

Universidade de São Paulo

Instituto de Física

# **Regras de Soma da QCD para o Decaimento Semileptônico de Bárions Pesados**

**Raquel Santos Marques de Carvalho**

Orientadora: **Profa. Dra. Marina Nielsen**

Banca examinadora:

Profa. Dra. Frédérique Grassi (IFUSP)  
Prof. Dr. Gastão Krein (IFT - UNESP)  
Profa. Dra. Marina Nielsen (IFUSP)  
Prof. Dra. Mirian Bracco (IF - UERJ)  
Prof. Dr. Rogério Rosenfeld (IFT - UNESP)

Tese de doutorado  
submetida ao Instituto de  
Física da Universidade de  
São Paulo como parte  
dos requisitos necessários à  
obtenção do grau de Doutor  
em Ciências.

São Paulo, Fevereiro de 2001.

Aos meus avós,  
Cleonice e Waldemar.

# Agradecimentos

À Marina, pela orientação objetiva e por todo o cuidado na correção da tese.

Aos colegas do FINPE, pelas discussões e pelo ambiente tão gostoso que me proporcionaram. Em especial, à Isabela, ao Joel e ao Dunga, pela amizade, por toda a ajuda na tese e em todas as horas (um abraço pra vocês). Também ao Fernando Navarra, Celso, Mané e Fernando Brandt, pelas dicas e conversas.

Ao pessoal do projeto temático da FAPESP, por terem me ouvido, tantas vezes, falar de regras de Soma da QCD (Carlos, Mirian e Marcelo Chiapparini, um obrigada especial).

Aos amigos de fora do FINPE: Marcinha, Guilherme, Alex e Jô - meus companheiros de física e de festas (um obrigada muito grande a vocês). Ana, Michela, Cristalina e Rosa - minhas companheiras de CRUSP. Todo o pessoal do futsal - foi muito bom treinar com vocês. Aos colegas da natação e da canoagem, em especial ao meu "treinador", Christian, pelos momentos lúdicos neste último ano de tese.

À minha mãe, Wanja, e meus irmãos, Frederico e Rebeca, por todo o carinho e por serem a minha família. Ao Marcelo Yamashita (um grande beijo pra você) pelo companheirismo e pela paciência.

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

---

# Resumo

Nós utilizamos as Regras de Soma da QCD para a obtenção de fatores de forma e larguras de decaimento dos processos semileptônicos  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$ ,  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  e  $\Lambda_b \rightarrow p l \nu_l$ . Estes decaimentos podem ser representados por uma função de três pontos da corrente fraca de transição e dos campos interpolantes das partículas envolvidas (por exemplo,  $\Lambda_b$  and  $\Lambda_c$ , no primeiro decaimento). Nós calculamos a parte teórica efetuando a expansão do produto de operadores desta função de três pontos. No lado fenomenológico utilizamos a informação obtida experimentalmente da amplitude de decaimento. Como usualmente se faz nas Regras de Soma da QCD, efetuamos uma transformada de Borel nestes dois lados a fim de obtermos os fatores de forma. De posse desta informação podemos obter as larguras de decaimento. Após o cálculo destas quantidades, comparamos nossos resultados com os obtidos experimentalmente.

# Abstract

We use the QCD Sum Rule approach to evaluate the form factors and decay widths of the semileptonic decays  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$ ,  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  and  $\Lambda_b \rightarrow p l \nu_l$ . These decays are represented by a three point function of the weak transition current and the interpolating fields of the involved particles (for example,  $\Lambda_b$  and  $\Lambda_c$ , in the first decay). We calculate the theoretical part by performing the Operator Product Expansion of this three point function. In the phenomenological side, we use the experimental information of the decay amplitude. As usual we perform a Borel transform in these two sides in order to obtain the form factors. With this information we can obtain the decay rates. After the calculation of these quantities we compare our results with the experimental ones.

# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>As Regras de Soma da QCD</b>	<b>5</b>
2.1	O Método das Regras de Soma da QCD . . . . .	6
2.1.1	O Lado Fenomenológico . . . . .	6
2.1.2	O Lado da QCD . . . . .	7
2.2	Aplicando as Regras de Soma . . . . .	12
<b>3</b>	<b>O Decaimento Semi-leptônico do Bárion <math>\Lambda_I</math></b>	<b>15</b>
3.1	O Processo $\Lambda_I \rightarrow \Lambda_F l \nu_l$ . . . . .	16
3.1.1	O Lado Fenomenológico . . . . .	16
3.1.2	O Lado da QCD . . . . .	19
3.2	As Regras de Soma . . . . .	24
<b>4</b>	<b>Larguras de Decaimento</b>	<b>29</b>
4.1	A Amplitude de Decaimento . . . . .	30
4.2	O Espaço de Fase . . . . .	32

4.3	A Largura de Decaimento . . . . .	34
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>35</b>
5.1	O Decaimento $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$ . . . . .	36
5.1.1	Resultados para a estrutura $f_b f_c$ . . . . .	40
5.1.2	Resultados para a estrutura $f'_b f_c$ . . . . .	47
5.1.3	Resultados para a estrutura $f_b f'_c$ . . . . .	49
5.2	O Decaimento $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$ . . . . .	52
5.2.1	Resultados para a estrutura $f_c f_s$ . . . . .	54
5.2.2	Resultados para a estrutura $f'_c f_s$ . . . . .	56
5.2.3	Resultados para a estrutura $f_c f'_s$ . . . . .	59
5.3	O Decaimento $\Lambda_b \rightarrow p l \nu_l$ . . . . .	61
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>67</b>
<b>A</b>	<b>Expressões para os Fatores de Forma</b>	<b>69</b>
<b>B</b>	<b>Duplas Descontinuidades</b>	<b>75</b>
B.1	Diagrama Perturbativo . . . . .	77
B.2	Diagrama para o Condensado de Quatro Quarks . . . . .	82

# Lista de Figuras

3.1	Diagramas de Feynman para um decaimento $\Lambda_I \rightarrow \Lambda_F l \nu_l$ . . . . .	21
3.2	Limites de integração para o contínuo. A região sombreada define a integração no triângulo e a hachurada a integração no retângulo. As duas retas que cortam o retângulo delimitam a região física dada na eq.(3.41). . . . .	25
4.1	O decaimento $\Lambda_I \rightarrow \Lambda_F l \nu_l$ . . . . .	30
5.1	Massa da $\Lambda_b$ obtida das regras de soma de massa, como uma função das massas de Borel, para três valores diferentes de limiares do contínuo ( $s_0 = [5.65 \text{ GeV} + \Delta_s]^2$ ), com $\kappa = 1$ e $B_b = 0.1$ . . . . .	37
5.2	Massa da $\Lambda_c$ obtida das regras de soma de massa, como uma função das massas de Borel, para três valores diferentes de limiares do contínuo ( $u_0 = [2.285 \text{ GeV} + \Delta_u]^2$ ), com $\kappa = 1$ e $B_c = 0.1$ . . . . .	38
5.3	Massa da $\Lambda_b$ obtida das regras de soma de massa, como uma função das massas de Borel, para quatro valores diferentes de $B_b$ , com $\kappa = 1$ e $\Delta_s = 0.5 \text{ GeV}$ . Novamente, o ponto representa o valor experimental para a massa. . . . .	39
5.4	Regras de soma para a amplitude de decaimento $F_1^V$ em $t = 0$ , com $B_{b(c)} = 0.1$ e $\kappa = 1$ , na estrutura $f_b f_c$ , para o processo $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$ como uma função da massa de Borel $M_F^2$ . . . . .	41



- 5.5 Amplitude de decaimento  $F_1^V$  para o processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  como uma função do momento transferido para os léptons. Linha sólida: ajuste  $F_1^V(t) = 8.44/(19.93 - t)$  para resultados de regra de soma (pontos) para  $\kappa = 1$  (vide eq.(2.29)),  $B_{b(c)} = 0.1$ ,  $\Delta_s = 0.5$  GeV e  $\Delta_u = 0.7$  GeV (vide eqs. (5.3,5.4)). Linha tracejada: o mesmo, para  $\Delta_s = \Delta_u = 0.5$  GeV;  $F_1^V(t) = 8.12/(22.27 - t)$ . Linha com traços e pontos: o mesmo, para  $\kappa = 2$ ,  $B_{b(c)} = 0.1$ ,  $\Delta_s = 0.5$  GeV e  $\Delta_u = 0.8$  GeV;  $F_1^V(t) = 9.94/(20.93 - t)$ . . . . . 43
- 5.6 O mesmo mostrado na fig.5.4, para a região triangular para o modelo do contínuo. . . . . 44
- 5.7 O mesmo mostrado na fig.5.5, para a região triangular para o modelo do contínuo. linha sólida: Ajuste do tipo monopolo  $F_1^V(t) = 17.68/(27.91 - t)$  para os resultados da regra de soma (pontos) para  $\kappa = 1$  (eq.2.29). Linha tracejada: o mesmo, para  $\kappa = 2$ ;  $F_1^V(t) = 20.78/(30.26 - t)$ . . . . . 45
- 5.8 Regras de soma para a amplitude de decaimento  $F_2^V$  em  $t = 0$ , com  $B_{b(c)} = 0$  e  $\kappa = 1$ , na estrutura  $f'_b f'_c$ , para o processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  como uma função da massa de Borel  $M_F^2$ . . . . . 47
- 5.9 Amplitude de decaimento  $F_2^V$  para o processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  como uma função do momento transferido para os léptons, para o modelo retangular do contínuo,  $\kappa = 1$ ,  $B_{b(c)} = 0$ ,  $\Delta_s = 0.45$  GeV e  $\Delta_u = 0.65$  GeV. No ajuste,  $F_2^V(t) = -0.20/(13.51 - t)$ . . . . . 49
- 5.10 Regras de soma para a amplitude de decaimento  $F_1^V$  em  $t = 0$ , com  $B_{b(c)} = 0$  e  $\kappa = 1$ , na estrutura  $f_b f'_c$ , para o processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  como uma função da massa de Borel  $M_F^2$ . . . . . 50
- 5.11 Amplitude de decaimento  $F_1^V$  para o processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  como uma função do momento transferido para os léptons, para o modelo retangular do contínuo,  $\kappa = 1$ ,  $B_{b(c)} = 0$ ,  $\Delta_s = 0.45$  GeV e  $\Delta_u = 0.65$  GeV. No ajuste,  $F_2^V(t) = -0.21/(15.15 - t)$ . . . . . 51

- 5.12 Massa da  $\Lambda$  obtida das regras de soma de massa, como uma função das massas de Borel, para três valores diferentes de limiares do contínuo ( $s_0 = [1.115 \text{ GeV} + \Delta_u]^2$ ), com  $\kappa = 1$  e  $B_s = 0$ . . . . . 52
- 5.13 Regras de soma para a amplitude de decaimento  $F_1^V$  em  $t = 0$ , com  $B_{c(s)} = 0$  e  $\kappa = 1$  para o processo  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  como uma função da massa de Borel  $M_F^2$ . . . . . 54
- 5.14 Amplitude de decaimento  $F_1^V$  para o processo  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  como uma função do momento transferido para os léptons. Linha sólida: ajuste  $F_1^V(t) = 2.54/(5.27 - t)$  para resultados de regra de soma (pontos) para  $\kappa = 1$ ,  $B_{b(c)} = 0$ ,  $\Delta_s = 0.65 \text{ GeV}$  e  $\Delta_u = 0.55 \text{ GeV}$ , na região retangular para o contínuo. Linha tracejada: o mesmo, para  $\kappa = 2$ ,  $\Delta_s = 0.8 \text{ GeV}$  e  $\Delta_u = 0.65 \text{ GeV}$ ;  $F_1^V(t) = 3.56/(6.86 - t)$ . Linha com traços e pontos: o mesmo, para  $\kappa = 1$ , na região triangular para o contínuo;  $F_1^V(t) = 4.10/(7.03 - t)$ . . . . . 55
- 5.15 Regras de soma para a amplitude de decaimento  $F_1^V$  em  $t = 0$ , com  $\kappa = 1$ , na estrutura  $f_c' f_s$ , para o processo  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  como uma função da massa de Borel  $M_F^2$ . . . . . 57
- 5.16 Amplitude de decaimento  $F_1^V$  para o processo  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  como uma função do momento transferido para os léptons, com o ajuste  $F_1^V(t) = 1.46/(2.98 - t)$  para resultados de regra de soma (pontos) para  $\kappa = 1$  e  $\Delta_s = 0.65 \text{ GeV}$  e  $\Delta_u = 0.55 \text{ GeV}$ . . . . . 58
- 5.17 Amplitude de decaimento  $F_2^V$  para o processo  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  como uma função do momento transferido para os léptons, com o ajuste  $F_2^V(t) = -0.19/(1.80 - t)$  para resultados de regra de soma (pontos) para  $\kappa = 1$  e  $\Delta_s = 0.65 \text{ GeV}$  e  $\Delta_u = 0.55 \text{ GeV}$ . . . . . 59
- 5.18 Regras de soma para a amplitude de decaimento  $F_1^V$  em  $t = 0$ , com  $\kappa = 1$ , na estrutura  $f_c f_s'$ , para o processo  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  como uma função da massa de Borel  $M_F^2$ . . . . . 60

- 5.19 Amplitude de decaimento  $F_2^V$  para o processo  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  como uma função do momento transferido para os léptons, com o ajuste  $F_2^V(t) = -0.15/(2.85 - t)$  para resultados de regra de soma (pontos) para  $\kappa = 1$  e  $\Delta_s = 0.65$  GeV e  $\Delta_u = 0.55$  GeV. . . . . 62
- 5.20 Massa do próton obtida das regras de soma de massa, como uma função das massas de Borel com  $\kappa = 1$  e três valores diferentes para os limiares do contínuo e, ainda, com  $\kappa = 2$  e  $\Delta_u = 0.75$  GeV (linha com traços e pontos). O ponto representa o valor experimental para a massa. . . . . 63
- 5.21 Regras de soma para a amplitude de decaimento  $F_1^V$  em  $t = 0$ , com  $\kappa = 1$ ,  $\Delta_s = 0.4$  e  $\Delta_u = 0.6$ , para o processo  $\Lambda_b \rightarrow p l \nu_l$  como uma função da massa de Borel  $M_F^2$ . . . . . 64
- 5.22 Regras de soma para a amplitude de decaimento  $F_1^V$  em  $t = 0$ , com  $\kappa = 1$ ,  $\Delta_s = 0.4$  GeV e  $\Delta_u = 0.6$  GeV, para o processo  $\Lambda_b \rightarrow p l \nu_l$  como uma função da massa de Borel  $M_F^2$ , para diferentes contribuições do contínuo. . . . . 65
- 5.23 Espectro de energia normalizado de léptons carregados para os processos  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  (linha com traços e pontos),  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  (linha sólida) e  $\Lambda_b \rightarrow p l \nu_l$  (linha tracejada). . . . . 66

# Lista de Tabelas

3.1	Estruturas vetoriais e axiais construídas com os quadri-vetores $q = p_I - p_F$ e $r = p_I + p_F$ e combinações de matrizes $\gamma$ . . . . .	17
5.1	Parametrização do tipo monopolo dos fatores de forma para o processo $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$ para a estrutura $f_b f_c$ com valores diferentes de $\kappa$ e de modelos do contínuo. . . . .	42
5.2	Larguras de decaimento para o processo $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$ . . . . .	46
5.3	Parametrização do tipo monopolo dos fatores de forma para o processo $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$ para a estrutura $f'_b f_c$ com valores diferentes de $\kappa$ e de modelos do contínuo. . . . .	48
5.4	Parametrização de monopolo dos fatores de forma para o processo $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$ para a estrutura $f_b f'_c$ com valores diferentes de $\kappa$ e de modelos do contínuo. . . . .	50
5.5	Parametrização de monopolo dos fatores de forma para o decaimento $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$ na estrutura $f_c f_s$ para diferentes valores para o modelo do contínuo. . . . .	56
5.6	Larguras de decaimento para o processo $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$ . . . . .	56
5.7	Parametrização de monopolo dos fatores de forma para o decaimento $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$ na estrutura $f'_c f_s$ para diferentes valores para o modelo do contínuo. . . . .	57

5.8	Parametrização de monopolo dos fatores de forma para o decaimento $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$ na estrutura $f_c f'_s$ para diferentes valores para o modelo do contínuo. . . . .	61
5.9	Parametrização de monopolo dos fatores de forma para o decaimento $\Lambda_b \rightarrow p l \nu_l$ para diferentes valores para o modelo do contínuo. . . . .	66

# Capítulo 1

## Introdução

A Cromodinâmica Quântica (QCD) é a teoria básica da física de hádrons. Suas aplicações se dividem em duas vertentes principais, baseadas em técnicas perturbativas e não perturbativas. Em escalas de energia mais altas, estamos no regime de liberdade assintótica e o uso de teoria de perturbação permite a descrição de fenômenos por meio de quarks e glúons aproximadamente livres. Neste regime perturbativo a teoria está bem desenvolvida e a maioria dos processos duros já foi calculada além da ordem dominante [1].

Em interações de energias mais baixas, o caráter não abeliano da interação gluônica se torna importante e o regime passa a ser não perturbativo. Neste caso, as aplicações da QCD são uma tarefa mais difícil, pois métodos da Eletrodinâmica Quântica (QED) que servem de suporte à QCD perturbativa não são adequados ao regime perturbativo.

As dificuldades dos problemas em baixas e médias energias são também acentuadas pelo fato do estado fundamental da QCD não ser vazio, mas sim, um condensado contendo pares quark-antiquark e glúons. Por isso, a descrição dos sistemas hadrônicos envolve também o uso de técnicas de muitos corpos.

Um aspecto dominante da QCD é o confinamento de seus constituintes básicos. Muitos modelos hadrônicos incluindo confinamento foram desenvolvidos mas a relação entre eles e a teoria fundamental não é bem clara.

Uma linha de pesquisa importante parte do fato que a Lagrangiana da QCD é aproximadamente invariante por transformações quirais. Isto faz com que, independentemente do confinamento e do caráter perturbativo das interações entre quarks e glúons a baixas energias, esta invariância deva ser mantida no nível hadrônico. Como consequência, sistemas de partículas com interações fortes podem ser tratados por meio de lagrangianas efetivas, envolvendo apenas graus de liberdade hadrônicos.

No caso da física nuclear, até os dias de hoje o conhecimento da teoria fundamental tem tido um impacto pequeno. Uma razão possível para isso é a diferença entre as escalas de energia da física nuclear e a hadrônica. Os blocos de construção do núcleo são os hádrons de quarks leves com escalas características que vão de centenas de MeV até alguns GeV. A dinâmica do núcleo, por outro lado, envolve fenômenos numa escala de energia muito menor, da ordem de alguns MeV, provenientes de fortes cancelamentos.

Para relacionar a QCD com fenômenos nucleares pode-se usar teorias de campos efetivos, como a teoria de perturbação quiral, onde os graus de liberdade são, em geral, bósons de Goldstone da simetria quiral espontaneamente quebrada e, quando apropriado, os nucleons. Quando não se enfatiza a simetria quiral, recai-se no modelo de Walecka, também muito usado. Como alternativa, pode-se seguir abordagens mais diretas, como, por exemplo, o modelo de Nambu-Jona-Lasínio e as Regras de Soma da QCD (QCDSR).

As QCDSR foram inicialmente usadas para estudar propriedades mesônicas [2]. B.L. Ioffe também as utilizou para descrever o espectro de massa de bárions [3] e o momento magnético de nucleons [4]. No caso de mésons podem ainda ser utilizadas para o cálculo de fatores de forma e larguras de decaimento [5]. Para bárions pesados, este método tem sido utilizado no contexto da *Heavy Quark Effective Theory* (HQET) para calcular massas e constantes de decaimento [6, 7, 8, 9].

O método das QCDSR está baseado no princípio da dualidade. Consideramos que é possível escrever um hádron como quarks se propagando no vácuo da QCD e ao mesmo tempo como um campo fenomenológico com números quânticos apropriados. Supondo que essas duas descrições sejam válidas simultaneamente numa

determinada região de energia, obtemos regras de soma que relacionam propriedades espectrais com quantidades fundamentais da QCD (certos valores esperados no vácuo físico ou condensados).

O trabalho original de Shifman, Vainshtein e Zakharov [2] estendeu o domínio de aplicabilidade da QCD muito além do regime perturbativo. No formalismo de regras de soma aproxima-se o problema do estado fundamental da QCD a partir da região de distâncias pequenas (liberdade assintótica). Em seguida inclui-se efeitos de confinamento, que se tornam importantes para distâncias maiores, onde a liberdade assintótica deixa de valer e as ressonâncias aparecem como reflexo do confinamento de quarks e glúons.

A introdução de efeitos não perturbativos, através dos condensados de quarks e glúons e o uso da transformada de Borel permite estender o domínio da QCD perturbativa para valores de momento da ordem das massas do méson  $\rho$  e do nucleon. Esses condensados de quarks e glúons são valores esperados no vácuo físico de operadores compostos não locais.

O método das QCDSR pode ser resumido como se segue:

- Uma função de correlação é construída em termos das propriedades dos hádrons, quando são introduzidas características hadrônicas como massas e constantes de acoplamento. Este é o chamado lado fenomenológico das regras de soma.
- Esta função de correlação também é calculada em termos dos graus de liberdade dos quarks e dos glúons. Este é o lado teórico (ou lado da QCD) e é obtido quando fazemos uma expansão do produto de operadores de Wilson (OPE) da função de correlação e tomamos seu valor esperado com respeito ao vácuo físico. O operador unitário nos dá a contribuição perturbativa e os valores esperados no vácuo dos demais operadores nos fornecem as contribuições não perturbativas.
- Relacionando os dois lados, obtemos informações das propriedades hadrônicas em termos do vácuo da QCD.

No limite onde um dos quarks dos hádrons inicial e final é infinitamente



pesado existem novas simetrias de de spin e sabor a serem consideradas. Este caso tem recebido especial atenção nos últimos anos no contexto da HQET (*Heavy Quark Effective Theory*) - para uma revisão, vide ref. [10]. As QCDSR ficam consideravelmente simplificadas no limite de quarks pesados [11], mas também podem ser aplicadas para a obtenção de correções  $1/M$  para os resultados obtidos com a massa dos quarks pesados no limite infinito. Isto nos motiva a utilizar nesta tese as QCDSR para o cálculo de fatores de forma e larguras de decaimento dos processos semileptônicos:  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$ ,  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  e  $\Lambda_b \rightarrow p l \nu_l$ . No decaimento semileptônico da  $\Lambda_c$ , que está entre os processos deste tipo mais investigados, o elemento da matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) não suprimido por Cabibbo,  $V_{cs}$ , é conhecido. Deste modo, cálculos neste decaimento são um bom teste para a aplicabilidade do método das QCDSR. Por outro lado, existem sérias discrepâncias entre os valores apresentados para as razões entre as meias-vidas de bárions botônicos e mésons botônicos. Por isso, é fundamental investigarmos através da QCD todos os canais de decaimento do bárion  $\Lambda_b$ .

Esta tese está organizada da seguinte maneira: no capítulo 2, introduzimos o formalismo das QCDSR, em funções de dois pontos (regras de soma de massa). No capítulo 3, este método é aplicado a funções de três pontos, correspondentes aos decaimentos em questão. No capítulo 4, obtemos das larguras de decaimento. No capítulo 5, mostramos nossos resultados para as regras de soma de massa e para os fatores de forma e largura de decaimento para cada processo. No capítulo 6, apresentamos nossas conclusões.

# Capítulo 2

## As Regras de Soma da QCD

2.1 O Método das Regras de Soma da QCD

2.1.1 O Lado Fenomenológico

2.1.2 O Lado da QCD

2.2 Aplicando as Regras de Soma

## 2.1 O Método das Regras de Soma da QCD

As QCDSR tem como foco a função de correlação, definida como

$$\Pi(p) = i \int d^4x e^{ip \cdot x} \langle 0 | T \{ \eta(x) \bar{\eta}(0) \} | 0 \rangle , \quad (2.1)$$

onde  $\eta(x)$  é o campo interpolante do hádron,  $T$  é o operador ordenação temporal e  $|0\rangle$  é o vácuo da QCD.

O campo interpolante é construído a partir de operadores de campos de quarks combinados de forma a obtermos os mesmos números quânticos da partícula em questão. No caso de bárions, o campo interpolante tem a forma geral [8]

$$\eta(x) = \epsilon_{abc} (q_a^t(x) C \Gamma q_b(x)) \bar{\Gamma} q_c(x) , \quad (2.2)$$

onde  $q(x)$  é um operador de campo do quark,  $C$  é a matriz conjugação de carga e  $\epsilon_{abc}$  é o tensor de Levi-Civita, com os índices de cor  $a, b$  e  $c$ . As matrizes  $\Gamma$  e  $\bar{\Gamma}$  representam alguma das 16 estruturas de Dirac ( $1, i\gamma_5, \gamma_\mu, \gamma_\mu\gamma_5, \sigma_{\mu\nu}$ ) e sua escolha determina o spin, isospin e paridade da partícula.

De posse da expressão para o campo interpolante da partícula, a função de correlação pode ser calculada de dois modos distintos. Um deles considera os graus de liberdade da QCD e o outro, os graus de liberdade hadrônicos. No lado da QCD utilizamos a OPE que introduz na função de correlação contribuições não perturbativas, correspondentes aos condensados de quarks, de glúons e de quarks e glúons. No lado fenomenológico, a função de correlação é relacionada à densidade espectral hadrônica através de um conjunto completo de estados do hádron. Deste modo, o hádron em questão é descrito de dois modos distintos, que quando combinados, relacionam propriedades espectrais fenomenológicas do hádron a quantidades características da QCD.

### 2.1.1 O Lado Fenomenológico

No lado fenomenológico, a função de correlação pode ser avaliada pela inserção de uma série completa de estados físicos hadrônicos intermediários, assim, teremos para

a função de correlação:

$$\Pi^{phen}(p) = \sum_{spins} \frac{\langle 0|\eta|H(p)\rangle\langle H(p)|\bar{\eta}|0\rangle}{p^2 - M^2} + \text{ressonâncias} \quad (2.3)$$

onde  $|H(p)\rangle$  representa o estado hadrônico.

As propriedades analíticas da função de correlação podem ser obtidas através de uma representação espectral, escrita para cada uma de suas estruturas invariantes, que localiza todas as singularidades em  $p^2$  no eixo real positivo

$$\Pi^{phen}(p^2) = \int_0^\infty ds \frac{\rho^{phen}(s)}{s - p^2} + \dots \quad (2.4)$$

$\rho^{phen}(s)$  é a densidade espectral, que contém as propriedades espectrais dos hádrons e as reticências representam os termos de subtração (polinômios em  $p^2$  com coeficientes desconhecidos) que asseguram que a contribuição do contorno de integração no infinito se anula. Se calcularmos a parte imaginária da eq.(2.4) teremos

$$\rho(s) = \frac{1}{\pi} \text{Im}\Pi^{phen}(s) \quad (2.5)$$

e, portanto

$$\Pi(p^2) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty ds \frac{\text{Im}\Pi^{phen}(s)}{s - p^2} + \dots \quad (2.6)$$

### 2.1.2 O Lado da QCD

O lado teórico é obtido com a aplicação da OPE e tomando seu valor esperado no vácuo físico. Observando a função de correlação para o lado da QCD

$$\Pi^{QCD}(p) = i \int d^4x e^{ip \cdot x} \Pi^{QCD}(x) , \quad (2.7)$$

onde

$$\Pi^{QCD}(x) = \langle 0|T\{\eta(x)\bar{\eta}(0)\}|0\rangle . \quad (2.8)$$

Nosso objetivo é obter o valor esperado no vácuo da QCD do produto ordenado temporalmente do campo interpolante do hádron. É neste ponto que a OPE

pode ser utilizada. Ela escreve o produto ordenado no tempo de dois operadores  $A(x)$  e  $B(y)$  na forma

$$T[A(x)B(y)] = \sum_i C_i(x-y) O_i \left[ \frac{1}{2}(x+y) \right] \quad (2.9)$$

Todas as singularidades deste produto no limite  $x \rightarrow y$  são carregadas pelos coeficientes  $C_i(x-y)$ , também chamados coeficientes de Wilson. Estes coeficientes fornecem as contribuições de pequenas distâncias enquanto que os operadores  $O_i$ , as de longa distância [1].

O coeficiente do operador unitário nos dá a contribuição perturbativa e o valor esperado no vácuo dos demais operadores nos fornece as contribuições não perturbativas, onde são introduzidos os condensados de quarks, de glúons e de quarks e glúons. Deste modo, obtemos uma função de correlação escrita como se segue

$$\Pi^{QCD} = \Pi^{Pert} + \sum \Pi^{Non\ Pert}. \quad (2.10)$$

Nosso primeiro passo para o cálculo desta função de correlação é a escolha do campo interpolante para os bárions. Existem algumas possíveis escolhas [3, 12, 9], como é bem conhecido no caso de funções de dois pontos. Vamos detalhar a resolução para a forma mais completa do campo de uma  $\Lambda$  pesada (genérica)  $\Lambda_Q$ .

Para isto, vamos considerar a  $\Lambda_Q$  como sendo composta por um diquark  $u-d$  com spin e isospin nulos acoplado a um quark  $Q$  (o quark pesado da  $\Lambda_Q$ ). O diquark pode ser construído com a troca de um anti-quark por um quark num campo interpolante de um méson:

$$J_{meson} = \bar{q}\Gamma q. \quad (2.11)$$

Se observarmos a operação de conjugação de carga em um quark:  $q^c = C\bar{q}^t$ , onde  $C$  é a matriz conjugação de carga, veremos que é possível escrever:

$$J_{diquark} = q^t C \Gamma q. \quad (2.12)$$

A forma da matriz de Dirac pode ser determinada com considerações de spin e isospin. Uma vez que o diquark deve ter spin e isospin nulos, teremos somente

duas possibilidades para  $\Gamma$ :  $\Gamma = 1$  ou  $\Gamma = \gamma_5$ . Como este diquark deve se acoplar a um quark  $Q$  e deve ser singlete de cor, temos duas possibilidades para o campo da  $\Lambda_Q$ :

$$\eta_1 = \epsilon_{abc}(u_a^t C d_b) \bar{\Gamma}_1 Q_c \quad (2.13)$$

e

$$\eta_2 = \epsilon_{abc}(u_a^t C \gamma_5 d_b) \bar{\Gamma}_2 Q_c, \quad (2.14)$$

onde  $Q$  é o campo do quark pesado,  $u$  e  $d$  são os campos dos quarks *up* e *down*, respectivamente, e  $\epsilon_{abc}$  é o tensor de Levi-Civita para as cores  $a$ ,  $b$  e  $c$  dos quarks.

