Orlando Cirullo Filho

Reconstrução de imagem de ultrassom em modo pulso-eco pelo método de regularização

São Paulo

2015

Orlando Cirullo Filho

Reconstrução de imagem de ultrassom em modo pulso-eco pelo método de regularização

Dissertação apresentada à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração:
Automação e Controle

Orientador:
Prof. Dr. Flávio Buiochi

São Paulo
2015

Catalogação-na-publicação

Cirullo Filho, Orlando

Reconstrução de imagem de ultrassom em modo pulso-eco pelo método de regularização / O. Cirullo Filho. -- São Paulo, 2015.

p. 111.

Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.

1.Ultrassonografia 2.Imageamento (Bioengenharia) (Reconstrução) I.Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos.

Dedico este trabalho às grandes mulheres da minha vida: minha esposa, minha filha e minha mãe.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Flávio Buiochi pelo inestimável apoio e dedicação a orientação deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Júlio Cezar Adamowski pela utilização da infraestrutura do Laboratório de Ultrassom da Escola Politécnica da USP (LUS) que possibilitou a realização de ensaios com transdutores monoelementos na geração de imagens acústicas.

Ao Prof. Raul Gonzalez Lima pelas diversas conversas e caminhos apontados.

Aos meus amigos da EPUSP, em especial ao Dr. Timóteo Francisco de Oliveira pelo auxílio prestado ao meu trabalho de pesquisa, na realização de experimentos em laboratório.

- *"No meio da dificuldade encontra-se a oportunidade."*

Albert Einstein (1879-1955).

RESUMO

Este trabalho trata da modelagem de sinais ultrassônicos gerados por transdutores circulares (plano e côncavo) no modo de pulso-eco, inspecionando uma região de interesse predeterminada. Para essa análise, dois modelos da resposta impulsiva de um transdutor piezelétrico foram implementados: um do transdutor circular plano e outro do transdutor circular côncavo focalizado. Este último sendo o modelo proposto pelo autor com uma geometria baseada em anéis concêntricos como elementos de área do emissor. A adição de diversos anéis concêntricos, deslocados ao longo de seu eixo e de raios sucessivamente menores, permitiu calcular o campo acústico, gerado por uma abertura côncava, bem como seu eco refletido. A resposta impulsiva de cada anel resulta da diferença entre as respostas impulsivas calculadas para um emissor circular grande e um pequeno. O modelo implementado para o cálculo dos sinais de eco foi utilizado na varredura de uma região contendo um conjunto de pontos com refletividade acústica igual a 1. A reconstrução da imagem foi feita com esses sinais aplicando-lhes a técnica de regularização de Tikhonov. A qualidade das reconstruções das imagens obtidas foi avaliada e comparada a das imagens convencionais. Dentre as métricas de avaliação das imagens reconstruídas estão a influência na variação da velocidade de propagação da onda acústica no meio, a extensão e a discretização do *grid* e o parâmetro de regularização alfa. Todas as reconstruções foram analisadas segundo o Erro Médio Quadrático (MSE). Finalmente, ensaios experimentais foram conduzidos para a obtenção de A-scans (imagens em modo de amplitude) os quais foram inseridas no modelo teórico para a reconstrução de imagens e analisadas pelo MSE.

Pavras-chave: Imagem ultrassônica, modelagem de campo acústico, método de regularização, problema inverso.

ABSTRACT

This work deals with the modeling of ultrasonic signals generated by circular transducers (planar and concave pistons) in pulse-echo mode, inspecting a predetermined region of interest (ROI). For this analysis, two models of the impulse response of a transducer were implemented: one using a plane piston transducer and the other, a model proposed by the author of this work, using a concave transducer with concentric rings as elements of the emitting area. The addition of several concentric rings moved along its axis allowed us to calculate the acoustic field generated by a concave opening and the echo reflected from each point in space. The impulse response of each ring represents the difference between the impulse responses calculated for a large circular transmitter and a small one. The model implemented for calculating the echo signals is used to scan a region, within a ROI, containing a set of points with acoustic reflectivity of 1. Simulations of the regions are made with these signals by applying the Tikhonov regularization method. To evaluate the quality of image reconstruction, the images are compared with the conventional images. Among the metrics to evaluate the reconstructed images are the influence of the variation of the acoustic wave propagation in the media, the *grid* range and discretization and the parameter of regularization alpha. All of the image reconstructions were analyzed through the Mean Square Error (MSE) criterion. Finally, experiments were conducted in order to obtain A-scans which were then re-inserted in the theoretical model to reconstruct and analyze the images.

Keywords: Ultrasound imaging, acoustic field modeling, imaging regularization method, inverse problem**.**

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS

GCV Generalized Cross Validation

LUS-EPUSP Laboratório de Ultrassom da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

PSF Point Spread Function

ROI Region Of Interest (Região de Interesse)

MSE Mean Square Error (Erro Médio Quadrático)

SVD Singular Value Decomposition (Decomposição pelos Valores Singulares)

LISTA DE SÍMBOLOS

dA área infinitesimal

dS elemento de superfície da esfera ***S***

D diâmetro do transdutor

F frequência

h resposta impulsiva do potencial de velocidade

K constante que envolve a densidade da água e a velocidade de propagação na água

L comprimento do arco circular *AB* de centro M_0

R distância do centro do transdutor ao foco

ROC raio de curvatura do transdutor côncavo

rzj,xi refletâncias da onda ultrassônica

S(t) sinal A-scan

Szj,xi-ul respostas impulsivas em modo pulso-eco

t_0 tempo relacionado com o tempo de chegada da onda plana

t1 tempo relacionado com o tempos da onda de borda proveniente do ponto mais próximo da borda do pistão ao ponto M de observação

t2 tempo relacionado com o tempos da onda de borda provenientedo ponto mais distante da borda do pistão ao ponto M de observação

T_p tempo de duração do pulso ultrassônico

Ul posições do transdutor ao longo do eixo *x*

Z_f limite entre campo próximo e distante

α parâmetro de regularização

λ comprimento de onda

ϕ potencial de velocidade

ω velocidade angular

Ω ângulo de arco circular *AB* de centro M_0

V_n potencial de velocidade do pistão

v_s velocidade radial da esfera

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A utilização de ondas acústicas para formação de imagens teve início na década de 1910 quando Paul Langevin demonstrou o método de navegação por sonar (SCHUELER; LEE; WADE, 1984). Atualmente, a formação de imagens por ultrassom é utilizada em ensaios não destrutivos (NDE) para análise de diferentes materiais, (SCHICKERT; KRAUSE; MULLER, 2003), (MAHAUT et al., 2004) e (BERNDT; SCHNIEWIND; JOHNSON, 1999); em aplicações biomédicas (BRUSSEAU et al, 2004), (VOGT, 2002), (BLUE, 2004) e (CORREAS, 2003).

Em sistemas de formação de imagens são utilizados transdutores piezelétricos, que são dispositivos capazes de tanto transmitirem quanto receberem ondas acústicas. Em uma configuração mais simples, um transdutor feito de um único elemento piezelétrico é colocado em uma dada posição, na qual ele transmite uma onda acústica e recebe os ecos refletidos pelos possíveis alvos. Essa modalidade de formação de imagem é chamada de modo pulso-eco. Quando não homogeneidades são encontradas dentro de um volume, estas podem ser detectadas pela irradiação de uma onda acústica e a medição da energia espalhada através da colocação de sensores em posições diferentes.

Em um sistema de formação de imagens são determinadas duas quantidades principais, que são a resolução espacial e o contraste. A resolução espacial é a capacidade de discriminar dois alvos de igual amplitude que estejam próximos. No caso de imagens, as quais são bidimensionais, a resolução espacial é definida para ambos os eixos, axial e lateral, independentemente. A resolução axial é a capacidade de discriminar dois alvos próximos na direção de propagação da onda e depende da duração do pulso, enquanto a resolução lateral é a capacidade de discriminação de dois alvos na direção perpendicular ao eixo de propagação da onda acústica. Os dois pontos da região de interesse da imagem serão distinguidos se dois picos na imagem resultante forem discernidos um do outro. Já o contraste é a capacidade de discriminar duas áreas de intensidade de brilho diferentes em uma imagem.

O campo acústico em regime transiente tem sido analisado por vários pesquisadores [Harris, 1981a]. Entres eles, destacam-se para resposta impulsiva os seguintes: (STEPANISHEN, 1971), (LOCKWOOD; WILLETTE, 1973), (BESS; LEES;

ROBINSON, 1974). O campo acústico, resultante de um pulso de excitação transiente em um transdutor piezelétrico ideal, contém duas componentes de ondas chamadas de ondas plana e de borda. Essas ondas foram visualizadas experimentalmente através do efeito Schlieren (WEIGHT, 1978), comprovando assim o modelo teórico desenvolvido por (STEPANISHEN, 1971).

Transdutores podem ser construídos utilizando geometrias diversas. O primeiro tipo de transdutor foi um transdutor plano não focalizado (COPPENS et al., 2000). Esse tipo de transdutor foi bastante estudado por (WEIGHT, 1984), que realizou um trabalho sobre a determinação de campos acústicos produzidos por um transdutor em excitação contínua e pulsada, demonstrando que a resposta impulsiva pode ser obtida para ambos casos. Mclaren e Weight, utilizando um transdutor e modelando-o como pistão plano, apresentaram cálculos precisos a respeito da transmissão e recepção de suas respostas impulsivas em modo pulso-eco, que resultaram em sinais teóricos muito próximos aos dados experimentais (MCLAREN; WEIGHT, 1987). A dependência espaço-tempo do campo acústico de um pistão plano rígido, circundado por um refletor perfeito, e excitado uniformemente, pode ser representada pela equação de Rayleigh (RAYLEIGH, 1945). Muitas aplicações de ultrassom envolvem excitação transiente do transdutor por um pulso elétrico curto, tais como: caracterização de materiais, medição de vazão, ensaios não destrutivos, imagens médicas.

Há transdutores que focalizam a radiação em uma região pequena do espaço denominada região focal. O'Neil apresentou uma teoria que calcula o campo acústico gerado por uma abertura côncava esférica, cujo raio de seu contorno é maior que o comprimento de onda e maior que a profundidade da superfície côncava (O'NEIL, 1949). A teoria descreve como calcular a distribuição de pressão, velocidade e intensidade ao longo do eixo axial, na vizinhança do plano focal.

Dentre as diversas geometrias estudadas, no que se refere à emissão de ondas acústicas, destacam-se também a esférica (KINO, 1987), a anular (ARDITI; FOSTER; HUNT, 1981) e a de cunha esférica (KETTERLING, 2003). Existe um compromisso entre a resolução na região focal e o tamanho da região da imagem formada de forma que, para melhorar a resolução, deve-se focalizar em uma região de interesse.

O primeiro enfoque para tratar problemas lineares mal postos, baseado em restrições impostas pelo método dos Mínimos Quadrados foi proposto por Ivanov em 1962 (IVANOV, 1962). No mesmo ano, Phillips introduziu um método baseado na

determinação da solução aproximada mais suave, com os dados dentro de um dado nível de ruído (PHILLIPS, 1962). Um ano depois, o matemático russo Tikhonov (A. N. TIKHONOV, 1963) propôs, de forma independente, um enfoque generalizado, o qual determinou o Método de Regularização de problemas mal postos. Esse enfoque também proporcionou a unificação dos métodos de Ivanov e Philips. O método de regularização consiste na adição de um termo extra à função erro da solução pelo método dos mínimos quadrados, que é a norma quadrática da transformação linear dos dados a serem recuperados.

A formulação de problemas inversos depende da função do modelo direto, que representa os dados medidos na saída do sistema em função de um conjunto de variáveis. Essas formulações consistem em determinar os valores das variáveis do sistema, dados adquiridos e o modelo direto. Um exemplo sobre esse enfoque (BESS; LEES; ROBINSON, 1974) utiliza o filtro inverso do erro mínimo quadrático (MSE) para se evitar efeitos de indesejados em sistemas de formação de imagens. Devido à instabilidade do modelo direto na presença de erros de modelagem, a mera inversão do sistema pode levar a resultados imprecisos. A dificuldade inicial com problemas discretos mal postos é que eles são essencialmente indeterminados devido à grande quantidade de valores singulares (SVD) de baixo valor da matriz dos coeficientes. Portanto, faz-se necessário incorporar mais informações *a priori* acerca dos dados a serem recuperados, de modo a proporcionar uma solução mais estável. Esse é o propósito do método de regularização. Para a correta utilização desse método faz-se necessário a escolha de valores apropriados de parâmetros de regularização (α). Isso se deu pela introdução de ferramentas analíticas como o princípio da discrepância (ENGL; HANKE; NEUBAUER, 1996) e (MOROZOV, 1966), a Curva-L (HANSON; LAWSON, 1974) e (HANSEN, 1992) e a Validação Cruzada Generalizada (GOLUB; HEATH; WAHBA, 1979).

Outros métodos de regularização foram desenvolvidos nas últimas décadas como os métodos iterativos baseados no Gradiente Conjugado bastante utilizados em Tomografia por Impedância Elétrica (MUELLER; SILTANEN, 2012) e a regularização por Variação Total (BOVIK, 2000). O método do gradiente conjugado é um algoritmo para a solução numérica de sistemas particulares de equações lineares, aqueles cuja matriz é simétrica e positiva definida. O método do gradiente conjugado é um método iterativo, então ele pode ser aplicado a sistemas esparsos que são grandes demais

para ser tratados por métodos diretos. Sistemas esparsos surgem frequentemente quando se resolve numericamente equações diferenciais parciais.

Justificativa

A medicina vem evoluindo muito ao longo dos últimos anos e tem sido necessário obter diagnósticos melhores, principalmente aqueles gerados por imagens. As imagens ultrassônicas veem evoluindo bastante nas últimas décadas, fazendo com que cada vez mais se exija uma qualidade superior nas suas imagens. Ora, se existem técnicas ou métodos que podem fazer isso, então vale a pena estuda-las.

Objetivos

Este trabalho tem como objetivo explorar a aplicação da técnica de reconstrução de imagens ultrassônicas através regularização de Tikhonov.

Objetivos específicos:

i. avaliar a reconstrução das imagens, dos modelos do pistão circular plano e do modelo do pistão côncavo proposto pelo autor, das regiões de interesse em função de parâmetros tais como sensibilidade à variação da velocidade de propagação do som na água, à variação do *grid* da região de interesse;

ii. comparar as imagens reconstruídas, dos modelos do pistão circular plano e do modelo do pistão côncavo proposto pelo autor, com as imagens originais dos respectivos modelos teóricos implementados;

iii. inserir os sinais experimentais obtidos em ensaios com *phantoms* (sinais ultrassônicos em modo pulso-eco - *A-scans*) no modelo teórico proposto e realizar a reconstrução de imagens.

Organização do trabalho

O Capítulo 1 apresenta uma Revisão Bibliográfica, em que são descritos artigos de maior relevância referentes a imagens ultrassônicas e também aos métodos de regularização utilizados para a solução de problemas inversos. O Capítulo 2 apresenta a formulação matemática para obter imagens ultrassônicas (modelo pistão plano circular - disco plano; modelo da resposta impulsiva focalizada para o pistão esférico côncavo) provenientes de transdutores circulares planos e côncavos esféricos. O Capítulo 3 apresenta o método de regularização de Tikhonov para reconstruções de imagens ultrassônicas. O Capítulo 4 apresenta a metodologia utilizada neste trabalho, bem como a descrição em detalhe dos algoritmos e rotinas implementadas no software MATLAB. Apresenta também as métricas para se avaliar a qualidade das reconstruções, bem como os materiais e dispositivos utilizados. O Capítulo 5 apresenta os resultados das simulações das reconstruções das imagens pelo método da regularização de Tikhonov, tanto para o transdutor plano quanto para o transdutor côncavo. Esse capítulo apresenta também os resultados dos ensaios experimentais e as discussões sobre todos os resultados obtidos. Finalmente, o Capítulo 6 apresenta as conclusões e os possíveis trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

IMAGENS ULTRASSÔNICAS

2.1 Radiação de Onda Esférica Acústica

Considerando uma esfera de raio *a* que oscila harmonicamente, como mostrado na figura 2.1a, um elemento *dS* da superfície da esfera *S* se move na direção radial com velocidade v_s e amplitude V_n, tal que:

$$v_s = V_n \cos \omega t \tag{2.1}$$

Onde ω é a velocidade angular.

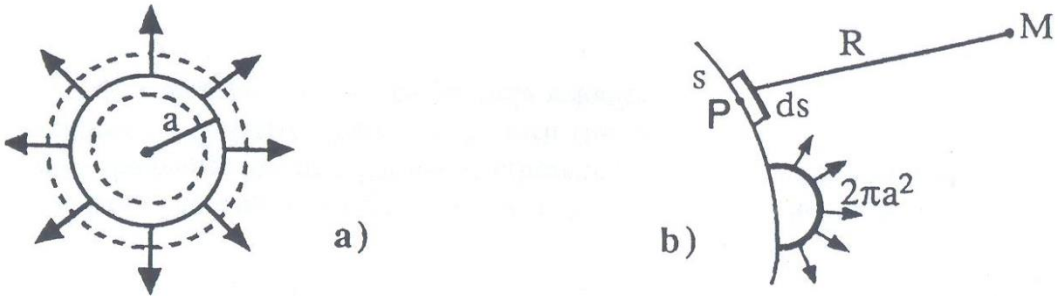

Figura 1 a) esfera vibrando radialmente, e b) elemento de superfície dS.

Estando a uma distância R>a do centro da esfera, o potencial de velocidade da onda da esfera divergente emitida tem a forma:

$$\phi(r,t) = \frac{A}{r}\cos\left(\omega t - kr\right) \tag{2.2},$$

onde *k* é o número de onda e A é a constante de amplitude.

A velocidade radial v de uma partícula do fluido, dada por:

$$v(r,t) = -\nabla\phi(r,t) = -\frac{\partial}{\partial r}\phi(r,t)\ , \tag{2.3}$$

tem-se

$$v(r,t) = \frac{A}{r^2}\left[\cos\left(\omega t - kr\right) - kr\sin\left(\omega t - kr\right)\right]. \tag{2.4}$$

A constante *A* é determinada igualando-se $v(r,t)=v_s$, sendo $r = a$, com a velocidade da superfície da esfera v_s, supondo a continuidade de velocidade. Assumindo o raio $a << \lambda$, de maneira que o primeiro termo em $v(r=a,t)$ seja dominante, resultando em uma amplitude $A=a^2V_n$. Assim, o potencial de velocidade gerado em r > a por uma esfera vibrante com raio $a << \lambda$ e velocidade radial v_s será:

$$\phi(r,t)=\frac{a^2V_n}{r}\cos\left(\omega t-kr\right), \tag{2.5}$$

A equação (2.5) mostra que o potencial de velocidade é proporcional a a^2V_n e, portanto, ao volume do fluido apresentado pela esfera em unidades de tempo. Esse resultado pode ser usado para se determinar uma onda irradiada por uma fonte de qualquer forma, através da decomposição em elementos de área dS com dimensões muito menores que um comprimento de onda λ, como mostra a figura 2.2. Cada elemento de área dS pode ser considerado como uma fonte pontual, emitindo uma onda esférica de infinitésimo de área dA. O potencial de velocidade resultante em um ponto M é a soma de área infinitesimal dA

$$\phi(r,t)=\int_s \frac{dA}{R}e^{\left[i(\omega t-kR)\right]}, \tag{2.6}$$

onde R é a distância perpendicular do elemento dS ao ponto *M*. Analisando a equação (2.5) do potencial de velocidade $\phi(r,t)$ vemos que a amplitude é:

$$dA=\frac{dS}{2\pi}V_n\left(P\right), \tag{2.7}$$

a equação (2.7) é proporcional a área dS do elemento e a amplitude $V_n\left(P\right)$ da velocidade normal no ponto *P* onde o elemento está localizado. Assim, a partir da equação (2.6), tem-se o potencial total dado pela integral de *Rayleigh*:

$$\phi(r,t)=e^{i\omega t}\int_s \frac{e^{-ikR}}{2\pi R}V_n\left(P\right)dS\ . \tag{2.8}$$

A radiação gerada pela superfície de um disco vibrante pode ser calculada pela equação (2.8), que expressa o princípio de *Huygens*, que diz: "a onda gerada pode ser calculada assumindo-se que todos os pontos da superfície geram ondas semiesféricas, as quais podem ser somadas por superposição de ondas".

2.2 Radiação por um Disco

Considere um disco plano (COPPENS et al., 2000) com raio a, em que todos os pontos vibram em fase (com a frequência angular ω) e com amplitude Vn da componente normal de velocidade à superfície do disco. O disco opera como um pistão plano. O feixe de ondas gerado é simétrico em torno do eixo Oz, sendo a origem do sistema de coordenadas o centro do disco. Para se determinar o potencial de velocidade em qualquer ponto M do espaço deve-se fornecer a distância *r* entre os pontos *O* e *M* que o vetor $\overline{\mathrm{OM}}$ faz com Oz, como mostra a figura (2.2).

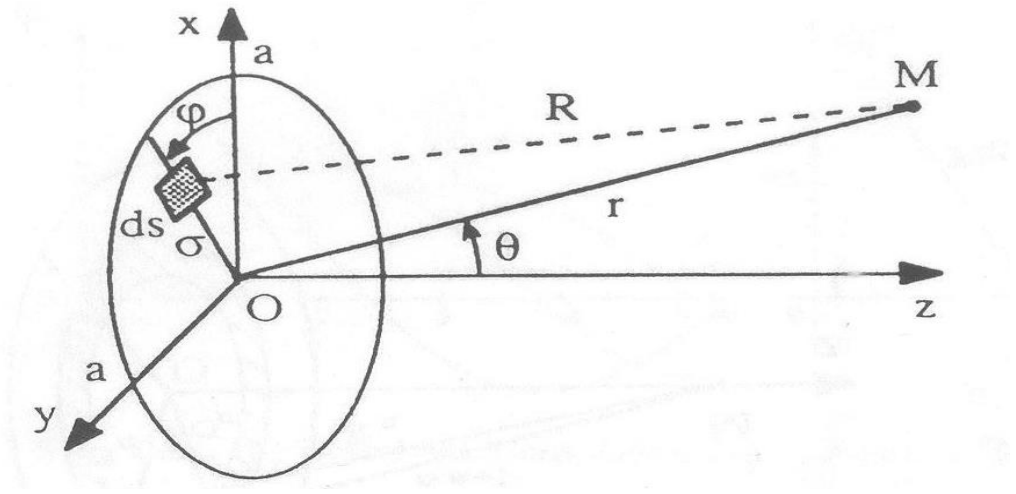

Figura 2 - Pistão circular plano.

