



Universidade de São Paulo  
Instituto de Física

**Fator S Astrofísico para a reação de captura  
 ${}^4\text{He}(t, \gamma){}^7\text{Li}$  pela investigação da reação de  
transferência elástica no sistema  ${}^7\text{Li} + {}^4\text{He}$**

Robson Zacarelli Denke

Orientador: Prof. Dr. Valdir Guimarães

Dissertação de mestrado apresentada ao Instituto  
de Física da Universidade de São Paulo para  
obtenção do título de “Mestre em Ciências”

**Comissão Examinadora:**

Prof. Dr. Valdir Guimarães - IFUSP

Prof. Dr. Manoel Tiago da Cruz - IFUSP

Prof. Dr. Jesus Lubian Rios - UFF

São Paulo  
2007

**FICHA CATALOGRÁFICA**

**Preparada pelo Serviço de Biblioteca e Informação  
do Instituto de Física da Universidade de São Paulo**

Denke, Robson Zacarelli

Fator s astrofísico para a reação de captura  
'ANTPOT.4 He(t, 'gama')' 'ANTPOT.7 Li' pela investigação  
da reação de transferência elástica no sistema 'ANTPOT.7  
Li' + 'ANTPOT.4 He'. São Paulo, 2007.

Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo.  
Instituto de Física. Departamento de Física Nuclear

Orientador: Prof. Dr. Valdir Guimarães  
Área de Concentração: Física

Unitermos: 1. Astrofísica; 2. Reações nucleares;  
3. Aceleração de partículas; 4. Modelo nuclear

USP/IF/SBI-023/2007

*Este trabalho é dedicado a meus pais,  
especialmente a minha noiva Cristiane  
e sua família.*

# Abstract

The normalization coefficient for the non-resonant part of the  ${}^3H(\alpha, \gamma){}^7Li$  capture reaction (or alternately, the astrophysical S-factor) was obtained with the indirect method ANC (Asymptotic Normalization Coefficients). In this method the spectroscopic factor (or alternately, the ANC) is extracted from the investigation of a peripheral transfer reaction, which involves the same vertex as the corresponding capture reaction. Usually transfer reactions have two vertexes and the spectroscopic factor for one of them has to be known to obtain the other. In this work we investigate the  ${}^4He({}^7Li, {}^4He){}^7Li$  elastic transfer reaction to obtain the spectroscopic factor and ANC for the  ${}^4He + t = {}^7Li$  bound system. The elastic transfer process, where the elastic and transfer exit channel are the same, has the advantage of having only one unknown vertex. Thus, the combined analysis of the angular distribution for elastic  ${}^4He({}^7Li, {}^7Li){}^4He$ , and transfer process  ${}^4He({}^7Li, {}^4He){}^7Li$ , allowed the extraction of the spectroscopic factor (and ANC) for the  $\langle {}^3H | {}^4He \rangle = {}^7Li$  bound system in a unique way. Angular distributions for these processes were measured at the Pelletron Laboratory at the center of mass energies of 9.67 MeV and 10.62 MeV. In these measurements, the  ${}^7Li$  beams with 26.6 MeV and 29.2 MeV were obtained from the Sao Paulo Pelletron accelerator. A  ${}^4He$  gas target and a double-slit collimator system were used. The  ${}^7Li$  scattered particles and  ${}^4He$  particles from transfer reaction were both detected at forward angles by a set of  $\Delta E - E$  telescopes silicon detectors. A Monte Carlo simulation code was developed to calculate the solid angle for the collimator system near the zero degree. A global optical potential parameters set for the  ${}^7Li + {}^4He$  system were defined using the measured elastic scattering angular distribution and other angular distributions obtained from the literature at different energies (from  $\approx 7 - 32$  MeV). These optical potential parameters were used in the DWBA (Distorted Wave Born Approximation) analysis to describe the tritium transfer reaction contribution in the angular distributions. The obtained spectroscopic factor for the  $\langle {}^3H | {}^4He \rangle = {}^7Li$  bound system is  $\bar{S}_{at} = 0.55 \pm 0.03$  and the ANC coefficient  $\bar{C}_{at}^2 = 17.5 \pm 1.0$  fm<sup>-1</sup>. With these results, the  ${}^3H(\alpha, \gamma){}^7Li$  direct capture cross sections and astrophysical S-factor were calculated.

# Resumo

Neste trabalho obtivemos o coeficiente de normalização da parte não ressonante da reação de captura  ${}^3H(\alpha, \gamma){}^7Li$  (ou alternativamente, o fator S astrofísico) aplicando o método indireto ANC (Coeficientes de Normalização Assintótica) para a reação de transferência elástica do sistema  ${}^7Li + {}^4He$ . Essa reação de captura é de suma relevância na nucleossíntese de elementos leves no Universo primordial. Nesse método, o fator espectroscópico (ou alternativamente, o ANC) é obtido pela investigação de uma reação de transferência periférica que contenha como vértice a correspondente reação de captura. Reações de transferência têm normalmente dois vértices e um deles deve ser conhecido para que possamos obter o outro. No caso de uma transferência elástica, cuja característica é que o canal de saída elástico e de transferência são os mesmos, existe a vantagem da necessidade da consideração de apenas um vértice. Assim, uma análise combinada da distribuição angular para o espalhamento elástico  ${}^4He({}^7Li, {}^7Li){}^4He$ , e para a reação de transferência  ${}^4He({}^7Li, {}^4He){}^7Li$ , permitiu a extração do fator espectroscópico e conseqüentemente do ANC para o estado ligado  $\langle {}^3H|{}^4He \rangle = {}^7Li$  de uma forma única. As distribuições angulares para esses processos foram medidas no Laboratório Pelletron de São Paulo em duas energias de centro de massa  $9.67 MeV$  e  $10.62 MeV$ . Utilizamos nessas medidas feixes de  ${}^7Li$  obtidos no acelerador Pelletron com as energias de laboratório de  $26.6 MeV$  e  $29.2 MeV$ . Empregamos um alvo gasoso de  ${}^4He$  e um sistema de colimadores de dupla-fenda na detecção. As partículas de  ${}^7Li$  espalhadas elasticamente e as partículas alfa da reação de transferência foram ambas detectadas em ângulos de laboratório dianteiros por um sistema de telescópios  $\Delta E - E$  com detectores de silício. Um código de simulação de Monte Carlo foi desenvolvido para calcular o ângulo sólido para esse sistema de fendas em ângulos próximos de zero grau. Um conjunto de parâmetros globais do Modelo Óptico foi obtido da análise das distribuições angulares do espalhamento elástico do sistema  ${}^7Li + {}^4He$ , juntamente com outras distribuições angulares obtidas da literatura em diferentes energias ( $\approx 7 - 32 MeV$ ). Os parâmetros do potencial óptico encontrados foram usados em uma análise de DWBA (Aproximação de Born de Ondas Distorcidas) para descrever a contribuição da reação de transferência de um trítio nas distribuições angulares. O fator espectroscópico obtido para o sistema ligado  $\langle {}^3H|{}^4He \rangle = {}^7Li$  foi  $\bar{S}_{\alpha t} = 0.55 \pm 0.03$  e o coeficiente ANC  $\bar{C}_{\alpha t}^2 = 17.5 \pm 1.0 fm^{-1}$ . Com estes resultados, a seção de choque captura para a reação  ${}^3H(\alpha, \gamma){}^7Li$  e o respectivo fator S astrofísico foram calculados.

## Tabula Smaragdina

Verum, sine Mendacio, certum et verissimum:

Quod est Inferius est sicut quod est Superius, et quod est Superius est sicut quod est Inferius, ad perpetranda Miracula Rei Unius. Et sicut res omnes fuerunt ab Uno, meditatione unius, sic Omnes Res natae ab hac una Re, adaptatione.

Pater eius est Sol. Mater eius est Luna. Portavit illud Ventus in Ventre suo. Nutrix eius Terra est. Pater omnis Telesmi totius Mundi est hic. Virtus eius integra est si versa fuerit in Terram. Separabis Terram ab Igne, subtile ab spisso, suaviter, magno cum ingenio.

Ascendit a Terra in Coelum, iterumque descendit in Terram, et recipit Vim superiorum et inferiorum. Sic habebis Gloriam totius Mundi. Ideo fugiet a te omnis Obscuritas. Haec est totius Fortitudinis Fortitudo fortis, quia vincet Omnem rem subtilem, Omnemque Solidam penetrabit.

Sic Mundus creatus est. Sine erunt Adaptationes Mirabiles, quarum Modus est hic. Itaque vocatus sum Hermes Trismegistus, habens tres partes Philosophiae totius Mundi.

Completum est quod dixi de Operatione Solis.

# Agradecimentos

Gostaria de agradecer imensamente ao Prof. Dr. Valdir Guimarães pela orientação competente neste trabalho; sem a sua capacidade, perseverança e paciência esta dissertação nunca teria sido concluída. Sou muito grato por seus ensinamentos e espero ter correspondido às suas expectativas para o resultado desse projeto, pois desde o início tenho me esforçado para produzir um bom trabalho do qual ele se orgulhasse. Em segundo lugar, gostaria de expressar a minha gratidão aos membros da comissão examinadora, por terem aceitado o convite e pela leitura minuciosa deste documento. Especialmente sou muito grato aos professores membros do Grupo de Reações Diretas e Núcleos Exóticos, Profa. Dra. Alinka Lépine-Szily e Prof. Dr. Rubens Lichtenthler Filho pela dedicação, esforço e exemplo ao longo dos experimentos.

Aos alunos membros do grupo, antes de tudo pela amizade e pelo auxílio imprescindível na execução dos experimentos e apoio moral. Agradeço de coração a todos: Marlete Assunção, Adriana Barioni, Maria Carmem Moreira, Kelly Cristina Cezaretto Pires, Viviane Morcelle, Elisangela Benjamim, Orli Camargo Junior, Valdir Scarduelli, Djalma Rosa Mendes, Pedro Neto de Faria, Juan Alcántara-Núñez, Gilberto F. Lima, Renato Kuramoto. Obrigado à todos por terem emprestado os computadores para processamento da simulação. À todos os funcionários do Departamento de Física Nuclear, em especial, aos técnicos do laboratório: Benedito Conceição, José Carlos de Abreu, Márcio Arantes, Messias T. Silva, Celso Perego, Edmilson Alves de Almeida, Wanda Gabriel Pereira Engel, Jorge de Jesus Gomes Leandro, Roberto Martins, Silvio César da Silva, Fábio Padoa, Mituko Tsuda, Adilson Pereira Teles; porque sem eles a física não acontece.

Também gostaria de agradecer aos professores Prof. Dr. Dirceu Pereira, Prof. Dr. Luiz Carlos Chamon, Prof. Dr. Nemitala Added, Prof. Dr. Francisco Krmpotic, Prof. Dr. Celso Luiz Lima, Prof. Dr. Mahir Saleh Hussein, Prof. Dr. Antonio Moro, Prof. Dr. Olacio Dietzsch entre outros. Adicionalmente, gostaria de agradecer ao Prof. Dr. Fernando Silveira Navarra pela orientação anterior que foi bastante proveitosa para este trabalho e também aos outros professores do Grupo de Hádrons e Física Teórica: Profa. Dra. Marina Nielsen e Prof. Dr. Manoel Roberto Robilotta.

Quero dedicar este trabalho ao pessoal do Laboratório de Demonstrações, porque foi lá que aprendi física de verdade; em especial ao Prof. Dr. Fuad Daher Saad pelo imenso apoio desde o início, ao Prof. Dr. Paulo Yamamura, à Profa. Dra. Denise Gomes dos Reis, Prof. Romeu Ferreira dos Santos, Prof. Claudio Hiroyuki Furukawa, à Maria Aparecida Marques (Dayse), à Irani M. Fernandes, ao Carlos Roberto Passiani, ao Adélio Pereira Dias, ao Manoel Moura da Silva, ao Edelberto J. dos Santos, ao Alvimar F. Souza e por último ao meus amigos Paulo R. Santos Flores e ao Cidemar Devanir Forcemo porque eles me ensinaram muita coisa.

Escrevi a dissertação sempre lembrando dos meus amigos companheiros: Renata Bessi, Fernando Correa Araújo, Evandro de Oliveira, Renato Ferreira Silva, Admilson Stephano, Fernanda de Fabre, José Roberto Braz Paião, Adriana Alves, Rogério de Souza Vieira, Estela Vanessa de Menezes, Luís Valderi de Lima, Cleverson Tomelin, Jean Carlos Bail, e em especial dedico para todos aqueles a quem não vejo mais, porque sempre penso neles.

Aos novos amigos do Banco do Brasil, à minha supervisora Simone Laua Ramos, à Patrícia Gomes, à Edna Sanae Oshima, à Helena Kanai, à Rita de Cássia Lopes, ao Teodoro Queiroz, ao João Luiz D'Agostinho, à Mariana Martins, ao Valmir Merlini, ao Carlos Cruz, à Ana Guimarães e a todos outros que não citei.

Também quero dedicar esta dissertação às minhas futuras cunhadas Bruna de Padua, Tatiane de Padua e também ao Fabrizio Cestari. Agradeço do fundo de meu coração aos pais de minha noiva, Benedito de Padua Ferreira e Sandra M. O. Padua Ferreira por serem quem são. Agradeço a todos os membros da minha família em especial ao Wagner e a Tânia pelo grande apoio que me deram no início.

Este trabalho é dedicado aos meus pais Valdir Denke e Maria Zenilda Denke pela educação que me deram e pelo orgulho que tenho deles. Foi por causa deles que cheguei até aqui. Dedico também aos meus irmãos: Cleverson, Matheus, Thaíssa e Thaiane por cuidarem dos meus pais.

A pessoa que mais devo agradecer dentre todas e a quem dedico os méritos dessa conquista, foi aquela que mais me apoiou e não deixou o desânimo me derrubar; Dedico este trabalho à Cristiane de Padua pelo grande amor que tenho por ela.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>11</b>
1.1	Fator S Astrofísico . . . . .	11
1.2	Coefficientes de Normalização Assintótica . . . . .	14
1.3	Experiência Proposta . . . . .	17
<b>2</b>	<b>Descrição Experimental</b>	<b>19</b>
2.1	Arranjo Experimental . . . . .	19
2.1.1	Produção e Seleção do Feixe . . . . .	22
2.1.2	Processo de Aceleração . . . . .	23
2.1.3	Seleção da Energia do Feixe . . . . .	25
2.1.4	Câmara de Espalhamento 30B e Alvo . . . . .	25
2.1.5	Sistema de Detecção e Eletrônica . . . . .	27
2.2	Aquisição e Saída de Dados . . . . .	32
2.2.1	Controle da Aquisição . . . . .	32
2.2.2	Formato de Saída dos Dados . . . . .	32
<b>3</b>	<b>Análise e Resultados</b>	<b>35</b>
3.1	Experiências Realizadas . . . . .	35
3.2	Tratamento de Dados . . . . .	36
3.2.1	Aspectos Cinemáticos . . . . .	36
3.2.2	Perdas de Energia . . . . .	37
3.2.3	Retas de Calibração . . . . .	41
3.3	Cálculo da Secção de Choque Experimental . . . . .	43
3.3.1	Obtenção das Áreas dos Picos . . . . .	43
3.3.2	Medidas em Ângulos de Laboratório Próximos a Zero . . . . .	45
3.3.3	Número de Partículas do Feixe . . . . .	46
3.3.4	Cálculo Analítico do Ângulo Sólido . . . . .	48
3.3.5	Número de Partículas no Alvo . . . . .	51
3.3.6	Medidas Acima de $\theta_{lab} = 20^\circ$ . . . . .	52
3.4	Seções de Choque Experimentais . . . . .	53
<b>4</b>	<b>Análise do Espalhamento Elástico</b>	<b>59</b>
4.1	Modelo Óptico . . . . .	59
4.2	Solução da Equação de Schrödinger . . . . .	62
4.3	Potencial Complexo de Feshbach . . . . .	64

4.4	Determinação do Potencial Óptico . . . . .	67
4.5	Raio de Sensibilidade . . . . .	71
4.6	Integrais de Volume . . . . .	78
4.7	Potencial de São Paulo . . . . .	80
<b>5</b>	<b>Cálculos de DWBA</b>	<b>83</b>
5.1	Mecanismos de Reação . . . . .	83
5.2	Teoria de Ondas Distorcidas DWBA . . . . .	84
5.3	Amplitudes Espectroscópicas . . . . .	86
5.4	Modelo de Cluster . . . . .	88
5.5	Potenciais de Interação . . . . .	90
5.6	Análise de Ondas Distorcidas . . . . .	91
5.7	Fatores Espectroscópicos e ANC's . . . . .	95
5.8	Caráter Periférico da Transferência . . . . .	97
5.9	Dependência com os Parâmetros Geométricos . . . . .	100
5.10	Cálculos com o Potencial de São Paulo . . . . .	101
<b>6</b>	<b>Fator S Astrofísico</b>	<b>103</b>
6.1	Reações de Captura Radiativa . . . . .	103
6.2	Cálculo do Fator S Astrofísico . . . . .	106
<b>7</b>	<b>Conclusão</b>	<b>109</b>
	<b>Apêndices</b>	<b>111</b>
<b>A</b>	<b>Detalhes da Redução dos dados</b>	<b>111</b>
A.1	Características Gerais dos Espectros . . . . .	111
A.2	Manipulação dos Espectros . . . . .	112
<b>B</b>	<b>Diagramas de Níveis</b>	<b>119</b>
<b>C</b>	<b>Relações Cinemáticas</b>	<b>121</b>
<b>D</b>	<b>Simulação de Monte Carlo</b>	<b>127</b>
D.1	Descrição da Simulação . . . . .	127
D.2	Resultados da Simulação . . . . .	133
D.3	Modo de Utilização da Simulação . . . . .	133

# Capítulo 1

## Introdução

Nossa compreensão atual da evolução do Universo resulta em grande parte do conhecimento dos processos microscópicos envolvidos na nucleossíntese primordial. Neste contexto, a medição precisa das taxas de reação astrofisicamente importantes, tais como reações de captura de prótons, nêutrons e alfas, torna-se essencial para determinar a vida e destino das estrelas e do cosmos. Tipicamente, as medidas de seção de choque para essas reações de captura devem ser realizadas em energias muito baixas, correspondendo as condições nas quais os elementos foram sintetizados<sup>1</sup> ou a temperatura alcançada nos núcleos estelares. Entretanto, na maioria dos casos, não é possível determinar essas taxas de reação pela observação direta, em virtude da baixa magnitude apresentada pelas seções de choque na região de energias próximas a zero e a dificuldade inerente a detecção de partículas com energias tão pequenas. Alternativamente, recorre-se ao procedimento de extrapolação para energia zero empregando dados obtidos em energias um pouco mais altas. No entanto, muitas vezes, os resultados encontrados desta forma apresentam uma grande incerteza de ajuste e em geral são altamente influenciados por ressonâncias presentes na região de baixa energia.

### 1.1 Fator S Astrofísico

Em baixas energias, a seção de choque  $\sigma(E)$  para uma reação de captura radiativa genérica  $A + x \rightarrow B + \gamma$  depende fortemente da penetrabilidade da barreira coulombiana existente entre os núcleos  $A$  e  $x$ . Para eliminarmos o efeito da penetração dessa barreira (tunelamento de Gamow) e enfatizarmos outros efeitos que possam estar presentes na reação, usamos o fator S astrofísico [1]:

$$S_{xA}(E) = E\sigma(E) \exp 2\pi\eta \quad (1.1)$$

onde  $\eta = Z_A Z_x e^2 \mu / k$  é o parâmetro de Sommerfeld, calculado com o valor da massa reduzida  $\mu$  e com o número de onda  $k = \sqrt{2\mu\epsilon_{Ax}}/\hbar$  para uma energia de ligação  $\epsilon_{Ax}$  dos núcleos.  $E$

---

<sup>1</sup>A energia efetiva considerada para a nucleossíntese primordial é de  $\approx 10 - 100 \text{ keV}$ .

refere-se a energia cinética relativa do par  $A, x$ . Para reações não-ressonantes o fator  $S$  astrofísico resulta em uma função que não apresenta variação significativa com a energia  $E$ , diferentemente do que ocorre com a seção de choque <sup>2</sup>.

As abundâncias dos elementos leves calculadas com base no modelo padrão tanto para o Sol como no Universo primordial (BBN *Big Bang Nucleosynthesis*) são determinadas pelas diversas reações de captura entre esses elementos, conforme ilustramos na figura 1.1. A comparação desses cálculos com as abundâncias observadas servem para estimar a densidade de bárions no Universo primordial ( $\eta_{10}$  razão bárions-fótons) [2] [3]. Em particular, a

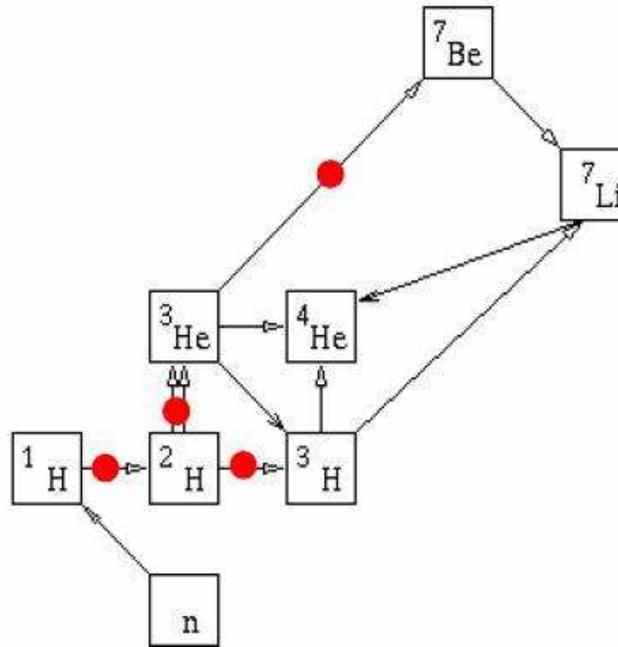


Figura 1.1: Cadeia de reações da nucleossíntese primordial homogênea para a formação e destruição dos elementos.

quantidade de  ${}^7\text{Li}$  produzido tanto no Universo primordial quanto na fase inicial de evolução de uma estrela [4] está diretamente relacionada a taxa de reação da captura radiativa  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  e sua correspondente reação espelho  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be} \rightarrow {}^7\text{Be}(e^-, \nu_e){}^7\text{Li}$  <sup>3</sup>. Dentre todas as reações importantes que afetam de forma significativa a produção de núcleos leves, a captura  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  é aquela que apresenta o valor de seção de choque mais incerto. Observa-se que as medidas realizadas do fator  $S_{34}$  astrofísico para a reação  $\alpha + t \rightarrow {}^7\text{Li} + \gamma$  [5] [6] [7] [8] apresentam inconsistências da ordem de 40% entre os vários conjuntos de dados (veja figura 1.2). Essa diferença torna-se crucial na incerteza de extrapolação para a energia zero.

Esse problema pode ser solucionado ou minimizado, pela obtenção do fator  $S$  astrofísico através de métodos alternativos indiretos. Dentre esses métodos temos por exemplo:

<sup>2</sup>A variação residual da função  $S(E)$  se existir provém da não consideração na expressão (1.1) da influência da interação nuclear, da barreira centrífuga e de possíveis ressonâncias.

<sup>3</sup>O núcleo de  ${}^7\text{Be}$  pode decair apenas por esta captura de um elétron atômico porque o alternativo decaimento beta  $\beta^+ {}^7\text{Be} \rightarrow {}^7\text{Li} + e^+ + \nu_e$  é energeticamente proibido ( $Q = -160 \text{ MeV}$ ).

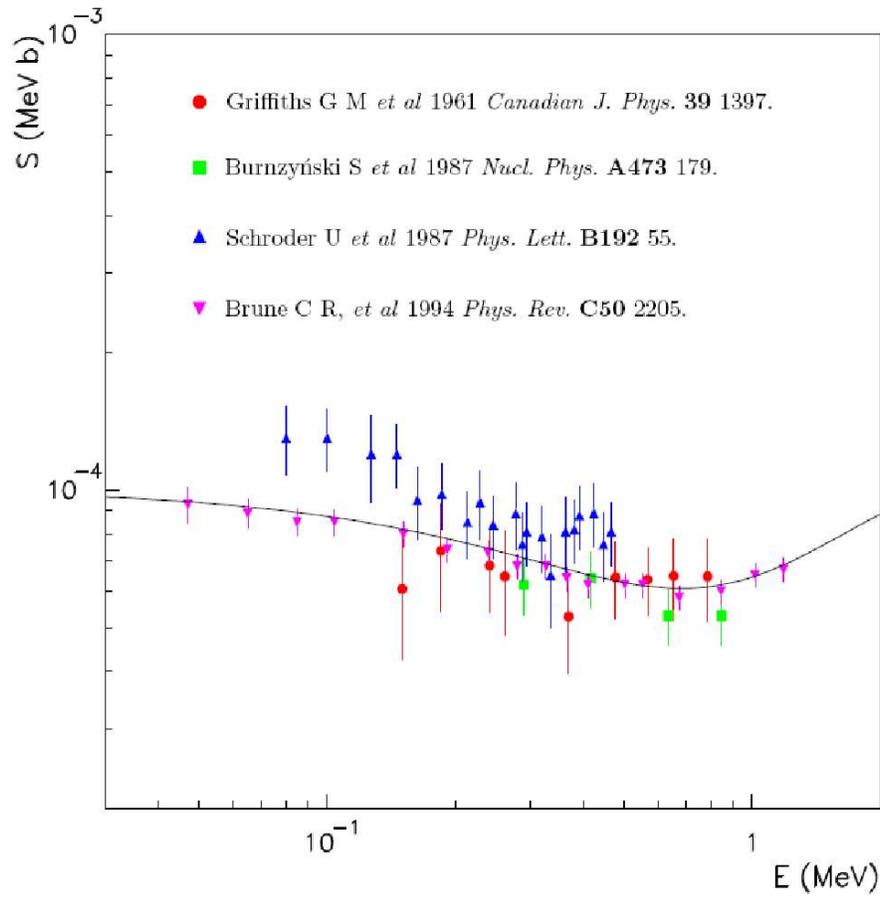


Figura 1.2: Medidas experimentais para o fator  $S_{34}$  astrofísico em função da energia para a reação de captura radiativa  $\alpha + t \rightarrow {}^7\text{Li} + \gamma$  de acordo com as referências indicadas. A curva traçada corresponde a um ajuste polinomial-exponencial referente a uma extrapolação para obtenção de  $S(0)$  segundo [3].

- a dissociação coulombiana [9], que corresponde ao uso da reação inversa temporal de captura;
- o método do Cavalo de Tróia [10], que utiliza uma reação de três corpos para inferir sobre a reação de captura de dois corpos;
- e o método ANC [11] (*Asymptotic Normalization Coefficients*), que corresponde a utilização de uma reação de transferência periférica para obtermos a normalização da seção de choque de captura.

Neste trabalho, utilizamos o método ANC para obter a normalização do fator S astrofísico para a reação  ${}^3H(\alpha, \gamma){}^7Li$ .

## 1.2 Coeficientes de Normalização Assintótica

O método ANC consiste na determinação do coeficiente de normalização assintótica da integral radial de *overlap* que normaliza o fator S astrofísico de uma reação de captura por meio de medidas de reações de transferência periféricas [11].

A seção de choque de captura direta radiativa é dada pelo quadrado do elemento de matriz para a transição eletromagnética do operador  $\hat{O}$  entre o estado de espalhamento  $\chi_i^{(+)}$  das partículas separadas  $A, x$  e a integral de *overlap*  $I_{Ax}^B$ :

$$\sigma(E)_{A \rightarrow B}(x, \gamma) = \lambda |\langle I_{Ax}^B(\vec{r}) | \hat{O} | \chi_i^{(+)}(\vec{r}_{Ax}) \rangle|^2 \quad (1.2)$$

onde  $\lambda$  contém os fatores cinemáticos.

A integral radial  $I_{Ax}^B$ , por sua vez, diz respeito a superposição das funções de onda do estado ligado  $\varphi_B$  e das partículas espalhadas  $\varphi_A$  e  $\varphi_x$ . Considerando um processo de captura periférica para baixas energias temos que a amplitude de reação é completamente determinada pela cauda assintótica da superposição das funções de onda. A integral de *overlap*  $I_{Ax}^B$  pode ser aproximada pela função de Whittaker  $W_{-\eta, l+1/2}$  que fornece a forma correta da função de onda de Coulomb na região assintótica (além do raio de interação nuclear  $R_N$ ) [11]:

$$I_{Ax}^B(\vec{r}) \approx C_{Ax}^B \frac{W_{-\eta, l+1/2}(2kr)}{r} \quad \text{se} \quad r > R_N \quad (1.3)$$

A normalização dessa aproximação é dada por  $C_{Ax}^B$  que é o coeficiente de normalização assintótica ANC. Esse coeficiente é portanto a constante de normalização da seção de choque de captura ou alternativamente do fator S. Tal constante de normalização ANC pode ser obtida de uma forma alternativa e independente a partir de reações de transferência de caráter periférico, que envolvam em pelo menos um de seus vértices, os núcleos considerados na reação de captura.

Para uma reação de transferência de uma partícula de valência  $x$  do tipo:



sendo que  $a = b + x$  e  $B = A + x$ . Temos que a seção de choque de transferência pela aproximação de ondas distorcidas de Born (DWBA) é expressa como:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_\alpha \mu_\beta}{4\pi^2 \hbar^2} \frac{\kappa_b}{\kappa_a} \frac{1}{(2J_A + 1)(2J_a + 1)} \sum_{m_a} \langle \chi_\beta^{(-)} | I_{Ax}^B | \Delta V | I_{bx}^a | \chi_\alpha^{(+)} \rangle \quad (1.5)$$

Na equação (1.5),  $\chi_\alpha^{(+)}$  e  $\chi_\beta^{(-)}$  representam as ondas distorcidas nos canais de entrada e saída, respectivamente, e ambas são obtidas a partir de um potencial óptico que descreva corretamente o espalhamento elástico do canal  $a$  que se refere ( $A + a \rightarrow A + a$  ou  $B + b \rightarrow B + b$ ). Os termos  $I_{Ax}^B$  e  $I_{bx}^a$  são os elementos de matriz referentes a superposição  $\langle A|B \rangle$  e  $\langle a|b \rangle$  das funções de onda. O operador de transição  $\Delta V$  contém as interações entre  $a - x$  e  $b - a$  na forma *prior* ou entre  $b - x$  e  $b - a$  na forma *post* como veremos mais especificamente no capítulo 5.

As funções de onda dos estados ligados podem ser calculadas a partir de potenciais de Woods-Saxon (ou gaussianos) com parâmetros geométricos que reproduzam as respectivas energias de ligação. Usualmente, a integral radial é aproximada por uma função de onda de partícula independente (*single-particle*) ou modelo de *cluster* (no caso de partículas mais pesadas) para os estados ligados  $B(Ax)$  e  $a(bx)$ :

$$I_{Ax}^B = S_{Ax}^{1/2} \varphi_{Ax} \quad \text{e} \quad I_{bx}^a = S_{bx}^{1/2} \varphi_{bx} \quad (1.6)$$

onde  $\varphi_{Ax}$  e  $\varphi_{bx}$  são as funções de onda da configuração de *single-particle* (*cluster*) do movimento relativo entre a partícula de valência  $x$  e os caroços  $A$  e  $b$ , respectivamente. O fator espectroscópico  $S_{Ax}$  define a norma da função de *overlap* da configuração ( $Ax$ ) no núcleo  $B$ , sendo a mesma afirmação válida para  $S_{bx}$  com a configuração ( $bx$ ) no núcleo  $a$ <sup>4</sup>.

A seção de choque na aproximação DWBA é usualmente parametrizada em termos dos fatores espectroscópicos dos núcleos iniciais e finais, de modo que os dados experimentais sejam ajustados pelo cálculo teórico a partir a seção de choque  $(d\sigma/d\Omega)_{\ell_B j_B \ell_a j_a}^{\text{DWBA}}$ :

$$\left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{EXP}} = \sum_{j_B j_a} S_{Ax \ell_B j_B} S_{bx \ell_a j_a} \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\ell_B j_B \ell_a j_a}^{\text{DWBA}} \quad (1.7)$$

onde  $\ell$  é o momento angular orbital relativo entre a partícula de valência e o respectivo caroço e  $j$  o momento angular total do estado ligado. A seção de choque  $(d\sigma/d\Omega)_{\ell_B j_B \ell_a j_a}^{\text{DWBA}}$  apresenta uma dependência com relação aos potenciais ópticos e parâmetros de Woods-Saxon dos potenciais dos estados ligados, o que faz com que os fatores espectroscópicos extraídos dessa maneira também sejam dependentes do modelo geométrico utilizado. Os potenciais de Woods-Saxon utilizados na determinação das funções de onda de *single-particle* são responsáveis pela maior parte da dependência.

Se a transferência da partícula de valência  $x$  ocorre na superfície nuclear, ou seja, apresenta um caráter periférico, então somos capazes de aproximar também neste caso, a parte da função de onda do estado ligado na configuração de partícula independente fora

---

<sup>4</sup>O uso da letra  $S$  tanto para o fator espectroscópico quanto para o fator  $S$  astrofísico pode causar confusão ao leitor, infelizmente estes são os símbolos geralmente empregados na literatura.

do alcance nuclear  $r > R_N$  por uma função de Whittaker:

$$\begin{aligned}\varphi_{Ax;n_B\ell_{Bj_B}} &\approx b_{Ax;\ell_{Bj_B}} \frac{W_{-\eta,l+1/2}(2kr)}{r} \quad \text{para } r > R_N \\ \varphi_{bx;n_a\ell_{aj_a}} &\approx b_{bx;\ell_{Bj_B}} \frac{W_{-\eta,l+1/2}(2kr)}{r} \quad \text{para } r > R_N\end{aligned}\tag{1.8}$$

As constantes  $b_{Ax;\ell_{Bj_B}}$  e  $b_{bx;\ell_{Bj_B}}$  normalizam a função de onda de Whittaker ao comportamento assintótico das funções de onda de *single-particle* de modo a fornecer as energias dos estados ligados. Tais constantes podem ser denominadas de “ANC’s de *single-particle*”. Utilizando a expressão (1.6) verificamos a seguinte relação;

$$\begin{aligned}I_{Ax}^B &\approx S_{Ax}^{1/2} b_{Ax} \frac{W_{-\eta,l+1/2}(2kr)}{r} \quad \text{para } r > R_N \\ I_{bx}^a &\approx S_{bx}^{1/2} b_{bx} \frac{W_{-\eta,l+1/2}(2kr)}{r} \quad \text{para } r > R_N\end{aligned}\tag{1.9}$$

Comparando essas equações com a expressão contida em (1.3) verifica-se que:

$$(C_{Ax}^B)^2 = S_{Ax} b_{Ax}^2 \quad \text{e} \quad (C_{bx}^a)^2 = S_{bx} b_{bx}^2\tag{1.10}$$

A seção de choque diferencial para a reação de transferência pode então ser expressa em termos desses coeficientes assintóticos da seguinte forma:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{EXP}} = \sum_{j_B j_a} (C_{Ax\ell_{Bj_B}}^B)^2 (C_{bx\ell_{aj_a}}^a)^2 \frac{(d\sigma/d\Omega)_{\ell_{Bj_B}\ell_{aj_a}}^{\text{DWBA}}}{(b_{Ax\ell_{Bj_B}})^2 (b_{bx\ell_{aj_a}})^2}\tag{1.11}$$

onde podemos escrever:

$$R^{\text{DWBA}} = \frac{(d\sigma/d\Omega)_{\ell_{Bj_B}\ell_{aj_a}}^{\text{DWBA}}}{(b_{Ax\ell_{Bj_B}})^2 (b_{bx\ell_{aj_a}})^2}\tag{1.12}$$

O termo  $R^{\text{DWBA}}$  é a seção de choque para a reação de transferência calculada assintoticamente. O coeficiente ANC pode ser obtido a partir da comparação entre a distribuição angular experimental medida e os resultados da análise de DWBA (com a seção de choque calculada assintoticamente), ajustando-se os pontos experimentais por minimização de  $\chi^2$  na região dos ângulos traseiros  $\theta_{cm} > 90^\circ$ .

Os coeficientes de normalização assintótica devem ser constantes e independentes da escolha de parâmetros de estrutura do potencial para os estados ligados, pois esses acabam sendo fatorados pela função assintótica  $R^{\text{DWBA}}$ . Veja que temos na expressão (1.11) para a seção de choque diferencial, o produto de dois ANC’s. Uma vez conhecido o ANC de um dos vértices utilizados na reação de transferência pode-se determinar o ANC do outro. Escolhendo-se adequadamente a energia do feixe para garantir o caráter periférico das reações de transferência, os ângulos das distribuições angulares e a determinação correta dos potenciais ópticos dos canais de entrada e saída, é possível obter os fatores S astrofísicos de uma forma única e sem a forte dependência com os modelos de estrutura escolhidos.

Essa técnica de ANC já vem sendo aplicada para reações de transferência de um próton com um certo sucesso [12], e um teste para o caso de captura de nêutrons também já foi realizado. Nesse trabalho verificamos a validade de aplicação deste método para a transferência e captura de uma partícula mais pesada, o trítio.

Cálculos de seção de choque de algumas reações de transferência exigem a consideração de efeitos de ordem superior, tais como acoplamentos de canais. No entanto, mesmo nesse caso, ainda é possível extraírmos o coeficiente de normalização assintótica. Recentemente essa possibilidade foi testada no trabalho de M. Assunção *et al.* [13]. Neste trabalho, a partir de uma análise de DWBA e CRC (*Coupled Reaction Channel*), foram considerados os efeitos de ordens superiores e o fator espectroscópico foi obtido das medidas das distribuições angulares das reações de transferência  $^{16}O(d, n)^{17}F$ ,  $^{16}O(d, n)^{17}F^*$  e  $^{16}O(d, p)^{17}O$ . Com isso foi possível a obtenção do coeficiente de normalização assintótica para as reações de captura  $^{16}O(p, \gamma)^{17}F$  e  $^{16}O(n, \gamma)^{17}O$ .

### 1.3 Experiência Proposta

A idéia deste trabalho é obter o fator S astrofísico para a reação de captura  $\alpha + t \rightarrow ^7Li + \gamma$ , usando a reação de transferência elástica  $^4He(^7Li, ^4He)^7Li$  para determinação dos coeficientes de normalização assintótica. Tal procedimento testará a validade da aplicação do método ANC para a transferência de um núcleo mais pesado (*cluster*), correspondente a captura de um trítio pela partícula alfa.

Obtivemos as distribuições angulares experimentais para a reação  $^4He(^7Li, ^4He)^7Li$ , incidindo um feixe de  $^7Li$  em um alvo gasoso de  $^4He$  em duas energias  $E_{lab} = 26.6 MeV$  e  $E_{lab} = 29.2 MeV$ . As distribuições angulares para a colisão do sistema  $^7Li + ^4He$  apresentam basicamente duas componentes: o espalhamento elástico e a transferência de um trítio entre o  $^7Li$  e a partícula alfa. Lembramos que para a aplicação do método ANC deve ser obedecida a condição da transferência apresentar caráter periférico, a qual será testada nessas energias. Uma particularidade da reação de transferência  $^4He(^7Li, ^4He)^7Li$  é que ela produz no canal de saída os mesmos núcleos que aparecem na partição de entrada, só que trocados; esse fato caracteriza o que se denomina de uma transferência elástica (*elastic transfer*).

Nas distribuições angulares medidas, o espalhamento elástico é a contribuição predominante nos ângulos dianteiros ( $\theta_{cm} < 90^\circ$ ), enquanto que nos ângulos traseiros ( $90^\circ < \theta_{cm} < 180^\circ$ ) a contribuição preponderante é a transferência. A vantagem da reação de transferência elástica é que não precisamos determinar dois potenciais ópticos um para o canal de entrada e outro para o canal de saída; basta apenas um deles porque os canais são os mesmos.

Uma reação de transferência normalmente envolve dois vértices e com isso obtemos a partir dessa análise o produto de dois ANC's  $(C_{Ax}^B)^2 \cdot (C_{bx}^a)^2$ . No entanto, a análise da transferência elástica apresenta dois vértices iguais e o ANC pode ser obtido de forma única para ambos:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{EXP}} = \sum_{j^7Li} S_{\alpha t}^{7Li} S_{\alpha t}^{7Li} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{DWBA}} \quad (1.13)$$

ou de modo equivalente

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{EXP}} = \sum_{j^{7Li}} (C_{\alpha t}^{7Li})^2 (C_{\alpha t}^{7Li})^2 \frac{(d\sigma/d\Omega)^{\text{DWBA}}}{(b_{\alpha t})^2 (b_{\alpha t})^2} \quad (1.14)$$

O valor do coeficiente de normalização assintótica obtido deste modo pode finalmente ser utilizado em cálculos de captura radiativa para fornecer o valor do fator S astrofísico esperado.

# Capítulo 2

## Descrição Experimental

Os dados experimentais para o espalhamento elástico  ${}^4\text{He}({}^7\text{Li}, {}^7\text{Li}){}^4\text{He}$  e para a transferência de um trítio  ${}^4\text{He}({}^7\text{Li}, {}^4\text{He}){}^7\text{Li}$  foram obtidos utilizando o Acelerador Pelletron instalado no Instituto de Física da Universidade de São Paulo. Foram medidas as distribuições angulares para a seção de choque diferencial em função do ângulo de detecção para esses dois processos bem como a função de excitação (seção de choque em função da energia) usando um feixe de  ${}^7\text{Li}$  e um alvo de  ${}^4\text{He}$ . Na seqüência, daremos uma descrição detalhada de todo o procedimento experimental adotado.

### 2.1 Arranjo Experimental

O feixe de um elemento é obtido pelo uso de uma fonte de íons acoplada a um acelerador de partículas que proporcione a energia desejada. Neste trabalho decidimos pela utilização de um feixe de  ${}^7\text{Li}$  e um alvo gasoso de  ${}^4\text{He}$  porque a fonte de íons disponível não era capaz de produzir feixes de  ${}^4\text{He}$ . Estudos anteriores dessa reação em energias diferentes ([14],[15],[16],[17],[18]) utilizaram a configuração inversa, usando um alvo sólido de lítio e um feixe de  ${}^4\text{He}$ .

O feixe de  ${}^7\text{Li}$  foi acelerado a cerca de 30 MeV utilizando o Acelerador Pelletron, cujo *layout* é apresentado nas figuras 2.1 e 2.2. Tal facilidade é basicamente composta por um acelerador eletrostático 8UD tipo *tandem* montado na posição vertical, uma fonte de íons MC-SNICS, seletores magnéticos de massa (ME-20) e energia (ME-200) e uma área experimental (canalizações e câmaras de espalhamento).

O feixe de  ${}^7\text{Li}$  acelerado foi transportado para a canalização 30B onde incidiu em um alvo gasoso de  ${}^4\text{He}$ , observando-se em seguida os produtos de reação por meio do uso de um sistema de detecção conveniente. No que segue, vamos discutir cada etapa, desde a produção do feixe até a detecção na câmara de espalhamento.

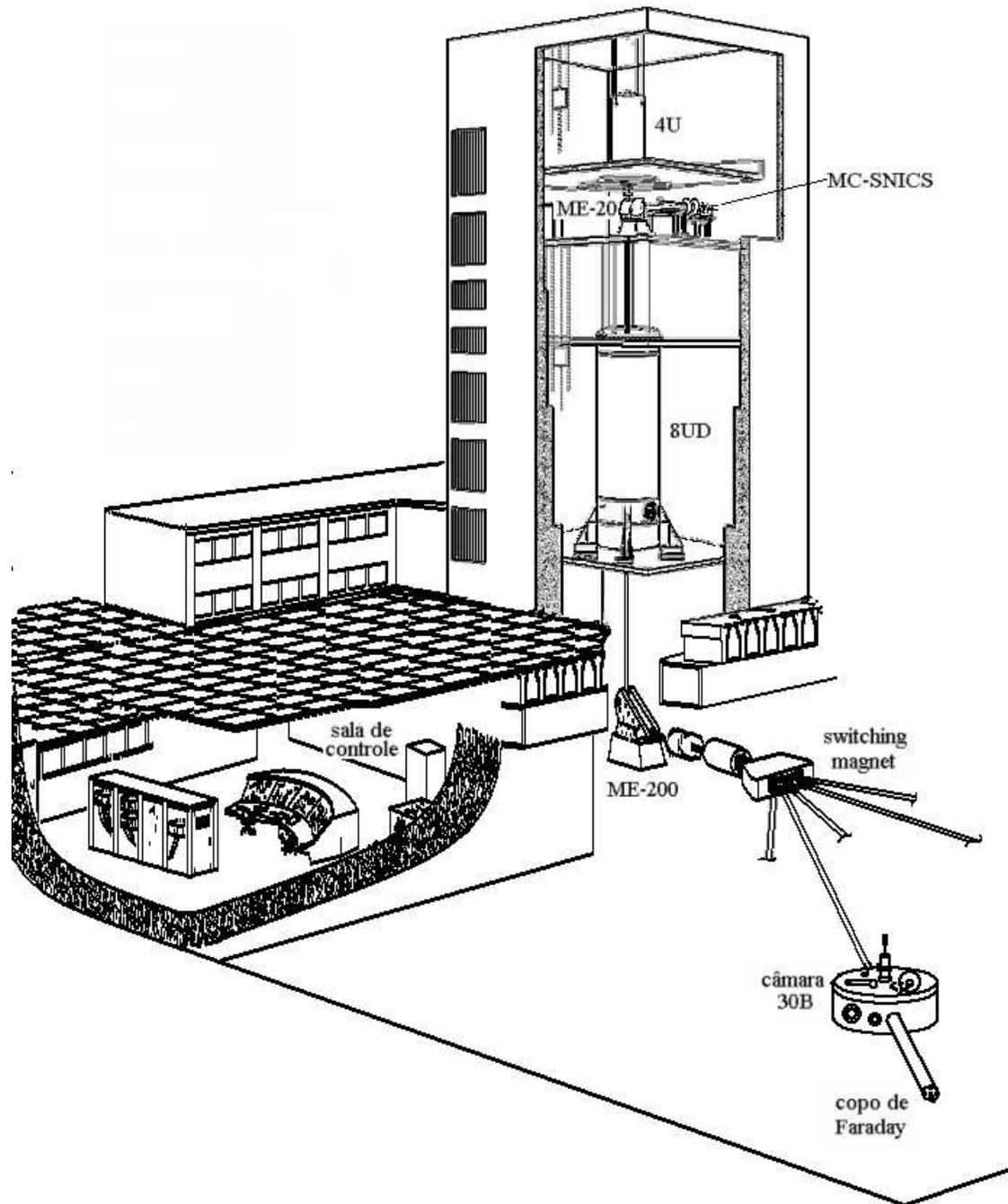


Figura 2.1: Desenho esquemático do prédio que abriga o Acelerador Pelletron.

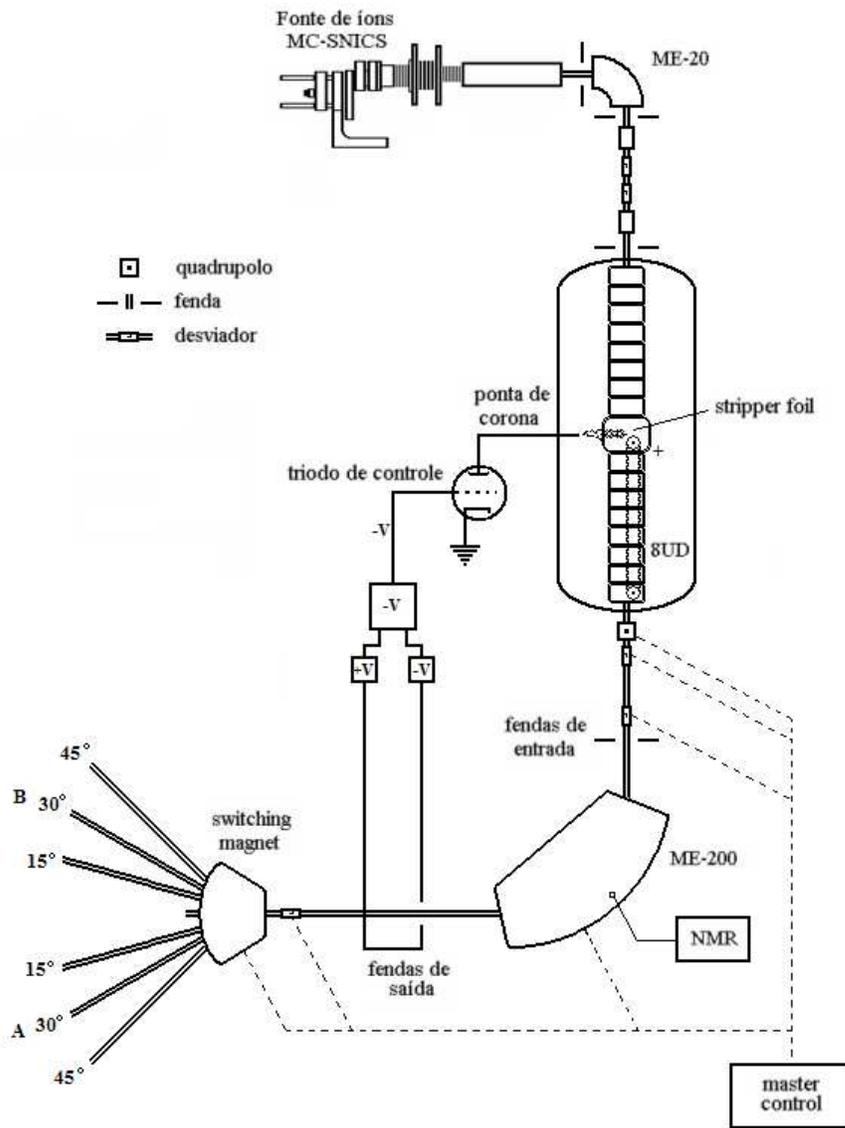


Figura 2.2: Diagrama de funcionamento do Acelerador Pelletron

### 2.1.1 Produção e Seleção do Feixe

O feixe de  ${}^7\text{Li}$  foi produzido por uma fonte de íons modelo MC-SNICS (*Multi Cathode - Source of Negative Ions by Cesium Sputtering*) fabricada pela NEC (*National Electrostatics Corporation*). Nessa fonte, o material específico que dará origem ao feixe de partículas, é depositado compactamente no orifício de um cátodo cilíndrico de cobre (vide fig. 2.3).

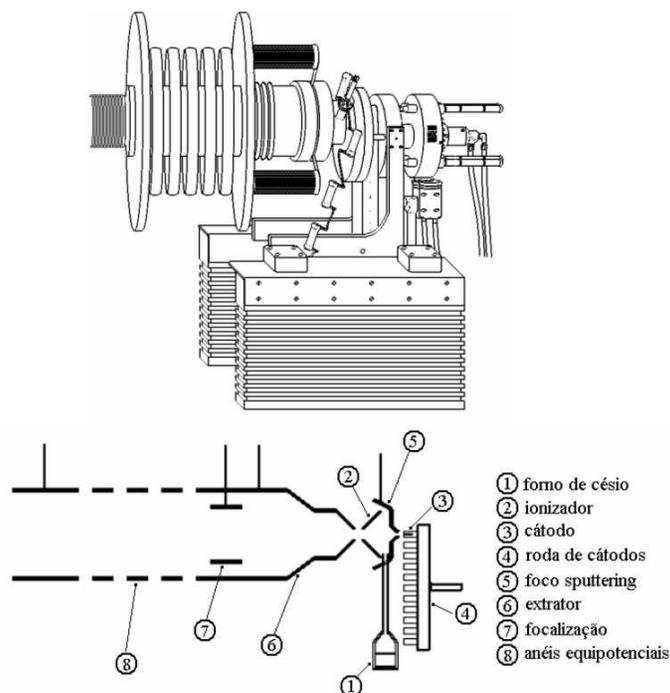


Figura 2.3: Diagrama da fonte de íons MC-SNICS.

Na parte mais baixa da fonte de íons, encontra-se um forno de Césio (1) capaz de produzir o vapor desse elemento pelo aquecimento. O vapor de Césio proveniente do reservatório sobe para a parte superior da fonte, sendo que uma parte do mesmo depositar-se-á na superfície resfriada do cátodo (3) e a outra parte será ionizada pela superfície quente do ionizador (2).

Entre o ionizador e o cátodo existe uma diferença de potencial que varia de 1 a 3 kV, que acelera os íons positivos direcionados pelo ionizador. Tais íons de  $\text{Cs}^+$  bombardeiam a superfície do cátodo atravessando a camada de Césio que já havia condensado. Pelo processo de *sputtering* os íons de  $\text{Cs}^+$  arrancam átomos da amostra depositada no cadinho. Para produzir o feixe de  ${}^7\text{Li}$  fez-se uso de uma mistura de LiF e alumínio depositada no cadinho. O alumínio pela sua ótima condução térmica, proporciona melhor refrigeração da amostra de LiF.

Os átomos de  ${}^7\text{Li}$  arrancados por pulverização catódica atravessam a camada de Césio, ganhando alguns elétrons devido a alta eletropositividade do mesmo. Os íons negativos de  ${}^7\text{Li}$  produzidos saem por um pequeno orifício localizado no extrator. Entre o cátodo e o extrator existe uma diferença de potencial da ordem de 20 kV.

Antes de entrar no acelerador propriamente dito, ocorre uma pré-aceleração e seleção do feixe que sai da fonte de íons. A pré-aceleração efetua-se com o emprego de uma diferença

de potencial de  $-80kV$ , aplicada logo após a saída da fonte. Também faz-se necessária uma seleção prévia dos íons que serão injetados no acelerador, visto que junto com os íons negativos de  ${}^7Li$ , acabam sendo produzidos outras impurezas, como por exemplo uma grande quantidade de  ${}^{16}O$ . A seleção portanto ocorre pelo emprego de um imã chamado ME-20 ( $ME/Z^2 = 20$ ) que deflete o feixe desejado em um ângulo de  $90^\circ$  conforme a sua massa, energia e carga, direcionando o mesmo para o acelerador.

### 2.1.2 Processo de Aceleração

O Acelerador Pelletron é uma máquina eletrostática tipo Van Der Graaf, que acelera partículas por estágios (*tandem*). Sua parte essencial consta basicamente de uma correia segmentada formada por elos metálicos (*pellets*) unidos por peças de *nylon* (fig.2.4). Tal correia encontra-se assentada sobre duas polias que giram.

Assim como no acelerador de Van Der Graaf, a correia é eletrizada por meio de um indutor de carga localizado próximo a polia inferior; pelo movimento da correia, a carga adquirida por cada *pellet* é transportada para a polia superior, onde é armazenada em um eletrodo terminal. O acelerador Pelletron 8UD pode carregar-se até uma diferença de potencial máxima de  $8MV$  em relação à terra. Nesse regime de tensão seriam produzidas facilmente descargas elétricas no interior do acelerador, descarregando o terminal e inviabilizando a respectiva aceleração. Para que tal fato não ocorra, a máquina eletrostática está fechada herméticamente em um invólucro metálico contendo gás isolante de hexafluoreto de enxofre ( $SF_6$ ).

Atravessando concentricamente a coluna de carga encontra-se o tubo acelerador onde se estabelece um gradiente do campo eletrostático pelo emprego de eletrodos corona.

Os íons negativos de  ${}^7Li^-$  primeiramente saem da fonte MC-SNICS, são pré-acelerados ( $-80kV$ ), passam pela seleção magnética do ME-20 e em seguida entram no acelerador. Nesse momento, os íons de  ${}^7Li^-$  são fortemente atraídos pela carga positiva presente no terminal, adquirindo uma energia igual a sua carga elétrica multiplicada pela tensão no terminal. Esse é o primeiro estágio de aceleração da máquina.

Além da energia ganha no processo de atração pelo terminal, aproveita-se também aquela que seria ganha por uma respectiva repulsão. Para que haja tal repulsão faz-se necessário que os íons de  ${}^7Li^-$  que compoem o feixe troquem o sinal de sua carga. Pode-se trocar a carga dos íons do feixe fazendo-os atravessar uma delgada folha de carbono (espessura de  $5 - 20 \mu g/cm^2$ ). Durante a travessia, os íons acabam perdendo alguns de seus elétrons, tornando-se positivamente carregados e posteriormente repelidos pelo terminal central. Esse seria o segundo estágio de aceleração. A energia total dos íons no final desse processo é então dada por:

$$E_{Total} = (Z + 1) \cdot V_{term} + V_i \quad (2.1)$$

Onde  $V_{term}$  é a tensão do terminal e  $V_i$  é a energia dos íons ao serem injetados na unidade 8UD. A energia final depende do número  $Z$  de elétrons perdidos no trocador de carga (*stripper foils*). Os íons adquirem um determinado estado de carga  $Z$  mediante um processo probabilístico que depende da energia.