Os  $\bar{\Gamma}_i$  podem ser obtidos com considerações de paridade e estrutura de Lorentz.  $\eta_1$  e  $\eta_2$  são escalares de Lorentz, então,  $\bar{\Gamma}_i = 1$  ou  $\bar{\Gamma}_i = \gamma_5$ . Aplicando transformações de paridade ( $\psi'(x') = \gamma_0 \psi(x)$ ) aos campos dos quarks teremos:

$$\eta'_1 = -\epsilon_{abc}(u_a^t C d_b) \bar{\Gamma}_1 \gamma_0 Q_c \quad (2.15)$$

e

$$\eta'_2 = \epsilon_{abc}(u_a^t C \gamma_5 d_b) \bar{\Gamma}_2 \gamma_0 Q_c. \quad (2.16)$$

Agora, se aplicarmos esta mesma transformação ao campo interpolante, em vez de aplicarmos em cada quark individualmente, teremos

$$\eta'_1 = \epsilon_{abc}(u_a^t C d_b) \gamma_0 \bar{\Gamma}_1 Q_c \quad (2.17)$$

e

$$\eta'_2 = \epsilon_{abc}(u_a^t C \gamma_5 d_b) \gamma_0 \bar{\Gamma}_2 Q_c. \quad (2.18)$$

Comparando as duas transformações, podemos observar que:

$$\eta_1 = \epsilon_{abc}(u_a^t C d_b) \gamma_5 Q_c \quad (2.19)$$

e

$$\eta_2 = \epsilon_{abc}(u_a^t C \gamma_5 d_b) Q_c. \quad (2.20)$$

Deste modo, podemos escrever o campo para o bárion  $\Lambda_Q$  como uma combinação linear, destes dois tipos de campos:

$$\eta_{\Lambda_Q} = \epsilon_{abc}[(u_a^t C \gamma_5 d_b) Q_c + B_Q (u_a^t C d_b) \gamma_5 Q_c], \quad (2.21)$$

onde  $B_Q$  é um parâmetro de mistura.

No lado da QCD a função de correlação será escrita em termos dos propagadores dos quarks que constituem o bárion com o qual estamos trabalhando. Estes propagadores são o valor esperado no vácuo da QCD do produto ordenado no tempo do campo desses quarks. Utilizando o teorema de Wick, podemos escrevê-los da forma:

$$\langle 0 | T \{ q_\alpha^a(x), \bar{q}_\beta^b(0) \} | 0 \rangle = {}_p \langle 0 | T \{ q_\alpha^a(x), \bar{q}_\beta^b(0) \} | 0 \rangle_p + \langle 0 | : q_\alpha^a(x), \bar{q}_\beta^b(0) : | 0 \rangle, \quad (2.22)$$

onde  $|0\rangle$  é o vácuo da QCD e  $|0\rangle_p$  o vácuo perturbativo. O segundo termo desta soma é a ordem normal dos operadores dos campos dos quarks. No vácuo perturbativo, estes termos se anulariam, mas, no vácuo da QCD ele introduz as informações não perturbativas do mesmo (os condensados).

Com o uso do teorema de Wick nos propagadores existentes na expressão para a função de correlação, esta toma a forma da OPE. Assim, poderemos observar explicitamente o termo do operador unitário, que é a contribuição perturbativa; e os demais termos, que vem da ordem normal dos operadores e são os condensados de quarks, de glúons e de quarks e glúons.

As contribuições não perturbativas aparecem da ordenação normal dos operadores dos campos dos quarks, que aparecem na eq.(2.22). Se expandirmos  $q_\alpha^a(x)$  para um  $x$  pequeno:

$$q_\alpha^a(x) = q_\alpha^a(0) + x^\mu (\partial_\mu q_\alpha^a)_{x=0} + \frac{1}{2} x^\mu x^\nu (\partial_\mu \partial_\nu q_\alpha^a)_{x=0} + \dots \quad (2.23)$$

No *gauge* de ponto fixo, como

$$x^\mu D_\mu = x^\mu \partial_\mu - i g_s x^\mu B_\mu = x^\mu \partial_\mu, \quad (2.24)$$

pois  $x^\mu B_\mu = 0$ , podemos substituir as derivadas ordinárias por derivadas covariantes

$$D_\mu = \partial_\mu - i g_s B_\mu. \quad (2.25)$$

Assim, teremos

$$q_\alpha^a(x) = q_\alpha^a(0) + x^\mu (D_\mu q_\alpha^a)_{x=0} + \frac{1}{2} x^\mu x^\nu (D_\mu D_\nu q_\alpha^a)_{x=0} + \dots \quad (2.26)$$

Deste modo, podemos escrever:

$$\begin{aligned} : q_\alpha^a(x), \bar{q}_\beta^b(0) : &= : q_\alpha^a(0), \bar{q}_\beta^b(0) : + x^\mu : (D_\mu q_\alpha^a)_{x=0}, \bar{q}_\beta^b(0) : \\ &+ \frac{1}{2} x^\mu x^\nu : (D_\mu D_\nu q_\alpha^a)_{x=0}, \bar{q}_\beta^b(0) : + \dots \end{aligned} \quad (2.27)$$

O coeficiente de  $\langle \bar{q}q \rangle$  surge do valor esperado no vácuo do primeiro termo da expansão (eq.2.27) que pode ser escrito do modo

$$\langle 0 : q_\alpha^a(0), \bar{q}_\beta^b(0) : 0 \rangle = N \delta^{ab} \delta_{\alpha\beta}, \quad (2.28)$$

com  $N$  sendo um fator de normalização. Se multiplicarmos (2.28) por  $\delta^{ba} \delta_{\beta\alpha}$  e reordenarmos os operadores dos quarks, teremos:

$$-\langle \bar{q}q \rangle = 12N . \quad (2.29)$$

Assim, nos diagramas que possuem condensados de quarks, cada linha de condensado é escrita como

$$S_{ab}(x) = -\frac{1}{12} \langle \bar{q}q \rangle \delta_{ab} \quad (2.30)$$

O valor numérico de  $\langle \bar{q}q \rangle$  é obtido da relação de Gell-Mann-Oakes-Renner [13]

$$(m_u + m_d) \langle \bar{q}q \rangle = -m_\pi^2 f_\pi^2 . \quad (2.31)$$

Se tomarmos a massa do pión como sendo  $m_\pi = 138$  MeV, a constante de decaimento do pión  $f_\pi = 93$  MeV e ainda, usando os valores usuais para as massas dos quarks  $u$  e  $d$ ,  $m_u + m_d = 14 \pm 4$  MeV, teremos

$$\langle \bar{q}q \rangle \simeq -(0.225 \text{ GeV})^3 \quad (2.32)$$

Os demais condensados aparecem de forma análoga e [14] é uma boa referência onde a OPE do propagador dos quarks é feita até condensados de dimensão sete.



## 2.2 Aplicando as Regras de Soma

Na obtenção das Regras de Soma, devemos igualar o lado fenomenológico com o lado da QCD. Porém, algumas dificuldades surgem ao fazermos esta igualdade. No lado fenomenológico, os estados excitados do bárion pesado, são ligeiramente suprimidos devido à presença da massa dos mesmos no denominador. Mas isto não é suficiente para que o estado fundamental domine. Como pretendemos estudar o estado fundamental do bárion, isto se torna um problema. No lado da QCD, as contribuições dos operadores da OPE de dimensões mais altas não são suprimidas o suficiente para nos fornecer uma razão convincente de truncagem. É justamente para eliminar estas dificuldades que fazemos uso da transformada de Borel definida como:

$$\begin{aligned} B[F(P^2)] &= \hat{F}(M^2) \\ &= \lim_{P^2, n \rightarrow \infty} \frac{(P^2)^{n+1}}{n!} \left( -\frac{\partial}{\partial P^2} \right)^n F(P^2), \end{aligned} \quad (2.33)$$

onde  $F$  é uma função do momento externo  $p^2$ , com  $P^2 = -p^2$ . Esta função será, agora, dependente da massa de Borel (ou parâmetro de Borel),  $M^2 = \frac{P^2}{n}$ , uma quantidade finita.

No lado fenomenológico ela irá suprimir as contribuições dos estados excitados do bárion. Se olharmos para a relação de dispersão (2.4) podemos notar a presença do denominador  $\frac{1}{(s-p^2)}$ . A aplicação de uma transformada de Borel para este denominador reescreve a relação de dispersão de modo tal, que a contribuição do estado fundamental seja mais favorecida. Mais explicitamente,

$$\begin{aligned} B\left[\frac{1}{(s' + P^2)}\right] &= \lim_{P^2, n \rightarrow \infty} \frac{(P^2)^{n+1}}{n!} \left( -\frac{d}{dP^2} \right)^n \frac{1}{(s' + P^2)} \\ &= \lim_{P^2, n \rightarrow \infty} \frac{(P^2)^{n+1}}{n!} \frac{n!}{(s' + P^2)^{n+1}} \\ &= \lim_{P^2, n \rightarrow \infty} \left( \frac{P^2}{s' + P^2} \right)^n \\ &= \lim_{P^2, n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} s'^k \left(\frac{P^2}{n}\right)^{-k}} \\ &= \frac{1}{\sum_{k=0}^n \frac{1}{k!} \left(\frac{s'}{M^2}\right)^{-k}} \\ &= e^{-s'/M^2}. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Assim, os estados de maior massa são suprimidos por uma exponencial (em vez de serem suprimidos por uma potência) e, conseqüentemente, o estado fundamental pode ser melhor descrito.

No lado da QCD, a transformada de Borel melhora a convergência da OPE quando suprime a contribuição dos operadores de dimensão mais alta. Isto pode ser melhor observado se notarmos que a função de correlação pode ser escrita de uma forma geral (de acordo com sua dependência do momento) como sendo

$$\Pi(p^2) \simeq \sum_{k=0}^{\infty} a_k \frac{1}{(p^2)^k} . \quad (2.35)$$

Quanto maior o  $k$ , maior a ordem do operador.

Analisando a dependência em  $p^2$  com a aplicação da transformada de Borel

$$\begin{aligned} B \left[ \frac{1}{(P^2)^k} \right] &= \lim_{P^2, n \rightarrow \infty} \frac{(P^2)^{n+1}}{n!} \left( -\frac{d}{dP^2} \right)^n \frac{1}{(P^2)^k} \\ &= \lim_{P^2, n \rightarrow \infty} \frac{(P^2)^{n+1}}{n!} \frac{(k+n-1)!}{(k-1)!} \frac{1}{(P^2)^{k+n}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{n}{P^2} \right)^{k-1} \frac{1}{(k-1)!} \\ &= \frac{1}{(k-1)! (M^2)^{k-1}} , \end{aligned} \quad (2.36)$$

podemos perceber uma maior supressão dos operadores de ordem mais alta devido ao aparecimento da quantidade  $(k-1)!$ .

Outra vantagem da utilização da transformada de Borel é a remoção de qualquer polinômio em  $P^2$ , devido à derivação infinita. Deste modo, as subtrações polinomiais que surgem em (2.4) são naturalmente eliminadas.

O ideal, seria encontrarmos uma região de  $M^2$  em que ocorresse tanto a supressão dos operadores de ordem mais alta, quanto uma melhor descrição do estado fundamental. Isto resultaria numa boa superposição do lado fenomenológico com o da QCD. De uma forma mais ideal ainda, o resultado deveria ser independente das massas de Borel. Na verdade, estamos à procura de um resultado, o mais independente dessas massas possível, que nos forneça uma comparação razoável entre os dois lados das Regras de Soma.

Outro problema a ser considerado é o modelo que será adotado para a função  $\rho(s)$ . Devemos lembrar que os campos interpolantes se acoplam não apenas ao estado fundamental, mas a todas as partículas com esses mesmos números quânticos. Portanto, no lado fenomenológico devemos considerar também a contribuição desses estados.

Nas QCDSR, o modelo adotado para a densidade espectral  $\rho(s)$  é

$$\rho(s) = \lambda\delta(s - M_B^2) + \rho_{OPE} \theta(s - s_0), \quad (2.37)$$

onde  $\lambda$  é um parâmetro que indica o quanto o campo interpolante se acopla ao estado fundamental (de largura nula) de massa  $M_B$  e o segundo termo do lado direito da equação corresponde à contribuição dos estados do contínuo, sendo aproximada pelo obtido do lado da QCD, acima de um certo limiar  $s_0$ .

Desta forma, teremos, no lado fenomenológico, após a aplicação da transformada de Borel:

$$B[\Pi^{phen}(p^2)] = \lambda e^{-\frac{M_B^2}{M^2}} + \int_{s_0}^{\infty} ds \rho_{OPE} e^{-\frac{s}{M^2}}. \quad (2.38)$$

Do lado da QCD podemos escrever a relação de dispersão, após a aplicação de uma transformada de Borel, do modo:

$$B[\Pi^{QCD}(p^2)] = \int_0^{\infty} ds \rho_{OPE} e^{-\frac{s}{M^2}}, \quad (2.39)$$

onde  $\rho_{OPE}$  representa a contribuição, tanto do estado fundamental, quanto dos estados excitados da partícula em estudo.

Ao igualarmos o lado da QCD com o lado fenomenológico, e passarmos o segundo termo de (2.38) para o lado da QCD, obtemos:

$$\begin{aligned} \lambda e^{-\frac{M_B^2}{M^2}} &= \int_0^{\infty} ds \rho_{OPE} e^{-\frac{s}{M^2}} - \int_{s_0}^{\infty} ds \rho_{OPE} e^{-\frac{s}{M^2}} \\ &= \int_0^{s_0} ds \rho_{OPE} e^{-\frac{s}{M^2}}. \end{aligned} \quad (2.40)$$

Procedendo desta maneira, podemos obter a massa da nossa lambda. Estas QCDSR são conhecidas, como Regras de Soma de massa [9]. No capítulo seguinte aplicaremos as Regras de Soma da QCD em funções de Green de três pontos, para estudar decaimentos semileptônicos de bárions pesados.

# Capítulo 3

## O Decaimento Semi-leptônico do Bárion $\Lambda_I$

3.1 O Processo  $\Lambda_I \rightarrow \Lambda_F l \nu_l$

3.1.1 O Lado Fenomenológico

3.1.2 O Lado da QCD

3.2 As Regras de Soma

### 3.1 O Processo $\Lambda_I \rightarrow \Lambda_F l \nu_l$

Para estudar o decaimento semileptônico  $\Lambda_I \rightarrow \Lambda_F l \nu_l$  a partir da QCDSR nós partimos da função de três pontos

$$\begin{aligned} \Pi_\mu(p_I, p_F) &= i^2 \int d^4x d^4y e^{ip_F \cdot x} e^{-ip_I \cdot y} \\ &\times \langle 0 | T \{ \eta_{\Lambda_F}(x) J_\mu(0) \bar{\eta}_{\Lambda_I}(y) \} | 0 \rangle, \end{aligned} \quad (3.1)$$

com  $\eta_{\Lambda_I}$  e  $\eta_{\Lambda_F}$  sendo os campos interpolantes dos bárions e  $J_\mu = \bar{Q}_F \gamma_\mu (1 - \gamma_5) Q_I$  é a corrente fraca com os campos dos quarks  $Q_F$  para o quark pesado da  $\Lambda_F$  e  $Q_I$  para o quark pesado da  $\Lambda_I$ . Como mostrado no capítulo anterior, devemos analisar essa função de correlação tanto do lado teórico (lado da QCD) quanto do lado fenomenológico.

#### 3.1.1 O Lado Fenomenológico

O lado fenomenológico é obtido saturando-se a função de correlação na eq.(3.1) com os estados da  $\Lambda_I$  e da  $\Lambda_F$ .

A função de correlação fenomenológica é então escrita do modo

$$\begin{aligned} \Pi_\mu^{phen}(p_F, p_I) &= \sum_{spins} \frac{\langle 0 | \eta_{\Lambda_F} | \Lambda_F(p_F) \rangle \langle \Lambda_F(p_F) | J_\mu | \Lambda_I(p_I) \rangle}{p_F^2 - M_{\Lambda_F}^2} \\ &\times \frac{\langle \Lambda_I(p_I) | \bar{\eta}_{\Lambda_I} | 0 \rangle}{p_I^2 - M_{\Lambda_I}^2} + \text{ressonâncias}. \end{aligned} \quad (3.2)$$

Os acoplamentos das correntes com os respectivos estados hadrônicos são da forma

$$\langle 0 | \eta_{\Lambda_F} | \Lambda_F(p_F) \rangle = f_F u(p_F), \quad (3.3)$$

$$\langle \Lambda_I(p_I) | \bar{\eta}_{\Lambda_I} | 0 \rangle = f_I \bar{u}(p_I), \quad (3.4)$$

onde  $f_I$  e  $f_F$  são as constantes de acoplamento para os estados inicial e final, respec-

tivamente. Assim, a função de correlação se torna

$$\begin{aligned} \Pi_\mu^{phen}(p_F, p_I) &= \sum_{spins} \frac{f_F u(p_F)}{p_F^2 - M_{\Lambda_F}^2} \langle \Lambda_F(p_F) | J_\mu | \Lambda_I(p_I) \rangle \\ &\times \frac{f_I \bar{u}(p_I)}{p_I^2 - M_{\Lambda_I}^2} + \text{ressonâncias}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

A amplitude de decaimento, para partículas fora da camada de massa, pode ser escrita em termos dos momentos  $q = p_I - p_F$  e  $r = p_I + p_F$ , dos espinores  $\bar{u}(p_F)$  e  $u(p_I)$  e de 24 estruturas de Lorentz, sendo 12 vetoriais e 12 axiais, compostas com matrizes  $\gamma$  (veja a tabela 3.1):

$$\langle \Lambda_F(p_F) | J_\mu | \Lambda_I(p_I) \rangle = \bar{u}(p_F) \sum_1^{12} [f_i^V V_\mu^i + f_i^A A_\mu^i] u(p_I). \quad (3.6)$$

Tabela 3.1: Estruturas vetoriais e axiais construídas com os quadri-vetores  $q = p_I - p_F$  e  $r = p_I + p_F$  e combinações de matrizes  $\gamma$ .

i	$V_\mu^i$	$A_\mu^i$
1	$q_\mu 1$	$q_\mu \gamma_5$
2	$r_\mu 1$	$r_\mu \gamma_5$
3	$\gamma_\mu$	$\gamma_\mu \gamma_5$
4	$q_\mu \not{q}$	$q_\mu \not{q} \gamma_5$
5	$r_\mu \not{q}$	$r_\mu \not{q} \gamma_5$
6	$q_\mu \not{r}$	$q_\mu \not{r} \gamma_5$
7	$r_\mu \not{r}$	$r_\mu \not{r} \gamma_5$
8	$i\sigma_{\alpha\mu} q^\alpha$	$i\sigma_{\alpha\mu} q^\alpha \gamma_5$
9	$i\sigma_{\alpha\mu} r^\alpha$	$i\sigma_{\alpha\mu} r^\alpha \gamma_5$
10	$i\sigma_{\alpha\beta} q^\alpha r^\beta q_\mu$	$i\sigma_{\alpha\beta} q^\alpha r^\beta \gamma_5 q_\mu$
11	$i\sigma_{\alpha\beta} q^\alpha r^\beta r_\mu$	$i\sigma_{\alpha\beta} q^\alpha r^\beta \gamma_5 r_\mu$
12	$\epsilon_{\rho\beta\alpha\mu} q^\rho r^\beta \gamma^\alpha \gamma_5$	$\epsilon_{\rho\beta\alpha\mu} q^\rho r^\beta \gamma^\alpha$

Partículas na camada de massa obedecem a equação de Dirac, então, podemos usar para  $\Lambda_I$  e  $\Lambda_F$  as relações de completeza,

$$\sum_{spins} u(p_I) \bar{u}(p_I) = \not{p}_I + M_{\Lambda_I}, \quad (3.7)$$

$$\sum_{spins} u(p_F)\bar{u}(p_F) = \not{p}_F + M_{\Lambda_F}, \quad (3.8)$$

e a soma sobre os 24 termos na eq.(3.6) pode ser reduzida para seis termos independentes. Assim, obtemos para a amplitude de decaimento [15]:

$$\begin{aligned} \langle \Lambda_F(p_F) | J_\mu | \Lambda_I(p_I) \rangle &= \bar{u}(p_F) [\gamma_\mu (F_1^V + F_1^A \gamma_5) + i\sigma_{\mu\nu} q^\nu (F_2^V + F_2^A \gamma_5) \\ &\quad + q_\mu (F_3^V + F_3^A \gamma_5)] u(p_I), \end{aligned} \quad (3.9)$$

onde os  $F_i^{V(A)}$  ( $i = 1, 2, 3$ ) são fatores de forma que queremos determinar e que são funções de  $q^2$ .

O lado fenomenológico da função de correlação pode então ser escrito como

$$\begin{aligned} \Pi_\mu^{phen}(p_F, p_I) &= \frac{f_F \not{p}_F + f'_F}{p_F^2 - M_{\Lambda_F}^2} \left[ \gamma_\mu (F_1^V + F_1^A \gamma_5) + i\sigma_{\mu\nu} q^\nu (F_2^V + F_2^A \gamma_5) \right. \\ &\quad \left. + q_\mu (F_3^V + F_3^A \gamma_5) \right] \frac{f_I \not{p}_I + f'_I}{p_I^2 - M_{\Lambda_I}^2} + \text{ressonâncias}, \end{aligned} \quad (3.10)$$

onde definimos  $f'_I = f_I M_{\Lambda_I}$  e  $f'_F = f_F M_{\Lambda_F}$ .

Observando esta equação, ao fazermos a multiplicação dos termos, podemos perceber que surgem produtos do tipo

$$F_i^{V,A}(s, u, t) f_I^{(i)} f_F^{(i)} = \frac{F_i^{V,A}(t)}{(s - M_{\Lambda_I}^2)(u - M_{\Lambda_F}^2)} f_I^{(i)} f_F^{(i)}, \quad (3.11)$$

onde  $s$ ,  $u$  e  $t$  são as variáveis de Mandelstan:  $s = p_I^2$ ,  $u = p_F^2$  e  $t = q^2$ .

Para obtermos os fatores de forma, devemos escrever uma regra de soma para cada tipo de produto, que chamaremos de estrutura. Deste modo, podemos ver que é possível construirmos quatro regras de soma para cada um dos fatores de forma, bastando isolar as estruturas. Isto pode ser feito com a utilização do método da projeção do traço. Nele, calculamos os traços formados com as 24 estruturas de Lorentz da tabela 3.1 e a função de correlação:

$$x_i \equiv Tr[V_\mu^i \Pi_\mu] \quad (3.12)$$

e

$$u_i \equiv Tr[A_\mu^i \Pi_\mu], \quad (3.13)$$

com,  $i = 1, \dots, 12$ . Assim, teremos 24 equações com as 24 incógnitas, que serão os produtos que contém os fatores de forma. Podemos inverter esse sistema para escrever os fatores de forma em termos de  $x_i$  e  $u_i$  (estas equações podem ser encontradas no apêndice A). Deste modo, teremos equações prontas para a aplicação das regras de soma. As constantes de acoplamento  $f_I$ ,  $f'_I$ ,  $f_F$  e  $f'_F$  são obtidas das regras de soma de massa para  $\Lambda_I$  e  $\Lambda_F$ .

Como mostrado no capítulo anterior, podemos obter as propriedades analíticas da função de correlação através de sua forma espectral, que localiza todas as singularidades em  $p^2$  e  $p'^2$  no eixo real positivo. Podemos escrever, para as funções invariantes, uma relação de dispersão dupla

$$F_i^{V,A}(s, u, t) f_I^{(i)} f_F^{(i)} = \frac{1}{\pi^2} \int_{m_I^2}^{\infty} ds' \int_{m_F^2}^{\infty} du' \frac{\rho_{ibc}^{V,A}(s', u', t')}{(s' - s)(u' - u)} + \dots \quad (3.14)$$

onde  $-4\rho_{ibc}^{V,A}(s, u, t)$  é a dupla descontinuidade das funções invariantes definidas em (3.11). As reticências são subtrações polinomiais em  $s$  e  $u$ , que se anularão ao aplicarmos uma dupla transformada de Borel [16].

### 3.1.2 O Lado da QCD

O lado da QCD é obtido com a aplicação da OPE à eq.(3.1) e tomando seu valor esperado no vácuo físico.

Definindo

$$\Pi_\mu(x, y) = \langle 0 | T \{ \eta_{\Lambda_F}(x) J_\mu(0) \bar{\eta}_{\Lambda_I}(y) \} | 0 \rangle, \quad (3.15)$$

devemos substituir  $\eta_{\Lambda_F}$  dada por (2.21),  $J_\mu = \bar{Q}_{F_a} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) Q_{I_a}$  e  $\bar{\eta}_{\Lambda_I}$  dada por

$$\bar{\eta}_{\Lambda_I} = -\epsilon_{abc} [\bar{Q}_{I_c} (\bar{d}_b \gamma^5 C \bar{u}_a^t) + B_I \bar{Q}_{I_c} \gamma^5 (\bar{d}_b C \bar{u}_a^t)]. \quad (3.16)$$

A partir destas expressões podemos escrever a função de correlação do modo:

$$\Pi_\mu^{QCD}(x, y) = \Pi_\mu^1(x, y) + B_I \Pi_\mu^2(x, y), \quad (3.17)$$



onde,

$$\begin{aligned}
\Pi_\mu^1(x, y) &= -\frac{2}{\sqrt{6}}\epsilon_{abc}\epsilon_{a'b'c'}\{(S_{ca''}^{Q_F}(x)\gamma_\mu(1-\gamma_5)S_{a''c'}^{Q_I}(-y)) \\
&\quad \times \text{Tr}[\gamma_5 S_{bb'}^d(x-y)\gamma_5 C S_{aa'}^{u\dagger}(x-y)C] \\
&\quad + B_F S_{ca''}^{Q_F}(x)\gamma_\mu(1-\gamma_5)S_{c'a''}^{Q_I}(-y)\gamma_5 \\
&\quad \times \text{Tr}[S_{bb'}^d(x-y)\gamma_5 C S_{aa'}^{u\dagger}(x-y)C]\} \tag{3.18}
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
\Pi_\mu^2(x, y) &= -\frac{2}{\sqrt{6}}\epsilon_{abc}\epsilon_{a'b'c'}\{\gamma_5 S_{ca''}^{Q_F}(x)\gamma_\mu(1-\gamma_5)S_{a''c'}^{Q_I}(-y) \\
&\quad \times \text{Tr}[C S_{aa'}^{u\dagger}(x-y)C S_{bb'}^d(x-y)\gamma_5] \\
&\quad + B_F \gamma_5 S_{ca''}^{Q_F}(x)\gamma_\mu(1-\gamma_5)S_{a''c'}^{Q_I}(-y)\gamma_5 \\
&\quad \times \text{Tr}[C S_{aa'}^{u\dagger}(x-y)C S_{bb'}^d(x-y)]\}. \tag{3.19}
\end{aligned}$$

Onde, nas eqs. (3.18) e (3.19) definimos o propagador dos quarks no vácuo da QCD como

$$S_{ab}^q(x-y) = \langle 0|T\{q^a(x)\bar{q}^b(y)\}|0\rangle \tag{3.20}$$

De acordo com o que foi mencionado anteriormente, nosso objetivo é isolar as diferentes estruturas na função de correlação para podermos, então, escrever uma regra de soma para cada estrutura. Do mesmo modo que foi feito para o lado fenomenológico utilizamos aqui o método da projeção do traço. Para isso, devemos calcular os traços definidos nas eqs. (3.12) e (3.13).

Do lado da QCD também podemos obter uma relação de dispersão para a função de correlação. Da eq.(3.14), podemos perceber que se faz necessário o cálculo da dupla descontinuidade da função invariante para podermos obter expressões para os fatores de forma. Com o cálculo dos traços definidos anteriormente obteremos, do mesmo modo que o feito para o lado fenomenológico, os fatores de forma em termos dos  $x$ 's e  $u$ 's. Assim, para obtermos  $\rho_{ibc}^{V,A}(s, u, t)$  devemos calcular, de fato,  $DD[x_i]$  e  $DD[u_i]$ .

Cada  $\Pi_\mu^{QCD}$  está escrito em termos dos propagadores dos quarks que constituem a lambda pesada. Estes propagadores, como mostrado na seção 2.1, podem

ser reescritos usando-se a OPE e a função de correlação tomará a forma mostrada na eq.(2.10). Na fig.(3.1) temos o decaimento de uma  $\Lambda_I$  pesada na forma de diagramas

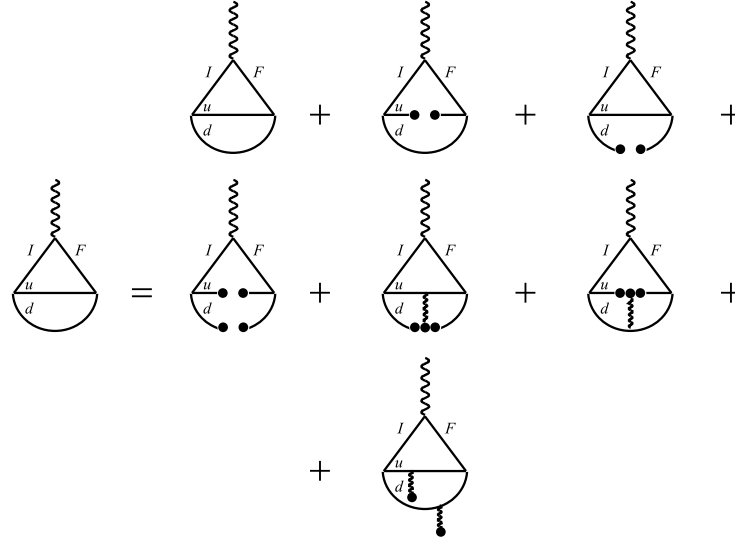


Figura 3.1: Diagramas de Feynman para um decaimento  $\Lambda_I \rightarrow \Lambda_F l \nu_l$ .

de Feynman. Para o cálculo dos diagramas, consideramos os quarks  $u$  e  $d$  degenerados, isto simplifica um pouco nossas expressões para a função de correlação. No diagrama perturbativo que corresponde ao primeiro termo da eq.(2.22), podemos escrever o propagador dos quarks no espaço das coordenadas como uma transformada de Fourier do propagador no espaço dos momentos

$$S_{ab}(x) = \int \tilde{d}^4 p e^{-ipx} S_{ab}(p) , \quad (3.21)$$

e substituir os  $S_{ab}(p)$  por:

$$S_{ab}(p) = i \frac{\not{p} + m}{p^2 - m^2} \delta^{ab} \quad (3.22)$$

para cada propagador. No caso dos quarks leves, tomamos  $m = 0$ .

