Universidade de São Paulo
Instituto de Física

Desenvolvendo novas fontes de estados coerentes da luz para aplicações em ótica quântica

Raúl Leonardo Rincón Celis

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Martinelli

Dissertação de mestrado apresentada ao Instituto de Física da Universidade de São Paulo, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Marcelo Martinelli - Orientador (IFUSP)

Prof. Dr. Reinaldo Luiz Cavasso Filho (UFABC)

Prof. Dr. Cleber Renato Mendonça (IFSC)

São Paulo
2018

FICHA CATALOGRÁFICA
Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo

Rincón Celis, Raúl Leonardo

Desenvolvendo novas fontes de estados coerentes da luz para aplicações em ótica quântica. São Paulo, 2018.

Dissertação (Mestrado) – Universidade de São Paulo. Instituto de Física. Depto. de Física Experimental

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Martinelli
Área de Concentração: Ótica.

Unitermos: 1. Laser; 2. Interação da luz com a matéria; 3. Teoria da luz; 4. Emissão da luz.

USP/IF/SBI-044/2018

University of São Paulo
Physics Institute

Developing new sources of coherent states of light for applications in quantum optics

Raúl Leonardo Rincón Celis

Supervisor: Prof. Dr. Marcelo Martinelli

Dissertation submitted to the Physics Institute of the
University of São Paulo in partial fulfillment of the re-
quirements for the degree of Master of Science.

Examining Committee:

Prof. Dr. Marcelo Martinelli - Orientador (IFUSP)

Prof. Dr. Reinaldo Luiz Cavasso Filho (UFABC)

Prof. Dr. Cleber Renato Mendonça (IFSC)

São Paulo
2018

Para todos aquellos que puedo llamar familia y amigos.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a minha família, aquele núcleo onde sempre posso chegar e sentir felicidade e amor. Aos meus pais, Raúl e Patricia, a minha avó María, que são o principal motor para chegar até este ponto e querer continuar, por serem eles o meu principal exemplo de humildade, a guia de quem quero ser. A minha irmã Cindy por me ensinar sobre fortaleza e esforço para com os sonhos. Ao meu irmão David por me ajudar a conservar uma atitude crítica e pelas grandes aventuras a cada momento juntos. A minha namorada Melisa pela alegria de viver, a alegria de procurar o diferente entre a homogeneidade e a criatividade na monotonia.

Quero agradecer ao nosso laboratório *LMCAL*, por ser um equipe de pessoas competente abertas a discussão que propõe temáticas atuais junto com a com a companhia dos nossos orientadores e a equipe completo. Ao Professor Marcelo Martinelli pela grande orientação na cotidianidade do laboratório e o seu esforço para conosco. Ao Professor Paulo Nussenzweig pelos conselhos procurando a nossa formação argumentativa. Ao Dr. Breno Marques por transmitir em cada discussão essa alegria única que tem. Ao Carlos González pelas mãos extras no experimento e as explicações a cada passo avançado. Agradeço também ao Túlio Brito, Dr. Renné Medeiros, Rayssa Bruzaca, Igor Konieczniak, Renato Domenegueti e Dr. Hans Marin por estarem sempre dispostos a dar uma explicação e uma ajuda, mesmo quando não dispõem de tempo. Luiz Couto, Lucas Nunes e Roger Kögler, obrigado por sempre estarem dispostos a discutir ideias, mesmo fora da física. Finalmente para o Álvaro e o Pablo não tenho palavras, só amizade.

Também quero agradecer a muitas pessoas que fazem este andar mais fácil, cheio de risos e ideias, que são tantas que é mais fácil não escrever os nomes aqui, mais agradecer em pessoa a cada uma delas. Finalmente quero agradecer à USP e ao governo Brasileiro, ao CNPq pelo financiamento recebido e por me permitir contribuir ao desenvolvimento de este *hermoso y atareado* país.

*“Nunca me interessou uma ideia que não resista
a muitos anos de abandono. ”*
Gabriel García Marquez

RESUMO

Os diodos laser são amplamente usados em física atômica em configurações de cavidade externa com uma rede de difração (Configuração Littrow ou Littrow-Metcalf), que permite sintonizar o seu comprimento de onda e filtrar do seu espectro. Mesmo com este controle, eles apresentam um excesso de ruído por volta de 40 dB acima do ruído quântico padrão, dificultando seu uso em ótica quântica. Nosso propósito neste projeto é diminuir os valores típicos de ruído do diodo laser até níveis aceitáveis que permitam trabalhar em ótica quântica. Para conseguir isto, construímos um laser em estrutura em anel com o diodo semicondutor como o meio de ganho.

Caracterizamos a potência de saída do laser em função da corrente de injeção no chip. Também introduzimos um mecanismo de controle das perdas da cavidade para caracterizar a potência de saída em função das perdas. Alcançamos uma potência máxima de $\sim 25\text{ mW}$ para $0,8\text{ A}$, com um limiar de oscilação de $\sim 0,45\text{ A}$, e uma potência máxima de $\sim 10\text{ mW}$ (a $0,8\text{ A}$) com um limiar de $\sim 0,41\text{ A}$. Para caracterizar as suas propriedades de ruído, usamos a técnica da rotação de elipse para diferentes valores da corrente de injeção e de perdas controladas. Finalmente, comparamos o ruído das quadraturas do nosso novo sistema com o ruído de um laser de diodo em configuração Littrow.

Enquanto o laser Littrow apresenta excesso de 40 dB no ruído da fase, encontramos valores para o ruído de amplitude do nosso novo laser entre 10 e 15 dB e do ruído de fase entre 11 e 27 dB acima do nível do ruído quântico padrão. Assim, conseguimos diminuir o ruído da quadratura fase por volta de 20 dB , porém, também incrementamos o ruído de amplitude, fazendo com que o ruído das quadraturas esteja no nível de 11 dB acima do nível do ruído quântico padrão. Este nível é compatível com lasers de estado sólido (Nd:YAG) e pode ser facilmente reduzido com ajuda de uma cavidade de filtro.

Palavras-chave: Laser, ruído de fase, ruído quântico padrão, cavidade, meio de ganho.

ABSTRACT

Laser diodes are widely used in atomic physics in configurations of external cavity with a diffraction grating (Littrow or Littrow-Metcalf configuration), that allows us to tune its wavelength and filter their spectrum. Even with this control they present an excess noise about $\sim 40\text{ dB}$ above the standard quantum level, limiting their uses for quantum optics. Our goal in this project is to decrease the typical noise level of the diode laser, to reasonable values for future work with quantum optics. In order to do that we built a ring laser using a semiconductor chip as the gain medium.

We characterize the output power of the laser as a function of the injection current. We also introduce a mechanism for controlling the losses so that, we were able to characterize the output power by changing the controlled losses. We reach a maximum power of $\sim 25\text{ mW}$ at 0.8 A , with the threshold current value $\sim 0.45\text{ A}$, and a maximum power of $\sim 10\text{ mW}$ (@ 0.8 A) for $\sim 0.41\text{ A}$ of threshold current. In order to characterize its noise properties, we performed the ellipse rotation technique for different values of the injection current and controlled losses. Finally, we compare the quadrature noise of our new system with the noise of a diode laser in Littrow configuration.

While Littrow laser present excess of 40 dB on the phase noise, we found noise levels for the amplitude noise of our new laser between 10 to 15 dB and its phase noise between 11 to 27 dB above the standard quantum level. So, we achieved a noise reduction of the phase quadrature in 20 dB , but, we also increase the amplitude noise, obtaining a quadrature noise around 11 dB above the standard quantum limit. This level is compatible with solid state lasers (Nd:YAG) and can be easily reduced with the help of a filter cavity.

Keywords: Laser, phase noise, shot noise, cavity, gain media.

Lista de figuras

Figura 1 – Comparação níveis de energia atômico, molecular e dos sólidos.	4
Figura 2 – Diagrama de bandas de um sólido.	5
Figura 3 – Metais, Isolantes e semicondutores.	6
Figura 4 – Transições diretas e indiretas.	7
Figura 5 – Concentração de portadoras a temperatura zero.	8
Figura 6 – Concentração de portadores semicondutor intrínseco.	8
Figura 7 – Distribuição das portadores num semicondutor extrínseco.	8
Figura 8 – Junção PN	11
Figura 9 – Diagrama de bandas para junção PN.	12
Figura 10 – Junção PN	12
Figura 11 – Heterojunção.	13
Figura 12 – Estrutura do chip semicondutor.	14
Figura 13 – Sistema de dois níveis.	19
Figura 14 – Esquema do sistema de três níveis.	21
Figura 15 – Inversão de população para três e quatro níveis.	22
Figura 16 – Perda da coerência na fase.	25
Figura 17 – Parte Real e Imaginaria da Susceptibilidade Elétrica.	29
Figura 18 – Esquema Cavidade Fabry Perot	30
Figura 19 – Função de Airy.	32
Figura 20 – Ganho em função da intensidade intracavidade.	34
Figura 21 – Intensidade de saída da cavidade em função das perdas.	35
Figura 22 – Puxamento de Frequência.	36
Figura 23 – Laser no instante inicial.	37
Figura 24 – Seleção do espectro dentro da cavidade.	37
Figura 25 – Diagrama de fasores para campo elétrico.	42
Figura 26 – Detecção Balanceada	49
Figura 27 – Cavidade ótica para estudo da rotação de elipse.	51
Figura 28 – Cavidade de Análises e dessintonia.	53
Figura 29 – Comportamento da portadora quando passa pela ressonância.	54
Figura 30 – Correlação entre quadraturas, termo γ	55
Figura 31 – Correlação entre quadraturas, termo δ	55

Figura 32 – Elipse de ruído.	55
Figura 33 – Espectro de ruído.	56
Figura 34 – Limite de frequência de análises.	57
Figura 35 – Montagem diodo em cavidade externa.	62
Figura 36 – Geometria de feixes incidindo na rede de difração.	62
Figura 37 – Estrutura cavidade Littrow.	63
Figura 38 – Montagem SDL.	64
Figura 39 – Prismas anormórficos	64
Figura 40 – Transmissão do etalon.	65
Figura 41 – Esquema da Cavidade Fechada.	65
Figura 42 – Estabilidade da Cavidade	66
Figura 43 – Cavidade de Análise	67
Figura 44 – Problema trabalhando com resolução menor.	68
Figura 45 – Problema trabalhando com frequência alta.	69
Figura 46 – Exemplo dados brutos Littrow	70
Figura 47 – Ajuste dados exemplo Littrow	71
Figura 48 – Potência nas saídas do chip semiconductor.	76
Figura 49 – Estimativa da largura de linha do chip abaixo do limiar.	76
Figura 50 – Estimativa da largura de linha do chip acima do limiar.	76
Figura 51 – Resposta do chip frente ao feixe de bombeio, primeira montagem.	77
Figura 52 – Montagem caracterização chip semiconductor.	78
Figura 53 – Resposta do chip frente ao feixe de bombeio, montagem definitivo.	79
Figura 54 – Comportamento do ganho em função do bombeio.	80
Figuras 55 - 60 – Saída da Cavidade em função da corrente de injeção	80
Figuras 61 - 63 – Saída da Cavidade em função da polarização	82
Figura 64 – Cavidade monomodo e multimodo.	84
Figura 65 – Medição da largura de linha.	85
Figura 66 – Largura de linha do laser.	85
Figura 67 – Sistema de rotação de elipse.	86
Figura 68 – Exemplos de problemas na medida do espectro de ruído.	87
Figura 69 – Ruído das quadraturas em função da corrente de injeção cavidade fechada.	88
Figura 70 – Ruído das quadraturas em função da corrente de injeção cavidade aberta.	89
Figura 71 – Fator Q de Mandel normalizado em função potência do laser.	91
Figura 72 – Ruído das quadraturas em função da corrente de injeção cavidade aberta.	92
Figuras 73 - 75 – Ruído das quadraturas em função das Perdas da Cavidade.	93
Figura 76 – Comparação entre Ruído do diodo Littro e o SDL.	95

Sumário

INTRODUÇÃO	XV
CONCEITOS TEÓRICOS	1
1	TEORIA DE SÓLIDOS 3
1.1	Níveis de energia num sólido 3
1.1.1	Teorema de Bloch 3
1.1.2	Excitação e decaimento entre níveis 6
1.2	Concentração de Portadores 7
1.3	Junções 10
1.3.1	Junção PN 10
1.3.2	Heterojunção 13
1.3.2.1	Estrutura do Laser 14
2	TEORIA DO LASER 17
2.1	Amplificadores 18
2.1.1	Absorção e Emissão de Luz 18
2.1.2	Sistema de Três Níveis 20
2.1.2.1	Interação da radiação com sistema de dois níveis 23
2.1.2.2	Polarização e Susceptibilidade Dielétrica 27
2.2	Cavidade Vazia 29
2.3	Cavidade com Meio de Ganho 32
2.3.1	Condição de Limiar 33
2.3.2	Condição de Frequência 35
2.3.3	Distribuição Espectral 36
2.4	Ruído do Laser Semicondutor 38
3	DETEÇÃO DO RUÍDO 41
3.1	Quadraturas do Campo Eletromagnético 41
3.2	Ruído Quântico Padrão 44
3.2.1	Deteção Balanceada 48
3.3	Deteção com Cavidade 50
3.4	Elipse de Ruído 54

	INSTRUMENTAÇÃO	59
4	INSTRUMENTAÇÃO	61
4.1	Laser Diodo em configuração Littrow	61
4.2	Laser Diodo SDL-8630	63
4.2.1	Cavidade Fechada	64
4.3	Cavidade de Análise	66
4.4	Analizador de Espectro	67
	DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL E RESULTADOS	73
5	MONTAGEM EXPERIMENTAL E RESULTADOS	75
5.1	Características do Meio de Ganho	75
5.1.1	Resposta do chip frente ao feixe de bombeio	76
5.1.1.1	Sentido Contrapropagante	76
5.1.1.2	Sentido Propagante	78
5.2	Cavidade Fechada	80
5.2.1	Saída da Cavidade em Função da Corrente de Injeção	80
5.2.2	Saída da Cavidade em função das perdas	82
5.2.3	Efeito do Etalon na Cavidade	83
5.2.4	Largura de Linha	84
5.3	Ruído das Quadraturas	85
5.3.1	Ruído em Função da Corrente de Injeção	87
5.3.2	Excesso de Ruído em Função da Potência do laser	90
5.3.3	Ruído em Função das Perdas da Cavidade	93
5.4	Comparação SDL - Littrow	94
6	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	97
	REFERÊNCIAS	101

Introdução

Os sistemas óticos se mostram promissores para fazer testes de fundamentos da informação quântica. Ao mesmo tempo, estes sistemas apresentam resultados práticos e aplicáveis em maior escala como protocolos de criptografia quântica [1]. Uma das principais dificuldades no trabalho com estes sistemas está na fragilidade dos estados gerados e no aumento da complexidade da montagem, dado os recursos necessários para o isolamento do sistema, que contraria o propósito de escalabilidade.

No Laboratório de Manipulação Coerente de Átomos e Luz (LMCAL) temos bem estruturada a técnica para manipular estados emaranhados sintonizáveis, através de osciladores paramétricos óticos (OPO) usando meios não-lineares e cavidades óticas [2]. Também empregamos os efeitos não lineares de sistemas atômicos como novas fontes de emaranhamento baseados na mesma estrutura do (OPO) [3], e estamos a procura da escalabilidade trabalhando com cavidades em chips semicondutores (micro-OPO) [4].

Todos estes fenômenos são gerados bombeando o meio com fontes de luz estáveis, com uma largura espectral estreita e de baixo ruído. Estas fontes de luz *laser* são compostas por um meio de ganho e uma cavidade de realimentação [5]. Para obter a amplificação da luz a condição denominada *inversão de população* deve ser garantida. Dependendo do tipo de meio de ganho, podemos criar essa condição por exemplo, por bombeio ótico coerente ou incoerente, usando reações químicas, descargas elétricas em gás ionizado, etc [6]. Para o laser de diodo, a inversão de população é obtida com a aplicação de uma corrente que insere portadores no semicondutor, diminuindo a diferença de potencial na região de depleção onde se recombina os pares elétron-buraco com a emissão de fótons.

Como exemplo de aplicação temos o modelo Mephisto, da Innolight, baseado em um cristal de $Nd : YAG$, que fornece até 100 mW de potência no comprimento de onda 532 nm , em um protocolo de teletransporte. No entanto, mesmo este laser comercial com qualidade alta, possui um excesso de ruído apreciável e se faz necessário filtrar o campo através de uma cavidade que atua como filtro passa-banda, atenuando as frequências fora da ressonância e aumentando a dificuldade da montagem [7]. Também trabalhamos com laser $Ti : Safira$, sintonizável entre 700 a 1100 nm em operação monomodo, como bombeio em sistemas baseados em cristais ou átomos. Medidas do ruído feitas no nosso laboratório indicaram que este laser tem um ruído bem inferior ao do Mephisto, aproximando-se ao

estado coerente para frequências de análise acima de 7 MHz , tornando-o um excelente candidato para aplicações em informação quântica. A grande desvantagem deste laser é o grande número de componentes óticos que compõem o sistema intra-cavidade para selecionar um modo de oscilação e o sistema de travamento de frequência [8], delicado por se tratar de cavidades usualmente grandes. Além disso, o custo de um laser destes pode alcançar a casa dos US\$300.000,00 incluindo o laser de bombeio.

Outra fonte de luz muito usada em física atômica, o laser de diodo [9], está baseado em semicondutores e seu custo é bem menor US\$1.500,00. O preço justifica que sejam mais largos espectralmente e que tenham potência menor, até 40 mW em 780 nm . A largura de linha pode ser controlada elaborando um sistema de cavidade externa, formado por uma rede de difração e a reinjeção no sistema da primeira ordem do feixe difratado [10]. Por serem cavidades pequenas, a estabilização delas não é tão trabalhosa e facilmente podemos selecionar o modo de oscilação. O grande problema que vem com a economia é a qualidade, em termos de ruído. Mesmo com sistemas de travamento, o excesso de ruído na fase se encontra 40 dB acima do esperado para um estado coerente [11]. Para filtrar esse ruído precisaríamos de cavidades muito longas, difíceis de estabilizar, que acabariam atenuando fortemente o feixe [12].

Dado que no nosso laboratório temos ampla experiência trabalhando com laser de diodo, propomos trazer o ruído do diodo para níveis minimamente aceitáveis de ruído e assim obter fontes econômicas, sintonizáveis, úteis para física atômica e ótica quântica.

Este trabalho está dividido em três etapas. A primeira etapa contempla os conceitos teóricos necessários. Fazemos uma descrição geral dos semicondutores, centrados nas transições do sistema e no acoplamento com o campo eletromagnético. Passamos então ao estudo do laser, onde usamos a versão semi-clássica para estudar suas propriedades. O terceiro capítulo corresponde à descrição da técnica implementada para a medida do ruído da luz, a rotação de elipse.

A segunda etapa descreve a instrumentação usada no desenvolvimento deste projeto. A terceira e última etapa é a dos resultados da medida da potência e do ruído do laser e a discussão destes resultados. Por fim, concluímos este trabalho fazendo um resumo do aprendido, discutindo os principais resultados e apontaremos as perspectivas para o nosso novo laser.

I

CONCEITOS TEÓRICOS

TEORIA DE SÓLIDOS

Amplamente reconhecidos e estudados, os semicondutores são usados em sistemas óticos desde a indústria até a pesquisa fundamental. Pela experiência do nosso laboratório trabalhando com eles em física atômica, decidimos fazer deles o núcleo central do nosso projeto e, por isso, temos um capítulo dedicado completamente para seu entendimento. Neste capítulo teremos uma descrição geral de como são formadas as bandas de energia nos sólidos para logo trabalhar explicitamente nos semicondutores, as transições possíveis, qual e como é a concentração dos portadores e finalmente uma introdução às junções p-n.

1.1 Níveis de energia num sólido

Lembremos que a solução do átomo de hidrogênio leva-nos a encontrar estados bem definidos com níveis de energia discretos [13]. A adição de um núcleo forma uma molécula de hidrogênio H_2^+ , e o sistema muda tal que as funções de onda dos elétrons vão se superpor, levando a ter uma mudança na energia do novo sistema tendo, por exemplo, no caso do estado base do íon, uma separação do nível fundamental em dois níveis que dependem fortemente da distância entre o elétron e os núcleos [14]. Poderia-se complicar o sistema adicionando átomos de hidrogênio o que levaria a aparição de novas separações em todos os níveis de energia, até por exemplo, considerar 10^{23} átomos, onde os subníveis de energia seriam tantos que não há como distinguir entre eles. Neste caso extremo, é possível considerar que o que antes era um nível discreto agora é uma banda contínua de energia separada de outras bandas por regiões proibidas denominadas *gaps* [15].

1.1.1 Teorema de Bloch

Seguindo a referência [16], descrevemos o modelo mais simples para estudar o comportamento de um elétron num cristal; um elétron livre sob a ação de um potencial

Figura 1. A figura a) mostra os níveis de energia para só um átomo. Em b) vemos que foi acrescentado um nível pela consideração de um segundo átomo no sistema. Finalmente em c) vemos que o sistema com grande número de átomos, gera uma superposição dessa grande quantidade de novos níveis de energia. Figura tomada de [15].

periódico. Para estudar o sistema, consideremos a equação de Schrödinger independente do tempo ¹:

$$\left[-\frac{\hbar}{2m} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) \right] \Psi(\mathbf{r}) = E \Psi(\mathbf{r}), \quad (1.1)$$

onde E é a energia do elétron, Ψ é a função de onda e $V(\mathbf{r})$ é o potencial sobre o elétron. Neste modelo, são feitas varias considerações [16]:

- Os íons formam uma rede perfeita e periódica. Isto implica que todos eles são equidistantes.
- Ignoramos a interação entre elétrons condutores por duas razões. A primeira é que no caso de ter dois elétrons com spin paralelo eles tentarão ficar longe um do outro e a segunda, por eles terem o mesmo sinal da carga vão se afastar por interação de Coulomb.
- Também ignoramos a interação coulombiana entre o elétron e os íons porque o campo dos outros elétrons e íons blindam o campo do íon em consideração, fazendo com que a interação seja de curto alcance.

A partir dessas considerações, o teorema de Bloch dá a solução para a equação de Schrödinger, Equação 1.1 ($\Psi(\mathbf{r})$), denominada a função de Bloch, que tem a forma:

$$\Psi(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} u_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (1.2)$$

onde $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}$ é uma onda plana indicando que o elétron se move como se fosse livre, n é o nível de energia e $u_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ é uma função que tem a mesma periodicidade da rede e modula a onda plana. Então temos uma função de onda que descreve o elétron pelo sólido todo, é não localizada e periódica.

¹ Consideramos um comportamento harmônico no tempo.

Por outro lado, a energia do elétron no sistema periódico pode ser aproximada à energia do elétron livre considerando valores pequenos do vetor de onda $\mathbf{k}$ e mudando a massa do elétron por uma massa efetiva m^* devido ao potencial periódico. Com isto em mente, a energia do elétron pode ser escrita como:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}. \quad (1.3)$$

Se tomamos a [Equação 1.2](#) e usamos a equação de Schrödinger (1.1), obtemos uma equação de autovalores e autovetores:

$$\left[-\frac{\hbar}{2m} (\nabla + i\mathbf{k})^2 + V(\mathbf{r}) \right] u_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = E_{n,\mathbf{k}} u_{n,\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (1.4)$$

cujas soluções tem dependência com $\mathbf{k}$ sendo um parâmetro contínuo onde para cada $\mathbf{k}$ há um conjunto de soluções discretas $E_{n,\mathbf{k}}$.

