ser desconsideradas, como em placas finas, simulações numéricas com elementos de placa com TDCPO fornecem melhores previsões de forças e danos na estrutura do que as obtidas com elementos 3D, com um custo computacional muito menor .

Para a predição das forças e dos danos causados por impacto de baixa energia em placas laminadas é necessário fazer uma simulação dinâmica não-linear. Como as deformadas das placas impactadas ensaiadas são maiores que a sua espessura, o problema envolve grandes deformações, caracterizando um problema não-linear geométrico. A aplicação de critérios de degradação nas propriedades do material incorpora uma característica não linear no material. Como a interação dinâmica do impactador e da placa precisa ser modelada para calcular corretamente as forças de contato, uma solução dinâmica é requerida. Uma solução explícita numérica é recomendável, porque a falha frágil do material em estudo gera ondas de tensões que influem na formação de novos danos.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Ensaios de caracterização do material foram realizados para determinar as propriedades mecânicas de rigidez e as tensões admissíveis das lâminas utilizadas nas simulações numéricas.

Testes de impacto a baixa velocidade foram feitos em placas laminadas para avaliar os resultados das simulações numéricas e analíticas.

As simulações numéricas foram realizadas com a técnica de elementos finitos. Diferentes condições de contorno, critérios de falha e de danificação foram estudados.

Ressalta-se que este estudo limita-se a análise de resistência ao dano do laminado a cargas de impacto. Ensaios ou análises de tolerância ao dano não foram realizados.

3.1 Ensaios de caracterização da lâmina

A matriz constitutiva de uma lâmina com propriedade ortotrópica é modelada considerando um estado plano de tensões. São utilizadas 5 constantes elásticas: E_1, E_2, ν_{12}, ν_{21} e G_{12}.

Como o material da lâmina deste trabalho é um tecido bi-direcional, será adotada a hipótese de E_1 ser igual a E_2. Esta aproximação é bastante razoável, pois a diferença entre estes módulos de elasticidade é pequena. Consequentemente, ν_{12} será igual a ν_{21} pela teoria de reciprocidade de Maxwell.

Quando se deseja considerar a influência das tensões de cisalhamento nas deformações de uma placa, torna-se necessário determinar os valores de G_{23} e G_{13}. Neste trabalho, estas constantes foram aproximadas pelos valores de G_{12}.

Os admissíveis de tensões precisam ser caracterizados para aplicar os critérios de falha nas simulações numéricas. Pode-se constatar pelas equações (2-4) a (2-8) que o critério de falha de máxima tensão utiliza as tensões admissíveis X_t, X_c, Y_t, Y_c e S. Com as equações (2-22) a (2-25) e (2-27), o critério de "Hashin modificado" também usa as mesmas tensões admissíveis.

Os admissíveis de tração e compressão da lâmina são adotados iguais nas duas direções, isto é, $X_t = Y_t$ e $X_c = Y_c$.

Portanto, as constantes elásticas da lâmina necessárias neste trabalho são E_1, ν_{12} e G_{12}, e as tensões admissíveis são: X_t, X_c, e S. Ensaios de caracterização de tração, de compressão e de cisalhamento no plano da lâmina foram realizados em laminados com seqüência de

emplilhamento $[0,90]_{10}$ (Cunha, 2006). As propriedades mecânicas determinadas pelos ensaios de caracterização e utilizadas nas simulações numéricas são apresentadas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Propriedades da lâmina de resina epoxi com tecido de fibra de carbono.

Símbolo	Valor	Propriedade
E_1	62,50 GPa	Módulo de elasticidade na direção 1 da lâmina.
E_2	62,50 GPa	Módulo de elasticidade na direção 2 da lâmina.
G_{12}	4,54 GPa	Módulo de cisalhamento no plano da lâmina.
G_{23}	4,54 GPa	Módulo de cisalhamento no plano transversal 23 da lâmina.
G_{31}	4,54 GPa	Módulo de cisalhamento no plano transversal 31 da lâmina.
ν_{12}	0,05	Coeficiente de poisson 12.
X_t	721,6 MPa	Tensão admissível de tração na direção 1 da lâmina.
X_c	505,4 MPa	Tensão admissível de compressão na direção 1 da lâmina.
Y_t	721,6 MPa	Tensão admissível de tração na direção 2 da lâmina.
Y_c	505,4 MPa	Tensão admissível de compressão na direção 2 da lâmina.
S	89,4 MPa	Tensão admissível de cisalhamento no plano da lâmina.
S_2	89,4 MPa	Tensão admissível de cisalhamento interlaminar.

3.1.1 Ensaio de tração

O ensaio de tração uniaxial foi realizado seguindo as recomendações da norma ASTM D3039/D3039M-00 (2006). A forma do corpo de prova e as posições dos medidores de deformações são mostradas na Figura 3.1 e Figura 3.2. Dez corpos de prova foram utilizados.

Através deste ensaio, aplicou-se uma tensão $\sigma_1 = \sigma$, e as deformações ε_1 e ε_2 foram medidas. As propriedades elásticas foram calculadas por:

$$E_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_1}, \quad \nu_{12} = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \tag{3-1}$$

A tensão σ foi aplicada com uma taxa inferior a 2,0 mm/s. A tensão admissível axial de tração (X_t) foi determinada pela máxima tensão que a lâmina suportou.

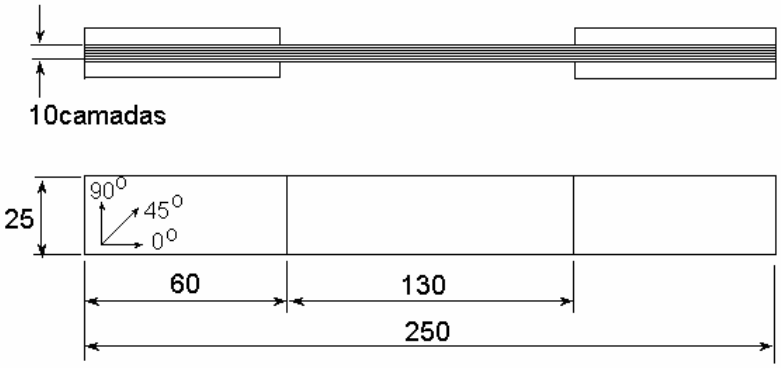


Figura 3.1 – Corpos de prova do ensaio de caracterização de tração.

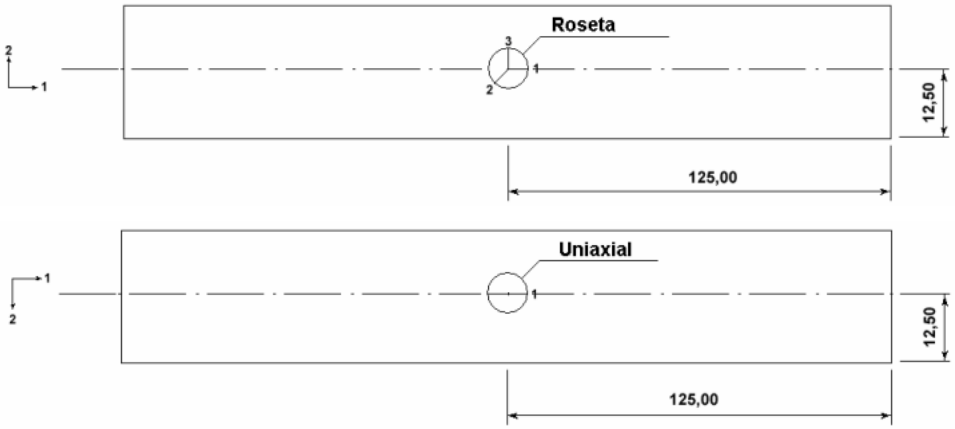


Figura 3.2 – Medidores de deformação do ensaio de caracterização de tração.

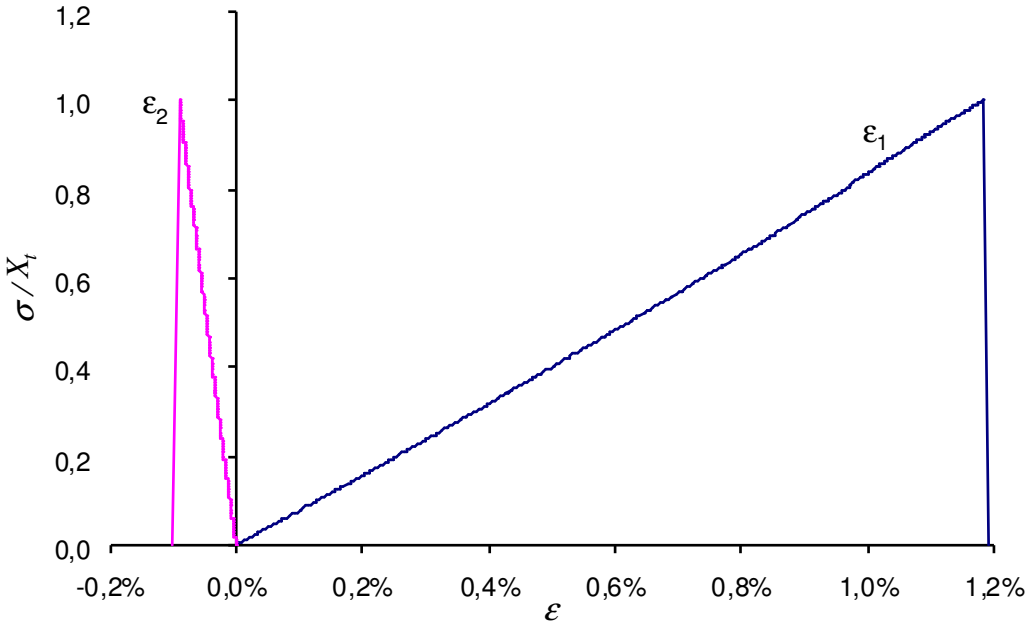


Figura 3.3 – Curvas típicas das deformações nas direções 1 e 2 sob tração na direção 1 de materiais laminados com resina epoxi reforçadas com fibra de carbono.

Os resultados experimentais apresentaram um comportamento linear elástico com ruptura frágil, ilustrado na Figura 3.3. Tita (2003) e Mendonça (2005) também relatam que os laminados de fibra de carbono apresentam este comportamento quando submetidos à carga de tração simples

Os valores médios das constantes elásticas do material foram: E_1 = 62,50 GPa, ν_{12} = 0,05, e a tensão admissível X_t = 721,6 MPa.

3.1.2 Ensaio de compressão

O ensaio experimental de compressão axial foi realizado seguindo as recomendações da norma ASTM D3410/D3410M-03 (2003). A forma do corpo de prova e as posições dos medidores de deformações são mostradas na Figura 3.4 e na Figura 3.5. Foram utilizados dez corpos de prova.

Com a aplicaçao de uma tensão $\sigma_1 = -\sigma$, as deformações ε_1 e ε_2 foram medidas, e as constantes elásticas com cargas compressivas são obtidas com as equações (3-1).

A tensão σ compressiva foi aplicada com uma taxa inferior a 1,5mm/s. O admissível de compressão X_c foi obtido com a carga última do ensaio.

As medidas do CDP e a distância entre suas fixações foram projetadas para evitar o modo de falha de flambagem global. Todavia, sempre eram verificadas se divergências muito grandes e rápidas das tensões ocorriam entre os dois medidores de deformação na direção 1. Isto seria um indicando forte de flexão do CDP. Caso ocorresse, o resultado deveria ser descartado.

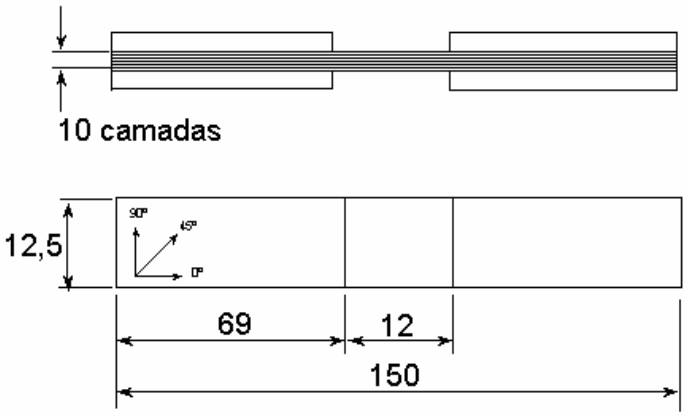


Figura 3.4 – Corpos de prova do ensaio de caracterização de compressão.

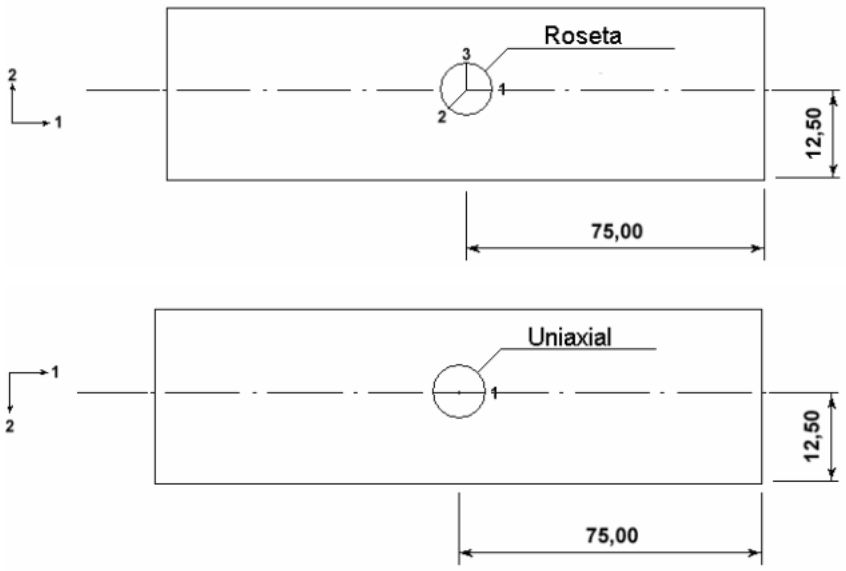


Figura 3.5 – Medidores de deformação do ensaio de caracterização de compressão.

Conforme mostrado na Figura 3.6, os resultados experimentais de compressão simples de laminados em resina epoxi reforçados com fibra de carbono apresentam um comportamento aproximadamente linear elástico até sua falha local. Adams (2003) também relata este mesmo comportamente para este material.

O módulo de elasticidade E_1 e o coeficiente de Poisson ν_{12} obtidos pelo ensaio de tração são similares aos obtidos com o ensaio de compressão.

O valor médio da tensão admissível X_c obtido foi 505,4 Mpa.

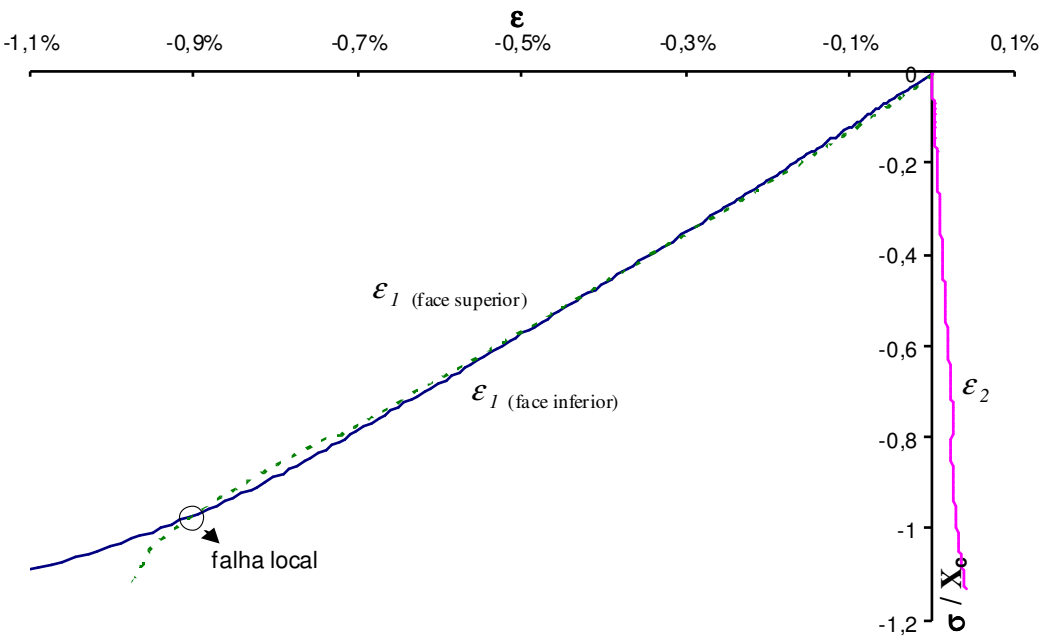


Figura 3.6 – Curvas típicas das deformações nas direções 1 e 2 sob compressão na direção 1 de materiais laminados com resina epoxi reforçadas com fibra de carbono.

3.1.3 Ensaio de cisalhamento

Este ensaio experimental segue as recomendações da norma ASTM D3518/D3518-94(2001). Os valores de G_{12} e S são obtidos diretamente com ensaios uniaxiais de tração com o carregamento de tração σ aplicado a 45º da direção do eixo principal do plano do material. A forma do corpo de prova e as posições dos medidores de deformações estão ilustradas na Figura 3.7 e na Figura 3.8. Dez corpos de prova foram ensaiados.

Neste ensaio, o estado de cisalhamento não é puro, sendo a tensão de cisalhamento a 45° dada por:

$$\tau_{12} = \sigma/2 \tag{3-2}$$

Medindo-se as deformações na direção e perpendicular à direção do carregamento, ε_x e ε_y, a deformação angular é dada por:

$$\gamma_{12} = \varepsilon_x - \varepsilon_y \tag{3-3}$$

A tensão σ de tração na direção do eixo x foi aplicada com uma taxa inferior a 2,0 mm/s.

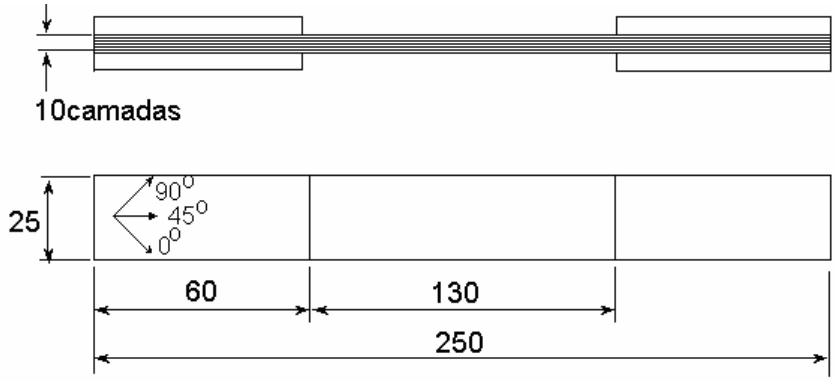


Figura 3.7 – Corpos de prova do ensaio de caracterização de cisalhamento no plano 12.

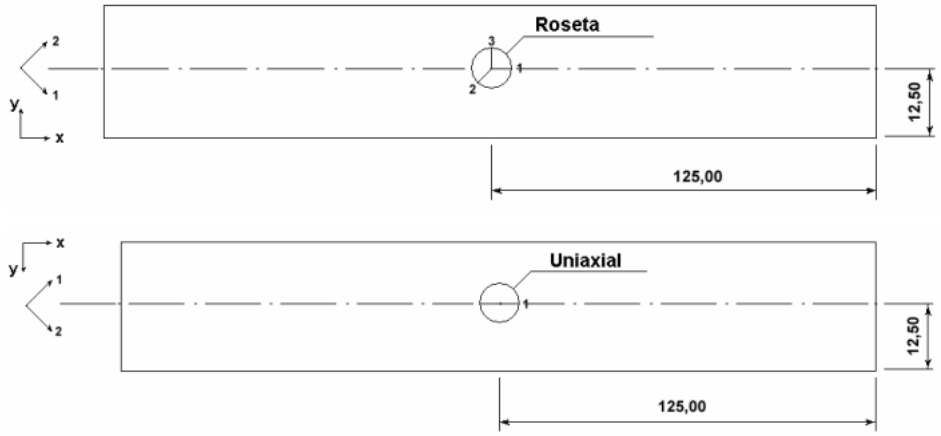


Figura 3.8 – Medidores de deformação do ensaio de caracterização de cisalhamento no plano 12.

Segundo Tita (2003) e Adams (2003), a curva típica de tensão de cisalhamento pela deformação angular de um lamimado de caborno/epóxi é não linear. Os resultados experimentais também demonstraram este comportamento, ilustrado na Figura 3.9.

Todavia, neste trabalho, a relação tensão deformação será aproximada por uma relação linear, mostrada pela reta na Figura 3.9. Baseado na norma ASTM D3518/D3518-94(2001), o módulo de cisalhamento G_{12} foi determinado pelos pontos com 0,2% e 0,4% de deformação angular. A deformação angular de 5% define o admissível de tensão de cisalhamento S. Os valores médios encontrados foram G_{12} = 45,40 GPa, e S = 89,4 MPa.

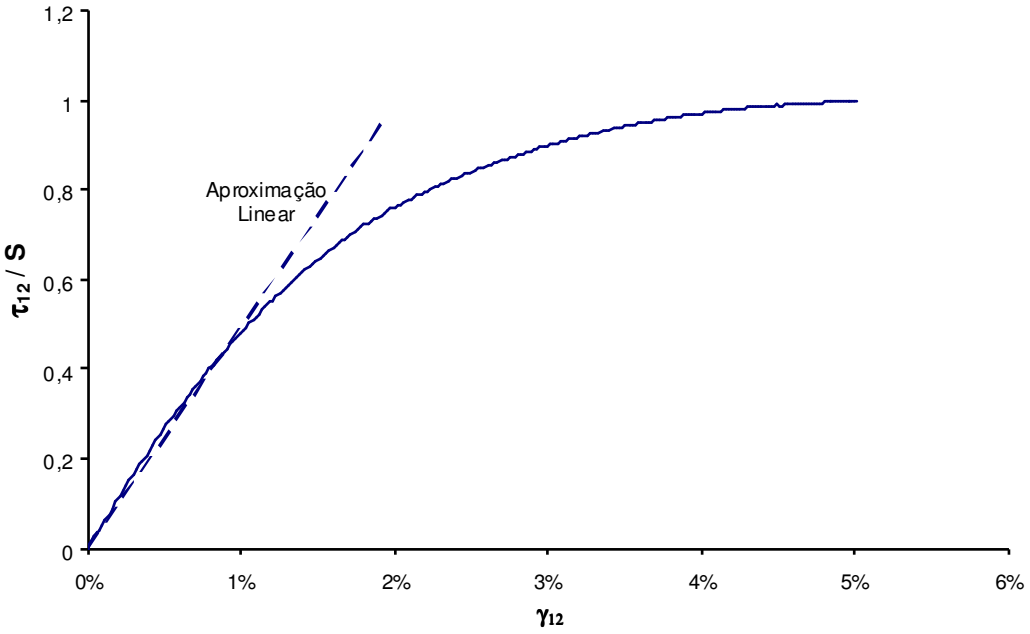


Figura 3.9 – Curvas típicas da tensão de cisalhamento pela deformação angular no plano da lâmina de materiais laminados com resina epoxi reforçadas com fibra de carbono.

3.2 Ensaios de impacto a baixa velocidade

Para a avaliação do impacto em estruturas, existem diferentes procedimentos de testes. Segundo Abrate (1998), dois tipos principais de ensaios são usados pela maioria dos pesquisadores, embora muitos detalhes do aparato possam diferir. São eles: o ensaio feito com pequenas massas sob alta velocidade, denominado de "gas-gun", e o ensaio de um projétil de massa maior sob baixa velocidade denominado de queda-livre ou "drop-test".

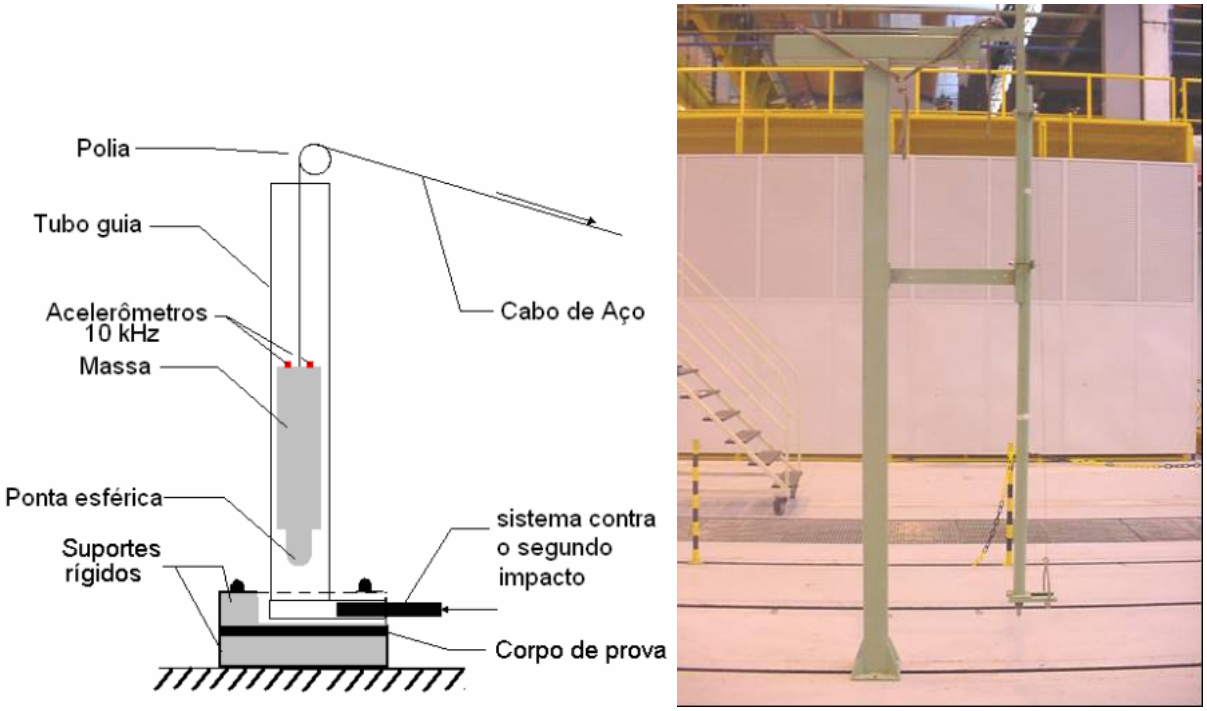
Neste trabalho, o foco do estudo é o impacto com baixas velocidades. Foram realizados ensaios experimentias de impacto com corpos em queda-livre.

Instrumentações são requeridas para determinar a energia de impacto e as forças de contato ao longo do tempo. Equipamento de inspeção foi necessário para dimensionar as extensões e as áreas de danos ocorridas na placa laminada.

3.2.1 Descrição geral do ensaio

A norma ASTM D5628-96 (2001) determina a energia de resistência ao impacto de placas por meio de massa em queda livre para formação de trincas ou sua ruptura. No entanto, o objetivo do ensaio desenvolvido neste trabalho é mais abrangente. Além de determinar a trinca ou falha da placa, busca-se medir as forças de contato e as áreas danificadas na placa com diferentes níveis de energia.

Um desenho esquemático do ensaio é mostrado na Figura 3.10(a). Existe um impactador cilíndrico com uma ponta esférica. Acelerômetros são instalados para medir a velocidade de impacto e a força de contato com a placa. É instalado um sistema para evitar a ocorrência de um segundo impacto, onde um obstáculo é colocado manualmente entre a ponta do impactador e o corpo de prova após a ocorrência do primeiro impacto. A Figura 3.10(b) é uma foto do equipamento que suporta o tubo guia do impactador.



(a) (b)

Figura 3.10- (a) Desenho do aparato do ensaio de impacto de baixa velocidade. (b) Foto do equipamento.

O estudo também utilizou placas com dimensões maiores que as proposta pela ASTM D5628-96 (2001). As dimensões das placas foram baseadas em outro equipamento que realiza ensaios com alta velocidade. Assim, no futuro, os resultados experimentais obtidos com baixas velocidades de impacto poderão ser mais facilmente comparados com os de altas velocidades. A Figura 3.11 apresenta as dimensões do corpo de prova laminado, dos suportes rígidos e o posicionamento dos parafusos.

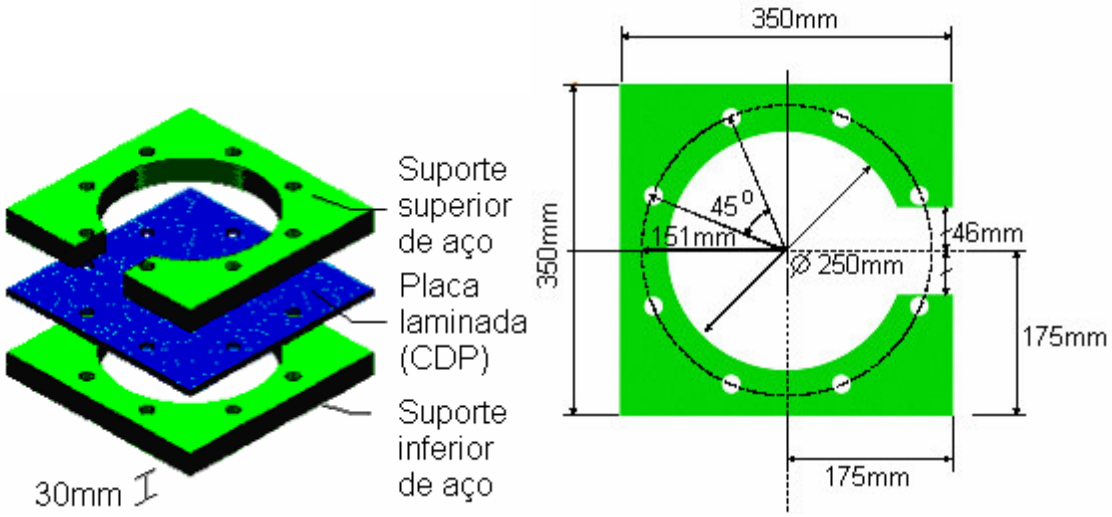


Figura 3.11 – Dimensões dos corpos de prova e suportes rígidos.

Os corpos de provas são placas quadradas com lado de 350 mm. Foram ensaiadas placas laminadas com resina epóxi e reforçadas com tecido de fibra de carbono com 10, 20 e 30 camadas de espessura (Tabela 3.2). Cada lâmina possui espessura de 0,21mm.

Tabela 3.2 – Espessuras das placas ensaiadas.

Placa	espessura
$[0,90]_{10}$	2,1mm
$[0,90]_{20}$	4,2mm
$[0,90]_{30}$	6,3mm

O diâmetro dos furos na placa é 24,0 mm. Como os parafusos possuem 20mm de diâmetro, existe uma folga máxima de 2,0mm.

As dimensões do cilindro e da ponta do impactador mostradas na Figura 3.12 e suas massas foram medidas e apresentadas na Tabela 3.3 e na Tabela 3.4.

Inicialmente, foram realizados ensaios para estimar a energia limiar que danificava as placas de 10 e 30 camadas. Depois, a campanha de ensaios foi feita com impactos de energias superiores a energia limiar de danificação da placa.

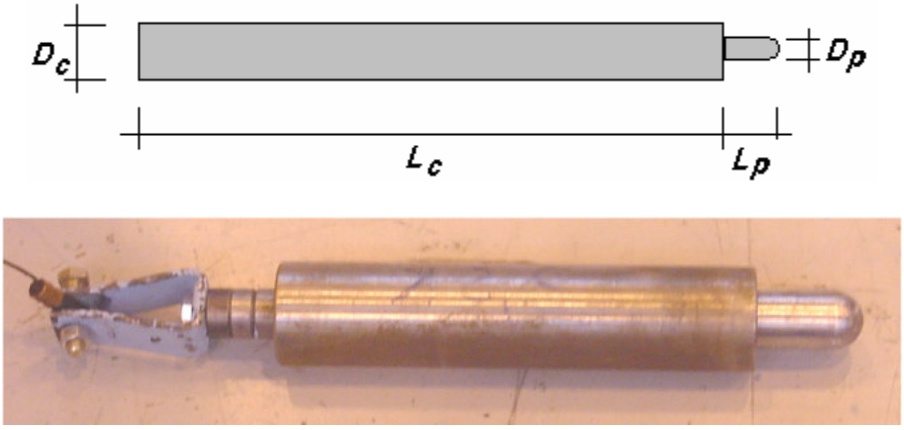


Figura 3.12 – Dimensões e foto de um impactador do ensaio.

Tabela 3.3 – Dados do cilindro do impactador.

Massa Nominal	Material	Massa (Kg)	Lc (mm)	Dc (mm)
5	Aço	4,92	400	44,77
11	Aço	10,84	801	46,96

Tabela 3.4 – Dados da ponta do impactador.

Material	Massa (kg)	Lp (mm)	Dp (mm)
Aço	0,172	45,45	25,01

Pela Tabela 3.3 verifica-se que foram feitos ensaios com duas massas (5 e 11kg),. A Tabela 3.5 e a Tabela 3.6 apresentam os níveis de energias ensaiados com cada impactador. Quando não se constatou dano na placa com a inspeção com o ultra-som, o ensaio com o outro impactador foi realizado no mesmo corpo de prova.

Tabela 3.5 – Energias nominais de impacto com impactador de 5kg.

	Energia de impacto (J)			
$[0,90]_{10}$	5 (1)	7 (1)	11 (1)	23 (1)
$[0,90]_{20}$	65 (1)			
$[0,90]_{30}$	34 (1)	82 (1)		

Nota: Entre parênteses é citado o número de corpos de prova ensaiados.

Tabela 3.6 – Energias nominais de impacto com o impactador de 11kg.

	Energia de impacto (J)					
$[0,90]_{10}$	5 (1)	7 (1)	10 (4)	14 (3)	23 (1)	32 (3)
$[0,90]_{20}$	31 (3)	43 (3)	56 (3)	65 (1)		
$[0,90]_{30}$	34 (1)	44 (4)	55 (4)	63 (3)	94 (1)	

Nota: Entre parênteses é citado o número de corpos de prova ensaiados.

Conforme ilustrado na Figura 3.10, foram instalados no topo dos impactadores dois acelerômetros com as características descritas na Tabela 3.7. A taxa de amostragem das medições com os dois acelerômetros foi de 10 kHz.

Tabela 3.7 – Dados dos acelerômetros.

Modelo	ECBS – 10	7255A – 1
Freqüência natural	600 Hz	15000Hz
Fundo de escala	±10 g	±5000 g
Precisão	0,6 mg	0,05 g rms
Massa	1 g	5 g
Classificação	Piezoresistivo	Piezoelétrico
Fabricante	Entran	Endevco

3.2.2 Metodologia de processamento dos resultados dos acelerômetros

O acelerômetro ECBS-10 possui o objetivo de medir as acelerações ao longo do tempo para calcular a velocidade do impactador no momento do impacto. Isto permite o cálculo da energia de impacto (E_i) no ensaio.

O acelerômetro 7255A-1 é o que mede as acelerações ao longo do tempo para calcular a força de impacto durante o evento. Os valores das forças resultantes F no impactador foram obtidos pela multiplicação destas acelerações pela massa do impactador. A força F é a resultante da força de contato da placa subtraída do peso próprio do impactador, Figura 3.13.

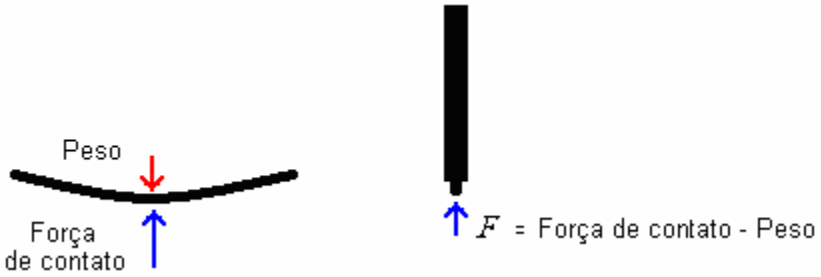


Figura 3.13 – Força resultate no impactador.

Uma filtragem passa baixa a 2500Hz foi aplicada nas acelerações no acelerômetro 7255A-1. Esta filtragem dos resultados tende a atribuir valores não nulos no início e no fim do evento (Fasanella, 2002). Logo, este procedimento tende a majorar o tempo de contato. Assim, é preferível comparar os resultados obtidos entre instantes de tempo menos influenciados por esta filtragem.