Substituindo estas expressões nas equações das funções de correlação e calculando os traços definidos nas eqs. (3.12) e (3.13) podemos usar as regras de Cutkosky para partículas de spin 1/2, para calcularmos as duplas descontinuidades. Nesse caso, um propagador como mostrado em (3.22) tomará a forma

$$2\pi \delta(p^2 - m^2) \Theta(p_0) (\not{p} + m) \delta^{ab} , \quad (3.23)$$

pois, cada denominador  $\frac{1}{p^2-m^2}$  será substituído por  $-2\pi i\delta(p^2-m^2)\Theta(p_0)$ .

Finalmente, chegamos a seguinte expressão para a dupla descontinuidade de  $x_i$  para o diagrama perturbativo (vide apêndice B):

$$DD[x_i] = DD[x_i^1] + B_I B_F DD[x_i^2] \quad (3.24)$$

onde

$$\begin{aligned} DD[x_i^a] &= -\frac{6}{(2\pi)^3} \frac{1}{8\sqrt{\lambda(s,u,t)}} \int_0^{(\sqrt{s}-m_I)^2} dm^2 m^2 \int dK_0 d|\vec{K}|^2 \\ &\times d\cos\theta_K d\phi_K \delta(K_0 - \overline{K_0}) \delta(|\vec{K}|^2 - \overline{|\vec{K}|^2}) \delta(\cos\theta_K - \overline{\cos\theta_K}) \\ &\times \Theta(1 - \overline{\cos\theta_K}) N_i^a \quad ; \quad a = 1, 2 \end{aligned} \quad (3.25)$$

com

$$\overline{K_0} = (s + m^2 - m_I^2)/2\sqrt{s} \quad , \quad \overline{|\vec{K}|^2} = \lambda(s, m^2, m_I^2)/4s$$

e

$$\overline{\cos\theta_K} = \frac{2p_{F_0}\overline{K_0} - u - m^2 + m_F^2}{2|p_F||\vec{K}|} \quad , \quad (3.26)$$

onde

$$p_{F_0} = (s + u - t)/2\sqrt{s} \quad , \quad |p_F|^2 = \lambda(s, u, t)/4s \quad (3.27)$$

e

$$\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz \quad . \quad (3.28)$$

Os  $N_i^a$ , que aparecem em (3.25), são os traços das estruturas de Lorentz das funções de três pontos multiplicadas por cada uma das 12 estruturas vetoriais da tabela (3.1)

$$N_i^1 = \text{Tr}[(\not{p}_F - \not{K} + m_F)\gamma^\mu(1 - \gamma_5)(\not{p}_I - \not{K} + m_I)V_i^\mu] \quad (3.29)$$

e

$$N_i^2 = \text{Tr}[(\not{p}_F - \not{K} - m_F)\gamma^\mu(1 - \gamma_5)(\not{p}_I - \not{K} - m_I)V_i^\mu] \quad . \quad (3.30)$$

Expressões similares também são obtidas para as duplas descontinuidades de  $u_i$  onde as estruturas de Lorentz são multiplicadas pelas estruturas axiais  $A_\mu^i$ .

As contribuições não perturbativas são obtidas como mostrado na seção (2.1), com a expansão dos campos dos quarks para um  $x$  pequeno. Os diagramas com condensados de quarks se anulam, devido ao traço, nas eqs. (3.18) e (3.19). Portanto, não fornecem contribuição para o resultado final do cálculo da dupla descontinuidade.

Para o diagrama com um condensado de quatro quarks, utilizamos a fatorização

$$\langle \bar{d}_\alpha^a \bar{u}_\beta^b u_{\beta'}^{b'} d_{\alpha'}^{a'} \rangle = \frac{\kappa}{12^2} \delta_{\beta\beta'} \delta_{\alpha\alpha'} \delta^{aa'} \delta^{bb'} \langle \bar{u}u \rangle \langle \bar{d}d \rangle, \quad (3.31)$$

onde  $\kappa$  está na região  $1 \leq \kappa \leq 3$  [17].

No diagrama que contém o condensado de quatro quarks o procedimento é análogo ao utilizado para o diagrama perturbativo. Para ele, obtemos (vide apêndice B):

$$x^i = x_1^i + B_I B_F x_2^i \quad (3.32)$$

onde

$$x_a^i = -\frac{\kappa \langle \bar{q}q \rangle \langle \bar{q}q \rangle N_a^i}{6(p_F^2 - m_F^2)(p_I^2 - m_I^2)} ; \quad a = 1, 2 \quad (3.33)$$

com

$$N_1^i = \text{Tr}[(\not{p}_F + m_F) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) (\not{p}_I + m_I) V_\mu^i] \quad (3.34)$$

e

$$N_2^i = \text{Tr}[(\not{p}_F - m_F) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) (\not{p}_I - m_I) V_\mu^i]. \quad (3.35)$$

Do mesmo modo que no caso do diagrama perturbativo, obtemos expressões semelhantes para os  $u^i$  em termos dos traços para as estruturas axiais.

Para a nossa escolha de campos interpolantes das  $\Lambda$ 's pesadas (eq.2.21), os diagramas de condensados de quarks e glúons, do mesmo modo que os diagramas de condensados de quarks, resultam em contribuições nulas. Sabemos ainda, de resultados de regras de soma da QCD, que as contribuições de diagramas com condensados de glúons são bastante pequenas, podendo ser desprezadas.

## 3.2 As Regras de Soma

Para obtermos as regras de soma, devemos proceder do modo mostrado na seção 2.2, aplicando a transformada de Borel tanto do lado teórico, quanto do fenomenológico. O limiar do contínuo ( $s_0$ ) é obtido das regras de soma de massa. Estas, por sua vez, são obtidas das funções de Green de dois pontos e tem como objetivo, obter a massa de uma determinada partícula, como mostrado no capítulo 2. No nosso caso, devemos fazer uma regra de soma de massa para  $\Lambda_I$  e uma para  $\Lambda_F$ .

Aplicando uma dupla transformada de Borel (pois existem dois momentos externos) na relação de dispersão dupla para as funções invariantes (apêndice A) e subtraindo a contribuição do contínuo obtemos:

$$F_i^{V,A}(t) f_I^{(l)} f_F^{(l)} e^{-\frac{M_{\Lambda_I}^2}{M_I^2}} e^{-\frac{M_{\Lambda_F}^2}{M_F^2}} = \frac{1}{\pi^2} \int_{m_I^2}^{\infty} ds' \int_{m_F^2}^{\infty} du' R_{cont}(s', u', s_0, u_0) \times \rho_{ibc}^{V,A}(s', u', t) e^{-\frac{s'}{M_I^2}} e^{-\frac{u'}{M_F^2}}. \quad (3.36)$$

$M_I^2$  e  $M_F^2$  são os parâmetros de Borel associados aos momentos  $P_I^2 = -p_I^2$  e  $P_F^2 = -p_F^2$ , respectivamente. O modelo do contínuo é definido na função  $R_{cont}(s', u', s_0, u_0)$ . Os limiares ( $s_0$  para a  $\Lambda_I$  e  $u_0$  para a  $\Lambda_F$ ) são fixados a partir de regras de soma de massa para  $\Lambda_I$  e  $\Lambda_F$ .

Para avaliar as incertezas nos nossos cálculos, consideramos duas regiões diferentes de integração para a contribuição do contínuo (vide fig.3.2)

→ Uma região retangular definida como

$$R_{cont}(s', u', s_0, u_0) = \Theta(s_0 - s') \Theta(u_0 - u') \quad (3.37)$$

→ e uma região triangular determinada por

$$R_{cont}(s', u', s_0, u_0) = \Theta\left(u_0 - \frac{m_F}{m_I}(s' - s_0) - u'\right). \quad (3.38)$$

A região retangular é uma extensão direta do método utilizado nas funções de dois pontos e introduz um corte mais simples que engloba contribuições de estados

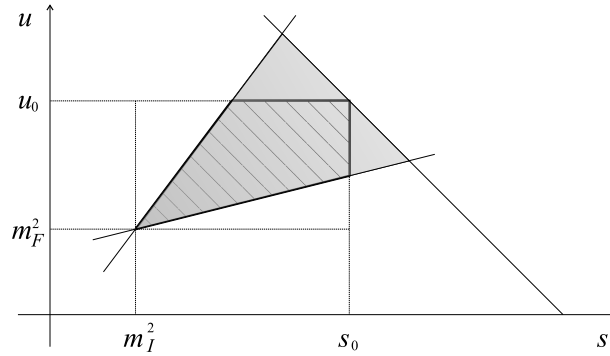


Figura 3.2: Limites de integração para o contínuo. A região sombreada define a integração no triângulo e a hachurada a integração no retângulo. As duas retas que cortam o retângulo delimitam a região física dada na eq.(3.41).

de ressonância mais baixos. A região triangular é importante para levarmos em consideração estados de ressonância mais altos [6, 18]. Esta região também nos fornece resultados mais próximos dos obtidos com a HQET, uma vez que, como mostrado em [18], a dualidade quark-hádron é melhor garantida com este tipo de integração. Porém, o triângulo utilizado aqui não é simétrico como usualmente se utiliza em cálculos com HQET. Isto se deve ao fato dos quarks inicial e final não terem a mesma massa. Assim, a inclinação da linha que na fig.3.2 aparece cortando o eixo  $x$  é modificada de acordo com a relação  $m_I/m_F$  (vide eq.3.38). Além disso, no modelo retangular a função de Isgur-Wise (o fator de forma calculado com a HQET) apresenta um comportamento não analítico em um certo trecho de integração [18].

Como pode ser observado pela região marcada na fig.3.2 os limites de integração para o modelo do contínuo que utilizamos não são exatamente um retângulo e um triângulo. Isto acontece pois devemos ainda levar em consideração a região fisicamente aceitável para os valores de  $s$  e  $u$ . Esta região é delimitada por duas retas dadas na eq.(3.41) e que aparecem na fig.3.2. Deste modo, as regiões de integração se reduzem à intersecção das regiões originais com os limites físicos.

Devemos substituir na eq.(3.14) as duplas decontinuidades que obtivemos na eq.(3.24), para o diagrama perturbativo e na eq.(3.32), para o diagrama do condensado de quatro quarks. Desta forma, utilizando as expressões para os fatores de forma em termos dos  $x$ 's e  $u$ 's, dados no apêndice A, obtemos para a  $F_1^V(t)$  na estrutura

$f_I f_F$ :

$$F_1^V(t) = \frac{e^{M_{\Lambda_I}^2/M_I^2} e^{M_{\Lambda_F}^2/M_F^2}}{20\pi^4 f_I f_F} \left[ \frac{15}{16} \int_{m_I^2}^{\infty} ds' \int_{m_F^2}^{\infty} du' \frac{P(s', u', t)}{[\lambda(s', u', t)]^{5/2}} \right. \\ \times e^{-s'/M_I^2} e^{-u'/M_F^2} \Theta(u' - u_{\min}) \Theta(u_{\max} - u') R_{cont}(s', u', s_0, u_0) \\ \left. + \frac{10}{3} \pi^4 \kappa \langle \bar{q}q \rangle^2 e^{-m_I^2/M_I^2} e^{-m_F^2/M_F^2} \right], \quad (3.39)$$

onde

$$P(s, u, t) = \frac{1}{2} \{ m_I^4 u + s [m_F^4 + m_F^2 (s - t - u) + tu] - m_I^2 [(s + t - u)u + m_F^2 (s - t + u)] \}^2, \quad (3.40)$$

e as quantidades

$$u_{\min}^{\max} = \frac{1}{2m_F^2} \left\{ m_F^2 (s + m_I^2) + (s - m_I^2) \left[ m_I^2 - t \mp \sqrt{\lambda(m_I^2, m_F^2, t)} \right] \right\}, \quad (3.41)$$

definem a região física mostrada na fig.3.2.

Os acoplamentos  $f_I$  e  $f_F$ , como mencionamos, são obtidos das regras de soma de dois pontos e são dados por [9]

$$f_{I(F)}^2 = \frac{e^{M_{\Lambda_{I(F)}}^2/M_{MI(MF)}^2}}{20\pi^4} \left[ \frac{5}{128} m_{I(F)}^4 (1 + B_{I(F)}^2) \int_{m_{I(F)}^2}^{s_0(u_0)} ds h(s) e^{-s/M_{MI(MF)}^2} \right. \\ + \frac{5}{768} \langle g_s^2 G^2 \rangle (1 + B_{I(F)}^2) \int_{m_{I(F)}^2}^{s_0(u_0)} ds (1-x)(1+5x^2) e^{-s/M_{MI(MF)}^2} \\ \left. + \frac{10}{3} \pi^4 \kappa \langle \bar{q}q \rangle^2 (1 - B_{I(F)}^2) e^{-m_{I(F)}^2/M_{MI(MF)}^2} \right], \quad (3.42)$$

com

$$h(s) = (1 - x^2) \left( 1 - \frac{8}{x} + \frac{1}{x^2} \right) - 12 \ln x, \quad (3.43)$$

onde

$$x = m_{I(F)}^2/s.$$

$M_{MI(MF)}$  são as massas de Borel para as funções de dois pontos para  $\Lambda_I$  e  $\Lambda_F$ , respectivamente. Na eq.(3.42) aparece também o termo correspondente ao condensado de glúons ( $\langle g_s^2 G^2 \rangle$ ), mas, sua contribuição é bastante pequena.

Se observarmos as eqs. (3.39) e (3.42) podemos notar que as exponenciais que aparecem em (3.39) são eliminadas ao escolhermos

$$2M_{MI(MF)}^2 = M_{I(F)}^2 . \quad (3.44)$$

Esta escolha se mostra bastante útil, uma vez que diminui a sensibilidade dos parâmetros introduzidos, como os cortes do contínuo  $s_0$  and  $u_0$  [19] e diminui também a dependência com a massa de Borel.





# Capítulo 4

## Larguras de Decaimento

4.1 A Amplitude de Decaimento

4.2 O Espaço de Fase

4.2 A Largura de Decaimento

## 4.1 A Amplitude de Decaimento

Como mostrado no capítulo anterior, as regras de soma da QCD nos permitem obter os fatores de forma. Porém, em decaimentos, uma grandeza que pode ser experimentalmente medida é a largura do mesmo. Como mostraremos a seguir, esta largura pode ser obtida se possuímos a expressão para os fatores de forma do processo em questão.

A largura de decaimento para o processo  $y \rightarrow abc$  é dada por [20]

$$d\Gamma(y \rightarrow abc) = \frac{1}{2m_y} \frac{1}{(2\pi)^5} |M|^2 d_3(P.S. y \rightarrow abc) . \quad (4.1)$$

onde  $M$  representa a amplitude do processo e  $d_3(P.S. y \rightarrow abc)$  é o espaço de fase de três corpos.

No caso do decaimento fraco  $\Lambda_I \rightarrow \Lambda_F l \nu_l$  (vide fig.4.1) a amplitude do

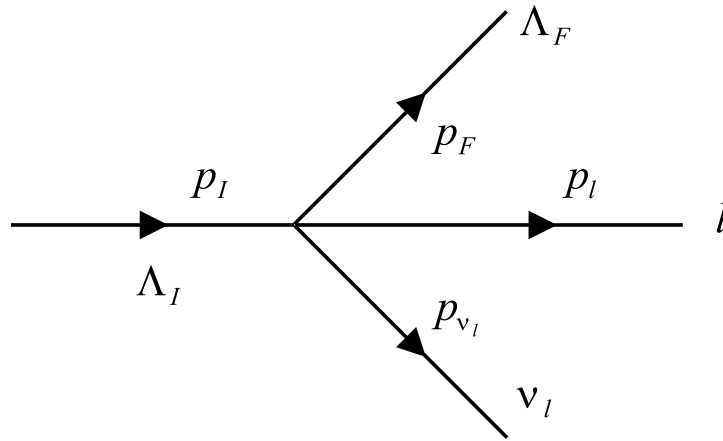


Figura 4.1: O decaimento  $\Lambda_I \rightarrow \Lambda_F l \nu_l$ .

processo é dada por

$$M = \frac{G_F}{2} \bar{u}(p_F) j_\mu^H u(p_I) \bar{u}(p_l) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) v(p_{\nu_l}) \quad (4.2)$$

onde  $p_{(I)F}$  é o quadrimomento da  $\Lambda_{I(F)}$ ,  $p_{l(\nu_l)}$  é o quadrimomento do lépton (neutrino),  $G_F$  é a constante de Fermi ( $G_F = 1.66 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ ) e a corrente hadrônica,  $j_\mu^H$ , é definida em termos dos fatores de forma

$$j_\mu^H = \gamma_\mu (F_1^V + \gamma_5 F_1^A) + i\sigma_{\mu\nu} q^\nu (F_2^V + \gamma_5 F_2^A) + q_\mu (F_3^V + \gamma_5 F_3^A) . \quad (4.3)$$

Assim, o quadrado da amplitude é dado por

$$|M|^2 = \frac{G_F^2}{2} \frac{1}{2} H_{\mu\nu} L^{\mu\nu} , \quad (4.4)$$

onde

$$\begin{aligned} L^{\mu\nu} &= \sum_s \bar{u}(p_l) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) v(p_{\nu_l}) \bar{v}(p_{\nu_l}) \gamma_0 (1 - \gamma_5^\dagger) \gamma^{\nu\dagger} \gamma_0 u(p_l) \\ &= \sum_s \bar{u}_i(p_l) [\gamma_\mu (1 - \gamma_5)]_{ij} v_j(p_{\nu_l}) \bar{v}_k(p_{\nu_l}) [\gamma^\nu (1 - \gamma_5)]_{km} u_m(p_l) \\ &= [\gamma_\mu (1 - \gamma_5)]_{ij} (\not{p}_{\nu_l})_{jk} [\gamma^\nu (1 - \gamma_5)]_{km} (\not{p}_l)_{mi} \end{aligned} \quad (4.5)$$

já que  $\sum_s u_i(p) \bar{u}_j(p) = \not{p}_{ij} + m\delta_{ij}$ ,  $\sum_s v_i(p) \bar{v}_j(p) = \not{p}_{ij} - m\delta_{ij}$  e estamos desprezando as massas dos léptons. Assim

$$L^{\mu\nu} = \text{Tr}[\not{p}_l \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \not{p}_{\nu_l} \gamma^\nu (1 - \gamma_5)] . \quad (4.6)$$

De forma análoga

$$\begin{aligned} H_{\mu\nu} &= \sum_s \bar{u}(p_F) j_\mu^H u(p_I) \bar{u}(p_I) \gamma_0 j_\nu^{H\dagger} \gamma_0 u(p_F) \\ &= \text{Tr}[(\not{p}_F + M_{\Lambda_F}) j_\mu^H (\not{p}_I + M_{\Lambda_I}) \gamma^0 j_\nu^{H\dagger} \gamma^0] . \end{aligned} \quad (4.7)$$

A partir da eq.(4.3) é fácil mostrar que

$$\gamma_0 j_\nu^{H\dagger} \gamma_0 = \gamma_\nu (F_1^V + \gamma_5 F_1^A) - i\sigma_{\mu\nu} q^\nu (F_2^V - \gamma_5 F_2^A) + q_\nu (F_3^V - \gamma_5 F_3^A) . \quad (4.8)$$

Usamos o programa de computação simbólica Mathematica para o cálculo dos traços e da contração  $L_{\mu\nu} H^{\mu\nu}$  e obtivemos:

$$\begin{aligned} |M|^2 &= \frac{G_F^2}{2} \frac{4}{3} q^2 \{ 4Q_- [-F_1^V + (M_{\Lambda_I} + M_{\Lambda_F}) F_2^V]^2 + 4Q_+ [-F_1^A - (M_{\Lambda_I} - M_{\Lambda_F}) F_2^A]^2 \\ &\quad + \frac{2}{q^2} Q_- [(M_{\Lambda_I} + M_{\Lambda_F}) F_1^V - q^2 F_2^V]^2 + \frac{2}{q^2} Q_+ [(M_{\Lambda_I} - M_{\Lambda_F}) F_1^A + q^2 F_2^A]^2 \} , \end{aligned} \quad (4.9)$$

onde  $Q_\pm = (M_{\Lambda_I} \pm M_{\Lambda_F})^2 - q^2$ .

Desta equação vemos que  $|M|^2$  não depende de  $F_3^{V(A)}$ , uma vez que esses fatores de forma aparecem multiplicados pelas massas dos léptons, que estão sendo desprezadas.

## 4.2 O Espaço de Fase

O espaço de fase para o decaimento em três corpos:  $\Lambda_I \rightarrow \Lambda_F l \nu_l$  é dado por [20]

$$\begin{aligned} d_3(P.S. \Lambda_I \rightarrow \Lambda_F l \nu_l) &= \delta^4(p_I - p_F - p_l - p_{\nu_l}) \frac{d^3 \vec{p}_F}{2p_F^0} \frac{d^3 \vec{p}_l}{2p_l^0} \frac{d^3 \vec{p}_{\nu_l}}{2p_{\nu_l}^0} \\ &= \delta^4(p_I - p_F - p_l - p_{\nu_l}) \delta(p_F^2 - M_{\Lambda_F}^2) \delta(p_l^2) \delta(p_{\nu_l}^2) \theta(p_F^0) \theta(p_l^0) \theta(p_{\nu_l}^0) d^4 p_F d^4 p_l d^4 p_{\nu_l} \end{aligned} \quad (4.10)$$

uma vez que  $\int d^4 p \delta(p^2 - m^2) \theta(p_0) = \int d^3 \vec{p} \frac{1}{2p^0}$ .

Como  $|M|^2$  é uma função apenas de  $q^2 = (p_I - p_F)^2 = (p_l + p_{\nu_l})^2$  (vide eq.4.9), para descobirmos os limites cinemáticos de integração vamos considerar a seguinte integral:

$$K = \int d_3(P.S. \Lambda_I \rightarrow \Lambda_F l \nu_l) f(q^2). \quad (4.11)$$

Escrevendo os momentos dos léptons em termos de  $q$  e  $v = \frac{p_l - p_{\nu_l}}{2}$  obtemos, após realizar a integral em  $d^4 p_F$  utilizando a  $\delta^4(p_I - p_F - q)$  no sistema de repouso da  $\Lambda_I$

$$\begin{aligned} K &= \int d^4 q d^4 v f(q^2) \delta(M_{\Lambda_I}^2 + q^2 - 2M_{\Lambda_I} q_0 - M_{\Lambda_F}^2) \delta\left(\frac{q^2}{4} + v^2 - q \cdot v\right) \\ &\quad \times \delta\left(\frac{q^2}{4} + v^2 + q \cdot v\right) \theta\left(\frac{q_0}{2} + v_0\right) \theta\left(\frac{q_0}{2} - v_0\right). \end{aligned} \quad (4.12)$$

Duas das deltas na eq.(4.12) podem ser reescritas como

$$\begin{aligned} &\delta\left(\frac{q^2}{4} + v^2 - q \cdot v\right) \delta\left(\frac{q^2}{4} + v^2 + q \cdot v\right) \\ &= \delta\left(\frac{q^2}{4} + v^2 - q \cdot v\right) \frac{1}{|\vec{q}||\vec{v}|} \delta\left(\cos \theta - \frac{q^2/4 + v^2 + q_0 v_0}{|\vec{q}||\vec{v}|}\right) \\ &= \delta\left(\frac{q^2}{2} + 2v^2\right) \frac{1}{|\vec{q}||\vec{v}|} \delta\left(\cos \theta - \frac{q^2/4 + v^2 + q_0 v_0}{|\vec{q}||\vec{v}|}\right) \\ &= \delta\left(\frac{q^2}{2} + 2v^2\right) \frac{1}{|\vec{q}||\vec{v}|} \delta\left(\cos \theta - \frac{q_0 v_0}{|\vec{q}||\vec{v}|}\right). \end{aligned} \quad (4.13)$$

Introduzindo a identidade

$$1 = \int dt \delta(t - q^2) \quad (4.14)$$

temos

$$\begin{aligned}
K &= \int dq_0 d\Omega_q \frac{1}{2} |\vec{q}| d\vec{q}^2 d^4v dt f(t) \delta\left(\frac{t}{2} + 2v^2\right) \frac{1}{|\vec{q}||\vec{v}|} \delta\left(\cos\theta - \frac{q_0 v_0}{|\vec{q}||\vec{v}|}\right) \\
&\quad \times \delta(M_{\Lambda_I}^2 + t - 2M_{\Lambda_I} q_0 - M_{\Lambda_F}^2) \delta(t - q_0^2 + |\vec{q}|^2) \\
&\quad \times \theta\left(\frac{q_0}{2} + v_0\right) \theta\left(\frac{q_0}{2} - v_0\right) .
\end{aligned} \tag{4.15}$$

Reescrevendo a delta

$$\delta(M_{\Lambda_I}^2 + t - 2M_{\Lambda_I} q_0 - M_{\Lambda_F}^2) = \frac{1}{2M_{\Lambda_I}} \delta(q_0 - \bar{q}_0) , \tag{4.16}$$

onde

$$\bar{q}_0 = \frac{M_{\Lambda_I}^2 + t - M_{\Lambda_F}^2}{2M_{\Lambda_I}} , \tag{4.17}$$

podemos, a partir das funções  $\theta$  obter os limites de integração para  $v_0$ :

$$-\frac{\sqrt{\bar{q}_0^2 - t}}{2} \leq v_0 \leq \frac{\sqrt{\bar{q}_0^2 - t}}{2} . \tag{4.18}$$

Integrando em  $\Omega_q$ , lembrando que  $d^4v_0 = dv_0 |\vec{v}| d|\vec{v}|^2 d\Omega_v$  e integrando em  $\Omega_v$ , teremos:

$$K = \frac{\pi}{M_{\Lambda_I}} \int_{-\frac{\sqrt{\bar{q}_0^2 - t}}{2}}^{\frac{\sqrt{\bar{q}_0^2 - t}}{2}} dv_0 d\vec{v}^2 dt f(t) \delta\left(\frac{t}{2} + 2v_0^2 - 2\vec{v}^2\right) . \tag{4.19}$$

Como,

$$\delta\left(\frac{t}{2} + 2v_0^2 - 2\vec{v}^2\right) = \frac{1}{2} \delta\left(\vec{v}^2 - \frac{2v_0^2 + t/2}{2}\right) \tag{4.20}$$

podemos fazer a integral em  $d\vec{v}^2$ . Assim,

$$K = \frac{\pi^2}{2M_{\Lambda_I}} \int_{-\frac{\sqrt{\bar{q}_0^2 - t}}{2}}^{\frac{\sqrt{\bar{q}_0^2 - t}}{2}} dv_0 \int_0^{(M_{\Lambda_I} - M_{\Lambda_F})^2} dt f(t) . \tag{4.21}$$

Podemos reescrever os limites de integração em  $v_0$  como

$$\begin{aligned}
\bar{q}_0^2 - t &= \frac{\lambda(M_{\Lambda_I}^2, M_{\Lambda_F}^2, t)}{4M_{\Lambda_I}^2} \\
&= \frac{M_{\Lambda_I}^4 + t^2 + M_{\Lambda_F}^4 + 2M_{\Lambda_I}^2 t - 2M_{\Lambda_F}^2 M_{\Lambda_I}^2 - 2tM_{\Lambda_F}^2 - 4M_{\Lambda_I}^2 t}{4M_{\Lambda_I}^2} .
\end{aligned} \tag{4.22}$$

Portanto

$$\begin{aligned}
K &= \frac{\pi^2}{2M_{\Lambda_I}} \int_{-\frac{\sqrt{\lambda}}{4M_{\Lambda_I}}}^{\frac{\sqrt{\lambda}}{4M_{\Lambda_I}}} dv_0 \int_0^{(M_{\Lambda_I}-M_{\Lambda_F})^2} dt f(t) \\
&= \frac{\pi^2}{2M_{\Lambda_I}} \frac{\sqrt{\lambda(M_{\Lambda_I}^2, M_{\Lambda_F}^2, t)}}{2M_{\Lambda_I}} \int_0^{(M_{\Lambda_I}-M_{\Lambda_F})^2} dt f(t) .
\end{aligned} \tag{4.23}$$

Assim, deixando apenas a integral em t para ser feita em (4.23), podemos escrever

$$d_3(P.S. \Lambda_I \rightarrow \Lambda_F l \nu_l) = \frac{\pi^2}{4M_{\Lambda_I}^2} \sqrt{\lambda(M_{\Lambda_I}^2, M_{\Lambda_F}^2, t)} dt . \tag{4.24}$$

### 4.3 A Largura de Decaimento

Usando a eq.(4.24) na eq.(4.1) obtemos

$$\frac{d\Gamma(\Lambda_I \rightarrow \Lambda_F l \nu_l)}{dt} = \frac{\sqrt{\lambda(M_{\Lambda_I}^2, M_{\Lambda_F}^2, t)}}{2^8 \pi^3 M_{\Lambda_I}^3} |M|^2 |V_{IF}|^2 , \tag{4.25}$$

onde  $V_{IF}$  é o elemento da matriz de CKM para a transição  $Q_I \rightarrow Q_F$  e  $|M|^2$  está dada na eq.(4.9). As larguras de decaimento são obtidas pela integração numérica da eq.(4.25), usando-se os fatores de forma calculados com as QCDSR.

Para calcularmos os espectros leptônicos as variáveis relevantes são

$E_l = p_l^0$  e  $E_{\nu_l} = p_{\nu_l}^0$ . Com um procedimento análogo ao descrito na seção anterior chega-se à

$$\frac{d^2\Gamma(\Lambda_I \rightarrow \Lambda_F l \nu_l)}{dE_{\nu_l} dE_l} = \frac{1}{64\pi^3 M_{\Lambda_I}} |M|^2 |V_{IF}|^2 , \tag{4.26}$$

onde, em  $|M|^2$  (eq.4.9) devemos usar  $q^2 = M_{\Lambda_I}^2 - 2M_{\Lambda_I}p_F^0 + M_{\Lambda_F}^2$  com  $p_F^0 = M_{\Lambda_I} - E_l - E_{\nu_l}$ .