Figura 2. Exemplo do diagrama de bandas dos sólidos. Vemos o gap de energia entre as diferentes bandas e uma linha tracejada que amostra que para um valor específico do k obtém-se autovalores discretos.

Cada sólido tem uma estrutura de bandas definida que determina as suas propriedades macroscópicas, ou seja se eles são condutores, isolantes ou semicondutores, e tem resposta diferente frente a um campo elétrico aplicado. Para que os elétrons possam se movimentar é preciso haver níveis energéticos livres. Por exemplo, quando uma banda de energia está incompleta ou quando o seguinte nível de energia está vazio e o campo externo for suficientemente forte para excitar um elétron, permitindo a sua movimentação livremente. Para esclarecer a ideia das bandas, temos na [Figura 2](#) um exemplo de um diagrama de bandas. Vemos que existe uma região proibida de energia, *gap*, que permite definir a *banda de condução* como aquela que está acima, e a *banda de valência* como aquela que está abaixo [17].

A diferença fundamental entre metais, isolantes e semicondutores está na região de energias proibidas. Em um isolante o número de elétrons é suficiente para encher completamente todos os níveis da banda de valência e o gap é grande, limitando a excitação de elétrons para banda de condução. No caso do condutor, as bandas de energia podem se superpor ou podem estar parcialmente cheias, portanto, os elétrons têm a capacidade de se movimentar livremente ao se aplicar um campo elétrico externo. Finalmente, os semicondutores quando estão a temperatura de 0 K são isolantes mas o gap de energia é menor do que o destes. Por exemplo, no caso do diamante ele apresenta um gap de 5 eV , sendo que o silício tem um gap de 1.1 eV . Nos semicondutores, a região de energia proibida é tão pequena que levar os elétrons para a banda de condução pode ser feito simplesmente deixando ele à temperatura ambiente. Em geral, podemos definir como semicondutores aqueles materiais que tem um gap de energia menor a 2 eV [18].

Figura 3. Exemplo de metais onde as bandas se sobrepõem. Vemos que os isolantes e os semicondutores, tem a banda de valência cheia (cor azul) enquanto a banda de condução está vazia.

1.1.2 Excitação e decaimento entre níveis

Imagine o caso de excitar um elétron da banda de valência, via ótica ou térmica. Quando o elétron vai para a banda de condução deixa livre um espaço na banda de valência denominado *buraco*, esta nova configuração é denominada *par elétron buraco*. O elétron pode voltar para a banda de valência recombinando-se com o buraco e liberando energia em forma de fótons ou de vibrações na rede (fônons). De acordo com a estrutura de bandas, o processo de relaxamento do estado pode diferir entre dois casos mostrados na Figura 4. Quando o sistema tem uma transição direta, o valor de energia mínimo da banda de condução e o valor máximo da banda de valência tem o mesmo momentum e a recombinação libera fótons. No caso dos sistemas indiretos o mínimo da banda de condução e o máximo da de valência estão situadas em diferentes valores do número de onda k e a recombinação libera energia em forma de calor ou vibrações da rede.

Na manufatura de lasers semicondutores o sistema mais empregado é o aquele de transição direta pois aproveita melhor a recombinação e evita esquentar o semicondutor. ^{II}

^{II} Alguns exemplos de semicondutores diretos são: GaN, GaAs e InP. Mencionamos também alguns semicondutores indiretos: Si, Ge e AlAs.

Figura 4. O sistema com transições diretas libera um fóton quando o elétron se relaxa. No caso da transição indireta a energia liberada tem a forma de calor ou fônons.

1.2 Concentração de Portadores

Para conhecer as propriedades óticas do sistema precisamos saber a densidade de buracos e elétrons, os quais chamaremos de *portadores*, nas bandas de condução e valência. Sabemos que em semicondutores podemos introduzir portadores, dopando o material gerando um excesso de buracos (semicondutor tipo **p**) ou de elétrons (semicondutores tipo **n**). Como estamos trabalhando com um sistema de partículas idênticas que tem que obedecer o princípio de exclusão de Pauli, vamos usar a distribuição de *Fermi-Dirac* para conhecer a concentração de portadores nas bandas de energia:

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/k_B T} + 1} \quad (1.5)$$

tendo k_B como a constante de Boltzmann, E_F a energia de Fermi e T a temperatura. Esta distribuição nos dá a probabilidade excitar de um elétron para um nível de energia livre E , dada uma temperatura T . A energia de Fermi representa o nível mais alto possível que um elétron teria num sistema a zero Kelvin, todos os níveis de energia abaixo de E_F estão cheios e todos acima estão vazios (Ver [Figura 5](#)). Neste ponto, é necessário fazer uma explicação sobre a notação quando a temperatura do sistema for maior do que zero: se utiliza o termo *energia de Fermi* (E_F) quando o sistema está a temperatura zero e quando for maior, definimos o nível de Fermi μ , que é sinônimo do potencial químico no contexto de semicondutores, como a energia na qual o estado tem 50% de probabilidade de ser ocupado [\[16\]](#).

Vejamos o que acontece com os semicondutores intrínsecos quando a temperatura é maior do que zero. Neste caso alguns elétrons podem passar para a banda de condução criando buracos na banda de valência que logo se recombinariam. Este processo seria cíclico até obter o equilíbrio onde o processo de recombinação igualaria o processo de excitação térmica. Aqui, o número de elétrons nas duas bandas seria igual, como se representa na [Figura 6](#).

É muito interessante comparar o diagrama dos semicondutores intrínsecos com os extrínsecos porque como já mencionamos, o semicondutor dopado cria bandas de energia no

Figura 5. Com o sistema a temperatura zero, a banda de valência estaria completamente cheia e a banda de condução livre.

Figura 6. Nos semicondutores intrínsecos uma vez alcançado o equilíbrio entre do sistema, teríamos igual número de elétrons e buracos nas bandas.

meio da região proibida perto da banda de condução (de valência) para os semicondutores tipo **n** (**p**). Dado que a concentração de elétrons (buracos) aumentou, a distribuição de Fermi-Dirac se desloca para acima (abaixo) o que se vê representado no deslocamento do nível de Fermi para acima (abaixo) do novo nível criado na banda de condução (valência).

Figura 7. O nível de Fermi é modificado conforme a concentração de portadores se tem nas bandas.

Finalmente podemos calcular o número de portadores nas duas bandas. A densidade de portadores nas bandas é:

$$n(E) = \int_{E_c}^{E_{max}} \rho_c(E) f(E) dE, \quad (1.6)$$

$$p(E) = \int_{E_{min}}^{E_v} \rho_p(E) (1 - f(E)) dE, \quad (1.7)$$

onde $n(E)$ corresponde ao número de elétrons, $p(E)$ ao número de buracos, E_c é a energia mínima da banda de condução, E_{max} é a energia máxima da banda de condução que podemos trocar por ∞ porque a distribuição de Fermi vai para zero para energias muito altas. E_{min} é a energia mínima na banda de valência que igualmente trocamos por $-\infty$ e E_v é a energia mais alta da banda de valência. $\rho_{c/v}$ é a densidade de estados por unidade de energia na banda de condução/valência e $f(E)$ é a distribuição de Fermi-Dirac. Neste

ponto vamos considerar que estamos trabalhando com semicondutores não degenerados onde ^{III}

$$E_c - \mu \gg kT, \quad (1.8)$$

$$\mu - E_v \gg kT, \quad (1.9)$$

Olhando as equações 1.9 vemos que $e^{(E-\mu)/kT} \gg 1$, se levamos isto na distribuição de Fermi-Dirac (Equação 1.5), podemos desconsiderar a unidade que soma a exponencial, ficando com uma exponencial negativa ($e^{-(E-\mu)/kT}$) que corresponde à distribuição de Maxwell. Agora podemos escrever a densidade de portadores como:

$$n(E) = \frac{1}{2} \left(\frac{2m_c kT^{3/2}}{\pi \hbar} e^{(\mu-E_c)/kT} \right), \quad (1.10)$$

$$p(E) = \frac{1}{2} \left(\frac{2m_h kT^{3/2}}{\pi \hbar} e^{(E_v-\mu)/kT} \right), \quad (1.11)$$

onde $m_{c/h}$ indica a massa efetiva dos elétrons/buracos, na banda de condução/valência. As equações 1.10 e 1.11 são válidas sem importar o tipo de semicondutor, só temos a restrição da Equação 1.9. Para poder calcular a densidade de portadores precisamos conhecer o valor do potencial químico μ do semicondutor. Para isso, notemos que o produto np não depende de μ

$$np = \frac{1}{2^4} \left(\frac{2kT}{\pi \hbar^2} \right)^3 (m_c m_h)^{3/2} e^{(E_v-E_c)/kT}. \quad (1.12)$$

Esta relação indica que se tivermos uma temperatura constante, o produto entre densidades dos portadores é uma constante que independe da dopagem.

Calcular a densidade de portadores para os semicondutores intrínsecos ajuda a conhecermos a densidade no caso extrínseco. Sabemos que no caso intrínseco, os portadores são gerados aos pares e têm um processo no qual a excitação térmica iguala a recombinação elétron-buraco e portanto as densidades se mantêm iguais ($n = p$); isto nos ajuda a encontrar o valor do potencial químico

$$\mu = \frac{E_v + E_c}{2} + \frac{3kT}{4} \ln \left(\frac{m_h}{m_c} \right). \quad (1.13)$$

Chegamos então na densidade de portadores para semicondutores intrínsecos

$$n_i = \frac{1}{2^2} \left(\frac{2kT}{\hbar^2} \right)^{3/2} e^{(E_v-E_c)/2kT} (m_h m_c)^{3/4}, \quad (1.14)$$

^{III} Definimos os semicondutores não degenerados como aqueles que tem uma diferença de energia de $3kT$ entre o potencial químico e qualquer uma das bandas [19].

onde o sub-índice i refere-se a semicondutores intrínsecos. Lembremos agora da [Equação 1.12](#) e vejamos que no caso intrínseco:

$$np = n_i^2. \quad (1.15)$$

relação que por não ter dependência com o dopamento, permite que conhecida a densidade do semiconductor intrínseco, possa ser estimada a densidade do extrínseco. Na ?? e na ?? vimos que o dopamento cria novos níveis de energia (o doador e o aceitador) associados a átomos que são facilmente ionizáveis, consideramos então que a densidade de portadores nas bandas equivale ao número de elétrons ou buracos que o novo nível tem disponível ^{IV}

$$n \approx N_d \quad (1.16)$$

$$p \approx N_a \quad (1.17)$$

sendo N_d a densidade de elétrons no nível doador e N_a a densidade de buracos no nível aceitador. Conhecida a densidade de cada novo nível e usando a [Equação 1.15](#) encontramos a densidade de portadores em cada banda

$$n = \frac{n_i^2}{N_a} \quad \text{Semiconductor tipo } \mathbf{p}, \quad (1.18a)$$

$$p = \frac{n_i^2}{N_d} \quad \text{Semiconductor tipo } \mathbf{n}. \quad (1.18b)$$

A primeira relação apresentada na [Equação 1.18a](#) funciona quando o dopamento gerou semiconductor tipo **n** e predominam os elétrons na banda de condução. O valor da densidade dos buracos na banda de valência **p** é menor do que o valor dos elétrons na banda de condução, como se representa na [Figura 7](#). Quando for um semiconductor tipo **p** a densidade de elétrons na banda de condução é menor do que a densidade de buracos na banda de valência.

1.3 Junções

Vimos como é que os semicondutores trabalham, a concentração de portadores e as suas transições, agora vamos estudar uma das aplicações mais interessantes que são as junções *pn* e as heterojunções.

1.3.1 Junção PN

A junção **PN** é uma estrutura muito versátil que podemos encontrar como célula solar, diodo, fotodiodos e vários outros usos. Consiste em um semiconductor que tem um

^{IV} Aqui estamos supondo que a energia de ionização é suficiente para que todos os elétrons mudem de banda.

Figura 8. Denominamos *junção* à parte onde as duas regiões se encontram. O processo de dopamento em cada região do semiconductor pode gerar diferente número de portadores.

tratamento dopante tal que uma parte dele fica sendo tipo **n** e a outra tipo **p**. Vamos estudar esta estrutura de uma forma descritiva que permita ter uma noção geral do funcionamento dele.

Vamos considerar o semiconductor depois de ter sido modificado para ter os dois dopantes nele. Para cada elétron (buraco) existe um íon de carga oposta de onde o elétron (buraco) saiu. O equilíbrio do sistema se atinge quando a distribuição dos portadores for homogênea pelo material todo [15]. Procurando o equilíbrio, os elétrons vão tentar passar pela junção até a região **p** deixando íons positivos na região **n**; na recombinação com os buracos da região **p** vão criar íons negativos. Devido ao intercambio de portadores a região **p** ficará carregada negativamente e a região tipo **n** fica carregada positivamente, criando uma diferença de potencial entre as regiões denominado *potencial de contato* (ϕ), diminuindo fortemente o trânsito de portadores e criando uma diferença de energia entre regiões igual a $e\phi$, como se ilustra na Figura 9.

Quando se aplica uma voltagem V_o no sentido da polarização direta como indicado pela Figura 10, a diferença de potencial entre as duas regiões diminuiu por eV_o , vamos entender isto por partes. Quando o terminal negativo está ligado ao lado **n**, elétrons vão invadir este lado e vão se recombinar com os íons positivos que tem na junção além de atrair aos buracos que estão na região **p**. Uma vez que a maioria dos íons positivos estejam neutros, os elétrons podem passar à região **p** onde alguns deles vão se recombinar com os buracos em excesso existente na região. Isso fará com que sejam atraídos pelo terminal positivo. De forma similar acontece com os buracos. Teremos assim, elétrons indo para a junção desde a região **p** e buracos indo para junção desde a região **n** com recombinação na interface.

Figura 9. No equilíbrio, a recombinação das portadoras gera íons que a sua vez geram um campo elétrico que limita o passo de portadores. A região da junção não tem cargas livres devido ao campo elétrico criado pelos íons.

Figura 10. O esquema do semiconductor mostra que o campo elétrico diminui devido à recombinação dos novos elétrons/buracos com os íons antes presentes. No diagrama de bandas, a linha cortada se refere ao sistema em equilíbrio e vemos o aumento da energia na região **n** pela voltagem aplicada. Vemos que o terminal positivo vai na região **p** e o negativo na região **n**, esta configuração se denomina de polarização direta.

Figura 11. Como exemplo de uma heterojunção, propomos uma estrutura **ppn**. Na região de junção são criados offsets de energia que quando tem uma injeção de corrente em polarização direta, atuam como barreiras de potencial para evitar o escape de portadores. Também tem o efeito dos índices de refração dos materiais usados, sendo o da região ativa o maior e que aumenta ainda mais quando o gap de energia diminui. Por tudo isso a eficiência na amplificação da luz é melhorada.

1.3.2 Heterojunção

Uma junção feita de diferentes materiais recebe o nome de *heterojunção*. Esta nova estrutura é muito útil em sistema óticos pois gera descontinuidades nas bandas, isto é, barreiras de potencial localizadas que definem plenamente uma região que chamamos de *região ativa*, onde os portadores vão se recombinar. Além disso, aproveitando o índice de refração de diferentes materiais, é possível criar estruturas fotônicas para o confinamento ou o direcionamento da luz. Estas vantagens fazem com que as heteroestruturas sejam os sistemas por excelência para criação de laser.

Nas interfaces da junção são gerados deslocamentos nas energias das bandas ($\Delta E_{c/v}$). Quando aplicamos voltagem na polarização direta os buracos e os elétrons vão se encontrar na região ativa e sabemos pelo explicado na junção *PN* que a diferença de energia entre regiões diminui. Na maioria de semicondutores o índice de refração aumenta conforme o "band gap" diminui, portanto a região ativa vai ter um índice de refração maior que nas vizinhanças e a luz é confinada nesta região melhorando a eficiência de recombinação elétron-buraco na geração de luz [20].

1.3.2.1 Estrutura do Laser

A Figura 12 mostra a estrutura usual do chip de um laser semiconductor. Ele esta formado por uma heterojunção, com duas camadas dopadas (**p** e **n**) e uma camada não dopada (intrínseco). A região ativa é onde o efeito do laser vai acontecer. Quando a corrente em polarização direta é injetada no sistema, a luz sai na direção z . Os dois extremos do chip na direção z funcionam como espelhos e retornam alguma porcentagem da luz amplificada, gerando uma onda estacionaria na direção longitudinal [21].

Figura 12. Estrutura típica do semiconductor. Vemos que corresponde a uma hetero-junção com uma região **p**, uma **n** e no meio uma camada de material intrínseco.

Existe um grande número de condições para escolher os elementos que vão compor o laser. A primeira condição é que os materiais devem ter uma transição direta entre bandas pois isto melhora a eficiência da emissão. Por exemplo, o $GaAs$ com um gap de $1,52\text{ eV}$ a 0 K é amplamente implementado nestes sistemas e em geral os semicondutores que estão entre as colunas $IIIA$ e VA da tabela periódica. Semicondutores como o Ge ou o Si são péssimos candidatos para o laser por eles terem transições indiretas.

Um aspecto importante é o substrato onde o laser é feito. A diferença entre constantes de rede entre substrato e semiconductor tem que ser no máximo 0.1% pois um valor maior levaria à que a densidade de defeitos da rede aumente, mudando levemente as propriedades como "band gap", degradando a emissão laser. Claramente dependendo do comprimento de onda o "band gap" é estabelecido, assim, semicondutores dopados como o $Al_xGa_{1-x}As$ podem ser construídos e emitir em uma faixa de $0,7$ a $0,9\text{ μm}$. Este semiconductor pode ser produzido sobre um sustrato de $GaAs$ [22].

Resumo do capítulo

Finalizando este capítulo estamos na capacidade de explicar como são as transições no semicondutor, como dopar o semicondutor ajuda na criação da diferença de população e porquê as junções **PN** e heterojunções são preferidos na hora de construir lasers.

Agora estamos interessados em entender o que acontece quando colocamos o semicondutor no meio de dois espelhos para a realimentação ótica podendo estes refletores serem as próprias faces do semicondutor. Esse tema será explicado no capítulo seguinte.

TEORIA DO LASER

Um laser é uma estrutura que gera e amplifica radiação de forma coerente, isto é, com comprimento de onda e fase igual entre os fótons absorvidos e os emitidos, empregando a emissão estimulada de radiação. Desde a invenção do laser por Maiman [23] um número crescente de aplicações desta fonte de luz tem sido encontrada. Por exemplo, o nosso sistema de telecomunicações se baseia neles. Basicamente, um laser está composto por três componentes:

- ◊ Uma região *ativa* que tem como tarefa amplificar a luz incidente.
- ◊ Um bombeio que leva os átomos do nível fundamental para níveis superiores.
- ◊ Uma cavidade ótica que reinjeta no sistema parte da luz amplificada, deixando sair uma fração da mesma e, por sua vez, seleciona os modos que vão viver dentro da cavidade.

Neste capítulo, vamos explicar estes três componentes do laser. Começaremos estudando o meio amplificador partindo do sistema de dois níveis, passando pela descrição do origem da largura natural e pela interação da radiação sobre o sistema de dois níveis onde usaremos a eletrodinâmica clássica para introduzir as propriedades do material amplificador. Passamos assim a estudar o sistema de três níveis para entender o conceito de inversão de população e como funciona o bombeio.

Vamos então para a última parte do laser, a cavidade vazia. Nesta parte introduzimos os conceitos de largura de banda, finesse e intervalo espectral livre. Finalizamos o capítulo estudando o sistema completo, cavidade junto com meio de ganho e fazemos uma breve menção do ruído ao laser semiconductor.

2.1 Amplificadores

Começamos a tarefa única e fortemente necessária de entender como é o sistema de amplificação no laser. O meio de ganho ou região ativa, como é denominada esta estrutura, tem a tarefa fundamental de amplificar a luz incidente de forma coerente o que significa, que tenham a mesma frequência e fase do que os fótons do feixe incidente.

2.1.1 Absorção e Emissão de Luz

Pensemos em um sistema de dois níveis, atômico, molecular ou sólido. Sabemos que os estados de menor energia são os mais estáveis e portanto os sistemas físicos tendem a ficar nesse estado e por consequência, um elétron excitado vai tentar, por algum meio e em algum tempo τ , voltar para seu estado de mínima energia. Isto é conhecido como *emissão espontânea*, sendo caracterizado por ser um processo aleatório na direção e na fase do fóton emitido ([Figura 13 a](#)). O elétron excitado tem duas possibilidades para decair, ele pode se relaxar emitindo um fóton, o que se denomina *relaxamento radiativo*, ou ele pode se relaxar liberando sua energia em forma de calor ou como vibrações em uma rede (fônons), o que denominamos *relaxamento não radiativo* [6]. No caso de laser semicondutores idealmente se procura por um processo nativamente radiativo para aumentar a eficiência de emissão.

Como feito por Einstein [24], o sistema de dois níveis permite ter uma boa apreciação dos processo radiativos. Cada nível tem energias E_2 e E_1 , com $E_2 > E_1$, com densidade de população N_2 e N_1 , respectivamente. No processo espontâneo, a taxa de decaimento dos átomos excitados para o nível inferior deve ser proporcional ao número de átomos que estejam no nível excitado e deve ser igual à taxa com que o nível E_1 é preenchido. Desse modo,

$$\left[\frac{dN_2(t)}{dt} \right]_{esp} = \left[-\frac{dN_1(t)}{dt} \right]_{esp} = -A_{21}N_2(t), \quad (2.1)$$

onde A_{21} é a probabilidade de transição espontânea. A solução da [Equação 2.1](#) é uma exponencial decrescente, o que justifica que a população do nível E_2 caia rapidamente com uma taxa $1/A_{21}$.

Consideremos que agora enviamos luz para o sistema. Se um fóton incidente tem a mesma energia da transição, $\hbar\omega = E_2 - E_1$, ele poderá ser absorvido por um átomo no nível E_1 e levará um elétron para o nível E_2 . Este processo é conhecido como *absorção estimulada* representado na [Figura 13 c](#)). A taxa de absorção é proporcional ao número de fótons incidentes com energia $\hbar\omega$ ($n(t)$), vezes a população N_1

$$\left[\frac{dN_2(t)}{dt} \right]_{ab} = B_{12}n(t)N_1(t), \quad (2.2)$$

sendo B_{12} a probabilidade de absorção estimulada. Os fótons incidentes também podem estimular a transição do elétron do nível E_2 para o nível E_1 emitindo um fóton de energia $\hbar\omega$, com a mesma fase e direção que os fótons incidentes. Já poderíamos imaginar que o nome do processo é *emissão estimulada* e a sua equação de taxa é:

$$\left[\frac{dN_2(t)}{dt} \right]_{est} = -B_{21}n(t)N_2(t). \quad (2.3)$$

Figura 13. Processos radiativos no sistema de dois níveis. Em **a)** vemos a emissão espontânea, em **b)** vemos a emissão estimulada e em **c)** a absorção. Figura tomada de [25].

