

Universidade de São Paulo

Instituto de Física

**Investigação do espalhamento elástico de  ${}^6\text{Li}$  em  
múltiplos alvos:  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$  e  ${}^{19}\text{F}$**

Matheus Bonfim Angelo



Orientador: Prof. Dr. Valdir Guimarães

---

Dissertação de mestrado apresentada ao  
Instituto de Física da Universidade de  
São Paulo como requisito parcial para a  
obtenção do título de Mestre em Ciências.

---

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Valdir Guimarães (IFUSP)

Prof. Dr. Frederico Antonio Genezini (IPEN)

Profa. Dra. Bárbara Esther da Fonseca Paes Ribeiro (CNEA/TANDAR)

São Paulo

2024

**FICHA CATALOGRÁFICA**  
**Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação**  
**do Instituto de Física da Universidade de São Paulo**

Angelo, Matheus Bonfim

Investigação do espalhamento elástico de  ${}^6\text{Li}$  em múltiplos alvos:  
 ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$  e  ${}^{19}\text{F}$ . São Paulo, 2024.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo, Instituto de  
Física, Depto. de Física Geral.

Orientador: Prof. Dr. Valdir Guimarães.

Área de Concentração: Física Nuclear.

Unitermos: 1. Espalhamento elástico; 2. Transverse Isotropy; 3.  
Modelo óptico.

USP/IF/SBI-023/2024

University of São Paulo

Institute of Physics

**Investigation of the elastic scattering of  ${}^6\text{Li}$  from  
various targets:  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$  and  ${}^{19}\text{F}$**

Matheus Bonfim Angelo

Supervisor: Dr. Valdir Guimarães

---

Dissertation submitted to the Institute of  
Physics of the University of São Paulo in  
partial fulfillment of the requirements for  
the degree of Master of Science.

---

Examining Committee:

Dr. Valdir Guimarães (IFUSP)

Dr. Frederico Antonio Genezini (IPEN)

Dr. Bárbara Esther da Fonseca Paes Ribeiro (CNEA/TANDAR)

São Paulo

2024

---

*Para meus pais, que acreditaram em mim*

*Para o pequeno Bonfim, que sonhou*

---

## Agradecimentos

Primeiro agradeço de coração a meus pais, Kátia e Isaias, que me deram a base de tudo que eu sou hoje. Vocês me acompanham nesse caminho desde que comecei e me incentivam incondicionalmente, não consigo nem expressar o efeito positivo que isso sempre terá em mim e o amor que cultivamos juntos.

Agradeço aos meus amigos da vida, Juliana, Sandy, Sérgio e Wesley (e quem mais for se agregar), que passaram o teste do tempo e hoje são os quatro irmãos que a vida me fez conhecer. Começamos a vida adulta juntos e seguimos nossas histórias em paralelo, sempre tendo momentos de respiro para lembrarmos do que realmente importa.

Meus amigos que fiz na faculdade, o pessoal do Ugu, fizeram desse período um momento mais presente. Os anos passaram rápido demais e agora fico feliz em ver o caminho que estamos tomando. Um abraço especial para o Eduardo, o Leonardo, o Muniz e o Moya, que espelharam tantas vezes a minha própria tomada de consciência.

Agradeço ao prof. Dr. Valdir Guimarães pela orientação ao longo dos anos que passei no grupo. Também agradeço a Dr. Alessandro de Lara, Me. Guilherme Fortino e Me. Jônatas Ribeiro pelas vezes que me ajudaram quando havia acabado de ingressar no grupo. E aos colegas e amigos, de antes ou recentes, Dra. Marlete Assunção, Dr. Juan Alcântara, Dra. Adriana Baroni, Dr. Juan Zamora, Dr. Erick Zevallos, Me. Pedro Magro, Augusto Vieira, Me. Fernando Miletto, Laura Garcia e Pierre Nistal.

Obrigado Dr. Andrés Arazi, Dra. Bárbara Paes, Dr. Daniel Hojman, Me. Jorge Gómez e Dra. María A. Cardona, pela experiência que tive no laboratório TANDAR, e Matías e todos os portenhos que conheci, pela ótima estadia que tive em Buenos Aires.

E, finalmente, agradeço às agências que foram responsáveis pelo financiamento direto deste projeto, a saber: Processo n° 2021/01063-2, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), Processo 130535/2021-4, Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e Processo 464898/2014-5, Chamada Pública MCTI/CNPQ/CAPES/FAPS N° 16/2014 do Programa INCT-FNA.

---

*The mind is its own place, and in it self  
Can make a Heav'n of Hell, a Hell of Heav'n.*

John Milton

---

## Resumo

O  ${}^6\text{Li}$  é um núcleo fracamente ligado com uma forte estrutura de *cluster* do tipo  ${}^4\text{He}+d$ . A utilização desse núcleo como projétil, em experimentos de espalhamento elástico, propicia o estudo de diversos fenômenos, como influência da sua estrutura de *cluster* e a investigação dos consequentes efeitos devido a reações de *breakup* e transferência. Neste trabalho investigamos o espalhamento do feixe de  ${}^6\text{Li}$  em múltiplos alvos de  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$  e  ${}^{19}\text{F}$ . A experiência foi realizada nas energias  $E_{\text{LAB}} = 18.0, 22.0, 23.0$  e  $24.0$  MeV no Laboratório TANDAR (Argentina). As distribuições angulares obtidas desses espalhamentos elásticos foram analisadas no contexto de modelo óptico.

Para o espalhamento de partículas bosônicas idênticas de  ${}^6\text{Li}+{}^6\text{Li}$  exploramos a possibilidade de investigarmos fenômenos como a *Transverse Isotropy* (TI) para núcleos leves, a fim de obter informações sobre a interação nuclear. Para o espalhamento elástico do sistema  ${}^6\text{Li}+{}^{19}\text{F}$ , a distribuição angular obtida a  $24.0$  MeV foi analisada com o modelo óptico. Para o espalhamento elástico do sistema  ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$ , as distribuições angulares medidas a  $18.0, 22.0$  e  $23.0$  MeV são inéditas e foram bem descritas com a análise de modelo óptico. Testamos potenciais utilizados em análise anteriores a  $20.0$  e  $24.0$  MeV, mas uma boa descrição dos dados foi obtida com novos potenciais derivados neste trabalho.

**Palavras-chave:** Espalhamento elástico; Transverse Isotropy; Modelo óptico.

---

## Abstract

${}^6\text{Li}$  is a weakly bound nucleus with a strong cluster structure given by  ${}^4\text{He}+d$ . The use of this nucleus as a projectile, in elastic scattering experiments, allows the study of various phenomena, such as the influence of its cluster structure and the investigation of the consequent effects due to breakup and transfer reactions. In this work we investigated the elastic scattering of the  ${}^6\text{Li}$  beam on multiple targets,  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$  and  ${}^{19}\text{F}$ . The experiment was carried out at energies of  $E_{\text{LAB}} = 18.0, 22.0, 23.0$  and  $24.0$  MeV at the TANDAR Laboratory (Argentina). The angular distributions obtained from these elastic scatterings were analyzed in the optical model framework.

For the scattering of identical bosonic particles of  ${}^6\text{Li}+{}^6\text{Li}$ , we explored the possibility of investigating phenomena such as the Transverse Isotropy (TI) for light nuclei to obtain information about the nuclear interaction. For the elastic scattering of the system  ${}^6\text{Li}+{}^{19}\text{F}$ , the angular distribution obtained at  $24.0$  MeV was analyzed with the optical model. In the case of the  ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$  elastic scattering, the angular distributions measured at  $18.0, 22.0$  and  $23.0$  MeV are unprecedented and were well described with the optical model analysis. We tested previously used potentials from studies at  $20.0$  and  $24.0$  MeV, but a good description of the data was found with new potentials derived from this work.

**Keywords:** Elastic scattering; Transverse Isotropy; Optical model.

# Lista de Figuras

2.1	Ilustração do espalhamento quântico de uma onda plana em um alvo. . . . .	16
2.2	Ilustração das duas situações clássicas possíveis no espalhamento de partículas idênticas. . . . .	20
2.3	Dependência de um potencial nuclear $V_N(r)$ da forma Woods-Saxon, de um potencial Coulombiano $V_C(r)$ realista e o potencial efetivo com o raio. . . . .	23
2.4	Esquema da integração realizada pelo <i>folding potential</i> nos dois núcleos. . . . .	25
3.1	Representação do Laboratório TANDAR, destacando desde a fonte de íons no topo até a linha experimental no canto inferior direito. . . . .	30
3.2	Esquema do funcionamento da fonte de íons. . . . .	31
3.3	Sistema de carga positiva fluindo para o terminal pelos <i>pellets</i> . . . . .	32
3.4	Esquema do acelerador TANDAR, destacando as etapas do processo. . . . .	33
3.5	Mapa das linhas experimentais presentes no andar térreo do laboratório TANDAR. . . . .	34
3.6	Interior da câmara de espalhamento do TANDAR. . . . .	35
3.7	(a) Foto da torre de alvos durante o experimento. (b) Disposição do suporte do alvo de ${}^6\text{LiF}$ acima da torre de alvos. . . . .	39
3.8	Fotos tiradas do alvo utilizado meses após o final do experimento. (a) Frente do alvo, evidenciando a parte circular de ${}^6\text{LiF}$ fora do centro. (b) Verso do alvo, evidenciando a focalização do feixe fora do alvo de ${}^6\text{LiF}$ . . . . .	39
4.1	Espectro do detector E1 para uma medida de espalhamento elástico de ${}^6\text{Li}$ em alvo de ${}^{197}\text{Au}$ a $25^\circ$ e a 24.0 MeV. . . . .	42

4.2	Retas de calibração do primeiro dos quatro telescópios. . . . .	43
4.3	Espectro biparamétrico para $E_{\text{LAB}} = 18.0$ MeV a $27.7^\circ$ no laboratório, destacando as regiões correspondentes a cada fragmento de reação. . . . .	45
4.4	Projeção no eixo $E$ do espectro biparamétrico na região correspondente ao ${}^6\text{Li}$ como fragmento da reação, para o caso de $E_{\text{LAB}} = 22.0$ MeV a $\theta_{\text{LAB}} = 30.26^\circ$ . . . . .	45
4.5	Exemplo de obtenção das contagens do espalhamento elástico por dois métodos: (a) Extensão de um pico gaussiano cortado. (b) Ajuste de duas gaussianas. . . . .	48
5.1	Distribuições angulares obtidas para ${}^6\text{Li} + {}^{19}\text{F}$ (antes da normalização) para as quatro energias do feixe em comparação com o cálculo de [29]. . . . .	52
5.2	Distribuições angulares para ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li}$ antes da normalização em comparação com dados de [1]: (a) $E_{\text{LAB}} = 18.0$ e $24.0$ MeV. (b) $E_{\text{LAB}} = 22.0$ e $23.0$ MeV. . . . .	54
5.3	Distribuições angulares normalizadas obtidas para ${}^6\text{Li} + {}^{12}\text{C}$ para as quatro energias do feixe incidente. Também apresenta-se uma comparação com os dados de [6] a $E_{\text{LAB}} = 24.0$ MeV na curva laranja tracejada. . . . .	55
5.4	Normalização dos dados experimentais a $E_{\text{LAB}} = 24.0$ MeV com a distribuição angular de [6] na curva sólida ( $\chi_r^2 = 1.9$ ). . . . .	56
6.1	Distribuições angulares de ${}^6\text{Li} + {}^{19}\text{F}$ , com destaque para os dados a 20 MeV da literatura. . . . .	58
6.2	Distribuição angular de ${}^6\text{Li} + {}^{19}\text{F}$ a 24 MeV no laboratório, normalizada com $k = 1.23$ , e comparada com o potencial óptico de Bethge [29] para esta energia ( $\chi_r^2 = 73$ ). . . . .	59
6.3	Comparação dos dados experimentais de ${}^6\text{Li} + {}^{19}\text{F}$ a 24.0 MeV com os cálculos de modelo óptico para o potencial de [32] e o potencial SPP2. . . . .	60
6.4	Distribuições angulares do espalhamento elástico de ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li}$ para várias energias $E_{\text{LAB}}$ do feixe, retirada de [1]. Destaque para como os dados experimentais (quadrados pretos) sugerem mudanças de concavidade a $90^\circ$ entre 15 e 20 MeV e entre 20 e 25 MeV. . . . .	61
6.5	Distribuições angulares do espalhamento elástico ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li}$ presentes na literatura para energias próximas ao do experimento realizado [1, 34, 35]. . . . .	63

6.6	Comparação dos dados experimentais de ${}^6\text{Li}+{}^6\text{Li}$ a $E_{\text{LAB}} = 24.0 \text{ MeV}$ com os cálculos de modelo óptico para os potenciais da Tabela 6.2 e o SPP2. . . . .	64
6.7	Diferentes valores de $N_I$ para o potencial São Paulo 2 em comparação com os dados experimentais de ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$ a $24.0 \text{ MeV}$ , juntamente com os dados de M. F. Vineyard <i>et al.</i> [6]. . . . .	67
6.8	Diversos cálculos de modelo óptico para tentar descrever (a) o comportamento da distribuição experimental para ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$ a $20.0 \text{ MeV}$ em [5] e (b) o comportamento dos dados medidos a $24.0 \text{ MeV}$ combinados com [6]. . . . .	69
6.9	Resultado da procura de parâmetros para as distribuições angulares obtidas para ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$ e os dados de [5] a $20.0 \text{ MeV}$ . Os valores encontrados estão presentes na Tabela 6.5. . . . .	71
6.10	Resultado da procura de parâmetros para a distribuição angular obtida para ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$ a $24.0 \text{ MeV}$ e os dados de [6]. Os valores encontrados estão presentes na Tabela 6.5. . . . .	72
6.11	Distribuições angulares dos espalhamentos elásticos para os sistemas $d+{}^{12}\text{C}$ [41] e ${}^4\text{He}+{}^{12}\text{C}$ [42], respectivamente, em preto. O cálculo de modelo óptico é representado pela curva azul. . . . .	73
6.12	Resultado do cálculo de CDCC para os dados obtidos neste trabalho para o sistema ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$ . Os pontos experimentais estão em azul e a curva preta tracejada representa o ajuste inicial com o modelo óptico. . . . .	74

# Lista de Tabelas

3.1	Detalhes dos quatro telescópios do sistema T4. . . . .	37
4.1	Coefficientes de calibração para os oito detectores (T4). . . . .	44
4.2	Ângulos sólidos calculados para os quatro detectores do conjunto T4 . . . . .	49
6.1	Parâmetros dos potenciais ópticos usados para ${}^6\text{Li} + {}^{19}\text{F}$ a 24.0 MeV. Os valores de profundidades estão em MeV e os de raios reduzidos e difusividades em fm. . . . .	59
6.2	Parâmetros dos potenciais ópticos usados para ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li}$ a $E_{\text{LAB}} = 24.0$ MeV. Os valores de profundidades estão em MeV e os de raios reduzidos e difusividades em fm. . . . .	64
6.3	Parâmetros para os potenciais ópticos obtidos na literatura para ${}^6\text{Li} + {}^{12}\text{C}$ em cada energia. . . . .	66
6.4	Parâmetros utilizados para a parte imaginária para o potencial WS-A e WS-B para ${}^6\text{Li} + {}^{12}\text{C}$ . . . . .	66
6.5	Parâmetros obtidos no SFRESCO pela procura usando as quatro distribuições angulares medidas neste trabalho e os dados em [5, 6]. . . . .	72
6.6	Parâmetros dos potenciais ópticos usados para descrever os sistemas centro-alvo e valência-alvo. Os valores de profundidades estão em MeV e os de raios reduzidos e difusividades em fm. . . . .	74

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>Fundamentação Teórica</b>	<b>15</b>
2.1	Teoria de espalhamento . . . . .	15
2.2	Seção de choque . . . . .	18
2.3	Partículas idênticas . . . . .	19
2.4	Modelo óptico (OM) . . . . .	21
2.4.1	Potencial Woods-Saxon . . . . .	23
2.4.2	Potencial São Paulo . . . . .	24
2.5	Espalhamento de Mott . . . . .	26
2.6	<i>Transverse Isotropy</i> (TI) . . . . .	28
<b>3</b>	<b>Arranjo Experimental</b>	<b>29</b>
3.1	Fonte de íons . . . . .	29
3.2	Acelerador . . . . .	31
3.3	Câmara de espalhamento . . . . .	33
3.4	Sistema de detecção . . . . .	35
3.5	Medidas realizadas . . . . .	37
<b>4</b>	<b>Redução de dados</b>	<b>40</b>
4.1	Calibração dos espectros . . . . .	40
4.2	Cálculo da seção de choque . . . . .	46

<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>50</b>
5.1	Distribuições angulares . . . . .	50
5.1.1	Espalhamento elástico para o sistema ${}^6\text{Li}+{}^{19}\text{F}$ . . . . .	51
5.1.2	Espalhamento elástico para o sistema ${}^6\text{Li}+{}^6\text{Li}$ . . . . .	52
5.1.3	Espalhamento elástico para o sistema ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$ . . . . .	55
5.1.4	Espalhamento elástico para o sistema ${}^6\text{Li}+{}^1\text{H}$ . . . . .	56
<b>6</b>	<b>Análise</b>	<b>57</b>
6.1	Espalhamento elástico para o sistema ${}^6\text{Li}+{}^{19}\text{F}$ . . . . .	57
6.2	Espalhamento elástico para o sistema ${}^6\text{Li}+{}^6\text{Li}$ . . . . .	61
6.3	Espalhamento elástico para o sistema ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$ . . . . .	65
6.4	CDCC para o sistema ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$ . . . . .	73
<b>7</b>	<b>Conclusões</b>	<b>76</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>79</b>

# Capítulo 1

## Introdução

A abordagem na física nuclear de se utilizar experimentos de espalhamento tem possibilitado investigar a estrutura dos núcleos envolvidos, melhorando nossa compreensão do comportamento dos núcleos atômicos em diferentes escalas de energia. Desde a descoberta do núcleo atômico por Rutherford, no seu experimento com feixe de partículas alfas espalhadas por folhas finas de ouro, o espalhamento elástico popularizou-se como uma técnica conceitualmente simples para obter informações importantes, como o raio nuclear, informações sobre a interação núcleo-núcleo, estrutura de *cluster*, deformações, etc.

O que se obtém de um experimento de espalhamento elástico são distribuições angulares, relações entre a seção de choque diferencial e o ângulo de espalhamento, medidas em energias específicas. Essas distribuições angulares podem, então, ser estudadas e interpretadas com diversos modelos. Um dos modelos a ser utilizado nesse trabalho é o modelo óptico, que descreve a interação entre os núcleos projétil e alvo, sem considerar a estrutura interna, através de um potencial nuclear. Esse potencial muitas vezes é sensível às propriedades desses núcleos, como massa, raio, deformação, *spin*, ou mesmo estrutura de *cluster*, criando uma sinergia entre estrutura e interação entre os núcleos envolvidos.

Neste trabalho estudamos o espalhamento elástico de  ${}^6\text{Li}$  em alvos de  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$  e  ${}^{19}\text{F}$  nas energias  $E_{\text{LAB}} = 18.0, 22.0, 23.0$  e  $24.0$  MeV. Os isótopos de lítio, como  ${}^{6,7,8,9,11}\text{Li}$ , já têm sido extensivamente estudados há décadas, devido à estrutura de *cluster* que eles apresentam - combinações internas de aglomerados de núcleons (prótons e nêutrons), como partículas alfa, dêuterons e trítions, ou, no caso do  ${}^{11}\text{Li}$ , uma estrutura de halo de nêutrons. Nesse

trabalho estamos interessados no isótopo  ${}^6\text{Li}$ , que é um núcleo leve com uma estrutura de *cluster* bastante pronunciada para a configuração  $\alpha + d$ , onde a partícula alfa é fracamente ligada ao dêuteron por  $S_{\alpha+d} = 1.47 \text{ MeV}$ . Devido a essa fraca energia de ligação, os canais de *breakup* e transferência podem ser bastante importantes nas reações nucleares induzidas por esse núcleo.

A escolha das energias do feixe incidente de lítio se deu pelo fato de estarmos interessados em verificar e investigar o fenômeno de *Transverse Isotropy* (TI), amortecimento das oscilações de Mott para o sistema de partículas idênticas de *spin* inteiro, para o sistema  ${}^6\text{Li}+{}^6\text{Li}$ . Trabalhos anteriores indicaram que esse fenômeno poderia aparecer nessas energias [1]. Adicionalmente, estudos anteriores perceberam o desaparecimento dos efeitos extras de absorção de fluxo do canal elástico e questionaram se isso seria acidental ou uma propriedade específica dessa reação [1]. O uso de um potencial óptico fenomenológico foi capaz de descrever as distribuições angulares obtidas e o espalhamento inelástico podia ser facilmente estudado com o uso da DWBA (*Distorted Wave Born approximation*).

Em sistemas de núcleos bosônicos onde tanto o núcleo incidente quanto o núcleo alvo são idênticos, como este envolvendo o  ${}^6\text{Li}$  com  $J^\pi = 1^+$ , há a possibilidade de se estudar uma série de fenômenos relacionados ao espalhamento de Mott, como forças de longo alcance da QCD (Cromodinâmica Quântica) com o sistema  ${}^{208}\text{Pb}+{}^{208}\text{Pb}$  [2], polarização do vácuo com o sistema  ${}^{12}\text{C}+{}^{12}\text{C}$  [3] e a *Transverse Isotropy* (TI). Este último fenômeno se manifesta como um amortecimento nas oscilações comumente vistas nas distribuições angulares de um espalhamento de Mott bosônico. O fenômeno de *Transverse Isotropy* já foi estudado para o sistema leve  ${}^4\text{He}+{}^4\text{He}$  [4]. Seguindo a tabela de núclídeos, os próximos núcleos leves de *spin* inteiro, e portanto candidatos a manifestarem esse fenômeno, seriam o  ${}^6\text{Li}$  ( $J^\pi = 1^+$ ) e o  ${}^{10}\text{B}$  ( $J^\pi = 3^+$ ), visto que o núcleo de  ${}^8\text{Be}$  não é ligado. O espalhamento idêntico de  ${}^{10}\text{B}+{}^{10}\text{B}$  foi realizado recentemente pelo grupo NEAN e a análise está sendo finalizada.

Neste trabalho utilizamos um alvo de  ${}^6\text{LiF}$  (fluoreto de lítio enriquecido) em *backing* de carbono. Com isso pudemos também estudar simultaneamente o espalhamento de  ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$  e  ${}^6\text{Li}+{}^{19}\text{F}$ , pois esses elementos eram os constituintes do alvo. Medidas de distribuições angulares foram obtidas para esses sistemas em quatro energias diferentes ( $E_{\text{LAB}} = 18.0, 22.0, 23.0$  e  $24.0 \text{ MeV}$ ), no Laboratório TANDAR, vinculado a *Comisión Nacional de Energía*

*Atómica* (CNEA) na Argentina. Estudamos as distribuições angulares para esses sistemas utilizando o modelo de potencial óptico. Como haviam estudos anteriores do sistema  ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$  nas energias próximas às medidas nesse trabalho,  $E_{\text{LAB}} = 20.0$  [5], 24.0 e 30.0 MeV [6], investigamos a possibilidade de utilizar os potenciais desenvolvidos nesses trabalhos, mas a melhor descrição foi obtida com potenciais do presente trabalho. As medidas realizadas na energia 24.0 MeV serviram para validar as demais distribuições angulares inéditas em 18.0, 22.0 e 23.0 MeV.

Esta dissertação está dividida em oito capítulos, incluindo esta introdução. O Capítulo 2 traz uma apresentação da teoria sobre espalhamentos em física quântica e a descrição da TI. O Capítulo 3 descreve os detalhes do aparato experimental e da experiência realizada. O Capítulo 4 mostra o processo de conversão dos dados brutos em distribuições angulares, passando pela calibração dos detectores, cálculos de perda de energia, tempo morto, contagens de picos e normalizações.

No Capítulo 5 apresentamos os resultados obtidos pela redução de dados e no Capítulo 6 analisamos as distribuições angulares segundo métodos descritos no texto. Por fim, no Capítulo 7 estabelecemos as conclusões obtidas em cima das análises e citamos possibilidades futuras no mesmo campo de estudo.

# Capítulo 2

## Fundamentação Teórica

Neste capítulo iremos introduzir os fundamentos teóricos que servirão de base para as análises presentes neste trabalho.

### 2.1 Teoria de espalhamento

A investigação do comportamento de partículas subatômicas geralmente se dá por observação de fenômenos macroscópicos, já que as escalas de comprimento dos constituintes fazem deles impossíveis de serem observados diretamente [7]. O comportamento coletivo de várias partículas subatômicas tem sido explorado por experimentos de espalhamento, onde um feixe de um determinado elemento incide sobre um material alvo e é espalhado com uma dependência na direção de detecção.

Com um tratamento quântico, um feixe ideal (monocromático, uniforme e não interagente) de partículas pode ser representado por uma onda plana [8]. Essa onda plana interage com as partículas do alvo em uma região limitada do espaço e observamos partículas livres espalhadas longe do centro espalhador (Figura 2.1).