Os limites cinemáticos de integração, neste caso, são:

$$\frac{M_{\Lambda_I}^2 - M_{\Lambda_F}^2}{2M_{\Lambda_I}} - E_l \leq E_{\nu_l} \leq \frac{1}{2M_{\Lambda_I} - 4E_l} [M_{\Lambda_I}^2 - M_{\Lambda_F}^2 - 2E_l M_{\Lambda_I}] \tag{4.27}$$

$$0 \leq E_l \leq \frac{M_{\Lambda_I}^2 - M_{\Lambda_F}^2}{2M_{\Lambda_I}} \tag{4.28}$$

# Capítulo 5

## Resultados

### 5.1 O Decaimento $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$

5.1.1 Resultados para a estrutura  $f_b f_c$

5.1.2 Resultados para a estrutura  $f'_b f_c$

5.1.3 Resultados para a estrutura  $f_b f'_c$

### 5.2 O Decaimento $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$

5.2.1 Resultados para a estrutura  $f_c f_s$

5.2.2 Resultados para a estrutura  $f'_c f_s$

5.2.3 Resultados para a estrutura  $f_c f'_s$

### 5.3 O Decaimento $\Lambda_b \rightarrow p l \nu_l$



Todos os passos seguidos no capítulo 3 para o estudo de um decaimento  $\Lambda_I \rightarrow \Lambda_F l \nu_l$  podem ser particularizados para alguns decaimentos de  $\Lambda$ 's pesadas. Neste capítulo mostraremos os resultados que obtivemos para três tipos de decaimentos.

Recapitulando, para a obtenção dos fatores de forma para um decaimento  $\Lambda_I \rightarrow \Lambda_F l \nu_l$ , inicialmente escrevemos a função de correlação correspondente, tanto no lado fenomenológico, quanto no lado da QCD. Com a utilização de transformadas de Borel, comparamos um lado com o outro, com o objetivo de obter uma expressão para os fatores de forma, em cada estrutura que aparece na função de correlação (eq.3.11). Com as expressões para os fatores de forma, calculamos também as larguras de decaimento, como mostrado no capítulo 4, para uma posterior comparação com resultados experimentais.

## 5.1 O Decaimento $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$

No estudo do decaimento  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  é importante observarmos que escolhemos uma forma generalizada para os campos interpolantes das lambdas pesadas (eq.2.21). Para a obtenção do valor de  $B_{I(F)}$  (aqui,  $I = b$  e  $F = c$ ) devemos estudar as regras de soma de massa. Nelas, inicialmente fixamos, tanto os limites do contínuo, como os valores de  $B_{I(F)}$  que reproduzem os valores experimentais das massas. No caso do decaimento em questão,  $M_{\Lambda_b} = 5.65$  GeV e  $M_{\Lambda_c} = 2.285$  GeV. Desta maneira, podemos utilizar as regras de soma de três pontos com todos os parâmetros fixados.

A expressão obtida para a regra de soma de dois pontos na estrutura  $\not{q}$  é dada na eq.(3.42). Na estrutura **1** temos [9]

$$\begin{aligned}
f_{I(F)}^2 M_{\Lambda_{I(F)}} &= \frac{e^{M_{\Lambda_{I(F)}}^2/M_{MI(MF)}^2}}{16\pi^4} \left[ \frac{1}{8} m_{I(F)}^5 (1 + B_{I(F)}^2) \int_{m_{I(F)}^2}^{s_0(u_0)} ds g(s) e^{-s/M_{MI(MF)}^2} \right. \\
&\quad + \frac{m_{I(F)}}{96} \langle g_s^2 G^2 \rangle (1 + B_{I(F)}^2) \int_{m_{I(F)}^2}^{s_0(u_0)} ds g_G(s) e^{-s/M_{MI(MF)}^2} \\
&\quad \left. + \frac{8}{3} \pi^4 m_{I(F)} \kappa \langle \bar{q}q \rangle^2 (1 - B_{I(F)}^2) e^{-m_{I(F)}^2/M_{MI(MF)}^2} \right], \quad (5.1)
\end{aligned}$$

com

$$\begin{aligned} g(s) &= (1-x) \left( 1 + \frac{10}{x} + \frac{1}{x^2} \right) + 6 \left( 1 + \frac{1}{x} \right) \ln x, \\ g_G(s) &= (1-x) \left( 7 + \frac{2}{x} \right) + 6 \ln x, \end{aligned} \quad (5.2)$$

onde  $x = m_{I(F)}^2/s$ .

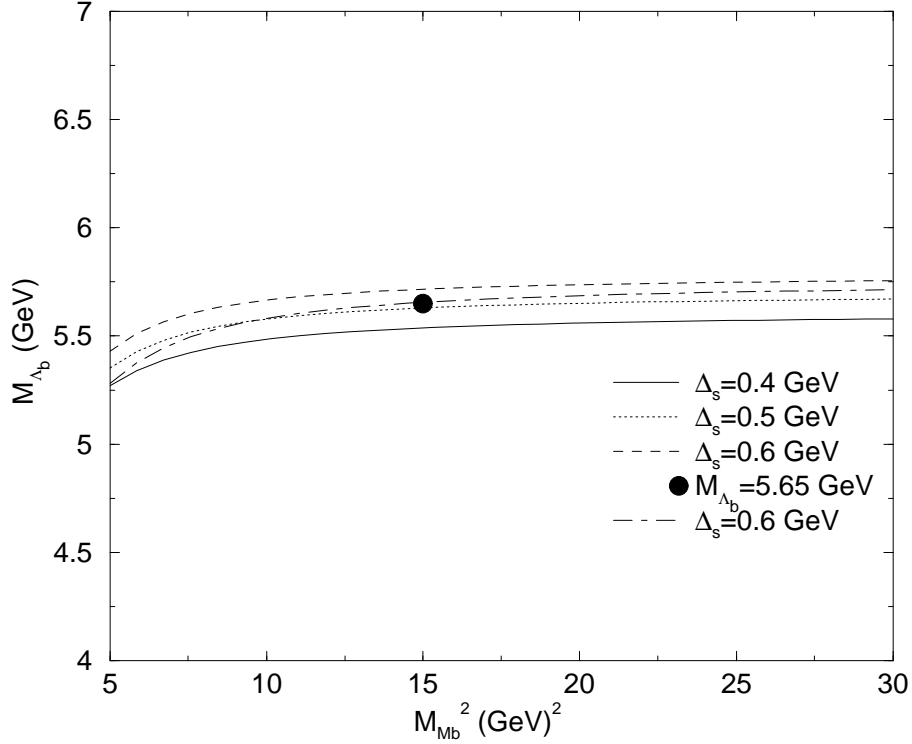


Figura 5.1: Massa da  $\Lambda_b$  obtida das regras de soma de massa, como uma função das massas de Borel, para três valores diferentes de limiares do contínuo ( $s_0 = [5.65 \text{ GeV} + \Delta_s]^2$ ), com  $\kappa = 1$  e  $B_b = 0.1$ .

Na fig.5.1 temos  $M_{\Lambda_b}$  como função da massa de Borel  $M_{M_b}^2$ , obtida quando dividimos a eq.(5.1) pela eq.(3.42) para diferentes valores de

$$s_0 = (M_{\Lambda_b} + \Delta_s)^2. \quad (5.3)$$

Nela, utilizamos  $\kappa = 1$  e  $B_b = 0.1$ . O valor experimental da massa para a  $\Lambda_b$  aparece marcado por um ponto no gráfico.

Em todos os cálculos, utilizamos os parâmetros  $m_b = 4.6$  GeV,  $m_c = 1.4$  GeV,  $M_{\Lambda_c} = 2.285$  GeV,  $M_{\Lambda_b} = 5.65$  GeV e  $\langle \bar{q}q \rangle = -(230 \text{ MeV})^3$ , e ainda,

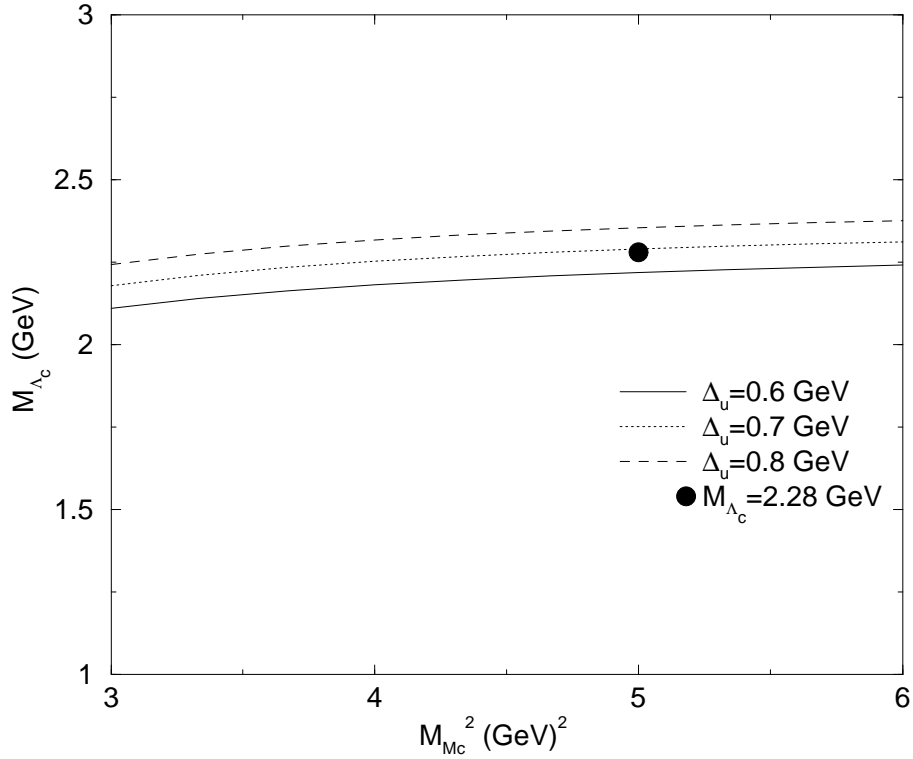


Figura 5.2: Massa da  $\Lambda_c$  obtida das regras de soma de massa, como uma função das massas de Borel, para três valores diferentes de limiares do contínuo ( $u_0 = [2.285 \text{ GeV} + \Delta_u]^2$ ), com  $\kappa = 1$  e  $B_c = 0.1$ .

desprezamos a contribuição do condensado de glúons, já que este não será considerado no cálculo dos fatores de forma. Como pode ser visto na fig.5.1, existe uma região de estabilidade em  $M_{M_b}^2 \geq 10 \text{ GeV}^2$ , para os três valores de  $s_0$  considerados. Para  $M_{\Lambda_c}$ , obtemos um resultado semelhante, com uma estabilidade em  $M_{M_c}^2 \geq 4 \text{ GeV}^2$ . Isto pode ser observado na fig.5.2, onde mostramos  $M_{\Lambda_c}$  como uma função da massa de Borel  $M_{M_c}^2$  para três valores diferentes de

$$u_0 = (M_{\Lambda_c} + \Delta_u)^2 \quad (5.4)$$

e também com  $\kappa = 1$  e  $B_c = 0.1$ .

Podemos perceber que a massa para  $\Lambda_b$  fica melhor reproduzida na curva para  $\Delta_s = 0.5 \text{ GeV}$ . A curva com traços e pontos da fig.5.1 foi obtida com  $\kappa = 2$  e  $\Delta_s = 0.6 \text{ GeV}$ . Como pode ser observado, esta curva é menos estável que as obtidas com  $\kappa = 1$  e, ainda, que precisamos de um maior valor de  $\Delta_s$  para a obtenção da massa, uma vez que o aumento de  $\kappa$  diminui o valor para  $M_{\Lambda_b}$ . Essa menor

estabilidade e diminuição do valor da massa também foi verificado para o caso da  $\Lambda_c$ . Com  $\kappa = 1$ , a melhor curva é a que corresponde a massa da  $\Lambda_c$ , obtida com  $\Delta_u = 0.7$  GeV.

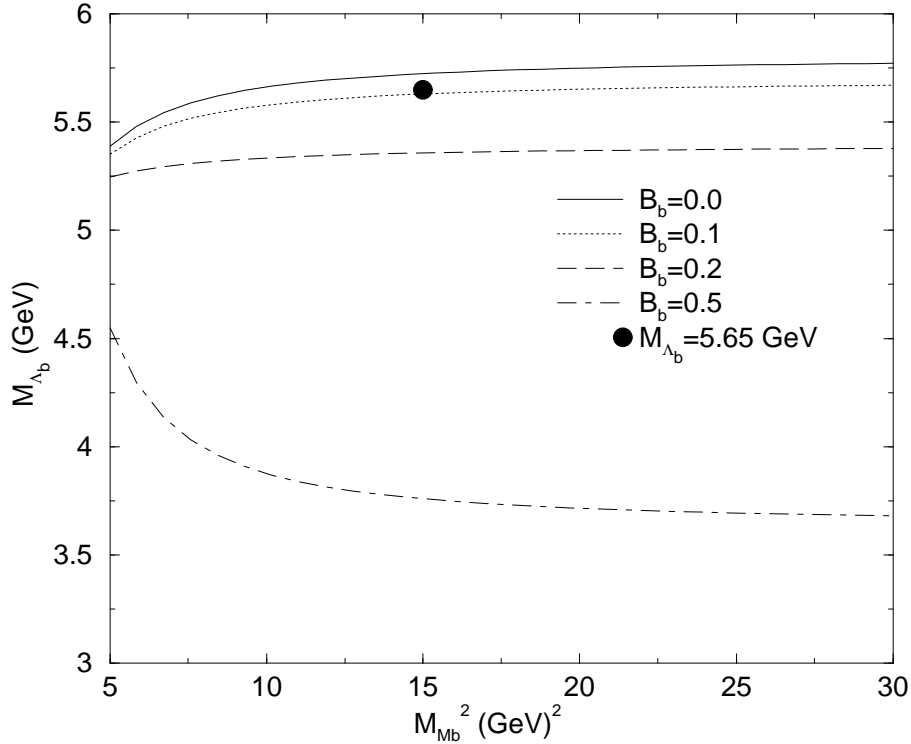


Figura 5.3: Massa da  $\Lambda_b$  obtida das regras de soma de massa, como uma função das massas de Borel, para quatro valores diferentes de  $B_b$ , com  $\kappa = 1$  e  $\Delta_s = 0.5$  GeV. Novamente, o ponto representa o valor experimental para a massa.

Os resultados mostrados nas figs. 5.1 e 5.2 foram obtidos com  $B_{b(c)} = 0.1$ . Valores de  $B_{b(c)} > 0.1$  requerem valores cada vez maiores para os limiares do contínuo, para reproduzir o valor experimental  $M_{\Lambda_{b(c)}}$  na região de estabilidade da massa de Borel. Como os valores de  $s_0$  e  $u_0$  estão relacionados com os valores das massas do primeiro estado excitado das lambdas pesadas, valores muito altos de  $s_0$  e  $u_0$  não são fenomenologicamente aceitáveis. Na fig.5.3 este comportamento pode ser percebido. Nela apresentamos alguns resultados para a massa da  $\Lambda_b$  com diferentes valores para  $B_b$  com  $\Delta_s$  fixado em 0.5 GeV.

É importante fazermos algumas observações: à medida que aumentamos o valor de  $B_{b(c)}$  a estabilidade da curva com massa de Borel melhora, porém, isto

ocorre somente até um certo ponto. Por exemplo, na fig.5.3, mostramos uma curva com  $B_b = 0.5$ . Nela, podemos notar que o comportamento de  $M_{\Lambda_b}$  já não é tão estável. Devemos lembrar também que com  $B_{b(c)}$  muito grandes (no nosso caso, maiores que 0.1) para reproduzirmos o valor correto da massa em questão, necessitaríamos de um valor grande para o limiar do contínuo (nao aceitável). Isto nos leva a escolher um valor de  $B_{b(c)}$  não muito grande (nulo, ou muito próximo disso) com um valor correspondente para o limiar do contínuo fisicamente razoável. Para a massa da  $\Lambda_b$ , podemos considerar como valores ótimos (para uma massa de Borel em torno de  $15 \text{ GeV}^2$  e  $\kappa = 1$ )  $B_b = 0.1$  e  $\Delta_s = 0.5 \text{ GeV}$ . Para  $\Lambda_c$  (com  $M_{M_c}^2 = 5 \text{ GeV}^2$  e  $\kappa = 1$ )  $B_c = 0.1$  e  $\Delta_u = 0.7 \text{ GeV}$ .

De posse destes resultados para as regras de soma de massa, podemos iniciar a obtenção dos fatores de forma. Em geral, quando as massas dos bárions envolvidos são próximas, costuma-se usar o mesmo valor para as duas massas de Borel  $M_I^2$  e  $M_F^2$ . No nosso caso isto não acontece, o que nos induz a utilizar uma relação um pouco diferente para as massas

$$\frac{M_I^2}{M_F^2} = \frac{M_{\Lambda_I}^2 - m_I^2}{M_{\Lambda_F}^2 - m_F^2} \simeq 3.3 . \quad (5.5)$$

Assim como fizemos para as regras de soma de massa, estudamos o comportamento dos fatores de forma em função da massa de Borel. Para cada estrutura, como já mencionamos, fazemos uma regra de soma, o que nos leva a diferentes resultados para os fatores de forma e, conseqüentemente, para as larguras de decaimento.

### 5.1.1 Resultados para a estrutura $f_b f_c$

Com as regras de soma para a estrutura  $f_b f_c$ , obtivemos o resultado geral

$$F_1^A(t) = -F_1^V(t),$$

$$F_2^V(t) = F_3^V(t) = F_2^A(t) = F_3^A(t) = 0. \quad (5.6)$$

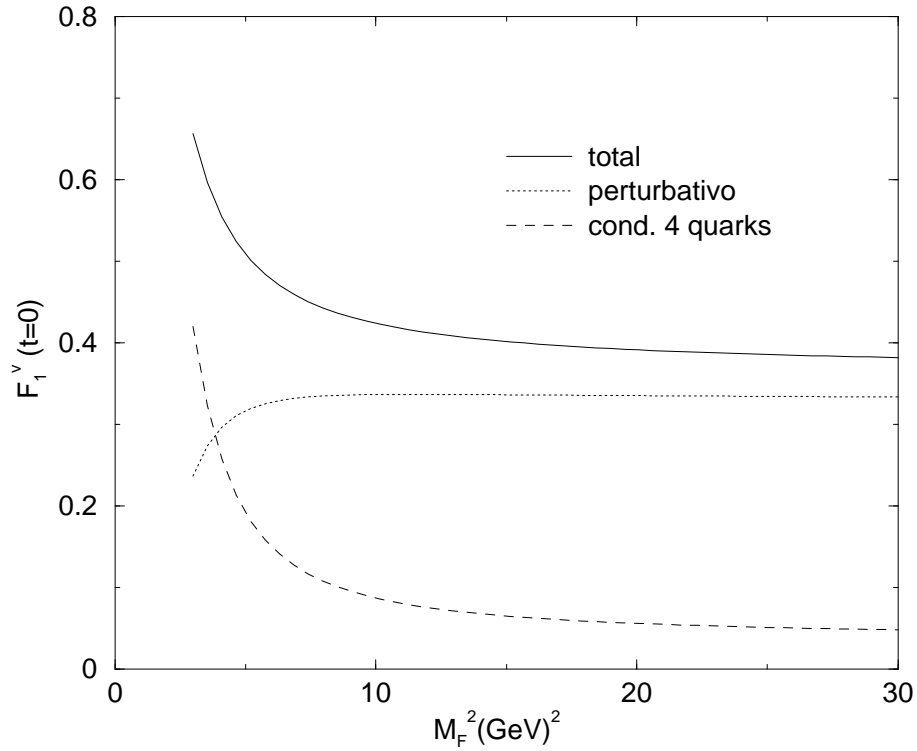


Figura 5.4: Regras de soma para a amplitude de decaimento  $F_1^V$  em  $t = 0$ , com  $B_{b(c)} = 0.1$  e  $\kappa = 1$ , na estrutura  $f_b f_c$ , para o processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  como uma função da massa de Borel  $M_F^2$ .

A fig.5.4 mostra o comportamento das contribuições para o fator de forma  $F_1^V$  para  $t = 0$  para o processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  para  $\kappa = 1$  como função da massa de Borel  $M_F^2$  obtido quando usamos o corte retangular para o contínuo, eq.(3.37) na eq.(3.39).

Para a obtenção destas curvas, foi de fundamental importância termos estudado as regras de soma de massa para fixar um bom valor para  $B_{b(c)}$  e também para os limiares do contínuo. Na fig.5.4, utilizamos  $B_{b(c)} = 0.1$ ,  $\Delta_s = 0.5$  GeV e  $\Delta_u = 0.7$  GeV, por serem os parâmetros que reproduzem os valores experimentais de  $M_{\Lambda_b}$  e  $M_{\Lambda_c}$  nas regras de soma de massa. Nosso objetivo com o uso da corrente geral (eq.2.21) é o estudo da dependência dos fatores de forma com os parâmetros de mistura  $B_b$  e  $B_c$ . Observamos que os mesmos praticamente não sofrem modificações para  $B_{b(c)}$  estando na região  $0 \leq B_{b(c)} \leq 0.1$ . Isto mostra uma boa estabilidade dos resultados com a escolha do campo interpolante. Para valores de  $B_{b(c)}$ , neste intervalo, podemos dizer que o primeiro termo na eq.(2.21) é o dominante, o que nos leva a concluir que todos os cálculos podem ser feitos utilizando-se somente a forma

mais simples do campo interpolante com  $B_{b(c)} = 0$ , como feito em [21].

Na fig.5.4, para um valor de massa de Borel em torno de  $10 \text{ GeV}^2$  tanto a contribuição perturbativa quanto a não-perturbativa possuem um comportamento estável e praticamente independente da massa de Borel. As massas de Borel das funções de dois e três pontos são relacionadas de acordo com a eq.(3.44). Da eq.(3.44), é fácil notarmos que para  $M_F^2 = 10 \text{ GeV}^2$  teremos  $M_{MF}^2 \simeq 5 \text{ GeV}^2$  e, da eq.(5.5), isso nos fornece  $M_{MI}^2 \simeq 15 \text{ GeV}^2$ , que são parametros razoáveis para as regras de soma de massa para  $\Lambda_b$  e  $\Lambda_c$ , como pode ser observado nas figs. 5.1 e 5.2.

Observado o comportamento do fator de forma, em  $t = 0$ , como função da massa de Borel, vamos escolher um valor apropriado para  $M_I^2$  e  $M_F^2$  onde este fator de forma possui um comportamento estável, neste caso, fixamos  $M_F^2 = 10 \text{ GeV}^2$  e da eq.(5.5) obtemos  $M_I^2 = 33 \text{ GeV}^2$ . O procedimento que seguiremos aqui é o de calcular a dependência do fator de forma com  $t$  no intervalo  $0 \leq t \leq 8 \text{ GeV}^2$  (que inclui a maior parte da região cinematicamente permitida:  $0 \leq t \leq 11.34 \text{ GeV}^2$ ) num valor fixo das massas de Borel. A dependência em  $t$ , representada pelos pontos na

Tabela 5.1: Parametrização do tipo monopolo dos fatores de forma para o processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  para a estrutura  $f_b f_c$  com valores diferentes de  $\kappa$  e de modelos do contínuo.

Modelo do contínuo	$\kappa$	$F_1^V(t) (\text{GeV}^{-1})$
Retangular	1	$8.44/(19.93 - t)$
Retangular	2	$9.94/(20.93 - t)$
Triangular	1	$17.68/(27.91 - t)$
Triangular	2	$20.78/(30.26 - t)$

fig.5.5, pode ser aproximada por um ajuste do tipo monopolo, como mostrado pela linha sólida, na mesma figura. Os ajustes de monopolo que obtivemos para o fator de forma  $F_1^V(t)$  estão mostrados na tabela 5.1. No máximo valor de momento transferido ( $t_{max} = [M_{\Lambda_b} - M_{\Lambda_c}]^2$ ) obtemos

$$F_1^V(t_{max}) = -F_1^A(t_{max}) = 0.97. \quad (5.7)$$

Este resultado é importante, uma vez que é útil fazermos aqui uma comparação com o valor obtido pela HQET (*Heavy Quark Effective Theory*). Nela, a

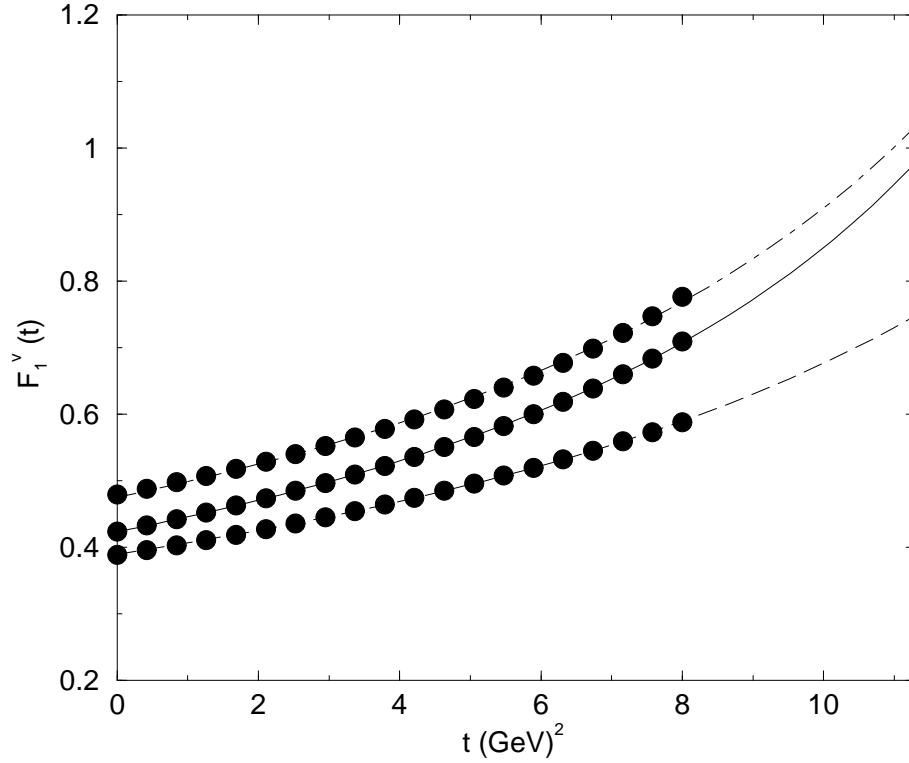


Figura 5.5: Amplitude de decaimento  $F_1^V$  para o processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  como uma função do momento transferido para os léptons. Linha sólida: ajuste  $F_1^V(t) = 8.44/(19.93-t)$  para resultados de regra de soma (pontos) para  $\kappa = 1$  (vide eq.(2.29)),  $B_{b(c)} = 0.1$ ,  $\Delta_s = 0.5$  GeV e  $\Delta_u = 0.7$  GeV (vide eqs. (5.3,5.4)). Linha tracejada: o mesmo, para  $\Delta_s = \Delta_u = 0.5$  GeV;  $F_1^V(t) = 8.12/(22.27-t)$ . Linha com traços e pontos: o mesmo, para  $\kappa = 2$ ,  $B_{b(c)} = 0.1$ ,  $\Delta_s = 0.5$  GeV e  $\Delta_u = 0.8$  GeV;  $F_1^V(t) = 9.94/(20.93-t)$ .

função de Isgur-Wise (que é o fator de forma) pode ser escrita em termos dos fatores de forma que calculamos aqui, por exemplo:  $G_1^A = -F_1^A - (M_{\Lambda_F} - M_{\Lambda_I})F_2^A$  [15]. Como, na estrutura  $f_I f_F$ , temos  $F_2^A = 0$ , obtemos  $G_1^A = -F_1^A$ . E como, na HQET,  $G_1^A(t_{max}) = 1$ , podemos considerar nosso resultado em excelente acordo com a HQET, uma vez que temos  $F_1^V(t_{max}) = -F_1^A(t_{max}) = 0.97$ . Na fig.5.5, para o caso  $\kappa = 2$  (linha com pontos e traços), os valores experimentais de massa são reproduzidos com  $\Delta_s = 0.5$  GeV<sup>2</sup> e  $\Delta_u = 0.8$  GeV<sup>2</sup> para os limiares do contínuo (vide eqs. (5.3) e (5.4)) e nesse caso, obtemos  $F_1^V(t_{max}) = 1.02$ .

Na fig.5.5, também mostramos o resultado obtido para  $F_1^V(t)$  usando  $\Delta_s = \Delta_u = 0.5$  GeV e  $M_F^2 = 15$  GeV<sup>2</sup> como em [22] (linha tracejada). Como pode ser observado, obtém-se um valor bastante diferente para  $F_1^V(t_{max})$ . Nesta curva temos



$F_1^V(t_{max}) \simeq 0.74$ . Este valor é considerado baixo para o fator de forma, quando comparado com os resultados da HQET. Em [22], os valores de  $\Delta_s$  e  $\Delta_u$  foram escolhidos com sendo 0.5 GeV por serem os valores que usualmente se utiliza para os limiares do contínuo. Porém, se inicialmente escolhermos os valores para os limiares do contínuo nas regras de soma de massa e partirmos, com eles já fixados, para o cálculo dos fatores de forma, obtemos resultados mais consistentes com os da HQET. Isto mostra a importância de primeiro estudarmos as regras de soma de massa para fixarmos os parâmetros e, somente depois partirmos para uma análise das regras de soma de três pontos.

O modelo que escolhemos para o contínuo é também um fator bastante importante em toda essa análise. Os resultados que mostramos anteriormente foram obtidos com a região retangular de integração (eq.3.37). Porém, para levarmos em consideração contribuições de ressonâncias mais altas, é imprescindível, no limite de quarks pesados, utilizarmos a região triangular [6, 18]. Os limites para esta região de integração estão definidos na eq.(3.38).