A taxa total de transferência corresponde à soma das equações de taxa

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = -\frac{dN_1(t)}{dt} = [B_{12}N_1(t) - B_{21}N_2(t)]n(t) - A_{21}N_2(t). \quad (2.4)$$

Neste ponto vamos considerar que o feixe incidente é muito forte de tal forma que a emissão espontânea é muito fraca frente aos processos estimulados. Esta aproximação terá sentido mais para frente, onde consideraremos que o meio de ganho será inserido dentro de uma cavidade, o que gerará grande retorno da intensidade da luz,

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = -\frac{dN_1(t)}{dt} = [B_{12}N_1(t) - B_{21}N_2(t)]n(t) \quad (2.5)$$

A equação Equação 2.5 corresponde à taxa de elétrons que são excitados quando absorvem um fóton do campo incidente. A mesma quantidade de energia tem que ser retirada do campo incidente

$$\frac{dn(t)}{dt} = -[B_{12}N_1(t) - B_{21}N_2(t)]n(t), \quad (2.6)$$

com $n(t)$ a densidade de fótons do campo incidente. Considerando um sistema não degenerado, a razão de transferência entre os processos estimulados é a mesma, ou seja $B_{12} = B_{21} = B$ [6]¹. Vemos então que a densidade de fótons do feixe incidente pode

¹ Em geral, um sistema que apresenta degenerescência poderia ter diferentes taxas de transferência entre estados, mas aqui consideramos sistemas não-degenerados.

decair ou aumentar conforme a variação de portadores. Se o sinal externo aplicado em um sistema cuja maioria de átomos está no nível fundamental ($N_1 > N_2$), a diferença de população será positiva e a Equação 2.6 negativa indicando que o fluxo de fótons está diminuindo devido às transições para o nível superior. Se estivermos em um regime onde N_2 é maior que N_1 , a intensidade do feixe incidente seria incrementada obtendo assim uma amplificação proporcional à diferença de população. Esta condição é chamada de *inversão de população*.

Não levemos a impressão errada que podemos construir um laser com apenas dois níveis. Até agora usamos o sistema de dois níveis como ferramenta teórica para mostrar que a inversão de população é uma condição *necessária* para o laser. Mas lembremos que em um sistema termodinâmico de dois níveis que atinge o equilíbrio, o nível com energia menor sempre tem uma probabilidade maior de ser ocupado do que o nível de energia superior segundo a distribuição de Maxwell-Boltzmann

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{(E_2-E_1)}{\kappa_B T}}. \quad (2.7)$$

Mesmo considerando o sistema fora do equilíbrio, não é possível ter uma inversão de população no sistema de dois níveis, pois além das transições estimuladas temos a emissão espontânea.

2.1.2 Sistema de Três Níveis

A forma mais simples para inverter a população é um sistema de três níveis. Serve como um modelo útil, aplicável por exemplo, para o laser de rubi, o primeiro laser. Como veremos mais a frente, no capítulo 5, o nosso sistema apresenta configurações onde absorve fótons ao invés de amplificar. Por isso vamos estudar o sistema de três níveis para entender como é a inversão de população nestes sistemas. A Figura 14 esquematiza o sistema de três níveis. Os termos γ_{ij} representam as taxas de transição entre os níveis i e j . Vemos o bombeio B que gera transições estimuladas entre o nível 1 e 3, onde $B = B_{31} = B_{13}$. Queremos ter o efeito de laser entre os níveis 2 e 1 e para isso a inversão de população deve se dar entre eles o que gera condições sobre o tempo que um átomo pode permanecer em um estado.

Vamos desenvolver as equações de taxa, que basicamente correspondem ao fluxo de átomos que entram e saem de um nível por unidade de tempo.

$$\frac{dN_3}{dt} = BN_1 - BN_3 - \gamma_{31}N_3 - \gamma_{32}N_3. \quad (2.8a)$$

$$\frac{dN_2}{dt} = \gamma_{32}N_3 - \gamma_{21}N_2. \quad (2.8b)$$

Figura 14. Esquema do sistema de três níveis. Supomos que as transições entre o nível 3 e o 1 tem uma probabilidade muito baixa de acontecer; denotamos o mecanismo de bombeio como **B**.

Para o nível base não precisamos equação de taxa porque ele está relacionado com os outros dois mediante a conservação do número de átomos $N = N_1 + N_2 + N_3$. Considerando o sistema quando atinge o equilíbrio:

$$B(N_1 - N_3) - \gamma_3 N_3 = 0; \quad \gamma_3 = \gamma_{31} + \gamma_{32}, \quad (2.9a)$$

$$\gamma_{32} N_3 - \gamma_{21} N_2 = 0. \quad (2.9b)$$

Neste ponto vamos estudar a diferença entre as populações 2 e 1.

$$\begin{aligned} N_2 - N_1 &= N_2 - N_3 - \frac{\gamma_3 N_3}{B}, \\ &= N_2 - \frac{\gamma_{21}}{\gamma_{32}} N_2 - \frac{\gamma_3 \gamma_{21}}{\gamma_{32} B} N_2. \end{aligned} \quad (2.10)$$

O termo γ_3 pode se simplificar, se pensamos que a probabilidade de uma transição entre o nível 3 e 1 é baixa comparada com a transição entre 3 e 2 ($\gamma_{32} \gg \gamma_{31}$) o que é

válido se consideramos que a transição entre 3 e 1 é muito estreita, portanto $\gamma_3 \approx \gamma_{32}$ e obtemos:

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{N_2 - N_1}{N} = \frac{\gamma_{32}B - \gamma_{21}B - \gamma_{21}\gamma_{32}}{2\gamma_{21}B + \gamma_{21}\gamma_{32}} \quad (2.11)$$

Vemos que $\Delta N > 0$ se

$$B \geq \frac{\gamma_{32}\gamma_{21}}{\gamma_{32} - \gamma_{21}}, \quad (2.12)$$

$$\gamma_{32} > \gamma_{21}. \quad (2.13)$$

esta condição é conhecida como a *inversão de população*. Assim, átomos no nível 3 de energia tem que decair rapidamente para o nível 2, aqueles que estejam no nível 2 tem que ficar mais tempo neste nível antes de passar para o 1, onde pela ação do bombeio, serão excitados rapidamente para o nível 3. Este processo gera um nível 2 superlotado comparado com os seus vizinhos, garantindo a inversão de população. Com estas considerações podemos considerar a [Equação 2.11](#) normalizada pelo número total da átomos como:

$$\frac{\Delta N}{N} \propto \frac{aB - b}{2eB + b} + c, \quad (2.14)$$

Representamos esta relação na [Figura 15](#) onde vemos que um sistema de três níveis pode apresentar absorção se o bombeio não for suficiente forte.

Figura 15. Inversão de população normalizado em função do bombeio B para o sistema de três e quatro níveis. Vemos que um sistema de três níveis pode apresentar absorção enquanto o sistema de quatro níveis não. A linha pontilhada representa o limiar de oscilação.

Um sistema de quatro níveis funciona para descrever sistemas como o $Nd : YAG$ e o $Ti : Safira$. Uma análise parecida com a desenvolvida nesta seção nos leva a concluir que a diferença de população do sistema de quatro níveis é da forma [6]

$$\frac{\Delta N}{N} \propto \frac{aB}{h + fB}, \quad (2.15)$$

onde vemos que em um sistema de quatro níveis sempre temos inversão de população. Por isto é que os sistemas de quatro níveis são procurados para construir lasers, já que o bombeio necessário para obter amplificação é menor do que o bombeio no sistema de três níveis.

2.1.2.1 Interação da radiação com sistema de dois níveis

Estamos interessados nos efeitos da luz no sistema amplificador assim como o papel da população na absorção e refração da luz. Este estudo será feito usando o formalismo da matriz densidade [13] dado que o passo para o tratamento do laser semicondutor na teoria quântica é feito usando este conceito [21]. Para isso, tomemos um sistema de dois níveis que é bombeado com um feixe de luz. O Hamiltoniano do sistema é

$$\begin{aligned} H &= H_o + H_I, \\ H_o &= \hbar\omega_o\sigma_z, \\ H_I &= -\mu E(t), \end{aligned} \quad (2.16)$$

H_o correspondendo ao hamiltoniano do sistema de dois níveis, σ_z à matriz de Pauli que representa os dois estados possíveis do átomo, H_I ao hamiltoniano de interação, $\mu = -er$ ao momento de dipolo elétrico de só um átomo do sistema alinhado na polarização do campo incidente. A princípio poderíamos considerar o campo incidente como uma onda plana $E(r, t) = E_o e^{i(kr - \omega t)}$ com $k = 2\pi/\lambda$ e λ o comprimento de onda. Porém, podemos desprezar o termo e^{ikr} se considerarmos que o comprimento de onda da luz é muito maior do que o tamanho do átomo e, portanto, $kr \ll 1$ o que permite expandir a exponencial ao redor de zero e ficar só com o primeiro termo, deixando o campo elétrico como $E(t) = E_o e^{-i\omega t}$. Isto é conhecido como *aproximação de dipolo elétrico*.

O nosso propósito é conhecer o momento de dipolo de um ensemble $\langle \mu \rangle$ induzido pelo campo incidente, que em termos da matriz densidade é dado por [5]:

$$\begin{aligned} \langle \hat{\mu} \rangle &= Tr[\hat{\rho}\hat{\mu}], \\ &= (\rho_{21} + \rho_{12})\mu, \end{aligned} \quad (2.17)$$

onde foi considerado que $\mu_{11} = \mu_{22} = 0$ pela paridade ^{II} e $\mu_{12} = \mu_{21} = \mu$. [26].

^{II} $\langle f | \mathbf{r} | i \rangle = 0$ a menos que os estados $|f\rangle$ e $|i\rangle$ tenham paridade oposta.

A evolução temporal da matriz densidade é:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{-i}{\hbar} [H, \rho]. \quad (2.18)$$

Se considerarmos que a matriz densidade está escrita na base de autoestados do hamiltoniano de dois níveis ($H_o |\Psi_i\rangle = E_i |\Psi_i\rangle$) e tomamos cada uma das componentes resultantes da [Equação 2.18](#) obtemos:

$$\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} = -i\omega_o \rho_{21} + \frac{i\mu}{\hbar} E(t), \quad (2.19)$$

com $\omega_o = (E_2 - E_1)/\hbar$

$$\frac{\partial \rho_{22}}{\partial t} = \frac{-i\mu E(t)}{\hbar} (\rho_{21} - \rho_{21}^*) \quad (2.20)$$

Sabendo que na matriz densidade $\text{Tr}[\rho] = 1$, ou seja

$$\rho_{11} + \rho_{22} = 1, \quad (2.21)$$

podemos obter a seguinte equação:

$$\frac{\partial(\rho_{11} - \rho_{22})}{\partial t} = \frac{2i\mu E(t)}{\hbar} (\rho_{21} - \rho_{21}^*) \quad (2.22)$$

As equações da matriz densidade até agora apresentadas não tem informação nenhuma do termo de emissão espontânea ^{III}, então vamos acrescentar nas equações anteriores os seguintes termos:

- ♣ Γ é o fator de decaimento espontâneo entre as populações. Este termo garante que no caso de desligar o campo incidente, a população irá para o equilíbrio.
- ♣ γ é um termo associado à perda da coerência na fase do sistema via colisões. Pensemos em um sistema de dipolos que oscilam na mesma frequência como ilustrado na [Figura 16](#). Suponha que depois de um tempo os dipolos podem sofrer colisões elásticas entre eles o que não reduz a amplitude da oscilação mas muda a fase de cada dipolo. Essa defasagem gera uma mudança na amplitude do momento de dipolo total $\mu_{Tot}(t)$. Essas colisões aleatórias podem cancelar o momento de dipolo mesmo sem processos radiativos.

^{III} O termo de emissão espontânea surge da quantização do campo de Wigner-Weisskopf [\[27\]](#)

Figura 16. Colisões entre dipolos mudam a fase de cada dipolo o que pode diminuir o momento de dipolo total [6].

Assim, a [Equação 2.19](#) e [Equação 2.22](#) ficam:

$$\frac{\partial \rho_{21}}{\partial t} = -i\omega_o \rho_{21} + \frac{i\mu}{\hbar} E(t) - \gamma \rho_{21}, \quad (2.23a)$$

$$\frac{\partial (\rho_{11} - \rho_{22})}{\partial t} = \frac{2i\mu E(t)}{\hbar} (\rho_{21} - \rho_{21}^*) - \Gamma[(\rho_{11} - \rho_{22}) - (\rho_{11} - \rho_{22})_o] \quad (2.23b)$$

onde $(\rho_{11} - \rho_{22})_o$ corresponde à diferença de população quando o campo incidente é zero.

Vamos mudar a base para um sistema rotante $\rho = \tilde{\rho} e^{-i\omega t}$, onde $\tilde{\rho}$ varia lentamente com o tempo. Também consideramos o caso especial quando o campo incidente é harmônico

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(t) &= \text{Re}(\mathbf{E}_o e^{i\omega t}) \\ &= \frac{\mathbf{E}_o}{2} (e^{i\omega t} + e^{-i\omega t}) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Assim, as equações 2.23a e 2.23b ficam:

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_{21}}{\partial t} = i(\omega - \omega_o) \tilde{\rho}_{21} + \frac{i\mu E_o}{2\hbar} (e^{i2\omega t} + 1) (\rho_{11} - \rho_{22}) - \gamma \tilde{\rho}_{21}, \quad (2.25a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_{11} - \rho_{22})}{\partial t} &= \frac{i\mu E_o}{\hbar} [\tilde{\rho}_{21} (1 - e^{-i2\omega t}) + \tilde{\rho}_{21}^* (e^{i2\omega t} - 1)] \\ &\quad - \Gamma[(\rho_{11} - \rho_{22}) - (\rho_{11} - \rho_{22})_o]. \end{aligned} \quad (2.25b)$$

Como estamos considerando que $\omega \approx \omega_o$, as exponenciais com termos 2ω podem ser desprezadas pois oscilam rapidamente comparados com os termos ω e numa média temporal o seu efeito é nulo. Essa aproximação é chamada de *aproximação de onda girante*, resultando em

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_{21}}{\partial t} = i(\omega - \omega_o) \tilde{\rho}_{21} + \frac{i\mu E_o}{2\hbar} (\rho_{11} - \rho_{22}) - \gamma \tilde{\rho}_{21}, \quad (2.26a)$$

$$\frac{\partial(\rho_{11} - \rho_{22})}{\partial t} = \frac{i\mu E_o}{\hbar} (\tilde{\rho}_{21} + \tilde{\rho}_{21}^*) - \Gamma[(\rho_{11} - \rho_{22}) - (\rho_{11} - \rho_{22})_o]. \quad (2.26b)$$

Para obter a solução no estado estacionário, basta igualar as equações 2.26a e 2.26b a zero:

$$\gamma \tilde{\rho}_{21} = i(\omega - \omega_o) \tilde{\rho}_{21} + \frac{i\mu E_o}{2\hbar} (\rho_{11} - \rho_{22}), \quad (2.27a)$$

$$\frac{i\mu E_o}{\hbar} (\tilde{\rho}_{21} + \tilde{\rho}_{21}^*) = \Gamma[(\rho_{11} - \rho_{22}) - (\rho_{11} - \rho_{22})_o]. \quad (2.27b)$$

Agora podemos manipular as equações fazendo somas e subtrações entre a Equação 2.27a e seus complexos conjugados, e junto com a Equação 2.27b vamos obter o seguinte:

$$(\rho_{22} - \rho_{11}) = \frac{\left[1 + \left(\frac{\omega - \omega_o}{\gamma}\right)^2\right] (\rho_{22} - \rho_{11})_o}{\left[1 + \left(\frac{\omega - \omega_o}{\gamma}\right)^2\right] + \frac{\Omega^2}{\Gamma\gamma}}, \quad (2.28)$$

$$\text{Re}(\tilde{\rho}_{21}) = \frac{\frac{(\omega - \omega_o)\Omega}{2\gamma^2} (\rho_{22} - \rho_{11})_o}{\left[1 + \left(\frac{\omega - \omega_o}{\gamma}\right)^2\right] + \frac{\Omega^2}{\Gamma\gamma}}, \quad (2.29)$$

$$\text{Im}(\tilde{\rho}_{21}) = \frac{\frac{-\Omega}{2\gamma} (\rho_{22} - \rho_{11})_o}{\left[1 + \left(\frac{\omega - \omega_o}{\gamma}\right)^2\right] + \frac{\Omega^2}{\Gamma\gamma}}. \quad (2.30)$$

onde $\Omega = \frac{\mu E_o}{\hbar}$ é a frequência de Rabi que corresponde a um ciclo onde o sistema de dois níveis absorve e emite luz pelo processo estimulado. Lembremos que estamos procurando é o valor da media do ensemble $\langle \mu \rangle$ que tem a forma:

$$\begin{aligned}
\langle \hat{\mu} \rangle &= \mu(\rho_{12} + \rho_{21}) \\
&= \mu \left(\tilde{\rho}_{21}^* e^{i\omega t} + \tilde{\rho}_{21} e^{-i\omega t} \right) \\
&= 2\mu [\text{Re}(\tilde{\rho}_{21}) \cos(\omega t) + \text{Im}(\tilde{\rho}_{21}) \sin(\omega t)].
\end{aligned} \tag{2.31}$$

A polarização macroscópica é:

$$\text{Re}(P) = N \langle \hat{\mu} \rangle, \tag{2.32}$$

onde N é a densidade de átomos, e usando as relações 2.29, 2.30 e 2.31 a polarização fica:

$$\text{Re}(P) = N\mu \left[\frac{\frac{(\omega_o - \omega)\Omega}{\gamma^2} \cos(\omega t) - \frac{\Omega}{\gamma} \sin(\omega t)}{\left[1 + \left(\frac{\omega - \omega_o}{\gamma} \right)^2 \right] + \frac{\Omega^2}{\Gamma\gamma}} \right] (\rho_{22} - \rho_{11})_o. \tag{2.33}$$

Por outro lado, a diferença de população por unidade de volume é obtida multiplicando a Equação 2.28 por N , assim:

$$\Delta N = \frac{\left[1 + \left(\frac{\omega - \omega_o}{\gamma} \right)^2 \right] \Delta N_o}{\left[1 + \left(\frac{\omega - \omega_o}{\gamma} \right)^2 \right] + \frac{\Omega^2}{\Gamma\gamma}}, \tag{2.34}$$

com $\Delta N_o = N(\rho_{22} - \rho_{11})_o$ que corresponde à diferença de população do sistema sem campo aplicado e em equilíbrio. Vejamos que o termo Ω^2 é proporcional à intensidade incidente I . Quando a intensidade do bombeio é muito grande, os processos estimulados tanto de emissão como de absorção, serão tão fortes que a diferença de população tende para zero. Esta condição é conhecida como saturação. Como consequência teremos o alargamento da largura de linha do sistema, fenômeno que estudaremos na seção 2.3.

2.1.2.2 Polarização e Susceptibilidade Dielétrica

Para conectar isto com a susceptibilidade dielétrica, evoquemos os conhecimentos de eletrodinâmica. O vetor de deslocamento elétrico é proporcional ao campo elétrico dentro do material e polarização:

$$\mathbf{D} = \epsilon_o \mathbf{E} + \mathbf{P}, \tag{2.35}$$

onde o vetor de polarização é escrito como [28],

$$\mathbf{P} = \epsilon_o \chi(\omega) \mathbf{E}, \tag{2.36}$$

e obtemos uma expressão para o vetor deslocamento dada por:

$$\mathbf{D} = \varepsilon(\omega) \mathbf{E}. \tag{2.37}$$

Por outro lado, imaginemos o que aconteceria com uma onda plana que viaja em direção z com vetor de onda $\kappa = \omega \sqrt{\epsilon(\omega)} \mu$:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(t) &= \text{Re} \left[\mathbf{E}_o e^{i(\omega t - \kappa z)} \right], \\ \kappa &= \omega \sqrt{\mu \epsilon_o [1 + \chi(\omega)]} \end{aligned} \quad (2.38)$$

Considerando que $|\chi| \ll 1$, podemos expandir a raiz e obter:

$$\kappa \approx k_o \left(1 + \frac{\chi(\omega)}{2} \right), \quad (2.39)$$

com $k_o = \omega/c$, onde consideramos um material dielétrico ($\mu = \mu_o$). Além disso, consideremos que a susceptibilidade é complexa $\chi = \chi' - i\chi''$. O campo elétrico tomará a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(t) &= \text{Re} \left[\mathbf{E}_o e^{i\omega t} e^{-ik_o(1+\chi'/2)z} e^{-k_o\chi''z/2} \right], \\ &= \text{Re} \left[\mathbf{E}_o e^{i\omega t} e^{-i(k_o+\Delta k)z} e^{g(\omega)z} \right]. \end{aligned} \quad (2.40)$$

onde

$$\Delta k = \frac{\chi' k_o}{2} \quad (2.41)$$

corresponde a um deslocamento na fase da onda e

$$g(\omega) = -\frac{\chi'' k_o}{2} \quad (2.42)$$

relaciona-se com a amplificação da luz e é conhecido como o *coeficiente de ganho*.

Falta agora conhecer os valores das componentes da susceptibilidade. A polarização do sistema corresponde a:

$$\mathbf{P}(t) = \text{Re}(\mathbf{P} e^{i\omega t}), \quad (2.43)$$

onde usando a [Equação 2.32](#) junto com a [Equação 2.36](#) encontramos que:

$$\begin{aligned} N \langle \hat{\mu} \rangle &= \text{Re} \left(\mathbf{E}_o \epsilon_o \chi e^{i\omega t} \right) \\ &= \mathbf{E}_o \epsilon_o \left(\chi' \cos(\omega t) + \chi'' \sin(\omega t) \right), \end{aligned} \quad (2.44)$$

e usando a [Equação 2.33](#), concluímos a forma das componentes da susceptibilidade:

$$\chi' = \frac{\Delta N \mu^2 \pi}{\gamma_o \epsilon_o \hbar} (\omega_o - \omega) \mathcal{L}(\omega), \quad (2.45)$$

$$\chi'' = -\frac{2\pi\Delta N\mu^2}{\epsilon_o\hbar}\mathcal{L}(\omega), \quad (2.46)$$

onde $2\gamma = \gamma_o$, $\mathcal{L}(\omega)$ é a função Lorentziana, centrada em ω_o e com largura a meia altura γ_o .

Figura 17. Parte Real e Imaginária da Susceptibilidade Elétrica.

Finalmente cabe lembrar a relação entre o índice de refração n e a susceptibilidade do meio. Pela eletrodinâmica sabemos que $n = \sqrt{(\epsilon\mu)/(\epsilon_o\mu_o)}$, levando em consideração que o material é dielétrico da [Equação 2.39](#) encontramos que:

$$n_{re} - in_{im} = 1 + \frac{\chi'(\omega)}{2} - i\frac{\chi''}{2}. \quad (2.47)$$

Com esta última expressão acoplamos o índice de refração, uma propriedade do material, com a diferença de população do laser, mediante a susceptibilidade. Note que as propriedades do material mudam se o material estiver absorvendo ($\Delta N < 0$) ou amplificando a luz ($\Delta N > 0$). Comparando com o sistema de dois níveis, [Equação 2.7](#), vemos que nesse sistema sempre vamos ter $\Delta N < 0$.

2.2 Cavity Vazia

Como foi dito no começo do capítulo, o laser é composto por três componentes essenciais. Nesta seção vamos tratar o terceiro e último deles, a cavidade de retroalimentação. Fazemos o estudo da cavidade vazia para introduzir a notação usada e logo passamos à cavidade com meio de ganho.