Utilizando coordenadas polares *σ* e φ para definir o potencial de velocidade de um elemento irradiante, o qual tem área dada por $dS = \sigma d\sigma d\varphi$, o potencial de velocidade é dado pela integral de Rayleigh como:

$$\phi(r,t) = V_n e^{i\omega t} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\pi} \int_0^a \frac{\sigma}{R} e^{-ikR} d\sigma \qquad (2.9)$$

onde R é a distância entre a fonte pontual (definido pelo elemento infinitesimal dS e o ponto M, dada por:

$$R = (r^2 + \sigma^2 - 2r\sigma \sin\theta \cos\varphi)^{1/2} \tag{2.10}$$

Em aplicações de imagens médicas e ensaios não destrutivos, geralmente os transdutores são excitados por pulsos de curta duração, gerando campo acústico transiente. Assim, deve-se reescrever o potencial de velocidade para uma excitação qualquer. Inicialmente toma-se a integral de *Rayleigh*, no domínio da frequência e substitui-se o número de onda *k* por $\frac{2\pi f}{c}$, resultando no potencial de velocidade em um ponto M a uma frequência f, tal que:

$$\Phi(M, f) = \int_s \frac{V_n(P, f)}{2\pi R} e^{-i2\pi f R/c} dS \tag{2.11}$$

Onde *c* é a velocidade de propagação no meio e $\Phi(M, f)$ é a componente espectral, com frequência *f*, do potencial de velocidade $\phi(M,t)$ no ponto *M*. De maneira análoga, $V_n(P, f)$ é a componente espectral da velocidade normal $v_n(P,t)$ no ponto *P* da superfície emissora. Utilizando a transformada inversa de *Fourier*:

$$\phi(M,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi(M, f) e^{i2\pi ft} df \tag{2.12}$$

e trocando a ordem de integração, tem-se:

$$\phi(M,t) = \int_s \frac{dS}{2\pi R} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} V_n(P, f) e^{[i2\pi f(t-R/c)]} df \right], \tag{2.13}$$

onde a componente normal da velocidade no ponto *P* e no instante $t - R/c$ é dada por:

$$v_n(P, t - R/c) = \int_{-\infty}^{+\infty} V_n(P, f) e^{[i2\pi f(t-R/c)]} df \ . \tag{2.14}$$

Assim, substituindo $v_n\left(P,t-R/c\right)$ na integral acima, a integral de *Rayleigh* pode ser expressa, no domínio do tempo, como

$$\phi\left(M,t\right)=\int_s \frac{v_n\left(P,t-R/c\right)}{2\pi R}dS\,. \tag{2.15}$$

No caso do pistão plano, todos os pontos da fonte vibram com velocidade normal proporcional à função $v\left(t\right)$ de maneira que $v_n\left(P,t\right)$ como:

$$v_n\left(P,t\right)=V_n\left(P\right)v\left(t\right). \tag{2.16}$$

onde $V_n\left(P\right)$ é o perfil de amplitude sobre o pistão.

Por outro lado, sabendo que qualquer função pode ser decomposta por uma soma de impulsos, com ponderações e atrasos adequados, a função $v_n\left(t-R/c\right)$ que aparece na equação (2.15), segundo (STEPHANISHEN,1971), pode ser reescrita com a introdução da função delta de *Dirac* $\delta\left(t\right)$, tal que:

$$v_n\left(t-R/c\right)=\int_{-\infty}^{+\infty} v_n\left(\tau\right)\delta\left(t-R/c-\tau\right)d\tau\,. \tag{2.17}$$

A partir disso definimos como resposta impulsiva do potencial de velocidade a função $h\left(M,t\right)$, onde:

$$h\left(M,t\right)=\frac{1}{2\pi}\int_s \frac{\partial\left(t-R/c\right)}{R}dS \tag{2.18}$$

o que resulta na seguinte expressão do potencial de velocidade:

$$\phi\left(M,t\right)=\int_{-\infty}^{+\infty} v_n\left(\tau\right)h\left(M,t-\tau\right)d\tau \tag{2.19}$$

ou

$$\phi\left(M,t\right)=v_n\left(t\right)\otimes h\left(M,t\right). \tag{2.20}$$

A equação (2.20) é definida pela integral de convolução, a qual é representada por $\otimes$. Assim, o potencial de velocidade no ponto *M* é expresso como a convolução entre a velocidade normal $v_n(t)$ na superfície do pistão e a função *h(M,t)*, dependente tanto do tempo quanto da posição de *M* no espaço e da geometria do transdutor.

Quando a vibração é uniforme ao longo da superfície do transdutor (pistão), pode-se tomar $V_n(P)=1$. Para se calcular a resposta impulsiva do potencial de velocidade para esse caso, devido ao termo $\delta(t-R/c)$ na integral $h(M,t)$, aparecem contribuições do campo de pressão em *M* no instante *t*, somente de pontos à distância $R=ct$ de *M*, como mostra a figura 2.3.

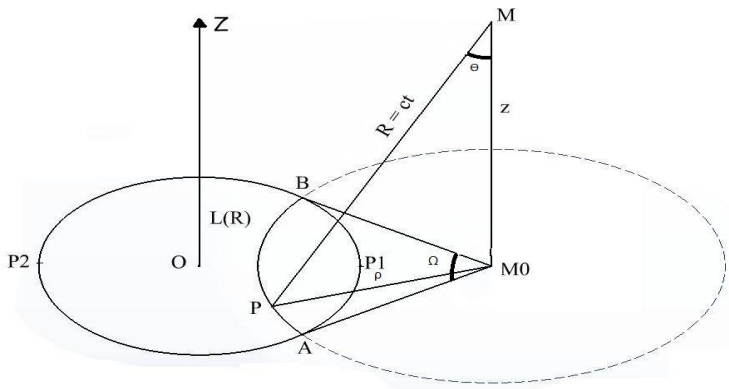

Figura 3 - Geometria usada para determinar a resposta impulsiva do potencial de velocidade.

Esses pontos estão situados em um arco circular *AB* centrado em M_0, que é a projeção do ponto *M* no plano do disco. O raio *ρ* desse arco é dado por $\rho^2+z^2=R^2$ de maneira que $\rho d\rho = RdR$. O elemento de superfície tem área $dS=L(R)d\rho$, onde $L(R)$ é o comprimento do arco. Utilizando $d\rho = dR/\sin\theta(R)$, onde *θ(R)* é o ângulo que forma o segmento de reta $R=ct$ com a normal ao plano do transdutor, pode-se obter a resposta impulsiva do potencial de velocidade, segundo (STEPHANISHEN,1971):

$$h(M,t)=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\delta(t-R/c)}{2\pi R}\frac{L(R)}{\sin\theta(R)}dR\,. \qquad (2.21)$$

onde $R_1 = ct_1$ e $R_2 = ct_2$ são, respectivamente, as distâncias mínima e máxima do ponto *M* em relação aos pontos do disco, correspondendo então aos pontos P_1 e P_2. Usando a seguinte mudança de variável, $R=ct$ e $dR=cdt$, tem-se:

$$h(M,t) = \begin{cases} \dfrac{L(ct)}{2\pi t \sin\theta(ct)}, \text{ para } \mathrm{t_1 < t < t_2} \\ 0 \text{ , para } \mathrm{t \le t_1 \text{ ou } t \ge t_2} \end{cases} . \tag{2.22}$$

Uma maneira alternativa e mais simples de representar a expressão (2.22) é através da introdução do ângulo $\Omega(R = ct)$, o qual é definido pelo arco circular *AB* de centro M_0, como mostra a figura 2.3. O comprimento do arco é então reescrito como:

$$L(ct) = \Omega(ct)\rho(ct) = \Omega(ct)ct\sin\theta(ct) \tag{2.23}$$

Assim, a resposta impulsiva do potencial de velocidade, segundo Robinson (ROBINSON et al., 1982) pode ser expressa como:

$$\phi(M,t) = \begin{cases} \dfrac{c}{2\pi}\Omega(ct), \text{ para } \mathrm{t_1 < t < t_2} \\ 0 \text{ , para } \mathrm{t \le t_1 \text{ ou } t \ge t_2} \end{cases} . \tag{2.24}$$

No caso de um pistão plano com geometria circular de raio a, a expressão analítica para a resposta impulsiva do potencial de velocidade pode ser obtida facilmente por causa da simetria axial. As expressões dos ângulos $\Omega(ct)$ dos arcos na superfície do pistão são representadas para três regiões geométricas de projeção (superfície, borda e exterior ao pistão), como mostra a tabela 1 (BESS; LEES; ROBINSON, 1974).

Tabela 1 - Expressões dos arcos das superfícies do pistão plano circular.

Região	Limite de Tempo	$\Omega(ct)$
Face do pistão $(x<a)$	$t_o \leq t < t_1$ $t_1 \leq t < t_2$	2π $2\cos^{-1}\left(\frac{(c^2t^2-z^2+x^2-a^2)}{2x(c^2t^2-z^2)^{1/2}}\right)$
Borda do pistão $(x=a)$	$t_o = t = t_1$ $t_1 < t \leq t_2$	π $2\cos^{-1}\left(\frac{(c^2t^2-z^2)^{1/2}}{2a}\right)$
Fora do pistão $(x>a)$	$t_o \leq t < t_1$ $t_1 \leq t < t_2$	0 $2\cos^{-1}\left(\frac{(c^2t^2-z^2+x^2-a^2)}{2x(c^2t^2-z^2)^{1/2}}\right)$

onde o tempo t_0 está relacionado com o tempo de chegada da onda plana (para $x<a$) e os tempos t_1 e t_2 com os tempos das ondas de borda provenientes, respectivamente, dos pontos mais próximo e mais distante da borda do pistão ao ponto *M* de observação. Esses tempos são dados por:

$$t_0 = \frac{z}{c}; \tag{2.25}$$

$$\mathrm{t}_1 = \frac{\left[(a-x)^2 + z^2\right]^{1/2}}{c}; \tag{2.26}$$

$$\mathrm{t}_2 = \frac{\left[(a+x)^2 + z^2\right]^{1/2}}{c}. \tag{2.27}$$

O tempo $t = 0$ representa o instante em que a face do pistão começa a se mover.

CAPÍTULO 3
MÉTODOS DE REGULARIZAÇÃO

A ideia básica do método de regularização consiste em se considerar uma família de soluções aproximadas dependentes de um parâmetro positivo chamado de parâmetro de regularização (TIKHONOV, 1963). A propriedade principal é que, no caso de dados sem ruído, as funções dessa família convergem para uma solução exata do problema quando o parâmetro de regularização tende a zero. No caso de dados com ruído, pode-se obter uma aproximação ótima da solução exata para valores do parâmetro de regularização diferentes de zero. Mais ainda, para valores mais adequados do parâmetro de regularização podem-se recuperar ambas as soluções de Ivanov e Phillips (TIKHONOV, 1963).

3.1 Classificação de Sistemas Lineares

Um sistema linear de equações, representado pela matriz dos coeficientes A de dimensões m x n, pode ser classificado de acordo com a relação entre o número de equações m e o número de incógnitas ou variáveis n:

- $m=n$ (número de equações se iguala ao número de incógnitas): o sistema pode ter solução única, infinitas soluções ou nenhuma solução. Nesse caso, a solução é do tipo $\hat{r} = S^{-1}g$, sendo r de dimensão $n \times 1$, bastando inverter a matriz A.
- m>n (mais equações do que incógnitas): o sistema é sobre determinado, constituindo um problema dos mínimos quadrados, o qual não possui uma solução exata. A solução escolhida é do tipo:

$$\hat{r} = \arg\min_{r} \left\| g - Sr \right\|_2^2 \tag{3.1}$$

que é solução que minimizará a norma Euclidiana $\left\| g - Sr \right\|_2^2$.

- m<n (número de equações menor que número de incógnitas): o sistema é subdeterminado, existindo uma infinidade de soluções, tal que a solução

escolhida, também no senso dos mínimos quadrados, será aquela que minimizará a norma $\|r\|_2^2$,

de modo que:

$$\hat{r} = \arg\min_r \|r\|_2^2 \textit{ sujeito ao mínimo} \|g - Sr\|_2^2 \tag{3.2}$$

Isso constitui um problema relativo à sensibilidade de soluções, podendo ser resolvido por alguma técnica de regularização, as quais serão vistas mais adiante.

3.2 .1 Modelo Direto Contínuo

O conceito central de formação de imagens acústicas é que uma onda acústica se propagando através de um meio é espalhada quando são encontradas não homogeneidades. Assim, não homogeneidades dentro de um volume podem ser detectadas irradiando-se este volume com uma onda acústica e medindo a energia espalhada com sensores posicionados em posições diferentes. Um dos objetivos da reconstrução de imagens acústicas é proporcionar uma representação gráfica da função de refletividade acústica, que é a distribuição das mudanças de impedância acústica que causam o espalhamento da onda acústica incidente.

Para formação de imagens acústicas no modo pulso-eco monoestático, um único elemento de transdutor é colocado em posições de varredura $\vec{\rho}_0$ ao longo da trajetória (tipicamente uma linha reta); em cada posição de varredura, o transdutor é excitado para propagar um pulso acústico dentro da Região de Interesse (ROI), e também é usado para receber o respectivo sinal de eco acústico. O sinal recebido pelo transdutor em função do tempo, quando somente um espalhador pontual está presente na região de interesse, é chamado de Resposta Impulsiva no Espaço, ou simplesmente de Resposta Impulsiva. Essa Resposta Impulsiva, $s(\vec{\rho}_r, t)$, depende da posição relativa entre o transdutor ($\vec{\rho}_0$) e o espalhador ($\vec{\rho}_r$) . Os dados de pulso-eco recebidos são denotados por $g\left(\vec{\rho}_0, t\right)$. A função refletividade no ponto $\vec{\rho}$ é dada por

$r(\vec{\rho})$. Se múltiplos espalhamentos puderem ser negligenciados, a contribuição de cada ponto $\vec{\rho} \in \mathrm{ROI}$ a ser dada ao sinal $g(\vec{\rho}_0, t)$, será a resposta impulsiva, ou seja, $s(\vec{\rho} - \vec{\rho}_0, t)$, ponderada pela respectiva função refletividade $r(\vec{\rho})$. Para o caso da Região de Interesse bidimensional, o sinal $g(\vec{\rho}_0, t)$ pode ser expresso na forma integral por:

$$g(\vec{\rho}_0, t) = \int\int_{ROI} s(\vec{\rho} - \vec{\rho}_0, t) r(\vec{\rho}) d\vec{\rho} \quad . \tag{3.3}$$

3.2.2 Modelo Direto Discretizado

Segundo (LAVARELLO et al, 2006) o modelo contínuo deve ser discretizado de modo a resolver a questão da distribuição da refletividade. A Região de Interesse deve ser modelada como uma região retangular com o eixo axial em z e lateral em x. O sistema de coordenadas adotado será (z,x).. O transdutor se desloca ao longo do eixo x e os sinais em modo pulso-eco refletidos pela ROI são adquiridos nas posições $(0, u_l)$, $1 \leq l \leq q$. O sinal $g_{u_l}(t_k)$ adquirido é amostrado nos tempos discretos t_k, $1 \leq k \leq p$, nas posições $(0, u_l)$. A ROI é também discretizada, com valores discretos de z e x denotados, respectivamente, por z_j e x_j, $1 \leq j \leq n$ e $1 \leq i \leq m$. A refletividade de um ponto na posição (z_j , x_i) dentro da região de interesse é dada por r_{z_j, x_i} .

A resposta impulsiva do transdutor, quando um espalhador pontual de amplitude unitária é posicionado nas coordenadas $(\hat{z}_j, \hat{x}_i)$ relativas à posição do transdutor, é dada por $s_{\hat{z}_j, \hat{x}_i}$. Se o transdutor é posicionado em u_l, o sinal recebido, $g_{u_l}(t_k)$, no instante t_k, é a soma da contribuição da resposta impulsiva de todos os pontos da região de interesse, no mesmo instante, escalonado pelo coeficiente de reflexão r_{z_i, x_i} de cada ponto (z_j , x_i), como mostra a seguinte equação:

$$g_{ul}(t_k) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} r_{z_j,x_i} \cdot S_{z_j,x_i-u_l}(t_k) \tag{3.4}$$

onde *zj,xi-ul* é a coordenada relativa entre a posição do transdutor (0, *Ul*) e o ponto $\left(\hat{z}_j, \hat{x}_i\right)$ do ROI.

As sequências bidimensionais, 2-D, r_{z_j,x_i} e $g_{u_l}\left(t_k\right)$ são vetores empilhados de modo a formar sequências unidimensionais. Com essa reordenação o modelo direto pode ser escrito como um sistema linear do tipo $Sr = g$, como mostra a equação (3.4), na forma matricial feito em (LAVARELLO et al, 2006).

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{z_1,x_1-u_1}(t_1) \\ S_{z_1,x_1-u_1}(t_2) \\ \vdots \\ S_{z_1,x_1-u_1}(t_p) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} S_{z_2,x_1-u_1}(t_1) \\ S_{z_2,x_1-u_1}(t_2) \\ \vdots \\ S_{z_2,x_1-u_1}(t_p) \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} S_{z_n,x_m-u_1}(t_1) \\ S_{z_n,x_m-u_1}(t_2) \\ \vdots \\ S_{z_n,x_m-u_1}(t_p) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} S_{z_1,x_1-u_2}(t_1) \\ S_{z_1,x_1-u_2}(t_2) \\ \vdots \\ S_{z_1,x_1-u_2}(t_p) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} S_{z_2,x_1-u_2}(t_1) \\ S_{z_2,x_1-u_2}(t_2) \\ \vdots \\ S_{z_2,x_1-u_2}(t_p) \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} S_{z_n,x_m-u_2}(t_1) \\ S_{z_n,x_m-u_2}(t_2) \\ \vdots \\ S_{z_n,x_m-u_2}(t_p) \end{bmatrix} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \begin{bmatrix} S_{z_1,x_1-u_q}(t_1) \\ S_{z_1,x_1-u_q}(t_2) \\ \vdots \\ S_{z_1,x_1-u_q}(t_p) \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} S_{z_2,x_1-u_q}(t_1) \\ S_{z_2,x_1-u_q}(t_2) \\ \vdots \\ S_{z_2,x_1-u_q}(t_p) \end{bmatrix} & \cdots & \begin{bmatrix} S_{z_n,x_m-u_q}(t_1) \\ S_{z_n,x_m-u_q}(t_2) \\ \vdots \\ S_{z_n,x_m-u_q}(t_p) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{z_1,x_1} \\ r_{z_2,x_1} \\ \vdots \\ r_{z_n,x_1} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} r_{z_1,x_2} \\ r_{z_2,x_2} \\ \vdots \\ r_{z_n,x_2} \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} r_{z_1,x_m} \\ r_{z_2,x_m} \\ \vdots \\ r_{z_n,x_m} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{u_1}(t_1) \\ g_{u_1}(t_2) \\ \vdots \\ g_{u_1}(t_p) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} g_{u_2}(t_1) \\ g_{u_2}(t_2) \\ \vdots \\ g_{u_2}(t_p) \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} g_{u_q}(t_1) \\ g_{u_q}(t_2) \\ \vdots \\ g_{u_q}(t_p) \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

(3.5)

onde a matriz dos coeficientes do sistema linear $S_{zj,xi-ul}$ representa as respostas impulsivas em modo pulso-eco e os vetores r e g representam as incógnitas (distribuição de refletividade) e os sinais medidos em modo pulso-eco, respectivamente. Sendo o vetor g definido pela equação (3.4), onde para cada posição do transdutor ($u_1 \leq u_l \leq u_q$), considerando os tempos de $t_1 \leq t_k \leq t_p$, as respostas impulsivas $S_{zj,xi-ul}$ são ponderadas pelas respectivas refletâncias $r_{zj,xi}$. A região de interesse tem dimensões em x e z dadas pelos índices i e j variando, respectivamente, de $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq j \leq n$.

3.2.3 Regularização do Modelo Direto Discretizado

A solução para o sistema linear descrito pela equação (3.4) é dada por

$$\hat{r} = \arg\min_{r} \left\{ \left\| g - Sr \right\|_2^2 \right\} \tag{3.6}$$

onde r e $\hat{r}$ são, respectivamente, as distribuições de refletividade ideal e reconstruída.

A solução para a equação acima pode ser encontrada utilizando-se a matriz pseudo-inversa de S, denotada por S+ (WATKINS, 2002). A decomposição de S pelos valores singulares (SVD) é dada por

$$S = UDT^T \tag{3.7}$$

onde U e V são matrizes unitárias e D é uma matriz diagonal com os valores singulares de S estando em ordem decrescente ao longo de sua diagonal principal. A pseudo-inversa de S é definida como

$$S^+ = VD^+U^+ \tag{3.8}$$

sendo D+ construída através da transposição de D e trocando-se todos os valores zerados pelos seus respectivos valores recíprocos. A solução, em termos da pseudo-inversa de S, é

$$\hat{r} = S^+ g = \sum_{i=1}^{n} \frac{u_i^T g}{\sigma_i} v_i \quad , \tag{3.9}$$

onde σi é o i-ésimo valor singular de S, u_i e v_i são, respectivamente, as i-ésimas colunas das matrizes unitárias U e V e *n* é o número de valores singulares de S.

O número de condição de uma matriz, definido como a razão entre o maior e o menor valor singular, σmax/ σmin , dá a medida da estabilidade do sistema a perturbações nas medidas.

O método de inversão do modelo, direto tem que ser estabilizado de modo a obter soluções significativas, o qual pode ser atingido através da aplicação da Regularização Generalizada de Tikhonov (VOGEL, 2002) ao problema inverso do Mínimo Erro Médio Quadrático (MMSE) ou MSE, o qual consiste na modificação da equação (3.4) tal que:

$$\hat{r} = \arg\min_{r} \left\{ \left\| g - Sr \right\|_2^2 + \alpha^2 f\left(r\right) \right\} \tag{3.10}$$

O primeiro termo da equação acima se refere a função de discrepância dos dados e corresponde a solução dada pelo MMSE do problema linearizado. O segundo termo, $\alpha^2 f\left(r\right)$, é a função de penalização ou função de custo e é um termo de estabilização que incorpora um conhecimento *à priori* sobre o sinal a ser recuperado.

3.3 Métodos de Seleção de Parâmetros de Regularização

Um bom parâmetro de regularização deve ser aquele no qual há um balanço entre o erro devido à perturbação do sistema e o erro devido à regularização na solução regularizada. Através dos anos uma grande variedade de estratégias para a escolha desses parâmetros vem sendo proposta. Esses métodos de escolha de parâmetros de regularização podem ser divididos em duas categorias: a norma quadrática do erro $\|e\|_2$ e a norma da perturbação do lado direito da equação da solução $\hat{r}$. As duas categorias se caracterizam segundo:

1. Métodos baseados em conhecimento ou numa boa estimativa de $\|e\|_2$;
2. Métodos que não requerem $\|e\|_2$, mas procuram extrair as informações necessárias do lado direito da equação de solução da regularização.

O único método pertencente à categoria 1 é o Princípio da Discrepância [Hansen, P.C. et. al., 1992], o qual, em toda sua simplicidade, escolhe o parâmetro de regularização de maneira tal que a norma residual para a solução regularizada satisfaz:

$$\|g - Sr_{reg}\|_2 = \|e\|_2 \tag{3.11}$$

Quando uma boa estimativa é conhecida para $\|e\|_2$, este método proporciona um bom parâmetro de regularização.