Representamos os autoestados de partícula livre como  $|\phi\rangle$ , que são associados a um operador Hamiltoniano livre  $H_0$  com energia  $E$  por

$$H_0 |\phi\rangle = E |\phi\rangle \tag{2.1}$$

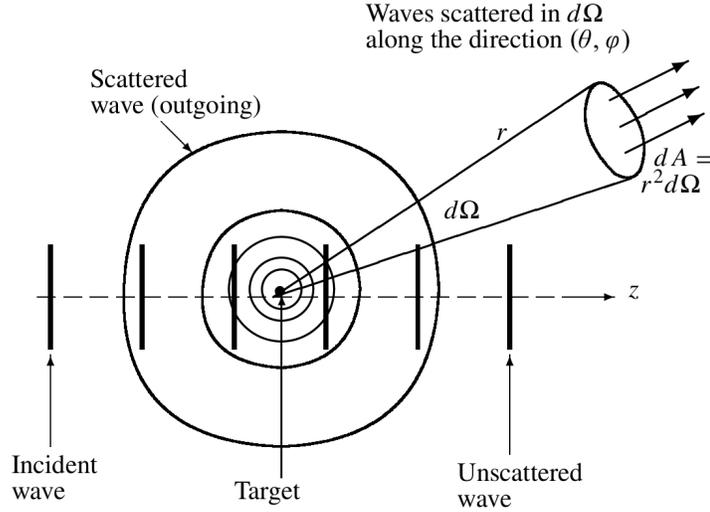


Figura 2.1: Ilustração do espalhamento quântico de uma onda plana em um alvo. Adaptado de [7].

O objetivo é, portanto, resolver a Equação 2.2 impondo que  $|\Psi\rangle \rightarrow |\phi\rangle$  nas regiões onde  $V$  se anula, onde o operador  $V$  representa a interação.

$$(H_0 + V) |\Psi\rangle = E |\Psi\rangle \quad (2.2)$$

Esta expressão pode ser reorganizada em termos de  $|\Psi\rangle$ , estendendo o valor da energia para o plano complexo, já que o operador  $E - H_0$  não é invertível, e tomando o limite. O resultado é a equação de Lippmann-Schwinger:

$$|\Psi\rangle = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left[ |\phi\rangle + \frac{1}{E \pm i\epsilon - H_0} V |\Psi\rangle \right] \quad (2.3)$$

Consideremos o caso de um espalhamento elástico entre duas partículas não relativísticas de massas  $m_1$  e  $m_2$ . Na aproximação em que a interação é local, dependente somente da distância relativa  $r$  e independente do tempo, podemos escrever a equação de Schrödinger do problema em termos da massa reduzida  $\mu = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$ :

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 \Psi(\vec{r}) + V(\vec{r}) \Psi(\vec{r}) = E \Psi(\vec{r}) \equiv \frac{\hbar^2 k_0^2}{2\mu} \Psi(\vec{r}) \quad (2.4)$$

$$(\nabla^2 + k_0^2) \Psi(\vec{r}) = \frac{2\mu}{\hbar^2} V(\vec{r}) \Psi(\vec{r}) \quad (2.5)$$

O comportamento assintótico da solução é conhecido. Sabemos que ela se comporta como uma onda plana se propagando com vetor de onda  $\vec{k}_0 = k_0 \hat{z}$  fora do alcance do potencial:

$$\langle \vec{r} | \phi \rangle = \phi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}_0 \cdot \vec{r}} \quad (2.6)$$

Longe do alvo pode-se detectar uma onda esférica espalhada com vetor de onda  $\vec{k}$ , na direção de detecção  $\hat{r} = (\theta, \varphi)$  mostrada na Figura 2.1:

$$\phi_{\text{esp}}(\vec{r}) = f(\theta, \varphi) \frac{e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}}{r} \quad (2.7)$$

onde  $f(\theta, \varphi)$  é a amplitude de espalhamento, uma função que representa como a interação espalha partículas de maneira diferente pelo espaço. Assim, a função de onda total do sistema assintoticamente é a soma das funções de onda incidente e espalhada:

$$\Psi(\vec{r}) \longrightarrow e^{i\vec{k}_0 \cdot \vec{r}} + f(\theta, \varphi) \frac{e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}}{r} \quad (2.8)$$

A Equação 2.3 pode ser escrita usando o formalismo da função de Green [8]. Os termos são escritos na base dos autoestados do operador posição,  $|\vec{r}\rangle$ , e o resultado é uma equação integral:

$$\Psi(\vec{r}) = \phi(\vec{r}) + \frac{2\mu}{\hbar^2} \int G(\vec{r} - \vec{r}') V(\vec{r}') \Psi(\vec{r}') d^3 \vec{r}' \quad (2.9)$$

com  $G(\vec{r} - \vec{r}')$  sendo o núcleo dessa equação, satisfazendo  $(\nabla^2 + k^2) G(\vec{r} - \vec{r}') = \delta(\vec{r} - \vec{r}')$  para a função delta de Dirac. A solução disto é:

$$G(\vec{r} - \vec{r}') = -\frac{1}{4\pi} \frac{e^{\pm ik|\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \quad (2.10)$$

com o sinal (+) representando uma onda esférica que se propaga para o infinito e (-) representando uma onda esférica que se propaga do infinito para o centro do sistema de coordenadas.

A única solução que nos interessa é a com o sinal (+), logo:

$$\Psi(\vec{r}) = \phi(\vec{r}) - \frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int \frac{e^{ik|\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} V(\vec{r}') \Psi(\vec{r}') d^3 \vec{r}' \quad (2.11)$$

No limite assintótico, para distâncias muito maiores que o alcance efetivo do potencial, espera-se que essa expressão de  $\Psi(\vec{r})$  convirja para a vista na Equação 2.8. Com a condição  $r = |\vec{r}| \gg r'$ ,

$$k|\vec{r} - \vec{r}'| \approx kr - \vec{k} \cdot \vec{r}' \quad (2.12)$$

$$\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \approx \frac{1}{r} \quad (2.13)$$

O que leva, finalmente, à equação que relaciona a amplitude de espalhamento com a função de onda total:

$$f(\theta, \varphi) = -\frac{\mu}{2\pi\hbar^2} \int e^{-i\vec{k} \cdot \vec{r}'} V(\vec{r}') \Psi(\vec{r}') d^3\vec{r}' \quad (2.14)$$

## 2.2 Seção de choque

Uma das grandezas de interesse em um experimento de espalhamento é a seção de choque  $\sigma$ , quantidade que representa a probabilidade de uma certa reação acontecer em comparação com outras [7]. Dado um elemento infinitesimal de ângulo sólido  $d\Omega$  localizado em  $(\theta, \varphi)$ , pode-se dizer que o número de partículas detectadas nele  $dN$  é proporcional a seção de choque diferencial segundo:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \varphi) = \frac{1}{J_{\text{inc}}} \frac{dN}{d\Omega}(\theta, \varphi) \quad (2.15)$$

onde  $J_{\text{inc}}$  é o número de partículas que incidem no alvo por unidade de área e por unidade de tempo, o fluxo incidente. Esta mesma expressão pode ser escrita em termos de  $J_{\text{esp}}$ , o fluxo de partículas espalhadas, levando em conta que:

$$dN(\theta, \varphi) = J_{\text{esp}} r^2 d\Omega \quad (2.16)$$

A seção de choque total pode ser derivada a partir da seção de choque diferencial, que é função dos ângulos:

$$\sigma = \int \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \varphi) d\Omega = \int_0^\pi \sin\theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \varphi) \quad (2.17)$$

A seção de choque total tem unidades de área e fornece uma informação sobre a área efetiva do alvo e sua dependência com a energia do feixe.

A equação de Schrödinger dependente do tempo é uma equação que descreve a mudança temporal de uma função de onda  $\Psi(\vec{r}, t)$  sujeita a um potencial  $V(\vec{r}, t)$ . Porém ela também pode ser interpretada como uma equação de continuidade para a densidade de probabilidade na forma:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{J} = 0 \quad (2.18)$$

Podemos tomar  $\rho = |\Psi|^2$  para a densidade e o fluxo:

$$\vec{J} = \frac{i\hbar}{2\mu} (\Psi \nabla \Psi^* - \Psi^* \nabla \Psi) \quad (2.19)$$

Com o valor dos fluxos para as ondas incidente e espalhada das Equações 2.6 e 2.7, respectivamente, construímos os fluxos relacionados para  $r \rightarrow \infty$ :

$$|\vec{J}_{\text{inc}}| = \frac{\hbar k_0}{\mu} \quad (2.20)$$

$$|\vec{J}_{\text{esp}}| = \frac{\hbar k}{\mu r^2} |f(\theta, \varphi)|^2 \quad (2.21)$$

Estas expressões podem ser substituídas nas Equações 2.15 e 2.16 para finalmente obter que, no caso de um espalhamento elástico (sem perda de energia), vale:

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta, \varphi) = \frac{k}{k_0} |f(\theta, \varphi)|^2 \stackrel{\text{EL}}{=} |f(\theta, \varphi)|^2} \quad (2.22)$$

A amplitude de espalhamento perde a dependência com o ângulo azimutal  $\varphi$  se a interação é central. Nesta situação, a seção de choque diferencial só depende de  $\theta$  e seu gráfico é denominado distribuição angular.

## 2.3 Partículas idênticas

No caso em que a partícula incidente e a partícula alvo são idênticas, isto é, compartilham todos os números quânticos, não há como distinguir entre as duas situações apresentadas na Figura 2.2. A função de onda espalhada deve representar ambas, tanto a partícula espalhada no ângulo  $\theta$ , quando a partícula espalhada no ângulo  $\pi - \theta$  [8]:

$$\Psi_{\pm}(\vec{x}) = \left[ e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \right] \pm \left[ e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} + f(\pi - \theta) \frac{e^{ikr}}{r} \right] \quad (2.23)$$

Assim, para o caso de um feixe polarizado, a seção de choque diferencial será

$$\frac{d\sigma_{\pm}}{d\Omega} = |f(\theta) \pm f(\pi - \theta)|^2 = |f(\theta)|^2 + |f(\pi - \theta)|^2 \pm 2 \operatorname{Re} [f^*(\theta)f(\pi - \theta)] \quad (2.24)$$

onde o sinal depende do estado de *spin* total das partículas, já que a função de onda total deve ser simétrica (ou antissimétrica) sob a troca de partículas ( $\vec{k} \longleftrightarrow -\vec{k}$  e  $\theta \longleftrightarrow \pi - \theta$ ). Para o caso de bósons (*spin* inteiro) ela é simétrica e para o caso de férmions (*spin* semi-inteiro) ela é antissimétrica.

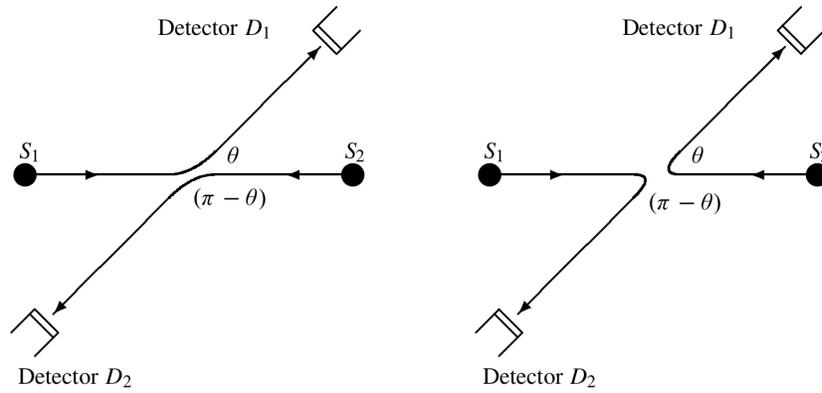


Figura 2.2: Ilustração das duas situações clássicas possíveis no espalhamento de partículas idênticas. Retirada de [7].

Quando o feixe incidente não é polarizado, todas as combinações possíveis de *spin* são igualmente prováveis e a expressão final para a seção de choque diferencial é:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2 + |f(\pi - \theta)|^2 + \delta_{\text{int}}(\theta) \quad (2.25)$$

Isto representa uma soma das seções de choque clássicas com um termo oscilatório dependente do *spin* do feixe *s* devido à interferência que vale [9]:

$$\delta_{\text{int}}(\theta) = 2 \frac{(-1)^{2s}}{2s + 1} \operatorname{Re} [f^*(\theta)f(\pi - \theta)] \quad (2.26)$$

## 2.4 Modelo óptico (OM)

Vários modelos existem para descrever a interação entre dois núcleos de uma forma aproximada, já que uma descrição fiel e exata envolveria muitos graus de liberdade. Uma solução possível é o modelo óptico, nomeado em paralelo ao espalhamento de luz por esferas, onde essas interações são descritas por um potencial complexo  $V(r)$  entre o núcleo incidente e o núcleo alvo [10].

A equação de Schrödinger independente do tempo pode ser escrita em coordenadas esféricas, em termos desse potencial óptico esfericamente simétrico ( $V(\vec{r}) = V(r)$ ):

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\nabla^2\Psi(r, \theta, \varphi) + V(r)\Psi(r, \theta, \varphi) = E\Psi(r, \theta, \varphi) \quad (2.27)$$

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{L^2}{\hbar^2 r^2} \right) + V(r) \right] \Psi(r, \theta, \varphi) = E\Psi(r, \theta, \varphi) \quad (2.28)$$

O potencial  $V(r)$  deve ser complexo com uma parte real e imaginária que podem ainda ser decompostas em vários termos, cada um descrevendo um tipo de interação. A parte imaginária representa a perda de fluxo do espalhamento elástico devidos a efeitos de absorção, como espalhamento inelástico, fusão, *breakup*, transferência, entre outros [10]. A equação acima pode ser reescrita puramente em termos do raio  $r$ , usando de que a dependência no ângulo pode ser explicitada com uma solução que contém os harmônicos esféricos como

$$\Psi(r, \theta, \varphi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l c_{lm} R_{lm}(r) Y_l^m(\theta, \varphi) \quad (2.29)$$

Inserindo a Equação 2.29 na Equação 2.28:

$$\begin{aligned} \sum_{l,m} c_{lm} Y_l^m(\theta, \varphi) \left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial R_{lm}(r)}{\partial r} \right) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} R_{lm}(r) + V(r) R_{lm}(r) \right] \\ = \sum_{l,m} c_{lm} Y_l^m(\theta, \varphi) E R_{lm}(r) \end{aligned} \quad (2.30)$$

A equação acima é uma igualdade válida para todos os números quânticos  $l$  e  $m$ . Como os harmônicos esféricos formam uma base nesse espaço, os termos radiais são iguais, resultando em uma equação somente para a parte radial:

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial R_{lm}(r)}{\partial r} \right) + \left[ \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} + V(r) \right] R_{lm}(r) = E R_{lm}(r) \quad (2.31)$$

O termo em colchetes é denominado potencial efetivo porque contém, além do potencial óptico, um termo centrífugo com dependência no momento angular e em  $1/r^2$ , o que aumenta a distância média entre partículas.

O potencial óptico é comumente escrito como a soma de vários termos, cada um representando uma interação diferente e podendo depender da energia e de outros parâmetros do problema [10]:

$$V(r) = V_C(r) + V_N(r) + V_{SO}(r) \quad (2.32)$$

Aqui  $V_C(r)$  é a interação Coulombiana entre os núcleos devido às cargas  $Z_1$  e  $Z_2$  deles. Tipicamente assumimos o núcleo como sendo uma esfera carregada com densidade homogênea:

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Z_1 Z_2}{2R_C} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(3 - \frac{r^2}{R_C^2}\right), & r \leq R_C, \\ \frac{Z_1 Z_2}{r} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}, & r > R_C. \end{cases} \quad (2.33)$$

onde  $e$  é a carga elementar e  $\epsilon_0$  é a constante de permissividade do vácuo.

Dado que os dois núcleos têm números de massa  $A_1$  e  $A_2$ , podemos definir  $R_C$  como sendo uma estimativa para o raio da barreira Coulombiana  $V_B$ , distância a partir da qual a interação se torna puramente eletrostática:

$$R_C = r_0 \left( A_1^{1/3} + A_2^{1/3} \right), \quad (2.34)$$

com o valor de  $r_0$  tendo sido medido por experimentos com partículas alfa como sendo da ordem de 1.2 fm [11].

O termo  $V_N(r)$  na Equação 2.32 é a interação atrativa núcleo-núcleo, originada fundamentalmente por uma componente residual da força nuclear forte. Ela é de curto alcance, não se estendendo além de alguns femtômetros, e pode ser modelada por alguns potenciais fenomenológicos, que serão descritos nas subseções seguintes.

E, finalmente, o termo  $V_{SO}(r)$  é a interação *spin*-órbita, diretamente proporcional ao acoplamento entre o operador de *spin*  $\vec{S}$  e o operador momento angular  $\vec{L}$ :  $V_{SO}(r) \propto \vec{S} \cdot \vec{L}$ .

### 2.4.1 Potencial Woods-Saxon

O potencial nuclear  $V_N(r)$  deve ser negativo, já que a interação é atrativa, e deve ter um alcance da ordem de grandeza do raio nuclear. Um modelo fenomenológico compatível com essas premissas é o que usa do fator de forma Woods-Saxon [10] do tipo:

$$f(r, R, a) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)} \quad (2.35)$$

O potencial volumétrico derivado é obtido ao multiplicar o fator de forma por uma energia que dá a profundidade do potencial:  $V(r) = -V_0 f(r, R, a)$ . A dependência da função com o raio pode ser vista na Figura 2.3.

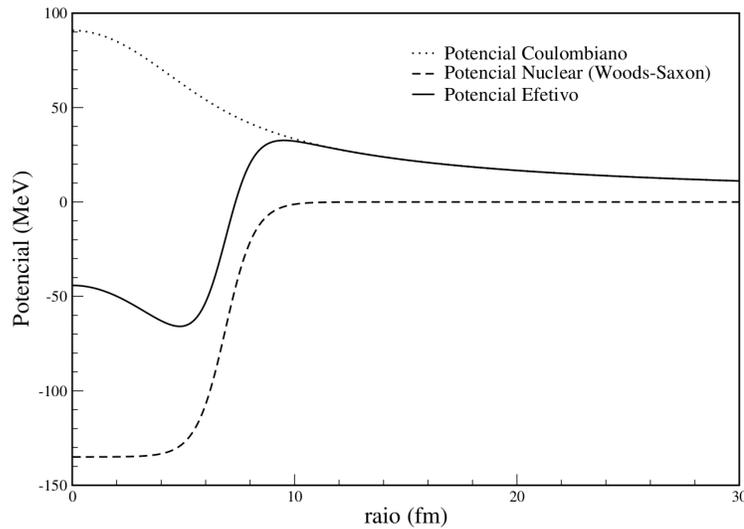


Figura 2.3: Dependência de um potencial nuclear  $V_N(r)$  da forma Woods-Saxon, de um potencial Coulombiano  $V_C(r)$  realista e o potencial efetivo com o raio. Retirada de [12].

Os parâmetros  $R$  e  $a$  são o raio e a difusividade, respectivamente. O raio representa a posição radial onde o potencial alcança metade do seu valor, indo de um valor constante em  $r \approx 0$  até se tornar nulo em  $r \gg R$ . A difusividade é uma medida do quão rápido o potencial converge a zero, sendo que no limite  $a \rightarrow 0$  o potencial se aproxima de uma função degrau.

Tomamos o potencial nuclear como sendo uma combinação de dois potenciais com forma Woods-Saxon, um puramente real e outro puramente imaginário, representando os efeitos de absorção:

$$V_N(r) = -V_0 f(r, R, a) - iW_0 f(r, R_i, a_i) \quad (2.36)$$

Em baixas energias, além da fusão nas colisões frontais, podem ocorrer reações na superfície nuclear que absorvem fluxo do canal elástico. Nesse caso é possível adicionar uma interação  $V_D(r)$  na região superficial levando em conta o formato da derivada do fator de forma, com um termo puramente imaginário:

$$V_D(r) = 4ia_i W_D \frac{\partial}{\partial r} f(r, R_i, a_i) \quad (2.37)$$

O termo de interação *spin*-órbita, citado na seção anterior, pode também ser descrito como proporcional à derivada do fator de forma, com outros parâmetros ajustados, incluindo uma profundidade  $V_S$ :

$$V_{SO}(r) \propto V_S (\vec{S} \cdot \vec{L}) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} f(r, R_S, a_S) \quad (2.38)$$

Na literatura as distribuições angulares de um espalhamento são usadas como fonte para determinar os parâmetros dos potenciais definidos nas Equações 2.36, 2.37 e 2.38. Porém há uma ambiguidade na escolha dos valores já que eles não são únicos; vários conjuntos diferentes deles podem descrever uma mesma distribuição angular. Para energias não muito altas, onde a máxima aproximação entre núcleos não é pequena, pouco se pode conhecer do comportamento de  $V(r)$  no interior do núcleo, mantendo a análise limitada à região superficial (cauda do potencial), na região além do topo da barreira Coulombiana onde o efeito da atração nuclear começa a diminuir substancialmente [13].

O modelo óptico tem a vantagem de considerar a dependência direta em grandezas como a carga do núcleo e o número de massa, mas um modelo que envolva muitos parâmetros está fadado a ter muita liberdade nos ajustes numéricos, já que pode ter até doze parâmetros livres caso incluamos todos os termos acima [13].

## 2.4.2 Potencial São Paulo

Uma limitação ao uso do potencial Woods-Saxon em análises de modelo óptico é a falta de justificativa física para alguns dos parâmetros. O excesso de graus de liberdade pode fazer com que a física do problema se perca no caminho, ficando escondida nos valores dos parâmetros.

Uma classe de potenciais adotados para solucionar esse problema é baseada na dupla convolução, onde uma integral dupla é feita nos dois núcleos para obter-se o efeito global da

interação núcleon-núcleon (Figura 2.4) [14]. Supomos dois núcleos (1 e 2), com distribuições de massa  $\rho_{m1}$  e  $\rho_{m2}$ . A interação nuclear entre eles será:

$$V_F(\vec{R}) = \int \rho_{m1}(\vec{r}_1) \rho_{m2}(\vec{r}_2) v_{mm}(\vec{R} - (\vec{r}_1 - \vec{r}_2)) d^3\vec{r}_1 d^3\vec{r}_2 \quad (2.39)$$

onde  $v_{mm}$  é o modelo escolhido para a interação de duas regiões massivas dos dois núcleos. As densidades são normalizadas de forma que sua integral em todo o espaço resulte no número de massa:

$$\int \rho_m(\vec{r}) d^3\vec{r} = A \quad (2.40)$$

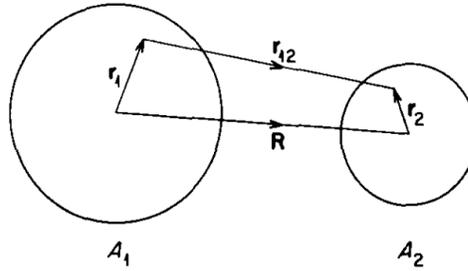


Figura 2.4: Esquema da integração realizada pelo *folding potential* nos dois núcleos. Retirada de [15].

O potencial São Paulo (SPP) foi originalmente definido para descrever espalhamentos de íons pesados, tanto o canal elástico quanto a fusão, e ele se mostrou promissor [14]. O potencial é dado por:

$$v_{mm}(\vec{r}, E) = V_0 \delta(\vec{r}) e^{-4v^2/c^2} \quad (2.41)$$

onde  $v$  é a velocidade relativa entre os dois núcleos e  $c$  é a velocidade da luz. A constante  $V_0$  foi obtida como  $-456 \text{ MeV fm}^3$ .

O potencial São Paulo é puramente real, então para que seja usado no modelo óptico precisa-se da parte imaginária, que representa a perda de fluxo para outros canais. Geralmente autores utilizam um potencial Woods-Saxon ou o mesmo potencial São Paulo com uma certa normalização (proporcional ao  $V_F(r)$  calculado):

$$V_{\text{SPP}}(r) = V_F(r, E)(N_R + i \cdot N_I) \quad (2.42)$$

A partir de uma análise sistemática descrevendo as distribuições angulares para vários sistemas foi encontrado o valor  $N_R=1.0$  e  $N_I= 0.78$  como os melhores parâmetros [14].

Outros modelos para  $v_{mm}(\vec{r})$  foram propostos por ajustes feitos para o espalhamento elástico  $\alpha + \alpha$  a baixas energias. Temos ainda o potencial nuclear brasileiro (BNP) definido diretamente pelo potencial de *folding*, com  $U_0 = 87.226$  MeV e  $a = 0.95$  fm:

$$v_{mm}(\vec{r}) = -U_0 e^{-(r/a)^2} \quad (2.43)$$

Na segunda versão do potencial São Paulo (SPP2) é utilizado  $U_0 = 735.813$  MeV e  $a = 0.50$  fm por:

$$v_{mm}(\vec{r}) = -U_0 e^{-(r/a)^2} e^{-4v^2/c^2} \quad (2.44)$$

Para os três potenciais descritos acima (SPP, BNP e SPP2) é necessário escolher um perfil para a densidade de matéria nuclear. Nos códigos que os calculam a densidade vem de um perfil de Fermi, semelhante à forma de um potencial Woods-Saxon [11]:

$$\rho(\vec{r}) = \rho_0 f(r, R_0, a) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R_0}{a}\right)} \quad (2.45)$$

Uma média feita tanto com modelos teóricos quanto com dados de espalhamento de elétrons leva a  $R_0 = 1.31A^{1/3} - 0.84$  fm e  $a = 0.56$  fm.

## 2.5 Espalhamento de Mott

A maior parte dos problemas que parte de uma escolha de potencial óptico para o cálculo da distribuição angular do espalhamento o faz por métodos numéricos. Os códigos implementados resolvem a equação de Schrödinger para obter a amplitude de espalhamento e assim seguir a Equação 2.22.