Será definida como energia inicial (E_i) a energia no instante de velocidade mínima (Ponto "3" na Figura 3.14). A energia de retorno (E_r) do impactador é a energia no instante de velocidade máxima do impactador (Ponto "5" na Figura 3.14). O intervalo de tempo entre

estes dois instantes de tempo foi designado tempo de impacto (T_{imp}). Observa-se que nestes instantes de tempo, a força atuante no impactador é nula, ou seja, a força de contato entre a placa e o impactador é igual ao peso do impactador. Ressalta-se que o início e o fim da atuação da força de contato da placa com o impactador não ocorrem necessariamente nestes tempos.

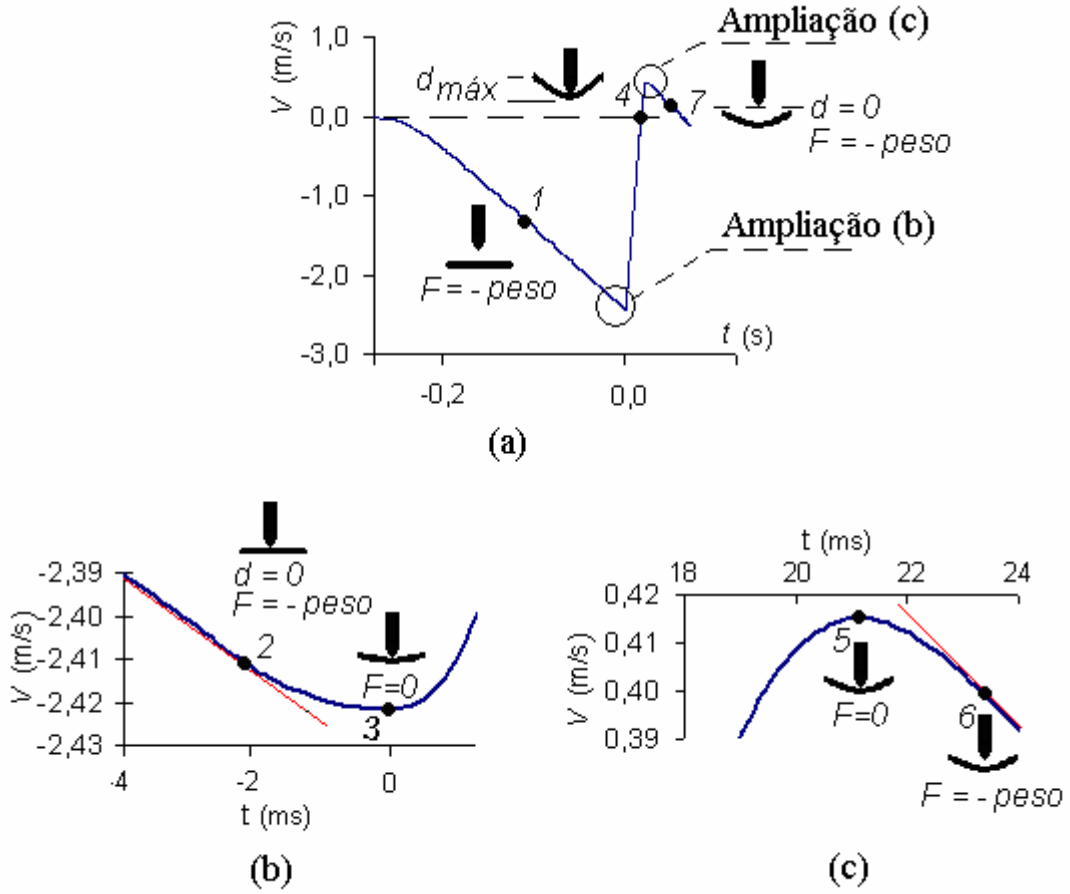


Figura 3.14 – Pontos que definem instantes de tempo importantes no impacto. (a) Curva da velocidade da ponta do impactador ao longo do tempo. (b) Ampliação da curva próximo ao instante de velocidade mínima. (c) Ampliação da curva próximo ao instante de velocidade máxima.

As velocidades ao longo do tempo foram calculadas integrando a aceleração no tempo, e os deslocamentos integrando a velocidade no tempo. Cada integração numérica foi feita utilizando a regra dos trapézios em uma planilha eletrônica.

O instante de tempo zero foi definido quando o impactador atingiu sua velocidade mínima. Este instante corresponde ao ponto (3) ilustrado na Figura 3.14 (b).

A velocidade V_i obtida pelo acelerômtero ECBS-10 no instante de tempo (3) da Figura 3.14 (b) é definida como referência de velocidade para a integração no tempo das acelerações medidas pelo acelerômetro 7255A-1.

O deslocamento nulo do impactador ocorre no instante de tempo em que há o contato do impactador com a placa, indicada no ponto (2) da Figura 3.14 (b). O intervalo de tempo entre o ponto (2) e (3), denominado $\Delta t_{F=0}$, foi definido pelas medições do acelerômtero ECBS-10. Este intervalo de tempo é utilizado para determinar o deslocamento nulo da ponta do impactador através da integração dupla no tempo das acelerações medidas pelo acelerômetro 7255A-1, a partir do ponto (3).

3.2.3 Inspeção de dano após impacto

A inspeção com aparelho de ultra-som identifica a existência de alguma camada delaminada. Durante a inspeção, o operador desenha diretamente na placa um contorno até onde existem danos na placa. Foram feitas inspeções em suas duas faces. A zona delaminada é a sobreposição das duas regiões marcadas, sendo discretizada em quadrados de 5mm de lado. A Figura 3.15 ilustra este procedimento.

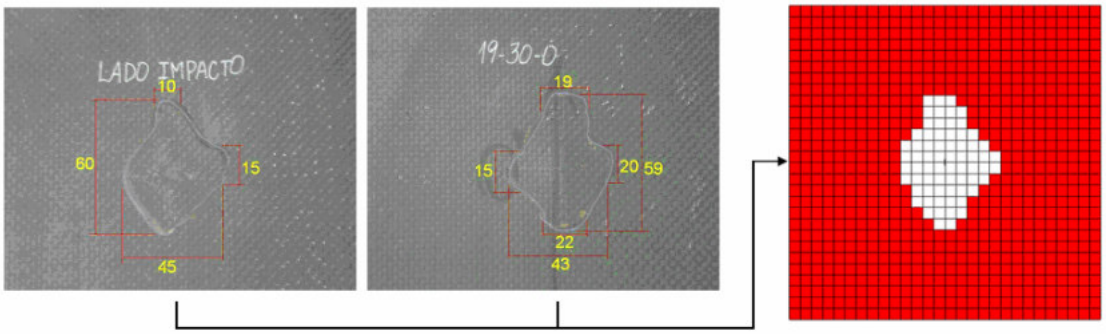


Figura 3.15 – Medição com aparelho ultra-som da área delaminada na placa.

A área de dano por delaminação será denominada A_d e será calculada através da soma de todos quadrados que discretizaram o mapa de dano.

O valor da maior extensão linear do dano, h_m, é a maior medida das extensões h_1 e h_2, ilustrada na Figura 3.16.

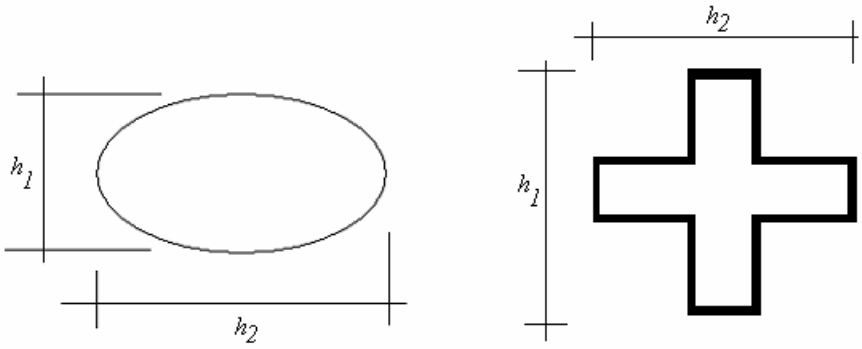


Figura 3.16 – Extensões h_1 e h_2 do dano.

3.3 Modelos de elementos finitos dos ensaios de impacto

A simulação numérica dos ensaios de impacto valeu-se do método de elementos finitos, implementado no programa comercial MSC/Dytran 2005. O Dytran é capaz de simular estruturas laminadas sob condições de cargas transientes através de um método explícito de solução e aplicar as teorias de falha e degradação nas propriedades dos elementos.

O laminado foi modelado com uma malha de elementos de placa. Este elemento comporta-se como se houvesse uma seqüência de elementos de placa que modelam cada lâmina, sobrepostos e ligados entre si, obedecendo a teoria cinemática TDCPO, também denominada teoria de Mindlin-Reissner.

O elemento de placa é lagrangiano, com 4 nós, com uma formulação simples baseada em uma interpolação no deslocamento bilinear. Consequentemente, a tensão axial na direção *X* do elemento varia linearmente na direção *Y*, e vice versa. A tensão de cisalhamento *XY* é constante no elemento (Avelino, 1998). A integração numérica realizada em cada camada do elemento usa um único ponto de Gauss, localizado em seu centróide (Bathe,1996).

O uso de elementos com formulações mais complexas (elementos parabólicos ou de ordem maior) não é recomendável, pois a eficiência na solução é menor. Para reduzir o custo computacional da solução, é preferível utilizar mais elementos simples a utilizar menos elementos com uma formulação mais complexa.

No modelo empregado, a força de contato na face do elemento de placa é constante. Esta simplificação é adequada para placas finas, com uma malha refinada (Davies e Zhan, 1995).

Como a ponta do impactador tem 25,0mm de diâmetro e as dimensões dos danos esperados possuem esta ordem de grandeza, a placa foi discretizada com elementos de placa com 5,0 mm de extensão na região próxima ao impacto.

Foram estudadas três diferentes condições de contorno numéricas da placa denominadas: engastada, apoiada e parafusada com suportes rígidos.

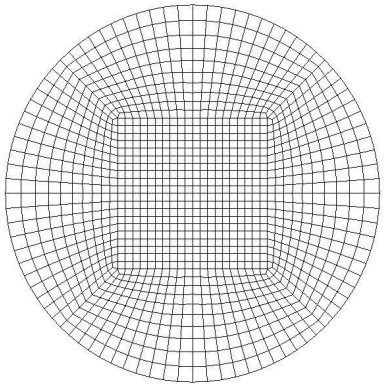
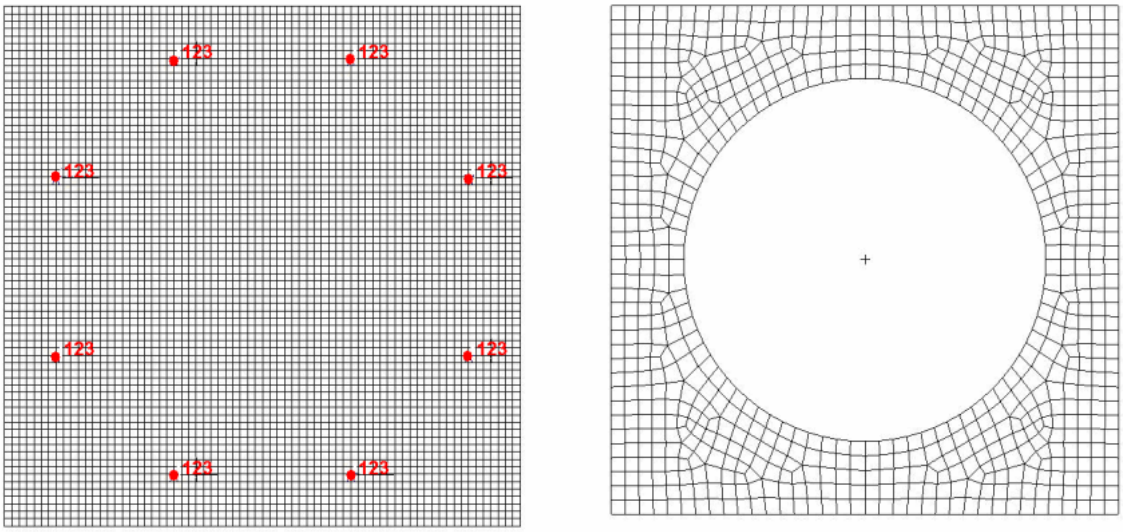


Figura 3.17 - Malha de elementos finitos da placa engastada ou apoiada.

A malha apresentada na Figura 3.17 foi utilizada para a simulação de duas condições de contorno. A engastada restringiu as translações e as rotações dos nós localizados na borda do disco. A apoiada restringiu somente as translações destes mesmos nós.

A malha de elementos finitos com a condição de contorno parafusada com suportes rígidos é apresentada na Figura 3.18 (a). São impostos deslocamentos de translação nulos nos nós da placa posicionados na fixação dos parafusos.

Na Figura 3.18(b), os elementos de placa que representam os suportes inferiores e superiores da placa laminada são mostrados. Eles são elementos rígidos que possuem restrição a qualquer movimento. A simulação numérica representa o contato da placa com os suportes, sem presença de folga e não foi considerado a existência de forças de atrito.



(a) (b)

Figura 3.18 – Malha de elementos finitos para a condição de contorno parafusada com suportes rígidos. (a) Placa laminada e nós restritos à translação na posição dos parafusos (compare com Figura 3.11). (b) Malha dos suportes rígidos superior e inferior.

A discretização da ponta do impactador é mostrada na Figura 3.19. Ela foi um pouco mais refinada que a da placa laminada. Elementos rígidos de casca associados com uma massa são utilizados. O contato entre o impactador e a placa é modelado.

Como as freqüências significativas das três placas laminadas, apresentadas posteriormente na Tabela 4.8, não são muito inferiores que a primeira freqüência axial dos impactadores de 11kg (3100Hz) e de 5kg (6300Hz), a flexibilidade axial do impactador precisa ser considerada. O corpo do impactador foi modelado numericamente com elementos

de barra com 1 grau de liberdade axial, mostrados na Figura 3.19. Estes elementos possuem 8mm de extensão.

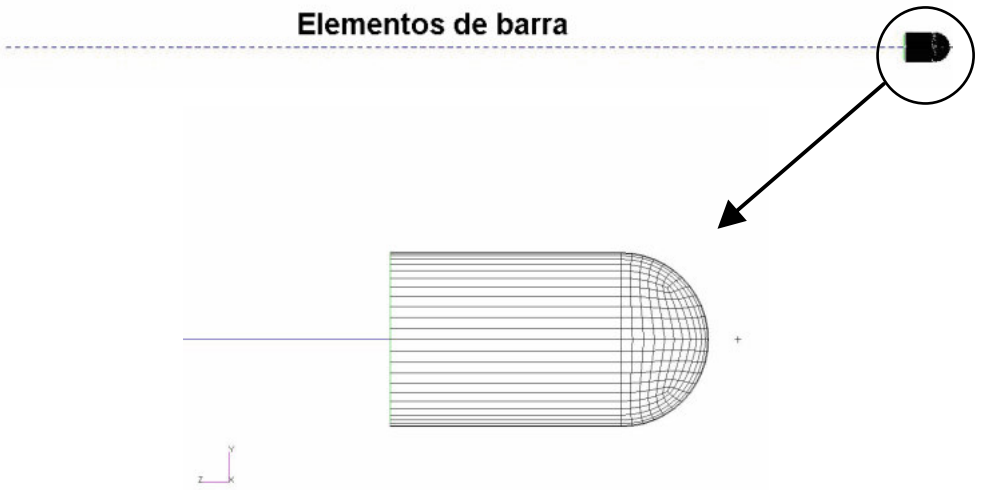


Figura 3.19 – Visão lateral do impactador modelada com elementos de barra e elementos rígidos de casca.

Para avaliar a melhor condição de contorno numérica a ser adotada, foram realizados impactos com níveis de energia muito baixos que não causaram danos nas placas nos ensaios experimentais, com impactadores de 5 kg e 11 kg. Nestas simulações, não são adotados critérios de falha nas lâminas. Os níveis de energia de impacto (E_i) simulados numericamente são apresentados na Tabela 3.8.

Tabela 3.8 – Energias nominais e velocidades de impacto simuladas nas três condições de contorno com as duas massas de impacto.

Placa	E_i (J)	V_i (m/s) m=5kg	V_i (m/s) m=11kg
$[0,90]_{10}$	5	1,26	0,91
$[0,90]_{10}$	7	1,70	1,16
$[0,90]_{30}$	34	3,51	2,49

Após a escolha da melhor condição de contorno, continua-se a análise para previsão de de dano na placa. Os dois critérios de falha escolhidos para a análise numérica são: o critério de máxima tensão e o critério denominado "Hashin modificado". Os quatro critérios de degradação da placa (*D01*, *D02*, *D03* e *D04*) são avaliados. Os níveis de energia simulados para cada placa laminada são apresentados na Tabela 3.9. Estes impactos foram simulados com o impactador de 11kg. Para ajudar nas análises dos resultados, foram também realizadas simulações sem considerar a falha do material.

Tabela 3.9 – Energias de impacto usadas nas simulações numéricas com os diferentes critérios de falha e degradação da placa laminada com o impactador de 11kg.

Placa	V_i (m/s)	E_i (J)
$[0,90]_{10}$	0,92	4,6
	1,16	7,4
	1,45	11,6
	1,58	13,7
	2,03	22,7
	2,43	32,4

Placa	V_i (m/s)	E_i (J)
$[0,90]_{20}$	2,36	30,6
	2,78	42,5
	3,18	55,8
	3,44	65,1

Placa	V_i (m/s)	E_i (J)
$[0,90]_{30}$	2,49	34,0
	2,84	44,5
	3,15	54,6
	3,39	63,3
	4,14	94,3

A taxa de amostragem dos dados das simulações numéricas ao longo do tempo foi de 100kHz.

Um total de 135 simulações foram realizadas e avaliadas.

4 RESULTADOS E ANÁLISE

Os resultados das simulações numéricas e dos ensaios experimentais de impacto de baixa velocidade são apresentados e analisados neste capítulo.

Inicialmente, elege-se a condição de contorno numérica mais adequada e avalia-se a flexibilidade estrutural de cada placa.

A qualidade dos resultados medidos pelos acelerômetros utilizados nos ensaios é comprovada. Para tal, os possíveis erros oriundos da taxa de amostragem e da filtragem passa baixa das medições feitas pelos acelerômetros são quantificados com o auxílio do modelo numérico.

Segue-se a análise, verificando-se experimentalmente a pouca influência da massa do impactador na resistência ao dano da placa laminada aos impactos de baixa velocidade.

Fixando-se a massa do impactador e a condição de contorno do modelo numérico, as forças atuantes e os danos na placa são obtidos numericamente com o uso de diferentes critérios de falha e danificação. Estes resultados são apresentados e comparados com os resultados experimentais. Para os níveis de energia mais próximos de E_{th} de cada placa, também são feitas comparações com resultados analíticos.

Neste capítulo, os resultados das forças atuantes no impactador são normalizados em relação às forças de iniciação de dano (F_{th}) de cada espessura de placa, obtidas experimentalmente. Estes valores são apresentados na Tabela 4.17.

As extensões dos danos e as áreas de danificação também são normalizadas. Esta normalização foi feita em relação aos valores de extensão de dano $h_{ref.}$ (31 mm) e a área de dano $A_{d\ ref.}$. (550 mm^2) obtidas no ensaio experimental de impacto de 44J com uma massa de 11kg na placa de $[0,90]_{30}$.

4.1 Avaliação da condição de contorno numérica

Conforme mencionado anteriormente, são avaliadas três condições de contorno numéricas: engastada, apoiada e a parafusada com suportes rígidos. Foram simulados numericamente casos experimentais cujas energias de impacto não causaram danos nas placas de 10 e 30 camadas.

A força máxima ($F_{máx}$), o tempo de impacto (T_{imp}), o período de tempo $\Delta t_{F=0}$ experimentais e seus respectivos valores numéricos $F_{máx_n}$, T_{imp_n} e $\Delta t_{F=0_n}$ são comparados.

As medições experimentais dos impactos que não causaram danos na placa $[0,90]_{10}$ são apresentadas na Tabela 4.1. Os valores obtidos com as três condições de contorno numéricas são apresentados na Tabela 4.2. As diferenças percentuais entre os valores experimentais e os numéricos são apresentadas na Tabela 4.3.

Tabela 4.1 – Medições experimentais de V_i, E_i, $F_{máx}$, T_{imp} e $\Delta t_{F=0}$ cujos impactos não causaram danos na placa $[0,90]_{10}$.

CDP	m (kg)	V_i m/s	E_i (J)	$\frac{F_{máx}}{F_{th}}$	T_{imp} (ms)	$\Delta t_{F=0}$ (ms)
06-10	5	1,27	4,0	0,66	17,7	0,59
08-10	5	1,71	7,3	0,95	15,8	0,29
06-10	11	0,91	4,6	0,66	26,1	2,54
08-10	11	1,15	7,3	0,98	28,6	2,05

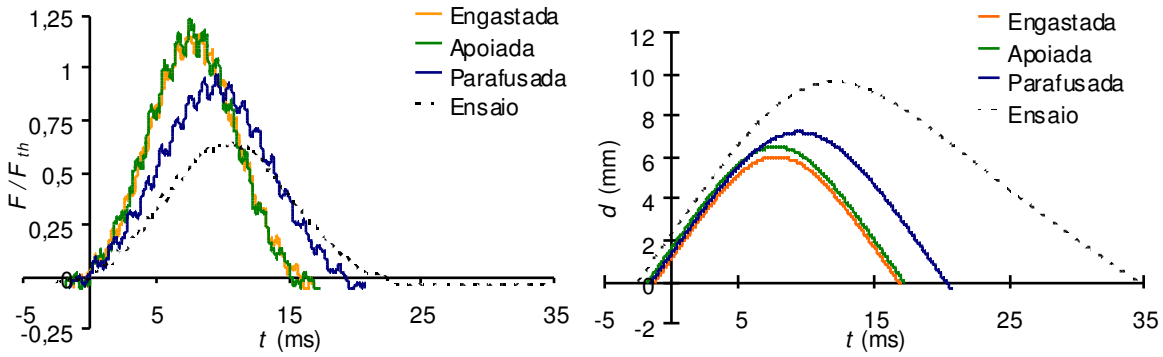
Tabela 4.2 – Resultados de $F_{máx_n}$, T_{imp_n} e $\Delta t_{F=0_n}$ obtidos pelas simulações numéricas com diferentes condições de contorno na placa $[0,90]_{10}$.

Ensaio			$\frac{F_{máx_n}}{F_{th}}$			T_{imp_n} (ms)			$\Delta t_{F=0_n}$ (ms)		
m (kg)	V_i m/s	E_i (J)	Engaste	Apoio	Paraf.	Engaste	Apoio	Paraf.	Engaste	Apoio	Paraf.
5	1,27	4,0	1,03	1,10	0,87	12,3	12,5	15,2	0,00	0,00	0,00
5	1,71	7,3	1,66	1,70	1,33	11,3	11,6	13,3	0,00	0,00	0,01
11	0,91	4,6	1,19	1,23	0,97	18,2	18,7	22,2	1,26	1,79	1,51
11	1,15	7,3	1,68	1,73	1,35	16,3	16,1	19,9	1,09	1,79	1,16

Tabela 4.3 – Diferenças percentuais de $F_{máx}$, T_{imp} e $\Delta t_{F=0}$ entre a simulação numérica com diferentes condições de contorno e o ensaio experimental, para placa $[0,90]_{10}$.

Ensaio			$\frac{F_{\max_n} - F_{\max}}{F_{\max}} \times 100$			$\frac{T_{imp_n} - T_{imp}}{T_{imp}} \times 100$			$\frac{\Delta t_{F=0_n} - \Delta t_{F=0}}{\Delta t_{F=0}} \times 100$		
m (kg)	V_i m/s	E_i (J)	Engaste	Apoio	Paraf.	Engaste	Apoio	Paraf.	Engaste	Apoio	Paraf.
5	1,27	4,0	55,5	66,6	31,2	-30,5	-29,0	-13,8	-100	-100	-100
5	1,71	7,3	74,2	79,2	39,4	-28,4	-26,4	-16,1	-100	-100	-96,6
11	0,91	4,6	80,5	87,7	47,7	-30,3	-28,2	-14,8	-50,4	-29,5	-40,6
11	1,15	7,3	71,3	76,0	37,2	-43,0	-43,7	-30,3	-46,8	-12,7	-43,4

As curvas das forças e dos deslocamentos ao longo do tempo numéricas e experimentais do impacto com a massa de 11kg a 4,6J na placa $[0,90]_{10}$ são apresentadas na Figura 4.1. Os resultados da condição de contorno parafusada são os que mais se aproximam dos experimentais.



(a) Força (b) Deslocamento

Figura 4.1 – Resultados da força e do deslocamento no impactador de 11kg, E_i≈5J, com a placa $[0,90]_{10}$ com diferentes condições de contorno e ensaio (CDP 06-10).

A Tabela 4.3 mostra que a condição de contorno parafusada apresentou valores de $F_{máx}$ e T_{imp} mais próximos dos resultados experimentais.

Comparando os resultados das simulações numéricas da placa $[0,90]_{10}$ entre si, na Figura 4.1, as condições de contorno apoiada e engastada apresentam resultados similares. A condição de contorno parafusada com suportes rígidos apresentou um maior deslocamento. Uma das principais diferenças desta condição em relação às demais é a maior flexibilidade axial da placa, ocasionando uma menor rigidez de membrana. Como ocorrem grandes deformações, a menor rigidez de membrana na condição de contorno parafusada explica sua maior flexibilidade estutural.

Na Tabela 4.3, os valores de $\Delta t_{F=0}$ experimentais são sempre maiores que os resultados das simulações numéricas. Isto demostra que o aumento da força de contato da placa no início do evento é mais lento do que no modelo numérico. As possíveis causas são: a endentação da placa e as possíveis folgas nos seus prendedores que o modelo numérico não simula. A porcentagem da influência da energia gasta para a endentação é minimizada com o aumento da energia de impacto. Este comportamento é verificado experimentalmente na Tabela 4.1, pois na medida em que a energia de impacto com um mesmo impactador aumenta, menor é o valor de $\Delta t_{F=0}$.

Com o impactador de 11kg, existe uma variação do intervalo $\Delta t_{F=0_n}$ mais expressiva entre as condições de contorno apresentadas na Tabela 4.2. Como a velocidade de impacto é muito baixa, a placa está sendo mais influenciada pela variação das condições de contorno. A condição apoiada é a que apresenta o maior intervalo $\Delta t_{F=0_n}$, seguido pela condição com suporte parafusado, e pela engastada. Como as deformadas ainda são pequenas neste início de contato, efeitos não lineares geométricos não ocorrem. Como conseqüência, a condição de

contorno parafusada com suportes rígidos apresentou deslocamentos intermediários entre a condição engastada e a simplesmente apoiada neste intervalo de tempo inicial.

Observa-se na Tabela 4.2 que à medida que a velocidade de impacto aumenta, o valor de $\Delta t_{F=0}$ numérico tende a diminuir, tendendo a ser nulo. Isto indica que a reposta inicial da placa na simulação numérica independe da condição de contorno.

Numericamente, foi verificado que a posição do início do contato entre a ponta do impactador e a placa pode ter diferenças de até 0,025mm com as diferentes condições de contorno. Esta diferença é causada pela vibração inicial da placa devido ao seu peso próprio. Isto explica as pequenas variações nos resultados de $\Delta t_{F=0}$ na Tabela 4.2 entre os modelos com o impactador de 5kg.

Os resutados experimentais dos impactos que não causaram danos na placa $[0,90]_{30}$ são apresentados na Tabela 4.4. Os resultados das simulações numéricas destes casos com diferentes condições de contorno são apresentados na Tabela 4.5. As diferenças percentuais em relação aos resultados experimentais são mostradas na Tabela 4.6.

Tabela 4.4 – Medições experimentais de V_i, E_i, $F_{máx}$, T_{imp} e $\Delta t_{F=0}$ cujos impactos não causaram danos na placa $[0,90]_{30}$.

CDP	m (kg)	V_i m/s	E_i (J)	$\frac{F_{máx}}{F_{th}}$	T_{imp} (ms)	$\Delta t_{F=0}$ (ms)
06-30	5	3,51	31,35	0,96	5,6	0,10
06-30	11	2,48	34,00	0,94	8,2	0,20

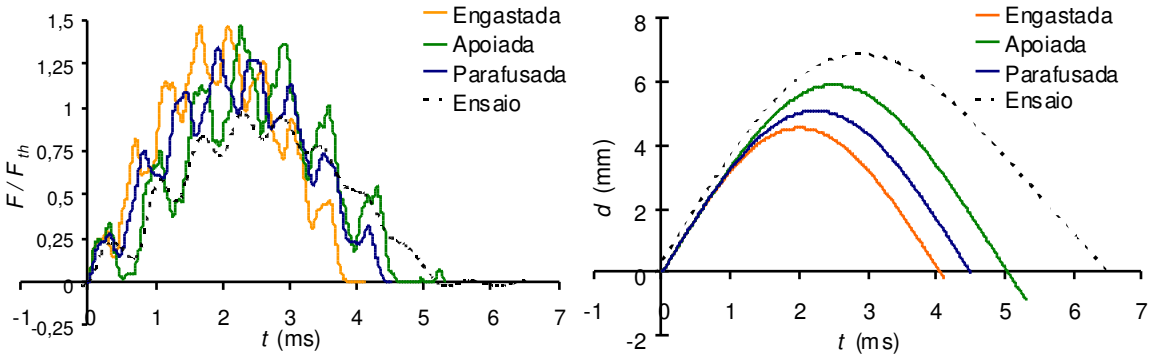
Tabela 4.5 – Resultados de $F_{máx_N}$, T_{imp_N} e $\Delta t_{F=0_N}$ obtidos pelas simulações numéricas com diferentes condições de contorno na placa $[0,90]_{30}$.

Ensaio			$\frac{F_{máx_N}}{F_{th}}$			T_{imp_N} (ms)			$\Delta t_{F=0_N}$ (ms)		
m (kg)	V_i m/s	E_i (J)	Engaste	Apoio	Paraf.	Engaste	Apoio	Paraf.	Engaste	Apoio	Paraf.
5	3,51	31,35	1,47	1,47	1,34	4,1	5,3	4,4	0,00	0,00	0,00
11	2,48	34,00	1,50	1,50	1,35	5,8	7,3	6,7	0,00	0,00	0,00

Tabela 4.6 – Diferenças percentuais de $F_{máx}$, T_{imp} e $\Delta t_{F=0}$ entre a simulação numérica com diferentes condições de contorno e o ensaio experimental, para placa $[0,90]_{30}$.

Ensaio			$\frac{F_{max_N} - F_{max}}{F_{max}} \times 100$			$\frac{T_{imp_N} - T_{imp}}{T_{imp}} \times 100$			$\frac{\Delta t_{F=0_N} - \Delta t_{F=0}}{\Delta t_{F=0}} \times 100$		
m (kg)	V_i m/s	E_i (J)	Engaste	Apoio	Paraf.	Engaste	Apoio	Paraf.	Engaste	Apoio	Paraf.
5	3,51	31,35	52,9	52,7	39,4	-26,0	-4,6	-20,1	-100	-100	-100
11	2,48	34,00	58,6	58,6	42,5	-29,0	-10,8	-18,1	-100	-100	-100

As curvas das forças e dos deslocamentos ao longo do tempo (numéricas e experimentais) do impacto com a massa de 5kg a 34J na placa $[0,90]_{30}$ são apresentadas na Figura 4.2.

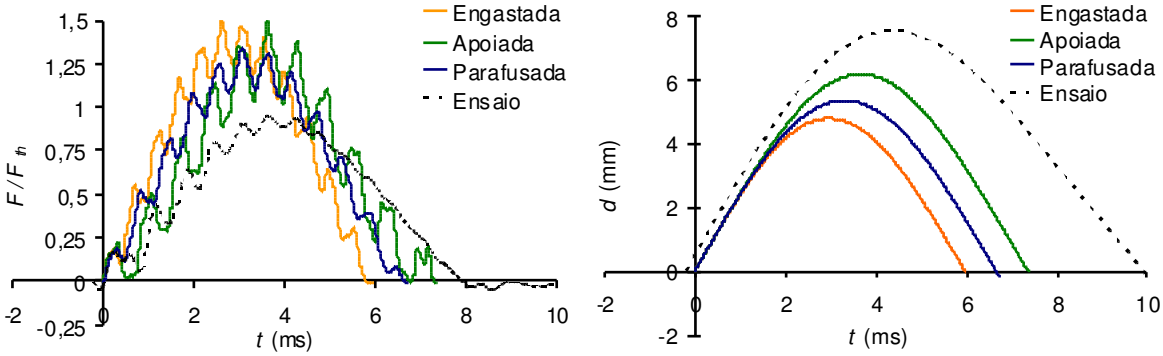


(a) Força (b) Deslocamento

Figura 4.2 – Resultados da força e do deslocamento do impactador de 5kg, E_i≈34J, com a placa $[0,90]_{30}$ com diferentes condições de contorno e o ensaio (CDP 06-30).

Observa-se na Figura 4.2(a) que na condição de contorno apoiada, após o impactador soltar da placa em 4,5ms, o contato é reestabelecido com o impactador entre 5,0 e 5,3 ms. Todavia, este novo contato devolve ao impactador uma energia não significativa. Este fenômeno não ocorreu com as demais condições de contorno. É mais coerente considerar o tempo de contato da condição apoiada igual a 4,5ms. Este valor é bem próximo da condição de contorno parafusada.

As curvas das forças e dos deslocamentos ao longo do tempo (numéricas e experimentais) do impacto com massa de 11kg a 34J na placa $[0,90]_{30}$ são apresentadas na Figura 4.3.



(a) Força (b) Deslocamento

Figura 4.3 – Resultados da força e do deslocamento no impactador de 11kg, E_i≈34J, com a placa $[0,90]_{30}$ com diferentes condições de contorno e ensaio (CDP 06-30).

Na Figura 4.3, com a condição apoiada, o impactador se solta da placa em 6,7ms, e rapidamente novo contato ocorre até o tempo de 7,3ms. Neste intervalo de tempo, a placa

devolve ao impactador uma pequena energia. Este fenômeno não ocorreu com as demais condições de contorno. Neste caso, é mais coerente considerar o tempo de contato igual a 7ms. Este valor também é bem próximo da condição de contorno parafusada.

Logo, após esta análise mais detalhada das curvas da força pelo tempo, observa-se que a condição de contorno apoiada apresenta um tempo de contato de impacto similar a da condição parafusada na placa $[0,90]_{30}$.

Baseado na comparação das forças $F_{máx}$ apresentadas na Tabela 4.6, pode-se concluir que a condição de contorno na placa $[0,90]_{30}$ parafusada com suportes rígidos apresenta valores mais próximos dos resultados experimentais.

Todavia, baseando-se nas curvas de deslocamento pelo tempo da placa de 30 camadas, Figura 4.2(b) e Figura 4.3(b), a condição apoiada foi a que melhor se aproximou do deslocamento experimental.

Pelas curvas da força ao longo do tempo na placa de 30 camadas, Figura 4.2(a) e Figura 4.3(a), a condição parafusada é uma condição intermediária entre a condição engastada e apoiada. Este comportamento foi diferente do verificado com a placa mais fina, que apresentou uma maior variação da rigidez de membrana da placa com as diferentes condições de contorno.

Na Tabela 4.4, à medida que a velocidade de impacto aumenta, menor é o valor de $\Delta t_{F=0}$. Assim, como observado na placa de 10 camadas, as explicações destas diferenças são: a endentação da placa e as possíveis folgas nos prendedores.

Pela Tabela 4.5, os valores de $\Delta t_{F=0}$ numérico para as três condições de contorno foram nulos com a placa de 30 camadas. Logo, para esta velocidade de impacto, as condições de contorno não interferem nos resultados de $\Delta t_{F=0}$ numéricos.

Pela Tabela 4.6, na placa de 30 camadas, os valores experimentais de $\Delta t_{F=0}$ são maiores que os numéricos.

A condição de contorno numérica com suporte rígido parafusado foi escolhida para as análises numéricas da campanha de ensaios de impacto, devido a melhor correlação com as forças experimetais.

4.2 Análise da flexibilidade da placa

Buscando avaliar a resposta numérica e experimental da placa quanto à sua flexibilidade estrutural, analisaram-se as repostas obtidas com impactos que não ocasionaram danos. As comparações das curvas da força, apresentadas da Figura 4.1 até a Figura 4.3, mostram que as

simulações numéricas apresentaram forças maiores e deslocamentos menores que os obtidos experimentalmente. Logo, os modelos numéricos estão mais rígidos que os testes.

Na Figura 4.4, no ensaio experimental, a ponta do impactador desloca quase 2,0 mm sem um aumento significativo da força de contato da placa durante o início do evento.