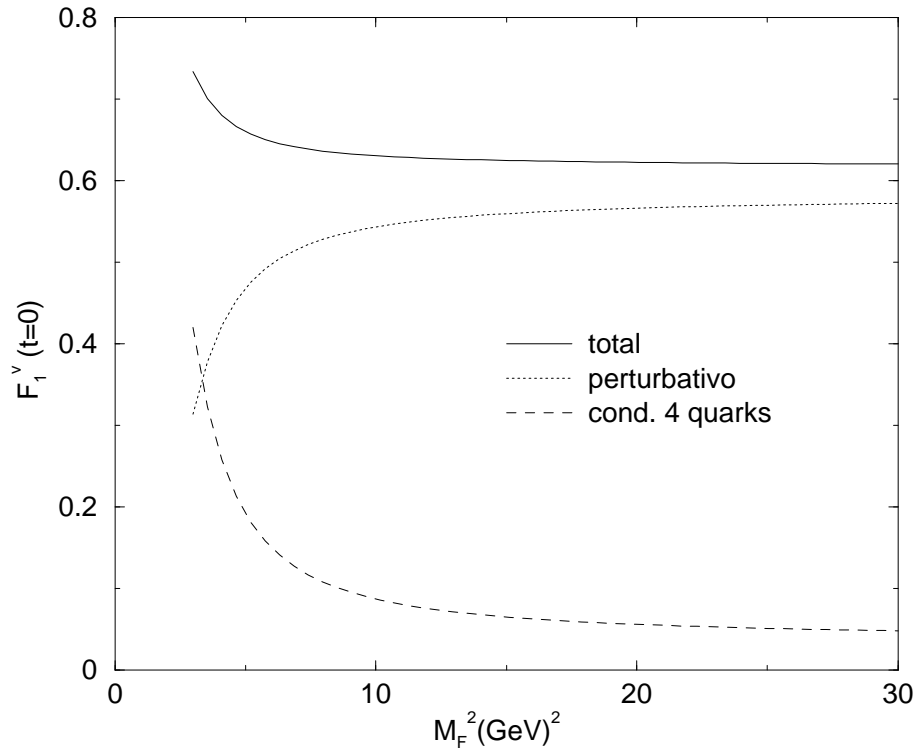


Figura 5.6: O mesmo mostrado na fig.5.4, para a região triangular para o modelo do contínuo.

Na fig.5.6 mostramos o comportamento das contribuições para o fator de forma  $F_1^V$  em  $t = 0$  com  $\kappa = 1$  e  $B_{b(c)} = 0.1$ , como função da massa de Borel  $M_F^2$ , obtido com a região triangular para o modelo do contínuo. Podemos observar que a contribuição perturbativa é maior que a obtida quando usamos a região retangular de integração e ainda, que a estabilidade das curvas com relação ao parâmetro de Borel é melhor que a observada na fig.5.4.

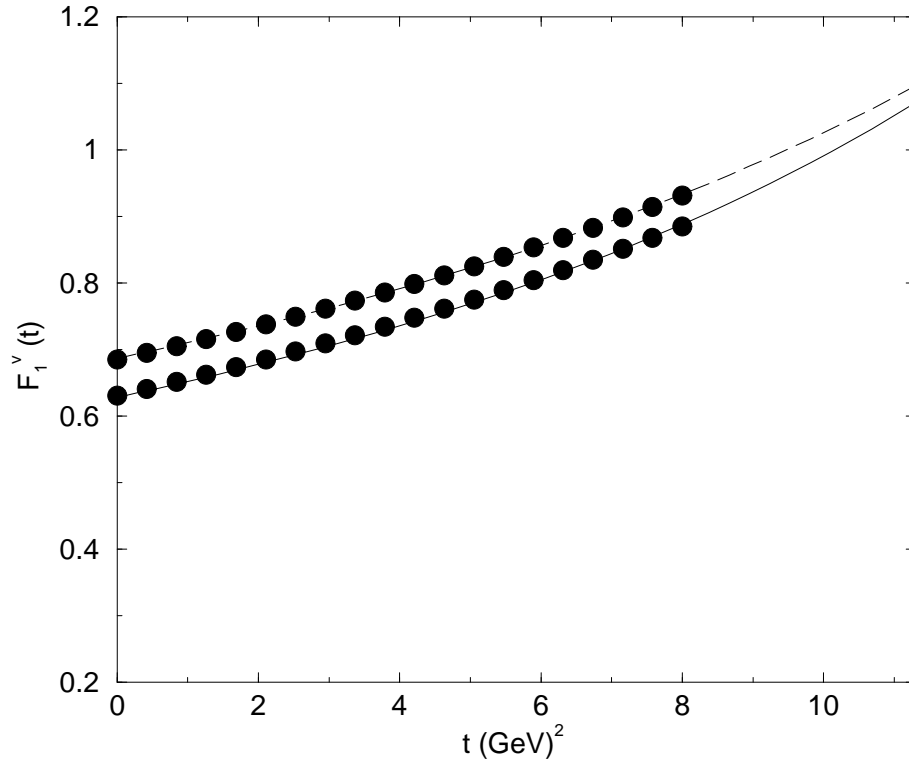


Figura 5.7: O mesmo mostrado na fig.5.5, para a região triangular para o modelo do contínuo. linha sólida: Ajuste do tipo monopolo  $F_1^V(t) = 17.68/(27.91 - t)$  para os resultados da regra de soma (pontos) para  $\kappa = 1$  (eq.2.29). Linha tracejada: o mesmo, para  $\kappa = 2$ ;  $F_1^V(t) = 20.78/(30.26 - t)$ .

A dependência em  $t$  de  $F_1^V(t)$ , obtida usando  $M_F^2 = 10 \text{ GeV}^2$  é representada pelos pontos na fig.5.7. Aqui, também, os pontos podem ser aproximados por um ajuste do tipo monopolo (linha sólida). A linha tracejada mostra um ajuste para resultados de regras de soma com  $\kappa = 2$ . No valor máximo de momento transferido  $t_{max} = (M_{\Lambda_b} - M_{\Lambda_c})^2$  temos  $F_1^V = 1.05$  para  $\kappa = 1$  e  $F_1^V = 1.09$  com  $\kappa = 2$ . Que está em bom acordo com o valor obtido com a HQET.

Tabela 5.2: Larguras de decaimento para o processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$ .

	$\Gamma$ (GeV)
Nosso resultado	$(3.3 \pm 1.1) \times 10^{-14}$
Fator de forma de dipolo [15]	$5.14 \times 10^{-14}$
HQET [23]	$6.05 \times 10^{-14}$
Limite experimental [24]	$(4.4 \pm 1.8) \times 10^{-14}$
Modelo de quarks [25]	$5.39 \times 10^{-14}$
Modelo de quarks [26]	$3.48 \times 10^{-14}$
HQET [27]	$6.17 \times 10^{-14}$

De posse da expressão para os fatores de forma, podemos calcular a largura de decaimento, como mostrado no capítulo 4. Usando  $V_{cb} = 0.04$ , obtemos

$$\Gamma(\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l) = (3.3 \pm 1.1) \times 10^{-14} \text{ GeV}, \quad (5.8)$$

onde os erros refletem a variação do  $\kappa$  de 1 até 2 e as escolhas diferentes para as contribuições e limiares do contínuo. Este resultado está em acordo com o limite experimental [24],

$$\Gamma(\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c^+ + l + \bar{\nu}_l + \text{anything}) = (4.4 \pm 1.8) \times 10^{-14} \text{ GeV} \quad (5.9)$$

e também com algumas outras análises mostradas em [15, 23, 25, 27], como pode ser verificado na tabela 5.2. Nela, apresentamos alguns resultados de larguras de decaimento para o decaimento semileptônico da  $\Lambda_b$ , obtido por meio de diferentes métodos. O primeiro resultado pode ser visto na referência [15] e é obtido através de um modelo de quarks constituintes com um ansatz de dipolo para o fator de forma. O resultado obtido com regras de soma no contexto da HQET em ordem  $1/m_b$  e  $1/m_c$  vem da referência [23]. Em [25] a largura de decaimento é obtida através de um modelo relativístico de três quarks para estados ligados da QCD compostos de dois quarks leves e um pesado. Em [26] utiliza-se um modelo de quarks constituintes com um potencial de oscilador harmônico. [27] utiliza regras de soma da QCD no contexto da HQET ordem  $1/m_b$  e  $1/m_c$  e, como esperado, mostra um resultado bem semelhante ao observado em [23].

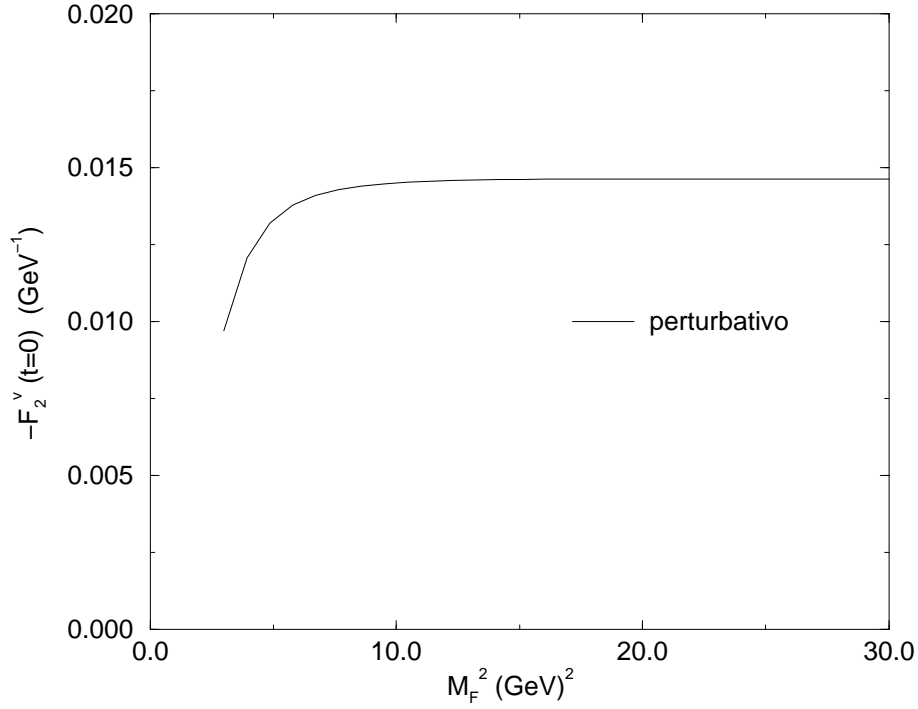


Figura 5.8: Regras de soma para a amplitude de decaimento  $F_2^V$  em  $t = 0$ , com  $B_{b(c)} = 0$  e  $\kappa = 1$ , na estrutura  $f'_b f_c$ , para o processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  como uma função da massa de Borel  $M_F^2$ .

### 5.1.2 Resultados para a estrutura $f'_b f_c$

Para a estrutura  $f'_b f_c$ , obtivemos o resultado geral (que pode ser verificado no apêndice A)

$$F_1^A(t) = -F_1^V(t) , \quad F_2^A(t) = F_2^V(t) . \quad (5.10)$$

Para a obtenção de  $F_2^{V(A)}(t)$  somente o diagrama perturbativo contribui. Os fatores de forma  $F_3^{V(A)}(t)$ , em decaimentos semileptônicos, contribuem somente em ordem  $\mathcal{O}(m_l^2/q^2)$  [15] e são difíceis de serem medidos, assim, para este caso, não calculamos seus valores, já que sua contribuição para a largura de decaimento é desprezível (veja que eles nem aparecem na eq.(4.9) quando desprezamos  $m_l^2$ ).

Como pode ser verificado na fig.5.8, para  $F_2^V$ , obtida com o modelo retangular para a contribuição do contínuo, o comportamento dos fatores de forma com a massa de Borel, assim como no caso da estrutura  $f_b f_c$ , é bem estável. Um ajuste do tipo monopolo também é ideal para mostrar a dependência dos fatores de forma com

Tabela 5.3: Parametrização do tipo monopolo dos fatores de forma para o processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  para a estrutura  $f'_b f_c$  com valores diferentes de  $\kappa$  e de modelos do contínuo.

Modelo do contínuo	$\kappa$	$F_1^V(t)$	$F_2^V(t)$ ( $\text{GeV}^{-1}$ )
Retangular	1	$7.73/(17.79 - t)$	$-0.20/(13.51 - t)$
Retangular	2	$8.93/(18.70 - t)$	$-0.22/(14.91 - t)$
Triangular	1	$16.60/(24.24 - t)$	$-0.55/(18.63 - t)$
Triangular	2	$19.02/(25.64 - t)$	$-0.61/(19.10 - t)$

$t$ , como mostrado na fig.5.9.

Para os fatores de forma  $F_1^V$  observamos um comportamento semelhante ao dos mesmos fatores obtidos para a estrutura  $f_b f_c$ , tanto como um função da massa de Borel quanto do momento transferido  $t$ . Na tabela 5.3 temos a parametrização de monopolo para os fatores de forma do processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  para dois valores de  $\kappa$  e para os dois modelos do contínuo que consideramos. Todos os outros parâmetros são os mesmos utilizados para os cálculos dos fatores de forma na estrutura  $f_b f_c$ .

Considerando que a função de Isgur-Wise pode ser escrita do modo:  $G_1^A = -F_1^A - (M_{\Lambda_F} - M_{\Lambda_I})F_2^A$ , se fizermos uma extrapolação dos ajustes mostrados na tabela 5.3, obteremos no valor máximo de momento transferido,  $G_1^A(t_{max}) = 1.0$  (0.93) para  $\kappa = 2$  (1) para a região retangular e  $G_1^A(t_{max}) = 1.04$  (1.03) para  $\kappa = 2$  (1) para a região triangular. O que mostra que nossos resultados para esta estrutura também estão em acordo com as previsões de  $G_1^A(t_{max}) = 1.0$  da HQET.

Com estas expressões para os fatores de forma, obtivemos para a largura de decaimento

$$\Gamma(\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l) = (5.1 \pm 1.8) \times 10^{-14} \text{ GeV} , \quad (5.11)$$

onde o erro representa as variações de  $\kappa$  e de escolha do modelo do contínuo. Como pode ser notado, este valor é maior que o obtido para a estrutura  $f_b f_c$ , mas, ainda assim, é compatível com os resultados mostrados na tabela 5.2 e com o limite experimental (eq.5.9).

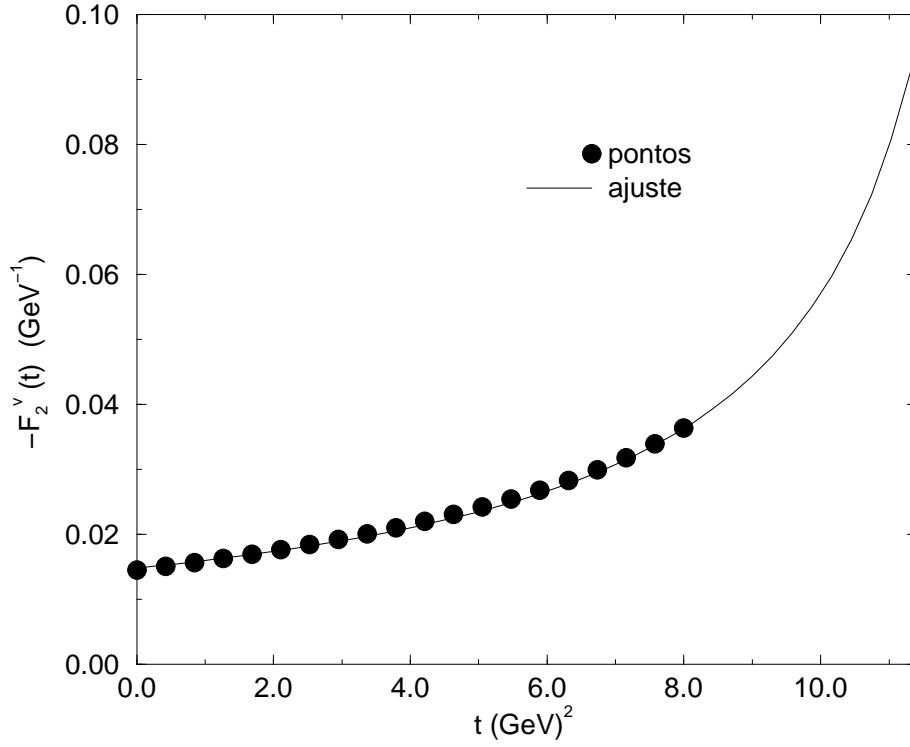


Figura 5.9: Amplitude de decaimento  $F_2^V$  para o processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  como uma função do momento transferido para os léptons, para o modelo retangular do contínuo,  $\kappa = 1$ ,  $B_{b(c)} = 0$ ,  $\Delta_s = 0.45$  GeV e  $\Delta_u = 0.65$  GeV. No ajuste,  $F_2^V(t) = -0.20/(13.51 - t)$ .

### 5.1.3 Resultados para a estrutura $f_b f'_c$

Para a estrutura  $f_b f'_c$  obtivemos o resultado geral

$$F_1^A(t) = -F_1^V(t) , \quad F_2^A(t) = -F_2^V(t) . \quad (5.12)$$

Se compararmos este resultado com o obtido com a estrutura  $f'_b f_c$  podemos concluir que ambos estarão corretos se  $F_2^{V(A)}(t) = 0$ , o que é verdade nos resultados da estrutura  $f_b f_c$ . Porém, como pode ser observado, tanto na estrutura  $f'_b f_c$  quanto na estrutura  $f_b f'_c$ , apesar dos valores de  $F_2^{V(A)}(t)$ , não serem nulos, eles são bastante pequenos.

Na fig.5.10 mostramos  $F_1^V$  em  $t = 0$  como função da massa de Borel, para  $\kappa = 1$  e o modelo retangular para o contínuo. Assim como nas demais estruturas, podemos notar uma boa estabilidade do fator de forma com a massa de Borel. Este

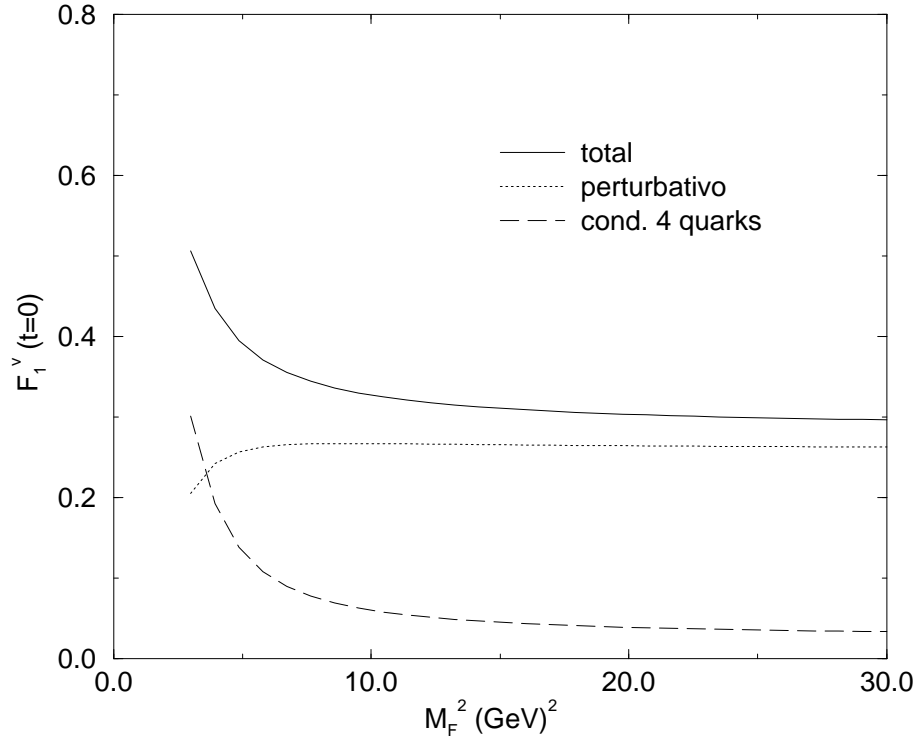


Figura 5.10: Regras de soma para a amplitude de decaimento  $F_1^V$  em  $t = 0$ , com  $B_{b(c)} = 0$  e  $\kappa = 1$ , na estrutura  $f_b f'_c$ , para o processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  como uma função da massa de Borel  $M_F^2$ .

fator de forma também pode ser ajustado como um monopolo, para  $t \neq 0$ , como pode ser verificado na fig.5.11. O comportamento do fator de forma  $F_2^V$ , como uma função da massa de Borel e como função do momento transferido  $t$ , é bastante semelhante ao observado na estrutura  $f'_b f_c$ .

Tabela 5.4: Parametrização de monopolo dos fatores de forma para o processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  para a estrutura  $f_b f'_c$  com valores diferentes de  $\kappa$  e de modelos do contínuo.

Modelo do contínuo	$\kappa$	$F_1^V(t)$	$F_2^V(t)$ ( $\text{GeV}^{-1}$ )
Retangular	1	$5.83/(17.79 - t)$	$-0.21/(15.15 - t)$
Retangular	2	$6.70/(18.70 - t)$	$-0.22/(13.63 - t)$
Triangular	1	$12.52/(24.24 - t)$	$-0.41/(18.65 - t)$
Triangular	2	$14.26/(25.64 - t)$	$-0.45/(19.04 - t)$

Os resultados que obtivemos para os ajustes dos fatores de forma em  $f_b f'_c$  estão mostrados na tabela 5.4. Com estas quantidades, conseguimos para a largura

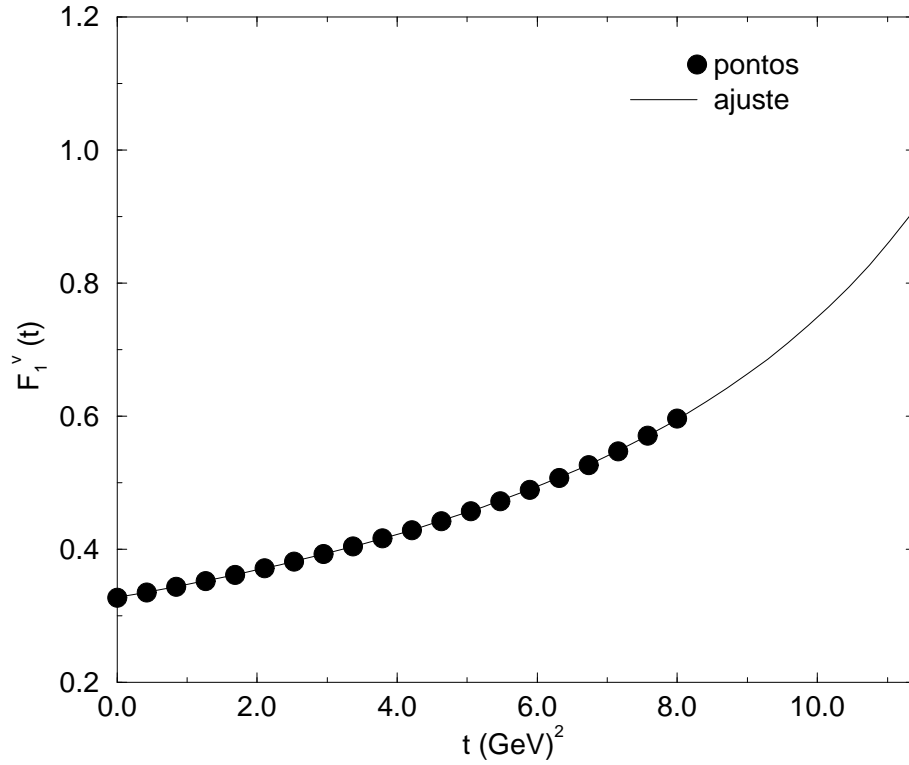


Figura 5.11: Amplitude de decaimento  $F_1^V$  para o processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  como uma função do momento transferido para os léptons, para o modelo retangular do contínuo,  $\kappa = 1$ ,  $B_{b(c)} = 0$ ,  $\Delta_s = 0.45$  GeV e  $\Delta_u = 0.65$  GeV. No ajuste,  $F_2^V(t) = -0.21/(15.15 - t)$ .

de decaimento

$$\Gamma(\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l) = (2.7 \pm 0.9) \times 10^{-14} \text{ GeV} . \quad (5.13)$$

Podemos perceber que este resultado é menor que os obtidos com as demais estruturas. Considerando os resultados fornecidos nas eqs. (5.8), (5.11) e (5.13) e considerando o fato de que, para termos um resultado consistente após a análise destas três estruturas, deveríamos ter  $F_2^{V(A)}(t) = 0$ , podemos concluir que a melhor estrutura para descrever o decaimento da  $\Lambda_b$  é a  $f_b f_c$ . Além disso, esta estrutura fornece resultados para a largura de decaimento mais compatíveis com outros valores teóricos e também com o limite experimental. Convém comentar que a estrutura  $f_b' f_c'$  fornece resultados bastante pequenos, e por isso, não a incluímos em nossa discussão.



## 5.2 O Decaimento $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$

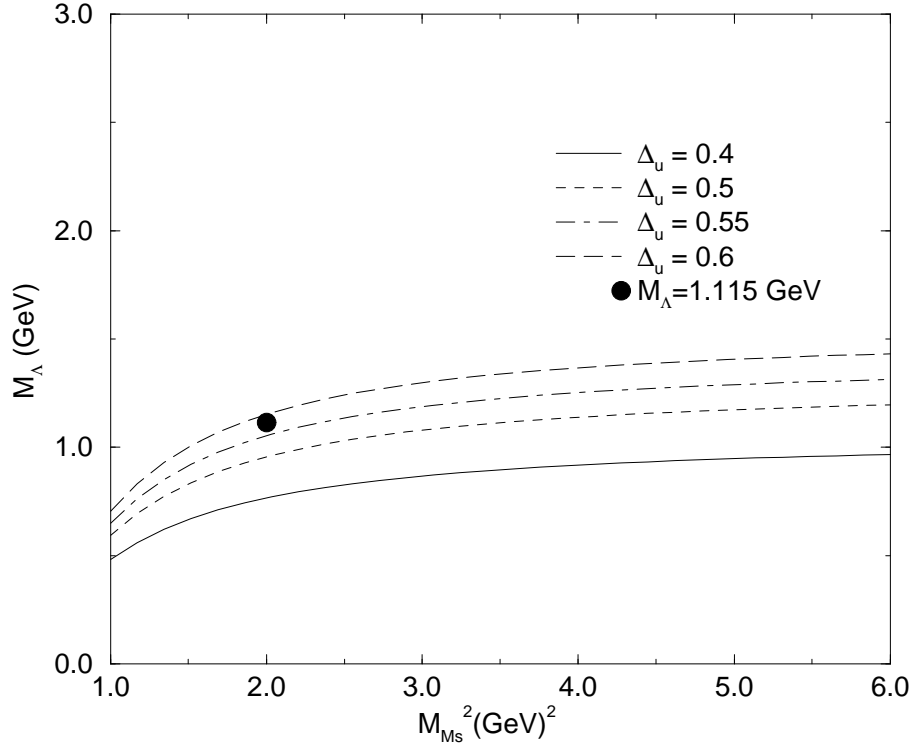


Figura 5.12: Massa da  $\Lambda$  obtida das regras de soma de massa, como uma função das massas de Borel, para três valores diferentes de limiares do contínuo ( $s_0 = [1.115 \text{ GeV} + \Delta_u]^2$ ), com  $\kappa = 1$  e  $B_s = 0$ .

Para o estudo do decaimento  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$ , consideramos a corrente simples (com  $B_{c(s)} = 0$ ), para  $\Lambda_c$  e para  $\Lambda$ . Assim, como no decaimento da  $\Lambda_b$ , é necessário, inicialmente, um estudo das regras de soma de massa. No procedimento usual, para a obtenção de  $\Delta_s$  e  $\Delta_u$  dividimos a eq.(5.1) pela eq.(3.42), porém, observamos que, quando analisamos as regras de soma de massa para  $\Lambda$ , este tipo de tratamento não se mostra apropriado, uma vez que a corrente que escolhemos não é ideal para bárions leves. Como, para o decaimento em questão, a corrente que utilizamos no caso do decaimento da  $\Lambda_b$  é também apropriada, nos resta a utilização de um outro método para o estudo das regras de soma de massa da  $\Lambda$ . Neste caso, em vez de utilizarmos a eq.(3.42), consideramos sua derivada em relação a  $M_M^{-2}$  (vamos chamar este método de método

2):

$$f_{I(F)}^2 M_{\Lambda_{I(F)}}^2 = \frac{e^{M_{\Lambda_{I(F)}}^2/M_{MI(MF)}^2}}{20\pi^4} \left[ \frac{5}{128} m_{I(F)}^4 \int_{m_{I(F)}^2}^{s_0(u_0)} ds s h(s) e^{-s/M_{MI(MF)}^2} + \frac{10}{3} \pi^4 \kappa \langle \bar{q}q \rangle^2 m_{I(F)}^2 e^{-m_{I(F)}^2/M_{MI(MF)}^2} \right], \quad (5.14)$$

com  $h(s)$  dada pela eq.(3.43).

Este método também pode ser utilizado para o estudo da  $\Lambda_b$  e da  $\Lambda_c$ . Nas regras de soma de massa para a  $\Lambda_b$  obtivemos o mesmo tipo de comportamento que com o procedimento anterior, utilizando valores apropriados para  $\Delta_s$ , que são ligeiramente mais baixos. Para a  $\Lambda_c$ , os valores de  $\Delta_u$  são consideravelmente menores que os que obtivemos com a utilização do método anterior, isto faz com que a contribuição do contínuo para as regras de soma de massa seja maior.

Assim, nos pareceu razoável, para a  $\Lambda_c$ , ainda procedemos do mesmo modo que para a  $\Lambda_b$ , uma vez que obtendo  $\Delta_s$  a partir da divisão da eq.(5.1) pela eq.(3.42) (do modo usual), conseguimos um boa estabilidade e bons resultados. Porém, para a obtenção de  $\Delta_u$ , no estudo das regras de soma de massa da  $\Lambda$ , ao procedermos desta maneira, não obtivemos resultados estáveis em relação à massa de Borel. Isto pode se dever ao fato que a obtenção da massa do bárion a partir da razão das eqs. (5.1) e (3.42), como foi feito para as massas envolvidas no decaimento semileptônico da  $\Lambda_b$ , pode não ser válida para bárions mais leves, uma vez que estados de paridade positiva e negativa contribuem para esta relação com sinais opostos [12]. Utilizando o método 2, no estudo das regras de soma de massa para a  $\Lambda$ , a estabilidade com a massa de Borel melhora e como pode ser observado nos resultados aqui apresentados para o decaimento, esta análise também produz melhores resultados.

Na fig.5.12, temos a massa da  $\Lambda$  como uma função da massa de Borel, obtida quando dividimos a eq.(5.14) pela eq.(5.1). Observando esta figura, podemos notar que a partir de  $M_{Ms} = 2.0$  GeV, o comportamento de  $M_\Lambda$  com a massa de Borel começa a ficar razoavelmente estável.