Em alguns casos mais simples é possível obter uma solução analítica para a função de onda, como para um potencial harmônico ou o átomo de hidrogênio, mas isso não acontece de modo geral [8]. Para o potencial de Coulomb entre duas partículas de estados de carga  $Z_1$  e  $Z_2$  e massa reduzida  $\mu$  a equação de Schrödinger se escreve como (Equação 2.4):

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right] \Psi(\vec{r}) = \frac{\hbar^2 k_0^2}{2\mu} \Psi(\vec{r}) \quad (2.46)$$

Esperamos obter uma solução do tipo onda plana incidente acrescida de uma onda esférica se propagando a partir de  $r = 0$ . Propomos uma solução em coordenadas da forma:

$$\Psi(\vec{r}) = e^{ik_0 z} F(r - z) \quad (2.47)$$

Definimos um sistema cilíndrico de coordenadas  $\{\rho, \varphi, z\}$  ao invés de  $\{r, \theta, \varphi\}$  com a variável  $\rho \equiv r - z$ . Nelas o laplaciano da função de onda vale:

$$\nabla^2 \Psi(\vec{r}) = \frac{e^{ik_0 z}}{r} \left[ -k_0^2 r F(\rho) + 2F'(\rho)(1 - ik_0 \rho) + 2\rho F''(\rho) \right] \quad (2.48)$$

Inserimos isto na Equação 2.46 e chegamos em:

$$\rho F''(\rho) + (1 - ik_0 \rho) F'(\rho) - k_0 \eta F(\rho) = 0 \quad (2.49)$$

onde  $\eta$  é o parâmetro de Sommerfeld, grandeza adimensional definida por:

$$\eta = Z_1 Z_2 \frac{e^2}{4\pi \varepsilon_0} \frac{\mu}{\hbar^2 k_0} \quad (2.50)$$

A equação diferencial na variável  $\rho$  tem um formato especial quando escrita em termos de  $s \equiv ik_0 \rho$ :

$$s \frac{d^2 F}{ds^2} + (1 - s) \frac{dF}{ds} + i\eta F = 0 \quad (2.51)$$

Esta expressão é a equação de Kummer, um caso especial da equação hipergeométrica confluyente, e a solução  $F$  dela que é regular em  $\rho \rightarrow 0$  é proporcional à função hipergeométrica, uma função especial conhecida em cálculo complexo:

$$\Psi(\vec{r}) \propto e^{ik_0 z} {}_1F_1(-i\eta; 1; ik_0(r - z)) \quad (2.52)$$

Fazendo a expansão assintótica disto para ter a propagação da onda esférica, a amplitude do espalhamento é [16]:

$$f(\theta) = -\frac{\Gamma(1 + i\eta)}{\Gamma(1 - i\eta)} \frac{\eta}{2k_0 \sin^2(\frac{\theta}{2})} e^{-i\eta \ln(\sin^2(\theta/2))} \quad (2.53)$$

Usando das propriedades da função gama, o módulo da amplitude de espalhamento leva para a seção de choque diferencial, a seção de choque Rutherford:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \left( \frac{Z_1 Z_2}{4E} \right)^2 \left( \frac{e^2}{4\pi \varepsilon_0} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\frac{\theta}{2})} \quad (2.54)$$

Se o espalhamento for entre duas partículas idênticas, com número atômico  $Z$  e *spin*  $s$ , situação conhecida como espalhamento de Mott, haverá um termo de interação entre as duas funções de onda simetrizadas na seção de choque de Mott [9]:

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \left( \frac{Z^2}{4E} \right)^2 \left( \frac{e^2}{4\pi \varepsilon_0} \right)^2 \left[ \frac{1}{\sin^4(\frac{\theta}{2})} + \frac{1}{\cos^4(\frac{\theta}{2})} + 2 \frac{(-1)^{2s} \cos(2\eta \ln(\tan(\frac{\theta}{2})))}{2s + 1 \sin^2(\frac{\theta}{2}) \cos^2(\frac{\theta}{2})} \right]} \quad (2.55)$$

## 2.6 *Transverse Isotropy* (TI)

A expressão da seção de choque de Mott é simétrica em torno de  $\theta = \pi/2$  (Equação 2.55), então ela deve atingir um ponto extremo (máximo ou mínimo) neste ângulo. Para o caso de férmions o extremo é sempre um mínimo [9], mas para bósons há uma mudança de comportamento: para energias baixas há um máximo e para energias altas há um mínimo; a transição se dá especificamente quando  $\eta = \sqrt{3s + 2}$ , onde  $s$  é o spin do núcleo considerado.

Quando o sistema tem a energia associada a este  $\eta$  a seção de choque de Mott é localmente plana em torno de  $90^\circ$ , assim as derivadas primeira e segunda dela se anulam, deixando um comportamento local quártico para a função. Este fenômeno foi denominado *Transverse Isotropy* (TI) e ele se manifesta nesta única energia  $E_{\text{TI}}$  para o espalhamento de Mott [17].

No caso em que se leva em conta a interação núcleo-núcleo a TI ocorre em várias energias discretas, já que a amplitude de espalhamento (e conseqüentemente a seção de choque diferencial) pode ser explicitada em um termo de interação Coulombiana e um termo de interação nuclear [9]:

$$f(\theta) = f_C(\theta) + f_N(\theta) \quad (2.56)$$

Diferentes escolhas de potenciais ópticos para a interação nuclear e diferentes modelos de distribuição de carga vão prever diferentes conjuntos de energias onde as oscilações de Mott são amortecidas. Esta situação acontece quando:

$$\left. \frac{d^2}{d\theta^2} \left( \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \right) \right|_{\theta=\frac{\pi}{2}} = 0 \quad (2.57)$$

Para energias acima da barreira Coulombiana, a seção de choque de Mott já foi estudada junto de efeitos de longo alcance, como forças do tipo color van der Waals e polarizibilidade multipolar [4]. Já para energias abaixo da barreira Coulombiana os experimentos que procuram apontar as energias de TI podem servir para entender a interação nuclear de curto alcance.

# Capítulo 3

## Arranjo Experimental

Neste capítulo trazemos a descrição do aparato experimental e do laboratório utilizado nas medidas. As medidas realizadas foram distribuições angulares para o espalhamento elástico de  ${}^6\text{Li}$  em alvos de  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$  e  ${}^{19}\text{F}$ , para quatro valores de energia do feixe incidente:  $E_{\text{LAB}} = 18.0, 22.0, 23.0$  e  $24.0$  MeV. O feixe de  ${}^6\text{Li}$  foi obtido e acelerado pelo acelerador do tipo Tandem do laboratório TANDAR, vinculado a *Comisión Nacional de Energía Atómica* (CNEA) e localizado em Buenos Aires, Argentina.

Uma representação esquemática desse laboratório é mostrada na Figura 3.1. O laboratório funciona em quatro etapas básicas descritas a seguir: i) a produção do feixe primário na fonte de íons, ii) a aceleração e focalização do feixe na câmara de espalhamento, iii) o sistema de detecção das partículas ejetadas e iv) a aquisição de dados.

### 3.1 Fonte de íons

O feixe primário de núcleos estáveis ( ${}^6\text{Li}$  no nosso caso) é produzido a 55 m acima da linha experimental por uma fonte de íons de modelo MC-SNICS (*Multi Cathode-Source of Negative Ions by Cesium Sputtering*) fabricada pela NEC (*National Electrostatics Corporation*) [12]. Um esquema do interior da fonte de íons pode ser visto na Figura 3.2.

Nessa fonte de íons, o material de céσιο, armazenado num reservatório, é aquecido até aproximadamente  $110^\circ\text{C}$ . Com o aquecimento, o céσιο é então direcionado a região a um recipiente cilíndrico onde o material com o feixe de interesse está compactado (cadinho).



Figura 3.1: Representação do Laboratório TANDAR, destacando desde a fonte de íons no topo até a linha experimental no canto inferior direito.

O material depositado para a obtenção de um feixe primário de  ${}^6\text{Li}$  corresponde a uma combinação de  ${}^6\text{LiOH}$  e ouro, este último adicionado para facilitar a extração [18]. O céσιο vaporizado entra em contato com a superfície dos ionizadores, que estão a aproximadamente  $1200\text{ }^\circ\text{C}$ , se ionizando instantaneamente, gerando íons  $\text{Cs}^+$ . Uma diferença de potencial, mantida entre o cátodo e os ionizadores, faz com que os íons de  $\text{Cs}^+$  se movam em direção ao cátodo e as colisões arrancam partículas num processo denominado *sputtering*. Isso é possível pelo fato do céσιο ser um dos elementos mais eletropositivos da tabela periódica. As colisões fazem com que os elementos arrancados passem a camada de céσιο condensada no topo do cátodo e ganhem elétrons cedidos por ela. Assim, produz-se um feixe de íons negativos, que é acelerado eletrostaticamente por um extrator (a aproximadamente  $15\text{ kV}$ ). A seguir os íons dos elementos arrancados do catodo sofrem uma seleção por um eletroímã.

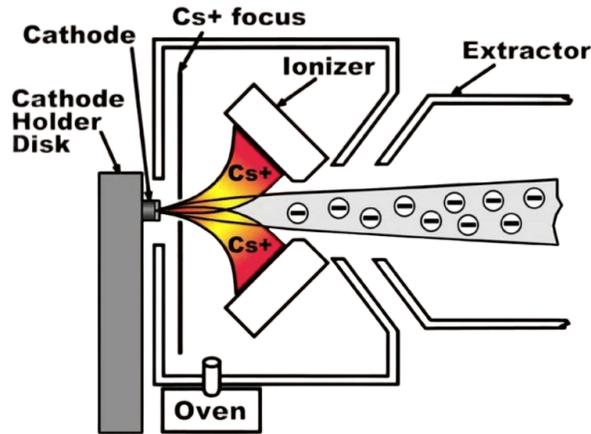


Figura 3.2: Esquema do funcionamento da fonte de íons. Retirado de [19].

A seleção do feixe de interesse é realizada por um eletroímã considerando a rigidez magnética  $B\rho$ :

$$B\rho = \frac{1}{q} \sqrt{2mE} \quad (3.1)$$

onde  $B$  é o campo magnético ao qual o feixe é submetido,  $\rho$  é o raio de curvatura da trajetória, e  $q$  e  $m$  são, respectivamente, a carga e a massa da partícula de energia cinética  $E$ .

Após a seleção de massa, o feixe passa por uma pré-aceleração eletrostática de 180 kV, onde ele é então focalizado por quadrupolos para entrar no acelerador principal.

## 3.2 Acelerador

O laboratório TANDAR possui um acelerador do tipo Tandem, com tensão elétrica máxima de 14 MV. No interior do acelerador há um tubo pelo qual o feixe de íons é conduzido em direção ao terminal de alta tensão. A diferença de potencial é mantida por quatro correntes segmentadas compostas de cilindros metálicos com um núcleo de *nylon*, os *pellets*. Um acelerador com esse mecanismo é chamado de *Pelletron* e seu funcionamento pode ser visto na Figura 3.3. Quando um *pellet* entra em contato com uma polia descarregada, um indutor arranca elétrons do *pellet*, o que faz com que a corrente seja carregada positivamente. Chegando ao terminal, o processo inverso ocorre, o que também carrega positivamente a região em torno dele, gerando um campo elétrico que atrai o feixe iônico pré-acelerado.

Toda a máquina está envolta por um tanque preenchido com hexafluoreto de enxofre ( $\text{SF}_6$ ), dióxido de carbono ( $\text{CO}_2$ ) e nitrogênio gasoso ( $\text{N}_2$ ) para impedir que hajam descargas elétricas durante o processo de aceleração, o que é garantido já que a pressão dos gases pode atingir 10 atm.

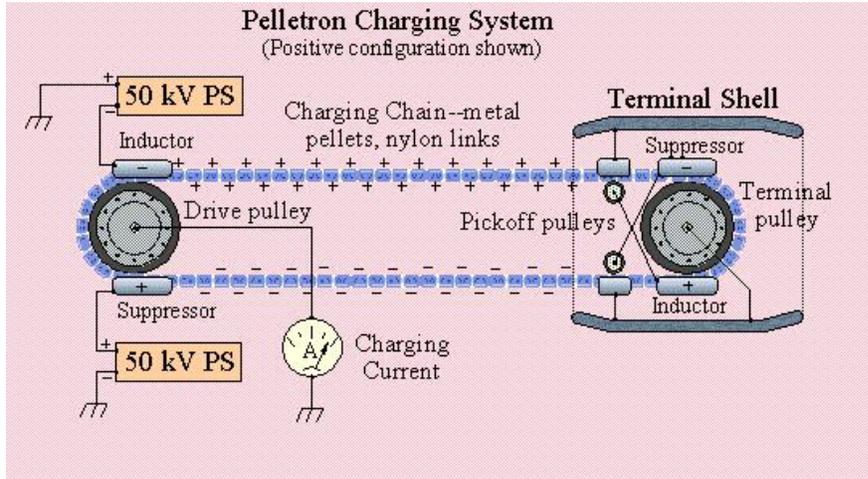


Figura 3.3: Sistema de carga positiva fluído para o terminal pelos *pellets*.

Após as partículas saírem carregadas da fonte de íons com uma energia cinética  $K$  elas são aceleradas pela primeira vez pela tensão  $V_T$  entre o acelerador e o terra. Dado que elas possuem a mesma carga que o elétron  $e$ , elas chegam a uma energia de

$$E_{1/2} = K + eV_T \quad (3.2)$$

No centro do acelerador há um conjunto de folhas finas de carbono (com espessura de aproximadamente  $10 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ ) que arrancam elétrons das camadas de valência, tornando os íons do feixe positivamente carregados com uma carga  $+qe$ . Assim o feixe passa a ser repellido pela carga positiva do terminal, chegando a uma energia total de:

$$E_{2/2} = K + (q + 1)eV_T \approx (q + 1)eV_T \quad (3.3)$$

já que a energia cinética inicial  $K$  é da ordem de 0.1% da energia ganha na primeira fase de aceleração.

Por conta da passagem do feixe através das folhas de *stripper* de carbono, o feixe possui uma distribuição final de vários estados de carga, com várias energias finais. O estado de

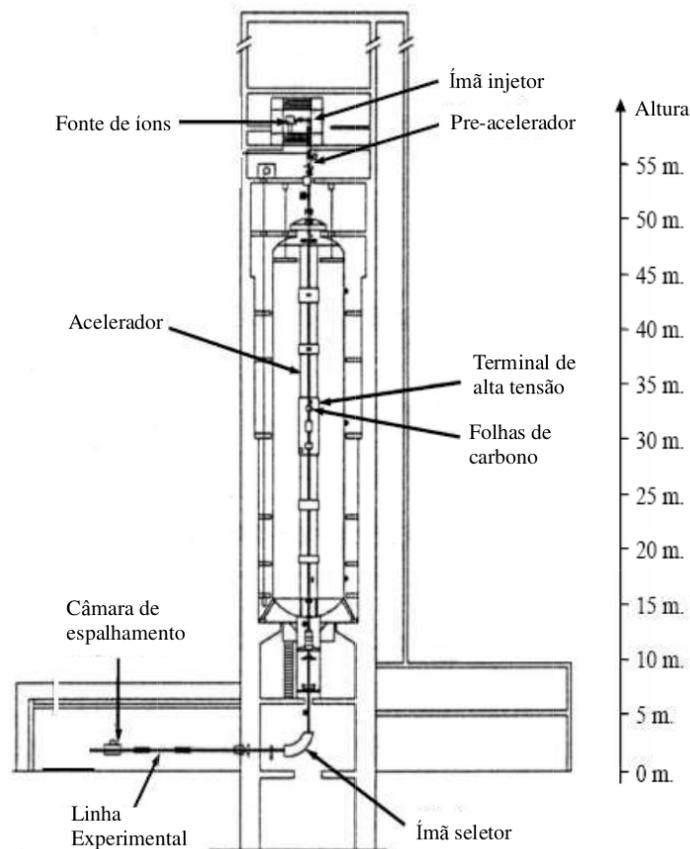


Figura 3.4: Esquema do acelerador TANDAR, destacando as etapas do processo. Retirada de [12].

carga de interesse é selecionado por um ímã analisador, que funciona da mesma forma que o eletroímã seletor da fase anterior. Esse feixe é ainda focalizado em uma fenda com abertura variável, 2 mm a 4 mm neste experimento. A seguir o feixe é direcionado e focalizado, por dipolos e quadrupolos magnéticos, para o alvo posicionado em uma câmara de espalhamento de uma das linhas experimentais (Figura 3.4).

### 3.3 Câmara de espalhamento

Dentre as várias linhas experimentais do laboratório há uma contendo uma câmara de espalhamento utilizada para explorar reações nucleares (Figura 3.5). Essa câmara de espalhamento, em formato cilíndrico de 70 cm de diâmetro, possui no seu centro uma torre de

alvos que comporta até quatro alvos de materiais diferentes. Essa torre de alvos é controlada externamente, podendo mover-se verticalmente e rotacionar-se formando um ângulo  $\theta_T$  com relação a direção do feixe incidente. Essa câmara é isolada, vedada e bombeada (para evitar espalhamentos com moléculas do ar), de forma que a pressão final em seu interior seja menor que  $10^{-7}$  Torr.

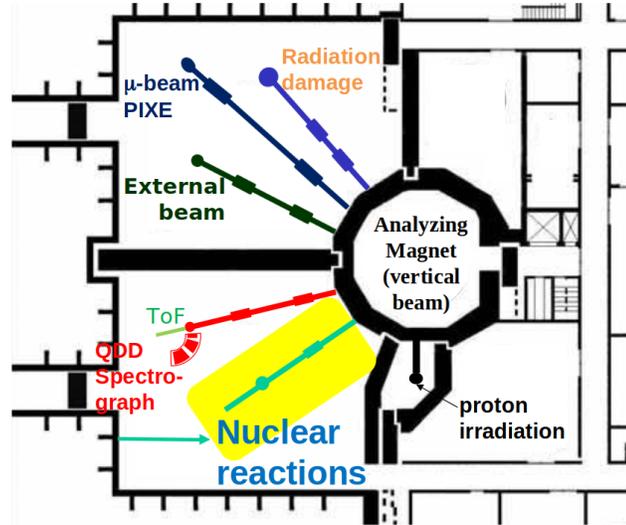


Figura 3.5: Mapa das linhas experimentais presentes no andar térreo do laboratório TANDAR. Destaque para a linha de reações nucleares em amarelo, ao lado da linha do espectrômetro de massa.

A área efetiva dos núcleos é muito pequena em comparação com a área transversal do átomo, portanto a maioria das partículas do feixe não são espalhadas pelos núcleos presentes no alvo e são direcionadas ao Copo de Faraday (CF), onde a corrente é medida. A partir dessa corrente podemos estimar o número de partículas que incidiram no alvo durante a execução do experimento. Uma parte dos íons incidentes é espalhada pelo alvo em todas as direções.

Detectores de barreira de superfície de silício são então posicionados ao redor do alvo (a uma certa distância) para registrarem os eventos ao longo das medidas. Em nossas medidas estavam disponíveis um conjunto de oito detectores de silício com espaçamento angular de aproximadamente  $5^\circ$  e denominado Z8, e um conjunto de quatro telescópios (com detectores  $\Delta E$  e E) denominado T4, onde nesse caso o espaçamento angular entre eles é de aproxima-

mente  $10^\circ$ ; mais detalhes sobre esses sistemas de detecção serão dado na próxima subseção. Utilizamos ainda dois detectores posicionados em ângulos dianteiros fixos ( $\pm 16.1^\circ$ ). Estes detectores (denominados monitores M1 e M2) são algumas vezes utilizados para normalização das seções de choque, em casos em que as seções de choque nesses ângulos sejam Rutherford. O esquema de montagem da câmara de espalhamento pode ser visto na Figura 3.6.

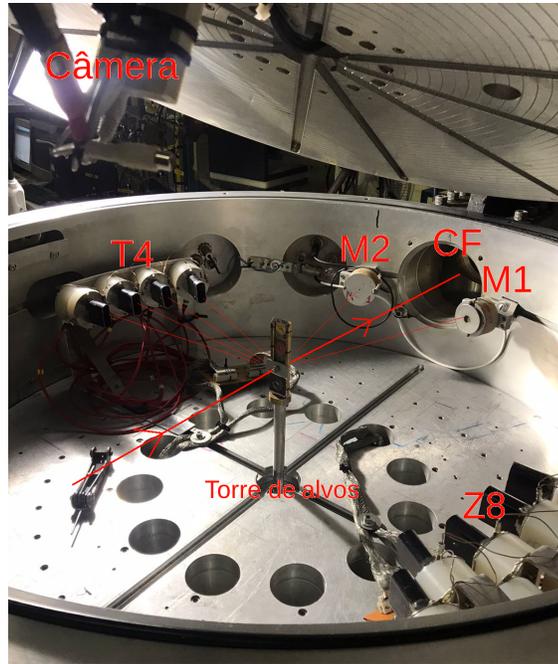


Figura 3.6: Interior da câmara de espalhamento do TANDAR, apontando os elementos importantes do experimento. Há também os sistemas de detecção T4 e Z8, e os dois monitores em torno do feixe não defletido.

### 3.4 Sistema de detecção

Os sistemas de detetores T4 e Z8 são posicionados em plataformas giratórias, controlados remotamente, permitindo uma variação angular. Como já mencionado, o sistema T4 consiste de detectores do tipo barreira de superfície de silício montados no modo telescópio ( $\Delta E-E$ ). Nesse modo temos a possibilidade de separarmos e identificarmos as partículas espalhadas das partículas produzidas por outras reações. O sistema de detecção do tipo telescópio é formado por dois detectores simples acoplados, onde partículas atravessam o primeiro (denominado

$\Delta E$ ), e depositam a energia cinética residual  $E_{\text{res}}$  no segundo detector (E), onde são freadas completamente.

A utilização de silício nesses detectores é devido a sua propriedade de semicondução. A aplicação de uma tensão entre as superfícies do detectores gera uma zona de depleção, que é a região que liga as regiões tipo  $p$  e tipo  $n$  do material, isto é, as regiões com excesso de buracos ou de elétrons, que é cruzada pelos íons provenientes das reações nucleares. Ao atravessar essa região os íons interagem com o material e geram pares elétron-buraco, o que possibilita a coleta de carga elétrica no fim do detector, gerando um pulso, cuja altura é proporcional à energia depositada.

Em um limite não-relativístico sabe-se que um núcleo  ${}^A_ZX$  carregando energia cinética  $E$  perde energia continuamente ao atravessar um material segundo a equação de Bethe-Bloch [20]. Essa equação pode ser aproximada para:

$$\Delta E \propto \frac{AZ^2}{E} \Delta x \quad (3.4)$$

onde a perda de energia  $\Delta E$  é referente à espessura percorrida  $\Delta x$  dentro do material. Assim, cada partícula espalhada desenha um perfil aproximadamente hiperbólico em um espectro biparamétrico  $\Delta E \times E$ , onde vale  $E = \Delta E + E_{\text{res}}$ .

Para o estudo de núcleos fracamente ligados, como é o caso do  ${}^6\text{Li}$ , há uma grande produção de partículas alfa provenientes de reações como *breakup* do projétil e do alvo, e transferência (*stripping* e *pickup*), e produção de outras partículas com energias próximas a do canal elástico, criando um fundo de contagens no espectro de energia. Com a utilização de um sistema de telescópios podemos identificar e separar essas partículas [20]. Em nosso experimento dispusemos de um sistema de detecção composto por quatro telescópios (denominado T4) com separação angular de  $9.80^\circ$  (1 e 2),  $9.52^\circ$  (2 e 3) e  $9.3^\circ$  (3 e 4) entre eles. A fenda de entrada na frente de cada telescópio, a uma distância  $R$  do centro da câmara, delimita uma área de abertura  $S$ . Assim, cada telescópio cobre um ângulo sólido (geométrico)  $\Omega_{\text{geom}} = S/R^2$ . Detalhes dos telescópios utilizados estão presentes na Tabela 3.1.

A aquisição dos dados é feita quando um pulso de carga gerado no detector passa de um limiar acima do ruído da eletrônica e segue para o módulo pré-amplificador. Desta etapa, o sinal eletrônico passa para o modelador (*shaper*), onde é filtrado e dividido em um sinal

Detector	$\Delta E$ ( $\mu\text{m}$ )	$E_{\text{res}}$ ( $\mu\text{m}$ )	$R$ (mm)	$\Omega_{\text{geom}}$ (msr)
1	22	1000	303	0.455
2	22	1000	305	0.449
3	23	1000	307	0.443
4	22	1000	305	0.449

Tabela 3.1: Detalhes dos quatro telescópios do sistema T4: espessuras, distância ao centro e ângulo sólido geométrico. A numeração segue a definição considerando o mais próximo à linha do feixe como 1 e assim por diante.

de energia e um sinal de tempo simultâneos. O módulo ADC (Conversor Analógico Digital) é o digitalizador que leva os sinais para o programa SPMRoot [21], que, por sua vez, gera histogramas dos dados coletados. Os dados brutos correspondem então aos sinais de cada um dos detetores  $\Delta E$  e  $E$  dos telescópios armazenados num formato evento por evento.

### 3.5 Medidas realizadas

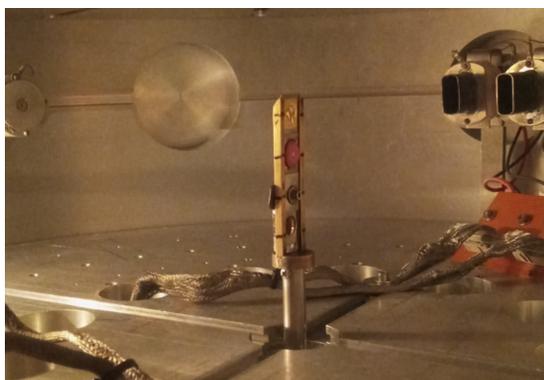
O experimento foi realizado em agosto de 2022 no laboratório TANDAR na Argentina, com o qual o grupo NEAN mantém estreita colaboração. Realizamos medidas de distribuições angulares para o espalhamento elástico de  ${}^6\text{Li}$  em alvos de  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$  e  ${}^{19}\text{F}$ . As distribuições angulares foram obtidas em quatro valores de energia do feixe incidente:  $E_{\text{LAB}} = 18.0, 22.0, 23.0$  e  $24.0$  MeV. Cobrimos nessas medidas a região angular de  $27.7^\circ$  a  $64.1^\circ$  no referencial do laboratório, correspondendo a  $55.5^\circ$  e  $128.3^\circ$  no referencial do centro de massa. O feixe incidente de  ${}^6\text{Li}$  possuía uma corrente média de 30 nA. Devido à taxa de contagens, essas medidas foram realizadas num período de 5 dias de máquina, entre medidas de calibração e medidas do espalhamento propriamente dita.