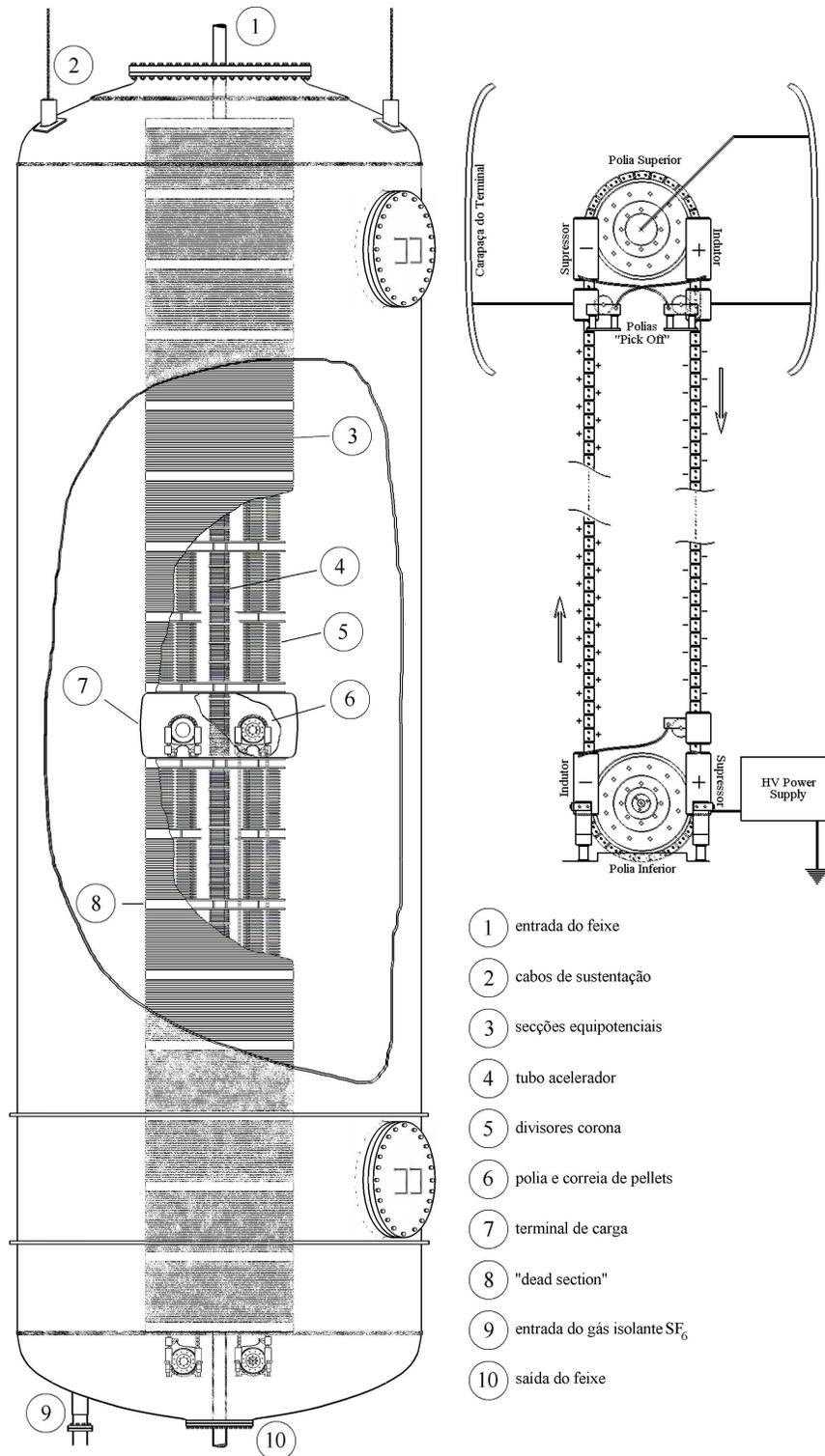


Figura 2.4: Vista em corte dos elementos funcionais do acelerador Pelletron e processo de carga na correia. Os pares de polias foram deslocados lateralmente no desenho acima para melhor visualização.

### 2.1.3 Seleção da Energia do Feixe

Após saírem do acelerador eletrostático, os íons possuem a energia dada pela equação (2.1) e deste ponto em diante torna-se essencial a correta determinação e seleção da mesma. Ao passar pela folha de carbono para troca de carga o feixe de  ${}^7\text{Li}$  adquire diferentes estados de carga. Em nosso experimento, desejávamos um feixe de  ${}^7\text{Li}$  com energia em torno de 30 MeV, o qual foi obtido selecionando-se o estado de carga  $3^+$  (para  $V_{term} = 7.9 \text{ MV}$ ). Tal seleção pode ser feita mediante o uso do imã ME-200 ( $ME/Z^2 = 200$ ).

Por meio do ajuste correto da corrente desse dipolo, pode-se definir a energia de feixe escolhida. Assim, indiretamente, a medida de energia do feixe corresponde a uma medida do campo magnético do dipolo ME-200. Uma forma precisa de se medir um campo magnético é fazer uso da técnica de ressonância magnética nuclear dos prótons. No interior do dipolo, é inserida uma amostra de água ( $\sim 5\text{cm}^3$ ), sobre a qual aplica-se uma radiofrequência. Como a água possui muitos prótons, os mesmos na presença combinada do campo e da RF iniciarão um movimento de precessão absorvendo energia da radiofrequência aplicada. Observando-se em um osciloscópio a frequência da RF na qual a absorção de energia é máxima (ressonância), pode-se estabelecer uma correspondência direta entre a mesma e a indução magnética  $\vec{B}$  no dipolo ME-200.

Quando se deseja um feixe de partículas com uma determinada massa e energia, calcula-se qual deve ser a frequência (corrente) que fornece o campo magnético correto para que o mesmo seja selecionado pelo solenóide ME-200. Após a seleção de energia pelo ME-200, o feixe de  ${}^7\text{Li}$  é desviado para a canalização onde encontra-se montado o alvo. Esse desvio é feito pelo solenóide designado *Switching Magnet*. O transporte e otimização do feixe é feito empregando-se quadrupólos e *steerings* ao longo de toda canalização. A transmissão do feixe desde a fonte de íons não é total e em nossos experimentos a corrente do feixe de  ${}^7\text{Li}$  na câmara de espalhamento era da ordem de 50 nA.

### 2.1.4 Câmara de Espalhamento 30B e Alvo

As canalizações de condução do feixe e inclusive o interior da câmara de espalhamento são mantidas em condições de alto vácuo, apresentando valores típicos de pressão da ordem de  $10^{-6}$  a  $10^{-7} \text{ Torr}$ . Nosso equipamento foi montado no interior da câmara de espalhamento 30B, como mostrado na figura 2.5.

Usando um feixe de  ${}^7\text{Li}$  e um alvo de  ${}^4\text{He}$ , precisamos consequentemente usar um alvo gasoso de gás hélio. O alvo gasoso de hélio cujo desenho esquemático pode ser visto na figura 2.6, consiste de uma caixa de alumínio preenchida com gás de  ${}^4\text{He}$  sob pressão. Duas aberturas retangulares nessa caixa permitem que o feixe de  ${}^7\text{Li}$  possa entrar e sair. Essas aberturas foram cobertas por janelas plásticas de Kapton ( $\text{C}_{22}\text{H}_{10}\text{N}_2\text{O}_5$ ) [19] de espessura ( $3.5 \text{ mg/cm}^2$ ) que tinham a função de impedir vazamentos do gás para a região externa em alto vácuo. As tampas do alvo são fixadas com parafusos e vedadas com guarnições *o'ring*. A espessura do alvo pode ser controlada variando-se a pressão do gás adequadamente.

O Kapton é bastante resistente a incidência direta do feixe, o que não acontece por exemplo com uma folha de Mylar que se degrada muito rapidamente nestas condições. O uso de uma janela de Havar também não seria a melhor opção porque sua composição apresenta elementos pesados como Mg, Cr e Fe que dariam uma contribuição de espalhamento elástico

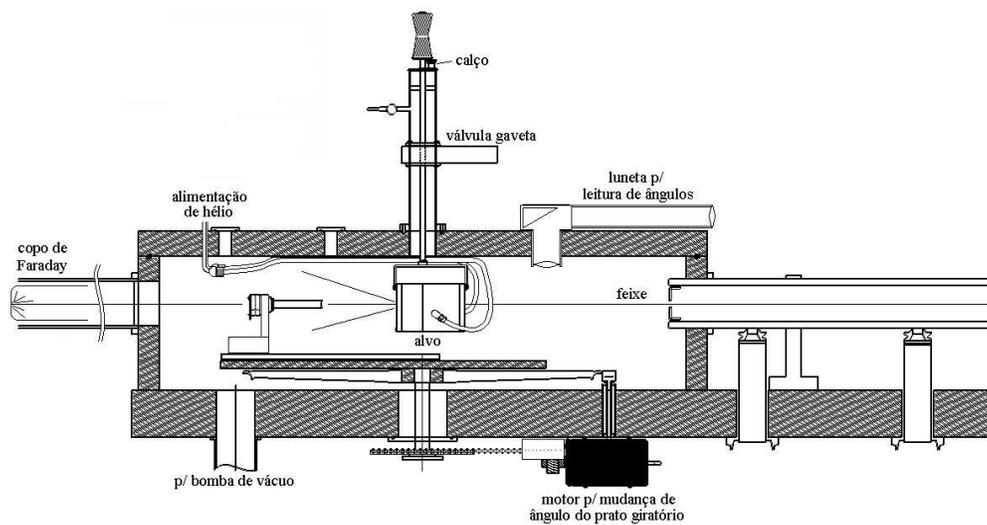
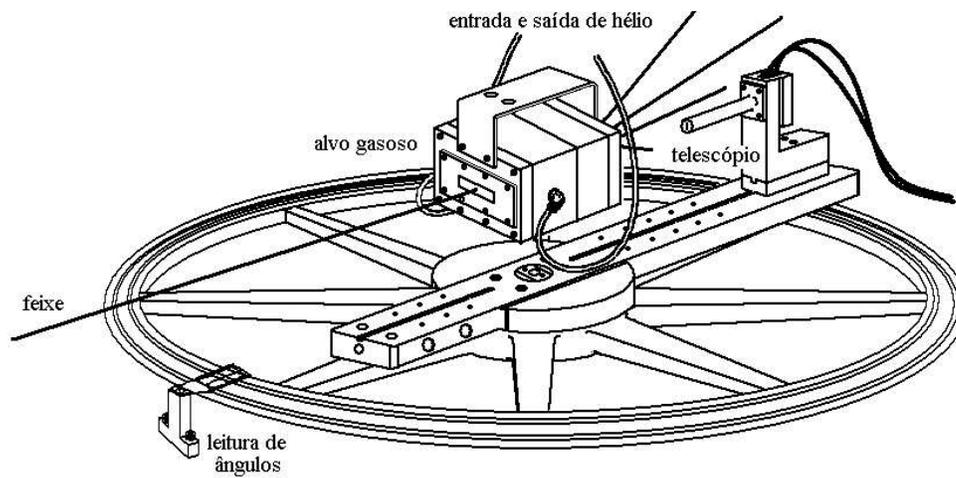


Figura 2.5: Montagem da experiência no interior da câmara de espalhamento 30B. Vista de perfil e em corte lateral.

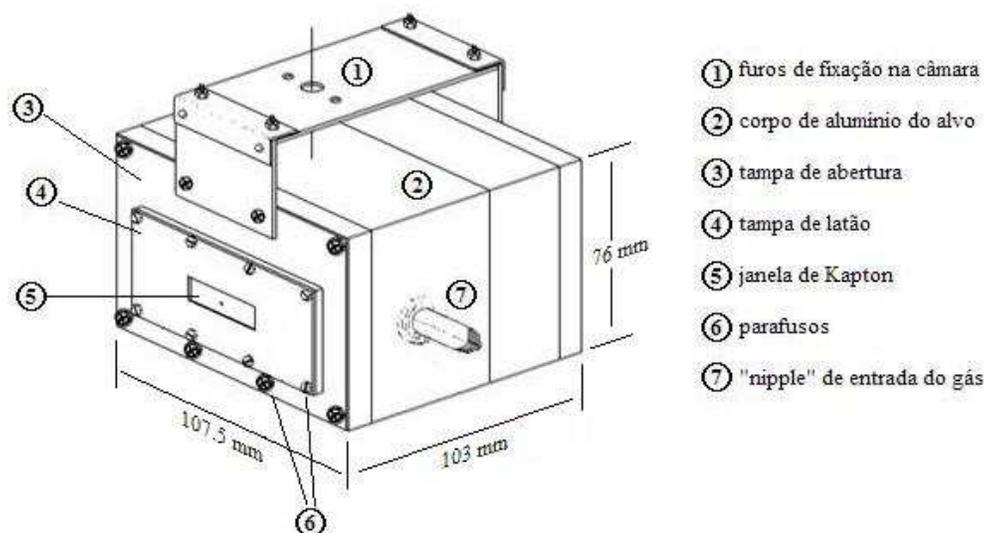


Figura 2.6: Aspecto externo do alvo gasoso com indicação de suas partes.

muito grande.

Na câmara de espalhamento 30B havia um braço giratório que permitia a variação dos ângulos em torno do alvo gasoso; sobre este braço fixou-se dois telescópios de detecção<sup>1</sup> (vide fig. 2.5). O ângulo entre o braço móvel e a linha de feixe nos fornecia o ângulo de laboratório  $\theta_{lab}$ . A leitura desse ângulo<sup>2</sup> foi feita no aro graduado preso a estrutura do braço.

O alvo gasoso foi preenchido com gás hélio estático de 99.9999% de pureza. Usamos dois valores de pressão do gás durante as experiências, 200 e 115 *mbar* (151 e 86 *Torr*). Ao longo da execução dos experimentos a pressão no interior do alvo diminuía lentamente, de modo que, para evitar uma variação significativa, fez-se uso de um sistema de fluxo contínuo de gás com controle automático de pressão. Essa lenta redução da pressão interna do alvo gasoso foi ocasionada por vazamentos na vedação das tampas e deterioração das janelas de Kapton. Na figura 2.7 mostramos a imagem das janelas de Kapton após a passagem contínua do feixe ao longo do experimento. As manchas apresentadas na folha em diferentes posições, mostram os locais de incidência do feixe quando giramos o alvo gasoso durante as medidas.

### 2.1.5 Sistema de Detecção e Eletrônica

O sistema de detecção usado na câmara de espalhamento constava de telescópios nos quais foram montados detetores de silício de barreira de superfície. Tais detetores foram montados na configuração  $\Delta E-E$  para a identificação dos produtos de reação. Na figura 2.8 mostramos a vista explodida de um dos telescópios de detecção.

Os detetores de barreira de superfície são dispositivos fabricados em silício e funcionam basicamente como um diodo de grandes proporções atuando como detetor de partículas carregadas. Nas faces opostas de um *wafers* de silício depositam-se finas camadas condutoras de ouro e alumínio, de modo que seja possível a aplicação de uma tensão *bias* de polarização

<sup>1</sup>Na primeira experiência usamos apenas um telescópio.

<sup>2</sup>A incerteza implícita na leitura era aproximadamente de 5 minutos de arco.

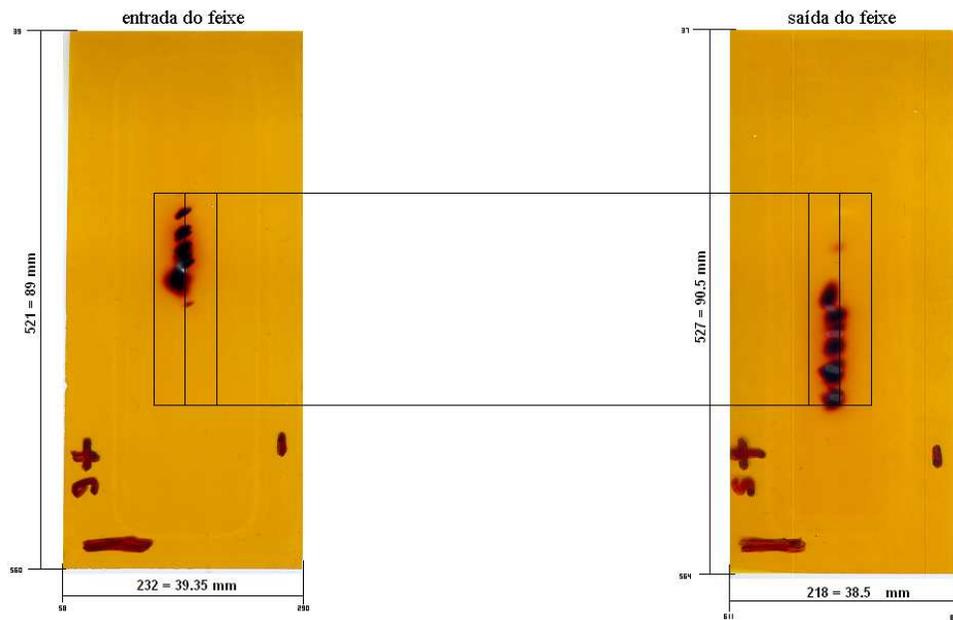


Figura 2.7: Imagem obtida em um scanner das janelas de Kapton após as medidas. As manchas se referem a passagem do feixe de  ${}^7\text{Li}$  o qual incidiu em diferentes pontos conforme mudamos o ângulo do alvo gasoso em torno de seu centro.

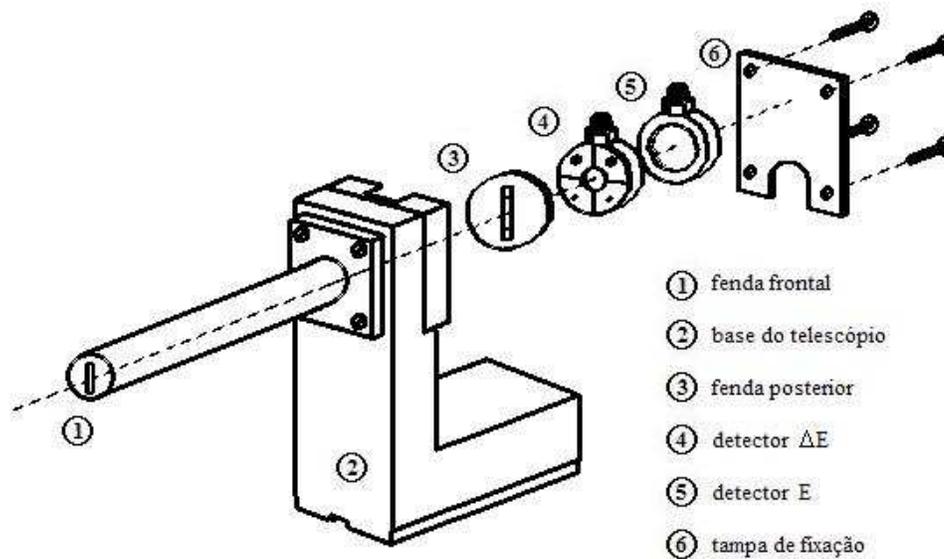


Figura 2.8: Vista explodida de um dos telescópios de detecção, onde podemos observar as duas fendas retangulares de seleção, feitas em tungstênio (fendas (1) e (3)). Mostramos também os detectores de barreira de superfície  $\Delta E$  e  $E$ .

inversa no semiconductor. Quando uma partícula atravessa a camada depletada da junção semicondutora ocorre a criação de pares elétron-buraco, em número aproximadamente proporcional à energia depositada pela passagem da mesma no detector. As cargas separadas movimentam-se no cristal semiconductor pela ação do campo elétrico relativo a tensão de polarização, sendo coletadas pelos eletrodos das faces. A tal coleção de cargas corresponde a formação de um sinal.

Quando uma partícula espalhada atinge o telescópio  $\Delta E - E$  parte de sua energia é depositada no detector  $\Delta E$  e o restante no detector  $E$ . O detector  $E$  deve ser suficientemente espesso para absorver o restante da energia; a energia depositada neste detector não é a energia total e sim a energia residual  $E_R$ :

$$E = \Delta E + E_R \quad (2.2)$$

Comparando os sinais dos detectores  $\Delta E$  e  $E_R$  podemos identificar os núcleos observados pelo telescópio de acordo com as relações de perda de energia de Bethe-Bloch (ver Apêndice A).

Utilizamos detectores de barreira com espessura (40 a 150  $\mu m$ ) para a formação do sinal  $\Delta E$  e detectores mais espessos (500 a 700  $\mu m$ ) para a obtenção do sinal  $E$ .

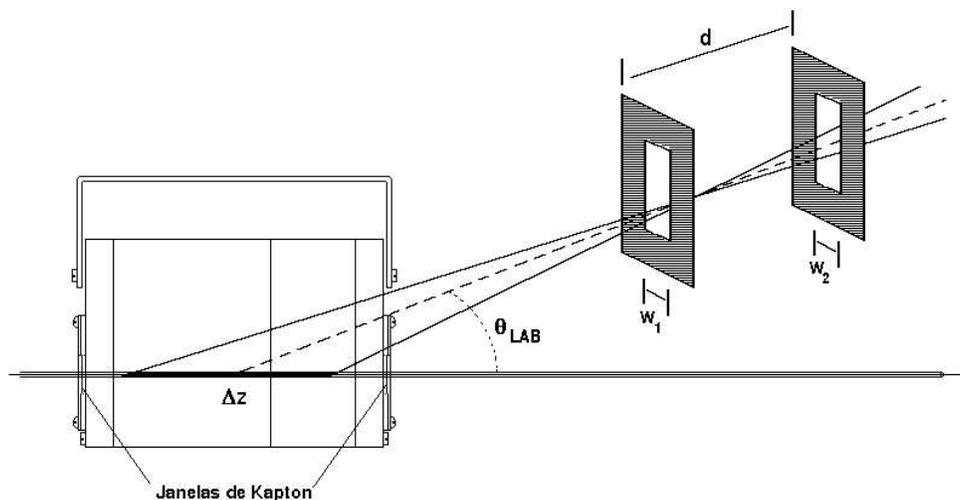


Figura 2.9: *Deteção seletiva por meio do sistema de fendas instalado no telescópio. Observe que em ângulos de laboratório pequenos, os eventos produzidos pelas janelas de Kapton começam a figurar junto aos dados de maior interesse.*

Na frente do telescópio foram colocadas duas fendas retangulares de seleção feitas em tungstênio. Esse sistema de dupla colimação restringe as partículas que chegam ao detector. Um ajuste adequado da abertura e distância entre as fendas possibilitou que os detectores registrassem apenas eventos originados em uma região específica dentro do alvo; excluindo aqueles que estivessem relacionados com espalhamentos nas janelas de Kapton. À extensão longitudinal dentro do alvo gasoso considerada a espessura efetiva do alvo denominaremos  $\Delta z$  daqui para frente. Pela variação do ângulo do telescópio ( $\theta_{lab}$ ) o valor de  $\Delta z$  altera-se [20], assumindo um valor que tende ao infinito quando nos aproximamos da posição  $\theta_{lab} = 0^\circ$  (fig. 2.9).

Aos detetores conecta-se um pré-amplificador que tem a função de integrar a carga coletada pelos eletrodos fornecendo em sua saída um pulso de tensão cuja amplitude é proporcional a energia depositada (ver figuras 2.10 e 2.11):

$$V = \frac{1}{C} \int Q(t) dt \quad (2.3)$$

A metalização planar dos eletrodos nas faces do semiconductor atua como uma capacitância parasita no circuito, sendo de fundamental importância o casamento entre a mesma e a entrada do pré-amplificador, para que o ruído gerado seja reduzido. Também deve-se observar a queda de tensão provocada pela impedância de entrada do pré-amplificador sobre a efetiva tensão de *bias* aplicada ao detetor, visto que sua espessura pode não estar totalmente depletada como se esperaria.

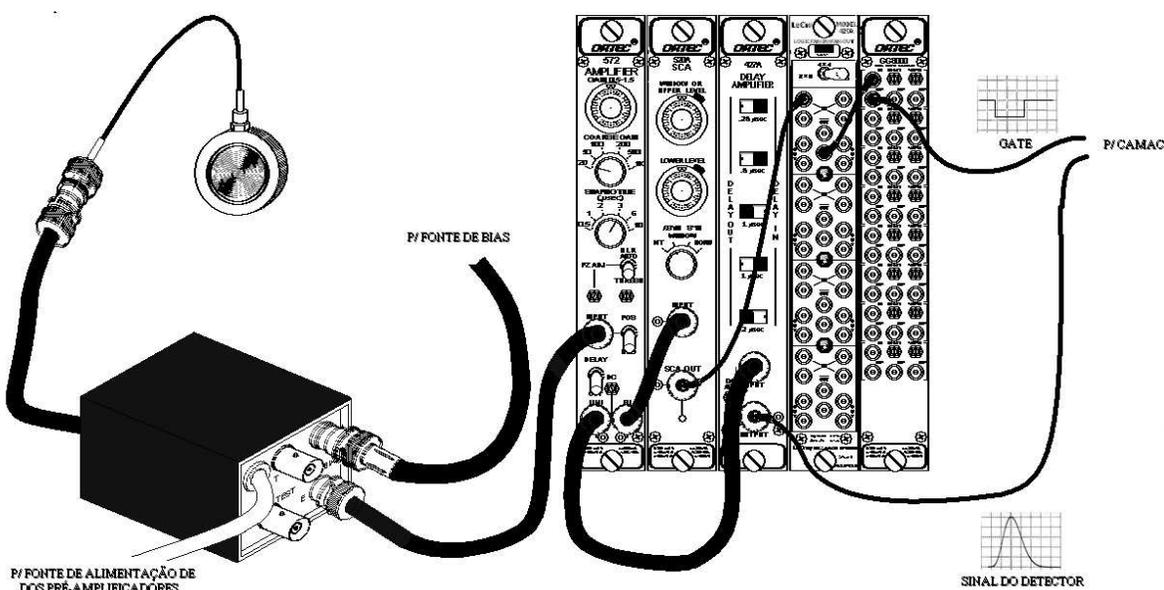


Figura 2.10: *Ligações entre os componentes da eletrônica de aquisição. Cada detetor do telescópio requer uma montagem semelhante exceto pela lógica FAN IN-OUT e o gerador de gate que são os mesmos para todos os detetores.*

O pulso pré-amplificado passa então por um amplificador propriamente dito, o qual incorpora as funções de elevação da amplitude e formatação do sinal.

A amplitude passa de alguns milivolts para uma faixa que abrange 0.1 a 10 V dependendo do ganho usado no amplificador. Usamos uma das saídas do amplificador para dar origem ao sinal de *gate* (saída bipolar) e outra correspondendo ao sinal de energia do detetor (saída unipolar).

O sinal de *gate* serve para informar ao sistema de aquisição ADC/CAMAC quando há um evento de interesse. A aquisição só inicia se o pulso da saída unipolar é coincidente em tempo ao sinal de *gate*; isto é, deve estar dentro do intervalo de tempo em que a permissão

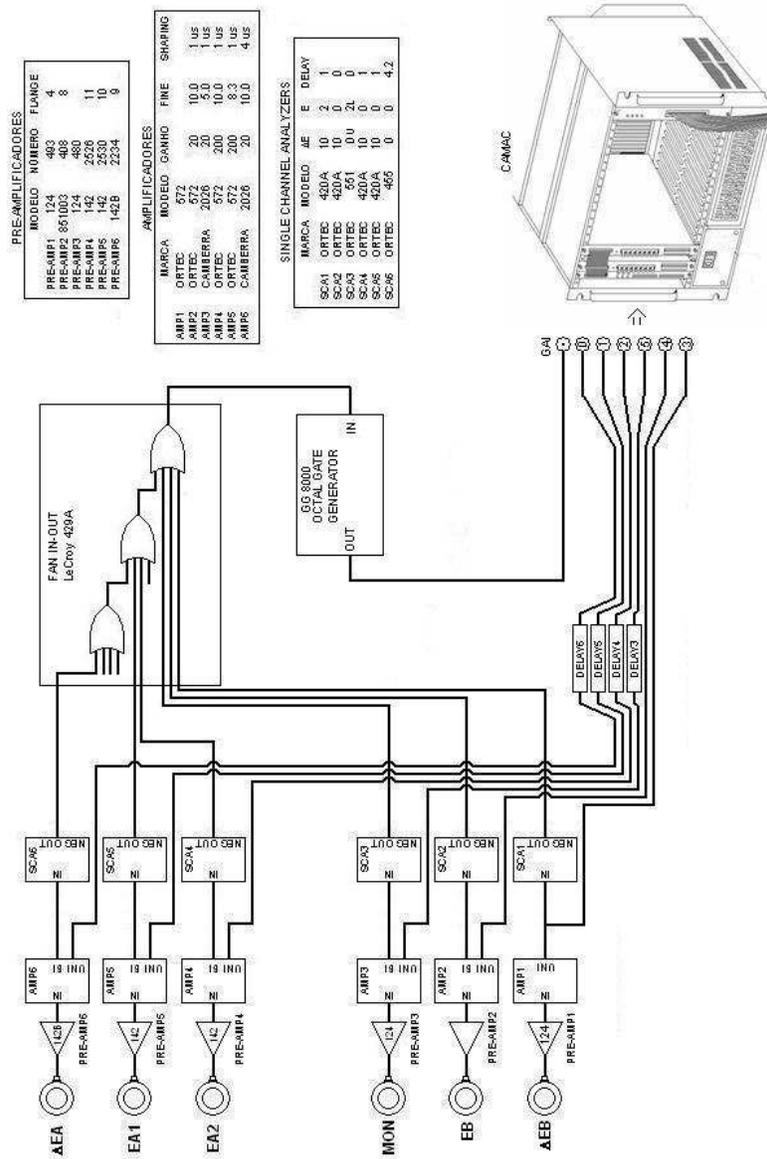


Figura 2.11: Diagrama esquemático do sistema eletrônico de aquisição de dados.

de aquisição está ativa. Pequenas diferenças de tempo entre os dois sinais (*gate*/energia) relativas à propagação nos cabos podem ser corrigidas pelo uso de unidades de atraso (*Delays Amplifiers*). O sinal bipolar deve sofrer uma discriminação pelo SCA (*Single Channel Analyser*) quanto a sua faixa de amplitude, para que apenas os sinais desejados sejam adquiridos.

Além dos detetores instalados nos telescópios, foi acrescentado um detetor montado em um ângulo fixo  $\theta_{mon} = 15^\circ$  com a função de monitorar as variações da intensidade do feixe de  ${}^7\text{Li}^-$  (detetor “Monitor”).

## 2.2 Aquisição e Saída de Dados

### 2.2.1 Controle da Aquisição

O bastidor CAMAC (*Computer Automated Measurement and Control*) tem a função de gerenciar a aquisição de dados como um todo. Encontram-se instalados neste bastidor módulos específicos que realizam tarefas de controle do bastidor (*Crate Controller*), controle do ADC (*FERA Fast Encoding Readout*) e digitalização dos sinais (*ADC Analogical to Digital Converter*). O ADC registra os eventos em canais representando intervalos de tensão nos quais o valor da voltagem do sinal do amplificador se encontra; em outras palavras, os canais apresentam uma relação linear com a energia da partícula detectada.

Os dados digitalizados pelo ADC/CAMAC seguem então para um computador PC comum (plataforma Linux), onde os eventos aceitos pelo sistema de aquisição são armazenados sequencialmente, pelo programa *SPM*. O início, fim e pausas na aquisição são obtidos por meio de instruções dadas via teclado a esse programa.

### 2.2.2 Formato de Saída dos Dados

O arquivo correspondente a determinada aquisição tem a extensão modo evento por evento *.fil*, a qual caracteriza que os dados encontram-se em blocos enfileirados. Um determinado evento é caracterizado por uma informação  $\Delta E - E$  de um dos telescópios. Para que possamos observar os dados contidos em um arquivo *.fil* devemos realizar a histogramação dos eventos empregando os programas *SCAN* e *CHIL* (*Comprehensive Histogramming Language*). Os parâmetros e espectros serão histogramados de acordo com as instruções fornecidas pelo experimentador a estes programas.

De modo a caracterizar o sinal de cada detetor  $\Delta E$  ou  $E$ , utilizamos os parâmetros  $P$  como rótulos; a partir destes podemos construir histogramas onde figure apenas um parâmetro  $H(P)$  ao qual denominamos monoparamétrico e bidimensionais  $H(P, P')$  onde apareçam comparados dois parâmetros, ou seja, espectros biparamétricos. Logicamente a construção dos espectros biparamétricos deve estar vinculada ao uso de parâmetros pertencentes ao mesmo telescópio  $\Delta E - E$ . Com o auxílio da rotina *CHIL* também é possível a realização de operações algébricas com os parâmetros conjuntamente a uma subrotina FORTRAN auxiliar chamada *USERSUB1*. Após essa etapa pode-se observar o resultado final da histogramação com o programa *DAMM* [21] (*Display Analysis and Manipulation Module*). Na figura 2.12, ilustramos um espectro monoparamétrico onde o eixo das abcissas

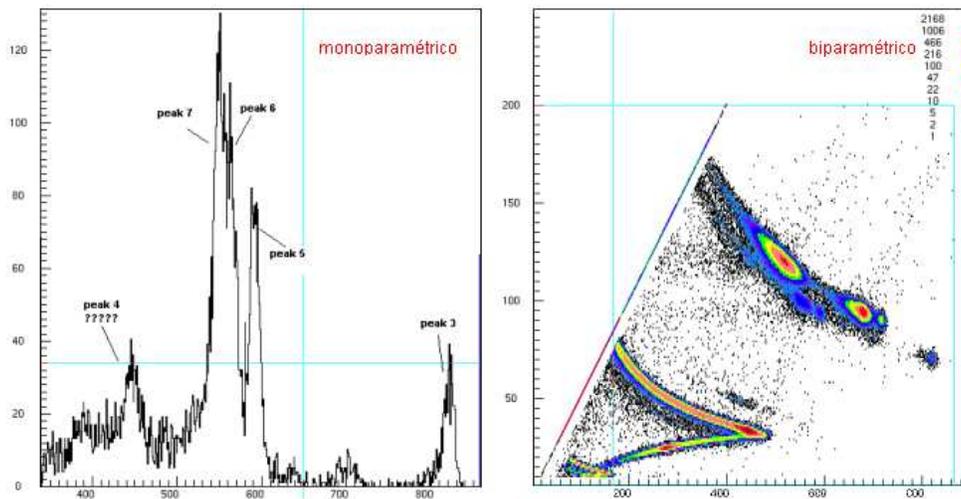


Figura 2.12: Espectros monoparamétrico (à esquerda) e biparamétrico (à direita) típicos obtidos neste experimento com o sistema de aquisição descrito. O espectro biparamétrico é obtido a partir da histogramação de dois parâmetros relacionados, como por exemplo  $\Delta E$  e  $E_R$ . O espectro monoparamétrico pode ser a representação de um parâmetro apenas ou a projeção de uma região do espectro biparamétrico.

corresponde aos canais de um determinado parâmetro do ADC e o eixo das ordenadas ao número de contagens armazenadas em cada canal. Também apresentamos um espectro biparamétrico, cujos eixos representam os canais relacionados com os detectores  $E$  (abscissa) e  $\Delta E$  (ordenada) de um mesmo telescópio. O número de contagens desses canais é representado pela escala de cores mostrada. Podemos obter um espectro monoparamétrico também pela projeção de uma determinada região do espectro biparamétrico sobre um dos eixos.

No espectro biparamétrico podemos observar a presença de faixas de forma hiperbólica sobre as quais verificamos a existência de picos protuberantes. A forma hiperbólica está relacionada com a relação existente entre a energia depositada no detector  $\Delta E$  e a energia residual  $E_R$  que é depositada no detector mais espesso (Bethe-Bloch [22]):

$$-\frac{dE}{dx} = A \frac{MZ^2}{E} \ln \left( B \frac{E}{M} \right) \quad (2.4)$$

onde  $A$  e  $B$  são constantes (veja Apêndice 1). Cada hipérbole corresponde a um valor de  $Z$  específico, e dependendo da resolução do detector  $\Delta E$ , dentro de uma hipérbole podemos ver uma separação de faixas correspondentes a diferentes valores de massa  $A$  (isótopos).

A visualização de cada parâmetro separadamente no espectro biparamétrico é feita projetando-se uma região definida sobre os eixos; a essa região ao qual delimitamos uma projeção denominamos de banana pelo aspecto característico.

No próximo capítulo vamos apresentar os dados coletados e a redução dos dados utilizada. No Apêndice A, apresentamos uma descrição pormenorizada da análise dos espectros obtidos.



# Capítulo 3

## Análise e Resultados

### 3.1 Experiências Realizadas

Utilizando a montagem descrita no capítulo anterior, realizamos ao longo deste trabalho três experimentos com o intuito de obter as secções de choque de espalhamento elástico e transferência entre os núcleos de  ${}^4\text{He}$  e  ${}^7\text{Li}$ .

Nos dois primeiros experimentos, a energia do feixe de  ${}^7\text{Li}$  no meio do alvo gasoso <sup>1</sup> foi  $29.2\text{ MeV}$  e no terceiro experimento a energia foi  $26.6\text{ MeV}$ . As distribuições angulares foram medidas em um intervalo de ângulos de centro de massa de  $25^\circ < \theta_{cm} < 60^\circ$  e  $100^\circ < \theta_{cm} < 180^\circ$  (correspondendo a  $0^\circ < \theta_{lab} < 33^\circ$ ). Os ângulos entre  $60^\circ$  e  $100^\circ$  não foram medidos devido a limitação da abertura da janela do alvo gasoso.

No primeiro experimento empregamos apenas um telescópio  $\Delta E - E$  com detectores de silício ( $\Delta E = 150\ \mu\text{m}$  e  $E = 700\ \mu\text{m}$ ). Com essa configuração de detectores pudemos detectar apenas as partículas alfa da transferência, já que o  ${}^7\text{Li}$  do espalhamento elástico parava no detector  $\Delta E$ . No segundo experimento utilizamos dois telescópios  $\Delta E - E$ , sendo um deles equipado com três detectores ( $\Delta E_1 = 50\ \mu\text{m}$ ,  $\Delta E_2 = 150\ \mu\text{m}$  e  $E = 500\ \mu\text{m}$ ) e o outro com dois ( $\Delta E = 40\ \mu\text{m}$  e  $E = 500\ \mu\text{m}$ ). Neste experimento efetuamos novas medidas do processo de transferência detectando as partículas alfa mas também do espalhamento elástico detectando o  ${}^7\text{Li}$ . A detecção dos núcleos de  ${}^7\text{Li}$  foi possível porque usamos detectores  $\Delta E$  mais finos nessa ocasião.

No segundo experimento, estudamos também a variação da seção de choque diferencial com respeito a energia da colisão, através de uma função de excitação diferencial entre  $26.6$  e  $29.5\text{ MeV}$ . Essas funções de excitação foram medidas em dois ângulos ( $\theta_{lab} = 8^\circ$  e  $23^\circ$  graus). A idéia de se medir essa função de excitação é verificarmos a existência de ressonâncias que porventura comprometeriam a aplicabilidade do método ANC nessa faixa de energia.

No terceiro experimento empregamos dois telescópios  $\Delta E - E$  com dois detectores cada um ( $\Delta E = 40\ \mu\text{m}$  e  $E = 500\ \mu\text{m}$ ) e ( $\Delta E = 50\ \mu\text{m}$  e  $E = 700\ \mu\text{m}$ ). Adicionalmente neste

---

<sup>1</sup>Já considerando as perdas de energia na janela de Kapton e no gás hélio.

terceiro experimento, efetuamos medidas nos ângulos de laboratório frontais, no intervalo  $0^\circ < \theta_{lab} < 6^\circ$ . Para realizar essas medidas em ângulos próximos a zero grau colocamos folhas de alumínio na frente dos telescópios para bloquear a incidência direta do feixe sobre os detectores e permitir apenas a passagem das partículas alfa retro-espalhadas como veremos.

Neste capítulo, descreveremos os passos envolvidos no tratamento dos dados obtidos nestes três experimentos apresentando posteriormente os resultados das distribuições.

## 3.2 Tratamento de Dados

### 3.2.1 Aspectos Cinemáticos

Na análise dos espectros obtidos da colisão dos núcleos  ${}^7\text{Li} + {}^4\text{He}$  consideramos apenas os processos binários. Os processos predominantes que podem acontecer são: a simples colisão elástica  ${}^7\text{Li} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Li} + {}^4\text{He}$  e a transferência de um trítio  ${}^7\text{Li} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^4\text{He} + {}^7\text{Li}$ . Neste último caso, temos a transferência elástica de um trítio (*elastic transfer*) pois os canais de entrada e saída são iguais.

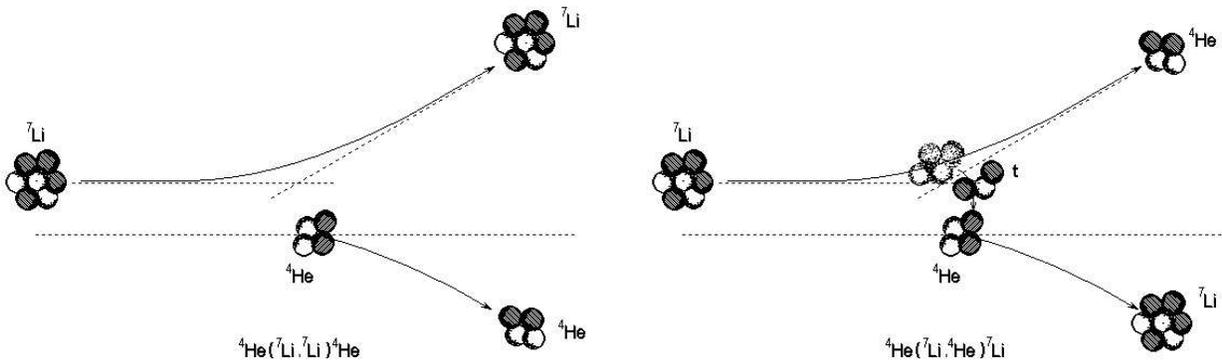


Figura 3.1: *Espalhamento elástico  ${}^4\text{He}({}^7\text{Li}, {}^7\text{Li}){}^4\text{He}$  e transferência elástica de um trítio  ${}^4\text{He}({}^7\text{Li}, {}^4\text{He}){}^7\text{Li}$  formando um núcleo de  ${}^7\text{Li}$  no estado fundamental  $J^\pi = 3/2^-$ .*

Também podem ocorrer excitações dos níveis energéticos de ambos os núcleos. Particularmente nas energias de laboratório empregadas (que correspondem a  $E_{CM} \approx 10 \text{ MeV}$ ), observamos apenas excitações do  ${}^7\text{Li}$ , visto que o primeiro estado excitado do  ${}^4\text{He}$  encontra-se a cerca de  $20 \text{ MeV}$  acima do estado fundamental (*GS Ground State*).

No Apêndice B apresentamos o esquema de níveis do  ${}^4\text{He}$ . Também mostramos os níveis de energia para o  ${}^7\text{Li}$ , onde podem ser considerados como mais importantes em nosso contexto: o estado fundamental  $J^\pi = 3/2^-$ , o primeiro estado excitado  $J^\pi = 1/2^-$  a  $0.47761 \text{ MeV}$  e o segundo estado excitado  $J^\pi = 7/2^-$  a  $4.652 \text{ MeV}$ . Em nossos experimentos a resolução em energia possibilitou discriminar nos espectros de energia do  ${}^4\text{He}$  e  ${}^7\text{Li}$  os picos de  ${}^7\text{Li}$ ,  ${}^7\text{Li}^*$  e  ${}^7\text{Li}^{**}$  correspondentes a transferência para os estados excitados do  ${}^7\text{Li}$ .

Por meio de cálculos de cinemática podemos obter a energia dos núcleos de  ${}^7\text{Li}$  e  ${}^4\text{He}$  espalhados segundo cada ângulo de observação para uma dada energia do projétil de  ${}^7\text{Li}$ . O formalismo cinemático utilizado está descrito de forma sucinta no Apêndice C. A seguir,

nas figuras 3.2 e 3.3, ilustramos os resultados do cálculo para uma energia do projétil de  $E_{7Li} = 26.6 \text{ MeV}$  no centro do alvo gasoso. Conforme podemos observar na figura 3.3, a detecção de núcleos de  ${}^7Li$  em ângulos dianteiros corresponde a observação de núcleos de  ${}^4He$  em ângulos traseiros e vice-versa.

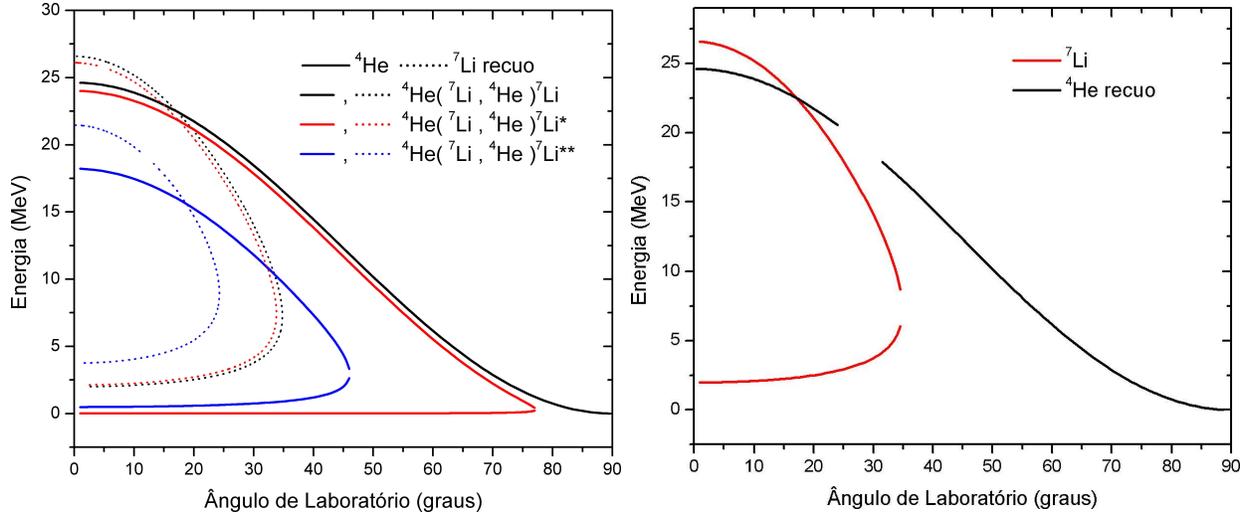


Figura 3.2: Distribuição cartesiana das energias de saída dos núcleos após o espalhamento elástico e reações de transferência em  $E_{7Li} = 26.6 \text{ MeV}$ . O gráfico da esquerda representa a transferência e o da direita o processo elástico.

Os cálculos de cinemática foram importantes para identificarmos as partículas e os processos que as geraram nos diversos espectros. Considerando apenas os eventos presentes na faixa correspondente às partículas  $\alpha$  (faixa  $Z = 2$ ,  $A = 4$ ) nos espectros biparamétricos  $\Delta E - E$ , podemos observar as três reações de transferência (fig. 3.4):  ${}^4He({}^7Li, {}^4He){}^7Li$ ,  ${}^4He({}^7Li, {}^4He){}^7Li^*$  e  ${}^4He({}^7Li, {}^4He){}^7Li^{**}$ .

A separação dos picos nos espectros mostrados na figura 3.4 permitiu a eficaz discriminação do número de contagens (área dos picos) relativo a cada um dos mesmos. Verificamos que a resolução em energia do sistema de detecção foi suficiente para separarmos os eventos correspondentes ao  ${}^7Li$  no estado fundamental e primeiro estado excitado a  $478 \text{ keV}$ . O pico de  ${}^7Li$  referente ao processo elástico  ${}^4He({}^7Li, {}^7Li){}^4He$ , apareceu na faixa  $Z = 3$   $A = 7$  como pode ser visto na figura 3.5. Também podemos notar a existência de outros dois picos oriundos de uma contaminação de ar (espalhamento elástico em núcleos de  ${}^{14}N$  e  ${}^{16}O$ ) no sistema de alimentação do alvo gasoso.

### 3.2.2 Perdas de Energia

Além dos cálculos cinemáticos anteriormente discutidos, torna-se necessária a consideração de todas as perdas de energia sofridas pelas partículas detectadas desde o alvo até chegar ao detetor para que possamos calcular as energias corretas desses fragmentos após o espalhamento no alvo. A energia do projétil não é a mesma fornecida pelo acelerador, porque já ao entrar no alvo gasoso o feixe sofre perdas de energia relacionadas a sua travessia pela

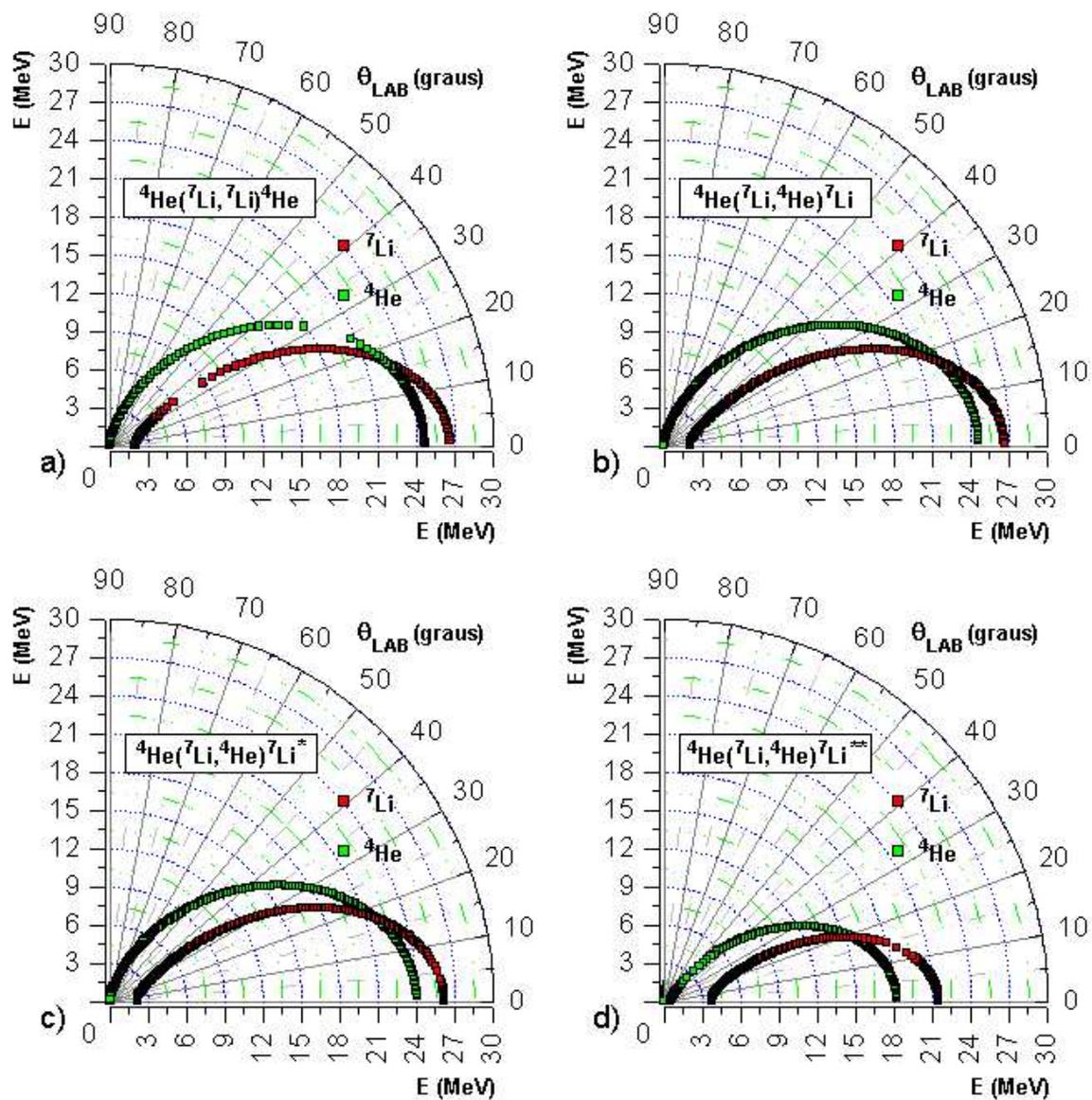


Figura 3.3: Distribuição polar das energias de saída dos núcleos após as respectivas reações, segundo uma energia inicial do projétil de  $E_{7\text{Li}} = 26.6$  MeV (energia no terceiro experimento). Os pontos das curvas do  ${}^4\text{He}$  e  ${}^7\text{Li}$  estão cinematicamente correlacionados, o que significa que um ponto dianteiro de uma curva corresponde a um traseiro da outra e vice-versa.

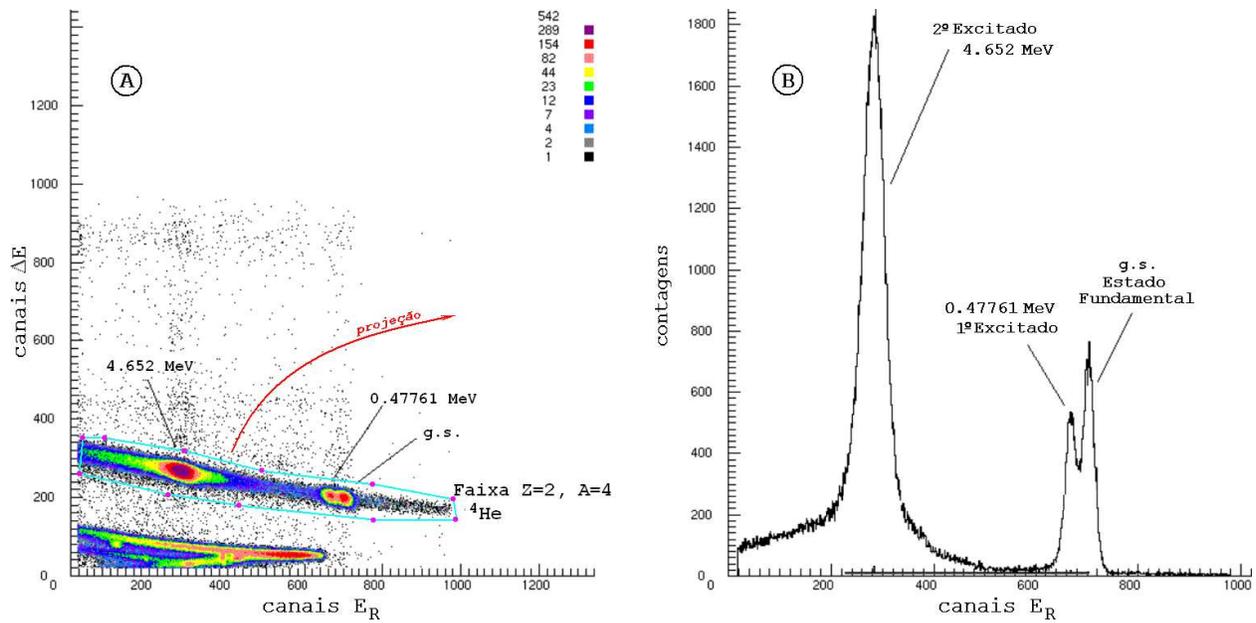


Figura 3.4: (A) Espectro biparamétrico  $\Delta E - E$  correspondente a segunda experiência, onde as partículas mais pesadas que o  ${}^4\text{He}$  paravam no detector  $\Delta E$  e não foram visualizadas. (B) Projeção em canais (energia) da faixa de  $Z = 2$ ,  $A = 4$  das partículas  $\alpha$  (região selecionada no espectro biparamétrico).