Para a função de três pontos, usaremos a relação entre as massas de Borel

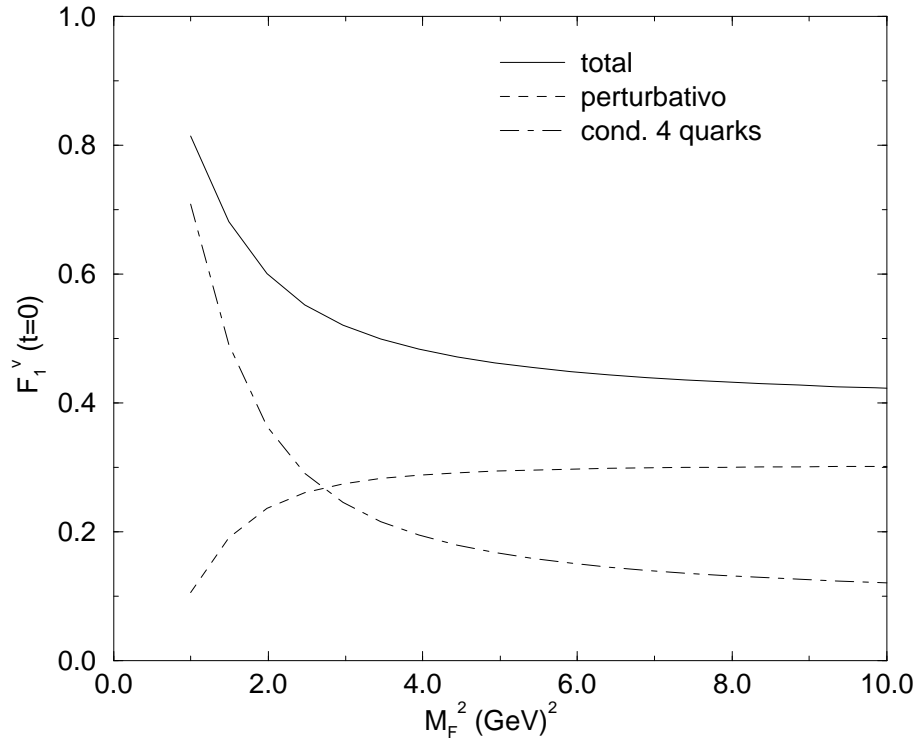


Figura 5.13: Regras de soma para a amplitude de decaimento  $F_1^V$  em  $t = 0$ , com  $B_{c(s)} = 0$  e  $\kappa = 1$  para o processo  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  como uma função da massa de Borel  $M_F^2$ .

de forma análoga mostrada na seção 4.1. Assim podemos escrever

$$\frac{M_I^2}{M_F^2} = \frac{M_{\Lambda_I}^2 - m_I^2}{M_{\Lambda_F}^2 - m_F^2} \simeq 2.8 . \quad (5.15)$$

### 5.2.1 Resultados para a estrutura $f_c f_s$

Na fig.5.13 mostramos o comportamento do fator de forma  $F_1^V$  em  $t = 0$ , com  $\kappa = 1$ , para o modelo retangular de integração para o contínuo. Para uma massa de Borel ( $M_F^2$ ) em torno de 4 GeV<sup>2</sup>, podemos notar uma certa estabilidade, tanto para a contribuição perturbativa quanto para a do condensado de quatro quarks. Lembrando que as massas de Borel para as funções de dois e três pontos estão relacionadas do modo  $M_{MI(MF)}^2 = M_{I(F)}^2/2$  e, da eq.(5.15), teremos que  $M_F^2 = 4$  GeV<sup>2</sup> está relacionada com  $M_{MF}^2 = 2$  GeV<sup>2</sup> e  $M_{MI}^2 = 5.5$  GeV<sup>2</sup> que são bons parâmetros para as massas de Borel nas regras de soma de massa tanto da  $\Lambda$  quanto da  $\Lambda_c$ , como pode ser verificado nas figs. 5.2 e 5.12.

Para reproduzir os valores experimentais das massas da  $\Lambda_c$  e da  $\Lambda$  nesses valores da massa de Borel, obtemos  $\Delta_s = 0.65$  GeV e  $\Delta_u = 0.55$  GeV. Estes valores foram utilizados para a obtenção da fig.5.13. Podemos perceber que, no decaimento  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$ , a contribuição do condensado de quatro quarks é muito maior que no processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$ . A fig.5.14 mostra a dependência do fator de forma no intervalo

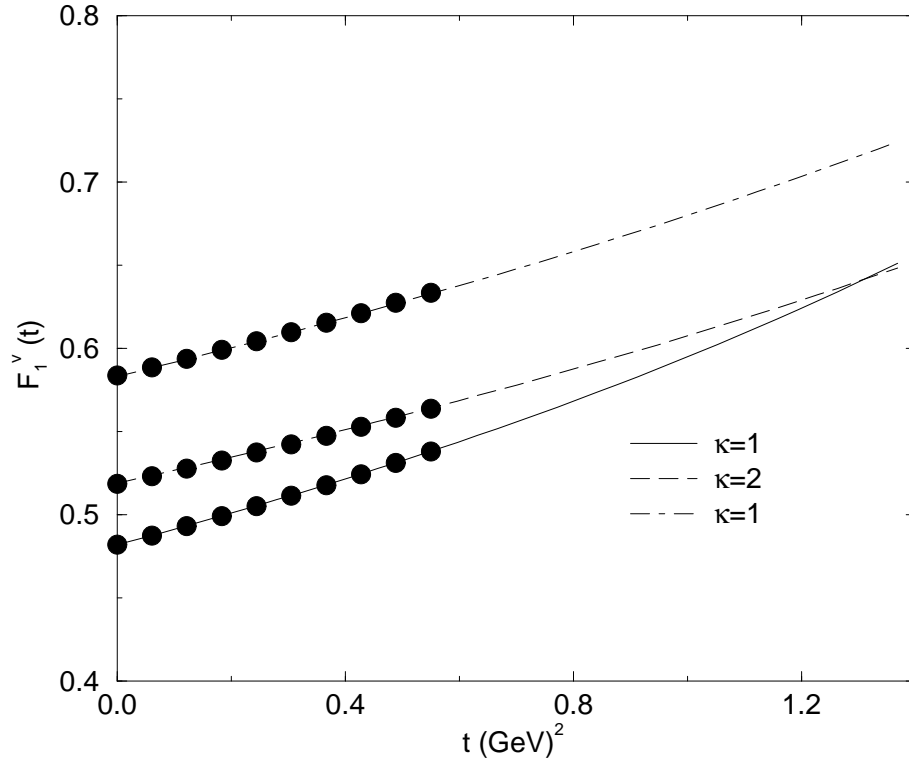


Figura 5.14: Amplitude de decaimento  $F_1^V$  para o processo  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  como uma função do momento transferido para os léptons. Linha sólida: ajuste  $F_1^V(t) = 2.54/(5.27 - t)$  para resultados de regra de soma (pontos) para  $\kappa = 1$ ,  $B_{b(c)} = 0$ ,  $\Delta_s = 0.65$  GeV e  $\Delta_u = 0.55$  GeV, na região retangular para o contínuo. Linha tracejada: o mesmo, para  $\kappa = 2$ ,  $\Delta_s = 0.8$  GeV e  $\Delta_u = 0.65$  GeV;  $F_1^V(t) = 3.56/(6.86 - t)$ . Linha com traços e pontos: o mesmo, para  $\kappa = 1$ , na região triangular para o contínuo;  $F_1^V(t) = 4.10/(7.03 - t)$ .

$0 \leq t \leq 0.6$  GeV<sup>2</sup>. Nesta figura, mostramos curvas para o fator de forma  $F_1^V$  com  $\kappa = 1$  e  $\kappa = 2$  para o modelo retangular do contínuo e com  $\kappa = 1$  para o modelo triangular com seus respectivos ajustes de monopolo. Com  $\kappa = 2$  e com o modelo triangular para o contínuo, obtivemos um ajuste do tipo monopolo da forma:  $F_1^V(t) = 5.23/(8.67 - t)$  (os resultados para  $F_1^V(t)$  estão mostrados na tabela 5.5).

Utilizando as expressões para os  $F_1^V(t)$  e  $V_{cs} = 0.975$  obtemos a largura de

Tabela 5.5: Parametrização de monopolo dos fatores de forma para o decaimento  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  na estrutura  $f_c f_s$  para diferentes valores para o modelo do contínuo.

Modelo do contínuo	$\kappa$	$F_1^V(t)$ (GeV $^{-1}$ )
Retangular	1	$2.54/(5.27 - t)$
Retangular	2	$3.56/(6.86 - t)$
Triangular	1	$4.10/(7.03 - t)$
Triangular	2	$5.23/(8.67 - t)$

Tabela 5.6: Larguras de decaimento para o processo  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$ .

	$\Gamma$ (GeV)
Nosso resultado	$(8.7 \pm 1.2) \times 10^{-14}$
Simetria SU(4) de sabor [28]	$9.8 \times 10^{-14}$
NRQM [29]	$8.6 \times 10^{-14}$
NRQM [26]	$6.6 \times 10^{-14}$
NRQM [30]	$4.7 \times 10^{-14}$

decaimento

$$\Gamma(\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l) = (8.7 \pm 1.2) \times 10^{-14} \text{ GeV} . \quad (5.16)$$

Novamente, os erros aparecem devido às incertezas no valor do condensado de quatro quarks e à escolha do modelo para o contínuo. Este valor concorda com o resultado experimental [24]

$$\Gamma(\Lambda_c^+ \rightarrow \Lambda e^+ \nu_e) = (6.3 \pm 1.9) \times 10^{-14} \text{ GeV} \quad (5.17)$$

e, como pode ser observado na tabela 5.6, também concorda com alguns resultados teóricos. Nesta tabela, o resultado de [28] foi obtido com cálculos com simetria SU(4) de sabor e os resultados de [29], [26] e [30] foram obtidos com modelos não relativísticos de quarks, sendo que neste último, fez-se correções  $1/M$ .

### 5.2.2 Resultados para a estrutura $f'_c f_s$

Para as regras de soma obtidas com a estrutura  $f'_c f_s$ , os fatores de forma, se relacionam da mesma forma que a mostrada na eq.(5.10).

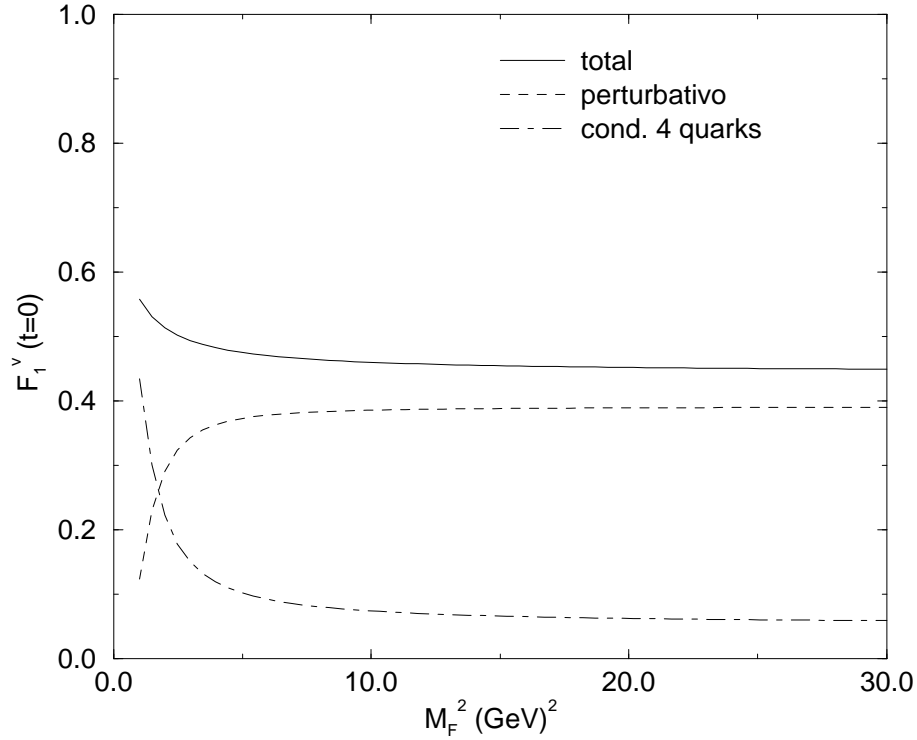


Figura 5.15: Regras de soma para a amplitude de decaimento  $F_1^V$  em  $t = 0$ , com  $\kappa = 1$ , na estrutura  $f_c' f_s$ , para o processo  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  como uma função da massa de Borel  $M_F^2$ .

Na fig.5.15 temos o fator de forma  $F_1^V$  em  $t = 0$ , com  $\kappa = 1$ , no modelo retangular para o corte do contínuo, obtido quando utilizamos  $\Delta_s = 0.65$  GeV e  $\Delta_u = 0.55$  GeV. Podemos perceber uma boa estabilidade com a massa de Borel, do mesmo modo que a obtida no decaimento da  $\Lambda_b$ . Nesta estrutura, o diagrama com o condensado de quatro quarks contribui com um valor consideravelmente menor que o diagrama perturbativo, quando comparado com a estrutura  $f_c f_s$ .

Tabela 5.7: Parametrização de monopolo dos fatores de forma para o decaimento  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  na estrutura  $f_c' f_s$  para diferentes valores para o modelo do contínuo.

Modelo do contínuo	$\kappa$	$F_1^V(t)$	$F_2^V(t)$ ( $\text{GeV}^{-1}$ )
Retangular	1	$1.46/(2.98 - t)$	$-0.19/(1.80 - t)$
Retangular	2	$1.78/(3.52 - t)$	$-0.21/(1.94 - t)$
Triangular	1	$2.80/(4.10 - t)$	$-0.55/(2.84 - t)$
Triangular	2	$3.06/(4.59 - t)$	$-0.53/(3.00 - t)$

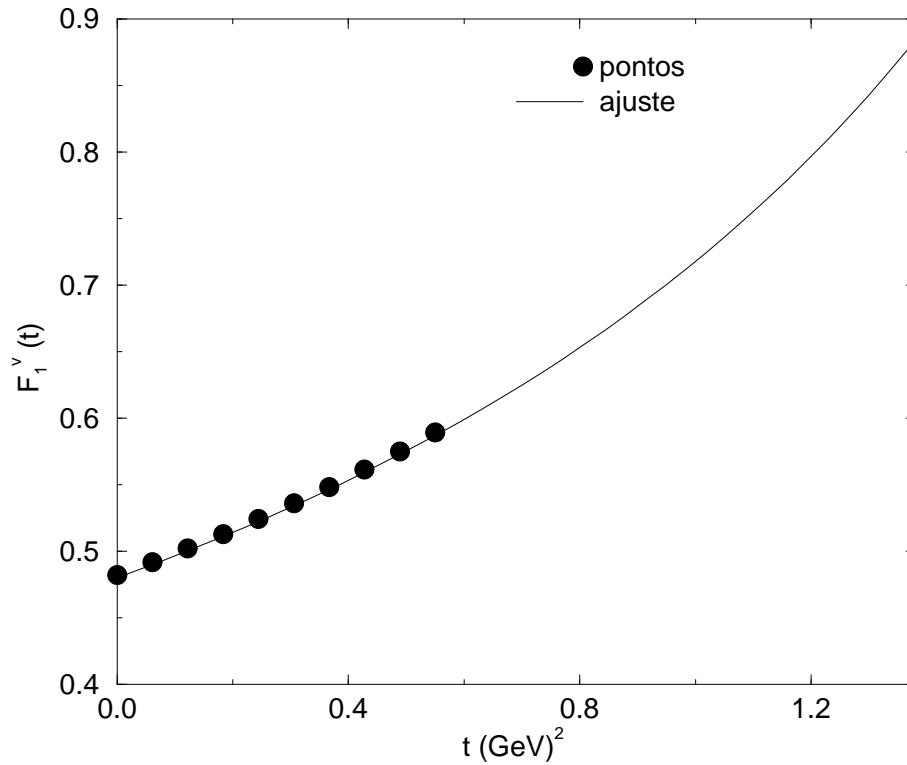


Figura 5.16: Amplitude de decaimento  $F_1^V$  para o processo  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  como uma função do momento transferido para os léptons, com o ajuste  $F_1^V(t) = 1.46/(2.98 - t)$  para resultados de regra de soma (pontos) para  $\kappa = 1$  e  $\Delta_s = 0.65$  GeV e  $\Delta_u = 0.55$  GeV.

Os ajustes, de acordo com a região do contínuo utilizada e com o valor de  $\kappa$  escolhido, estão mostrados na tabela 5.7. Na fig.5.16 mostramos  $F_1^V(t)$  obtido para a região retangular como modelo para o corte do contínuo.  $F_2^V(t)$ , também com  $\kappa = 1$  e a região retangular para o contínuo pode ser observado na fig.5.17.

A partir das expressões para os fatores de forma, obtivemos a largura de decaimento para esta estrutura

$$\Gamma(\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l) = (19 \pm 5) \times 10^{-14} \text{ GeV} , \quad (5.18)$$

que é muito maior que o resultado experimental e mais de duas vezes maior que a obtida com a estrutura  $f_c f_s$  (eq.5.16). Este resultado se deve à diferença nos valores de  $F_2^{V(A)}$ . Enquanto estes são nulos na estrutura  $f_I f_F$ , em  $f_I' f_F$ , estão em torno de  $-0.1$  ( $-0.2$ )  $\text{GeV}^{-1}$  (para  $\kappa = 1$  (2)) em  $t = 0$ .

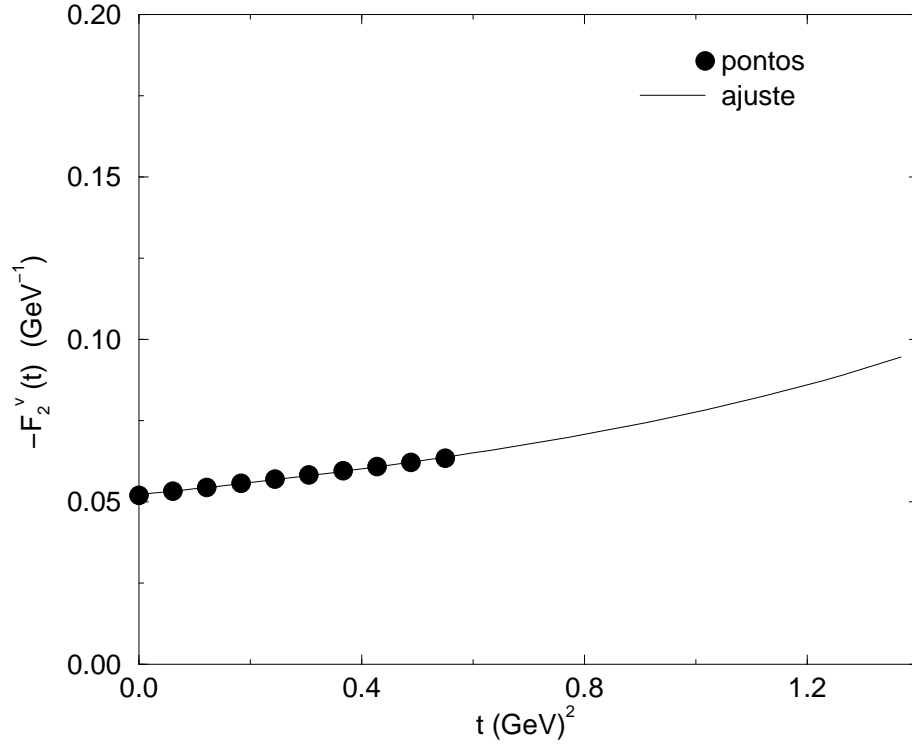


Figura 5.17: Amplitude de decaimento  $F_2^V$  para o processo  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  como uma função do momento transferido para os léptons, com o ajuste  $F_2^V(t) = -0.19/(1.80-t)$  para resultados de regra de soma (pontos) para  $\kappa = 1$  e  $\Delta_s = 0.65 \text{ GeV}$  e  $\Delta_u = 0.55 \text{ GeV}$ .

### 5.2.3 Resultados para a estrutura $f_c f'_s$

No estudo da estrutura  $f_c f'_s$  para o decaimento da  $\Lambda_c$  obtivemos a mesma relação entre os fatores de forma mostrada na eq.(5.12). A análise desta estrutura é importante, uma vez que obtivemos diferenças de resultados nas estruturas anteriores.

Na fig.5.18 mostramos a estabilidade com a massa de Borel para o fator de forma  $F_1^V(t)$ , com  $\kappa = 1$  e o modelo retangular para o contínuo. Nesta estrutura, assim como na  $f'_c f'_s$  a contribuição do condensado de quatro quarks é bem menor que a perturbativa, e menor que a obtida com a estrutura  $f_c f_s$ .

Os fatores de forma, assim como nas demais estruturas, também podem ser ajustados por um monopolo. Os valores destes ajustes estão mostrados na tabela 5.8.



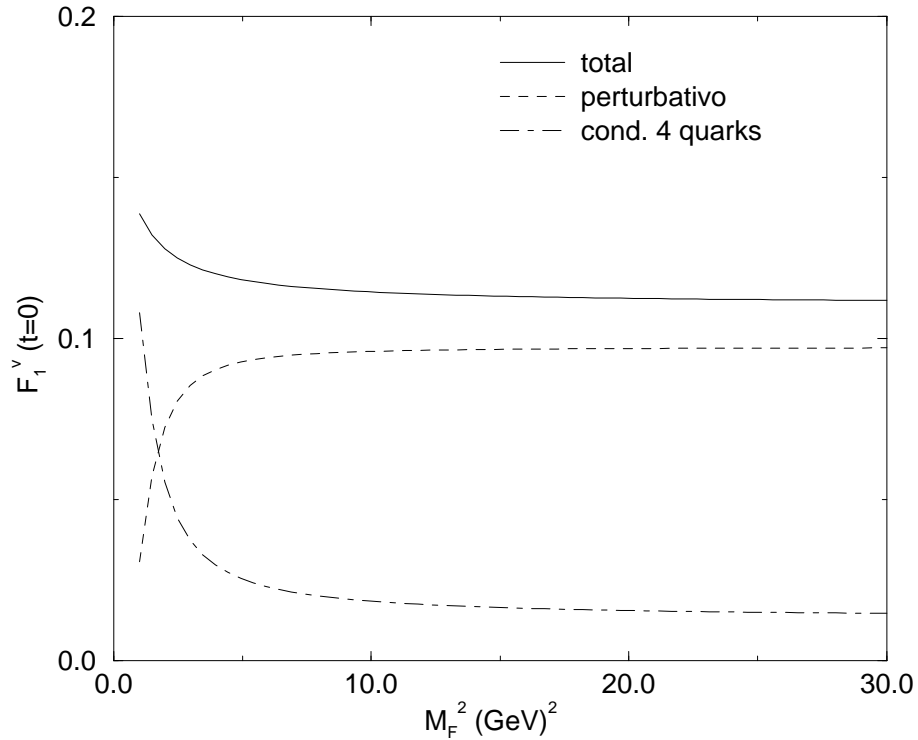


Figura 5.18: Regras de soma para a amplitude de decaimento  $F_1^V$  em  $t = 0$ , com  $\kappa = 1$ , na estrutura  $f_c f'_s$ , para o processo  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  como uma função da massa de Borel  $M_F^2$ .

A fig.5.19 mostra o ajuste, que foi obtido para  $F_2^V(t)$  com  $\kappa = 1$  e o modelo retangular para o contínuo.

A partir dos fatores de forma mostrados na tabela 5.8, obtivemos para a largura de decaimento

$$\Gamma(\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l) = (1.2 \pm 0.3) \times 10^{-14} \text{ GeV} , \quad (5.19)$$

que é um resultado bastante pequeno.

Podemos observar que, para o decaimento da  $\Lambda_c$ , a discrepância entre os resultados é bem maior. Isto, provavelmente, se deve ao fato do campo interpolante mais simples não ser a melhor escolha para a  $\Lambda$ .

Novamente, os resultados para a estrutura  $f'_c f'_s$  não serão considerados por serem pequenos.

Tabela 5.8: Parametrização de monopolo dos fatores de forma para o decaimento  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l\nu_l$  na estrutura  $f_c f'_s$  para diferentes valores para o modelo do contínuo.

Modelo do contínuo	$\kappa$	$F_1^V(t)$	$F_2^V(t)$ (GeV <sup>-1</sup> )
Retangular	1	0.36/(3.02 - t)	-0.15/(2.85 - t)
Retangular	2	0.44/(3.51 - t)	-0.17/(3.38 - t)
Triangular	1	0.68/(4.08 - t)	-0.18/(2.79 - t)
Triangular	2	0.75/(4.56 - t)	-0.20/(3.05 - t)

### 5.3 O Decaimento $\Lambda_b \rightarrow pl\nu_l$

Outro decaimento que podemos estudar no contexto das regras de soma da QCD é o processo  $\Lambda_b \rightarrow pl\nu_l$ . Este decaimento foi recentemente estudado no contexto da HQET parcial [31], onde se obteve  $\Gamma(\Lambda_b \rightarrow pl\nu_l) = (1.43 \pm 0.07) \times 10^{-11} |V_{ub}|^2$  GeV. Uma comparação do nosso resultado com o da HQET parcial será útil para uma melhor conclusão.

O procedimento para este decaimento é o mesmo para o decaimento semi-leptônico da  $\Lambda_c$ . No estudo das regras de soma de massa do próton, para a obtenção de  $\Delta_u$ , em vez de utilizarmos a eq.(3.42), consideramos sua derivada em relação a  $M_M^{-2}$ , como procedemos para a obtenção de  $\Delta_u$  na seção anterior. Como pode ser observado na fig.5.20, os resultados para a dependência da massa do próton com a massa de Borel são semelhantes aos obtidos para a  $\Lambda$ , porém, com um pouco menos de estabilidade. Os fatores de forma para este decaimento também possuem um comportamento menos estável com a massa de Borel. A região onde as contribuições perturbativa e não perturbativa estão em equilíbrio é para uma massa de Borel em torno de 3 GeV<sup>2</sup>. Isto pode ser visto na fig.5.21, obtida com o modelo triangular para o contínuo.

Assim, consideramos  $M_F^2 = 3$  GeV<sup>2</sup>, o que nos fornece  $M_{Mp}^2 \simeq 1.5$  GeV<sup>2</sup> e  $M_{Mb}^2 \simeq 18$  GeV<sup>2</sup> para os valores de parâmetros de Borel nas regras de soma de massa para o próton e a  $\Lambda_b$  respectivamente. Estes valores podem ser considerados altos, mas não é possível obtermos estabilidade para os fatores de forma com valores mais baixo para as massas de Borel.

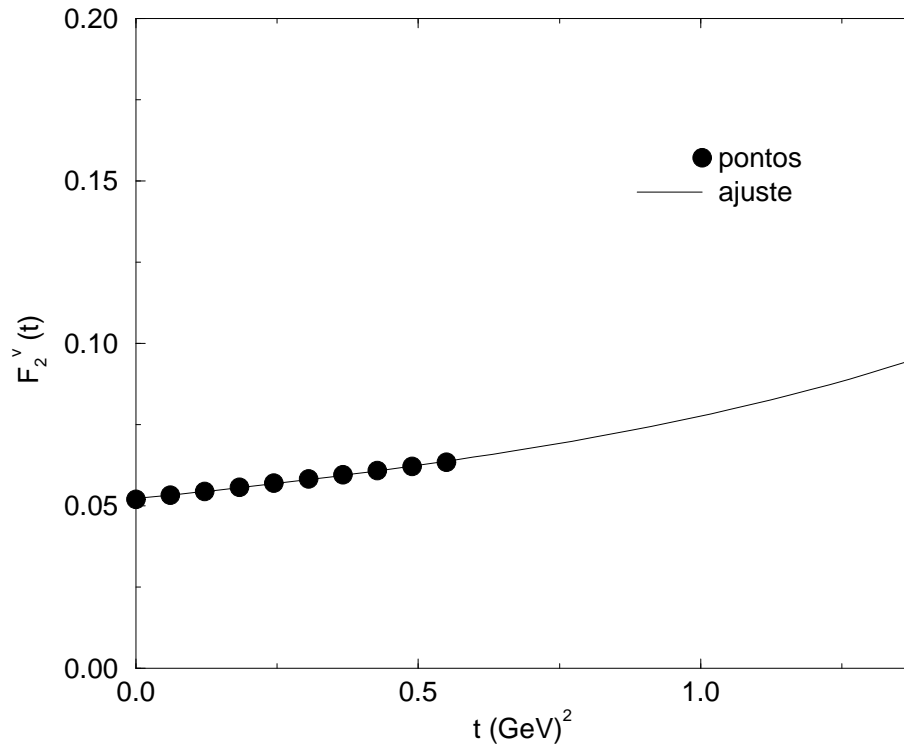


Figura 5.19: Amplitude de decaimento  $F_2^V$  para o processo  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  como uma função do momento transferido para os léptons, com o ajuste  $F_2^V(t) = -0.15/(2.85-t)$  para resultados de regra de soma (pontos) para  $\kappa = 1$  e  $\Delta_s = 0.65$  GeV e  $\Delta_u = 0.55$  GeV.

Para reproduzir os valores experimentais para as massas do próton e da  $\Lambda_b$  com estes valores de parâmetros de Borel, precisamos utilizar  $\Delta_u \simeq 0.6$  GeV e  $\Delta_s \simeq 0.4$  GeV com  $\kappa = 1$  e  $\Delta_u \simeq 0.75$  GeV e  $\Delta_s \simeq 0.5$  GeV com  $\kappa = 2$ .