O alvo utilizado foi cedido pelo prof. Dr. G. Rogachev da Texas A&M University. O alvo consistia de fluoreto de lítio ( ${}^6\text{LiF}$ ), enriquecido a 95%, evaporado em um *backing* de  ${}^{12}\text{C}$ . O material de  ${}^6\text{LiF}$  tinha uma espessura final estimada em  $30 \mu\text{g}/\text{cm}^2$  e o *backing* de  ${}^{12}\text{C}$  com espessura de aproximadamente  $10 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ . Esse alvo consistia então de uma combinação de elementos:  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$  e  ${}^{19}\text{F}$ . No entanto, nossos dados indicaram ainda a presença de uma

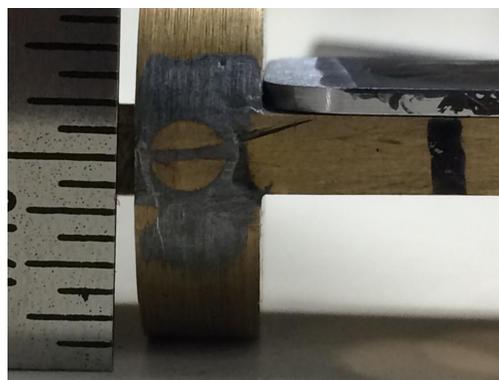
pequena quantidade de  ${}^7\text{Li}$  e  ${}^{16}\text{O}$ , este último devido à oxidação nas camadas exteriores do alvo, além de  ${}^{27}\text{Al}$ ,  ${}^{28}\text{Si}$  e  ${}^{35}\text{Cl}$ , provavelmente devido à areia e ao detergente envolvidos no processo de fabricação do alvo. A surpresa foi a existência de uma quantidade pequena, mas não desprezível, de  ${}^1\text{H}$ , provavelmente devido à presença de plástico no *backing* de carbono.

Os alvos utilizados durante o experimento foram posicionados em um suporte acoplado à torre de alvos. O suporte comportava quatro alvos para diferentes propósitos: um alvo de ouro com espessura de  $500\ \mu\text{g}/\text{cm}^2$ , utilizado na medidas de espalhamento de  ${}^{16}\text{O} + {}^{197}\text{Au}$  para calibração dos detectores, um alvo de fósforo com uma fenda circular para alinhamento do feixe (as bordas do alvo brilham em contato com o feixe, apontando o desalinhamento), o alvo de  ${}^6\text{LiF}+{}^{12}\text{C}$  e um alvo de alumínio (não utilizado). O suporte do alvo foi acoplado à torre de alvos com um desvio de 3.1 mm em relação ao centro da câmara de espalhamento (Figura 3.7). Isso gerou a necessidade de uma correção no ângulo dos detectores em relação ao centro do alvo de até 1%.

Comportamentos observados nas distribuições angulares para espalhamento de  ${}^6\text{Li}+{}^6\text{Li}$  levantaram suspeitas sobre as medidas, com indícios de variação da espessura do alvo. Há uma suspeita de que o feixe de  ${}^6\text{Li}$  possa não ter sido corretamente focalizado no centro da região onde o material de  ${}^6\text{LiF}$  foi evaporado sob o *backing*. Isso porque o material de  ${}^6\text{LiF}$  evaporado não cobria todo a região do alvo e estava deslocado do centro. Isso pode afetar os resultados, já que torna impossível a determinação do número de partículas no alvo. As fotos podem ser vistas na Figura 3.8.



(a)

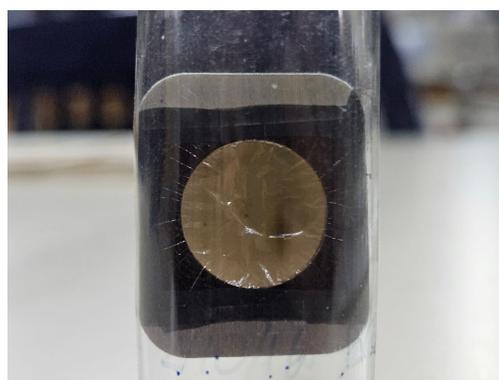


(b)

Figura 3.7: (a) Foto da torre de alvos durante o experimento. (b) Disposição do suporte de alvo (cinza) contendo o alvo de  ${}^6\text{LiF}$  acima da torre de alvos (estrutura dourada).



(a)



(b)

Figura 3.8: Fotos tiradas do alvo utilizado meses após o final do experimento. (a) Frente do alvo, evidenciando a parte circular de  ${}^6\text{LiF}$  fora do centro. (b) Verso do alvo, evidenciando a focalização do feixe fora do alvo de  ${}^6\text{LiF}$ .

# Capítulo 4

## Redução de dados

Nesta seção descrevemos como foi feita a redução de dados, isto é, a conversão dos dados brutos do experimento em distribuições angulares. Os dados brutos correspondem aos sinais digitalizados de cada um dos detectores  $\Delta E$  e  $E$  dos telescópios num formato evento por evento. Temos que converter esses sinais em histogramas de energia, ou seja, espectros de energia, levando em conta o funcionamento dos detectores, da eletrônica e detalhes das grandezas envolvidas. A partir dos espectros de energia podemos obter as contagens correspondentes aos espalhamento elásticos e a seguir as distribuições angulares.

### 4.1 Calibração dos espectros

A primeira etapa da redução de dados consiste em calibrar os oito detectores usados do sistema T4 (os quatro  $\Delta E$  e os quatro  $E$ ) e os dois monitores. Essa calibração corresponde a uma conversão das informações dos detectores digitalizadas em canais para energia. Para a calibração precisamos primeiramente definir o ângulo dos detectores. Os telescópios do sistema T4 foram posicionados no suporte de alvos, que foi por sua vez acoplado à torre de alvos. A torre de alvo estava centrada na câmara e como o suporte foi acoplado na parte de trás da torre de alvos, o ângulo  $\theta$  do detector, medido no referencial do laboratório, deve ser corrigido de acordo com a expressão:

$$\theta' = \arctan \left( \frac{\sin \theta}{\cos \theta - x} \right) \quad (4.1)$$

O parâmetro adimensional  $x$  depende do afastamento  $d = 3.1$  mm (entre o centro do alvo e a torre no centro da câmara), a distância  $R$  entre o centro da câmara e os telescópios (vide Tabela 3.1) e a inclinação  $\theta_T$  da torre de alvos, que era de  $25^\circ$ :

$$x = \frac{d}{R \cos \theta_T} \quad (4.2)$$

Para iniciar a calibração realizamos medidas de espalhamento elástico de  ${}^6\text{Li}+{}^{197}\text{Au}$  a  $E_{\text{LAB}} = 24.0$  MeV, gerando espectros como mostrados na Figura 4.1, com resolução em torno de 70 keV. Em posse dos valores de  $E$ , a energia total do feixe espalhado em um dado ângulo, o depósito dessa energia nas duas partes dos detectores do T4 era anotado:  $E = \Delta E + E_{\text{res}}$ . Nos espectros dos detectores individuais era possível verificar picos centrados em canais bem definidos para cada medição e a relação entre esses canais centrais e energia foi representada pela regra de calibração como:

$$E \sim \alpha \cdot \text{Canal} + \beta \quad (4.3)$$

Portanto para a determinação da calibração dos detectores precisamos das informações de posição dos picos (em canais) dos espalhamentos do  ${}^6\text{Li}$  em diferentes alvos nos espectros de energia e dos seus correspondentes valores de energia, calculados pela cinemática da reação e perdas de energia. Para manipulação dos espectros de energia foi utilizado a plataforma ROOT [22], que possui o potencial de analisar enormes quantidades de dados. Os arquivos gerados pelo sistema de aquisição do laboratório foram convertidos em arquivos da classe TTree em ROOT, com histogramas que mostram contagens por canal para os detectores individualmente e para a combinação  $\Delta E$ - $E_{\text{res}}$ , com canais numerados de 0 a 4095.

Usamos a plataforma LISE++ [23], desenvolvida na Michigan State University, para estudar a passagem do feixe de  ${}^6\text{Li}$  pelo alvo e pelos detectores em um esquema de blocos, calculando as perdas de energia, a cinemática da reação com os contaminantes e a energia nos detectores. Essa plataforma foi desenvolvida para para simular a produção de feixes radioativos mas também possui códigos para cálculos de cinemática e outros aspectos físicos da reação.

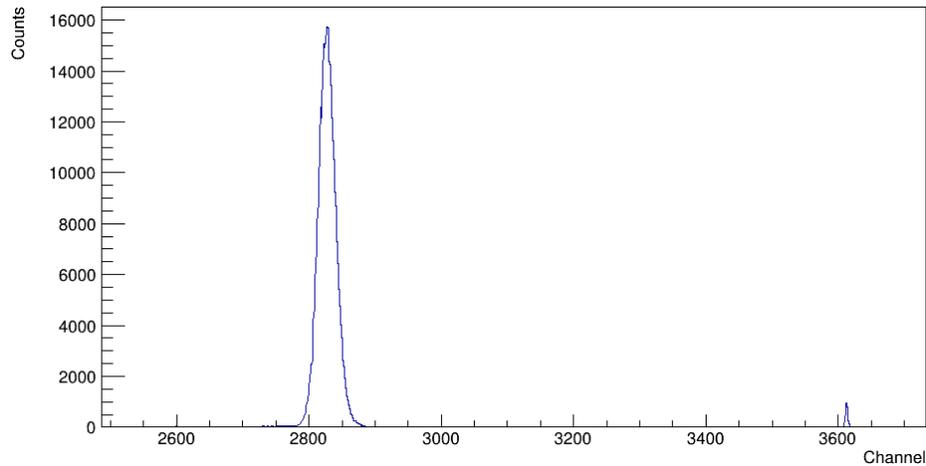


Figura 4.1: Espectro do detector E1 para uma medida de calibração com o alvo de  $^{197}\text{Au}$  a  $25^\circ$  e energia inicial de 24 MeV. O pico do canal elástico está perto do canal 2827 e é possível observar um pequeno pico do pulsador, próximo do canal 3600.

Os conjuntos de informações de canal medido experimentalmente *versus* energia correspondente calculada, para o feixe de  $^6\text{Li}$  espalhado nos diferentes núcleos alvos ( $^6\text{Li}$ ,  $^{12}\text{C}$  e  $^{197}\text{Au}$ ), foram dispostos num mesmo gráfico e ajustados por uma reta de calibração com a forma da Equação 4.3. O ajuste linear de conjuntos de diferentes pontos é vantajoso, pois podemos minimizar erros sistemáticos nas perdas de energia calculadas. Um exemplo desse ajuste pode ser visto na Figura 4.2.

Após a determinação dos parâmetros de calibração (Tabela 4.1), os histogramas foram então convertidos em energia com auxílio de um código desenvolvido pelo Dr. Juan C. Zamora. Os eixos dos histogramas passam a ser  $\Delta E$  versus  $E_{\text{total}}$ , ambos em MeV. Alguns dos histogramas representam medições com mesmo ângulo e mesma energia e, nesse caso, eles devem ser somados evento por evento com auxílio do ROOT.

Foi utilizada a interface ROOTSCOPE [24], que automatiza alguns comandos básicos rotineiros do ROOT e facilita a visualização dos histogramas. Com ela é possível detectar picos, fazer ajustes gaussianos e remover fundos de contagens. Pode-se, por exemplo, tomar um espectro, projetar seus eventos no eixo  $E$  e selecionar um pico de interesse para determinar suas contagens durante o experimento. Com os cálculos de perda de energia no LISE++ identificou-se os picos nos espectros biparamétricos, como no exemplo da Figura 4.4.

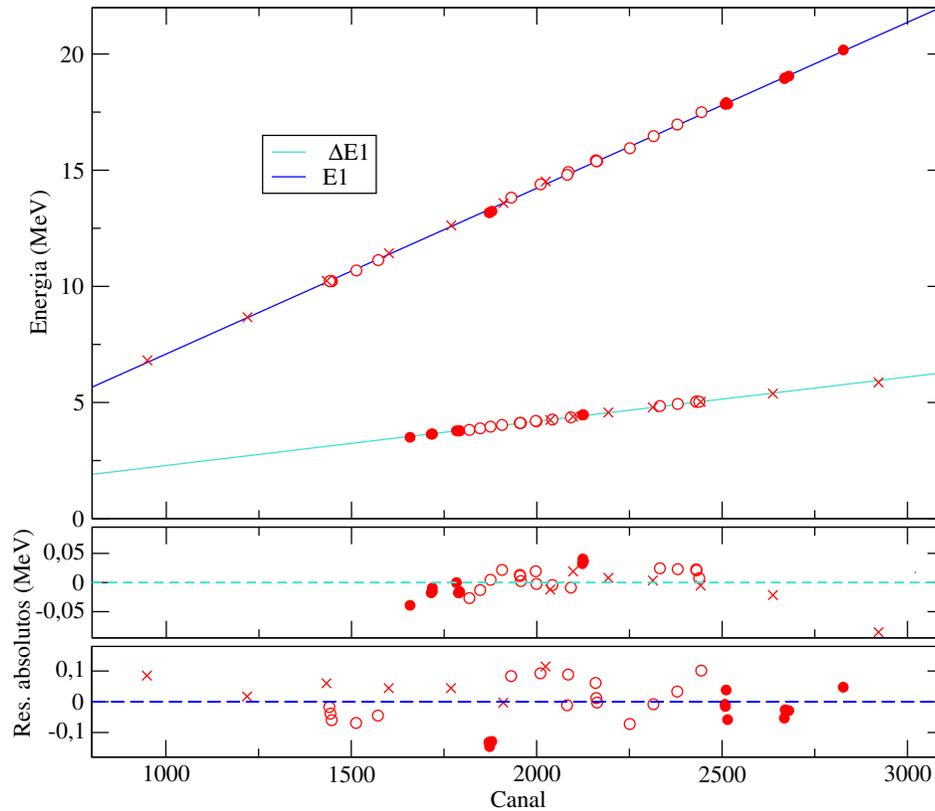


Figura 4.2: Retas de calibração do primeiro dos quatro telescópios. Os pontos sólidos representam o espalhamento em ouro, os pontos em X representam o espalhamento em  ${}^6\text{Li}$  e os pontos com o interior branco representam o espalhamento em  ${}^{12}\text{C}$ .

Nesse trabalho foram feitas 16 tomadas de medida de espalhamento elástico  ${}^6\text{Li}$  em alvos de  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$  e  ${}^{19}\text{F}$ , gerando uma série de produtos de reação. Vários picos são observados no espectro biparamétrico  $\Delta E \times E_{\text{total}}$ , devidamente calibrado, vide Figura 4.3.

Os picos na faixa de  ${}^6\text{Li}$  correspondem ao  ${}^6\text{Li}$  espalhado elasticamente pelos diversos contaminantes do alvo [25]:  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$ ,  ${}^{19}\text{F}$ ,  ${}^{16}\text{O}$ ,  ${}^{28}\text{Si}$  (e/ou  ${}^{27}\text{Al}$ ) e  ${}^{35}\text{Cl}$ . A projeção da faixa do  ${}^6\text{Li}$  espalhadas nos diversos componentes do alvo pode ser vista na Figura 4.4.

Nesse espectro de energia podemos ainda observar dois picos correspondentes ao espalhamento inelástico de  ${}^6\text{Li}+{}^6\text{Li}^*$  e  ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}^*$ . O núcleo  ${}^6\text{Li}$  não tem estado excitado ligado, portanto qualquer excitação acima de 1.47 MeV provoca a quebra desse núcleo. No entanto, podemos observar a excitação inelástica correspondente ao primeiro estado excitado do  ${}^6\text{Li}$  ( $E^*=2.186$  MeV) presente no alvo, bem como do alvo de  ${}^{12}\text{C}^*$  ( $E^* = 4.440$  MeV).

Detector	$\alpha$ (MeV/Canal)	$\beta$ (MeV)
$\Delta E1$	$0.001904 \pm 0.000015$	$0.384 \pm 0.030$
$\Delta E2$	$0.001785 \pm 0.000018$	$0.636 \pm 0.042$
$\Delta E3$	$0.001727 \pm 0.000021$	$0.715 \pm 0.055$
$\Delta E4$	$0.001766 \pm 0.000016$	$0.644 \pm 0.044$
E1	$0.007136 \pm 0.000025$	$-0.044 \pm 0.053$
E2	$0.007061 \pm 0.000030$	$0.169 \pm 0.055$
E3	$0.006931 \pm 0.000029$	$0.330 \pm 0.051$
E4	$0.007095 \pm 0.000023$	$0.256 \pm 0.038$

Tabela 4.1: Coeficientes de calibração para os oito detectores (T4). O ajuste linear foi feito estimando-se a incerteza das energias como sendo o desvio padrão dos valores em torno da reta.

Os vários picos presentes na faixa de partículas alfas correspondem a reações de transferência do  ${}^6\text{Li}$  nos diversos elementos do alvo, sendo que várias dessas reações possuem um valor  $Q$  de reação bastante positivos. Podemos ainda ver de forma destacada um pico correspondente ao  ${}^3\text{He}$ . Esse elemento é produzido pela reação  ${}^1\text{H}({}^6\text{Li}, {}^3\text{He}){}^4\text{He}$ ., que tem um forte interesse astrofísico e foi recentemente investigada [26]. Veja que também podemos observar um intenso pico na faixa dos prótons correspondente ao espalhamento de  ${}^1\text{H}({}^6\text{Li}, {}^1\text{H}){}^6\text{Li}$ .

Apesar dos vários picos observados nas faixas de partículas alfas,  ${}^3\text{He}$  e  ${}^1\text{H}$ , vamos dar ênfase nesse trabalho a investigação dos espalhamentos elástico de  ${}^6\text{Li}$  nos três principais componentes do alvo:  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$  e  ${}^{19}\text{F}$ . Os dados de espalhamento de  ${}^6\text{Li}+{}^1\text{H}$  e da reação de transferência  ${}^1\text{H}({}^6\text{Li}, {}^3\text{He}){}^4\text{He}$  serão analisados por outro membro do grupo.

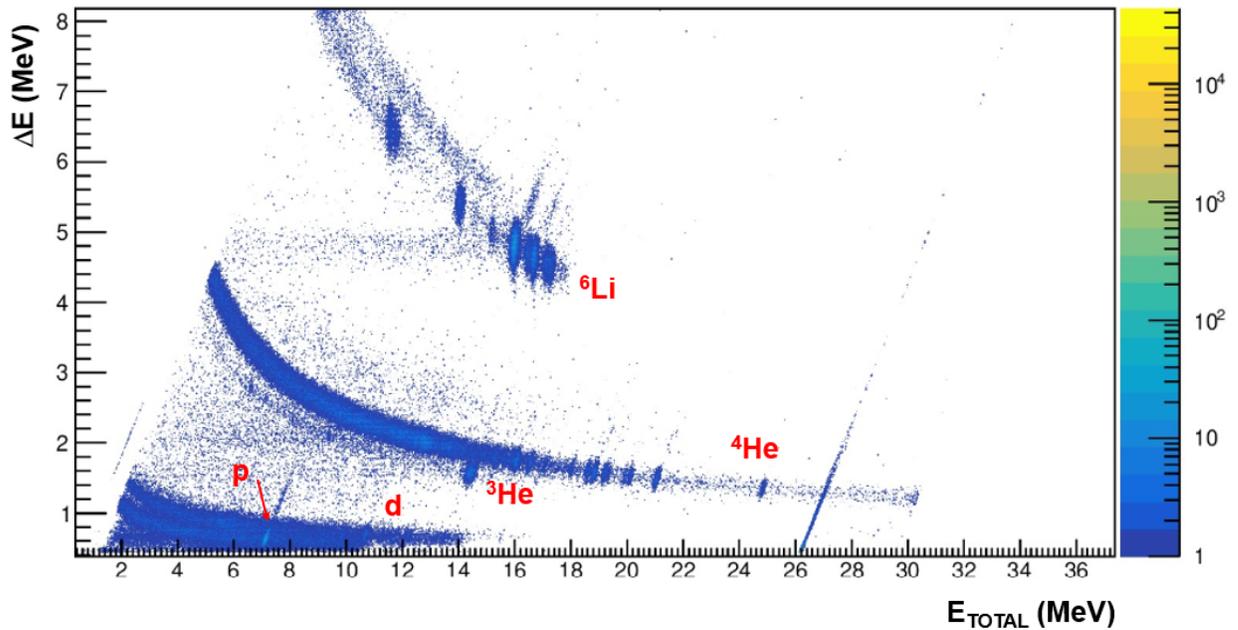


Figura 4.3: Espectro biparamétrico para  $E_{\text{LAB}} = 18$  MeV a  $27.7^\circ$  no laboratório, destacando as regiões correspondentes a cada fragmento de reação. Cada pico representa um processo físico.

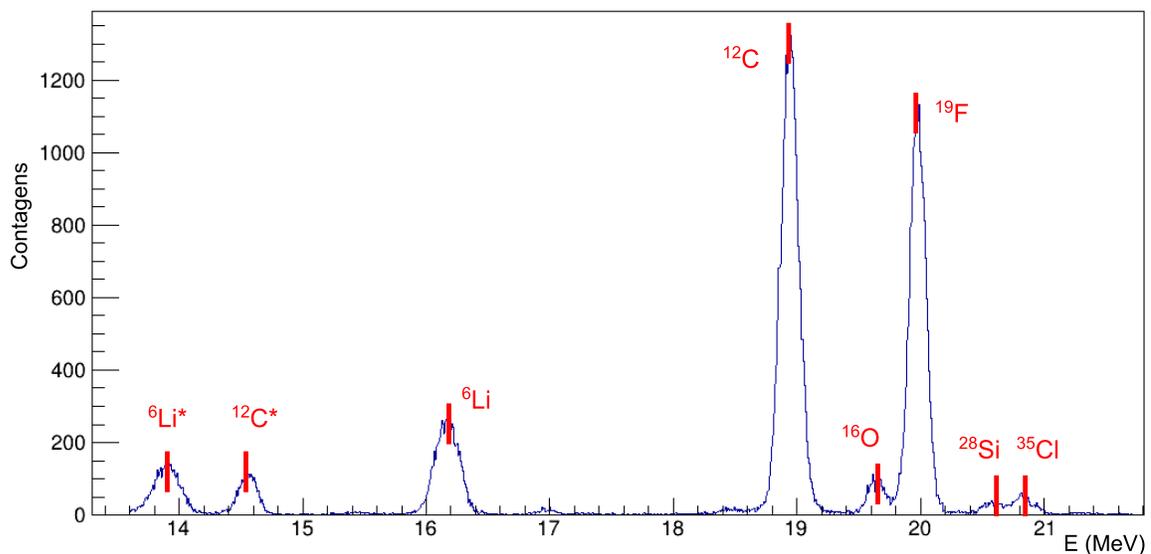


Figura 4.4: Projeção no eixo  $E$  feita no ROOTSCOPE do espectro biparamétrico na região correspondente ao  $^6\text{Li}$  como fragmento da reação, para o caso de  $E_{\text{LAB}} = 22$  MeV a  $\theta_{\text{LAB}} = 30.26^\circ$ . Pode-se identificar o espalhamento em impurezas e em núcleos excitados.

## 4.2 Cálculo da seção de choque

Experimentalmente, a expressão da seção de choque diferencial de um determinado processo para um ângulo medido no laboratório  $\theta_{\text{LAB}}$  é dada pela Equação 4.4 [20].

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_{\text{LAB}}) = \frac{N_{\text{det}}}{N_{\text{alvo}}N_{\text{feixe}}\Omega_{\text{det}}} \quad (4.4)$$

onde:

- $N_{\text{det}}$  é o número de partículas detectadas produzidas pelo processo de interesse (seja elástico, transferência, fusão, etc.). Neste experimento utilizamos o número de núcleos de  ${}^6\text{Li}$  que foram espalhados elasticamente e registrados nos espectros biparamétricos.
- $N_{\text{alvo}}$  é o número de partículas presentes no alvo, que pode ser determinado a partir da densidade superficial dos átomos-alvo. Tipicamente, para filmes finos, expressamos a densidade superficial ou areal de massa  $\delta$  de um alvo em unidades de  $\mu\text{g}/\text{cm}^2$ ; considerando ainda um alvo inclinado de  $\theta_T$  em relação ao feixe,  $N_A$  a constante de Avogadro e  $M$  a massa molar do material, o número de partículas no alvo é dado por:

$$N_{\text{alvo}} = \frac{N_A \delta}{M \cos \theta_T} \quad (4.5)$$

- $N_{\text{feixe}}$  é o número de partículas incidentes no alvo. Usamos a carga elétrica total  $CF$  integrada no Copo do Faraday, que fornece uma boa estimativa da carga total do feixe. Supondo que o estado de carga médio de um projétil é  $\langle q \rangle$  após passar pelo alvo, a carga média dele será  $\langle q \rangle e \approx Z_p e$ , com  $e$  a carga elementar, e

$$N_{\text{feixe}} = \frac{CF}{\langle q \rangle e} \quad (4.6)$$

- $\Omega_{\text{det}}$  é o ângulo sólido coberto pelo detector pode determinado geometricamente pela área  $A$  envolta pela fenda do detector e a distância  $R$  dele até o centro espalhador:

$$\Omega_{\text{det}} = \frac{A}{R^2} \quad (4.7)$$

A seção de choque diferencial é dada em unidades de área por ângulo sólido, ou seja, milibarn por esterradiano ( $\text{mb}/\text{sr}$ ).