Consideremos uma cavidade vazia de espelhos planos, cada espelho com refletividade R_1 e R_2 . Dentro da cavidade temos uma onda plana, monocromática de frequência ω e comprimento de onda λ :

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \left[\mathbf{E}_o e^{i(-\omega t + k z)} \right] \quad (2.48)$$

onde (E_o) é uma amplitude complexa.

Queremos estudar o que acontece com o campo transmitido e refletido pela cavidade e para isso detalhemos a [Figura 18](#). O campo incidente de amplitude E_o quando chega no primeiro espelho tem uma parte refletida e uma transmitida. A amplitude transmitida ($E_o t_1$) será menor que a amplitude inicial. A onda se propaga até atingir o segundo espelho onde novamente tem uma parte transmitida e uma refletida. A linha vermelha indica o caminho extra que percorre o primeiro feixe refletido comparado com o primeiro feixe transmitido, o que corresponde à fase ganha pela diferença de caminho ótico entre dois feixes no mesmo frente de onda e cuja relação é:

$$\phi = \frac{4\pi}{\lambda} d \cos(\theta_1). \quad (2.49)$$

Figura 18. Esquema de uma cavidade Fabry Perot.

O feixe total transmitido pela cavidade será a soma de todos e cada um dos feixes em cada passo descrito, assim:

$$\begin{aligned}
\mathbf{E}_t &= \mathbf{E}_o t_1 t_2 + \mathbf{E}_o t_1 t_2 r_1 r_2 e^{i\phi} + \mathbf{E}_o t_1 t_2 r_1^2 r_2^2 e^{i2\phi} + \mathbf{E}_o t_1 t_2 r_1^3 r_2^3 e^{i3\phi} + \dots, \\
&= \mathbf{E}_o t_1 t_2 \sum_{n=0}^{\infty} r_1^n r_2^n e^{in\phi}, \\
&= \mathbf{E}_o t_1 t_2 \frac{1}{1 - r_1 r_2 e^{i\phi}}.
\end{aligned} \tag{2.50}$$

De forma similar, podemos encontrar a expressão para o campo refletido:

$$\mathbf{E}_r = \mathbf{E}_o \left[-r_1 + \frac{r_2 t_1^2 e^{i\phi}}{1 - r_1 r_2 e^{i\phi}} \right]. \tag{2.51}$$

O sinal negativo do primeiro está associado com uma mudança de π da fase do feixe incidente em relação ao primeiro refletido. A intensidade transmitida é:

$$I_t = \frac{|\mathbf{E}_o|^2 |t_1|^2 |t_2|^2}{|1 - r_1 r_2 e^{i\phi}|^2}. \tag{2.52}$$

Dado que as reflexões geram uma mudança de fase, nos permitimos escrever $r_j = |r_j| e^{i\phi_r/2}$ e definimos a fase $\Phi = \phi + \phi_r$. Com isto a intensidade fica:

$$I_t = \frac{I_o |t_1|^2 |t_2|^2}{(1 - |r_1| |r_2|)^2} \frac{1}{1 + \left(\frac{2\sqrt{|r_1| |r_2|}}{1 - |r_1| |r_2|} \right)^2 \sin^2(\Phi/2)}, \tag{2.53}$$

onde $I_o = |\mathbf{E}_o|^2$. Definimos a *finesse* como $\mathcal{F} = \frac{\pi\sqrt{|r_1| |r_2|}}{1 - |r_1| |r_2|}$. Ela indica quão estreito é o pico de transmissão e é uma medida da habilidade para resolver as frequências que entram na cavidade. A intensidade escrita em termos da finesse é:

$$I_t = \frac{I_o |t_1|^2 |t_2|^2}{(1 - |r_1| |r_2|)^2} \frac{1}{1 + \left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi} \right)^2 \sin^2(\Phi/2)}. \tag{2.54}$$

Justo como indica a [Figura 19](#), os máximos da transmissão acontecem quando $\Phi = 2n\pi$ ou seja:

$$n\pi = \frac{4\pi}{\lambda} d \cos(\theta_1) + \phi_r. \tag{2.55}$$

A fase que a onda ganha pela reflexão por um dielétrico dado que o feixe passa de um meio mais denso para um menos denso é igual a zero ($\phi_r = 0$). Agora consideremos uma incidência normal ($\theta = \theta_1 = 0$) que permite conhecer a frequência onde o máximo aparece:

$$\nu_{max} = \frac{nv}{2d}, \tag{2.56}$$

onde v é a velocidade da luz no meio. Se tomarmos agora a diferença entre dois máximos consecutivos:

$$\begin{aligned}\Delta\nu_{max} &= \frac{v}{2d}[(n+1) - n], \\ &= \frac{v}{2d},\end{aligned}\tag{2.57}$$

vemos que dois máximos da mesma frequência estão separados igualmente. Pensemos em uma cavidade que pode ser varrida em frequência, por exemplo com um *PZT* em um dos espelhos. A figura que veríamos seria equivalente à [Figura 19](#), onde vemos que temos um pico de ressonância $\Phi/2 = 0$, uma região de frequências fora da ressonância com a cavidade, novamente uma ressonância em $\Phi/2 = \pi$. Este padrão se repete conforme varremos em frequência. A distância entre os picos é conhecida como *Intervalo Espectral Livre* ou *FSR* (Free Spectral Range). Cada um desses picos tem uma largura a meia altura *largura a meia altura* que é relacionada com a finesse e o *FSR* como:

$$\delta\nu_c = \frac{FSR}{\mathcal{F}}.\tag{2.58}$$

Figura 19. Intensidade transmitida pela Fabry Perot correspondendo com a função de Airy, para diferentes valores de refletividade dos espelhos. Nesta figura consideramos que $R = |r|^2$ e $|r_1| = |r_2|$.

2.3 Cavidade com Meio de Ganho

Finalmente vamos estudar o sistema completo. Conhecemos como funciona o meio de ganho, como funciona a cavidade vazia. Agora posicionemos dentro dos dois espelhos o meio de ganho e estudemos o que acontece.

2.3.1 Condição de Limiar

Cada vez que o feixe passa pelo meio de ganho ele é amplificado e sempre que percorre o caminho de volta ao amplificador ele diminui a sua intensidade devido à atenuação nos espelhos, transmitindo parte da potência (perda útil) ou espalhando luz. A condição para ter oscilação é que o feixe inicial seja igual ao feixe final, levando a um regime estacionário. Usando a [Equação 2.40](#) podemos escrever uma equação matemática para isto, agora levando em conta as perdas espúrias da cavidade tais como absorção ou dispersão:

$$\frac{E_{final}(z = 2d)}{E_{inicial}(z = 0)} = R_1 R_2 e^{g(\omega)2d} e^{-\alpha 2d} = 1, \quad (2.59)$$

onde α é o termo de perdas espúrias. Deixando em evidência o coeficiente de ganho $g(\omega)$:

$$g(\omega) = \alpha + \frac{1}{2d} \ln \left(\frac{1}{R_1 R_2} \right), \quad (2.60)$$

esta relação é conhecida como *condição de limiar* e indica que para ter oscilação da luz, a amplificação do sistema tem que ser pelo menos igual ao conjunto as perdas presentes no sistema.

Podemos calcular, a partir do coeficiente de ganho, qual a inversão de população no limiar. Vamos escrever o termo à direita da [Equação 2.60](#) como α_r , com isto, podemos escrever $g(\omega)$ em termos da diferença de população usando a [Equação 2.46](#) para obter:

$$\Delta N_l = \frac{\epsilon_0 \hbar}{\mu^2 \pi k_o \mathcal{L}(\omega)} \alpha_r, \quad (2.61)$$

com $\Delta N_l = N_2 - N_1$. Por esta relação podemos ver que caso as perdas da cavidade sejam grandes, é necessário uma maior potência para manter a inversão de população, justo como visto na [Equação 2.12](#).

Podemos também reescrever o coeficiente de ganho $g(\omega)$ em termos da *intensidade de saturação* e para isso basta organizar o ganho em termo da diferença de população sem campo incidente, assim:

$$g(\omega) = -\frac{k_o \Delta N_o \mu^2 \pi \mathcal{L}(\omega)}{2 \hbar \epsilon_o} \frac{1}{1 + I_o / I_s(\omega)} \quad (2.62)$$

com $I_s(\omega) = \frac{\hbar^2 \Gamma}{\pi \mu^2 \mathcal{L}(\omega)}$, corresponde à intensidade de saturação, isto é, a intensidade intracavidade na qual o ganho cai pela metade. I_o é a intensidade intracavidade. A [Figura 20](#) mostra a relação entre ganho e intensidade intracavidade onde observamos que efetivamente, o ganho diminui conforme a intensidade interna aumenta. Mais para frente aprofundaremos este conceito.

Figura 20. Ganho normalizado pelo ganho sem campo intracavidade em função da intensidade intracavidade normalizado pela corrente de saturação, para uma frequência ω .

Neste ponto vale definir o *ganho do sistema* como a razão entre a potência de saída do sistema e a potência de entrada:

$$G(\omega) = \left| \frac{E_{final}(z = 2d)}{E_{inicial}(z = 0)} \right|^2. \quad (2.63)$$

Note que usando a [Equação 2.59](#) e a [Equação 2.62](#), podemos escrever o ganho como:

$$\ln[G(\omega)] = 4d(g(\omega) - \alpha) \approx -4d\pi k_o \Delta N \mu^2 \mathcal{L}(\omega), \quad (2.64)$$

onde consideramos que as perdas são muito menores do que o coeficiente de ganho. Portanto, vemos que o ganho depende da diferença de população do sistema e claramente é função do bombeio; o ganho tem o mesmo comportamento ilustrado na [Figura 15](#).

Finalmente queremos conhecer qual a intensidade que circula e que sai da cavidade. Voltemos na [Equação 2.60](#) e definamos as perdas após uma volta como três contribuições δ da seguinte forma:

$$2dg(\omega) = 2d\alpha + \ln\left(\frac{1}{R_1 R_2}\right) = \delta_o + \delta_1 + \delta_2. \quad (2.65)$$

com δ_o perdas espúrias, δ_1 e δ_2 perdas nos espelhos da cavidade. Usando a [Equação 5.1](#), podemos conhecer a potência que circula dentro da cavidade após uma volta ($2d$) quando o sistema está saturado que é dado pela expressão:

$$I_{circ} = I_s(\omega) \left[\frac{g_o}{\delta_o + \delta_1 + \delta_2} - 1 \right], \quad (2.66)$$

onde $g_o = \frac{-k_o \Delta N_o \pi \mu^2 \mathcal{L}(\omega)}{\epsilon_o \hbar}$ é o coeficiente de ganho fora da saturação. O campo de saída do laser será o campo que circula vezes as perdas que correspondem à interação com o exterior, ou seja:

$$I_{circ} = (\delta_1 + \delta_2) I_{out} = \delta_e I_{out}. \quad (2.67)$$

$$I_{out} = \delta_e \left[\frac{k I_{diodo}}{\delta_o + \delta_e} - 1 \right] I_s(\omega) \quad (2.68)$$

sendo $\delta_e = \delta_1 + \delta_2$. A [Figura 21](#) ilustra o comportamento da saída da cavidade em função das perdas pelos espelhos. Vemos que a intensidade tem uma intensidade máxima e logo começa a diminuir conforme as perdas superam a amplificação do sistema.

Figura 21. Intensidade de saída da cavidade em função das perdas.

2.3.2 Condição de Frequência

Também temos uma outra condição sobre o feixe intracavidade. Após uma volta, a fase que o feixe ganha deve mudar em múltiplos de 2π , ou seja a fase final deve ser a mesma do que a inicial. Lembrando novamente a [Equação 2.40](#) e pegando só a parte que corresponde à mudança da fase, conseguimos que:

$$(k_o + \Delta k)2d = 2\pi q; \quad q = 1, 2, 3, \dots \quad (2.69)$$

Podemos usar a [Equação 2.40](#) para reescrever Δk em termos da susceptibilidade, também, segundo as [Equação 2.45](#) e [Equação 2.46](#), $\chi' = (\omega_o - \omega)\chi''/2\gamma_o$. Finalmente podemos escrever o vetor de onda em termos de frequências e encontrar:

$$\omega + \frac{2c(\omega - \omega_o)}{\gamma_o} g(\omega) = \omega_q \quad (2.70)$$

onde ω_q é a frequência da cavidade sem meio de ganho justo como na [Equação 2.56](#), ω_o é a frequência de transição do meio de ganho, γ_o é a largura da emissão do meio de ganho. A [Equação 2.70](#) mostra que colocar o meio de ganho dentro da cavidade desloca a frequência da cavidade um pouco em direção da frequência da transição do meio. Este fenômeno é denominado *puxamento de frequência* [29].

Figura 22. Acima vemos o ganho do amplificador, logo segue os modos da cavidade vazia e finalmente os modos de oscilação do laser. Vemos como os modos da cavidade estão um pouco mais próximos à frequência do sistema amplificador. Isto é conhecido como puxamento de frequência. Figura tomada de [30].

2.3.3 Distribuição Espectral

A distribuição espectral do laser estará definida pelas condições das seções anteriores. Para entender como funciona isto vejamos a [Figura 23](#). A condição de ter ganho maior do que as perdas da cavidade só é atingida por algumas frequências da cavidade, cortando várias outras que estão fora. Vemos agora que só os modos que oscilam conforme a condição de frequência [2.70](#) vão sobreviver quando o alargamento é homogêneo.

A modo de resumo pensemos no processo completo. Suponha que temos um meio onde temos uma grande inversão de população, por exemplo, bloqueando espelho da cavidade e ligando o bombeio do meio de ganho. Agora liberamos a cavidade para ela oscilar livremente. A princípio, o feixe será amplificado fortemente dada a grande inversão de população, ele reflete nos espelhos e tem algumas perdas espúrias antes de voltar para o meio de ganho. Ao mesmo tempo o meio de ganho que perdeu população do nível N_2 pela emissão estimulada, recuperou algo da sua população devido ao bombeio, mas não recupera a população inicial, e perdeu outro tanto pela emissão espontânea. Quando o feixe chega de novo no meio de ganho, ele é amplificado novamente, não tanto como antes e apresenta perdas percorrendo a cavidade. Este processo vai continuar, diminuindo a população do nível 2, diminuindo a amplificação do feixe como se ilustra na [Figura 24](#), perdendo intensidade pelos processos espúrios até atingir um estado estacionário conhecido

Figura 23. As frequências que cumprem as condições de oscilação sobrevivem e permanecem dentro da cavidade. Figura tomada de [30].

como *saturação*. É neste ponto em que o bombeio e a emissão estimulada são tais que o feixe é amplificado, iguala as perdas (α_r) e ainda mantêm a diferença de população efetiva que permite ter laser [31]. Este mecanismo também seleciona o modo que sobrevive na cavidade. Dado que a região de ganho que é maior do que as perdas diminui, também as frequências que acompanham essas regiões deixam de oscilar. No final, só uma pequena região do espectro de ganho ao redor da sua frequência central ω_o cumprirá a condição do ganho e será a frequência de emissão do laser.

Figura 24. Conforme a potência intracavidade aumenta, o ganho diminui e as regiões que tem ganho maior do que as perdas também diminuem selecionando a frequência ganhadora para permanecer na cavidade. Figura tomada de [30].

2.4 Ruído do Laser Semicondutor

Nesta última seção, saímos da descrição do laser e vamos mencionar os mecanismos que geram ruído no laser semicondutor. Suponha que temos um laser extremadamente estável e que conseguimos isolar-le de qualquer efeito ou ruído externo, tendo somente perdas nos espelhos e a emissão espontânea. Em cada volta do laser uma componente aleatória é aderida tanto na amplitude como na fase. No caso da amplitude, essas flutuações são amortecidas porque para manter o laser, o estado estacionário do sistema define o ganho do laser que por sua vez define uma potência (Equação 2.60). No caso da fase, ela não tem alguma forma de restauração e portanto ela segue sendo aleatória. Isto gera um limite inferior na largura de banda do laser dado pela relação do Schawlow-Townes [32–35]:

$$\Delta\nu_{Laser} = \frac{4\pi\hbar\omega(\delta\nu_c)^2}{P_o} \quad (2.71)$$

onde $\Delta\nu_{laser}$ é a largura total a meia altura, $\delta\nu_c$ é a largura total a meia altura do ressonador e P_o é a potência de saída do laser.

Isto funciona bem para o caso do laser de gás ou cristais, mas não funciona para lasers semicondutores, caso no qual, para um sistema de *AlGaAs*, foram reportadas larguras de linha até 50 vezes maiores do que a Equação 2.71 pode descrever [36]. Vamos tentar explicar fenomenologicamente a sua causa.

O ruído da emissão espontânea é bastante infeccioso no sistema semicondutor porque ele contamina tudo o que for possível. Começando a contaminação pela amplitude, esta começa a se estabilizar devido à referência na saturação do ganho mas no caminho, transpassa ruído para as populações. Estas flutuações nas portadoras podem ser entendidas como pequenas variações de energia dos elétrons dentro da mesma banda (*absorção de portadoras livres* [21]). Variações nas populações estão diretamente ligadas com variação do índice de refração do semicondutor o que por sua vez se traduz em uma flutuação no ganho e na fase do semicondutor. As flutuações na fase são flutuações no vetor de onda então estamos estimulando também um deslocamento do vetor de onda ao redor da transição direta o que leva à emissão de fônons para voltar no vetor de onda certo. Isto esquenta o material o que pode mudar o índice de refração do material e finalmente, mudar a fase. Todas essas novas interações no semicondutor dão a entender que existe um acoplamento entre as flutuações da amplitude com as flutuações da fase as quais podem ser caracterizadas pelo *fator de Henry* (α_E), denominado assim por ser ele quem conseguiu explicar este alargamento de linha. Estas flutuações estão relacionadas como [37, 38]:

$$\alpha_E = \frac{\Delta n_{re}}{\Delta n_{im}}. \quad (2.72)$$

Com isto a [Equação 2.71](#) é modificada como segue:

$$\Delta\nu_{Laser} = \frac{\pi\hbar\omega(\delta\nu_c)^2}{P_o}(1 + \alpha_E^2) \quad (2.73)$$

O fator de Henry relaciona a parte real e imaginária do índice de refração que no fundo, pela [Equação 2.47](#), a [Equação 2.46](#) e a [Equação 2.45](#), relaciona a mudança do ganho com a mudança na fase.

Resumo do capítulo

Neste capítulo estudamos como o laser funciona. Essa descrição foi feita compreendendo cada componente do laser para logo juntar tudo para formar o laser. O sistema de três níveis permite entender a diferença de população e explica como é possível que sistemas laser possam apresentar absorção. Também é importante lembrar que o índice de refração modifica a fase e o ganho do que passa pelo material e que ele é proporcional à diferença de população. Portanto uma flutuação na população gera flutuações na fase e/ou na amplificação do meio. Essa correlação é explicada pelo fator de Henry ([Equação 2.72](#)).

O seguinte capítulo explica a teoria da técnica implementada para realizar as medições do nosso sistema.

Detecção do Ruído

Neste capítulo vamos descrever o processo de medição do ruído mediante uma cavidade denominada *Rotação de elipse*. Iniciamos pela definição das quadraturas do campo elétrico com uma perspectiva clássica que pode ser generalizada facilmente para o caso quântico e damos um exemplo de como as flutuações em frequência e amplitude geram ruído em frequências fora da frequência central. Continuamos fazendo uma pequena introdução da quantização do campo com a principal ideia de chegar na descrição do ruído quântico padrão como limite para as medidas. Descrevemos a detecção balanceada e como ela permite extrair a informação das flutuações do campo. Finalmente estabelecemos a notação usada pelo nosso grupo e descrevemos o processo completo da detecção do ruído com cavidade. Dado que a teoria está quase completamente desenvolvida nos trabalhos anteriores do nosso grupo [7, 39], deixaremos a parte teórica de lado e estaremos centrados na parte fenomenológica sempre incluindo as equações pertinentes .

3.1 Quadraturas do Campo Eletromagnético

Consideremos um campo eletromagnético monomodo^I escrito da seguinte forma:

$$E(t) = \alpha(t)e^{-i\omega_o t} + \alpha^*(t)e^{i\omega_o t} = \text{Re}[\mathcal{E}(t)]/2, \quad (3.1)$$

com $\mathcal{E}(t) = \alpha(t)e^{-i\omega_o t}$, $\alpha(t) = |\alpha(t)|e^{i\varphi}$ uma amplitude complexa lentamente variável, ω_o a frequência central da luz e a fase φ representando uma fase arbitrária. Expandindo as exponenciais podemos escrever o campo elétrico em função de dois termos em quadratura [40]:

$$E(t) = X(t) \cos(\omega_o t) + Y(t) \sin(\omega_o t), \quad (3.2)$$

^I Monomodo se refere a uma única frequência, polarização e modo espacial.

em que $X(t) \propto |\alpha(t)| \cos(\varphi)$ e $Y(t) \propto |\alpha(t)| \sin(\varphi)$. Em situações físicas reais, o campo está sujeito a flutuações que podem ser originadas por efeitos tanto clássicos como quânticos, um diagrama de Fresnel permite representar claramente estas grandezas (Figura 25). O módulo do fasor corresponde à amplitude do campo $|\alpha|$ e a fase está definida como $\varphi = \arctan(Y/X)$.

Figura 25. Representação do campo e das flutuações do mesmo num diagrama de fasores. Vemos o valor médio do campo $|\alpha|$ e a sua flutuação $\delta\alpha$.

De forma geral podemos escrever as quadraturas X e Y como [40]:

$$X_\theta = \alpha(t)e^{-i\theta} + \alpha^*(t)e^{i\theta}, \quad (3.3)$$

$$Y_\theta = -i [\alpha(t)e^{-i\theta} - \alpha^*(t)e^{i\theta}], \quad (3.4)$$

onde θ serve como uma referência de fase que permite girar as quadraturas com relação à fase do campo φ . Por exemplo, se $\theta = \varphi$, X_φ estará alinhado na direção da amplitude do campo elétrico.

No nosso sistema, estamos trabalhando com um grande fluxo de fótons, tanto que os detetores não tem uma resposta suficientemente rápida para distinguir cada um deles. Podemos portanto escrever a intensidade do feixe como um valor estacionário bem definido $\langle I \rangle$ acompanhado de flutuações rápidas $\delta I(t)$,

$$I(t) = \langle I \rangle + \delta I(t), \quad (3.5)$$

termo que tem que ser igual ao produto da amplitude do campo vezes o seu complexo conjugado. Adicionamos na amplitude complexa o termo de flutuação tal que:

$$\alpha(t) = \bar{\alpha} + \delta\alpha(t), \quad (3.6)$$

onde $\bar{\alpha} = |\alpha|e^{i\varphi}$. Reescrevemos a intensidade do campo como:

$$\begin{aligned} I(t) &= \alpha(t)\alpha^*(t), \\ &= |\alpha|^2 + |\alpha| \left[\delta\alpha^*(t)e^{-i\varphi} + \delta\alpha(t)e^{i\varphi} \right] + \delta\alpha^*(t)\delta\alpha(t). \end{aligned} \quad (3.7)$$

Podemos desprezar o termo $\delta\alpha^*(t)\delta\alpha(t)$ já que assumimos um feixe intenso ($\alpha_o \gg |\delta\alpha(t)|$). A amplitude quadrada do campo elétrico corresponde à intensidade média $\langle I \rangle = |\alpha|^2$, e o termo faltante é associado com as flutuações de intensidade:

$$\begin{aligned} \delta I(t) &= \bar{\alpha}^* \delta\alpha(t) + \bar{\alpha} \delta\alpha^*(t), \\ &= |\alpha| \left[e^{-i\varphi} \delta\alpha(t) + e^{i\varphi} \delta\alpha^*(t) \right], \quad \text{que pela Equação 3.3,} \\ &= |\alpha| X_\varphi(t). \end{aligned} \quad (3.8)$$

A Figura 25 e a Equação 3.8 revelam que a flutuação da intensidade é dada pela flutuação de amplitude α , por isso denominamos essa quadratura como *quadratura amplitude* e a denotamos como p , assim:

$$\delta p(t) = e^{-i\varphi} \delta\alpha(t) + e^{i\varphi} \delta\alpha^*(t), \quad (3.9)$$

tal que $\delta p = \delta I(t)/|\alpha|$. Também vemos que uma pequena flutuação da fase de α gera flutuações na direção ortogonal a p e denominamos essa quadratura como de *fase* (q):

$$\delta q(t) = -i \left[e^{-i\varphi} \delta\alpha(t) - e^{i\varphi} \delta\alpha^*(t) \right]. \quad (3.10)$$

Em resumo, flutuações em fase com a amplitude média geram flutuações da amplitude e, flutuações em quadratura resultam em flutuações da fase do campo.