CAPÍTULO 4
MATERIAIS E MÉTODOS

4.1 Introdução

Usando-se o método de Tikhonov, foi feita a reconstrução de imagens ultrassônicas de um alvo imerso em meio líquido (água). Tais imagens foram geradas a partir de transdutores operando em modo pulso-eco. Primeiramente, para gerar imagens simuladas, foram usados dois transdutores, sendo um plano e outro côncavo. Posteriormente, para gerar imagens experimentais, foi usado apenas o transdutor plano.

Para realizar a simulação das imagens reconstruídas, precisa-se determinar a resposta impulsiva do transdutor piezelétrico de ultrassom operando em modo pulso-eco. A simulação do campo acústico produzido e das respostas impulsivas para cada alvo foi implementada no software MATLAB®, de acordo com os trabalhos apresentados por Stepanishen (1971) e Weight (1978), conforme descrito no capítulo 3. Nessa implementação, considera-se o transdutor como pistão plano, onde todos os pontos de sua superfície vibram em fase e com a mesma amplitude. Uma vez implementado o modelo para um transdutor com geometria circular plana, o algoritmo foi estendido para simular um transdutor côncavo, que será detalhado neste capítulo.

4.2 Modelo de pistão côncavo discretizado

Para se obter a resposta impulsiva de um alvo, o pistão côncavo foi discretizado tomando-se a sobreposição de anéis concêntricos, de diâmetros progressivos, em profundidades diferentes, terminando em um disco circular, conforme mostra a figura 4.

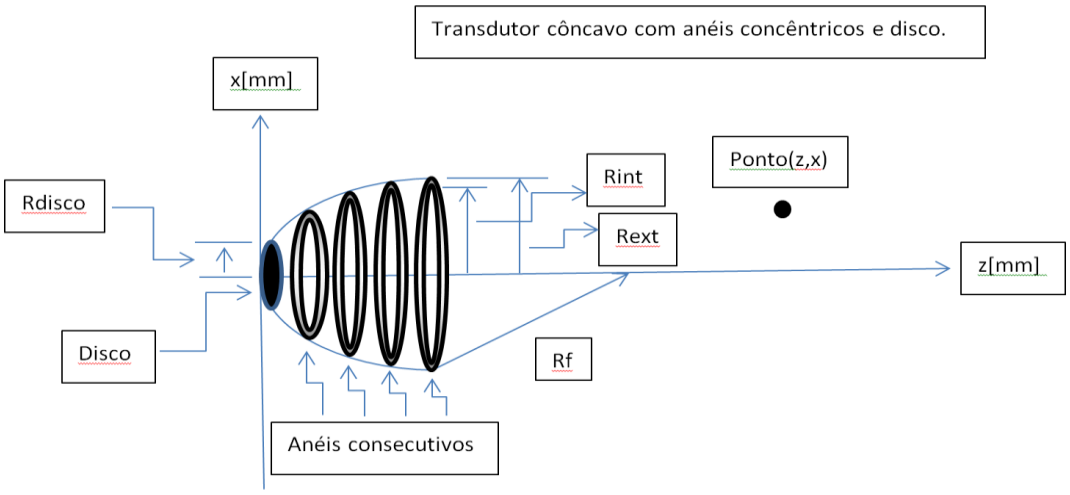

Figura 4 - Geometria do pistão côncavo discretizado em anéis.

Na figura (4), Rdisco é o raio do disco, Rext é o raio externo do anel, Rint é o raio interno do anel, Rf é o raio de curvatura do transdutor focalizado. O ponto (z, x) está localizado na região de interesse. Cada anel é formado pela subtração de dois discos concêntricos de raios Rext e Rint, conforme a equação (4.1):

$$Aanel = \pi(Rext^{2} - Rint^{2}) \tag{4.1}$$

A figura (5) apresenta um dos alvos simulados na ROI usando-se um transdutor côncavo para gerar a imagem.

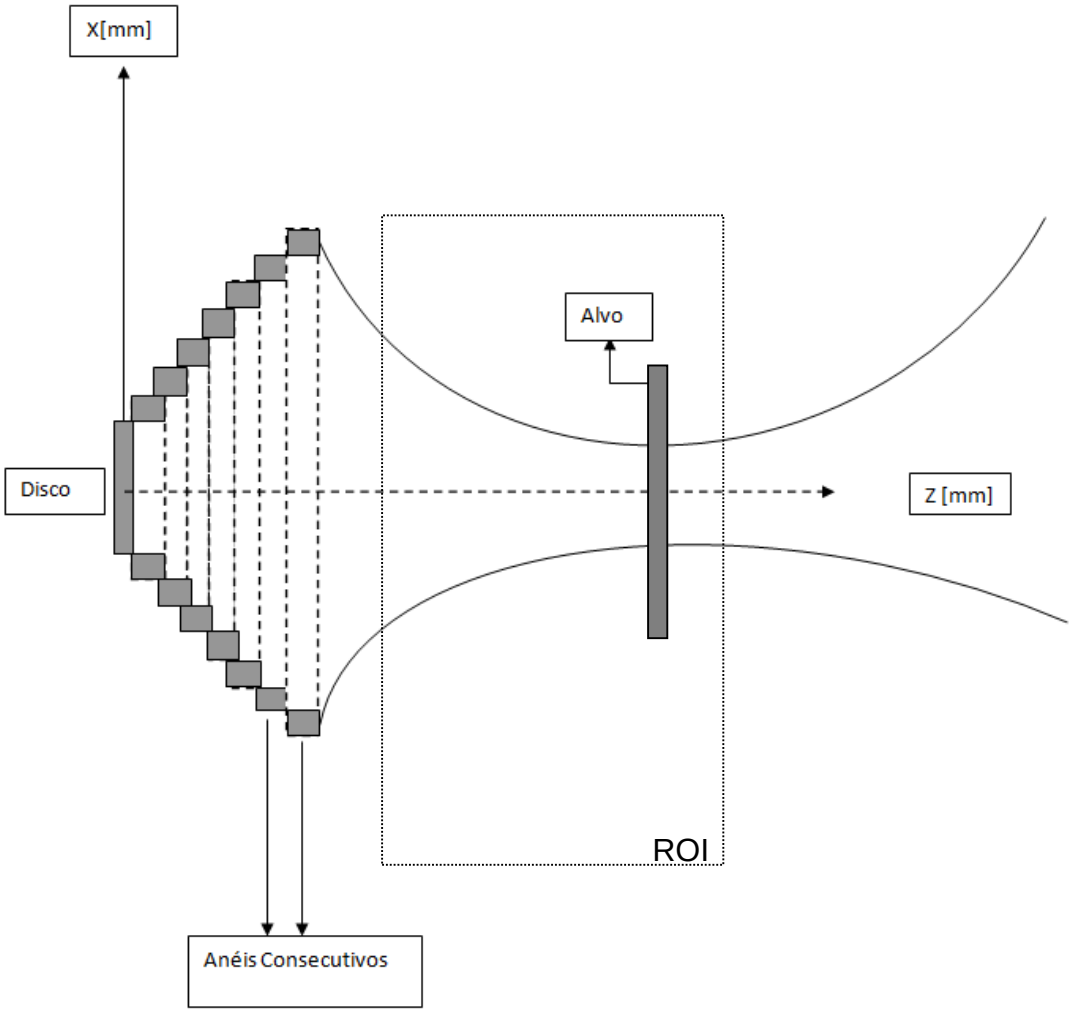

Figura 5 - Representação do transdutor côncavo (anéis concêntricos e disco), roi e alvo.

A resposta impulsiva em um ponto do espaço é a soma da diferença entre as respostas impulsivas de cada anel. Então, define-se a resposta impulsiva do potencial de velocidade do pistão côncavo:

$$h_{Côncavo}\left(\vec{r},t\right)=\left[\left(\sum_{i=1}^{Nanéis} h_i\left(\vec{r},t\right)-h_{i-1}\left(\vec{r},t\right)\right)+h_{DISCO}\left(\vec{r},t\right)\right] \tag{4.2}$$

onde $N_{anéis}$ é o número de anéis concêntricos, $h_{i(r,t)}$ e $h_{i-1(r,t)}$ são as respostas impulsivas dos discos (externo e interno) que compõem o anel i, e h_{DISCO} é a resposta impulsiva do disco.

Pelo princípio da reciprocidade, a resposta impulsiva do potencial de velocidade em modo pulso-eco, dada pela equação 4.3, resulta da dupla convolução das respostas impulsivas em cada ponto do campo.

$$h_{pe}^{concave}(t) = v(t) * h_{pulse}^{concave}(t) * h_{echo}^{concave}(t) \tag{4.3}$$

onde $Vn(t)$ é a velocidade normal. Em termos de pressão acústica, tem-se:

$$p(\vec{r},t) = \rho_0 V_n(t) \otimes h_{pulse}^{concave}(\vec{r},t) \otimes h_{echo}^{concave}(\vec{r},t) \tag{4.4}$$

A resposta impulsiva em modo pulso-eco foi calculada para um transdutor inspecionando uma região de interesse (ROI) retangular, sendo $x_a \leq x \leq x_b$ e $z_a \leq z \leq z_b$. A posição do transdutor é dada pelas coordenadas Ul ($0 \leq l \leq q$) ao longo do eixo x. O alvo, localizado dentro da ROI, é representado por um conjunto de refletores pontuais com coeficiente de reflexão $R_i(z, x)$, sendo ($1 \leq i \leq N$), onde N é o número de pontos . A figura (6) apresenta o *grid* de pontos usado na discretização do ROI, o transdutor (representado por um retângulo preto) e o sistema de coordenadas usado para a varredura.

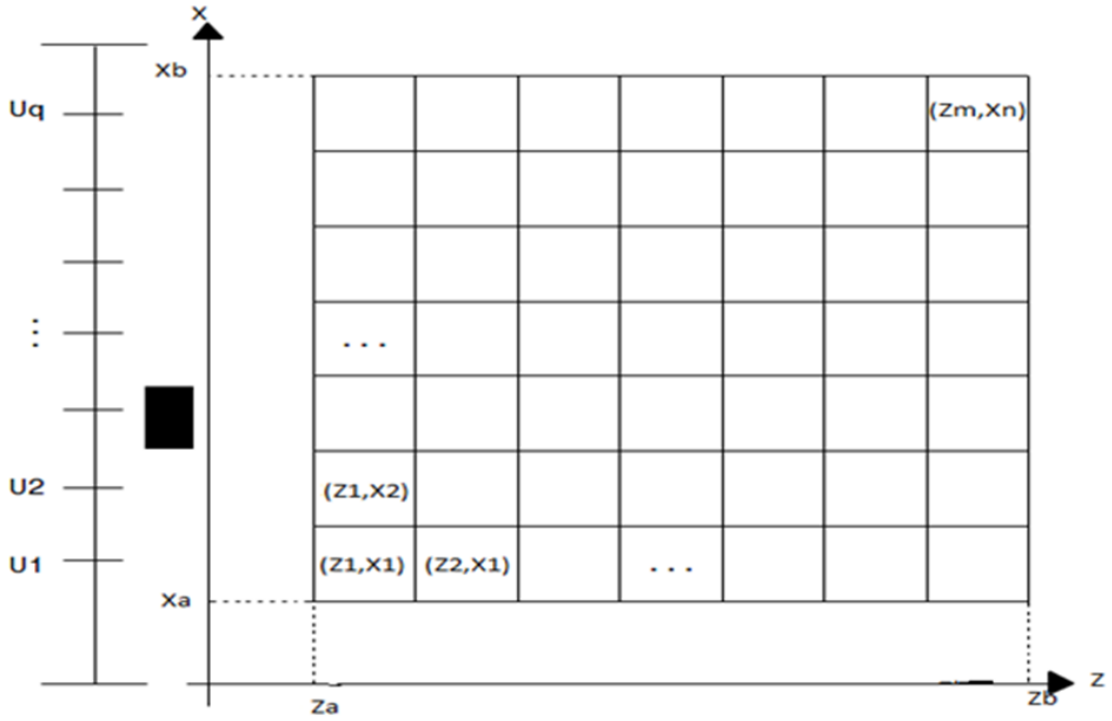

Figura 6 - Geometria usada na discretização do ROI.

4.3 Algoritmos utilizados nas simulações e ensaios experimentais

4.3.1 Simulações da parte teórica

Simulações foram realizadas para reconstruir imagens utilizando o método de regularização de Tikhonov. Nessas simulações foram utilizados dois transdutores circulares, um plano (20mm de diâmetro) e outro côncavo (19mm de diâmetro), que irradiavam pressão acústica sobre um ou mais alvos posicionados no ROI. Para ambos os transdutores, utilizou-se um sinal de excitação com frequência central de 1 MHz e taxa de amostragem de 40 MHz.

O sinal de excitação e os sinais recebidos (A-scans) simulados foram inseridos nos modelos dos pistões plano e côncavo, como mostra o fluxograma da Figura 4.4.

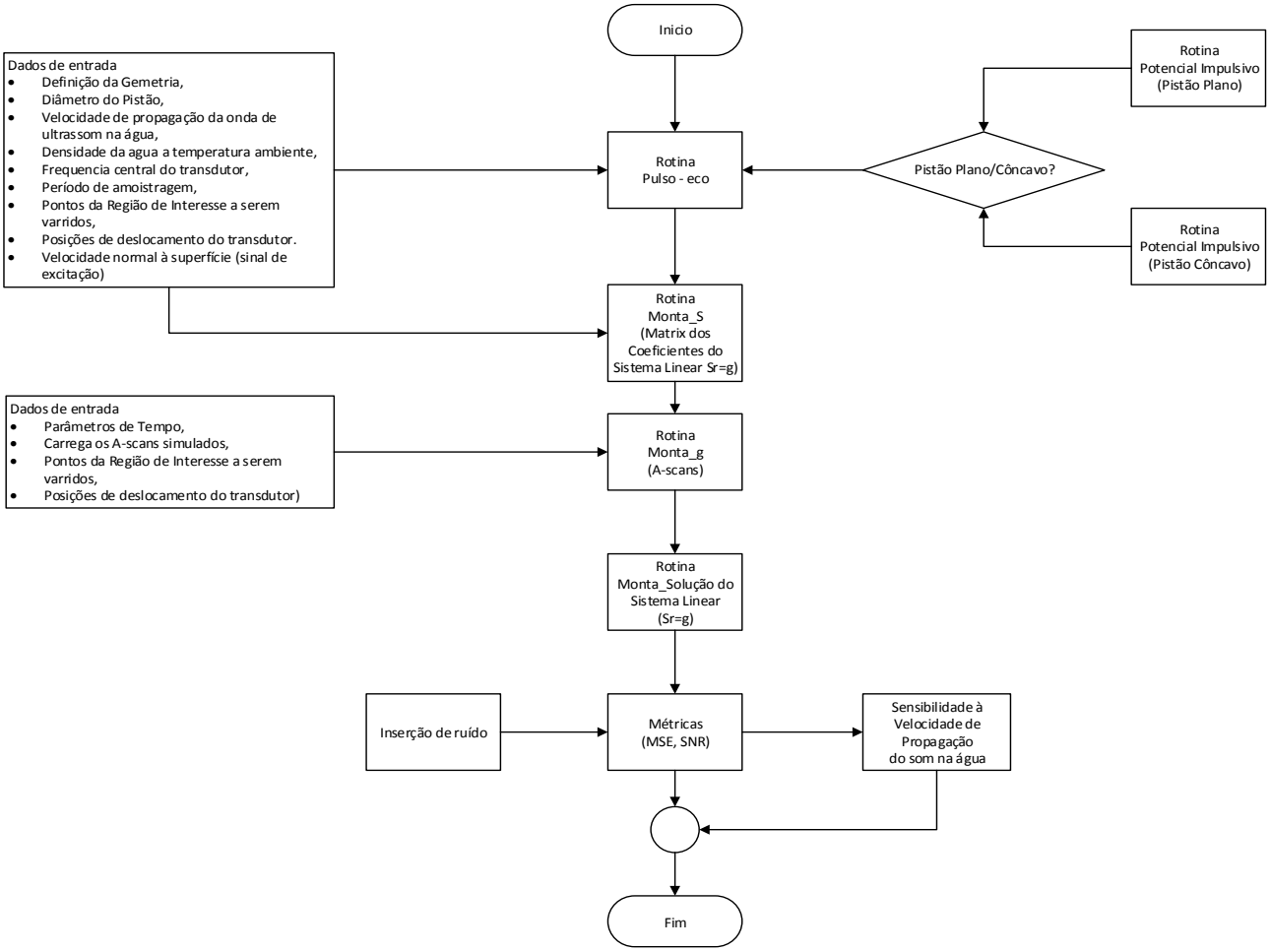

Figura 7 - Fluxograma das rotinas de software da parte teórica simulada.

O cálculo do potencial de velocidade para o pistão plano, realizado pela rotina *Potencial.m* (Anexo I - 5), leva em consideração a equação (3.5), apresentada no capítulo 3.

Já a rotina que calcula o potencial de velocidade para o pistão côncavo, realizado pela rotina *PotencialConcavo.m* (Anexo III - 1) considera o equacionamento tratado para o modelo do pistão côncavo proposto na seção 4.2.

O vetor g do sistema linear Sr=g, apresentado na equação (4.10), que simula os dados experimentais em modo pulso-eco, é calculado pela rotina *monta_g_teorico.m* (Anexo I - 2) sendo o vetor g definido pela equação (4.4)

$$g_{ul}(t_k) = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} r_{z_j,x_i} \cdot S_{z_j,x_i-u_l}(t_k) \tag{4.10}$$

Onde, para cada posição do transdutor, variando de $u_1 \leq u_l \leq u_q$ e considerando os tempos de $t_1 \leq t_k \leq t_p$, tem-se a varredura da região de interesse. As respostas impulsivas $S_{zj,xi-ul}$ são ponderadas pelas respectivas refletâncias $r_{zj,}xi$. A região de interesse tem dimensões em *x* e *z* dadas pelos índices *i* e *j* variando, respectivamente, de $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq j \leq n$.

A matriz dos coeficientes do sistema linear $S_{zj,xi-ul}$, que representa as respostas impulsivas em modo pulso-eco, é dada pela equação (4.4) e é calculada pela rotina *monta_S_teorico.m* (Anexo I - 3):

$$h_{pe}(t) = v(t) * h_{pulse}(t) * h_{echo}(t) \tag{4.11}$$

Ou na forma de pressão

$$p(\vec{r},t) = KV_n(t) \otimes h_{pulse}(\vec{r},t) \otimes h_{echo}(\vec{r},t) \tag{4.12}$$

onde *K* é uma constante que envolve a densidade da água e a velocidade de propagação na água.

A solução do sistema linear (Sr=g) é então calculada pela rotina *SolucaoTikhonov.m* (Anexo I - 7):

$$r_{Tikh} = (S^T * S + alfa^2 * L^T * L)^{-1} * S^T * g \tag{4.13}$$

onde L é a aproximação discreta do gradiente que suaviza localmente a solução do sistema linear, pois preserva as bordas melhor do que a matriz identidade e também reforça a suavidade para longe das bordas (LAVARELLO, 2006).

Para este cálculo é necessário definir como dados de entrada iniciais: a geometria do refletor, o diâmetro do pistão, a velocidade de propagação da onda de ultrassom na água, a densidade da água, a frequência central do transdutor, o período de amostragem, os pontos da região de interesse (ROI) a serem varridos, as posições

de deslocamento do transdutor e a velocidade normal (Vn) à superfície (sinal de excitação).

A avaliação numérica das imagens após a reconstrução foi feita baseada na estimativa do erro médio quadrático (MSE – Mean Square Error) normalizado, definido por:

$$\mathrm{MSE} = \frac{\|\mathrm{r} - \hat{r}\|_2^2}{\|\hat{r}\|_2^2}$$

Onde:

r é a distribuição da refletividade da imagem reconstruída;

$\hat{\mathrm{r}}$ é a distribuição da refletividade da imagem original.

4.3.2 Simulações dos ensaios experimentais

Para o pistão circular plano foram inseridos no modelo teórico os sinais em modo pulso-eco (A-scans) obtidos experimentalmente e o sinal de excitação (Vn), como mostra o fluxograma da Figura 8.

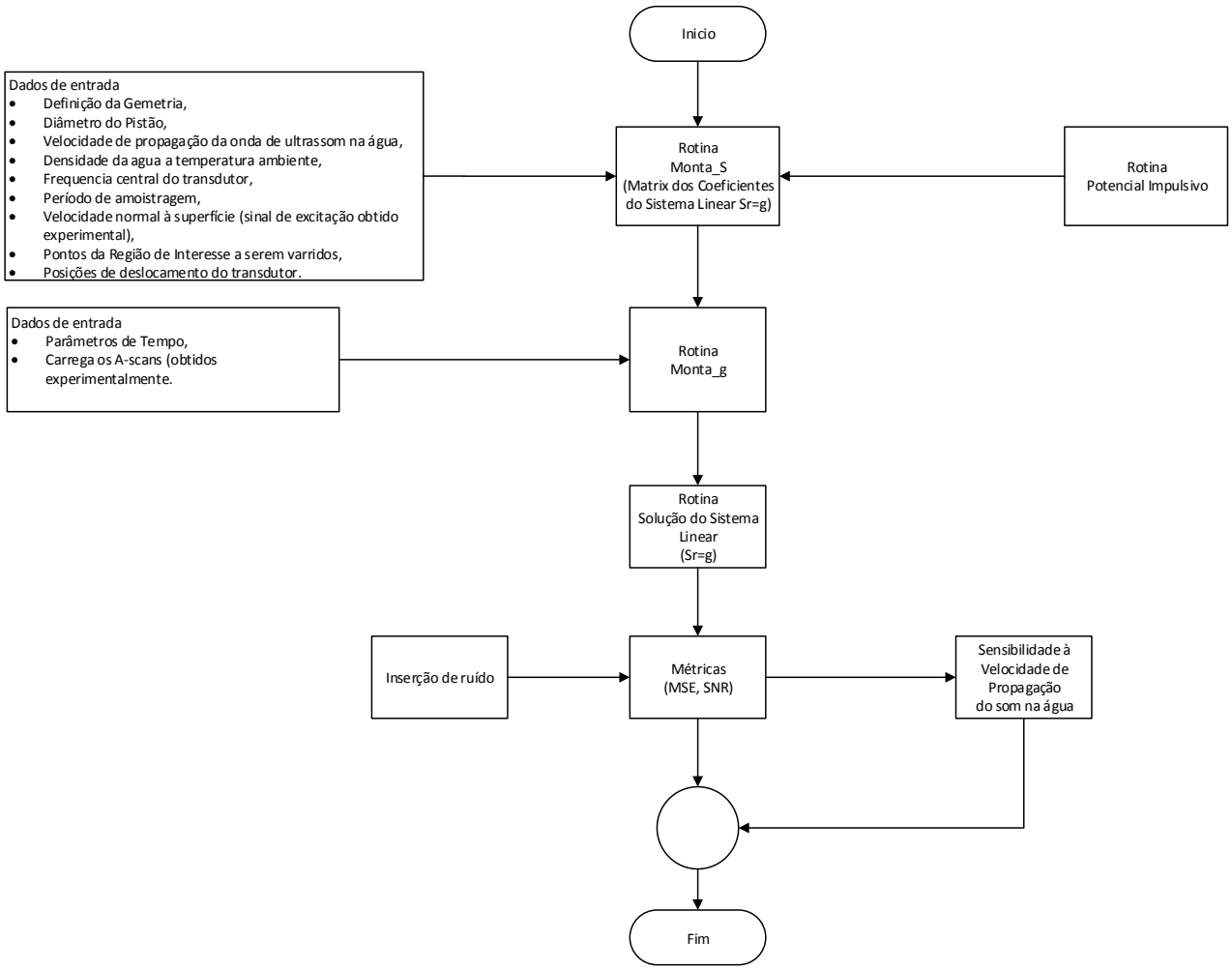

Figura 8 - Fluxograma das rotinas de software da parte experimental simulada.