Em geral estamos interessados na seção de choque no referencial do centro de massa. Nesse caso, os ângulos sólidos são diferentes para os diferentes referenciais (centro de massa ou laboratório). Para converter o valor da seção de choque para o referencial do centro de massa multiplicamos a expressão 4.4 pelo fator Jacobiano  $J(\theta_{\text{LAB}})$ :

$$J = \frac{d(\cos \theta_{\text{LAB}})}{d(\cos \theta_{\text{CM}})} = \frac{\sqrt{1 - \tau^2 \sin^2 \theta_{\text{LAB}}}}{\left(\tau \cos \theta_{\text{LAB}} + \sqrt{1 - \tau^2 \sin^2 \theta_{\text{LAB}}}\right)^2} \quad (4.8)$$

com  $\tau$  sendo a razão entre a massa do projétil e a massa do núcleo-alvo, para o caso de espalhamento elástico. Para o caso inelástico, há uma fórmula em [20].

Por último precisamos das contagens dos eventos dos quais pretendemos obter a seção de choque. Essas contagens são obtidas a partir da integração do pico correspondente a esse evento no espectro de energia, ou a partir da integração de uma região no espectro biparamétrico  $\Delta E \times E_{\text{total}}$ . No entanto, a obtenção da área para alguns eventos em nosso trabalho não foi trivial. Para alguns ângulos mais traseiros (e energia mais baixa) a partícula espalhada de  ${}^6\text{Li}$  de interesse tinha uma energia baixa e era totalmente freada no detector  $\Delta E$  do telescópio.

Temos alguns casos em que o pico elástico apareceu parcialmente no fim dos canais do detector  $\Delta E$ . Para esses casos se fez necessário um ajuste de perfil gaussiano que estenda a forma do perfil para além do quanto foi registrado. Tomamos então as contagens integrada da curva dessa gaussiana prevista pelo ajuste, como mostrado na Figura 4.5 (a). Outra situação que ocorreu foi quando dois processos físicos (espalhamento por dois elementos diferentes) geram picos com energias similares, aproximando os picos no espectro de energia. Para alguns casos foi possível obter as contagens individuais fazendo um ajuste de perfis gaussianos, como mostrado na Figura 4.5 (b).

O número de partículas detectadas foi ainda corrigido pelo tempo morto da aquisição. O tempo morto é o tempo que o computador fica ocupado, tratando o sinal anterior dentro de uma janela temporal, perdendo informações sobre os eventos consequentes que chegam em intervalos menores que essa janela. A correção da perda de contagens devido ao tempo morto pode ser feita utilizando-se informações de um pulsador externo que envia um sinal com uma frequência fixa de 10 Hz. Um pico correspondente ao sinal desse pulsador aparece no espectro

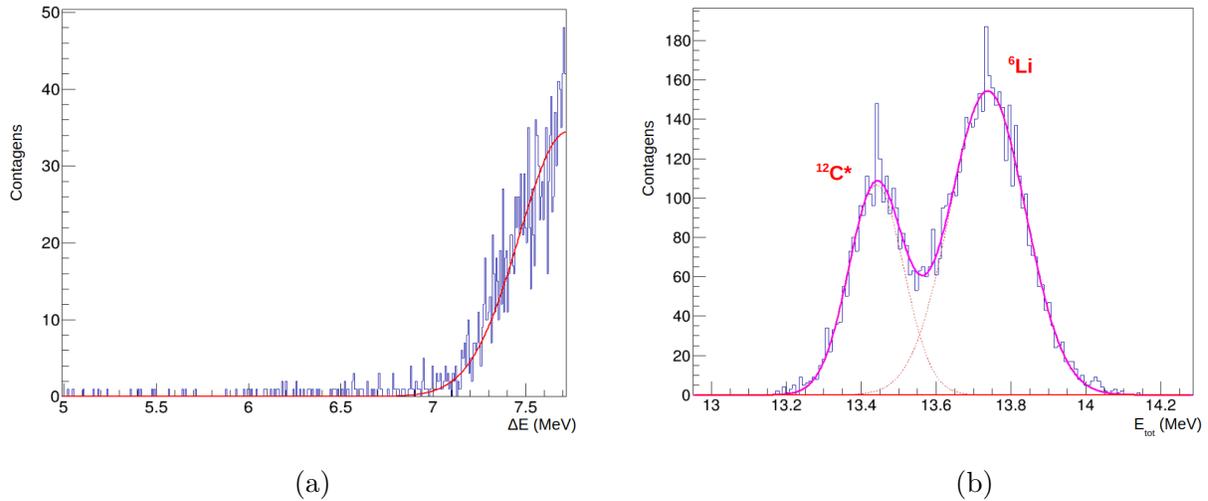


Figura 4.5: Exemplo de obtenção das contagens do espalhamento elástico por dois métodos: (a) Extensão de um pico gaussiano cortado. (b) Ajuste de duas gaussianas.

Os picos aqui mostrados são das medidas para  $E_{\text{LAB}} = 22.0 \text{ MeV}$  a  $\theta_{\text{CM}} = 94.44^\circ$  e  $75.24^\circ$ , respectivamente.

de energia representando o tempo real de funcionamento da eletrônica. A correção de tempo morto é feita multiplicando as contagens por um termo  $C_{\text{dt}}$ , que é a razão entre o tempo registrado no sistema de aquisição e o tempo representado pelo pulsador. O tempo morto registrado nos detectores durante nossas medidas foi de no máximo 4%.

A determinação do ângulo sólido dos detectores do sistema T4 foi primeiramente realizada geometricamente produzindo um valor médio de 0.449 msr. No entanto, esse método não é muito preciso devido à dificuldade em se medir tanto a área efetiva do detector quanto a distância deste ao centro da câmara. Isso porque as fendas não são perfeitamente retangulares, possuindo bordas arredondadas. Para a determinação do ângulo sólido utilizamos um método indireto com dados obtidos de medidas de espalhamento elástico com seção de choque conhecida de  $^{16}\text{O}$  em  $^{197}\text{Au}$  a  $E_{\text{LAB}} = 25.0 \text{ MeV}$ . Essas medidas foram realizadas anteriormente ao nosso experimento com exatamente a mesma montagem. Nessa energia o espalhamento elástico para esse sistema é puramente Rutherford e conhecido. O valor do ângulo sólido pode ser então obtido com a Equação 4.4:

$$\Omega_{\text{det}} = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{Ruth}}(\theta_{\text{CM}}) \frac{N_{\text{det}}}{N_{\text{alvo}} N_{\text{feixe}}} J(\theta_{\text{CM}}) \quad (4.9)$$

A partir das várias medidas em vários ângulos obtivemos médias ponderadas para os ângulos sólidos, que podem ser vistas na Tabela 4.2. Esses valores são compatíveis com os valores das estimativas geométricas (por volta de 0.45 msr, se supomos uma fenda retangular). As incertezas para o valor final vêm do desvio padrão das estimativas e são usadas na Equação 4.10.

Detector	$\Omega_{\text{det}}$ (msr)
1	$0.433 \pm 0.033$
2	$0.425 \pm 0.033$
3	$0.459 \pm 0.035$
4	$0.450 \pm 0.035$

Tabela 4.2: Ângulos sólidos calculados para os quatro detectores do conjunto T4 e suas incertezas.

As incertezas da seção de choque diferencial experimental podem ser calculadas com uma propagação de erros na expressão de cada termo da qual ela depende:

$$\Delta \left[ \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \right] = \left( \frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \right) \sqrt{\left( \frac{\Delta N_{\text{det}}}{N_{\text{det}}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta N_{\text{alvo}}}{N_{\text{alvo}}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta N_{\text{feixe}}}{N_{\text{feixe}}} \right)^2 + \left( \frac{\Delta \Omega_{\text{det}}}{\Omega_{\text{det}}} \right)^2} \quad (4.10)$$

A incerteza nas contagens  $\Delta N_{\text{det}}$  é calculada assumindo que elas se comportam seguindo uma distribuição de Poisson em torno da média. Caso as contagens tenham um fundo descontado  $N_{\text{fundo}}$  a incerteza final é  $\sqrt{N_{\text{det}} + N_{\text{fundo}}}$ .

A incerteza no número de partículas do alvo vem do erro intrínseco da espessura do alvo, que pode variar de 10 a 20% do total [20]. A incerteza no número de partículas incidentes depende principalmente do erro na estimação do estado de carga médio, que pode ser tomado como 2.3% do número atômico do feixe [27].

# Capítulo 5

## Resultados

Neste capítulo vamos apresentar as distribuições angulares obtidas para o espalhamento elástico de  ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$  e  ${}^{19}\text{F}$ . No capítulo seguinte discutiremos a análise dessas distribuições angulares com modelo óptico (OM), utilizando o código FRESCO [28].

### 5.1 Distribuições angulares

Com todas as grandezas determinadas, conforme explicitado no capítulo anterior, determinamos as seções de choque diferenciais e suas respectivas incertezas associadas. Considerando todas as fontes de incerteza da Equação 4.10, encontramos uma incerteza total que varia de 17 a 21% das seções de choque diferenciais, sendo que a principal fonte foi na espessura do alvo, tomada como 15%. Considerando apenas a incerteza devido a estatística das contagens do espalhamento, obtivemos algo em torno de 1 a 10%, com exceções para ângulos medidos com o telescópio nos ângulos mais traseiros, que ficou em torno de 20%. Nos gráficos exibidos deste capítulo em diante, exibiremos apenas barras de erro relativas à estatística das contagens.

Alguns fatores, não muito bem determinados, podem fazer com que a normalização da distribuição angular não seja correta. Isso pode ser observado ao considerarmos a razão das seções de choque em ângulos muito dianteiros pela seção de choque Rutherford, que deve fornecer o valor unitário. Podemos utilizar, então, a informação de que a seção de choque em ângulos dianteiros deve ser puramente Rutherford e conhecida para obtermos uma constante

$k$  de normalização final de uma distribuição angular.

No entanto, nossas medidas foram realizadas em  $E_{\text{LAB}} = 18.0, 22.0, 23.0$  e  $24.0$  MeV e as barreiras coulombianas são  $V_B = 5.05$  MeV para  ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$ ,  $6.93$  MeV para  ${}^6\text{Li}+{}^{19}\text{F}$  e  $2.85$  MeV para  ${}^6\text{Li}+{}^6\text{Li}$ . Ou seja, para nenhum ângulo e energia considerados em nossos dados, a seção de choque é Rutherford, dificultando a obtenção dessa normalização final geral. Mesmo para os monitores M1 e M2, posicionados em ângulos bem dianteiros, a seção de choque não era puramente Rutherford. Uma alternativa para confirmarmos a normalização de nossos dados foi comparar a distribuição angular experimental obtida no presente trabalho com alguma medida anterior na mesma energia.

### 5.1.1 Espalhamento elástico para o sistema ${}^6\text{Li}+{}^{19}\text{F}$

As distribuições angulares para o sistema  ${}^6\text{Li}+{}^{19}\text{F}$  obtidas em  $E_{\text{LAB}} = 18.0, 22.0, 23.0$  e  $24.0$  MeV são apresentadas na Figura 5.1. Essas medidas nessas energias são inéditas. Medidas anteriores a  $E_{\text{LAB}} = 20.0$  MeV são reportadas nas referências [5, 29]. Como podemos observar na Figura 5.1, as distribuições angulares obtidas nas diferentes energias deste trabalho apresentam comportamentos diferentes: para  $18.0$  e  $24.0$  MeV elas diminuem suavemente para ângulos mais traseiros, mas para  $22.0$  e  $23.0$  MeV há oscilações intensas. Também se observa que não há uma ordenação sistemática por energia incidente; esperava-se que a distribuição angular com seções de choque maiores fosse a medida em  $18.0$  MeV (pelo menos a ângulos dianteiros), seguida pela de  $20.0$  MeV da literatura, e assim por diante até a de  $24.0$  MeV.

O fato de que os dados obtidos anteriormente para  $E_{\text{LAB}} = 20.0$  MeV, em dois trabalhos diferentes, não têm o comportamento oscilatório, é uma indicação de que apenas as distribuições angulares obtidas a  $18.0$  e  $24.0$  MeV, nesse trabalho, estão corretas. Isso nos fez considerar que o possível desalinhamento do alvo de  ${}^6\text{LiF}$  tenha afetado os dados das distribuições angulares a  $22.0$  e  $23.0$  MeV. O período de medições começou com a energia de  $24.0$  MeV e, a partir do segundo dia (medida a  $22.0$  MeV em diante), já se observa um possível comprometimento dos dados.

Um ajuste da primeira distribuição angular a  $24.0$  MeV (discutida no próximo capítulo) ao cálculo de modelo óptico fornece uma normalização de  $k = 1.23$ . Isso corresponderia

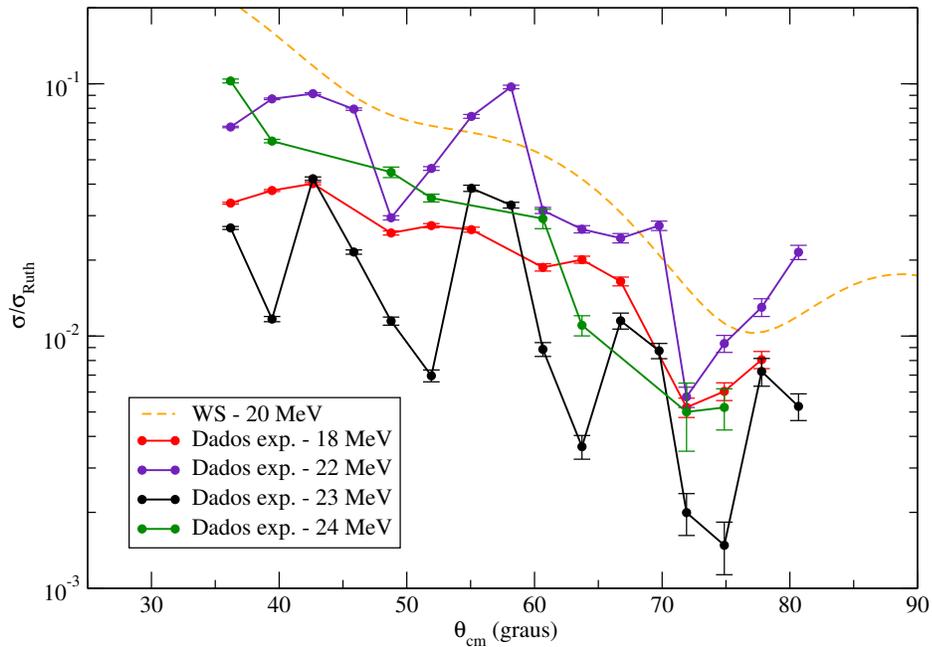


Figura 5.1: Distribuições angulares obtidas para  ${}^6\text{Li}+{}^{19}\text{F}$  (antes da normalização) para as quatro energias do feixe. A linha tracejada representa o cálculo com o potencial de [29] para energia de 20.0 MeV, que serve de referência. As ligações sólidas entre os pontos servem somente de guia para os olhos.

a uma correção no valor da espessura do alvo de  ${}^6\text{LiF}$  de 30 para  $24.5 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ , o que é até razoável. Em comparação, seria necessária uma correção de  $k = 3.69$  para o caso de 18.0 MeV, o que sugeriria uma redução de 73% na espessura real do alvo. Com base nessas observações decidimos que iremos considerar neste trabalho apenas a distribuição angular obtida a 24.0 MeV para esse sistema.

### 5.1.2 Espalhamento elástico para o sistema ${}^6\text{Li}+{}^6\text{Li}$

A investigação do amortecimento das oscilações de Mott para o sistema de partículas idênticas  ${}^6\text{Li}+{}^6\text{Li}$ , devido a *Transverse Isotropy*, era a principal motivação desse trabalho. No entanto, o possível desalinhamento do alvo de  ${}^6\text{LiF}$  interferiu também nas medidas do espalhamento elástico para esse sistema. Além disso, tínhamos a intenção inicial de utilizarmos os detectores de silício simples do sistema Z8 do laboratório TANDAR, porém a grande quantidade de  ${}^4\text{He}$  produzida pelas outras reações gerou um fundo muito grande na região do pico do

espalhamento elástico, impossibilitando a identificação do pico de espalhamento elástico de  ${}^6\text{Li}$  nos detectores monoparamétricos.

Decidimos assim utilizar apenas os dados obtidos no sistema de telescópios T4. Com os detectores tendo novas espessuras, vários dos ângulos medidos correspondiam a situações onde o  ${}^6\text{Li}$  incidente era totalmente freado pelo detector  $\Delta E$ , não registrando eventos no espectro biparamétrico. Isolar estes picos no espectro dos detectores  $\Delta E$  separadamente também não foi possível devido novamente ao grande fundo gerado pelas partículas alfas. Assim, por causa dos problemas citados, mais de 40% das medidas para esse sistema não puderam ser observadas.

As distribuições angulares obtidas podem ser vistas na Figura 5.2 contrastadas com dois resultados de [1] e serão discutidas no capítulo seguinte. Elas contêm poucos pontos acima de  $90^\circ$ , que apresentariam a simetria do espalhamento e aumentariam a confiança nos resultados, mas podem ser consideradas simétricas dentro das incertezas obtidas.

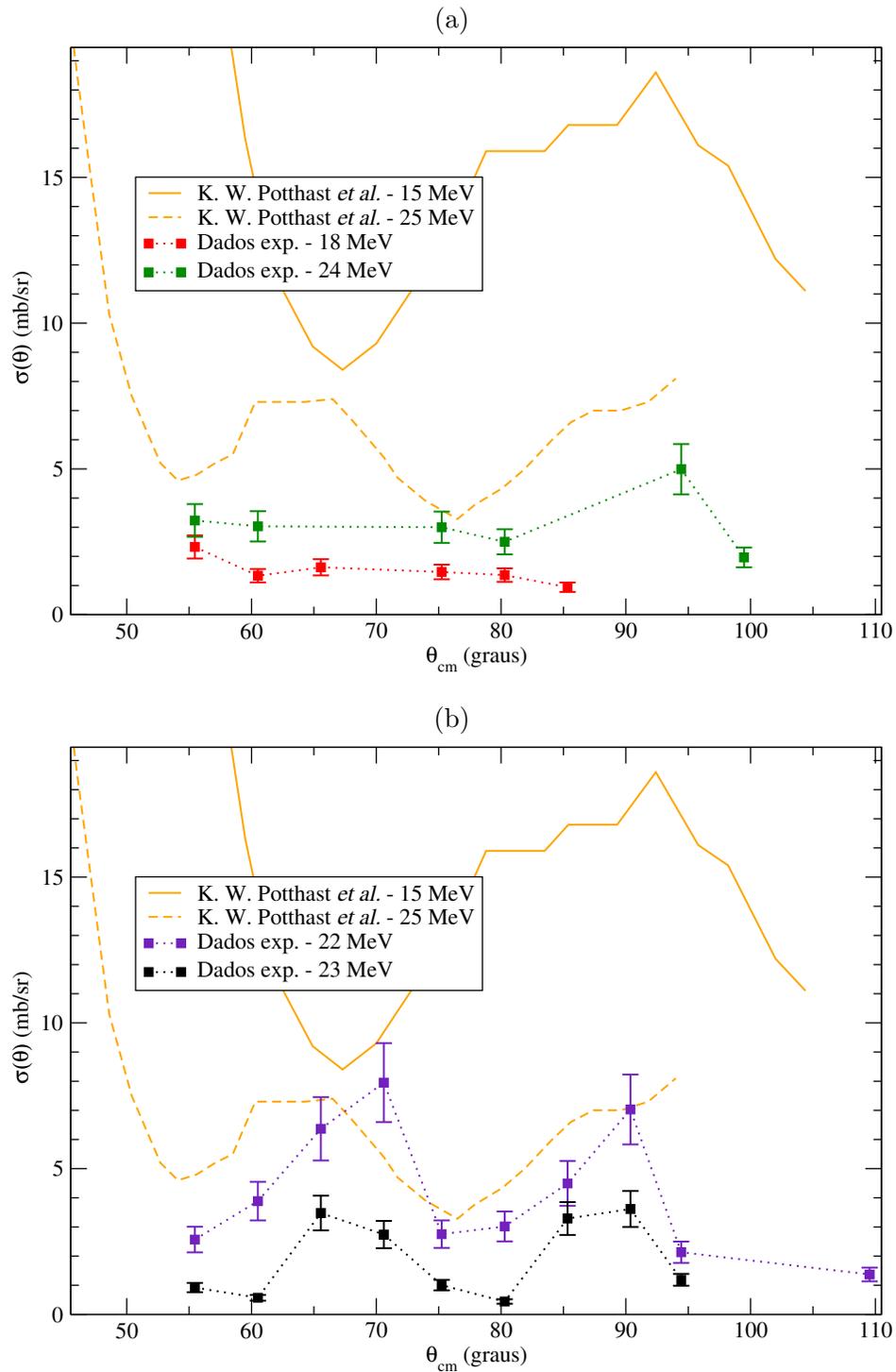


Figura 5.2: Distribuições angulares para  ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li}$  antes da normalização em comparação com dados de [1] em laranja: (a)  $E_{\text{LAB}} = 18.0$  e  $24.0$  MeV. (b)  $E_{\text{LAB}} = 22.0$  e  $23.0$  MeV. As ligações entre nossos pontos servem somente de guia para os olhos.

### 5.1.3 Espalhamento elástico para o sistema ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$

A Figura 5.3 apresenta as distribuições angulares obtidas para o sistema  ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$  nas energias  $E_{\text{LAB}} = 18.0, 22.0, 23.0$  e  $24.0$  MeV. Como o *backing* de carbono utilizado não estava desalinhado, essas distribuições angulares não apresentaram problemas reportados para os alvos de  ${}^6\text{Li}$  e  ${}^{19}\text{F}$ . As distribuições angulares apresentam oscilações, mas a variação observada é contínua com a energia.

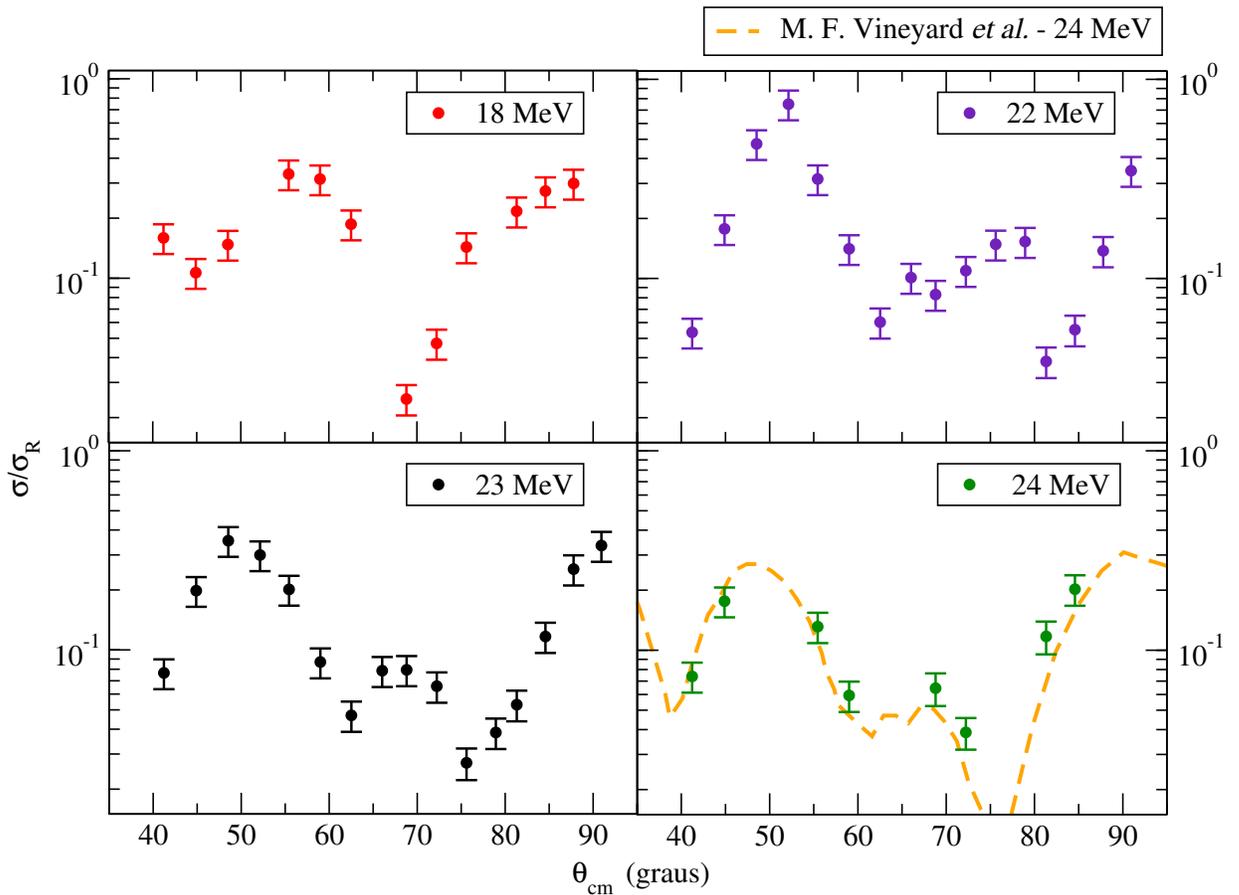


Figura 5.3: Distribuições angulares normalizadas obtidas para  ${}^6\text{Li} + {}^{12}\text{C}$  para as quatro energias do feixe incidente. Também apresenta-se uma comparação com os dados de [6] a  $E_{\text{LAB}} = 24.0$  MeV na curva laranja tracejada.