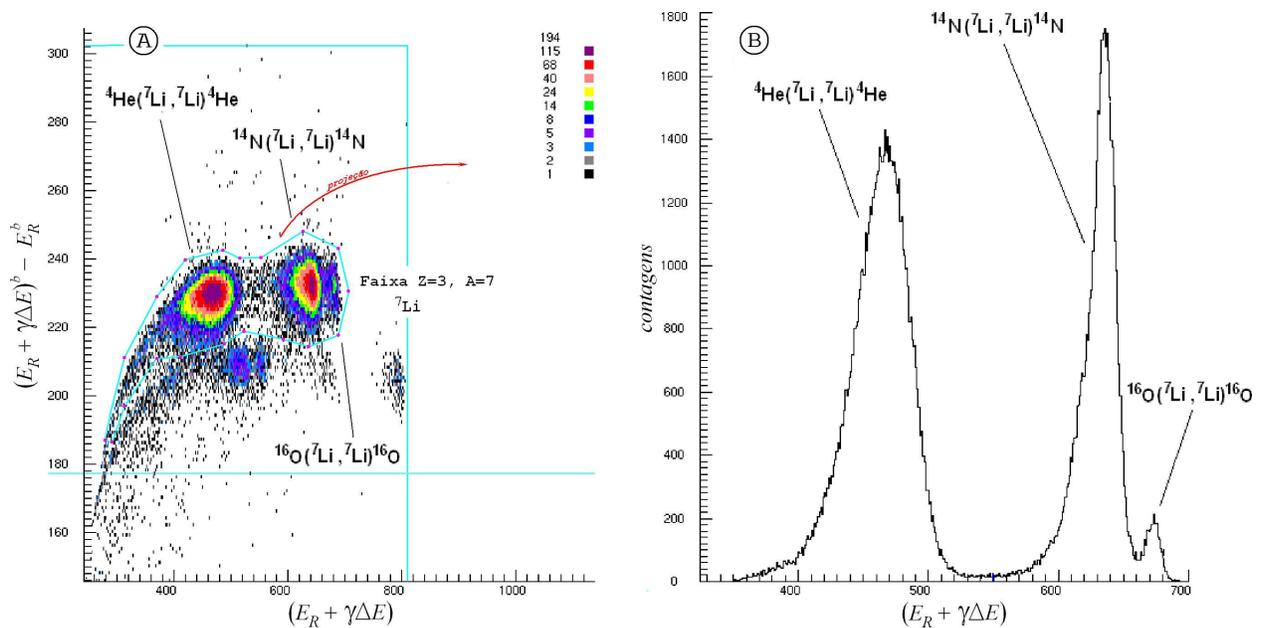


Figura 3.5: (A) Picos observados na faixa correspondente ao  ${}^7\text{Li}$  (faixa  $Z = 3$ ,  $A = 7$ ) no espectro biparamétrico. (B) Projeção em energia dos picos da região indicada no espectro biparamétrico. Podemos notar na projeção os dois picos relacionados a uma contaminação de ar no sistema de gás.

janela de Kapton e por uma porção de gás hélio. No terceiro experimento, por exemplo, o acelerador fornecia um feixe com energia de  $29.5 \text{ MeV}$ ; essa energia decrescia para cerca de  $26.6 \text{ MeV}$  em virtude da perda no gás hélio de mais ou menos  $130 \text{ keV}$  e de aproximadamente  $2.8 \text{ MeV}$  na janela de Kapton (de espessura  $3.5 \text{ mg/cm}^2$ ). Para determinar esses valores de perda de energia empregamos o programa STOPX que se baseia nas expressões de Ziegler-Andersen para perda de energia [21] [23].

Após a consideração destas perdas, conseguimos obter a energia correta no centro do alvo <sup>2</sup> que foram utilizados nos cálculos de cinemática. As energias dos produtos de reação também sofrem redução na saída do alvo gasoso, bem como nos detectores de silício.

Nos cálculos de perda de energia na saída do alvo, devemos incluir as distâncias percorridas nos absorvedores (gás hélio e Kapton) de acordo com o ângulo de saída do respectivo produto de reação considerado. Para calcular a energia das partículas na entrada e saída do alvo, consideramos que as reações não ocorrem apenas no centro do mesmo mas em uma certa região longitudinal  $\Delta z$  dentro do alvo. Calculamos geometricamente os valores da região de gás  $\Delta z$  observada para cada ângulo de laboratório do telescópio  $E - \Delta E$ , estabelecendo que a reação acontecia no ponto  $\Delta z/2$ , o centro de reação do alvo (veremos como calcular  $\Delta z$  mais adiante [20]).

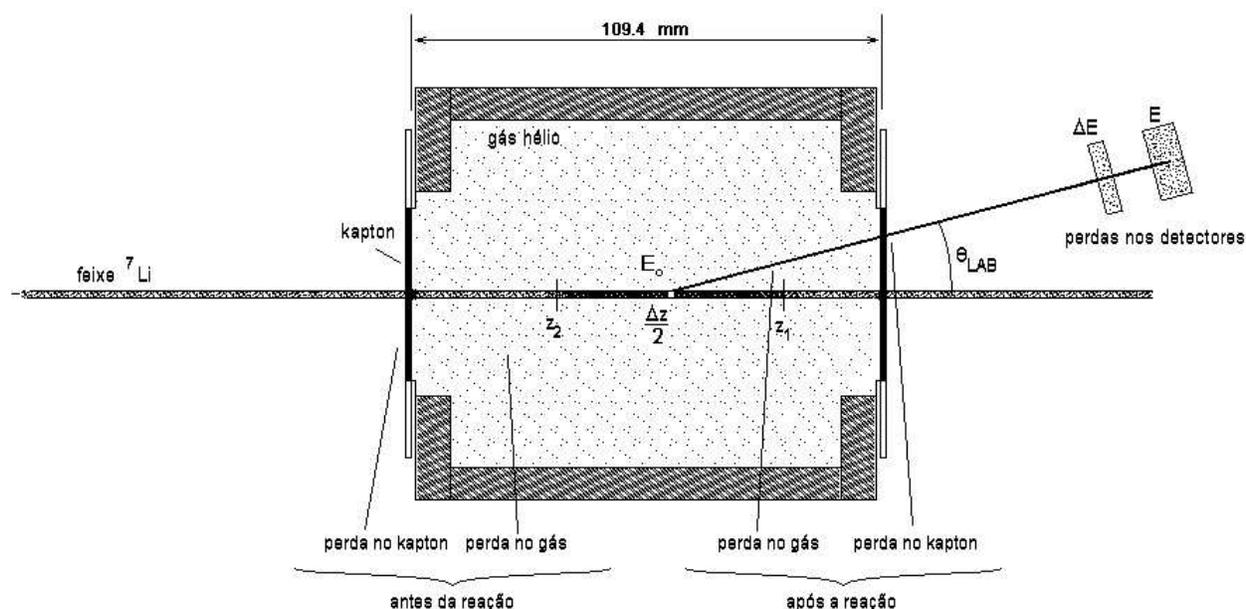


Figura 3.6: Esquema das perdas de energia no alvo gasoso e detectores.

Por meio dos cálculos de cinemática e perda de energia podemos descobrir quais as energias depositadas pelos produtos de reação conhecidos em cada um dos detectores de um certo telescópio; e posteriormente relacionamos as mesmas aos canais observados nos espectros.

<sup>2</sup>O centro do alvo corresponde a posição definida pela metade da espessura de gás no alvo de  $\approx 109.4 \text{ mm}$ . Esse ponto não coincide com o centro de rotação (ou centro da câmara 30B) do alvo.

### 3.2.3 Retas de Calibração

Para podermos caracterizar um dado processo a um pico desconhecido nos vários espectros, torna-se importante a determinação de uma boa calibração em energia desses espectros. Para tanto, usamos os canais dos picos conhecidos. Empregamos os espectros biparamétricos em função da energia total ( $E_{TOTAL} \times \Delta E$ ), onde  $E_{TOTAL} = E_R + \gamma \Delta E$ , conforme Apêndice A. Para obter a calibração confrontamos os canais dos picos nos espectros (somados  $E_{TOTAL} \times \Delta E$  e sem variação hiperbólica) com as respectivas energias obtidas pela cinemática e perdas nos absorvedores.

Nas figuras 3.7, 3.8 e 3.9 mostramos algumas retas de calibração obtidas no terceiro experimento.

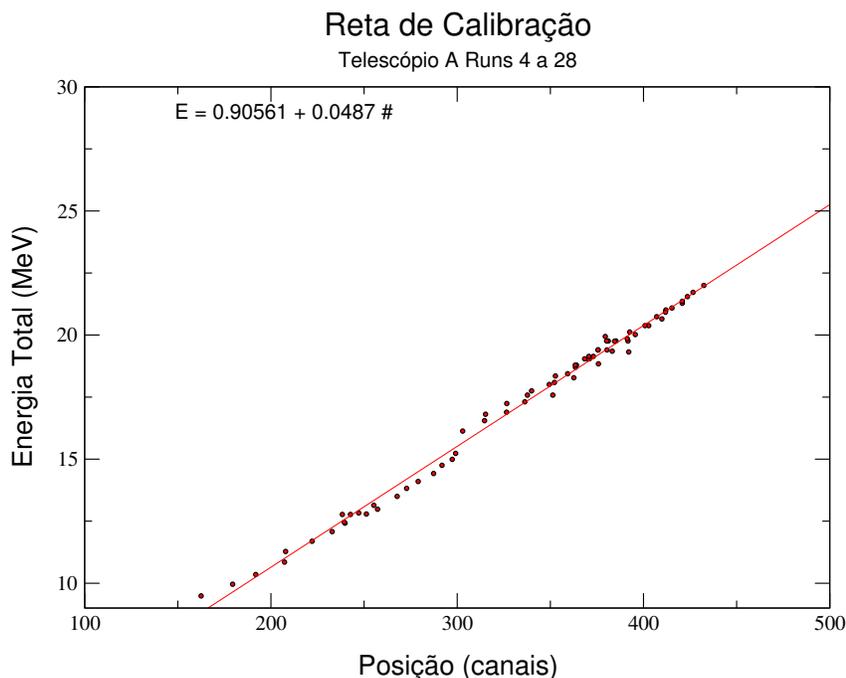


Figura 3.7: *Reta de calibração da energia total  $E$  para o telescópio A.*

Uma vez determinada a calibração, construímos os espectros biparamétricos  $\Delta E - E_{TOTAL}$  devidamente calibrados em energia. O procedimento de conversão dos espectros  $E_R \times \Delta E$  em escalas  $E_{TOTAL} \times \Delta E$  e o uso da expressão  $\Delta t = a(E_R + \gamma \Delta E)^b - aE_R^b$  para visualizar os espectros sem a variação hiperbólica da perda de energia (como está descrito no Apêndice A) foram importantes porque houve uma significativa melhoria de resolução que auxiliou na discriminação correta das áreas.

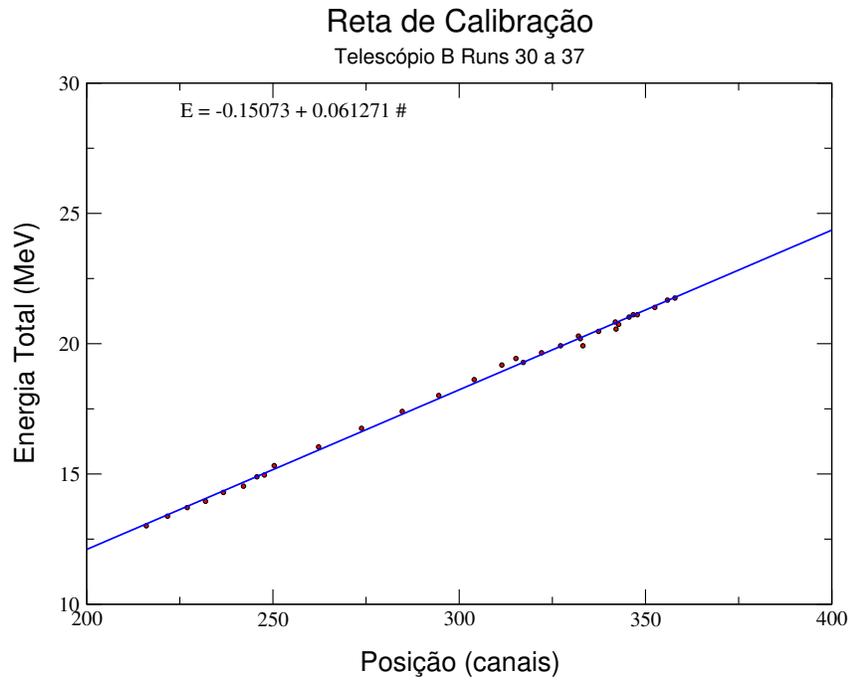


Figura 3.8: *Reta de calibração da energia total  $E$  para o telescópio B.*

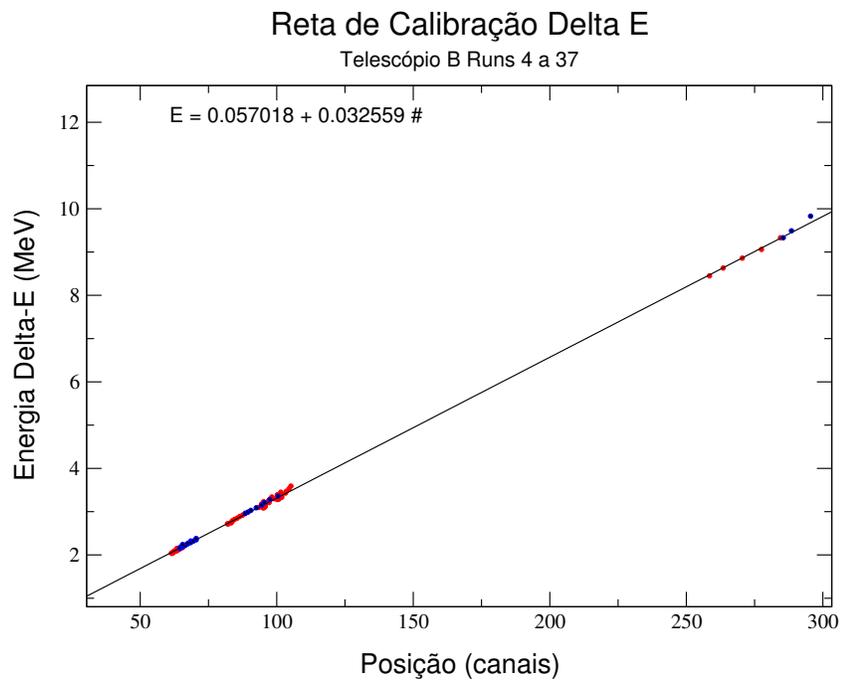


Figura 3.9: *Reta de calibração da perda de energia no detetor  $\Delta E$  para o telescópio B.*

### 3.3 Cálculo da Secção de Choque Experimental

A seção de choque de um determinado mecanismo de reação é dada pela expressão (3.1), onde  $Y$  é o número de partículas detectadas (áreas dos picos) do evento de interesse,  $N_B$  é número de partículas no feixe,  $N_T$  é o número de partículas no alvo  $N_T$  em  $part/cm^2$  e  $\Delta\Omega$  é o ângulo sólido (em  $sr$ ) coberto pelo sistema de detecção:

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{CM} = \frac{Y \times 10^{27}}{N_B N_T \Delta\Omega} J \quad (mb/sr) \quad (3.1)$$

$J = d\Omega_{LAB}/d\Omega_{CM}$  é o jacobiano de transformação do sistema do laboratório para o sistema do centro de massa. O valor do jacobiano é obtido por meio dos cálculos cinemáticos conforme o Apêndice C. A seguir, vamos discutir separadamente como as quantidades que aparecem na expressão (3.1) foram calculadas e os resultados a partir daí obtidos.

#### 3.3.1 Obtenção das Áreas dos Picos

As áreas, posições e larguras dos picos foram obtidas ajustando-se gaussianas aos espectros de energia por um processo de minimização de  $\chi^2$ ; para realizar essa operação empregamos o programa *DAMM* já mencionado. Para obter as contagens referentes a transferência, utilizamos os espectros de energia das partículas alfa ( $Z = 2$ ,  $A = 4$ ) como aquele mostrado na figura 3.4. No espectro de energia das alfas, temos os picos correspondentes a transferência  ${}^4He({}^7Li, {}^4He){}^7Li$  sendo que o  ${}^7Li$  pode estar no estado fundamental ou excitado. Nas figuras 3.10 e 3.11, mostramos alguns ajustes gaussianos realizados para obter separadamente as áreas dos picos.

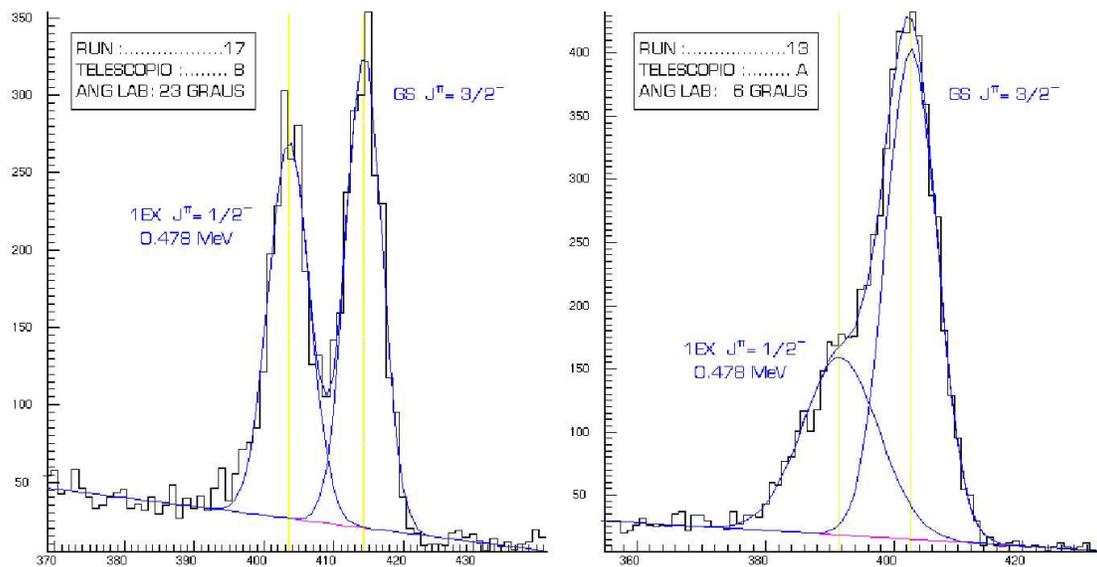


Figura 3.10: Ajustes dos picos GS e primeiro estado excitado de 478 keV. Para obter estes fits supusemos uma distribuição gaussiana de eventos sem assimetrias laterais.

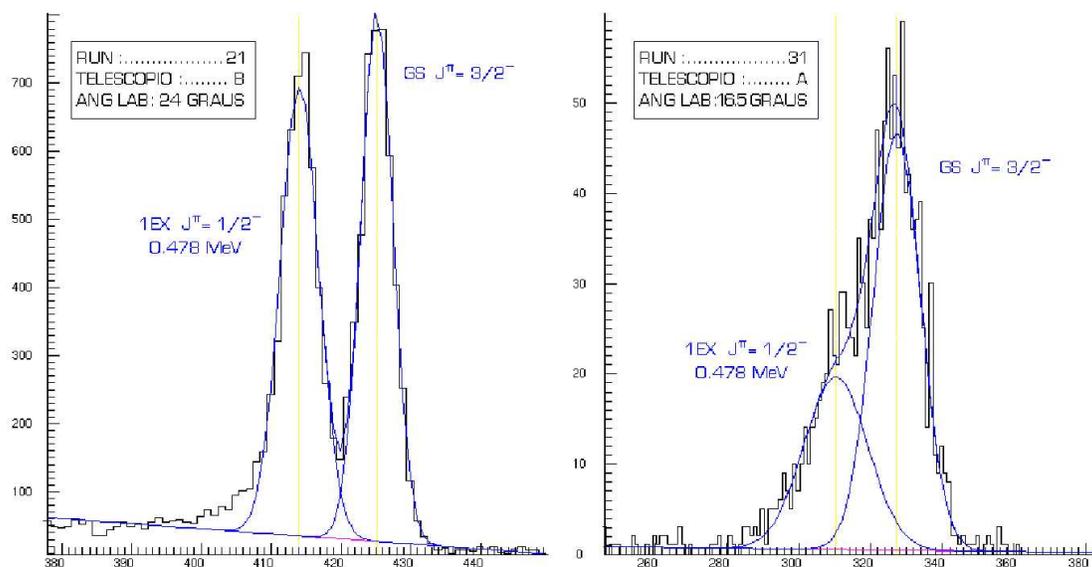


Figura 3.11: Ajustes dos picos GS e primeiro estado excitado de 478 keV. Para obter estes fits supusemos uma distribuição gaussiana de eventos sem assimetrias laterais.

Observamos também os eventos relativos ao segundo estado excitado do  ${}^7\text{Li}$  de 4.652 MeV, os quais foram ajustados e as áreas determinadas da mesma forma. Usamos em todos os ajustes a suposição de um fundo de comportamento linear. A contribuição do fundo refere-se aos processos binários e não-binários de preenchimento do espaço de fase.

Na faixa  $Z = 3$   $A = 7$  do espectro biparamétrico podemos verificar a existência de três picos como já foi ilustrado na figura 3.5. Estes picos estão relacionados ao espalhamento elástico do feixe nos núcleos de  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^{14}\text{N}$  e  ${}^{16}\text{O}$  presentes no alvo. Estes dois últimos elementos provavelmente apareceram de uma contaminação de ar no sistema de alimentação do alvo gasoso. Na figura 3.12 mostramos os ajustes usados na determinação das áreas dos picos acima referidos:

Uma vez que ao variarmos a pressão dentro do alvo gasoso os picos de  ${}^{14}\text{N}$  e  ${}^{16}\text{O}$  aumentaram proporcionalmente, podemos concluir que esses contaminantes eram do gás e não das janelas de Kapton ( $\text{C}_{22}\text{H}_{10}\text{N}_2\text{O}_5$ ). Caso ocorresse a detecção de eventos provenientes das janelas observaríamos um pico de espalhamento elástico dos núcleos de carbono; no entanto não registramos esse fato em nenhum espectro. Isso é razoável já que o sistema de colimadores duplos deve evitar que partículas das janelas atinjam os detectores.

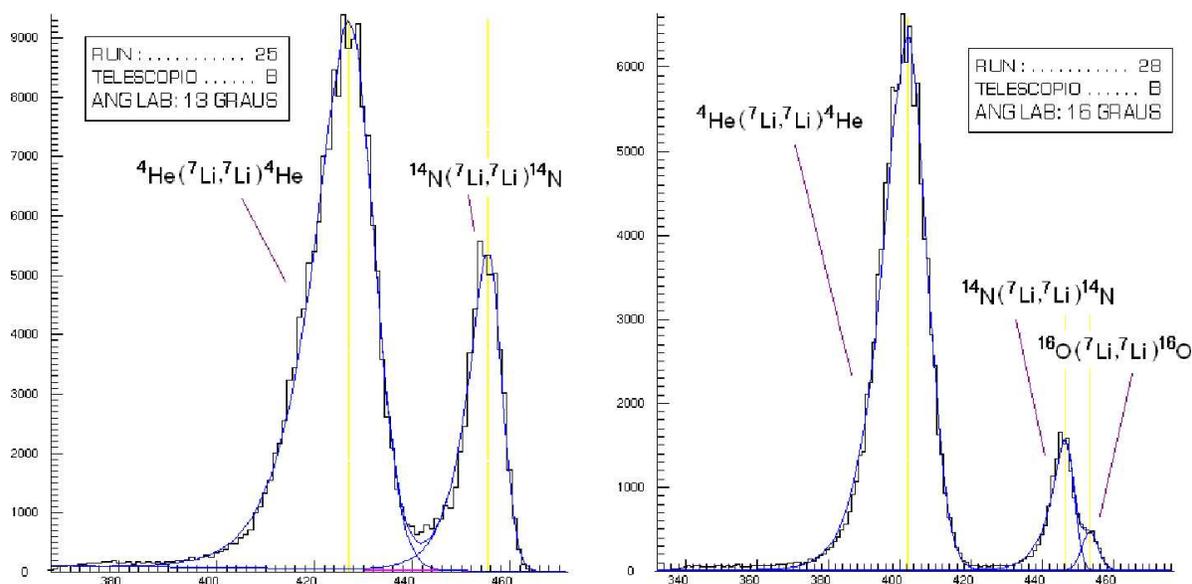


Figura 3.12: Ajustes dos picos de  ${}^7\text{Li}$  referentes ao espalhamento elástico  ${}^4\text{He}({}^7\text{Li}, {}^7\text{Li}){}^4\text{He}$ . Os outros picos esto relacionados a uma contaminação de ar no sistema regulador de pressão.

### 3.3.2 Medidas em Ângulos de Laboratório Próximos a Zero

Na terceira experiência realizamos medidas onde detectamos os núcleos de  ${}^4\text{He}$  com o telescópio  $\Delta E - E$  em ângulos de centro de massa na faixa de  $160^\circ - 180^\circ$  (correspondentes aproximadamente ao intervalo  $0^\circ - 6^\circ$  no sistema do laboratório). Medidas em ângulos de laboratório próximos de zero são difíceis porque o espalhamento elástico é muito intenso nessa região; além disso, podemos ter também a incidência direta do feixe.

Há entretanto um problema a ser resolvido com relação a esta medida frontal; os detetores de barreira de superfície são bastante suscetíveis a danos provocados pelo excesso de radiação causado pela incidência direta do feixe de  ${}^7\text{Li}$ . Nos ângulos frontais a seção de choque de espalhamento aumenta consideravelmente e há dessa maneira, um aumento excessivo do número de contagens que deve ser evitado. Para que sobre os detetores não incida diretamente o feixe de  ${}^7\text{Li}$  e nem os núcleos de  ${}^7\text{Li}$  espalhados, colocamos a frente dos mesmos algumas folhas de alumínio (esp  $\approx 40 \text{ mg/cm}^2$ ); essas folhas impedem a passagem de  ${}^7\text{Li}$  e permitem que apenas os núcleos de  ${}^4\text{He}$  sejam detectados. Naturalmente, a espessura das folhas deve ser ajustada para que isso ocorra. Na figura 3.13, mostramos um dos espectros tomado em ângulos frontais.

Deste modo, medimos núcleos de  ${}^4\text{He}$  relativos a transferência  ${}^4\text{He}({}^7\text{Li}, {}^4\text{He}){}^7\text{Li}$  em ângulos frontais ( $0^\circ < \theta_{lab} < 6^\circ$ ) o que corresponde ao espalhamento do feixe de  ${}^7\text{Li}$  em ângulos próximos de  $\theta_{cm} = 180^\circ$ .

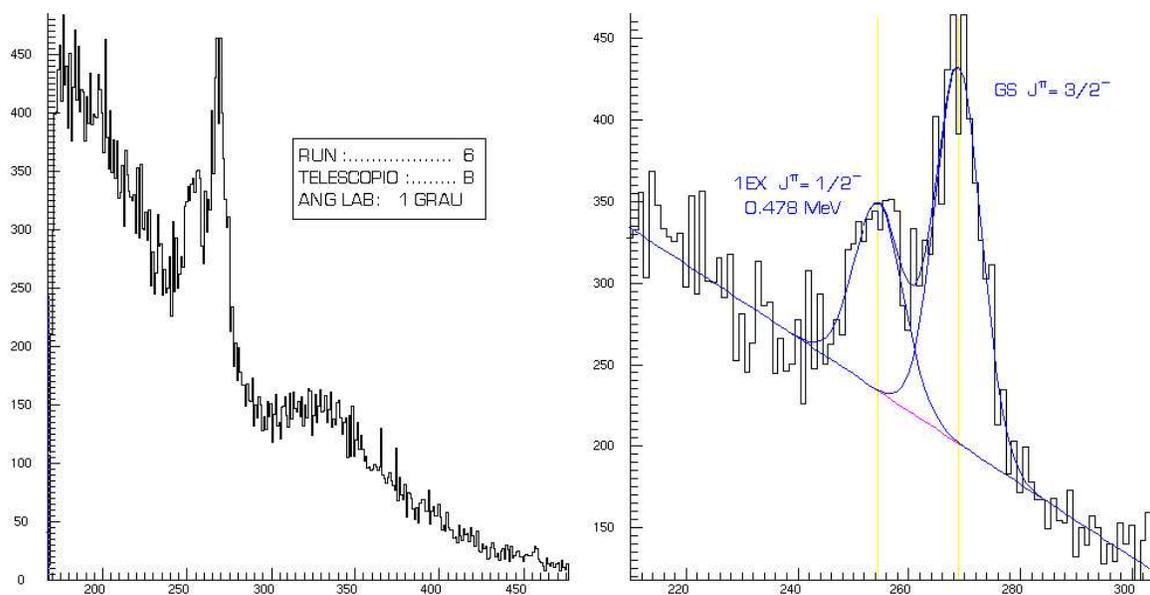


Figura 3.13: Espectro e respectivo ajuste dos picos de  ${}^4\text{He}$  para o estado fundamental e o primeiro estado excitado obtidos em medidas frontais com o uso de folhas de alumínio coladas na frente do telescópio de detecção.

### 3.3.3 Número de Partículas do Feixe

O fluxo de partículas incidentes do feixe de  ${}^7\text{Li}$  pode ser obtido através da medida da carga total  $Q$  integrada pelo copo de Faraday durante o tempo de aquisição. Conhecendo a carga elétrica dos íons que compõem o feixe, ou seja, seu estado de carga  $q$  (aqui  $q = +3$ ), o número de partículas coletadas é dado por:

$$N_B = \frac{Q(C)}{qe} \quad (3.2)$$

a respectiva incerteza associada pode ser determinada através da relação:

$$\sigma_{N_B} = \sqrt{N_B} \quad (3.3)$$

As eventuais variações da intensidade do feixe de  ${}^7\text{Li}$  também foram acompanhadas pelo detector monitor instalado na câmara 30B em um ângulo fixo de  $15^\circ$ . Os espectros de energia monoparamétricos registrados por esse detector eram semelhantes ao apresentado na figura 3.14. A área dos picos elásticos desses espectros deve ser proporcional a intensidade inicial do feixe de  ${}^7\text{Li}$ . No gráfico da figura 3.15, relacionamos a área do pico elástico em função da carga integrada onde fica evidente a proporcionalidade entre ambos. As discrepâncias observadas devem-se provavelmente a influência do corpo do alvo gasoso ao bloquear parte do fluxo de eventos para o detector monitor. O número de partículas incidentes foi obtido a partir dos dados do integrador usando a correção do monitor nos pontos onde observamos os desvios de linearidade.

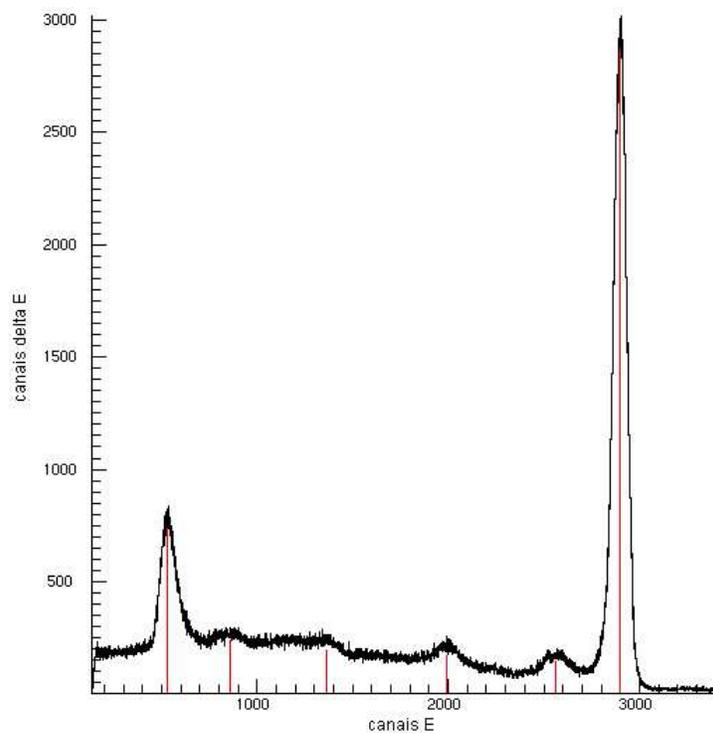


Figura 3.14: *Aspecto de um dos espectros obtido pelo detetor monitor posicionado em  $\theta_{lab} = 15^\circ$ . Pode-se notar facilmente a proeminência do pico elástico.*

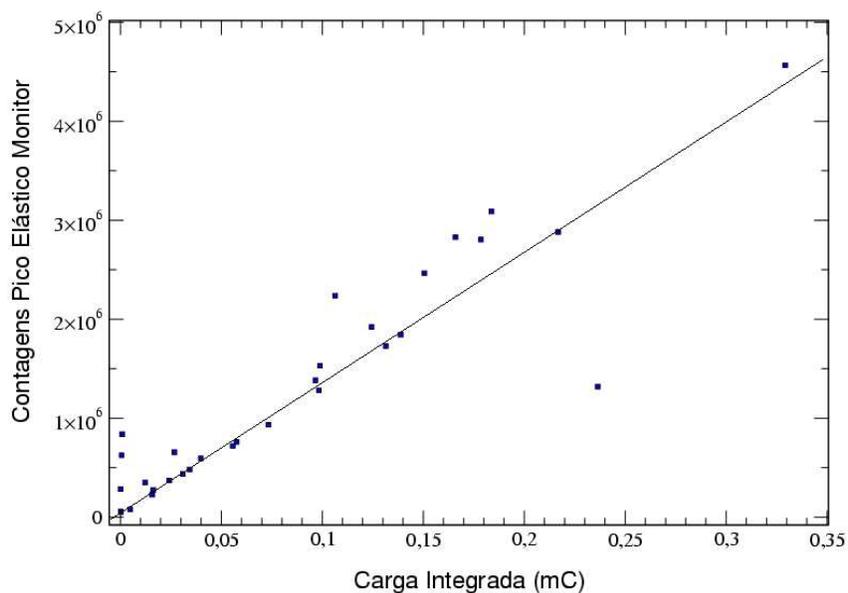


Figura 3.15: *Comparação entre as áreas do pico elástico do monitor com a carga integrada pelo copo de Faraday durante o terceiro experimento.*

### 3.3.4 Cálculo Analítico do Ângulo Sólido

Uma das dificuldades relativas a adoção de um alvo gasoso diz respeito ao cálculo do ângulo sólido subentendido pelo sistema de detecção. Geralmente, para os alvos sólidos delgados, cujo sistema de detecção apresenta uma única fenda, utiliza-se a aproximação de fonte puntiforme:

$$\Delta\Omega = \frac{A}{R^2} \quad (3.4)$$

onde  $A$  é a área de abertura da fenda e  $R$  a sua distância até a fonte (alvo). Para um alvo gasoso cujo sistema de detecção é composto por duas fendas, o cálculo do ângulo sólido é um pouco mais complexo. A definição geral do elemento de ângulo sólido coberto por um elemento infinitesimal de área  $d\mathbf{A}$ , cujo vetor normal  $\mathbf{R}_0$  faz um ângulo  $\alpha$  com a direção (vetor  $\mathbf{R}$ ) em que se encontra a fonte de volume infinitesimal  $d\mathbf{V}$  é:

$$\Delta\Omega = \int_{\mathcal{V}} d\mathbf{V} \int_{\mathcal{A}} \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{R}_0}{R^3 R_0} dA = \int_{\mathcal{V}} d\mathbf{V} \int_{\mathcal{A}} \frac{\cos \alpha}{R^2} dA \quad (3.5)$$

Em nosso caso, a fonte de volume  $\mathbf{V}$  tem a forma gerada pelo caminho descrito pelo feixe através do gás. Apesar do diâmetro do feixe ser pequeno ele é finito ( $\sim 3 - 4 \text{ mm}$ ), e nesse caso podemos supor que essa fonte tem basicamente a forma de um cilindro, onde desprezamos efeitos de divergência, *straggling* angular e ovalização de perfil do mesmo.

Afim de obtermos uma expressão analítica para o ângulo sólido e para o número efetivo de partículas no alvo vamos adotar as expressões obtidas por Silverstein na referência [20]. Nesta seção iremos reproduzir o desenvolvimento apresentado por Silverstein em seu artigo.

De acordo com esse trabalho, a expressão para o número de partículas que atravessam um sistema de fendas é dada por:

$$Y = \frac{N_B N G \sigma}{\sin \theta_0} \quad (3.6)$$

aqui  $\sigma$  representa a seção de choque diferencial;  $N$  diz respeito ao número de partículas presentes no alvo por unidade de volume. O ângulo do sistema de fendas  $\theta_0$  deve ser igual ao ângulo de laboratório do telescópio  $\theta_{lab}$ . Na figura 3.16 mostramos um diagrama esquemático da situação em questão.

Na expressão (3.6) o ângulo sólido não aparece explicitamente, pois está imbutido no fator geométrico  $G$ . O fator  $G$  pode ser obtido, considerando-se o tipo de geometria adotado. A partir da definição usual da seção de choque (abreviamos  $d\sigma/d\Omega$  para somente  $\sigma$  como em (3.6)) temos:

$$\sigma = \frac{Y}{N_B N_T \Delta\Omega} \quad (3.7)$$

Neste cálculo vamos primeiramente desprezar quaisquer efeitos de diâmetro finito, de modo que ao passar pelo alvo o feixe possui não a forma de um cilindro, mas sim a forma linear. Sendo  $\Delta z$  o comprimento longitudinal da linha de feixe que contribui como fonte de eventos, têm-se:

$$d^3Y = N_B N \sigma(\theta) d\Omega dz \quad (3.8)$$

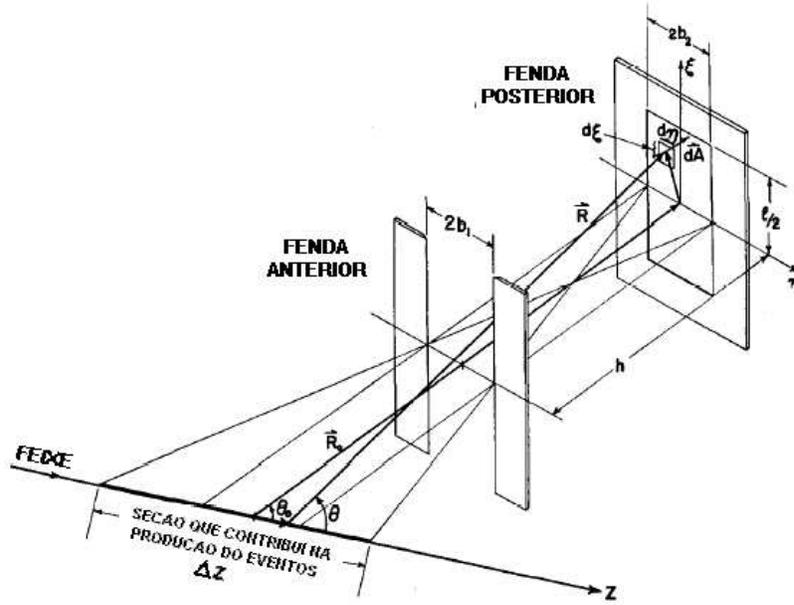


Figura 3.16: Diagrama do sistema de fendas retangulares usadas para detecção em experimentos com alvos gasosos.

na qual por comparação com (3.1) podemos notar que  $N_T = N\Delta z$ . Conforme a definição de ângulo sólido apresentada em (3.5) e especificando um sistema de coordenadas  $(\eta, \xi)$  sobre a fenda posterior para que tenhamos  $dA = d\xi d\eta$  consegue-se estabelecer as seguintes expressões:

$$d\Omega = \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{R}_0}{R^3 R_0} d\xi d\eta \quad (3.9)$$

$$\frac{\mathcal{J}}{R_0^2} = \frac{\mathbf{R} \cdot \mathbf{R}_0}{R^3 R_0}$$

sendo o elemento diferencial das contagens dado por:

$$d^3Y = N_B N \sigma(\theta) \frac{\mathcal{J}}{R_0^2} d\xi d\eta dz \quad (3.10)$$

São as coordenadas  $(\eta, \xi)$  da fenda posterior que definem os limites superior  $z_2$  e inferior  $z_1$  do comprimento  $\Delta z = z_2 - z_1$ . A produção de eventos segundo essas variáveis é então:

$$Y = \frac{N_B N}{R_0^2} \int_A d\xi d\eta \int_{z_1}^{z_2} \mathcal{J} \sigma(\theta) dz \quad (3.11)$$

A dependência probabilística angular expressa pela seção de choque  $\sigma(\theta)$  é de antemão desconhecida, no entanto, podemos representá-la por meio de uma expansão em série de potências em torno do ângulo de laboratório  $\theta_0$ :

$$\sigma(\theta) = \sigma \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{\sigma^{(n)}}{\sigma} (\Delta\theta)^n \quad (3.12)$$

onde

$$\Delta\theta = \theta - \theta_0$$

Desse modo, igualando as expressões (3.6) e (3.11) verificamos que o fator geométrico é dado por:

$$G = \frac{s}{R_0^2} \int_{\mathcal{A}} d\xi d\eta \int_{z_1}^{z_2} \mathcal{J} \left[ \sigma \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{\sigma^{(n)}}{\sigma} (\Delta\theta)^n \right] dz \quad (3.13)$$

Os limites de integração  $z_1$  e  $z_2$  podem ser obtidos por semelhança de triângulos da figura 3.16:

$$z_1 = -\frac{R_0}{sh} \frac{[b_1 + (1 - \frac{h}{R_0})b_2]}{[1 - \frac{c}{s} \frac{1}{h}(b_1 + b_2)]} \quad z_2 = +\frac{R_0}{sh} \frac{[b_1 + (1 - \frac{h}{R_0})b_2]}{[1 + \frac{c}{s} \frac{1}{h}(b_1 + b_2)]} \quad (3.14)$$

onde  $s = \sin \theta_0$  e  $c = \cos \theta_0$ . Após a aplicação das relações geométricas e sucessivas expansões e integrações de seus termos, podemos expressar  $G$  da seguinte forma:

$$G = G_{00} \left[ 1 + \Delta_0 + \frac{\sigma^{(1)}}{\sigma} \Delta_1 + \frac{\sigma^{(2)}}{\sigma} \Delta_2 + \dots \right] \quad (3.15)$$

As contribuições dependentes dos termos da expansão da seção de choque  $\sigma^{(1)}, \sigma^{(2)}, \dots$  não nos são conhecidas, portanto aqui faremos uso apenas dos primeiros fatores, desprezando os termos de ordens superiores.

$$G \approx G_{00} [1 + \Delta_0]$$

$$G_{00} = \frac{4b_1 b_2 l}{R_0 h} \quad (3.16)$$

$$\Delta_0 = \frac{1}{3} \frac{c^2}{s^2} \frac{b_2^2}{R_0^2} - \frac{1}{2h^2} (b_1^2 + b_2^2) - \frac{1}{8} \frac{l^2}{R_0^2}$$

Para um feixe de diâmetro finito  $D$  (fonte cilíndrica) o efeito médio das contribuições de seus elementos lineares produz apenas uma correção adicional:

$$G \approx G_{00} [1 + \Delta_{0fb}]$$

onde

$$\Delta_{0fb} = \Delta_0 + \frac{1}{16} \frac{D^2}{R_0^2} \left[ \frac{1}{s^2} - \frac{3}{2} \right] \quad (3.17)$$

Finalmente, comparando as expressões contidas em (3.6) e (3.7) concluímos que o ângulo sólido relaciona-se como fator geométrico de acordo com:

$$\Delta\Omega = \frac{G}{\Delta z \sin \theta_0} \quad (3.18)$$

Estas foram as expressões analíticas usadas no cálculo do ângulo sólido, as quais apesar do aspecto, são bastante simples envolvendo apenas características geométricas do sistema de fendas. Para estimativa dos erros no ângulo sólido e no comprimento longitudinal  $\Delta z$  utilizamos as seguintes fórmulas:

$$\frac{\sigma_{\Delta z}}{\Delta z} = \sqrt{2} \sqrt{\left[1 + \left(\frac{c}{sh}\right)^2\right] \sigma_{b_1}^2 + \left[\left(1 - \frac{h}{R_0}\right)^2 + \left(\frac{c}{sh}\right)^2\right] \sigma_{b_2}^2 + \left(\frac{s}{c} \sigma_{\theta_0}\right)^2}$$

$$\frac{\sigma_{\Delta \Omega}}{\Delta \Omega} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{b_1}}{b_1}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{b_2}}{b_2}\right)^2 + \left(\frac{s}{c} \sigma_{\theta_0}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta z}}{\Delta z}\right)^2}$$
(3.19)

### 3.3.5 Número de Partículas no Alvo

Outra grandeza importante no cálculo da seção de choque experimental é o número de núcleos de hélio por unidade de área de uma seção reta do alvo gasoso. Por hipótese, consideramos um meio gasoso homogêneo a uma dada pressão  $p$ , composto por  $M/A$  mols ( $M$  é a massa molar e  $A$  a massa atômica) de núcleos de hélio. Assim, se para cada 22.4 litros de volume temos  $6.02 \times 10^{23}$  partículas em uma pressão de 76 *cmHg*, conseguimos deduzir que na pressão  $p$  têm-se:

$$N_T = \Delta z(\text{cm}) \frac{p(\text{cmHg})}{76} \frac{M}{A} \frac{6.02 \times 10^{23}}{22.4 \times 10^3(\text{cm}^3)} \quad (\text{part}/\text{cm}^2)$$
(3.20)

A massa molar do hélio é igual a própria massa atômica  $M = A = 4.002602$ . Os respectivos erros são calculados de acordo com:

$$\sigma_{N_T} = N_T \sqrt{\left(\frac{\sigma_{\Delta z}}{\Delta z}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_p}{p}\right)^2}$$
(3.21)

Entretanto, nos espectros mostrados anteriormente, observamos a ocorrência de uma pequena contaminação de ar ( $^{14}\text{N}$  e  $^{16}\text{O}$ ) no alvo gasoso, evidenciada pelo aparecimento de picos adicionais correspondentes ao espalhamento de  $^7\text{Li}$  nesses núcleos. Assumindo que a seção de choque varia com  $Z^2$  (como no espalhamento de Rutherford) e comparando as áreas dos picos correspondentes ao espalhamento de  $^7\text{Li}$  em nitrogênio e hélio verificamos que a contaminação de ar foi menor que 2%.

### 3.3.6 Medidas Acima de $\theta_{lab} = 20^\circ$

Para que pudéssemos medir ângulos maiores que  $\theta_{lab} = 20^\circ$  durante os experimentos, giramos o corpo do alvo gasoso para ampliar a faixa angular observada. Em ângulos de laboratório superiores a  $20^\circ$ , as contagens dos eventos eram alteradas e reduzidas pela obstrução provocada pela janela do alvo gasoso. Ao girarmos o corpo do alvo gasoso em torno de seu ponto de fixação por  $10^\circ$  aumentamos o alcance angular das medidas para  $30^\circ$ . Com uso das expressões analíticas para o cálculo do ângulo sólido supomos a existência de apenas duas fendas de detecção. Para ângulos maiores que  $20^\circ$  devemos considerar a janela do alvo gasoso como sendo uma fenda extra. A fenda adicional referente à abertura retangular de saída do alvo gasoso possui dimensões  $35 \times 10 \text{ mm}$  (veja figura 2.6).

Para efetuarmos o cálculo do ângulo sólido com um sistema de três fendas optamos pelo uso de uma simulação de Monte Carlo. Construímos dessa maneira o programa CYCLOPE, para o cálculo do ângulo sólido compreendido por inúmeras fendas (com perfil retangular ou circular) quando da observação de uma fonte cilíndrica de eventos (interseção do feixe de partículas com o gás do alvo). A partir deste programa também podemos extrair o valor do número de partículas do alvo, calculando o respectivo comprimento  $\Delta z$ . Os detalhes da simulação de Monte Carlo encontram-se no Apêndice D. Pelo cálculo realizado com a simulação, verificamos que os resultados são os mesmos que aqueles fornecidos pelo cálculo analítico de Silverstein [20], diferindo apenas onde ocorre a influência da abertura de saída do alvo. Sem girar o alvo não há redução até aproximadamente  $20^\circ$ ; depois que giramos o alvo podemos medir até cerca de  $30^\circ$ .

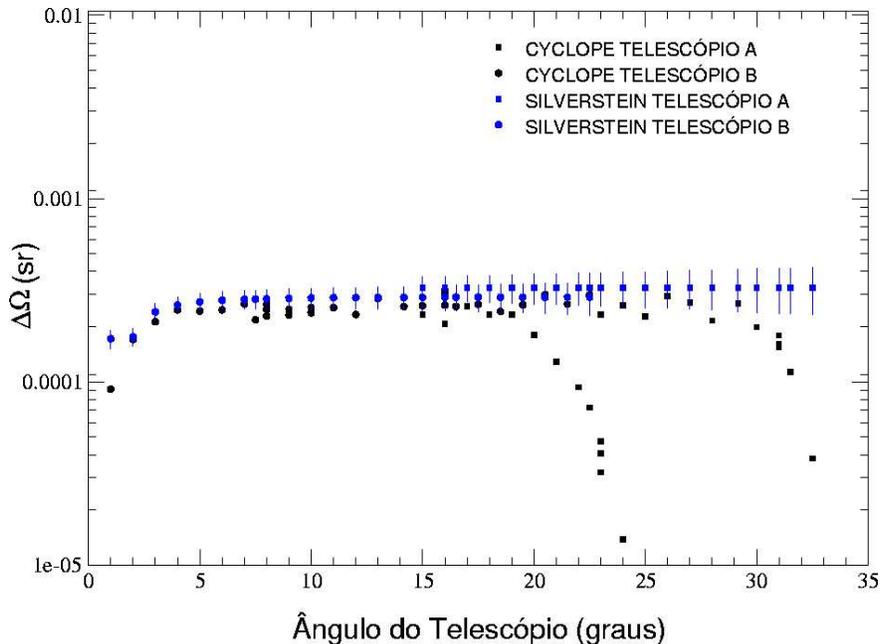


Figura 3.17: Comparação dos valores do ângulo sólido  $\Delta\Omega$  obtidos com o programa CYCLOPE e os valores calculados analiticamente, conforme indicado por Silverstein na referência [20]. A maior diferença entre os valores determinados numericamente e analiticamente ocorre quando há influência da abertura de saída do alvo.

Para ângulos muito pequenos a expressão analítica também não funciona pois gera um comprimento  $\Delta z$  maior que o corpo do alvo gasoso. Nestes ângulos também usamos o programa CYCLOPE para calcular os valores de  $\Delta\Omega$  e  $\Delta z$ .

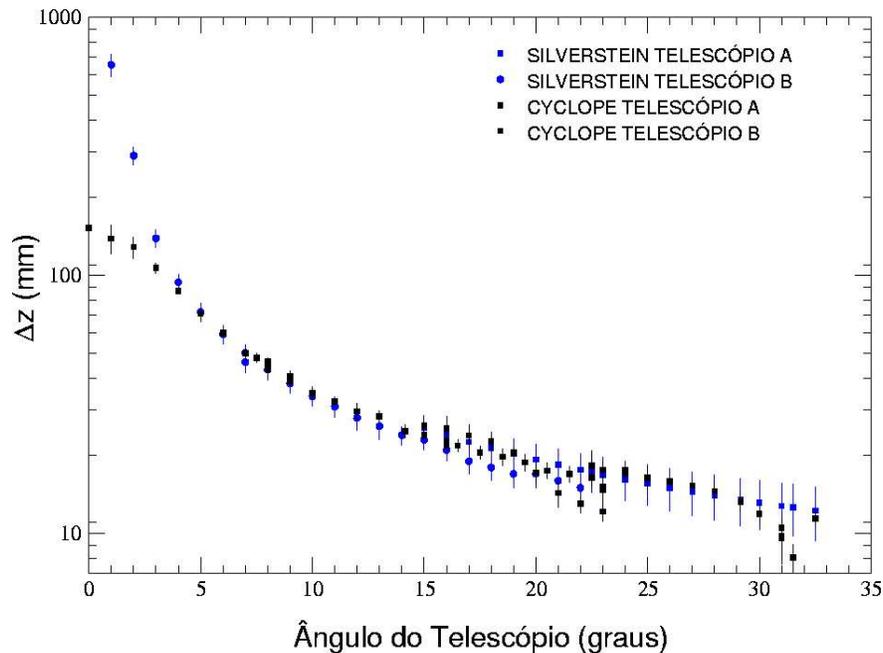


Figura 3.18: Comparação da espessura efetiva  $\Delta z$  obtida com o programa CYCLOPE e os valores calculados analiticamente, conforme indicado por Silverstein na referência [20].

Nas figuras 3.17 e 3.18, podemos notar o efeito provocado ao incluirmos outra fenda (abertura de saída do alvo) na avaliação de  $\Delta z$  e  $\Delta\Omega$ . As expressões analíticas consideram apenas as duas fendas do telescópio de detecção e desta forma não prevêem as diminuições verificadas no ângulo sólido. Quando o ângulo do telescópio de detecção aproxima-se de  $\theta_{lab} = 20^\circ$  o corpo do alvo gasoso começa a bloquear parte do fluxo esperado e por isso ocorre uma redução tanto no valor de  $\Delta z$  quanto de  $\Delta\Omega$ . No experimento, giramos o alvo gasoso em torno de seu eixo de fixação e desta maneira conseguimos medir até cerca de  $\theta_{lab} = 30^\circ$  sem que houvesse tal bloqueio.

### 3.4 Seções de Choque Experimentais

Empregando os procedimentos anteriores para obtenção de  $N_B$ ,  $N_T$  e  $\Delta\Omega$  e as áreas dos picos na expressão (3.1) encontramos os valores experimentais para a seção de choque diferencial para cada ângulo dos eventos considerados.

Assim, complementando o cálculo usual com tal simulação obtivemos as distribuições angulares que são mostradas nas figuras 3.19, 3.20 e 3.21 para os dois valores de energia empregados,  $E_{CM} = 9.67$  e  $10.62$  MeV.

Os valores encontrados para as seções de choque diferencial medidas apresentam boa concordância em termos de ordem de grandeza e fase das oscilações. As distribuições angulares obtidas são mais completas que aquelas medidas em outras energias disponíveis na

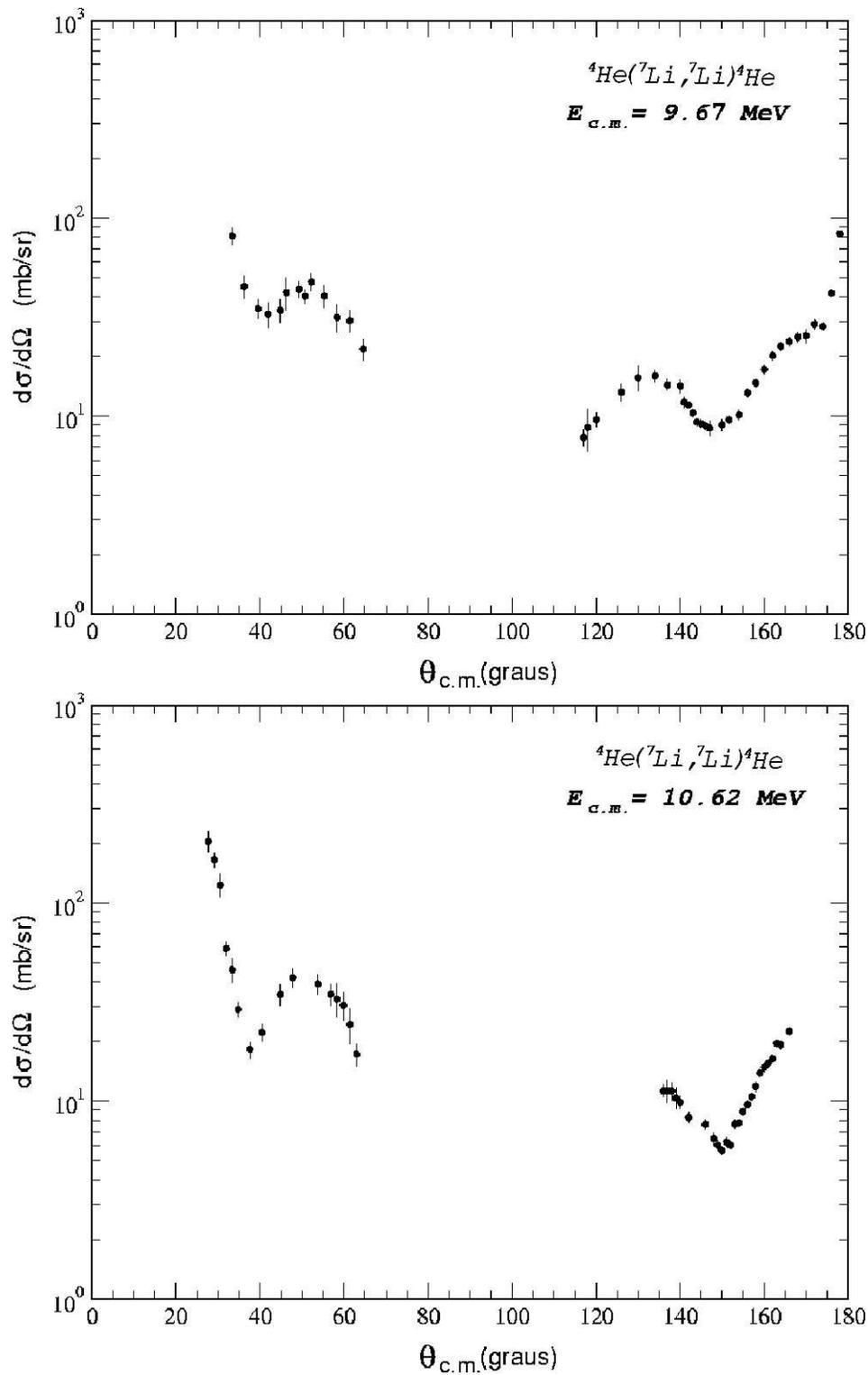


Figura 3.19: Distribuições angulares experimentais elásticas do espalhamento de núcleos de  ${}^7\text{Li}$  em partículas  $\alpha$  obtidas nos valores de energia acima especificados.