O cálculo do potencial de velocidade, realizado pela rotina *Potencial.m* (Anexo I - 5), é o mesmo que para a parte teórica do pistão plano. Os sinais em modo pulso-eco obtidos no ensaio experimental foram calculados pela rotina *monta_g_exp.m* (Anexo II - 1), sendo reinseridos no modelo teórico da mesma maneira que os dados simulados haviam sido para a rotina *monta_g_teorico.m* (Anexo I - 2). Para o cálculo da solução do sistema linear, no caso dos ensaios experimentais, o procedimento é idêntico à parte teórica, isto é, utiliza-se a rotina *SolucaoTikhonov.m* (Anexo I - 7).

4.4 Ensaios experimentais

Os equipamentos e dispositivos utilizados nos ensaios foram:

1. Transdutor ultrassônico monoelemento com frequência central de 1,0MHz e diâmetro de 19mm (Panametrics – NDT – V314);
2. Hidrofone tipo agulha com diâmetro de 0,6 mm;
3. Osciloscópio – DSO6052 A – 500 MHz – (Agilent Technologies);
4. Pulsador/Receptor– Modelo 5077PR – (Panametrics – NDT);
5. Posicionador automatizado de varredura com controle de 5 eixos (Escola Politécnica da USP, Brasil);
6. Microcomputador com processador de 2,4 GHz Intel Core 2 de 32 bits e memória RAM de 4,0 GBytes;
7. Microcomputador com processador de 3,2 GHz Intel Xeon de 64 bits e memória RAM de 12,0 GBytes;
8. Alvo de acrílico de 10,2 mm de largura, 300mm de altura e 100mm de profundidade;
9. Alvo de alumínio de 10 mm de largura, 100mm de altura e 100mm de profundidade.

A figura (9) apresenta o diagrama de blocos da parte experimental, que inclui o microcomputador 1, o sistema manipulador dos eixos cartesianos (x, y, z), o tanque de imersão, o sistema de geração e aquisição de sinais ultrassônicos (pulsador/receptor), o osciloscópio digital, o microcomputador 2 e dois alvos (um de acrílico e outro de alumínio). O sistema manipulador dos eixos possui o software que o controla (EMC2) e é ligado ao microcomputador 1 por meio de um cabo paralelo (DB25). Os sinais foram transmitidos por meio de uma rede LAN (Local Área Network) conectada diretamente por um cabo ethernet entre o osciloscópio e o computador 2. O microcomputador 2, através do software MATLAB®, possui uma rotina que adquire os sinais em modo pulso-eco e os armazena em um diretório apropriado. O aparato experimental completo é apresentado na Figura 10.

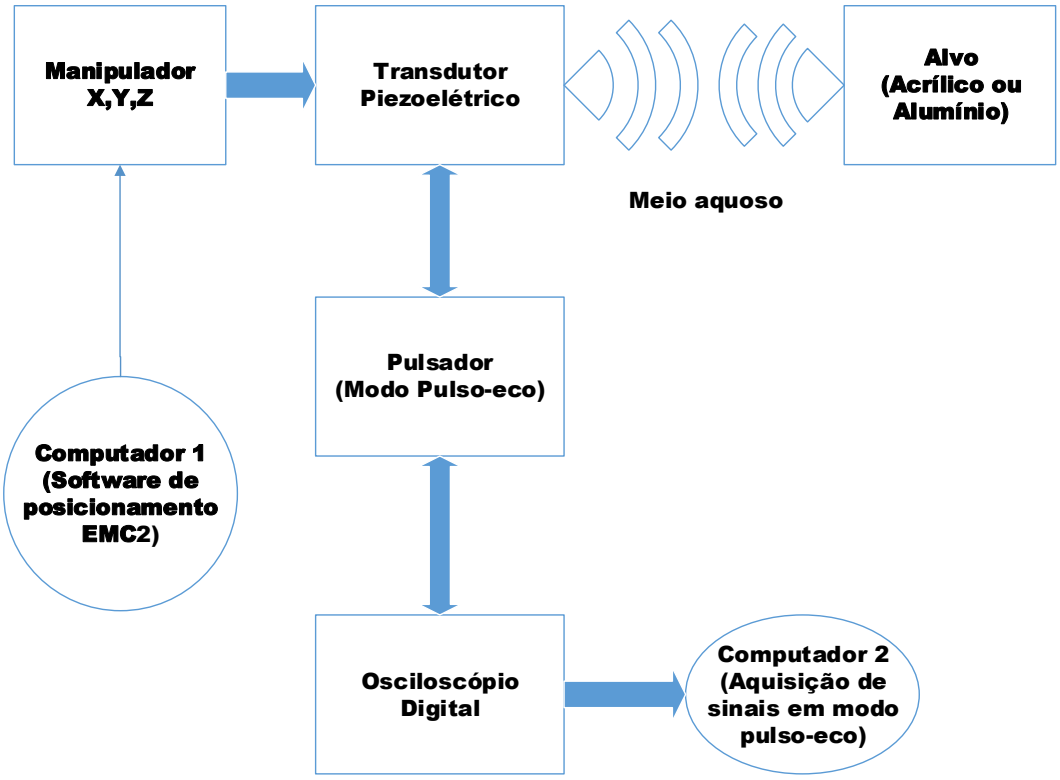

Figura 9 - Diagrama de blocos do sistema experimental.

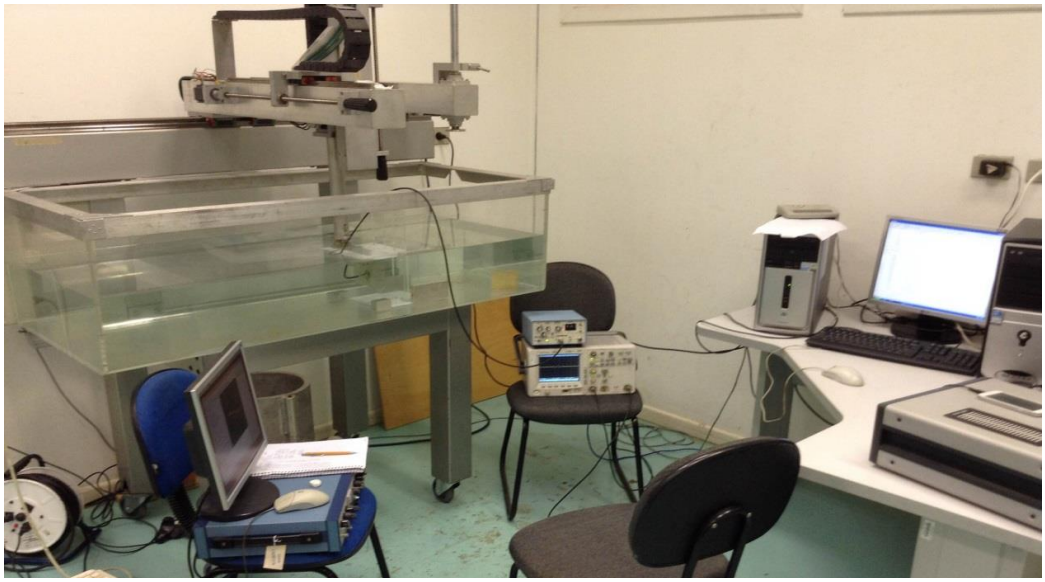

Figura 10 - Aparato experimental: manipulador e eletrônico.

Nos ensaios, foram utilizados dois alvos: um de acrílico (Figura 11) e outro de alumínio (Figura 12). As medições foram realizadas em água, com densidade ρ=1000 Kg/m^3 e velocidades de propagação de 1488 m/s para o acrílico e 1492 m/s para o alumínio, e à temperatura de 21,8 ^{o}C para o acrílico e de 23,3 ^{o}C

para o alumínio. Foi utilizado um transdutor de 19 mm de diâmetro, com frequência central de 1,0 MHz e com frequência de repetição de pulso de 100 Hz, sendo excitado com amplitude de 100 volts. Para garantir o paralelismo entre o transdutor e cada alvo, a face plana do transdutor foi posicionada pelo manipulador cartesiano de forma a encostar por completo na superfície de cada alvo e, subsequentemente, o transdutor foi afastado em 60mm do acrílico e em 59mm do alumínio. Os alvos foram escolhidos para que suas dimensões de altura e de profundidade fossem muito maiores que suas respectivas larguras, de maneira que as reflexões internas pudessem ser desprezadas.

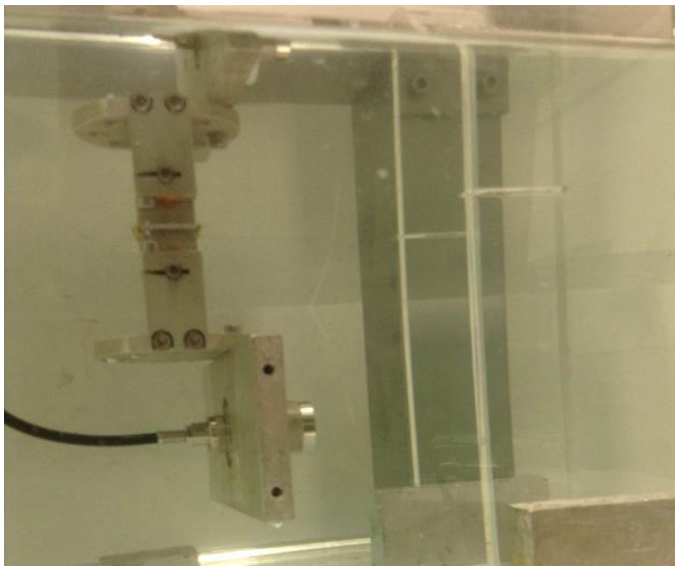

Figura 11 - Transdutor piezelétrico e alvo de acrílico.

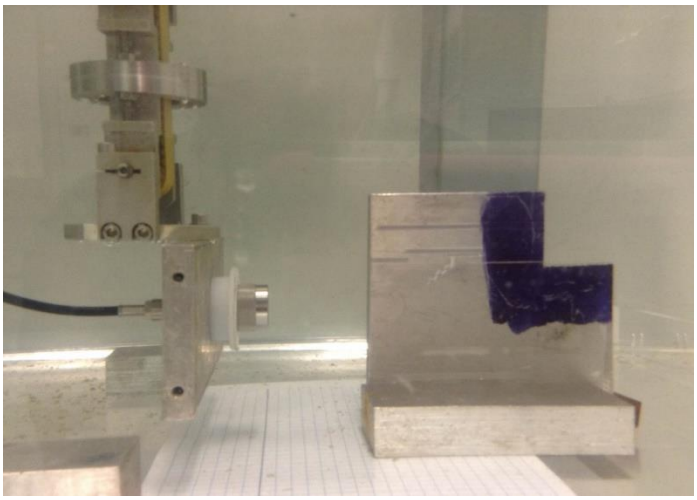

Figura 12 - Transdutor piezelétrico e alvo de alumínio.

CAPÍTULO 5
RESULTADOS OBTIDOS E DISCUSSÕES

5.1 SIMULAÇÕES

O campo acústico teórico produzido por um transdutor piezelétrico de diâmetro 19mm e frequência central de 1 MHz, propagando-se na água (*c*=1500 m/s), é apresentado na figura 13.

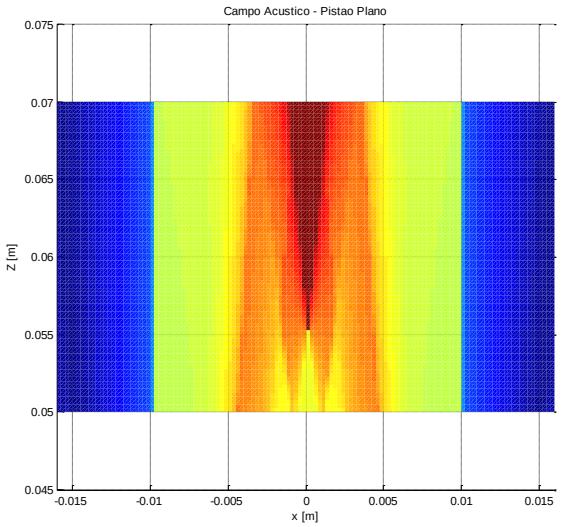

Figura 13 - Campo acústico emitido por um transdutor piezelétrico de diâmetro 19mm.

O sinal de excitação teórico (Vn) utilizado nas simulações é constituído de um pulso com cinco ciclos de senóide e uma frequencia de amostragem de 40 MHz. As figuras 14 e 15 mostram o sinal de excitação e sua transformada de Fourier.

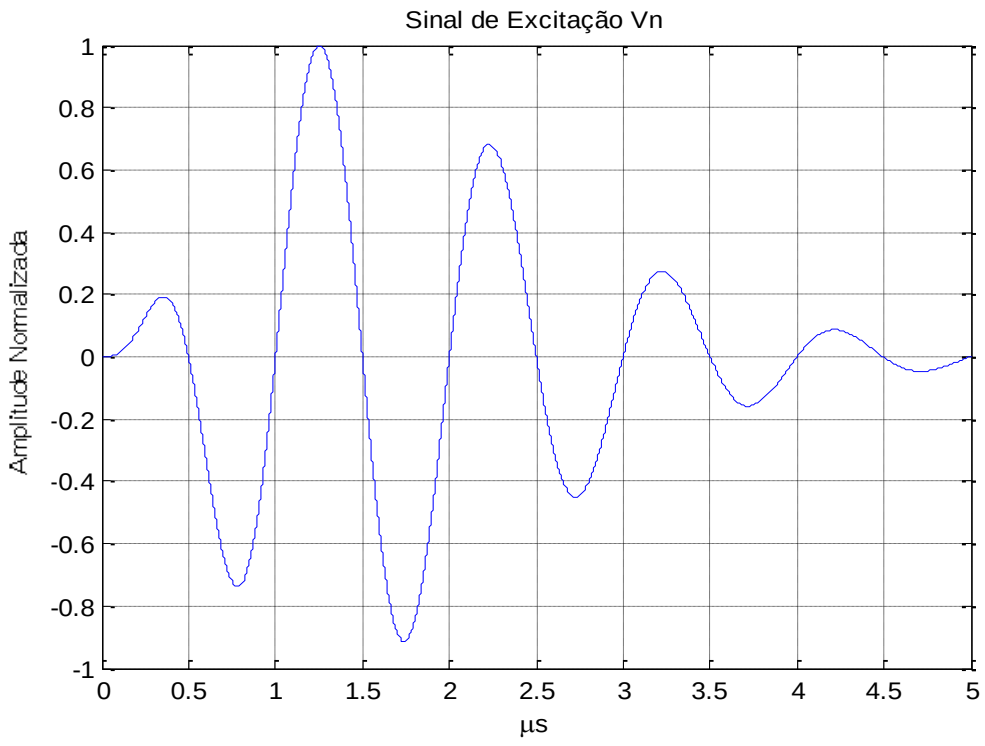

Figura 14 - Sinal de excitação teórico Vn.

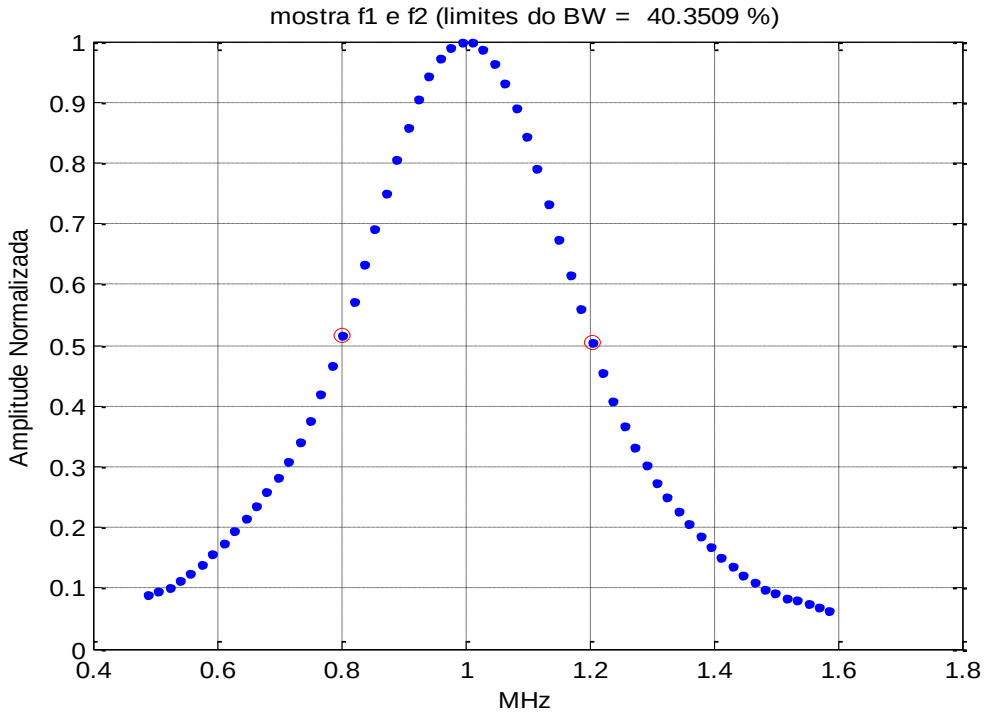

Figura 15 - Transformada de Fourier do sinal de excitação teórico Vn.

São apresentados a seguir, nas seções 5.2 (pistão plano) e 5.3 (pistão côncavo), os resultados das simulações na reconstrução de imagens pelo método da regularização de Tikhonov usando somente dados teóricos. O sinal de excitação teórico apresentado na figura 14 foi usado para o cálculo teórico dos sinais de eco obtidos na varredura da ROI contendo três diferentes conjuntos de pontos, todos com refletividade acústica igual a 1. Esses conjuntos de pontos, que representam os refletores, foram obtidos de: (i) um segmento de reta de 10 mm; (ii) dois segmentos de reta de 5 mm espaçados de 12 mm, na mesma profundidade; (iii) dois segmentos de reta de 5 mm espaçados de 12 mm, em profundidades diferentes. No cálculo desses sinais de eco foram usados dois pistões circulares, sendo um plano e outro côncavo.

5.2 Pistão Circular Plano

Nas simulações feitas com o pistão circular plano para a reconstrução das imagens através do método de Tikhonov foram utilizados: diâmetro do transdutor (D) igual a 20 mm, velocidade de propagação na água (c) igual a 1500 m/s, densidade da água igual a 1000 kg/m^3, frequência central do transdutor (freq) igual a 1MHz, período da onda (T) igual a 1/freq e período de amostragem (dT) igual a T/8. A região de interesse (ROI) foi definida entre -16mm ≤ x ≤ +16mm e +50mm ≤ z ≤ +70mm com discretização Δx=Δz=0,25mm. O transdutor operando em modo pulso-eco varreu o ROI na direção x de -10 mm a 10 mm com passo de 1mm, simulando as aquisições dos *A-scans* em 21 pontos. Na determinação dos sinais teóricos de pulso-eco, o período de amostragem (dT) usado foi igual a T/40, como mostra a rotina PE6.m (Anexo I - 4).

A figura 16 mostra a imagem simulada de um segmento de reta de 10mm na ROI e as figuras 17 e 18 mostram essa imagem reconstruída após a aplicação da regularização de Tikhonov. Na figura 18 a imagem foi normalizada e retificada.

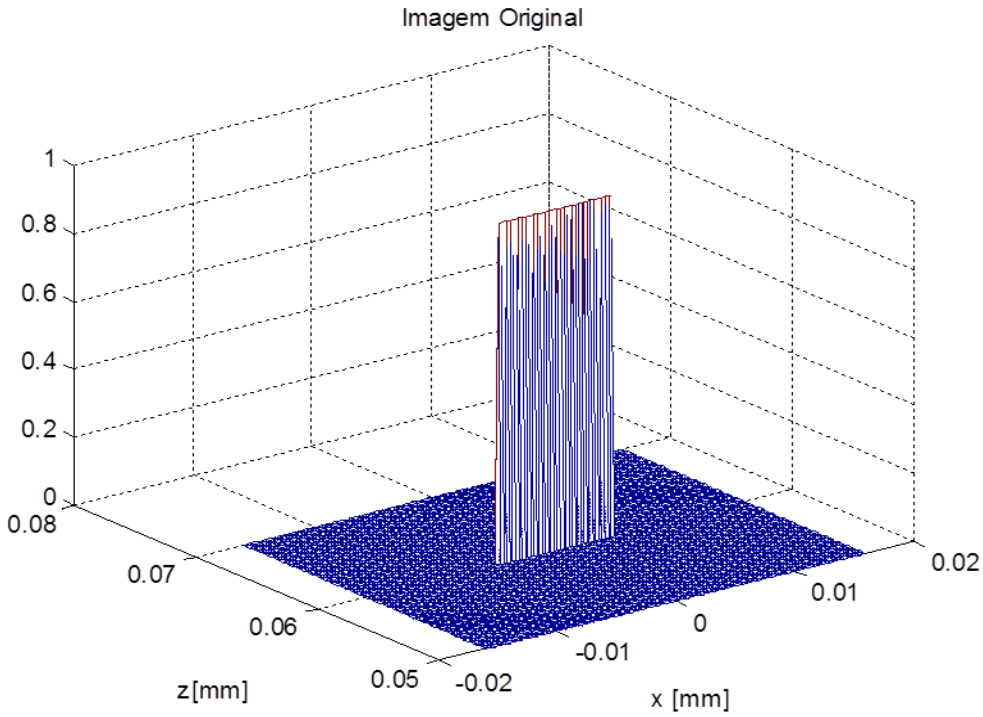

Figura 16 - Imagem de um segmento de reta de 10mm.