Há na literatura medidas de espalhamento de  ${}^6\text{Li}$  em  ${}^{12}\text{C}$  em uma das energias medidas neste trabalho no referencial do laboratório,  $24.0$  MeV [6]. Assim, podemos utilizar a comparação de nossos dados com os desses resultados publicados como validação.

Uma comparação direta indicou a necessidade de uma normalização dos nossos dados por um fator  $k = 0.47$ , que fornece uma concordância maior para ângulos mais dianteiros (Figura 5.4). Isso indica também uma necessidade na correção da espessura do alvo de  $^{12}\text{C}$  de 10 para  $21 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ . Essa correção foi aplicada para as outras distribuições angulares medidas em  $E_{\text{LAB}} = 18.0, 22.0$  e  $23.0$  MeV.

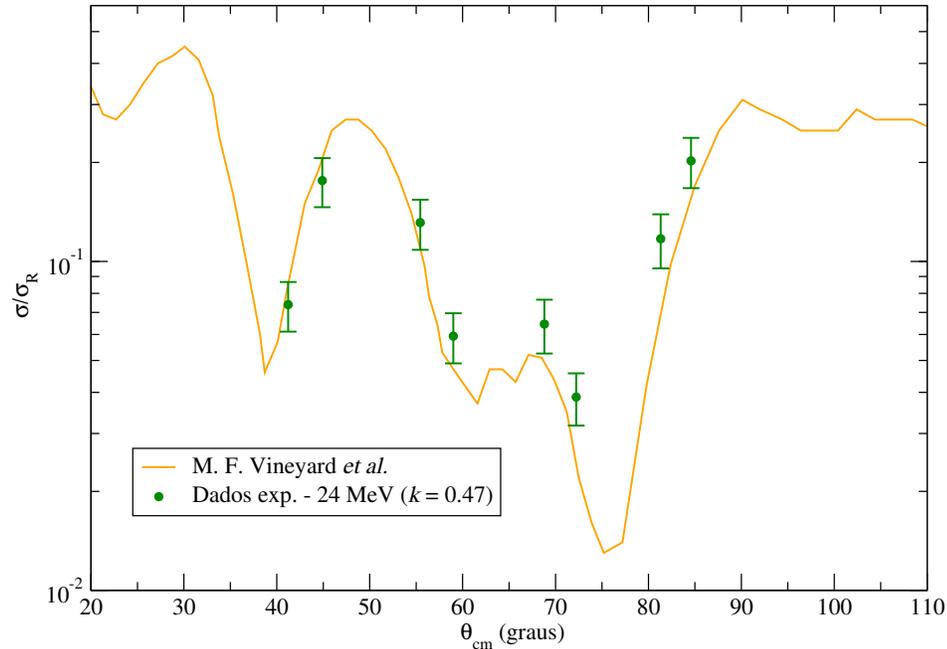


Figura 5.4: Normalização dos dados experimentais a  $E_{\text{LAB}} = 24.0$  MeV com a distribuição angular de [6] na curva sólida ( $\chi_r^2 = 1.9$ ). As ligações sólidas entre os pontos em laranja servem somente de guia para os olhos.

#### 5.1.4 Espalhamento elástico para o sistema $^6\text{Li} + ^1\text{H}$

Nesse trabalho pudemos também observar prótons provenientes do retroespalhamento de  $^1\text{H}(^6\text{Li}, ^1\text{H})^6\text{Li}$ . Esses dados serão investigados, juntamente com os dados de  $^1\text{H}(^6\text{Li}, ^3\text{He})^4\text{He}$ , por outro membro do grupo.

# Capítulo 6

## Análise

Neste capítulo descrevemos a análise realizada para as distribuições angulares obtidas com cálculos de modelo óptico (OM), usando potenciais do tipo Woods-Saxon e São Paulo, e realizando procura por parâmetros que melhor ajustam as distribuições angulares usando o código de minimização SFRESCO [28]. Também contextualizaremos os resultados obtidos com outros estudos prévios, cujas distribuições angulares estão presentes nos bancos de dados públicos NRV e EXFOR [30, 31].

### 6.1 Espalhamento elástico para o sistema ${}^6\text{Li}+{}^{19}\text{F}$

Conforme mencionamos no capítulo anterior, consideramos apenas a distribuição angular medida a  $E_{\text{LAB}} = 24.0$  MeV para esse sistema. Na literatura o espalhamento elástico de  ${}^6\text{Li}$  em  ${}^{19}\text{F}$  já foi estudado para  $E_{\text{LAB}} = 20$  MeV no contexto de modelo óptico e também no estudo de transferência de dêuterons [5, 29]. Na referência [29] foi encontrado um conjunto de parâmetros da forma Woods-Saxon que descrevem os dados. Na Figura 6.1 mostramos a comparação dos resultados dos cálculos de modelo óptico com esses parâmetros com dados da energia a 20 MeV, bem como os resultados dos cálculos, com os mesmos parâmetros mas para  $E_{\text{LAB}} = 18.0$  e 24.0 MeV.

Os resultados dos cálculos com o modelo óptico a 24.0 MeV podem agora ser comparados com a distribuição angular a 24.0 MeV obtida neste trabalho. Essa comparação é apresentada na Figura 6.2. Os cálculos reproduzem relativamente bem a distribuição angular com a

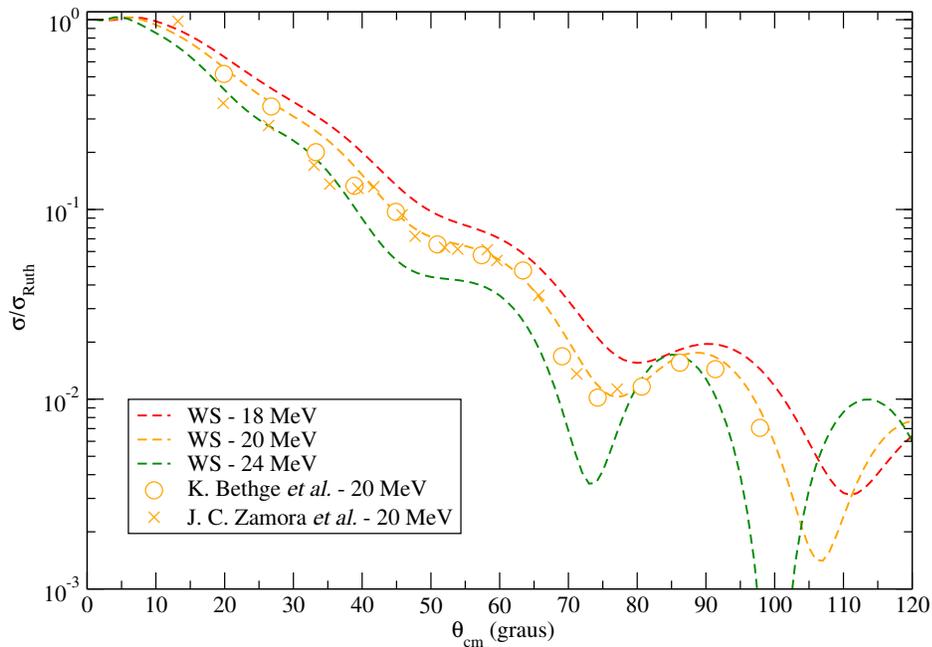


Figura 6.1: Região prevista para as distribuições angulares de  ${}^6\text{Li} + {}^{19}\text{F}$ , com destaque para os dados a  $E_{\text{LAB}} = 20 \text{ MeV}$  da literatura. Os parâmetros usados no cálculo de potencial óptico Woods-Saxon foram extraídos da referência [29]. O tamanho dos símbolos é maior que o tamanho das respectivas barras de erro experimental.

normalização  $k = 1.23$  para os dados experimentais. A partir dessa comparação podemos agora obter a espessura do alvo de  ${}^{19}\text{F}$  e conseqüentemente de  ${}^6\text{Li}$ .

Podemos ainda utilizar outros potenciais para descrever essa distribuição angular. Por exemplo, Cook [32] realizou um estudo abrangente de potenciais de modelo óptico para o espalhamento de  ${}^6\text{Li}$  em diversos alvos. Esse trabalho é destacado pelo sucesso em descrever bem as distribuições angulares experimentais numa faixa de energias incidentes variando de 13 a 156 MeV. Nele, os parâmetros da parte real são fixos ( $V_0 = 109.5 \text{ MeV}$ ,  $r_0 = 1.326 \text{ fm}$  e  $a_0 = 0.811 \text{ fm}$ ) e há uma única dependência na parte imaginária com o alvo ( $W_0 = 58.16 - 0.328 \cdot A + 0.00075 \cdot A^2 \text{ MeV}$ ,  $r_i = 1.534 \text{ fm}$  e  $a_i = 0.884 \text{ fm}$ ).

Na Tabela 6.1 listamos os parâmetros desse potencial e do potencial de Bethge [29]. Os resultados são mostrados na Figura 6.3, incluindo o cálculo com o potencial SPP2 (com normalização  $N_R = 1.0$  e  $N_I = 0.78$ ). Podemos observar que apesar de oscilar mais, o potencial de Cook [32] descreve de forma razoável a distribuição angular experimental ( $\chi_r^2 = 144$ ). Por outro lado, o potencial São Paulo não é capaz de descrever os dados obtidos.

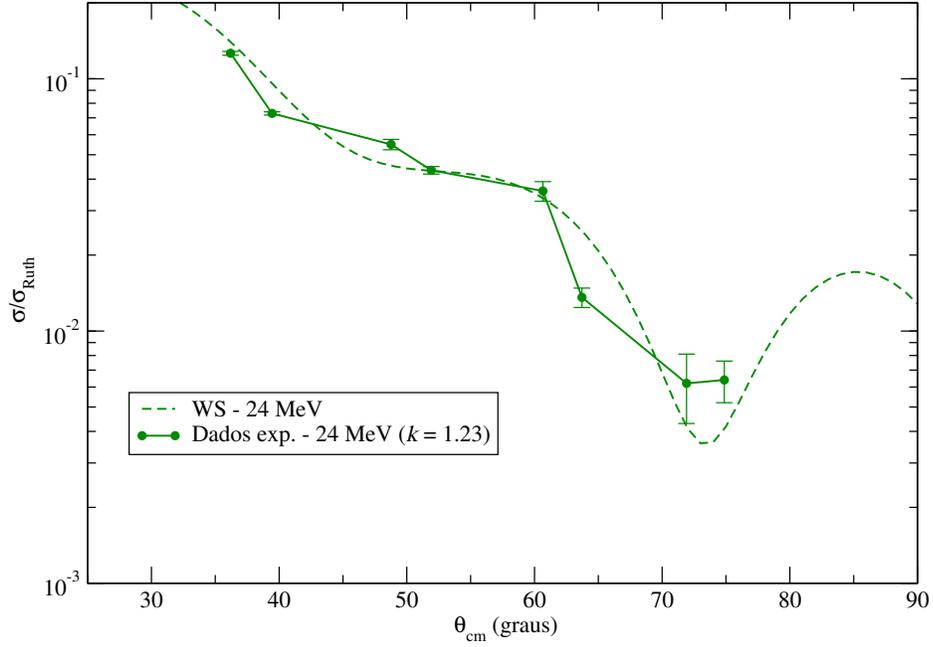


Figura 6.2: Distribuição angular de  ${}^6\text{Li}+{}^{19}\text{F}$  a 24 MeV no laboratório, normalizada com  $k = 1.23$ , e comparada com o potencial óptico de Bethge [29] para esta energia ( $\chi_r^2 = 73$ ).

Potencial	$V_0$	$r_0$	$a_0$	$W_0$	$r_i$	$a_i$
Bethge	65.5	0.88	0.41	12.0	0.85	1.48
Cook	109.50	1.33	0.81	52.20	1.53	0.88

Tabela 6.1: Parâmetros dos potenciais ópticos usados para  ${}^6\text{Li} + {}^{19}\text{F}$  a 24 MeV. Os valores de profundidades estão em MeV e os de raios reduzidos e difusividades em fm.

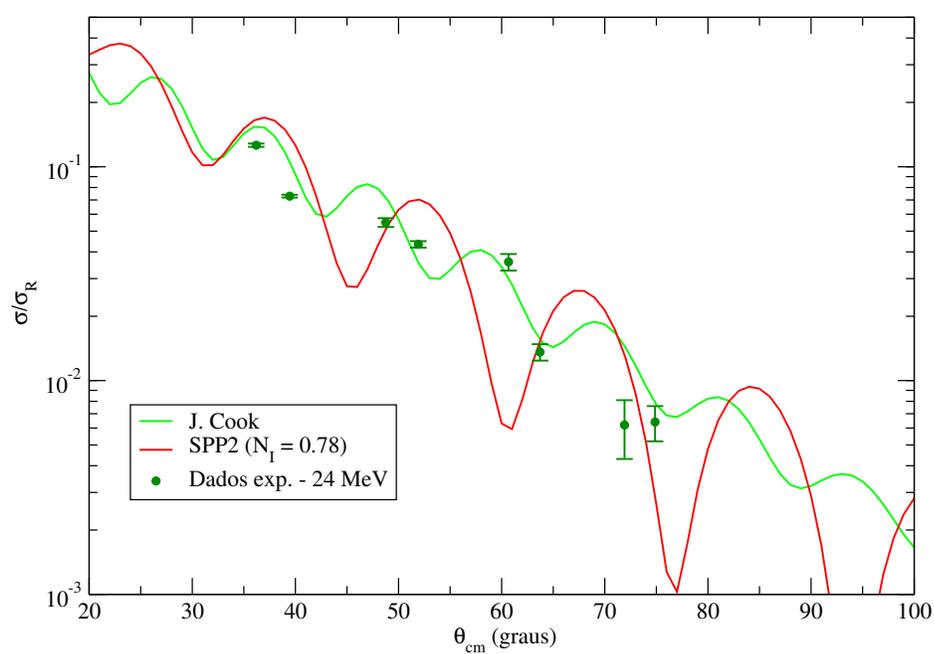


Figura 6.3: Comparação dos dados experimentais de  ${}^6\text{Li} + {}^{19}\text{F}$  a 24.0 MeV com os cálculos de modelo óptico para o potencial de [32] e o potencial SPP2.

## 6.2 Espalhamento elástico para o sistema ${}^6\text{Li}+{}^6\text{Li}$

Uma coleta prévia de dados da literatura sugeria possíveis ocorrências da *Transverse Isotropy* em energias  $E_{\text{LAB}}$  próximas daquelas nas quais foi realizado o experimento [33]: uma entre 15 e 20 MeV, outra entre 20 e 25 MeV e outras duas, próximas de 16 MeV e 20 MeV. Nas distribuições angulares medidas em energias próximas das citadas havia troca do sinal da concavidade da seção de choque diferencial em  $\theta_{\text{CM}} = 90^\circ$ , indicativo da existência de uma energia intermediária onde ela se anularia (exemplo na Figura 6.4).

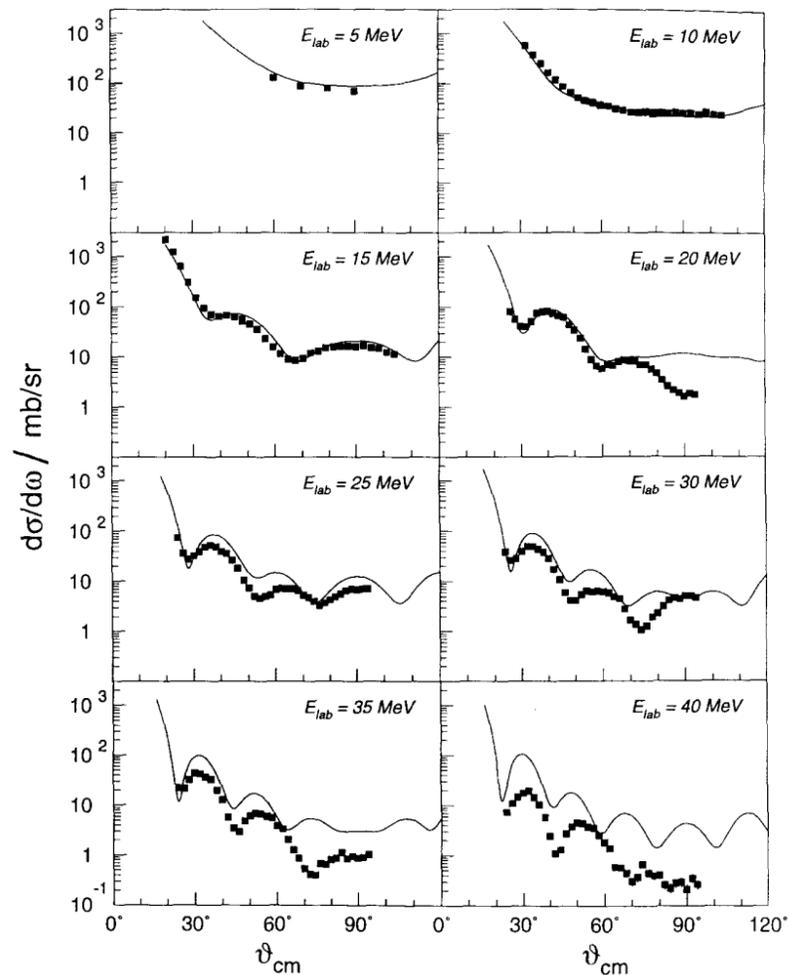


Figura 6.4: Distribuições angulares do espalhamento elástico de  ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li}$  para várias energias  $E_{\text{LAB}}$  do feixe, retirada de [1]. Destaque para como os dados experimentais (quadrados pretos) sugerem mudanças de concavidade a  $90^\circ$  entre 15 e 20 MeV e entre 20 e 25 MeV.

Desenvolvemos um código em *Python* que prevê as energias de TI para uma dada escolha de potencial nuclear no modelo óptico. Ele toma os *scripts* do código FRESCO como entrada, calcula  $\sigma''(\theta_{\text{CM}})$  em  $90^\circ$  e procura os zeros desta função em energia. Por exemplo: com o potencial WS-1 da referência [9] encontramos três energias onde pode ocorrer a TI menores que  $E_{\text{LAB}} = 20$  MeV, sendo uma delas a de 18.20(24) MeV[33], que poderia ser verificada pelo presente experimento. Porém, as dificuldades na análise dos dados de  ${}^6\text{Li}+{}^6\text{Li}$  inviabilizaram a estimativa de  $\sigma''(\theta_{\text{CM}})$ , que pressupõe uma quantidade ampla de pontos em torno de  $90^\circ$  no centro de massa para ser analisada.

A normalização obtida para o alvo de  ${}^{19}\text{F}$  pôde ser utilizada para o alvo de  ${}^6\text{Li}$ , uma vez que a espessura do alvo seria a mesma e que o alvo de  ${}^6\text{LiF}$  possuía igual quantidade de cada núcleo. No entanto, reconhecemos uma situação análoga ao de  ${}^6\text{Li}+{}^{19}\text{F}$ : os gráficos para  $E_{\text{LAB}} = 18.0$  e  $24.0$  MeV aparentam um comportamento suave enquanto que os para  $E_{\text{LAB}} = 22.0$  e  $23.0$  MeV apresentam oscilações bastante destacadas. A dúvida gerada por esta constatação é adicionada ao fato de outras medidas na literatura mostrarem um ordenamento suave das distribuições angulares por ordem de energia para ângulos abaixo de  $60^\circ$  [1, 34, 35], como mostrado na Figura 6.5. Assim, não parece ser razoável que, entre energias onde os gráficos têm essa propriedade, haja tal comportamento para os dados do experimento.

Portanto, vamos também considerar neste trabalho apenas a distribuição angular para  $E_{\text{LAB}} = 24.0$  MeV, aplicando a normalização de  $k = 1.23$  encontrada para o espalhamento anterior. Não é esperado que uma descrição feita com o potencial sistemático de [32] funcione para esse sistema, já que o  ${}^6\text{Li}$  é um alvo muito mais leve do que os investigados por Cook. Outros potenciais ópticos foram então testados. Os parâmetros desses potenciais são apresentados na Tabela 6.2 e os cálculos feitos com os potenciais escolhidos podem ser vistos na Figura 6.6.

Os três primeiros potenciais pertencem a uma família de potenciais globais apresentados em [1]. Nesse estudo, os autores procuraram uma descrição sistemática com apenas dois potenciais simples da forma Woods-Saxon para os espalhamentos elásticos  ${}^6\text{Li}+{}^6\text{Li}$  e  ${}^7\text{Li}+{}^7\text{Li}$  no intervalo entre 5 e 40 MeV. Eles obtiveram seis famílias de parâmetros para potenciais do tipo volume-volume e outras seis famílias de parâmetros para potenciais do tipo volume-superfície. Tomamos para o presente estudo três conjuntos cujos ajustes foram apresentados

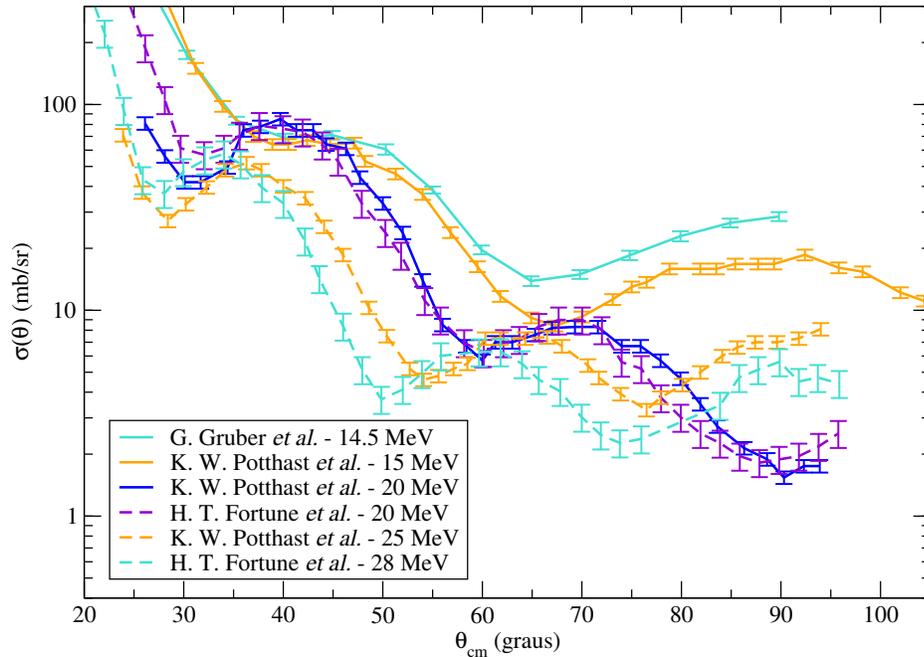


Figura 6.5: Distribuições angulares do espalhamento elástico  ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li}$  presentes na literatura para energias próximas ao do experimento realizado [1, 34, 35].

em figuras de [1] e eles não foram capazes de descrever nossos resultados, mesmo com a dependência linear em  $V_0(E)$ ,  $W_0(E)$  e  $W_D(E)$ . O potencial denominado WS-2 em [9] usa do conjunto B de parâmetros de [35] e descreve particularmente bem a distribuição angular do segundo artigo para  $E_{\text{LAB}} = 20 \text{ MeV}$ . Contudo, ele não foi capaz de reproduzir nossos dados, mesmo com uma procura em  $V_0$  e  $W_0$ . A medida de distribuições angulares do espalhamento elástico de  ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li}$  para a investigação do surgimento do fenômeno de TI das oscilações de Mott ainda é interessante, mas é necessário repetir a experiência para obter dados mais confiáveis. Identificamos algumas limitações e problemas nessas medidas que poderão ser superadas para a realização de medidas melhores.

Potencial	$V_0$	$r_0$	$a_0$	$W_0$	$r_i$	$a_i$
S-GL1	2.86	1.38	1.19	3.74	1.48	0.43
S-GL-6	29.38	0.12	1.75	11.84	1.20	0.59
V-GL-3	32.85	0.17	1.62	7.13	1.59	0.40
WS-2	11.7	1.40	0.46	6.9	1.50	0.73

Tabela 6.2: Parâmetros dos potenciais ópticos usados para  ${}^6\text{Li} + {}^6\text{Li}$  a  $E_{\text{LAB}} = 24.0 \text{ MeV}$ . Os valores de profundidades estão em MeV e os de raios reduzidos e difusividades em fm.

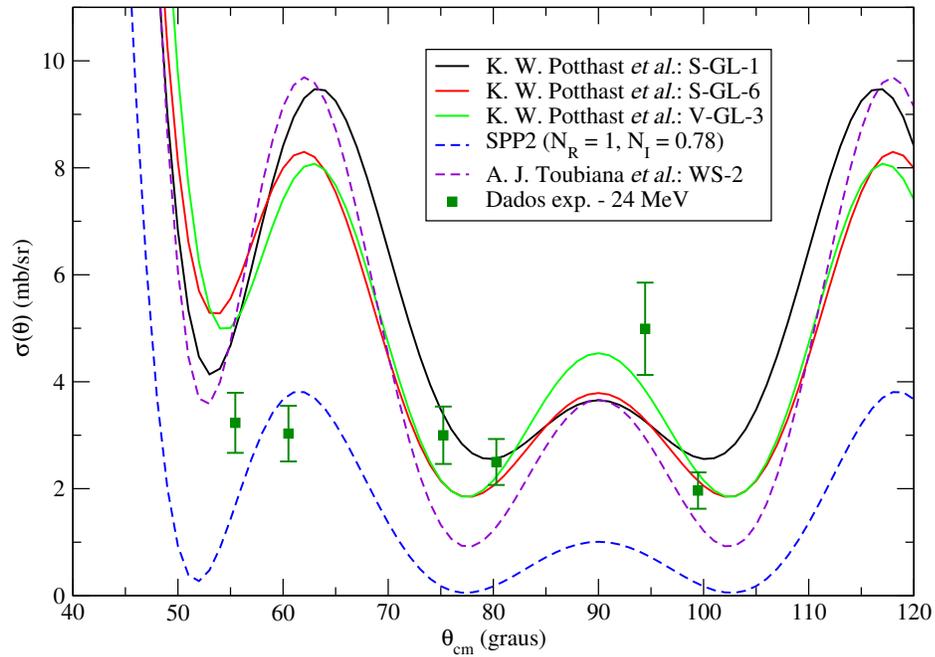


Figura 6.6: Comparação dos dados experimentais de  ${}^6\text{Li}+{}^6\text{Li}$  a  $E_{\text{LAB}} = 24.0 \text{ MeV}$  com os cálculos de modelo óptico para os potenciais da Tabela 6.2 e o SPP2.