Neste ponto, é interessante fazermos alguns comentários a respeito dos limites de integração para o contínuo. Nos outros dois decaimentos estudados, utilizamos dois tipos de regiões de integração, uma retangular (dada pela eq.(3.37)) e uma triangular (mostrada na eq.(3.38)). Na região triangular, o coeficiente angular da reta que delimita a integração é  $-m_F/m_I$ , onde  $m_I$  e  $m_F$  são as massas dos quarks inicial e final, respectivamente, o que nos fornece uma equação do tipo

$$u = -\frac{m_F}{m_I}(s - s_0) + u_0 ,$$

como mostrada na eq.(3.38). Porém este coeficiente é uma aproximação feita para

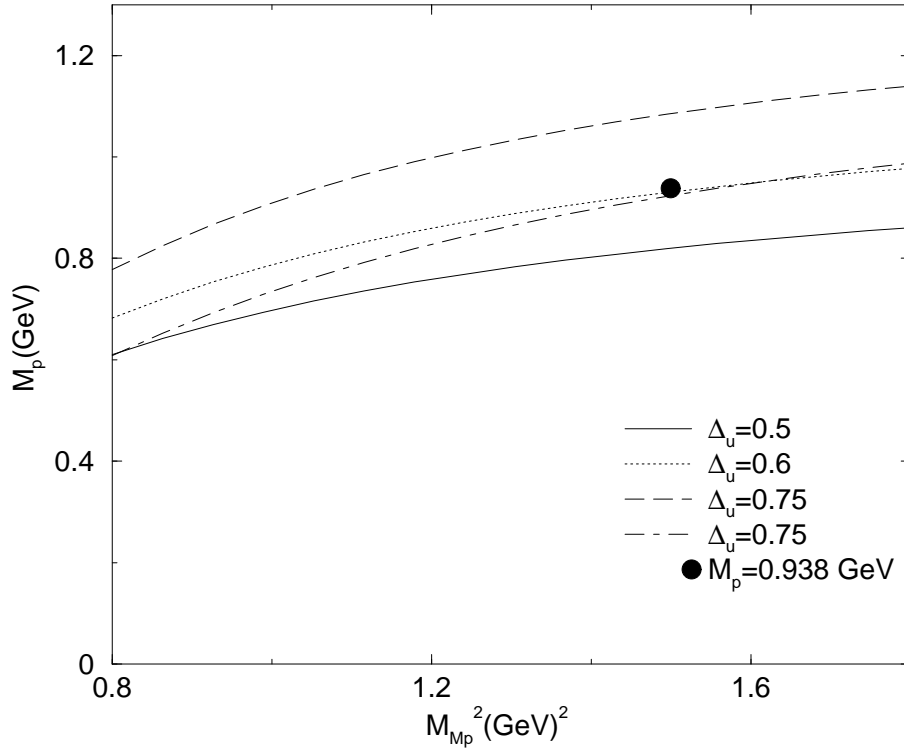


Figura 5.20: Massa do próton obtida das regras de soma de massa, como uma função das massas de Borel com  $\kappa = 1$  e três valores diferentes para os limiares do contínuo e, ainda, com  $\kappa = 2$  e  $\Delta_u = 0.75$  GeV (linha com traços e pontos). O ponto representa o valor experimental para a massa.

bárions pesados, no termo

$$-\frac{u_0 - m_F^2}{s_0 - m_I^2}(s' - s_0) .$$

Considerando que no limite de quarks pesados temos  $M_{F(I)} \simeq m_{F(I)}$ , onde  $M_{F(I)}$  são as massas dos bárions, podemos escrever:

$$u_0 = (m_F + \Delta_u)^2$$

e, analogamente,

$$s_0 = (m_I + \Delta_s)^2 ,$$

Considerando  $\Delta \ll m$ , obtemos

$$\frac{u_0 - m_F^2}{s_0 - m_I^2}(s' - s_0) = \frac{\Delta_u^2 + 2m_F\Delta_u}{\Delta_s^2 + 2m_I\Delta_s}(s' - s_0) \simeq \frac{2m_F\Delta_u}{2m_I\Delta_s} \simeq \frac{m_F}{m_I}$$

para  $\Delta_s \simeq \Delta_u$ .

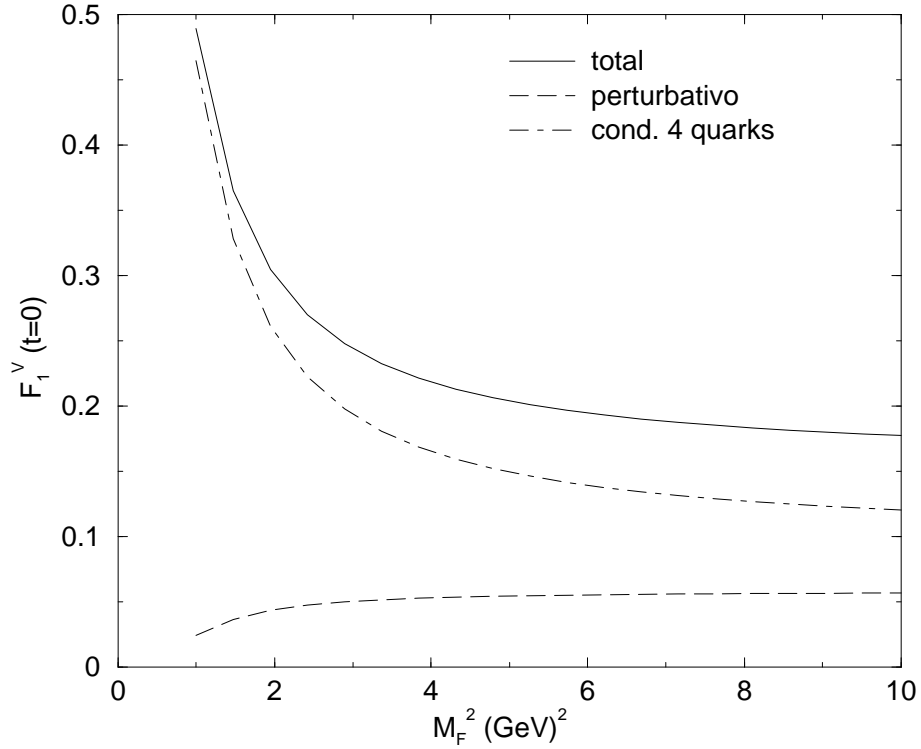


Figura 5.21: Regras de soma para a amplitude de decaimento  $F_1^V$  em  $t = 0$ , com  $\kappa = 1$ ,  $\Delta_s = 0.4$  e  $\Delta_u = 0.6$ , para o processo  $\Lambda_b \rightarrow p l \nu_l$  como uma função da massa de Borel  $M_F^2$ .

No decaimento  $\Lambda_b \rightarrow p l \nu_l$  a aproximação acima não pode ser feita, sendo mais apropriado reescrevermos a região triangular na sua forma mais completa:

$$R_{cont}(s', u', s_0, u_0) = \Theta \left( u_0 - \frac{u_0 - m_u^2}{s_0 - m_b^2} (s' - s_0) - u' \right). \quad (5.20)$$

Na fig.5.22, para uma melhor análise do tipo de limite para o contínuo, fazemos uma comparação dos resultados obtidos para o comportamento do fator de forma  $F_1^V$ , para a estrutura  $f_b f_p$  em  $t = 0$  com a massa de Borel, com, os diferentes modelos de integração. A curva com traços e pontos foi obtida com o modelo triangular da eq.(3.38), na curva com traços consideramos o modelo da eq.(5.20) e na curva sólida, consideramos a região retangular da eq.(3.37). Na região triangular da eq.(3.38), o fator de forma cresce muito e como já mencionamos, este tipo de aproximação não é apropriada para este caso. Se utilizarmos a região da eq.(5.20), a estabilidade fica igual a obtida com a região retangular usual, com resultados maiores.

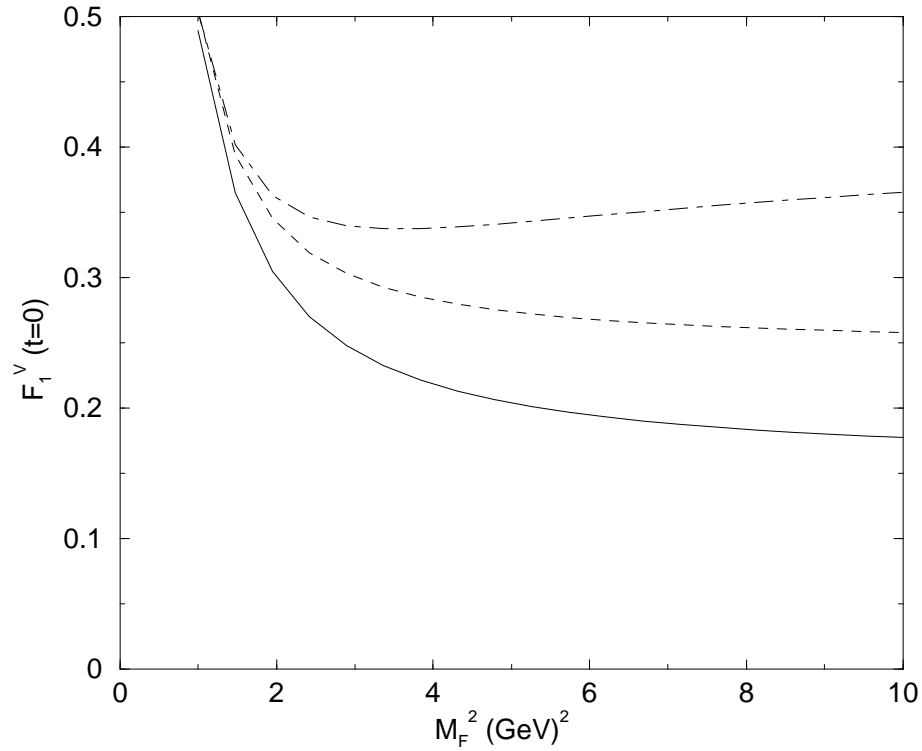


Figura 5.22: Regras de soma para a amplitude de decaimento  $F_1^V$  em  $t = 0$ , com  $\kappa = 1$ ,  $\Delta_s = 0.4$  GeV e  $\Delta_u = 0.6$  GeV, para o processo  $\Lambda_b \rightarrow p l \nu_l$  como uma função da massa de Borel  $M_F^2$ , para diferentes contribuições do contínuo.

Os fatores de forma para este decaimento também podem ser ajustados como um monopolo. Para a sua obtenção, optamos por utilizar nos modelos do contínuo as expressões mostradas nas eqs. (3.37) e (5.20). Os resultados obtidos desta maneira estão mostrados na tabela 5.9. Considerando estas regiões para as contribuições do contínuo, obtivemos

$$\Gamma(\Lambda_b \rightarrow p + l^- + \bar{\nu}_l) = (1.7 \pm 0.7) \times 10^{-11} |V_{ub}|^2 \text{ GeV} , \quad (5.21)$$

que, como pode ser verificado, concorda com o resultado obtido pela HQET [32].

De posse das expressões para os fatores de forma nestes três decaimentos, podemos calcular o espectro de energia dos léptons carregados, conforme visto no capítulo anterior. Na fig.5.23, temos  $(1/\Gamma)d\Gamma/dE_l$  como uma função da energia do lépton carregado  $E_l$ . O espectro tem exatamente a mesma forma para  $\kappa = 1$  e  $\kappa = 2$  e também para as regiões retangular e triangular para o modelo do contínuo.

Tabela 5.9: Parametrização de monopolo dos fatores de forma para o decaimento  $\Lambda_b \rightarrow p l \nu_l$  para diferentes valores para o modelo do contínuo.

Modelo do contínuo	$\kappa$	$F_1^V(t)$
Retangular	1	$9.16/(39.07 - t)$
Retangular	2	$13.45/(45.76 - t)$
Triangular (eq.5.20)	1	$8.34/(29.89 - t)$
Triangular (eq.5.20)	2	$13.41/(38.07 - t)$

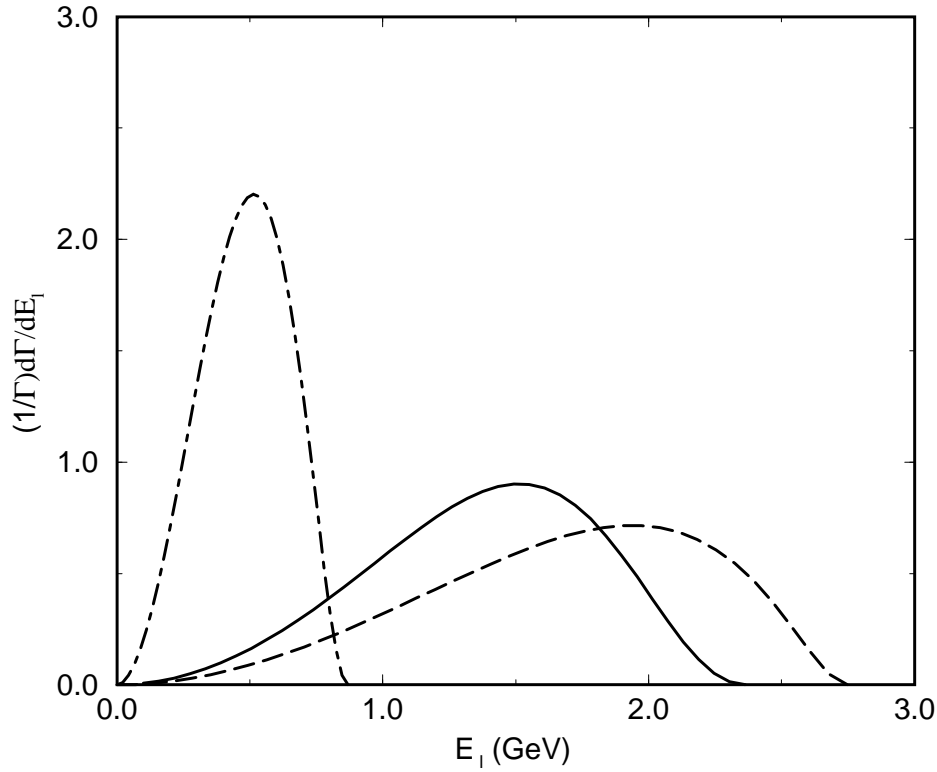


Figura 5.23: Espectro de energia normalizado de léptons carregados para os processos  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  (linha com traços e pontos),  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  (linha sólida) e  $\Lambda_b \rightarrow p l \nu_l$  (linha tracejada).

# Capítulo 6

## Conclusões

Nesta tese, desenvolvemos um formalismo cinemático completo para obtermos os fatores de forma de decaimentos semileptônicos de híperons a partir de funções de três pontos fora da camada de massa e regras de soma da QCD. Obtivemos a dependência em  $t$  dos fatores de forma diretamente das regras de soma na região física para valores positivos do momento transferido, uma vez que, neste caso, o corte no canal  $t$  inicia em  $t \simeq m_Q^2$  (onde  $m_Q$  é a massa do quark pesado). Aplicamos este formalismo para os decaimentos semileptônicos  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$ ,  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  e  $\Lambda_b \rightarrow p l \nu_l$ .

Um detalhe importante no estudo do decaimento  $\Lambda_c \rightarrow \Lambda l \nu_l$  é a importância do condensado de quatro quarks, que, para alguns valores de limiares do contínuo fornece contribuições maiores que as da parte perturbativa. De acordo com o estudo original de Shifman-Vainshtein-Zakharov (SVZ) [2], isto causa algumas dúvidas a respeito do uso da aproximação de regras de soma neste caso. Podemos frisar que o valor deste condensado ainda não é bem conhecido. Deste modo, é natural o fato da análise do decaimento semileptônico da  $\Lambda_c$  conter algumas imprecisões, o mesmo ocorrendo para o decaimento  $\Lambda_b \rightarrow p l \nu_l$ .

Já para o processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$  a situação é melhor. As simetrias válidas no limite das massas indo para o infinito nos encorajam a estudá-lo no contexto das QCDSR. Com a escolha correta dos modelos do contínuo, conseguimos obter melhores resultados que um recente trabalho [22]. Isto se deve, principalmente, a uma escolha adequada para o modelo do contínuo. Na referência [18] Blok e Shifman



argumentaram que somente um corte triangular para o contínuo é adequado quando se utiliza HQET, uma vez que um corte retangular não descreve apropriadamente ondas  $p$ . Este argumento se torna muito mais importante para férmions que para mésons, uma vez que uma mudança de um corte retangular para um triangular, que não produz muitas mudanças na largura de decaimento de mésons, é muito importante no caso dos bárions.

Considerando nossa análise das diferentes estruturas para o cálculo dos fatores de forma, podemos observar que o resultado mais sólido foi  $F_1^A(t) = -F_1^V(t)$ , que foi obtido para todas as estruturas consideradas. Para  $F_2^V$  e  $F_2^A$ , diferentes estruturas forneceram resultados também diferentes. O único modo de conciliá-los é considerando  $F_2^V = F_2^A = 0$ , que é o resultado obtido com a estrutura  $f_I f_F$ . No caso do decaimento da  $\Lambda_b$ , os valores numéricos obtidos para  $F_2^{V(A)}$  nas estruturas  $f'_I f_F$  e  $f_I f'_F$  não são consistentes com zero e causam bastante variação nos valores calculados para as larguras de decaimento em cada caso.

Para o processo  $\Lambda_b \rightarrow \Lambda_c l \nu_l$ , nossos resultados concordam bem com o limite experimental e uma extrapolação dos fatores de forma para o valor de transferência máxima de momento concorda muito bem com o resultado obtido com a HQET.

Sobre o espectro de energia de léptons carregados, podemos mencionar que a forma do espectro não é sensível à estrutura utilizada, nem à escolha do modelo do contínuo nem, tão pouco, à escolha da parametrização para o condensado de quatro quarks.

# Apêndice A

## Expressões para os Fatores de Forma

Invertendo as 24 equações definidas pelas eqs. (3.12) e (3.13) e usando  $\lambda(s, u, t) = s^2 + u^2 + t^2 - 2su - 2st - 2ut$  podemos escrever os fatores de forma nas várias estruturas como:

Utilizando (3.11) e (3.28), teremos para as estruturas, também definidas do lado fenomenológico, expressões do tipo

$$F_1^V(s, u, t)f_I f_F = \frac{1}{4[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ t\lambda(s, u, t) x_3 + (2s^2 + 2st - t^2 - 4su + 2tu + 2u^2) x_4 - 3t(s - u) x_5 - 3t(s - u) x_6 + 3t^2 x_7 \right] \quad (\text{A.1})$$

$$F_1^V(s, u, t)f_I f'_F = \frac{1}{8[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ 2(s - u)\lambda(s, t, u) x_1 - 2t\lambda(s, t, u) x_2 - t\lambda(s, t, u) x_8 + t\lambda(s, t, u) x_9 - (2s^2 - st - t^2 - 4su + 5tu + 2u^2) x_{10} + 3t(s - t - u) x_{11} \right] \quad (\text{A.2})$$

$$F_1^V(s, u, t)f'_I f_F = \frac{1}{8[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ 2(s - u)\lambda(s, t, u) x_1 - 2t\lambda(s, t, u) x_2 - t\lambda(s, t, u) x_8 - t\lambda(s, t, u) x_9 + (2s^2 + 5st - t^2 - 4su - tu + 2u^2) x_{10} - 3t(s + t - u) x_{11} \right] \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned}
F_1^V(s, u, t) f_I' f_F' &= \frac{1}{8[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ -t(s-t+u)\lambda(s, t, u) x_3 - (s-t+u) \right. \\
&\times (2s^2 + 2st - t^2 - 4su + 2tu + 2u^2) x_4 + 3t(s-t+u)(s-u) x_5 \\
&+ (s-u)(2s^2 - st - t^2 - 4su - tu + 2u^2) x_6 \\
&\left. - t(2s^2 - st - t^2 - 4su - tu + 2u^2) x_7 + it\lambda(s, t, u) x_{12} \right] \quad (A.4)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_2^V(s, u, t) f_I f_F &= -\frac{1}{4[\lambda(s, t, u)]^2} \\
&\times \left[ \lambda(s, u, t) x_8 - 3(s-u) x_{10} + 3t x_{11} \right] \quad (A.5)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_2^V(s, u, t) f_I f_F' &= -\frac{1}{8[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ (s-t-u)\lambda(s, t, u) x_3 \right. \\
&+ (4s^2 - 5st + t^2 + 4su + tu - 8u^2) x_4 - (s^2 + st - 2t^2 \\
&- 2su + 7tu + u^2) x_5 - 3(s-t-u)(s-u) x_6 \\
&\left. + 3t(s-t-u) x_7 - i\lambda(s, t, u) x_{12} \right] \quad (A.6)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_2^V(s, u, t) f_I' f_F &= -\frac{1}{8[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ -(s+t-u)\lambda(s, t, u) x_3 \right. \\
&- (8s^2 - st - t^2 - 4su + 5tu - 4u^2) x_4 + (s^2 + 7st - 2t^2 \\
&- 2su + tu + u^2) x_5 + 3(s-u)(s+t-u) x_6 \\
&\left. - 3t(s+t-u) x_7 - i\lambda(s, t, u) x_{12} \right] \quad (A.7)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_2^V(s, u, t) f_I' f_F' &= -\frac{1}{8[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ -2(s-u)\lambda(s, t, u) x_1 + 2t\lambda(s, t, u) x_2 \right. \\
&+ (s+u)\lambda(s, t, u) x_8 - (s-u)\lambda(s, t, u) x_9 + 3(s-u)(s-t+u) x_{10} \\
&\left. - (s^2 + st - 2t^2 - 2su + tu + u^2) x_{11} \right] \quad (A.8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_3^V(s, u, t) f_I f_F &= \frac{1}{4[\lambda(s, t, u)]^2} \\
&\times \left[ \lambda(s, u, t) x_9 - 3(2s-t+2u) x_{10} + 3(s-u) x_{11} \right] \quad (A.9)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_3^V(s, u, t) f_I f'_F &= \frac{1}{8[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ (s - t + 3u) \lambda(s, t, u) x_3 \right. \\
&+ 3(2s - t + 2u)(s - t + 3u) x_4 - 3(s - u)(s - t + 3u) x_5 \\
&- (5s^2 - 7st + 2t^2 + 2su - tu - 7u^2) x_6 \\
&\left. + (2s^2 - st - t^2 - 4su + 5tu + 2u^2) x_7 - i \lambda(s, t, u) x_{12} \right] \quad (\text{A.10})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_3^V(s, u, t) f'_I f_F &= \frac{1}{8[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ -(3s - t + u) \lambda(s, t, u) x_3 \right. \\
&- 3(3s - t + u)(2s - t + 2u) x_4 + 3(3s - t + u)(s - u) x_5 \\
&+ (7s^2 + st - 2t^2 - 2su + 7tu - 5u^2) x_6 \\
&\left. - (2s^2 + 5st - t^2 - 4su - tu + 2u^2) x_7 + i \lambda(s, t, u) x_{12} \right] \quad (\text{A.11})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_3^V(s, u, t) f'_I f'_F &= \frac{1}{8[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ -2(2s - t + 2u) \lambda(s, t, u) x_1 \right. \\
&+ 2(s - u) \lambda(s, t, u) x_2 + (s - u) \lambda(s, t, u) x_8 - (s + u) \lambda(s, t, u) x_9 \\
&+ (5s^2 - 7st + 2t^2 + 14su - 7tu + 5u^2) x_{10} \\
&\left. - 3(s - t + u)(s - u) x_{11} \right] \quad (\text{A.12})
\end{aligned}$$

Isto, para os fatores de forma escritos em termos das estrutura vetoriais.

Para os fatores de forma axiais

$$\begin{aligned}
F_1^A(s, u, t) f_I f_F &= \frac{1}{4[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ t \lambda(s, t, u) u_3 \right. \\
&+ (2s^2 + 2st - t^2 - 4su + 2tu + 2u^2) u_4 - 3t(s - u) u_5 \\
&\left. - 3t(s - u) u_6 + 3t^2 u_7 \right] \quad (\text{A.13})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_1^A(s, u, t) f_I f'_F &= \frac{1}{8[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ -2(s - u) \lambda(s, t, u) u_1 + 2t \lambda(s, t, u) u_2 \right. \\
&+ t \lambda(s, t, u) u_8 - t \lambda(s, t, u) u_9 + (2s^2 - st - t^2 - 4su + 5tu + 2u^2) u_{10} \\
&\left. - 3t(s - t - u) u_{11} \right] \quad (\text{A.14})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_1^A(s, u, t) f'_I f_F &= \frac{1}{8[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ 2(s - u) \lambda(s, t, u) u_1 - 2t \lambda(s, t, u) u_2 \right. \\
&- t \lambda(s, t, u) u_8 - t \lambda(s, t, u) u_9 + (2s^2 + 5st - t^2 - 4su - tu + 2u^2) u_{10} \\
&\left. - 3t(s + t - u) u_{11} \right] \quad (\text{A.15})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_1^A(s, u, t) f_I' f_F' &= \frac{1}{8[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ t(s - t + u) \lambda(s, t, u) u_3 + (s - t + u) \right. \\
&\times (2s^2 + 2st - t^2 - 4su + 2tu + 2u^2) u_4 - 3t(s - u)(s - t + u) u_5 \\
&- (s - u)(2s^2 - st - t^2 - 4su - tu + 2u^2) u_6 \\
&\left. + t(2s^2 - st - t^2 - 4su - tu + 2u^2) u_7 - it\lambda(s, t, u) u_{12} \right] \quad (A.16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_2^A(s, u, t) f_I f_F &= -\frac{1}{4[\lambda(s, t, u)]^2} \\
&\times \left[ -\lambda(s, t, u) u_8 + 3(s - u) u_{10} - 3t u_{11} \right] \quad (A.17)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_2^A(s, u, t) f_I' f_F &= -\frac{1}{8[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ (s - t - u) \lambda(s, t, u) u_3 \right. \\
&+ (4s^2 - 5st + t^2 + 4su + tu - 8u^2) u_4 \\
&- (s^2 + st - 2t^2 - 2su + 7tu + u^2) u_5 - 3(s - u)(s - t - u) u_6 \\
&\left. + 3t(s - t - u) u_7 - i\lambda(s, u, t) u_{12} \right] \quad (A.18)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_2^A(s, u, t) f_I' f_F &= -\frac{1}{8[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ (s + t - u) \lambda(s, t, u) u_3 \right. \\
&+ (8s^2 - st - t^2 - 4su + 5tu - 4u^2) u_4 \\
&- (s^2 + 7st - 2t^2 - 2su + tu + u^2) u_5 - 3(s - u)(s + t - u) u_6 \\
&\left. + 3t(s + t - u) u_7 + i\lambda(s, u, t) u_{12} \right] \quad (A.19)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_2^A(s, u, t) f_I' f_F' &= -\frac{1}{8[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ -2(s - u) \lambda(s, u, t) u_1 + 2t\lambda(s, t, u) u_2 \right. \\
&+ (s + u) \lambda(s, t, u) u_8 - (s - u) \lambda(s, t, u) u_9 + 3(s - u)(s - t + u) u_{10} \\
&\left. - (s^2 + st - 2t^2 - 2su + tu + u^2) u_{11} \right] \quad (A.20)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_3^A(s, u, t) f_I f_F &= \frac{1}{4[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ -\lambda(s, t, u) u_9 + 3(2s - t + 2u) u_{10} \right. \\
&\left. - 3(s - u) u_{11} \right] \quad (A.21)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_3^A(s, u, t) f_I f'_F &= \frac{1}{8[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ (s - t + 3u) \lambda(s, t, u) u_3 \right. \\
&+ 3(2s - t + 2u)(s - t + 3u) u_4 - 3(s - t + 3u)(s - u) u_5 \\
&- (5s^2 - 7st + 2t^2 + 2su - tu - 7u^2) u_6 \\
&\left. + (2s^2 - st - t^2 - 4su + 5tu + 2u^2) u_7 - i\lambda(s, t, u) u_{12} \right] \quad (\text{A.22})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_3^A(s, u, t) f'_I f_F &= \frac{1}{8[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ (3s - t + u) \lambda(s, t, u) u_3 \right. \\
&+ 3(3s - t + u)(2s - t + 2u) u_4 - 3(3s - t + u)(s - u) u_5 \\
&- (7s^2 + st - 2t^2 - 2su + 7tu - 5u^2) u_6 \\
&\left. + (2s^2 + 5st - t^2 - 4su - tu + 2u^2) u_7 - i\lambda(s, t, u) u_{12} \right] \quad (\text{A.23})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_3^A(s, u, t) f'_I f'_F &= \frac{1}{8[\lambda(s, t, u)]^2} \left[ -2(2s - t + 2u) \lambda(s, t, u) u_1 \right. \\
&+ 2(s - u) \lambda(s, t, u) u_2 + (s - u) \lambda(s, t, u) u_8 - (s + u) \lambda(s, t, u) u_9 \\
&+ (5s^2 - 7st + 2t^2 + 14su - 7tu + 5u^2) u_{10} \\
&\left. - 3(s - t + u)(s - u) u_{11} \right]. \quad (\text{A.24})
\end{aligned}$$



# Apêndice B

## Duplas Descontinuidades

Neste apêndice, mostraremos em detalhes a obtenção da dupla descontinuidade para o diagrama perturbativo e o para o condensado de quatro quarks no decaimento semileptônico  $\Lambda_I \rightarrow \Lambda_F l \nu_l$ .

Partindo da expressão para a função de correlação em termos dos propagadores dos quarks no vácuo da QCD ( $S_{ab}^q(x-y) = \langle 0|T\{q^a(x)\bar{q}^b(y)\}|0\rangle$ ):

$$\Pi_\mu^{QCD}(x, y) = \Pi_\mu^1(x, y) + B_I \Pi_\mu^2(x, y), \quad (\text{B.1})$$

onde,

$$\begin{aligned} \Pi_\mu^1(x, y) &= -\epsilon_{abc}\epsilon_{a'b'c'} \{ (S_{ca''}^{Q_F}(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) S_{a''c'}^{Q_I}(-y)) \\ &\quad \times \text{Tr}[\gamma_5 S_{bb'}^d(x-y) \gamma_5 C S_{aa'}^u(x-y) C] \\ &\quad + B_F S_{ca''}^{Q_F}(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) S_{c'a''}^{Q_I}(-y) \gamma_5 \\ &\quad \times \text{Tr}[S_{bb'}^d(x-y) \gamma_5 C S_{aa'}^u(x-y) C] \} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

e

$$\begin{aligned} \Pi_\mu^2(x, y) &= -\epsilon_{abc}\epsilon_{a'b'c'} \{ \gamma_5 S_{ca''}^{Q_F}(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) S_{a''c'}^{Q_I}(-y) \\ &\quad \times \text{Tr}[C S_{aa'}^u(x-y) C S_{bb'}^d(x-y) \gamma_5] \\ &\quad + B_F \gamma_5 S_{ca''}^{Q_F}(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) S_{a''c'}^{Q_I}(-y) \gamma_5 \\ &\quad \times \text{Tr}[C S_{aa'}^u(x-y) C S_{bb'}^d(x-y)] \}. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Se considerarmos os quarks  $u$  e  $d$  degenerados, podemos escrever  $\Pi_\mu^1$  e  $\Pi_\mu^2$



de uma forma semelhante, definindo:

$$\begin{aligned}\Pi_\mu^k(x, y) &= -\epsilon_{abc}\epsilon_{a'b'c'}\Gamma_k S_{ca''}^{Q_F}(x)\gamma_\mu(1-\gamma_5)S_{a''c'}^{Q_I}(-y) \\ &\quad \times \{\text{Tr}[CS_{aa'}^q(x-y)C\tilde{\Gamma}_k S_{bb'}^q(x-y)\gamma_5] \\ &\quad + B_F\gamma_5\text{Tr}[CS_{aa'}^q(x-y)C\tilde{\Gamma}_k S_{bb'}^q(x-y)]\},\end{aligned}\quad (\text{B.4})$$

onde  $\Gamma_1 = \tilde{\Gamma}_2 = 1$  e  $\Gamma_2 = \tilde{\Gamma}_1 = \gamma_5$ . Fazendo  $k = 1$  temos  $\Pi_\mu^1$  e com  $k = 2$  obtemos  $\Pi_\mu^2$ . Prosseguiremos nossos cálculos com este  $\Pi_\mu$  genérico.