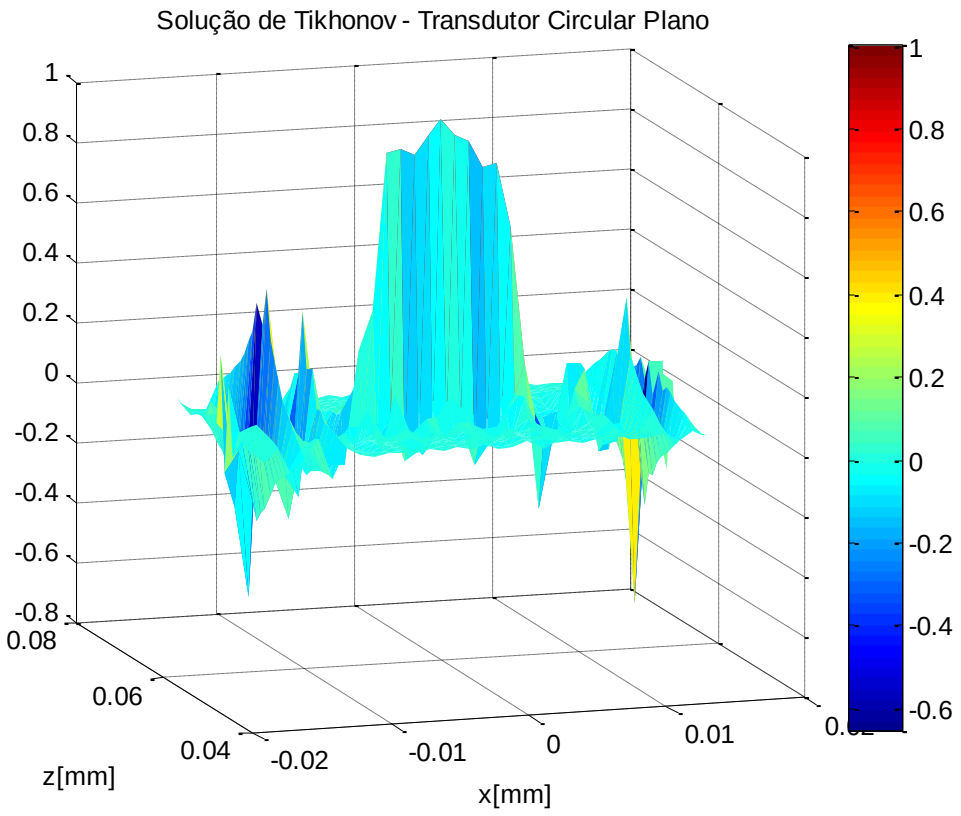

Figura 17 - Imagem reconstruída de um segmento de reta após regularização de Tikhonov (pistão plano).

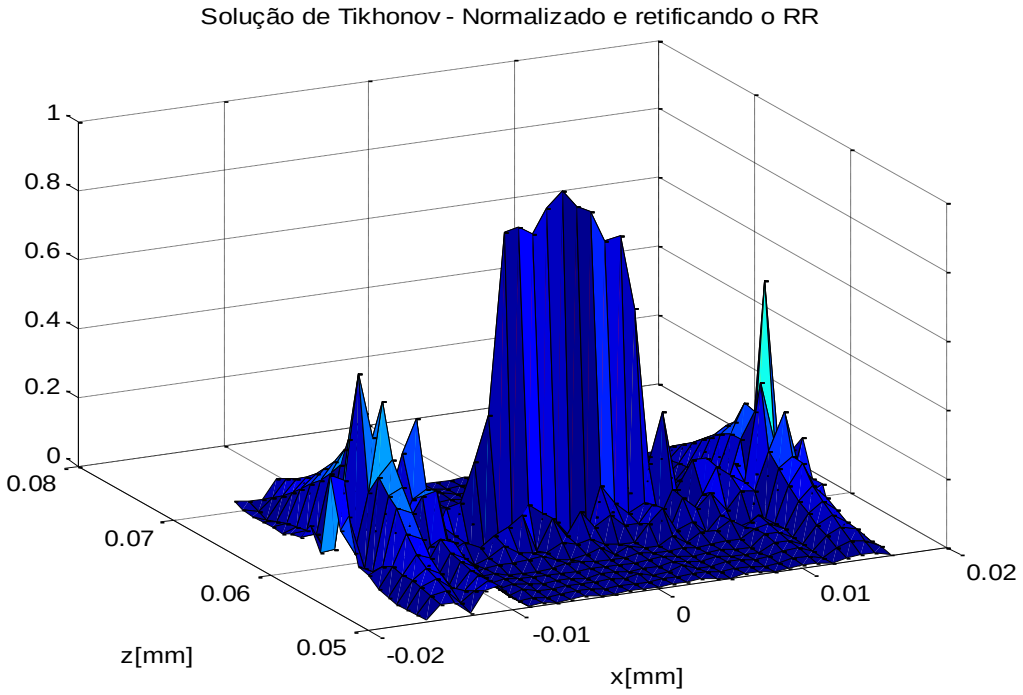

Figura 18 - Imagem reconstruída de um segmento de reta após regularização de Tikhonov, normalizada e retificada (pistão plano).

A figura 19 mostra a imagem simulada de dois segmentos de reta de 5 mm espaçados de 12 mm na ROI e as figuras 20 e 21 mostram essa imagem reconstruída após a aplicação da regularização de Tikhonov. Na figura 21 a imagem foi normalizada e retificada.

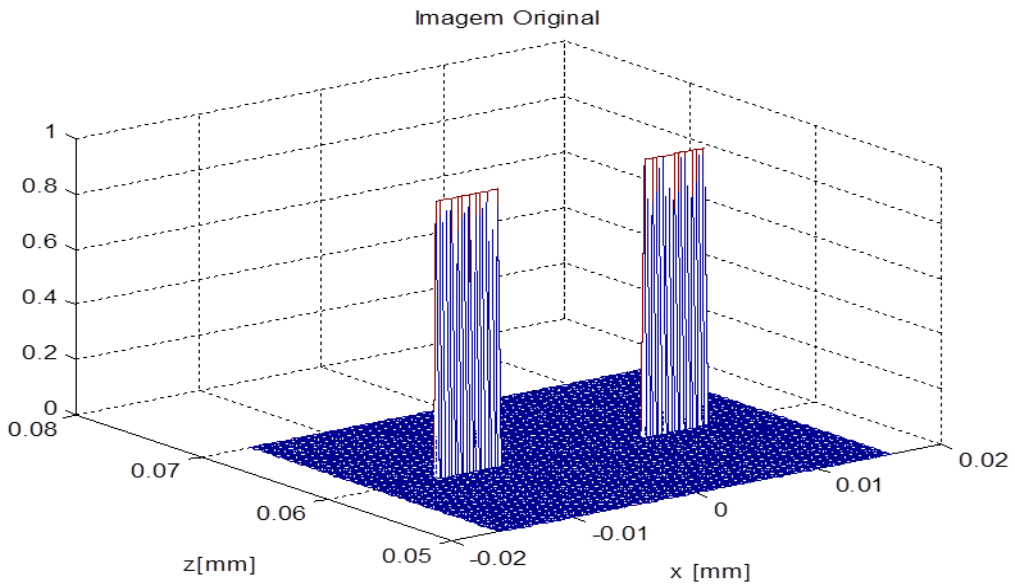

Figura 19 - Imagem original de dois segmentos de 5 mm, espaçados de 12 mm.

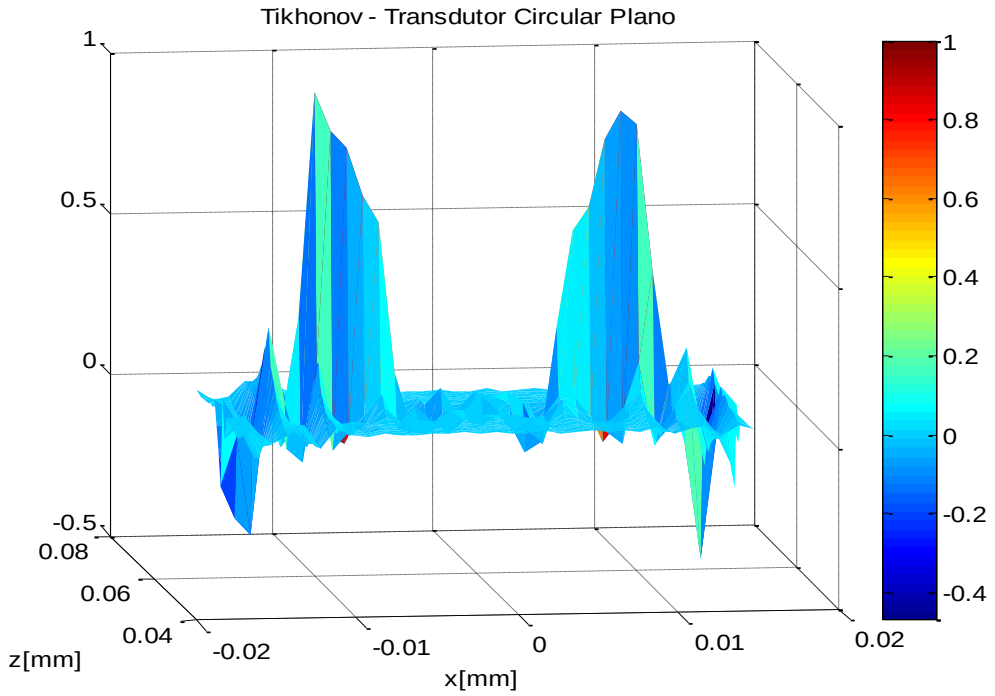

Figura 20 - Imagem reconstruída de dois segmentos de 5 mm espaçados de 12 mm após regularização de Tikhonov (pistão plano).

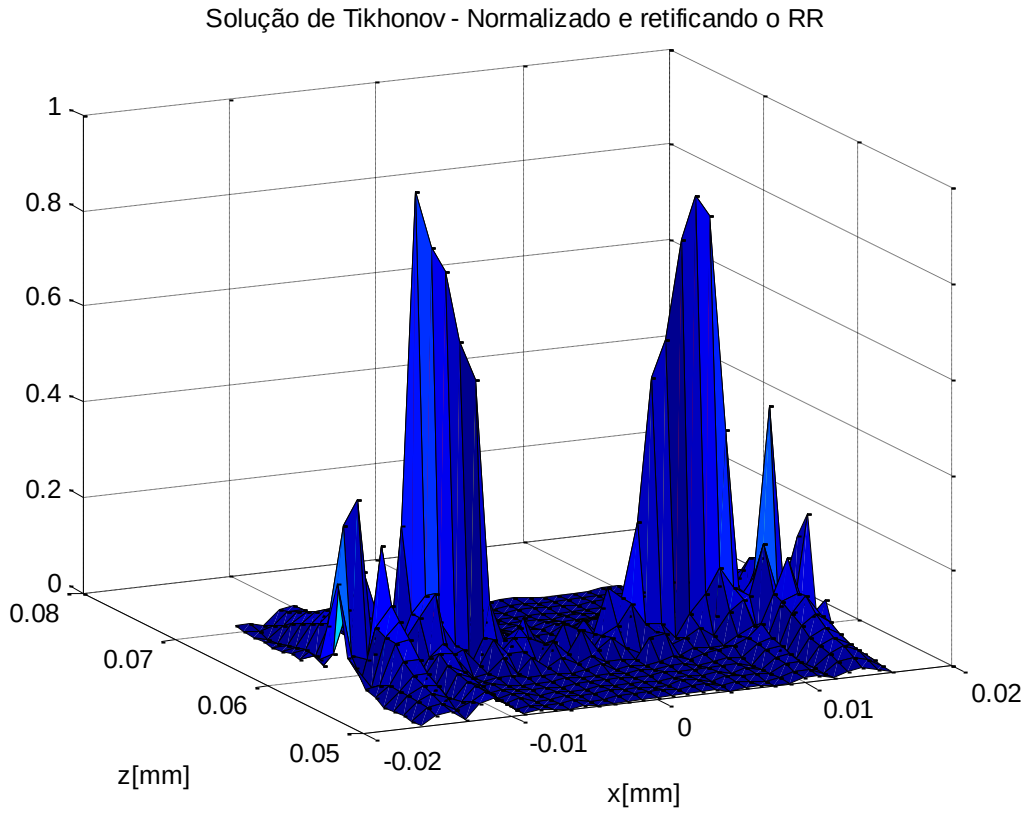

Figura 21 - Imagem reconstruída de dois segmentos de 5 mm espaçados de 12 mm após regularização de Tikhonov, normalizada e retificada (pistão plano).

A figura 22 mostra a imagem simulada de dois segmentos de reta de 5 mm, espaçados de 12 mm e em profundidades diferentes (z=55mm e z=65mm), na ROI e as figuras 23 e 24 mostram essa imagem reconstruída após a aplicação da regularização de Tikhonov. Na figura 24 a imagem foi normalizada e retificada

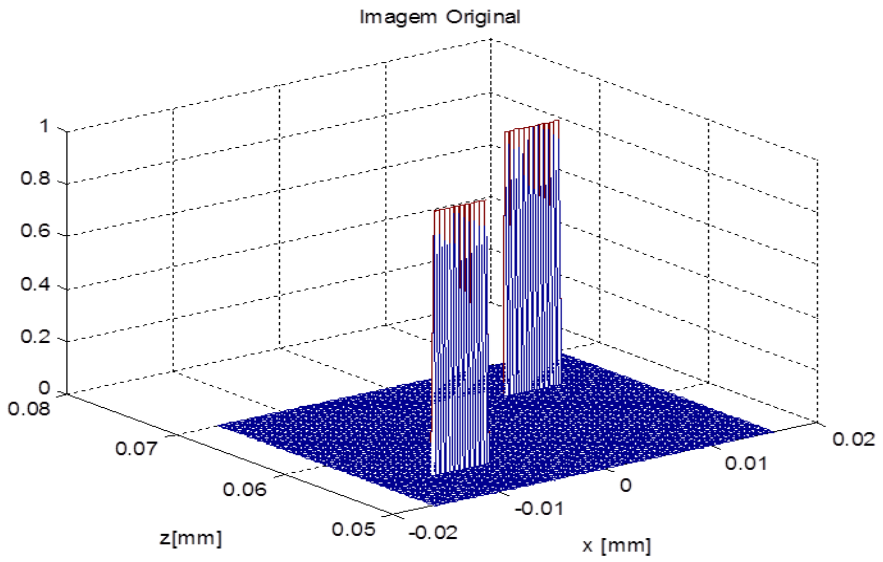

Figura 22 - Imagem original de dois segmentos de 5 mm em profundidades diferentes.

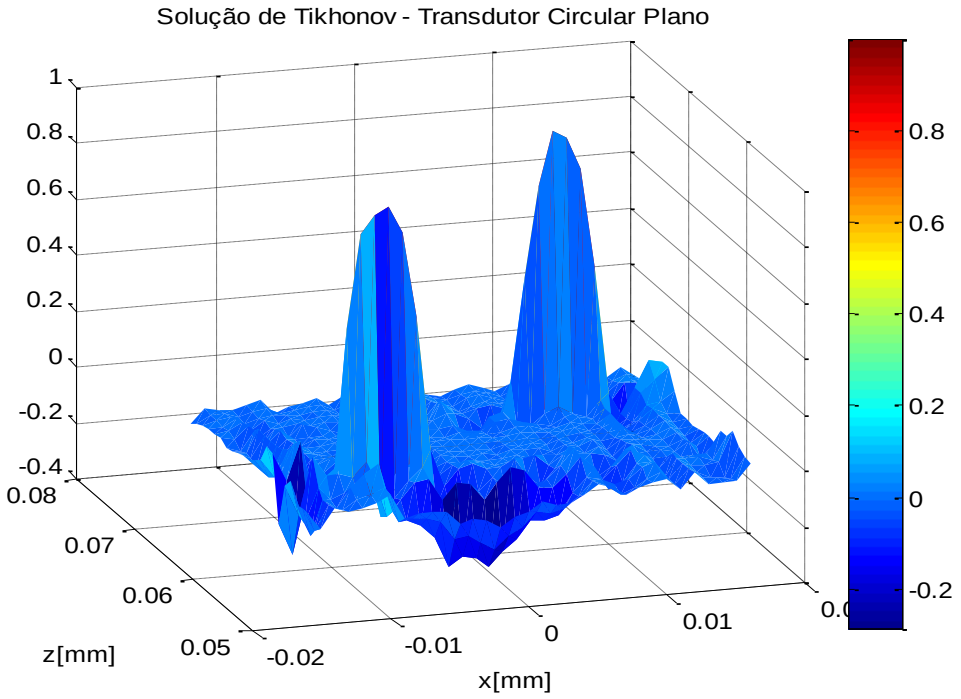

Figura 23 - Imagem reconstruída de dois segmentos de 5 mm em profundidades diferentes após regularização de Tikhonov (pistão plano).

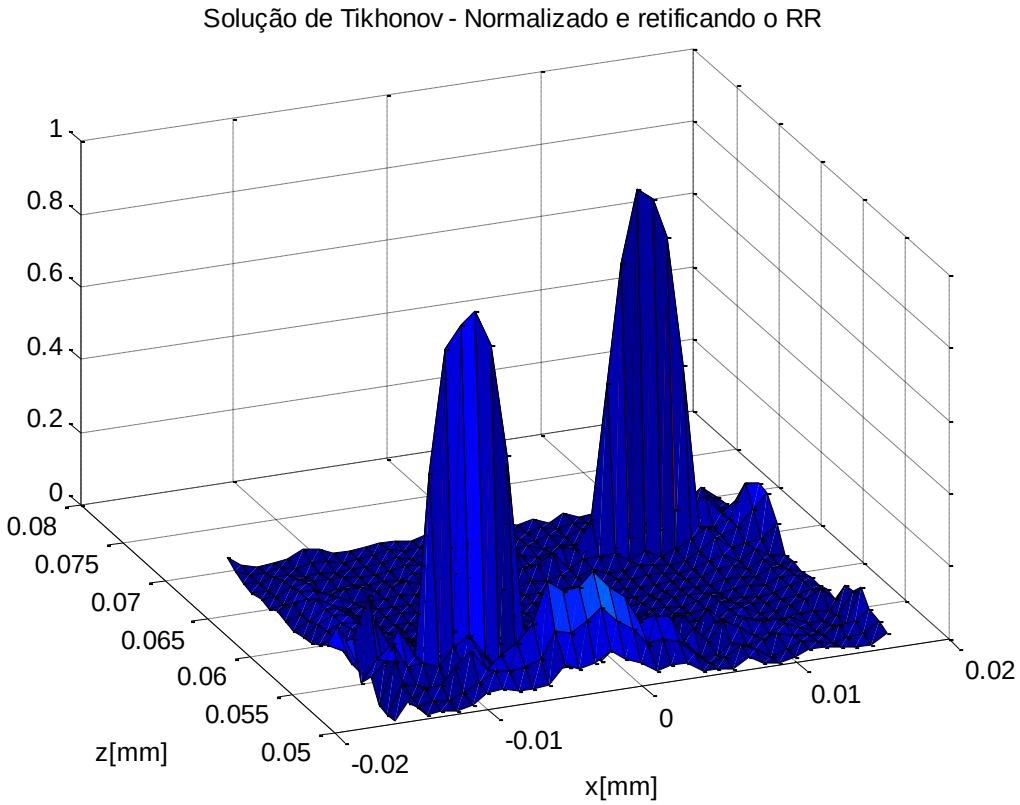

Figura 24 - Imagem reconstruída de dois segmentos de 5 mm em profundidades diferentes após regularização de Tikhonov , normalizada e retificada (pistão plano).

5.3 Pistão Circular Côncavo

Nas simulações feitas com o pistão circular côncavo para a reconstrução das imagens através do método de Tikhonov foram utilizados: número de anéis igual a 40, diâmetro do transdutor côncavo (D) igual a 20 mm, distancia focal ou raio de curvatura (F) igual a 20 mm, velocidade de propagação na água (c) igual a 1500 m/s, densidade igual a 1000 kg/m^3, frequência central do transdutor (freq) igual a 1MHz, período da onda (T) igual a 1/freq e período de amostragem (dT) igual a T/8. A região de interesse (ROI) foi definida entre -16mm ≤ x ≤ +16mm e 10mm ≤ z ≤ +30mm com discretização Δx=Δz=0,5mm. O transdutor operando em modo pulso-eco varreu o ROI na direção x de -10 mm a 10 mm com passo de 1mm, simulando as aquisições dos A-scans em 21 pontos. Na determinação dos sinais teóricos de pulso-eco, o período de amostragem (dT) usado foi igual a T/200.

As figuras 25 e 26 mostram, respectivamente, a imagem simulada de um segmento de reta de 10mm na ROI e a sua imagem reconstruída após a aplicação da regularização de Tikhonov.

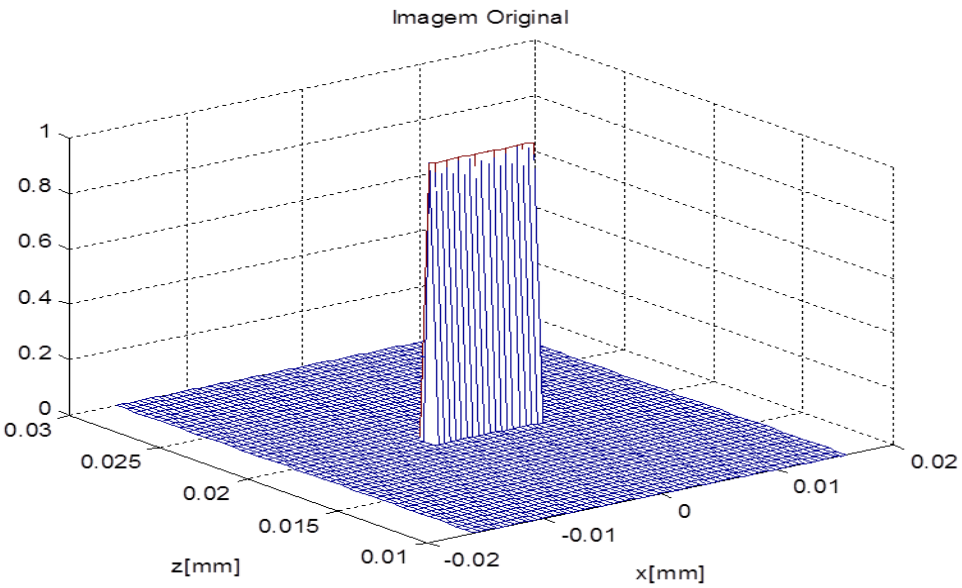

Figura 25 - : Imagem original de um segmento de reta de 10mm.