### 6.3 Espalhamento elástico para o sistema ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$

Diferente do caso dos espalhamentos anteriores, não é esperado que o espalhamento de lítio nesse alvo seja afetado pelo desalinhamento do alvo, já que o *backing* de  ${}^{12}\text{C}$  utilizado cobria toda a superfície do suporte do alvo. Assim, as quatro distribuições angulares obtidas nesse trabalho foram consideradas. Essas distribuições angulares foram normalizadas com o fator  $k = 0.47$ , conforme explicado no capítulo anterior e analisadas em conjunto.

O sistema  ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$  é bastante interessante e foi amplamente estudado em várias energias:  $E_{\text{LAB}} = 12.3$  MeV [36], 13.0 MeV [37], 20.0 MeV [5], 24.0 MeV [38, 6], 25.0 MeV [39] e 28.0 MeV [40]. A principal motivação é investigar a influência da estrutura pronunciada de *cluster* desse projétil  ${}^6\text{Li}$  ( $\alpha+d$ ) com  $S_\alpha = 1.474$  MeV e a semelhança com  ${}^6\text{He}$  ( $\alpha+2n$ ) com  $S_\alpha = 0.973$  MeV. Em todos esses trabalhos há tentativas de se aplicar o modelo óptico às distribuições angulares obtidas, mas os parâmetros não têm uma homogeneidade entre as referências, ou mesmo um comportamento previsível. Isso porque a influência de efeitos de *breakup*, transferência e outros são bastante fortes, principalmente para ângulos traseiros, exigindo um tratamento mais complexo em termos de acoplamentos de canais e reações.

Análises de modelo óptico com potenciais Woods-Saxon podem ser limitadas a tentar descrever o comportamento da superfície do potencial  $V_N(r)$  e acabar por ignorar a região interior dos núcleos. Nas energias  $E_{\text{LAB}}$  entre 18.0 e 24.0 MeV deste nosso trabalho, a distância de máxima aproximação entre os núcleos varia entre 1.6 e 2.2 fm. Essa distância é consideravelmente menor que a distância entre os centros dos núcleos  ${}^6\text{Li}$  e  ${}^{12}\text{C}$  ( $d = 5.1$  fm), indicando a relevância da escolha de parâmetros apropriados.

Em algumas das referências compiladas, os autores usaram de formas Woods-Saxon na parte real e imaginária do potencial nuclear [36, 37, 39, 40] para realizar cálculos mais avançados, como efeitos de *breakup* com o método de canais acoplados ao *continuum* e estudo de ressonâncias com DWBA. Já em outras, se estudou também a transferência de dois núcleons com a reação da forma ( ${}^6\text{Li}, {}^4\text{He}$ ) e os efeitos da formação de núcleos compostos. Uma lista com alguns conjuntos de parâmetros encontrados nas referências pode ser vista na Tabela 6.3, onde destacamos os valores similares de profundidade dos potenciais imaginários (maioria entre 4 e 7 MeV). Para as distribuições angulares em 20.0 e 24.0 MeV, a parte real

do potencial foi substituída por um potencial SPP2 e um potencial de dupla convolução com a interação M3Y e normalizado por 0.71, respectivamente. Denominamos como WS-A o potencial Woods-Saxon imaginário usado para a energia de 20.0 MeV e WS-B o usado para 24.0 MeV. Estes potenciais estão listados separadamente na Tabela 6.4.

$E_{\text{LAB}}$	$V_0$	$r_0$	$a_0$	$W_0$	$r_i$	$a_i$	$W_D$	$r_i$	$a_i$	$V_S$	$r_S$	$a_S$
12.3	248.5	0.78	0.70	4.72	1.52	0.35	—	—	—	—	—	—
13.0	147.02	0.81	0.67	—	—	—	5.45	0.74	0.97	—	—	—
20.0	—	SPP2	—	6.03	1.293	0.76	—	—	—	1.00	1.16	0.65
24.0	—	$0.71 V_{\text{fold}}$	—	6.77	1.34	0.59	—	—	—	—	—	—
25.5	109.5	1.25	0.65	4.72	1.52	0.35	—	—	—	—	—	—
28.0	461	0.59	0.76	13.3	1.11	0.61	—	—	—	—	—	—

Tabela 6.3: Parâmetros para os potenciais ópticos obtidos na literatura para  ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$  para cada energia listada em MeV. Os valores de profundidades estão em MeV e os de raios reduzidos e difusividades em fm.

Potencial	$W_0$	$r_i$	$a_i$	$V_S$	$r_S$	$a_S$
WS-A	6.03	1.293	0.76	1.00	1.16	0.65
WS-B	6.77	1.34	0.59	—	—	—

Tabela 6.4: Parâmetros utilizados para a parte imaginária para o potencial WS-A e WS-B para  ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$ .

Numa primeira tentativa de descrever as distribuições angulares desse sistema utilizamos o potencial São Paulo. Consideramos a distribuição angular obtida a 24.0 MeV, juntamente com os dados de M. F. Vineyard *et al.* na mesma energia [6]. Mesmo utilizando diferentes normalizações para a parte imaginária ( $N_I = 0.6, 0.78$  e  $1.0$ ) não foi possível descrever a distribuição angular, conforme pode ser observado na Figura 6.7. Uma procura feita, com a normalização da parte real fixa, variando somente  $N_I$ , também não forneceu uma boa descrição da distribuição angular, já que a previsão do cálculo sempre oscila e diminui para ângulos mais traseiros, diferente do comportamento dos dados experimentais. O uso do potencial de Cook [32] também foi testado mas também não foi capaz de descrever a distribuição angular. Isso de certa forma era esperado, pois a sistemática de Cook não incluía alvos com  $Z_T < 12$ . A profundidade da parte imaginária para esse potencial, considerando  $A = 12$ , é 54.33 MeV, o que é muito mais profundo do que os valores encontrados na Tabela 6.3.

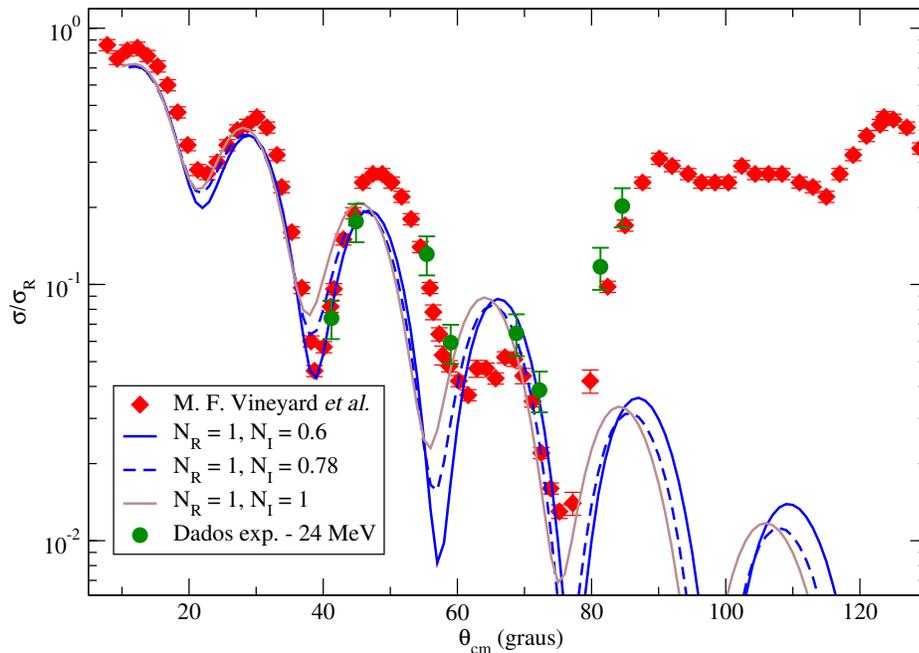


Figura 6.7: Diferentes valores de  $N_I$  para o potencial São Paulo 2 em comparação com os dados experimentais de  ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$  a 24.0 MeV, juntamente com os dados de M. F. Vineyard *et al.* [6].

Em uma subsequente análise usamos então o potencial SPP2 na parte real do potencial nuclear e diferentes potenciais para a parte imaginária: WS-A sem *spin*-órbita, WS-B, e WS-A adicionando o termo de *spin*-órbita. Lembrando que WS-A é o potencial Woods-Saxon

imaginário usado na análise da distribuição angular a 20.0 MeV por J. C. Zamora *et al.* [5] e WS-B é o potencial imaginário usado na análise da distribuição angular em 24.0 MeV por M. F. Vineyard *et al.* [6], ambos os experimentos tendo sido realizados em energias similares às nossas.

Uma comparação dos cálculos com esses e outros potenciais com relação aos dados experimentais pode ser vista na Figura 6.8. Podemos observar que obtemos resultados melhores ao considerar um potencial do tipo Woods-Saxon para a parte imaginária, já que com o SPP2 a distribuição angular prevista sempre oscila e produz seções de choque menores em ângulos traseiros, ao contrário da tendência dos dados. O efeito da redução da parte real do SPP2 por um fator 0.71 parece descrever melhor a distribuição angular em ângulos dianteiros. Podemos observar também que o efeito da inclusão do potencial *spin*-órbita é o de suavizar as oscilações observadas para os ângulos traseiros. A região de maior desacordo entre os cálculos e os dados para a energia de 24.0 MeV é justamente a partir de 90°, onde efeitos de outros canais, principalmente de transferências acima da barreira Coulombiana, se tornam mais proeminentes.

Partindo das considerações anteriores realizamos uma procura no valor dos parâmetros do potencial de Woods-Saxon da parte imaginária, e para a normalização do potencial SPP2 como a parte real do modelo óptico. Os valores iniciais foram os dos potenciais WS-A, WS-B e a normalização  $N_R = 1.0$ .

Um critério adotado para se contornar a ambiguidade dos potenciais Woods-Saxon foi verificar o valor da integral volumétrica do perfil, isto é, a quantidade:

$$I = \frac{1}{A_P A_T} \int_0^{+\infty} 4\pi r^2 W(r) dr \quad (6.1)$$

onde há comumente uma divisão pelo número de núcleons interagentes [32]. Consideramos que essa integral deva continuar mais ou menos constante durante a procura dos parâmetros, de forma que uma pequena mudança na profundidade deve ser compensada com uma pequena mudança no raio reduzido e vice-versa, de modo que a interação ainda tenha o mesmo efeito.

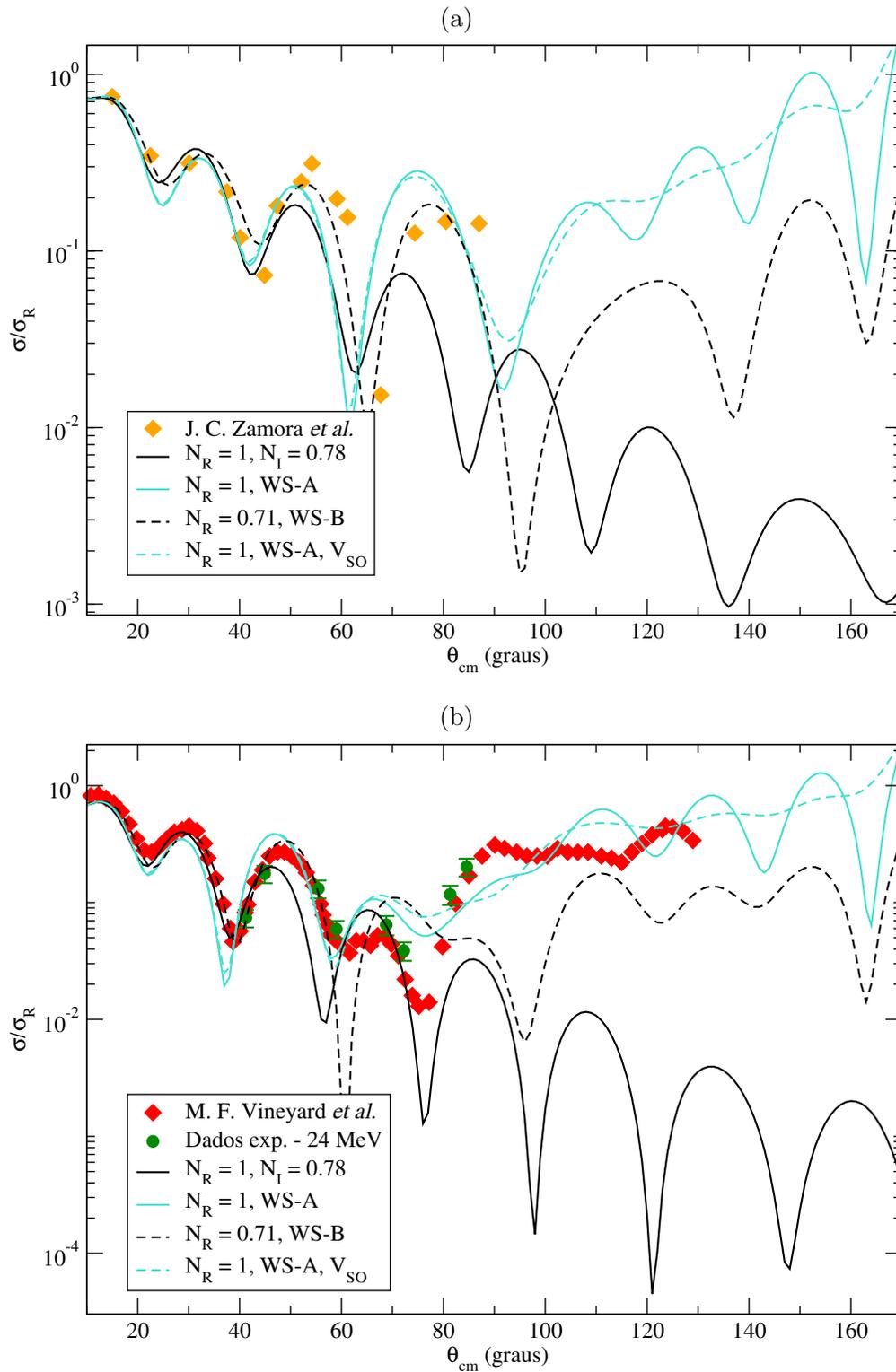


Figura 6.8: Diversos cálculos de modelo óptico para tentar descrever (a) o comportamento da distribuição experimental de  ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$  a 20.0 MeV em [5] e (b) o comportamento dos dados medidos a 24.0 MeV combinados com [6].  $V_{SO}$  é o potencial *spin*-órbita utilizado em [5].

Fizemos um código em *Python* que lê as tabelas de potenciais  $(r_i, V(r_i))$  geradas pelo código FRESCO em passos de  $\Delta R$  e faz a integração numérica pela regra do trapézio:

$$I \approx \frac{1}{A_P A_T} 4\pi \Delta R \left[ \sum_{i=0}^N r_i^2 V(r_i) - \frac{r_0^2 V(r_0) + r_N^2 V(r_N)}{2} \right] \quad (6.2)$$

O resultado da procura de parâmetros pode ser visto nas Figuras 6.9 e 6.10, com os respectivos coeficientes listados na Tabela 6.5. A normalização obtida para a parte real do potencial São Paulo é sempre próxima de 1.0, exceto para 22.0 MeV, onde vale 0.87. O valor do raio reduzido variou pouco entre as energias, assim como as profundidades do potencial. Esperava-se encontrar uma dependência sistemática de  $W_0$  com a energia incidente, mas, exceto no caso de 18.0 MeV, a profundidade é quase constante e próxima das outras da Tabela 6.3. O parâmetro mais difícil de se ajustar foi da difusividade para  $E_{\text{LAB}} = 22.0$  MeV, que foi determinado pelo valor do limite inferior do intervalo aceitável da procura. Nota-se que a distribuição angular para essa energia não é bem descrita em torno de  $\theta_{\text{CM}} = 50^\circ$ .

O grupo de M. F. Vineyard *et al.* [6], que teve dificuldades para obter um bom ajuste da distribuição angular no intervalo angular medido, apontou a possibilidade de existir uma estrutura ressonante em  $E_{\text{LAB}} = 22.8$  MeV com uma largura de  $\Gamma \approx 800$  keV nas funções de excitação de  ${}^6\text{Li}$  em  ${}^{12}\text{C}$ . Porém, não podemos afirmar que é devido a este efeito que não obtivemos um ajuste melhor para a distribuição angular a 22.0 MeV, visto que o ajuste para 23.0 MeV (energia mais próxima da ressonância) é satisfatório.

Podemos concluir que os ajustes obtidos para as distribuições angulares medidas nas 4 energias,  $E_{\text{LAB}} = 18.0, 20.0, 22.0, 23.0$  e 24.0 MeV são bons, conforme observado nas Figuras 6.9 e 6.10. Para a distribuição angular a 24.0 MeV os resultados são bons para uma região angular larga. Para evidenciarmos melhor os efeitos dos canais inelástico, transferência e *breakup*, cálculos de canais acoplados (CC), cálculos de reações acopladas (CRC) e cálculos de acoplamentos com o *continuum* discretizados (CDCC) são necessários mas estão fora do escopo desta dissertação. Uma breve discussão sobre o estado dessas análises adicionais está presente na próxima seção.

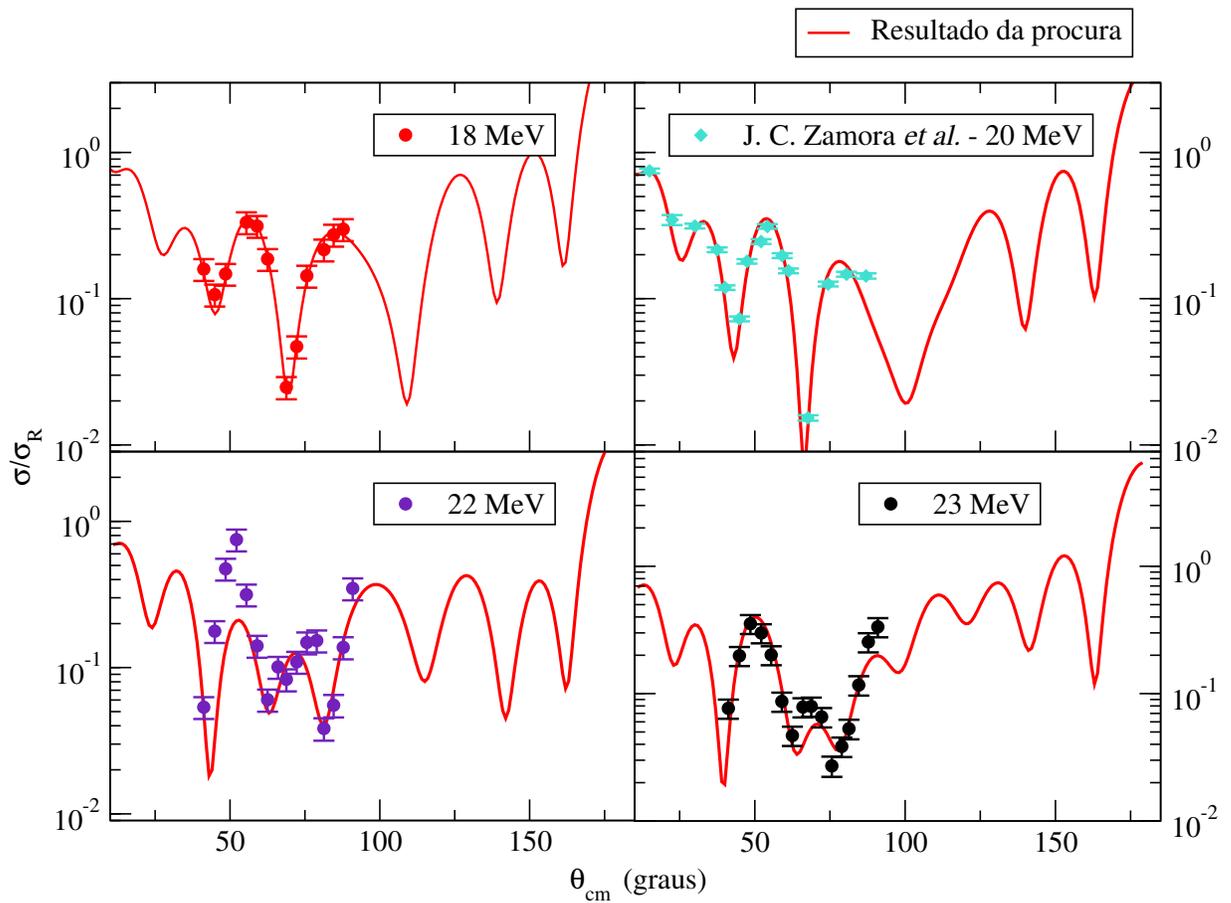


Figura 6.9: Resultado da procura de parâmetros para as distribuições angulares obtidas para  ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$  e os dados de [5] a 20.0 MeV. Os valores encontrados estão presentes na Tabela 6.5.

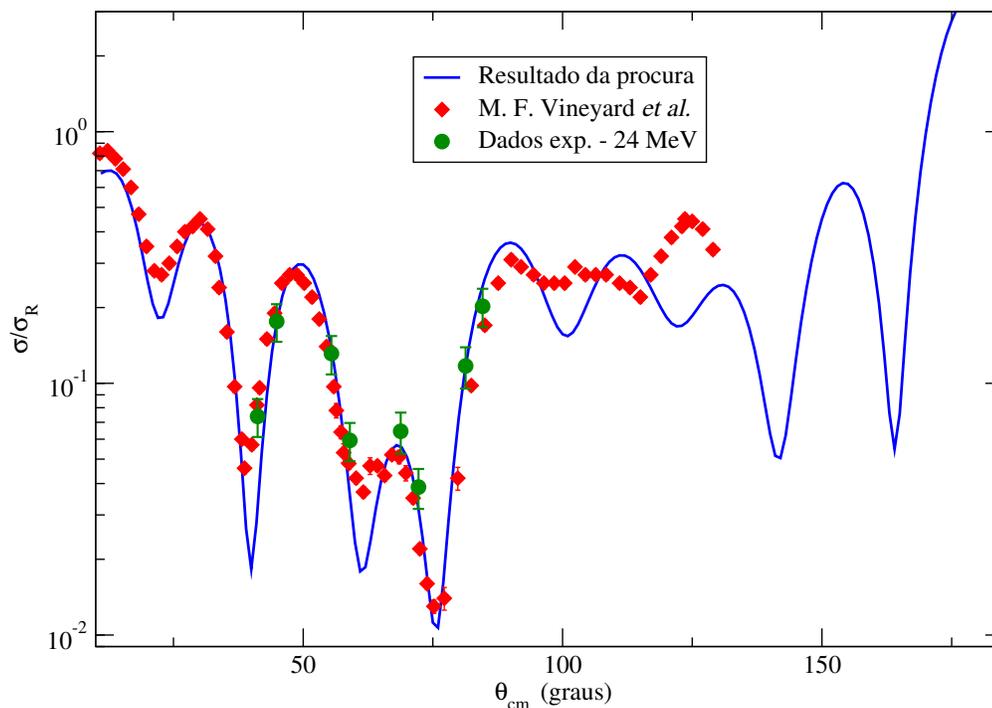


Figura 6.10: Resultado da procura de parâmetros para a distribuição angular obtida para  ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$  a 24.0 MeV e os dados de [6]. Os valores encontrados estão presentes na Tabela 6.5.

	$E_{\text{LAB}}$ (MeV)				
	18.0	20.0	22.0	23.0	24.0
$N_R$	0.94	0.95	0.87	0.96	0.92
$W_0$	4.51	6.22	6.13	6.78	6.87
$r_i$	1.41	1.34	1.34	1.23	1.30
$a_i$	0.42	0.46	0.40	0.60	0.50
$I$	53.9	65.2	62.6	57.3	66.5
$\chi_r^2$	0.4	22	6.7	3.5	28

Tabela 6.5: Parâmetros obtidos no SFRESCO pela procura usando as quatro distribuições angulares medidas neste trabalho e os dados em [5, 6].

## 6.4 CDCC para o sistema ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$

Como uma análise extra para esse sistema, consideramos o efeito de *cluster* e o efeito do *breakup* na distribuição angular. É esperado um efeito significativo do canal de *breakup* do projétil de  ${}^6\text{Li}$  devido à baixa energia de ligação da sua estrutura de *cluster*. Para estudar o efeito desse canal de quebra ( ${}^6\text{Li} \rightarrow {}^4\text{He}+d$ ) no espalhamento elástico, foi realizado um cálculo de canais acoplados com discretização do *continuum* (CDCC), onde os estados livres das partículas são discretizados em setores (*bins*) para caracterizar os possíveis estados de energia final dos resultados da quebra. Esses cálculos foram realizados pela colaboradora Dra. Érica Cardozo da Universidade Federal Fluminense e serão apresentados aqui para indicar o forte efeito da estrutura de *cluster* do núcleo  ${}^6\text{Li}$ .