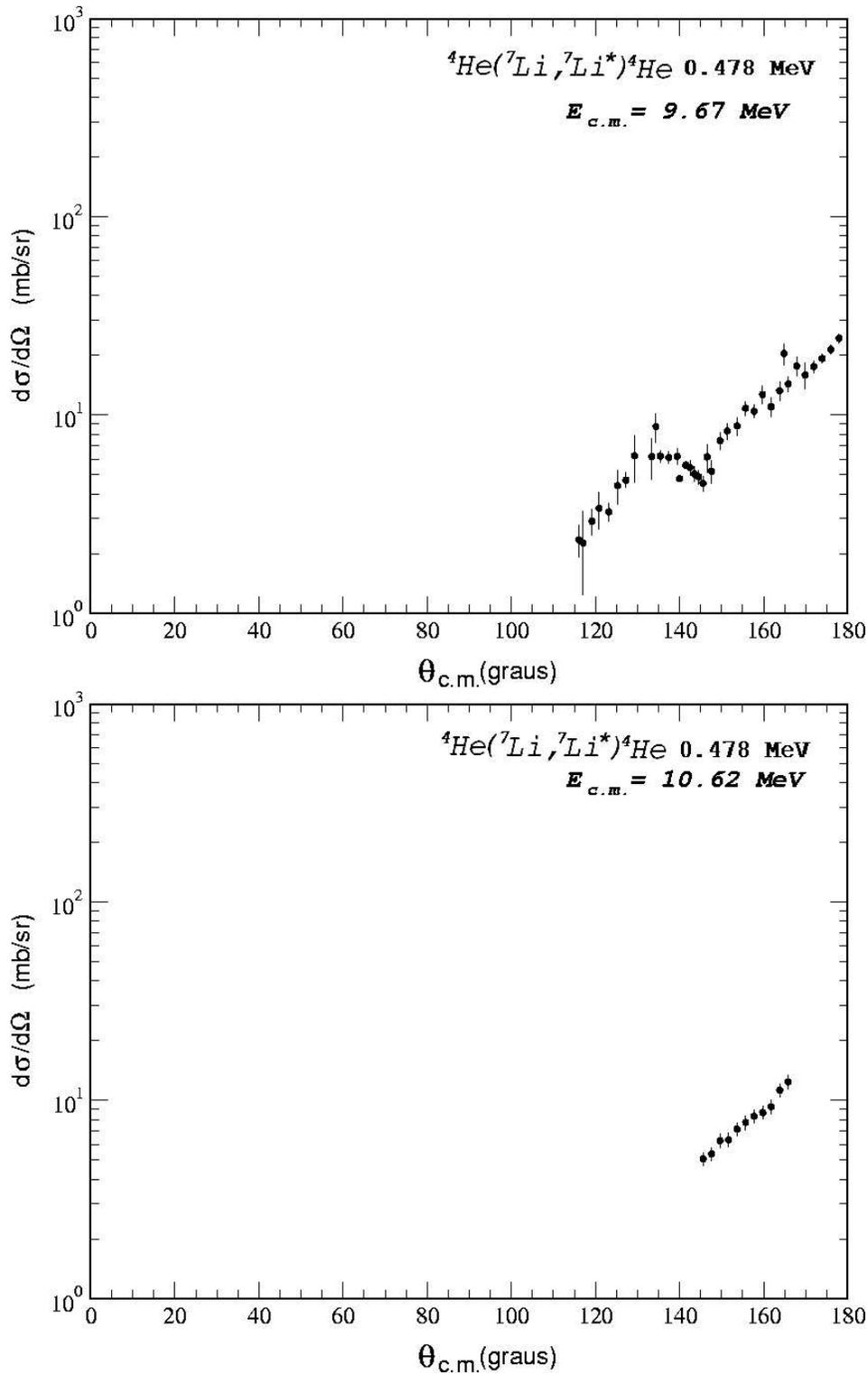


Figura 3.20: Distribuições angulares experimentais inelásticas do espalhamento de núcleos de  ${}^7\text{Li}$  em partículas  $\alpha$  em relação a excitação do  ${}^7\text{Li}$  no estado de 0.478 MeV.

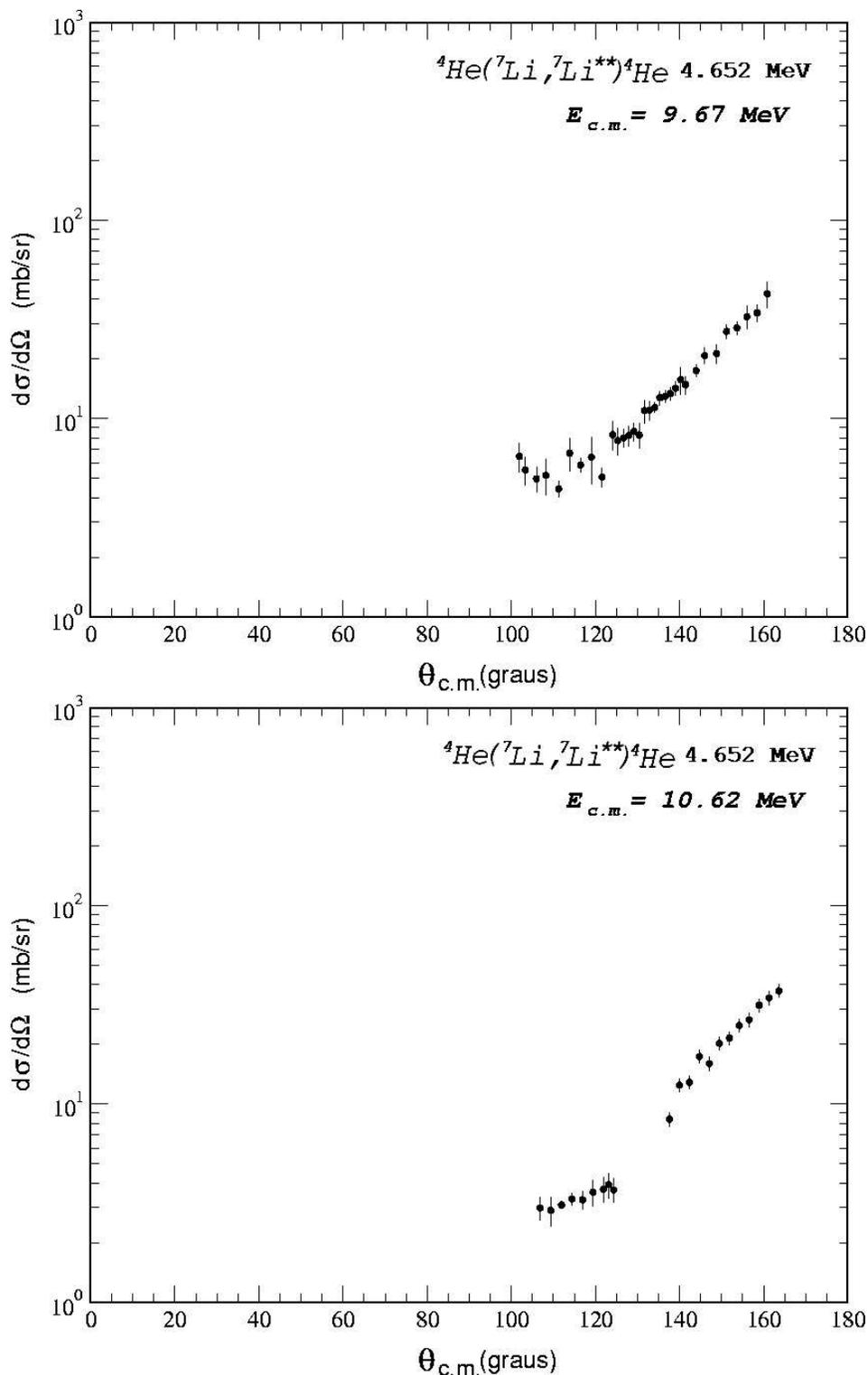


Figura 3.21: Distribuições angulares experimentais inelásticas do espalhamento de núcleos de  ${}^7\text{Li}$  em partículas  $\alpha$  com a excitação do  ${}^7\text{Li}$  no estado de 4.652 MeV.

literatura, pois medimos a seção de choque em ângulos próximos a  $\theta_{c.m.} = 180^\circ$ . A medida da seção de choque para estes ângulos é bastante importante porque essa é a região em que há uma predominância do processo de transferência; processo esse que estamos interessados.

A parte das distribuições angulares correspondente a  $\theta_{c.m.} < 90^\circ$  diz respeito principalmente ao processo elástico  ${}^4\text{He}({}^7\text{Li}, {}^7\text{Li}){}^4\text{He}$ , enquanto na porção restante  $\theta_{c.m.} > 90^\circ$  os processos de transferência elástica ou inelástica de um trítio tornam-se mais relevantes.

Como foi mencionado no início do capítulo, também efetuamos a medida da função de excitação para os processos considerados em um intervalo de energia correspondente a  $9.67 \leq E_{c.m.} \leq 10.70 \text{ MeV}$ . Nas figuras 3.22 e 3.23, são apresentadas as medidas experimentais das funções de excitação.

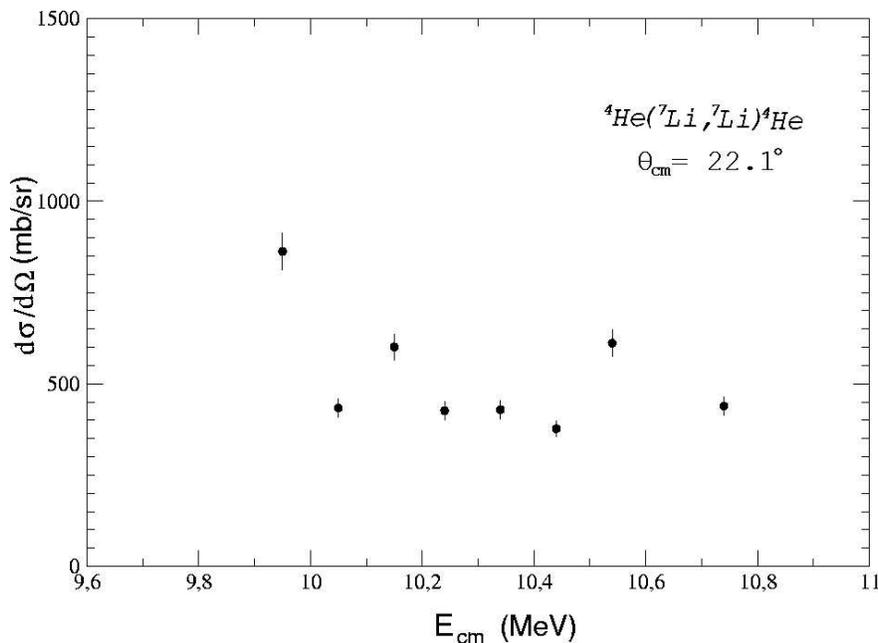


Figura 3.22: Função de excitação diferencial referente ao processo elástico para o ângulo aproximado de  $\theta_{c.m.} \approx 22^\circ$  ( $\theta_{lab} = 8^\circ$ ).

Podemos perceber no processo elástico da figura 3.22 que não existem variações significantes no valor da seção de choque em função da energia que evidenciem a presença de uma ressonância próxima ao intervalo de energia considerado. O mesmo comentário é válido para os processos de transferência mostrados nas figuras 3.23 e 3.24, os quais não caracterizam um comportamento ressonante. A presença de fortes ressonâncias poderia inviabilizar a obtenção correta do fator espectroscópico e ANC.

Nos próximos capítulos vamos explicitar o ferramental teórico que usaremos para estudar o espalhamento elástico (Modelo Óptico) e a transferência (DWBA).

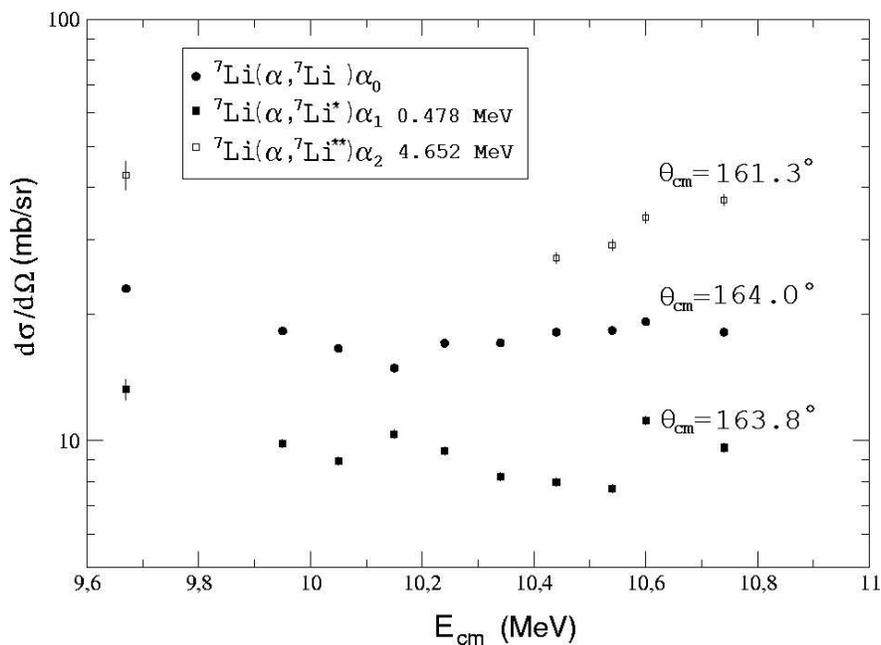


Figura 3.23: Função de excitação diferencial elástica e inelástica referente a população do primeiro e segundo estados excitados do  ${}^7\text{Li}$  para o ângulo  $\theta_{lab} = 8^\circ$ .

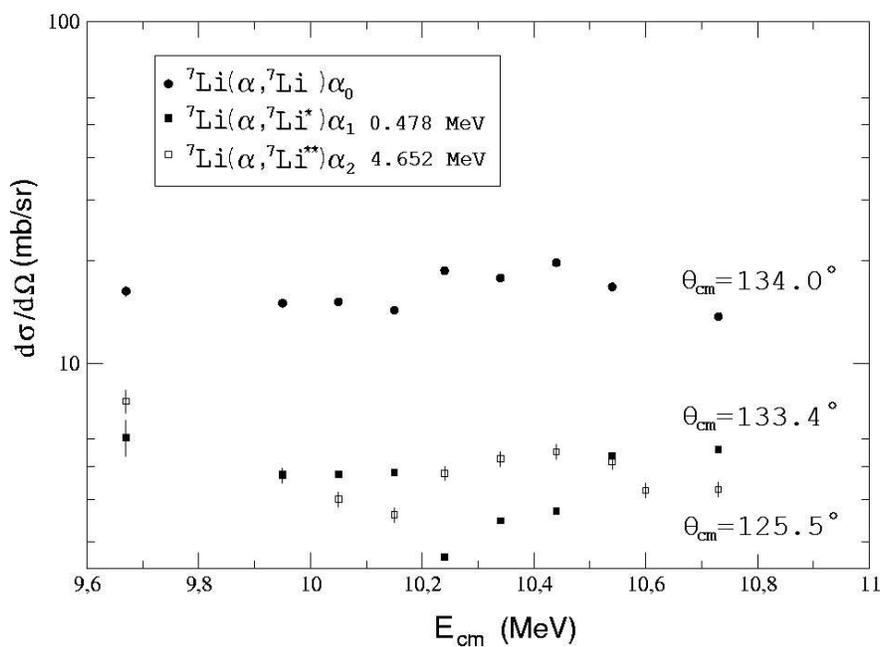


Figura 3.24: Função de excitação diferencial elástica e inelástica referente a população do primeiro e segundo estados excitados do  ${}^7\text{Li}$  para o ângulo  $\theta_{lab} = 23^\circ$ .

# Capítulo 4

## Análise do Espalhamento Elástico

A formulação de uma teoria de reações nucleares a partir de considerações microscópicas é bastante difícil em virtude do problema de muitos corpos implícito à colisão de dois núcleos. Alternativamente recorre-se à elaboração e aplicação de modelos fenomenológicos que de modo efetivo reproduzam os resultados experimentais observados. Para descrever o espalhamento elástico temos por exemplo o Modelo Óptico. Tal modelo assume a existência de um potencial complexo definido por um conjunto de parâmetros fixos de modo a descrever os dados experimentais para o espalhamento elástico de dois núcleos. Os parâmetros do potencial podem ser encontrados na prática ajustando-se a distribuição angular calculada aos pontos experimentais por um processo de minimização de  $\chi^2$

Neste contexto, usaremos as distribuições angulares que obtivemos nas energias de  $E_{cm} = 9.67$  e  $E_{cm} = 10.62$  MeV, além de diversas outras extraídas da literatura medidas em energias diferentes, para obter um conjunto de parâmetros do potencial óptico que descreva de forma global todas as distribuições. O potencial encontrado será usado na próxima etapa para gerar as ondas distorcidas necessárias nos cálculos de DWBA.

### 4.1 Modelo Óptico

Uma reação do tipo  $a + A \rightarrow b + B$  pode ser representada como uma transição do canal de entrada  $\alpha = \{a, A\}$  para o canal de saída  $\beta = \{b, B\}$ . Ao utilizar um tratamento quântico, devemos associar a esses canais (ou partições) estados de uma determinada função de onda  $\Psi$ . A transição entre os canais se perfaz pela aplicação de um operador Hamiltoniano  $H$  apropriado. O problema de espalhamento reduz-se então a solução da equação de Schrödinger:

$$H|\Psi\rangle = E|\Psi\rangle \tag{4.1}$$

O operador Hamiltoniano contém a energia cinética  $\hat{T}_i$  relacionada ao movimento relativo projétil-alvo para o canal  $i$ :

$$\hat{T}_i = -\frac{\hbar^2}{2\mu_i} \nabla_{\mathbf{R}_i}^2 \quad (4.2)$$

onde  $\mu_i$  é a massa reduzida da partição:

$$\mu_i = \frac{m_{pi}m_{ti}}{m_{pi} + m_{ti}} \quad (4.3)$$

Caso um ou ambos os elementos da partição  $p - t$  (projétil-alvo) seja constituído por diversos nucleons torna-se necessário incluir o efeito dos operadores Hamiltonianos internos. Tais operadores aplicados aos autoestados internos  $\psi$  reproduzem os estados ligados:

$$\begin{aligned} h_{pi}\psi_{pi} &= \epsilon_{pi}\psi_{pi} \\ h_{ti}\psi_{ti} &= \epsilon_{ti}\psi_{ti} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Finalmente acrescentamos ao operador Hamiltoniano total a energia potencial  $U$  dos nucleons do projétil imersos no campo dos nucleons do alvo. O operador Hamiltoniano total deve ser escrito como:

$$H = -\frac{\hbar^2}{2\mu_i} \nabla_{\mathbf{R}_i}^2 + h_{pi} + h_{ti} + U \quad (4.5)$$

Encontrar um potencial de interação  $U$  que inclua todos os canais de reação para os estados de espalhamento elástico, de transferência e inelásticos não é uma tarefa simples; o que geralmente se faz é adotar um modelo que explique apenas a parcela de reações diretas de todo o espaço de Hilbert. Os canais de reações diretas estão relacionados ao canal elástico de entrada. Caso ocorra a formação de um estado intermediário  $A^*$ , de modo que  $a + A \rightarrow A^* \rightarrow b + B$ , teremos um estado ressonante de núcleo composto, que está fora do escopo das reações diretas.

No espaço de soluções modelo para as reações diretas a solução é dada como uma expansão em termos do conjunto ortonormal completo das autofunções  $\psi_i$ :

$$|\Psi\rangle = \sum_i \chi_i(\mathbf{R}_i) |\psi_{pi}\psi_{ti}\rangle \quad (4.6)$$

Sendo  $\chi_i(\mathbf{R}_i)$  a função de onda correspondente ao movimento relativo dos componentes da partição separados pelo vetor  $\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_{pi} - \mathbf{R}_{ti}$ . Inserindo a solução proposta na equação de Schrödinger temos:

$$\sum_i [\hat{T}_i(\mathbf{R}_i) + U_i - E_i] \chi_i(\mathbf{R}_i) |\psi_{pi}\psi_{ti}\rangle = 0 \quad (4.7)$$

onde  $E_i = E - \epsilon_{pi} - \epsilon_{ti}$ . Pela propriedade de ortogonalidade das autofunções  $|\psi_{pi}\psi_{ti}\rangle$ , aplicamos o bra  $\langle \psi_{pj}\psi_{tj} |$  a esquerda da equação (4.7) encontrando o seguinte conjunto de equações acopladas para as amplitudes  $\chi_i$  (canais acoplados):

$$[\hat{T}_i(\mathbf{R}_i) + U_{ii} - E_i] \chi_i(\mathbf{R}_i) = - \sum_{j \neq i} U_{ij} \chi_j(\mathbf{R}_j) \quad (4.8)$$

de maneira que definimos  $U_{ij}$  pelo elemento de matriz  $U_{ij} = \langle \psi_{pi} \psi_{ti} | U_m | \psi_{pj} \psi_{tj} \rangle$ , que pode ser representado equivalentemente nas formas *post* usando  $m = i$  e *prior* para  $m = j$ . Tais elementos apresentam a seguinte propriedade:

$$U_{ji} = U_{ij}^*$$

Na formulação do Modelo Óptico, o potencial deve ser tratado como uma interação efetiva cujo comportamento assintótico das soluções para uma equação de Schrödinger (*one body*) descreve o espalhamento elástico. No sistema acoplado (*many body*) o índice  $i = 0$  refere-se ao canal elástico. Assim, desejamos que o problema de espalhamento que abrange apenas  $i = 0$  seja descrito por um potencial local  $U(r)$  aplicado à equação de Schrödinger:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + U(r) - E \right] \chi(\vec{k}, r) = 0 \quad (4.9)$$

O vetor de onda  $\vec{k}$  relaciona-se com a energia do projétil no sistema do centro de massa como  $|\vec{k}| = \sqrt{(2\mu E/\hbar^2)}$ . O potencial óptico deve ser uma função complexa escrita da seguinte maneira:

$$U(r) = V(r) + iW(r) \quad (4.10)$$

Sua parte real  $V(r)$  é responsável pelo espalhamento elástico e a parte imaginária  $W(r)$  simula a absorção para os outros canais não considerados no modelo. A dependência radial das duas partes geralmente é dada pelo fator de forma  $f(r)$  de Woods-Saxon:

$$U(r) = V_0 f_V(r) + iW_0 f_W(r)$$

$$f_x(r) = \frac{-1}{1 + \exp\left(\frac{r - R_x}{a_x}\right)} \quad x = V, W \quad (4.11)$$

os parâmetros  $V_0(W_0)$ ,  $R_V(R_W)$  e  $a_V(a_W)$  definem respectivamente as características de profundidade, raio e difusividade do potencial real (imaginário). Além do potencial nuclear de curto alcance, há também o potencial coulombiano  $V_C(r)$ :

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Z_p Z_t e^2}{2R_C} \left( 3 - \frac{r^2}{R_C^2} \right) & r \leq R_C \\ \frac{Z_p Z_t e^2}{r} & r \geq R_C \end{cases}$$

$R_C$  é o raio da distribuição de carga do núcleo alvo  $R_C = r_c A_t^{1/3}$ . A parte coulombiana deve ser incluída para que as interações de longo alcance sejam também consideradas. O potencial óptico total torna-se:

$$U(r) = V_0 f_V(r) + iW_0 f_W(r) + V_C \quad (4.12)$$

Na figura 4.1 mostramos a geometria assumida por esses potenciais.

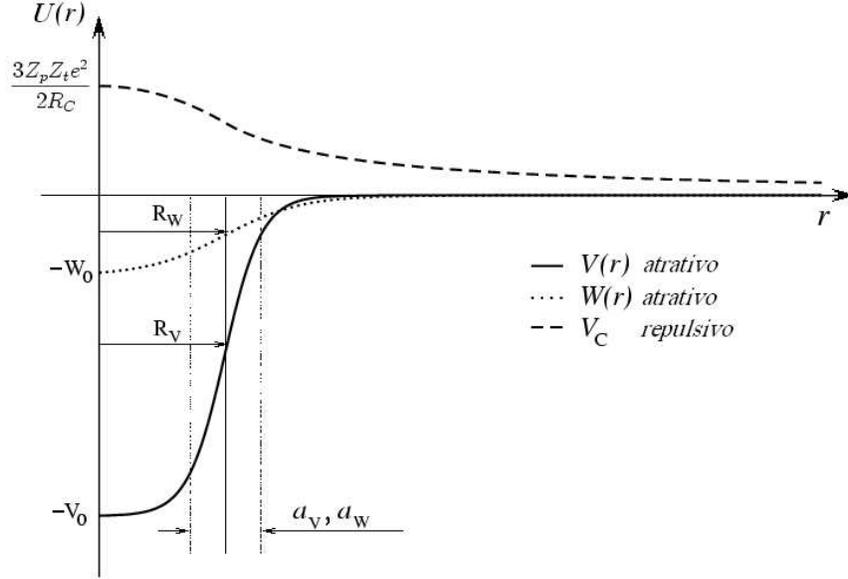


Figura 4.1: Forma dos potenciais usados no Modelo Óptico.

## 4.2 Solução da Equação de Schrödinger

Para encontrar a seção de choque diferencial elástica utilizando o Modelo Óptico devemos obter a solução da equação de Schrödinger (4.9) para o potencial apresentado em (4.12). Inicialmente vamos admitir que o potencial  $U(r)$  refere-se apenas a interação nuclear de curto alcance, ignorando a atuação da parte coulombiana. A solução deve obedecer à condição de contorno na região assintótica  $r \rightarrow \infty$  que inclua a onda plana incidente  $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$  mais a onda esférica emergente  $e^{+ikr}/r$  espalhada por  $U(r)$ :

$$\chi^{(+)}(\vec{k}, r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}} + f(\theta) \frac{e^{+ikr}}{r} \quad (4.13)$$

Descartando possíveis fenômenos de polarização referentes ao spin, pode-se dizer que a seção de choque diferencial é obtida simplesmente por meio do módulo quadrado da amplitude de espalhamento  $f(\theta)$ :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = |f(\theta)|^2 \quad (4.14)$$

A simetria esférica do potencial óptico (4.12) ( $U(r)$  central) permite que seja possível considerar a existência de autofunções simultâneas de  $H$ ,  $\mathbf{L}^2$  e  $L_z$  devido ao fato de o momento angular relativo  $\ell$  ser uma quantidade conservada [24]. De maneira a simplificar o método de solução da equação diferencial (4.9), costuma-se expandir a função de onda  $\chi^{(+)}(\vec{k}, r)$  em termos de ondas parciais com momento angular orbital definido  $\ell$ . As contribuições de diferentes ondas parciais resultam na somatória:

$$\chi^{(+)}(\vec{k}, r) = \sum_{\ell=0}^{\infty} a_{\ell} R_{\ell}(r) Y_{\ell 0}(\theta) \quad (4.15)$$

onde  $a_\ell$  são as amplitudes e a função de onda radial  $R_\ell(r)$  deve obedecer à equação diferencial:

$$\frac{d^2 R_\ell(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR_\ell(r)}{dr} + \left\{ k^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right\} R_\ell(r) = \frac{2\mu}{\hbar^2} U(r) R_\ell(r) \quad (4.16)$$

A solução  $R_\ell(r)$  para a equação homogênea na qual  $U(r) = 0$  pode ser escrita em termos das funções esféricas de Bessel  $j_\ell(kr)$ <sup>1</sup>. Assintoticamente,  $j_\ell(kr)$  apresenta o seguinte comportamento:

$$j_\ell(kr) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{\text{sen}(kr - \frac{1}{2}\ell\pi)}{kr} \quad (4.17)$$

A inserção de um potencial espalhador  $U(r) \neq 0$  tem o efeito de deslocar a fase de cada onda parcial emergente [25]. A solução assintótica para  $R_\ell(r)$  na presença de um potencial nuclear que vai rapidamente a zero deve apresentar apenas uma diferença de fase  $\delta_\ell$  (*nuclear phase shift*):

$$R_\ell(kr) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{\text{sen}(kr - \frac{1}{2}\ell\pi + \delta_\ell)}{kr} \quad (4.18)$$

A onda plana  $e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$  expressa na condição de contorno (4.13) pode ser decomposta de um modo semelhante em termos dos harmônicos esféricos  $Y_{\ell m}(\theta, \phi)$  e das funções esféricas de Bessel  $j_\ell(kr)$  usando a expansão de Rayleigh-Bauer para o eixo de simetria  $z$ :

$$e^{ikz} = \sum_{\ell=0}^{\infty} \sqrt{4\pi(2\ell+1)} i^\ell j_\ell(kr) Y_{\ell 0}(\theta) \quad (4.19)$$

A amplitude de espalhamento  $f(\theta)$  da contribuição nuclear será dada por:

$$f(\theta) = \frac{\sqrt{4\pi}}{2ik} \sum_{\ell=1}^{\infty} \sqrt{2\ell+1} (e^{2i\delta_\ell} - 1) Y_{\ell 0}(\theta) \quad (4.20)$$

A extensão do problema de espalhamento para o potencial de Coulomb consiste basicamente em encontrar a incógnita da equação [26]:

$$\frac{d^2 R_\ell(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dR_\ell(r)}{dr} + \left\{ k^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \right\} R_\ell(r) = \frac{2\eta k}{r} R_\ell(r) \quad (4.21)$$

onde  $\eta = Z_1 Z_2 e^2 \mu / (\hbar^2 k)$  é o parâmetro de Sommerfeld. A solução é construída a partir das funções de Coulomb regulares e irregulares,  $F_\ell$  e  $G_\ell$  respectivamente:

$$R_\ell^c(kr) = C_1(kr) F_\ell(\eta; kr) + C_2(kr) G_\ell(\eta; kr) \quad (4.22)$$

A presença do potencial coulombiano provoca a distorção das ondas incidente e emergente na condição de contorno (4.13), e assim obtemos:

$$\chi^{(+)}(\vec{k}, r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \left[ 1 + \frac{\eta^2}{ik(r-z)} + \dots \right] e^{i\{kz + \eta \ln k(r-z)\}} + f^c(\theta) \frac{e^{+i\{kr - \eta \ln 2kr\}}}{r} + O(r^{-2}) \quad (4.23)$$

<sup>1</sup>Mais especificamente, tal solução é dada por uma combinação linear dos pares de funções esféricas independentes de Bessel  $j_\ell(kr)$  e Neumann  $n_\ell(kr)$ . Entretanto, estas últimas são irregulares na origem.

a amplitude de espalhamento Coulomb  $f^c(\theta)$  pode ser escrita como:

$$f^c(\theta) = -\frac{\eta}{2k \operatorname{sen}^2 \frac{\theta}{2}} \exp\left\{i\eta \ln\left(\operatorname{sen}^2 \frac{\theta}{2}\right) + 2i\sigma_0\right\} \quad (4.24)$$

O termo que caracterizará o espalhamento Coulomb será a diferença de fase  $\sigma_\ell$  (*Coulomb phase shift*) calculada como:

$$\sigma_\ell = \arg \Gamma(\ell + 1 + i\eta)$$

A junção de ambas as contribuições, nuclear e de Coulomb, nos fornece a seguinte amplitude de espalhamento total:

$$f(\theta) = f^c(\theta) + \frac{\sqrt{4\pi}}{2ik} \sum_{\ell=1}^{\infty} \sqrt{2\ell+1} e^{2i\sigma_\ell} (e^{2i\delta_\ell} - 1) Y_{\ell 0}(\theta) \quad (4.25)$$

O termo relativo ao deslocamento de fase nuclear dá origem aos elementos da chamada matriz S nuclear  $S_\ell$ . Essa matriz incorpora toda a informação a respeito do espalhamento e sua parte diagonal (espalhamento elástico) é definida como:

$$\operatorname{diag}\{S_\ell\} = 2i\delta_\ell \quad (4.26)$$

### 4.3 Potencial Complexo de Feshbach

Aos modelos fenomenológicos que procuram explicar processos de absorção nuclear por meio do uso de componentes imaginárias no potencial, podemos estabelecer bases teóricas relevantes na sua consideração. Nesse sentido, o procedimento de Feshbach demonstra ser um ponto de partida conveniente para um desenvolvimento formal generalizado [27]. Nesta seção faremos a extensão do formalismo do Feshbach para o caso da colisão entre dois núcleos; em seu artigo original, encontramos esse tratamento para o caso mais simples do espalhamento de um nucleon por um núcleo. Com este desenvolvimento, vamos justificar o uso de uma componente imaginária no potencial e estabelecer uma relação de dispersão entre  $V(r)$  e  $W(r)$  que nos será favorável na determinação do potencial óptico.

Empregando o sistema de equações acopladas (4.8), vamos verificar o efeito provocado pelas outras amplitudes  $\chi_i$   $i \neq 0$  sobre o canal elástico  $\chi_0$ . Reescrevendo (4.8) em uma notação matricial onde:

$$\mathbf{U}_0 = \begin{pmatrix} U_{01} & U_{02} & \cdots \end{pmatrix} \quad \mathbf{U}_0^\dagger = \begin{pmatrix} U_{01}^* \\ U_{02}^* \\ \vdots \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{\chi} = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \\ \vdots \end{pmatrix}$$

e usando a matriz Hamiltoniana  $\mathbf{H}$  cujos elementos são definidos por:

$$H_{ij} = \hat{T}_i \delta_{ij} + U_{ij} + \epsilon_{pi} \delta_{ij} + \epsilon_{ti} \delta_{ij} \quad i, j \neq 0 \quad (4.27)$$

podemos representar o sistema de equações da seguinte forma:

$$\begin{aligned} (\hat{T}_0 + U_{00} - E) \chi_0 &= -\mathbf{U}_0 \chi \\ (\mathbf{H} - E) \chi &= -\mathbf{U}_0^\dagger \chi_0 \end{aligned} \quad (4.28)$$

O desacoplamento ocorre pela eliminação da matriz coluna  $\chi$  da primeira equação; isolando  $\chi$  na segunda equação temos:

$$\chi = \frac{1}{E^{(+)} - \mathbf{H}} \mathbf{U}_0^\dagger \chi_0 \quad (4.29)$$

cujo termo  $E^{(+)}$  assegura a não divergência das funções de onda pela introdução de uma parte complexa:

$$E^{(+)} = E + i\eta, \quad \text{onde} \quad \eta \rightarrow 0^+$$

Desacoplando a primeira equação do sistema obtemos:

$$\left[ \hat{T}_0 + U_{00} + \mathbf{U}_0 \frac{1}{E^{(+)} - \mathbf{H}} \mathbf{U}_0^\dagger - E \right] \chi_0 = 0 \quad (4.30)$$

Comparando a última igualdade com (4.9) podemos obter a seguinte expressão para um potencial óptico generalizado:

$$U(r) = U_{00} + \mathbf{U}_0 \frac{1}{E^{(+)} - \mathbf{H}} \mathbf{U}_0^\dagger \quad (4.31)$$

Embora tenhamos feito tal identificação, existe uma importante diferença a ser mencionada; em (4.9) consideramos por simplicidade um potencial local, entretanto, a expressão anterior evidencia um comportamento não-local para o potencial óptico generalizado. Além do termo  $U_{00}$  (*folded potential*) aparece uma contribuição de polarização dinâmica  $\Delta U(r, r')$  proveniente do acoplamento com outros canais  $i \text{ e } j \neq 0$  não-elásticos [28]:

$$\Delta U(r, r') = \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \sum_i \sum_j U_{0i} \left( \frac{1}{E - H + i\eta} \right)_{ij} U_{j0} \quad (4.32)$$

O propagador  $(E - H + i\eta)^{-1}$  por sua vez pode ser expandido em termos das autofunções de  $\mathbf{H}$ , cujo espectro consta de uma parte discreta e outra contínua. Aqui, vamos utilizar apenas a parte contínua, visto que a parte discreta está relacionada a formação de núcleo composto. Para estes estados ligados temos as autofunções:

$$\mathbf{H} |\chi_n\rangle = E_n' |\chi_n\rangle \quad (4.33)$$

e para os estados de espalhamento  $\chi(E', \alpha)$  com autovalores  $E'$  e degenerescência  $\alpha$  temos:

$$\mathbf{H} |\chi(E', \alpha)\rangle = E' |\chi(E', \alpha)\rangle \quad (4.34)$$

Sendo o conjunto das autofunções  $\chi(E', \alpha)$  completo podemos expandir (4.31) da seguinte forma:

$$U(r, r') = U_{00} + \lim_{\eta \rightarrow 0^+} \int d\alpha \int dE' \frac{\mathbf{U}_0 |\chi(E', \alpha)\rangle \langle \chi(E', \alpha) | \mathbf{U}_0^\dagger}{E - E' + i\eta} \quad (4.35)$$

a qual pode ser decomposta em suas partes real e imaginária por meio da relação de Plemelje:

$$\lim_{\eta \rightarrow 0^+} \frac{1}{x + i\eta} = \mathcal{P} \left( \frac{1}{x} \right) - i\pi\delta(x) \quad (4.36)$$

onde  $\mathcal{P}$  significa o valor principal de Cauchy. Ao mesmo tempo, escrevemos o potencial óptico também em termos de suas partes real e imaginária como aparece em (4.10) lembrando que:

$$U(r) = U_{00} + \Delta U(r, r') \quad (4.37)$$

onde definimos o seguinte:

$$\Delta U(r, r') = \Delta V(r, r', E) + iW(r, r', E)$$

Dando continuidade ao desenvolvimento, pela extração da parte imaginária de (4.35) concluímos que:

$$Im U = W(r, r') = \begin{cases} -\pi \int d\alpha \mathbf{U}_0 |\chi(E', \alpha)\rangle \langle \chi(E', \alpha) | \mathbf{U}_0^\dagger & \text{se } E > E_1' \\ 0 & \text{se } E < E_1' \end{cases}$$

Fisicamente só ocorrerá a absorção ( $W \neq 0$ ) caso a energia disponível  $E$  seja suficiente para promover o sistema para outros canais (onde  $E_1'$  é o *threshold* inelástico). Trabalhando na parte real de (4.35) verificamos que:

$$Re U = V(r, r') = U_{00} + \mathcal{P} \int \frac{dE'}{E - E'} \int d\alpha \mathbf{U}_0 |\chi(E', \alpha)\rangle \langle \chi(E', \alpha) | \mathbf{U}_0^\dagger$$

Ao substituirmos a equação para a parte imaginária na parte real verificamos a existência de uma relação de dispersão :

$$\Delta V(r, r', E) = \frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int \frac{W(r, r', E')}{E' - E} dE' \quad (4.38)$$

e também:

$$W(r, r', E) = -\frac{1}{\pi} \mathcal{P} \int \frac{\Delta V(r, r', E')}{E' - E} dE' \quad (4.39)$$

Tais expressões comparam-se as de Kramers-Kronig para dispersão de ondas eletromagnéticas em um meio com índice de refração complexo; e por meio delas podemos vincular o potencial imaginário  $W$  ao potencial real  $V$  na determinação do potencial óptico.

## 4.4 Determinação do Potencial Óptico

Adotando um fator de forma de Woods-Saxon para o potencial óptico, os parâmetros a ser ajustados são:  $V, W, r_V, a_V, r_W, a_W$  e  $r_c$ <sup>2</sup>. A comparação da seção de choque teórica  $\sigma_{\text{teor}}(\theta_i)$  e os dados de uma distribuição angular  $\sigma_{\text{exp}}(\theta_i)$  é comumente feita pelo critério de minimização do  $\chi^2$  de acordo com os erros experimentais  $\Delta_{\text{exp}}(\theta_i)$  a estes últimos associados:

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\sigma_{\text{teor}}(\theta_i) - \sigma_{\text{exp}}(\theta_i)}{\Delta_{\text{exp}}(\theta_i)} \right)^2 \quad (4.40)$$

Por tal critério pode-se comparar de forma objetiva e quantitativa os ajustes obtidos por diferentes conjuntos de parâmetros do potencial óptico. Assume-se todavia que os erros experimentais sejam não-correlacionados para que a expressão acima seja válida.

Para que possamos proceder a presente análise dos parâmetros do potencial óptico faz-se necessário o uso de um código computacional para cálculos de modelo óptico acoplado a um programa automático de minimização de  $\chi^2$  para a busca dos melhores ajustes. Empregamos o programa FRESCO [29] para efetuar os cálculos do espalhamento elástico e a rotina SFRESCO para realizar a pesquisa dos parâmetros. O código SFRESCO utiliza a subrotina MINUIT [30] para solucionar o problema de minimização multiparamétrica em questão.

A busca automática de mínimos depende do tamanho do espaço de parâmetros estudado e quais destes são efetivamente variados durante a pesquisa. Para dar maior credibilidade a tal determinação de parâmetros, realizamos uma investigação adicional da dependência energética dos mesmos nesta etapa de minimização de  $\chi^2$ . Além dos dados que obtivemos neste trabalho, acrescentamos algumas distribuições angulares da literatura, compreendendo uma faixa de energia de  $7.64 \leq E_{CM} \leq 32.13 \text{ MeV}$  (veja tabela 4.1)<sup>3</sup>.

$E_{cm}(\text{MeV})$	Ref.
7.64	[16]
8.91	[16]
10.18	[16]
11.45	[16]
11.45*	[31]
16.55	[31]
17.30	[32]
18.70	[18]
22.46	[15]
32.13	[17]

Tabela 4.1: *Referência aos dados incluídos na análise para as energias acima.*

Procurando descrever as distribuições angulares utilizando apenas o potencial central de Woods-Saxon (potencial volumétrico) e a interação coulombiana no arquivo de entrada do programa FRESCO ( $V, W, r_V, a_V, r_W, a_W$  e  $r_c$ ) verificamos que o ajuste das distribuições

<sup>2</sup>As profundidades dos poços  $V_0$  e  $W_0$  como aparecem em 4.11 serão escritas aqui apenas como  $V$  e  $W$ .

<sup>3</sup>Encontramos dois conjuntos de dados referentes a energia de  $E_{CM} = 11.45 \text{ MeV}$ .

angulares é apenas “parcial” para o espalhamento aqui tratado; ou seja, há uma contribuição adicional (ou mais de uma) que deve ser levada em consideração na análise. Nos trabalhos anteriormente publicados, essas contribuições adicionais foram ajustadas pela adição de uma interação spin-órbita, inclusão de termos de primeira derivada do potencial de Woods-Saxon (potenciais “superficiais”), contribuições de caráter tensorial, etc. Um fato bastante conhecido [33] [34] [31] [35] é que espalhamentos envolvendo núcleos de  ${}^7\text{Li}$  apresentam diferenças notáveis em relação a outros espalhamentos, como por exemplo aqueles envolvendo núcleos de  ${}^6\text{Li}$ . A primeira peculiaridade a ser observada é o efeito provocado pela grande deformação oblata apresentada pelo núcleo de  ${}^7\text{Li}$  (momento quadrupolar  $Q_s = -4.0 \text{ efm}^2$ ). Em segundo lugar deve ser observado o valor de spin de seu estado fundamental  $J^\pi = 3/2^-$ , bem como a existência de níveis de baixa energia de excitação. Este valor de spin para o estado fundamental permite que sejam considerados efeitos de polarização relativos a interações tensoriais até *rank* 3. As interações do núcleo de  ${}^7\text{Li}$  com um núcleo esférico como o  ${}^4\text{He}$  podem ser classificadas de acordo com o *rank* no espaço de spin na seguinte ordem: interação central (escalar), spin-órbita (vetorial), tensorial de *rank* 2 e tensorial de *rank* 3.

Assim, em nossa análise acrescentamos aos potenciais central e de Coulomb uma contribuição relativa a interação spin-órbita do projétil de  ${}^7\text{Li}$  ( $J^\pi = 3/2^-$ ) com o alvo <sup>4</sup>:

$$V_{SO}(r) = V_{SO} \left( \frac{\hbar}{m_\pi c} \right)^2 (\vec{\ell} \cdot \vec{s}) \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f_{SO}(r, r_{VSO}, a_{VSO}) \quad (4.41)$$

a função  $f_{SO}(r, r_{VSO}, a_{VSO})$  refere-se ao fator de forma de Woods-Saxon já apresentado e a fração entre parêntesis é o comprimento de onda Compton para o pion  $\hbar/m_\pi c = 1.414 \text{ fm}$ . O programa FRESCO permite que sejam incluídos potenciais tensoriais de *rank* 2; no entanto, verificamos que a profundidade do potencial tensorial *rank* 2 não apresenta grande influência na qualidade dos ajustes a ponto de que estes valores sejam determinados por este método. Um procedimento mais adequado no estudo das interações tensoriais seria baseado na inclusão das polarizações (ou mais especificamente *analyzing powers* conforme a convenção de Madison [36]) aos ajustes de  $\chi^2$ . A mesma afirmação vale para uma determinação precisa dos parâmetros de interação do potencial de spin-órbita; ou seja, neste caso o acréscimo das medições de  $iT_{11}$  (*vector analyzing powers*) na análise facilitaria a determinação dos mesmos. Um estudo nesse sentido pode ser visto no trabalho de Cathers *et al* [31]

Observando estes fatos, nosso espaço de parâmetros do potencial óptico foi ampliado, compreendendo desse modo os seguintes termos:  $V, W, V_{SO}, r_V, r_W, r_{VSO}, a_V, a_W, a_{VSO}$  e  $r_c$ . Buscamos por um potencial global que descreva o comportamento elástico das distribuições angulares disponíveis assumindo que os valores de  $r_V, r_W, r_{VSO}, a_V, a_W, a_{VSO}$  e  $r_c$  sejam invariantes com a energia. A dependência energética deverá estar contida apenas nos termos  $V, W$  e  $V_{SO}$ .

Ajustes razoáveis podem ser facilmente obtidos pela variação simultânea de todos os parâmetros no SFRESCO; entretanto, os resultados encontrados em diferentes valores de energia apresentam grandes flutuações e a tendência para a obtenção de uma dependência

---

<sup>4</sup>A interação spin-órbita para o alvo de  ${}^4\text{He}$  não aparece pelo fato deste núcleo apresentar spin 0 em seu estado fundamental.

energética coerente do potencial é mínima. O melhor procedimento a ser adotado é efetuar a busca parâmetro a parâmetro atentando para o grau de influência apresentado por cada um na qualidade e forma do ajuste. Alguns dos parâmetros, se variados, não provocam grandes mudanças na forma da distribuição angular, outros no entanto requerem uma investigação mais detalhada. Para que o estudo dos parâmetros do potencial óptico seja facilitado, o ideal é que o valor aproximado dos mesmos seja conhecido de antemão. Uma boa estimativa inicial pode ser baseada nos conjuntos de parâmetros apresentados nos diversos artigos citados. Na tabela 4.2, mostramos alguns conjuntos de parâmetros acessíveis na literatura.

$E_{cm}(\text{MeV})$	$V(\text{MeV})$	$W(\text{MeV})$	$V_{SO}(\text{MeV})$	$a_V(\text{fm})$	$a_W(\text{fm})$	$a_{SO}(\text{fm})$	Ref.
7.64	143.6	4.5	5.1	0.73	0.73	0.73	[16]
7.64	144.0	6.6	5.4	0.72	0.72	0.72	[16]
8.91	148.9	7.3	8.8	0.63	0.63	0.63	[16]
8.91	154.9	9.8	16.8	0.64	0.64	0.64	[16]
10.18	150.4	8.0	17.8	0.60	0.60	0.60	[16]
10.18	142.3	6.8	19.6	0.61	0.61	0.61	[16]
11.45	151.1	8.6	3.0	0.57	0.57	0.57	[16]
11.45	150.2	9.9	7.5	0.56	0.56	0.56	[16]
11.45	136.2	12.4	3.7	0.58	0.58	0.58	[31]
16.55	153.2	15.6	3.7	0.44	0.44	0.44	[31]
17.30	40.0	24.0	—	0.50	0.70	—	[32]
18.70	275.2	8.2	—	—	—	—	[18]
18.70	68.2	19.8	—	—	—	—	[18]
22.46	215.0	145.0	—	0.68	0.35	—	[15]
32.13	86.6	18.0	—	0.80	0.80	—	[17]
32.13	93.3	25.0	—	0.80	0.65	—	[17]

Tabela 4.2: *Parâmetros do potencial óptico disponíveis nos trabalhos referidos*

Utilizando o código SFRESCO os parâmetros podem ser variados singularmente ou simultaneamente pela procura automática realizada pelo MINUIT. Da tabela anterior podemos escolher os valores iniciais dos parâmetros atentando para os valores médios dos raios e difusividades. O valor final das profundidades dos poços deve variar com a energia, mas preliminarmente tal variação será incluída apenas na parte imaginária  $W$  do potencial. O intervalo de variação do parâmetro  $V$  não deve ser tão grande de modo que o uso de um valor médio é justificado.

Usando por exemplo os valores iniciais de  $r_V = r_W = r_{VSO} = r_c = 2.2 \text{ fm}$  e  $a_V = a_W = a_{VSO} = 0.58 \text{ fm}$  variamos o valor de  $W$  de acordo com os valores sugeridos pela tabela 4.2; escolhendo alguns valores de interação spin-órbita dentro de um intervalo  $0 \leq V_{SO} \leq 20 \text{ MeV}$  obtemos qual o valor aproximado de  $V$  que apresenta os melhores ajustes.

Para espalhamentos com núcleos pesados os dados experimentais podem ser igualmente explicados por inúmeros conjuntos de parâmetros do potencial óptico. O comportamento da seção de choque elástica neste caso é definido basicamente pela forma dada ao potencial na região da superfície; sendo a parte interna pouco influente. Caso a profundidade dos

poços venha a ser alterada de maneira significativa, ocorrerá apenas uma pequena variação na distribuição angular teórica obtida. A forte absorção destes núcleos reduz a sensibilidade do espalhamento elástico a região interna do potencial óptico e deste modo introduz um problema de ambigüidade (ambigüidade de Igo [37]) na determinação dos parâmetros. Tal tipo de ambigüidade é caracterizada pelo fato de os potenciais possuírem o mesmo comportamento exponencial quando  $r$  torna-se grande.

Quando a absorção é relativamente fraca na parte central do potencial como é o nosso caso, podem surgir ambigüidades discretas cuja origem não reside na ambigüidade contínua de Igo. Uma condição essencial para que isto aconteça é que o sistema seja transparente (apresente pouca absorção) para as ondas parciais com  $\ell$  pequeno. Na figura 4.2 ilustramos o valor do  $\chi^2$  como função da parte real  $V$  do potencial de Woods-Saxon para os dados apresentados na referência [14] para  $E_{cm} = 2.29 \text{ MeV}$  fornecido pelo MINUIT. Os mínimos de  $\chi^2$  refletem a ambigüidade discreta e semiperiódica em  $V$ .

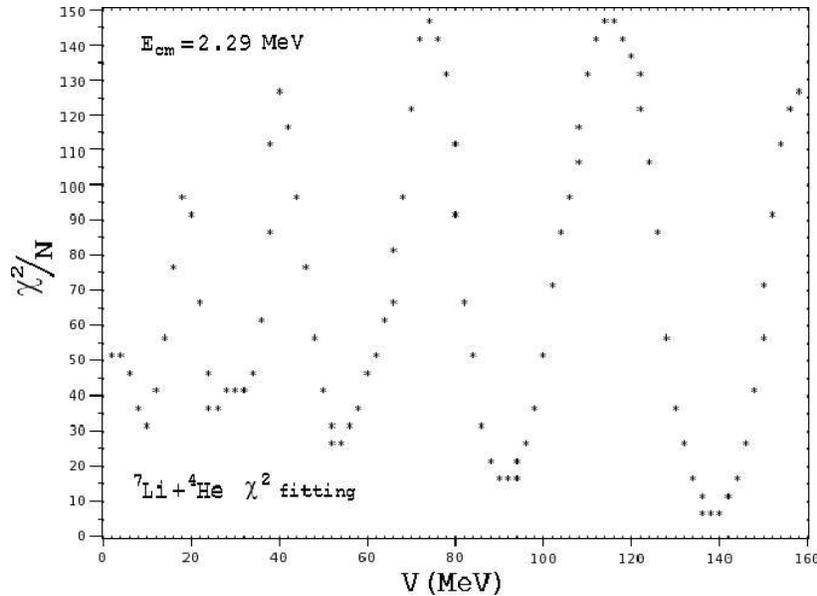


Figura 4.2: Valores mínimos de  $\chi_{red}^2$  obtidos nos ajustes da distribuição angular de partículas  $\alpha$  em núcleos de  ${}^7\text{Li}$  para  $E_{cm} = 2.29 \text{ MeV}$  [14] segundo a variação da parte real  $V$  do potencial. Nas outras energias verificamos um comportamento semelhante, exceto pela diferença posição dos mínimos e valores de  $\chi_{red}^2$ .

Usando um potencial atrativo de profundidade  $V \approx 120 - 150 \text{ MeV}$  somos capazes de ajustar grande parte dos dados; no entanto, os valores de  $V_{SO}$  são muito diferentes de uma energia para outra, não sendo possível deduzir qual a dependência energética da interação spin-órbita.

Para que possamos ajustar todos os dados e obter um comportamento coerente para a interação spin-órbita podemos utilizar um potencial mais raso caracterizado por  $V \approx 30 - 50 \text{ MeV}$ . O MINUIT [30] permite que sejam utilizados diversos minimizadores: MIGRAD, SIMPLEX, SEEK, MINIMIZE e SCAN. O resultado da busca dos melhores parâmetros pode variar de um tipo de minimizador para outro; utilizamos o SIMPLEX na maior parte da análise e em algumas circunstâncias o SEEK (que apresenta bons resultados mas é mais

lento no processamento). Para ajustes iniciais onde não se tem idéia da ordem de grandeza dos parâmetros a melhor rotina de minimização é o SIMPLEX, mas quando a distribuição angular obtida já reproduz de forma razoável os dados experimentais tanto em relação a amplitude quanto a fase das oscilações, o ajuste fino dos parâmetros deve ser feito com o MIGRAD.

$E_{cm}(MeV)$	$V(MeV)$	$W(MeV)$	$V_{SO}(MeV)$	$J_V(MeV.fm^3)$	$J_W(MeV.fm^3)$	$\chi_{red}^2$
7.64	38.73	5.60	6.37	131	13	19.65
8.91	39.94	7.23	6.88	135	17	4.62
9.67	38.02	7.00	5.32	128	17	3.17
10.18	38.67	7.94	5.12	130	19	6.46
10.62	39.31	8.42	5.03	132	20	2.92
11.45	35.87	9.37	5.24	121	22	4.11
16.55	34.36	14.03	5.00	116	34	5.22
18.70	33.20	19.20	5.80	112	46	18.02
22.46	32.60	20.03	5.89	110	48	27.62
32.13	32.85	22.48	4.51	111	54	10.50

---

Parâmetros Fixos (fm)

---

$r_V = 2.49$	$a_V = 0.54$	$r_W = 1.96$	$a_W = 0.67$	$r_{VSO} = 2.20$	$a_{VSO} = 0.58$	$r_c = 2.07$
--------------	--------------	--------------	--------------	------------------	------------------	--------------

Tabela 4.3: *Parâmetros do potencial óptico global determinados neste trabalho*

O SCAN foi utilizado apenas na pesquisa geral de mínimos de  $\chi^2$  para um dado conjunto de parâmetros; o gráfico apresentado em 4.2 foi obtido com o SCAN. Alternando-se a busca parâmetro a parâmetro e combinando a busca conjunta de mais de um parâmetro por vez obtivemos o conjunto de parâmetros do potencial óptico mostrado na tabela 4.3.

As distribuições angulares calculadas pelo modelo óptico com estes parâmetros são mostradas na figura 4.3.

Utilizamos a suposição de que a descrição dada pelo potencial óptico se aplica apenas ao hemisfério dianteiro dos ângulos de espalhamento até  $80^\circ - 90^\circ$ , pois em ângulos maiores haveria influência do processo de transferência. Pelos ajustes anteriores, observamos que os cálculos do modelo óptico fornecem uma boa concordância com os dados quanto a fase dos máximos e mínimos embora em algumas energias as intensidades dos picos e vales não seja a mesma. Procuramos ajustar o maior intervalo de energia possível variando apenas parte dos parâmetros do potencial, o que pode justificar a perda na qualidade do ajuste em algumas energias. A dependência energética das profundidades dos potenciais ajustados pode ser vista nas figuras 4.4 e 4.5.

