UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

Avaliação de incerteza associada à Krigagem de Variáveis Indicadoras e à modelagem de *grade shell* em depósito de ouro

JOÃO ESTEVÃO JÚNIOR

Dissertação apresentada ao Instituto de Geociências da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Mestre em Ciências

Área de concentração: Recursos Minerais e Hidrogeologia

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Monteiro da Rocha

SÃO PAULO
2019

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Serviço de Biblioteca e Documentação do IGc/USP

Ficha catalográfica gerada automaticamente com dados fornecidos pelo(a) autor(a)
via programa desenvolvido pela Seção Técnica de Informática do ICMC/USP

Bibliotecários responsáveis pela estrutura de catalogação da publicação
Sonia Regina Yole Guerra - CRB-8/4208 | Anderson de Santana - CRB-8/6658

Estevão Júnior, João

Avaliação de incerteza associada à Krigagem de Variáveis Indicadoras e à modelagem de grade shell em depósito de ouro / João Estevão Júnior; orientador Marcelo Monteiro da Rocha. -- São Paulo, 2019.

86 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Recursos Minerais e Hidrogeologia) -- Instituto de Geociências, Universidade de São Paulo, 2019.

1. GEOESTATÍSTICA. 2. SIMULAÇÃO GEOESTATÍSTICA. 3. KRIGAGEM DE VARIÁVEIS INDICADORAS. 4. MODELAGEM GEOLÓGICA. 5. ANÁLISE DE INCERTEZA. I. Monteiro da Rocha, Marcelo, orient. II. Título.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS

Avaliação de incerteza associada à Krigagem de Variáveis Indicadoras e à modelagem de *grade shell* em depósito de ouro

JOÃO ESTEVÃO JÚNIOR

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Monteiro da Rocha

Dissertação de Mestrado

Nº 839

COMISSÃO JULGADORA

Dr. Marcelo Monteiro da Rocha

Dr. Giorgio Francesco Cesare de Tomi

Dr. Paulo Milton Barbosa Landim

SÃO PAULO
2019

À minha família

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus e a todos que contribuíram de alguma forma para que eu desenvolvesse e concluísse esta dissertação. Todos os tipos de apoio foram de extrema importância para me ajudar a manter o foco e determinação em buscar a minha evolução no campo do conhecimento.

Inicialmente gostaria de agradecer às instituições que forneceram o suporte necessário à elaboração desta dissertação:

- ao Instituto de Geociências e todos os colaboradores e professores. Todos fazem parte de uma equipe grandiosa em promover o desenvolvimento da ciência;
- à empresa que disponibilizou os dados para elaboração deste trabalho, cessão da licença do software Leapfrog Geo® e pelas informações compartilhadas;
- à Geovariances Brasil pela cessão do software Isatis®;
- à Datamine América do Sul pela cessão do software Studio 3®.

Ao Prof. Dr. Marcelo Monteiro da Rocha agradeço por despertar em mim o interesse pelo mundo da geoestatística desde a graduação. Foram diversas discussões que auxiliaram no desenvolvimento deste trabalho, mesmo à distância, devido aos meus compromissos profissionais.

Ao Jorge Fernandes (Fofão) e Dhaniel Carvalho (Zaca) pelos conhecimentos compartilhados e orientações em geoestatística. Esses são profissionais que sempre me inspirei e admiro.

Ao meu amigo Fernando Yuuki Orikassa (Japex) pelos diversos momentos de apoio e acompanhamento em todas as situações que vivi nestes 2 anos de mestrado.

Ao meu pai João Estevão que está presente em todos os momentos comigo, mesmo já não estando neste plano. Sempre sinto a sua presença ao meu lado.

Agradeço especialmente a toda a minha família pelo amor e apoio incondicional. Vocês são o alicerce da minha vida!

“A tarefa não é tanto ver aquilo que ninguém viu, mas pensar o
que ninguém ainda pensou sobre aquilo que todo mundo vê.”

Arthur Schopenhauer

RESUMO

Estevão Júnior, J., 2019, Avaliação de incerteza associada à krigagem de variáveis indicadoras e à modelagem de *grade shell* em depósito de ouro [Dissertação de Mestrado], São Paulo, Instituto de Geociências, Universidade de São Paulo, 86 p.