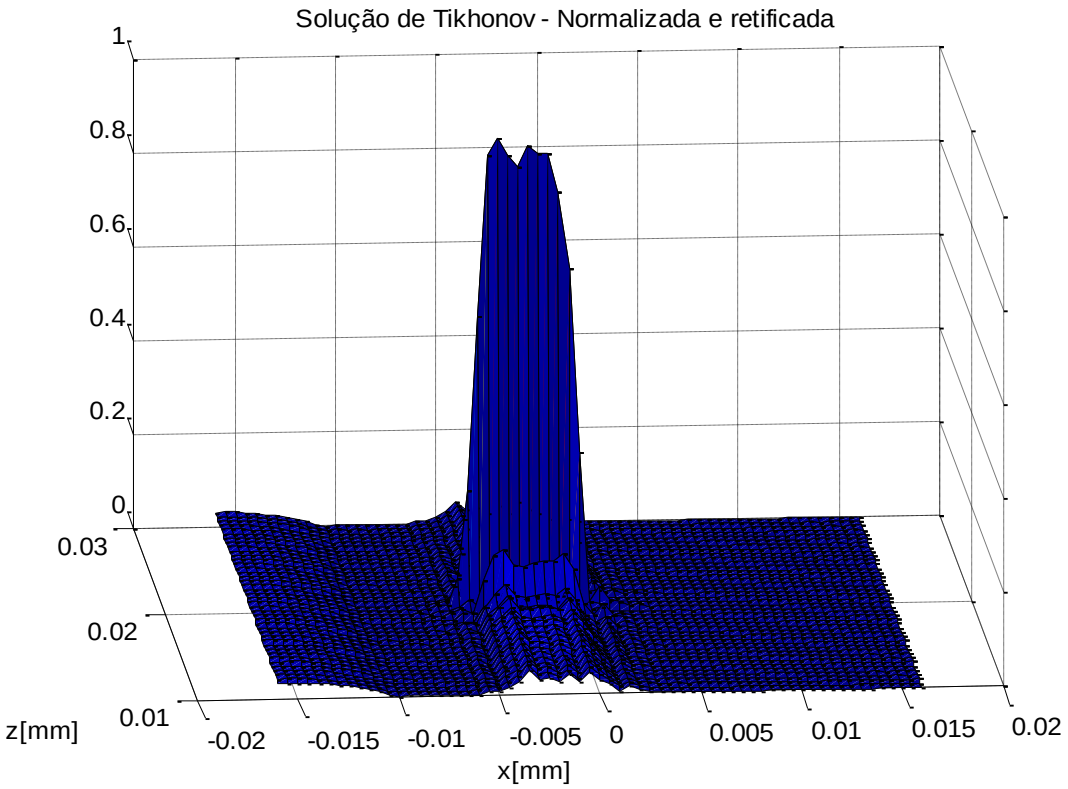

Figura 26 - Imagem reconstruída de um segmento de reta após regularização de Tikhonov (pistão côncavo).

As figuras 27 e 28 mostram, respectivamente, a imagem simulada de dois segmentos de reta de 5 mm espaçados de 12 mm na ROI e a sua imagem reconstruída após a aplicação da regularização de Tikhonov.

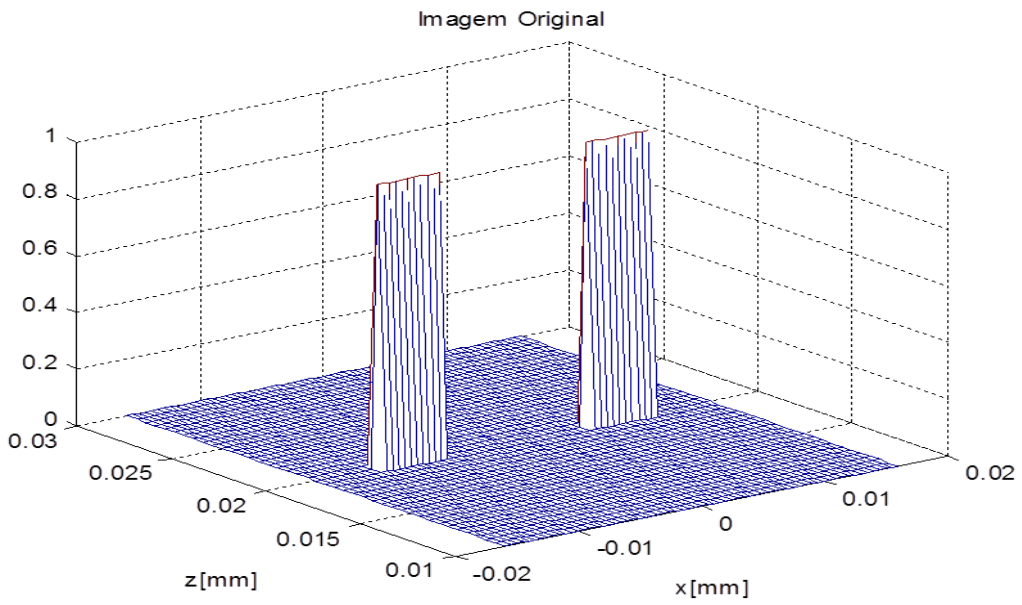

Figura 27 - : Imagem original de dois segmentos de 5 mm, espaçados de 12 mm.

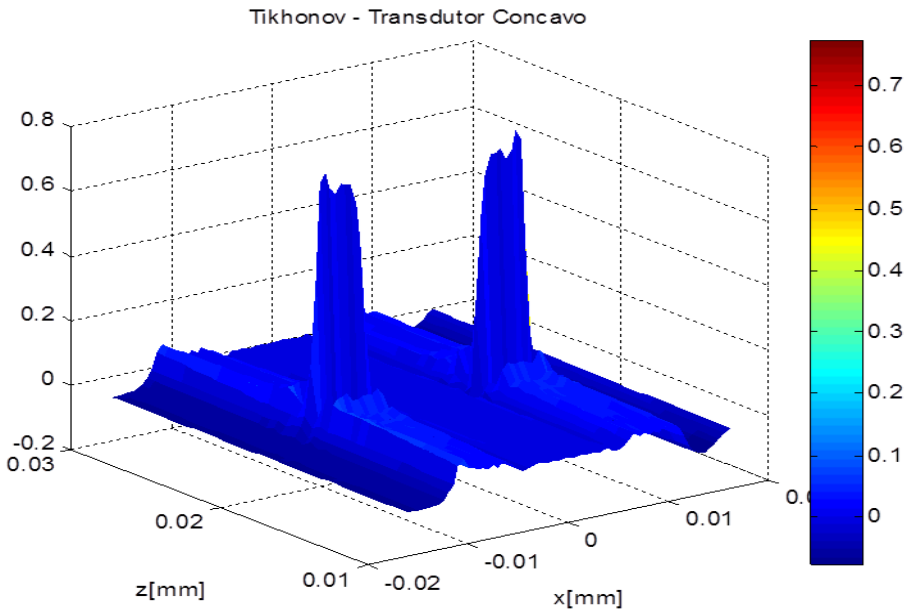

Figura 28 - Imagem reconstruída de dois segmentos de 5 mm espaçados de 12 mm após regularização de Tikhonov (pistão côncavo).

As figuras 29 e 30 mostram, respectivamente, a imagem simulada de dois segmentos de reta de 5 mm , espaçados de 12 mm e em profundidades diferentes (z=15mm e z=25mm),na ROI e a sua imagem reconstruída após a aplicação da regularização de Tikhonov

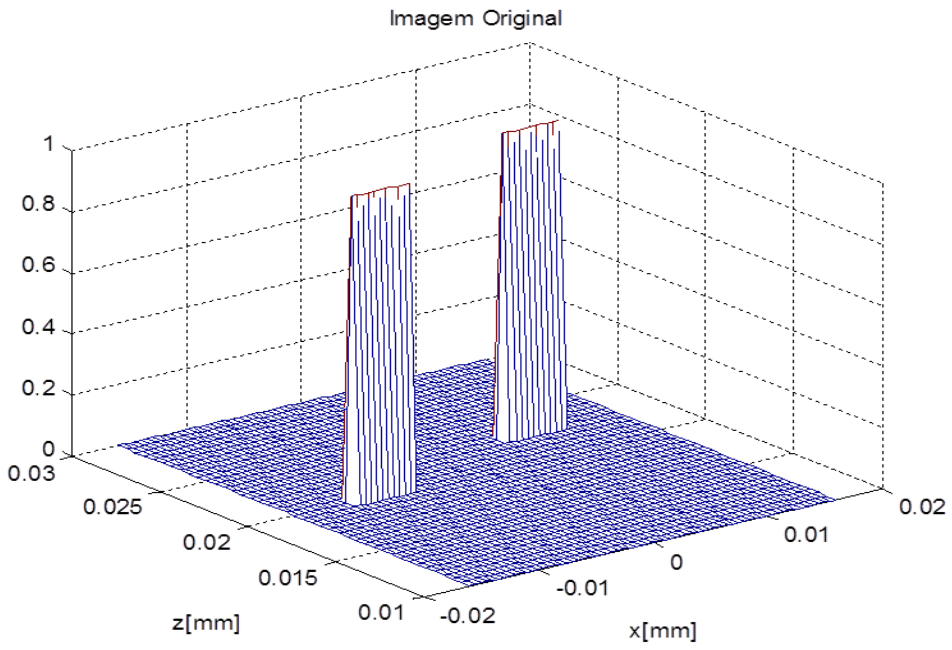

Figura 29 - Imagem original de dois segmentos de 5 mm em profundidades diferentes.

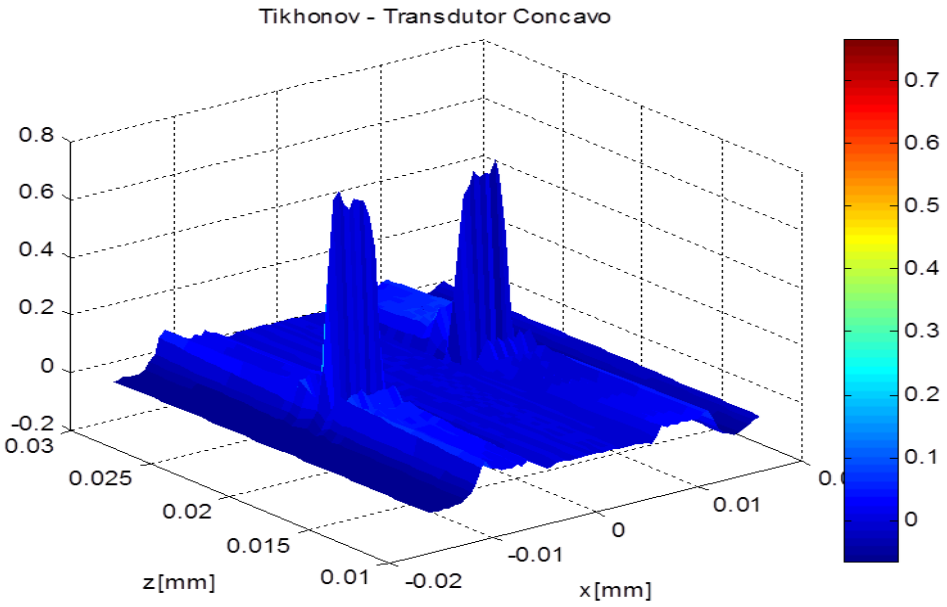

Figura 30 - Imagem reconstruída de dois segmentos de 5 mm em profundidades diferentes após regularização de Tikhonov (pistão côncavo).

5.4 Parte Experimental

A figura 31 apresenta as duas componentes de onda experimentais obtidas com um hidrofone pontual de diâmetro 0,6mm, posicionado a 5mm de distância próximo ao eixo acústico do transdutor de 19mm de diâmetro com frequência central de 1MHz. O hidrofone foi posicionado em frente à face do transdutor de modo a separar por completo as ondas plana e de borda. Somente a componente da onda plana, como mostra a figura 32, foi utilizada como sendo a velocidade de excitação normal da face do pistão plano na reconstrução de imagens experimentais.

,

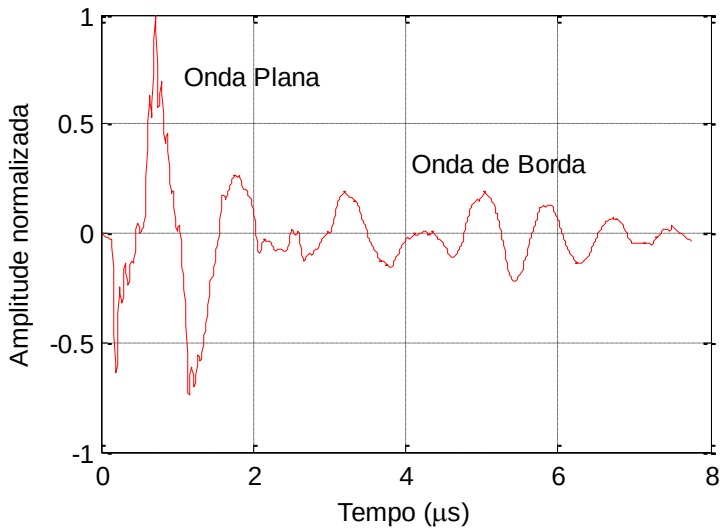

Figura 31 - Medida experimental das ondas plana e de borda.

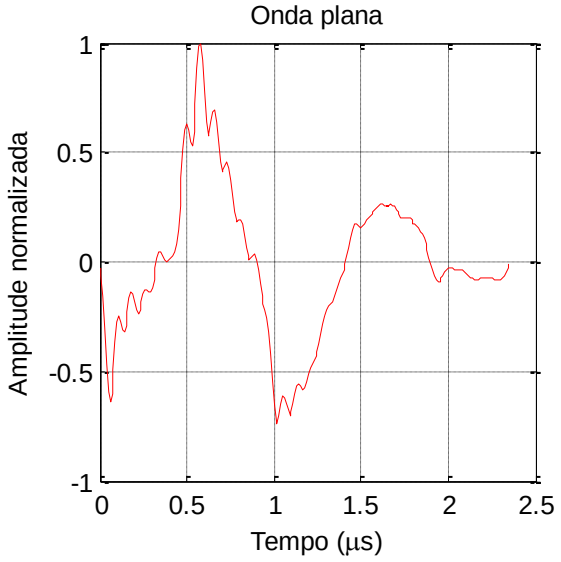

Figura 32 - Sinal de excitação da face do transdutor (onda plana).

As figuras 33 e 34 mostram as imagens reconstruídas por Tikhonov para os alvos de acrílico e alumínio, respectivamente. Utilizou-se o sinal apresentado na figura 32 como a velocidade normal de excitação da face do transdutor.

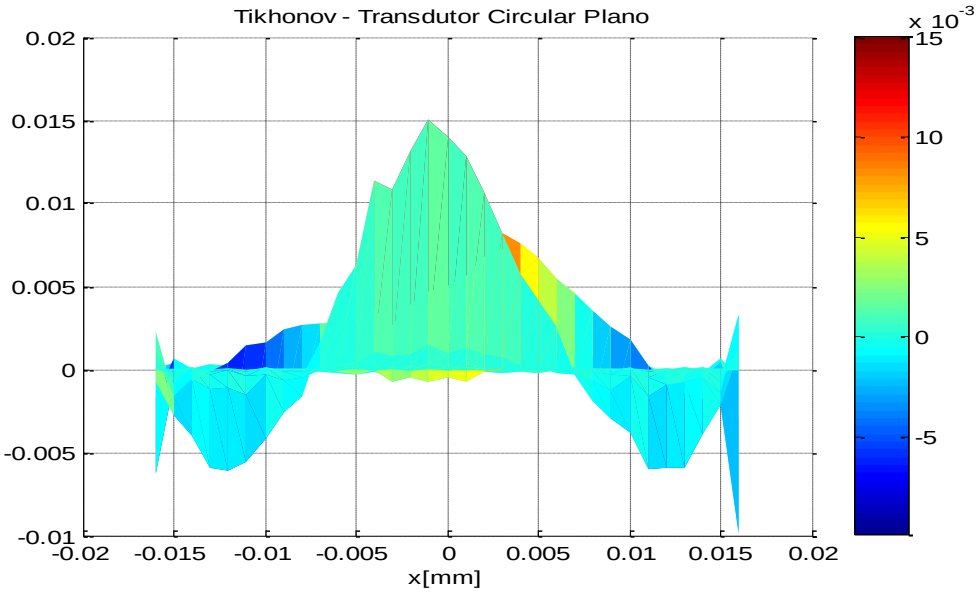

Figura 31 - Imagem reconstruída por Tikhonov para alvo de acrílico.

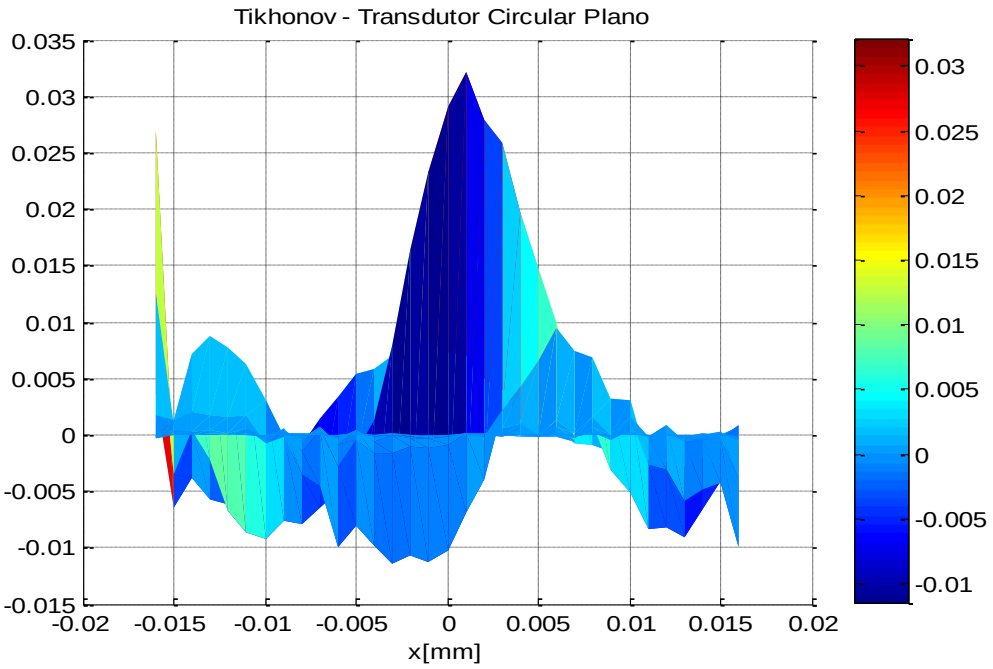

Figura 32 - Imagem reconstruída por Tikhonov para alvo de alumínio.

5.5 Discussões dos resultados

Para facilitar a discussão dos resultados, os conjuntos de pontos que representam os refletores teóricos serão designados por: geometria 0 (um segmento de reta) geometria 1 (dois segmentos de reta na mesma profundidade) e geometria 2 (dois segmentos de reta em profundidades diferentes).

5.5.1. Parâmetro de regularização (Alfa)

Pistão Circular Plano - As imagens reconstruídas para as geometrias descritas na tabela 2 foram obtidas para os parâmetros de regularização α (alfa), variando de $5x10^{1}$ a $1x10^{-5}$, através do cálculo do Erro Médio Quadrático (MSE) (LAVARELLO, 2006).

Geometria	Alfa	MSE (%)
0	50	26.1
	30	12.0
	20	10.6
	10	8.7
	5	**7.4**
	1	9.9
	1e-1	70.0
	1e-3	90.0
	1e-5	90.1
1	50	42.05
	30	16.6
	20	12.2
	10	11.2
	5	**10.8**
	1	14.4
	1e-1	56.0
	1e-3	88.7
	1e-5	89.0
2	50	45.1
	30	18.5
	20	11.9
	10	11.0
	5	10.9
	1	**9.0**
	1e-1	28.0
	1e-3	93.7
	1e-5	93.9

Tabela 2 - Erros Médios Quadráticos (MSEs) em função dos valores do parâmetro de regularização (alfa) para o Pistão Circular Plano.

Pode-se observar pelas imagens obtidas que houve reconstruções satisfatórias somente para os valores de MSE com os valores destacados em negrito de Alfa para as três geometrias propostas.

Pistão Côncavo - As imagens reconstruídas para as geometrias descritas na tabela 3 foram obtidas para os parâmetros de regularização α (alfa), variando de $5x10^{1}$ a $1x10^{-5}$, através do cálculo do Erro Médio Quadrático (MSE) (LAVARELLO, 2006).

Geometria	Alfa	MSE (%)
0	10	404.6
	5	173.2
	1	4.1
	1e-1	**2.9**
	1e-3	60.4
	1e-5	98.1
1	10	453.6
	5	184.3
	1	10.9
	1e-1	**8.8**
	1e-3	84.1
	1e-5	96.8
2	10	280.3
	5	118.9
	1	60.8
	1e-1	25.5
	1e-3	**9.2**
	1e-5	77.4

Tabela 3 - Erros Médios Quadráticos (MSEs) em função dos valores do parâmetro de regularização (Alfa) para o Pistão Concavo.

Pode-se observar pelas imagens obtidas que houve reconstruções satisfatórias somente para os valores de MSE com os valores destacados em negrito de Alfa para as três geometrias propostas.

5.5.2. Erro Médio Quadrático (MSE)

Os valores adotados do parâmetro de regularização alfa foram aqueles com menor valor de Erro Médio Quadrático (MSE) nas três geometrias que não incorreram no *Crime Inverso,* mostrados nas Tabelas 4 e 5, respectivamente, para os pistões circulares plano e côncavo.

Geometria	Parâmetro de Regularização (Alfa)	MSE Simulados (%)
0	5	7.4
1	5	10.8
2	1	9.0

Tabela 4 - Menores Erros Quadráticos Médios para o Pistão Circular Plano.

Geometria	Parâmetro de Regularização (Alfa)	MSE Simulados (%)
0	1e-1	2.9
1	1e-1	8.8
2	1e-3	9.2

Tabela 5 - Menores Erros Quadráticos Médios para o Pistão Côncavo.

5.5.3. Variação da velocidade de propagação

Para o Pistão Circular Plano foram verificados diversos valores de velocidades de propagação da onda acústica no meio e aferidos pelo Erro Médio Quadrático (MSE). Dentre os valores de MSE em função de alfa foram verificados, tanto para a estimativa inicial (alfa = 1) quanto para valor escolhido dentre vários valores de alfa (alfa = 5), como mostra a tabela 5.

Geometria	Velocidade de Propagação (c) em (m/s)	MSE (%) Para Alfa = 1	MSE (%) Para Alfa = 5
0	1510	65.3	30.3
	1501	52.8	11.9
	1500.5	24.3	7.3
	1500.25	16	6.7
	1500.125	17.3	9.2
	1500	9.9	7.4
	1499.125	5.4	6.6
	1499.5	4.8	6.9
	1498	51.7	23.2

Tabela 6 - Valores de Erro Médio Quadrático em função da velocidade de propagação da onda acústica no meio.

Os Erros Médios Quadráticos para as velocidades de propagação da onda acústica no meio não ficaram muito distantes das médias tanto para alfa =1 quanto para alfa =5. Observou-se também que a média dos desvios padrões dos MSEs para alfa=5 foi menor que para alfa=1.