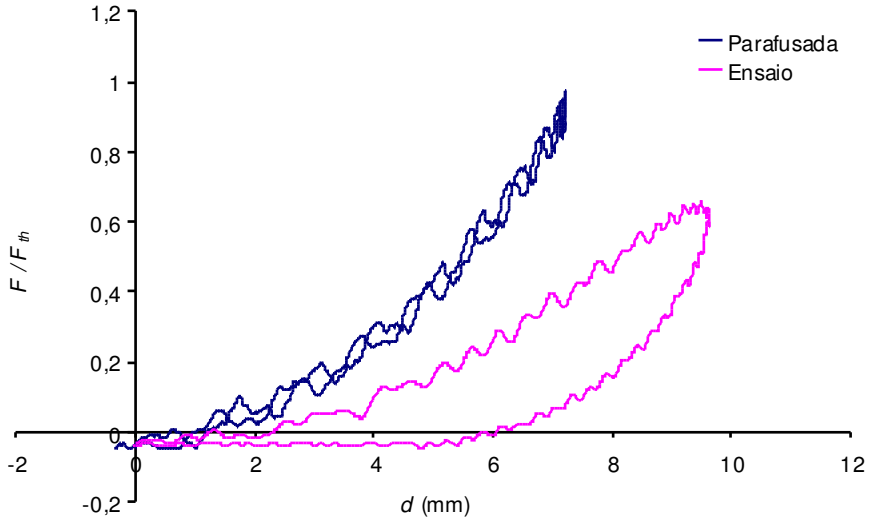


Figura 4.4 – Curvas da força pelo deslocamento no impactador de 11kg, E_i≈5J, com a placa $[0,90]_{10}$ com condição de contorno parafusada e ensaio CDP 06-10.

A curva da força pelo deslocamento na placa de 30 camadas é mostrada na Figura 4.5. A força de contato no ensaio experimental começa atuar mais significativamente a partir de 0,6 mm. Como as placas mais espessas não permitem uma grande deflexão, o início de sua reação ocorre com um deslocamento menor.

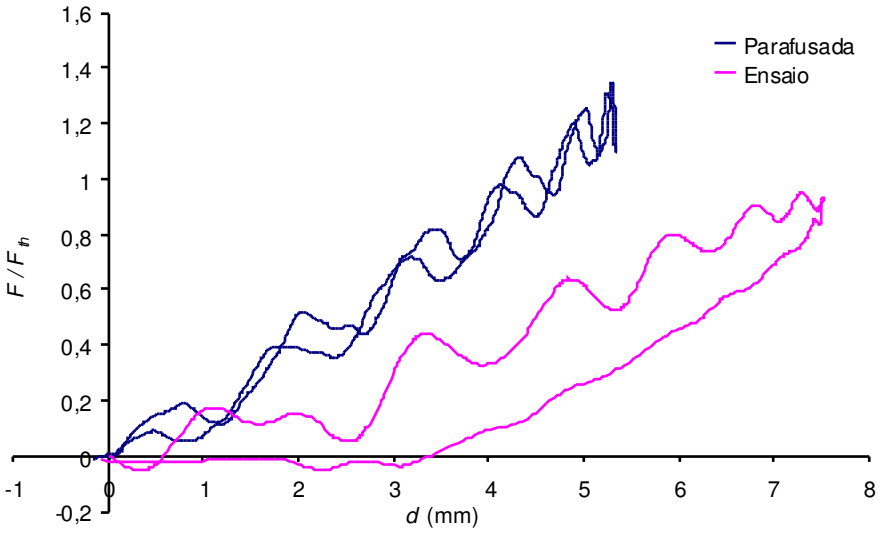


Figura 4.5 – Curvas da força pelo deslocamento no impactador de 11kg, E_i≈34J, com a placa $[0,90]_{30}$ com condição de contorno parafusada e ensaio CDP 06-30.

A montagem da placa no dispositivo foi feita com parafusos. Folgas de 2,0mm contribuem para um aumento de sua flexibilidade, principalmente no início do evento de contato. No entanto, espera-se que a influência destas possíveis folgas não interfira siginificativamente nas intensidades das forças de contato e, consequentemente, na área danificada nos impactos com maiores energias. A maior interferência será em uma defasagem da força ao longo tempo. Esta defasagem será da ordem de grandeza do valor de $\Delta t_{F=0}$ medido experimentalmente, Tabela 4.1 e Tabela 4.4. Na análise dos resultados, esta defasagem de tempo nas comparações das forças entre os resultados numéricos e os experimentais foi retirada, adotando o tempo de referência nulo, no instante de tempo em que força atuante no impactador (F) é nula.

Outro possível motivo para a maior flexibilidade é a falta de representação numérica da flexibilidade da endentação. As deformações devidas à endentação na placa são inferiores à sua espessura. Logo, a influência da flexibilidade de endentação é pequena quando correm deslocamentos da ponta do impactador maiores que a espessura da placa. Quanto maior for a energia de impacto, mais rapidamente a região de contato se aproxima de uma resposta rígida. Este modelamento da rigidez de endentação seria necessário em estudos da deformação permanente na zona de contato, o que não foi estudado neste trabalho.

Os gráficos das forças em função dos deslocamentos experimentais das duas placas na Figura 4.4 e na Figura 4.5 também revelam que as respostas não foram perfeitamente elásticas como nos modelos numéricos. As curvas de descarregamento da força diferem das curvas de carregamento. Experimentalmente, observa-se que a placa perde o contato com o impactador antes de seu retorno ao deslocamento nulo. No modelo numérico, a perda de contato ocorre próxima da posição de deslocamento nulo. Logo, no fim do contato do impactador, a placa ensaida está com uma maior energia interna de vibração e outros danos na placa podem ter ocorridos.

Como não se constataram delaminações na inspeção de ultra-som para os casos mostrados na Figura 4.4 e na Figura 4.5, podem ter ocorrido danos por endentação e por micro-trincas na matriz ou na interface fibra-matriz. Estes modos de falha não foram considerados numericamente, mas cooperam com a perda de rigidez das placas.

Portanto, a maior rigidez das placas sujeitas a níveis de energia inferiores à iniciação de dano é motivada pelas folgas dos parafusos em relação aos furos e aos danos de endentação e microtrincas. Como a campanha de ensaios realizada neste trabalho possui níveis de energia de impacto maiores que E_{th}, esta maior rigidez da placa no modelo numérico não interfirirá significativamente na estimativa das forças e das áreas de danos.

4.3 Avaliação da taxa de amostragem e filtragem passa baixa do ensaio

Em estudos de impacto, é recomendável que os maiores modos significativos de freqüência de vibração das estruturas sejam registrados pelas medições. Como os modos mais altos de vibração também podem ser excitados em eventos de impacto (Abrate, 1998), a taxa de amostragem deve ser adequada.

Baseado no cálculo analítico das freqüências de vibração axial de uma barra uniforme com ambas extremidades livres (Young, 1989), as frequências naturais dos impactadores são definidas na Tabela 4.7. A densidade do impactador utilizada foi 7814 kg/m^3 ($\rho_{aço}$) e seu módulo de elasticidade linear ($E_{aço}$) igual a 200 GPa.

Tabela 4.7 – Frequências axiais de vibração dos impactadores.

Massa	Freqüência natural
5 kg	6324 Hz
11kg	3158 Hz

A freqüência de vibração máxima significativa de cada placa, denominada $Freq_{máx}$, representa a maior freqüência de vibração que deve ser considerada para a avaliação numérica. Este valor foi determinado numericamente, pela análise dos resultados das forças no domínio da freqüência de simulações de impacto com diferentes níveis de energia, sem ocorrência de dano do material, com a condição de contorno parafusada com suportes rígidos. Os valores encontrados estão apresentados na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 – $Freq_{máx}$ das placas.

Placa	$Freq_{máx}$
$[0,90]_{10}$	1400Hz
$[0,90]_{20}$	1800Hz
$[0,90]_{30}$	2100Hz

Uma taxa de amostragem de 10 kHz foi utilizada nos ensaios experimentais. Melhores resultados experimentais seriam conseguidos com uma taxa de amostragem dez vezes maior que a $Freq_{máx}$ da placa. No entanto, medidas razoáveis das forças médias no evento seriam conseguidas com taxas de amostragem até 2,5 vezes a freqüência significativa de interesse. Neste trabalho, o valor ideal seria 21 kHz e o menor aceitável seria 5,2 kHz. Portanto, o uso da taxa de aquisição de 10 kHz é aceitável, mas acarreta alguma perda de forças de pico.

Medidas de acelerações com freqüências maiores que 25% da freqüência de ressonância do acelerômetro 7255A-1 não são confiáveis, devido à amplificação do resultado. Portanto, baseado nas caracterísitcas do acelerêmetro, Tabela 3.7, as medidas de aceleração com freqüências maiores que 3750 Hz precisam ser filtradas. Além disso, foi necessário filtrar a

interferência da vibração das acelerações da extremidade livre da barra que ocorriam a uma freqüência mínima de 3150Hz, conforme Tabela 4.7. Devido a dificuldades experimentais, os acelerômetros foram colocados na extremidade livre do impactador. Nesta posição, as amplitudes das acelerações devido a vibração do impactador são bem maiores do que as atuantes na ponta em contato com a placa. Consequentemente, para determinar corretamente a força de contato, uma fitragem passa baixa a 2500Hz nas acelerações foi aplicada.

Comparando a freqüência de filtragem passa baixa de 2500Hz com as frequências $Freq._{máx}$ das placas apresentadas na Tabela 4.8, nota-se que estes valores são próximos. Logo, a aplicação desta filtragem exigirá a estimativa do possível erro na medição das forças de contato entre o impactador e a placa.

A soma percentual do erro em relação à máxima força de impacto oriunda da taxa de amostragem de 10 kHz e da filtragem passa baixa a 2500Hz foi estimada para cada espessura de placa. Ela foi determinada a partir dos resultados das simulações numéricas de impacto, sem consideração de dano, nos níveis de energia ensaiados. O erro percentual em relação à máxima força de impacto calculado para cada placa é apresentado na Tabela 4.9.

Tabela 4.9 – Erro percentual em relação a máxima força de impacto devido a taxa de amostragem de 10 kHz e a filtragem passa-baixa a 2500Hz.

Placa	$Erro_{F\ ensaio}$
$[0,90]_{10}$	7,0%
$[0,90]_{20}$	8,5%
$[0,90]_{30}$	10,0%

4.4 Avaliação da influência da massa do impactador

Baseados nos resultados apresentados na Tabela 4.1 e na Tabela 4.4, as energias de impacto medidas experimentalmente que não causaram danos nas placas laminadas com impactadores de 5 kg e 11 kg são apresentadas na Tabela 4.10. Verifica-se que, para uma mesma placa e um mesmo nível de energia, delaminações não ocorrem devido à variação da massa.

Tabela 4.10 – Energias de impacto experimentais sem ocorrência de delaminações.

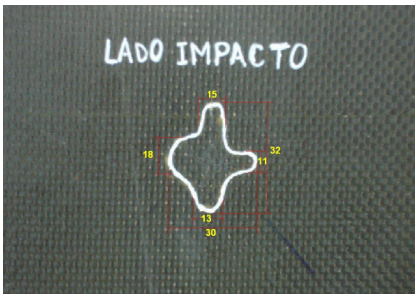
Placa	m (kg)	E_i (J)
$[0,90]_{10}$	5	4,0
	11	4,6
	5	7,3
	11	7,3
$[0,90]_{30}$	5	31,4
	11	34,0

Com o aumento da energia de impacto, delaminações começam ocorrer com ambos impactadores. As medições registradas da V_i, E_i, $F_{máx}$, T_{imp}, E_r e A_d com as massas de 5 e 11 kg, com níveis de energia de impacto próximos, são apresentadas na Tabela 4.11.

Tabela 4.11 – Medições experimentais obtidas com impactadores de 5 e 11kg.

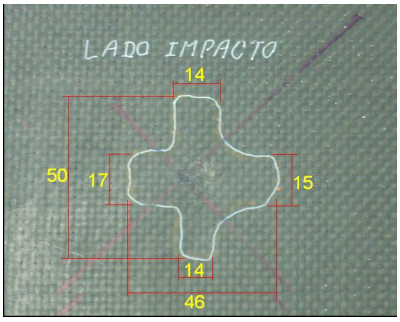
Placa	CDP	M (kg)	V_i (m/s)	E_i (J)	$F_{máx}$ (N)	T_{imp} (ms)	E_r (J)	A_d (mm^2)
$[0,90]_{10}$	07-10	5	2,10	11,2	235,2	14,74	2,81	250
	11-10	11	1,43	11,2	242,7	19,82	3,20	200
$[0,90]_{10}$	18-10	5	2,96	22,3	259,5	15,23	4,03	550
	19-10	11	2,03	22,7	268,8	21,97	3,10	550
$[0,90]_{20}$	14-20	5	4,86	60,2	618,3	10,45	15,27	1250
	13-20	11	3,18	55,8	585,7	14,45	11,05	1175
$[0,90]_{30}$	18-30	5	5,67	82,0	1027,7	7,23 (1)	18,92 (1)	1550
	19-30	11	4,14	94,3	1154,4			1575

Nota: (1) Erro na medição do acelerêmetro.

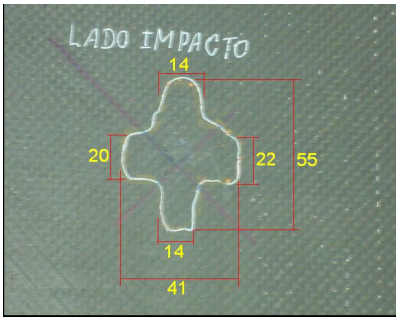


(a) $[0,90]_{10}$, CDP 18-10, $m = 5$kg, $E_i = 22,3$J

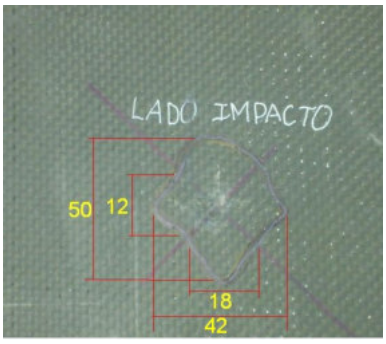
(b) $[0,90]_{10}$, CDP 19-10, $m = 11$kg, $E_i = 22,7$J



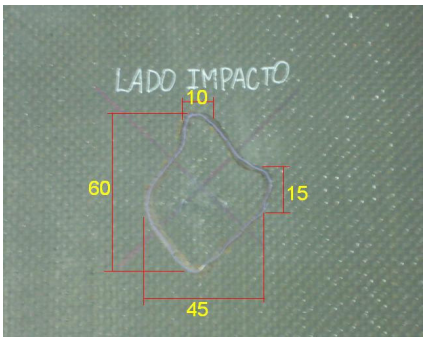
(c) $[0,90]_{20}$, CDP 14-20, m=5kg, E_i =60,2J.



(d) $[0,90]_{20}$, CDP 13-20, $m = 11$kg, E_i =55,8J.



(e) $[0,90]_{30}$, CDP 18-30, m=5kg, E_i=82,0J.



(f) $[0,90]_{30}$, CDP 19-30, m=11kg, E_i=94,3J.

Figura 4.6 – Fotos da superfície da placa impactada com o mapa da área delaminada.

Algumas fotos da área delaminada destacada na cor branca nas placas impactadas com massas diferentes são apresentadas na Figura 4.6. Cada par de fotos permite a comparação visual dos danos causados com os dois impactadores e níveis de energia próximos.

Todos os resultados ensaiados com a massa de 11kg definem, para cada espessura de placa, uma linha de tendência da área de dano (A_d) em função da energia de impacto. Posteriormente, a Tabela 4.18 apresenta as velocidades e energias registradas nos ensaios. As comparações destas linhas de tendências com as áreas de danos obtidos experimentalmente com a massa de 5kg são feitas na Figura 4.7.

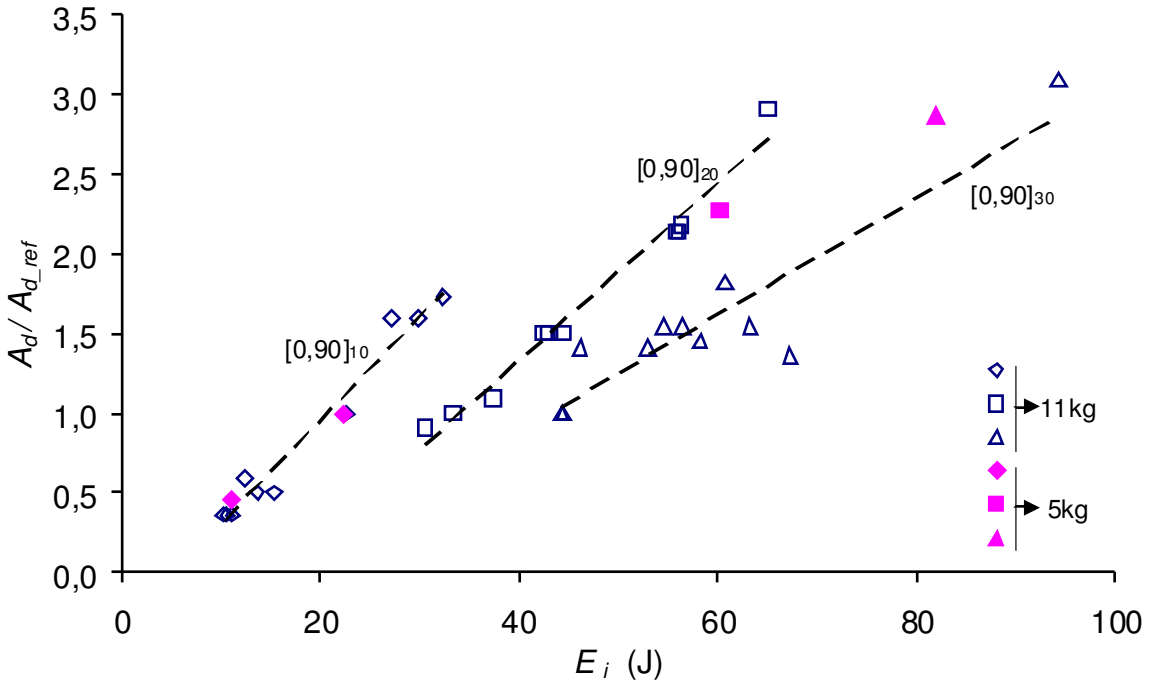


Figura 4.7 – Comparação da área de dano experimental com impactadores de 5 e 11kg.

Baseado nas comparações dos mapeamentos e valores das áreas de danos A_d experimentais mostradas na Figura 4.6 e na Figura 4.7, pode-se concluir que impactos de mesma energia realizados com massas diferentes danificam áreas similares.

Linhas de tendência dos resultados experimentais de $F_{máx}$ e E_r na placa $[0,90]_{10}$ com todos os resultados ensaiados com a massa de 11kg são comparados com os obtidos com a massa de 5 kg na Figura 4.8 e na Figura 4.9. Também se observa similaridade nestes resultados.

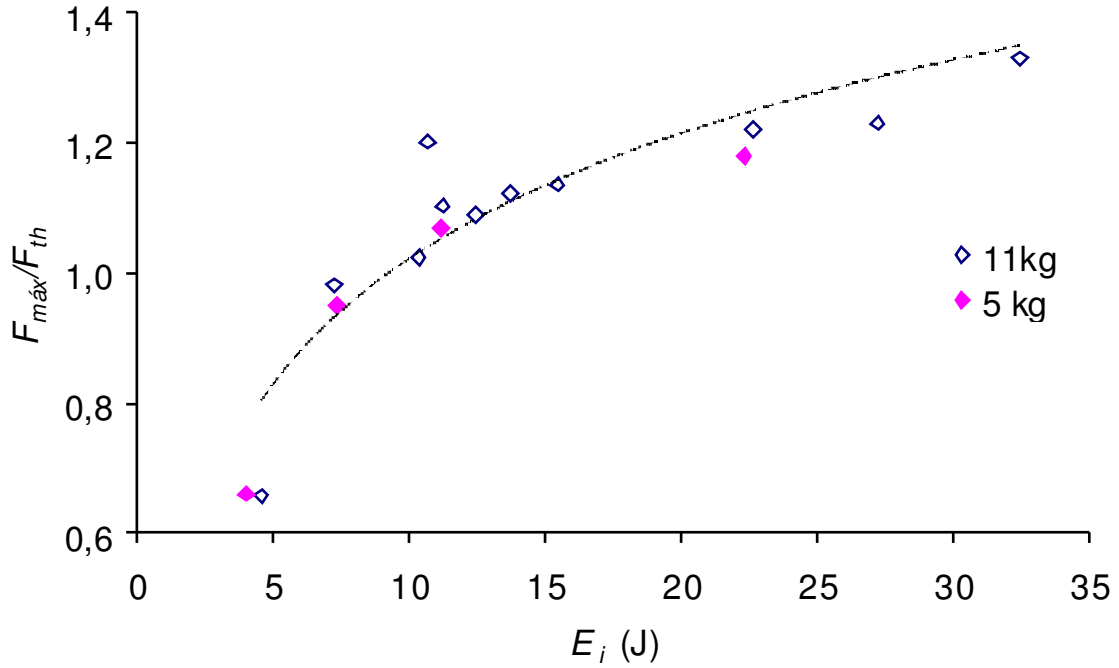


Figura 4.8 – Comparação de $F_{máx}$ obtidos experimentalmente com impactadores de 5kg e 11kg na placa $[0,90]_{10}$.

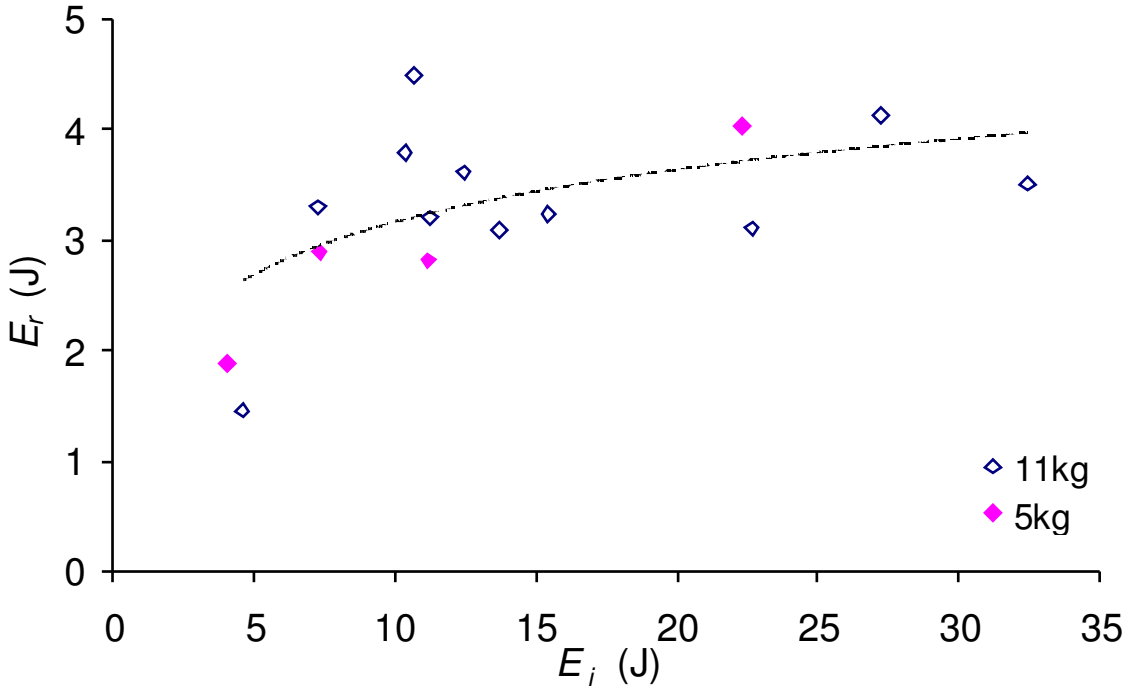


Figura 4.9 – Comparação de E_r obtidos experimentalmente com impactadores de 5kg e 11kg na placa $[0,90]_{10}$.

Na Figura 4.10, é ilustrada uma comparação experimental das forças atuantes nos impactadores de 5kg e 11kg ao longo do tempo, obtida com os corpos de prova 18-10 e 19-10 (descritos na Tabela 4.11). As forças máximas atuantes nos impactadores foram similares. Com a redução da massa do impactador, uma mesma força induz acelerações inversamente proporcionais. Maiores acelerações acarretam em um menor tempo de impacto.

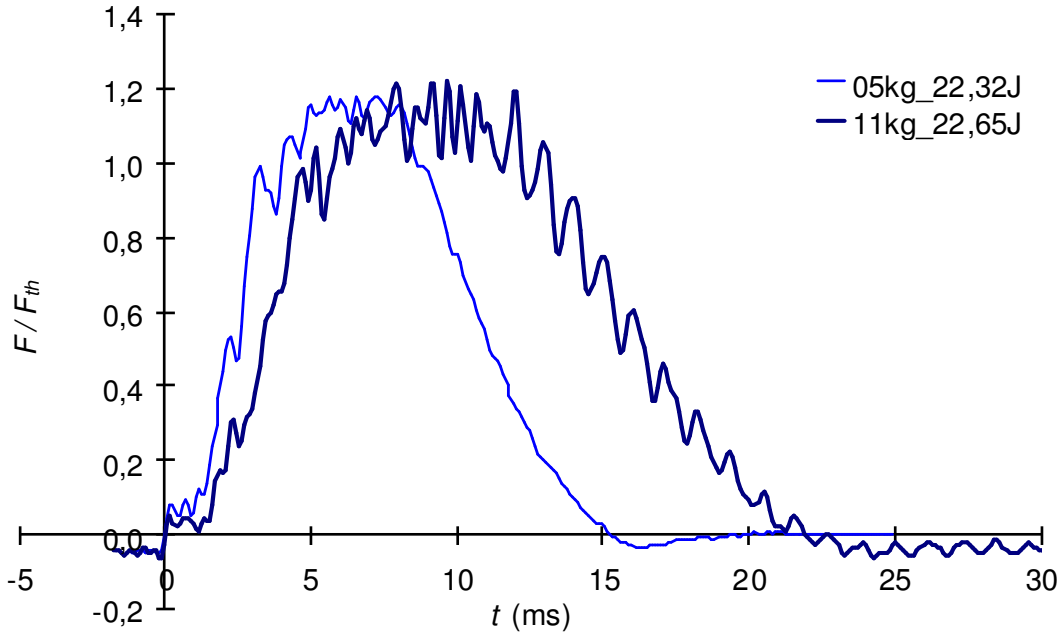


Figura 4.10 – Forças atuantes no impactador de 5kg e 11kg com energia de impacto de 22J no ensaio experimental com a placa $[0,90]_{10}$.

Esta independência da massa do impactador nas respostas da força máxima e da área de dano na placa é uma característica que também existe com a aplicação de uma carga quase-estática. A pouca influência da alteração da massa nos resultados de danos devido a impactos com baixa velocidade também foi constatada por Robison e Davies (1992).

Concluiu-se que a variação da massa do impactador não interfere nos resultados de danos para um mesmo nível de energia. Portanto, para avaliar os critérios de falha e danificação da placa pode-se realizar ensaios e simulações numéricas com apenas uma massa de impactador, sendo a massa de 11kg a escolhida.

4.5 Energia de impacto limiar de danificação

A energia de impacto limiar de danificação (E_{th}) é uma caracteristica mecânica da placa. Experimentalmente, ela foi aproximada pela maior energia que não ocasionou seu dano. No caso da placa de 20 camadas, todos os impactos apresentaram danos e pode-se somente inferir

que o valor de E_{th} é inferior à menor energia ensaiada. A Tabela 4.12 apresenta os resultados experimentais que estimaram os valores de E_{th} de cada placa.

Tabela 4.12 - Resultados experimentais para estimativa de E_{th} das placas.

Placa	CDP	m (kg)	V_i (m/s)	E_i (J)	A_d (mm^2)	E_{th} (J)
$[0,90]_{10}$	08-10	11	1,15	7,3	0	7,3
	09-10	11	1,37	10,3	200	
$[0,90]_{20}$	06-20	11	2,36	30,6	500	<30,6
$[0,90]_{30}$	06-30	11	2,49	34,0	0	34,0
	11-30	11	2,84	44,3	550	

Repetindo o mesmo procedimento do ensaio experimental, os valores da E_{th} foram obtidos com as simulações numéricas citadas na Tabela 4.13. Nesta tabela, os resultados numéricos dos impactos que ocasionaram danos na placa utilizaram o critério de falha de Hashin modificado, com o critério de danificação D02. Todos os casos simulados numericamente com a placa de 20 e 30 camadas apresentaram danos.

Tabela 4.13 - Resultados numéricos para estimativa de E_{th} das placas.

Placa	m (kg)	V_i (m/s)	E_i (J)	A_d (mm^2)	E_{th} (J)
$[0,90]_{10}$	11	0,92	4,6	0	4,6
	11	1,16	7,4	375	
$[0,90]_{20}$	11	2,36	30,6	900	<30,6
$[0,90]_{30}$	11	2,49	34,0	600	<34,0

Baseado nos resultados apresentados na Tabela 4.12 e na Tabela 4.13, monta-se a Tabela 4.14 com as estimativas de E_{th}. Verifica-se que as simulações numéricas determinaram energias limiares de iniciação de dano (E_{th}) inferiores ou próximas às obtidas experimentalmente.

Tabela 4.14 – E_{th} das placas.

Placa	Experimental E_{th} (J)	Numérica E_{th} (J)
$[0,90]_{10}$	7,3	4,6J
$[0,90]_{20}$	<30,6	<30,6
$[0,90]_{30}$	34,0	<34,0

4.6 Forças atuantes no impactador ao longo do tempo

As forças atuantes no impactador ao longo do tempo (experimentais e numéricas) são apresentadas e comparadas.

Inicialmente, faz-se uma análise qualitativa das curvas das forças atuantes no impactador de 11kg com os dois critérios de falha (Máxima tensão e Hashin Modificado), e os quatro modelos de danificação (D01, D02, D03 e D04).

Para analisar quantitativamente os resultados numéricos, foi necessário avaliar os parâmetros que dependem destas curvas de força. Foram eles: a força de iniciação de dano (F_{th}), a força máxima no envento ($F_{máx}$), o tempo de impacto (T_{imp}) e a energia de retorno do impactador (E_r). Linhas de tendências destes parâmetros em função da energia de impacto também são traçadas para a análise dos resultados experimentais.

No final, é feita uma avaliação geral dos diferentes modelos numéricos estudados.

4.6.1 Avaliação qualitativa das curvas de força

A avaliação qualitativa das respostas da força ao longo do tempo será baseada no estudo do comportamento dos impactos em laminados feito por Feraboli (2004). Ele apresenta os três comportamentos típicos esperados das curvas da força atuante no impactador ao longo do tempo com níveis de energia bem distintos. Nomeia-se o impacto subcrítico quando a energia de impacto é inferior a E_{th}, crítico quando a energia de impacto é igual a E_{th}, e supercrítico quando maior que E_{th}. A Figura 4.11 ilustra estas curvas.

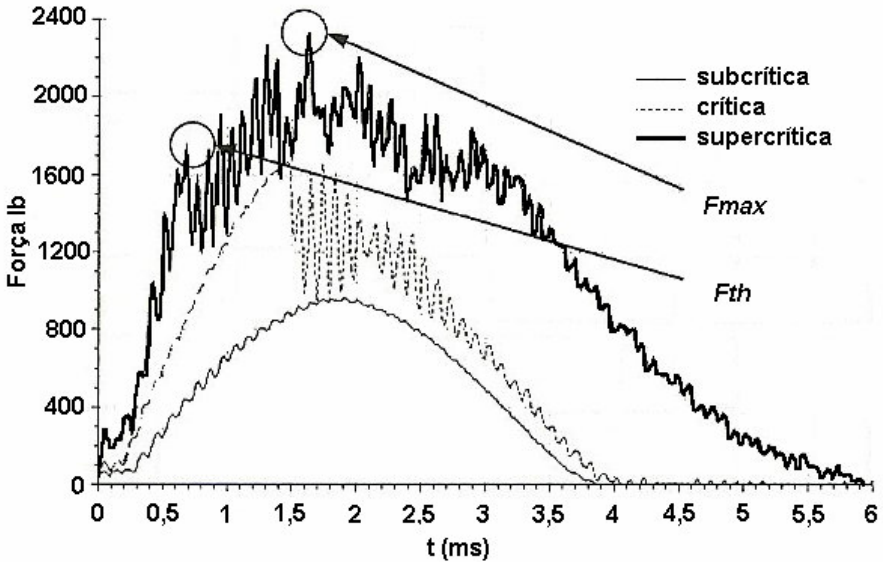


Figura 4.11 – Comportamento das curvas das forças atuantes no impactador com três níveis de energia. (Feraboli, 2004).

As velocidades (V_i) e as energias de impacto (E_i) dos ensaios experimentais simulados numericamente são escritos na Tabela 4.15.

Tabela 4.15 – V_i e E_i com impactador de 11kg registrados experimentalmente.

Placa	CDP	V_i (m/s)	E_i (J)
$[0,90]_{10}$	06-10	0,91	4,6
	08-10	1,15	7,3
	11-10	1,43	11,2
	12-10	1,58	13,7
	19-10	2,03	22,7
	17-10	2,43	32,4
$[0,90]_{20}$	06-20	2,36	30,6
	09-20	2,78	42,5
	13-20	3,18	55,8
	15-20	3,44	65,1
$[0,90]_{30}$	06-30	2,49	34,0
	09-30	2,84	44,4
	14-30	3,15	54,6
	16-30	3,39	63,3
	19-30	4,14	94,3

A curva subcrítica possui uma resposta simétrica do carregamento e descarregamento da força, Figura 4.11. Como a força F_{th} não é atingida, a energia de impacto é inferior à energia limiar de danificação E_{th}. Este comportamento foi reproduzido numericamente com o mais baixo nível de energia de impacto na placa de 10 camadas, Figura 4.12. Os resultados numéricos com os dois critérios de falhas são iguais, porque as falhas nas propriedades dos elementos não ocorreram.

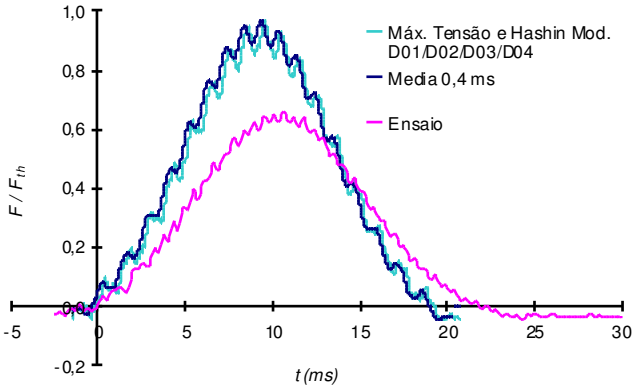


Figura 4.12 – Força atuante no impactador com diferentes critérios de falha e modelos de danificação, placa $[0,90]_{10}$, E_i=4,6J, e resultado experimental CDP 06-10.

As respostas das simulações numéricas com E_i=7,4J com o critério de falha de máxima tensão e com Hashin Modificado são apresentadas e comparadas com o resultado experimental, Figura 4.13. Foram somente apresentados os resultados com o critério de danificação D02. Os demais modelos de danificação forneceram resultados similares,

induzindo que com este nível de energia de impacto ocorreram apenas pequenas danificações em alguns elementos da placa. O comportamento do resultado numérico é muito similar à curva da força com impacto de energia crítica apresentada na Figura 4.11. Como no resultado experimental ainda não ocorreu danificação, o início da danificação da placa numérica está ocorrendo com um nível de energia menor que o real.

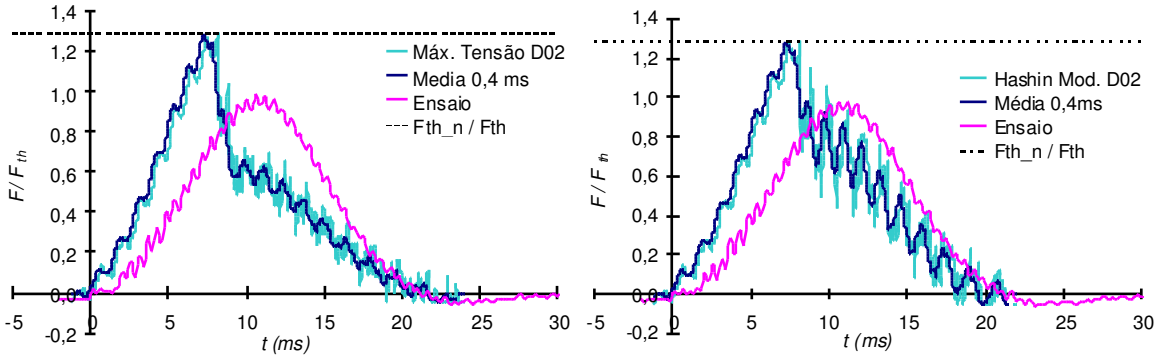


Figura 4.13 – Força atuante no impactador com diferentes critérios de falha e modelo de danificação D02, $[0,90]_{10}$, E_i=7,4J, e resultado experimental CDP 08-10.