A modelagem geológica é uma etapa fundamental para a avaliação de recursos minerais dos empreendimentos do setor da mineração. Nela são realizadas as definições geométricas das litologias, dos corpos de minério e, associada à estimativa de teores, permite elaborar modelos geológicos que são utilizados nas análises de viabilidade de projetos. O objetivo deste trabalho é analisar as incertezas entre duas técnicas de modelagem geológica em um depósito de ouro brasileiro. O primeiro foi gerado a partir de métodos de modelagem implícita em software. O segundo foi construído através de métodos geoestatísticos, aplicando krigagem de variáveis indicadoras na delimitação geométrica dos corpos de minério. Os dois modelos foram estimados por krigagem ordinária e simulados através de simulação condicional por bandas rotativas. Esta dissertação busca comparar quais foram as variações de massa de minério e teor entre as duas técnicas de modelagem, aplicando boas práticas presentes na indústria. A avaliação de incerteza foi realizada através de análises de deriva (*swath plots*) em três direções preferenciais do depósito (cota, transversal e longitudinal). Foram comparadas variações entre os teores estimados/simulados e as amostras do banco de dados, além de análise de massa de minério ao longo de cada direção. O desvio padrão médio dos cenários da simulação possibilitou expressar a variabilidade dos teores simulados ao longo do depósito para os dois métodos de modelagem. Além da comparação por análise de deriva, foram adicionadas seções visuais do depósito na mesma escala dos gráficos *swath plots* para melhor ilustrar as variações entre os modelos. Os resultados e interpretações obtidos com o presente trabalho podem ser aplicados em trabalhos futuros para o depósito, como delimitação de regiões com maior incerteza de teores, definição de um dos métodos propostos como melhor prática para o local estudado e planejamento de futuras malhas de sondagem direcionadas para regiões específicas do projeto.

Palavras-chave: geoestatística, modelagem geológica, simulação geoestatística, análise de incertezas, krigagem de variáveis indicadoras.

ABSTRACT

Estevão Júnior, J., 2019, Uncertainty analysis associated to indicator kriging and grade shell modeling in gold deposit [Master's Thesis], São Paulo, Instituto de Geociências, Universidade de São Paulo, 86 p.

Geological modeling is a fundamental step in the mineral resources evaluation of mining enterprises. In geological modeling, the geometric definitions of the lithologies and ore bodies are carried out and, in addition to the grade estimation, build geological models to be used in the feasibility studies of the projects. The main goal of this research is analyzing the uncertainty between two geological modeling techniques in a Brazilian gold deposit. The first one was generated from classical methods of implicit modeling in software. The second one was constructed through geostatistical methods, applying indicator kriging in the geometric delimitation of the ore bodies. The two models were estimated by ordinary kriging and simulated by turning bands simulation. This research compares the ore mass and grade variations between the two modeling techniques, applying good practices present in the industry. The uncertainty assessment was performed through swath plots in three preferred directions of the deposit (elevation, transverse and longitudinal). Variations between the estimated / simulated levels and the samples were compared, as well as analysis of ore mass along each direction. The mean standard deviation of the simulation scenarios made it possible to express the variability of the simulated grades along the deposit for the two modeling methods. In addition to the comparison by drift analysis, visual deposit sections were added on the same scale as the swath plots to better illustrate the variations between the models. The results and interpretations obtained with the present research can be applied in future works for the deposit, such as delimitation of regions with greater gold grade uncertainty, definition of one of the methods proposed as best practice for the studied site and planning of future oriented drilling meshes specific regions of the project.

Key words: Geostatistics, geological modeling, geostatistical simulation, uncertainty analysis, indicator kriging.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
2. OBJETIVOS	3
3. MATERIAIS E MÉTODOS.....	3
4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	6
4.1 Análise Estatística.....	6
4.1.1 Conceito de População e Amostras	6
4.2 Variáveis Aleatórias e Variáveis Regionalizadas	7
4.2.1 Variáveis Aleatórias.....	7
4.2.2 Variáveis Regionalizadas	9
4.3 Função Variograma.....	10
4.4 Métodos de Estimativa.....	13
4.4.1 Krigagem Simples	14
4.4.2 Krigagem Ordinária	15
4.4.3 Krigagem de Variáveis Indicadoras.....	16
4.4.4 Simulação Estocástica	17
4.4.4.1 Simulação Sequencial.....	17
4.4.4.1.1 Simulação sequencial gaussiana (SGS)	18
4.4.4.1.2 Simulação por bandas rotativas	19
5. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS	21
5.1 Validação da Base de Dados.....	21
5.2 Modelagem Geológica	23
5.2.1 Modelagem das Rochas Encaixantes	23
5.2.2 Modelagem de Teores.....	24
5.3 Análise Exploratória dos Dados	27
5.3.1 Análise Estatística do Modelo de Grade Shell	27
5.3.2 Análise Geoestatística do Modelo de Grade Shell	30
5.3.3 Análise Estatística do Modelo Probabilístico (KI)	32
5.3.4 Análise Geoestatística das Variáveis Indicadoras.....	37
5.4 Krigagem de Variáveis Indicadoras	39
5.5 Estimativa de Teores do Modelo GS	43
5.6 Estimativa de Teores no Modelo KI	47
5.7 Transformação Gaussiana dos Dados.....	51
5.8 Análise Geoestatística dos Dados Transformados	53
5.9 Simulação por Bandas Rotativas	57