Consideremos o comportamento das flutuações no domínio da frequência:

$$\delta\alpha(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi\nu t} \delta\alpha(t) dt, \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} [\delta\alpha(\nu)]^* &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i2\pi\nu t} \delta\alpha^*(t) dt, \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{i2\pi(-\nu)t} [\delta\alpha(t)]^* dt, \\ &= \delta\alpha^*(-\nu), \end{aligned} \quad (3.12)$$

esta última linha só para deixar clara a notação.

As flutuações da amplitude e fase no domínio de frequência são:

$$\delta p(\nu) = e^{-i\varphi} \delta \alpha(\nu) + e^{i\varphi} \delta \alpha^*(-\nu), \quad (3.13)$$

$$\delta q(\nu) = -i \left[e^{-i\varphi} \delta \alpha(\nu) - e^{i\varphi} \delta \alpha^*(-\nu) \right]. \quad (3.14)$$

Praticamente toda a energia está concentrada na região da frequência central do feixe ω_o , tomaremos esta referência como zero ($\nu = 0$) e a denominaremos como *portadora*. As frequências $\nu \neq 0$ ao redor da portadora, que chamamos *bandas laterais*, estão contaminadas pelo ruído clássico ou quântico que possa apresentar o sistema e criam alguns fótons nessa vasta região de frequências. Podemos entender isto estudando o que acontece com um feixe quando é modulado na sua amplitude numa fração M [41]:

$$E(t) = \alpha(t) e^{-i\omega_o t} = |\alpha| [(1 - M) + M \cos(\Omega_{AM} t)] e^{-i\omega_o t}. \quad (3.15)$$

Podemos escrever o cosseno em termos de exponenciais:

$$E(t) = |\alpha| \left[(1 - M) e^{-i\omega_o t} + \frac{M}{2} \left(e^{-i(\omega_o + \Omega_{AM})t} + e^{-i(\omega_o - \Omega_{AM})t} \right) \right], \quad (3.16)$$

então, a modulação da amplitude na frequência Ω_{AM} gera componentes de frequências fora de ω_o , as bandas laterais, em $\omega_o \pm \Omega_{AM}$.

Uma modulação em frequências do tipo:

$$E(t) = |\alpha| e^{-iM \cos(\Omega_{FM} t)} e^{-i\omega_o t}, \quad (3.17)$$

onde $M \ll 1$. Podemos expandir em series de Taylor e levar em conta só os dois primeiros termos para obter:

$$E(t) = |\alpha| e^{-i\omega_o t} + i \frac{|\alpha| M}{2} \left[e^{-i(\omega_o + \Omega_{FM})t} + e^{i(\omega_o - \Omega_{FM})t} \right]. \quad (3.18)$$

Efetivamente, uma modulação de frequência ou de amplitude do campo é representada pelo surgimento de bandas laterais de amplitude proporcional à portadora. A diferença esta no fato de que as bandas que aparecem na modulação de amplitude continuam sobre a portadora central, enquanto a modulação de fase aparece com uma defasagem de $\pi/2$, no eixo ortogonal respeito à portadora.

3.2 Ruído Quântico Padrão

Para discutir sobre o conceito do ruído quântico padrão, temos que estudar o campo quantizado, o estado de vácuo e como ele se relaciona com o estado coerente. Após isso,

falaremos do mecanismo para conhecer experimentalmente o ruído quântico e como usar ele como referência nas medidas.

Considerando um campo eletromagnético dentro de uma cavidade vazia, com paredes perfeitamente refletoras (condição de periodicidade) e sem nenhum tipo de fonte, as equações de Maxwell tem a forma:

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, & \nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= 0, \\ \nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, & \nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= 0.\end{aligned}\quad (3.19)$$

Considerando o gauge de Coulomb, temos:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= -\frac{\partial \mathbf{A}(\mathbf{r}, t)}{\partial t}, \\ \mathbf{B} &= \nabla \times \mathbf{A}(\mathbf{r}, t).\end{aligned}\quad (3.20)$$

Escrevendo o vetor potencial na base de ondas planas, podemos expressar os campos elétrico e magnético como [35, 42, 43]:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_o L^3}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_s i\omega_{\mathbf{k}s} \left[u_{\mathbf{k}s}(t) \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{k}s} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} + u_{\mathbf{k}s}^*(t) \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{k}s}^* e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \right], \quad (3.21)$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_o L^3}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_s \left[u_{\mathbf{k}s}(t) (\mathbf{k} \times \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{k}s}) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} - u_{\mathbf{k}s}^*(t) (\mathbf{k} \times \hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{k}s}^*) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \right], \quad (3.22)$$

onde L^3 é o volume da caixa onde temos o campo, $u_{\mathbf{k}s}(t)$ é a amplitude complexa do campo, $\hat{\mathbf{e}}_{\mathbf{k}s}$ uma base que define a direção da polarização do campo que depende da componente s e dos diferentes modos $\mathbf{k}$ existentes.

Se calculamos a energia do campo eletromagnético, encontraremos que pode se escrever como:

$$H = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \sum_s \left[p_{\mathbf{k}s}^2(t) + \omega_{\mathbf{k}s}^2 q_{\mathbf{k}s}^2(t) \right], \quad (3.23)$$

onde p e q são variáveis canonicamente conjugadas, definidas como

$$q_{\mathbf{k}s}(t) = u_{\mathbf{k}s}(t) + u_{\mathbf{k}s}^*(t), \quad (3.24)$$

$$p_{\mathbf{k}s}(t) = -i\omega_{\mathbf{k}s} [u_{\mathbf{k}s}(t) - u_{\mathbf{k}s}^*(t)]. \quad (3.25)$$

Veja que se definimos $u_{\mathbf{k}s}(t) = |\alpha| e^{-i\varphi}$, as equações 3.24 e 3.25 são iguais às equações 3.3 e 3.4 respectivamente. Aproveitamos para nomear elas como os seus homólogos clássicos, p

como a quadratura amplitude e q como a quadratura fase [35]. Para obter o Hamiltoniano quântico, basta associar um operador a cada variável clássica, assim:

$$H = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}} \sum_s \left[\hat{p}_{\mathbf{k}s}^2(t) + \omega_{\mathbf{k}s}^2 \hat{q}_{\mathbf{k}s}^2(t) \right], \quad (3.26)$$

com as regras de comutação

$$\begin{aligned} [\hat{q}_{\mathbf{k}s}(t), \hat{p}_{\mathbf{k}'s'}(t)] &= i\hbar \delta_{\mathbf{k},\mathbf{k}'}^3 \delta_{s,s'}, \\ [\hat{q}_{\mathbf{k}s}(t), \hat{q}_{\mathbf{k}'s'}(t)] &= 0, \\ [\hat{p}_{\mathbf{k}s}(t), \hat{p}_{\mathbf{k}'s'}(t)] &= 0. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Seguindo o procedimento para o oscilador harmônico, definimos o operador de criação e aniquilação:

$$\hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger(t) = \frac{1}{(2\hbar\omega_{\mathbf{k}s})^{\frac{1}{2}}} (\omega_{\mathbf{k}s} \hat{q}_{\mathbf{k}s}(t) - i\hat{p}_{\mathbf{k}s}(t)), \quad (3.28)$$

$$\hat{a}_{\mathbf{k}s}(t) = \frac{1}{(2\hbar\omega_{\mathbf{k}s})^{\frac{1}{2}}} (\omega_{\mathbf{k}s} \hat{q}_{\mathbf{k}s}(t) + i\hat{p}_{\mathbf{k}s}(t)), \quad (3.29)$$

chegando finalmente à expressão do hamiltoniano do oscilador harmônico

$$\hat{H} = \hbar\omega_{\mathbf{k}s} \sum_{\mathbf{k}} \sum_s \left[\hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger(t) \hat{a}_{\mathbf{k}s}(t) + \frac{1}{2} \right], \quad (3.30)$$

com $\hat{a}^\dagger \hat{a}$ igual ao operador número $\hat{N}$ [42]. Este hamiltoniano corresponde à energia contida por cada $\mathbf{k}$ oscilador harmônico associado ao modo $\mathbf{k}s$ que está na cavidade e cumpre a equação de autovalores:

$$\hat{H} |n\rangle = \hbar\omega (N + 1/2) |n\rangle, \quad (3.31)$$

onde denominamos o autoestado $|n\rangle$ como estado número [42]. Os campos elétrico e magnético podem ser escritos em função dos novos operadores de criação e aniquilação e adquirem a forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{L^{\frac{3}{2}}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_s \sqrt{\frac{\hbar\omega_{\mathbf{k}s}}{2\varepsilon_0}} \left[i\hat{a}_{\mathbf{k}s} \hat{\epsilon}_{\mathbf{k}s} e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega_{\mathbf{k}s}t)} - i\hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger \hat{\epsilon}_{\mathbf{k}s}^* e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega_{\mathbf{k}s}t)} \right] \\ \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) &= \frac{1}{L^{\frac{3}{2}}} \sum_{\mathbf{k}} \sum_s \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega_{\mathbf{k}s}\varepsilon_0}} \left[i\hat{a}_{\mathbf{k}s} (\mathbf{k} \times \hat{\epsilon}_{\mathbf{k}s}) e^{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega_{\mathbf{k}s}t)} - i\hat{a}_{\mathbf{k}s}^\dagger (\mathbf{k} \times \hat{\epsilon}_{\mathbf{k}s}^*) e^{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega_{\mathbf{k}s}t)} \right] \end{aligned} \quad (3.32)$$

O produto do desvio padrão entre as quadraturas $\hat{p}$ e $\hat{q}$, calculados na base do estado número, leva a uma relação similar ao princípio de incerteza de Heisenberg:

$$\Delta \hat{q}_{\mathbf{k}s} \Delta \hat{p}_{\mathbf{k}s} = \hbar \left(n_{\mathbf{k}s} + \frac{1}{2} \right). \quad (3.33)$$

É interessante observar que mesmo na ausência de excitações do campo eletromagnético, a energia não vai para zero, ela é igual a $\hbar\omega/2$. Isto é associado com as flutuações aleatórias de um campo denominado *campo do vácuo*. Vemos isto mais claramente se calculamos a variância do campo elétrico na base de estados número para $n = 0$:

$$\langle 0 | \mathbf{E} | 0 \rangle^2 = \frac{1}{2\varepsilon_o L^3} \sum_{\mathbf{k}s} \hbar\omega_{\mathbf{k}s} \quad (3.34)$$

Do mesmo modo, vemos que o desvio padrão para este tipo de campo é igual a $\hbar/2$. Estados que cumprem a igualdade são denominados *estados de mínima incerteza* [44].

Existem estados quânticos diferentes do vácuo que também são de mínima incerteza e são uma equivalência quântica de uma onda monocromática chamados *estados coerentes* e estão definidos como autoestados do operador de aniquilação [44]:

$$\hat{a} |\alpha\rangle = \alpha |\alpha\rangle, \quad |\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (3.35)$$

sendo α complexo. Se calculamos a variância do número de fótons na base de estados coerentes encontramos que:

$$\Delta^2 n = \langle \hat{n} \rangle = |\alpha|^2, \quad (3.36)$$

relação característica de um processo com distribuição Poissoniana. Por outro lado, se queremos calcular a probabilidade de achar n fótons em um estado $|\alpha\rangle$ encontramos uma distribuição poissoniana:

$$P(n) = e^{-|\alpha|^2} \sum_n \frac{|\alpha|^2^n}{n!}, \quad (3.37)$$

o que indica que o intervalo de tempo de detecção de fótons é completamente aleatório, e que não existe correlação entre as medidas feitas em tempos diferentes. Podemos corroborar que o produto do desvio padrão das quadraturas, calculadas na base de estados coerentes são iguais a $\hbar/2$.

Para estudar uma última propriedade dos estados coerentes podemos calcular a variância do campo elétrico na base de estados coerentes e encontrar que:

$$\Delta^2 \mathbf{E} = \frac{1}{2\varepsilon_o L^3} \sum_{\mathbf{k}s} \hbar\omega_{\mathbf{k}s}. \quad (3.38)$$

Em um estado coerente a amplitude das flutuações do campo elétrico é uma constante e é igual às flutuações do vácuo (Equação 3.34). Essas flutuações que acabamos de calcular, são denominadas como *Ruído Quântico Padrão* (RQP) ou *Shot Noise*.

O *shot noise* é uma característica intrínseca à natureza quântica da luz, ao fato de ela estar composta por fótons. Ele impõe um limite inferior na precisão para resolver uma medida com fontes clássicas e serve como referência para as medidas de ruído no laboratório [45].

3.2.1 Detecção Balanceada

Nesta seção vamos a explicar como empregamos o shot noise como referência das medidas e como extraímos a informação das flutuações usando a técnica de detecção balanceada.

Consideremos dois campos $\mathbf{E}_1$ e $\mathbf{E}_2$ que incidem em um divisor de feixes (Figura 26) onde se geram dois feixes $\mathbf{E}_3$ e $\mathbf{E}_4$ relacionados entre si pela equação [41]:

$$\begin{pmatrix} E_3 \\ E_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{r} & \mathbf{t} \\ \mathbf{t} & \mathbf{r} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \end{pmatrix}, \quad (3.39)$$

onde $\mathbf{r}$ e $\mathbf{t}$ são os coeficientes complexos de reflexão e transmissão. Exigindo conservação de energia temos que

$$|E_1|^2 + |E_2|^2 = |E_3|^2 + |E_4|^2, \quad (3.40)$$

que condiciona os coeficientes $\mathbf{r}$ e $\mathbf{t}$ como

$$\begin{aligned} |\mathbf{r}|^2 + |\mathbf{t}|^2 &= 1 \\ \mathbf{r}\mathbf{t}^* + \mathbf{r}^*\mathbf{t} &= 0. \end{aligned}$$

Usando conservação da energia e escrevendo os coeficientes como fasores ($\mathbf{r} = |r|e^{i\phi}$) e associando para cada campo elétrico E um operador de aniquilação $\hat{a}$, podemos chegar em:

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |r| & -|t| \\ |t| & |r| \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix}, \quad (3.41)$$

onde aproveitamos a quantização canônica para associar para cada campo clássico E_i um operador de aniquilação $\hat{a}_i$.

Figura 26. Esquema da detecção balanceada. Uma vez os campos passam pelo divisor de feixes, são medidos pelos detectores e vão para um sistema eletrônico que faz a soma ou a subtração.

A detecção dos campos nos fotodiodos (Figura 26) será governada pelo operador número em cada um deles, assim:

$$\hat{I}_3 = Z\hat{a}_3^\dagger\hat{a}_3, \quad \hat{I}_4 = Z\hat{a}_4^\dagger\hat{a}_4, \quad (3.42)$$

onde Z é um fator de ganho dos detectores. O seguinte passo é fazer a soma e a subtração, no caso balanceado $|r|^2 = |t|^2 = 1/2$.

Os nossos detectores tem a capacidade de separar as componentes de baixa frequências DC de aquelas de alta frequência HF . O sinal que sofre o processo de soma e subtração é o sinal HF . Portanto temos que calcular a variância da soma e subtração das fotocorrentes. Considerando que o feixe $\hat{a}_2$ é coerente e tem amplitude complexa $\alpha_2 = |\alpha_2|e^{-i\varphi}$ enquanto $\hat{a}_1$ é um feixe qualquer, vemos que

$$\begin{aligned} \Delta^2 I_- &= Z^2 \langle \hat{n}_1 \rangle + Z^2 [\langle X_\varphi^2 \rangle - \langle X_\varphi \rangle^2], \\ &= Z^2 (\langle I_1 \rangle + \langle I_2 \rangle + \Delta^2 X_\varphi), \end{aligned} \quad (3.43)$$

onde X_φ é a quadratura generalizada (Equação 3.3) do campo $\hat{a}_1$. O caso da soma tem como resultado

$$\Delta^2 I_+ = Z^2 (\langle \Delta^2 \hat{n}_1 \rangle + \langle I_2 \rangle). \quad (3.44)$$

Dado o caso de ter uma entrada de vácuo no porto $\hat{a}_2$, a variância na subtração muda para

$$\Delta^2 I_- = Z \langle I_1 \rangle. \quad (3.45)$$

Lembramos que para um estado coerente a variância é igual ao valor médio do campo. Podemos concluir que a subtração das fotocorrentes mede aquele limite inferior nas medidas. Reconhecemos este último termo novamente como o *ruído quântico padrão*.

No caso da soma, temos a expressão:

$$\Delta^2 I_+ = Z^2 \left(\langle \Delta^2 \hat{n}_1 \rangle \right), \quad (3.46)$$

que corresponde ao ruído de intensidade do campo $\hat{a}_1$, em outras palavras, o sinal completo que um dos detetores mediria.

Se pensamos em uma situação clássica, estaríamos inclinados a concluir que o sinal de dois feixes da mesma intensidade ao ser subtraindo daria zero, mas a mecânica quântica novamente joga com os preconceitos clássicos e mostra que tem um sinal remanescente, o shot noise.

Finalmente podemos entender como usamos o ruído quântico padrão como referência. As medidas de ruído tomadas são comparadas com o ruído quântico padrão, calculando a razão

$$\Delta^2 I_+ / \Delta^2 I_- = \Delta^2 \hat{n}_1 / I_1, \quad (3.47)$$

onde estamos tomando o ruído total do campo dado pela soma $\hat{a}_4 + \hat{a}_3$, e estamos normalizando pelo RQP. Este processo serve como referência dado que se a razão for igual a 1, estaremos falando de um estado coerente. Se for maior que 1 estamos trabalhando com um feixe com excesso de ruído e se for menor do que 1, temos compressão de ruído [46].

3.3 Deteção com Cavidade

A seção anterior explicou a existência de bandas laterais e introduz o conceito de ruído quântico padrão. A análise semiclassical que vamos a desenvolver daqui para frente permanece válido no caso quântico, onde associamos a cada amplitude $\alpha(\nu)$ e $\alpha(-\nu)$ um operador nas bandas laterais $\hat{a}_\nu$ e $\hat{a}_{-\nu}$. Com isso em mente, podemos descrever o processo de *rotação de elipse*. Veremos como é feita a leitura das bandas laterais e como entender a estrutura do espectro de ruído com a referência do ruído quântico padrão.

Se queremos obter informação da fase de uma onda, temos que ter a possibilidade de transformar fase em intensidade. Um exemplo claro e simples de como isto é possível é

o interferômetro de Mach-Zehnder. Quando a diferença de fase entre os dois caminhos é proporcional a $n\pi$ a luz segue só um caminho. No caso de ter uma diferença de fase de $\pi/2$, o feixe é dividido com a mesma intensidade nas duas saídas. Efetivamente mediante a intensidade do feixe podemos extrair informação da fase.

Suponha que por algum meio físico, temos a capacidade de modificar a portadora ou as bandas laterais com uma fase θ controlada. Começemos com a banda lateral em ν e usemos a [Equação 3.13](#):

$$\begin{aligned}\delta p'(\nu) &= e^{i\theta} e^{-i\varphi} \delta\alpha(\nu) + e^{i\varphi} \delta\alpha^*(-\nu), \\ &= e^{i\theta/2} \left[e^{-i(\varphi-\theta/2)} \delta\alpha(\nu) + e^{i(\varphi-\theta/2)} \delta\alpha^*(-\nu) \right].\end{aligned}\quad (3.48)$$

Ignorando a fase global, quando $\theta = \pm\pi$ a quadratura representada seria fase. Agora modifiquemos a fase da portadora $\varphi \rightarrow \varphi + \theta$,

$$\delta p'(\nu) = e^{-i(\theta+\varphi)} \delta\alpha(\nu) + e^{i(\theta+\varphi)} \delta\alpha^*(-\nu), \quad (3.49)$$

portanto, variando a fase θ entre 0 e 2π , podemos fazer a leitura das diferentes quadraturas, igualando a quadratura fase para valores de $\theta = \pi/2$ e $\theta = 3\pi/2$.

Um sistema que permite gerar essa variação contínua da fase relativa entre o feixe incidente e o refletido é uma cavidade ótica vazia. Consideremos um feixe incidindo numa cavidade linear com espelhos de coeficiente de reflexão R_1 altamente refletor e $R_2 < 1$ representado perdas espúrias e que acoplam o campo intracavidade ao vácuo α_v .

Figura 27. Sistema base para estudar a influência da cavidade sobre o feixe refletido. A amplitude α_v é conhecida como vácuo e leva em conta as perdas espúrias do sistema.

Os coeficientes de reflexão e transmissão da cavidade são [\[40\]](#):

$$r(\varpi) = \frac{r_1 - r_2 e^{i2\varpi/\mathcal{F}}}{1 - r_1 r_2 e^{i2\varpi/\mathcal{F}}}, \quad (3.50)$$

$$t(\varpi) = \frac{t_1 t_2 e^{i\varpi/\mathcal{F}}}{1 - r_1 r_2 e^{i2\varpi/\mathcal{F}}}, \quad (3.51)$$

sendo $\mathcal{F}$ a finesse da cavidade definida na [Equação 2.54](#).