Devemos lembrar que desejamos obter a função de correlação no espaço dos momentos, ou seja, queremos

$$\begin{aligned}\Pi_\mu^k(p_I, p_F) &= i^2 \int d^4x d^4y e^{ip_F x} e^{-ip_I y} (-)\epsilon_{abc}\epsilon_{a'b'c'}\Gamma_k S_{ca''}^{Q_F}(x)\gamma_\mu \\ &\quad \times (1-\gamma_5)S_{a''c'}^{Q_I}(-y)\{\text{Tr}[CS_{aa'}^q(x-y)C\tilde{\Gamma}_k S_{bb'}^q(x-y)\gamma_5] \\ &\quad + B_F\gamma_5\text{Tr}[CS_{aa'}^q(x-y)C\tilde{\Gamma}_k S_{bb'}^q(x-y)]\}.\end{aligned}\quad (\text{B.5})$$

Mas,  $S(x) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{-ipx} S(p)$ , e deste modo

$$\begin{aligned}\Pi_\mu^k(p_I, p_F) &= \epsilon_{abc}\epsilon_{a'b'c'} \int d^4x d^4y e^{ip_F x} e^{-ip_I y} \int \frac{d^4p'_F}{(2\pi)^4} e^{-ip'_F x} \\ &\quad \times \int \frac{d^4p'_I}{(2\pi)^4} e^{-ip'_I x} \int \frac{d^4p_1}{(2\pi)^4} e^{-ip_1(x-y)} \int \frac{d^4p_2}{(2\pi)^4} e^{-ip_2(x-y)} \\ &\quad \times \Gamma_k S_{ca''}^{Q_F}(p'_F)\gamma_\mu(1-\gamma_5)S_{a''c'}^{Q_I}(p'_I)\{\text{Tr}[CS_{aa'}^q(p_1)C\tilde{\Gamma}_k S_{bb'}^q(p_2)\gamma_5] \\ &\quad + B_F\gamma_5\text{Tr}[CS_{aa'}^q(p_1)C\tilde{\Gamma}_k S_{bb'}^q(p_2)]\}.\end{aligned}\quad (\text{B.6})$$

Como,

$$\int d^4x e^{ix(p_F - p'_F - p_1 - p_2)} = (2\pi)^4 \delta^4(p_F - p'_F - p_1 - p_2) \quad (\text{B.7})$$

$$\int d^4y e^{iy(-p_I + p'_I + p_1 + p_2)} = (2\pi)^4 \delta^4(-p_I + p'_I + p_1 + p_2). \quad (\text{B.8})$$

Temos,

$$\begin{aligned}\Pi_\mu^k(p_I, p_F) &= \frac{1}{(2\pi)^8} \epsilon_{abc}\epsilon_{a'b'c'} \int d^4p'_F d^4p'_I d^4p_1 d^4p_2 \\ &\quad \times \Gamma_k S_{ca''}^{Q_F}(p'_F)\gamma_\mu(1-\gamma_5)S_{a''c'}^{Q_I}(p'_I)\{\text{Tr}[CS_{aa'}^q(p_1)C\tilde{\Gamma}_k S_{bb'}^q(p_2)\gamma_5] \\ &\quad + B_F\gamma_5\text{Tr}[CS_{aa'}^q(p_1)C\tilde{\Gamma}_k S_{bb'}^q(p_2)]\} \delta^4(p_F - p'_F - p_1 - p_2) \\ &\quad \times \delta^4(-p_I + p'_I + p_1 + p_2).\end{aligned}\quad (\text{B.9})$$

A partir deste ponto, é necessário definirmos as expressões para os propagadores dos quarks, isto irá diferenciar a resolução para o diagrama perturbativo da resolução para o diagrama com o condensado de quatro quarks.

## B.1 Diagrama Perturbativo

No diagrama perturbativo, escrevemos os propagadores dos quarks no vácuo da QCD como

$$S_{ab}^Q(p') = i \frac{\not{p}' + m_Q}{p'^2 - m_Q^2} \delta_{ab} \quad S_{cd}^q(p) = i \frac{\not{p}}{p^2} \delta_{cd} . \quad (\text{B.10})$$

Usando

$$\epsilon_{abc} \epsilon_{a'b'c'} \delta_{cc'} \delta_{aa'} \delta_{bb'} = 6 \quad \text{e} \quad C \not{p}^t C = \not{p} ,$$

teremos

$$\begin{aligned} \Pi_\mu^k(p_I, p_F) &= \frac{6}{(2\pi)^8} \int d^4 p'_F d^4 p'_I d^4 p_1 d^4 p_2 \frac{1}{p_1^2 p_2^2 (p_F'^2 - m_F^2) (p_I'^2 - m_I^2)} \\ &\times \Gamma_k(\not{p}'_F + m_F) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) (\not{p}'_I + m_I) \{ \text{Tr}[\not{p}_1 \tilde{\Gamma}_k \not{p}_2 \gamma_5] \\ &+ B_F \gamma_5 \text{Tr}[\not{p}_1 \tilde{\Gamma}_k \not{p}_2] \} \delta^4(p_F - p'_F - p_1 - p_2) \\ &\times \delta^4(-p_I + p'_I + p_1 + p_2) . \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

É fácil observarmos que, para  $k = 1$ , teremos

$$\text{Tr}[\not{p}_1 \tilde{\Gamma}_1 \not{p}_2 \gamma_5] = -4p_1 \cdot p_2 \quad \text{e} \quad \text{Tr}[\not{p}_1 \tilde{\Gamma}_1 \not{p}_2] = 0 .$$

e quando  $k = 2$ ,

$$\text{Tr}[\not{p}_1 \tilde{\Gamma}_2 \not{p}_2 \gamma_5] = 0 \quad \text{e} \quad \text{Tr}[\not{p}_1 \tilde{\Gamma}_2 \not{p}_2] = 4p_1 \cdot p_2 .$$

Assim, podemos iniciar a obtenção dos resultados para  $\Pi_\mu^1$  e  $\Pi_\mu^2$  separadamente.

$$\begin{aligned} \Pi_\mu^1(p_I, p_F) &= -\frac{24}{(2\pi)^8} \int d^4 p'_F d^4 p'_I d^4 p_1 d^4 p_2 \frac{(\not{p}'_F + m_F) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) (\not{p}'_I + m_I)}{p_1^2 p_2^2 (p_F'^2 - m_F^2) (p_I'^2 - m_I^2)} \\ &\times p_1 \cdot p_2 \delta^4(p_F - p'_F - p_1 - p_2) \delta^4(-p_I + p'_I + p_1 + p_2) . \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Integrando em  $p'_F$  e  $p'_I$  e definindo

$$K = p_1 + p_2 \quad k = \frac{p_1 - p_2}{2} ,$$

teremos

$$\begin{aligned} \Pi_\mu^1(p_I, p_F) &= -\frac{6}{(2\pi)^8} \int d^4K d^4k \frac{K^2 - 4k^2}{\left(\frac{K^2}{4} + k^2 - K.k\right)\left(\frac{K^2}{4} + k^2 + K.k\right)} \\ &\times \frac{(\not{p}_F - \not{K} + m_F)}{(p_F^2 - K)^2 - m_F^2} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \frac{(\not{p}_I - \not{K} + m_I)}{(p_I^2 - K)^2 - m_I^2} \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

Utilizando o método da projeção do traço, como mostrado no capítulo 3, definimos

$$x_i^1 \equiv \text{Tr}[V_i^\mu \Pi_\mu^1] \quad \text{e} \quad u_i^1 \equiv \text{Tr}[A_i^\mu \Pi_\mu^1] ,$$

onde  $V_i^\mu$  e  $A_i^\mu$  são dados na tabela 3.1. Utilizando as regras de Cutkosky que substitui os propagadores dos quarks como mostrado na eq.(3.23), temos

$$\begin{aligned} DD[x_i^1] &= -\frac{6}{(2\pi)^4} \int d^4K d^4k (K^2 - 4k^2) \delta\left(\frac{K^2}{4} + k^2 - K.k\right) \\ &\times \delta\left(\frac{K^2}{4} + k^2 + K.k\right) \delta[(p_F - K)^2 - m_F^2] \delta[(p_I - K)^2 - m_I^2] \\ &\times \theta(p_{F_0} - K_0) \theta(p_{I_0} - K_0) \theta\left(\frac{K_0}{2} + k_0\right) \theta\left(\frac{K_0}{2} - k_0\right) N_i^1 \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

onde

$$N_i^1 = \text{Tr}[(\not{p}_F - \not{K} + m_F) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) (\not{p}_I - \not{K} + m_I) V_i^\mu] . \quad (\text{B.15})$$

Escolhendo o referencial de repouso da  $\Lambda_I$  podemos escrever

$$\begin{aligned} p_I &= (\sqrt{s}, 0) & p_F &= (p_{F_0}, 0, 0, |\vec{p}_F|) & (p_I - p_F)^2 &= t \\ p_F^2 &= p_{F_0}^2 - \vec{p}_F^2 = u & p_{F_0} &= \frac{s + u - t}{2\sqrt{s}} & |\vec{p}_F|^2 &= \frac{\lambda(s, u, t)}{4s} , \end{aligned}$$

com

$$\lambda(s, u, t) = s^2 + u^2 + t^2 - 2st - 2su - 2tu ,$$

sendo  $s$ ,  $u$  e  $t$  as variáveis de Mandelstan. Para  $DD[u_i^1]$ , temos uma expressão semelhante, somente com a troca de  $N_i^1$  por

$$O_i^1 = \text{Tr}[(\not{p}_F - \not{K} + m_F) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) (\not{p}_I - \not{K} + m_I) A_i^\mu] \quad (\text{B.16})$$

Podemos introduzir a integral  $1 = \int dm^2 \delta(K^2 - m^2)$ . Esta delta nos permite escrever  $K^2 = m^2$ . Nessa integral, podemos considerar  $m^2 \geq 0$ , isto pode ser verificado, se observarmos que, na expressão da função de correlação temos  $\delta(p_1^2)$ ,  $\delta(p_2^2)$ ,  $\theta(p_1^0)$  e  $\theta(p_2^0)$ . Isto nos garante que  $p_1^0 > 0$  pois, como  $p_1^2 = 0$ ,  $|\vec{p}_1| = p_1^0$ . Raciocinando de forma análoga,  $p_2^0 > 0$ . Deste modo, como  $K = p_1 + p_2$  temos  $K_0 = p_1^0 + p_2^0 > 0$ . Ainda,

$$K^2 = p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 \cdot p_2 = 2p_1 \cdot p_2 = 2(p_1^0 p_2^0 - \vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2).$$

Porém, como  $\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 = |\vec{p}_1| |\vec{p}_2| \cos \theta$ , temos  $K^2 = 2p_1^0 p_2^0 (1 - \cos \theta)$ . Como  $1 - \cos \theta \geq 0$ , podemos concluir que  $K^2 \geq 0$ , e, conseqüentemente,  $m^2 \geq 0$ .

Podemos reescrever algumas deltas como:

$$\begin{aligned} & \delta\left(\frac{K^2}{4} + k^2 - K \cdot k\right) \delta\left(\frac{K^2}{4} + k^2 + K \cdot k\right) = \delta(K \cdot k) \delta\left(\frac{K^2}{2} + 2k^2\right) \\ & = \delta(K_0 k_0 - 2|\vec{K}||\vec{k}| \cos \theta_k) \delta\left(\frac{K^2}{2} + 2k_0^2 - 2|\vec{k}|^2\right) \\ & = \frac{\delta\left(\cos \theta_k - \frac{K_0 k_0}{|\vec{K}||\vec{k}|}\right) \delta\left(|\vec{k}|^2 - k_0^2 - \frac{m^2}{4}\right)}{|\vec{K}||\vec{k}|} \frac{1}{2}, \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

de onde é imediato ver que o resultado será nulo a menos que  $K^2 = -4k^2$ . portanto, obtemos  $K^2 - 4k^2 = 2m^2$ . Explicitando  $d^4 k = dk_0 d\Omega_k \frac{|\vec{k}| d\vec{k}^2}{2}$ , integrando em  $d\Omega_k = d\phi_k d(\cos \theta_k)$  e introduzindo  $\theta\left(1 - \frac{K_0^2 k_0^2}{|\vec{K}|^2 |\vec{k}|^2}\right)$ , pois  $\cos^2 \theta_k \leq 1$ , teremos

$$\begin{aligned} DD[x_i^1] &= -\frac{6}{2^4 \pi^3} \int dm^2 d^4 K dk_0 \frac{d\vec{k}}{|\vec{K}|} m^2 \delta\left(|\vec{k}|^2 - k_0^2 - \frac{m^2}{4}\right) \\ & \quad \times \delta(s + m^2 + 2\sqrt{s} k_0 - m_I^2) \delta(u + m^2 - 2p_{F_0} K_0) \\ & \quad + 2|\vec{p}_F||\vec{K}| \cos \theta_K - m_F^2) \delta(K^2 - m^2) \theta(\sqrt{s} - K_0) \theta(p_{F_0} - K_0) \\ & \quad \times \theta\left(\frac{K_0}{2} + k_0\right) \theta\left(\frac{K_0}{2} - k_0\right) \theta\left(1 - \frac{K_0^2 k_0^2}{|\vec{K}|^2 |\vec{k}|^2}\right) N_i^1. \end{aligned} \quad (\text{B.18})$$

$\theta\left(1 - \frac{K_0^2 k_0^2}{|\vec{K}|^2 |\vec{k}|^2}\right)$  nos dará um limite de integração para  $k_0$ . Podemos escrever:

$$\frac{K_0^2 k_0^2}{|\vec{K}|^2 |\vec{k}|^2} \leq 1$$

das deltas,  $K_0^2 = m^2 + |\vec{K}|^2$  e  $|\vec{k}|^2 = k_0^2 + m^2/4$ , temos

$$(m^2 + |\vec{K}|^2)k_0^2 \leq |\vec{K}|^2 k_0^2 + |\vec{K}|^2 \frac{m^2}{4}$$

e chegamos a

$$k_0^2 \leq \frac{|\vec{K}|^2}{4}$$

o que nos permite escrever

$$\theta \left( 1 - \frac{K_0^2 k_0^2}{|\vec{K}|^2 |\vec{k}|^2} \right) = \theta \left( \frac{|\vec{K}|^2}{4} - k_0^2 \right) .$$

Analisando esta função  $\theta$ , juntamente com as outras duas para  $k_0$ , podemos obter os limites de integração para  $k_0$ :  $-\frac{|\vec{K}|}{2} \leq k_0 \leq \frac{|\vec{K}|}{2}$ . Assim, efetuando a integral em  $k_0$ :

$$\int_{-\frac{|\vec{K}|}{2}}^{\frac{|\vec{K}|}{2}} dk_0 = |\vec{K}| .$$

Escrevendo  $d^4 K = dK_0 d\phi_K d(\cos \theta_K) \frac{|\vec{K}| d\vec{K}^2}{2}$  e fazendo a integração em  $\vec{k}^2$

$$\begin{aligned} DD[x_i^1] &= -\frac{3}{2^4 \pi^3} \int dm^2 dK_0 d\phi_K d(\cos \theta_K) d\vec{K}^2 |\vec{K}| m^2 \delta(s + m^2 + 2\sqrt{s}K_0 - m_I^2) \\ &\quad \times \delta(u + m^2 - 2p_{F_0}K_0 + 2|p_F| |\vec{K}| \cos \theta_K - m_F^2) \delta(K_0^2 - |\vec{K}|^2 - m^2) \\ &\quad \times \theta(\sqrt{s} - K_0) \theta(p_{F_0} - K_0) N_i^1 . \end{aligned} \quad (\text{B.19})$$

Como,

$$\delta(s + m^2 + 2\sqrt{s}K_0 - m_I^2) = \frac{1}{2\sqrt{s}} \delta(K_0 - \overline{K}_0) ,$$

onde

$$\overline{K}_0 = \frac{s + m^2 - m_I^2}{2\sqrt{s}} .$$

Como  $K_0^2 - |\vec{K}|^2 = m^2$ , obteremos uma delta para a integração em  $\vec{K}$

$$\delta(|\vec{K}|^2 - \overline{|\vec{K}|^2}) ,$$

onde

$$\overline{|\vec{K}|^2} = \lambda(s, m^2, m_I^2)/4s ,$$

de onde obtemos um limite de integração para  $m^2$

$$m^2 < (\sqrt{s} - m_I)^2 .$$

Podemos reescrever  $\delta(u + m^2 - 2p_{F_0}K_0 + 2|p_F^{\vec{r}}||\vec{K}| \cos \theta_K - m_F^2)$  como

$$\delta(u + m^2 - 2p_{F_0}K_0 + 2|p_F^{\vec{r}}||\vec{K}| \cos \theta_K - m_F^2) = \frac{1}{2|p_F^{\vec{r}}||\vec{K}|} \delta(\cos \theta_K - \overline{\cos \theta_K}) ,$$

onde  $\overline{\cos \theta_K} = \frac{1}{2|p_F^{\vec{r}}||\vec{K}|} (2p_{F_0}K - u - m^2 + m_F^2)$ .

Lembrando que  $\sqrt{\lambda(s, u, t)} = 2\sqrt{s}|p_F^{\vec{r}}|$ , e introduzindo  $\theta(1 - \overline{\cos^2 \theta_K})$ , pois  $\cos^2 \theta_K \leq 1$ , chegamos à expressão final:

$$\begin{aligned} DD[x_i^1] &= -\frac{6}{(2\pi)^3} \frac{1}{8\sqrt{\lambda(s, u, t)}} \int dm^2 m^2 \int dK_0 d|\vec{K}|^2 \\ &\quad \times d \cos \theta_K d\phi_K \delta(K_0 - \overline{K_0}) \delta(|\vec{K}|^2 - \overline{|\vec{K}|^2}) \delta(\cos \theta_K - \overline{\cos \theta_K}) \\ &\quad \times \Theta(1 - \overline{\cos^2 \theta_K}) \theta(\sqrt{s} - K_0) \theta(p_{F_0} - K_0) N_i^1 . \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

Para o cálculo de  $DD[x_i^2]$  temos, na eq.(B.11),  $\Gamma_2 = \gamma_5$  e  $\tilde{\Gamma}_2 = 1$ . Isto faz com que o traço multiplicado por  $B_F$  não se anule, mas, seja igual a  $4p_1.p_2$ , e o primeiro traço seja nulo. Com algumas manipulações algébricas, chegamos à mesma expressão obtida para  $DD[x_i^1]$  com a troca de  $N_i^1$  por  $N_i^2 = \text{Tr}[(\not{p}_F - \not{K} - m_F)\gamma^\mu(1 - \gamma_5)(\not{p}_I - \not{K} - m_I)V_i^\mu]$  e com uma multiplicação pela quantidade  $B_F$ .

$$\begin{aligned} B_F DD[x_i^2] &= -\frac{6}{(2\pi)^3} \frac{B_F}{8\sqrt{\lambda(s, u, t)}} \int_0^{(\sqrt{s}-m_I)^2} dm^2 m^2 \int dK_0 d|\vec{K}|^2 \\ &\quad \times d \cos \theta_K d\phi_K \delta(K_0 - \overline{K_0}) \delta(|\vec{K}|^2 - \overline{|\vec{K}|^2}) \delta(\cos \theta_K - \overline{\cos \theta_K}) \\ &\quad \times \Theta(1 - \overline{\cos^2 \theta_K}) \theta(\sqrt{s} - K_0) \theta(p_{F_0} - K_0) N_i^2 . \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

$DD[u_i^2]$  tem mesma forma, com a troca de  $N_i^2$  por

$$O_i^2 = \text{Tr}[(\not{p}_F - \not{K} - m_F)\gamma^\mu(1 - \gamma_5)(\not{p}_I - \not{K} - m_I)A_i^\mu] \quad (\text{B.22})$$

Isto faz com que cheguemos a uma expressão final para a dupla descontinuidade total para o diagrama perturbativo

$$DD[x_i] = DD[x_i^1] + B_I B_F DD[x_i^2] , \quad (\text{B.23})$$

com  $DD[x_i^1]$  e  $DD[x_i^2]$  dadas nas eqs. (B.20) e (B.21). Optamos por deixar em evidência o parâmetro de mistura  $B_F$ , para simplificar a notação. Analogamente, para  $DD[u_i]$  obtemos

$$DD[u_i] = DD[u_i^1] + B_I B_F DD[u_i^2] . \quad (\text{B.24})$$

## B.2 Diagrama para o Condensado de Quatro Quarks

Para o diagrama com o condensado de quatro quarks escrevemos os propagadores dos quarks do seguinte modo: para os quarks  $Q_I$  e  $Q_F$ , temos propagadores análogos aos do diagrama perturbativo, pois quarks pesados não geram condensados e as expressões são as mesmas mostradas na eq.(B.10). Porém, para os propagadores dos quarks leves (os quarks  $u$  e  $d$ ), não efetuamos a integração nos momentos  $p_1$  e  $p_2$  para representar  $S_{ab}(x)$  pois eles são dados por:

$$S_{ab}(x) = -\frac{1}{12} \langle \bar{q}q \rangle \delta_{ab} . \quad (\text{B.25})$$

Usando

$$\epsilon_{abc} \epsilon_{a'b'c'} \delta_{cc'} \delta_{aa'} \delta_{bb'} = 6 \quad \text{e} \quad C^2 = -1$$

reescrevemos a eq.(B.9)

$$\begin{aligned} \Pi_\mu^k(p_I, p_F) &= 6 \frac{\kappa \langle \bar{q}q \rangle^2}{144} \int d^4 p'_F d^4 p'_I \Gamma_k \frac{\not{p}'_F + m_F}{p'^2_F - m_F^2} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \frac{\not{p}'_I + m_I}{p'^2_I - m_I^2} \\ &\times \{ \text{Tr}[\tilde{\Gamma}_k \gamma_5] + B_F \gamma_5 \text{Tr}[\tilde{\Gamma}_k] \} \delta^4(p_F - p'_F) \delta^4(-p_I + p'_I) , \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

onde introduzimos a fatorização  $\langle \bar{q}q\bar{q}q \rangle = \kappa \langle \bar{q}q \rangle^2$  com  $1 \leq \kappa \leq 3$ , para o condensado de quatro quarks [17].

Integrando em  $p'_I$  e  $p'_F$

$$\begin{aligned} \Pi_\mu^k(p_I, p_F) &= \frac{\kappa \langle \bar{q}q \rangle^2}{24} \Gamma_k \frac{\not{p}_F + m_F}{p_F^2 - m_F^2} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \frac{\not{p}_I + m_I}{p_I^2 - m_I^2} \\ &\quad \times \{ \text{Tr}[\tilde{\Gamma}_k \gamma_5] + B_F \gamma_5 \text{Tr}[\tilde{\Gamma}_k] \} . \end{aligned} \quad (\text{B.27})$$

Quando  $k = 1$

$$\text{Tr}[\tilde{\Gamma}_k \gamma_5] = 4 \quad \text{e} \quad \text{Tr}[\tilde{\Gamma}_k] = 0$$

e quando  $k = 2$ ,

$$\text{Tr}[\tilde{\Gamma}_k \gamma_5] = 0 \quad \text{e} \quad \text{Tr}[\tilde{\Gamma}_k] = 4 .$$

Deste modo, prosseguindo com os cálculos para  $\Pi_\mu^1(p_I, p_F)$

$$\Pi_\mu^1(p_I, p_F) = \frac{\kappa \langle \bar{q}q \rangle^2}{6} \frac{\not{p}_F + m_F}{p_F^2 - m_F^2} \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \frac{\not{p}_I + m_I}{p_I^2 - m_I^2} . \quad (\text{B.28})$$

Assim, teremos

$$x_i^1 = \text{Tr}[\Pi_\mu^1 V_i^\mu] = \frac{\kappa \langle \bar{q}q \rangle^2}{6} \frac{N_i^1}{(p_F^2 - m_F^2)(p_I^2 - m_I^2)} , \quad (\text{B.29})$$

com  $N_i^1$  definido como

$$N_i^1 = \text{Tr}[(\not{p}_F + m_F) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) (\not{p}_I + m_I) V_i^\mu] . \quad (\text{B.30})$$

Nos cálculos de  $u_i^1$  substituímos  $N_i^1$  por

$$O_i^1 = \text{Tr}[(\not{p}_F + m_F) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) (\not{p}_I + m_I) A_i^\mu] . \quad (\text{B.31})$$

Para o cálculo de  $x_i^2$ , chegamos em uma expressão semelhante à obtida para  $x_i^1$ , com a diferença que o termo com  $B_F$  na eq.(B.27) permanece, enquanto o outro termo é anulado, além da troca de  $N_i^1$  por

$$N_i^2 = \text{Tr}[(\not{p}_F - m_F) \gamma^\mu (1 - \gamma_5) (\not{p}_I - m_I) V_i^\mu] , \quad (\text{B.32})$$



assim,

$$B_F x_i^2 = \text{Tr}[\Pi_\mu^2 V_i^\mu] = \frac{\kappa \langle \bar{q}q \rangle^2}{6} \frac{B_F N_i^2}{(p_F^2 - m_F^2)(p_I^2 - m_I^2)}, \quad (\text{B.33})$$

Novamente, para obtermos  $B_F u_i^2$  somente efetuamos a troca de  $V_i^\mu$  por  $A_i^\mu$  em  $N_i^2$ .

Isto faz com que tenhamos para o diagrama com o condensado de quatro quarks

$$x_i = x_i^1 + B_I B_F x_i^2 \quad (\text{B.34})$$

e

$$u_i = u_i^1 + B_I B_F u_i^2. \quad (\text{B.35})$$

# Bibliografia

- [1] T. Muta. *Foundations of Quantum Chromodynamics*, World Scientific, Cingapura, (1987).
- [2] M.A. Shifman, A.I. Vainshtein, and V.I. Zakharov. *Nucl. Phys.*, B147, 385, (1979); B147, 448, (1979).
- [3] B.L. Ioffe. *Nucl. Phys.*, B188, 317, (1981); B191, 591(E), (1981).
- [4] B.L. Ioffe and A.V. Smilga. *Nucl. Phys.*, B232, 109, (1984).
- [5] P. Ball, V.M. Braun, and H.G. Dosch. *Phys.Rev.*, D44, 3567, (1991).
- [6] M. Neubert. *Phys. Rev.*, D45, 2451, (1992).
- [7] E. Bagan, P. Ball, V.M. Braun, and H.G. Dosch. *Phys. Lett.*, B278, 457, (1992).
- [8] A.G. Grozin and O.I. Yakovlev. *Phys. Lett.*, B285, 254, (1992); B291, 441, (1992).
- [9] E. Bagan, M. Chabab, H.G. Dosch, and S. Narison. *Phys. Lett.*, B278, 367, (1992); B287, 176, (1992); B301, 243, (1993).
- [10] M. Neubert. *Phys. Rep.*, 245, 259, (1994).
- [11] E.V. Shuryak. *Nucl. Phys.*, B198, 83, (1982).
- [12] Y. Chung *et al.* *Nucl. Phys.*, B197, 55, (1992).
- [13] M. Gell-Mann, R. Oakes, and B. Renner. *Phys. Rev.*, 175, 2195, (1968).
- [14] K.-C. Yang, W.-Y.P. Hwang, E.M. Henley, and L.S. Kisslinger. *Phys. Rev.*, D47, 3001, (1993).
- [15] J.G. Körner, M. Krämer, and D. Pirjol. *Prog. Part. Nucl. Phys*, 33, 787, (1994).
- [16] B.L. Ioffe and A.V. Smilga. *Nucl. Phys.*, B216, 373, (1983); *Phys. Lett.*, B114, 353, (1982).
- [17] S. Narison. *QCD Spectral Sum Rules*, World Scientific, Singapore, (1989).
- [18] B.Blok and M.A. Shifman. *Phys.Rev.*, D47, 2949, (1993).

- 
- [19] E. Bagan, P. Ball, and P. Gosdzinsky. *Phys.Lett.*, B301, 249, (1993).
- [20] V.D. Barger and R.J.N. Phillips. *Collider Physics*, Frontiers in Physics, v.71, Addison-Wesley Publishing Company (1987).
- [21] R.S. Marques de Carvalho, F.S. Navarra, M. Nielsen, E. Ferreira, and H.G. Dosch. *Phys. Rev.*, D60, 034009, (1999).
- [22] H.G. Dosch, E. Ferreira, M. Nielsen, and R. Rosenfeld. *Phys.Lett.*, B431, 173, (1998).
- [23] Y. Dai, C. Huang, M. Huang, and C. Liu. *Phys. Lett.*, B387, 379, (1996).
- [24] Particle Data Group. *Eur. Phys. Jour.*, C3, 1, (1998).
- [25] M.A. Ivanov, V.E. Lyubovitskij, J.G. Körner, and P. Kroll. *Phys. Rev.*, D56, 348, (1997).
- [26] R. Singleton. *Phys. Rev.*, D43, 2939, (1991).
- [27] J.-P. Lee, C. Liu, and H.S. Song. *Phys. Rev.*, D58, 14, (1998).
- [28] M.B. Gavela. *Phys. Lett.*, B83, 367, (1979).
- [29] R. Pérez-Marcial, R. Huerta, A. García, and M. Avila-Aoki. *Phys. Rev.*, D40, 2955, (1989).
- [30] H.-Y. Cheng and B. Tseng. *Phys. Rev.*, D53, 1457, (1996).
- [31] C.-S. Huang, C.-F. Qiao, and H.-G. Yan. *Phys. Lett.*, B437, 403, (1998).
- [32] P. Ball and V.M. Braun. *Phys. Rev.*, D55, 5561, (1997).