5.10 Validação dos Dados da Simulação	58
5.11 Análise da Estimativa (KO) dos Modelos de GS e KI	63
5.12 Análise da Simulação de Teores dos Modelos de GS e KI	66
5.13 Avaliação de Incerteza entre Modelos	71
6. CONCLUSÕES	82
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	83
8. ANEXOS	86

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 3.1 – Sequência de atividades desenvolvidas.....	5
Figura 4.3.1 – Propriedades de um variograma típico com patamar (fonte: Yamamoto, 2001).....	11
Figura 4.3. 2 - Exemplo de modelos teóricos de variograma mais comuns na natureza. Retirado de Isaaks & Srivastava (1989)	13
Figura 4.4.1 - Simulação por Bandas Rotativas com a aplicação de diferentes números de linhas (Fonte: Emery & Lantuéjoul, 2006)	20
Figura 5.1.1 - Mapa das coordenadas das bocas dos furos de sonda (+).....	22
Figura 5.2.1 - Modelo geológico do depósito mineral de ouro.....	24
Figura 5.2.2 - Seção geológica vertical, ao longo da direção do mergulho das rochas	24
Figura 5.2.3 - Seção geológica vertical, ao longo da direção do mergulho da mineralização. Em amarelo, modelo de teores encaixado na Brecha.....	25
Figura 5.2.4 - Seção esquemática que apresenta variação de espessura dos corpos de minério.....	26
Figura 5.2.5 - Seção ilustrativa que apresenta diferentes interpretações geológicas para os mesmos dados de teor de ouro.....	27
Figura 5.3.1 - Histograma dos dados originais do modelo de GS	28
Figura 5.3.2 - Histograma dos dados regularizados no modelo de GS regularizados em 3m.....	28
Figura 5.3.3 – Gráfico de análise de desagrupamento.....	29
Figura 5.3.4 - Histograma dos dados desagrupados do modelo de GS.....	30
Figura 5.3.5 - Variogramas experimentais calculados para o modelo de grade shell.....	31
Figura 5.3.6 - Modelo teórico de variograma ajustado para o modelo de Grade Shell	32
Figura 5.3.7 - Histograma dos dados originais dentro da BC	33
Figura 5.3.8 - Histograma dos dados regularizados (3 m) do modelo de KI	33
Figura 5.3.9 - Histograma dos dados desagrupados do modelo de KI.....	34
Figura 5.3.10 - Distribuição das amostras de minério, em vermelho, ao longo do depósito.....	35

Figura 5.3.11 - Sobreposição entre as variáveis indicadoras geradas e GS modelado através de métodos de modelagem implícita	35
Figura 5.3.12 - Histograma das variáveis indicadoras, onde 0 representa as amostras mineralizadas ($> 0,1$ g/t) e 1 as amostras de estéril ($\leq 0,1$ g/t) dentro do sólido de BC.....	36
Figura 5.3.13 - Histograma dos teores de Au dentro do intervalo de minério das variáveis indicadoras.....	37
Figura 5.3.14 - Variogramas experimentais das variáveis indicadoras dentro da rocha encaixante (BC)	38
Figura 5.3.15 - Modelo teórico de variograma ajustado aos variogramas experimentais das variáveis indicadoras dentro da rocha encaixante (BC)	39
Figura 5.4.1 - Validação visual do preenchimento do sólido da rocha encaixante (BC) pelo modelo de blocos	40
Figura 5.4.2 - Linhas estruturais desenhadas para guiar a estimativa do modelo probabilístico de KI.....	41
Figura 5.4.3 - Modelo de blocos de BC com os dados de Azimute e Dip de Sn interpolados.....	41
Figura 5.4.4 - Comparação entre os modelos de blocos de GS e KI, exemplificado em uma seção.....	43
Figura 5.5.1 - Validação visual do preenchimento do sólido de GS pelo modelo de blocos em uma seção tomada ao acaso	44
Figura 5.5.2 - Histograma das amostras desagrupadas e do modelo de blocos GS, estimado através de krigagem ordinária	45
Figura 5.5.3 - Modelo de blocos de GS estimado através de krigagem ordinária. As linhas em preto representam os furos de sonda	46
Figura 5.6.2 - Modelo teórico ajustado para os variogramas experimentais de Au dentro do modelo de KI	48
Figura 5.6.3 - Histograma das amostras desagrupadas e do modelo de blocos GS, estimado através de krigagem ordinária	49
Figura 5.6.4 - Modelo de blocos de KI estimado através de krigagem ordinária. As linhas em preto representam os furos de sonda	50