O feixe refletido α_r se relaciona com o campo incidente e com o vácuo como:

$$\alpha_r(\nu') = r(\Delta + \nu')\alpha_{in}(\nu') + t(\Delta + \nu')\alpha_v(\nu'), \quad (3.52)$$

com ν' a frequência de análise normalizada pela largura de banda da cavidade, que basicamente indica para qual frequência queremos medir o ruído,

$$\nu' = \frac{\nu}{\delta\nu_c}, \quad (3.53)$$

e Δ a dessintonia entre a portadora e a ressonância da cavidade relativa a sua largura de banda [\[39\]](#):

$$\Delta = \frac{(\nu_o - \nu_c)}{\delta\nu_c}. \quad (3.54)$$

Se aplicamos a [Equação 3.52](#) sobre a portadora e consideramos o valor médio temos:

$$\bar{\alpha}_r(0) = r(\Delta)\bar{\alpha}_{in}(0), \quad (3.55)$$

onde $\bar{\alpha}_{in}(0) = |\alpha_{in}|e^{i\varphi_{in}}$ e consideramos que o valor médio do vácuo é nulo. Apliquemos novamente a equação [3.52](#) nas bandas laterais

$$\delta\alpha_r(\nu') = r(\Delta + \nu')\delta\alpha_{in}(\nu') + t(\Delta + \nu')\delta\alpha_v(\nu'), \quad (3.56)$$

$$\delta\alpha_r^*(-\nu') = r(\Delta - \nu')\delta\alpha_{in}^*(-\nu') + t^*(\Delta - \nu')\delta\alpha_v^*(-\nu'). \quad (3.57)$$

Estas relações deixam ver que o feixe refletido, seja banda lateral ou portadora, muda a sua amplitude devido a $r(\Delta)$ e é defasado em θ_r :

$$e^{i\theta_r} = r(\Delta)/|r(\Delta)|. \quad (3.58)$$

O efeito da cavidade sobre a quadratura p do campo refletido tem contribuições das quadraturas incidentes e do acoplamento da cavidade com o vácuo, de onde encontramos a relação [\[39\]](#):

$$\begin{aligned} \delta p_r(\nu') &= g_p(\Delta, \nu')\delta p_{in}(\nu') + ig_q(\Delta, \nu')\delta q_{in}(\Delta, \nu') \\ &\quad + g_{vp}(\Delta, \nu')\delta v_p(\nu') + ig_{vq}(\Delta, \nu')\delta v_q(\nu'), \end{aligned} \quad (3.59)$$

onde δv_j são as flutuações do vácuo e

$$2g_p = e^{-i\theta_r(\Delta)}r(\Delta + \nu') + e^{i\theta_r(\Delta)}r^*(\Delta - \nu'), \quad (3.60)$$

$$2g_q = e^{-i\theta_r(\Delta)}r(\Delta + \nu') - e^{i\theta_r(\Delta)}r^*(\Delta - \nu'), \quad (3.61)$$

$$2g_{vp} = e^{-i\theta_r(\Delta)}t(\Delta + \nu') + e^{i\theta_r(\Delta)}t^*(\Delta - \nu'), \quad (3.62)$$

$$2g_{vq} = e^{-i\theta_r(\Delta)}t(\Delta + \nu') - e^{i\theta_r(\Delta)}t^*(\Delta - \nu'). \quad (3.63)$$

Os coeficientes $g_{p,q}$ tem a dependência do p_r com as quadraturas de entrada, enquanto $g_{vp,vq}$ são a contribuições de vácuo.

Figura 28. Representação da portadora com as bandas laterais como tamanho exagerado para ilustração. Em verde vemos a transmissão da cavidade. Fazendo a varredura da dessintonia da cavidade, passamos pela ressonância dela com as bandas laterais e com a portadora. Cada frequência que entra em ressonância com a cavidade é atenuada e muda a sua fase.

Na [Figura 28](#) vemos uma ilustração das bandas laterais e da portadora e como a cavidade varre em frequência, passando pela ressonância com as bandas laterais e a portadora mudando a fase de cada uma por vez. A [Figura 29](#) mostra o comportamento da refletividade da cavidade como função da dessintonia Δ . Cada feixe que entra em ressonância com a cavidade é atenuado um fator $|r(\Delta)|$ e ganha uma fase θ_r entre 0 e 2π . Estes dois efeitos acontecem seguidos um do outro e combinados geram a transformação de ruído de fase para amplitude, como veremos na seguinte seção.

Figura 29. Conforme nos aproximamos na ressonância da cavidade, a refletividade diminui e o feixe refletido sofre uma defasagem de 2π .

3.4 Elipse de Ruído

O sinal que medimos no analisador de espectro corresponde ao *espectro de ruído* definido como [42]:

$$S_{X_\phi} \delta(\nu - \nu') = \langle \delta X_\phi(\nu) \delta X_\phi(-\nu') \rangle, \quad (3.64)$$

onde X_ϕ é uma quadratura generalizada. Ele é representado mediante uma *elipse de ruído* no plano complexo, e simboliza as flutuações aleatórias nas quadraturas para uma certa frequência de análise (Figura 32). Todas as nossas medidas estão normalizadas pelo *ruído quântico padrão* (RQP), como discutido na subseção 3.2.1. Tomando a Equação 3.59 e aplicando-a na Equação 3.64 obtemos o espectro de ruído na amplitude:

$$\begin{aligned} S_r(\Delta, \nu') &= |g_p|^2 S_{p_{in}}(\nu') + |g_q|^2 S_{q_{in}}(\nu') \\ &\quad + |g_{vp}|^2 S_{vp}(\nu') + |g_{vq}|^2 S_{vq}(\nu') \\ &\quad + 2\text{Re} \left[-ig_p g_q^* C_{p_{in}q_{in}}(\nu') \right] \end{aligned} \quad (3.65)$$

sendo $S_{vp}(\nu') = S_{vq}(\nu') = 1$ a nossa referência de ruído (ruído quântico padrão) e C_{pq} o termo de correlações entre as quadraturas [40]. Em geral, o termo C_{pq} pode ser complexo e escrito como [47]:

$$C_{pq} = \gamma + i\delta, \quad (3.66)$$

onde γ indica um ângulo β existente entre o campo médio $|\alpha|$ e a quadratura amplitude na posição do quadro 1 da Figura 33. Graficamente no espectro de ruído, podemos reconhecer o termo γ quando a leitura da quadratura amplitude na ressonância do feixe com a cavidade (quadro 9 Figura 33), esta deslocado do zero, como ilustrado na Figura 30. O

termo imaginário δ se entende como um desbalanceio de energia nas bandas laterais, que no espectro de ruído corresponde a uma assimetria no nível de ruído das bandas laterais (Figura 31) [47]. Em termos da elipse de rotação (Figura 32) a existência de correlações pode se representar por um desalinhamento entre os eixos principais da elipse e os eixos definidos com respeito à amplitude média do campo.

Figura 30. Exemplo da assimetria gerada pelo termo γ . Vemos que no caso de ter $\gamma \neq 0$, a medição da quadratura amplitude não corresponde à ressonância da cavidade. Parâmetros desta figura são: $\nu' = 7$, $S_p = 1$, $S_q = 10$, $\delta = 0$, Perdas = 6% por volta.

Figura 31. Se o termo $\delta \neq 0$, vemos que as bandas laterais tem altura diferente o que se interpreta como um desbalanceio na energia entre bandas. Parâmetros usados $\nu' = 7$, $S_p = 1$, $S_q = 10$ e $\gamma = 0$, Perdas = 6% por volta..

Figura 32. Elipse de ruído para um estado geral. A linha vermelha representa o nível mínimo de energia. Os eixos S_p e S_q são os eixos alinhados com a amplitude média do campo. Os eixos S_p' e S_q' são os eixos principais da elipse. Quando eles não são iguais podemos afirmar que existe uma correlação entre quadraturas. O ângulo β está medido entre à amplitude média do campo e S_p' .

A Figura 33 ilustra o resultado de uma medida típica de rotação de elipse. Vemos ao redor da curva do espectro, o processo da elipse de ruído. Supondo que a quadratura amplitude tem menor ruído do que a fase e que começamos com a portadora e a amplitude alinhados (quadro 1), vamos mudando a dessintonia de esquerda para direita. Quando vamos nos acercando à ressonância com a banda lateral em $-\nu$, a elipse roda $\pi/2$ (quadro 3) e estaremos fazendo a leitura da quadratura fase, justo como indicado anteriormente na Equação 3.48. No quadro 5 giramos novamente $\pi/2$ e começamos a sobrepor a rotação da portadora, por isso não conseguimos medir de novo a amplitude. Uma vez que a portadora está em ressonância com a cavidade, é ela quem sofre alteração na fase, sem modificar as bandas laterais. Portanto, a elipse não vai girar (quadros 5 a 13), mas a amplitude média do campo vai, passando duas vezes pela quadratura fase, nos quadros 7 e 11, e uma vez pela quadratura amplitude, quadro 9. Vimos isto na Equação 3.49. Finalmente a cavidade é ressonante com a banda lateral ν (quadro 15) onde todo é simétrico respeito à banda oposta.

Figura 33. Espectro de ruído em função da dessintonia da cavidade. Ao redor da curva, vemos os quadros que representam as etapas da medição. Medição da quadratura fase se dá em 3, 7, 11, 15 e da amplitude em 1, 9, 17. Esta figura foi feita para $\nu' = 6$, $S_p < S_q$, $R_1 = 0.95$ e $R_2 = 0.997$. Figura tomada de [7].

Este sistema apresenta limites na hora de selecionar frequências de análises. Voltamos para a Figura 28. Se a largura à meia altura da cavidade de análises cresce, o efeito do solapamento entre banda lateral e portadora se evidenciaria por não ter um vale tão pronunciado na região 5. Do mesmo modo, se tivermos uma cavidade com uma certa

largura de banda e selecionamos uma frequência de análise muito perto da portadora, temos novamente aumento do solapamento (Figura 34). Ou seja, dada uma largura de banda da cavidade, temos um limite que permite distinguir entre portadora e banda lateral permitindo o giro completo, limite que é dado por [7]:

$$\nu' \geq \sqrt{2} \quad (3.67)$$

termo normalizado pela largura de banda da cavidade de análise (Equação 3.53).

Figura 34. Espectro de ruído em função da dessintonia da cavidade mudando a frequência de análises para $\nu' = 1, 3, 7$. Para frequências de análises muito baixas o solapamento entre bandas é muito alto e não conseguimos diferenciar entre elas. Conforme a frequência aumenta conseguimos fazer a leitura completa do ruído. $S_p = 1$, $S_q = 10$, $\gamma = 0$, $\delta = 0$.

Em termos da elipse de ruído, poderíamos entender isto como um processo incompleto onde começamos a rotação de elipse mas ficamos no meio do caminho. Se a Equação 3.67 não se cumpre, significa que temos a portadora e a banda lateral dentro da largura de banda da cavidade e ao serem refletidas todas elas ganhariam fases próximas e como o processo funciona justamente por manipular individualmente a fase de cada frequência, não teríamos conversão de ruído.

Resumo do capítulo

Neste capítulo descrevemos completamente a detecção de ruído das quadraturas do campo a medir. Começamos pela definição das quadraturas generalizadas e como entender a criação de bandas laterais por flutuações. Logo construímos a conceito do shot noise, passando pela quantização do campo e vimos como é possível extrair a informação das quadraturas com a detecção balanceada. Ao mesmo tempo definimos o shot noise como uma referência para as medidas dos capítulos posteriores e finalizamos com a descrição fenomenológica do método da rotação de elipse.

Este capítulo finaliza a parte teórica necessária para o desenvolvimento e entendimento do projeto exposto. No seguinte capítulo mostraremos as estruturas mais importantes da montagem experimental e finalizaremos este trabalho mostrando os resultados cuja interpretação não seria possível sem o capítulo que está terminando agora.

II

INSTRUMENTAÇÃO

INSTRUMENTAÇÃO

Neste capítulo vamos fazer a descrição dos elementos mais importantes da montagem experimental, mostrando os detalhes, modificações e parâmetros usados para realizar o experimento.

4.1 Laser Diodo em configuração Littrow

No desenvolvimento do experimento, usamos um diodo em cavidade externa em configuração Littrow que como visto na [Figura 35](#), é formada por uma rede de difração de 1800 *linhas/mm*), um diodo da empresa TOPTICA (Ref.: #LD – 0785 – P200 – 1), de comprimento de onda centrado em 785 *nm* com coating anti-refletor na primeira face, um parafuso micrométrico para sintonizar o de onda e um PZT que é usado para estabilizar o sistema em um único modo.

A grade de difração *ruled*, está projetada para maximizar a eficiência da rede, isto é, a maioria da potencia difratada estará na ordem um e por sua vez, minimiza as perdas da ordem refletida (ordem zero). A reflexão depende fortemente da polarização do feixe incidente, no caso de ter polarização perpendicular ao plano de incidência a refletividade pode atingir $\sim 85\%$ e no caso de ter polarização paralela ao plano de incidência podemos obter $\sim 15\%$ [\[48\]](#) . O comprimento de onda difratado pela rede está determinado pela *equação da rede* [\[49\]](#) :

$$m\lambda = d(\sin(\theta_i) + \sin(\theta_m)), \quad (4.1)$$

onde m corresponde à ordem de difração, d a distância entre ranhuras, θ_i o ângulo incidente respeito à normal da rede, positivo por ser medido em sentido anti-horário, e θ_m é o ângulo do feixe difratado que é negativo por ser medido em sentido horário ([Figura 36](#)). Para encontrar a [Equação 4.1](#), consideramos a diferença de caminho ótico entre dois feixes

Figura 35. Montagem diodo em cavidade externa. Mostramos só o feixe de ordem zero que sai da cavidade mas levemos na conta que a ordem um está sendo retroalimentada no diodo.

paralelos que estão chegando na rede, como mostrado na [Figura 36](#), corresponde aos segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$. Temos interferência construtiva se a diferença de caminho entre os dois feixes é proporcional ao comprimento de onda da luz.

Figura 36. Geometria de feixes incidindo na rede de difração. Os ângulos $\theta_{i,m}$ estão medidos respeito à linha pontilhada. Tomando a diferença entre os segmentos $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$ e exigindo a condição de interferência construtiva, obtemos a equação da rede.

A configuração *Littrow* se refere à disposição da rede onde $\theta_i = \gamma_L$ e o ângulo do feixe difratado cumpre $\theta_i = \theta_m$. Com isto:

$$2d \sin(\gamma_L) = \lambda. \quad (4.2)$$

A cavidade externa, como mostrado na [Figura 37](#), é composta pela rede difratora

e uma das superfícies do diodo emissor que tem alta reflexão. O meio amplificador é a junção dentro do diodo e à ordem 1 da difração é a retroalimentação da cavidade.

Figura 37. A cavidade externa em configuração Littrow é formada pela face traseira do diodo, a junção como meio de ganho e a rede de difração como o segundo espelho.

O comprimento de onda que oscila na cavidade depende do ângulo de incidência do feixe sobre a rede e do tamanho da cavidade. Logo, mudando esse ângulo podemos sintonizar o comprimento de onda de forma precisa [10]. Este também é a sua maior desvantagem pois mudar o comprimento de onda leva a mudar a direção do feixe e teríamos que alinhar o sistema de novo para variações grandes de λ .

4.2 Laser Diodo SDL-8630

O nosso sistema base consiste em um chip semiconductor da serie *SDL-8630* (TL219) da antiga empresa SDL, Inc., constituído por um diodo afunilado em configuração de cavidade externa, bombeado eletricamente (corrente de injeção), um sistema ótico com lentes cilíndricas para corrigir o astigmatismo e um dissipador de calor esfriado por um ventilador.

Para os nossos propósitos, varias modificações no sistema foram feitas. Para usar o chip como meio de ganho (*tapered amplifier*), retiramos a montagem da cavidade externa deixando duas saídas de luz disponíveis, a que passa pelo sistema ótico de correção que será denominada como **contrapropagante** e aquela que sai pelo lado contrario será denominada **propagante**, justo como está ilustrado na [Figura 38](#). O ventilador foi desligado dado que as vibrações que ele gera atrapalham a estabilidade do laser e em compensação, elaboramos um sistema com fluxo de água para estabilizar a temperatura ([Figura 38](#)). O sistema laser deve operar sempre entre 15 e 25 °C [50] , nós ajustamos o fluxo de água para que a temperatura fosse de 20°C.

Figura 38. Montagem do SDL modificado. Retiramos a montagem da cavidade externa, desconectamos o ventilador e colocamos um fluxo de água.

4.2.1 Cavidade Fechada

Antes de fechar a cavidade, tivemos que resolver o problema do astigmatismo do feixe propagante para melhorar o acoplamento entre feixe propagante e contrapropagante. Usamos então prismas anamórficos, os quais funcionam mudando o tamanho de um só eixo do feixe dada a diferença de caminho óptico percorrido [51]. Os ângulos e a distância entre prismas determinam a correção sobre o eixo. A correção persiste por uma distância de um metro que é suficiente para fazer o acoplamento com o lado contrapropagante para reinjeção.

Figura 39. Esquema da correção dos prismas anamórficos sobre o feixe. Esta imagem corresponde a uma vista superior do sistema onde o eixo paralelo com o plano do desenho é o corrigido e o perpendicular não sofre modificação.

Na Figura 40 vemos a caracterização feita da transmissão da luz pelo etalon em função do ângulo incidente. O zero do ângulo foi definido como a posição do etalon na qual o feixe voltava pelo mesmo caminho. Vemos duas regiões de máxima transmissão ao redor de 70% perto de 1.5 graus e vemos que o zero está deslocado, isto devido à exatidão para definir o zero.

A Figura 41 ilustra a configuração da cavidade fechada. Na direção do feixe propagante vemos os prismas anamórficos, na caixa da linha tracejada vemos a configuração para a saída da cavidade composta por uma lâmina de meia onda ($HWP1$), um isolador óptico e mais uma lâmina de meia onda ($HWP2$). Seguindo a propagação do feixe encontramos duas lentes para o acoplamento entre o feixe propagante e o chip [52] e entre elas um

Figura 40. Caracterização da transmissão do etalon em função do ângulo incidente. A variação da transmissão ajuda na seleção dos modos intracavidade.

"etalon"(Figura 40) localizado perto do foco após a primeira lente para tentar ter algo próximo de uma onda plana. Finalmente temos a entrada pelo lado contrapropagante. A grande vantagem do etalon é que ele permite uma melhor seleção dos modos que vão oscilar na cavidade ao criar interferência construtiva ou destrutiva para o feixe transmitido dependendo do ângulo de incidência (2.2).

Figura 41. Esquema da cavidade fechada. No sentido do feixe propagante temos os prismas anamórficos, as perdas controladas da cavidade, o sistema de acople entre feixes e um etalon. A saída **C** são perdas não controladas.

O tamanho da cavidade (190 cm) foi dado pela estrutura e os elementos que iam compor-la e não por um estudo exaustivo e antecipando as propriedades que queríamos achar. A nossa cavidade tem duas saídas que chamamos de **C** para a contrapropagante e **P** para a propagante. A saída **P** são perdas controladas da cavidade; está composta pela primeira lâmina de onda e o PBS1. Variando o ângulo da placa podemos mudar a

potência e a finesse da cavidade. A saída **C** é obtida pelo rotador de Faraday, o *PBS2* e a segunda lâmina de onda, controlando a polarização que chega no *PBS1* para que seja vertical. A saída **C** corresponde à reflexão na face do diodo. A segunda lâmina também tem uma segunda função que é devolver a polarização horizontal ao feixe propagante. Por outro lado, o etalon ajuda na seleção dos modos intracavidade privilegiando aqueles que tem transmissão alta. Todas as medidas aqui apresentadas foram tomadas para uma temperatura de $20^\circ C$. A saída **C** é acoplada em fibra e enviada para o sistema de análise de ruído enquanto a saída **P** é enviada a uma cavidade de referência confocal *Thorlabs SA200-5B* com intervalo espectral livre 1.5 GHz e finesse > 200 , que permite discriminar modos. Uma rampa de tensão aplicada sobre um *PZT* operante em um dos espelhos varia o tamanho da cavidade. No caso monomodo, a resposta deve ser semelhante à [Figura 19](#).

Finalmente, temos a [Figura 42](#) que representa a variação a partir da quarta casa decimal do comprimento de onda do laser, como função do tempo. O comprimento de onda é 782.958 nm para uma corrente de 0.80 A para a cavidade fechada. A medida foi realizada usando o *Bristol Wave Meter 671*.

Figura 42. Estabilidade do comprimento de onda do laser, em função do tempo. O valor médio do comprimento de onda é 782.958 nm para uma corrente de injeção de $0,80\text{ A}$ cavidade fechada..

4.3 Cavidade de Análise

A nossa cavidade de análise é uma cavidade triangular, com $FSR \approx 538\text{ MHz}$. O espelho de entrada tem transmissão de 1% para polarização horizontal, o espelho de saída e o espelho curvo são de alta refletividade para polarização horizontal. Com esta configuração de espelhos podemos obter uma finesse superior a 300 o que faz com que a largura de banda seja estreita e portanto, a nossa cavidade seja instável devido à falta de

Figura 43. Montagem experimental da cavidade de análise. Vemos os feixes incidente, o refletido, o transmitido que vai para um detetor e o feixe intracavidade.

amortecimento na mesa ótica em que trabalhamos. Então mudamos a polarização da luz para vertical e assim diminuimos a finesse da cavidade alargando a sua largura de banda, obtendo uma finesse entre 60 e 75 e uma visibilidade^I superior a 99%. A largura de banda da cavidade estava usualmente entre 7 e 9 MHz, deixando a região acima de 12 MHz para fazer a rotação de elipse completa.

4.4 Analisador de Espectro

Nesta seção vamos descrever os parâmetros usados no analisador de espectro para medir a grandeza da Equação 3.65, e vamos discutir sobre os problemas na hora da medição. Trabalhamos com o analisador de espectro eletrônico *Agilent E4401B ESA-E Series* que permite medidas para um rango de frequências entre 9 kHz e 1.5 GHz. A Tabela 1 mostra os parâmetros usados nas medidas finais reportadas neste trabalho. Vemos na coluna dois que aparece o *resolution bandwidth (RBW)*, parâmetro que se refere ao tamanho da janela de frequência em que vamos medir. Em outras palavras, se a nossa janela for pequena estaríamos medindo com mais detalhe o sinal detetado ou seja com maior resolução. O termo da terceira coluna, o *video bandwidth (VBW)*, serve para filtrar e limpar as flutuações do sinal sem mudar o comportamento nem os valores do sinal.

Dado o número de pontos e o tempo de varredura, a resolução mínima com que poderíamos trabalhar é 60 kHz, porém, problemas com o sinal eletrônico da rede elétrica presentes na fonte do SDL geram flutuações no sinal medido como ilustrados na Figura 44,

^I Se entende por visibilidade como a porcentagem de acoplamento entre o feixe incidente e a cavidade.

Rampa (Hz)	RBW (MHz)	VBW (kHz)	Varredura A.E. (ms)	Pontos
50	1	100	10	600

Tabela 1. Parâmetros do Analisador de Espectro. A primeira coluna corresponde à frequência de varredura da cavidade de análise, logo temos o Resolution Bandwidth e o Video Bandwidth, seguido do tempo de varredura do analisador de espectro e o número de pontos que o analisador mede.

onde se observa em verde, ruído que provem do sistema elétrico do laboratório ($\sim 60\text{ Hz}$) e dificulta obter um sinal adequado para analisar. O sinal roxo corresponde com a rotação de elipse junto com o ruído da rede. A solução para continuar a caracterização da montagem foi aumentar o *RBW* fazendo médias sobre intervalos maiores de frequência o que diminui drasticamente o ruído da rede elétrica. Por exemplo, a [Figura 44](#) mostra claramente o problema medindo com alta resolução. A curva verde mostra a soma do sinal dos detetores com a cavidade de análise bloqueada. Vemos que aparecem flutuações que sabemos são da rede elétrica devido a que trigando o analisador de espectro com o sinal da rede, as flutuações ficam paradas. O sinal roxo é a rotação de elipse contaminada pelo ruído de fundo da rede elétrica.

Figura 44. Vemos o sinal do ruído quântico padrão em azul, o sinal roxo é a rotação de elipse contaminado com o ruído verde graficado no fundo.

Por outro lado, também poderia ser melhor diminuir a frequência de varredura da cavidade aumentando o tempo de varredura do analisador de espectro para ter melhores

e mais detalhes do sinal. O problema vem novamente com o sinal de 60 Hz como está na Figura 45 a), onde se mostra o sinal do feixe refletido da cavidade varrendo-la com 1 Hz . Vemos como a flutuação da rede elétrica aparece múltiplas vezes no sinal refletido. A Figura 45 b) corresponde à medição feita varrendo a cavidade com 50 Hz e vemos que como com uma varredura mais rápida captamos menor número de vezes o sinal ruidoso extra. Os parâmetros que permitiram realizar as melhores medidas foram os especificados na tabela 1.