No próximo nível de energia de impacto (11,6J), Figura 4.14, as forças obtidas numérica e experimetalmente são curvas similares ao nível de energia de impacto supercrítico da Figura 4.11. Na Figura 4.14, excelentes resultados foram obtidos com os modelos Hashin Modificado D01 e Hashin Modificado D02.

Os resultados numéricos com os diferentes critérios de falha e danificação forneceram resultados mais distintos entre si, quando a enegia de impacto foi supercrítica (Figura 4.14 à Figura 4.17). Na Figura 4.15, a energia de impacto é de 13,4J, e os modelos de Hashin Modificado D02 e D03 apresentam melhores resultados. Na Figura 4.17, com a energia de impacto de 32,4J, o modelo Hashin Modificado D02 obteve o melhor resultado.

Os resultados numéricos que apresentaram perfuração da placa ocorreram somente com a placa de 10 camadas. Foram obtidas com o critério de falha de Hashin Modificado D03 e E_i=32,4J (Figura 4.17), e com Hashin Modificado D04 com energias de impacto superiores a 11,6J (Figura 4.14 a Figura 4.17). Estas respostas indicam que esses modelos numéricos representam a placa com uma menor resistência ao impacto, pois estas perfurações não ocorreram nos ensaios experimentais.

Avaliando todas as curvas de força apresentadas com a placa de 10 camadas (Figura 4.13 à Figura 4.17), todos os modelos numéricos estudados estão sendo capazes de representar o fenômeno em seus três diferentes tipos de repostas em relação à energia de impacto E_{th}. Todavia, os melhores resultados foram obtidos com o critério de falha de Hashin Modificado.

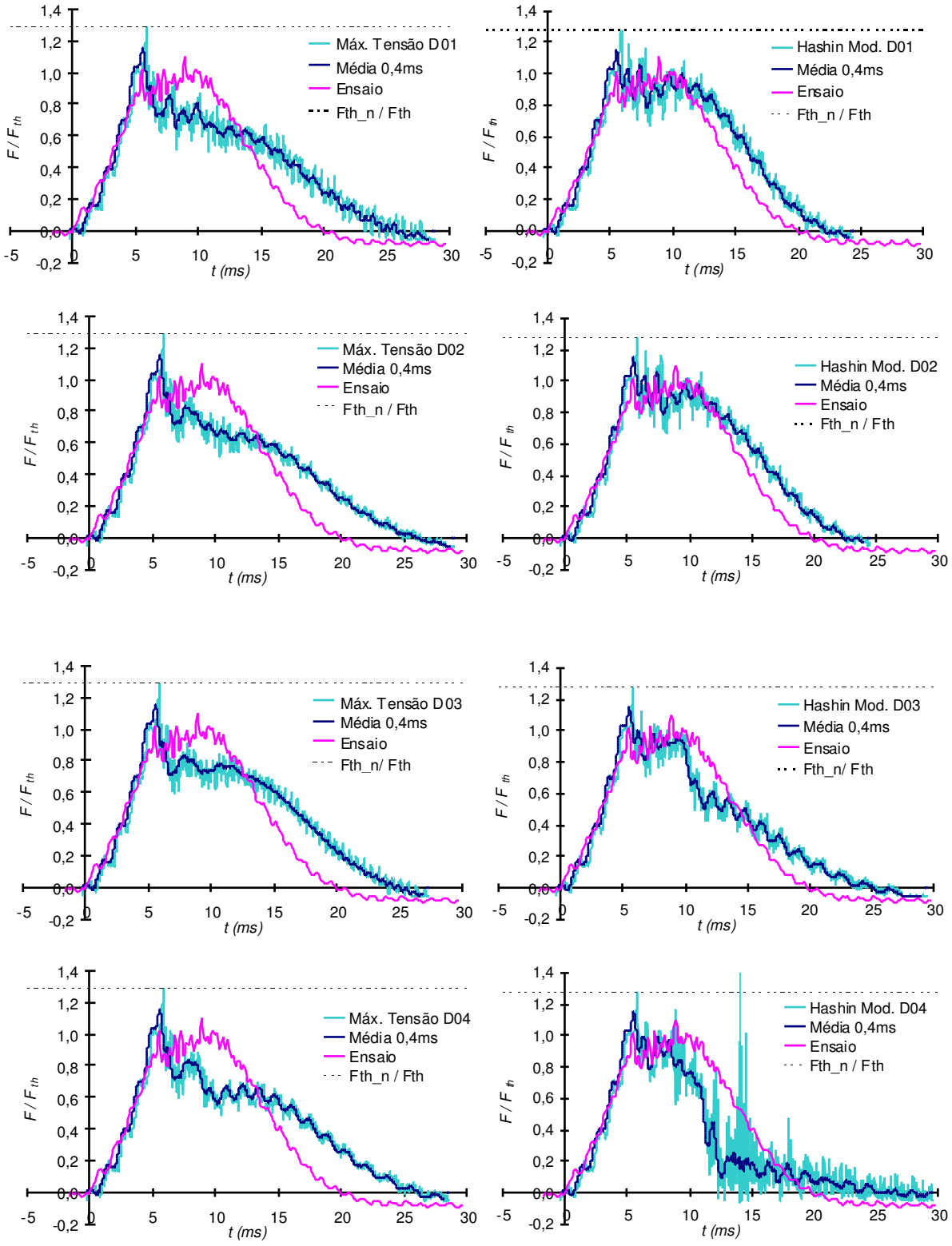


Figura 4.14 – Força atuante no impactador com diferentes critérios de falha e modelos de danificação, placa $[0,90]_{10}$, E_i=11,60J, e resultado experimental CDP 11-10.

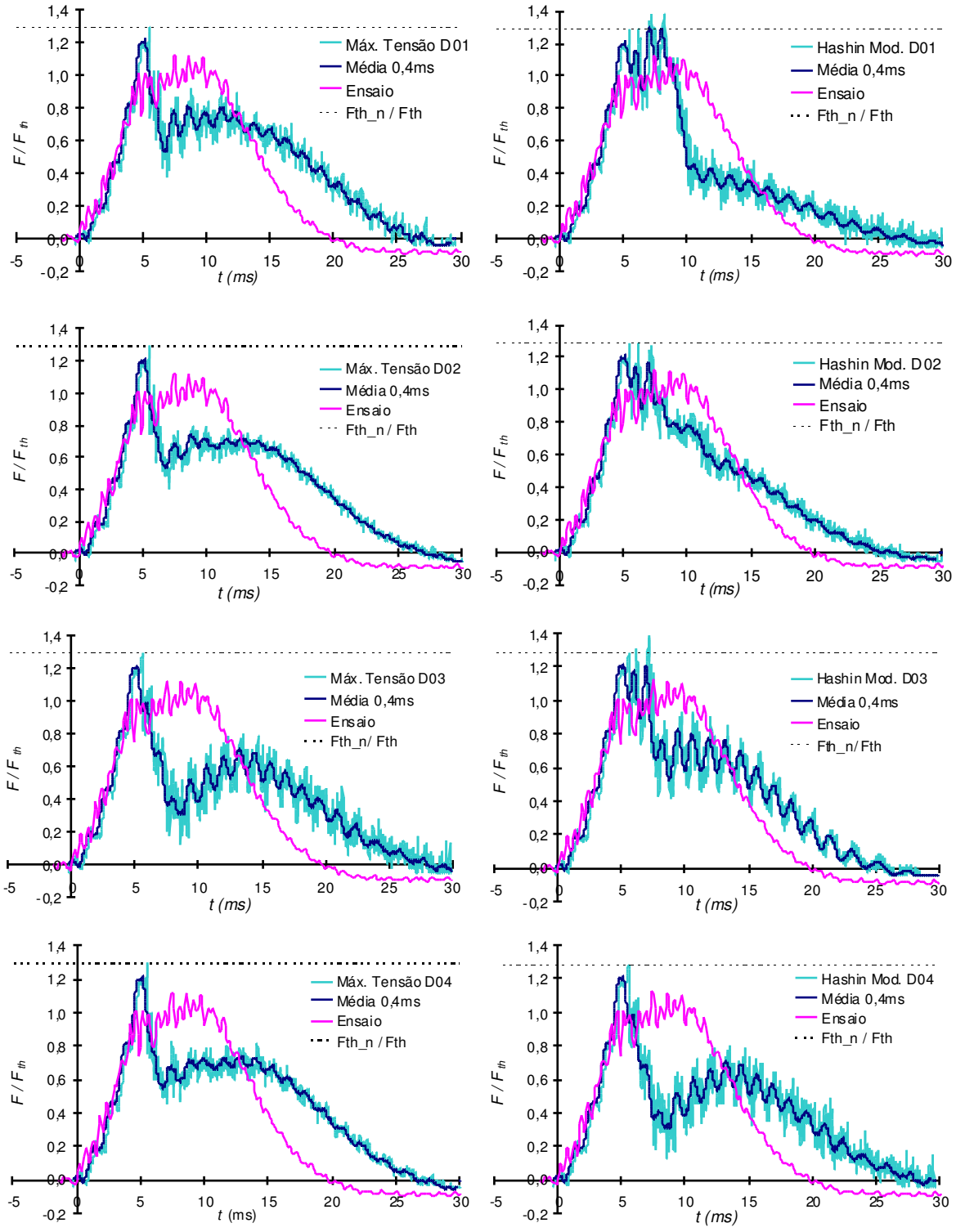


Figura 4.15 – Força atuante no impactador com diferentes critérios de falha e modelos de danificação, $[0,90]_{10}$, E_i=13,7J, e resultado experimental CDP 12-10.

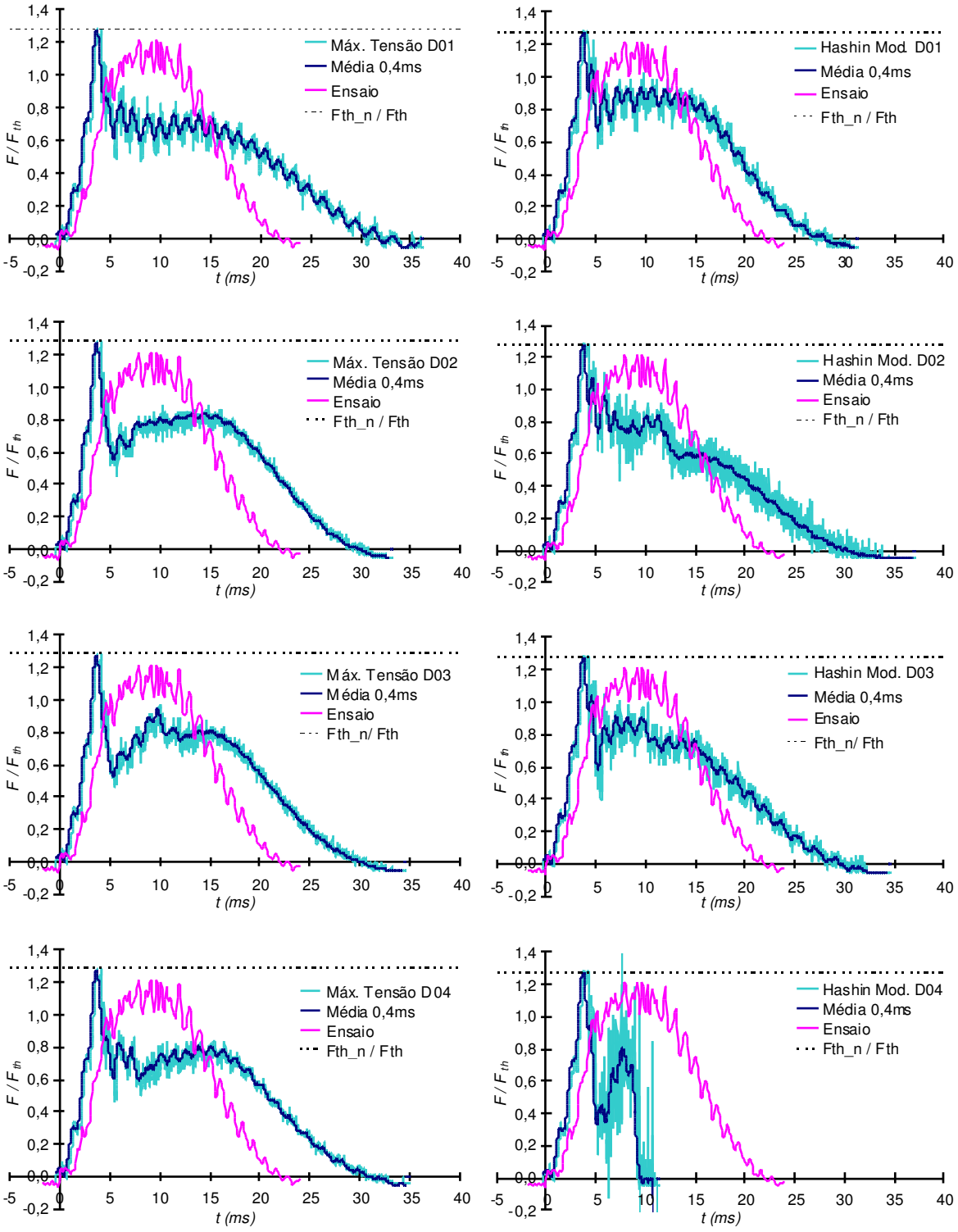


Figura 4.16 – Força atuante no impactador com diferentes critérios de falha e modelos de danificação, $[0,90]_{10}$, E_i=22,67J, e o resultado experimental CDP 19-10.

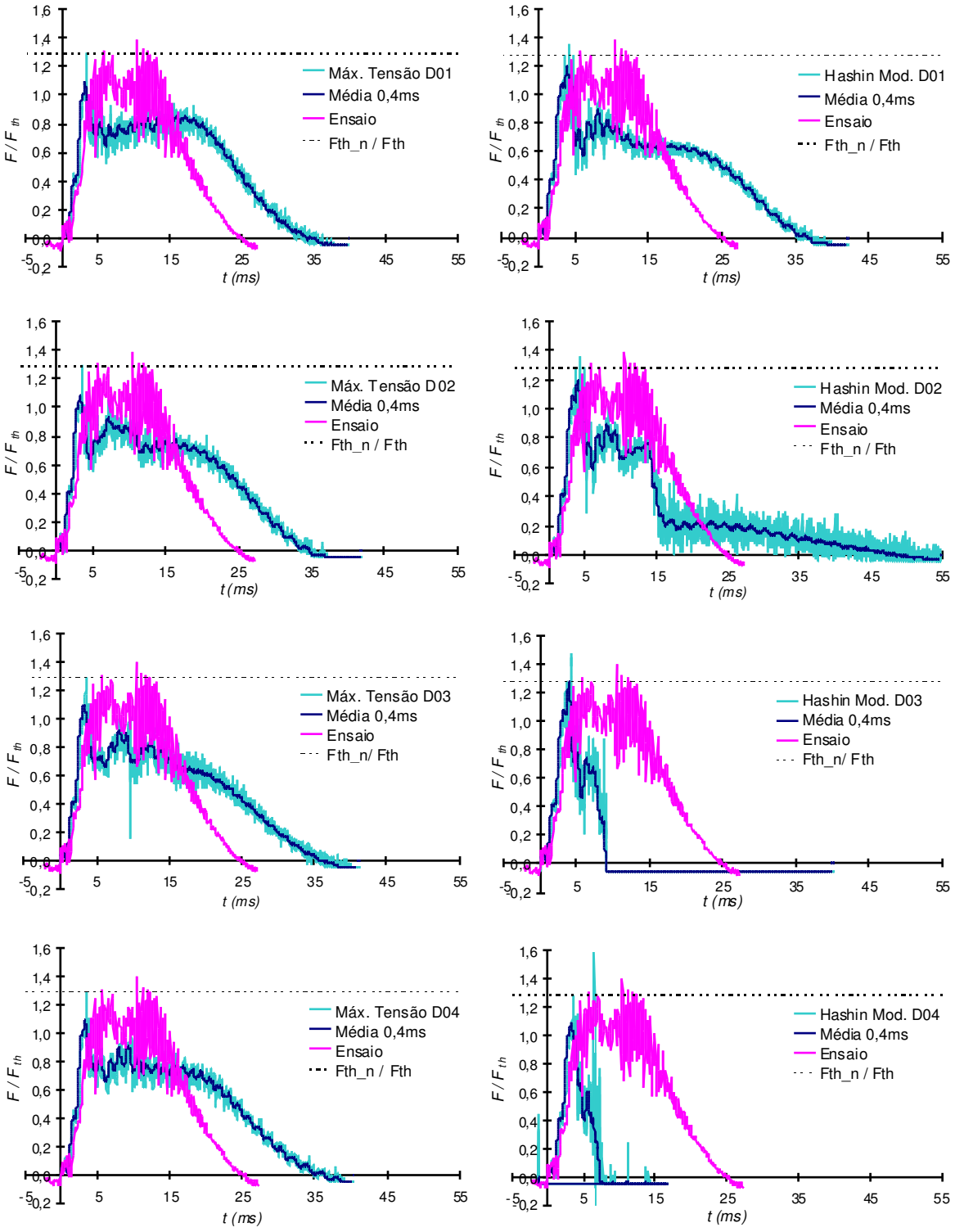


Figura 4.17 – Força atuante no impactador com diferentes critérios de falha e modelos de danificação, $[0,90]_{10}$, E_i=32,4J, e resultado experimental CDP 17-10.

Na placa de 20 camadas, todas energais de impactos são supercríticas, pois estão com um nível de energia superior a E_{th}. Nos três primeiros níveis de energia, os resultados numéricos com os diferentes modelos de falha e danificação não apresentaram diferenças significativas nas forças. Por este motivo são apresentadas apenas as curvas com um único modelo (Hashin Modificado D02) na Figura 4.18, Figura 4.19 e Figura 4.20. É verificada uma correlação satisfatória dos resultados numéricos das forças em relação aos resultados experimentais.

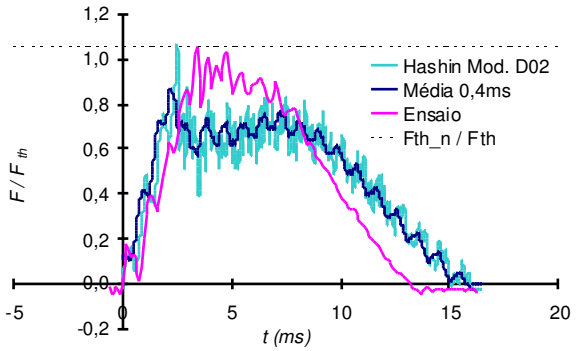


Figura 4.18 – Força atuante no impactador com critérios de falha de Hashin Modificado e modelo de danificação D02, $[0,90]_{20}$, E_i=30,6J, e resultado experimental CDP 06-20.

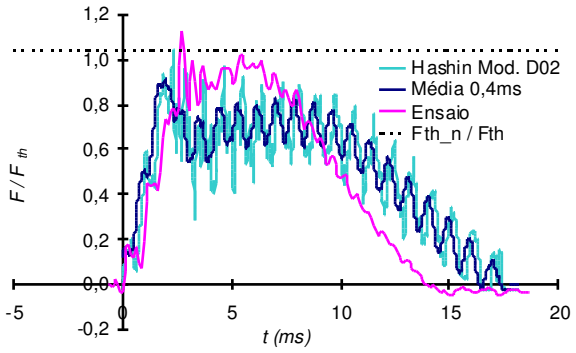


Figura 4.19 – Força atuante no impactador com critérios de falha de Hashin Modificado e modelo de danificação D02, $[0,90]_{20}$, E_i = 42,5J, e resultado experimental CDP 09-20.

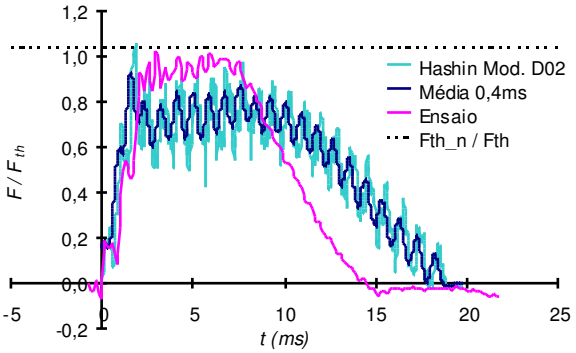


Figura 4.20 – Força atuante no impactador com critérios de falha de Hashin Modificado e modelo de danificação D02, $[0,90]_{20}$, E_i=55,8J, e resultado experimental CDP 13-20.

Pela Figura 4.21, com o impacto de maior energia na placa $[0,90]_{20}$, as simulações numéricas apresentaram maiores diferenças de respostas entre si. O critério de Hashin Modificado_D03 fornece resultados piores que os demais.

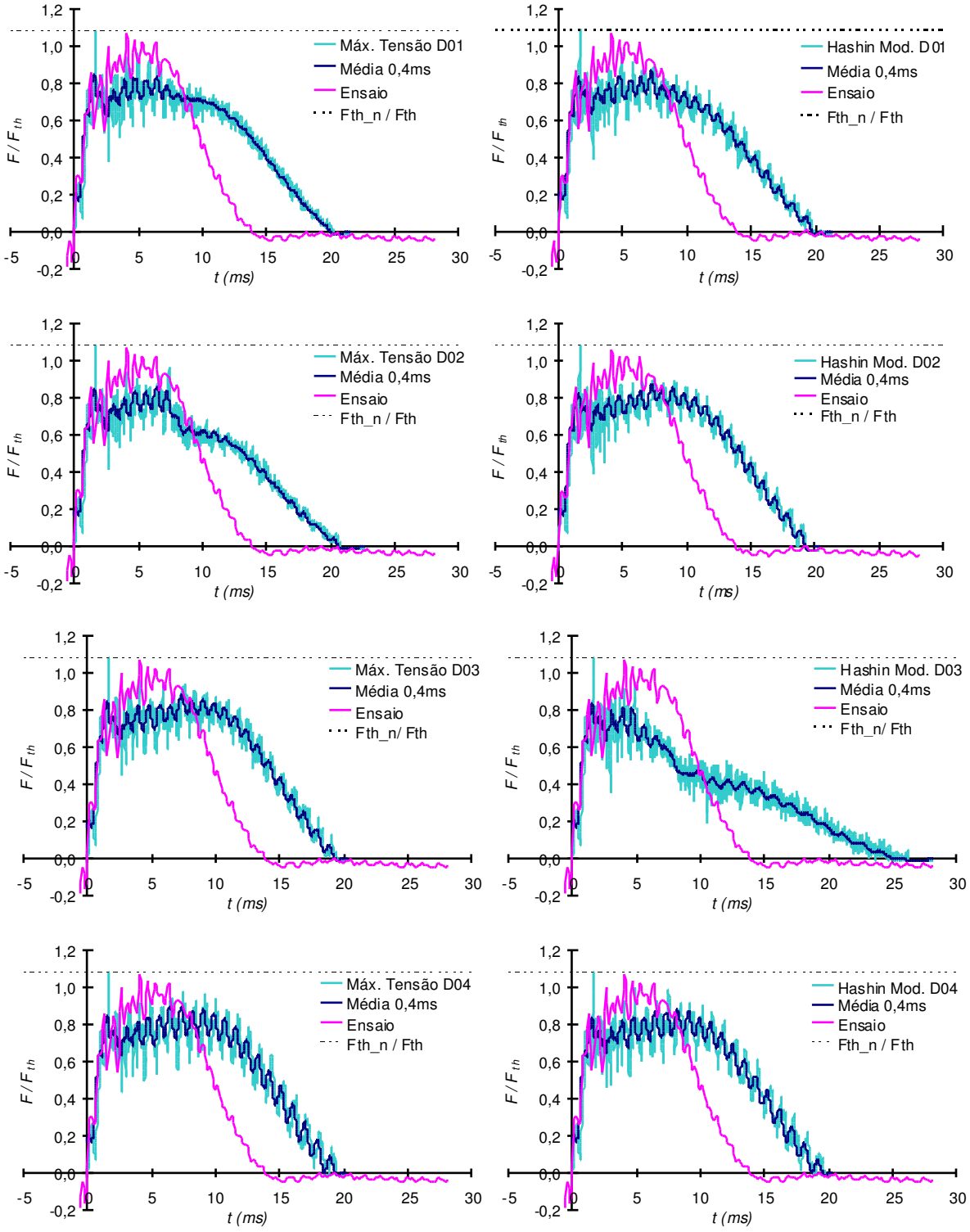


Figura 4.21 – Força atuante no impactador com diferentes critérios de falha e modelos de danificação, $[0,90]_{20}$, E_i = 65,1J, e o resultado experimental CDP 15-20.

Na placa de 30 camadas, nos três primerios níveis de energia, os resultados numéricos com os diferentes modelos de falha e danificação não apresentaram diferenças significativas nas forças. As curvas obtidas com um único modelo (Hashin Modificado D02) são mostradas (Figura 4.22 à Figura 4.25). Na Figura 4.22, a energia de impacto de 34,0J está bem próxima da energia de impacto E_{th}, tendo um comportamento de impacto com energia crítica. As demais energias são supercríticas. Boas correlações entre os resultados numéricos e experimentais são observadas.

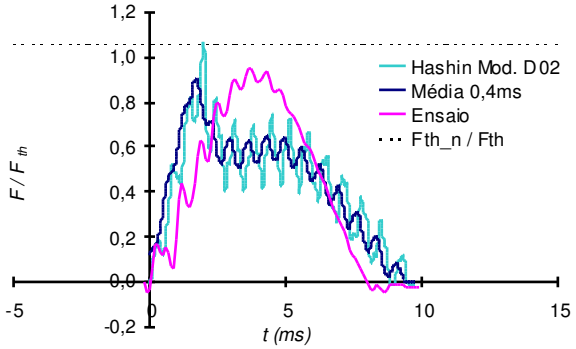


Figura 4.22 – Força atuante no impactador com critério de falha de Hashin Modificado e modelo de danificação D02, $[0,90]_{30}$, E_i=34J, e resultado experimental CDP 06-30.

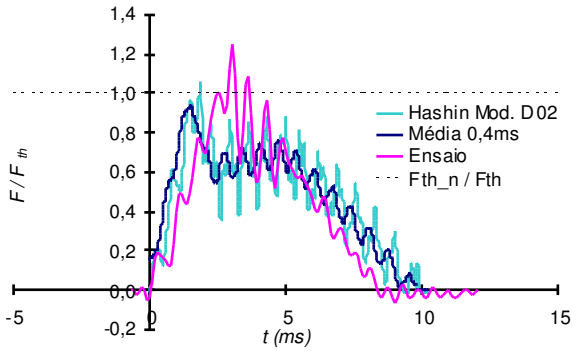


Figura 4.23 – Força atuante no impactador com critério de falha de Hashin Modificado e modelo de danificação D02, $[0,90]_{30}$, E_i=44,5J, e resultado experimental CDP 09-30.

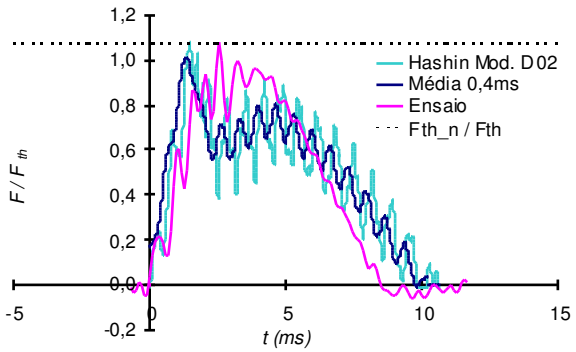


Figura 4.24 – Força atuante no impactador com critérios de falha de Hashin Modificado e modelo de danificação D02, $[0,90]_{30}$, E_i=54,6J, e resultado experimental CDP 14-30.

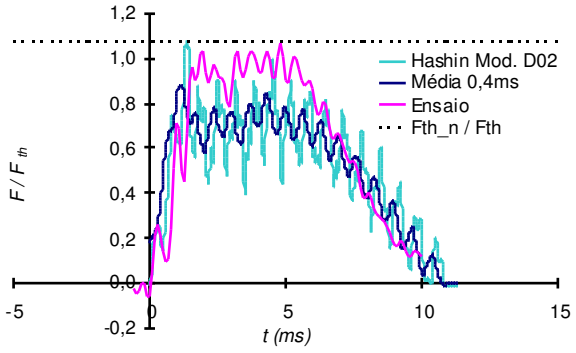


Figura 4.25 – Força atuante no impactador com critérios de falha de Hashin Modificado e modelo de danificação D02, $[0,90]_{30}$, E_i=63,30J, e resultado experimental CDP 16-30.

No impacto de maior energia na placa $[0,90]_{30}$, os diferentes modelos de falha e danificação apresentaram respostas de forças similares entre si e uma boa correlação com os resultados experimentais, com exceção do critério de falha de máxima tensão com o modelo de danificação D02. As forças obtidas com o modelo de Máxima Tensão D02 e Hashin Modificado D02 são apresentadas na Figura 4.26.

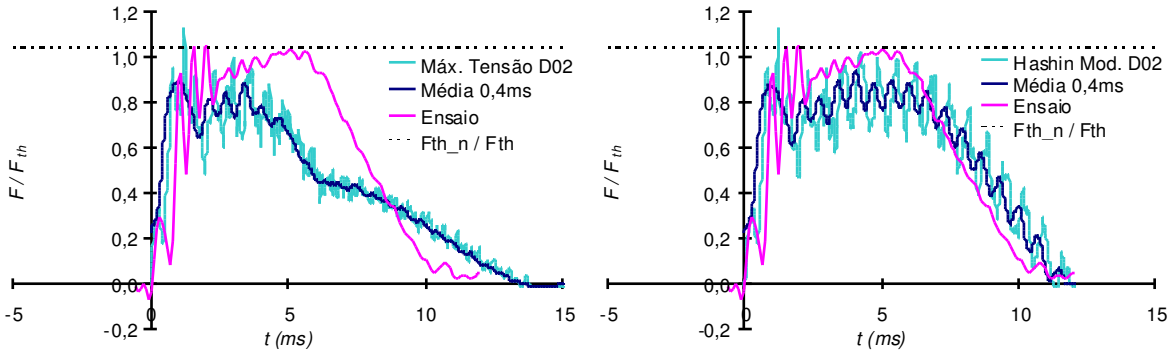


Figura 4.26 – Força atuante no impactador com diferentes critérios de falha e modelo de danificação D02, $[0,90]_{30}$, E_i= 94,3J, e resultado experimental CDP 19-30.

4.6.2 Força limiar de danificação na placa

A força máxima registrada em um ensaio com energia crítica somada com o peso próprio do impactador define o valor da força de contato no limiar da danificação F_{th}. Pela campanha de testes, o valor de F_{th} pode ser estimado pelas forças de um ensaio que não ocorreu dano e de um outro que iniciou o registro de dano, Tabela 4.16.

Tabela 4.16 – $F_{máx}$ experimentais para a estimativa de F_{th}.

Placa	CDP	A_d (mm^2)	$F_{máx}$ (N)	F_{th} (N)
$[0,90]_{10}$	08-10	0	2161,5	$2172 < F_{th} < 2266$
	09-10	200	2254,9	
$[0,90]_{20}$	06-20	500	6061,6	$F_{th} < 6073$
$[0,90]_{30}$	06-30	0	10386,0	$10397 < F_{th} < 11411$
	11-30	550	11399,8	

Nota: V_i e E_i destes ensaios foram apresentados na Tabela 4.12

Conforme mostrado na Figura 4.11, a mudança da tendência da curva de carregamento da placa ao longo do tempo em ensaios com energia crítica ou supercrítica também define a força F_{th}. Os resultados experimentais obtidos com todos os corpos de prova da Tabela 4.15 permitem estimar um valor de F_{th} para cada espessura de placa, Tabela 4.17. Conforme esperado, os valores estão nos intervalos definidos na Tabela 4.16.

Tabela 4.17 – Valores da força limiar de danificação das placas.

Placa	Experimental F_{th} (N)	Solução Analítica F_{th_a} (N)	Solução Numérica Máxima Tensão F_{th_n} (N)	Solução Numérica Hashin Modificado F_{th_n} (N)
$[0,90]_{10}$	2200	2018	2830	2820
$[0,90]_{20}$	5750	5708	6080	6080
$[0,90]_{30}$	11000	10486	11620	11620

É possível estimar analiticamente o valor de F_{th}, pela equação (2-34). Foi assumido que a placa laminada é quase isotrópica, com o módulo de elasticidade médio $E = E_1$, e o coeficiente de poisson médio $\nu = \nu_{12}$. Baseado no trabalho de Davies e Zhang (1995), adotou-se para este material $G_{II\,c}$ =0,8 Nmm^{-1}, resultando em:

$$F_{th_a} = \sqrt{\frac{8\pi^2 E h^3 G_{II\,c}}{9\left(1-\nu^2\right)}} = \sqrt{\frac{8\pi^2 \times 62{,}5\times10^9 \times 0{,}8\times10^3}{9\left(1-0{,}05^2\right)}} \cdot \left(h\times10^{-3}\right)^{3/2} = 663\cdot h^{3/2} \quad \textbf{(4-1),}$$

onde h é a espessura da placa laminada (em mm).

Os resultados de F_{th} obtidos pela solução analítica foram apresentados na Tabela 4.17. São obtidos resultados melhores que os das soluções numéricas.

O valor da força limiar de dano da simulação numérica (F_{th_n}) foi obtido com a ocorrência de uma primeria falha na placa. Esta força foi definida quando ocorreu uma diferença entre as forças atuantes no impactador de uma simulação numérica com um critério de falha e outra sem um critério de falha.

Numericamente, F_{th_n} é somente dependente dos critérios de falha. Os diferentes modelos de danificação não interferem nos valores de força de danificação.

Pela Tabela 4.17, observa-se que os valores de F_{th_n} obtidos pelas simulações numéricas com os dois critérios de falha são similares e próximos dos valores experimentais. Observam-se erros de 29% com a placa mais fina, e de 6% nas demais placas.

Como os valores de F_{th_n} são superiores aos valores de F_{th}, pode-se deduzir que os valores admissíveis de tensões estejam maiores que a realidade, ou que estas diferenças foram encontradas devido às próprias limitações do modelo numérico.

4.6.3 Força máxima atuante no impactador

A Tabela 4.18 apresenta os valores experimentais das velocidades, energias de impacto e forças $F_{máx.}/F_{th}$ registradas com os corpos de prova ensaiados com o impactador de 11kg.

Tabela 4.18 – Resultados experimentais de $F_{máx}/F_{th}$ com impactador de 11kg.

Placa	CDP	V_i (m/s)	E_i (J)	$F_{máx}/F_{th}$
$[0,90]_{10}$	06-10	0,91	4,6	0,66
	08-10	1,15	7,3	0,98
	09-10	1,37	10,3	1,02
	10-10	1,39	10,7	1,20
	11-10	1,43	11,2	1,10
	13-10	1,50	12,4	1,09
	12-10	1,58	13,7	1,12
	14-10	1,67	15,4	1,14
	19-10	2,03	22,7	1,22
	16-10	2,22	27,2	1,23
	17-10	2,43	32,4	1,33
$[0,90]_{20}$	06-20	2,36	30,6	1,05
	07-20	2,46	33,4	1,04
	05-20	2,61	37,4	1,00
	09-20	2,78	42,5	1,12
	10-20	2,80	43,0	1,14
	08-20	2,84	44,4	1,17
	13-20	3,18	55,8	1,02
	12-20	3,19	56,0	1,06
	11-20	3,20	56,3	1,07
	15-20	3,44	65,1	1,06
$[0,90]_{30}$	06-30	2,49	34,0	0,94
	11-30	2,84	44,3	1,04
	09-30	2,84	44,4	1,25
	10-30	2,84	44,5	1,00
	08-30	2,90	46,2	1,11
	12-30	3,10	53,0	1,11
	14-30	3,15	54,6	1,08
	13-30	3,20	56,4	1,15
	07-30	3,25	58,3	1,13
	17-30	3,32	60,7	1,14
	16-30	3,39	63,3	1,06
	15-30	3,50	67,3	1,09
	19-30	4,14	94,3	1,05

Conforme explicado anteriormente, a danificação na placa ocorre quando a razão $F_{máx.}/F_{th}$ é maior que 1. Nestes casos, a energia de impacto é maior que E_{th}.

Aleska (1978) descreveu que existe um comportamento assintótico de $F_{máx}$ em função da energia de impacto. Baseados nos resultados apresentados na Tabela 4.18 , esta tendência nos

resultados é mais clara na placa de 10 camadas, Figura 4.8. Nas placas de 20 e 30 camadas, é notório que os valores de $F_{máx}$ variam muito pouco quando se aumenta a energia de impacto.