Figura 5.7.1 - (a) Função experimental anamorfose (preto). (b) Histograma comparativo entre os teores de ouro originais do modelo de GS (preto) e os valores resultantes após a transformação (roxo)	51
Figura 5.7.2 - (a) Função experimental anamorfose (preto). (b) Histograma comparativo entre os teores de ouro originais do modelo de KI (preto) e os valores resultantes após a transformação (roxo)	51
Figura 5.7.3 - Histograma dos dados do modelo de GS obtidos após a transformação gaussiana	52
Figura 5.7.4 - Histograma dos dados do modelo de KI obtidos após a transformação gaussiana	52
Figura 5.7.5 - Teste de binormalidade dos dados de GS através da razão <i>variograma/(madograma)</i>	53
Figura 5.7.6 - Teste de binormalidade dos dados de KI através da razão <i>variograma/(madograma)</i>	53
Figura 5.8.1 - Variogramas experimentais dos dados transformados de teores de Au no modelo de GS	54
Figura 5.8.2 - Modelo teórico de variograma ajustado para os teores de Au transformados em uma $N[0,1]$ no modelo de GS	55
Figura 5.8.3 - Variogramas experimentais dos dados transformados de teores de Au no modelo de KI	56
Figura 5.8.4 - Modelo teórico de variograma ajustado para os dados de teor de Au transformados em uma $N[0,1]$ no modelo de KI	57
Figura 5.10.1 - Histogramas de validação da simulação por bandas rotativas aplicada no modelo de GS	59
Figura 5.10.2 - Histogramas de validação da simulação por bandas rotativas aplicada no modelo de KI	60
Figura 5.10.3 – Validação dos variogramas da simulação de GS. Modelo de variograma das amostras (colorido), variogramas das realizações da simulação (preto)	61
Figura 5.10.4 – Validação dos variogramas da simulação de KI. Modelo de variograma das amostras (colorido), variogramas das realizações da simulação (preto)	61
Figura 5.10.5 - Gráfico de validação das médias de cada simulação comparadas com as médias das amostras e da estimativa para o modelo de GS	62

Figura 5.10.6 - Gráfico de validação das médias de cada simulação comparadas com as médias das amostras e da estimativa para o modelo de KI	62
Figura 5.11.1 - Swath plots dos teores médios estimados (KO) do modelo de GS, amostras e massa, ao longo do depósito.....	64
Figura 5.11.2 - Swath plots dos teores médios estimados (KO) do modelo de KI, amostras e massa, ao longo do depósito.....	65
Figura 5.12.1 - Swath plots dos teores médios dos cenários simulados do modelo de GS, amostras e massa, ao longo do depósito.....	67
Figura 5.12.2 - Swath plots dos teores médios dos cenários simulados do modelo de KI, amostras e massa, ao longo do depósito	68
Figura 5.12.3 - Swath plots dos desvios padrões médios dos cenários simulados do modelo de GS e massa, ao longo do depósito.....	69
Figura 5.12.4 - Swath plots dos desvios padrões médios dos cenários simulados do modelo de KI e massa, ao longo do depósito	70
Figura 5.12.5 - Porção do depósito que apresentada maior variabilidade dos teores de ouro simulados	71
Figura 5.13.1 - Swath plots dos teores médios estimados (KO), amostras e massa dos modelos de GS e KI, ao longo do depósito.....	72
Figura 5.13.2 - Seção vertical destacando a maior continuidade do modelo de KI em profundidade em relação ao modelo de GS.....	73
Figura 5.13.3 - Visão geral do depósito com sobreposição dos modelos de GS e KI.....	74
Figura 5.13.4 - Swath plot e comparação visual entre os modelos de GS e KI	75
Figura 5.13.5 - Swath plots da média de teores das 100 simulações das amostras e massas dos modelos GS e KI, ao longo do depósito.....	76
Figura 5.13.6 - Swath plot e comparação visual entre os modelos de GS e KI	78
Figura 5.13.7 - Swath plots do desvio padrão médio dos cenários simulados, amostras e massa dos modelos de GS e KI, ao longo do depósito	79
Figura 5.13.8 - Seção vertical com os modelos de blocos com a legenda do desvio padrão médio dos cenários simulados.....	80
Figura 5.13.9 - Swath plot e comparação visual entre os modelos de GS e KI	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.3.1 - Parâmetros de cálculo dos variogramas experimentais	30
Tabela 5.3. 2 - Parâmetros de ajuste do modelo teórico de variograma para o modelo de grade shell	32
Tabela 5.3.3 - Parâmetros de cálculo dos variogramas experimentais	37
Tabela 5.3.4 - Parâmetros de ajuste do modelo teórico de variograma	38
Tabela 5.4.2 - Parâmetros de busca aplicados na estimativa por KI.....	42
Tabela 5.5.1- Parâmetros de busca aplicados na estimativa do modelo de GS	45
Tabela 5.6.2 - Parâmetros de ajuste do modelo teórico de variograma	48
Tabela 5.8.1 - Parâmetros de ajuste do modelo teórico de variograma para os dados normalizados de GS.....	54
Tabela 5.8.2 - Parâmetros de ajuste do modelo teórico de variograma para os dados normalizados de KI.....	56
Tabela 5.9.1 - Critérios aplicados na simulação por bandas rotativas	58

1. INTRODUÇÃO

Os empreendimentos do setor mineral possuem diversas características que os diferenciam dos demais setores da indústria. O tempo de amadurecimento e desenvolvimento dos projetos minerários é composto por várias etapas, desde métodos de pesquisa indiretos de escala regional (geofísica, fotointerpretação e sensoriamento remoto) até a extração dos bens minerais da jazida (Serra, 2000).