Reconhecendo a estrutura de *cluster* do projétil como uma partícula alfa acoplada a um dêuteron, dois potenciais ópticos são necessários no que chamamos de *cluster folding model*: um potencial para a interação alfa-alvo ( ${}^4\text{He}+{}^{12}\text{C}$ ) e outro para a interação dêuteron-alvo ( $d+{}^{12}\text{C}$ ). Os dois potenciais escolhidos nesse trabalho são do tipo Woods-Saxon e descrevem o espalhamento elástico para esses sistemas, conforme mostrado na Figura 6.11. A Tabela 6.6 apresenta os parâmetros dos potenciais para as partes real e imaginária.

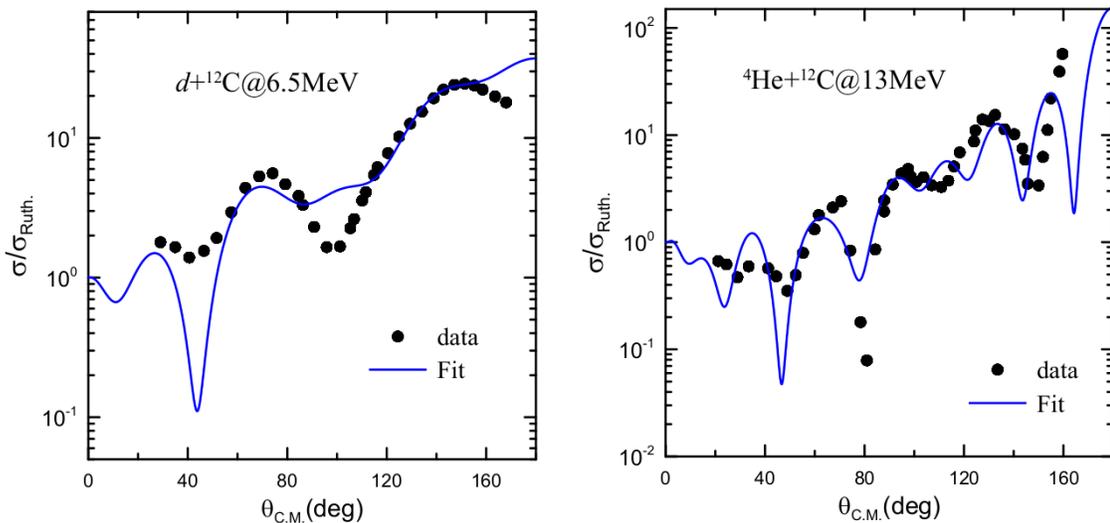


Figura 6.11: Distribuições angulares dos espalhamentos elásticos para os sistemas  $d+{}^{12}\text{C}$  [41] e  ${}^4\text{He}+{}^{12}\text{C}$  [42], respectivamente, em preto. O cálculo de modelo óptico é representado pela curva azul.

Sistema	$V_0$	$r_0$	$a_0$	$W_0$	$r_i$	$a_i$
${}^4\text{He}+{}^{12}\text{C}$	188.2	1.3	0.65	4.54	1.47	0.67
$d+{}^{12}\text{C}$	136.1	1.14	0.72	8.59	0.98	0.73

Tabela 6.6: Parâmetros dos potenciais ópticos usados para descrever os sistemas centro-alvo e valência-alvo. Os valores de profundidades estão em MeV e os de raios reduzidos e difusividades em fm.

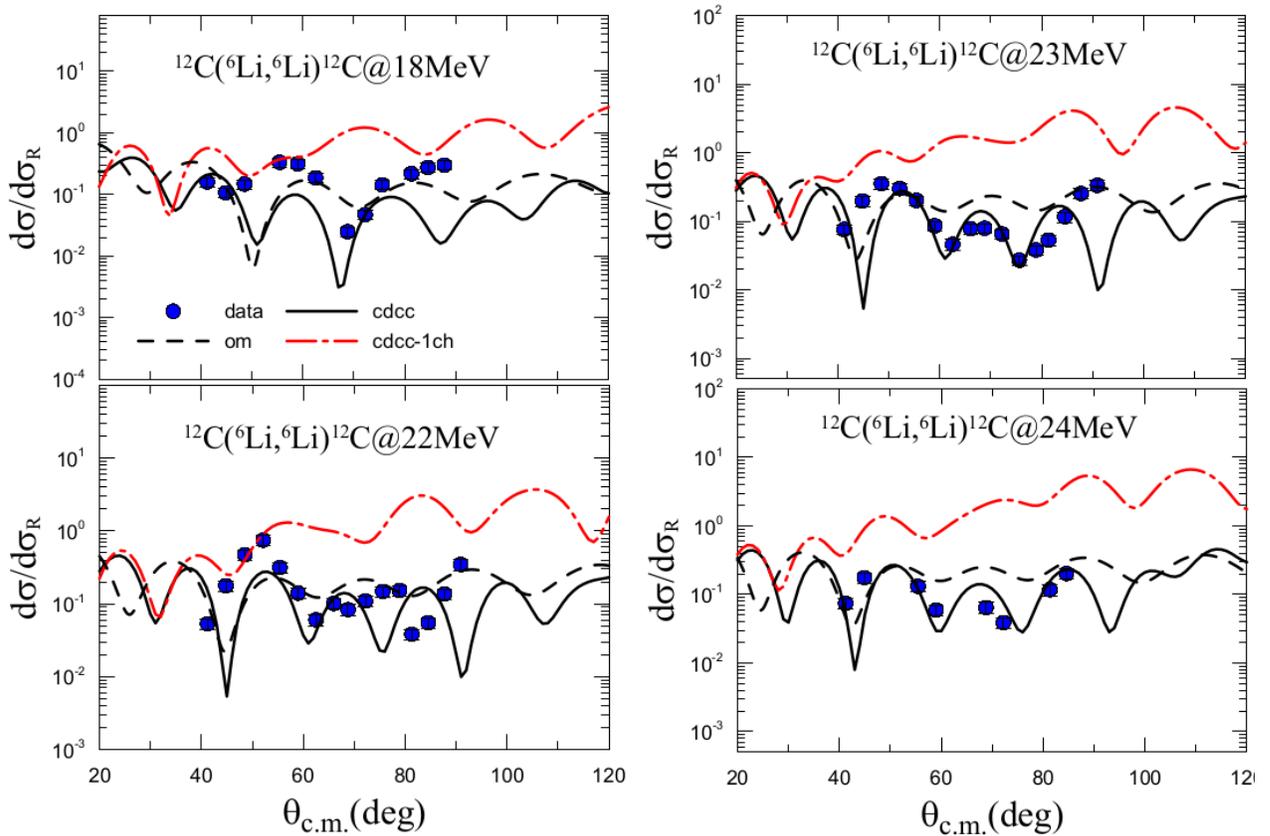


Figura 6.12: Resultado do cálculo de CDCC para os dados obtidos neste trabalho para o sistema  ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$ . Os pontos experimentais estão em azul e a curva preta tracejada representa o ajuste inicial com o modelo óptico. Vide como o efeito de formação de *cluster* no projétil leva a curva vermelha à curva preta contínua.

No espaço de energia do contínuo, os setores (ou *bins*) de energia foram construídos igualmente separados com energia máxima de 8.0 MeV e com uma largura de 1.5 MeV. Na Figura 6.12 vê-se o resultado do cálculo do CDCC para este sistema (curva preta) e notamos uma boa correspondência com o espalhamento elástico para todas as energias analisadas.

Para estudar o efeito dinâmico referente ao *breakup* do núcleo  ${}^6\text{Li}$ , foi realizado o cálculo considerando primeiramente somente a formação de *cluster* desse núcleo. Para isso somente os estados fundamentais do sistema  ${}^6\text{Li}({}^4\text{He}+d)+{}^{12}\text{C}$  foram considerados, nomeado como *cdcc-1ch* na Figura 6.12. Para enfatizarmos o efeito de *cluster*, comparamos o resultado do modelo óptico feito com  $W_0 = 50$  MeV,  $r_i = 1.06$  fm e  $a_i = 0.2$  fm, onde o  ${}^6\text{Li}$  é tratado sem estrutura (curva preta tracejada), com o resultado de *cdcc-1ch* (curva vermelha traço-ponto).

Podemos observar que a descrição considerando a formação de *cluster* tem o efeito de aumentar a seção de choque elástica a partir do ângulo de  $60^\circ$ , aproximadamente. Quando se acopla os estados do *continuum*, a seção de choque diminui e os dados experimentais são bem descritos. Podemos concluir então que o efeito dinâmico da formação de *cluster* com os acoplamentos com os estados do contínuo é fundamental para o entendimento do espalhamento elástico para esse sistema.

# Capítulo 7

## Conclusões

Neste trabalho estudamos o espalhamento elástico do núcleo de  ${}^6\text{Li}$  em múltiplos alvos de  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^{12}\text{C}$  e  ${}^{19}\text{F}$  para energias acima da barreira Coulombiana. Analisamos as distribuições angulares inéditas a  $E_{\text{LAB}} = 24.0$  MeV para os alvos de  ${}^6\text{Li}$  e  ${}^{19}\text{F}$  e as distribuições angulares inéditas para  $E_{\text{LAB}} = 18.0, 22.0$  e  $23.0$  MeV, além da distribuição angular a  $24.0$  MeV, para o alvo de  ${}^{12}\text{C}$ .

Parte das distribuições angulares para os alvos de  ${}^6\text{Li}$  e  ${}^{19}\text{F}$  apresentaram um comportamento injustificado em comparação com os dados da literatura a energias próximas. Isso foi atribuído a uma possível falta de alinhamento do feixe com o alvo. O material de  ${}^6\text{LiF}$  foi evaporado (depositado) na superfície do *backing* de  ${}^{12}\text{C}$  de forma parcial e não foi muito bem centrado. Esse comportamento foi observado apenas após a finalização da análise e não pôde ser relacionado a alguma outra etapa do processo de redução de dados, como, por exemplo, algum erro na tomada de contagens dos picos elásticos.

Para o caso do sistema  ${}^6\text{Li}+{}^{19}\text{F}$ , sua distribuição angular a  $E_{\text{LAB}} = 24.0$  MeV foi normalizada por um cálculo com um potencial Woods-Saxon e tanto esta descrição quanto o cálculo utilizando o potencial do estudo de J. Cook [32] foram capazes de descrever a distribuição angular experimental dentro de suas incertezas. Devido ao número reduzido de ângulos medidos para esta energia, há ambiguidade na escolha entre os dois potenciais.

Para o sistema  ${}^6\text{Li}+{}^6\text{Li}$ , buscávamos principalmente observar o fenômeno da *Transverse Isotropy*, cujas energias de ocorrência haviam sido previstas com cálculos próprios e análises da literatura disponível para a região medida. Mais de 40% dos picos elásticos que seriam

observados nos espectros biparamétricos foram perdidos devido à espessura maior dos detectores  $\Delta E$  do conjunto de telescópios T4. A TI então não pôde ser observada por depender da existência de muitos pontos na distribuição angular em torno de  $\theta_{CM} = 90^\circ$ . Ao utilizarmos os parâmetros dos potenciais de modelo óptico já estudados para esse sistema, não encontramos uma boa compatibilidade com os dados experimentais. Uma procura realizada com os parâmetros, mesmo a partir de potenciais globais com dependência na energia, não foi bem-sucedida.

Para o sistema  ${}^6\text{Li}+{}^{12}\text{C}$ , também estudado nesse trabalho, o desalinhamento do material de  ${}^6\text{LiF}$  do alvo não teria efeito nos resultados, já que o *backing* de  ${}^{12}\text{C}$  compreende todo o suporte do alvo. Isso permitiu que pudéssemos normalizar os dados e investigar os vários potenciais ópticos disponíveis na literatura na descrição das distribuições angulares medidas. Foram testados alguns desses potenciais e uma busca por parâmetros para a parte imaginária do potencial nuclear retornou valores consistentes com os obtidos de análise de outros trabalhos em energias próximas. Nessa busca por parâmetros consideramos uma integral volumétrica constante. A qualidade dos ajustes obtidos pode ser considerada boa para todas as energias medidas. A distribuição angular obtida a 22.0 MeV tem um pico um pouco mais pronunciado a  $50^\circ$ , não descrito pelos ajustes. Para a distribuição angular a 24.0 MeV os resultados são bons para uma região angular relativamente larga.

Para evidenciarmos melhor a física envolvida na interação do núcleo  ${}^6\text{Li}$  com o alvo de  ${}^{12}\text{C}$ , efeitos dos canais inelástico, transferência e de *breakup*, com cálculos de canais acoplados (CC) e reações acopladas (CRC), além de cálculos de acoplamentos com o *continuum* discretizados (CDCC) seriam necessários, mas estão fora do escopo dessa dissertação. Apenas o efeito particular do canal de *breakup* foi investigado com cálculos de CDCC. Observamos que o efeito dinâmico da formação de *cluster* com os acoplamentos com os estados do contínuo foi fundamental para descrevermos o espalhamento elástico para esse sistema. Devemos enfatizar que o cálculo de CDCC não é um ajuste, mas sim um cálculo sem parâmetros livres.

Por último podemos enfatizar que novas medidas para o sistema  ${}^6\text{Li}+{}^6\text{Li}$ , com o intuito de estudar a TI, são recomendadas, com especial destaque e atenção para a região angular em torno de  $90^\circ$ . Essas novas medidas, se realizadas com alvo de  ${}^6\text{LiF}$  devidamente centrado, podem fornecer ainda distribuições angulares inéditas também para o sistema  ${}^6\text{Li}+{}^{19}\text{F}$ . Os dados para as reações  $p({}^6\text{Li},p){}^6\text{Li}$  e  $p({}^6\text{Li},{}^3\text{He}){}^4\text{He}$ , observados no presente experimento, são interessantes do ponto de vista de investigação de mecanismos de reações e também serão analisados pelo grupo, num futuro próximo.

# Bibliografia

- [1] K. W. Potthast et al. “Global optical model potentials for symmetrical lithium systems:  $6\text{Li}+6\text{Li}$ ,  $7\text{Li}+7\text{Li}$  at  $E_{\text{lab}} = 5\text{-}40$  MeV”. Em: *Nuclear Physics A* 614 (1997), pp. 95–111. DOI: [10.1016/S0375-9474\(96\)00445-9](https://doi.org/10.1016/S0375-9474(96)00445-9).
- [2] A. C. C. Villari et al. “Search for Color van der Waals Force in  $208\text{Pb}+208\text{Pb}$  Mott Scattering”. Em: *Physical Review Letters* 71.16 (1993). DOI: [10.1103/PhysRevLett.71.2551](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.71.2551).
- [3] D. Vetterli et al. “Effects of Vacuum Polarization in Hadron-Hadron Scattering”. Em: *Physical Review Letters* 62.13 (1989). DOI: [10.1103/PhysRevLett.62.1453](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.62.1453).
- [4] M. S. Hussein, L. F. Canto e W. Mittig. “Fully damped Mott oscillations in sub-barrier elastic scattering of identical heavy ions and the nuclear interaction”. Em: *NUBA Conference Series -1: Nuclear Physics and Astrophysics 15–21 September 2014, Antalya, Turkey*. Vol. 590. 012009. 2015. DOI: [10.1088/1742-6596/590/1/012009](https://doi.org/10.1088/1742-6596/590/1/012009).
- [5] J. C. Zamora et al. “Role of direct mechanism in two-nucleon  $T=0$  transfer reactions in light nuclei using the  $(6\text{Li}, \alpha)$  probe”. Em: *Physical Review C* 106.014603 (2022). DOI: [10.1103/PhysRevC.106.014603](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.106.014603).
- [6] M. F. Vineyard et al. “Optical potentials for the elastic scattering of  $6\text{Li}+12\text{C}$ ,  $6\text{Li}+16\text{O}$  and  $7\text{Li}+12\text{C}$ ”. Em: *Physical Review C* 30.3 (1984), pp. 916–924. DOI: [10.1103/PhysRevC.30.916](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.30.916).
- [7] Nouredine Zettili. *Quantum Mechanics: Concepts and Applications*. 2<sup>a</sup>. John Wiley & Sons, Ltd, 2009.

- 
- [8] Matthew Luzum. *Quantum Mechanics I [Lecture Notes]*. 2020. URL: <https://matt.luzum.org/Home/qmi2020>.
- [9] A. J. Toubiana et al. “Scattering and fusion of identical heavy ions with arbitrary spin”. Em: *Physical Review C* 96.064615 (2017). DOI: [10.1103/PhysRevC.96.064615](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.96.064615).
- [10] C. A. Bertulani. “Nuclear Reactions”. Em: *Encyclopedia of Applied High Energy and Particle Physics*. Ed. por Reinhard Stock. Wiley-VCH, 2009.
- [11] Carlos A. Bertulani. *Nuclear Physics in a Nutshell*. 1<sup>a</sup>. Princeton University Press, 2007.
- [12] Maria Carmen Morais. “Efeito de Estados de Estrutura Alfa no Espalhamento  $^{16}\text{O}+^{12}\text{C}$  e na Reação de Captura  $^{12}\text{C}(\alpha, \gamma)^{16}\text{O}$  de Interesse Astrofísico”. Instituto de Física da Universidade de São Paulo, 2010.
- [13] C. M. Perey e F. G. Perey. “Compilation of Phenomenological Optical-Model Parameters 1954-1975”. Em: *Atomic Data and Nuclear Data Tables* 17.1 (1976), pp. 1–101. DOI: [10.1016/0092-640X\(76\)90007-3](https://doi.org/10.1016/0092-640X(76)90007-3).
- [14] L. C. Chamon, B. V. Carlson e L. R. Gasques. “São Paulo potential version 2 (SPP2) and Brazilian nuclear potential (BNP)”. Em: *Computer Physics Communications* 267.108061 (2021). DOI: [10.1016/j.cpc.2021.108061](https://doi.org/10.1016/j.cpc.2021.108061).
- [15] G. R. Satchler e W. G. Love. “Folding model potentials from realistic interactions for heavy-ion scattering”. Em: *Physics Reports* 55.3 (1979), pp. 183–254. DOI: [10.1016/0370-1573\(79\)90081-4](https://doi.org/10.1016/0370-1573(79)90081-4).
- [16] Luiz Felipe Canto e Mahir S. Hussein. *Scattering Theory of Molecules, Atoms and Nuclei*. 1<sup>a</sup>. World Scientific Publishing Company, 2012.
- [17] L. F. Canto, R. Donangelo e M. S. Hussein. “Transverse Isotropy in identical particle scattering”. Em: *Modern Physics Letters A* 16.16 (2001), pp. 1027–1034. DOI: [10.1142/S0217732301004236](https://doi.org/10.1142/S0217732301004236).
- [18] Juan Carlos Zamora Cardona. “Estudo do Espalhamento Elástico dos Isótopos  $^7\text{Be}$ ,  $^9\text{Be}$  e  $^{10}\text{Be}$  em Alvo de  $^{12}\text{C}$ ”. Instituto de Física da Universidade de São Paulo, 2011.

- 
- [19] Valdir Brunetti Scarduelli. “Efeitos de deformação e cluster no estudo de espalhamento elástico dos núcleos  $^{10}\text{B}$  e  $^{10}\text{C}$  em alvo de  $^{58}\text{Ni}$ ”. Instituto de Física da Universidade de São Paulo, 2016.
- [20] Andrés Arazi e Daniel Abriola. “Measurements of the Angular Distribution of Elastically and Inelastically Scattered Products”. Em: *Understanding Nuclear Physics*. Ed. por Nikit Deshmukh e Nirav Joshi. Springer, 2023.
- [21] Alexandre Suaide. *SPMRoot v2.02: a ROOT based acquisition system*. URL: <http://www.dfn.if.usp.br/%20suaide/pelletron/spmroot.html>.
- [22] Rene Brun e Fons Rademakers. “ROOT — An object oriented data analysis framework”. Em: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 389 (1-2 1997), pp. 81–86.
- [23] O. B. Tarasov e D. Bazin. “LISE++: Exotic beam production with fragment separators and their design”. Em: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* 376 (2016), pp. 185–187.
- [24] Pei-Luan Tai e Juan Zamora. *GitHub - xination/ROOTSCOPE: A CERN ROOT GUI application for making analysis easier*. 2022. URL: <https://github.com/xination/ROOTSCOPE>.
- [25] Dangallage Heshani Jayatissa. “Alpha-capture reaction rates for  $^{22}\text{Ne}(\alpha, n)^{25}\text{Mg}$  and  $^{22}\text{Ne}(\alpha, \gamma)^{26}\text{Mg}$  reactions via sub-coulomb alpha-transfer and their effects on final abundances of s-process isotopes”. Texas A&M University, 2019.
- [26] S. S. Perrotta, M. Colonna e J. A. Lay. “Clustering effects in the  $^6\text{Li}(p, ^3\text{He})^4\text{He}$  reaction at astrophysical energies”. Em: *Phys. Rev. C* 108 (4 out. de 2023), p. 044614. DOI: [10.1103/PhysRevC.108.044614](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.108.044614). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.108.044614>.
- [27] G. Schiwietz e P. L. Grande. “Improved charge-state formulas”. Em: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms* 175-177 (2001), pp. 125–131. DOI: [10.1016/S0168-583X\(00\)00583-8](https://doi.org/10.1016/S0168-583X(00)00583-8).

- 
- [28] Ian Thompson. *Fresco: Coupled Reaction Channels Calculations*. Versão 3.4. URL: <http://www.fresco.org.uk/index.htm>.
- [29] K. Bethge, C. M. Fou e R. W. Zurmühle. “Elastic Scattering of Lithium Nuclei”. Em: *Nuclear Physics A* 123 (1969), pp. 521–530. DOI: [10.1016/0375-9474\(69\)91001-X](https://doi.org/10.1016/0375-9474(69)91001-X).
- [30] Russian Foundation for Basic Research. *Nuclear Reactions Video Project*. 1999. URL: <http://nr.v.jinr.ru/nrv/>.
- [31] International Atomic Energy Agency. *EXFOR: Experimental Nuclear Reaction Data*. 2024. URL: <http://www-nds.iaea.org/exfor/>.
- [32] J. Cook. “Global Optical-Model Potentials for the Elastic Scattering of 6,7Li Projectiles”. Em: *Nuclear Physics A* 388 (1982), pp. 153–172. DOI: [10.1016/0375-9474\(82\)90513-9](https://doi.org/10.1016/0375-9474(82)90513-9).
- [33] M. B. Angelo et al. “Damping of Mott oscillations as a guide for planning a 6Li+6Li scattering experiment”. Em: *Journal of Physics: Conference Series*. Vol. 2340. 012041. 2022. DOI: [10.1088/1742-6596/2340/1/012041](https://doi.org/10.1088/1742-6596/2340/1/012041).
- [34] G. Gruber et al. “Elastic Scattering of 6Li on 6Li in the Energy Range  $E_{cm} = 2-10$  MeV”. Em: *Zeitschrift für Physik* 265.4 (1973), pp. 411–420. DOI: [10.1007/BF01391616](https://doi.org/10.1007/BF01391616).
- [35] H. T. Fortune, G. C. Morrison e R. H. Siemssen. “6Li+6Li scattering at  $E_{cm} = 5-17$  MeV”. Em: *Physical Review C* 3.6 (1971), pp. 2133–2139. DOI: [10.1103/PhysRevC.3.2133](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.3.2133).
- [36] A. Barioni et al. “Elastic scattering and total reaction cross sections for the 8B, 7Be, and 6Li+12C systems”. Em: *Physical Review C* 84.014603 (2011). DOI: [10.1103/PhysRevC.84.014603](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.84.014603).
- [37] J. E. Poling, E. Norbeck e R. R. Carlson. “Elastic scattering of lithium by 9Be, 10B, 12C, 13C, 16O, and 28Si from 4 to 63 MeV”. Em: *Physical Review C* 13.2 (1976), pp. 648–660. DOI: [10.1103/PhysRevC.13.648](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.13.648).

- 
- [38] J. Carter et al. “Elastic and inelastic scattering in the  ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^9\text{Be} + {}^{12}\text{C}$  systems: excitation of unbound excited states and cluster transfers”. Em: *Nuclear Physics A* 591.2 (1995), pp. 349–370. DOI: [10.1016/0375-9474\(95\)00199-B](https://doi.org/10.1016/0375-9474(95)00199-B).
- [39] M. R. D. Rodrigues et al. “ ${}^{16}\text{O}$  resonances near the  $4\alpha$  threshold through the  ${}^{12}\text{C}({}^6\text{Li},d)$  reaction”. Em: *Physical Review C* 89.024306 (2014). DOI: [10.1103/PhysRevC.89.024306](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.89.024306).
- [40] G. Bassani et al. “Optical-model analysis of  ${}^6\text{Li}$  elastic scattering”. Em: *Nuclear Physics A* 189.2 (1972), pp. 353–367. DOI: [10.1016/0375-9474\(72\)90300-4](https://doi.org/10.1016/0375-9474(72)90300-4).
- [41] G.G. Ohlsen e R.E. Shamu. “The elastic scattering of deuterons by carbon”. Em: *Nuclear Physics* 45 (1963), pp. 523–528. DOI: [10.1016/0029-5582\(63\)90828-9](https://doi.org/10.1016/0029-5582(63)90828-9).
- [42] H. Oeschler, H. Fuchs e H. Schröter. “Study of enhanced backward  $\alpha$ -scattering on nuclei with  $A = 12-18$ ”. Em: *Nuclear Physics A* 202.3 (1973), pp. 513–529. DOI: [10.1016/0375-9474\(73\)90639-8](https://doi.org/10.1016/0375-9474(73)90639-8).