Uma importante constatação destes resultados da Tabela 4.18 é que os valores de $F_{máx}$ obtidos experimentalmente não diferiram muito, e às vezes até diminuiram, com o aumento da energia de impacto. No entanto, experimentalmente é sempre constatado um crescimento da área de dano (Figura 4.7). Logo, uma estimativa de dano em uma estrutura submetida a impacto de baixa velocidade não poderá ser feita com uma análise estática utilizando $F_{máx}$ como carga. Esta conclusão confirma os estudos de Robison e Davies (1992) e Delfosse e Poursartip (1997). Este aumento de dano para uma pequena variação da força $F_{máx}$, obtido com ensaios de impactos de diferentes energias, indica que existem fenômenos dinâmicos interferindo nos resultados. Baseado nos mecanismos de danos micromecânicos do material laminado, os prováveis responsáveis por este comportamento são as instabilidades das trincas oriundas das delaminações e as falhas frágeis das fibras do material da lâmina. Como as falhas das fibras são repentinas e transientes, ondas de altas tensões são criadas quando uma fibra se rompe. As superposições destas ondas, juntamente com a carga quase-estática do impactador, ocasionam novas falhas de fibras e propagações das trincas intralaminares, que não são avaliadas em uma análise estática.

Pela Tabela 4.18, é interessante também observar as proximidades dos resultados de $F_{máx}/F_{th}$ nas placas com 20 e 30 camadas. Isto é um indicativo que os modos de falhas destas duas placas são similares. A placa mais fina (com 10 camadas) apresentou valores normalizados de $F_{máx} / F_{th}$ um pouco maiores.

Tabela 4.19 – $F_{máx} / F_{th}$ dos ensaios experimentais.

Placa	E_i (J)	$F_{máx}/F_{th}$
$[0,90]_{10}$	11 J	1,11
	14 J	1,12
	23 J	1,22
	32 J	1,28
$[0,90]_{20}$	31J	1,03
	43J	1,14
	56J	1,05
	65J	1,06
$[0,90]_{30}$	44J	1,10
	55J	1,12
	63J	1,10
	94J	1,05

Na Tabela 4.19, valores experimentais de $F_{máx} /F_{th}$ para quatro níveis de energia de impacto foram estimados pela média dos resultados com energias próximas as simuladas numericamente.

Os valores de $F_{máx}/F_{th}$ da Tabela 4.19 serão utilizados para calcular as diferenças percentuais de $F_{máx}$ de cada modelo numérico na Tabela 4.20.

Tabela 4.20 – Diferença de F_{max} numérico em relação ao resultado experimental.

	E_i (J)	MT D01	MT D02	MT D03	MT D04	HM D01	HM D02	HM D03	HM D04
$[0,90]_{10}$	11,6	16,3%	16,3%	16,3%	16,3%	15,1%	15,1%	**15,1%**	(1)
	13,7	15,6%	15,6%	15,6%	15,6%	23,8%	**15,0%**	24,2%	(1)
	22,7	5,6%	5,6%	5,6%	5,6%	**5,1%**	5,1%	5,1%	(1)
	32,4	**0,9%**	0,9%	0,9%	0,9%	5,9%	5,9%	(1)	(1)
$[0,90]_{20}$	30,6	3,2%	3,2%	3,2%	3,2%	**3,1%**	3,1%	3,1%	3,1%
	42,5	**-8,4%**	-8,4%	-8,4%	-8,4%	-8,5%	-8,5%	-8,5%	-8,5%
	55,8	0,6%	0,6%	0,6%	0,6%	**0,5%**	0,5%	0,5%	0,5%
	65,1	**2,2%**	2,2%	2,2%	2,2%	2,4%	2,4%	2,4%	2,4%
$[0,90]_{30}$	44,5	**-2,8%**	-3,2%	-2,8%	-2,8%	-3,2%	-3,2%	-3,3%	-3,3%
	54,6	-3,7%	**-3,7%**	-3,7%	-3,7%	-3,7%	-3,7%	-3,7%	-3,7%
	63,3	**-2,5%**	-2,5%	-2,5%	-2,5%	-2,5%	-2,5%	-2,5%	-2,5%
	94,3	7,6%	7,6%	7,6%	7,6%	**7,2%**	7,2%	7,2%	7,2%

NOTA: Encontra-se em negrito a menor diferença em relação ao resultado experimental para cada nível de energia de impacto.
(1)Ocorreu a penetração do impactador na simulação numérica.

Portanto, pela Tabela 4.20, baseado no parâmetro de $F_{máx}$, para a placa $[0,90]_{10}$, os modelos de falha com o critério de falha de máxima tensão e o modelo de Hashin Modificado D02 apresentam os melhores resultados em relação ao ensaio experimental e muita similaridade entre si. Para a placa $[0,90]_{20}$ e $[0,90]_{30}$, os critérios de falha e os modelos de danificação apresentaram respostas similares e bons resultados.

4.6.4 Tempo de impacto

Os tempos de impacto dos corpos de prova citados na Tabela 4.18 com energias de impacto maiores que E_{th} são apresentados na Figura 4.27. Curvas de tendência linear destes resultados experimentais para cada placa são traçadas.

Observa-se que, para uma mesma energia de impacto, com o aumento da espessura da placa, o tempo de impacto diminui. Isto ocorre porque com o aumento da rigidez da placa maiores forças e acelerações ocorrem.

Com o aumento de energia de impacto, existe um aumento do tempo de impacto. Isto é explicado pela ocorrência de danos na placa. Com o dano, a resposta de força máxima da placa fica limitada a um valor próximo de F_{th}. Exige-se um tempo maior de impacto para que a força impulso da placa consiga retornar o impactador. Como o valor de F_{th} aumenta com a espessura da placa, a declividade das curvas na Figura 4.27 diminui à medida que a espessura da placa aumenta.

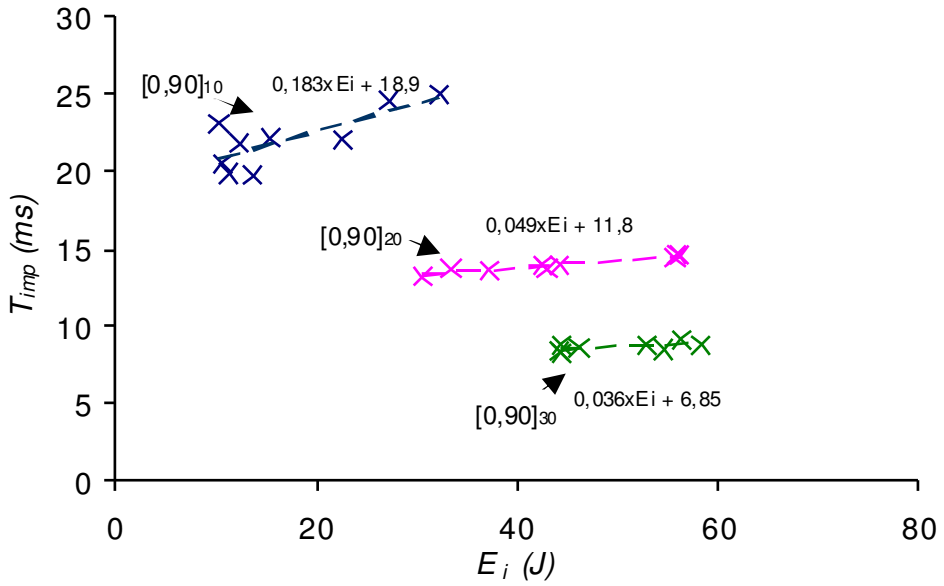


Figura 4.27 – Tempo de impacto (T_{imp}) experimental com o impactador m=11kg.

Verifica-se que os tempos de impacto obtidos numericamente foram bons, com exceção dos casos em que ocorreu perfuração da placa na simulação numérica. As diferenças dos resultados numéricos de T_{imp} em relação aos valores médios experimentais são mostradas na Tabela 4.21. Da Figura 4.28 à Figura 4.30**,** comparações gráficas são apresentadas.

Tabela 4.21 – Diferença de T_{imp} numérico em relação ao experimento com m = 11Kg.

	E_i (J)	MT D01	MT D02	MT D03	MT D04	HM D01	HM D02	HM D03	HM D04
$[0,90]_{10}$	11,6	24%	28%	20%	23%	**14%**	14%	22%	(1)
	13,7	22%	28%	28%	27%	32%	**19%**	28%	(1)
	22,7	41%	27%	33%	42%	**24%**	32%	30%	(1)
	32,4	44%	45%	**43%**	47%	49%	121%	(1)	(1)
$[0,90]_{20}$	30,6	21%	21%	21%	19%	21%	**18%**	19%	22%
	42,5	26%	27%	25%	28%	26%	**19%**	28%	28%
	55,8	33%	**28%**	30%	30%	36%	31%	32%	29%
	65,1	34%	36%	32%	31%	34%	**30%**	67%	33%
$[0,90]_{30}$	44,5	**11%**	20%	15%	16%	20%	20%	12%	20%
	54,6	21%	20%	21%	18%	21%	17%	21%	**14%**
	63,3	**20%**	20%	20%	20%	20%	20%	20%	20%
	94,3	**14%**	36%	17%	18%	18%	17%	18%	18%

NOTA: Encontra-se em negrito a menor diferença em relação ao resultado experimental para cada nível de energia de impacto.

(1)Ocorreu a penetração do impactador na simulação numérica.

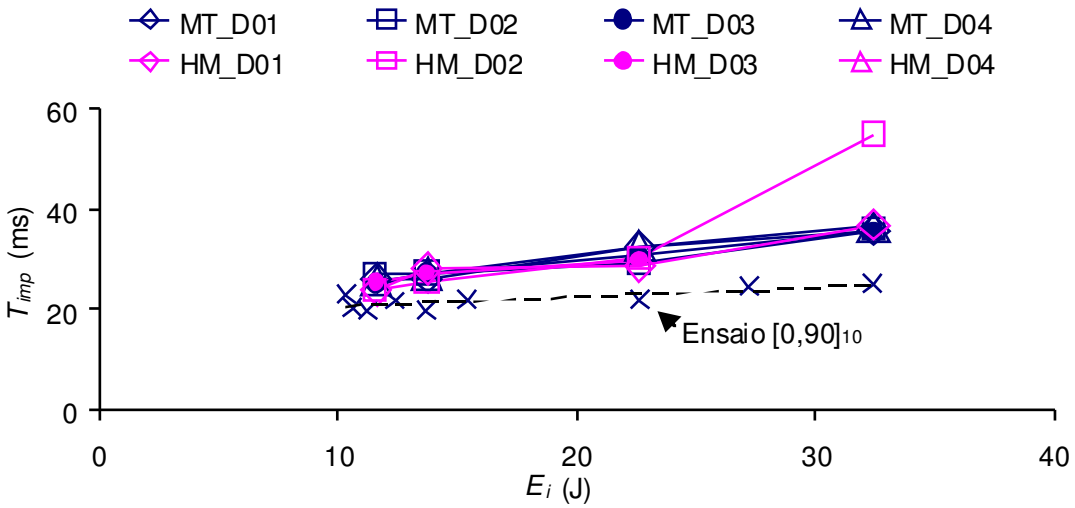


Figura 4.28 – Comparação do tempo de impacto T_{imp} numérico e experimental, $[0,90]_{10}$.

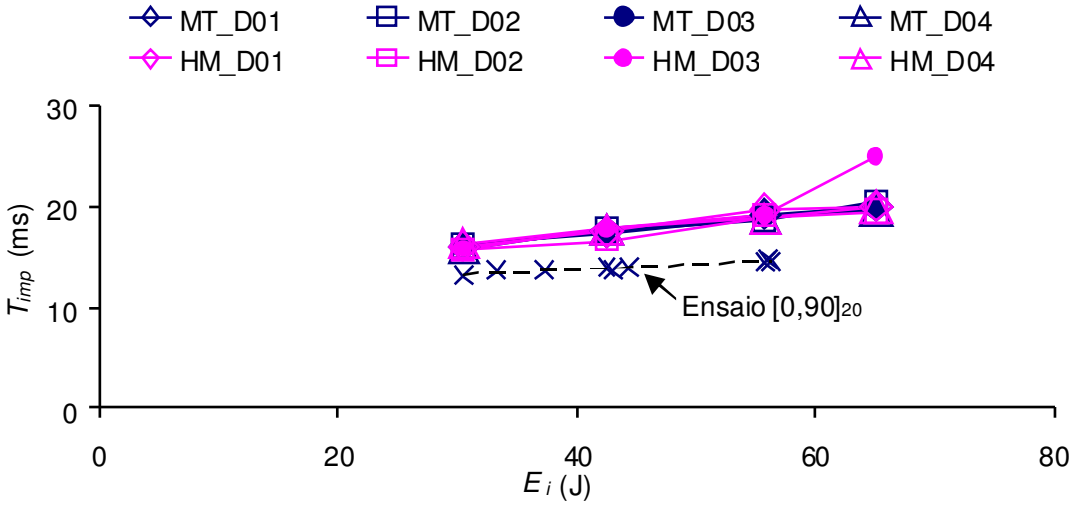


Figura 4.29 – Comparação do tempo de impacto T_{imp} numérico e experimental, $[0,90]_{20}$.

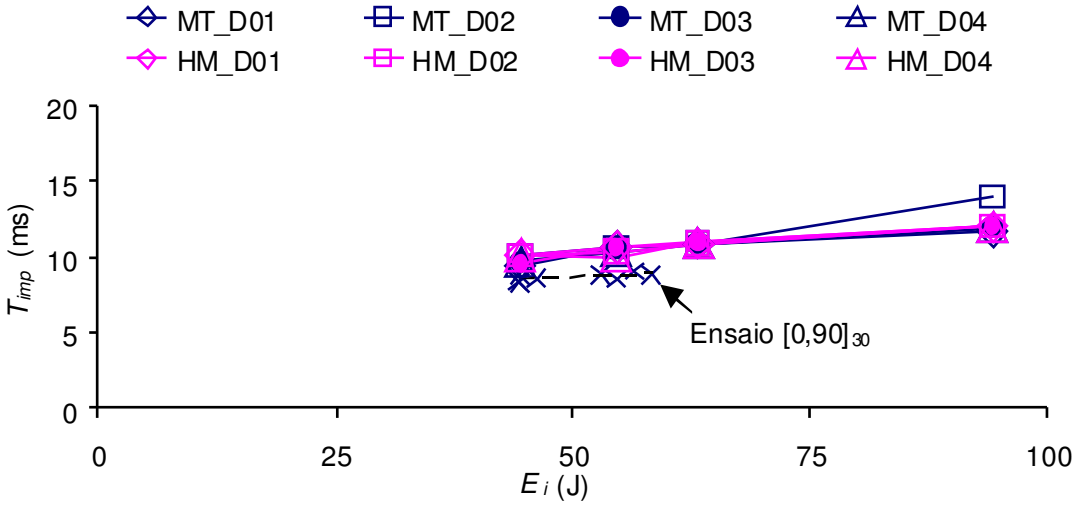


Figura 4.30 – Comparação do tempo de impacto T_{imp} numérico e experimental, $[0,90]_{30}$.

4.6.5 Energia de retorno do impactador

A energia de retorno do impactador E_r é a sua energia cinética no final do seu contato com a placa. Esta energia é um número muito valioso para avaliar a resposta da simulação numérica em relação ao resultado experimental. Uma boa correlação com este valor é um forte indicativo de que as curvas da força ao longo do tempo devem ser próximas.

A velocidade de retorno do impactador no ensaio experimental foi determinada pela quantidade de movimento no instante do ponto (5) da Figura 3.14. Este valor foi calculado pela subtração da quantidade de movimento no ínicio de impacto (ponto 3 da Figura 3.14) pela força impulso. Esta força impulso foi calculada pela integração da força ao longo do tempo entre o ponto (3) e (5) da Figura 3.14, com a regra dos trapézios utilizando uma planilha eletrôncia.

Na Figura 4.31, são apresentados os resultados experimentais de E_r, quando E_i são superiores a E_{th}. Traçou-se uma linha de tendência dos resultados por placa.

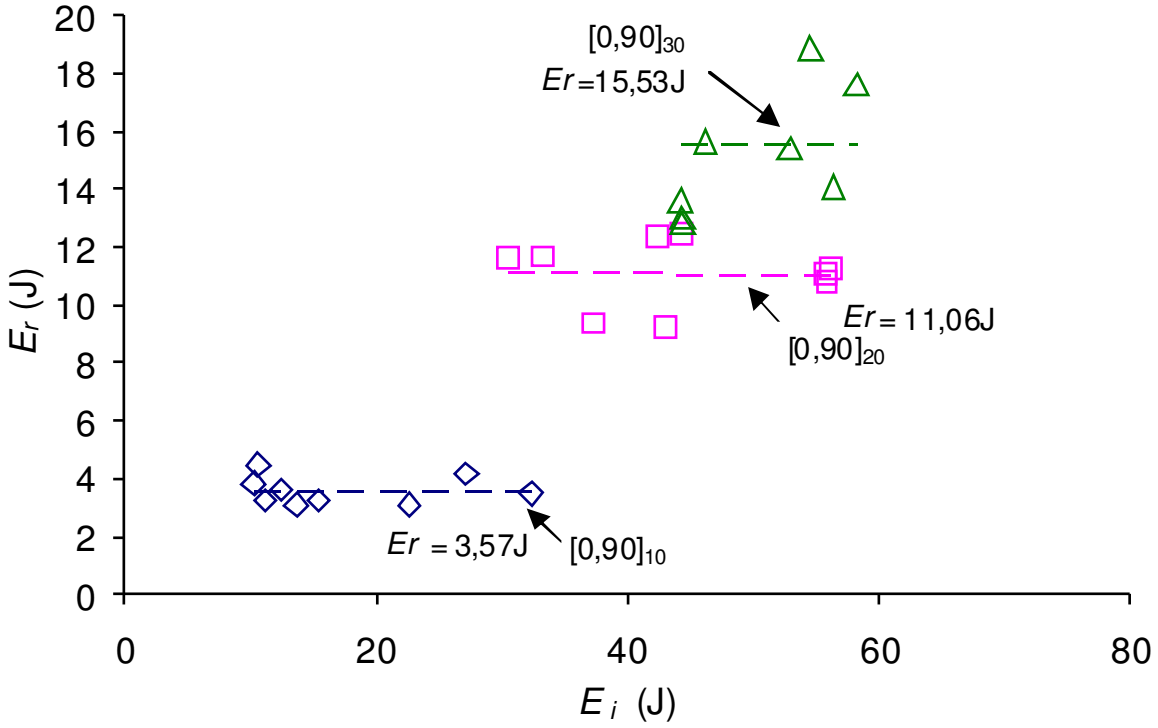


Figura 4.31 – Resultado experimental da energia de retorno E_r no impactador de 11kg.

Verifica-se pela Figura 4.31 que quanto maior a espessura da placa, maior será a energia de retorno do impactador, pois as placas mais espessas são menos suscetíveis a danos por impacto.

A Figura 4.31 mostra que a energia de retorno do impactador tende a assumir um valor constante, independente da energia de impacto. Logo, quanto maior a energia de impacto, maior será a perda de energia do impactador. Isto indica que ocorreu um menor percentual de energia de retorno (E_r/E_i) à medida que a energia de impacto aumentou, Figura 4.32.

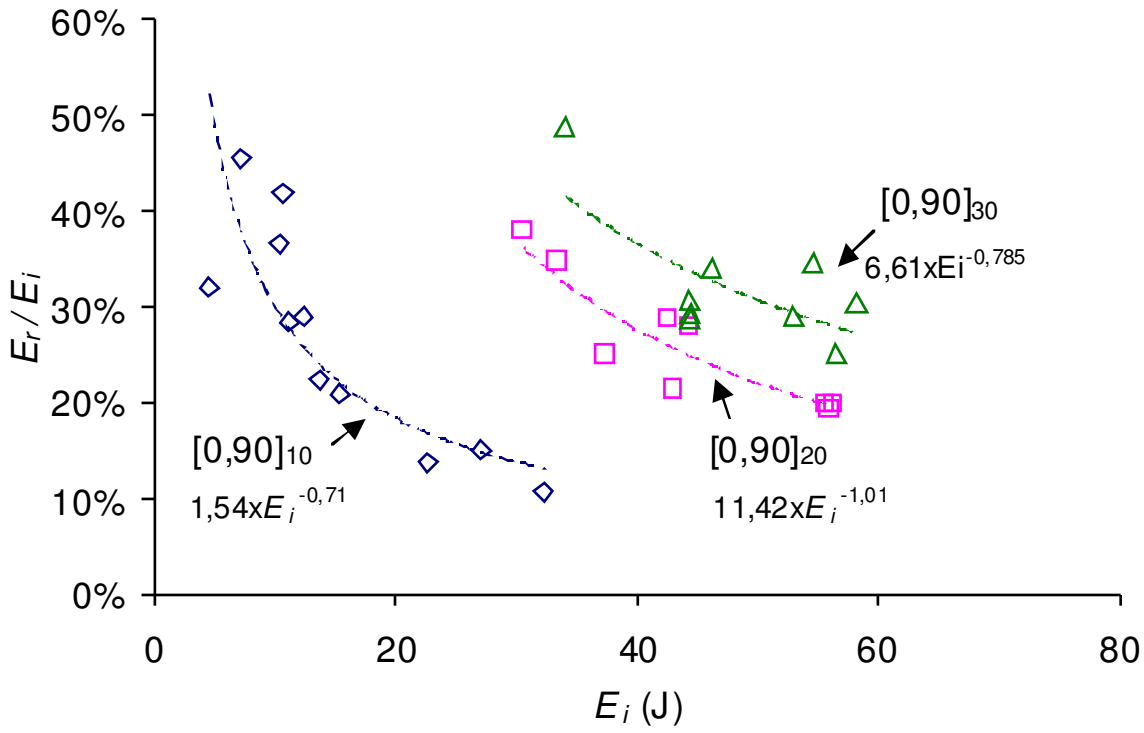


Figura 4.32 – Resultado experimental de E_r / E_i no impactador de 11 kg.

As energias de retorno E_r das simulações numéricas e experimentais são comparadas para cada placa, na Figura 4.33, Figura 4.34 e Figura 4.35**.**

Com exceção da simualção numérica com critério de Hashin Modificado na placa $[0,90]_{10}$**,** as soluções numéricas tenderam a ter um aumento da energia de retorno do impactador com o aumento da energia. Como o valor de E_r experimental manteve-se constante, quanto maior a energia de impacto, maiores foram os erros dos valores de E_r. No experimento, esta diferença de energia de retorno pode estar sendo dissipada por danos maiores na placa, ou com outras perdas de atritos e amortecimentos não contabilizadas pelas simulações numéricas. Existe também a possibilidade de experimentalmente a placa possuir uma maior energia de deformação ou uma maior energia cinética de vibração no fim do contato.

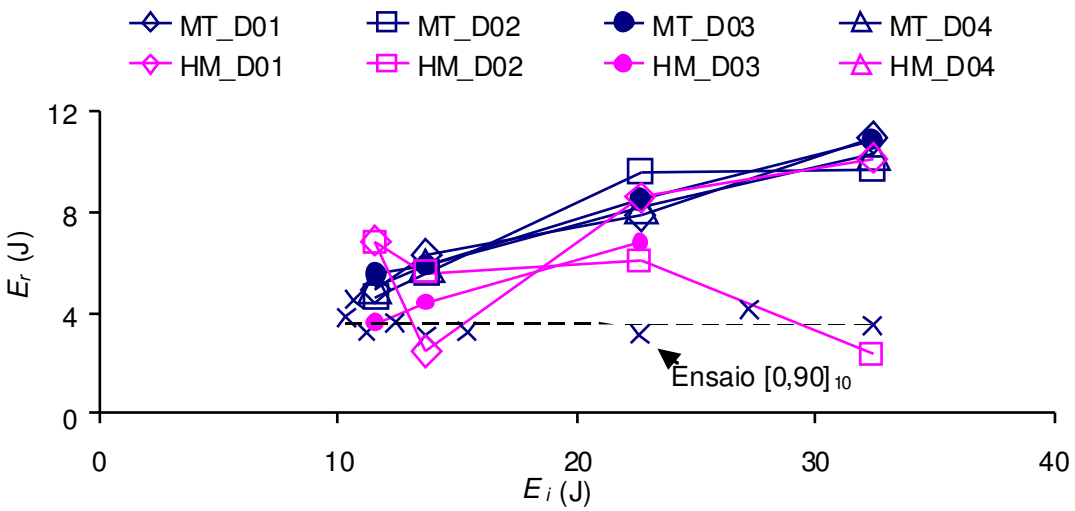


Figura 4.33 – Comparação da energia de retorno E_r numérica e experimental, $[0,90]_{10}$.

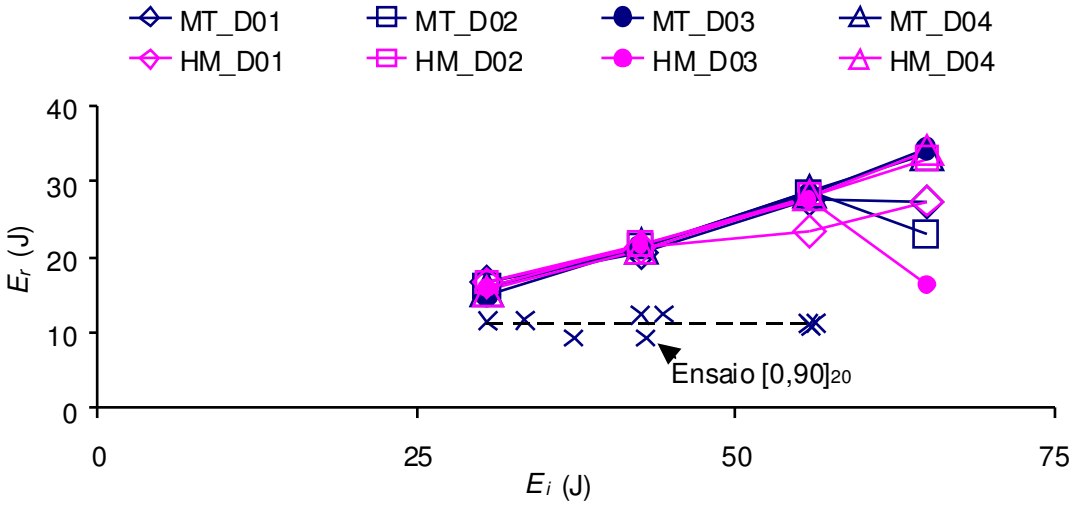


Figura 4.34 – Comparação da energia de retorno E_r numérica e experimental, $[0,90]_{20}$.

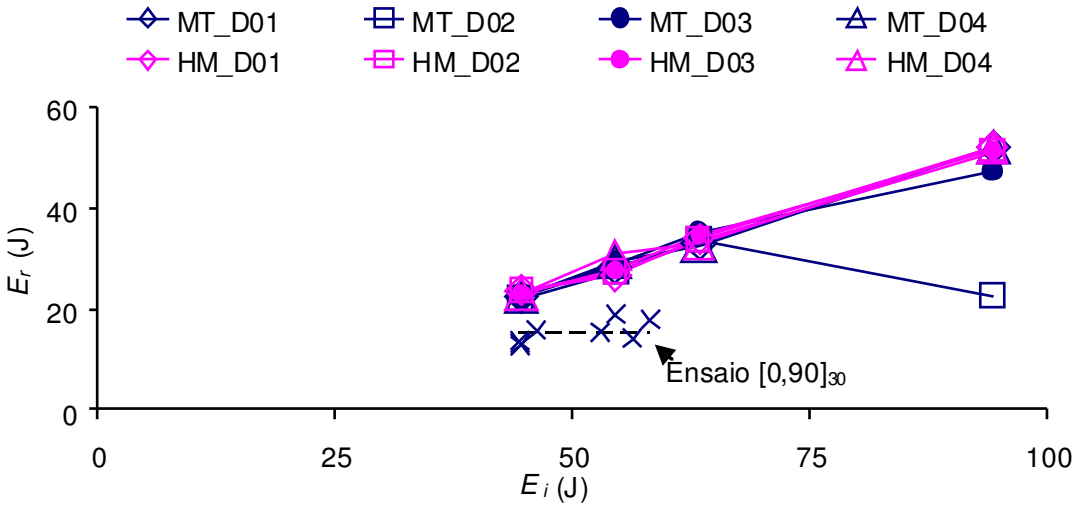


Figura 4.35 – Comparação da energia de retorno E_r numérica e experimental, $[0,90]_{30}$.

As diferenças percentuais de E_r obtida em cada simulação numérica em relação ao resultado médio experimental são mostradas na Tabela 4.22 .

Tabela 4.22 – Diferença de E_r numérico em relação ao experimento com m = 11Kg.

	E_i (J)	MT D01	MT D02	MT D03	MT D04	HM D01	HM D02	HM D03	HM D04
$[0,90]_{10}$	11,6	38%	29%	54%	40%	91%	89%	**0%**	(1)
	13,7	77%	55%	64%	64%	-31%	57%	**24%**	(1)
	22,7	121%	169%	138%	128%	140%	**69%**	89%	(1)
	32,4	207%	172%	204%	190%	183%	**-35%**	(1)	(1)
$[0,90]_{20}$	30,6	49%	46%	**35%**	43%	50%	50%	43%	40%
	42,5	**86%**	93%	94%	93%	93%	97%	96%	90%
	55,8	148%	159%	155%	158%	**112%**	155%	149%	155%
	65,1	146%	107%	209%	206%	148%	199%	**47%**	208%
$[0,90]_{30}$	44,5	44%	**42%**	43%	44%	52%	52%	50%	48%
	54,6	84%	76%	86%	87%	**70%**	76%	77%	97%
	63,3	113%	115%	125%	**109%**	118%	117%	123%	111%
	94,3	234%	**45%**	204%	235%	235%	229%	231%	234%

NOTA: Encontra-se em negrito a menor diferença em relação ao resultado experimental para cada nível de energia de impacto.

(1)Ocorreu a penetração do impactador na simulação numérica.

4.6.6 Avaliação geral dos resultados numéricos

A avaliação das curvas da força ao longo do tempo de cada modelo numérico pode ser quantitativamente medida comparando-se a energia de retorno do impactador, o tempo de impacto, a força máxima e a força para iniciação do dano.

Baseado em Hinton (2002), é feito um julgamento destas curvas de força obtidas com os diferentes modelos numéricos através de um sistema de notas. Na Tabela 4.23, é apresentada a classificação de notas em função do valor absoluto da diferença percentual em relação ao resultado numérico que mais se aproximou do resultado experimental.

Tabela 4.23 – Classificação de notas para a comparação dos resultados numéricos.

	Classificação		
Parâmetro	**2**	**1**	**0**
F_{th}	0% a 1%	1% a 10%	>10%
$F_{máx}$	0% a 10%	10% a 20%	>20%
T_{imp}	0% a 5%	5% a 10%	>10%
E_r	0% a 10%	10% a 20%	>20%

Como são quatro parâmetros avaliados, a nota de cada modelo simulado pode variar de 0 a 8. A Tabela 4.24 apresenta as notas obtidas por cada simulação. Serão avaliados os resultados numéricos com energias superiores a E_{th}.

Tabela 4.24 – Notas para a comparação dos resultados numéricos.

	E_i (J)	MT D01	MT D02	MT D03	MT D04	HM D01	HM D02	HM D03	HM D04
$[0,90]_{10}$	11,6	4	3	4	4	6	6	7	2
	13,7	6	5	5	5	4	6	7	2
	22,7	4	6	5	4	6	7	7	2
	32,4	6	6	6	6	6	6	2	2
$[0,90]_{20}$	30,6	7	8	8	8	7	7	8	8
	42,5	7	7	8	7	7	8	7	7
	55,8	7	6	6	6	7	7	7	6
	65,1	6	6	6	6	6	6	6	6
$[0,90]_{30}$	44,5	8	7	8	8	7	7	8	7
	54,6	7	7	7	8	7	8	7	7
	63,3	8	8	8	8	8	8	8	8
	94,3	6	6	6	6	6	6	6	6

Os modelos numéricos que apresentam uma nota maior ou igual a 6 na Tabela 4.24 são considerados similares ao modelo numérico que apresentou o melhor resultado.

Na placa de 10 camadas, o modelo que adotou o critério de falha de Hashin Modificado e a lei de degradação D02 é o único que apresenta notas acima de 6 para todos os níveis de energia de impacto. O modelo de Hashin Modificado D03 também apresentou todos os resultados acima ou igual a 7, exceto para o último nível de energia.

Na placa de 20 camadas, todos os modelos numéricos apresentaram resultados acima de 6 pontos. Exceto pelo último nível de energia, os modelos que apresentaram todas as notas iguais ou superiores a 7 são: Hashin Modificado_D01, Hashin Modificado_D02, Hashin Modificado_D03 e Hashin Modificado_D01.

Na placa de 30 camadas, todos os modelos numéricos apresentaram resultados acima de 6 pontos. Exceto pelo último nível de energia, todos os modelos numéricos possuem notas iguais ou superiores a 7.

A Tabela 4.25 apresenta a conclusão da análise quantitativa, selecionando os modelos numéricos de critério de falha e danificação que apresentam melhores resultados. Observa-se que os modelos numéricos selecionados estão em concordância com as conclusões feitas nas análises qualitativas previamente descritas.

Tabela 4.25 – Modelos numéricos selecionados pela avaliação das forças atuantes no impactador ao longo do tempo.

Placa	E_i (J)	Modelos
$[0,90]_{10}$	De 11,6 a 22,7J	Hashin Mod. D02 Hashin Mod. D03
	De 11,6 a 32,4J	Hashin Mod. D02
$[0,90]_{20}$	De 30,6J a 55,8J	Hashin Mod. D01 Hashin Mod. D02 Hashin Mod. D03 Máx. Tensão D01
	De 30,6J a 65,1J	Hashin Mod. D01 Hashin Mod. D02 Máx. Tensão D01
$[0,90]_{30}$	De 44,5J a 63,3J	Todos
	De 44,5J a 94,3J	Todos, exceto Máx. Tensão D02

4.7 Danos na placa

4.7.1 Resultados experimentais

Conforme descrito na seção 3.2.3, os resultados experimentais de danos são mapeados como a projeção de todas as delaminações medidas com o aparelho de ultra-som. A Figura 4.36 apresenta os resultados experimentais e as equações das curvas de tendência das áreas de danos delaminadas (A_d) em função da energia de impacto. Conforme descrito por Abrate (1998), uma relação linear entre a energia de impacto e a área de dano é constatada.

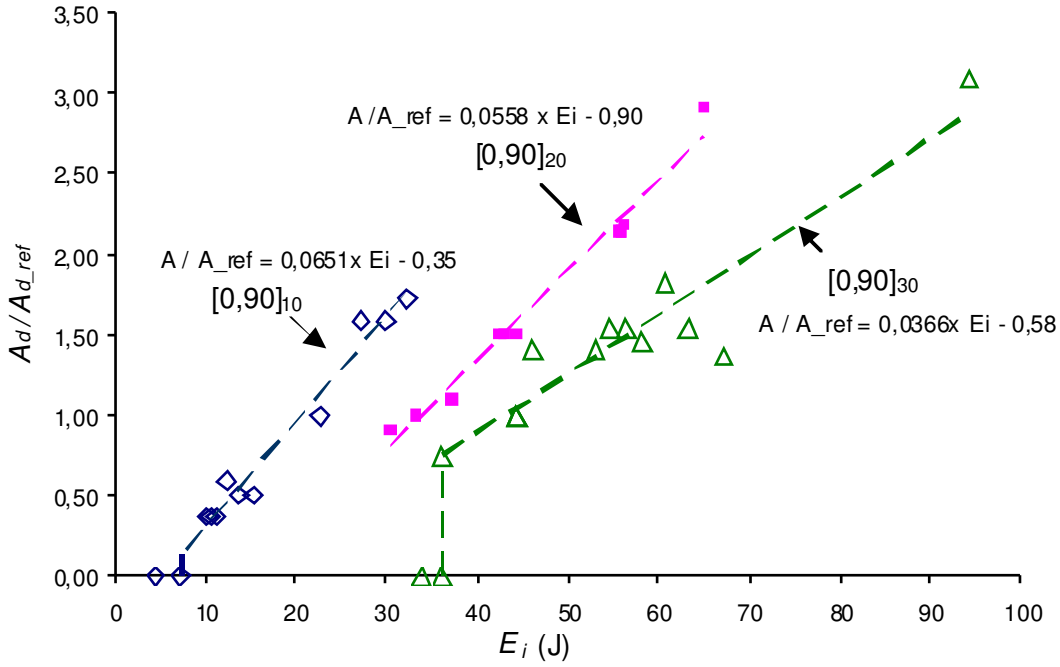


Figura 4.36 – Áreas de dano experimentais nas placas.