Figura 45. A figura a) mostra a reflexão da cavidade varrendo ela a 1 Hz , onde captamos as flutuações passando varias vezes pelo sistema. A b) corresponde à medida feita em 50 Hz onde claramente vemos menos vezes o efeito do ruído da rede elétrica.

Análise do sinal

Para caracterizar a rotação de elipse devemos tomar três medidas diferentes do mesmo feixe, a saber, ruído eletrônico que corresponde ao sistema sem luz, ruído quântico padrão que corresponde a subtração dos sinais com a cavidade bloqueada e o sinal da rotação de elipse (soma). Por outro lado, também temos que salvar os dados dos picos de reflexão e transmissão da cavidade análise. Nos dispomos agora a explicar o tratamento dos dados.

1. Uma vez tomados os dados no analisador de espectro (Figura 46), mudamos a escala dos sinais salvados, de logarítmica para linear. Como o sinal do analisador de espectro está em dBm , passamos os dados a mW , isto para facilitar os passos seguintes.
2. Subtraímos o valor médio do ruído eletrônico do sinal do RQP e da rotação da elipse. Isto porque este ruído não pertence ao laser, ele é do sistema de detecção. Tomamos o

Figura 46. Exemplos dados brutos laser Littrow para uma potência de 0.223 mW.

valor médio porque este sinal corresponde com flutuações da eletrônica no intervalo de tempo de medida.

3. O sinal refletido pela cavidade é ajustado como uma lorentziana. Ele é usado para normalizar o sinal da rotação de elipse ponto a ponto (rotação normalizada).
4. Normalizamos os sinais do *shot noise* e da *rotação normalizada*, pelo valor médio do sinal do *shot noise*. Assim, o shot noise é igual a um e serve como a nossa referência, como discutido na [Equação 3.47](#).
5. Voltamos para a escala logarítmica. Com isto, o nível do shot noise fica no zero e a visualização é mais adequada quando o excesso de ruído for muito grande ([Figura 47](#)).
6. A [Equação 3.65](#) foi desenvolvida numa escala linear. Como estamos fazendo o ajuste em escala logarítmica, o ajuste dos dados deve ser feito com a função $10\log_{10}(S)$ para obter os valores do ajuste (S_p , S_q , γ , δ), cujo resultado estará em escala lineal. Teremos então que aplicar a função $10\log_{10}(x)$ sobre os parâmetros ajustados. O ajuste é feito em python (livraria scipy, modulo curvefit [53]), que é capaz de interpolar qualquer conjunto de dados com uma função conhecida. Assim, o resultado do ajuste está na [Figura 47](#).

O ajuste feito indica que os valores do ruído da quadratura amplitude está no nível do shot noise, $\Delta^2 p = (0.00 \pm 0.24) \text{ dB}$ e o ruído de fase é $\Delta^2 q = (25.91 \pm 0.18) \text{ dB}$. Este exemplo do análise permite observar que o laser Littrow mantém a quadratura amplitude

Ajuste completo 15 MHz

Figura 47. Ajuste dos dados do laser Littrow.

no nível do shot noise, enquanto o ruído da fase pode subir até 25 dB acima, conforme a referência [11].

Resumo do capítulo

Este capítulo permitiu apresentar a montagem experimental e mostrar alguns dos problemas no desenvolvimento deste trabalho. Definimos as saídas da cavidade **C** e **P**, vimos o efeito do etalon e da corrente na estabilidade da cavidade e um exemplo de quanto estável ela pode ser. Também mostramos a estrutura da cavidade de análise e mostramos os principais problemas com o analisador de espectro e a estabilidade da cavidade. Finalmente discutimos sobre os passos para analisar o sinal e obter o ajuste dos parâmetros que estamos procurando.

III

DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL E RESULTADOS

MONTAGEM EXPERIMENTAL E RESULTADOS

Introduzimos agora cada um dos passos e montagens elaborados para o desenvolvimento deste projeto, tentando percorrer o caminho que permita ao leitor entender as práticas e os resultados aqui apresentados. Na medida que apresentamos as montagens experimentais, mostramos os resultados obtidos e o que conseguimos concluir para dar o passo seguinte.

5.1 Características do Meio de Ganho

O núcleo do nosso projeto é o *SDL*, especificamente o chip semicondutor que está dentro dele. Desta forma devemos primeiramente conhecer como ele se comporta. Na [Figura 48](#) vemos a potência de saída do feixe **propagante** e **contrapropagante** (definido na [seção 4.2](#)) em função da corrente de injeção no chip na ausência de cavidade externa. Vemos como a partir de 0.70 A há uma mudança drástica na potência do chip indicando o seu comportamento laser.

Para corroborar isto, fizemos medidas do espectro do *SDL* nas duas saídas, mudando a corrente de injeção no chip. Vemos na [Figura 49](#) e [Figura 50](#) que efetivamente o chip semicondutor tem uma região onde sua emissão é muito larga e conforme a corrente de injeção aumenta, a largura do seu espectro diminui notavelmente. Estas larguras reportadas não correspondem à largura real do laser, mesmo assim permite observar a diferença de comportamento entre fluorescência e laser. Medida feita com o espectrômetro *Ocean Optics USB-4000* que tem resolução de $\sim 0.1 - 10.0\text{ nm}$.

Das Figuras [48](#), [49](#) e [50](#) vemos que correntes inferiores a 0.50 A correspondem a emissão espontânea do sistema e acima de 0.60 A começamos a observar emissão estimulada, sendo mais evidente para correntes superiores a 0.70 A .

Figura 48. Com uma corrente de injeção acima de 0.7 A a potência muda drasticamente e vemos que o nosso chip se comporta como laser.

Figura 49. Estimação do espectro do chip abaixo do limiar. Quando o detector se saturava tinha que se mover e por isso entre 0.4 e 0.5 A tem uma queda na intensidade. Estas gráficas correspondem a uma fluorescência, bastante larga. Em 0.6 A vemos que o chip começa a oscilar.

Figura 50. Estimação da largura de linha em função do comprimento de onda acima do limiar. Notamos a diferença entre a emissão acima e abaixo do limiar.

5.1.1 Resposta do chip frente ao feixe de bombeio

A primeira tentativa para estudar a resposta do semiconductor frente a um feixe de bombeio foi feita usando o diodo Littrow. Dado que a saída dele é astigmática, medimos posição e cintura de cada eixo e selecionamos um deles para se acoplar com um dos eixos do feixe **propagante** do *SDL* que também é astigmático, este acoplamento foi feito com lentes esféricas. As saídas do *SDL* tem uma polarização horizontal e portanto configuramos a montagem para que o feixe de bombeio também seja de polarização horizontal.

5.1.1.1 Sentido Contrapropagante

Na [Figura 51a](#), [Figura 51b](#) e [Figura 51c](#) vemos a porcentagem de amplificação como função da potência incidente. A medição foi feita mudando a corrente de injeção no diodo Littrow e medindo a saída no lado contrapropagante do *SDL*, para diferentes correntes de

injeção no chip do SDL. Para conhecer a transmissão pelo sistema usamos a relação:

$$T = \frac{P_{saída} - P_{Fundo}}{P_{in}} \times 100 \quad (5.1)$$

onde $P_{saída}$ é a potência total na saída **contrapropagante** do SDL, P_{Fundo} é a potência do SDL sem feixe incidente e P_{in} é a potência incidente. A linha pontilhada no valor de 100 (%) indica a porcentagem a partir da qual o sistema começa a amplificar. Podemos ver que quando a corrente de injeção do chip supera os 0.4 A obtemos amplificação. Na [Figura 51c](#) vemos a potência pulando bruscamente. Este comportamento vem da mudança da corrente de injeção para aumentar a potência do chip, pois desta forma os modos mudam. O problema também é gerado por não ter controle de temperatura preciso sobre o diodo Littrow, o que pode fazer com que o tamanho do semiconductor mude e, portanto o tamanho da cavidade externa.

Figura 51. Resposta do chip frente ao feixe de bombeio, primeira montagem. Abaixo de 100 % o sistema absorve.

5.1.1.2 Sentido Propagante

Para corrigir o problema da temperatura usamos um circuito *HTC* – 3000 que controla um dispositivo Peltier na base do sistema Littrow. Para não mexer na corrente, deixamos o chip com uma corrente e injeção de 0.97 mA e colocamos uma lâmina de meia onda e um *PBS* para mudar a potência. Uma parte dessa luz ia para uma cavidade Fabry Perot onde observamos se o feixe que vai para o chip é monomodo. Pela dificuldade que gerou o acoplamento com só um dos eixos, por não saber quanta potência estava sendo perdida, decidimos acoplar o bombeio em fibra ótica. A saída da fibra foi jogada no lado **contrapropagante**. Acoplando com a fibra atenuamos muito a potência do feixe pois o acoplamento máximo atindindo foi de 35%, mesmo assim temos a vantagem de corrigir o astigmatismo do feixe. Fizemos então o acoplamento entre a saída gaussiana da fibra e o lado **contrapropagante** do SDL que também é gaussiano (seção 4.2) garantindo eficiência no acoplamento do modo. Esta nova configuração se mostra na Figura 52.

Figura 52. Montagem experimental para caracterizar o chip semicondutor do SDL.

Com este novo setup, a medição foi feita de novo e conseguimos os resultados da Figura 53a, Figura 53b e Figura 53c. Percebemos que o salto de modo da Figura 51c sumiu. Podemos observar que para uma corrente de injeção de 0.4 A no SDL, atingimos a saturação da absorção perto de 9 mW de potência incidente. Na Figura 53b vemos que já estamos amplificando fortemente, mas para 0.8 A tem uma queda na amplificação, que achamos que corresponde a bombear o sistema com um comprimento de onda que

não corresponde com algum modo longitudinal da cavidade do chip [54]. Isto não é um problema de saturação porque vemos que novamente quando a corrente é maior (em 1.0 A) a amplificação é grande.

Figura 53. Resposta do chip frente ao feixe de bombeio, primeira montagem. Para 0.4 A encontramos o a saturação do sistema. Em 0.8 A a dinâmica do sistema tem efeitos de desacoplamento entre modos do chip o da cavidade. Quando o bombeio tem polarização vertical, baixo nenhuma injeção o sistema consegue amplificar.

Finalmente estudamos o que acontece com a amplificação quando o feixe de bombeio tem polarização vertical, vemos isto na Figura 53d onde notamos que para nenhuma corrente de injeção e nenhuma potência obtemos amplificação pelo chip.

Para corroborar o comportamento do ganho visto na Equação 2.64, tomamos os valores da transmissão para uma potência de $\sim 0.5 \text{ mW}$ e obtivemos a Figura 54. Vemos que esta figura apresenta o comportamento proporcional à diferença de população (Ver Figura 15). Para correntes de injeção acima de 0.7 A o sistema já está oscilando e a dinâmica da cavidade com o chip gera efeitos como a competição entre os modos do chip e da cavidade externa.

Figura 54. Montagem experimental definitivo para caracterizar o chip semicondutor do SDL. O ajuste mostrado é só uma guia para evidenciar o comportamento proporcional à diferença de população ΔN (Ver [Figura 15](#)).

Aqui termina a caracterização do meio de ganho, sabemos que ele mesmo é uma cavidade e sabemos que a partir de $0.4 A$ ele amplifica a luz incidente sempre que tiver polarização horizontal o que nos leva a pensar que nessa região poderíamos encontrar o limiar do laser. O fato de que o sistema apresente absorção deixa-nos associar este sistema como um laser de três níveis justo como discutido na [subseção 2.1.2](#).

5.2 Cavidade Fechada

Caracterizado o amplificador, vamos verificar seu funcionamento dentro da cavidade ([Figura 41](#)). Para realizar as medidas aproveitamos os parâmetros proporcionados pela cavidade, a saber, corrente de injeção e perdas controladas.

5.2.1 Saída da Cavidade em Função da Corrente de Injeção

A primeira caracterização feita foi a potência das saídas da cavidade em função da corrente de injeção. Isto foi feito para diferentes ângulos do $PBS1$. A linha denominada *Cavitando* corresponde à medida feita quando a cavidade estava fechada e a linha com nome *Chip* corresponde à saída do feixe com cavidade bloqueada. As figuras na esquerda representam as medidas feitas para a saída do feixe propagante (**P**) e à direita temos as medidas para a saída do feixe contrapropagante (**C**).

Das figuras [55](#) - [60](#) podemos concluir que podemos variar o limiar de oscilação do sistema mediante o controle da saída do $PBS1$. O menor valor obtido do limiar de oscilação foi de $0.41 A$, justamente perto do valor onde o sistema começa a amplificar ([Figura 53a](#)). Em geral as potências atingidas pelo lado **C** são maiores do que as do lado **P**, primeiro por ele passar por um menor número de sistemas óticos e segundo por não estar afetado diretamente pela lâmina de onda. A configuração da [Figura 55](#) parece interessante

Figura 55. Quando a lâmina de meia onda está em 0° a polarização do feixe **propagante** é horizontal e por tanto pouca potência é refletida no primeiro PBS.

Figura 56. Na saída **C** quando o feixe propagante está em 0° , se tiver a cavidade bloqueada temos a mesma **Figura 48**. Liberando a cavidade conseguimos diminuir o limiar perdendo potência.

Figura 57. Se a polarização for diagonal a cavidade tem uma perda ao redor do 50% sendo uma cavidade bem aberta. Mesmo assim, o limiar está em 0,46 A.

Figura 58. Com polarização diagonal o feixe **contrapropagante** sofre diminuição do limiar e da potência comparado com só o chip chegando a 0,46 A. Comparado com o caso da cavidade fechada, a potência neste caso aumentou.

porque tem um limiar baixo $\sim 0,45$ A e atinge potências de ~ 25 mW. Um efeito curioso é a resposta não linear inicial do sistema (**Figura 55**)

Figura 59. Com a polarização vertical do feixe **P** estamos tirando quase todo o feixe da cavidade e não temos realimentação do sistema. O limiar de oscilação está perto do limiar sem cavidade (0,68 A).

Figura 60. Dado que a polarização é vertical, não temos realimentação e a saída do feixe **contrapropagante** é a mesma com e sem cavidade. Obtemos um limiar de oscilação em 0,69 A.

5.2.2 Saída da Cavidade em função das perdas

Nesta caracterização, medimos a potência nas saídas **P** e **C** como função das perdas controladas da cavidade. Medimos para três valores de corrente de injeção diferentes, abaixo, perto e bem acima do limiar. A medida feita abaixo do limiar teve um comportamento esperado (Figura 61). Na saída **P**, medimos uma potência baixa que aumentava conforme mudamos a polarização de horizontal para vertical. A saída **C** é inalterada pela lâmina de onda.

No caso de estar um pouco acima do limiar (Figura 62), entre 0 e $\sim 22(\%)$ temos cavidade e vemos que a potência na saída **P** aumenta, estamos tirando potência intracavidade sem desestabilizar a condição de saturação. Aumentando as perdas da cavidade chegamos ao ponto em que as perdas são maiores do que a amplificação e saímos da oscilação do sistema. No caso da saída **C**, a potência na saída diminui até que perdemos a cavidade. O comportamento acima do limiar, Figura 63 é similar ao anterior. Para quando não temos laser, a potência das duas saídas volta para os valores medidos na Figura 59 e na Figura 60.

As figuras aqui apresentadas tem semelhança com o descrito na seção 2.3, Figura 21. Vemos que temos um máximo e que após um porcentagem de perdas o sistema volta para seu comportamento sem cavidade externa. Vemos na Figura 63 que o nosso sistema apresenta uma amplificação muito alta porque ele deixa de oscilar quando as perdas estão por volta do 80 %. Temos um laser capaz de atingir potências perto de $\sim 25 \text{ mW}$, dotado de dois mecanismos que ajudam nessa variação da potência que são, corrente de injeção e perdas controladas. Essa região de potências é suficiente para trabalhar com sistemas atômicos [3], mas ainda falta estudar as propriedades de ruído para saber se ele poderia

Figura 61. Corrente de injeção é 0.25 A. Abaixo do limiar e com potência nas saídas muito baixa. O aumento na saída **P** é efeito de mudar de polarização horizontal para vertical. A saída **C** não muda.

Figura 62. Corrente de 0.45 A. Perto do limiar de oscilação, vemos na saída **P** que a potência aumenta até sair da oscilação no 22(%). Na saída **C** a potência vai diminuindo suavemente até que o sistema deixa de oscilar. Logo voltamos ao comportamento da [Figura 61](#).

Figura 63. Corrente em 0.72 A. A saída **P** aumenta sua potência conforme aumentamos as perdas até o ~ 80 (%) onde cai e chega nos valores típicos da oscilação do chip. A saída **C** tem um comportamento parecido mas não é tão variável quanto a saída **P**. Isto é de esperar devido a que ele não é diretamente perturbado pela mudança das perdas.

funcionar como fonte para sistemas com fenômenos quânticos.

5.2.3 Efeito do Etalon na Cavity

A [Figura 64](#) mostra o comportamento monomodo e multimodo do laser. A linha vermelha é obtida com o laser de referência (Littrow) que será a nossa régua. Vemos na [Figura 64 a\)](#) que o SDL é monomodo e na [Figura 64 b\)](#) multimodo. Dado que conhecemos o *FSR* da nossa cavidade de referência (1.5 GHz) que corresponde à distância entre picos da nossa régua, determinamos que a distância entre os picos do comportamento multimodo é ~ 150 MHz compatível com o comprimento do nosso laser. Por outro lado,

como conhecemos o tamanho da cavidade, podemos usar a [Equação 2.57](#) para obter o valor teórico do intervalo espectral livre da cavidade, que é igual a $\sim 158 \text{ MHz}$. Por conseguinte, o sinal que vemos com o laser multimodo é originado pelas flutuações no tamanho da cavidade.

Figura 64. Girando a posição do etalon e a corrente do sistema, podemos estabilizar a cavidade. A linha vermelha é o sinal da cavidade de referência com o laser Littrow. O sinal verde corresponde ao nosso laser onde, **a)** é o seu comportamento monomodo e **b)** o comportamento multimodo. A corrente de injeção no SDL foi de 0.63 A .

Colocar o etalon na cavidade estabiliza bastante o sistema já que como visto na [Figura 40](#), ele ajuda na seleção de modos intracavidade atenuando aqueles modos que estejam fora da ressonância. Sem o etalon, o nosso sistema pulava bruscamente entre o estado monomodo e o multimodo sem se manter um tempo suficiente para realizar medidas.

5.2.4 Largura de Linha

Implementamos a montagem da [Figura 65](#) para estimar a largura de linha do laser *SDL*. O sistema consiste na geração do batimento entre um laser de largura de linha conhecida (o *Ti : Safira*) e a largura de linha que queremos estimar, os dois com igual potência. O sinal do fotodiodo é enviado para o analisador de espectro onde podemos observar o sinal do batimento entre os feixes.

Para conhecer a largura de linha do laser *Ti : Safira* o mesmo método foi usado com dois lasers idênticos para diferentes tempos de aquisição. Esta medidas foram feitas pelo Renato Domenguetti, a Rayssa Bruzaca e o Dr. Breno Marques, e encontraram que

Figura 65. O sistema de detecção ilustrado permite estimar o valor máximo de largura de linha do sistema medindo o sinal do batimento.

para 10 ms a largura dele é por volta de 70 kHz . Assim, fazendo o ajuste do batimento por uma função gaussiana (Figura 66) para o mesmo tempo de 10 ms , encontramos que a largura de linha do sinal é $\sim 390\text{ kHz}$. Portanto, a largura de linha do nosso laser está por volta de $\sim 380\text{ kHz}$.

Figura 66. Ajuste gaussiano para batimento entre o Ti : Safire e o SDL . Encontramos que a largura do sinal de batimento é de $\sim 390\text{ kHz}$ para um tempo de medida de 10 ms .

5.3 Ruído das Quadraturas

Nesta seção vamos mostrar a caracterização do ruído nas quadraturas do nosso laser. Começamos pela caracterização do laser em função da corrente de injeção para diferentes frequências de análises e diferentes posições da $HWP1$ (perdas controladas). A saída **P** do laser foi enviada para uma cavidade de referência Fabry Perot (*Thorlabs FA200-5B*, $FRS=1.5\text{GHz}$) para monitorar a estabilidade da mesma. A saída **C**, pela possibilidade de medir em faixas de potências maiores, foi usada como feixe para medição de ruído. Essa vantagem da potência se viu prontamente apagada porque nós queremos um feixe gaussiano para injetar na cavidade de análise e portanto acoplamos o feixe **C** em

fibra ótica para eliminar o astigmatismo, conseguindo um acoplamento máximo de 50%. A fibra permite ainda mudar facilmente do *SDL* para o laser Littrow sem desalinhar o sistema. Como segunda experiência, mostraremos a caracterização das quadraturas em função das perdas controladas, para diferentes correntes de injeção e frequência de análises. Finalmente comparamos o ruído do nosso sistema com o diodo Littrow. A potência que será reportada nos gráficos corresponde à potência em cada detetor. A Figura 67 ilustra o sistema de detecção que consta de uma cavidade de análise trabalhando com uma largura de banda entre 7 – 9 MHz (seção 4.3), um sistema de detecção balanceado e o analisador de espectro. O osciloscópio foi usado para monitorar quando estivéssemos passando pela ressonância da cavidade.

Figura 67. Sistema para rotação da elipse. Ele é constituído pela cavidade de análise um sistema de detecção balanceada, um circuito somador e subtrator e o analisador de espectro.

Pela instabilidade usual do sistema, o sinal do espectro obtido apresenta muitas flutuações o que dificultou bastante fazer o ajuste da curva (Equação 3.65), especialmente em 13 MHz onde encontramos uma assimetria tão grande, que os valores ajustados para o termo de correlação C_{pq} são bastante duvidosos. Mostramos varios exemplos deste problema para quatro frequências de medição, nas figuras 68a-68d. Como o problema na sua maioria está no termo de correlação e não no nível do ruído das quadraturas, continuamos o estudo do sistema confiantes nestes termos. Todos os exemplos mostrados foram tomados com os parâmetros da tabela 2.

A pergunta imediatamente lógica é questionar a montagem da cavidade de análises para a rotação de elipse. Para garantir que efetivamente estamos com um sistema na capacidade de medir as quadraturas podemos retornar à seção 4.4 onde fizemos o análises da rotação de elipse do laser Littrow, o tratamento de dados e o ajuste.

Potência(mW)	BW.Cav.(MHz)	Visibilidade	Injeção SDL(A)
0.222	8-9	99.25	0.61

Tabela 2. Parâmetros usados na medição dos exemplos de rotação de elipse com cavidade fechada. A corrente de injeção só se refere ao SDL. No caso do Littrow só medimos a potência .

Figura 68. Exemplos de rotação de elipse para diferentes frequências de análise. Vemos que existe uma leve assimetria e que o sinal apresenta muitas flutuações o que dificulta o seu ajuste.

5.3.1 Ruído em Função da Corrente de Injeção

Caracterizamos o ruído do feixe para quatro frequências de análises diferentes, 7, 13, 15 e 20 MHz, e para duas configurações com cavidade fechada ou mais aberta. As figuras que são mostradas, estão normalizadas pelo ruído quântico padrão ubicado no valor de zero.