## 4.5 Raio de Sensibilidade

De modo a analisar a dependência energética dos parâmetros encontrados para o potencial óptico, é importante compará-los sem a influência de ambigüidades. Ao ajustarmos o espalhamento elástico das distribuições angulares variando iterativamente o valor das difusividades  $a_V$  e  $a_W$ , encontramos um par de profundidades  $V$  e  $W$  em cada uma

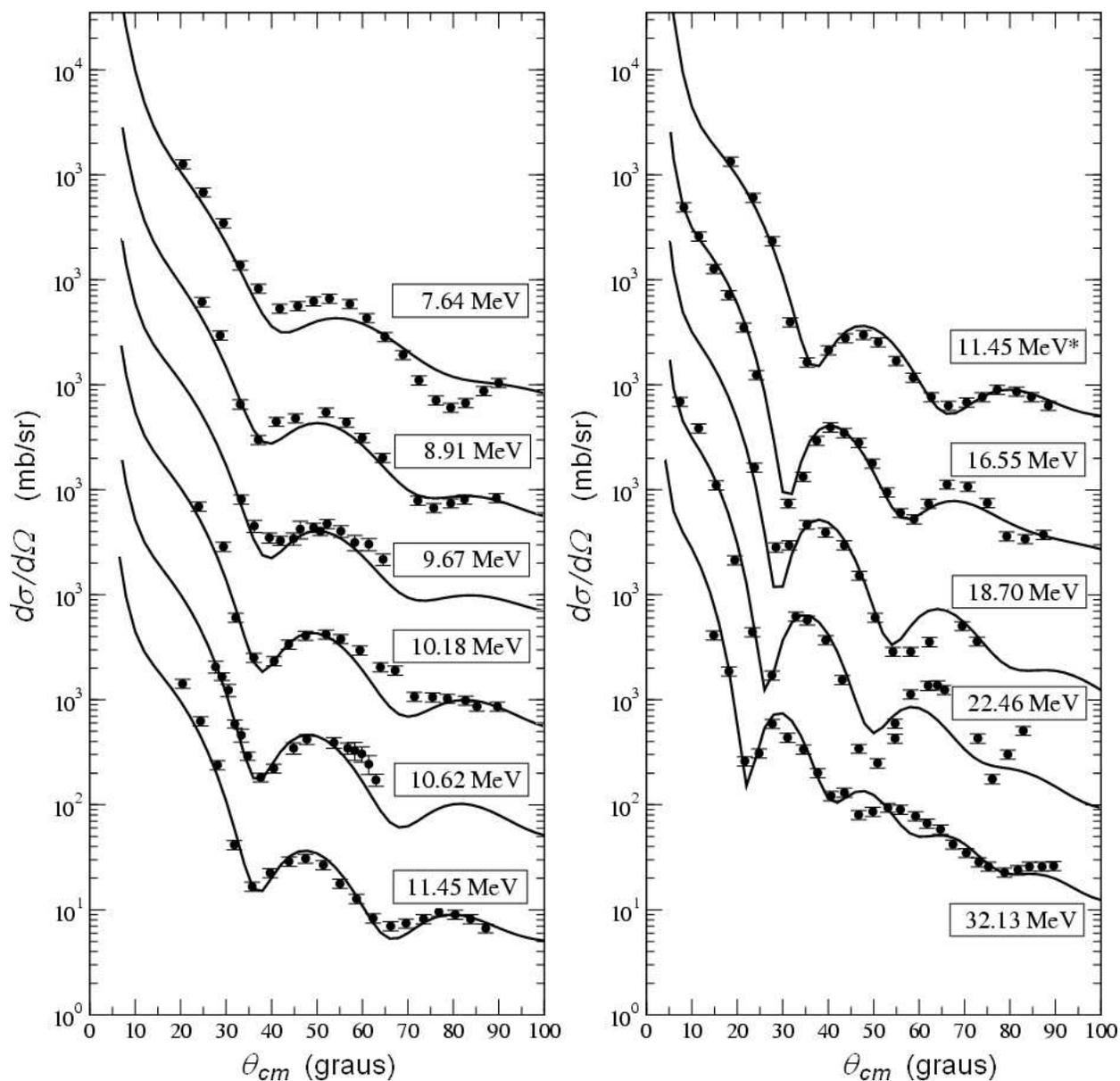


Figura 4.3: Distribuições angulares utilizadas na determinação dos parâmetros do potencial óptico. As curvas correspondem ao resultado dos cálculos de modelo óptico segundo os valores apresentados na tabela 4.3. As distribuições angulares nas energias 9.67 MeV e 10.62 MeV correspondem às nossas medidas.

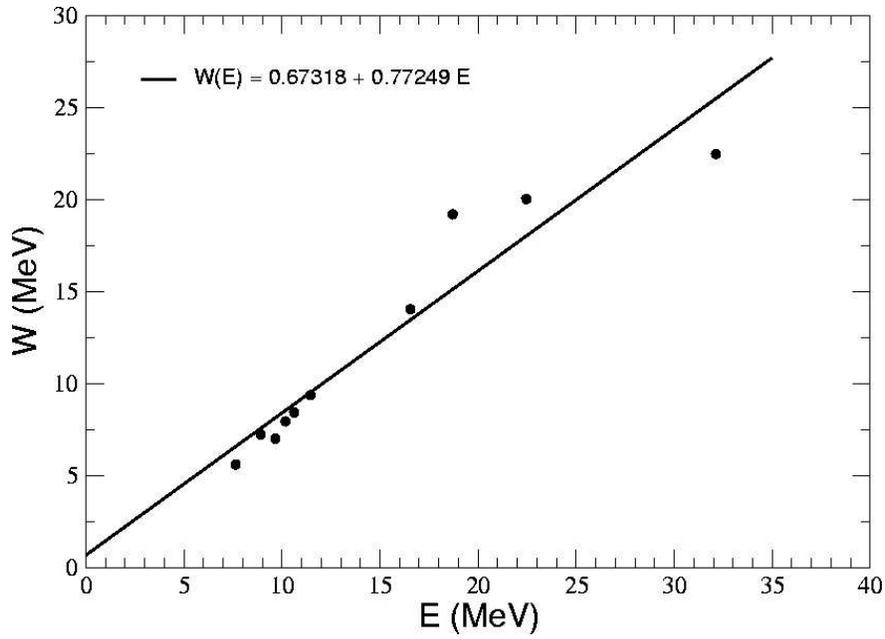


Figura 4.4: Dependência energética dos valores de profundidade da parte imaginária  $W$  do potencial óptico.

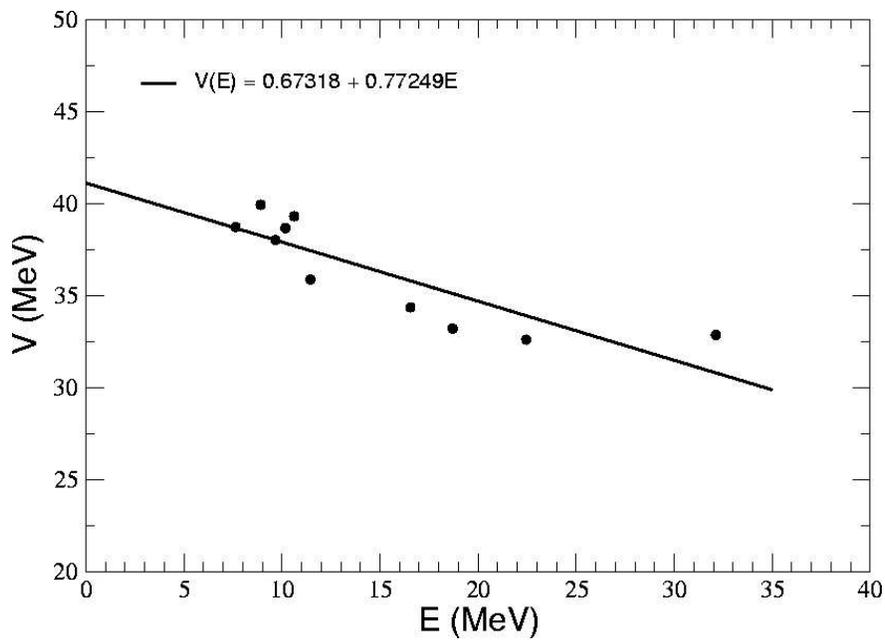


Figura 4.5: Dependência energética dos valores de profundidade da parte real  $V$  do potencial óptico.

dessas minimizações. Comparando os diversos potenciais ajustados para cada difusividade utilizada, verificamos que existe um raio no qual ocorre a interseção das famílias de potencial encontradas. Tal raio de interseção  $r_s$  é denominado raio de sensibilidade ou raio de absorção forte (*strong absorption radius*), em que a intensidade do potencial independe da difusividade. Nas figuras 4.7 e 4.6 mostramos os gráficos utilizados na determinação do raio de sensibilidade para os ajustes de  $V$  e  $W$  em diferentes difusividades. Variamos as difusividades de  $a = 0.30 - 0.70 \text{ fm}$  para os casos  $a_V = a_W$ ,  $a_V < a_W$  e  $a_V > a_W$  em passos de  $0.05 \text{ fm}$ . Nestes ajustes, o valor dos parâmetros da interação spin-órbita foi mantido constante.

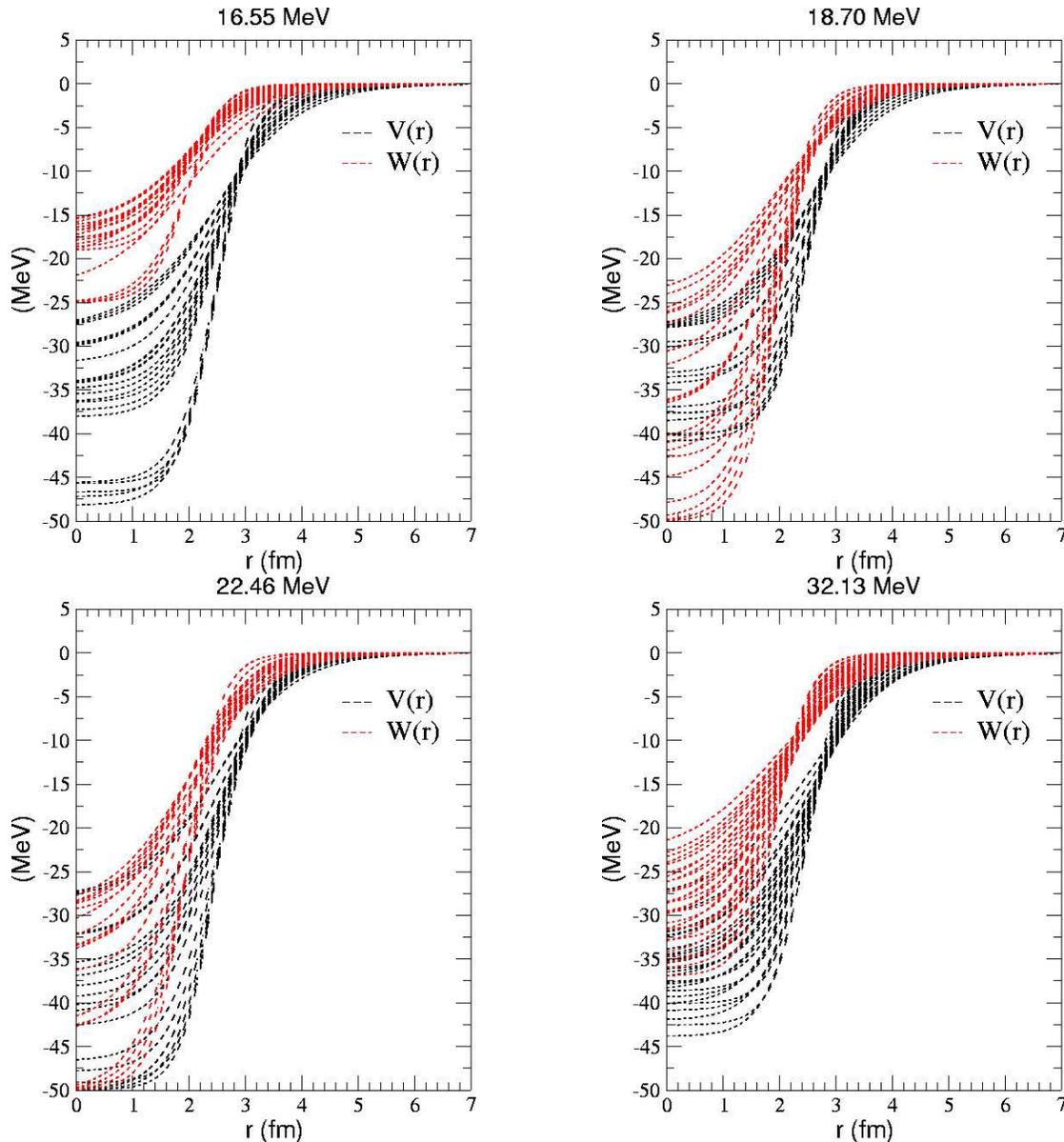


Figura 4.6: Determinação do raio de sensibilidade para os ajustes de  $V$  e  $W$  em diferentes difusividades  $a = 0.30 - 0.70 \text{ fm}$ .

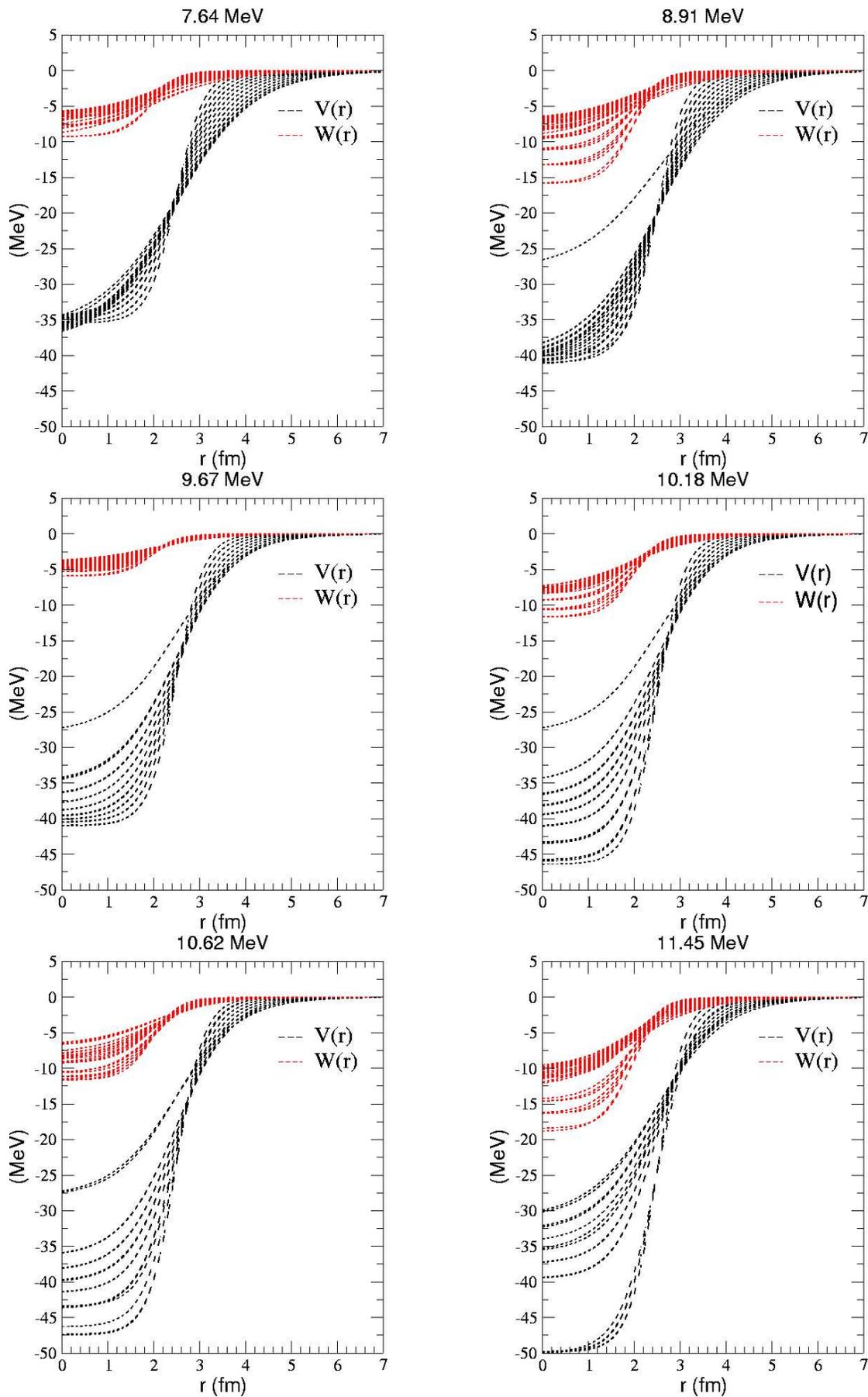


Figura 4.7: Determinação do raio de sensibilidade para os ajustes de  $V$  e  $W$  em diferentes difusividades  $a = 0.30 - 0.70$  fm.

Na tabela 4.4 indicamos os valores encontrados nas intersecções das figuras 4.7 e 4.6.

$E_{cm}(MeV)$	$r_s^{real}(fm)$	$r_s^{imag}(fm)$
10.18	$2.750 \pm 0.045$	$2.27 \pm 0.040$
10.62	$2.751 \pm 0.060$	$2.30 \pm 0.040$
11.45	$2.854 \pm 0.062$	$2.31 \pm 0.070$
16.55	$2.892 \pm 0.060$	$2.29 \pm 0.080$
18.70	$2.819 \pm 0.060$	$2.38 \pm 0.080$
22.46	$2.880 \pm 0.045$	$2.34 \pm 0.084$
32.13	$2.701 \pm 0.040$	$2.32 \pm 0.051$
7.64	$2.459 \pm 0.015$	$2.21 \pm 0.060$
8.91	$2.503 \pm 0.080$	$2.37 \pm 0.062$
9.67	$2.644 \pm 0.050$	$2.24 \pm 0.060$

Tabela 4.4: Valores dos raios de sensibilidade encontrados nas intersecções das figuras 4.7 e 4.6.

A variação dos valores dos raios de absorção forte com a energia do centro de massa da colisão pode ser vista na figura 4.8 para o caso do potencial real e imaginário.

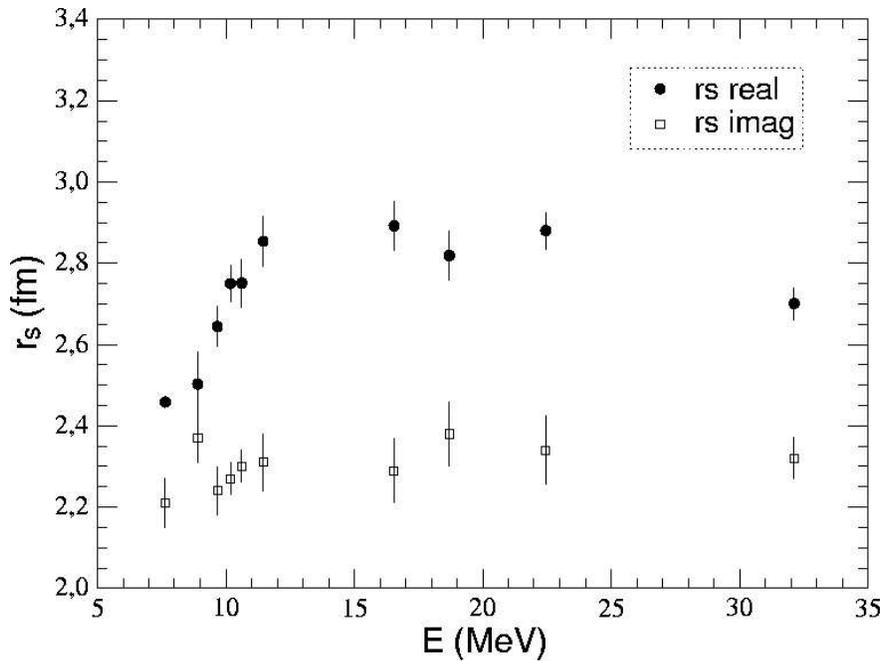


Figura 4.8: Dependência energética do raio de sensibilidade  $r_s$  para os potenciais real e imaginário.

Os raios de absorção forte definem os valores dos potenciais real  $V(r_s)$  e imaginário  $W(r_s)$  que podem ser comparados sem o efeito de ambigüidade para a determinação do potencial. Como podemos ver na figura 4.8 há uma dependência desse raio com a energia para a região de baixa energia. Para energias acima de  $\approx 12 MeV$  (bem acima da energia da barreira coulombiana) podemos dizer que o raio de absorção forte é praticamente constante. Nas figuras 4.9 e 4.10 ilustramos os valores da parte real e imaginária do potencial óptico nos raios de sensibilidade da tabela 4.4.

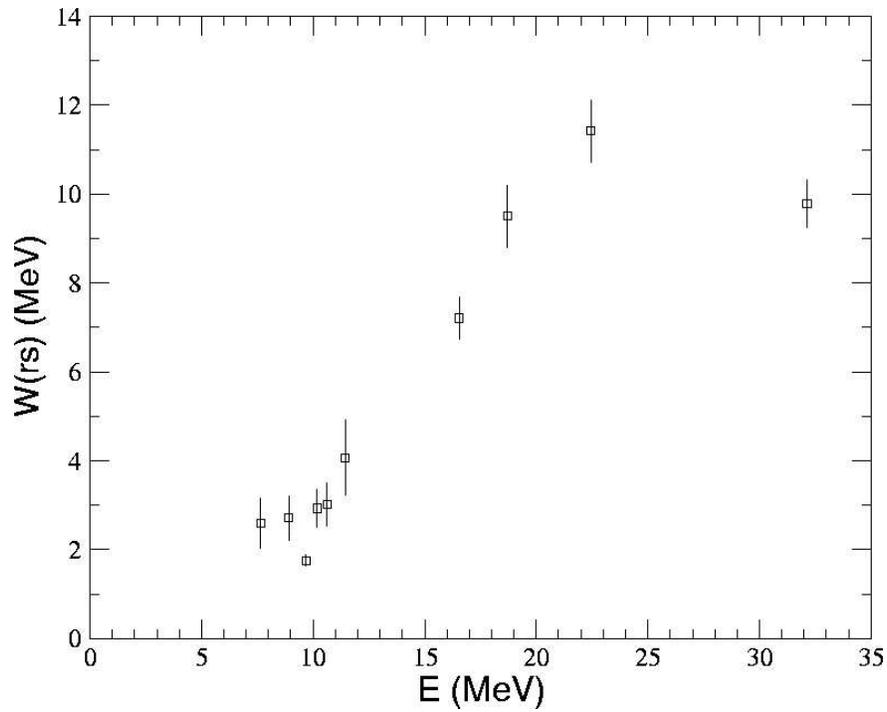


Figura 4.9: Dependência energética dos valores da parte imaginária  $W(r_s)$  do potencial óptico para o ponto de interseção  $r_s$ .

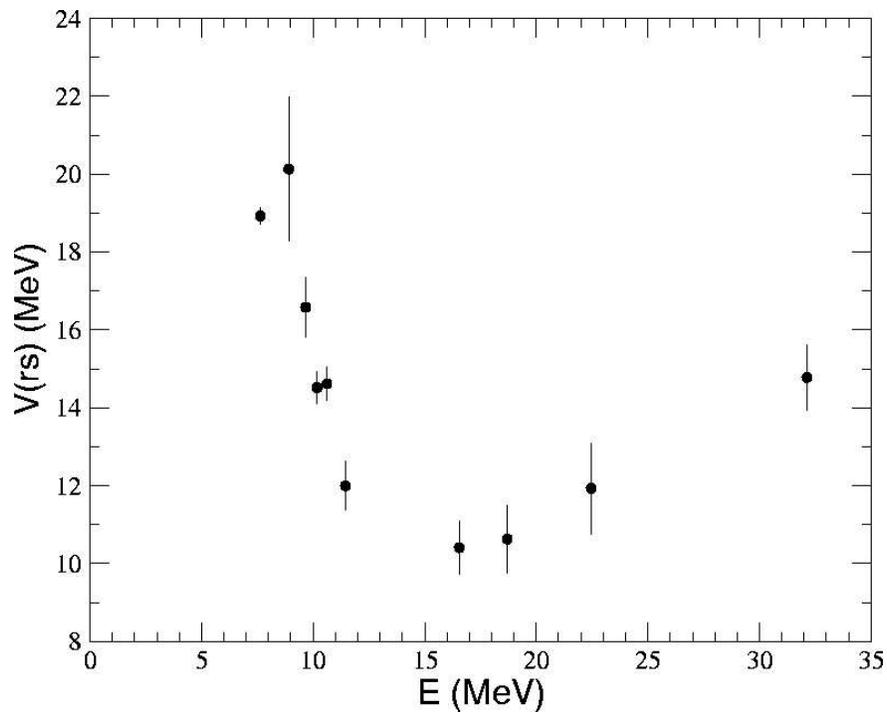


Figura 4.10: Dependência energética dos valores da parte real  $V(r_s)$  do potencial óptico para o ponto de interseção  $r_s$ .

Os potenciais fenomenológicos locais não fazem distinção entre a dependência em energia e momento e desta maneira a dependência energética intrínseca usada nas relações de dispersão (4.38) pode não ser verificada por completo. Outro fato a ser ressaltado é que o potencial pode apresentar uma dependência em  $\ell$ . A transparência superficial do potencial óptico muitas vezes é representada por um valor crítico de corte  $\ell_c$  do momento angular das ondas parciais para a componente imaginária  $W(r, r', E, \ell, \ell_c(E))$  (*partial wave cutoff*) [38]. Tal valor de momento angular característico também depende da energia, estando relacionado ao valor de  $\ell$  *grazing* para uma dada energia. A inserção de uma dependência do momento angular na parte imaginária do potencial óptico tem o mesmo efeito da perda de fluxo pela reação de transferência [31]. A partir dessa dependência, podemos simular a absorção de valores altos de momento angular, com o acréscimo das seções de choque nos ângulos do hemisfério posterior  $\theta_{cm} > 90^\circ$  das distribuições.

## 4.6 Integrais de Volume

Com base nos parâmetros do potencial óptico determinados, calculamos as integrais de volume  $J_V$ ,  $J_W$  e  $J_{SO}$  no intervalo de energia  $7.64 \leq E_{CM} \leq 32.13 \text{ MeV}$ . As integrais de volume aparecem como um resultado geral dos modelos de potencial convoluído, e podem caracterizar o mesmo, independentemente dos detalhes das distribuições de densidade. Podemos definir as integrais de volume da seguinte maneira:

$$J_V(E) = -\frac{4\pi}{A_p A_t} \int V(r) r^2 dr \quad J_W(E) = -\frac{4\pi}{A_p A_t} \int W(r) r^2 dr \quad (4.42)$$

Para o potencial spin-órbita uma integral um pouco diferente [39] fornece a interação efetiva nucleon-nucleon independente da distribuição de densidade simétrica:

$$J_{SO}(E) = -\frac{4\pi}{A_p A_t} \int r^2 V_{SO}(r) r^2 dr \quad (4.43)$$

Podemos sintetizar as propriedades globais do potencial óptico em termos destas integrais de volume, embora este procedimento cause a perda das informações de caráter geométrico. Na figura 4.11 mostramos os valores de  $J_V$  e  $J_W$  calculados com os parâmetros da tabela 4.3 em função da energia.

Como podemos verificar, as integrais de volume  $J_V$  e  $J_W$  variam de forma bem menos acentuada com a energia em comparação a variação apresentada pelos próprios potenciais. Essas integrais muitas vezes nos dão informações menos ambíguas e mais confiáveis do que os parâmetros propriamente ditos.

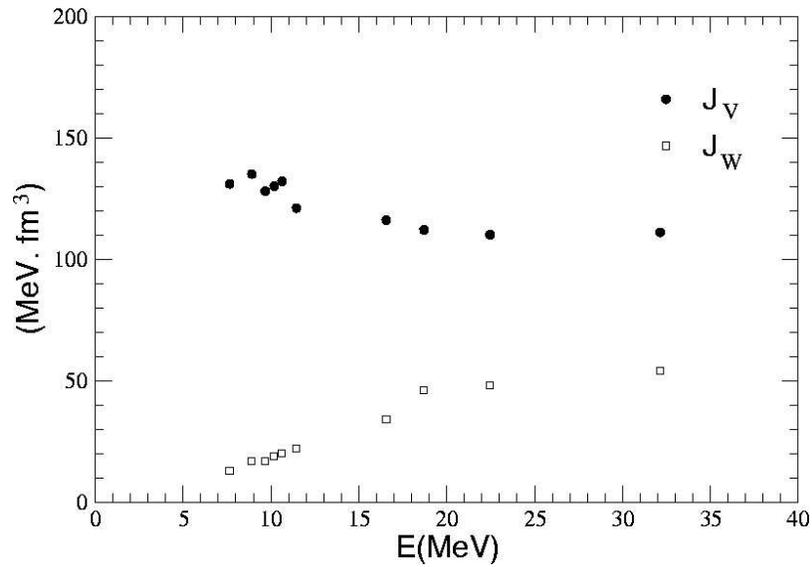


Figura 4.11: Valores das integrais de volume real e imaginária por par de nucleons interagentes como função da energia.

A seguir, mostramos os valores da integral de volume para a interação spin-órbita, obtidos pela expressão (4.43).

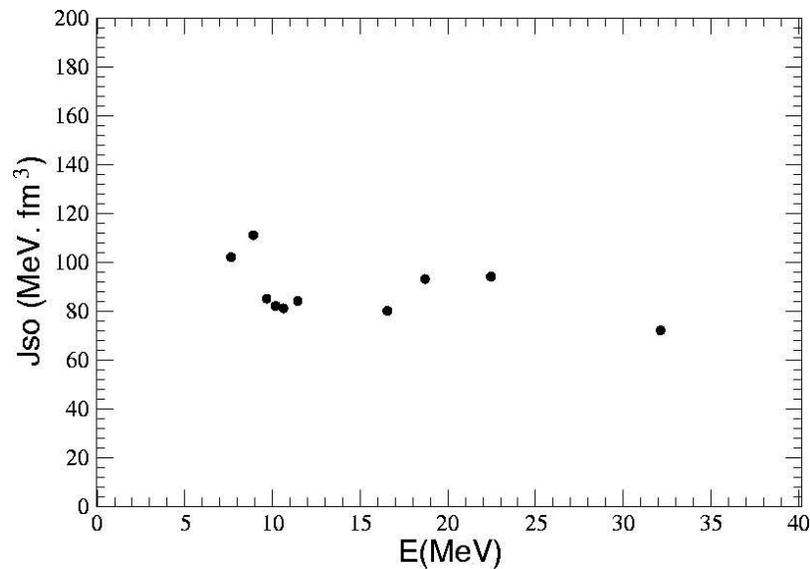


Figura 4.12: Valores da integral de volume para a interação spin-órbita por par de nucleons interagentes como função da energia.

## 4.7 Potencial de São Paulo

O potencial óptico consegue nos fornecer uma descrição objetiva para o espalhamento elástico e como vimos a inclusão de uma componente imaginária no potencial pode ser justificada formalmente. No entanto, podemos obter um potencial que seja derivado da interação efetiva nucleon-nucleon e seja livre de parâmetros livres.

Nessa abordagem, assume-se que o potencial de interação entre dois núcleos  $P$  e  $Q$  é dado pela soma das interações individuais locais  $u_{pq}(r_{pq}, \rho_p, \rho_q)$  entre os nucleons que os constituem:

$$V_{PQ} = \sum_{pq} u_{pq} \quad (4.44)$$

Os aspectos macroscópicos da interação podem ser representados por uma dependência de  $u_{pq}$  com a densidade da matéria nuclear na qual os nucleons interagentes estão imersos e deste modo temos que o potencial resulta da integral de dupla convolução (*double-folding*):

$$V_{PQ} = \int d\vec{r}_p \int d\vec{r}_q \rho_P(\vec{r}_p) \rho_Q(\vec{r}_q) u_{pq}(r_{pq}, \rho_p, \rho_q) \quad (4.45)$$

As densidades de matéria  $\rho_x(r_y)$  (onde  $x = P, Q$  e  $y = p, q$ ) podem ser definidas pela convolução da densidade de nucleons  $\rho_{N_x}(\vec{r}_y)$  no núcleo com a distribuição intrínseca de matéria do nucleon  $\rho_y$ :

$$\rho_x(r) = \int \rho_{N_x}(\vec{r}') \rho_y(\vec{r} - \vec{r}') d\vec{r}' \quad (4.46)$$

Isso é necessário porque a densidade de nucleons  $\rho_{N_x}(\vec{r}')$  no núcleo é diferente da densidade de matéria  $\rho_x(r)$  no núcleo em virtude do tamanho finito do nucleon. O Potencial de São Paulo é determinado por uma interação de *folding* nucleon-nucleon que apresenta uma dependência com a velocidade relativa  $v$  entre os mesmos:

$$u_{pq}(r_{pq}) = \int d\vec{r}_p \int d\vec{r}_q \rho_P(\vec{r}_p) \rho_Q(\vec{r}_q) V_0 e^{-4v^2/c^2} \delta(\vec{R}_{pq} - \vec{r}_p + \vec{r}_q) \quad (4.47)$$

onde  $c$  é a velocidade da luz e  $V_0 = -456 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3$ . A função delta reduz a integral de convolução para seis dimensões a uma integral tripla pela aproximação de alcance zero. Inserindo a expressão 4.47 e 4.46 na equação 4.45 verificamos que o Potencial de São Paulo pode ser determinado da seguinte forma:

$$V_{PQ}(r_{PQ}) = \int d\vec{r}_p \int d\vec{r}_q \rho_P(\vec{r}_p) \rho_Q(\vec{r}_q) V_0 e^{-4v^2/c^2} \delta(\vec{R}_{pq} - \vec{r}_p + \vec{r}_q) \quad (4.48)$$

Com esta formulação encontramos um potencial baseado na interação efetiva nucleon-nucleon. O potencial de São Paulo [40] apresenta um caráter não-local pois considera o efeito de antisimetriação de Pauli da troca de nucleons entre os dois núcleos em colisão.

A não-localidade aparece quando um nucleon do núcleo  $P$  é ejetado e trocado por um nucleon do núcleo  $Q$  (e vice-versa) por sua interação mútua; as posições dos centros de

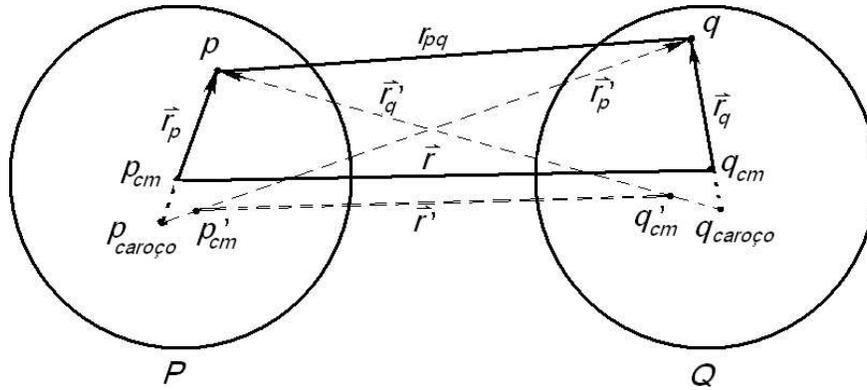


Figura 4.13: Sistema de coordenadas para a visualização do efeito provocado pela troca de nucleons entre dois núcleos em colisão. A troca (ou exchange) estabelece para o potencial de interação entre os núcleos um caráter não-local [28], visto que os centros de massa são alterados pelo intercâmbio de partículas. Na figura, as letras com uma linha representam as novas coordenadas após a troca.

massas de  $P$  e  $Q$  são alteradas e conseqüentemente a sua distância de separação. Na análise de ondas distorcidas, vamos aplicar também o Potencial de São Paulo para determinar as seções de choque de transferência, em substituição ao modelo óptico. Sendo o Potencial de São Paulo determinado pelo procedimento de convolução das densidades de nucleons (ou matéria) com o potencial efetivo nucleon-nucleon, o resultado obtido é um modelo livre de parâmetros ajustáveis.

Realizamos cálculos de espalhamento elástico com o Potencial de São Paulo de modo a verificar a sua aplicabilidade ao nosso problema (veja figura 5.12 no próximo capítulo). Na formulação do Potencial de São Paulo, está presente apenas a parte real do potencial nuclear convoluído e o potencial de Coulomb. Ao comparar as seções de choque teóricas aos pontos experimentais, verificamos que a consideração de apenas essas duas contribuições no potencial não é suficiente para ajustar de forma razoável as distribuições angulares em questão. Desse modo, em tais condições, não conseguimos ajustar a componente do espalhamento elástico.

Observamos um ajuste das distribuições angulares muito semelhante a este obtido pelo Potencial de São Paulo quando buscávamos por um conjunto de parâmetros do potencial óptico sem a inclusão da interação spin-órbita. Tal fato nos deu a idéia de incluir uma contribuição relativa a interação spin-órbita no Potencial de São Paulo.

O potencial de interação spin-órbita foi então obtido como a derivada do potencial *folding* real:

$$V_{SO}(r) = \lim_{\Delta r \rightarrow 0} \frac{\Delta U_{fold}^{SP}(r)}{\Delta r} \quad (4.49)$$

Com a adição do potencial spin-órbita tornou-se possível obter uma descrição razoável do espalhamento elástico com o uso do Potencial de São Paulo.



# Capítulo 5

## Cálculos de DWBA

O modelo óptico nos permite explicar de maneira razoável o processo elástico de colisão como foi visto no capítulo anterior. No entanto, para o sistema  ${}^7\text{Li} + {}^4\text{He} \rightarrow {}^7\text{Li} + {}^4\text{He}$  podemos observar também a ocorrência do processo de transferência. Em particular, para este sistema, observa-se um acréscimo bastante acentuado da seção de choque na parte dos ângulos traseiros ( $\theta_{cm} > 90^\circ$ ) das distribuições angulares. Uma maneira de explicar este fato consiste em assumir a predominância de uma reação de transferência direta entre os núcleos do sistema em colisão. O formalismo mais utilizado no tratamento de reações de transferência é baseado na Teoria de Ondas Distorcidas de Born ou DWBA (*Distorted Wave Born Approximation*).

Neste capítulo, vamos aplicar a aproximação de DWBA às distribuições angulares que obtivemos, bem como àquelas extraídas da literatura. Através dessa análise, será possível determinar os valores dos fatores espectroscópicos que permitem o melhor ajuste dos pontos experimentais, segundo os parâmetros geométricos dos potenciais de ligação utilizados. Também serão encontrados os valores dos coeficientes de normalização assintótica, os quais devem ser independentes dos aspectos geométricos dos potenciais empregados.

### 5.1 Mecanismos de Reação

O acréscimo nos valores da seção de choque nos ângulos traseiros ( $\theta_{cm} > 90^\circ$ ) pode indicar uma grande contribuição relativa a transferência de um trítio de valência entre os caroços de partículas alfa. Como o alvo de  ${}^4\text{He}$  é mais pesado que o trítio, o novo núcleo de  ${}^7\text{Li}$  que é formado na transferência, por conservação de momento, desloca-se “para trás” no sistema do centro de massa, e não há como distinguir estes eventos da transferência dos núcleos de  ${}^7\text{Li}$  espalhados elasticamente para trás. Na figura 5.1 ilustramos ambas as situações de acordo com a relação entre os ângulos de espalhamento no sistema do centro de massa:

$$\theta_\alpha = \pi - \theta_{{}^7\text{Li}} \quad (5.1)$$

A forma das distribuições angulares será definida pela interferência coerente ou incoerente entre as amplitudes de espalhamento e de transferência.

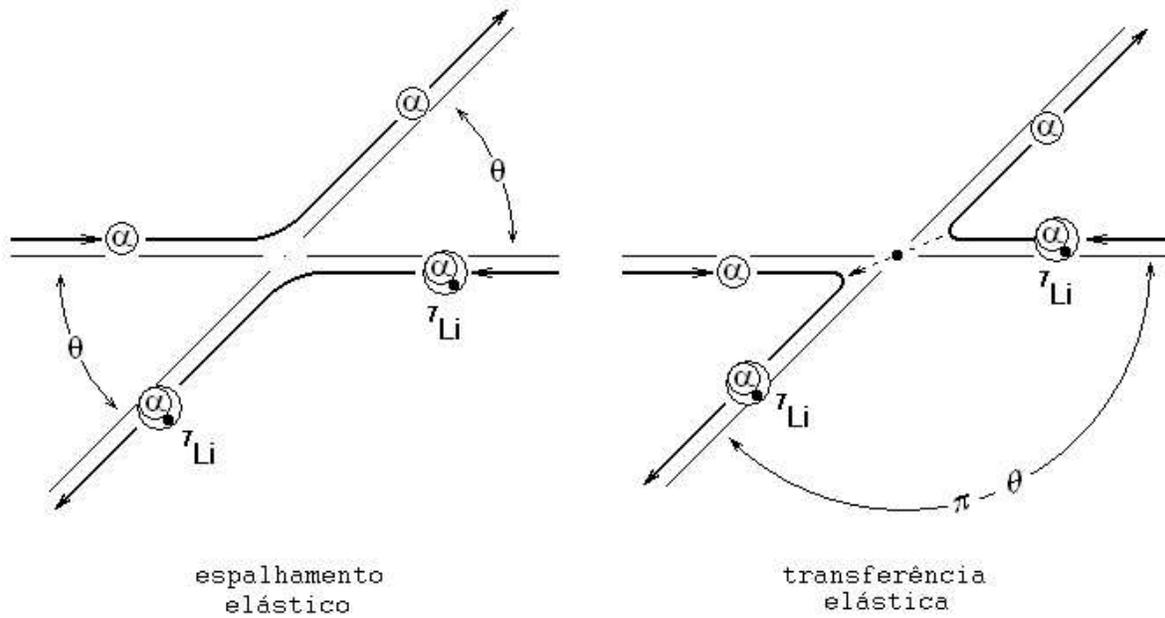


Figura 5.1: Representação da relação cinemática existente entre o espalhamento elástico e a transferência elástica. O círculo preto representa o trítio de valência.

A reação de transferência pode acontecer de modo direto, como também pela formação de um núcleo composto de  ${}^7\text{Li} + \alpha \rightarrow {}^{11}\text{B} \rightarrow \alpha + {}^7\text{Li}$ . A contribuição de núcleo composto é muito menos favorecida nas energias consideradas e não foi estudada na presente análise.

O processo de transferência periférica (superfície nuclear) restringe-se a uma faixa estreita de ondas parciais de momento angular  $\ell$ . Pelo princípio da incerteza de Heisenberg, a pequena dispersão das contribuições de ondas parciais origina uma considerável incerteza  $\Delta\theta$  no ângulo de espalhamento, o que justifica o tratamento quântico como o mais adequado.

Para este processo direto de transferência podemos empregar uma teoria de perturbação de primeira ordem onde a seção de choque seja proporcional ao elemento de matriz da interação efetiva entre os estados de espalhamento inicial  $\chi_i$  e final  $\chi_f$ .

## 5.2 Teoria de Ondas Distorcidas DWBA

Quando o acoplamento para canais intermediários é fraco (processo direto) a amplitude de transição para a reação genérica  $A(a, b)B$  pode ser obtida pelo elemento de matriz de primeira ordem do produto das funções de onda:

$$T_{DWBA} = \mathfrak{J} \iint d\mathbf{r}_a d\mathbf{r}_b \chi_\beta^{(-)*}(\mathbf{k}_b, \mathbf{r}_b) \langle Bb | \Delta V | Aa \rangle \chi_\alpha^{(+)}(\mathbf{k}_a, \mathbf{r}_a) \quad (5.2)$$

onde  $\mathfrak{J}$  é o Jacobiano de transformação das coordenadas relativas e  $\mathbf{r}_a$  e  $\mathbf{r}_b$  são respectivamente as distâncias de separação entre  $a - A$  e  $b - B$ . As funções  $\chi_\alpha$  e  $\chi_\beta$  são as ondas

distorcidas para o canal de entrada e saída respectivamente. Elas são as funções de onda que descrevem o movimento relativo do par  $a, A$  (canal  $\alpha$ ) antes da colisão, ou do par  $b, B$  (canal  $\beta$ ) após a colisão e são geradas na equação de Schrödinger (5.3) pela introdução do potencial óptico  $U_{\alpha(\beta)}(r)$  do respectivo canal:

$$\left[ \nabla^2 + k^2 - \frac{2\mu}{\hbar^2} U_{\alpha(\beta)}(r) \right] \chi_{\alpha(\beta)}(\mathbf{k}, \mathbf{r}) = 0 \quad (5.3)$$

Pela inclusão do spin das partículas e da interação spin-órbita em  $U(r)$ , as funções de ondas distorcidas transformam-se em matrizes no espaço de spin. O elemento de matriz presente na amplitude de espalhamento (5.2) é responsável pela transição proporcionada pelo potencial  $\Delta V$  para os estados internos dos núcleos em colisão:

$$\langle Bb | \Delta V | Aa \rangle = \int \psi_B^* \psi_b^* \Delta V \psi_A \psi_a d\xi \quad (5.4)$$

onde  $\xi$  refere-se às coordenadas internas dos núcleos independentes de  $\mathbf{r}_a$  e  $\mathbf{r}_b$ . Esta interação efetiva ou fator de forma contém toda a informação referente a estrutura nuclear, regras de seleção do momento angular e do tipo de reação sob consideração (*stripping*, *knock-on* ou espalhamento inelástico).

O cálculo numérico da amplitude de espalhamento (5.2) apresenta algumas dificuldades em virtude da integral hexadimensional que deve ser avaliada; no passado, fez-se extenso uso da aproximação de alcance zero (*zero-range approximation*) para contornar este problema. Nesta aproximação assume-se que a partícula  $b$  é emitida no mesmo ponto onde a partícula  $a$  é absorvida. Deste modo, insere-se uma função delta que reduz a obtenção da amplitude ao cálculo de somente três integrais. Nos dias de hoje, a grande capacidade computacional e os métodos numéricos já nos permitem a resolução do problema exato, sem o apelo de tal aproximação. O programa FRESCO, que utilizaremos nos cálculos de DWBA, nos dá tanto a opção pelo uso da aproximação de alcance zero quanto do cálculo exato de alcance finito.

Considere um processo de transferência que ocorre do seguinte modo:

$$A + a \rightarrow b + B \quad \text{onde} \quad (a = b + x, \quad B = A + x) \quad (5.5)$$

onde  $x$  é a partícula de valência que é trocada entre os caroços  $A$  e  $b$ . Na figura 5.2 mostramos os vetores coordenados para o processo de transferência (*stripping*).

Para reações de rearranjo dos nucleons podemos descrever a amplitude de transição  $T_{DWBA}$  em função dos núcleos do canal de entrada ou em função dos núcleos da partição de saída. Com o emprego da interação projétil-alvo do canal de entrada, teremos a forma *prior* da amplitude de espalhamento. O potencial de interação para a partição inicial pode ser escrito como:

$$\Delta V_{aA} = V_{xA} + U_{bA} \quad (5.6)$$

A interação  $U_{bA}$  é o potencial entre os caroços  $A$  e  $b$  e o termo  $V_{xA}$  é o potencial de ligação da partícula de valência  $x$  ao caroço  $A$ . Na representação *prior* a amplitude de espalhamento DWBA é expressa como:

$$T_{DWBA} = \mathfrak{J} \iint d\mathbf{r}_a d\mathbf{r}_b \chi_f^{(-)*}(\mathbf{k}_b, \mathbf{r}_b) \langle Bb | V_{xA} + U_{bA} - U_\alpha | Aa \rangle \chi_i^{(+)}(\mathbf{k}_a, \mathbf{r}_a) \quad (5.7)$$

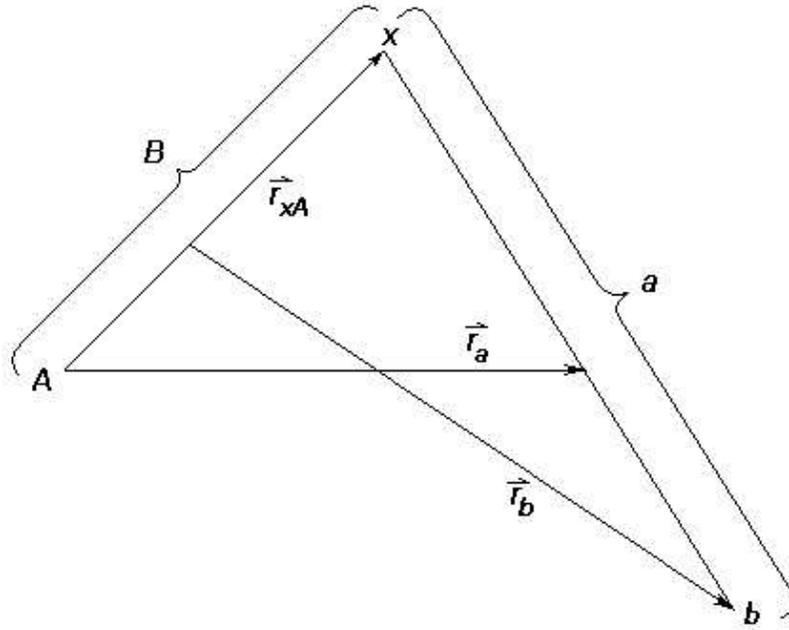


Figura 5.2: Vetores coordenados para uma transferência genérica (*stripping*).

Se a descrição for realizada em termos dos componentes do canal de saída teremos a representação *post*, na qual o potencial é dado por:

$$\Delta V_{bB} = V_{bx} + U_{bA} \quad (5.8)$$

dessa maneira a amplitude de transição fica estabelecida como:

$$T_{DWBA} = \mathfrak{I} \iint d\mathbf{r}_a d\mathbf{r}_b \chi_f^{(-)*}(\mathbf{k}_b, \mathbf{r}_b) \langle Bb | V_{bx} + U_{bA} - U_\beta | Aa \rangle \chi_i^{(+)}(\mathbf{k}_a, \mathbf{r}_a) \quad (5.9)$$

Nas duas representações calculamos o elemento de matriz subtraindo a contribuição do espalhamento elástico da interação total. Na descrição *prior*, subtraímos o potencial óptico do canal de entrada  $U_\alpha$  e na forma *post* o potencial óptico do canal de saída  $U_\beta$ . A seção de choque na aproximação DWBA é obtida pelo quadrado da amplitude de transição:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_\alpha \mu_\beta}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{\kappa_b}{\kappa_a} \frac{1}{(2J_A + 1)(2J_a + 1)} \sum_{m_a} |T_{DWBA}|^2 \quad (5.10)$$

### 5.3 Amplitudes Espectroscópicas

No capítulo 1, apresentamos a expressão da aproximação DWBA de forma equivalente em termos da função de *overlap* das funções de onda dos estados ligados  $a$  e  $B$ . As funções de *overlap* para os estados ligados  $b + x = a$  e  $A + x = B$  são dadas por:

$$\begin{aligned} I_{bx}^a &= \langle \psi_b(\xi_b) \psi_x(\xi_x) | \psi_a((\xi_b), (\xi_x), \mathbf{r}_{bx}) \rangle \\ I_{Ax}^B &= \langle \psi_A(\xi_a) \psi_x(\xi_x) | \psi_B((\xi_A), (\xi_x), \mathbf{r}_{Ax}) \rangle \end{aligned} \quad (5.11)$$

A aplicação destas expressões no elemento de matriz nos fornece:

$$\langle Bb|\Delta V|Aa\rangle = \langle I_{Ax}^B|\Delta V|I_{bx}^a\rangle \quad (5.12)$$

As funções de *overlap* podem ser escritas expandindo-se o elemento de matriz (5.11) nos estados permitidos pelo acoplamento do momento angular orbital  $\ell$  e sua projeção  $m_\ell$  do movimento relativo entre o caroço e a partícula de valência:

$$\begin{aligned} I_{bx}^a &= \sum_{\ell m_\ell j_a m_{j_a}} \langle J_x M_x \ell m_\ell | j_a m_{j_a} \rangle \langle J_b M_b j_a m_{j_a} | J_a M_a \rangle i^\ell Y_\ell^{m_\ell}(\hat{\mathbf{r}}_{bx}) I_{bx\ell j_a}^a(r_{bx}) \\ I_{Ax}^B &= \sum_{\ell m_\ell j_B m_{j_B}} \langle J_x M_x \ell m_\ell | j_B m_{j_B} \rangle \langle J_A M_A j_B m_{j_B} | J_B M_B \rangle i^\ell Y_\ell^{m_\ell}(\hat{\mathbf{r}}_{Ax}) I_{Ax\ell j_B}^B(r_{Ax}) \end{aligned} \quad (5.13)$$

O cálculo da expressão  $\langle I_{Ax}^B|\Delta V|I_{bx}^a\rangle$  requer necessariamente o conhecimento das funções de onda internas dos núcleos da partição inicial e final ou das funções de *overlap* correlatas. De modo extremo, podemos considerar a partícula ou *cluster* de valência  $x$  preso ao caroço do estado ligado como um estado puro de partícula independente  $\varphi_{\ell s j}$  (*single-particle state*) com valores de momento angular relativo, spin e momento angular total dados respectivamente por  $\ell, s, j$ . As funções de onda dos estados ligados, apresentando um momento angular  $J$  (cuja projeção é  $M$ ), são dadas pela superposição de todas as configurações possíveis entre o caroço com spin  $J_c$  e o estado de *single-particle*  $\varphi_{\ell s j}$ :

$$\psi^{JM}(\xi, \mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{\ell j J_c} A_{\ell s j}^{j J_c J} [\psi_c^{J_c}(\xi) \otimes \varphi_{\ell s j}(\mathbf{r})]_{JM} \quad (5.14)$$

onde  $n$  é o número de nucleons (ou *clusters*) no estado ligado que são idênticos a partícula de valência. A contribuição de cada configuração do modelo de *single-particle* (ou *cluster*) na construção da função de onda do sistema composto é expressa pelos coeficientes de parentesco fracional ou amplitudes espectroscópicas  $A_{\ell s j}^{j J_c J}$ . A probabilidade de encontrarmos a partícula de valência  $x$  no estado de partícula independente  $\varphi_{\ell s j}$  ligada ao caroço com spin  $J_c$  é dada pelos fatores espectroscópicos  $S_{\ell s j}^{j J_c J}$ :

$$S_{\ell s j}^{j J_c J} = |A_{\ell s j}^{j J_c J}|^2 \quad (5.15)$$

Como vimos no capítulo 1, os coeficientes de normalização assintótica estão relacionados aos fatores espectroscópicos pela expressão:

$$(C_{Ax\ell_B j_B}^B)^2 = S_{Ax\ell_B j_B} b_{Ax\ell_B j_B}^2 \quad \text{e} \quad (C_{bx\ell_a j_a}^a)^2 = S_{bx\ell_a j_a} b_{bx\ell_a j_a}^2 \quad (5.16)$$

Encontrando desse modo as constantes de normalização  $b_{Ax\ell_B j_B}$  e  $b_{bx\ell_a j_a}$  que normalizam a função de onda de *single-particle*  $\varphi_{\ell s j}$  pela função de Whittaker, somos capazes de determinar os coeficientes de normalização assintótica pelos fatores espectroscópicos encontrados na análise de ondas distorcidas.

## 5.4 Modelo de Cluster

Verifica-se que a natureza atrativa de curto alcance das forças nucleares origina correlações entre os nucleons, favorecendo em determinadas situações a formação de aglomerados (*clusters*) ou grupos no interior dos núcleos. Em particular, o emprego de formalismos microscópicos em termos do método de grupo ressonante (*Resonating Group Method* RGM [41]), pelo método gerador de coordenadas (*Generator Coordinate Method* GCM [42]) ou pelo modelo da condição de ortogonalidade (*Orthogonality Condition Model* OCM [43]) indica que o estado fundamental do  ${}^7\text{Li}$  é bem aproximado por uma configuração do tipo  $\alpha + t$ . A separação em energia dos dois primeiros níveis do  ${}^7\text{Li}$ , por exemplo, é bem descrita pelo *splitting* ocasionado pela interação spin-órbita do momento angular relativo  $\ell$  entre o trítio de valência e o caroço de  ${}^4\text{He}$ . O processo de transferência também é facilitado pela baixa energia de ligação (*breakup threshold* de  $2.4678 \text{ MeV}$ ) do trítio à partícula  $\alpha$ . Acerca destes fatos, podemos esperar que exista uma contribuição relevante de troca de um trítio no espalhamento  ${}^7\text{Li} + \alpha$ . Considere uma estrutura que apresente um *cluster* de valência circundando um caroço inerte (ou excitado); neste caso, podemos aproximar o aglomerado de valência como uma partícula em uma órbita com número quântico principal  $N$  e momento angular orbital  $L$ :

$$2N + L = \sum_{i=1}^{n_c} (2n_i + \ell_i) \quad (5.17)$$

onde  $n_c$  é o número de partículas que compõem o *cluster* de valência. Os valores de  $n_i$  e  $\ell_i$  correspondem ao preenchimento adicional acima da superfície de Fermi de cada um dos constituintes  $i$  do *cluster* nos orbitais do modelo de camadas para o caroço. Os núcleos com essa estrutura *cluster*-caroço apresentam níveis de energia correspondentes às bandas rotacionais ( $2N + L$ ) para o movimento orbital relativo intrínseco.