Os valores da máxima extensão de dano h_m experimentais são apresentados na Figura 4.37. Observa-se que as curvas de tendência lineares representaram bem os resultados experimentais de h_m para a placa de 10 e 20 camadas. No entanto, para a placa de 30 camadas, uma curva polimonomial quadrática foi utilizada. Como somente existe um ponto de ensaio com energia de impacto a 94J, seria recomendável realizar ensaios com níveis de energia de impacto entre 70 e 90J para confirmação da linha de tendência.

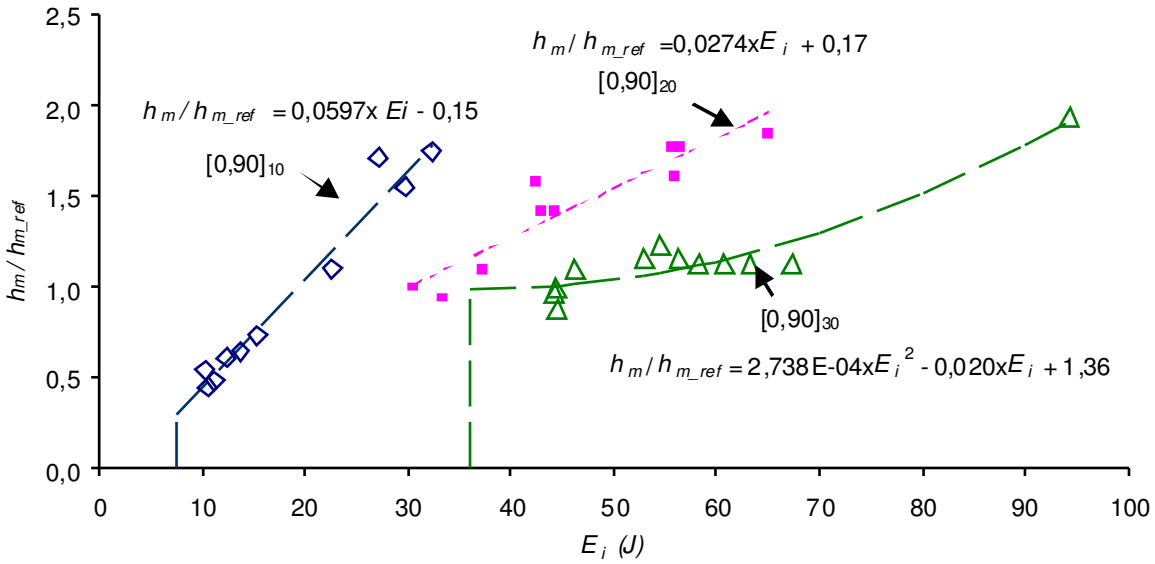


Figura 4.37 – Extensões (h_m) experimentais do dano nas placas.

4.7.2 Resultados das soluções numéricas

Um mapeamento da área danificada em cada modelo numérico foi feito através da projeção em um plano dos elementos que tiveram camadas com uma de suas propriedades degradadas. Foi verificado que os elementos que apresentaram degradação da propriedade G_{12} na camada oposta à face de impacto normalmente definem esta área de dano do laminado. Isto ocorre porque os quatros critéros de degradação numérica tornam a propriedade G_{12} nula quando existe a falha com tensão de tração nas duas direções da lâmina ou falha por cisalhamento no plano da lâmina. Em alguns casos, a área de danificação numérica pode possuir alguns elementos que somente degradaram E_1 ou E_2 com cargas compressivas. Este tipo de degradação geralmente ocorre na camada mais próxima da face de impacto.

A Figura 4.38 compara as áreas de danos obtidas com as simulações numéricas e os experimentos com a placa de 10 camadas. A Figura 4.39 apresenta as extensões de dano h_m.

Observa-se que nas simulações numéricas com a placa de 10 camadas, os erros das áreas de dano (A_d) aumentam à medida que se aumenta a energia de impacto. Entretanto, a extensão de dano h_m tende a apresentar valores mais próximos do ensaio.

Os resultados numéricos com os critérios de falha de Hashin Modificado e critérios de danificação D01 e D02 são os que tiveram resultados mais próximos dos ensaios. Inclusive o comportamento linear de crescimento de A_d e h_m em função da energia de impacto observado nos resultados experimentais também é verificado nos modelos numéricos.

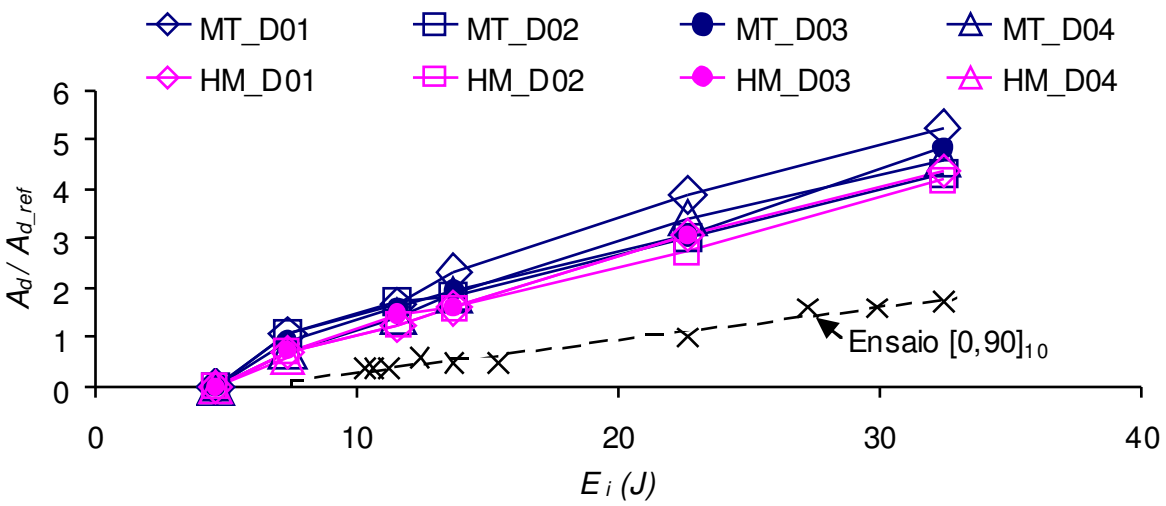


Figura 4.38 – Área de dano da simulação numérica com os diferentes modelos de falha e danificação na placa $[0,90]_{10}$.

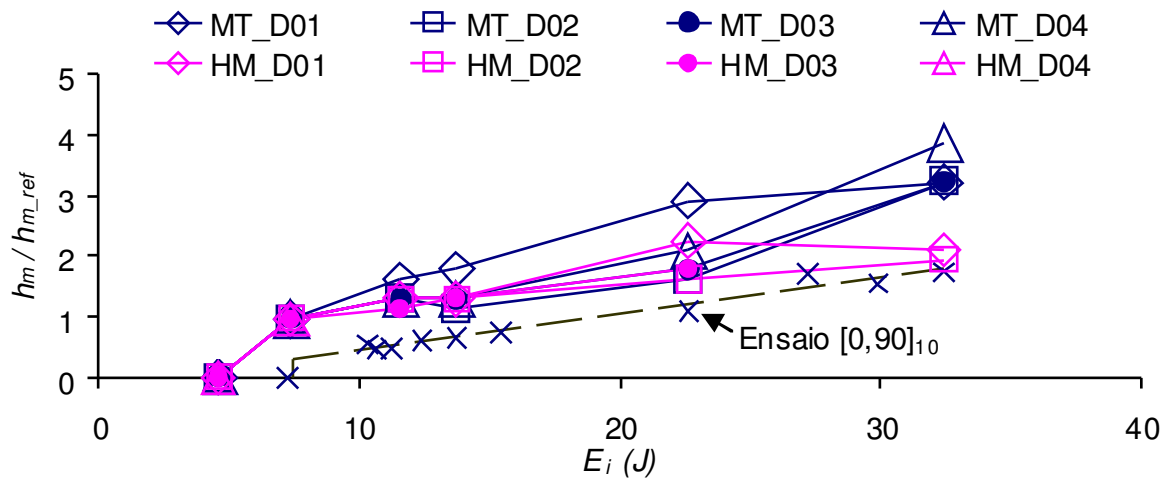


Figura 4.39 – h_m da simulação numérica com os diferentes modelos de falha e danificação na placa $[0,90]_{10}$.

Os resultados de A_d e h_m obtidos com os impactos na placa de 20 camadas são apresentados na Figura 4.40 e Figura 4.41.

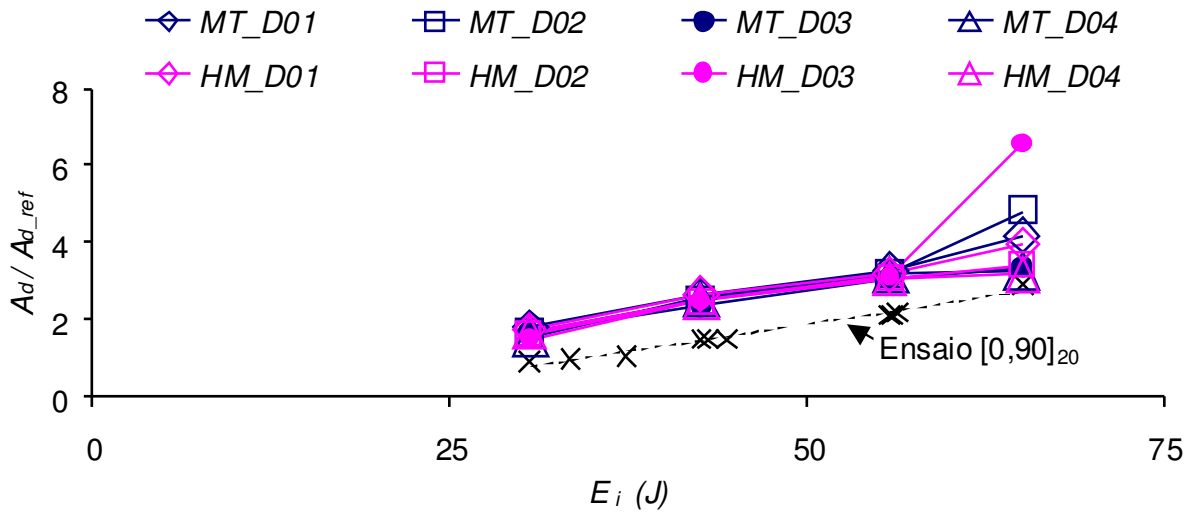


Figura 4.40 – Área de dano da simulação numérica com os diferentes modelos de falha e danificação e do ensaio com a placa $[0,90]_{20}$.

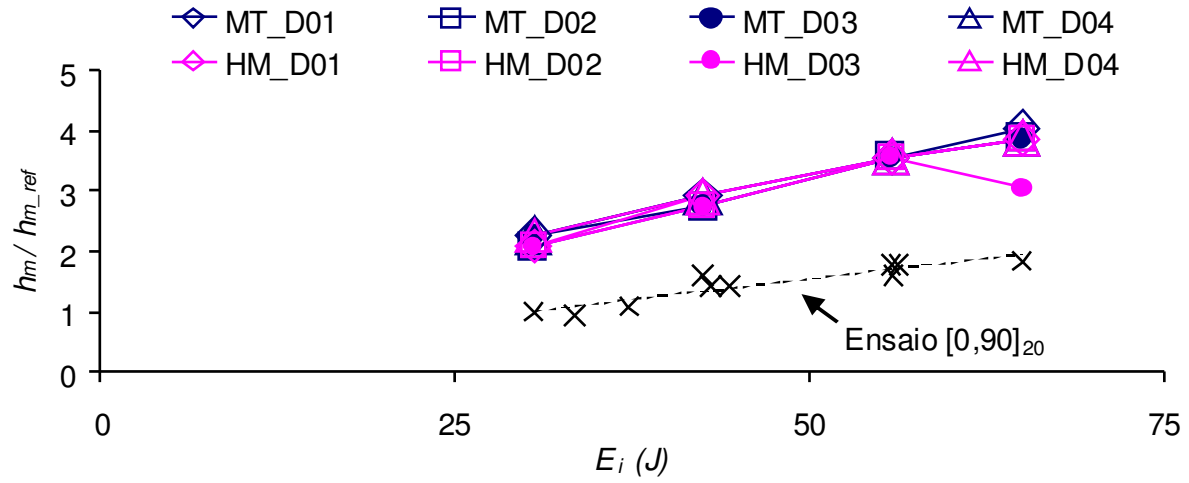


Figura 4.41 – h_m da simulação numérica com os diferentes modelos de falha e danificação na placa $[0,90]_{20}$.

Na placa de 20 camadas, os resultados numéricos de A_d e h_m com os diversos critérios são muito similares entre si, exceto os obtidos com o critério de Hashin Modificado D03 no nível mais alto de energia. As linhas de tendência linear dos resultados experimentais de A_d e h_m são também observadas nos resultados numéricos.

Na placa de 30 camadas, os resultados numéricos de A_d e h_m são apresentados na Figura 4.42 e na Figura 4.43.

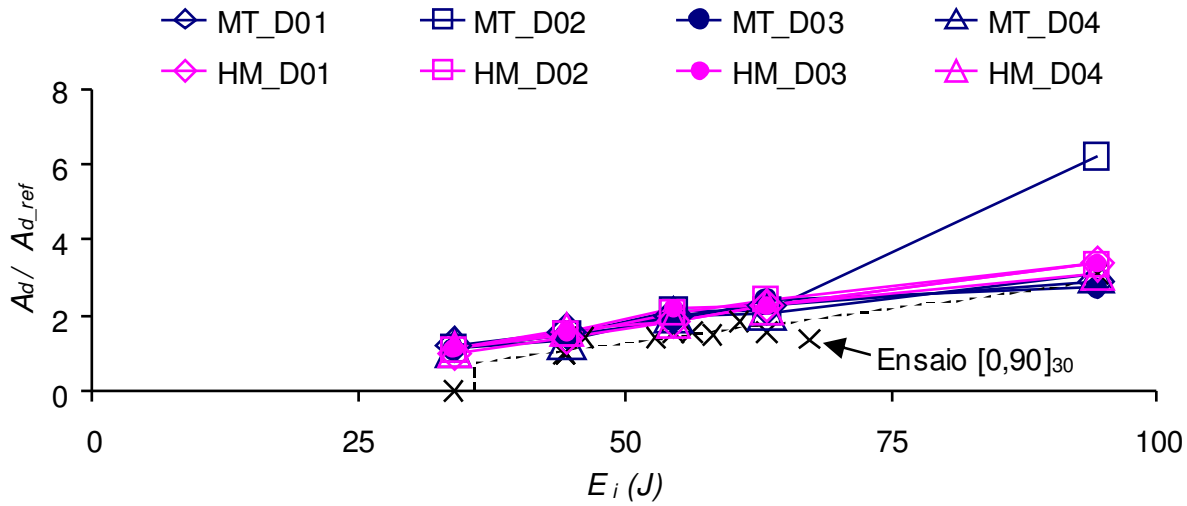


Figura 4.42 – Área de dano da simulação numérica com os diferentes modelos de falha e danificação e do ensaio com a placa $[0,90]_{30}$.

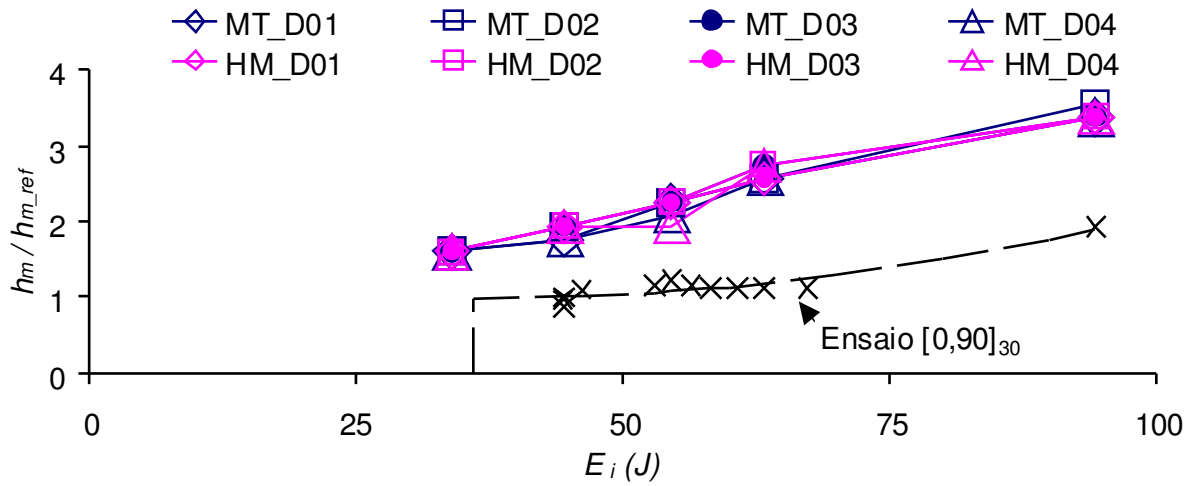


Figura 4.43 – h_m da simulação numérica com os diferentes modelos de falha e danificação na placa $[0,90]_{30}$.

Na placa de 30 camadas, novamente os resultados numéricos de A_d e h_m obtidos com os diversos critérios são muito próximos entre si, exceto os obtidos com o critério de máxima tensão D02 no nível mais alto de energia. A taxa de crescimento linear de A_d e uma taxa de

crescimento quadrática de h_m em função da energia de impacto, verificadas experimentalmente, são também constatadas nos resultados numéricos.

Nas simulações numéricas com a placa de 20 e 30 camadas, os erros das áreas de dano (A_d) tenderam a diminuir à medida que se aumentou a energia de impacto. Entretanto, a extensão de dano (h_m) tendeu a manter um mesmo percentual de erro em relação ao ensaio.

Comparando-se a Figura 4.38, a Figura 4.40 e a Figura 4.42, observa-se que os erros das áreas de dando (A_d) das simulações numéricas em relação ao experimento diminuem à medida que a espessura da placa aumenta. Todavia, comparando-se a Figura 4.39, a Figura 4.41 e a Figura 4.43, quanto maior é a espessura da placa, maior é o erro da extensão de dano h_m numérico em relação ao experimento.

Quando são comparadas as curvas de área de dano (A_d) e da extensão de dano (h_m) obtidas pelos métodos numéricos selecionados pela Tabela 4.25, estes modelos são normalmente os que mais se aproximaram dos resultados experimentais. Para a placa de 10 camadas, os critérios de falha de Hashin Modificado D02 e D03 se destacaram com seu bom comportamento. Na placa de 30 camadas, com energia de impacto de 94,3J, o método de máxima tensão D02, excluído na Tabela 4.25, também foi o método que obteve um resultado discrepante na Figura 4.39. Esta concordância de conclusões com diferentes tipos de análises dos resultados substanciam os critérios de falha e degradação selecionados na Tabela 4.25. Portanto, para comparar qualitativamente os mapas de danos serão avaliados somente os valores dos modelos numéricos selecionados nesta tabela.

A Tabela 4.26 apresenta a diferença percentual de h_m da simulação numérica em relação aos resultados experimentias.

Tabela 4.26 – Diferença de h_m numérico em relação ao experimento com m = 11Kg.

	E_i (J)	MT D01	MT D02	MT D03	MT D04	HM D01	HM D02	HM D03	HM D04
$[0,90]_{10}$	11,6	-	-	-	-	-	109%	109%	-
	13,7	-	-	-	-	-	93%	93%	-
	22,7	-	-	-	-	-	34%	48%	-
	32,4	-	-	-	-	-	8%	-	-
$[0,90]_{20}$	30,6	124%	108%	124%	124%	108%	108%	108%	-
	42,5	117%	105%	105%	117%	117%	105%	105%	-
	55,8	109%	109%	109%	109%	109%	109%	109%	-
	65,1	106%	98%	98%	98%	98%	98%	-	-
$[0,90]_{30}$	44,5	76%	91%	91%	76%	91%	91%	91%	91%
	54,6	108%	108%	108%	94%	108%	108%	108%	79%
	63,3	117%	117%	130%	117%	117%	130%	117%	130%
	94,3	77%	-	77%	77%	77%	77%	77%	77%

A Tabela 4.27 apresenta a diferença percentual de A_d da simulação numérica em relação aos resultados experimentais.

Tabela 4.27 – Diferença de A_d numérico em relação ao experimento com m = 11Kg.

	E_i (J)	MT D01	MT D02	MT D03	MT D04	HM D01	HM D02	HM D03	HM D04
$[0,90]_{10}$	11,6	-	-	-	-	-	204%	260%	-
	13,7	-	-	-	-	-	193%	193%	-
	22,7	-	-	-	-	-	143%	171%	-
	32,4	-	-	-	-	-	138%	-	-
$[0,90]_{20}$	30,6	127%	-	-	-	121%	104%	87%	-
	42,5	79%	-	-	-	82%	70%	70%	-
	55,8	48%	-	-	-	44%	40%	42%	-
	65,1	53%	-	-	-	45%	27%	-	-
$[0,90]_{30}$	44,5	48%	43%	39%	26%	35%	43%	48%	56%
	54,6	41%	48%	28%	41%	32%	45%	54%	32%
	63,3	28%	23%	39%	18%	31%	39%	28%	28%
	94,3	1%	-	-5%	8%	17%	17%	17%	8%

Na placa de 10 camadas, os valores das extensões dos danos h_m obtidos numericamente apresentaram melhores resultados quando comparados aos valores das áreas de dano A_d.

Na placa de 20 e 30 camadas, as áreas de danos A_d apresentaram melhores aproximações comparadas às extensões de dano h_m.

Todos os resultados numéricos das áreas (A_d) e das extensões de danos (h_m) foram iguais ou maiores que os encontrados experimentalmente.

4.7.3 Resultados da solução analítica

Conforme descrito na seção 2.4.5, pela equação (2-33), assumindo $F_{máx}$ igual à F_{th}, estima-se a área de dano com impactos em laminados com energia E_{th}. Esta equação assume a forma do dano como um disco de diâmetro h_m. Assumindo a tensão admissível de cisalhamento interlaminar (S_2) igual a 89,4 MPa (Tabela 3.1) e os valores de F_{th} experimentais, calcula-se os valores das áreas de dano analíticas para cada placa. Na Tabela 4.28, estas áreas são comparadas com as experimentais obtidas com o nível de energia mais próximo de E_{th}.

Tabela 4.28 – Comparação entre a área de dano (A_d) experimental e a obtida analiticamente com $E_i \approx E_{th}$, e S_2=89,4 MPa.

Placa	A_d experimental (mm^2)	A_d analítico (mm^2)
$[0,90]_{10}$	200	25
$[0,90]_{20}$	<500	42
$[0,90]_{30}$	550	68

Devido aos valores muito menores das áreas obtidos pelos cálculos analítico na Tabela 4.28, a hipótese adotada de que a tensão admissível de cisalhamento interlaminar (S_2) é similar à tensão admissível de cisalhamento no plano 12 (S) pode não estar correta. Com auxílio de uma planilha eletrônica, verificou-se através de um método numérico interativo que o valor de S_2 igual a 31,4 MPa estimaria melhor a área de dano na placa de 10 camadas. A Tabela 4.29 mostra os resultados de A_d com as outras duas placas, assumindo S_2=31,4MPa.

Tabela 4.29 – Comparação entre a área de dano (A_d) experimental e a obtida analiticamente com $E_i \approx E_{th}$, e S_2=31,4MPa.

Placa	A_d experimental (mm^2)	A_d analítico (mm^2)
$[0,90]_{10}$	200	199
$[0,90]_{20}$	<500	340
$[0,90]_{30}$	550	554

Pela Tabela 4.29, verifica-se uma ótima correlação das áreas de danos com a placa da 10 e 30 camadas. Na placa de 20 camadas, seria recomendável realizar mais ensaios experimentais com níveis de energia menores que 30J. É provável se confirmar experimentalmente que esta área de dano seja próxima de 340mm^2.

O fato do valor de S_2 com valor de 31,4 MPa estimar bons resultados de áreas de danos com dois casos de diferentes espessuras, induz que o valor de S_2 seja realmente menor que S. Seria recomendável realizar um teste experimental dedicado para estimar o correto valor desta propriedade da lâmina.

4.7.4 Correção dos resultados das soluções numéricas

Como a simulação numérica não é capaz de representar um dano causado por delaminação, eram esperadas diferenças entre os resultados numéricos e experimentais devido a esta limitação do modelo.

Conforme induzido pela solução analítica, na seção anterior, a tensão S_2 pode ser um importante admissível para ser implementado em um critério de falha. Logo, a falta de verificação desta tensão pode ser uma possível causa de erro da solução numérica.

Todavia, através da comparação dos mapas de danos das soluções numéricas e experimentais, uma correção nos resultados para uma melhor estimativa de dano é proposta.

Baseado na Tabela 4.25, o único critério que é selecionado em todas as configurações de impacto estudada é o critério de falha de Hashin Modificado, com a lei de danificação D02. Por isso, os mapas de danos obtidos com Hashin Modificado D02 serão utilizados como referência para avaliar as respostas numéricas.

Na Tabela 4.30, os mapas de danos dos resultados experimentais e das simulações numéricas na placa de 10 camadas são apresentadas. Com as energias mais baixas de impacto, as formas geométricas dos danos experimentais são de um disco de diâmetro h_m. À medida que a energia aumenta, a forma do dano é um disco em cima de uma cruz com extensão h_m. A geometria que mais se aproxima da área experimental é a de um quadrado de diagonal h_m. A forma de dano dos resultados numéricos é mais próxima da área de um quadrado de lado h_m.

Na Tabela 4.31, os mapas de danos na placa de 20 camadas são apresentados. O dano experimental medido para as energias mais baixas possui a forma de um quadrado com diagonal h_m. À medida que a energia de impacto aumenta, forma-se uma cruz espessa de extensão h_m, cuja área é bem aproximada a de um quadrado de diagonal h_m. Na solução numérica, a forma do dano é próxima de uma cruz de dimensão h_m, com um quadrado central.

Na Tabela 4.32, os mapas de danos na placa de 30 camadas são apresentados. Experimentalmente, para as energias de impacto mais baixas, a forma do dano é um disco de diâmentro h_m. À medida que a energia aumenta, forma-se um quadrado de diagonal h_m. Pelo resultado numérico, a forma do dano é mais próxima de uma cruz de dimensão h_m com um quadrado no centro.

Baseado na Tabela 4.26, as dimensões h_m na placa de 10 camadas são no mínimo 34% maiores para os três primeros níveis de energia, e 8% maiores no último nível de energia. É proposto que a área de dano seja estimada por um quadrado de diagonal 0,75 h_m do resultado numérico.

As dimensões h_m numéricas na placa de 20 camadas são no mínimo 98% maiores que as extensões experimentais. É proposto que a área de dano seja estimada por um quadrado de diagonal 0,5 h_m do resultado numérico.

As dimensões h_m numéricas na placa de 30 camadas são no mínimo 70% maiores que as extensões experimentais. É proposto que a área de dano seja um quadrado de diagonal 0,6 h_m do resultado numérico.

Tabela 4.30 - Mapeamento do dano experimental e da solução numérica Hashin Modificado D02, com impactador de 11kg, e na placa $[0,90]_{10}$.

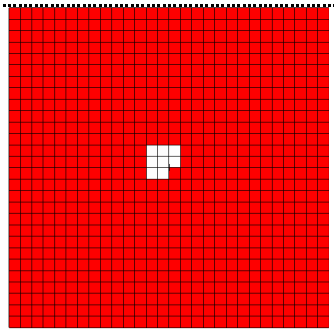
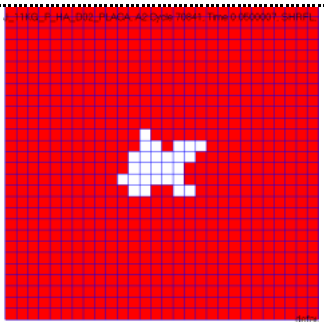
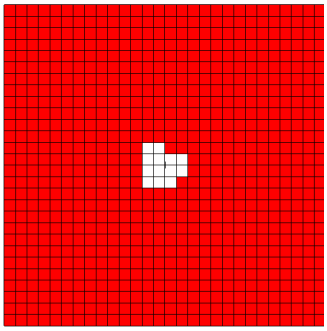
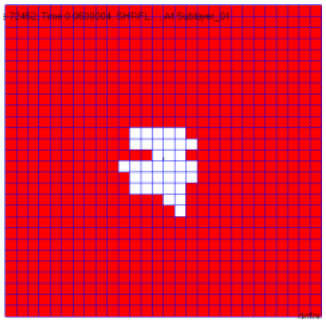
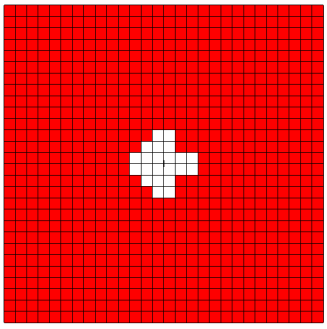
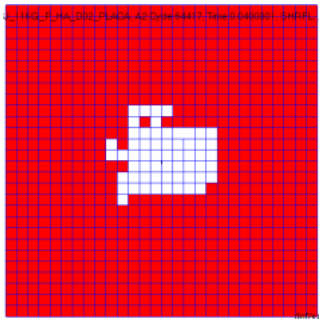
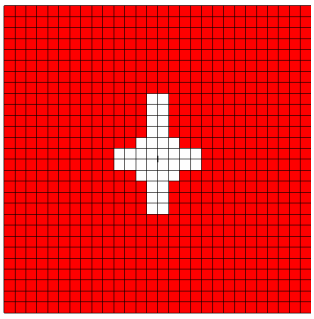
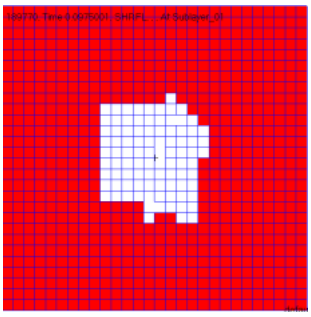
Experimental	Solução Numérica (Hashin Modificado D02)
	
CDP 11-10-00, E_i = 11,2J	E_i=11,6J.
	
CDP 12-10-00, E_i = 13,7J	E_i=13,7J
	
CDP 19-10-00, E_i = 22,7J	E_i= 22,7J
	
CDP 17-10-00, E_i = 32,4J	E_i= 32,4J

Tabela 4.31 - Mapeamento do dano experimental e da solução numérica Hashin Modificado D02, com impactador de 11kg, e na placa $[0,90]_{20}$.

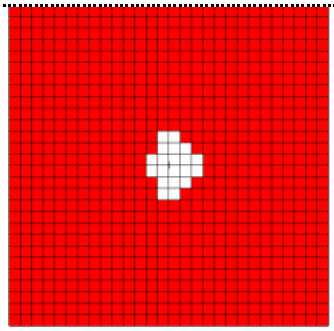
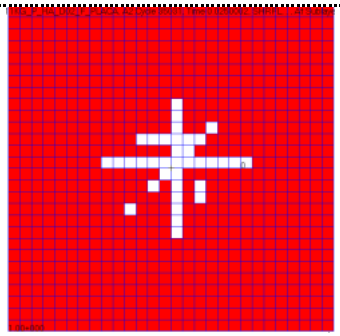
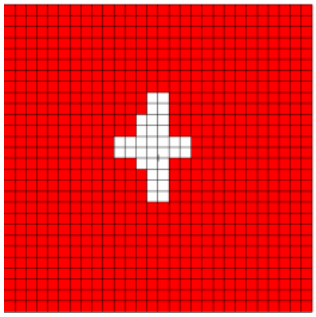
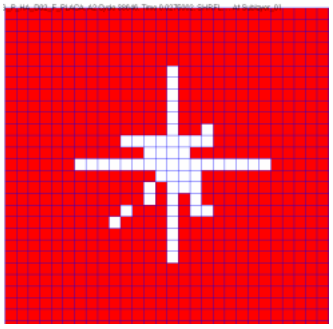
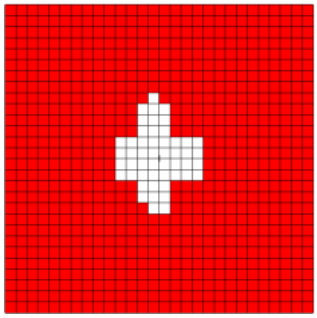
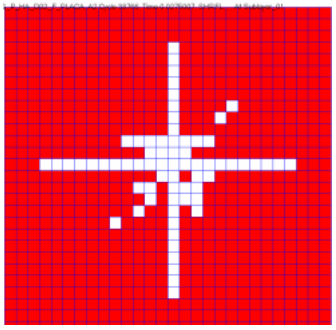
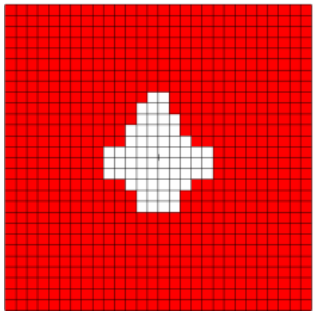
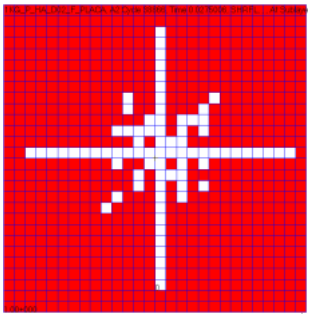
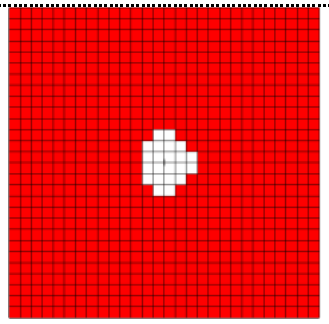
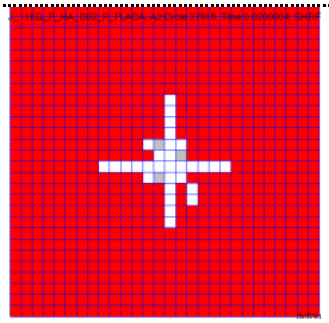
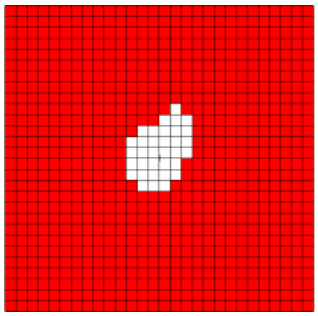
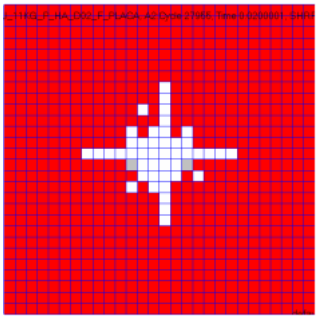
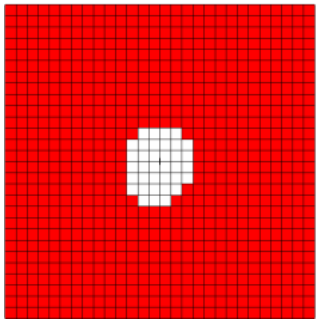
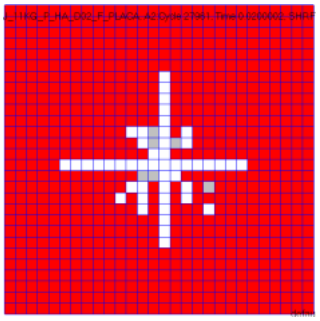
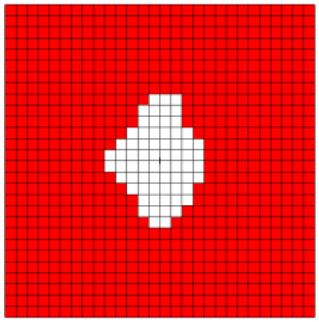
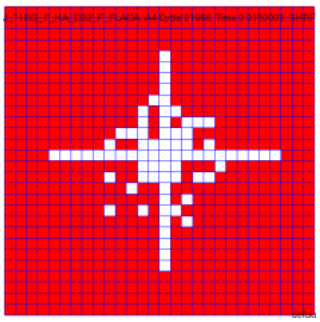
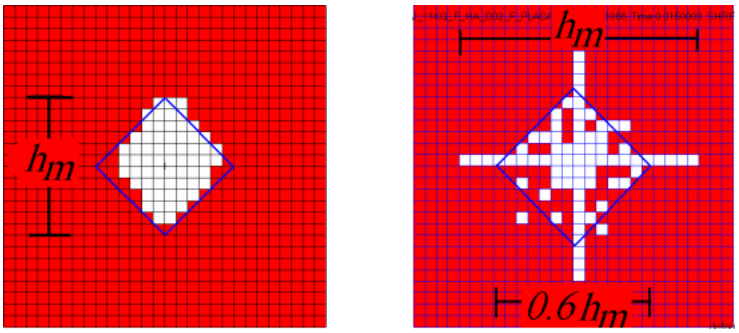
Experimental	Solução Numérica (Hashin Modificado D02)
	
CDP 06-20-00, E_i =30,6J	E_i = 30,6J
	
CDP 09-20-00, E_i =42,5J	E_i = 42,5J
	
CDP 13-20-00, E_i =55,8J	E_i = 55,8J
	
CDP 15-20-00, E_i =60,2J.	E_i = 65,1J.