Para a configuração da cavidade mais fechada que podemos ter (figuras 69a — 69d), notamos que o ruído aumenta com a corrente de injeção (a potência incidente nos detetores). A medida em que vamos aumentando a frequência de análises, o ruído diminui porque

Figura 69. Ruído das quadraturas em função da corrente de injeção *cavidade fechada*. O ruído de amplitude continua sendo maior mas essa diferença diminui conforme aumentamos a frequência de análise. Para a corrente de 0.75 A vemos que aparece uma queda no nível de ruído, isto devido a que nesta corrente a estabilidade da cavidade era muito boa.

estando mais longe da portadora, estamos mais perto de um estado de vácuo. Também vemos que o ruído de fase aumenta mais rapidamente com a potência do que o ruído de amplitude, mas em frequências de análises maiores o ruído das quadraturas é quase o mesmo.

As figuras 70a até 70d, amostam a configuração para um ângulo da lâmina de 22.5° que corresponde a perdas ao redor de 50%. Com a cavidade mais aberta, o ruído das quadraturas aumentou com respeito ao ruído com cavidade fechada.

Figura 70. Ruído das quadraturas em função da corrente de injeção *cavidade aberta*. Comparada com o sistema fechado, o ruído aumentou nas duas quadraturas e a diferença do ruído entre as quadratura é maior. Novamente vemos uma queda do ruído em 0.75 A.

Para maiores perdas não foi possível estabilizar a cavidade porque não temos potência suficiente para ter oscilação da luz (Figura 63).

A caracterização anterior permite argumentar que uma cavidade mais fechada apresenta excesso de ruído menor do que a cavidade aberta. Segundo os resultados obtidos na subseção 5.2.1, se a potência requerida é baixa, menor que 10 mW, a configuração ótima em termos de ruído seria a cavidade fechada utilizando o feixe C. Se uma potência maior é requerida, a cavidade mais aberta seria a melhor opção com o custo de aumentar o ruído pelo menos 5 dB e atingir até 25 mW tomando o feixe P. O valor mínimo de ruído foi medido ao redor dos ~ 10 dB acima do nível do shot noise. O espectro de ruído do laser apresenta assimetria nas bandas laterais e seu efeito será discutido mais para frente.

Vemos que ao redor da corrente de injeção de 0.75 A o ruído se mantém ou em alguns casos diminui, ficando ao redor de 10 dB acima do shot noise. Pela experiência trabalhando com o sistema, esta corrente era a que mais estável deixava o laser o que poderia ser a cause dese comportamento.

5.3.2 Excesso de Ruído em Função da Potência do laser

Na seção anterior caracterizamos o ruído total do laser construído. Agora vamos estudar a variação do ruído em relação com a potência do laser e para isso vamos usar o fator Q de Mandel, normalizado pela potência do laser em um dos detetores^I, assim:

$$Q_M(Norm) : \frac{\frac{\Delta^2 p}{\Delta^2 p_o} - 1}{P_{laser}} \quad (5.2)$$

sendo $\Delta^2 p$ a flutuação lida, $\Delta^2 p_o$ a flutuação do shot noise, 1 o ruído de um estado coerente e P_{laser} a potência do laser num dos detetores. O fator Q de Mandel indica quantas unidades acima do ruído de um estado coerente se encontra o sinal medido, sendo zero quando o sinal corresponde com um estado coerente⁴². A normalização pela potência da cavidade ajuda para estudar o comportamento do ruído relativo ao aumento da potência.

As figuras 71a — 71d mostram no fator de Mandel normalizado, em função da potência do laser. Vemos como o excesso de ruído diminui conforme aumentamos a potência do laser, começando em 60 unidades acima do ruído quântico padrão para potências baixas e atingindo 10 unidades para potências de 1.2 mW , então, conforme aumentamos a potência estamos atingindo um estado coerente. O fato de ter diminuição do ruído conforme aumentamos a potência do laser indica que o nosso sistema está efetivamente filtrando ruído, caso contrario, o aumento do ruído acompanharia o aumento da potência com a mesma razão.

^I Como a detecção é balanceada a potência nos dois detetores deve ser a mesma.

Figura 71. Fator Q de Mandel em função da potência do laser para diferentes frequências de análise e na configuração de cavidade fechada. O excesso de ruído diminui conforme aumentamos a potência o que é um sinal de uma filtragem do nosso sistema sobre o ruído.

No caso da cavidade mais aberta, 50% de perdas, vemos novamente como excesso de ruído diminui conforme aumentamos a potência, mais no final vemos um pequeno aumento no ruído. Seria interessante estudar o que acontece para potências maiores mas a nossa montagem atual impossibilita isto porque já estamos trabalhando com o bombeio máximo sobre o chip. Vemos também, como o nível do ruído da quadratura fase para potências baixas é muito maior neste caso comparado com a configuração de cavidade fechada, por exemplo para $7 MHz$ muda de 60 para cavidade fechada para 200 para cavidade aberta.

Figura 72. Ruído das quadraturas em função da corrente de injeção *cavidade aberta*. Comparada com o sistema fechado, o ruído aumentou nas duas quadraturas e a diferença do ruído entre as quadratura é maior. Novamente vemos uma queda do ruído em 0.75 A.

5.3.3 Ruído em Função das Perdas da Cavidade

Vamos mostrar agora a relação entre o ruído do nosso laser e as perdas controladas, ou seja a saída **P**. Este estudo foi feito para três configurações diferentes, a saber, correntes de 0.75, 0.85 e 0.65 com frequência de análises 7, 13 e 15 *MHz* respectivamente.

7 *MHz*, Potência= 1.77 *mW*

Figura 73. O ruído da quadratura fase sempre é maior do que o ruído de amplitude e aumenta mais rapidamente junto com as perdas. Injeção=0.75 A.

13 *MHz*, Potência= 1.28 *mW*

Figura 74. Observamos novamente que o ruído na fase sempre é superior ao ruído de amplitude mais a diferença entre níveis de ruído diminui respeito à medida em 7 *MHz*. Injeção=0.85 A.

15 *MHz*, Potência= 0.843 *mW*

Figura 75. O ruído das quadraturas é quase o mesmo para qualquer perda na cavidade. Injeção= 0.65 A.

O primeiro que devemos notar é que na [Figura 73](#) a potência em cada detetor é maior do que na [Figura 74](#), mesmo sendo a corrente de injeção da primeira menor do que

a segunda. Este problema é gerado pela diferença no acoplamento da saída **C** com a fibra, tendo um acoplamento do 37% na corrente de 0.85 A e de 50% na corrente de 0.75 A.

Vemos novamente que aumentando a frequência de análises obtemos os menores valores de ruído. Também vemos que em geral a razão de aumento do ruído de fase é maior do que do ruído de amplitude mas essa diferença diminui quando aumentamos a frequência de análise. Corroboramos também que uma cavidade mais fechada limita o ruído em relação a uma mais aberta e atingimos valores entre $\sim 10\text{ dB}$ e $\sim 16\text{ dB}$ na quadratura amplitude e de $\sim 11\text{ dB}$ e $\sim 27.5\text{ dB}$ para a quadratura fase.

5.4 Comparação SDL - Littrow

Esta seção tem como propósito mostrar o resultado final do trabalho e mostrar que o objetivo foi alcançado. Medindo o ruído das quadraturas da nossa nova fonte queremos comparar ela com o ruído do laser Littrow. Mudamos a potência da cada laser com um *PBS* e uma lâmina de onda antes do acoplamento em fibra e medimos o ruído das quadraturas para duas frequências de análise 7 e 15 MHz. A comparação é feita entre a nossa cavidade na configuração mais fechada ($\text{ângulo } HWP1 = 0$) e o diodo Littrow.

A [Figura 76a](#) mostra a comparação na quadratura amplitude entre os dois lasers. Vemos que o Littrow se mantém ao redor de $\sim 2\text{ dB}$ acima do shot noise, mas o *SDL* está $\sim 10\text{ dB}$ acima do mesmo nível. Já na [Figura 76b](#) encontramos que o Littrow chega a ter os valores típicos de ruído [46] $\sim 40\text{ dB}$ enquanto o nosso sistema se matem abaixo dos $\sim 20\text{ dB}$.

No caso da medida em 15 MHz encontramos o ruído da quadratura amplitude sendo maior para o *SDL* do que para o Littrow, e o ruído de fase maior para o Littrow do que para o *SDL*. Para esta frequência novamente vemos que as quadraturas de amplitude e fase apresentam níveis semelhantes de ruído $\sim 10\text{ dB}$, já visto na [Figura 75](#).

Figura 76. Comparação entre o ruído das quadraturas do laser Littrow e o SDL. Na quadratura amplitude, o laser Littrow tem um menor nível que não supera os 3 dB acima do shot noise. A quadratura amplitude do SDL está ~ 8 dB acima do nível do Littrow. No caso da quadratura fase, o Littrow apresenta ruído > 30 dB acima do shot noise, enquanto o SDL chega no máximo até ~ 20 dB.

Usualmente o sistema semiconductor mantém o ruído da amplitude perto do shot noise, como registrado no sistema Littrow. Vemos que nosso sistema aumenta o ruído na amplitude mas também diminui fortemente o ruído na fase. Uma possível explicação para isto é que a potência intracavidade por ser tão alta esteja acrescentando o valor do fator de Henry (Equação 2.72), aumentando o acoplamento entre quadraturas, passando ruído de uma para a outra. Este acoplamento resulta em uma assimetria das bandas laterais e um deslocamento do espectro na dessintonia justo como mostrado na Figura 30 e na Figura 31.

Conclusões e Perspectivas

Neste trabalho construímos e caracterizamos o primeiro protótipo de um laser em anel com um semicondutor como meio de ganho à procura de diminuir o nível típico de ruído característico do sistema. Começamos caracterizando a potência do meio de ganho e encontramos que ele mesmo é uma cavidade, com um limiar de oscilação de $\sim 0.72 A$. O meio de ganho quando injetado, amplifica o sinal para uma corrente de injeção superior a $\sim 0.4 A$.

Já com a cavidade em anel montada, temos uma disposição dos elementos óticos que permitiu ter duas saídas do laser, a saída **C** e a **P**, possibilitando medir as propriedades do laser com uma das saídas, e monitorar a sua estabilidade com a outra. Caracterizamos a potência das duas saídas da cavidade. Conseguimos diminuir o limiar de oscilação, chegando a uma corrente de injeção de $\sim 0.41 A$. Com um controle sobre as perdas da cavidade conseguimos variar o limiar entre 0.41 e $0.72 A$, e a sua vez, ter um controle de potência nas duas saídas, atingindo valores entre ~ 10 e $\sim 25 mW$, potências funcionais em sistemas atômicos [3].

Também estudamos a características do ruído do laser, relativas às medidas das flutuações das quadraturas amplitude e fase mediante a técnica de rotação de elipse. O sistema apresentou instabilidades e sensibilidade a influências externas, obrigando o projeto definitivo contar com um controle ativo da estabilidade. Estudamos o ruído das quadraturas em função da corrente de injeção para diferentes frequências de análise e duas configurações da cavidade, a saber, cavidade fechada e cavidade com 39% de perdas na saída controlada (**P**). Este estudo permitiu observar que o ruído na quadratura amplitude do nosso sistema varia entre ~ 8 e $\sim 15 dB$ e o ruído de fase entre ~ 12 e $\sim 23 dB$, acima do nível do shot noise.

Como segunda caracterização, estudamos o ruído como função das perdas controladas da cavidade para diferentes correntes de injeção. Com estas análises encontramos

que o ruído de amplitude tem um ruído mínimo de $\sim 10\text{ dB}$ e não supera os $\sim 15\text{ dB}$ mesmo na configuração mais aberta da cavidade para uma potência do laser entre 0.8 e 1.77 mW. No caso do ruído na fase, varia mais fortemente começando com valores mínimos de $\sim 11\text{ dB}$ e atingindo valores de $\sim 27\text{ dB}$, dependendo da frequência de análises.

A última parte do estudo consistiu na comparação entre o nosso novo sistema e o sistema de cavidade externa em configuração Littrow já disponível no laboratório. O ruído da amplitude do diodo Littrow ($\sim 2\text{ dB}$) é sempre menor do que o ruído do nosso sistema, em torno de $\sim 7\text{ dB}$ de diferença. Por outro lado, encontramos ruído da fase do diodo Littrow está $\sim 25\text{ dB}$ acima do ruído medido do novo sistema ($10 - 15\text{ dB}$). Não só conseguimos o objetivo principal de este trabalho, mas conseguimos um laser que apresenta níveis de ruído de quadratura semelhantes entre eles, facilitando a posterior filtragem do ruído restante.

A assimetria encontrada nas medidas de rotação de elipse sugerem que existe uma correlação entre as quadraturas do campo. Nós associamos este efeito com o fator de Henry o qual justamente associa a variação da fase e da amplitude do campo. Este comportamento deverá ser estudado mais para frente.

Dado que encontramos resultados animadores, este sistema passará por um segundo protótipo onde sistemas estabilização da cavidade serão implementados. Como forma de sintonizar o sistema, estamos pensando na elaboração de um sistema que forneça uma corrente de injeção da forma mais controlada e um sistema que permita a variação da temperatura. Esperamos que este sistema seja útil como feixe de bombeio ou como semente de um laser para futuros experimentos no nosso laboratório.

Referências

- 1 TITTEL, W.; ZBINDEN, H.; GISIN, N. Quantum cryptography. **Reviews of Modern Physics**, v. 74, n. January, p. 145–195, 2002.
- 2 COELHO, A.; BARBOSA, F.; CASSEMIRO, K.; VILLAR, A.; MARTINELLI, M.; NUSSENZVEIG, P. Three-Color Entanglement. **Science**, v. 823, n. 2009, 2012.
- 3 MONTANA, A. Dissertação (Mestrado), **Oscilador Paramétrico Ótico baseado em mistura de quatro ondas em vapor de rubídio**. 2017.
- 4 LEVY, J. S.; GONDARENKO, A.; FOSTER, M. A.; TURNER-FOSTER, A. C.; GAETA, A. L.; LIPSON, M. Cmos-compatible multiple-wavelength oscillator for on-chip. **Nature Photonics**, v. 4, n. 37, 2002.
- 5 DEMTRÖDER, W. **Laser Spectroscopy**. 1ra. ed. Universität Kaiserslautern, Germany: Springer, 2004. 425 p. ISBN 978-3-540-73415-4.
- 6 SIEGMAN, A. E. **Lasers**. 1ra. ed. : University Science Books, 1986. ISBN 0935702113.
- 7 VILLAR, A. S. Tese (Doutorado), **Emaranhamento Multicolor entre Feixes Intensos de Luz**. 2007.
- 8 MORAES, F. C. Dissertação (Mestrado), **Construção e Caracterização de um Laser Contínuo de Titânio-Safira**. 2013.
- 9 CAMPOLIN, F. **Dissertação (Mestrado)**. 1997. 1–97 p.
- 10 HONG, W.; PAINTER, O. J. Design and Characterization of a Littrow Configuration External Cavity Diode Laser. p. 1–9, 2004.
- 11 MARIN, F.; BRAMATI, A.; GIACOBINO, E.; ZHANG, T.-C.; ET.AL. Squeezing and intermode correlations in laser diodes. **Physical Review Letters**, v. 74, n. 21, p. 252–255, 1995.
- 12 ZHANG, K. S.; COUDREAU, T.; MARTINELLI, M.; MAÎTRE, A.; FABRE, C. Generation of bright squeezed light at 1.06μ using cascaded nonlinearities in a triply resonant cw periodically-poled lithium niobate optical parametric oscillator. **Phys. Rev. A**, v. 64, n. 3, p. 033815, 2001.
- 13 SAKURAI, J.; NAPOLITANO, J. **Modern Quantum Mechanics**. 2da. ed. : Addison Wesley, 2011.
- 14 LEVINE, I. N. **Quantum Chemistry**. 5ta. ed. New York, NY: Prentice Hall, 1991. ISBN 0136855121.

- 15 OMAR, M. A. **Elementary Solid State Physics: Principles and Applications**. 1ra. ed. : Alddison-Wesley Publishin Company, 1993. 690 p. ISBN 0201607336.
- 16 ASHCROFT, N. W.; MERMIN, N. D. **Solid State Physics**. 1ra. ed. New York: Harcourt College Publishers, 1976. 826 p. ISBN 0-03-083993-3.
- 17 STREETMAN, B. G.; BANERJEE, S. K. **Solid State Electronic Devices**. 6ta. ed. New Delhi: PHI Learning, 2009. 608 p. ISBN 9788120330207.
- 18 SILFVAST, W. T. **Laser Fundamentals**. 2da. ed. : Cambridge University Press, 2004. 619 p. ISBN 0521833450.
- 19 ZEGHBROECK, B. V. **Principles of Semiconductor Devices**. <<https://ecee.colorado.edu/~bart/book/book/book/title.htm>>. Data : 27-01-2018.
- 20 NUMAI, T. **Fundamentals of semiconductor lasers**. 1ra. ed. Kusatsu, Shiga: Springer US, 2014. ISSN 15561534. ISBN 978-4-431-55147-8.
- 21 YAMADA, M. **Theory of Semiconductor Lasers From Bases of Quantum Electronics to Analyses of the Mode Competition Phenomena and Noise**. 1ra. ed. Kanazawa University, Japan: Springer, 2014. ISBN 9784431548881.
- 22 SUAHHARA, T. **Semiconductor Laser Fundamentals**. 1ra. ed. Osaka University, Japan: Marcel Dekker, Inc., 2004. ISBN 0824753739.
- 23 MAIMAN, T. H. Optical and Microwave-Optical Experiments in Ruby. **Phys. Rev. Lett.**, v. 4, n. 11, p. 564–566, 1960.
- 24 LOUDON, R. **The Quantum Theory of Light**. 3ra. ed. New York: Oxford Univertisy Press, 2000. ISBN 0198501773.
- 25 SHIRAZ, H. G. **The Principle of Semicondutor Laser Diode and Amplifiers, Analisis and Transmission Line Modeling**. 1ra. ed. Singapore: Imperial College Press, 1966. ISSN 00036951. ISBN 9780470068328.
- 26 YARIV, A. **Quantum Electronics**. 3ra. ed. California Intitute of Technology: Jhon Wiley & Sons, 1989. ISBN 0-471-60997-8.
- 27 SCULLY, M.; SUHAIL, Z. **Quantum Optics**. 1ra. ed. University of Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- 28 JACKSON, J. D. **Classical Electrodynamics**. 3ra. ed. University of California, Berkeley: John Wiley & Sons, 1999. ISBN 0-471-30932-X.
- 29 ZILIO, S. C. **Óptica Moderna**. 1ra. ed. São Carlos. Brasil.: Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2009. ISBN 9788588533424.
- 30 SALEH, B.; TEICH, M. **Fundamentals of Photonics**. 2da. ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2007. ISBN 978-0-471-35832-9.
- 31 KENYON, I. R. **The Light Fantastic a modern introduction to classical and quantum optics**. 1ra. ed. University of Birmingham: Oxford University Press, 2008. ISBN 978-0-19-856646-.

- 32 SCHAWLOW, A.; TOWNES, C. Infrared and Optical Masers. **Physical Review**, v. 112, n. 6, p. 1940–1949, 1958.
- 33 LAX, M. Classical Noise. V. Noise un Self-Sustained Oscillators. **Physical Review**, v. 160, n. 2, p. 290–307, 1967.
- 34 PASCHOTTA, R. **Derivation of the Schawlow-Townes Linewidth of Lasers**. [S.l.]: RP Photonics. <http://www.rp-photonics.com/Schawlow-Townes{__}linewidth.pdf>. Data : 02-02-2018.
- 35 GRYNBERG, G.; ASPECT, A.; FABRE, C. **Introduction to Quantum Optics**. 1ra. ed. París, France.: Cambridge University Press, 2010. ISBN 9780521551120.
- 36 FLEMING, M. W.; MOORADIAN, A. Fundamental Line Broadening of single-mode (GaAl) As diode laser. **Applied Physics Letters**1, v. 38, n. 7, p. 511–513, 1981.
- 37 HENRY, C. H. Theory of the Linewidth of Semiconductor Lasers. **IEEE Journal of Quantum Electronics**, v. 18, n. 2, p. 259–264, 1982. ISSN 15581713.
- 38 PASCHOTTA, R. **Linewidth Enhancement Factor**. 2008. <https://www.rp-photonics.com/linewidth{__}enhancement{__}factor.html>. Data : 19-03-2018.
- 39 VILLAR, A. S. The conversion of phase to amplitude fluctuations of a light beam by an optical cavity. **American Journal of Physics**, v. 76, n. 10, p. 922, 2008. ISSN 00029505.
- 40 SALES, A. C. Tese (Doutorado), **Emaranhamento multicolor para redes de informação quântica**. 2013.
- 41 BACHOR, H.-A.; RALPH, T. C. **A Guide to Experiments in Quantum Optics**. 2da. ed. The Australian National University, Canberra. University of Queensland, Australia.: Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 1998.
- 42 MANDEL, L.; WOLF, E. **Optical Coherence and Quantum Optics**. 1ra. ed. University of Rochester, New York: Cambridge University Press, 1995. ISBN 9780521417112.
- 43 GERRY, C. C.; KNIGHT, P. L. **Introductory Quantum Optics**. 1ra. ed. : Cambridge University Press, 2005. 1197 p. ISSN 00029505. ISBN 9780521820356.
- 44 FOX, M. **Quantum Optics An introduction**. 1ra. ed. University of Sheffield: Oxford University Press, 2006.
- 45 BARBOSA, F. A. S. Tese (Doutorado), **Robustez do emaranhamento em variáveis contínuas e fotodeteção de feixes intensos no domínio temporal**. 2013.
- 46 FLÓREZ, H. M. Tese (Doutorado), **Espectroscopia de correlação em condição de Transparência Eletromagneticamente Induzida: regime dinâmico e ressonâncias das bandas laterais em átomos frios**. 2016.
- 47 BARBOSA, F. A. S.; COELHO, A. S.; CASSEMIRO, K. N.; NUSSENZVEIG, P.; FABRE, C.; VILLAR, A. S.; MARTINELLI, M. Quantum state reconstruction of spectral field modes: Homodyne and resonator detection schemes. **Physical Review A - Atomic, Molecular, and Optical Physics**, v. 88, n. 5, p. 1–16, 2013. ISSN 10502947.

-
- 48 THORLABS, I. **Grating Tutorial**. <https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup{__}id=26>. Data : 10-10-2017.
- 49 HECHT, E. **Optics**. 4ta. ed. Adelphi University: Addison Wesley, 2002. ISBN 0-321-18878-0.
- 50 SDL, I. **SDL-8630 Operator's Manual**. San Jose, CA: SDL, Inc., 1995.
- 51 THORLABS, I. **Anamorphic Prism Tutorial**. <https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup{__}id=149>. Data : 20-08-2017.
- 52 KOGELNIK, H.; LI, T. Laser Beams and Resonators. **Applied Optics**, v. 5, n. 10, p. 1550–1567, 1966.
- 53 The Scipy Community. **Scipy Library**. 2017. <https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.curve{__}fit.html>. Data : 20-11-2017.
- 54 AGRAWAL, G. P.; Niloy K. Dutta. **Semiconductor lasers**. 2da. ed. University of Rochester, New York: Kluwer Academic Publishers, 1967. 1818–1824 p. ISSN 1098-6596. ISBN 9781461275794.