Nesse fluxo de trabalho e com relevante importância há a avaliação geológica do depósito mineral que deve ser adequada e utilizar o máximo de informações disponíveis para o desenvolvimento de um modelo geológico confiável.

O modelo geológico citado é uma representação tridimensional do depósito mineral, com o objetivo de reproduzir suas características tanto qualitativa quanto quantitativamente. A definição e a reprodução do modelo geológico devem ser assertivas, pois todas as etapas de estudo de viabilidade do empreendimento mineiro se baseiam nesse modelo, como projetos técnicos, econômicos, métodos de lavra e estudos de recuperação ambiental.

A modelagem tridimensional proporciona a visualização dos padrões geométricos e extensões do depósito mineral, dispersão de teores e comportamento estrutural da mineralização, entretanto, todo modelo geológico é elaborado a partir de dados amostrais dispersos ao longo do depósito mineral e o volume amostral é muito pequeno se comparado ao tamanho do depósito, o que gera incerteza no modelo. Na maioria das vezes, as amostras utilizadas são obtidas a partir de testemunhos de furos de sonda coletados em uma malha pré-definida.

A elaboração do modelo geológico pode ser feita por meio de métodos geoestatísticos ou tradicionais. Nos métodos tradicionais, os modelos são baseados em sólidos interpretados a partir de litologias (modelo litológico) ou teores de elementos de interesse, gerando a envoltória de teores (*grade shells*). Os métodos geoestatísticos utilizam funções matemáticas para a estimativa dos dados espaciais.

A diferença entre esses dois métodos é que o último apresentará um modelo geológico baseado no comportamento geoestatístico dos dados, sendo menos subjetivo que os modelos tradicionais, uma vez que nos métodos tradicionais de

modelagem o resultado varia de acordo com as interpretações de cada profissional, para os mesmos dados amostrais.

As incertezas relacionadas aos modelos geológicos são frequentes na avaliação dos recursos de depósitos minerais e, em muitos casos, as interpretações realizadas na modelagem manual dos corpos de minério resultam em modelos tendenciosos que geram falsas expectativas no depósito mineral.

Nos modelos geoestatísticos, a aplicação da krigagem de variáveis indicadoras (KI) é uma ferramenta valiosa na análise da incerteza, pois através da estimativa das probabilidades de ocorrência é possível mensurar se o modelo geológico interpretado está adequado ou não para o depósito mineral.

Segundo Landim (2003), a utilização da krigagem de variáveis indicadoras é apropriada para modelagem de litologias, por serem variáveis categóricas e medidas em escala nominal. Para variáveis contínuas há a necessidade de determinar teores de corte que serão aplicados na transformação dos dados.

O objetivo da krigagem de variáveis indicadoras é estimar a probabilidade condicional de que um dado evento ocorra e, com isso, pode-se definir áreas com maior ou menor probabilidade de ocorrência, por exemplo, de que o teor de um elemento de interesse esteja acima ou abaixo de certo limiar, ou mesmo da presença ou ausência de uma litologia específica.

A análise da incerteza relacionada aos diferentes métodos de modelagem (implícito ou geoestatístico) é importante para o setor mineral, pois reduz riscos de investimentos financeiros em projetos que muitas vezes podem ser inviáveis, ou também, transforma depósitos que antes não apresentavam economicidade devido a erros de interpretação geológica, em depósitos economicamente viáveis.

O presente trabalho se propõe a avaliar a incerteza da aplicação de modelagem clássica (*grade shell*) e geoestatística (modelo probabilístico por KI). Utilizando também métodos de simulação condicional, a fim de obter a incerteza associada aos teores de ouro (Au) dentro de cada modelo. O estudo será aplicado em um depósito mineral que possui mineralização aurífera associada a veios de quartzo e hospedada em rochas metassedimentares de um *greenstone belt* brasileiro.

O termo *grade shell* (GS) será utilizado para representar o modelo interpretativo de teores através de métodos de modelagem implícita. Já o termo KI será utilizado para designar o modelo probabilístico de teores calculado por krigagem de variáveis indicadoras.

2. OBJETIVOS

O objetivo geral desta dissertação é a avaliação de incerteza relacionada ao modelo de teores de ouro (Au) gerado através de métodos de modelagem implícita e o modelo probabilístico de teores (KI) obtido a partir da aplicação da krigagem de variáveis indicadoras.