Em especial, o núcleo de  ${}^7\text{Li}$  pode essencialmente ser descrito pela interação dos sistemas  $\alpha$  e  ${}^3\text{H}$ . Os níveis de energia do  ${}^7\text{Li}$  podem ser previstos com boa concordância [44] considerando-se de modo conjugado as configurações e estados possíveis do par *cluster*-caroço:  $t + \alpha$ ,  $t^* + \alpha$ ,  $t^{**} + \alpha$ ,  $t^{***} + \alpha$ ,  $t + \alpha^*$ , etc. No contexto do modelo de camadas, quando adicionamos os três nucleons componentes de um trítio ao núcleo de  ${}^4\text{He}$ , estes podem ocupar a camada  $1p$ <sup>1</sup>; Nesta configuração com momento angular orbital  $\ell = 1$ , representamos os estados do dubleto  $2P$  (g.s. e  $0.478 \text{ MeV}$ ). Nesse caso os números quânticos relativos são dados por  $2N + L = 3$  com as possíveis combinações  $N = 1$ ,  $L = 1$  e  $N = 0$ ,  $L = 3$ .

Para representar os próximos estados excitados não podemos adicionar os nucleons às camadas  $1d$  ou  $2s$ . A paridade  $\Pi = (-1)^\ell$  apresentada com o preenchimento desses níveis não seria negativa como observa-se. Os próximos níveis que podem ser ocupados tem momento angular orbital  $\ell = 3$  e representam os estados  $2F$  ( $4.652 \text{ MeV}$  e  $6.680 \text{ MeV}$ ) (veja Apêndice B). Na figura 5.3 ilustramos as configurações de *cluster* mais prováveis para os estados do  ${}^7\text{Li}$ .

Em 1975 foi proposto um modelo de aglomerados ou *cluster* [45] que podia descrever de modo razoável as propriedades dos núcleos tanto leves quanto pesados. Neste modelo,

<sup>1</sup>Obedecendo o Princípio de Exclusão de Pauli

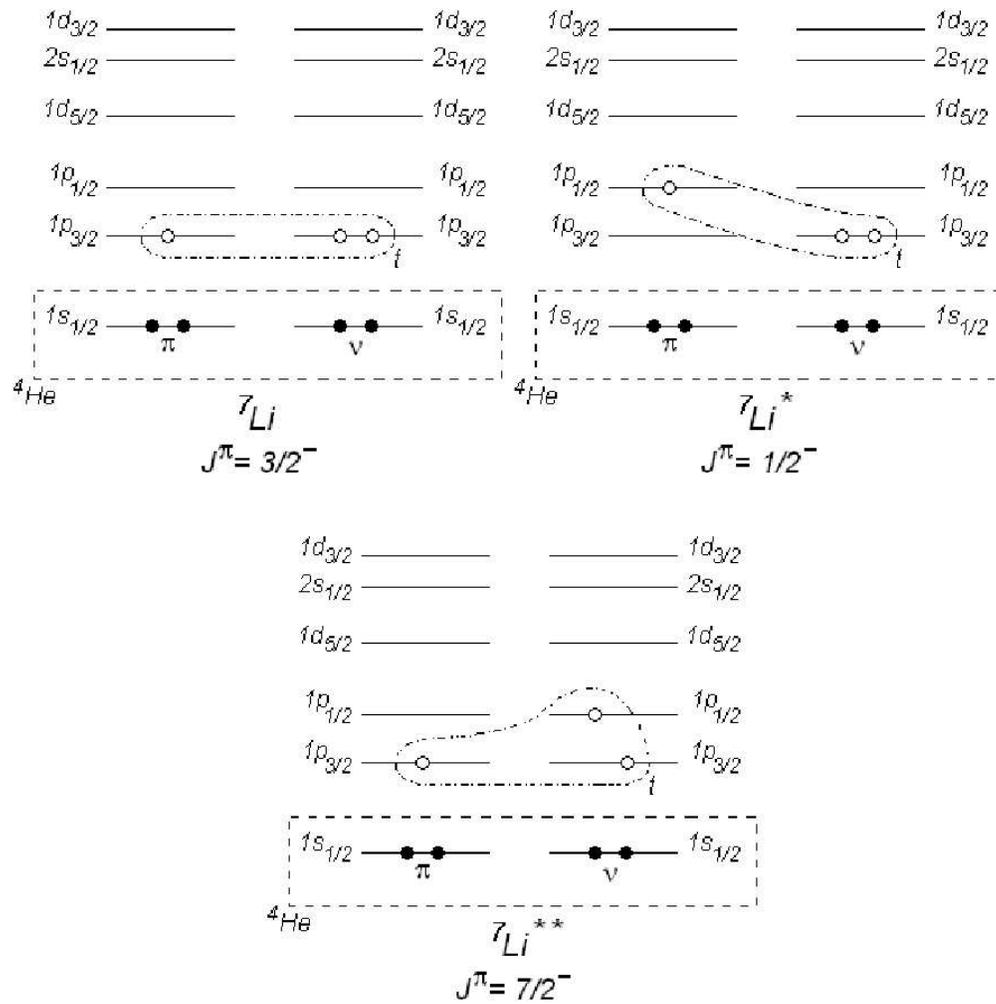


Figura 5.3: Configurações de cluster mais prováveis para os estados do  ${}^7\text{Li}$ .

adota-se um potencial central local *cluster*-caroço, o qual é aproximado pela integral de convolução entre a densidade do *cluster*  $\rho_x(r)$  e a densidade do caroço  $\rho_A(r)$ . O potencial gerado por este procedimento de *double-folding* tem a forma de um poço gaussiano e nos dá os valores das energias de ligação do estado ligado *cluster*-caroço quando inserido na equação de Schrödinger: O potencial local com forma gaussiana é independente para cada banda e tem uma vantagem em relação àqueles que apresentam o fator de forma de Woods-Saxon, porque estes necessitam de uma profundidade diferente para ajustar a energia de cada nível.

## 5.5 Potenciais de Interação

Em nossa análise de ondas distorcidas, utilizamos o modelo de *cluster* de dois corpos ( $\alpha + t$ ) para tratar o núcleo  ${}^7\text{Li}$ . Os potenciais de interação empregados no operador de transição  $\Delta V = V_{\alpha t} + U_{\alpha\alpha} - U$  para o cálculo da amplitude DWBA são mostrados na tabela 5.1:

	Pot. #	$V_o$ (MeV)	$R_o$ (fm)	$a_o$ (fm)	$V_i$ (MeV)	$R_i$ (fm)	$a_i$ (fm)	Fator de Forma	Ref.
${}^7\text{Li} + {}^4\text{He}$	1								Tab. 4.3
$t + {}^4\text{He}$	2	87.00	1.800	0.700	10.00	1.800	0.700	WS	[46]
$t + {}^4\text{He}$	3	83.78	2.520	0.000	10.00	2.520	0.000	Gauss	[47]
$t + {}^4\text{He}$	4	57.00	1.250	0.650	0.00	0.000	0.000	WS	[48]
$\alpha + {}^4\text{He}$	5	205.19	1.200	0.737	0.00	0.000	0.000	WS	[49]
$\alpha + {}^4\text{He}$	6	125.00	1.780	0.660	0.00	0.000	0.000	WS	[50]
$\alpha + {}^4\text{He}$	7	122.62	2.132	0.000	0.00	0.000	0.000	Gauss	[51]

Tabela 5.1: *Parâmetros dos potenciais de interação utilizados na análise de ondas distorcidas conforme referências encontradas na literatura. O conjunto número 1 diz respeito ao potencial óptico que encontramos no capítulo anterior (Tabela 4.3).*

Os potenciais podem ser parametrizados pelo fator de forma de Woods-Saxon (WS) porque o potencial de um nucleon imerso no campo de outros nucleons de um núcleo deve ser aproximadamente proporcional a densidade nuclear:

$$V(r) = \frac{-V_{o,i}}{1 + \exp\left(\frac{r - R_{o,i}}{a_{o,i}}\right)} \quad (5.18)$$

Uma outra possibilidade é utilizar o fator de forma gaussiano determinado pelo procedimento de convolução (*cluster-folding*) proposto por Buck *et al* [45]:

$$V(r) = -V_o \exp\left[\frac{-r^2}{R_{o,i}^2}\right] \quad (5.19)$$

Além do potencial nuclear com os parâmetros da tabela 5.1, incluímos o potencial coulombiano da interação  $\alpha\alpha$  ou  $\alpha t$ . Não inserimos nos cálculos o potencial de interação spin-órbita  $t + {}^4\text{He}$  em qualquer dos casos.

## 5.6 Análise de Ondas Distorcidas

Realizamos os cálculos de DWBA utilizando o programa FRESCO, assumindo que o acréscimo da seção de choque na região de ângulos traseiros das distribuições refere-se ao processo de transferência de um trítio. Nos cálculos de modelo óptico, nos concentramos em descrever o comportamento das distribuições na região  $\theta_{cm} < 90^\circ$ . As ondas distorcidas podem ser obtidas empregando-se os parâmetros do potencial óptico que determinamos da análise do espalhamento elástico (tabela 4.3).

Nos cálculos realizados com o FRESCO, as profundidades dos potenciais de interação foram automaticamente ajustadas de modo a reproduzir as respectivas energias de ligação dos *clusters*. Testamos todas as combinações dos conjuntos de potenciais listados na tabela 5.1, verificando qual combinação fornecia os melhores ajustes. As amplitudes espectroscópicas foram variadas de maneira a alcançar o mínimo  $\chi_{red}^2$  por comparação com as distribuições experimentais. Utilizamos as mesmas distribuições angulares que foram empregadas na determinação do potencial óptico, mas agora considerando também o intervalo angular  $\theta_{cm} > 90^\circ$ . As distribuições referentes a energia de  $E_{cm} = 22.46$  e  $E_{cm} = 18.70$  MeV, não apresentavam pontos além de  $\theta_{cm} \approx 100^\circ$  e por isso não foram usadas nessa análise.

Nas figuras 5.4, 5.5 e 5.6 podemos observar a comparação entre os dados experimentais para o espalhamento elástico (com transferência elástica) e as curvas obtidas pelo cálculo de DWBA. Na figura 5.4 combinamos os três potenciais de ligação  $t + {}^4He$  disponíveis com o potencial de interação determinado por Rusek [49] (potencial 5). Dentre os ajustes obtidos, a melhor combinação resulta dos potenciais número 4 e 5 (veja tabela 5.1), apresentando razoável concordância de fase e amplitude. As outras duas combinações, fornecem valores de seção de choque diferencial inferiores ao esperado na região de ângulos traseiros das distribuições  $\theta_{cm} > 90^\circ$ . Mesmo aumentando o valor do fator espectroscópico para essas combinações o ajuste não é bom.

Na figura 5.5 apresentamos as combinações dos potenciais  $t + {}^4He$  com o potencial  $\alpha + {}^4He$  fornecido por Neudatchin *et al* [50] (potencial 6) pela aplicação de modelos de cluster microscópicos. O resultado para este caso é praticamente o mesmo que para o potencial anterior, o mesmo acontecendo para os ajustes da figura 5.6, onde utilizamos o potencial de interação 7. Concluímos que nas condições estudadas, os três potenciais  $\alpha + {}^4He$  utilizados são equivalentes.

Para os potenciais de ligação  $t + {}^4He$  (2, 3 e 4), podemos dizer que o comportamento apresentado pelo potencial número 2 é semelhante àquele do potencial 3. O melhor ajuste é fornecido pelo potencial número 4 que apresenta o fator de forma de Woods-Saxon com os parâmetros padrões  $r = 1.25$  fm e  $a = 0.65$  fm.

Utilizamos os potenciais de ligação 4 e interação 7 no cálculo das seções de choque DWBA para a determinação dos fatores espectroscópicos. Uma vez que obtivemos os melhores ajustes com essa combinação, como se pode observar nas figuras 5.4, 5.5 e 5.6.

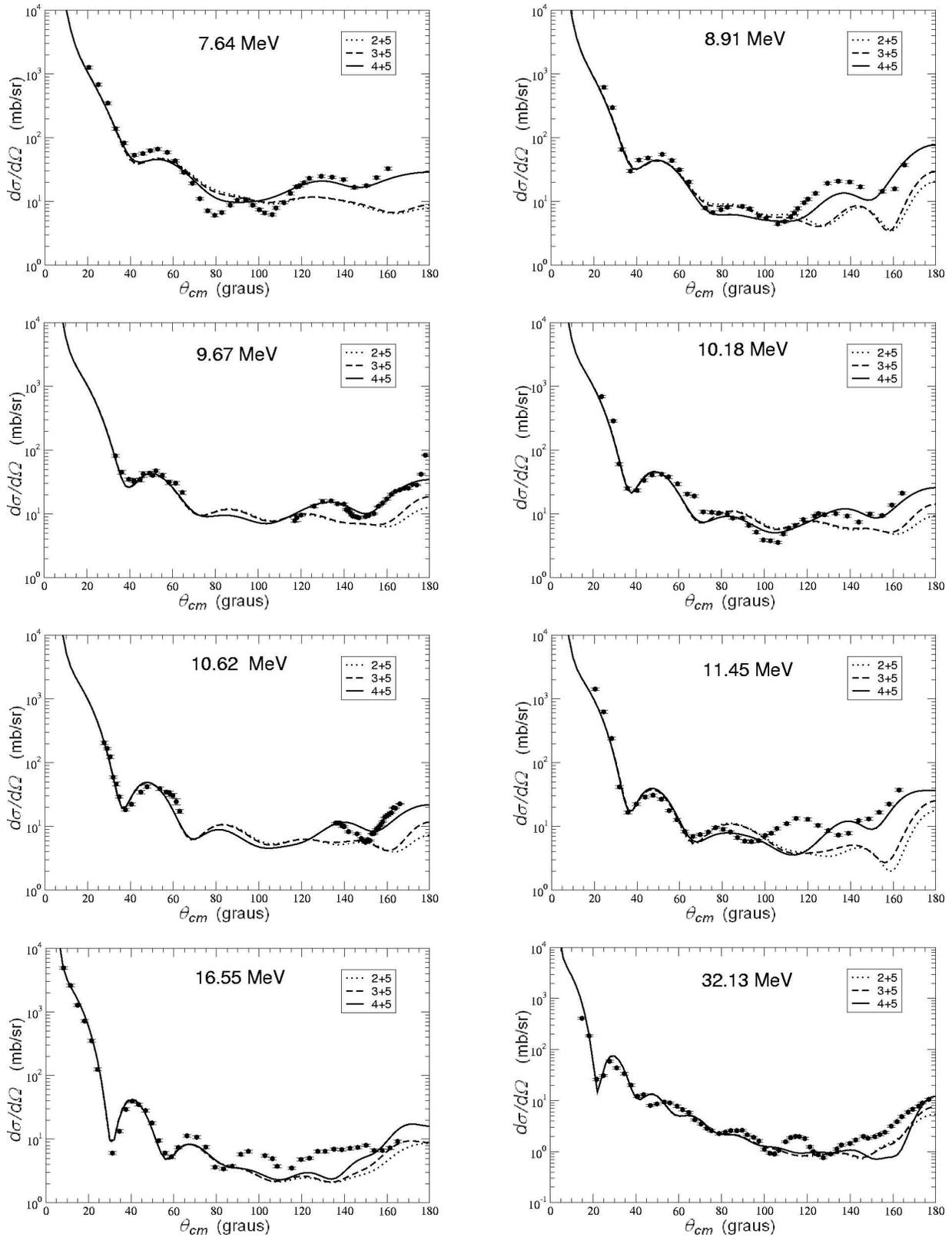


Figura 5.4: Comparação dos cálculos para a transferência elástica e os dados experimentais nas energias indicadas. Realizamos as combinações dos potenciais de interação  $t + {}^4\text{He}$  (2, 3 e 4) com o potencial  $\alpha + {}^4\text{He}$  número 5 [49] conforme a tabela 5.1.

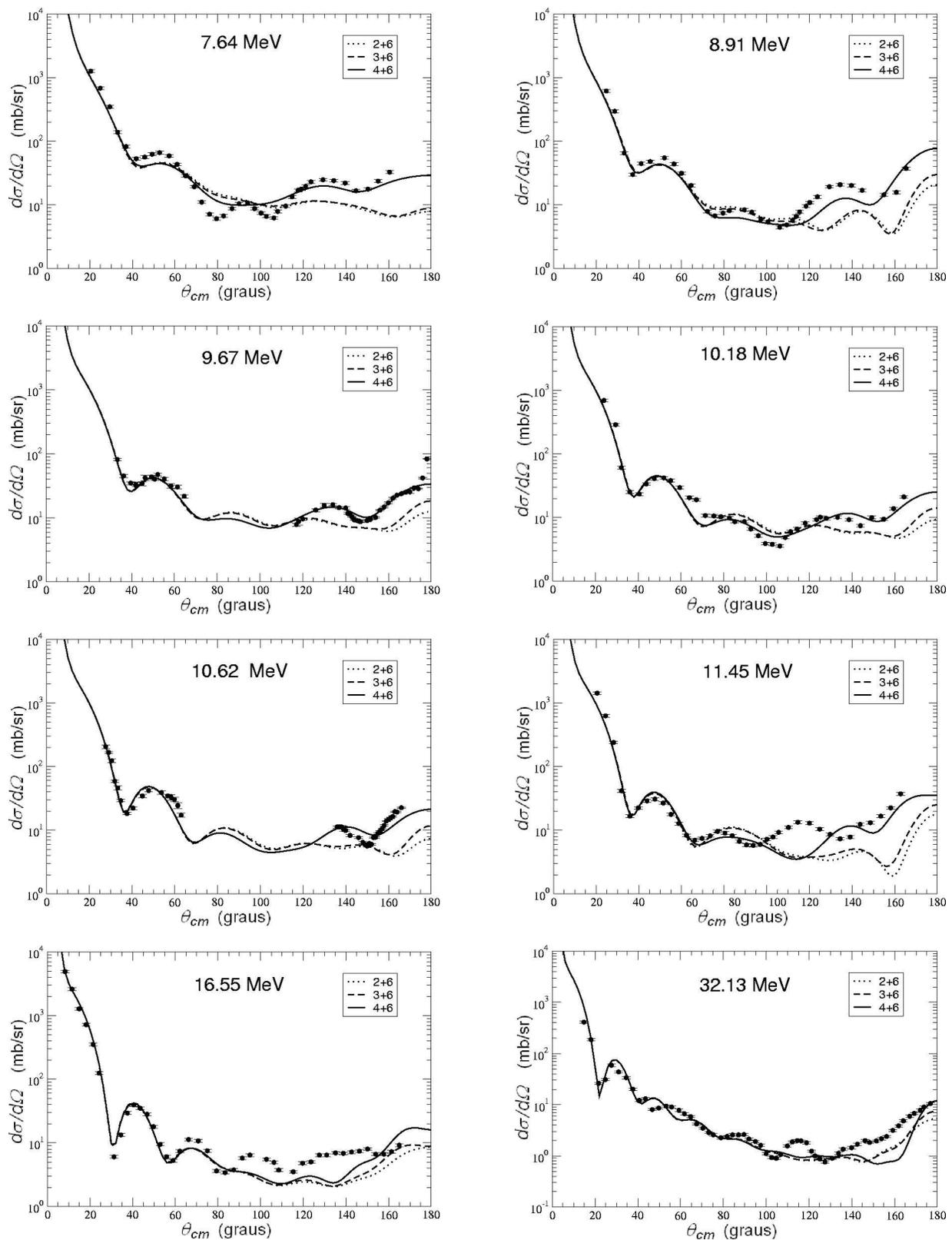


Figura 5.5: Comparação dos cálculos para a transferência elástica e os dados *experimentais* nas energias indicadas. Realizamos as combinações dos potenciais de interação  $t + {}^4\text{He}$  (2, 3 e 4) com o potencial  $\alpha + {}^4\text{He}$  número 6 [50] conforme a tabela 5.1.

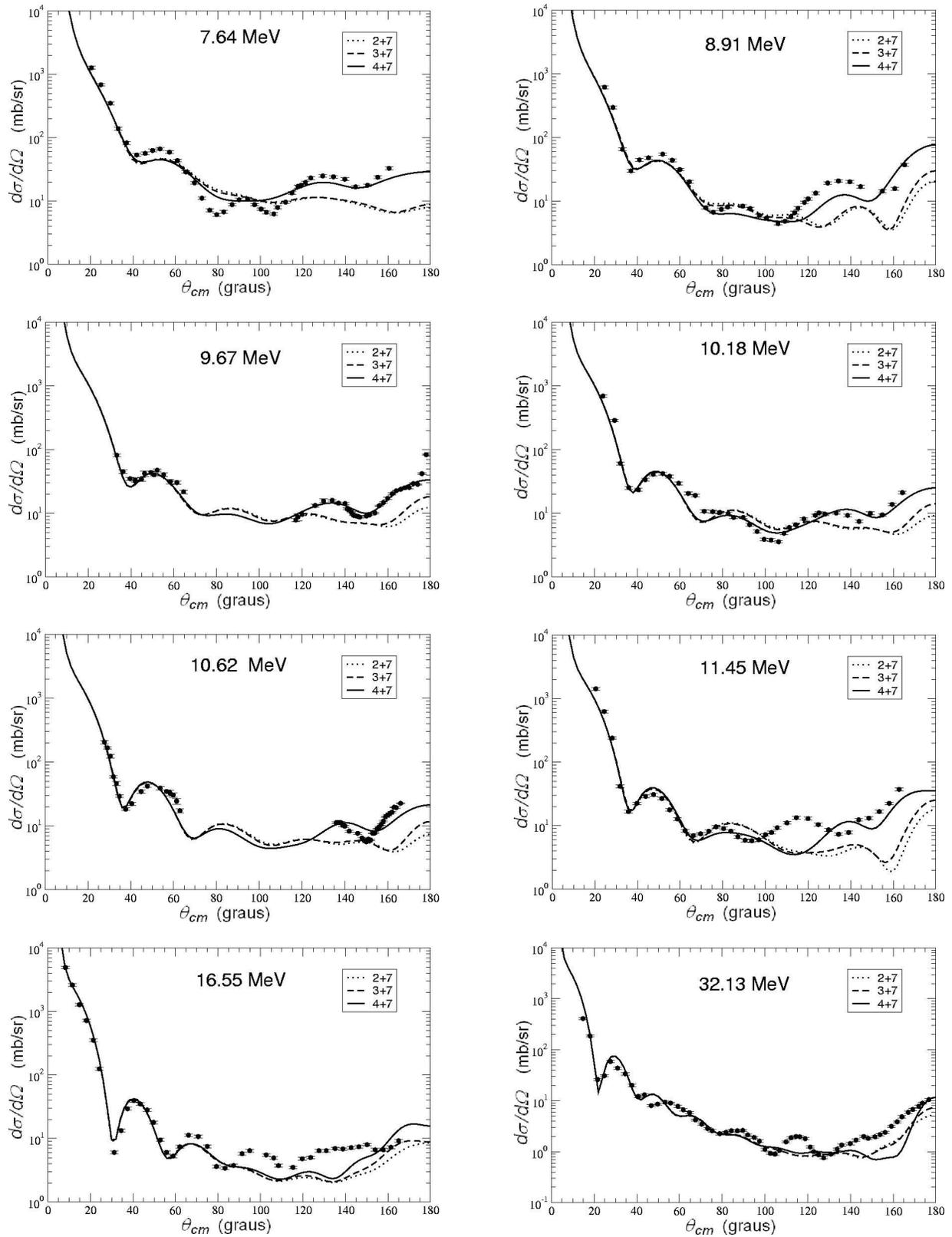


Figura 5.6: Comparação dos cálculos para a transferência elástica e os dados experimentais nas energias indicadas. Realizamos as combinações dos potenciais de interação  $t + {}^4\text{He}$  (2, 3 e 4) com o potencial  $\alpha + {}^4\text{He}$  número 7 [51] conforme a tabela 5.1.

## 5.7 Fatores Espectroscópicos e ANC's

Para obter os ajustes apresentados, variamos as amplitudes espectroscópicas de maneira a minimizar o valor do  $\chi^2$  na comparação das distribuições teóricas do cálculo de DWBA e os pontos experimentais. A rotina SFRESCO possui a opção de minimização das amplitudes espectroscópicas para o melhor ajuste. Entretanto, em nosso caso, o ajuste foi manual (usando um *grid* de valores) porque os valores das amplitudes devem ser iguais e o SFRESCO não permite considerar essa condição na minimização.

Os fatores espectroscópicos foram determinados ajustando-se as distribuições angulares já mostradas, de maneira a obter o valor mínimo de  $\chi^2$  (ou  $\chi_{red}^2$ ) nesse procedimento. Na figura 5.7 mostramos as curvas de  $\chi_{red}^2 = Chisq/N$  em função do valor do fator espectroscópico fornecido. Em todas as curvas podemos notar um ponto de valor mínimo, o qual corresponde ao melhor ajuste, segundo tal critério.

Os valores dos pontos de mínimo nas diferentes energias são bastante próximos entre si, indicando que o fator espectroscópico não apresenta grande variação em relação à energia. O único desvio ocorre para a energia de  $E_{cm} = 32.13 \text{ MeV}$ , onde o mínimo determina um fator espectroscópico bastante diferente dos demais; no entanto, observando o ajuste da distribuição angular na energia de  $E_{cm} = 32.13 \text{ MeV}$  para o valor do fator espectroscópico minimizado, verificamos que esse não corresponde ao melhor ajuste. Realizando um ajuste visual, sem o emprego do critério de  $\chi^2$ , encontramos um valor que concorda com os encontrados nas demais energias.

Na tabela 5.2 mostramos os valores dos fatores espectroscópicos determinados em nossa análise de DWBA, segundo os valores de energia das distribuições disponíveis. Na terceira coluna, mostramos as correspondentes amplitudes espectroscópicas  $A_{\alpha t} = S_{\alpha t}^{1/2}$ .

$E_{cm} \text{ (MeV)}$	$S_{\alpha t}$	$A_{\alpha t}$	$b_{\alpha t} \text{ (fm}^{-1/2}\text{)}$	$C_{\alpha t}^2 \text{ (fm}^{-1}\text{)}$	$C_{\alpha t} \text{ (fm}^{-1/2}\text{)}$
7.64	$0.543 \pm 0.010$	0.737	5.6172	$17.133 \pm 0.32$	$4.139 \pm 0.04$
8.91	$0.609 \pm 0.013$	0.780	5.6172	$19.216 \pm 0.41$	$4.384 \pm 0.05$
9.670	$0.555 \pm 0.004$	0.745	5.6172	$17.512 \pm 0.13$	$4.185 \pm 0.02$
10.180	$0.536 \pm 0.012$	0.732	5.6172	$16.912 \pm 0.38$	$4.112 \pm 0.05$
10.620	$0.527 \pm 0.003$	0.726	5.6172	$16.628 \pm 0.09$	$4.078 \pm 0.01$
11.450	$0.673 \pm 0.012$	0.820	5.6172	$21.235 \pm 0.38$	$4.608 \pm 0.04$
16.550	$0.537 \pm 0.013$	0.733	5.6172	$16.944 \pm 0.41$	$4.116 \pm 0.05$
32.130	$0.593 \pm 0.010$	0.770	5.6172	$18.711 \pm 0.32$	$4.326 \pm 0.04$

Tabela 5.2: Fatores espectroscópicos  $S_{\alpha t}$  determinados neste trabalho segundo os mínimos valores de  $\chi^2$  das curvas mostradas em 5.7 (exceto para  $E_{cm} = 32.13 \text{ MeV}$ ). Mostramos também as correspondentes amplitudes espectroscópicas  $A_{\alpha t}$  e os coeficientes de normalização assintótica ANC's calculados segundo o valor da constante de normalização  $b$  para as funções de onda de single-particle.

O programa FRESKO calcula o valor das constantes de normalização  $b$  para as funções de onda de *single-particle* de modo a igualá-las a correspondente função de Whittaker. O valor encontrado em todas as energias é o mesmo  $b = 5.6172$  porque essa constante só é alterada quando variamos os parâmetros geométricos dos potenciais de ligação.

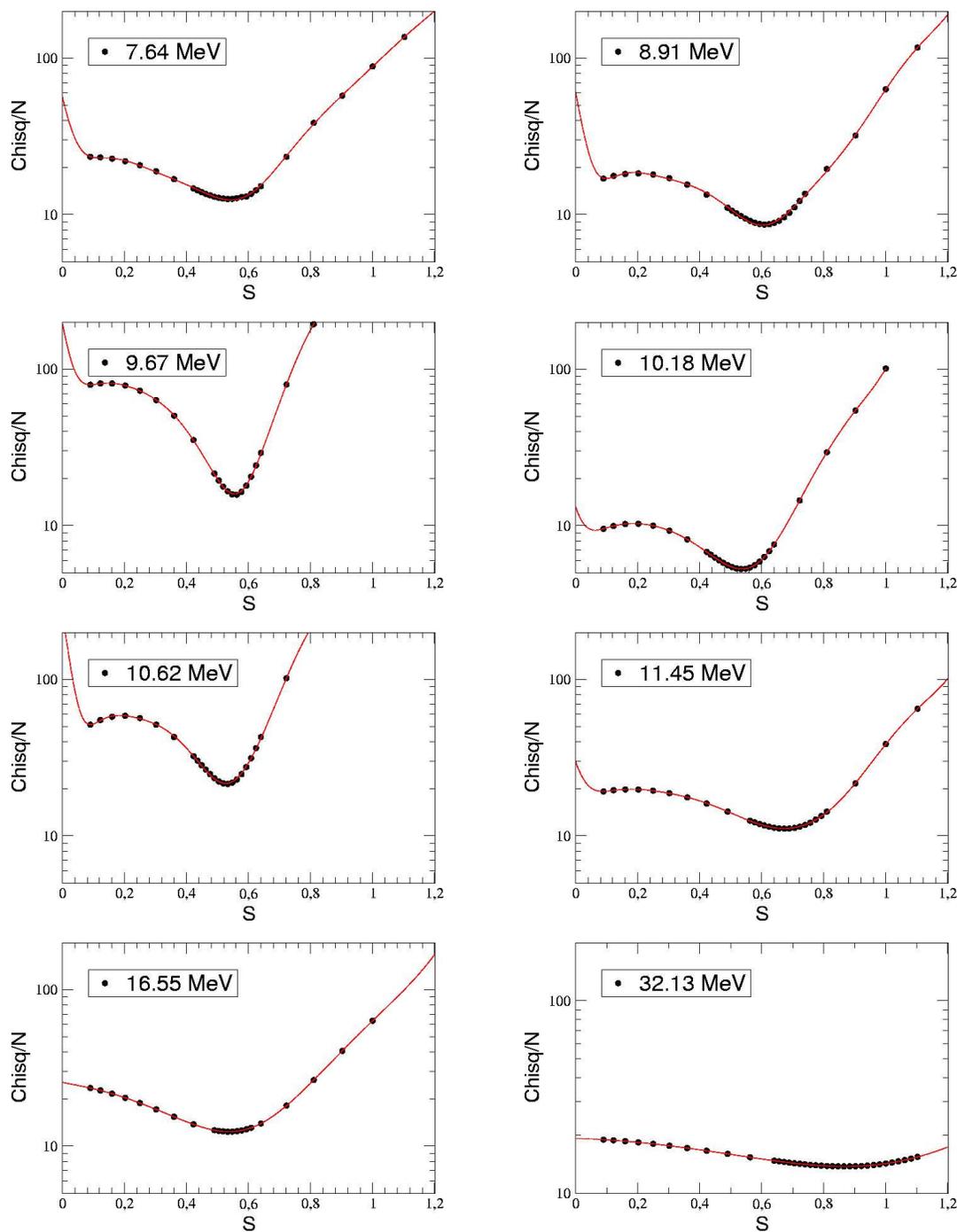


Figura 5.7: Curvas de minimização de  $\chi_{red}^2$  para o ajuste das distribuições angulares experimentais segundo os valores dos fatores espectroscópicos indicados.

Utilizando as relações dadas em (5.16), torna-se possível obter finalmente os coeficientes de normalização assintótica determinados pela análise da reação de transferência periférica. Os erros dos fatores espectroscópicos foram determinados em correspondência a variação de uma unidade no valor do  $\chi^2$  encontrado no ponto de mínimo ( $\chi^2 \pm 1$ ).

Como podemos ver nas figuras 5.4, 5.5 e 5.6, o ajuste das distribuições angulares para energias maiores que  $E_{cm} = 11.45 \text{ MeV}$  não é bom, indicando possíveis efeitos de ordem superior ou de acoplamentos. Para obter um valor médio para o fator espectroscópico bem como para o ANC, vamos considerar apenas as distribuições angulares até  $E_{cm} = 10.62 \text{ MeV}$ . Dessa forma, os valores médios obtidos são  $\bar{S}_{ot} = 0.55 \pm 0.03$  e  $\bar{C}_{ot}^2 = 17.5 \pm 1.0 \text{ fm}^{-1}$ . Os erros mostrados foram obtidos pelo cálculo do desvio padrão dos valores que temos. Além disso não verificamos possíveis ressonâncias em energias acima de  $10.62 \text{ MeV}$  que poderiam afetar os valores do fator espectroscópico e ANC.

## 5.8 Caráter Periférico da Transferência

Uma das condições para a aplicação do método ANC, é que a reação de transferência de um trítio ocorra na superfície nuclear. Para verificar se a reação estudada apresenta o caráter periférico nas energias utilizadas para a determinação do coeficiente de normalização assintótica, realizamos o cálculo de DWBA inserindo um corte na integração das amplitudes de transição.

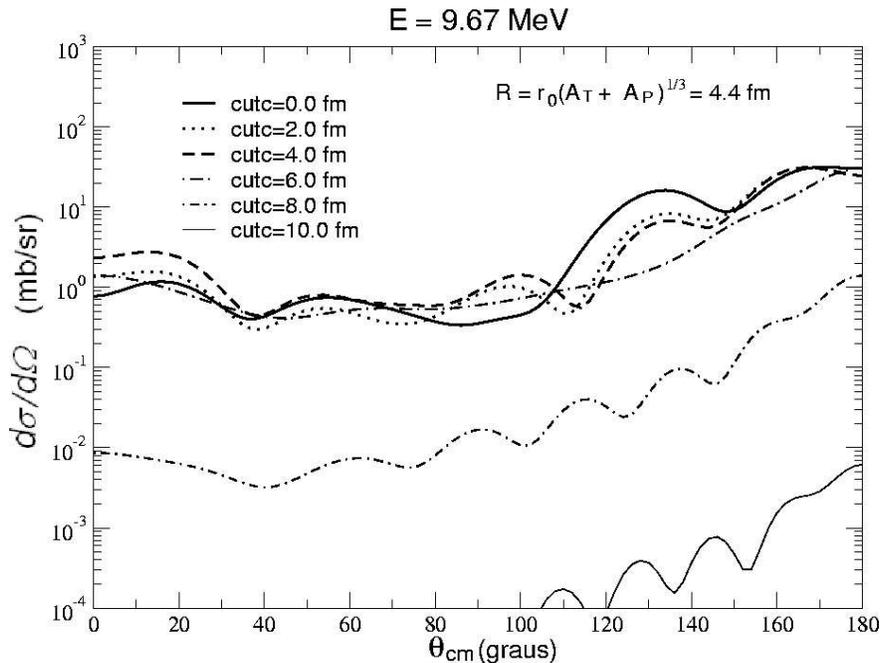


Figura 5.8: Dependência da seção de choque diferencial DWBA com o raio de corte  $cutc$ . Podemos notar que só ocorre mudança significativa nas distribuições quando começamos a excluir da integração a contribuição da superfície nuclear. Nas outras energias verificamos um comportamento semelhante.

Se a parte interna do potencial nuclear apresentar uma influência significativa no

cálculo da transferência, observaremos que aumentando apenas um pouco o limite inferior do raio de integração, a forma das distribuições deve ser bastante alterada. Verificamos que ao excluir da integração as amplitudes calculadas para raios um pouco inferiores a  $R = 1.25(A_{7Li}^{1/3} + A_{4He}^{1/3}) \simeq 4.4 \text{ fm}$  não havia modificações na forma e magnitude das seções de choque. Além desse raio, os valores da seção de choque tornam-se bastante reduzidos, indicando que a reação de transferência é periférica nas energias empregadas. Na figura 5.8, mostramos a variação causada na seção de choque DWBA quando realizamos o corte no limite inferior do raio de integração (indicado por *cutc* no FRESCO).

Visualizando as contribuições do espalhamento elástico e transferência separadamente (veja figura 5.10) é possível afirmar que a influência do processo de transferência na região de ângulos dianteiros  $\theta_{cm} < 90^\circ$  das distribuições angulares é pequena, como se esperava. A predominância da transferência ocorre para ângulos próximos a  $180^\circ$ .

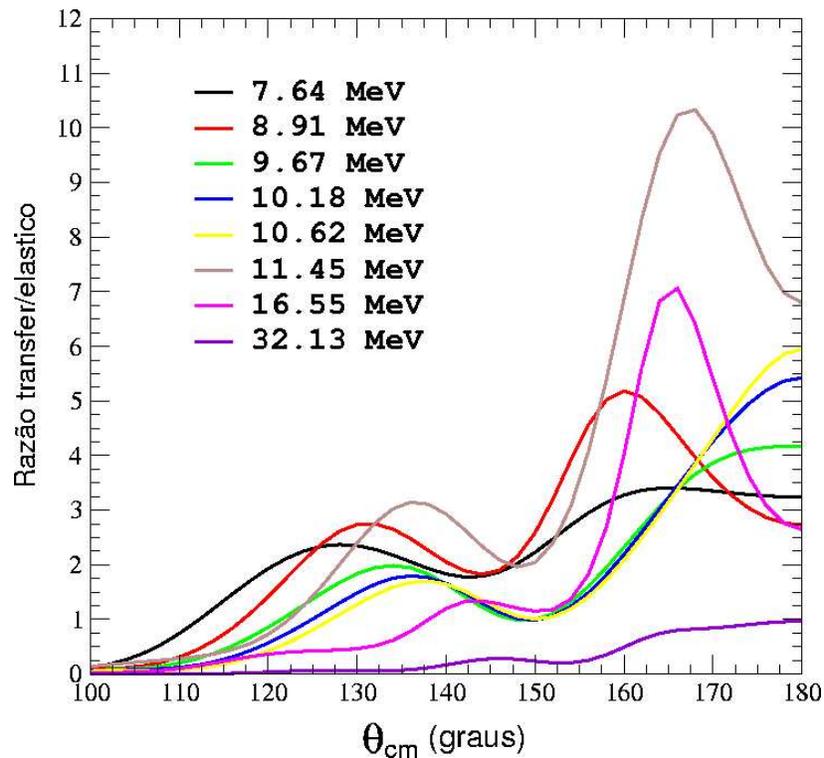


Figura 5.9: Razão entre a seção de choque de transferência e a contribuição do espalhamento elástico em cada energia para os ângulos indicados.

Para que o método ANC possa ser aplicado e os resultados assim obtidos apresentem um erro pequeno, deve-se realizar as medidas das seções de choque em energias para as quais o processo de transferência seja preponderante. Calculando a razão entre a contribuição referente ao processo de transferência e a seção de choque elástica para as diversas energias aqui estudadas, podemos verificar em qual energia essa razão é maximizada. Na figura 5.9, mostramos o cálculo dessa razão e podemos observar que a transferência foi dominante para a energia de  $E_{cm} = 11.45 \text{ MeV}$ .

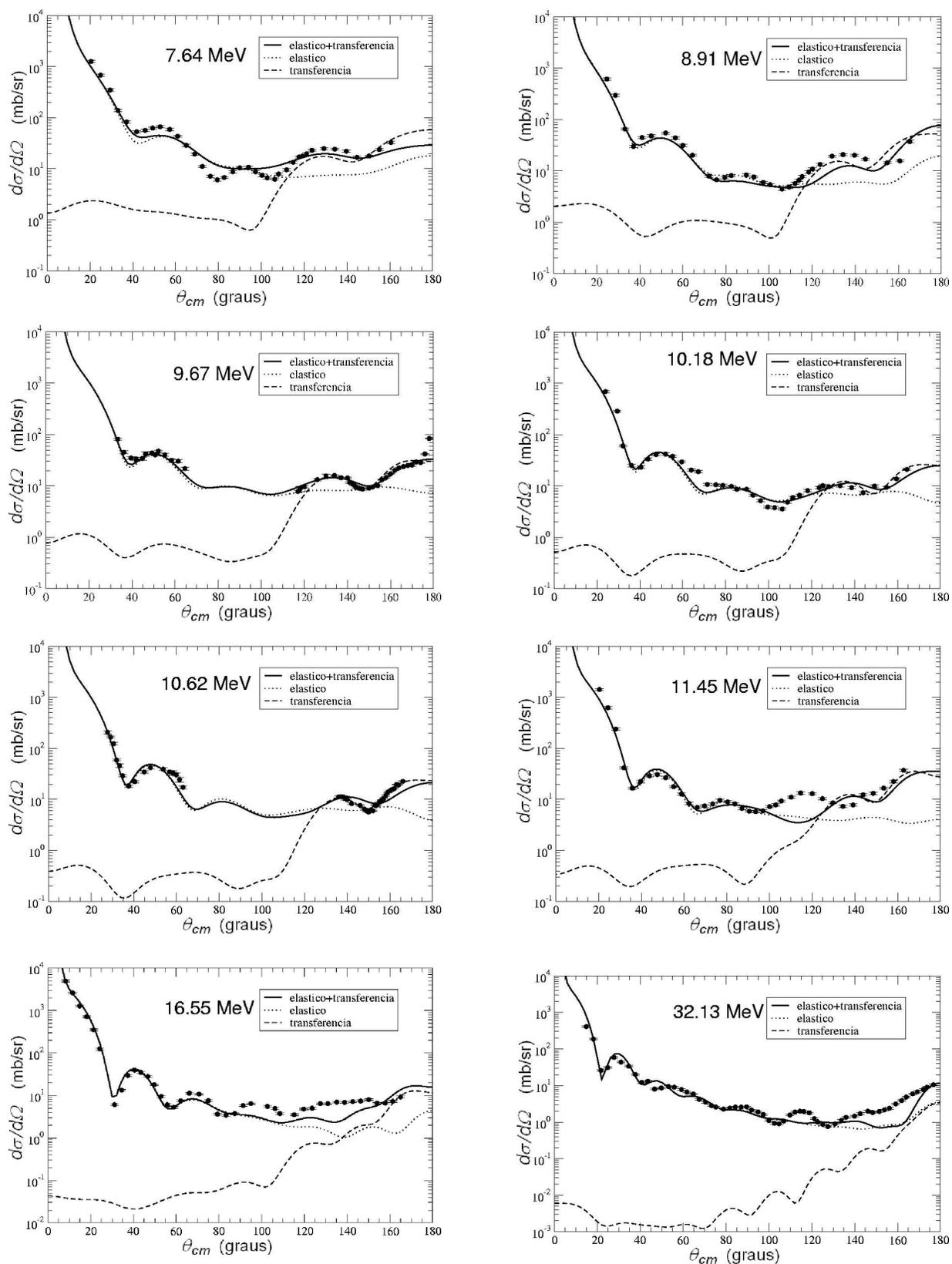


Figura 5.10: Distribuições angulares obtidas na análise de DWBA (potenciais 4 e 7) mostrando as contribuições do espalhamento elástico e transferência separadamente. Podemos notar que o processo de transferência é dominante em ângulos próximos a  $180^\circ$  segundo os cálculos efetuados.

## 5.9 Dependência com os Parâmetros Geométricos

Uma das vantagens da utilização do método ANC na determinação de seções de choque de captura, consiste na pequena dependência apresentada por este coeficiente em relação aos parâmetros geométricos empregados no cálculo. No procedimento mais usual, no qual são determinados apenas os fatores espectroscópicos, geralmente existe uma significativa dependência do resultado obtido em função dos parâmetros de estrutura considerados. Quando são alterados os parâmetros do potencial de ligação, o valor encontrado para os fatores espectroscópicos também muda de forma considerável.

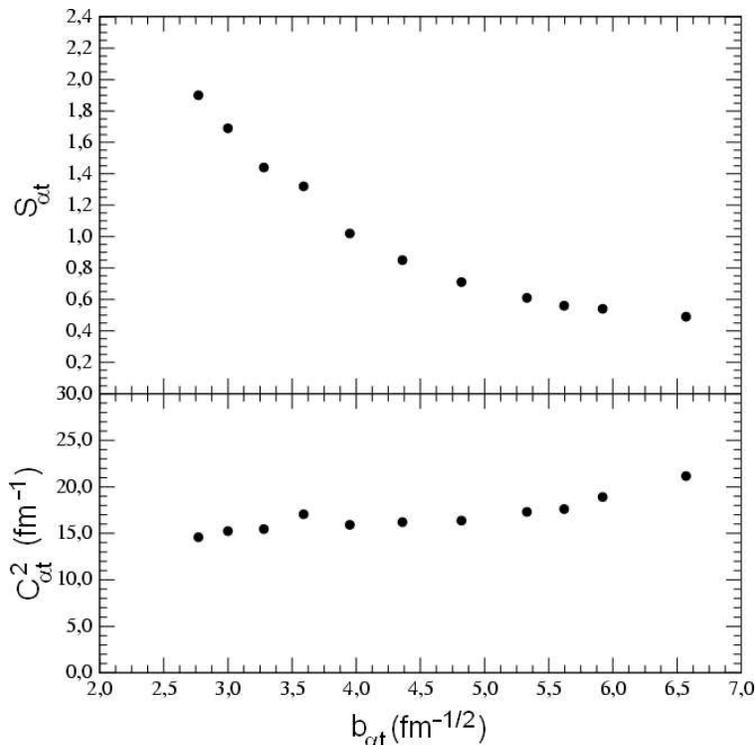


Figura 5.11: No gráfico superior mostramos a dependência do fator espectroscópico  $S_{\alpha t}$  extraído na análise de DWBA com relação ao ANC de single-particle  $b_{\alpha t}$ . Na parte inferior apresentamos os valores do ANC  $C_{\alpha t}^2$  para as funções de overlap para os mesmos valores de  $b_{\alpha t}$ . O potencial óptico utilizado em ambos os cálculos foi o potencial número 1 da tabela 5.1.

Para verificar a eficácia de aplicação do método ANC, realizamos um teste de modo a comparar a dependência dos fatores espectroscópicos extraídos e os valores do coeficiente ANC encontrados em relação a variações nos parâmetros geométricos usados. Variamos o raio  $R_o$  do potencial de ligação  $t + {}^4\text{He}$  número 4 de forma a alterar o valor da constante  $b_{\alpha t}$  necessária a normalização conveniente das funções de onda de *single-particle* pela função de Whittaker. Para cada valor de raio utilizado obtivemos o fator espectroscópico e o ANC, de maneira que o resultado obtido nesse procedimento encontra-se ilustrado na figura 5.11. Podemos perceber que as constantes de normalização assintóticas encontradas apresentam uma dependência muito menor do que aquela apresentada pelos fatores espectroscópicos com a mudança dos parâmetros de estrutura.

## 5.10 Cálculos com o Potencial de São Paulo

Em acréscimo à análise de DWBA efetuada com a utilização do potencial óptico, realizamos também alguns cálculos empregando o Potencial de São Paulo que foi apresentado no capítulo anterior. Esse potencial pode substituir o potencial óptico, na tarefa de obtenção das ondas distorcidas.

O cálculo da amplitude de espalhamento DWBA também nos forneceu valores de seção de choque próximos àqueles apresentados pelos pontos experimentais como podemos observar na figura 5.12. Os potenciais de ligação e interação utilizados foram respectivamente o número 4 e 6. Para todas as energias consideramos o valor 1.0 para os fatores espectroscópicos.

Pelos ajustes podemos concluir que o Potencial de São Paulo é muito mais absorptivo nos ângulos traseiros ( $\sim 180^\circ$ ) do que o potencial óptico que obtivemos. Isso inviabilizou um bom ajuste para toda a faixa de ângulos da distribuição angular.

Cálculos mais detalhados estão sendo realizados e vamos numa investigação futura envolver cálculos de CRC (*Coupled Reaction Channels*) e CCBA (*Coupled Channel Born Approximation*) para que sejam alcançados melhores ajustes das distribuições angulares. Entretanto, empregando cálculos de CCBA não é possível extrair os fatores espectroscópicos porque há uma mistura (*mixing*) das amplitudes referentes aos canais utilizados.

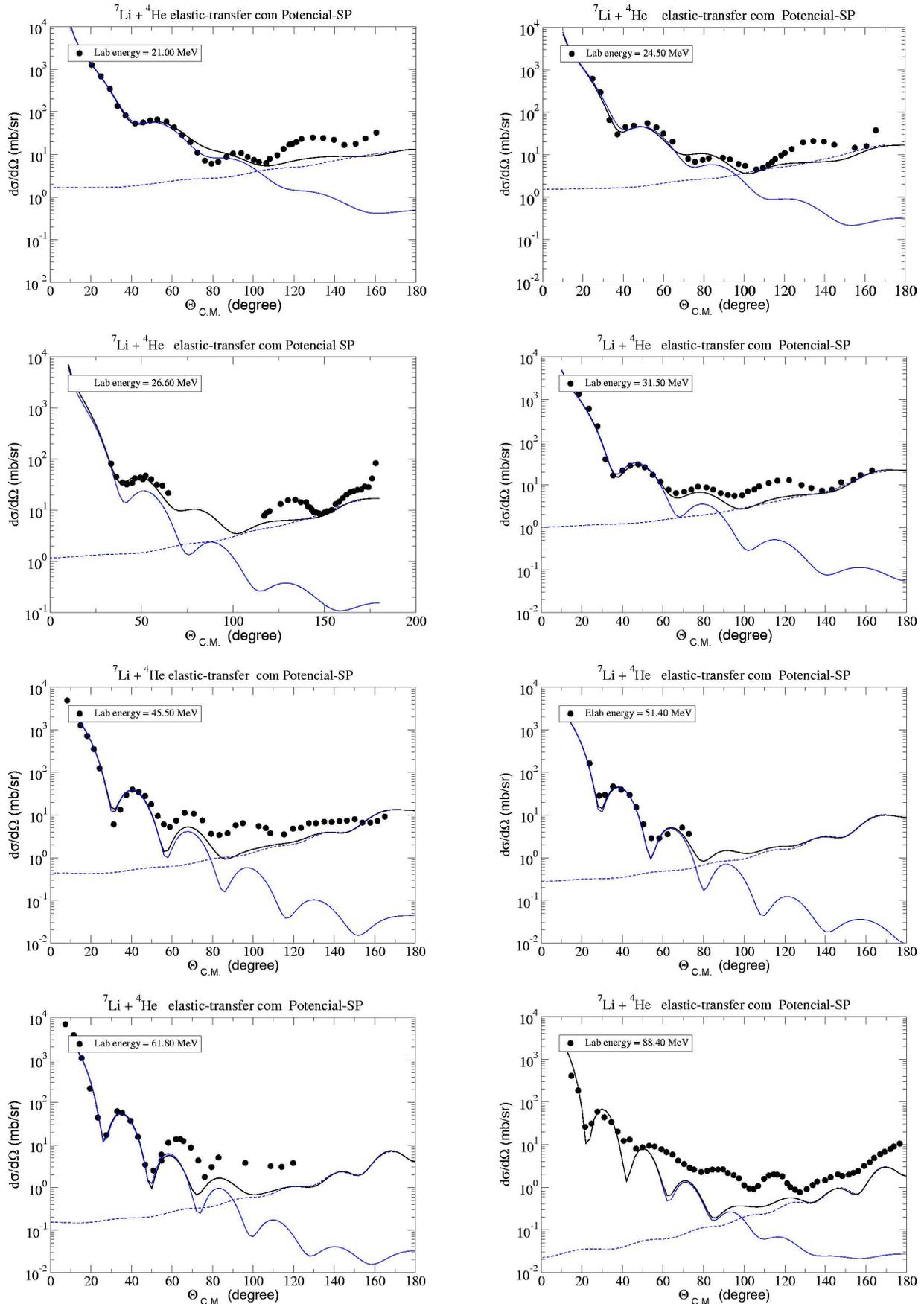


Figura 5.12: Seções de choque diferencial obtidas pela análise de DWBA empregando o Potencial de São Paulo. Para obter estes ajustes acrescentamos um termo de interação spin-órbita a formulação tradicional do Potencial de São Paulo. Em todas as energias (que aqui estão indicadas pela energia de laboratório) consideramos o valor do fator espectroscópico igual a 1.00.

# Capítulo 6

## Fator S Astrofísico

Neste capítulo vamos introduzir uma breve descrição do formalismo utilizado no cálculo de seções de choque de captura radiativa e apresentar os resultados obtidos para o fator S astrofísico utilizando as expressões que serão apresentadas.

### 6.1 Reações de Captura Radiativa

Uma reação de captura radiativa é caracterizada pela formação de um estado ligado na colisão de dois núcleos com a subsequente emissão de raios gama pela interação eletromagnética.



A seção de choque diferencial para este processo, pode ser calculada através da Regra Áurea de Fermi:

$$\frac{d\sigma_{i \rightarrow f}}{d\Omega} = \frac{2\pi}{\hbar} |T_{fi}|^2 \rho_f \quad (6.2)$$

onde  $T_{fi} = \langle f | H_{int} | i \rangle$  é a amplitude que nos fornece a taxa de transição entre um estado inicial  $| i \rangle$  e um estado final  $| f \rangle$  pela aplicação do operador Hamiltoniano  $H_{int}$ . A probabilidade de transição expressa pela equação de Fermi (6.2) é proporcional a densidade de estados finais  $\rho_f$  disponíveis para uma dada energia.

No caso de uma reação de captura radiativa, o estado inicial é caracterizado pela função de onda estacionária do espalhamento dos núcleos em colisão:

$$| i \rangle \equiv | J_i M_i \rangle = | \Phi_{J_i, S_A, S_x}^{M_i, M_A, M_x} e^{-i \frac{E_i t}{\hbar}}, 0 \rangle \quad (6.3)$$

onde consideramos o acoplamento dos spins  $S_A$ ,  $S_x$  e do momento angular relativo  $L_i$  para formação do momento angular total  $J_i$  do estado inicial. Os índices  $M_i$ ,  $M_A$ ,  $M_x$  referem-se à projeção no eixo de quantização dos respectivos momentos angulares.