Tabela 4.32 - Mapeamento do dano experimental e da solução numérica Hashin Modificado D02, com impactador de 11kg, e na placa $[0,90]_{30}$.

Experimental	Solução Numérica (Hashin Modificado D02)
	
CDP 09-30-00, *Ei*=44,4J.	E_i=44,5J
	
CDP 14-30-00, *Ei*=54,6J	E_i= 54,6J
	
CDP 16-30-00, *Ei*=63,3J	E_i= 63,3J
	
CDP 19-30-00, *Ei*=94,33J	E_i= 94,3J

O procedimento da aplicação de um fator de correção do dano baseada no valor de h_m da simulação numérica é ilustrado na Figura 4.44.



a)Experimental b)Hashin Modificado D02

Figura 4.44 – Exemplo da metodologia de correção dos resultados para estimativa do dano na placa $[0,90]_{30}$, E_i=94,3J

A Tabela 4.33 apresenta os fatores de correção (C_A) que multiplicaram os valores de h_m do resultado numérico para estimar a área de dano na placa, dada pela equação:

$$A_d = \frac{(C_A h_m)^2}{2} \qquad \textbf{(4-2)}$$

Tabela 4.33 – Fatores de correção de h_m.

Placa	Fator de correção (C_A)
$[0,90]_{10}$	0,75
$[0,90]_{20}$	0,50
$[0,90]_{30}$	0,60

Os resultados de A_d com a aplicação dos fatores de correção dos resultados numéricos nas placas $[0,90]_{10}$, $[0,90]_{20}$, $[0,90]_{30}$ são apresentadas na Figura 4.45, na Figura 4.46 e na Figura 4.47 respectivamente.

As diferenças nos resultados de h_m e A_d utilizando a metodologia de correção dos resultados em relação ao valor experimental são apresentadas na Tabela 4.34 e na Tabela 4.35 respectivamente.

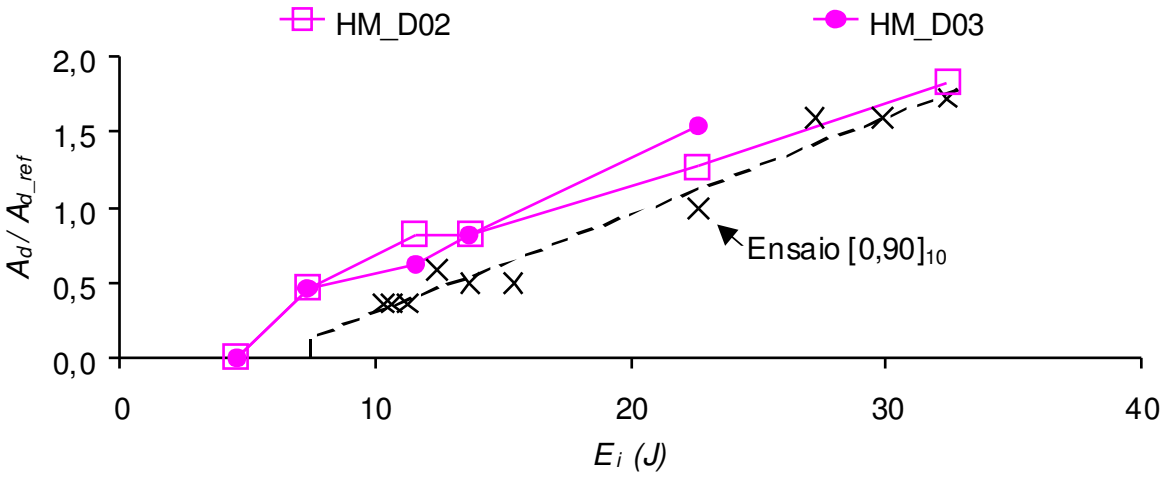


Figura 4.45 – A_d pela metodologia com correção dos resultados na placa $[0,90]_{10}$.

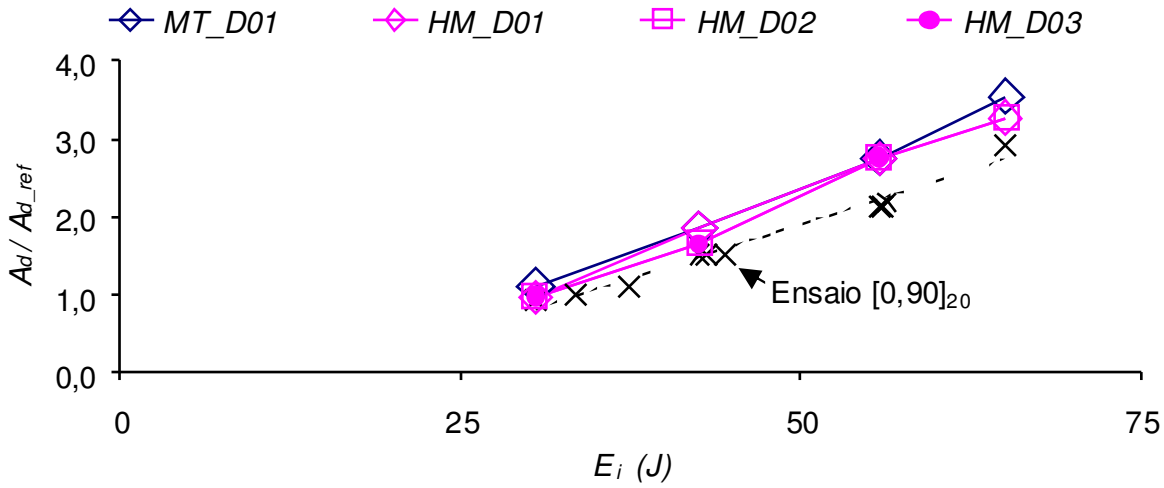


Figura 4.46 – A_d pela metodologia com correção dos resultados na placa $[0,90]_{20}$.

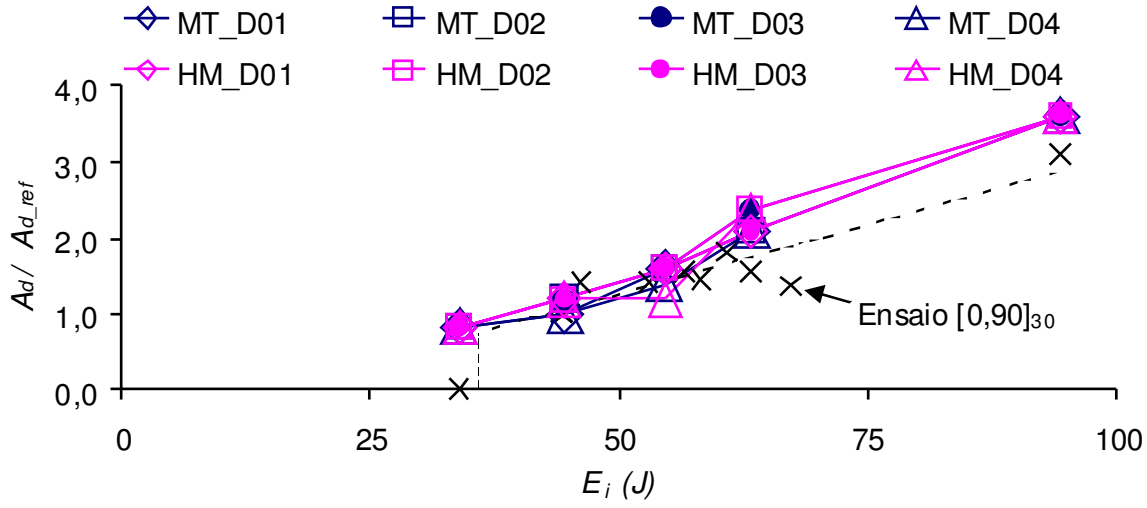


Figura 4.47 – A_d pela metodologia com correção dos resultados na placa $[0,90]_{30}$.

Tabela 4.34 – Diferença percentual em relação ao experimento de h_m corrigido.

Placa	E_i (J)	MT D01	MT D02	MT D03	MT D04	HM D01	HM D02	HM D03	HM D04
$[0,90]_{10}$	11,6	-	-	-	-	-	57%	57%	-
	13,7	-	-	-	-	-	45%	45%	-
	22,7	-	-	-	-	-	1%	11%	-
	32,4	-	-	-	-	-	-19%	-	-
$[0,90]_{20}$	30,6	12%	-	-	-	4%	4%	4%	-
	42,5	8%	-	-	-	8%	2%	2%	-
	55,8	4%	-	-	-	4%	4%	4%	-
	65,1	3%	-	-	-	-1%	-1%	-	-
$[0,90]_{30}$	44,5	5%	15%	15%	5%	15%	15%	15%	15%
	54,6	25%	25%	25%	16%	25%	25%	25%	7%
	63,3	30%	30%	38%	30%	30%	38%	30%	38%
	94,3	6%	-	6%	6%	6%	6%	6%	6%

Nota: $[0,90]_{10}$ => $h_m = 0,75\ h_m$; $[0,90]_{20}$ => $h_m = 0,5\ h_m$; $[0,90]_{30}$ => $h_m = 0,60\ h_m$

Tabela 4.35 – Diferença percentual em relação ao experimento de A_d corrigido.

Placa	E_i (J)	MT D01	MT D02	MT D03	MT D04	HM D01	HM D02	HM D03	HM D04
$[0,90]_{10}$	11,6	-	-	-	-	-	55%	55%	-
	13,7	-	-	-	-	-	51%	51%	-
	22,7	-	-	-	-	-	14%	38%	-
	32,4	-	-	-	-	-	5%	-	-
$[0,90]_{20}$	30,6	39%	-	-	-	-	20%	20%	-
	42,5	25%	-	-	-	-	12%	12%	-
	55,8	25%	-	-	-	-	25%	25%	-
	65,1	30%	-	-	-	-	20%	-	-
$[0,90]_{30}$	44,5	-5%	12%	12%	-5%	12%	12%	12%	12%
	54,6	13%	13%	13%	-2%	13%	13%	13%	-17%
	63,3	21%	21%	36%	21%	21%	36%	21%	36%
	94,3	26%	-	26%	26%	26%	26%	26%	26%

Comparando os resultados de h_m da placa $[0,90]_{10}$ na Tabela 4.34 e na Tabela 4.26, observa-se que a correção efetuada estima valores de h_m melhores, exceto para o caso de maior energia. Todavia, para este impacto, comparando os valores de A_d da Tabela 4.35 e da Tabela 4.27, a área de dano A_d estimada por esta metodologia de correção apresentou resultados melhores.

Comparando os valores de A_d da placa $[0,90]_{30}$ na Tabela 4.35 e na Tabela 4.27, observa-se que a correção efetuada estima áreas de dano A_d melhores, exceto para o caso de maior energia. Entretanto, para este impacto, comparando os resultados de h_m na Tabela 4.34 e na Tabela 4.26, a extensão de dano estimada por esta metodologia de correção apresentou resultado melhor.

Na Figura 4.48, os resultados de A_d com a aplicação dos fatores de correção dos resultados numéricos nas placas $[0,90]_{10,}$ $[0,90]_{20,}$ $[0,90]_{30}$ obtidos com com o critério de falha de Hashin Modificado e o critério de danificação D02 são graficamente comparados com os resultados experimentais. São resultados satisfatórios para todos os níveis de energia simulados.

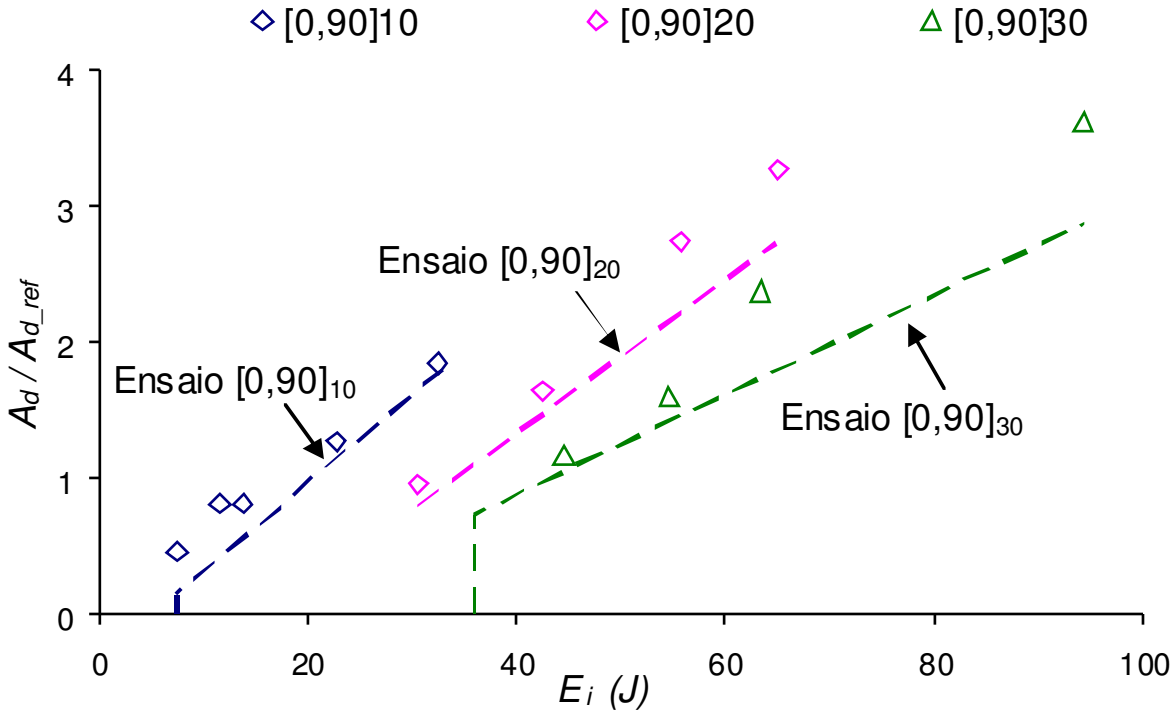


Figura 4.48 – Comparação entre A_d experimentais e A_d corrigidas obtidas numericamente com o critério de falha de Hashin Modificado e o critério de danificação D02.

Portanto, uma boa estimativa de mapeamento de dano é obtida pela simulação numérica usando os critérios de falha e danificação sugeridos na Tabela 4.25, mais a aplicação da metodologia de correção, usando os fatores de correção definidos na Tabela 4.33.

5 CONCLUSÕES

Conforme a revisão bibliográfica até o ano de 2007, os modelos numéricos para representar a resistência estrutural do material laminado normalmente possuem limitações para representar seu comportamento não-linear e os complexos modos de falha da lâmina e do laminado.

A metodologia numérica desenvolvida para a simulação da resitência ao dano da placa laminada reforçada com tecido bidirecional de fibra de caboro e resina epóxi apresentou bons resultados. Todavia, ela também apresentou limitações em sua aplicação.

A escolha mais adequada de um critério de falha e degradação dependerá da espessura da placa laminada e do nível de energia de impacto que se deseje avaliar. No entanto, o critério de falha baseado na teoria de Hashin, com o critério de degradação denominado D02, foi o modelo numérico que pode ser utilizado com todas as espessuras de placas e todos os níveis de energia avaliados neste trabalho.

As evoluções das forças de contato entre o impactador e a placa ao longo do tempo obtidas numericamente foram satisfatórias. Em certos casos, excelentes resultados foram estimados.

Todavia, as extensões de danos obtidas numericamente foram até 130% maiores que as medidas nos ensaios experimentais. Para realizar melhores estimativas de danos, é aplicada uma metodologia de corrreção dos mapas de danos numéricos, baseados nos resultados experimentais.

As simulações numéricas com os critérios de falha escolhidos e com a correção dos resultados dos mapas de danos forneceram bons resultados. Portanto, esta metodologia de análise numérica poderá ser utilizada para predizer danos causados por impacto em peças estruturais de material compósito com lâminas de resina epóxi reforçadas com tecido de fibra de carbono, que possuam entre 10 e 30 camadas empilhadas na direção [0,90], e intervalos de energias de impacto que foram ensaiadas neste trabalho, com velocidades de impacto inferiores a 6 m/s.

Uma extrapolação dos resultados não é recomendada, pois o modo de falha do material laminado pode ser diferente. Sugere-se a análise dos critérios de falha e de degradação estudados com outras seqüências de empilhamento e com outros níveis de energia de impacto.

A metodologia de estudo de critérios de falha e de degradação aqui desenvolvida poderia ser repetida para outros tipos de materiais laminados com outras fibras de reforço, como: fibra de carbono uni-direcionais, tecidos de aramida e tecidos de fibra de vidro.

Para estudar um critério de falha mais eficiente, sugere-se a realização de ensaios de caraterização da propriedade de tensão admissível de cisalhamento interlaminar (S_2) do laminado, e a implementação de um critério de falha e de um critério de degradação que considere esta tensão no plano de cisalhamento transversal à placa.

6 REFERÊNCIAS

ABRATE, Serge. *Impact on laminated composite materials*. Applied Mechanics Reviews, v. 44, n. 4, p. 155-190, 1991.

ABRATE, Serge. *Impact on composite structures*. 1st ed., Cambridge: Cambridge University, 1998, 289 p.

ADAMS, Donald F.; CARLSSON, L. A.; PIPES, R. B. *Experimental characterization of advanced composite material*. 3th ed., Boca Raton, FA: CRC press, 2003.

AGARWAL. B.D; BROUTMAN, L.J. *Analysis and performance of fiber composites*. 2nd ed., New york: John Wiley, 1990. 449 p.

ALESKA, J. C. *Low energy impact behaviour of composite panels*. Journal of testing and evaluation, v. 6, n. 3, p. 202-210, 1978.

ALMEIDA, S. Frascino M. *Teoria de estruturas de material compósitos*. São José dos Campos, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2003. Notas de aula do curso.

ALVES, Marcílio. *Basic concepts on structural impact*. São Paulo, Universidade de São Paulo, 17 Fevereiro 2005a. Publicação interna do Grupo de Mecânica dos Sólidos e Impacto Estrutural da USP.

ALVES, Marcílio; KARAGIOZOVA, D. *Fundamentals of strucutural impact*. São Paulo, Universidade de São Paulo, 2005b. Apostila do curso: Impact in Structures, São Paulo, 2005.

AMBUR, D. R.; KEMMERLY, H. L. *Influence of impactor mass on the damage chacterisitcs and failure strength of laminated composite plates*. In: AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC STRUCTURES, STRUCTURAL DYNAMICS, AND MATERIALS CONFERENCE, 39., 1998, Long Beach, CA. *Collection of Technical Paper*. [S.L.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1998, paper n. 98-1784.

ANDERSON, T. L. *Fracture mechanics - fundamentals and applications*. 2nd ed., Boca Ratton: CRC Press, 1995.

AVELINO, A. F. *Aplicação do método dos elementos finitos em análise estrutural estática linear*. [Sl], Núcleo de Cálculos Especiais, 1998. Apostila de curso ministrado em São José dos Campos.

ALMEIDA, S. Frascino M. *Teoria de estruturas de material compósitos.* São José dos Campos, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2003. Notas de aula do curso.

ASTM D3039/D3039M-00. *Standard test method for tensile properties of polymer matrix composite materials.* West Conshohoken, PA: American Society for Testing and Materials, 2006.

ASTM D3410/D3410M-03. *Standard test method for compressive properties of polymer matrix composite materials with unsupported gage section by shear loading.* West Conshohoken, PA: American Society for Testing and Materials, 2003.

ASTM D3518/D3518M–94. *Standard Test Method for In-Plane Shear Response of Polymer Matrix Composite Materials by Tensile Test of a ±45° laminate.* West Conshohoken, PA: American Society for Testing and Materials, 2001.

ASTM D5628-96. *Standart test method for impact resistance of flat, rigid plastic specimens by means of failling dart (Tup por failling mass).* West Conshohoken, PA: American Society for Testing and Materials, 2001.

BAKER, A.; DUTTON, S.; KELLY, D. *Composite material for aircraft structure.* 2nd ed., Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2004. 599 p.

BATHE, K. J., *Finite element procedures.* Upper Sanddle River, NJ: Prentice Hall, 1996.

BELINGARDI, G.; VADORI, R. *Low velocity impacts tests of laminate glass fiber epoxi matrix composite material plates.* International Journal of Impact Engineering, v. 27, n. 2, p. 213-229, February 2002.

CAIRNS, D. S.; LAGACE, P. A., *Transient response of graphite/epoxy and Kevlar/epoxy laminates subjected to impact.* American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal, v. 27, n. 11, p. 1590-1596, Nov. 1989.

CAIRNS, D. S.; LAGACE, P. A. *A Consistent Engineering Methodology for the Treatment of Impact in Composite Materials.* Journal of Reinforced Plastics and Composites; v. 11, n. 4, p. 395-412, April 1992.

CALLISTER JR., W. D. *Materials science and engineering: an introduction.* 5th ed., New York: John Wiley, 2000.

CANTWELL, W. J., MORTON J., *Geometrical effects in the low velocity impact response of CFRP*. Composite Structures, v. 12, n. 1, p. 39-59, 1989a.

CANTWELL, W. J., MORTON J., *The influence of varying projectile mass on the impact response of CFRP*. Composite Structures, v. 13, n. 2, p. 101-114, 1989b.

CANTWELL, W. J., MORTON J. *The impact resistance of composite materials - a review*. Composites, v. 22, n. 5, p. 347-362, 1991.

CHOI, H. Y; WANG, H. S; CHANG, F. *Effect of Laminate Configuration and Impactor's Mass on the Initial Impact Damage of Graphite/Epoxy Composite Plates Due to Line-Loading Impact*. Journal of Composite Materials, v. 26, n. 6, p. 804-827, 1992a.

CHOI, H. Y; CHANG, F. *A Model for predicting damage in graphite/epoxy laminated composites resulting from low-velocity point impact*. Journal of Composite Materials, v. 26, n. 14, p. 2134-2169, 1992b.

CHRISTOFOROU, A.P. *Impact Dynamics and damage in composite structures*. Composite Structures, v. 52, n. 2, p. 181-188 , May 2001.

COMMITTEE ON TANK VESSEL DESIGN. *Tanker spills, prevention by design*. 1st ed., Washington, DC: National academy, 1991.

CUNHA, V. M. *Análise de Estruturas em material compósito sob carregamentos quase-estáticos e cíclicos*, 2006, 74p., Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2006.

DAVIES, G. A. O.; ZHANG, X. *Impact damage prediction in carbon composite structures*. International Journal of Impact Engineering, Vol. 16, No. 1, pp. 149-170, 1995.

DELFOSSE, D.; POURSATIP, A. *Energy-based approach to impact damage in CFRP laminates*. Composites: Part A, v. 28, p. 647-655, 1997.

ENGINEERED materials handbook. Metals Park: ASM International, 1987. 3 v.

FASANELLA, E. L.; JACKSON, K. E. *Best practices for crashing modeling and simulation*. Washington: NASA, 2002. Report TM-2002-211944, 92 p.

FENG, Z.; ALLEN, H. G.; MOY, S. S. J. *Theorical and experimental investigation of progressive failure of woven composite panels*. Journal of Composite Materials, v. 33, n. 11, p. 1030-1047, 1999.

FERABOLI, Pailo; KEDWARD, Keith T. *Enhaced evaluation of the low-velocity impact response of composite plates.* AIAA Journal, v. 42, n. 10, p. 2143-2152, Oct. 2004.

FREITAS, M. de; REIS, L. *Failure mechanisms on composite speciments subjeted to compression after impact.* Composite Strucutres, v. 42, n. 4, p. 365-373, August 1998.

FREITAS, M. de; REIS, L. *Numerical evaluation of failure mechanisms on composite specimens subjected to impact loading.* Composites: Part B, v. 31, n. 3, p. 199-207, April 2000.

GONÇALVES, W., OLMI, F.; CHAVES, C. E.; FEITOZA, P.F. *High velocity impact against aeronautical structures.* In: CONFERENCE ON IMPACT LOADING OF LIGHTWEIGHT STRUCTURES, 1., Florianópolis, Brazil, 2005, *Anais*... Southampton, Boston: WIT Press, p.231-240, 2005.

GHASEMI NEJHAD, M. N.; PARVIZI-MAJIDI, A. *Impact behaviour and damage tolerance of woven carbon fibre-reinforced thermoplastic composite.* Composites, v. 21, n. 2, p. 155-168, March 1990.

HASHIN, Z.; ROTEM, A. *A fatigue failure criterion for fiber reinforced materials.* Journal of Composite Materials, v. 7, p. 448–464, Oct. 1973.

HASHIN, Z. *Failure criteria for unidiretional fiber composites*. Journal of Applied Mechanics, v. 47, p. 329-334, June 1980.

HAZIM A. A. *Composite materials: fabrication and analysis.* 2nd ed., São José dos Campos, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 1984. Apostila de curso.

HILL, R. *A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic materials.* proceedings of the Royal Society of London Series A, v. 193, n. 1033, p. 281-297, May 1948.

HINTON, M J.; SODEN, P.D. *Predicting failure in composite laminates: the background to the exercise.* Composites Science and Technology, v. 58, n. 7, p. 1001-1010, July 1998.

HINTON, M.J.; KADDOUR, A.S.; SODEN, P.D. *A comparison of the predictive capabilities of current failure theories for composite laminates, judge against experimental evidence.* Composites Science and Technology, v. 62, n. 12-13, p.1725-1797, Sept-Oct. 2002.

HOFFMAN, O. *The brittle strength of orthotropic material.* Journal of Composite Materials, v. 1, p. 200-206, Jan. 1967.

HULL, D. *An introduction to composite materials.* 1st ed., Cambridge: Cambridge University Press, 1981. 246 p.

ICARDI, U.; LOCATTO, S.; LONGO, A. *Assessment of recent theories for predicting failures of composite laminates.* Applied Mechanics Reviews, v. 60, n.2, p.76-86, March 2007.

JENKINS, C. F. *Materials of construction used in aircraft and in aircraft engines*. [Sl], Great Britain Aeronautical Research Committee, 1920. (report)

JONES, N. *Structural impact.* 1st ed., Cambrige: Cambrigdge University Press, 1989, 575 p.

JONES, R. M. *Mechanics of composite materials.* 2nd ed., Blacksburg, VA:Taylor & Francis, 1998. 519 p.

LEKHNITSKII, S. G. *Anisotropic Plates.* Translated from the second Russian edition by Tsai, S.W. and Cheron, T. New York: Gordon and Breach, 1968. 534 p.

MATTHEWS, F.L; RAWLINGS, R.D. *Composite materials: engineering and science.* 1st ed., London: Chapman & Hall, 1994, 470 p.

MARASTONI, C. R. de Faria. *Estudo de impacto de baixa energia em placas de material compósito*. 2007. 82p., Monografia (Graduação em Engenharia Industrial Mecânica), ETEP Faculdades, São José dos Campos, 2007.

MENDONÇA, Paulo de Tarso R. *Materiais compostos e estruturas sanduíche: projeto e análise*. 1ª ed., Barueri, SP: Manole, 2005.

MIDDLETON, D. H. *Composite materials in aircraft structures*. 1st ed., New York: Longman Scientic & Technical, 1990, 394 p.

MITREVSKI, T.; MARSHALL, I.H.; THOMSON, R. *The influence of impactor shape on the damage to composite laminates*. Composite Structures, v. 76, n. 1-2, p. 116–122, Oct. 2006.

MSC.Dytran Refence Manual: Version 2005. Santa Ana: MSC Software Corporation, 2004. 786p.

MSC.Dytran Theory Manual: Version 2005. Santa Ana: MSC Software Corporation, 2004. 138p.

MSC.Dytran User's Guide: Version 2005. Santa Ana: MSC Software Corporation, 2004. 205p.

NIU, M. C. Y. *Composite airframe strucuture pratical design information and data*. 1st ed., Hong Kong: Conmilit Press. 1992. 654 p.

PIPES, R. B., COLE, B. W. *On the off-axis strength test for anysotropic materials*. Journal of Composite Materials, v.7, p. 246-256, Jan. 1973

PALUSZNY, A. *State-of-the-art review of automobile structural crasworthiness*. American Iron and Steel Institute, 1992 (Techinical report).

RICHARDSON, M. O. W.; WISHEART, M. J. *Review of low-velocity impact properties of composite materials*. Composites, Part A, v. 27A, p. 1123-1131, 1996.

ROBINSON P.; DAVIES, G. A. O. *Impactor mass and speciment geometry effects in low velocity impact of laminated composites*. International Journal Impact Engineering, v. 12, n. 2, p. 189-207, 1992.

SCHOEPPNER, G.A.; ABRATE, S. *Delamination threshold loads for low velocity impact on composite laminates*. Composites: Part A, v. 31, n. 9, p. 903–915, Sept. 2000.

TIMOSHENKO, S. P.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. *Theory of Plate and Shells*. 2nd ed., New York:McGraw-Hill, 1959.

TIMOSHENKO, S. P.; Goodier, J.N. *Teoria da Elasticidade*. Tradução de Villaça, S. F.; Soriano, H. L. e Souza, H. S. 3ª edição, Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1980. 545 p.

TITA, Volnei**;** CARVALHO, J; LIRANI, J. *A procedure to estimate the dynamic damped behavior of fiber reinforced composite beams submitted to flexural vibrations*. Materials Research, v. 4, n. 4, p. 315-321, 2001.

TITA, Volnei. *Contribuição ao estudo de danos e falhas progressivas em estruturas de material compósitos poliméricos*. 2003, 196 p., Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

TITA, Volnei. *Projeto e fabricação de componentes compósitos poliméricos***.** São Carlos, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, Maio 2004. Apostila do curso.

TREMAYNE, David. *The science of formula 1 design*. 1st ed., Newbury Park, CA: Haynes Publishing, 2004.

TSAI, S. W. *Strength Characteristcs of composite materials*. Washington: NASA, April 1965. Report CR-224, 95 p.

TSAI, S. W.; WU, E. M. *A general theory of strength for anisotropic materials*. Journal of Composite Materials, v. 5, n. 1, Jan. 1971.

TSAI, S. W; HAHN, H. T. *Introduction to composite materials*. 1st ed., Lancaster, PA:Technomic Publishing, 1980.

VASILEY, V. V.; MOROZOV, E. V. *Mechanics and analysis of composite materials*. 1st ed., New York: Elsevier Science, 2001. 412 p.

VINSON, J.R.; SIERAKOWSKI, R.L. *The behavior of structures composed of composite materials*. 1st ed., Lancaster: Nijhoff, 1987, 323 p.

WADDOUPS, M. E. *Advanced composite material mechanics for the design and stress analyst*. Fort Worth, TX: General dynamics, 1987. (Fort Worth division report FZM-4763).

YOUNG, W.C; BUDYNAS R.G. Roark´s Formulas for Stress and Strain. 6th ed., Singapore: McGraw-Hill; 1989. 763 p.

APÊNDICE A - EMPILHAMENTO DAS LÂMINAS

Um laminado típico é constituído por várias lâminas, frequentemente idênticas, coladas, variando suas orientações para melhor atender aos requisitos de projeto ou de fabricação.

O arranjo das fibras no laminado pode ser unidirecional ou multidirecional. A completa disposição unidirecional fornece características ortotrópicas ao compósito, significando que este material possuirá três planos de simetria ortogonais entre si (Figura A.1). Para um arranjo multidirecional obtêm-se características anisotrópicas ao compósito, significando que este material poderá não possuir nenhum plano de simetria (Figura A.2).

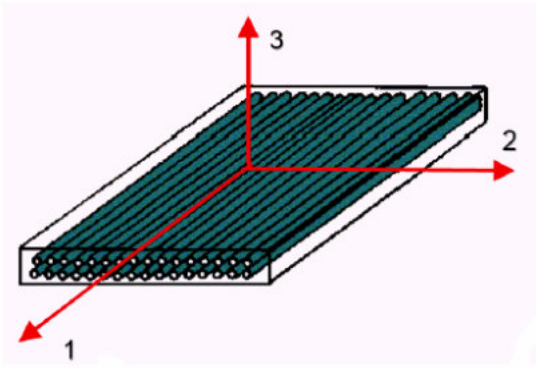


Figura A.1 - Eixos de ortotropia de um laminado unidirecional.

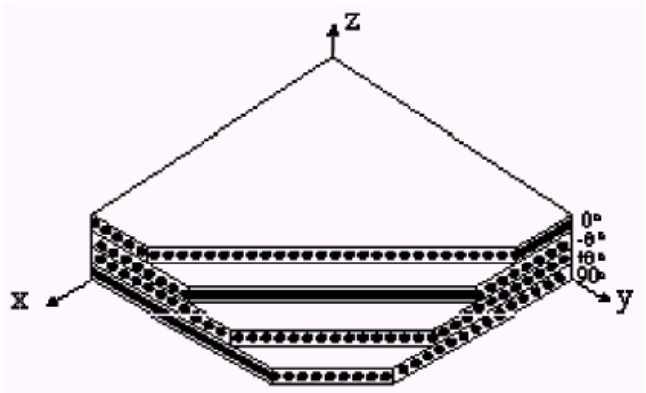


Figura A.2 - Laminado multidirecional: material anisotrópico.

Há uma regra para a denominação dos laminados de acordo com as orientações de suas fibras para que se possa identificá-los de maneira adequada. Para isso, existe o *Standard Laminate Code - SLC*, código que identifica a orientação de uma camada específica com relação aos eixos de referência, o número de camadas para cada orientação e a seqüência de empilhamento para formar o laminado, que pode ser simétrica, antissimétrica ou assimétrica (aleatória), conforme mostra a Figura A 3.

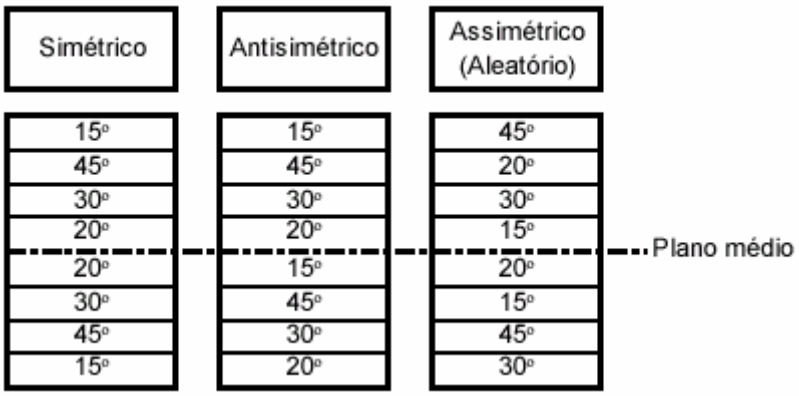


Figura A 3 - Possíveis configurações de empilhamento.

Pode-se citar como exemplo um laminado formado com ângulos de orientação 0º, 45º, 45º e 0º. Ele poderá ser representado das seguintes maneiras: [0/45/45/0]; $[0/45_2/0]$; $[0/45]_S$; $[0/45/45/0]_T$. Os números em subíndice representam quantas camadas seguidas existem no ângulo, e o subíndice "S" indica que está sendo representada metade do laminado e existe simetria, e o subíndice "T" indica que estão sendo representadas todas as camadas do laminado.

Em um tecido bidirecional, as duas direções das fibras são indicadas por lâmina. Como exemplo: [0,90/±45/ ±45/0,90]; $[0,90/(\pm45)_2/0,90]$; $[0,90/\pm45]_S$.

APÊNDICE B – ANÁLISE NUMÉRICA DE UM LAMINADO

Uma revisão bibliográfica básica do comportamento mecânico dos materiais laminados é aqui apresentada.

Estudos em nível micromecânico de uma lâmina analisam o comportamento da interação dos materiais constituintes (fibra e matriz) em escala microscópica, para determinar seus efeitos nas propriedades da lâmina. Como neste trabalho existe um maior enfoque na análise macromecânica, as teorias micromecânicas para definir a rigidez da estrutura não são apresentadas. São apenas descritos conceitos importantes para entender o comportamento mecânico interno existente no material.