Com a finalidade de atender ao objetivo proposto, serão desenvolvidas as seguintes etapas:

- Interpretação e elaboração do modelo litológico e de teores (*grade shell*) do depósito;
- Construção do modelo de KI através de krigagem de variáveis indicadoras;
- Estimativa de teores nos modelos de GS e KI através de krigagem ordinária (KO);
- Simulação condicional de teores de ouro em ambos os modelos;
- Avaliação da incerteza volumétrica e de teores de ouro para os modelos gerados pelos dois métodos.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

O banco de dados utilizado nesta dissertação foi disponibilizado por uma empresa responsável pelos direitos minerários do depósito aurífero, a qual solicitou confidencialidade do nome do projeto e coordenadas geográficas.

O banco de dados foi exportado em quatro tabelas:

- *Collar*. Composta pela identificação do furo (DHID), coordenadas das bocas dos furos de sonda (X/Y/Z) e profundidade final (DEPTH);

- *Survey*: (DHID), intervalo da medida de desvio (AT), azimuth da medida (BRG) e mergulho (DIP);
- *Assay*: (DHID), intervalo da amostra (FROM/TO), comprimento da amostra (LENGTH) e resultado da análise química de ouro (AU_PPM);
- *Litho*: (DHID), (FROM/TO), (LENGTH) e descrição litológica (LITO).

As seguintes atividades foram desenvolvidas na elaboração da dissertação:

- Revisão bibliográfica sobre os conceitos estatísticos e geoestatísticos aplicados;
- Avaliação minuciosa do banco de dados através da verificação de sobreposições de amostras (*overlaps*), intervalos vazios (*gaps*), inversão de azimuthes, troca de amostras e erro no georreferenciamento dos furos de sonda;
- Importação dos dados no software de modelagem 3D (Leapfrog Geo®), no qual o banco de dados foi verificado novamente, a fim de confirmar que nenhum erro tenha passado pela validação das tabelas. A licença desse software pertence à empresa;
- Modelagem geológica e de mineralização de ouro no Leapfrog Geo®;
- Análise estatística dos teores de Au, para definir a distribuição que a variável apresenta;
- Análise geoestatística, com o objetivo de estudar a relação espacial entre amostras e ajuste dos modelos teóricos de variograma para KO e krigagem de variáveis indicadoras;
- Geração do modelo probabilístico do depósito por krigagem de variáveis indicadoras;
- Estimativa de teores de ouro por krigagem ordinária dentro do GS e KI (Isatis®);
- Simulação condicional dos teores de ouro dentro dos modelos implícito e geoestatístico;
- Análise de deriva para validar as estimativas do depósito, utilizando janelas ao longo dos eixos X (leste), Y (norte) e Z (profundidade);
- Cálculo e avaliação da incerteza volumétrica e de teores entre os modelos obtidos pelos métodos tradicional e geoestatístico.

A sequência das atividades está resumida na Figura 3.1.

Figura 3.1 – Sequência de atividades desenvolvidas

4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

4.1 Análise Estatística

A análise estatística tem como principal objetivo inferir características de uma população de dados a partir da coleta de amostras (Sinclair & Blackwell, 2002).

A avaliação de recursos minerais utiliza a análise estatística para compreender os comportamentos dos elementos químicos de interesse, além de ter grande importância no estudo das variáveis regionalizadas através das informações obtidas a partir de medidas de tendência central e de dispersão dos dados.

4.1.1 Conceito de População e Amostras

O termo *população* pode ser definido como o conjunto de todas as repetições possíveis de um fenômeno aleatório. São as medidas das propriedades específicas relacionadas a um conjunto de objetos e não diretamente ao conjunto de objetos (Landim, 2003).

Como a população de dados não pode ser descrita totalmente devido ser a representação de um fenômeno aleatório, utiliza-se a análise estatística para inferir informações relevantes do conjunto de dados obtidos através de um processo de amostragem (Landim, 2003).

De acordo com Chierigati (2007), a amostragem é uma sequência de coleta de amostras que tem como objetivo obter a melhor representatividade de uma determinada população.

Como destacado por Yamamoto & Rocha (2001), a amostragem é o passo inicial de uma avaliação mineral. Esse processo é utilizado no estudo da distribuição espacial dos teores associados a um elemento de interesse, além de permitir a inferência da continuidade de um corpo mineralizado, sua geometria e relação com as rochas encaixantes da mineralização.

Na avaliação de recursos minerais, a coleta de amostras geralmente é desenvolvida através de amostragem aleatória simples, aleatória estratificada ou sistemática. Yamamoto & Landim (2013) resumem as três técnicas como:

- **Amostragem Aleatória Simples:** Um conjunto de dados com N unidades é numerado sequencialmente e cada valor é sorteado de forma aleatória sem que haja reposição dos valores já coletados. Desta forma a componente aleatória é um número sequencial escolhido entre 1 e N . No estudo geoestatístico, os pontos das coordenadas geográficas dentro de uma determinada região de estudo podem ser considerados como a componente aleatória;
- **Amostragem Aleatória Estratificada:** A amostragem é feita através de estratos, que são a subdivisão de uma região em células de dimensões fixas e a coleta de amostras é realizada em pontos aleatórios dentro de cada célula. No final, o número de unidades coletadas será igual ao número de células criadas;
- **Amostragem Sistemática:** As amostras são selecionadas sobre os nós de uma malha regular com origem escolhida aleatoriamente. A escolha da origem dá o caráter aleatório, sendo os demais pontos distribuídos de forma sistemática.