O estado final da captura radiativa é descrito pela formação de um estado ligado de dois corpos (momento angular total  $(J_f, M_f)$ ) com a emissão de um fóton de energia  $E = \hbar\omega = E_i - E_f = \hbar ck$  e polarização  $\epsilon_\nu$ :

$$|f\rangle \equiv |J_f M_f\rangle = |\Psi_{J_f}^{M_f} e^{-i\frac{E_f t}{\hbar}}, \mathbf{k}\epsilon_\nu\rangle \quad (6.4)$$

A transição dos estados de espalhamento para o estado ligado ocorre pela interação entre a corrente nuclear carregada  $\mathbf{j}$  e os operadores do campo eletromagnético  $\mathbf{A}$  [52]:

$$H_{int} = -\frac{1}{c} \int \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{A}(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r} \quad (6.5)$$

O estado inicial do *continuum* pode ser escrito em termos da expansão em ondas parciais da solução da equação de Schrödinger (com solução radial  $u_{L_i}(r)$ ) para o potencial de interação entre  $A$  e  $x$ :

$$\Phi_{J_i}^{M_i} = \sum_{L_i=0}^{\infty} \sqrt{4\pi(2L_i+1)} i^{L_i} e^{i(\sigma_{L_i} - \sigma_0 + \delta_{L_i})} \frac{u_{L_i}(r)}{kr} Y_{L_i}^0(\theta, \phi) \chi_{S_i}^{M_i} \quad (6.6)$$

A função de onda do estado ligado final resulta da solução da mesma equação de Schrödinger utilizada para obter o estado inicial, no entanto com a consideração da condição de contorno no infinito diferente <sup>1</sup>. A cauda da função de onda radial  $u_{L_f}(r)$  para o estado ligado pode ser aproximada pela função de Whittaker  $W_{-\eta, L+1/2}(r)$  na região  $r > R_N$  e deste modo temos:

$$\Psi_{J_f}^{M_f} = \frac{W_{-\eta, L+1/2}}{r} \sum_{\beta} \langle L_f M_f - \beta S_f \beta | J_f M_f \rangle Y_{L_f}^{M_f - \beta}(\theta, \phi) \chi_{S_f}^{\beta} \quad (6.7)$$

O campo vetorial  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$  solução das equações de Maxwell no vácuo pode ser escrito por meio da expansão de multipolos como um tensor esférico  $\mathbf{A}_{\lambda\mu}$  de *rank*  $\lambda$  e respectiva projeção no eixo de quantização  $\mu$  para obedecer a simetria rotacional como autofunção dos operadores do momento angular:

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\lambda\mu} \mathbf{A}_{\lambda\mu}(\mathbf{r}, t) \quad (6.8)$$

$$\mathbf{J}^2 \mathbf{A}_{\lambda\mu}(\mathbf{r}, t) = \lambda(\lambda+1) \mathbf{A}_{\lambda\mu}(\mathbf{r}, t) \quad J_z \mathbf{A}_{\lambda\mu}(\mathbf{r}, t) = \mu \mathbf{A}_{\lambda\mu}(\mathbf{r}, t) \quad (6.9)$$

A expansão em multipolos acima pode ser expressa pelas seguintes funções vetoriais construídas a partir dos harmônicos esféricos escalares  $Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi)$ :

$$\mathbf{A}_{\lambda\mu}(E\lambda, \mathbf{r}) = -\frac{i}{k} \nabla \times (\mathbf{r} \times \nabla) (j_\lambda(kr) Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi)) \quad (6.10)$$

$$\mathbf{A}_{\lambda\mu}(M\lambda, \mathbf{r}) = (\mathbf{r} \times \nabla) (j_\lambda(kr) Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi))$$

---

<sup>1</sup>A condição de contorno no infinito deve ser  $u_{L_f}(r \rightarrow \infty) = i\sqrt{\mu_r/2\pi k\hbar^2} (H_{L_f}^{(-)}(r) - S_{L_f} H_{L_f}^{(+)}(r)) e^{i\sigma_{L_f}(E)}$ , onde  $H_{L_f}^{(\pm)}(r) = G_{L_f}(r) \pm iF_{L_f}(r)$  são construídas a partir das funções de Coulomb  $G_{L_f}$  e  $F_{L_f}$ .  $S_{L_f}$  são os elementos diagonais da matriz S para os deslocamentos de fase nuclear  $\sigma_{L_f}(E)$ . A massa reduzida é indicada aqui por  $\mu_r$ .

onde os campos de multipolo para as transições elétricas são indicados por  $E\lambda$  e para as transições magnéticas  $M\lambda$ . Os operadores do potencial vetor  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$  expandidos desse modo podem ser inseridos na equação (6.5) determinando os operadores de multipolos para transições eletromagnéticas:

$$O_{\lambda\mu}(E\lambda) = -\frac{i(2\lambda+1)!!}{ck^{\lambda+1}(\lambda+1)} \mathbf{j}(\mathbf{r}) \cdot \nabla \times (\mathbf{r} \times \nabla)(j_\lambda(kr)Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi)) \quad (6.11)$$

$$O_{\lambda\mu}(M\lambda) = -\frac{(2\lambda+1)!!}{ck^\lambda(\lambda+1)} \mathbf{j}(\mathbf{r}) \cdot (\mathbf{r} \times \nabla)(j_\lambda(kr)Y_{\lambda\mu}(\theta, \phi))$$

As funções esféricas de Bessel  $j_\lambda(kr)$  por sua vez podem ser expandidas em termos da série de potências:

$$j_\lambda(kr) \approx \frac{(kr)^\lambda}{(2\lambda+1)!!} \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{(kr)^2}{2\lambda+3} + \dots \right) \quad (6.12)$$

Considerando que tipicamente os raios gama emitidos na transição eletromagnética possuem comprimento de onda muito maior que as dimensões nucleares o produto  $kr$  torna-se pequeno (*Long Wavelength Approximation*) de modo que os operadores de multipolo são calculados utilizando-se apenas o primeiro termo proporcional a  $(kr)^\lambda$ . A equação da continuidade nos permite substituir a corrente  $\mathbf{j}(\mathbf{r})$  pela densidade de cargas  $\rho(\mathbf{r})$  (Teorema de Siegert) [53]. Usando as propriedades dos tensores esféricos  $O_{\lambda\mu}$  no cálculo do elemento de matriz de transição  $T_{J_f i} = \langle J_f M_f | O_{\lambda\mu} | J_i M_i \rangle$  temos pelo Teorema de Wigner-Eckart que:

$$\langle J_f M_f | O_{\lambda\mu} | J_i M_i \rangle = (-1)^{J_f - M_f} \begin{pmatrix} J_f & \lambda & J_i \\ -M_f & \mu & M_i \end{pmatrix} \langle J_f || O_\lambda || J_i \rangle \quad (6.13)$$

onde  $\langle J_f || O_\lambda || J_i \rangle$  é o elemento de matriz reduzido invariante sob rotações do sistema de coordenadas. Define-se dessa maneira a amplitude reduzida de probabilidade  $B(\lambda; J_i \rightarrow J_f)$  para a transição eletromagnética de multipolo  $\lambda$  de um estado inicial caracterizado pelo momento angular total  $J_i$  para um estado final de momento angular  $J_f$ :

$$B(\lambda; J_i \rightarrow J_f) = \sum_{\mu M_f} |\langle J_f M_f | O_{\lambda\mu} | J_i M_i \rangle|^2 = \frac{1}{2J_i + 1} |\langle J_f || O_\lambda || J_i \rangle|^2 \quad (6.14)$$

Considerando os operadores e estados que discutimos, a seção de choque de captura radiativa do processo  $A + x \rightarrow B + \gamma$  por transição multipolar  $\pi\lambda$  pode ser obtida pela seguinte expressão:

$$\sigma_{\pi\lambda}(E) = \frac{2(2J_B + 1)}{(2J_A + 1)(2J_x + 1)} \frac{(2\pi)^3(\lambda + 1)}{\lambda[(2\lambda + 1)!!]^2} \left( \frac{\mu_r}{\hbar^2 k} \right) \left( \frac{E_\gamma}{\hbar c} \right)^{2(2\lambda-1)} \frac{dB(\pi\lambda)}{dE} \quad (6.15)$$

onde  $E_\gamma = E + |E_B|$  é a energia do raio gama para a energia de ligação do sistema representada por  $E_B$ . A contribuição de todas as multipolaridades  $\pi\lambda$  considerando o fator espectroscópico  $S_{Ax}$  do estado de *single-particle* (ou *cluster*) na formação do estado final resulta na seção de choque total de captura:

$$\sigma(E)_{A \rightarrow B}(x, \gamma) = \sum_{\pi, \lambda} S_{Ax} \sigma_{\pi\lambda}(E) \quad (6.16)$$

e o fator S astrofísico como sendo:

$$S_{xA}(E) = E\sigma(E) \exp 2\pi\eta \quad (6.17)$$

## 6.2 Cálculo do Fator S Astrofísico

Empregando os valores dos coeficientes de normalização assintótica obtidos na análise de DWBA calculamos a seção de choque de captura e consequentemente o fator S astrofísico para a reação de captura radiativa  ${}^4\text{He} + t \rightarrow {}^7\text{Li} + \gamma$ . Tal cálculo foi realizado com o código RADCAP escrito por Bertulani [54]. Neste programa, na realidade não consta entre os parâmetros de entrada o ANC explicitamente; de modo equivalente, devemos inserir o fator espectroscópico associado (na expressão (6.16)) aos mesmos parâmetros do potencial de ligação que resultam no valor de ANC de *single-particle*  $b_{\alpha t} = 5.6172$  (pela expressão (6.7)). Como o produto  $S_{\alpha t}^{1/2} b_{\alpha t}$  caracteriza o valor encontrado para o ANC o resultado é exatamente o mesmo.

Usamos o potencial de ligação  $\alpha - t$  com fator de forma de Woods-Saxon com parâmetros definidos por:  $V = 57 \text{ MeV}$ ,  $r = 1.25 \text{ fm}$  e  $a = 0.65 \text{ fm}$  correspondente ao número 4 da tabela 5.1. Com a inserção desse potencial na equação de Schrödinger torna-se possível a determinação da função de onda do estado ligado final. Para o potencial de espalhamento consideramos os mesmos parâmetros que o potencial de ligação, como sugerido por Mengoni *et al* [55].

A profundidade do potencial de ligação foi variada de modo que fosse reproduzida a energia de ligação do par  $\alpha - t$  de  $2.467 \text{ MeV}$ , de forma que obtivemos  $V = 37.9 \text{ MeV}$ . Pela aproximação da parte externa da função de onda radial  $u_{L_f}(r)$  por uma função de Whittaker fica definido o valor de ANC de *single-particle*  $b_{\alpha t}$  considerado no cálculo. O respectivo fator espectroscópico deve ser inserido na normalização da equação (6.16). Com o valor médio obtido para o fator espectroscópico,  $\bar{S}_{\alpha t} = 0.55 \pm 0.03$ , realizamos o cálculo do fator S astrofísico para a captura radiativa  $\alpha + t \rightarrow {}^7\text{Li} + \gamma$ . O resultado obtido pode ser observado na figura 6.1.

No cálculo da captura radiativa consideramos apenas a transição de dipolo elétrico  $O_{E1}$  das ondas parciais  $s$  e  $d$  as quais resultam em coeficientes de acoplamento não nulos. Na figura 6.2 mostramos o resultado para a seção de choque de captura.

Podemos verificar que o fator espectroscópico utilizado ou ANC nos fornece uma normalização que favorece o conjunto de dados com seção de choque mais alta. Entretanto a concordância com os dados experimentais não é boa para energias mais altas, acima de  $\approx 150 \text{ keV}$ . Mesmo pela inclusão do erro estimado para o fator espectroscópico (linhas tracejadas) o cálculo não consegue reproduzir o comportamento dos dados experimentais. Isso pode indicar que o cálculo realizado da captura radiativa não leva em consideração algum efeito adicional importante nas energias mais altas. Podemos observar na figura 6.1 que os dados experimentais apresentam uma região de valor mínimo do fator S, a qual está deslocada em relação ao mínimo determinado pelo cálculo realizado. Uma hipótese a ser questionada refere-se ao fato da captura em questão envolver um *cluster* (trítio) e não uma partícula.

No limite de baixas energias a concordância do resultado teórico e os dados é razoável, de modo que torna-se possível por extrapolação polinomial determinar o valor do fator

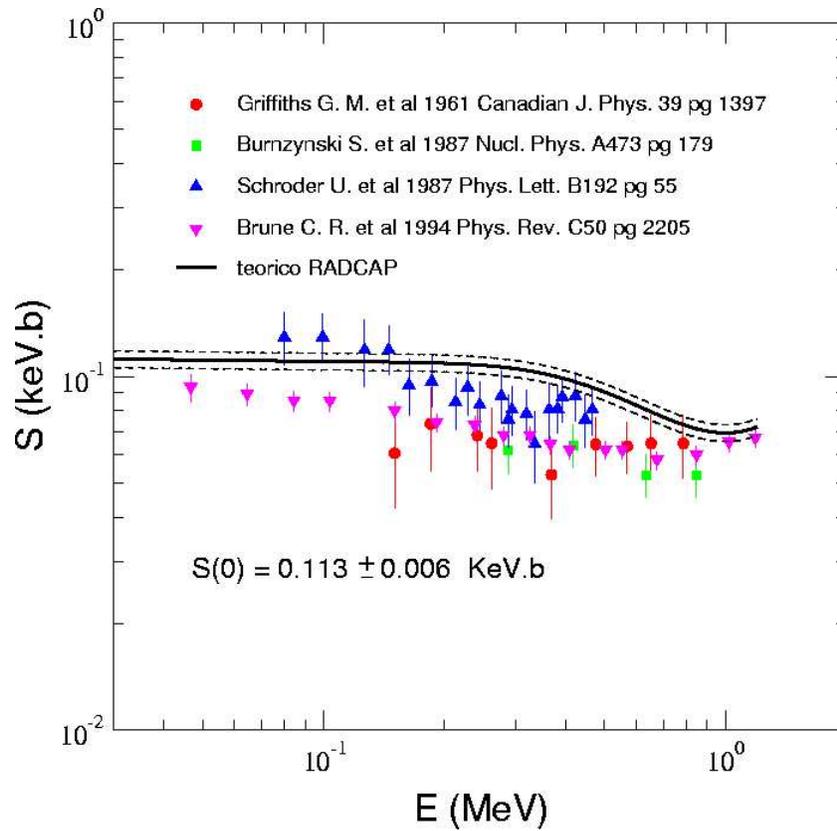


Figura 6.1: Comparação do cálculo teórico realizado pelo código RADCAP para o fator  $S$  astrofísico da captura radiativa  $\alpha + t \rightarrow {}^7\text{Li} + \gamma$  e os dados experimentais disponíveis conforme referências. As linhas tracejadas indicam os limites estabelecidos pelo erro do fator espectroscópico utilizado  $\bar{S}_{\alpha t} = 0.55 \pm 0.03$ .

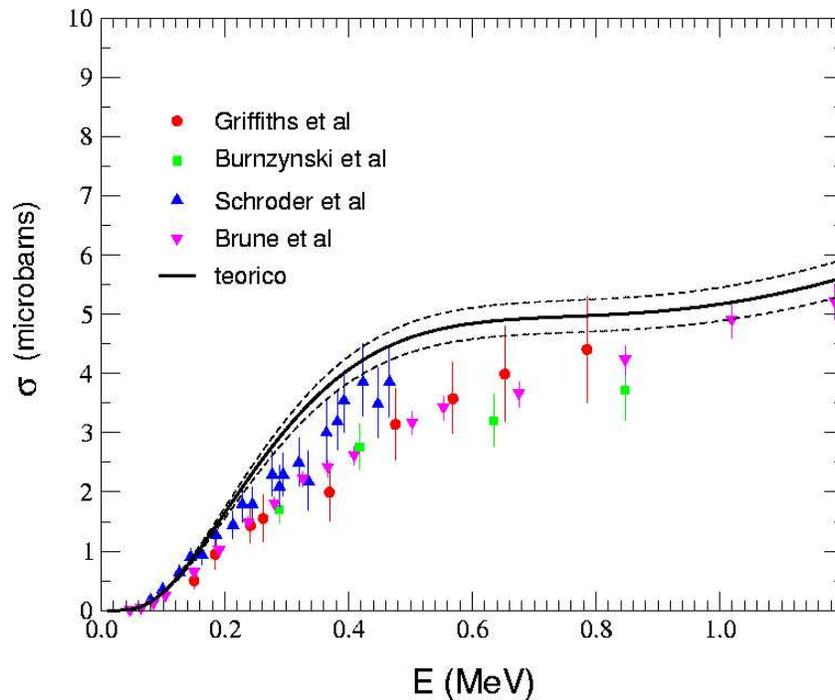


Figura 6.2: Comparação da seção de choque de captura do processo  $\alpha + t \rightarrow {}^7\text{Li} + \gamma$  obtida pelo código RADCAP utilizando o valor do ANC determinado neste trabalho e os dados experimentais. Os dados experimentais correspondem ao  ${}^7\text{Li}$  no estado fundamental.

S astrofísico para a energia zero. O valor encontrado por esse procedimento (*potential model*) a partir do cálculo teórico indica  $S(0) = 0.113 \pm 0.006 \text{ keV}\cdot\text{b}$ . Este valor pode ser comparado a outros resultados teóricos:  $S(0) \approx 0.10 - 0.11 \text{ keV}\cdot\text{b}$  obtido por cálculos de grupo ressonante RGM [56],  $S(0) \approx 0.105 \text{ keV}\cdot\text{b}$  obtido por Langanke usando modelos microscópicos de potencial [57],  $S(0) = 0.097 \pm 0.038 \text{ keV}\cdot\text{b}$  obtido Kajino, Bertsch e Kubo [58] pela medida da polarizabilidade de dipolo elétrico do núcleo de  ${}^7\text{Li}$ , etc.

A região de energia importante onde a abundância de  ${}^7\text{Li}$  no Big Bang é sensível para a reação  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  se encontra entre 50 a 165 keV, o que corresponde a um intervalo de temperatura de  $0.1 < T_9 < 0.6$  ( $T_9 = 10^9 \text{ K}$ ).

# Capítulo 7

## Conclusão

Neste trabalho realizamos um estudo da transferência elástica para o sistema  ${}^7\text{Li} + {}^4\text{He}$  analisando as respectivas distribuições angulares em várias energias. As medidas foram efetuadas no Laboratório Pelletron empregando um feixe de  ${}^7\text{Li}$  nas energias de 26.6 e 29.2 MeV ( $E_{cm} = 9.67$  MeV e  $E_{cm} = 10.62$  MeV). No estudo realizado, foram ainda acrescentadas outras distribuições angulares nas energias de centro de massa de 7.64, 8.91, 10.18, 11.45, 16.55, 18.70, 22.46 e 32.13 MeV as quais foram obtidas da literatura.

A idéia de se investigar o sistema  ${}^4\text{He} + t \rightarrow {}^7\text{Li}$  foi obter o coeficiente de normalização assintótica ANC e o fator espectroscópico e com isso normalizar a parte não ressonante da seção de choque de captura  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  (ou alternativamente o fator S astrofísico).

No capítulo 2 fizemos uma descrição do aparato experimental utilizado. Foram feitos 3 experimentos utilizando um sistema de telescópios  $\Delta E - E$  e um alvo gasoso de  ${}^4\text{He}$ . Em nossas medidas, utilizamos um sistema de telescópio  $\Delta E - E$  em ângulos dianteiros para medirmos a partícula de  ${}^7\text{Li}$  correspondente ao espalhamento elástico  ${}^4\text{He}({}^7\text{Li}, {}^7\text{Li}){}^4\text{He}$  e também as partículas  ${}^4\text{He}$  da transferência  ${}^4\text{He}({}^7\text{Li}, {}^4\text{He}){}^7\text{Li}$ . Por cinemática, as partículas de  ${}^4\text{He}$  medidas em ângulos dianteiros correspondem a partículas de  ${}^7\text{Li}$  em ângulos traseiros. Com isso pudemos obter uma distribuição angular entre os ângulos  $20^\circ$  e  $180^\circ$  no centro de massa para o processo *elastic-transfer*. No capítulo 3 descrevemos a redução de dados e como obtivemos as distribuições angulares. No cálculo das seções de choque diferenciais foi necessário considerar uma fenda adicional no sistema de dupla fenda empregado. Desse modo, foi desenvolvido um programa de simulação de Monte Carlo (CYCLOPE) para realizar o cálculo do ângulo sólido a ser considerado. Realizamos algumas medidas em ângulos frontais relativas ao intervalo angular  $0^\circ - 6^\circ$ , de modo que obtivemos valores da seção de choque das distribuições angulares em ângulos de centro de massa próximos a  $180^\circ$  por este procedimento. Foram obtidas seis distribuições angulares nas duas energias empregadas ( $E_{cm} = 9.67$  MeV e  $E_{cm} = 10.62$  MeV) para a reação de transferência  ${}^4\text{He}({}^7\text{Li}, {}^4\text{He}){}^7\text{Li}$  nos três primeiros níveis de excitação do  ${}^7\text{Li}$ . Realizamos também medidas das funções de excitação no intervalo de energia  $9.67 \leq E_{c.m.} \leq 10.70$  MeV, verificando que não existem ressonâncias próximas a região de tomada de dados que poderiam comprometer

a aplicabilidade do método ANC.

No capítulo 4 discutimos os ferramentais teóricos que utilizamos em nossa análise do espalhamento elástico. Relembramos alguns aspectos da teoria de espalhamento elástico e buscamos justificar a utilização de uma componente imaginária no potencial. Determinamos um conjunto de parâmetros do potencial óptico que possibilitou um bom ajuste do espalhamento elástico de todas as distribuições que medimos ou coletamos da literatura. Realizamos um estudo referente aos valores dos potenciais ópticos determinados no raio de sensibilidade observando a correspondente dependência em energia.

No capítulo 5 descrevemos a análise das distribuições angulares em termos dos cálculos de DWBA. Como foi verificado nas figuras 5.4, 5.5 e 5.6, não foi possível ajustar todas as distribuições angulares considerando os potenciais ópticos e uma transferência direta de um cluster de trítio. Isso indica que efeitos de ordem superior e acoplamentos podem ser importantes para esse sistema, especialmente para energias mais altas além de possíveis ressonâncias. Pretendemos continuar com a análise desses dados utilizando o potencial de São Paulo e fazendo cálculos de CRC (*Coupled Reaction Channel*) e canais acoplados.

O objetivo desse trabalho era obter o factor espectroscópico e ANC para o sistema de cluster  ${}^4\text{He} + {}^3\text{H} = {}^7\text{Li}$ . Considerando as distribuições angulares nas energias mais baixas que  $11.45 \text{ MeV}$  pudemos obter um bom ajuste para as distribuições angulares assumindo uma transferência direta de um cluster de trítio e com isso pudemos obter o ANC e o factor espectroscópico. Conforme podemos ver na tabela 5.2, o valor médio do fator espectroscópico  $\bar{S}_{at} = 0.55 \pm 0.03$  e do ANC  $\bar{C}_{at}^2 = 17.5 \pm 1.0 \text{ fm}^{-1}$ . O valor do fator espectroscópico encontrado é menor do que o valor obtido por cálculos “ab initio no core shell model” realizado recentemente por P. Navrátil [59],  $S_{at} = 0.940$  e ainda menor que o valor obtido com cálculos simples de modelo de camadas por Kurath and Millener [60],  $S_{at} = 1.175$ .

Com o coeficiente de normalização assintótica ANC obtido calculamos o factor S astrofísico da reação de captura  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$ . Podemos verificar que utilizando o ANC obtido dessa análise podemos obter um fator astrofísico que é praticamente uma média dos dados experimentais. O valor do fator S astrofísico na energia zero que encontramos foi  $S(0) = 0.113 \pm 0.006 \text{ keV.b}$ , o qual apresenta uma boa concordância em relação a outras estimativas teóricas já estudadas.

# Apêndice A

## Detalhes da Redução dos dados

### A.1 Características Gerais dos Espectros

Ao observarmos um espectro biparamétrico  $\Delta E - E$  como o representado na figura 2.12, podemos verificar a existência de hipérbolas. A forma hipérbólica está relacionada a perda de energia  $\Delta E$  de uma partícula carregada em um meio material a qual é geralmente calculada pela expressão de Bethe-Bloch [22]:

$$-\frac{dE}{dx} = A \frac{MZ^2}{E} \ln\left(B \frac{E}{M}\right) \quad (\text{A.1})$$

onde  $A$  e  $B$  são constantes relativas ao material absorvedor e  $M$ ,  $Z$  e  $E$  respectivamente massa, carga e energia da partícula incidente no absorvedor. Ao atravessar um absorvedor, uma partícula carregada perde parte de sua energia inicial devido as múltiplas colisões coulombianas com os átomos do mesmo. A cada extensão de espessura infinitesimal  $dx$  do material absorvedor temos uma redução  $dE$  na energia da partícula. Assim a taxa de redução na energia (*stopping power*) é proporcional a carga com o termo  $Z^2$  e inversamente proporcional a energia  $E$ .

Nos telescópios de detecção, instalamos um detetor de pequena espessura para medir a perda de energia  $\Delta E$  e outro detetor de grande espessura para medir a energia  $E$ . O absorvedor será o próprio material do qual é constituído o detetor de barreira, no caso o silício  $^{28}\text{Si}$ . Devemos observar que o detetor  $E$  deve ser espesso para que a energia residual da partícula ao passar pelo detetor  $\Delta E$  seja toda depositada nesse absorvedor. Ao comparar o sinal destes dois detetores no espectro biparamétrico estaremos na verdade relacionando  $E_R$  com  $\Delta E$ , onde  $E_R$  representa a energia residual depositada no detetor espesso  $E$ . A equação a ser estabelecida é:

$$E_{TOTAL} = E_R + \Delta E \quad (\text{A.2})$$

Tal equação é válida apenas se os amplificadores de cada um dos detetores possuírem regulação de ganhos iguais. Geralmente o ganho do amplificador usado para o detetor  $\Delta E$  é

bem maior do que aquele usado pelo detetor  $E$ , por serem os sinais  $\Delta E$  de pequena amplitude (energia depositada pequena). Nessas condições, a equação modifica-se pela inclusão de um fator  $\gamma$  de normalização dos ganhos.

$$E_{TOTAL} = E_R + \gamma \Delta E \quad (A.3)$$

Assim, uma identificação preliminar dos núcleos e eventos nos espectros biparamétricos é obtida relacionando cada faixa hiperbólica a valores de  $M$  (ou  $A$  número de massa) e  $Z$  característicos de acordo com a expressão (A.1). Na figura A.1 mostramos um espectro típico  $E_R \times \Delta E$  onde cada região distinta corresponde a partículas com diferentes valores de  $Z$ . Projetando no eixo  $E_R$  apenas a região correspondente a um determinado  $Z$  teremos o espectro de energia residual  $E_R$  do núcleo com este valor de número atômico característico.

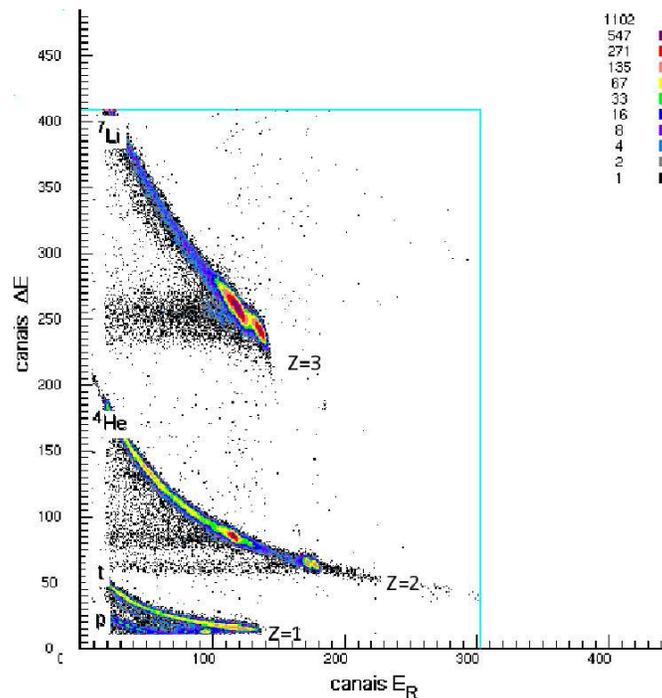


Figura A.1: Caracterização das faixas do espectro segundo as perdas de energia.

## A.2 Manipulação dos Espectros

Cada pico de um espectro monoparamétrico apresenta três características básicas que o identificam: sua posição (ou centróide), sua largura a meia altura (FWHM) e sua área (número de contagens). Para que possamos obter as secções de choque dos espalhamentos estudados precisamos encontrar o valor correto da área de cada pico. Um dado espectro pode apresentar inúmeros picos, os quais às vezes a resolução experimental não é boa o bastante para separá-los. A determinação precisa das áreas de cada pico e relativas secções de choque pode ser dificultada se não houver uma boa separação daqueles que estiverem muito próximos.

Podemos mencionar o caso dos picos relativos a formação do estado fundamental do  ${}^7\text{Li}$  e de seu primeiro estado excitado de  $478\text{ keV}$  (ver figura 3.4), cuja separação em canais é ligeiramente maior que a largura dos picos. A separação entre os picos pode ser melhorada construindo-se os espectros biparamétricos em função da energia total ( $E \times \Delta E$ ) em vez da energia residual ( $E_R \times \Delta E$ ). A energia total pode ser determinada conforme a expressão (A.3), na qual nos resta apenas conhecer o fator de normalização dos ganhos  $\gamma$ . Para isso, não basta apenas anotar os valores dos ganhos dos amplificadores usados no arranjo da eletrônica e daí definir o valor de  $\gamma$ ; existem outros fatores que exercem influência: cabos, diferença de sinais dos próprios detetores, etc. Na figura A.2 mostramos o espectro de energia total  $E_{TOTAL} \times \Delta E$ . O valor do fator de normalização de ganhos pode ser obtido de duas

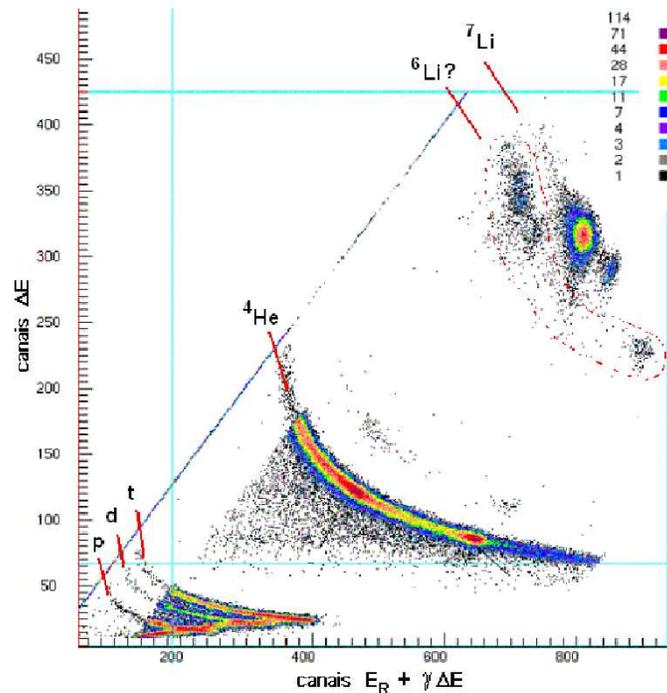


Figura A.2: Espectro “soma”  $E_{TOTAL} \times \Delta E$ . A linha reta que aparece no mesmo se deve aos eventos com energia residual nula; de forma que o resultado é apenas um gráfico  $\Delta E \times \Delta E$  (reta a 45 graus se as escalas forem iguais).

maneiras. Na primeira delas, observando-se como a resolução dos picos no espectro altera-se pela alteração do valor de  $\gamma$ . Escolhemos o valor de  $\gamma$  que nos fornece a melhor resolução em canais de um dado pico no espectro ( $E_{TOTAL} \times \Delta E$ ). Na figura A.3 apresentamos a resolução encontrada para um dos picos do espectro segundo os valores do fator de soma apresentados <sup>1</sup>. A segunda maneira de determinar  $\gamma$  é considerarmos que eventos com energia total maior devem apresentar perda de energia menor no detetor  $\Delta E$ , enquanto os de energia total menor têm  $\Delta E$  maior; as regiões que representam os picos no espectro biparamétrico têm suas extremidades inclinadas em virtude deste fato. Quando variamos o fator de normalização dos ganhos essa inclinação modifica-se sendo que a compensação desse fenômeno faz com

<sup>1</sup>O gráfico está em função de  $1/\gamma$  porque consideramos a normalização do ganho para o detetor espesso ( $E_{TOTAL} = \gamma E_R + \Delta E$ ) de forma equivalente

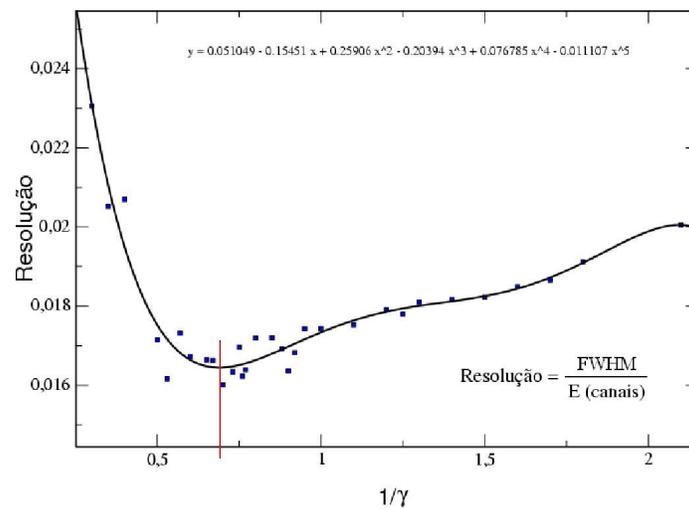


Figura A.3: Determinação do fator de soma  $\gamma$  pela resolução dos picos. A resolução em canais é dada pelo quociente da largura do pico pelo centróide.

que a região do pico fique com um ângulo de 90 graus em relação à horizontal (veja figuras A.4 e A.5).

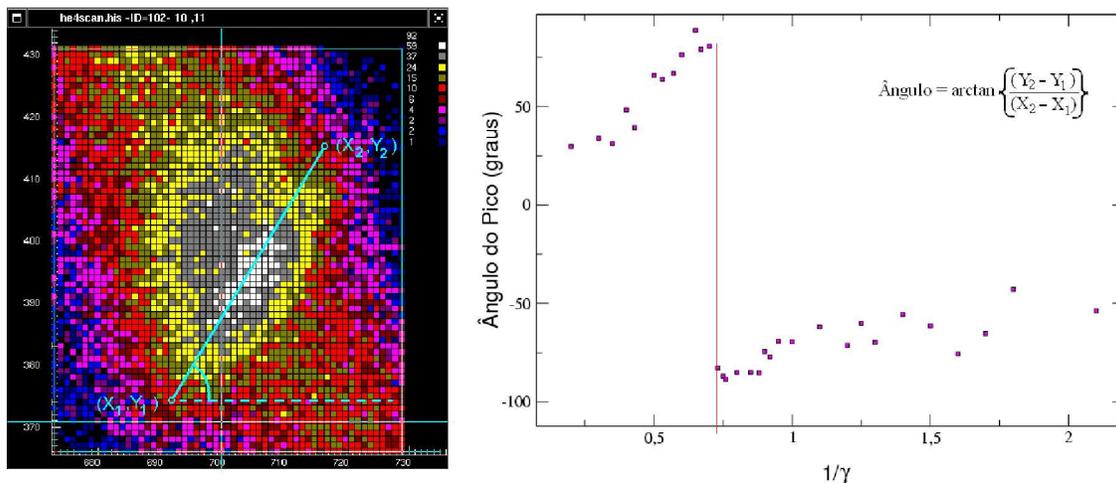


Figura A.4: Determinação do fator de soma  $\gamma$  de acordo com a inclinação do pico no espectro biparamétrico. Escolhemos dois pontos extremos do pico  $(X_1, Y_1)$  e  $(X_2, Y_2)$  como na figura e determinamos o ângulo da reta definida pelos mesmos. O valor de  $\gamma$  é obtido quando a inclinação é de 90 graus em relação à horizontal.

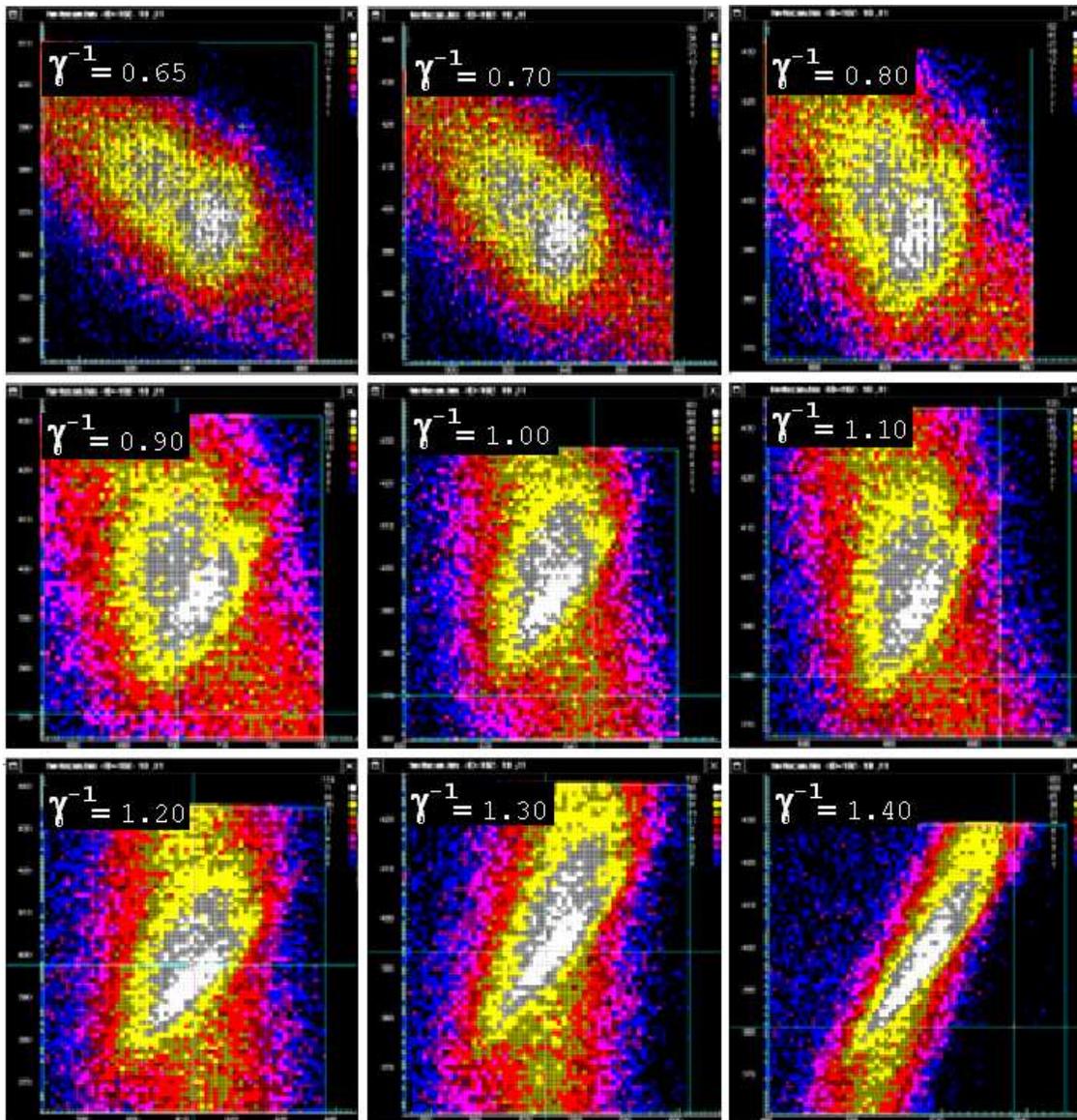


Figura A.5: Variação do ângulo dos picos do estado fundamental e primeiro estado excitado segundo alguns valores do parâmetro  $\gamma^{-1}$ .

A separação dos picos pode ser melhorada ainda mais, construindo-se a partir do espectro da energia total (figura A.2) um outro espectro onde as faixas não são afetadas pela curvatura hiperbólica típica. A profundidade de penetração  $R$  de uma partícula carregada em um absorvedor pode ser aproximada por uma lei de potências [61]:

$$R = aE^b \quad (\text{A.4})$$

Como nos telescópios  $E_R - \Delta E$  a partícula carregada atravessa completamente o detector  $\Delta E$ , a espessura  $\Delta t$  desse absorvedor será dada por:

$$\Delta t = a(E_R + \gamma\Delta E)^b - aE_R^b \quad (\text{A.5})$$

Sendo  $a$  e  $\Delta t$  constantes para um dado tipo de partícula carregada temos:

$$\frac{\Delta t}{a} = (E_R + \gamma\Delta E)^b - E_R^b \quad (\text{A.6})$$

Por meio dessa operação podemos visualizar o espectro biparamétrico sem a variação hiperbólica introduzida pela perda de energia, expressando cada faixa em termos das constantes  $a$  e  $\Delta t$ . Na figura A.6, mostramos um dos espectros obtidos por esta operação. O valor de  $b$  é determinado segundo a diferença no valor  $\Delta t/a$  para pontos diferentes de cada faixa característica  $A, Z$ .

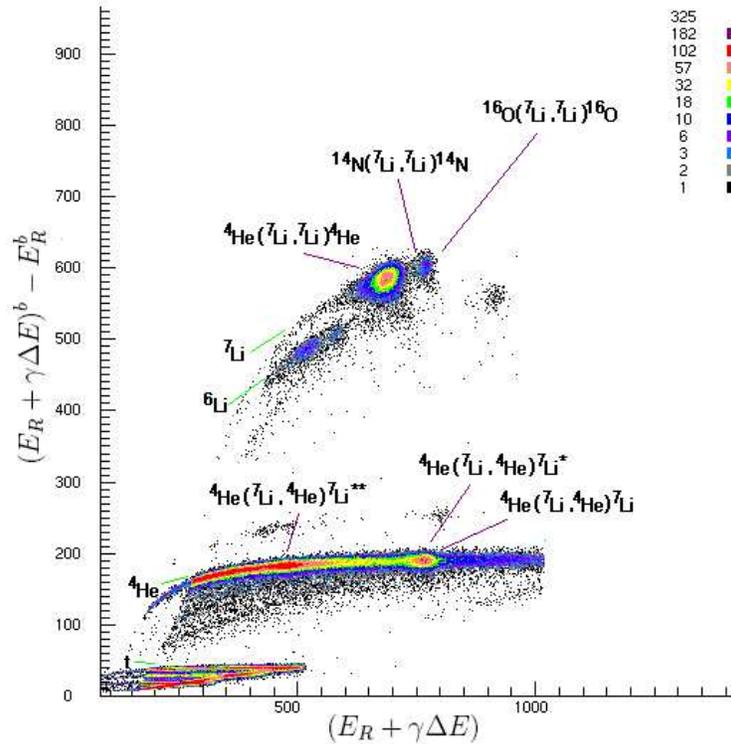


Figura A.6: Espectro biparamétrico sem a curvatura ocasionada pela perda de energia.

---

Após a determinação dos parâmetros  $\gamma$  e  $b$ , utilizamos seus valores para construir todos os espectros do experimento. Se existirem mais de dois detetores no telescópio, como foi o caso em nosso segundo experimento, teremos outros fatores de normalização  $\gamma$  que deverão ser determinados iterativamente.



# Apêndice B

## Diagramas de Níveis

Os dados espectroscópicos mostrados a seguir foram obtidos de uma avaliação feita pelo *Nuclear Data Evaluation Group* do *Triangle Universities Nuclear Laboratory* - TUNL, para agregar os dados relativos aos níveis de energia dos núcleos leves ( $A = 3 - 20$ ).

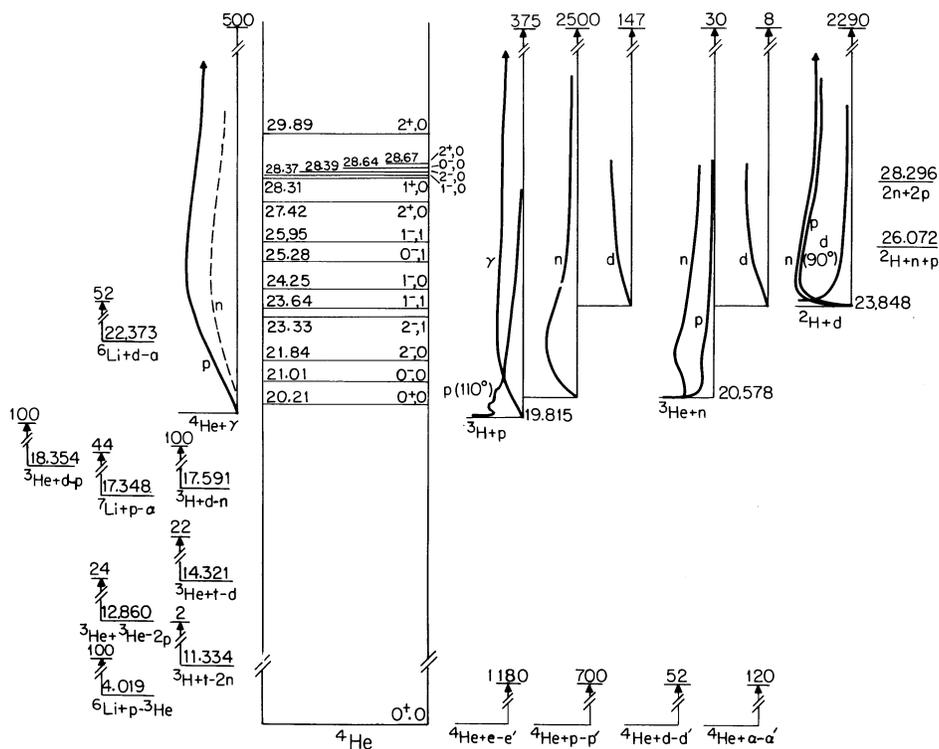


Figura B.1: Níveis de energia do  ${}^4\text{He}$ .

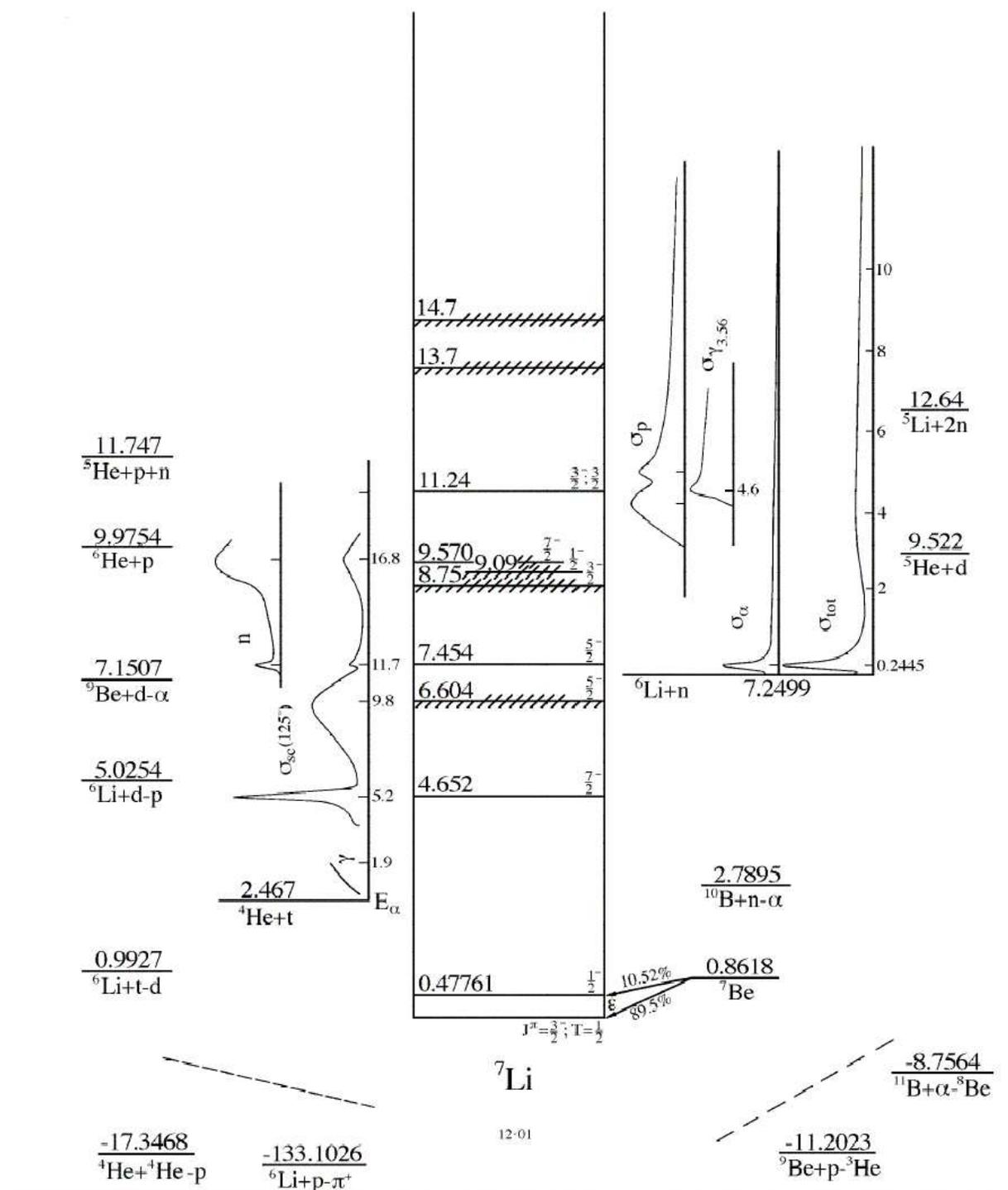


Figura B.2: Níveis de energia do  ${}^7\text{Li}$

# Apêndice C

## Relações Cinemáticas

Num processo de colisão entre dois núcleos podemos observar toda uma variedade de reações possíveis; dentre as quais destacam-se como as mais facilmente descritíveis as chamadas reações binárias. Neste tipo de reação, temos a colisão de dois núcleos  $a$  e  $A$  no canal de entrada  $\alpha$  e a posterior formação de dois núcleos  $b$  e  $B$  no canal de saída  $\beta$ .



Para examinar este tipo de choque torna-se conveniente lançar mão das inúmeras grandezas a serem conservadas, tais como: número de nucleons, carga elétrica, energia, momento linear, momento angular, paridade, etc.

As grandezas conservadas mais importantes neste contexto são a energia total e o momento linear, visto que por meio destas pode-se estabelecer relações entre coordenadas e energias das partículas.

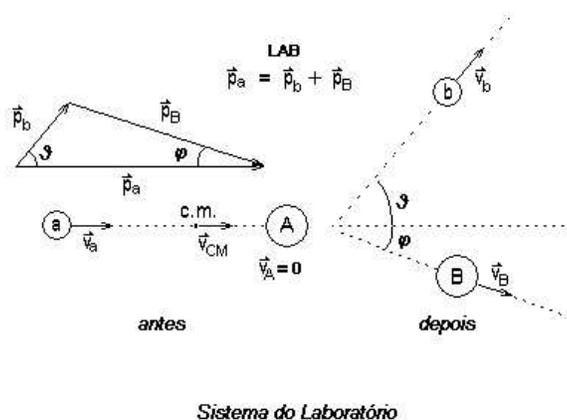


Figura C.1: Características do sistema de referência do laboratório.

Podemos adotar inúmeros sistemas de coordenadas para descrever uma colisão, dentre os quais tornar-se-ia uma escolha natural um referencial fixado no próprio laboratório. Tal sistema de coordenadas chama-se sistema de coordenadas do laboratório  $LAB$ , no qual temos um núcleo  $a$  com uma velocidade  $\vec{v}_a$  prestes a colidir com o núcleo alvo  $A$  que encontra-se em repouso em relação ao laboratório. O uso do sistema de laboratório justifica-se porque todas as observações são realizadas mediante essa referência.

Porém quando se tenta explicar o mecanismo da reação nuclear por considerações teóricas, é mais conveniente o emprego do sistema de coordenadas do centro de massa  $CM$ . Isso acontece porque as equações que descrevem o sistema em colisão podem ser separadas em uma parte translacional e outra parte que contém os processos internos relevantes (p.ex. na Eq. Schrödinger).

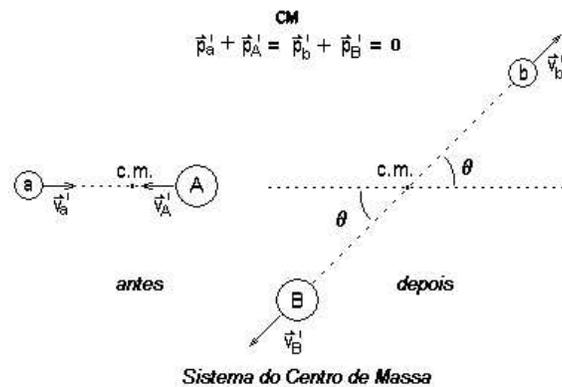


Figura C.2: Características do sistema de referência do centro de massa.

No sistema do centro de massa a soma dos momentos de todas as partículas é zero, o que nos leva a uma situação de maior simetria, simplificando o formalismo a ser empregado. A velocidade do núcleo  $a$  no sistema do laboratório pode ser expressa em função da velocidade  $\vec{v}'_a$  no sistema do centro de massa como:

$$\vec{v}_a = \vec{v}'_a + \vec{v}_{CM} \quad (\text{C.2})$$

A velocidade do centro de massa é por sua vez calculada como:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_a}{(m_a + m_A)} \vec{v}_a \quad (\text{C.3})$$

Cruzando as duas últimas informações verificamos o seguinte:

$$\vec{v}_{CM} = \vec{v}_a - \vec{v}'_a$$

$$\vec{v}_{CM} = \frac{(m_a + m_A)}{m_a} \vec{v}_{CM} - \vec{v}'_a$$

Onde a velocidade do centro de massa pode ser escrita também como:

$$\vec{v}_{CM} = \frac{m_a}{m_A} \vec{v}_a \quad (\text{C.4})$$

A relação entre a energia cinética no laboratório e no centro de massa é facilmente obtida:

$$\begin{aligned} E_{LAB} &= \frac{1}{2} m_a v_a^2 \\ &= \frac{1}{2} m_a (\vec{v}_a + \vec{v}_{CM})^2 \\ &= \frac{1}{2} m_a v_a^2 + \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} (m_a + m_A) v_{CM}^2 \\ &= \frac{1}{2} \mu_\alpha v_a^2 + \frac{1}{2} (m_a + m_A) v_{CM}^2 \\ E_{LAB} &= E_\alpha + \frac{1}{2} (m_a + m_A) v_{CM}^2 \end{aligned}$$

Parte da energia medida no laboratório aparece como energia cinética do movimento do centro de massa e a outra parcela  $E_\alpha$  é a que realmente representa aquela energia que será usada nos processos de reação. Tal energia cinética é fornecida pela massa reduzida  $\mu_\alpha$  associada ao canal em questão:

$$\mu_\alpha = \frac{m_a m_A}{m_a + m_A} \quad (\text{C.5})$$

Sendo a energia de laboratório  $E_{LAB} = \frac{1}{2} m_a v_a^2$  e a energia no centro de massa <sup>1</sup>  $E_\alpha = \frac{1}{2} \mu_\alpha v_a^2$  temos a seguinte transformação entre os dois sistemas:

$$E_\alpha = \frac{m_A}{m_a + m_A} E_{LAB} \quad (\text{C.6})$$

As massas da última equação podem ser substituídas pelos respectivos números de massa dos núcleos alvo e projétil. A energia do canal de entrada  $E_\alpha$  deverá permanecer inalterada no canal de saída  $E_\beta = E_\alpha$  no caso de um espalhamento elástico. Se uma dada reação necessitar de uma energia adicional  $Q_{\alpha\beta}$  para que possa ocorrer (reação endotérmica  $Q_{\alpha\beta} < 0$ ) ou a liberar (reação exotérmica  $Q_{\alpha\beta} > 0$ ), temos um respectivo decréscimo ou acréscimo na energia do canal de entrada para o canal de saída:

$$E_\beta = E_\alpha + Q_{\alpha\beta} \quad (\text{C.7})$$

---

<sup>1</sup>Geralmente a energia no centro de massa  $E_\alpha$  é representada como  $E_{CM}$ , a qual não deve ser confundida com  $\frac{1}{2}(m_a + m_A)v_{CM}^2$

Essa última equação caracteriza o chamado espalhamento não-elástico ou inelástico. O valor  $Q_{\alpha\beta}$  é por sua vez definido como a diferença entre as energias cinéticas antes e depois da reação:

$$Q_{\alpha\beta} = E_B + E_b - E_a \quad (C.8)$$

$$Q_{\alpha\beta} = (m_A + m_a - m_B - m_b)c^2$$

As grandezas medidas no sistema de referência do laboratório podem ser passadas para o sistema do centro de massa via relações de transformação que envolvem as massas dos núcleos participantes, a energia de laboratório inicial  $E_{LAB}$  e o valor  $Q_{\alpha\beta}$ . Geralmente estaremos interessados nas características do núcleo  $b$ , já que o recuo  $B$  nem sempre é detectado.