5.5.4. Variação do *Grid*

Os pontos do *ROI* varridos pelo transdutor nas coordenadas *x* e *z* variaram, respectivamente, com a extensão de 32mm em *x* (variando de 16mm ≤ x ≤ 16mm) e com discretização em intervalos acrescidos de 0.1mm e, com a extensão de 20mm em *z* (variando de 50mm ≤ *z* ≤ 70mm) e com discretização em intervalos acrescidos também de 0.1mm. Entretanto a variação da discretização em *x* (*Δx*) e em ***z (Δz)*** foram obtidas da tabela 7 abaixo.

Geometria	**Variação do *Grid* (*Δx* ou *Δz*) (mm)**	**MSE (%)**
0	0.5	8.1
	0.6	8.6
	0.7	7.8
	0.8	4.2
	0.9	4.5
	1.0 (Crime Inverso)	**0.6**
	1.1 (Escolhido)	3.4
	1.2	3.7
	1.3	3.8

Tabela 7 - Variação da discretização em x (Δx) e em z (Δz) em intervalos acrescidos de 0.1mm

Pode-se observar na tabela 7 que o menor Erro Médio Quadrático, MSE = 0.6 obtido para a variação do *Grid* tanto para *Δx* como para *Δz* foi a discretização de 1mm. Porém, como este valor coincide com um dos valores determinados do *Grid* cometer-se-ia o chamado Crime inverso. Dai decorre a adoção do valor imediatamente mais próximo de discretização de 1.1mm com MSE = 3.4.

5.5.5. Análise dos resultados experimentais

Os testes experimentais foram realizados com um alvo de acrílico e outro de alumínio imersos em água e um transdutor de 1 MHz de diâmetro 19 mm. Os sinais de eco foram medidos com ganho de 20 dB para o experimento com acrílico e de 12 dB para o experimento com alumínio.

Medindo-se as amplitudes dos ecos na posição em que os sinais refletidos têm a máxima amplitude, ou seja, o transdutor está posicionado totalmente na frente do refletor, têm-se: $A_{acrilico}$=2,57 volt e $A_{aluminio}$=2,07 volt. A fim de ter a mesma escala de referência para ambas as amplitudes:

- 20dB = 20 log $A_{acrílico}$ /$A_{0,acrílico}$ resulta em $A_{0,acrílico}$=$A_{acrilico}$/10^{1}=0,257 volt
- 12dB = 20 log $A_{alumínio}$/$A_{0,alumínio}$ resulta em $A_{0,alumínio}$ = $A_{alumínio}$ /$10^{12/20}$=0,52 volt

Considerando essas amplitudes, pode-se calcular a razão experimental entre os coeficientes de reflexão da água/alumínio e da água/acrílico como sendo:

- $A_{0,alumínio}$/$A_{0,acrílico}$=0,52/0,257=2,02

Já o cálculo teórico do coeficiente de reflexão em relação à água, tanto para o acrílico quanto para o alumínio, foi feito através das propriedades desses materiais (acrílico, alumínio e água) (Kino et al., 1987). Dada as impedâncias acústicas do acrílico $Z_{acrilico}$=17,33 M.Kg/m^2, do alumínio $Z_{aluminio}$=3,1 M.Kg/m^2 e da água $Z_{água}$ =1,49 M.Kg/m^2, têm-se:

- $R_{acrilico/água}$ = ($Z_{acrilico}$ - $Z_{água}$)/ ($Z_{acrilico}$ + $Z_{água}$) = 0,35
- $R_{aluminio/água}$ = ($Z_{aluminio}$ - $Z_{água}$)/ ($Z_{aluminio}$ + $Z_{água}$) = 0,84

Assim, a razão entre os coeficientes de reflexão da água/alumínio e da água/acrílico é dada por:

$R_{aluminio/água}$ / $R_{acrilico/água}$ =0,84/0,35=2,4

Se nos experimentos com refletores de acrílico e alumínio as configurações experimentais fossem as mesmas (mesmo ganho, mesma temperatura, mesmo paralelismo e mesma distância entre as faces do transdutor e refletor), bem como as propriedades reais dos materiais fossem determinadas, as razões das amplitudes e dos coeficientes de reflexão dos experimentos com alvo de alumínio e de acrílico, imersos em água, deveriam ser iguais, isto é:

$A_{0(alumínio)}$/$A_{0(acrílico)}$= $R_{aluminio/água}$ / $R_{acrilico/água}$

Calcula-se agora a razão dos coeficientes de reflexão entre os alvos de alumínio e acrílico utilizando as refletividades máximas reconstruídas pelo método de Tikhonov. Para o alumínio, corrigindo o ganho em 12 dB e usando uma discretização em Δz=0,7mm e c=1492m/s, obtém-se um coeficiente de reflexão máximo $r_{aluminio}$=0,0321, resultando na imagem reconstruída mostrada na figura 34. Já a correção do ganho para o acrílico em 20 dB, com c=1488 m/s e discretização em Δz=0,55mm, obtém-se um coeficiente de reflexão máximo $r_{acrilico}$=0,015, resultando na imagem reconstruída mostrada na figura 33. Com esses valores teóricos de refletividades, determina-se a razão dos coeficientes de reflexão entre o alumínio e o acrílico, ou seja: $r_{aluminio}$/ $r_{acrilico}$ = 0,0321/0,015 = 2,1. Valor esse que se comparado com $R_{aluminio/água}$ / $R_{acrilico/água}$ = 2,4, resulta num erro de -12%, e se comparado com $A_{0,alumínio}/A_{0,acrílico}$=2,02, resulta num erro de 4%.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

6.1 Conclusões

As imagens foram obtidas através do processamento digital de sinais, aplicando-se dois enfoques, a simulação teórica e aquela baseada em dois ensaios experimentas feitos no Laboratório de Ultrassom da EPUSP, com os alvos de acrílico e alumínio.

Pode-se afirmar que, para as simulações da parte teórica, variando-se a velocidade de propagação no meio não se verificou nenhuma alteração relevante para ambos os transdutores, plano e côncavo. Isto é, a sensibilidade de variação da velocidade de propagação no meio ficou entre 0,5 a 1,0 m/s.

O mesmo não se pode dizer quanto à sensibilidade do *grid* da Região de Interesse (ROI) onde se verificou uma extrema sensibilidade à variação da discretização do *grid*, variando tanto em z quanto em x, ficando na ordem de centésimos de milímetros. Já quanto à extensão do *grid* se deu menos sensível quanto à variação. Para o caso do transdutor côncavo, observou-se uma melhoria nas simulações das imagens reconstruídas à medida que se aumentou a discretização do *grid* da Região de Interesse (ROI). Lembrando que foram testados diversos valores de discretização desse *grid* até se chegar aos valores adotados e utilizados nas imagens publicadas neste trabalho. Como mostra a tabela 7 que o menor Erro Médio Quadrático, MSE = 0,6, obtido para a variação do *Grid,* tanto para Δx como para Δz, foi a discretização de 1mm. Porém, como este valor coincide com um dos valores determinados do *Grid* cometer-se-ia o chamado *Crime inverso*. Daí decorre a adoção do valor imediatamente mais próximo de discretização de 1,1 mm com MSE = 3,4. O *crime inverso* ocorre quando os mesmos dados teóricos do problema direto (ou dados muito próximos aos mesmos) são empregados para sintetizar tão bem quanto os dados inversos em um problema inverso (COLTON; KRESS, 1992).

Nas simulações das três geometrias propostas para as reconstruções das imagens teóricas, tanto para o pistão plano quanto para o côncavo, as imagens obtidas através do método de Tikhonov foram reconstruídas para valores do parâmetro de regularização alfa que resultaram nos menores Erros Médios Quadráticos (*MSE*) para as três geometrias propostas.

As imagens reconstruídas possuem valores espúrios de amplitude (irregularidades) se as compararmos com suas respectivas imagens simuladas originais. Isso se deve, possivelmente, às imperfeições existentes no modelo adotado. De maneira geral, deve-se levar em consideração que talvez a questão da escolha das geometrias a serem usadas possa influir muito na qualidade dos resultados.

Nos ensaios experimentais realizados no laboratório de ultrassom da EPUSP com alvos submersos na água, acrílico e alumínio, a razão entre os coeficientes de reflexão teóricos (~ 2,4) e os coeficientes de reflexão obtidos pela imagem de Tikhonov (~ 2,1), resultaram num erro de 12%. Colocam-se duas fontes de erro: a variação da temperatura da água entre os experimentos, que altera a velocidade de propagação da onda acústica, e a discretização do *ROI*. Esses ensaios resultaram em imagens que correspondem ao esperado, i.e., se as compararmos com as imagens reconstruídas através de simulações para o transdutor plano.

Finalmente, pode-se concluir que o método de reconstrução de imagens de Tikhonov fornece os resultados próximos daqueles das imagens simuladas, o que se verifica também nas reconstruções das imagens obtidas nos ensaios de laboratório.

6.2 Trabalhos Futuros

A introdução de ruídos aditivos e multiplicativos nos modelos, tanto para o Pistão Circular Plano quanto para o Pistão Côncavo deve gerar resultados interessantes se verificados em relação a seus respectivos Erros Quadráticos médios.

A escolha do tipo de geometria dos alvos pode determinar o tipo de modelo a ser adotado. Geometrias com células discretas ao invés de compactadas como nesse trabalho podem explorar suas resoluções axiais e radiais.

A utilização de mais transdutores transmitindo e recebendo sinais acústicos, tanto nas simulações quanto nos ensaios, pode fornecer mais informações acerca das propriedades dos alvos escolhidos.

Outros tipos de regularização podem ser estudados como por exemplo a regularização por variação total e as regularizações iterativas baseadas em gradiente conjugado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARDITI, M.; FOSTER, F. S.; HUNT, J. W. **Transient fields of concave annular arrays**, Ultrasound Imaging, v. 3, 1981, p. 37-61.

BERNDT, H.; SCHNIEWIND, A. P.; JOHNSON, G. C. **High-resolution ultrasonic imaging of wood**, Wood Science and Technology, vol. 33, no. 3, June 1999, p. 185-198.

BLAHUT, R. E. **Theory of Remote Image Formation. Cambridge**, MA: Cambridge University Press, 2004.

BOVIK, A. **Handbook of Image and Video Processing**. San Diego, CA: Academic Press, 2000.

BRIDAL, S. L. et al. **Milestones on the road to higher resolution, quantitative, and functional ultrasonic imaging**," in Proceedings of the IEEE, vol. 91, no. 10, October 2003, p. 1543-1561.

BRUSSEAU, E. et al. **Fully automatic luminal contour segmentation in intracoronary ultra-sound imaging - a statistical approach**, IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 23, no. 5, May 2004.

BURCKARD, C. B. **Speckle in ultrasound B-mode scans**, IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, vol. 25, no. 1, January 1978, p. 1-6.

COLTON, D.; KRESS, R. **Inverse Acoustic and Electromagnetic Scattering Theory**, Springer, Berlin, 1992, p. 121, 289 (new edition: 1998, p. 133, 304).

ENGL, H. W.; HANKE, M.; NEUBAUER, A. **Regularization of Inverse Problems**. Boston, MA: Kluwer Academic Publishers, 1996.

GENE, H.; GOLUB, G. H.; MATT, U. v. **Quadratically constrained least squares and quadratic problems**, Numer. Math. **59.** 1991.

GOLUB, G. H.; HEATH, M.; WAHBA, G. **Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter**, Technometrics, vol. 21, 1979, p. 215-223.

HANSEN, P. C. **Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve**,"SIAM Review, vol. 34, no. 4, December 1992, p. 561-580.

HANSEN, P. C. **Regularization Tools**: A Matlab package for analysis and solution of discrete ill-posed problems. Volume 6, Issue_1, 1994, p. 1-35.

HANSEN, P.C.; SEKII, T. **The modified SVD method for regularization in general form**, SIAM J. Sci. Statist. Comp. 13, 1992, p. 1142-1150.

HARRIS, G. R. **Transient field of a baffled planar piston having an arbitrary vibration amplitude distribution.** Journal of the Acoustical Society of America, v. 70, 1981, p. 186-204.

IVANOV, V. K. **On linear problems which are not well-posed**, Dokl. Akad. Nauk SSSR 145, 1962, p. 270–272 (Russian).

KETTERLING, J. A. **Acoustic field of a wedge-shaped section of a spherical** J. Acoust. Soc. Am., Vol. 114, No. 6, Pt. 1, Dec. 2003.

KINO, G. S. **Acoustic Waves: Devices, Imaging, and Analog Signal Processing**. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1987.

KINSLER, L. E. et al. **Fundamentals of Acoustics**. 4th ed. New York, NY: Wiley, 2000.

LAVARELLO, R. KAMALABADI, F.; O'BRIEN, WILLIAM D. **A Regularized Inverse Approach to Ultrasonic Pulse-Echo Imaging**. IEEE Transactions on Medical Imaging, v. 25, n. 6, 2006, p. 712-22.

LAWSON, C. L.; HANSON, R. J. **Solving Least Squares Problems**. Philadelphia, PA: Prentice-Hall, 1974.

LEE, H.; SCHUELER, C. F.; Wade, G. **Fundamentals of digital ultrasonic imaging**, IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, vol. 31, no. 4, July 1984, p. 195-217.

LOCKWOOD, J. C.; WILLETTE, J. G. **High-speed method for computing the exact solution for the pressure variations in the nearfield of a baffled piston**, J. Acoust. Sot. Amer. 53, 1973, p. 735-741.

MAHAUT, S. et al. **Application of phased array techniques to coarse grain components inspection**, Ultrasonics, vol. 42, nos. 1-9, April 2004, p. 791-796.

MCLAREN, S.; WEIGHT, J.P. **Transmit-receive mode responses from finite-sized targets in fluid media.** Journal of the Acoustical Society of America, v. 82, n. 6, , 1987, p. 2102-2112.

MOROZOV, V. A. **On the solution of functional equations by the method of regularization**, Soviet Mathematics - Doklady, vol. 7, , 1966, p. 414-417.

MUELLER, J. L., SILTANEN, S. **Linear and Nonlinear Inverse Problems Applications**. SIAM, 2012.

OELZE, M. L. et al. **Differentiation and characterization of rat mammary broadenomas and 4T1 mouse carcinomas using quantitative ultrasound imaging**, IEEE Transactions on Medical Imaging, vol. 23, no. 6, , June 2004, p. 764-771.

O'NEIL, H. T. **Theory of focusing radiators**, J. Acoust. Sot. Amer. 21, 516-526 .1949.
PENTTINEN, P.; LUUKKALA, M. **The impulse response and pressure nearfield of a curved ultrasonic radiator**, J. Phys. D **9**, 1976, p. 1547–1557.

PHILLIPS, D. L. **A technique for the numerical solution of certain integral equations of the first kind**, J. Assoc. Comput. Mach. 9, 1962, p. 84–97.

PIERCE, A. D. **Acoustics: An Introduction to its Physical Principles and Applications**. Woodbury, NY: Acoustical Society of America, 1989.

PRESS, W. H. et al. **Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing** *(second edition)*. Cambridge University England EPress. 1992. p. 994. ISBN 0-521-43108-5.

ROBINSON, D. E.; CHEN, C. F.; WILSON, L. S. **Measurement of velocity of propagation from ultrasonic pulse echo data.** Ultrasound Med. Biol., 9.1982, p. 413–420.

ROBINSON, D. E.; LEES, S.; BESS, L. **Near field transient radiation patterns for circular pistons**, IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing ASSP-22, 1974, p. 395-403.

SCHICKERT, M. KRAUSE, M.; MULLER, W. **Ultrasonic imaging of concrete elements using reconstruction by synthetic aperture focusing technique**, Journal of Materials in Civil Engineering, vol. 15, no. 3, May/June 2003, p. 235-246.

SCHUELER, C. F.; LEE, H.; WADE, G. **IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics**, SU-31, 1984, p.195-2 17.

STEPANISHEN, P. **Transient radiation from pistons in an infinite planar baffle**, J. Acoust. Soc. Am. **49**, 1971, p. 1629–1683.

TIKHONOV, A. N. **On the solution of ill-posed problems and the method of regularization**, Dokl. Akad. Nauk SSSR 151. 1963, p. 501–504 (Russian).

VOGEL, C.R. **Computational Methods for inverse problem**, SIAM, 2002.

VOGT, M. et al. **In vivo evaluation and imaging of skin elasticity applying high frequency (22 MHz) ultrasound**, in IEEE Ultrasonics Symposium, , 2002, p. 1863-1866.

WAGNER, R. F. et al. **Statistics of speckle in ultrasound B-scans**, IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, vol. 30, no. 3, May 1983, p. 153-163.

WATKINS, D. S. **Fundamentals of Matrix Computations**. New York: Wiley, 2002.

WEIGHT, J. P. **Ultrasonic beam structures in fluid media.** Journal of the Acoustical Society of America, v. 76, n. 4, 1984, p. 1184-1191.

WEIGHT, J. P.; HAYMAN, A. J. **Observations of the propagation of very short ultrasonic pulses and their reflection by small targets**. Journal of the Acoustical Society of America., v. 63, n. 2, 1978, p. 396-404.

ANEXOS

Anexo I - Rotinas de software do pistão plano teórico

1) Rotina *montacampoacustico.m* que monta o campo acústico:

```
%Monta a matriz S dos sistema S.r=g
%
% Flavio Buiochi e Orlando Cirullo (jan/2013)

%%%%%%      DADOS  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%
a=9.5e-3;          %Raio do Pistão Plano Circular (m)
c=1500;             %Velocidade de Propagação na água (m/s)
dens=1000;          %Densidade (kg/m3)
freq= 1e6;            %Frequencia central do transdutor (Hz)
dT=1/freq/5;         %Amostragem (dT = 1/fa)

% Define a onda de excitaçao vn (experimental ou teórica)
 periodo=  0:dT:(1/freq);  %Período discretizado para um ciclo
senoidal
 [O]=Onda_a(5,9,2.4,1/freq,dT)
vn = O.onda;  %sinal de excitação

% Pontos a serem varridos
x = [-16*1e-3:0.25e-3:16*1e-3];
z = [50*1e-3:0.25e-3:70*1e-3];
% Posições de deslocamento do transdutor (emissor/receptor)
u = linspace(-10e-3,10e-3,21);

ti=73e-6; %66.675e-6; %tempo inicial(us)
tf=95e-6; %115.000e-6;  %109.625e-6; %tempo final (us)
tic
```

```
[X,Z] = meshgrid(x,z);  %define o conjunto de pontos na malha
retangular

% empilhando todos os pontos do ROI
x=reshape(X,[prod(size(X)) 1]); %transforma em vetor as coords.
x
z=reshape(Z,[prod(size(Z)) 1]); %transforma em vetor as coords.
z
[Nz, Nx]=size(X); %numero de pontos nas direções x e z do ROI
N = length(x); %numero de pontos da malha

for i=1:N
    i, x(i), z(i)
    [phi, t0] = Potencial(a,c,x(i),z(i),dT);

    % Cálculo da Pressão Impulsiva Normalizada
    h=dens*diff([0 phi 0])/dens/c;
    pe = conv(vn,h);

    if 0
        te = t0*c*1e3 + (0:length(pe)-1)'*dT*c*1e3; %tempo (c.t
(mm))
        figure(1)
        plot(te,pe,'r');
        xlabel('c.t (mm)');
        ylabel('Amplitude normalizada em volts');
        title('Pulso transmitido ');
        grid
        pause
    end

    pulsos(i).pe = pe;
    pulsos(i).t0 = t0;
```

```
    % Cálculo da Amplitude de Pressão pico-a-pico
    p1=min(pe);
    p2=max(pe);
    campo(i)=abs(p1)+abs(p2);

end


 if 0
     for i=1:N
        i, x(i), z(i)
        pe = pulsos(i).pe;
        te = t0*c*1e3 + (0:length(pe)-1)'*dT*c*1e3; %tempo (c.t
(mm))
        figure(1)
        plot(te,pe,'r');
        xlabel('c.t (mm)');
        ylabel('Amplitude normalizada em volts');
        title('Pulso transmitido ');
        grid
        pause
     end
 end

P=reshape(campo,size(X)); %retorna os dados do vetor na forma
matricial

%Plotagem do campo acústico
figure (1)
surf(X,Z,P) , shading interp
xlabel('x [mm]');
ylabel('z[mm]');
title('Campo Acústico - Imagem Original');
colorbar
```

```
shading flat
set(gcf, 'renderer', 'zbuffer')
figure (2)
surf(X,Z,P) , shading interp
xlabel('x [mm]');
ylabel('z[mm]');
title('Campo Acústico - Imagem Original');
colorbar
shading flat
set(gcf, 'renderer', 'zbuffer')
view(2)
axis equal

toc
```

2) Rotina *monta_g_teorico.m* que monta vetor g (simula os dados experimentais)

```
%
% Flavio Buiochi e Orlando Cirullo (Fev/2014)


Narq = 21; %número de sinais A-scan (experimental)

% Parâmetros de Tempo
ti=73e-6; %tempo inicial(us)
tf=95e-6; %tempo final (us)
dt=0.12500e-6; %discretização no tempo
tp=ti:dt:tf;

g = [];

for col = 1:Narq  %varrendo as posições [u1, u2... uNarq] do
transdutor
    load (['sinal_' num2str(col)]) % carrega sinais A-scan
    method = 'linear';
    yi = interp1(te,Pe,tp,method); %gera o vetor g de t1=ti a
tp<=tf com dt

    g = [g; yi']; %  Empilha em vetor coluna
end

save vetor_g_Teorico g
```