Na comparação dos três métodos, a amostragem sistemática é a que tem melhores resultados, entretanto, muitas vezes ela não pode ser executada com precisão devido a diversos fatores, como acessos, topografia, vegetação, instalações industriais etc. A amostragem aleatória simples é o método que possui o pior resultado, pois se tem o problema de agrupamento de pontos e outras áreas não amostradas (Yamamoto & Landim, 2013).

4.2 Variáveis Aleatórias e Variáveis Regionalizadas

4.2.1 Variáveis Aleatórias

De acordo com Journel (1989), uma variável aleatória (Z) é aquela que assume diferentes valores com determinada probabilidade de ocorrência e é obtida a partir de um experimento.

As variáveis aleatórias foram propostas inicialmente por Stevens (1946) e podem ser subdivididas em duas categorias:

- **Variáveis Aleatórias Discretas:** Quando um número de ocorrências de uma variável aleatória é finito. São medidas através das escalas ordinal e nominal. Os graus de alteração hidrotermal de um depósito podem ser classificados na escala ordinal. As litologias e texturas, por exemplo, são variáveis medidas em escala nominal;
- **Variáveis Aleatórias Contínuas:** Quando o número de ocorrências for infinito a variável aleatória é considerada contínua. São medidas em escalas intervalar ou relacional. Os valores destas variáveis não podem ser colocados em listas e são representados na forma de intervalos, como por exemplo, os teores de um elemento químico em um depósito mineral ou dados de densidade (Yamamoto & Landim, 2013).

O estudo das variáveis aleatórias requer o uso de medidas numéricas para análise do comportamento da amostra estudada.

As medidas utilizadas frequentemente são as de tendência central (média, moda e mediana) e as de dispersão (variância, desvio padrão e coeficiente de variação).

De acordo com Landim (2003), a **média** é uma medida de tendência central que pode ser definida como a soma dos valores dos dados analisados (x_i) dividido pelo número total de observações (n) e tem como estimador $\bar{X}$:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Segundo Journal (1989), o valor da média pode ser definido como a “esperança matemática”, $E[x]$, que pode ser denotado por $\bar{X}$, quando se conhece apenas uma amostra da população.

Yamamoto (2002) destaca a **mediana** como o valor referente a 50% da frequência acumulada dos dados, que representa o valor central de uma população. A **moda** corresponde a uma classe de valores que ocorre com maior frequência dentro de uma distribuição.

Dentre as medidas de dispersão, a **variância** é definida como a dispersão dos valores em torno da média de uma população (Landim, 2003) e para uma amostra pode ser representada por:

$$S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{X})^2}{n}$$

O **desvio padrão** (S) é obtido através da raiz quadrada da variância, sendo representado na mesma unidade dos dados originais:

$$S = \sqrt{S^2}$$

O **coeficiente de variação** é uma relação entre o desvio padrão e a média que fornece uma medida relativa da variabilidade dos dados.

$$CV = \frac{S}{\bar{X}}$$

Yamamoto (2002) destaca o coeficiente de variação como uma medida de dispersão adimensional utilizada na comparação da dispersão relativa entre valores de diferentes distribuições e classificação de recursos minerais segundo sua variabilidade natural.

4.2.2 Variáveis Regionalizadas

De acordo com Matheron (1965), a teoria das variáveis regionalizadas apresenta como objetivo representar as propriedades de um fenômeno e resolver problemas de estimativa a partir de pontos amostrais. Denomina-se também como fenômeno regionalizado aquele que ocorre no espaço e apresenta estruturação espacial.

Matheron (1971) cita dois aspectos característicos das variáveis regionalizadas:

- Aspecto estruturado: porção da variável regionalizada em que há uma tendência constante entre a relação de dados próximos;
 - Aspecto aleatório: região em que não há estruturação espacial da variável.
- Os dados perdem a dependência espacial entre si.

Segundo Matheron (1962), as variáveis regionalizadas são de grande importância para a geoestatística devido a possuírem como características: continuidade entre pontos, localização geográfica, suporte amostral e anisotropia (diferentes comportamentos para diferentes direções).

A variável regionalizada, do ponto de vista matemático, é a realização de uma função aleatória, característica do fenômeno em estudo, em um determinado ponto (Matheron, 1971).

Sinclair & Blackwell (2004) descrevem uma função aleatória como uma descrição probabilística da distribuição espacial de uma variável aleatória.