Segundo as projeções dos momentos apresentadas na figura C.1, é possível obter as seguintes equações:

$$p_B \cos\varphi + p_b \cos\vartheta = p_a$$

$$p_b \sin\vartheta - p_B \sin\varphi = 0$$

onde cada um dos momentos pode ser dado pela respectiva energia cinética associada:

$$\sqrt{2m_B E_B} \cos\varphi + \sqrt{2m_b E_b} \cos\vartheta = \sqrt{2m_a E_a}$$

$$\sqrt{2m_b E_b} \sin\vartheta - \sqrt{2m_B E_B} \sin\varphi = 0$$

Modificando os membros das equações e elevando-os ao quadrado de forma que o  $\cos\varphi$  fique separado, temos:

$$2m_B E_B \cos^2\varphi = 2m_a E_a + 2m_b E_b \cos^2\vartheta - 2\sqrt{4m_a m_b E_a E_b} \cos\vartheta$$

$$2m_B E_B \sin^2\varphi = 2m_b E_b \sin^2\vartheta$$

Sendo as equações anteriores relacionadas por  $2m_B E_B \cos^2\varphi = 2m_B E_B (1 - \sin^2\varphi)$  conseguimos:

$$2m_B E_B - 2m_b E_b \sin^2\vartheta = 2m_a E_a + 2m_b E_b \cos^2\vartheta - 2\sqrt{4m_a m_b E_a E_b} \cos\vartheta$$

Lembrando que a energia  $E_B$  do recuo pode ser expressa em termos do valor  $Q$  da reação, de acordo com a equação dada em (C.8). Aqui também o seno e o cosseno de  $\vartheta$  estão relacionados:

$$2m_B Q_{\alpha\beta} = 2m_B E_b - 2m_B E_a + 2m_a E_a + 2m_b E_b - 2\sqrt{4m_a m_b E_a E_b} \cos\vartheta$$

$$Q_{\alpha\beta} = E_b - E_a + \frac{m_a}{m_B} E_a + \frac{m_b}{m_B} E_b - \frac{\sqrt{4m_a m_b E_a E_b}}{m_B} \cos\vartheta$$

$$Q_{\alpha\beta} = E_b \left(1 + \frac{m_b}{m_B}\right) - E_a \left(1 - \frac{m_a}{m_B}\right) - \frac{\sqrt{4m_a m_b E_a}}{m_B} \sqrt{E_b} \cos\vartheta \quad (C.9)$$

Se quisermos descobrir quais serão as energias dos núcleos  $b$  detectados em função dos parâmetros  $E_a = E_{LAB}$ ,  $\vartheta = \theta_{LAB}$ ,  $Q_{\alpha\beta}$  e de todas as massas envolvidas, resolvemos uma equação do segundo grau cuja incógnita é  $x = \sqrt{E_b}$  na equação anterior:

$$\left(1 + \frac{m_b}{m_B}\right)x^2 - \left(\frac{\sqrt{4m_a m_b E_a} \cos\vartheta}{m_B}\right)x - E_a \left(1 - \frac{m_a}{m_B}\right) - Q_{\alpha\beta} = 0$$

$$\sqrt{E_b} = x = \frac{\sqrt{m_a m_b E_{LAB}}}{m_B + m_b} \cos\vartheta \pm \sqrt{\frac{m_a m_b E_{LAB}}{(m_B + m_b)^2} \cos^2\vartheta + \frac{E_{LAB}(m_B - m_a) + m_B Q_{\alpha\beta}}{m_B + m_b}} \quad (C.10)$$

Vemos desta última equação que poderão aparecer duas soluções dependendo das condições cinemáticas a serem calculadas; para que existam soluções de energia  $E_b$  positivas em toda a faixa de energias possíveis, inclusive na região onde  $E_{LAB} \rightarrow 0$ , torna-se necessário que o radicando da segunda raiz não se anule. Desta condição temos uma expressão para o limite cinemático de energias reais e positivas, acima do qual não existem soluções fisicamente permitidas.

$$\vartheta^{max} = \theta_{LAB}^{max} = \arcsin \left\{ \sqrt{1 + \frac{(E_{LAB}(m_B - m_a) + m_B Q_{\alpha\beta})(m_B + m_b)}{m_a m_b E_{LAB}}} \right\} \quad (C.11)$$

Para que possamos obter as relações entre os ângulos nos dois sistemas devemos considerar a figura seguinte:

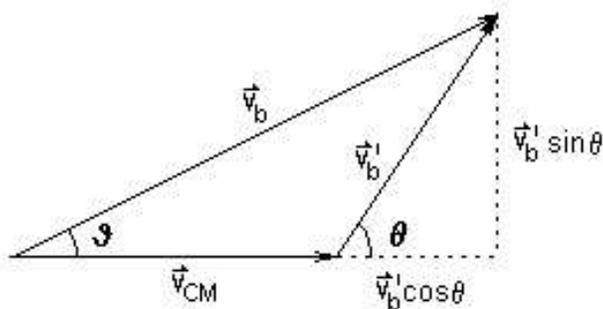


Figura C.3: Relação entre as grandezas do laboratório e do centro de massa.

Verificamos de acordo com a mesma as seguintes expressões:

$$\cos\vartheta = \frac{v_{CM} + v'_b \cos\theta}{v_b}$$

$$\sin\vartheta = \frac{v'_b \sin\theta}{v_b}$$

Obtêm-se também relações semelhantes para o caso do núcleo  $a$ , considerando-se as

componentes dos momentos:

$$\cos\vartheta = \frac{v_{CM} + v'_a \cos\theta}{v_a}$$

$$\sin\vartheta = \frac{v'_a \sin\theta}{v_a}$$

Fazendo uso das duas últimas fórmulas e da equação (C.4) obtemos expressões em termos de valores conhecidos:

$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\vartheta &= \frac{\sin\theta}{\cos\theta + m_a/m_A} \\ \cos\vartheta &= \frac{\cos\theta + m_a/m_A}{\sqrt{1 + (m_a/m_A)^2 + 2(m_a/m_A)\cos\theta}} \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

Outra quantidade muito importante implementada pelos programas de cinemática é o Jacobiano de transformação de ângulos sólidos medidos no sistema de referência do laboratório para ângulos sólidos medidos no sistema do centro de massa ou vice-versa. O Jacobiano pode ser definido como:

$$J = \frac{d\Omega_{LAB}}{d\Omega_{CM}} \quad (\text{C.13})$$

As transformações entre os sistemas  $LAB$  e  $CM$  envolvem apenas os ângulos  $\varphi$ ,  $\vartheta$  e  $\theta$  sendo o ângulo azimutal  $\phi = \phi_{LAB} = \phi_{CM}$  invariante. Neste caso, se o elemento de ângulo sólido diferencial for dado por  $d\Omega = d\phi d(\cos\theta)$ , logo:

$$J = \frac{d\Omega_{LAB}}{d\Omega_{CM}} = \frac{d\phi_{LAB} d(\cos\theta_{LAB})}{d\phi_{CM} d(\cos\theta_{CM})} = \frac{d(\cos\theta_{LAB})}{d(\cos\theta_{CM})}$$

Os ângulos correspondentes conforme a notação usada nos cálculos anteriores são  $\theta_{LAB} = \vartheta$  e  $\theta_{CM} = \theta$ , sendo assim:

$$J = \frac{d(\cos\vartheta)}{d(\cos\theta)}$$

Derivando-se a equação (C.12) chegamos então a uma expressão para o Jacobiano de transformação:

$$J = \frac{d\Omega_{LAB}}{d\Omega_{CM}} = \frac{1 + (m_a/m_A)\cos\theta}{\sqrt{(1 + (m_a/m_A)^2 + 2(m_a/m_A)\cos\theta)^3}} \quad (\text{C.14})$$

Uma expressão semelhante pode ser obtida em termos do ângulo de laboratório  $\theta_{LAB} = \vartheta$ :

$$J = \frac{d\Omega_{LAB}}{d\Omega_{CM}} = \frac{\sqrt{1 - (m_a/m_A)^2 \sin^2\vartheta}}{\left( (m_a/m_A)\cos\vartheta + \sqrt{1 - (m_a/m_A)^2 \sin^2\vartheta} \right)^2} \quad (\text{C.15})$$

# Apêndice D

## Simulação de Monte Carlo

Para obter as distribuições angulares corrigidas desenvolvemos um programa numérico chamado CYCLOPE utilizando o método de Monte Carlo. Nesse programa, calculamos o ângulo sólido compreendido por um sistema de inúmeras fendas quando considera-se a observação de uma fonte de eventos cilíndrica. De maneira a descomplicar a geometria e tentar excluir dúvidas a respeito do resultado obtido, no início da construção do código, usamos uma fonte puntual e apenas uma fenda. Sendo o valor do ângulo sólido para uma fonte puntual  $\Delta\Omega = A/R^2$  torna-se relativamente fácil verificar a eficácia do método.

### D.1 Descrição da Simulação

Seja uma fonte de eventos que encontra-se na origem do sistema de coordenadas  $(x_0, y_0, z_0)$  (ponto  $O$ ) e além disso admitamos que um evento é gerado aleatoriamente em uma posição  $(x_E, y_E, z_E)$  (ponto  $E$ ) ao redor dessa origem. Conforme a geometria apresentada na figura D.1, o segmento de reta  $\overline{OE}$  indica a direção de emissão do evento que simula a trajetória de uma partícula espalhada no alvo gasoso.

As respectivas equações paramétricas que definem a reta que passa por  $\overline{OE}$  são:

$$\frac{x - x_0}{x_E - x_0} = \frac{y - y_0}{y_E - y_0} = \frac{z - z_0}{z_E - z_0} = t \quad (\text{D.1})$$

A posição da fenda em relação a fonte de eventos e a sua orientação angular são determinadas pelo vetor  $\vec{D} = D_x\hat{x} + D_y\hat{y} + D_z\hat{z}$ ; por meio deste pode-se escrever a equação do plano  $\pi$  da fenda:

$$xD_x + yD_y + zD_z + D^2 = 0 \quad (\text{D.2})$$

$$\text{onde } D^2 = D_x^2 + D_y^2 + D_z^2$$

A aceitação de um dado evento pela fenda acontece quando o ponto de interseção entre a reta definida por  $\overline{OE}$  e o plano  $\pi$  coincide com um ponto no intervalo determinado pelos

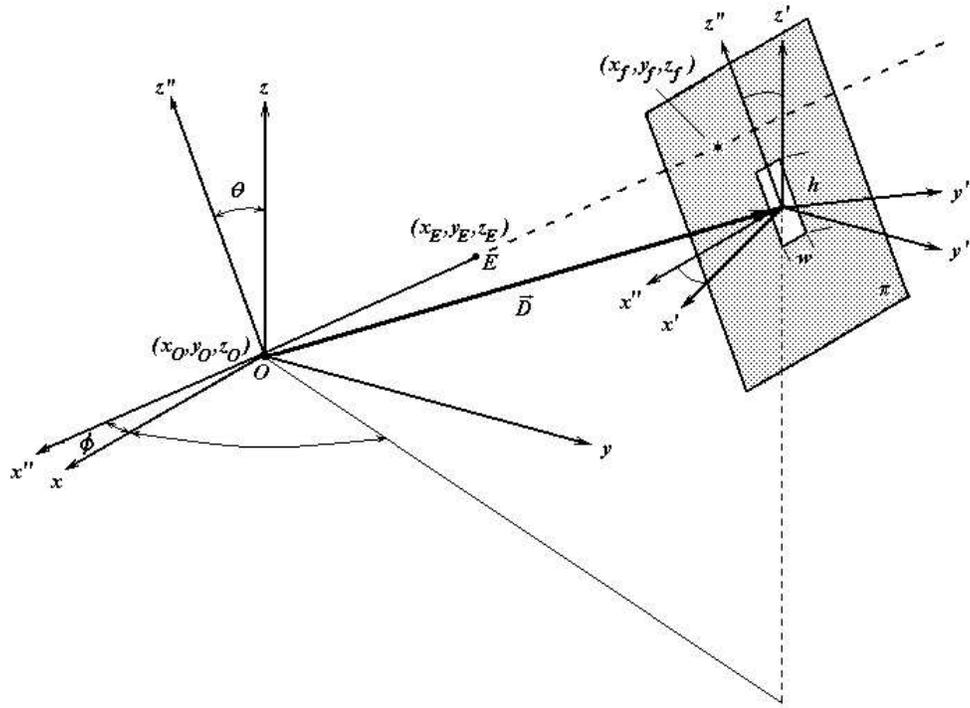


Figura D.1: Representação geométrica da fenda e da fonte puntual de eventos.

limites (largura  $w$ , altura  $h$ ) de abertura da fenda; representando deste modo que a partícula espalhada foi registrada pelo sistema de detecção. O ponto de interseção  $x_f, y_f, z_f$  pode ser obtido por meio da solução do sistema de equações:

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{D^2 - x_E D_x - y_E D_y - z_E D_z}{(x_E - x_0)D_x + (y_E - y_0)D_y + (z_E - z_0)D_z} \\
 x_f &= x_0 + (x_E - x_0)t \\
 y_f &= y_0 + (y_E - y_0)t \\
 z_f &= z_0 + (z_E - z_0)t
 \end{aligned} \tag{D.3}$$

Através de uma translação para o sistema de coordenadas  $(x', y', z')$  e uma posterior rotação de Euler para o sistema  $(x'', y'', z'')$ , pode-se verificar a aceitação de  $(x_f, y_f, z_f)$  segundo os limites da fenda. A translação é obtida por:

$$x'_{f,i} = x_{f,i} - D_i \tag{D.4}$$

onde os índices  $i = 1, 2, 3$  representam as coordenadas  $x, y, z$  respectivamente. A rotação é efetuada de maneira a fazer coincidir o plano  $(x'', y'')$  com o plano da fenda [62]; a correspondente transformação de Euler é dada por:

$$x''_{f,i} = \sum_{j=1}^3 E_{ij} x'_{f,i} \tag{D.5}$$

Onde  $E_{ij}$  é a matriz de rotação:

$$E_{ij} = \begin{pmatrix} \cos\psi \cos\phi - \cos\theta \sin\phi \sin\psi & \cos\psi \sin\phi + \cos\theta \cos\phi \sin\psi & \sin\psi \sin\theta \\ -\sin\psi \cos\phi - \cos\theta \sin\phi \cos\psi & -\sin\psi \sin\phi + \cos\theta \cos\phi \cos\psi & \cos\psi \sin\theta \\ \sin\theta \sin\phi & -\sin\theta \cos\phi & \cos\theta \end{pmatrix}$$

De acordo com os ângulos de orientação da fenda  $\phi_f, \theta_f$  (dados pelo vetor  $\vec{D}$ ) os ângulos de rotação de Euler  $(\theta, \phi, \psi)$  podem ser determinados como:

$$\begin{aligned} \theta &= \frac{\pi}{2} - \theta_f \\ \phi &= \phi_f - \frac{\pi}{2} \\ \psi &= 0 \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

Os pontos  $(x_E, y_E, z_E)$  relativos aos eventos são obtidos iterativamente a partir de um gerador de números aleatórios e o ângulo sólido pode ser calculado relacionando-se o número total desses eventos  $n_{TOTAL}$  à fração  $n'$  que é aceita pelos limites da fenda:

$$\Delta\Omega = \frac{4\pi n'}{n_{TOTAL}} \quad (\text{D.7})$$

O erro implícito a estimativa numérica de  $\Delta\Omega$  provém da raiz quadrada de  $n'$ , sendo este valor dependente das dimensões e posição da fenda. Pode-se minimizar o erro até o valor desejado, gerando-se uma quantidade suficiente de eventos.

$$\sigma_{\Delta\Omega} = \frac{4\pi}{n_{TOTAL}} \sqrt{n'} \quad (\text{D.8})$$

Entretanto, não basta gerar números aleatórios em  $\mathbb{R}^3$   $(x_E, y_E, z_E)$  de qualquer maneira; a forma espacial e uniformidade da distribuição são muito importantes para que tenhamos uma resposta isotrópica. Por exemplo, uma distribuição cúbica se usada irá mostrar diferenças correspondentes ao acréscimo de pontos nas arestas; e não seria suficiente impor uma condição como  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ , pois embora a forma obtida seja esférica a distribuição de pontos não será uniforme (distribuição esférica “falsa”). A uniformidade no valor numérico do ângulo sólido só aparece quando usamos uma distribuição do tipo casca esférica  $\mathbb{S}^2$  (veja figura D.2). Na figura D.3 apresentamos o resultado numérico obtido a partir de alguns tipos de distribuições comparados ao resultado analítico  $\Delta\Omega = A/R^2$ .

Existem diversos algoritmos que podem ser empregados para a escolha aleatória de pontos sobre uma superfície esférica  $\mathbb{S}^2$  a partir de uma distribuição aleatória uniforme de intervalo  $[a, b]$ . Deve-se notar que ao fazer tal mapeamento  $[a, b] \mapsto \mathbb{S}^2$ , precisamos incluir o jacobiano de transformação para que não ocorra uma aglomeração de pontos nos pólos. Há de se considerar que o gerador de números aleatórios deve apresentar pouca correlação e fornecer uma distribuição bastante uniforme. O método da congruência linear, por exemplo, é simples e bastante rápido mas não preenche satisfatoriamente tais requisitos. Na forma definitiva do programa usamos um gerador de números aleatórios de L'Ecuyer [63] [64] acoplado ao método de Marsaglia [65] para o sorteio de pontos sobre uma casca esférica. Na figura D.4 temos a comparação entre o resultado fornecido por três métodos de sorteio; visualmente são praticamente idênticos, mas nos dão valores de ângulo sólido diferentes.

A generalização para o caso de uma fonte cilíndrica pode ser feita alterando-se a posição da origem  $(x_0, y_0, z_0)$ , de modo a perfazer o volume com as dimensões máximas desejadas

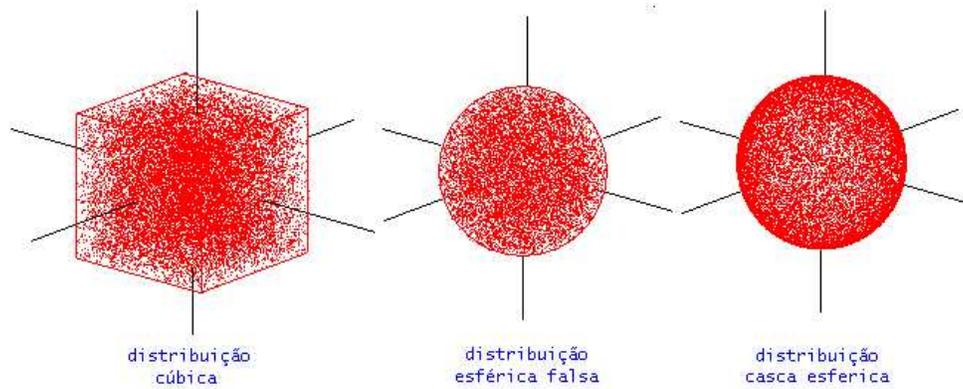


Figura D.2: Formas das distribuições aleatórias testadas na construção da simulação. Cada distribuição apresenta 10000 pontos.

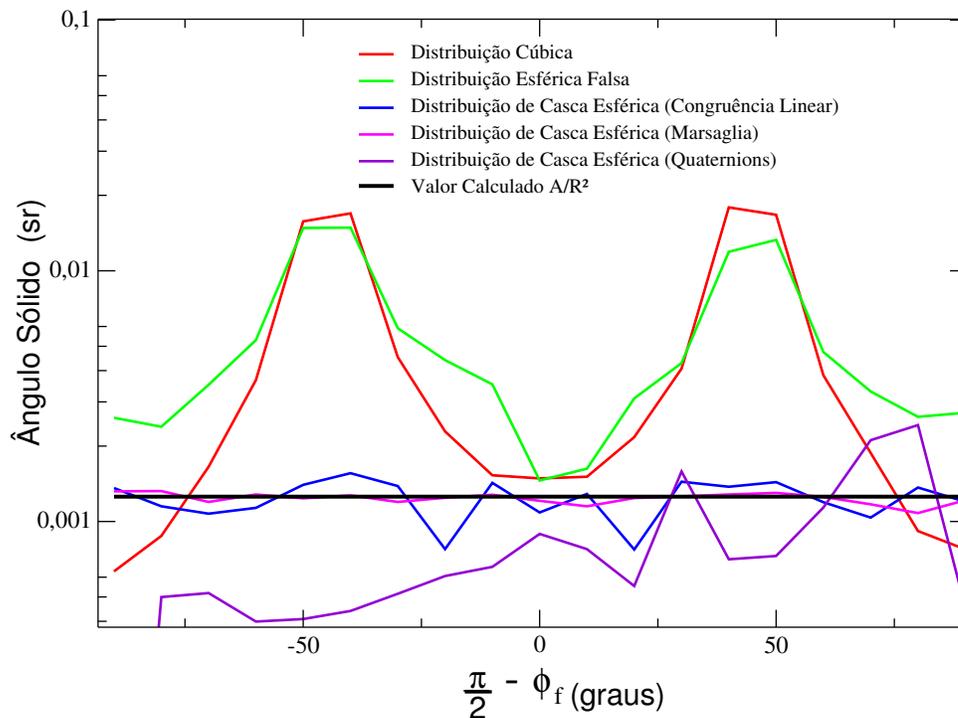


Figura D.3: Comparação dos valores de ângulos sólidos calculados segundo alguns tipos de distribuições aleatórias. Observe que para uma distribuição cúbica há um acréscimo no valor do ângulo sólido na região das arestas ( $\pm 45$  graus). A distribuição do tipo casca esférica, no entanto, fornece o melhor resultado.

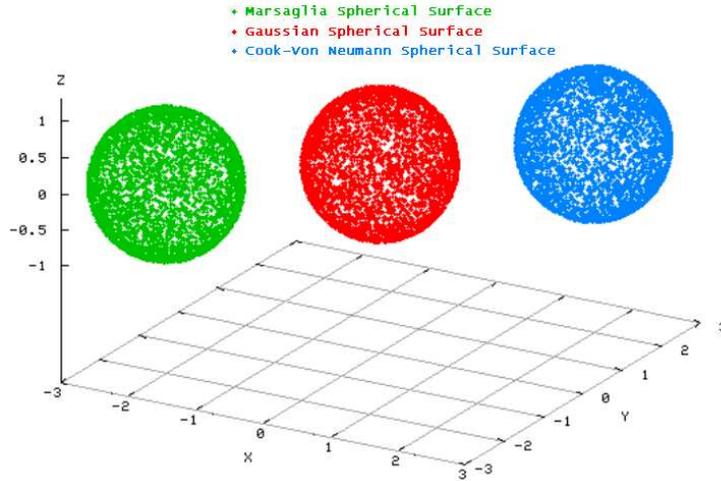


Figura D.4: Resultado do sorteio de pontos sobre uma casca esférica usando três métodos de mapeamento para 10000 pontos.

$(\rho_c^{max}, \theta_c, h_c^{max})$ . Para um cilindro cujo comprimento  $h_c$  está orientado ao longo da direção  $y$ , temos;

$$\begin{aligned} x_0 &= \rho_c \cos \theta_c \\ y_0 &= h_c \\ z_0 &= \rho_c \sin \theta_c \end{aligned} \quad (D.9)$$

O raio  $\rho_c^{max}$  nada mais é do que a metade do diâmetro do feixe de  ${}^7Li$  ( $\sim 4 \text{ mm}$ ) e o comprimento  $h_c^{max}$  diz respeito ao percurso do gás hélio atravessado pelo mesmo ( $h_c^{max} = 109.4 \pm 0.5 \text{ mm}$  para o nosso alvo). O ângulo  $\theta_c$  sempre deve variar dentro do intervalo  $[0, 2\pi]$ . As três coordenadas do cilindro também são obtidas aleatoriamente e sobre cada um dos pontos desse cilindro geramos a distribuição de casca esférica referida anteriormente. Há um número de iterações  $n_{cyl}$  para o cilindro e um número de iterações  $n_{sph}$  para cada superfície esférica; o produto destas duas quantidades nos fornece o total de eventos  $n_{TOTAL}$ .

O processo de geração de um ponto no cilindro, um ponto na superfície esférica, solução do sistema (D.3), translação-rotação e verificação de aceitação deve ser repetido para cada fenda que seja inserida por meio do vetor  $\vec{D}$ ; o evento somente será considerado aceito se “passar” por todas as fendas. Na figura D.5 mostramos os pontos do cilindro (em verde) que foram aceitos pelo sistema de três fendas do nosso experimento (janela de saída do alvo + duas fendas do telescópio).

O perfil longitudinal das contagens obtidas ao longo do comprimento da fonte cilíndrica pode nos fornecer informações adicionais a respeito da detecção. Na figura D.6 ilustramos algumas projeções dos eventos aceitos pelo sistema de fendas sobre o eixo  $y$ . A forma da distribuição modifica-se de acordo com o ângulo do telescópio de detecção; em ângulos pequenos  $\theta_{lab} < 4^\circ$  o sistema de fendas observa eventos oriundos de quase toda a extensão longitudinal do alvo. Para ângulos mais traseiros do telescópio  $\theta_{lab} > 20^\circ$  o corpo do alvo passa a interceptar o caminho das partículas espalhadas; ou seja a fenda de saída do alvo apresenta uma influência maior no sistema e há uma redução significativa na espessura efetiva

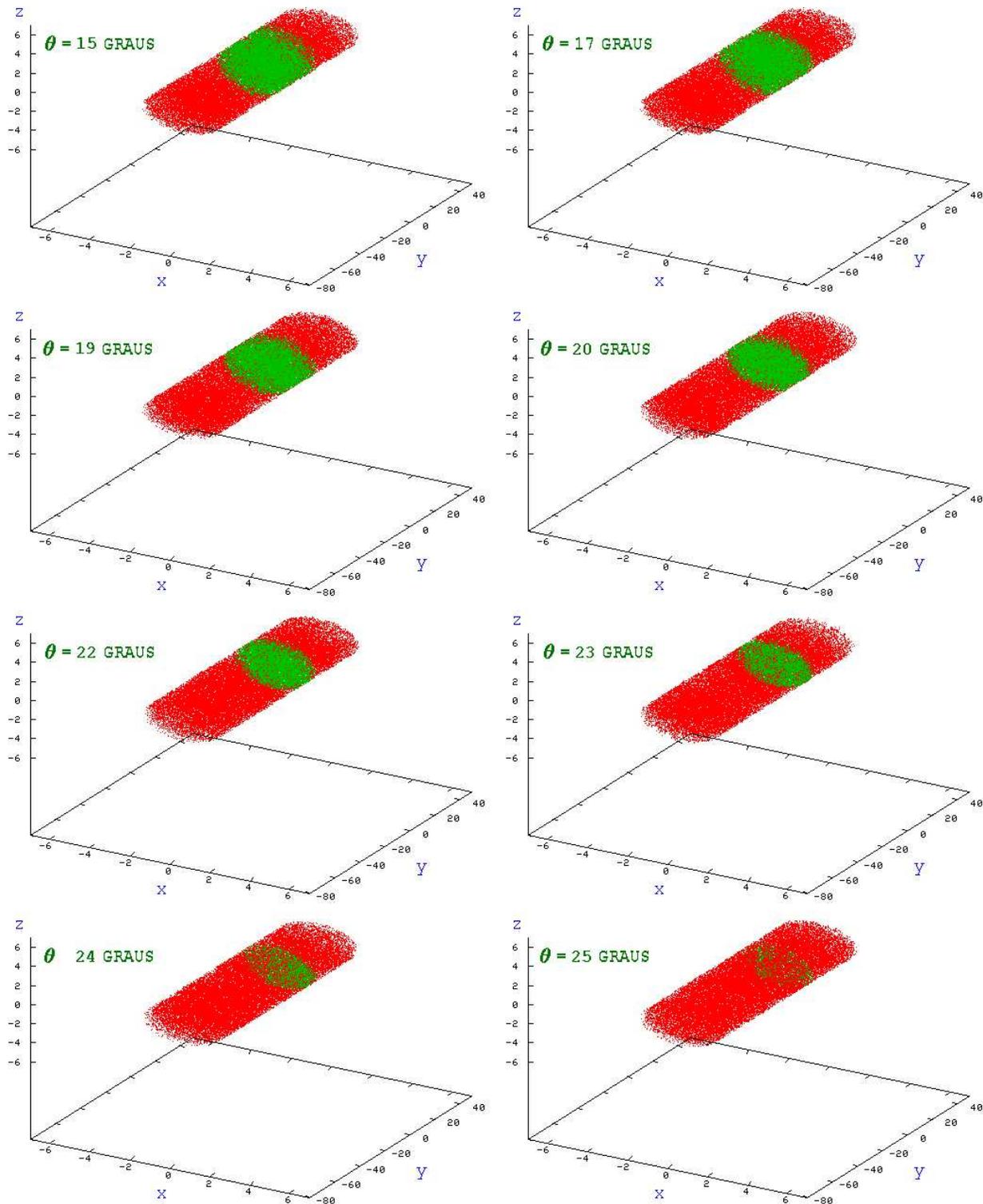


Figura D.5: *Eventos que foram aceitos (em verde) para um sistema de três fendas (janela do alvo + duas fendas do telescópio) segundo diversos ângulos do telescópio de detecção. Manteve-se o ângulo do alvo fixo em  $\theta_{ALVO} = 0^\circ$  e a fenda de saída possuía uma abertura de  $35 \times 10$  mm. O número de pontos aceitos torna-se reduzido em ângulos maiores porque a janela de saída do alvo não se move junto com o telescópio e acaba “cortando” parte do fluxo esperado. As dimensões estão indicadas em milímetros.*

de gás observada.

## D.2 Resultados da Simulação

As distribuições da figura D.6 podem em princípio ser usadas na obtenção de uma medida da espessura efetiva de gás observada pelo sistema de fendas. Inicialmente utilizamos o valor da largura a meia-altura das distribuições de forma a avaliar esta espessura efetiva<sup>1</sup>. As espessuras obtidas por este método apresentam um comportamento semelhante em função do ângulo do telescópio que aquele obtido pelas expressões analíticas 3.14 extraídas da referência [20]; no entanto o valor numérico é diferente. A variação das distribuições segundo o ângulo do telescópio pode ser vista também na figura D.7.

Para obter a concordância entre os valores de  $\Delta z$  analíticos e os obtidos na simulação, seccionamos a fonte cilíndrica como está ilustrado na figura D.8 construindo uma distribuição para cada uma das fatias. Antes obtivemos uma projeção completa de todos os eventos aceitos sobre o eixo  $y$ , mas por meio deste procedimento torna-se mais difícil calcular a espessura do gás. O valor médio das larguras totais (tomada pelos pontos extremos e não apenas a meia-altura) das distribuições de todas as secções da figura D.8 nos fornece valores de  $\Delta z$  que concordam com as expressões apresentadas por Silverstein em [20]. A comparação dos valores de  $\Delta z$  e de  $\Delta\Omega$  pode ser vista nas figuras 3.17 e 3.18 já apresentadas no capítulo 3.

## D.3 Modo de Utilização da Simulação

Para utilizar a simulação necessitamos informar ao programa CYCLOPE alguns parâmetros referentes a geometria utilizada. Por exemplo, se desejarmos calcular o ângulo sólido coberto por uma fenda retangular de dimensões  $3 \times 4 \text{ mm}$  que está posicionada a uma distância de  $70 \text{ mm}$  de uma fonte puntual de eventos e em um ângulo de laboratório  $\theta_{lab} = 10^\circ$  em relação ao eixo  $y$  (que equivale a  $100^\circ$  em relação ao eixo  $x$ ) e também a um ângulo de  $90^\circ$  (posição mais usual) em relação ao eixo  $z$  da figura D.1 a entrada será:

```
TYPE P OR C FOR A PUNCTUAL OR A CYLINDRICAL SOURCE:
P
ENTER THE NUMBER OF EVENTS FROM EACH POINT-SPHERE:
10000000
ENTER THE NUMBER OF SLITS USED(<=10):
1
***** SLIT 1.FEATURES *****
ENTER 1 FOR A CIRCULAR SHAPED SLIT,OR ENTER 2
FOR A RETANGULAR ONE:
2
ENTER THE SPHERICAL COORDINATES FROM THIS SLIT:
```

---

<sup>1</sup>Há aqui uma pequena diferença na notação: no capítulo 3 o eixo  $z$  correspondia a direção do feixe e por isso a espessura efetiva foi representada como  $\Delta z$ ; na simulação de Monte Carlo a direção do feixe é dada pelo eixo  $y$ . Desta forma, as espessuras obtidas das distribuições serão atribuídas como  $\Delta z$ .

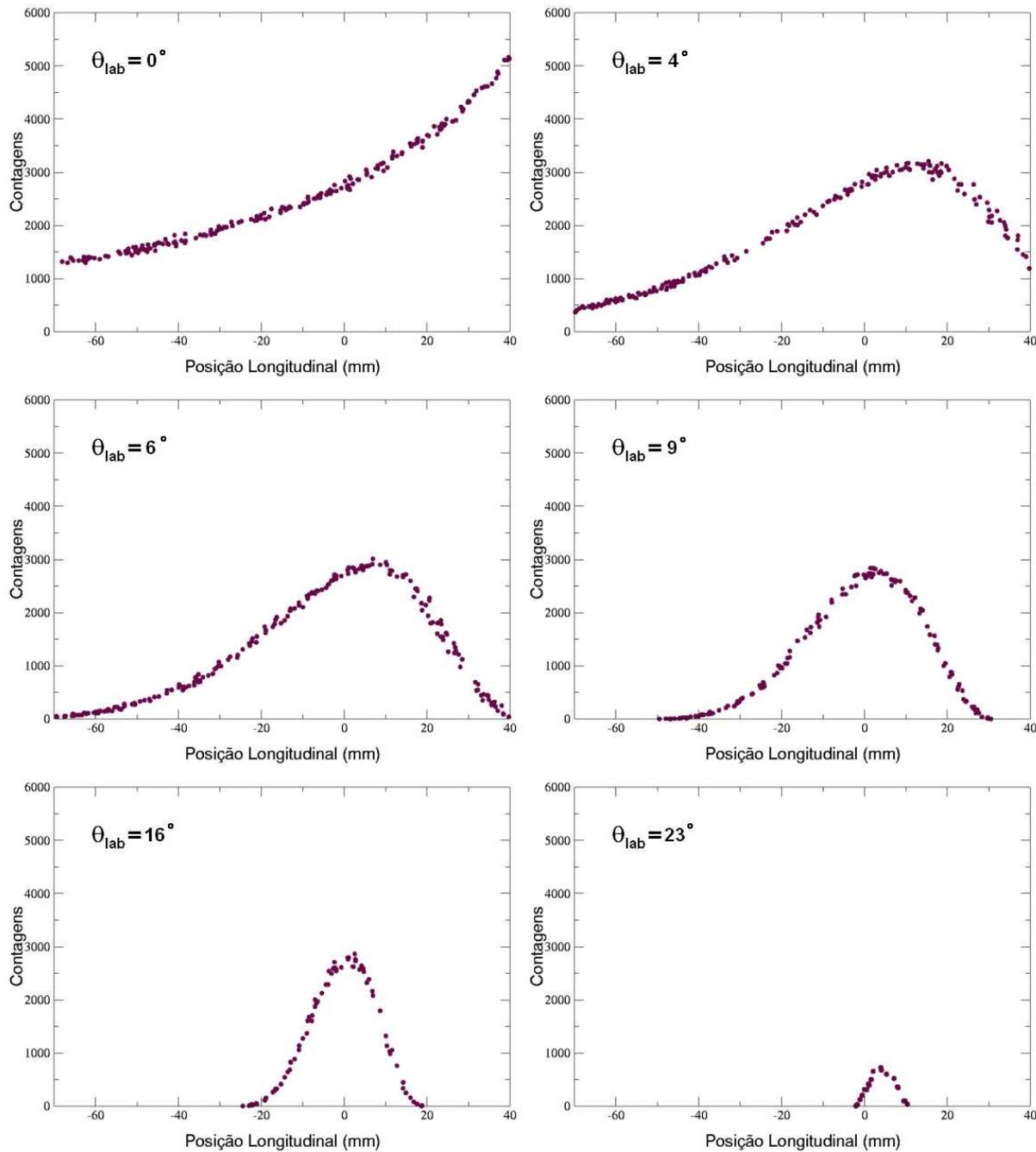


Figura D.6: Perfil longitudinal da frequência de eventos aceitos ao longo do eixo y da fonte cilíndrica adotada. A distribuição de eventos altera-se de acordo com a posição relativa entre o telescópio de detecção e o ângulo fixo da janela de saída do alvo gasoso.

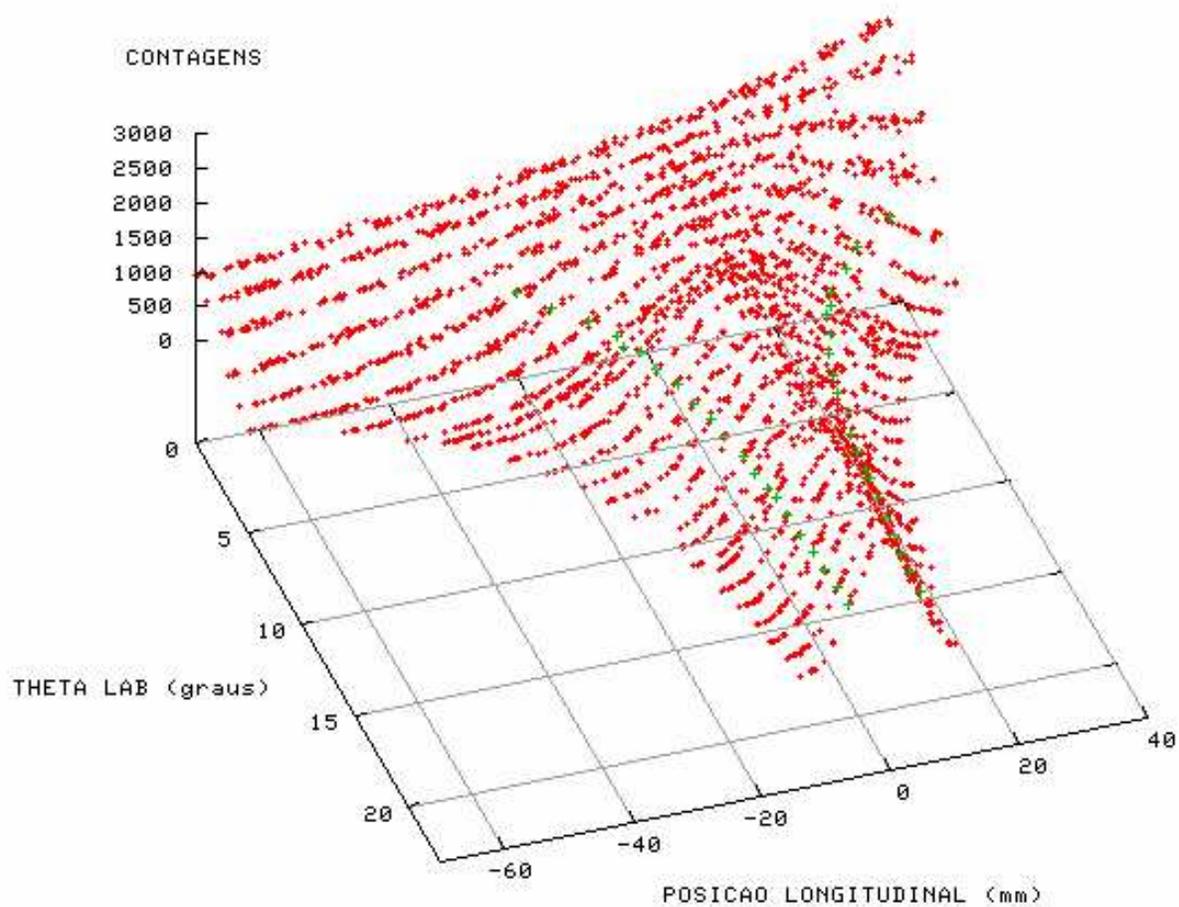


Figura D.7: *Varição das distribuições de contagens longitudinais de acordo com o ângulo de laboratório do telescópio.*

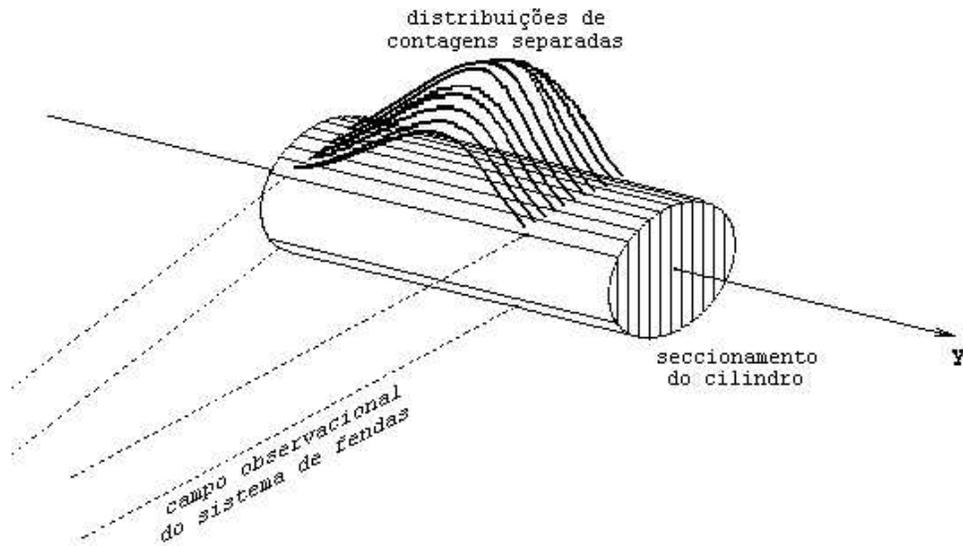


Figura D.8: Construção das distribuições de eventos por meio do seccionamento da fonte cilíndrica. A espessura efetiva  $\Delta z$  é dada pelo valor médio das larguras das distribuições de todas as fatias.

```
70,100,90
ENTER THE APPERTURE FROM SLIT (WIDTH,HEIGHT):
3,4
IN PROGRESS.....
```

Neste exemplo foram gerados  $n_{sph} = 10^7$  eventos na casca esférica centrada na posição da fonte puntual. Para simular o caso de uma fonte extensa cilíndrica o volume será discretizado em um grande número de pontos e não haverá apenas uma casca esférica como no exemplo anterior, mas sim uma para cada um destes pontos. O cilindro é tratado como sendo formado por vários discos de pontos aleatórios. O número de discos no cilindro e o número de pontos em cada um deles deve ser discriminado na entrada. Além disso, devem ser fornecidas as dimensões do cilindro: comprimento (conforme as dimensões do alvo) e diâmetro (que corresponde ao diâmetro do feixe). Por exemplo, vamos considerar o caso de um alvo gasoso que não está posicionado simetricamente com relação ao eixo  $x$ . Se há uma parte do cilindro de  $40\text{ mm}$  no eixo positivo  $y$  e outra parte de  $-70\text{ mm}$  na parte negativa do eixo  $y$ , o comprimento total será de  $110\text{ mm}$ . Também admita que o feixe possua  $5\text{ mm}$  de diâmetro, que o número de discos aleatórios gerados na fonte cilíndrica é de 120 e o número de pontos aleatórios em cada disco é de 230 pontos. O número total de pontos discretos na fonte cilíndrica é desta forma  $n_{cyl} = 120 \times 230 = 27600$ . Sobre cada um destes pontos do cilindro será gerada uma casca esférica neste caso com  $n_{sph} = 250000$  pontos sorteados. Estes valores não devem ser muito grandes para que o tempo de execução não seja muito grande como discutiremos adiante.

Vamos inserir três fendas neste exemplo: uma fenda retangular ( $35 \times 10\text{ mm}$ ) de posição angular fixa em  $\theta_{lab} = 0^\circ$  ( $90^\circ$  em relação ao eixo  $x$ ) que se encontra a  $45\text{ mm}$  da origem do

sistema de coordenadas; outra fenda circular (raio igual a  $3\text{ mm}$ ) em um ângulo  $\theta_{lab} = 7^\circ$  (que equivale a  $97^\circ$  em relação ao eixo  $x$ ) e a  $85\text{ mm}$  da origem; a última fenda retangular ( $6 \times 7\text{ mm}$ ) em um ângulo também de  $\theta_{lab} = 7^\circ$  e a  $170\text{ mm}$  da origem. Serão solicitados também a pressão e os pesos atômico molecular do gás no interior do alvo (vamos usar por exemplo  $p = 560\text{ Torr}$  e o gás hélio  $A = M = 4$ ). Suporemos que todas as fendas estão posicionadas formando um ângulo de  $90^\circ$  em relação ao eixo  $z$ ; desta maneira, a entrada será dada por:

```
TYPE P OR C FOR A PUNCTUAL OR A CYLINDRICAL SOURCE:
C
ENTER THE NUMBER OF EVENTS FROM EACH POINT-SPHERE:
250000
ENTER THE NUMBER OF EVENTS FROM CYLINDER-BEAM
IN THE FORMAT(No LENGHT,No EVERY DISC):
120,230
ENTER THE BEAM CHARACTERISTICS (DIAMETER,YMAX,YMIN ):
5,40,-70
ENTER THE GAS TARGET PRESSURE (TORR):
560
ENTER THE GAS MOLECULAR WEIGHT:
4
ENTER THE GAS ATOMIC WEIGHT:
4
ENTER THE NUMBER OF SLITS USED(<=10):
3
***** SLIT 1.FEATURES *****
ENTER 1 FOR A CIRCULAR SHAPED SLIT,OR ENTER 2
FOR A RETANGULAR ONE:
2
ENTER THE SPHERICAL COORDINATES FROM THIS SLIT:
45,90,90
ENTER THE APPERTURE FROM SLIT (WIDTH,HEIGTH):
35,10
***** SLIT 2.FEATURES *****
ENTER 1 FOR A CIRCULAR SHAPED SLIT,OR ENTER 2
FOR A RETANGULAR ONE:
1
ENTER THE SPHERICAL COORDINATES FROM THIS SLIT:
85,97,90
ENTER THE RADIUS FROM SLIT:
3
***** SLIT 3.FEATURES *****
ENTER 1 FOR A CIRCULAR SHAPED SLIT,OR ENTER 2
FOR A RETANGULAR ONE:
2
ENTER THE SPHERICAL COORDINATES FROM THIS SLIT:
```

```
170,97,90
```

```
ENTER THE APPERTURE FROM SLIT (WIDTH,HEIGTH):
```

```
6,7
```

```
IN PROGRESS.....
```

O tempo de execução do programa pode variar bastante sendo proporcional ao número total de pontos aleatórios gerados na simulação e a velocidade de processamento do computador utilizado. O número total de pontos gerados é dado pelo produto  $n_{cyl} \cdot n_{sph}$ . Nas simulações feitas para este trabalho, gastamos cerca de um dia para rodar cada caso em um computador com clock de 1 *GHz*, gerando  $10^{10}$  pontos aleatórios ao todo.

# Referências Bibliográficas

- [1] C. Rolfs, W. Rodney, *Cauldrons in the Cosmos: Nuclear Astrophysics* (University of Chicago Press, 1988).
- [2] W. Löffler, *About the reactions  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  and  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$* , European Journal of Physics **14**, 50 (1993).
- [3] P. Serpico et al, *Nuclear Reaction Network for Primordial Nucleosynthesis: a detailed analysis of rates, uncertainties and light nuclei yields*, p. 010 (2004), astro-ph/0408076.
- [4] D. Schramm, *Lithium probes the Universe*, Nature **317**, 386 (1985).
- [5] G. Griffiths, G. M. R. Morrow, P. Riley, J. Warren, *The  $T(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  reaction*, Canadian Journal of Physics **39**, 1397 (1961).
- [6] U. Schröder et al, *Astrophysical S factor of  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$* , Phys. Lett. **B 192**, 55 (1987).
- [7] S. Burzyński et al, *The  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  reaction in the energy range from 0.7 to 2.0 Mev*, Nucl. Phys. **A 473**, 179 (1987).
- [8] C. Brune, R. W. Kavanagh, C. Rolfs,  *${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  reaction at low energies*, Phys. Rev. **C 50**, 2205 (1994).
- [9] G. Baur, H. Rebel, *Coulomb Breakup of Nuclei Applications to Astrophysics*, Annual Review of Nuclear and Particle Science **46**, 321 (1996).
- [10] G. Baur, S. Typel, *Theory of the Trojan-Horse Method*, Progress of Theoretical Physics **154**, 333 (2004).
- [11] A. M. Mukhamedzhanov, N. K. Timofeyuk, *Astrophysical S-factor for the reaction  ${}^7\text{Be} + p \rightarrow {}^8\text{B} + \gamma$* , JETP Letters **51**, 282 (1990).
- [12] L. Trache, F. Carstoiu, C. Gagliardi, R. Tribble, *Asymptotic Normalization Coefficient of  ${}^8\text{B}$  from Breakup Reactions and the  $S_{17}$  Astrophysical Factor*, Phys. Rev. Lett. **87**, 271102 (2001).
- [13] M. Assunção, R. Lichtenthäler, V. Guimarães, A. Lépine-Szily, G. F. Lima, A. M. Moro, *Higher order effects in the  ${}^{16}\text{O}(d, p){}^{17}\text{O}$  and  ${}^{16}\text{O}(d, n){}^{17}\text{F}$  transfer reactions*, Phys. Rev. **C 70**, 054601 (2004), nucl-th/0409004.

- [14] W. von Oertzen, H. G. Bohlen et al, *Nucleon exchange in the low-energy scattering of  $\alpha$  particles on  ${}^6\text{Li}$  and  ${}^7\text{Li}$* , Nucl. Phys. A **179**, 504 (1972).
- [15] J. J. Kraushaar, S. A. Dickey, R. J. Peterson, *Isoscalar excitations of  ${}^7\text{Li}^*$* , Zeitschrift fur Physik A - Atoms and Nuclei **320**, 649 (1985).
- [16] H. G. Bingham, K. W. Kemper, N. R. Fletcher, *Elastic scattering of  ${}^4\text{He}$  from  ${}^6\text{Li}$  and  ${}^7\text{Li}$  at 12.0 to 18.5 MeV*, Nucl. Phys. A **175**, 374 (1971).
- [17] N. Burtebaev, A. D. Duisebaev et al, *Elastic and inelastic scattering of 50 MeV  $\alpha$  particles by  ${}^6\text{Li}$  and  ${}^7\text{Li}$  nuclei*, Phys. of Atomic Nuclei **59**, 29 (1996).
- [18] S. Matsuki, S. Yamashita, K. Fukunaga et al, *Elastic and inelastic scattering of 14.7 MeV deuterons and of 29.4 MeV alpha-particles by  ${}^6\text{Li}$  and  ${}^7\text{Li}$* , J. Phys. Soc. Japan **26**, 1344 (1969).
- [19] Dupont, [www.dupont.com/kapton/](http://www.dupont.com/kapton/).
- [20] E. A. Silverstein, *Calculation of the G-factor for gas scattering experiments*, Nucl. Instr. and Meth. **4**, 53 (1959).
- [21] W. T. Milner, *Upak Documentation* (Oak Ridge National Laboratory, 1987).
- [22] W. Leo, *Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments: A How-to Approach* (Springer-Verlag Berlin and Heidelberg GmbH & Co. K, 1994).
- [23] J. Ziegler, *The stopping of energetic light ions in elemental matter*, J. Appl. Phys./Rev. Appl. Phys. **85**, 1249 (1999).
- [24] S. Wong, *Introductory Nuclear Physics* (John Wiley & Sons, 1998).
- [25] R. Lichtenthaler, *Estudo do sistema  ${}^{12}\text{C} + {}^{24}\text{Mg}$* , Tese de Mestrado IFUSP , 10 (1981).
- [26] A. Messiah *Quantum Mechanics* Vol. 1 (North-Holland Publishing Company, 1961).
- [27] H. Feshbach, *Unified theory of nuclear reactions*, Annals of Phys. **5**, 357 (1958).
- [28] G. R. Satchler, M. E. Brandan, *The interactions between light heavy-ions and what it tells us*, Phys. Rep. **285**, 143 (1997).
- [29] I. Thompson, *Coupled reaction channels calculations in nuclear physics*, Comp. Phys. Rep. **7**, 167 (1988).
- [30] F. James, *MINUIT - Function Minimization and Error Analysis Version 94.1* (CERN Program Library, 1994).
- [31] P. D. Cathers et al, *First complete set of spin 3/2 nuclear scattering analyzing powers*, Phys. Rev. C **63**, 064601 (2003).

- [32] Y. E. Kozyr, M. V. Sokolov,  *${}^7\text{Li}$  Polarization by inelastic alpha particle scattering at 27.2 MeV*, Izvestiya Akademii Nauk SSSR. Seriya Fizicheskaya **55**, 149 (1991).
- [33] G. Tungate, R. Böttger, P. Egelhof et al, *Elastic scattering of vector polarized  ${}^7\text{Li}$  on  ${}^{58}\text{Ni}$* , Phys. Lett. **B 98**, 347 (1981).
- [34] M. Tanifuji, Y. Sakuragi, M. Kamimura et al, *Polarization phenomena and spin-dependent interactions in  ${}^7\text{Li}$  scattering from nuclei*, Heavy Ion Reaction Dynamics in Tandem Energy Region (1989).
- [35] G. Grawert, *Dynamic spin-orbit interaction of heavy ions in semiclassical calculations of elastic scattering*, Zeitschrift für Physik A **348**, 293 (1994).
- [36] Editado por H. Barschall and W. Haeberli, *Madison Convention, Proceedings of the 3rd International Symposium on Polarization Phenomena in Nuclear Physics, Madison, 1970* (University of Wisconsin Press, Madison, WS, 1971, 1970).
- [37] G. Igo, *Optical-model analysis of excitation function data and theoretical reaction cross sections for alpha particles*, Phys. Rev. **115**, 1665 (1959).
- [38] S. Ait-Tahar, R. S. Mackintosh, M. A. Russel, *A note on the implications of causality for l-dependent potentials*, Nucl. Part. Phys. **21**, 577 (1995).
- [39] R. L. Varner, W. J. Thompson, T. L. McAbee et al, *A global nucleon optical model potential*, Phys. Rev. **201**, 57 (1991).
- [40] L. C. Chamon, B. V. Carlson, L. R. Gasques, D. Pereira, C. De Conti, M. Alvarez, M. S. Hussein, M. A. Cândido Ribeiro, E. Rossi, C. P. Silva, *Toward a global description of the nucleus-nucleus interaction*, Phys. Rev. **C 66**, 13 (2002).
- [41] J. Wheeler, *On the mathematical description of light nuclei by the method of resonating group structure*, Phys. Rev. **52**, 1107 (1937).
- [42] M. V. Mihailovic, M. Rosina, *Generator coordinate method for nuclear bound states and reactions*, Fizika (Suppl.) **5**, 1 (1973).
- [43] S. Saito, H. Nishioka, M. Yasuno, *A microscopic study of elastic scattering of  $\alpha$  particles on  ${}^7\text{Li}$* , Progr. Theor. Phys. **58**, 190 (1977).
- [44] Y. Tang, K. Wildermuth, L. D. Pearlstein, *Cluster Model Calculation on the Energy Levels of the Lithium Isotopes*, Phys. Rep. **123**, 548 (1961).
- [45] B. Buck, C. B. Dover, J. P. Vary, *Simple potential model for cluster states in light nuclei*, Phys. Rev. **C 11**, 1803 (1975).
- [46] V. G. Neudatchin, V. I. Kukulin, A. N. Boyarkina, V. P. Korennoy, *A Microscopically Substantiated Optical Potential for the  $\alpha - t$  System, Including Nucleon Exchange*, Nuovo Cimento **5**, 834 (1972).

- [47] B. Buck, A. C. Merchant, *Cluster model of  $A=7$  nuclei revisited, and the astrophysical  $S$  factors for  ${}^3\text{He}(\alpha, \gamma){}^7\text{Be}$  and  ${}^3\text{H}(\alpha, \gamma){}^7\text{Li}$  at zero energy*, Nucl. Phys. **14**, L211 (1988).
- [48] A. B. Cohen, *Concepts of Nuclear Physics* (McGraw-Hill, 1971).
- [49] K. Rusek, *Scattering of polarized  ${}^7\text{Li}$  from  ${}^4\text{He}$* , Phys. Rev. C **67**, 014608 (2003).
- [50] V. I. Kukulin, V. G. Neudatchin, Y. F. Smirnov, *Microscopically substantiated local optical potentials for scattering of light nuclei*, Nucl. Phys. A **245**, 429 (1975).
- [51] B. Buck, H. Friedrich, C. Wheatley, *Local potential models for the scattering of complex nuclei*, Nucl. Phys. A **275**, 246 (1977).
- [52] A. Shalit e H. Feshbach, *Theoretical Nuclear Physics Vol. 1* (John Wiley & Sons, 1974).
- [53] W. Greiner e J. A. Maruhn, *Nuclear Models* (Springer-Verlag Berlin and Heidelberg, 1996).
- [54] C. A. Bertulani, *RADCAP: A potential model tool for direct capture reactions*, Comput. Phys. Commun. **156**, 123 (2003).
- [55] A. Mengoni, T. Otsuka, M. Ishihara, *Direct radiative capture of p-wave neutrons*, Phys. Rev. C **52**, R2334 (1995).
- [56] T. Kajino e A. Arima, *Resonating-Group Calculation of Radiative Capture Reactions  $\alpha({}^3\text{He}, \gamma){}^7\text{Be}$  and  $\alpha(t, \gamma){}^7\text{Li}$  at Astrophysical Low Energies*, Phys. Rev. Lett. **52**, 739 (1984).
- [57] K. Langanke, *Microscopic potential model studies of light nuclear capture reactions*, Nucl. Phys. A **457**, 351 (1986).
- [58] T. Kajino, G. F. Bertsch e K. Kubo,  *$E1$  polarizability of  ${}^7\text{Li}$  and astrophysical  $S$  factor for  ${}^4\text{He}(t, \gamma){}^7\text{Li}$* , Phys. Rev. C **37**, 512 (1988).
- [59] P. Navrátil, *Cluster form factor calculation in the ab initio no-core shell model*, Phys. Rev. C **70**, 054324 (2004).
- [60] D. Kurath, D. J. Millener, *Three-nucleon transfer for the  $1p$  shell*, Nucl. Phys. A **238**, 269 (1975).
- [61] G. F. Knoll, *Radiation Detection and Measurement* (John Wiley & Sons, 2000).
- [62] R. Kuramoto, *Espectroscopia do  ${}^6\text{Li}$  utilizando a reação  ${}^3\text{He}({}^7\text{Li}, \alpha){}^6\text{Li}$* , Tese de Mestrado IFUSP, 44 (2003).
- [63] W. H. Press, B. P. Flannery, *Numerical Recipes in FORTRAN: The Art of Scientific Computing* (Cambridge University Press, 1992).

- 
- [64] P. L'Ecuyer, *Efficient and portable combined random number generators*, Communications of the ACM **31**, 742 (1988).
- [65] G. Marsaglia, *Choosing a point from the surface of a sphere*, Ann. Math. Stat **43**, 645 (1972).