Estudos em nível macromecânico de uma lâmina ou de um laminado analisam o comportamento do material assumindo uma homogeneidade com os efeitos dos materiais constituintes definidos por propriedades macroscópicas médias. Assim as propriedades macromecânicas podem ser obtidas diretamente a partir de ensaios em corpos de prova da lâmina ou do laminado.

As possíveis soluções analíticas de placas laminadas são descritas, incluindo a consideração da falha progressiva até a carga final da estrutura laminada.

B.1 Análise micromecânica da lâmina

O estudo micromecânico pode ser utilizado como uma ferramenta de estimativa e entendimento das propriedades macromecânicas do laminado. De certa forma é um contraponto ao estudo macromecânico da lâmina.

A abordagem micromecânica analisa a fibra, a matriz e a interface fibra-matriz.

As propriedades de algumas fibras comumente utilizadas são apresentadas na Tabela B.1. Estes valores revelam que as fibras de grafite possuem um módulo de elasticidade e resistência superiores aos das fibras de aços, com uma densidade muito inferior.

Tabela B.1 – Propriedades mecânicas típicas de materiais em forma de fibra, apresentada por Mendonça (2005).

Propriedades	Vidro "E"	Kevlar 49	Grafite (PAN)	Aço
Densidade (kg/m^3) a 22°C	2540	1470	1770	7800
Módulo de Elasticidade (GPa) a 22°C	72,4	131	290	207
Resistência à Tração (MPa) a 22°C	3450	3790	5033	4100
Temperatura Máxima de Serviço (°C)	550	150	2000	850

A Tabela B.2 apresenta as faixas típicas de valores das propriedades mecânicas das resinas termofixas e termoplásticas.

Tabela B.2 – Comparação das propriedades de resinas termoplásticas e termofixas, apresentada por Tita (2004).

Propriedades	Termofixas	Termoplásticas
Módulo de Elasticidade (GPa)	1,3 - 6,0	1,0 – 4,8
Resistência à Tração (MPa)	20 - 18	40 - 190
Temperatura Máxima de Serviço (°C)	50 - 450	25 - 230

Verifica-se que as resinas termofixas possuem rigidez mecânica superior às termoplásticas. Em contrapartida, as matrizes termoplásticas possuem uma melhor propriedade de tenacidade, e dão ao laminado uma maior resistência e tolerância ao dano.

As teorias de análise micromecânica para estimar as propriedades macromecânicas são encontradas em diversas referências (Jones, 1998). Levantadas as propriedades mecânicas do tipo escolhido de fibra e matriz (módulos de elasticidade, efeitos viscos-elásticos normalmente presentes na matriz polimérica, coeficientes de dilatação térmica,...), a porcentagem de volume ou massa de fibras no composto, orientações e/ou entrelaçamentos das fibras, e as interações microscópicas entre os constituintes da lâmina, estima-se as principais propriedades de rigidez, térmicas e de resistência de uma lâmina.

Outras características importantes no laminado de CPR são os graus de anisotropia e de sua heterogeneidade.

Ilustra-se na Figura B.1, resultados de uma estimativa da propriedade de rigidez na direção das fibras de uma lâmina de CPR com fibras unidirecionais sabendo-se as propriedades da fibra e da resina isoladamente.

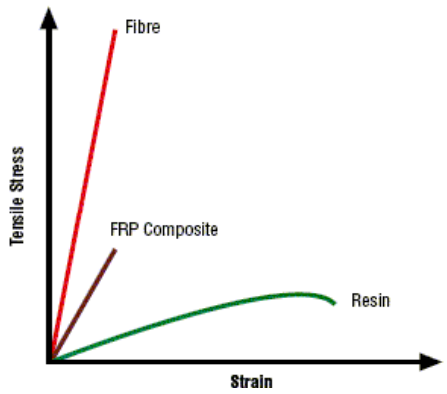


Figura B.1 – Curvas tensão x deformação da fibra, da resina e da lâmina.

De acordo com Jones (1998), as análises micromecânicas ainda não são capazes de predizer precisamente as propriedades de resistência das lâminas de material composto. Existem variáveis importantes e difíceis de serem quantificadas, e.g.: cura não uniforme do material, tensões residuais, vazios, trincas, danos nas fibras, aleatoriedade de colocação das fibras, continuidade das fibras e desalinhamento das fibras.

B.2 Análise macromecânica da lâmina

A análise macromecânica refere-se à previsão do comportamento da lâmina a partir das propriedades mecânicas aparentes médias. Essas propriedades podem ser obtidas com ensaios de corpos de prova de uma lâmina.

Utilizando as teorias básicas de resistência dos materiais, a relação tensão-deformação é dada por:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ sim. & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \qquad \textbf{(B-1)}$$

onde "*sim.*" indica simetria; σ_i e τ_{ij} são as tensões normais e cisalhantes, respectivamente ilustrados na Figura B.2; ε_i são as deformações normais; γ_{ij} as deformações cisalhantes de engenharia, mostrados na Figura B.3; e C_{ij} os termos da matriz de rigidez do material.

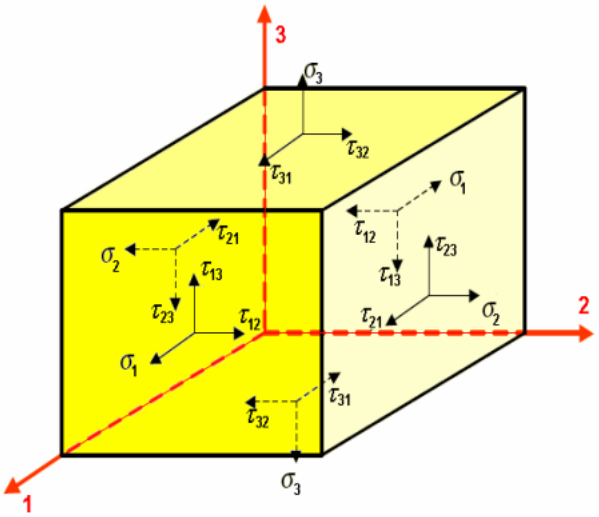


Figura B.2 – Componentes do tensor de tensões.

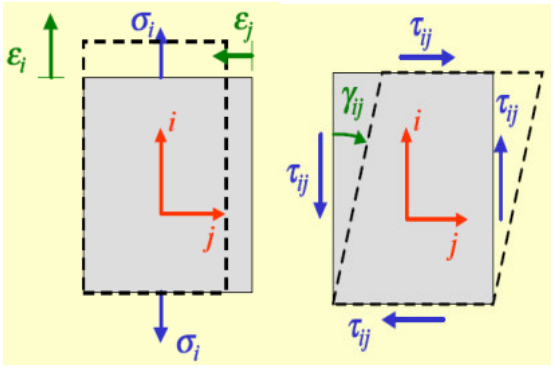


Figura B.3 – Componentes do tensor de deformações.

O meio material de uma lâmina reforçada é normalmente formado por um conjunto de fibras com orientações definidas, dando um caráter ortotrópico à lâmina. O sistema local de coordenadas de uma lâmina é normalmente baseado nestes eixos de ortotropia.

Para materiais de CPR com fibras unidirecionais, a orientação na direção 1 é paralela à fibra, a direção 2 é perpendicular à fibra e pertence ao plano da lâmina 1-2, e a direção 3 está no sentido da espessura da lâmina, conforme ilustrado na Figura B.4.

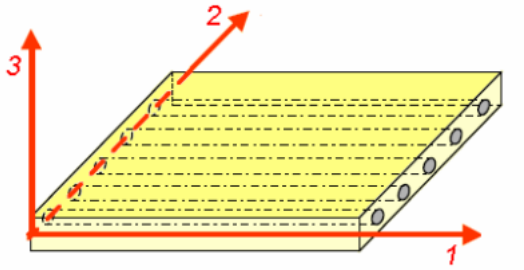


Figura B.4 – Eixos principais de uma lâmina de compósitos reforçado.

As lâminas reforçadas com mantas trançadas ou tecidos bidirecionas possuem fibras orientadas nas direções de 1 e 2. Nomeia-se a direção 1 aquela que possui maior rigidez.

$$\{\sigma^1\} = [C^1]\{\varepsilon^1\} \tag{B-2}$$

A equação (B-1) caracteriza um material **anisotrópico**, com vinte e um termos independentes para caracterizar o material.

Para materiais com dois planos ortogonais de simetria, existirá necessariamente simetria relativa ao terceiro plano mutuamente ortogonal aos outros dois. Este material com essa tríplice simetria é dito **ortotrópico**.

$$\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\\ \tau_{23}\\ \tau_{31}\\ \tau_{12}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0\\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0\\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0\\ & & & C_{44} & 0 & 0\\ & & & & C_{55} & 0\\ sim. & & & & & C_{66}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\\ \gamma_{23}\\ \gamma_{31}\\ \gamma_{12}\end{Bmatrix} \qquad \textbf{(B-3)}$$

Observa-se pela equação (B-3) que em um material ortotrópico existem nove termos independentes na matriz de rigidez do material. Verifica-se que não há acoplamento entre tensões normais e distorções angulares, e não há acoplamento entre tensões de cisalhamento e deformações normais, assim como não há interação entre tensões de cisalhamento e distorções angulares em diferentes planos.

Os valores das constantes C_{ij} da matriz de rigidez normalmente são obtidos pela inversão da matriz de flexibilidade [*S*]. Para um material ortotrópico, a matriz de flexibilidade, em função das constantes de engenharia, é apresentada abaixo.

$$\begin{bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \varepsilon_3\\ \gamma_{23}\\ \gamma_{31}\\ \gamma_{12}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & -\frac{\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0\\ & \frac{1}{E_2} & -\frac{\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0\\ & & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0\\ & & & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0\\ & & & & \frac{1}{G_{31}} & 0\\ sim. & & & & & \frac{1}{G_{12}}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \sigma_3\\ \tau_{23}\\ \tau_{31}\\ \tau_{12}\end{Bmatrix} \qquad \textbf{(B-4),}$$

onde E_1, E_2, E_3 são os módulos de Young generalizados, ν_{ij} os coeficientes de Poisson, e G_{23}, G_{31}, G_{12} os módulos de elasticidade de cisalhamento.

As constantes de engenharia do material são as propriedades macroscópicas da lâmina que são obtidos através de testes. Normalmente, são realizados ensaios uniaxiais na direção 0º e 45º dos eixos de ortotropia do material da lâmina.

Definido os valores de [*S*], invertendo-a, define-se os termos da matriz de rigidez [*C*] em função das constantes de engenharia:

$$C_{11}=\frac{E_1(1-\nu_{23}\nu_{32})}{\Delta} \qquad C_{44}=G_{23} \qquad C_{12}=\frac{E_1(\nu_{21}+\nu_{31}\nu_{23})}{\Delta}=\frac{E_2(\nu_{12}+\nu_{32}\nu_{13})}{\Delta}$$

$$C_{22}=\frac{E_2(1-\nu_{31}\nu_{13})}{\Delta} \qquad C_{55}=G_{31} \qquad C_{13}=\frac{E_1(\nu_{31}+\nu_{21}\nu_{32})}{\Delta}=\frac{E_3(\nu_{13}+\nu_{12}\nu_{23})}{\Delta} \qquad \textbf{(B-5)}$$

$$C_{33}=\frac{E_3(1-\nu_{12}\nu_{21})}{\Delta} \qquad C_{66}=G_{12} \qquad C_{23}=\frac{E_2(\nu_{32}+\nu_{12}\nu_{31})}{\Delta}=\frac{E_3(\nu_{23}+\nu_{21}\nu_{13})}{\Delta}$$

$$\Delta=1-\nu_{12}\nu_{21}-\nu_{23}\nu_{32}-\nu_{31}\nu_{13}-2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}$$

Considerando que as lâminas estejam em um estado plano de tensão (EPT) no plano 1-2, assume-se:

$$\sigma_3=0 \qquad \tau_{23}=0 \qquad \tau_{31}=0 \qquad \textbf{(B-6)}$$

Aplicando estas relações na eq. (B-4) obtém-se:

$$\varepsilon_3=-\frac{\nu_{13}}{E_1}\sigma_1-\frac{\nu_{23}}{E_2}\sigma_2 \qquad \gamma_{23}=0 \qquad \gamma_{31}=0 \qquad \textbf{(B-7)}$$

As demais equações ficam dadas por:

$$\begin{Bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \gamma_{12}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}S_{11} & S_{12} & 0\\ S_{21} & S_{22} & 0\\ 0 & 0 & S_{66}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\frac{1}{E_1} & -\frac{\nu_{21}}{E_2} & 0\\ -\frac{\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\end{Bmatrix} \qquad \textbf{(B-8)}$$

[*S*] é agora a matriz de flexibilidade reduzida. Invertendo-a, encontra-se a relação tensão-deformação.

$$\begin{Bmatrix}\sigma_1\\ \sigma_2\\ \tau_{12}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}Q_{11} & Q_{12} & 0\\ Q_{21} & Q_{22} & 0\\ 0 & 0 & Q_{66}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_1\\ \varepsilon_2\\ \gamma_{12}\end{Bmatrix} \qquad \textbf{(B-9)}$$

A última equação escrita em forma simbólica é:

$$\{\sigma^1\}=[Q^1]\{\varepsilon^1\} \qquad \textbf{(B-10)}$$

onde (Mendonça, 1994):

$$Q_{11}=\frac{E_1^2}{E_1-\nu_{12}^2E_2} \qquad Q_{12}=\frac{\nu_{12}E_1E_2}{E_1-\nu_{12}^2E_2} \qquad Q_{22}=\frac{E_1E_2}{E_1-\nu_{12}^2E_2} \qquad \textbf{(B-11)}$$

Em geral, em um laminado, cada lâmina é colocada com fibras orientadas em direção diferente das demais. Para o cálculo das tensões e das deformações na lâmina na direção do sistema global de coordenadas, é necessário utilizar uma matriz de transformação de coordenadas [*T*]. Para lâminas ortotrópicas em EPT, define-se:

$$[T]=\begin{bmatrix} \cos^2\theta & \operatorname{sen}^2\theta & 2\operatorname{sen}\theta\cos\theta \\ \operatorname{sen}^2\theta & \cos^2\theta & -2\operatorname{sen}\theta\cos\theta \\ -\operatorname{sen}\theta\cos\theta & \operatorname{sen}\theta\cos\theta & (\cos^2\theta-\operatorname{sen}^2\theta) \end{bmatrix}, \qquad \textbf{(B-12)}$$

onde o ângulo θ é ilustrado na Figura B 5.

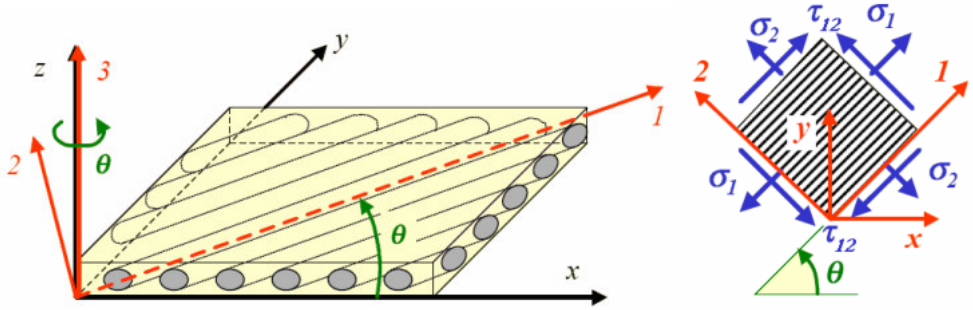


Figura B 5 – Rotação positiva do eixo do material em relação ao eixo X-Y de um sistema global.

A relação entre as tensões em diferentes sistemas de coordenadas é dado por:

$$\{\sigma^x\}=[T]^{-1}\{\sigma^1\} \qquad \textbf{(B-13)}$$

A matriz inversa de [*T*] é obtida usando -θ em lugar de θ em [*T*].

A transformação do sitema de coordenadas das deformações é dado pela mesma forma que as tensões, desde que a deformação cisalhante $\gamma/2$ seja usada, em vez da deformação de engenharia γ.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy}/2 \end{Bmatrix}=[T]^{-1}\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12}/2 \end{Bmatrix} \qquad \textbf{(B-14)}$$

ou

$$\{\varepsilon^{x/2}\}=[T]^{-1}\{\varepsilon^{1/2}\} \qquad \textbf{(B-15)}$$

As notações "*x/2*" e "*1/2*" sob-escritas e a direita são usadas para indicar que a deformação cisalhante utilizada é $\gamma_{xy}/2$ ou $\gamma_{12}/2$.

Pode-se relacionar:

$$\{\varepsilon^x\} = [R]\{\varepsilon^{x/2}\} \quad \text{ou} \quad \{\varepsilon^1\} = [R]\{\varepsilon^{1/2}\} \qquad \textbf{(B-16),}$$

sendo:

$$[R] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(B-17)}$$

Aplicando as transformações definidas por [T] e [R] em (B-10), a relação tensão-deformação reduzida para EPT na direção de um sistema de coordenada global será dada por:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{21} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{61} & \overline{Q}_{62} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \qquad \textbf{(B-18)}$$

ou

$$\{\sigma^x\} = [\overline{Q}]\{\varepsilon^x\} \qquad \textbf{(B-19)}$$

onde as componentes da matriz podem ser obtidas de forma explícita efetuando as operações apresentadas abaixo:

$$\begin{aligned}
\overline{Q_{11}} &= Q_{11}k^4 + 2k^2l^2(Q_{12} + 2Q_{66}) + Q_{22}l^4 \\
\overline{Q_{12}} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})k^2l^2 + Q_{12}(k^4 + l^4) \\
\overline{Q_{22}} &= Q_{11}l^4 + 2k^2l^2(Q_{12} + 2Q_{66}) + Q_{22}k^4 \\
\overline{Q_{16}} &= (Q_{11} - Q_{12})kl^3 + (Q_{12} - Q_{22})k^3l - 2kl(k^2 - l^2)Q_{66} \\
\overline{Q_{26}} &= (Q_{11} - Q_{12})k^3l + (Q_{12} - Q_{22})kl^3 - 2kl(k^2 - l^2)Q_{66} \\
\overline{Q_{66}} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66})k^2l^2 + Q_{66}(k^4 + l^4)
\end{aligned} \qquad \textbf{(B-20),}$$

onde $k = \cos\theta$ e $l = \text{sen}\ \theta$.

De forma análoga, a relação deformação-tensão reduzida para EPT pode ser dada por:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{S}_{11} & \overline{S}_{12} & \overline{S}_{16} \\ \overline{S}_{21} & \overline{S}_{22} & \overline{S}_{26} \\ \overline{S}_{61} & \overline{S}_{62} & \overline{S}_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \qquad \textbf{(B-21),}$$

$$\{\varepsilon^x\} = [\overline{S}]\{\sigma^x\} \qquad \textbf{(B-22),}$$

onde os termos de $\overline{S}$ são dados por Jones (1998).

Vale ressaltar que os termos $\overline{Q}_{16}$ e $\overline{Q}_{26}$, tanto quanto $\overline{S}_{16}$ e $\overline{S}_{26}$, representam o efeito de acoplamento extensão-cisalhamento. Esse acoplamento não existe em materiais ortotrópicos carregados na direção principal ou em material isotrópicos, em que $\overline{Q}_{16}$ e $\overline{Q}_{26}$ são nulos. Em uma lâmina ortotrópica carregada em uma direção "*x*" diferente de sua direção principal, a tensão σ_x produz não apenas deformações extensionais ε_x e ε_y, mas também $\gamma_{xy} = \overline{S}_{16}\sigma_x$.

Importante ressaltar que devido ao fato da matriz $[\overline{Q}]$ ou $[\overline{S}]$ ser cheia, significa que o esforço de cálculo na resolução de problemas com laminados ortotrópicos angulares é o mesmo observado se o material fosse anisotrópico (Mendonça, 2005).

B.3 Análise macromecânica do laminado

Um laminado é um elemento estrutural com duas ou mais lâminas coladas, agindo integralmente. O objetivo da análise é prever como o laminado irá responder a um carregamento, isto é, impondo forças ou momentos.

O comportamento mecânico do material laminado está associado a fenômenos físicos localizados no interior de suas lâminas e na união entre elas. São feitas as seguintes premissas de funcionamento das lâminas na estrutura laminada:

1) O laminado consiste de lâminas perfeitamente coladas, isto é, sem deslizamento.

2) A camada de resina que é usada para unir as lâminas é infinitesimalmente fina e não deformável por cisalhamento. Logo, os deslocamentos são contínuos através das lâminas.

3) Os segmentos normais à superfície de referência são considerados inextensíveis, isto é, têm comprimento constante. Significando que $\varepsilon_z = \dfrac{\partial w}{\partial z} = 0$ em qualquer ponto.

4) É preciso adotar uma hipótese cinemática de deformação da placa. São comumente utilizadas duas hipóteses cinemáticas: a relação de Kirchhoff e a de Mindlin-Reissner.

A teoria clássica de laminado (TCL) adota a relação cinemática de Kirchhoff. Nesta teoria, uma linha originalmente reta e perpendicular à superfície que define a geometria da estrutura permanece reta e perpendicular a essa superfície quando o laminado for estendido e flexionado. Conforme ilustrado na Figura B.6, esta relação cinemática é dada por:

$$\Psi_x = -\frac{\partial w_0}{\partial x} \text{ e } \Psi_y = -\frac{\partial w_0}{\partial y} \qquad \textbf{(B-23)}$$

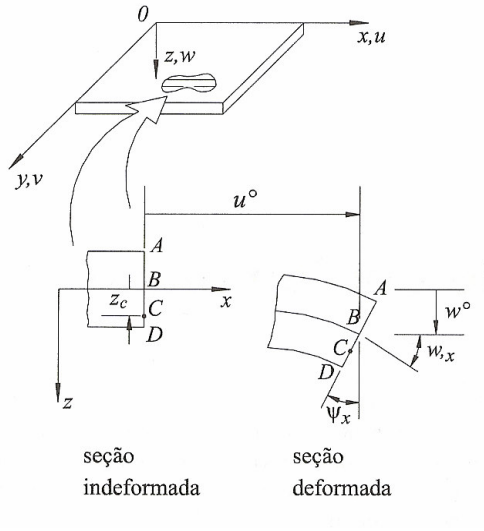


Figura B.6 – Aproximações cinemáticas de Ψ_x.

Logo, a relação cinemática de Kirchhoff impõe que $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$. Como conseqüência, as tensões de cisalhamento transversal são consideradas nulas. Esta hipótese é válida para placas delgadas, ou seja, uma placa de parede relativamente fina em relação a uma das dimensões da superfície. De uma forma bastante arbitrária, em laminados compósitos, erros de 5% nas respostas dos deslocamentos ocorrem em placas com relação comprimento/espessura > 100 (Mendonça, 2005).

Entretanto, as tensões de cisalhamento transversal são de extrema importância para análise de delaminações. Além disso, se a estrutura for relativamente espessa, tem-se que a resposta poderá ser prejudicada caso estas tensões de cisalhamento transversal não sejam contabilizadas no cálculo. Essa mesma consideração é necessária para análise de impacto, quando modos de alta freqüência são excitados (Abrate, 1998). Para estes casos, torna-se necessário utilizar relações cinemáticas mais completas, como as relações estabelecidas por Mindlin-Reissner.

A relação cinemática de Mindlin-Reissner considera que as seções retas do estado indeformado que são normais ao plano médio da superfície da placa, permanecem retas, mas não necessariamente normais ao plano médio deformado após a flexão. Escrevendo-se:

$$\Psi_x = \gamma_1 - \frac{\partial w_0}{\partial x} \text{ e } \Psi_y = \gamma_2 - \frac{\partial w_0}{\partial y}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \gamma_1 \qquad \textbf{(B-24),}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \gamma_2$$

onde γ_1 e γ_2 são constantes que representam uma deformação de cisalhamento transversal linear ao longo da espessura da placa. Por este motivo, a teoria de placa que aplica a relação cinemática de Mindlin-Reissner é também denominada na literatura de teoria de deformação de cisalhamento de primeira ordem (TDCPO).

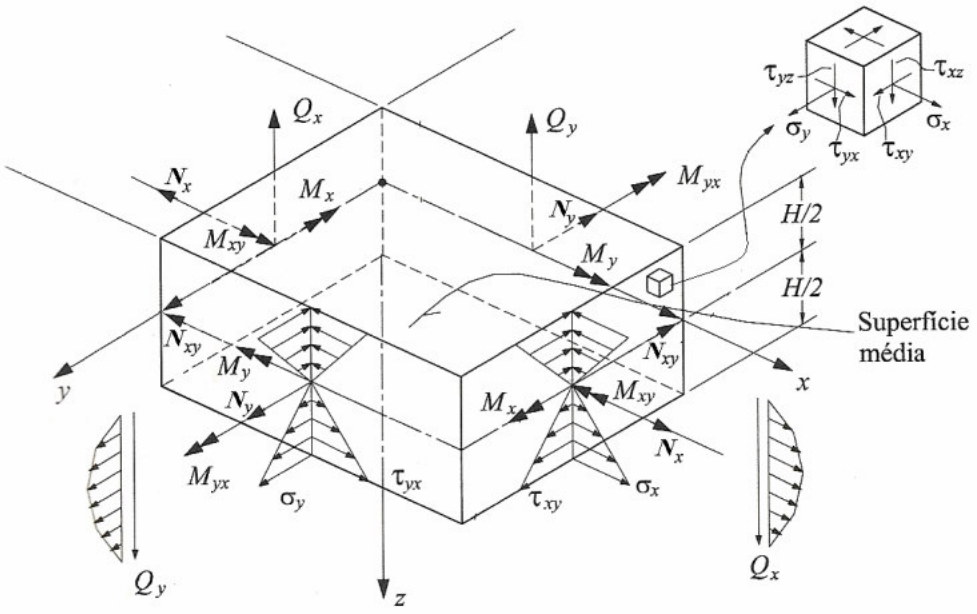


Figura B.7 – Tensões resultantes num elemento diferencial de placa.

Para a estrutura de placa mostrada na Figura B.7, tem-se que os esforços no plano *xy* (N), os esforços de cisalhamento transversal (*Q*) e os momentos (*M*) atuantes são obtidos da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ Q_x \\ Q_y \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{bmatrix} dz \qquad \textbf{(B-25)}$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \cdot z \cdot dz \qquad \textbf{(B-26)}$$

A placa em análise é tratada como uma estrutura laminada com várias lâminas com as espessuras de cada camada dada por z_k-z_{k-1}, ilustrada na Figura B.8.

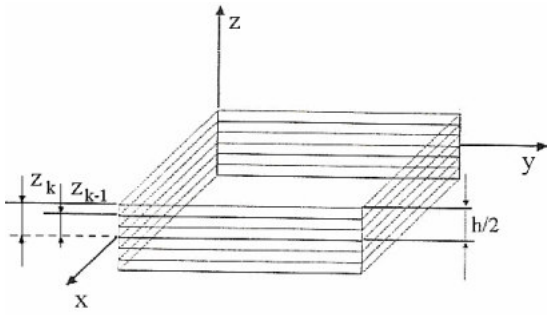


Figura B.8 – Estrutura do laminado.

Caso sejam consideradas as relações cinemáticas de Kirchhoff, o estado de tensão de uma lâmina *k* poderá ser calculado com base nas deformações no plano que divide o laminado ao meio (plano médio do laminado), bem como na curvatura que é medida em relação ao plano médio.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \left[\begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} \right] \qquad \textbf{(B-27),}$$

onde:

$\left[\overline{Q}\right]_k$ é a matriz de rigidez do laminado, definido pela Eq. (B-20).

$\{\varepsilon^0\}$ é o vetor das deformações no plano médio.

z é a distância da lâmina até o plano médio.

$\{\kappa\}$ é o vetor da curvatura medida em relação ao plano médio, dado por:

$$\{\kappa\} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial \psi_x}{\partial x} \\ \dfrac{\partial \psi_y}{\partial y} \\ \dfrac{\partial \psi_x}{\partial y} + \dfrac{\partial \psi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \qquad \textbf{(B-28)}$$

Com a teoria de Mindlin-Reissner, são acrescentadas as fórmulas da lei de Hook que relacionam os cisalhamentos transversais ao plano com estas deformações. Esta relação é dada por:

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{44} & \overline{Q}_{45} \\ \overline{Q}_{54} & \overline{Q}_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yx} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} \qquad \textbf{(B-29),}$$

onde

$$\begin{Bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial w_0}{\partial x} + \psi_x \\ \dfrac{\partial w_0}{\partial y} + \psi_y \end{Bmatrix} \quad \textbf{(B-30)}$$

Substituindo a equação (B-27) na equação (B-25) podem-se calcular os esforços (N) no plano *x-y*:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^{n} \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\overline{Q}]_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\overline{Q}]_k \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} z dz + \right\} \quad \textbf{(B-31)}$$

ou de forma compacta:

$$\{N\} = [A]\{\varepsilon^o\} + [B]\{\kappa\} \quad \textbf{(B-32)),}$$

onde:

$$[A] = \sum_{k=1}^{n} \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\overline{Q}]_k dz = \sum_{k=1}^{n} [\overline{Q}]_k (z_k - z_{k-1}) \quad \textbf{(B-33)}$$

$$[B] = \sum_{k=1}^{n} \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\overline{Q}]_k z dz = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} [\overline{Q}]_k \left(z_k^2 - z_{k-1}^2\right) \quad \textbf{(B-34)}$$

Substituindo a equação (B-27) na equação (B-26) pode-se calcular os momentos (M):

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{n} \left\{ \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\overline{Q}]_k \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} z dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\overline{Q}]_k \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix} z^2 dz + \right\} \quad \textbf{(B-35)}$$

ou de forma compacta:

$$\{M\} = [B]\{\varepsilon^o\} + [D]\{\kappa\} \quad \textbf{(B-36)}$$

onde:

$$[D] = \sum_{k=1}^{n} \int_{z_{k-1}}^{z_k} [\overline{Q}]_k z^2 dz = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{n} [\overline{Q}]_k \left(z_k^3 - z_{k-1}^3\right) \quad \textbf{(B-37)}$$

Chegando as equações de esforços generalizados na TCL dadas por:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon^0 \\ \kappa \end{Bmatrix} \quad \textbf{(B-38)}$$

A matriz [*A*] é chamada de matriz de rigidez extensional, [*B*] é a matriz de rigidez de acoplamento entre flexão e extensão, e [*D*] é a matriz de rigidez à flexão do laminado. Estas matrizes são simétricas. Caso o laminado seja simétrico a uma superfície de referência, o acoplamento de flexão e extensão não ocorrerá, e portanto a matriz [*B*] será nula.

Caso seja considerada a hipótese cinemática de Mindlin-Reissner, utilizam-se as equações definidas em (B-38), e acrescenta-se o cálculo dos esforços de Q_x e Q_y substituindo (B-29) e (B-30) em (B-25).

$$\begin{bmatrix} Q_y \\ Q_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{44} & A_{45} \\ A_{45} & A_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial w_0}{\partial y} + \psi_y \\ \dfrac{\partial w_0}{\partial x} + \psi_x \end{Bmatrix} \qquad \textbf{(B-39)}$$

onde,

$$A_{ij} = c_1 c_2 \sum \left[\overline{Q_{i,j}}\right]_k (z_k - z_{k-1}) \text{ , para i,j = 4, 5} \qquad \textbf{(B-40)}$$

Abrate (1998) sugere utilizar c_1 e c_2 igual a 5/6. Estas constantes são os fatores de correção do cisalhamento da teoria de viga de Timoshenko para uma viga de seção transversal retangular.

Substituindo estas equações de esforços generalizados nas equações de equilíbrio de esforços em um elemento de placa infinitesimal, obtêm-se as equações diferencias de equilíbrio do problema.

Os efeitos oriundos da inércia a rotação da seção de uma placa são da mesma ordem de grandeza ou menores que os efeitos oriundos da deformação por cisalhamento transversal. Logo, na teoria clássica de laminado o efeito oriundo da inércia de rotação é negligenciado.

A teoria clássica de laminado determina uma única equação de movimento de equilíbrio para uma placa laminada simétrica, dada por:

$$p = D_{11}\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + 2(D_{12} + D_{66})\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22}\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{16}\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^3 \partial y} + 4D_{26}\frac{\partial^4 w_0}{\partial x \partial y^3} + I_1 \ddot{w}_0 \qquad \textbf{(B-41)}$$

onde: p é uma pressão normal aplicado na placa.

I_1 é a densidade de massa por unidade de comprimento.

$\ddot{w}_0$ é a aceleração de um ponto da placa na direção z.

Pela teoria de deformação de cisalhamento de primeira ordem (TDCPO), as equações de esforços generalizados são dadas por (B-38) e (B-39). Substituindo-as nas equações de

equilíbrio de forças em um elemento infinitesimal de placa de laminado simétrico, chega-se a três equações diferenciais de equilíbrio (Abrate, 1998):

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[A_{45}\left(\Psi_y+\frac{\partial w_0}{\partial y}\right)+A_{55}\left(\Psi_x+\frac{\partial w_0}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[A_{44}\left(\Psi_y+\frac{\partial w_0}{\partial y}\right)+A_{45}\left(\Psi_x+\frac{\partial w_0}{\partial x}\right)\right]+p=I_1\dot{w}_0$$

(B-42)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[D_{11}\frac{\partial \Psi_x}{\partial x}+D_{12}\frac{\partial \Psi_y}{\partial y}+D_{16}\left(\frac{\partial \Psi_x}{\partial y}+\frac{\partial \Psi_y}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[D_{16}\frac{\partial \Psi_x}{\partial x}+D_{26}\frac{\partial \Psi_y}{\partial y}+D_{66}\left(\frac{\partial \Psi_x}{\partial y}+\frac{\partial \Psi_y}{\partial x}\right)\right]$$
$$-A_{45}\left(\psi_y+\frac{\partial w_0}{\partial y}\right)-A_{55}\left(\Psi_x+\frac{\partial w_0}{\partial x}\right)=I_3\ddot{\psi}_x$$

(B-43)

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[D_{16}\frac{\partial \Psi_x}{\partial x}+D_{26}\frac{\partial \Psi_y}{\partial y}+D_{66}\left(\frac{\partial \Psi_x}{\partial y}+\frac{\partial \Psi_y}{\partial x}\right)\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[D_{12}\frac{\partial \Psi_x}{\partial x}+D_{22}\frac{\partial \Psi_y}{\partial y}+D_{26}\left(\frac{\partial \Psi_x}{\partial y}+\frac{\partial \Psi_y}{\partial x}\right)\right]$$
$$-A_{44}\left(\psi_y+\frac{\partial w_0}{\partial y}\right)-A_{45}\left(\Psi_x+\frac{\partial w_0}{\partial x}\right)=I_3\ddot{\psi}_y$$

(B-44)

A solução analítica dos deslocamentos *w* de uma placa envolverá a solução das equações diferencias do equilíbrio de movimento com a aplicação das condições de carregamento e das condições de contorno do caso estudado. Problemas estáticos de placas retangulares simplesmente apoiadas possuem soluções exatas denominadas soluções de Navier. Algumas outras condições de contornos também apresentam soluções exatas, como as chamadas soluções de Navy. Estas soluções são mostradas em Vinsin e Sierakowski (1987), Lekhnitskii (1968), Timoshenko e Woiowsky-Krieger (1959).

Conforme apresentado em Abrate(1998), a análise de cargas transientes em placas retangulares simplesmente apoiadas possuem solução fechada com a aplicação da solução de Navier.

Quando ainda se deseja modelar a degradação das propriedades elásticas das lâminas de uma placa laminada, à medida que uma carga é aplicada, é necessário alterar a matriz de rigidez da placa. Esta análise é requerida para a determinação de resistência última de um laminado. Nesta solução, métodos interativos são aplicados até a falha final do laminado. Mathews (1994) descreve uma seqüência de passos necessária para definir a tensão última admissível de um laminado:

1) A partir de uma razão previamente determinada, pequenos valores de cargas são aplicados no laminado.
2) Usando a solução analítica (TCL ou TDCPO), as deformações principais e raios de curvaturas são determinados, e posteriormente as derformações e as tensões principais em cada lâmina.
3) Aplica-se um critério de falha em cada camada.
4) Se nenhuma falha ocorrer, aumenta-se a carga com um apropriado fator para chegar à falha da primeira camada.
5) Constatada alguma falha, reduz-se a rigidez recalculando as matrizes [*A*], [*B*], [*D*] do laminado.
6) Repetem-se os passos 2 e 3 até a constatação de uma próxima falha.
7) Repetem-se os passos 4, 5, e 6.
8) Repete-se o passo 7 até a falha da última lâmina.

Quando se executa o passo 5, o modo de falha da lâmina precisa ser definido. Dependendo do critério de falha adotado, o modo de falha ainda precisa ser inferido. Segue-se então pela aplicação da lei de degradação das propriedades, utilizando fatores de redução nos termos de rigidez.