3) Rotina *monta_S_teorico.m* que Monta a matriz S dos sistema S.r=g

```
%
% Flavio Buiochi e Orlando Cirullo (jan/2013)

%%%%%%      DADOS  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
a=10e-3;    %Raio do Pistão Plano Circular (m)
cc =1499.25%Velocidade de Propagação na água (m/s)
dens=1000;  %Densidade (kg/m3)
freq=1e6;    %Frequencia central do transdutor (Hz)
dT=1/freq/20;  %Amostragem (dT = 1/fa)

% Define a onda de excitaçao vn (experimental ou teórica)
 periodo=  0:dT:(1/freq);  %Período  discretizado  -  um  ciclo
senoidal

[O]=Onda_a(5,9,2.4,1/freq,dT)
vn = O.onda;  %sinal de excitação


% % Pontos do ROI a serem varridos
x = [-16*1e-3:1e-3:16*1e-3];
z = [50*1e-3:1e-3:70*1e-3];
% % Posições de deslocamento do transdutor (emissor/receptor)
u=linspace(-10e-3,10e-3,21);  %u=[-10e-3, 0, 10e-3];

%% Parâmetros de Tempo
ti=73e-6; %tempo inicial(us)
tf=95e-6; %tempo final (us)
dt=0.12500e-6; %discretização no tempo
tp=ti:dt:tf;

tic
```

```
[X,Z] = meshgrid(x,z);  %define o conjunto de pontos na malha
retangular

% empilhando todos os pontos do ROI
x=reshape(X,[prod(size(X)) 1]); %transforma em vetor as coords.
x
z=reshape(Z,[prod(size(Z)) 1]); %transforma em vetor as coords.
z
[Nz, Nx]=size(X); %numero de pontos nas direções x e z do ROI
N = length(x); %numero de pontos da malha
NTx = length(u); %numero de posições do transdutor

PE = [], S=[];

for q=1:NTx
    for i=1:N
        [i, x(i), z(i)]

        % Cálculo do potencial impulsivo
        [phi, t0] = Potencial(a,cc,x(i)-u(q),z(i),dT);
        t0 = 2*t0;
        %figure(1), plot(phi)

        % Cálculo da Pressão Impulsiva Normalizada
        h=dens*diff([0 phi 0])/dens/cc;
        % figure(2), plot(h)

        % Cálculo do pulso-eco
        pe = conv(vn,(conv(h,h)));
        t = t0 + dT*(0:1:length(pe)-1);

        if 0
            t = t0 + dT*(0:1:length(pe)-1);
            figure(3)
```

```
            plot(t*1e3*c,pe,'.r');
            xlabel('c.t (mm)');
            ylabel('Amplitude normalizada');
            title('Pulso-Eco (vn*h*h)');
            grid
%             pause
        end

        method = 'linear';
        pei = interp1(t,pe,tp,method);

        peiaux = isnan(pei);
        I = find(peiaux == 1);
        pei(I) = 0;

         if 0
            figure(4)
            hold on
            plot(tp*1e3*c,pei,'.k');
            xlabel('c.t (mm)');
            ylabel('Amplitude normalizada');
            title('Pulso-Eco INTERPOLADO (vn*h*h)');
            hold off
            pause
        end

        %limitar os vetores de ti a tf
        PE = [PE pei'];

        if 0
            for ii=1:N;
                figure(5)
                hold on
                plot(PE(:,ii));
```

```
                xlabel('c.t (mm)');
                ylabel('Amplitude PE');
                title('Pulso-Eco');
                hold off
                pause;
            end
        end

    end

    S = [S; PE];
    PE = [];

end

save matriz_S S

toc
```

4) Rotina *PE6.m* que calcula o pulso-eco de um conjunto de refletores pontuais com coeficiente de reflexão R(x,z) para diversas posições do transdutor (emissor/receptor)

```
%
% Flavio Buiochi e Orlando Cirullo (julho/2014)

geom = 1;

d=20e-3;      %Diâmetro do Pistão Circular (m)
a=d/2;        %Raio do Pistão Plano Circular
c=1500;    %Velocidade de Propagação na água (m/s)
dens=1000;      %Densidade (kg/m3)
freq=1e6;       %Frequencia central do transdutor (Hz)
T=1/freq;
dT=T/40;         %Amostragem (dT = 1/fa)

periodo= 0:dT:(1/freq); %Período discretizado- um ciclo senoidal
[O]=Onda_a(5,9,2.4,1/freq,dT)
vn = O.onda;  %sinal de excitação
%% GERANDO ROI (x e z) e POSIÇÃO Tx (u)
```

```
%% Pontos a serem varridos (definindo ROI)

% Valores de u, x, z
x = [-16*1e-3:0.25e-3:16*1e-3];
z = [50*1e-3:0.25e-3:70*1e-3];
u = linspace(-10e-3,10e-3,21);

tic
[X,Z] = meshgrid(x,z); %define o conjunto de pontos numa malha
retangular

R = zeros(size(X));  %Cria matriz de zeros para R de coeficientes
de reflexão

%% GEOMETRIA PONTOS
% R(5,7)=1; R(1,7)=1; R(1,4)=0; R(5,4)=0;

%% GEOMETRIA RETA (geometria 0)
if geom == 0
    [m n]=find(X>=-0.005 & X<=0.005 & Z>0.0600 & Z<0.0602);
    %[m n]=find(X>=-0.005 & X<=0.005 & Z==0.0600);
    R(m,n)=1;
end

%% GEOMETRIA 1: 2 segmentos de 5mm espaçados de 12mm
if geom ==1
    [m n]=find(X>=-0.011 & X<=-0.006 & Z>0.0600 & Z<0.0602);
    R(m,n)=1;
    [m n]=find(X>=0.006 & X<=0.011 & Z>0.0600 & Z<0.0602);
    R(m,n)=1;
end

%% GEOMETRIA 2: 2 segmentos de 5mm em profundidades diferentes
if geom ==2
```

```
    [m n]=find(X>=-0.011 & X<=-0.006 & Z==0.055);
    R(m,n)=1;
    [m n]=find(X>=0.006 & X<=0.011 & Z==0.065);
    R(m,n)=1; % R(m,n)=0.5;
end


%% Plota geometria
figure(1)
mesh(X,Z,R),
xlabel('x [mm]');
ylabel('z[mm]');
title('Imagem Original');
%axis equal,
%view(2);

x=reshape(X,[prod(size(X)) 1]); %transforma em vetor as coords.
x
z=reshape(Z,[prod(size(Z)) 1]); %transforma em vetor as coords.
z
r=reshape(R,[prod(size(R))  1]); %transforma em vetor os coefs
de reflexão

N = length(x); %numero de pontos da malha (ROI)
NTx = length(u); %numero de posições do transdutor
Lmax = 0; %inicialização - comprimento máximo do vetor Pe

for q=1:NTx
    u(q) %mostra as posições do transdutor

    Vdmax = sqrt((a + abs(x-u(q))).^2 + z.^2); %calcula o vetor
das distancias
    % dos pontos do ROI em relacao a borda mais distante do Tx
```

```
    Idmax = find(Vdmax == max(Vdmax)); % Define os Indices de
distancia Vdmax iguais ao seu max valor
    zmax = Vdmax(Idmax(1)); %Define o maximo valor de z ...

    Itmin = round(2*min(z)/(c*dT)); % Define-se os Indices de
tempo mínimo de ...
    Itmax = round(2*zmax/(c*dT));    % Define-se os Indices de
tempo máximo de ...
    t0min = Itmin*dT; %instante inicial que a matriz sparse pode
ter sinal.

    NdT = Itmax - Itmin + length(vn) + 2;% Diferença de índices
de tempo ou número de pontos do vetor tempo.
    Ps = sparse(NdT,1); % Cria matriz sparse de dimensões
(m,n)=(NdT,1)

    for i=1:N
        if r(i) ~= 0, %evita calcular o potencial para os pontos
com R=0.
            %i, x(i), z(i)

            % Cálculo do potencial impulsivo
            [phi, t0] = Potencial(a,c,x(i)-u(q),z(i),dT);
            %figure(1), plot(phi)

            % Cálculo da Pressão Impulsiva Normalizada
            h=dens*diff([0 phi 0])/dens/c;
            % figure(2), plot(h)
```

```
%%%
```

```
    te = t0min + (0:length(Pe)-1)'*dT; %tempo para o vetor sparse
(s)
    figure(3)
    plot(te*c*1e3,Pe,'r');
    xlabel('c.t (mm)');
    ylabel('Amplitude normalizada em volts');
    title('Pulso-Eco ');
    grid

    savefile = ['sinal_' num2str(q) '.mat'];
    save(savefile,'te','Pe') %Salva sinais A-scan (Pulso-eco)

    if length(Pe)>Lmax,  %buscando o comprimento máximo
        Lmax = length(Pe);
    end

end
```

```
% coloca zeros no final dos vetores Pe para ter mesmo
% comprimento e atualiza os vetores te
for q = 1:NTx,
    Peaux = zeros(1,Lmax);
    load (['sinal_' num2str(q)]),
    [te(1) te(length(te))]*1e6, %mostra o tempo inicial e final
em us
    Peaux(1:length(Pe)) = Pe;
    Pe = Peaux;
%     Pe = awgn(Pe,10); %adicionando ruido branco gaussiano de
10dB no sinal Pe
    te = t0min + (0:length(Pe)-1)'*dT;
    savefile = ['sinal_' num2str(q) '.mat'];
    save(savefile, 'te', 'Pe') % Salva sinais A-scan (Pulso-eco)
c/ novos comprimentos
end

toc
```

5) Rotina *Potencial.m* que calcula o potencial impulsivo do pistão plano

```
%
% Flavio Buiochi e Orlando Cirullo (jan/2012)

function [phi,t0] = Potencial(a,c,x,z,dT)
        x = abs(x);
        z = abs(z);

        %Calculo dos tempos limites
        t0=z/c;
        t1=sqrt((a-x)^2+(z^2))/c;
        t2=sqrt((a+x)^2+(z^2))/c;
        t = t0:dT:t2; %Calculo do Vetor Tempo

        Omega=zeros(1,length(t));  %inicializa,  com  zeros,  o
vetor Ômega(ct)

        % Cálculo dos Arcos de Circunferência Omega(ct)

        if x<a  % dentro da superfície do pistão
            %disp('entrei em x<a')
            It1 = find(t0 <= t &  t <= t1);
            It2 = find(t1 < t  &  t <= t2);
            Omega(It1)=2*pi*ones(1,length(It1));% se t0<=t<=t1
            Omega(It2)=2*acos((c^2*t(It2).^2-z^2+x^2-
a^2)./(2*x*sqrt(c^2*t(It2).^2-z^2)));% se t1<t<=t2

        elseif x==a  % na borda do pistão
            %disp('entrei em x=a')
            It3 = find(t0==t &  t == t1);
            It4 = find(t1 < t  &  t <= t2);
            Omega(It3)=pi*ones(1,length(It3)); % se t=t0=t1
            Omega(It4)=2*acos(sqrt(c^2*t(It4).^2-z^2)/(2*a));%
se t1<t<=t2
```

```
        elseif x>a  % fora da superfície do pistão
            %disp('entrei em x>a')
            It5 = find(t1 <= t  &  t <= t2);
            Omega(It5)=2*acos((c^2*t(It5).^2-z^2+x^2-
a^2)./(2*x*sqrt(c^2*t(It5).^2-z^2))); % se t1<=t<=t2
        end

phi=c*Omega./(2*pi); % Potencial de Velocidade
phi=real(phi);
```

6) Rotina *variavelocidadepropagacao.m* que calcula a Regularização de Tikhonov para diversas velocidades de propagação

```
cc = 1500;
c_correto = 1;
processa; %usado para calcular o paramNorm quando c_correto =1
if c_correto %calcula o valor máximo para a solução Rideal usado
no progr. 'Metricas.m'
    paramNorm = max(max(abs(RR)));
    c_correto=0;
end


cc = 1499 % c =1500.05; %1499.999;
%delta_cc=0.00005;
delta_cc=0.25;
NN = 41;
clear Cplot, clear MSEplot


for j = 1:NN

    cc
    processa;
    Metricas;
    %pause
    Cplot(j)=cc;
    MSEplot(j)=MSE;
    cc = cc + delta_cc;
end

figure (13)
plot (Cplot,MSEplot,'-o') %(Cplot(1:NN),MSEplot(1:NN))
%como armazenar o MSE para cada c
```

```
xlabel('c [m/s]');
ylabel('MSE[%]');
title('Erro Médio Quadrático - MSE');
```

7) Rotina *SolucaoTikhonov.m* que calcula a Solução do sistema S*r =g com g teórico (simulado)

```
% R é a matriz solução do vetor empilhado r
% S é a matriz pulso-eco
% g é o vetor dos dados experimentais
%
% Deve-se, primeiro carregar:

%load('C:\Users\Cirullo\Documents\MATLAB\Buiochi\Últimos
arquivos\monta_Sg_Tarugo0a19\matriz_S.mat')     %???     carrega
monta_S.m;
%
load(['C:\Users\Cirullo\Documents\MATLAB\Cirullo\Reg_monta_Sg_
Tarugo0a19\vetor_g_Teorico']) %??? carrega monta_g_Teorico.m;
% ou
%   load   (['C:\Users\Cirullo\Documents\MATLAB\Buiochi\Últimos
arquivos\monta_Sg_Tarugo0a19\sinal_' ])%??? carrega sinais A-
scan teóricos



%   solução   não-regularizada   por   mínimos   quadrados   desde
que(S'S)^?1 exista.
% Least Square
% r = S\g;
% r =inv(S'*S)*S'*g;

% solução regularizada por mínimos quadrados desde que(S'S)^-1
exista.

% Gradiente Matrix L
L = eye (size(S'*S));
```

```
for i = 1: length(S'*S)-1
    L(i, i+1) = -1;
end
alfa = 1;
r_Tikh = inv(S'*S + alfa^2*L'*L)*S'*g;
% r_Tikh = inv(S'*S + alfa^2*L'*L)*S'*g/dens/c;
% r_Tikh = (pinv(S)*g); % Utlizando pseudoinversa de S

%% Método de Regularização de Tikhonov
r_Tikh = inv(S'*S + alfa^2*L'*L)*S'*g;
% r_Tikh = inv(S'*S + alfa^2*L'*L)*S'*g/dens/c;
% r_Tikh = (pinv(S)*g); % Utlizando pseudoinversa de S

%%Métodos de Regularização usando o Gradiente Conjugado
% r_cg = conjgrad(S'*S,g); % r_cg = conjgrad(A,b,tol);
% r_pcg = pcg(S'*S,g); % r_pcg = pcg(A,b,tol)
% r_bicg(S'*S,g); % r_bicg(A,b,tol);
%%


%retorna os dados do vetor na forma matricial
XX = reshape(x,size(X));
ZZ = reshape(z,size(Z));
%R = reshape(r,size(X));
RR = reshape(r_Tikh,size(X));

% Plotando a Somatória dos dados na forma matricial(sem
Normalização)
figure(7)
surf(XX,ZZ,RR) , shading interp
colorbar
shading flat
xlabel('x[mm]');
ylabel('z[mm]');
```

```
title('Tikhonov - Transdutor Circular Plano ');
%set(gcf, 'renderer', 'zbuffer')
%view(2)
%axis equal
```

Anexo II - Rotinas de software do pistão plano experimental

1) Rotina *monta_g_exp.m* que monta vetor g (dados experimentais)

```
%
% Flavio Buiochi e Orlando Cirullo (Fev/2015)


Narq = 61; %número de sinais A-scan (experimental)

% Parâmetros de Tempo
ti=73e-6; %tempo inicial(us)
tf=95e-6; %tempo final (us)
dt=0.12500e-6; %discretização no tempo
tp=ti:dt:tf;

g = [];
%load acrlico_0@60
load aluminio_0@60
for col = 0:2:Narq-1  %varrendo as posições [u1, u2... uNarq] do
transdutor
    eval(['y = y', num2str(col),';'])% lê o sinal A-scan para
cada col
    y = y - mean(y);
    method = 'linear';
    yi = interp1(t,y,tp,method); %gera o vetor g de t1=ti a
tp<=tf com dt

    Inan = isnan(yi); %busca no vetor yi as posições com NaN
(not a number)
    yi(Inan)=0; %completa com zeros as posições que não foram
interpoladas NaN

    plot(t,y,tp,yi,'.'), pause(0.05)

    g = [g; yi']; %  Empilha em vetor coluna
```

```
end

save vetor_g_Exp g
```

2) Rotina *monta_S_exp.m* que monta a matriz S dos sistema S.r=g

```
%
% Flavio Buiochi e Orlando Cirullo (Fev/2015)
%%%%%%      DADOS  %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
a=9.5e-3;                    %Raio do Pistão Plano Circular (m)
 c =1492; % c = 1488;                  %Velocidade de Propagação
na água (m/s);
dens=1000;        %Densidade (kg/m3)
freq=1e6;         %Frequencia central do transdutor (Hz)
dT=1/freq/20;    %Amostragem (dT = 1/fa)

% Define a onda de excitaçao vn (experimental ou teórica)
%%% TEORICA: %%%
%  periodo=  0:dT:(1/freq);  %Período  discretizado  -  um  ciclo
senoidal
% vn = sin(2*pi*freq*1*periodo); %Veloc. Normal (ciclo senoidal)
% [O]=Onda_a(5,9,2.4,1/freq,dT)
% vn = O.onda;  %sinal de excitação
%%% EXPERIMENTAL: %%%
load ondaplana
dt=0.12500e-6; %discretização no tempo
tvn=t(1):dt:t(end);
method = 'linear';
vn = interp1(t,y,tvn,method); %gera o vetor g de t1=ti a tp<=tf
com dt
plot(t,y,tvn,vn,'.')
xlabel('tvn (us)');
ylabel('Amplitude vn (m/s)');
title('Velocidade Normal (Experimental)');
%%
% % Pontos a serem varridos do ROI
x = [-16*1e-3:0.25e-3:16*1e-3];
z = [50.55*1e-3:0.25e-3:70.55*1e-3];
```

```
% % Posições de deslocamento do transdutor (emissor/receptor)
u=linspace(-15e-3,15e-3,31);

%% Parâmetros de Tempo
ti=73e-6; %tempo inicial(us)
tf=95e-6; %tempo final (us)
dt=0.12500e-6; %discretização no tempo usado para Tikhonov
tp=ti:dt:tf;
```

```
tic

[X,Z] = meshgrid(x,z);  %define o conjunto de pontos na malha
retangular

% empilhando todos os pontos do ROI
x=reshape(X,[prod(size(X)) 1]); %transforma em vetor as coords.
x )
z=reshape(Z,[prod(size(Z)) 1]); %transforma em vetor as coords.
z
[Nz, Nx]=size(X); %numero de pontos nas direções x e z do ROI
N = length(x); %numero de pontos da malha

NTx = length(u); %numero de posições do transdutor

PE = [], S=[];

for q=1:NTx
    for i=1:N
        [i, x(i), z(i)]

        % Cálculo do potencial impulsivo
        [phi, t0] = Potencial(a,c,x(i)-u(q),z(i),dT);
        t0 = 2*t0;
        %figure(1), plot(phi)

        % Cálculo da Pressão Impulsiva Normalizada
        h=dens*diff([0 phi 0])/dens/c;

        % figure(2), plot(h)

        % Cálculo do pulso-eco
        pe = conv(vn,(conv(h,h)));
        t = t0 + dT*(0:1:length(pe)-1);
```

```
        if 0
            t = t0 + dT*(0:1:length(pe)-1);
            figure(3)
            plot(t*1e3*c,pe,'.r');
            xlabel('c.t (mm)');
            ylabel('Amplitude normalizada');
            title('Pulso-Eco (vn*h*h)');
            grid
%             pause
        end

        method = 'linear';
        pei  =  interp1(t,pe,tp,method);  %sinal  interpolado  c/
discretização dt

        peiaux = isnan(pei);
        I = find(peiaux == 1);
        pei(I) = 0;

         if 0
            figure(4)
            hold on
            plot(tp*1e3*c,pei,'.k');
            xlabel('c.t (mm)');
            ylabel('Amplitude normalizada');
            title('Pulso-Eco INTERPOLADO (vn*h*h)');
            hold off
            pause
        end

        %limitar os vetores de ti a tf
        PE = [PE pei'];
```

```
        if 0
            for ii=1:N;
                figure(5)
                hold on
                plot(PE(:,ii));
                xlabel('c.t (mm)');
                ylabel('Amplitude PE');
                title('Pulso-Eco');
                hold off
                pause;
            end
        end

    end

    S = [S; PE];
    PE = [];

end

save matriz_S S

toc
```

Anexo III - Rotina de software do pistão côncavo.

1) Rotina *PotencialConcavo.m* que calcula o potencial impulsivo do pistão côncavo (chama a função Potencial.m (Anexo I - 5)).

```
function [phisoma, t0min] =
PotencialConcavo(D,F,Naneis,c,x,z,dT)
%
% Calcula o potencial de velocidade de um disco côncavo no
ponto (x,z).
% A origem do sistema de coordenadas está no vértice da
superfície côncava
% (ponto central)
%
% D: diâmetro do disco (transdutor)
% F: posição focal
% Naneis: No. de aneis da sup. côncava (inclui também o disco
do vértice)
% c: velocidade de propagação
% (x,z): posição onde se calcula o potencial impulsivo
% dT: discretização temporal

thetamax = asin(D/(2*F));
theta = linspace(thetamax,0,Naneis+1);
rho = ones(size(theta))*F;
[zanel,xanel] = pol2cart(theta,rho); %transforma coord. polar
em cartesiana
zanel = F - zanel;
H = F - sqrt(F^2-(D/2)^2);
ATx = H*2*pi*D/2; %Area da calota esférica (transdutor
concavo)

phianeis = []; %apagando variavel
phianel = [];

%calcula potencial dos anéis (sem somá-los)
for i=1:Naneis-1
    xx = x;
    zz = z -(zanel(i)+zanel(i+1))/2;
    rmax = xanel(i);
    rmin = xanel(i+1);
    [phimax, t0] = Potencial(rmax,c,xx,zz,dT);
    [phimin, t0] = Potencial(rmin,c,xx,zz,dT);
    phianel = phimax;
    phianel(1:length(phimin)) = phimax(1:length(phimin))-
phimin;

    %corrigindo o fator de area do anel com o comprimento do
arco
```

```
    dtheta = theta(i)-theta(i+1);
    arco = dtheta*F; %comprimento do arco
    rmedio = (xanel(i)+xanel(i+1))/2;
    %fator = arco/(xanel(i)-xanel(i+1)); %fator de area do
anel
    Aanel = 2*pi*rmedio*arco/ATx; %area do anel normalizada
com a area do Tx

    phianeis(i).pot = [phianel*Aanel];
    phianeis(i).t0 = t0;
end

%calcula o potencial devido ao último anel, ou seja, disco
    xx = x;
    zz = z -(zanel(i+1)+zanel(i+2))/2;
    rdisco = xanel(length(xanel)-1);
    [phidisco, t0] = Potencial(rdisco,c,xx,zz,dT);
    Adisco = pi*rdisco^2/ATx; %area do disco normalizada com a
area do Tx
    phianeis(i+1).pot = [phidisco*Adisco];
    phianeis(i+1).t0 = t0;

%plota o potencial dos anéis(sem somá-los)
if 0
    for i=1:Naneis,
        figure(2)
%        i=400
        t = phianeis(i).t0 + dT*(0:1:length(phianeis(i).pot)-
1);
        plot(t*1e3*c, phianeis(i).pot,'.r')
        xlabel('c.t (mm)');
        grid
        phianeis(i).t0,
        pause,
    end
end

%Soma os potenciais de cada anel e do último disco
phisoma = phianeis(1).pot;
for i=2:Naneis,
    I = floor((phianeis(i).t0-phianeis(1).t0)/dT); %indice a
partir de qual ponto deve somar os potenciais
    NIdisp = length(phisoma)-I;
% numero de indices disponíveis para soma com phianeis(i).pot
% se o no. de indices disponíveis for menor que o tamanho de
% phianeis(i).pot, então completar phisoma com zeros.
    if NIdisp < length(phianeis(i).pot),
        phisoma(I + length(phianeis(i).pot))=0;
    end
    phisoma(1+I:length(phianeis(i).pot)+I) =
phisoma(1+I:length(phianeis(i).pot)+I)+ phianeis(i).pot;
```

```
end

t0min = phianeis(1).t0;
% o menor tempo t0 é obtido com o primeiro anel
%seja, o anel mais próximo do ponto de observação.
end
```