Yamamoto & Landim (2013) destacam a variável regionalizada como qualquer função numérica com uma distribuição e variação espacial, exibindo continuidade aparente, mas cujas variações não podem ser determinadas através uma função determinística.

4.3 Função Variograma

Segundo Matheron (1971), a função variograma corresponde a estatística entre dois pontos, utilizada para avaliar a variabilidade entre duas amostras separadas espacialmente por um vetor de distância h e é uma ferramenta básica que permite descrever quantitativamente a variação no espaço de um fenômeno regionalizado.

As propriedades de uma função variograma é dada pela variância espacial *versus* a distância (h) entre pares de pontos (Figura 4.3.1) e, possibilita a análise do grau de dependência espacial da variável regionalizada, definindo parâmetros que permitem a estimativa de pontos não amostrados do fenômeno regionalizado (Souza, 2007).

Yamamoto (2001) expõe que o conceito de estacionaridade, do ponto de vista geoestatístico, é quando a média e a variância das variáveis de um depósito não são dependentes de sua localização no espaço. Um conceito discutido na teoria das variáveis regionalizadas é a hipótese intrínseca ou hipótese de quase-estacionaridade, em que se propõe que o variograma descreve o comportamento espacial da variável regionalizada e que essa função é característica da regionalização dos dados.

A função variograma é calculada como a média das diferenças quadráticas entre os pontos separados por uma distância h para uma determinada direção, conforme:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (Z(x_i) - Z(x_i + h))^2$$

Onde $2\gamma(h)$ é a variância espacial dos pares de pontos separados por um vetor distância h , $Z(x_i)$ o valor da variável regionalizada na posição x , $Z(x_i + h)$ o valor da variável separada pelo vetor h e N o número de pares obtidos para cada distância h .

Os principais aspectos observados em um variograma (Figura 4.3.1) podem ser descritos como, conforme Yamamoto (2001):

- **Efeito pepita (C_0):** valor da variância espacial próximo à origem do variograma. Este fenômeno representa geralmente erros de amostragem, variabilidade natural do depósito, inadequação de escala amostral etc.;
- **Patamar ($C_0 + C$):** corresponde ao valor de variância onde ocorre a estabilização do variograma;
- **Amplitude (a):** é a distância máxima em que as amostras possuem dependência espacial. Representa o limite entre o campo estruturado e o campo aleatório. A partir dessa distância, as amostras se tornam espacialmente independentes;
- **Variância espacial (C):** corresponde ao valor de variância obtido da diferença entre o patamar e o efeito pepita.

Figura 4.3.1 – Propriedades de um variograma típico com patamar (fonte: Yamamoto, 2001)

O cálculo do variograma experimental requer que sejam definidos:

- Quantas e quais direções o variograma será calculado;
- A tolerância angular entre as direções definidas;
- A primeira distância de separação entre os pares de pontos (passo), que normalmente é a distância média entre as amostras vizinhas;
- O número de passos utilizados, que deve respeitar o campo geométrico da região estudada;
- O campo estruturado, distância máxima em que as amostras apresentam dependência espacial entre si;
- A tolerância aplicada ao tamanho do passo.

Após o cálculo do variograma experimental, há a necessidade do ajuste de uma função matemática denominada modelo teórico de variograma. Landim (2003) descreve que o ajuste dessa função é uma etapa muito importante na análise variográfica, a qual exige diversos testes de ajuste até se obter o melhor ajuste possível.

Segundo Deutsch (2002), a principal razão do ajuste e modelagem de um variograma experimental é a necessidade da interpolação de uma função para regiões onde há nenhum ou poucos pares de pontos. O ajuste do modelo teórico de variograma possibilita a representação da variabilidade espacial dos dados em todo o domínio estudado.

Conforme Isaaks & Srivastava (1989), os principais modelos teóricos de variograma podem ser definidos em dois grupos: aqueles que a variância espacial estabiliza em um patamar e os que não alcançam um patamar.

Para os casos em que não se observa correlação espacial entre as amostras após a análise variográfica, o comportamento esperado para os dados aproxima-se de um efeito pepita puro (Yamamoto & Landim, 2013).

Conforme observa-se em Olea (1999), as funções mais comuns para a modelagem de variograma experimentais são:

- **Modelo Exponencial:** a função aproxima-se do patamar de forma assíntota. A amplitude prática do semivariograma é de 95% do patamar;

$$\gamma(h) = C_0 + C \left[1 - \exp\left(-\frac{h}{a}\right) \right]$$

- **Modelo Gaussiano:** apresenta comportamento parabólico próximo a origem e é aplicado para variáveis altamente contínuas. Similar ao modelo exponencial, a aproximação do patamar é dada de forma assíntota, com alcance prático definido como a distância na qual o valor é 95% do patamar;

$$\gamma(h) = C_0 + C \left[1 - \exp\left(-\frac{h^2}{a^2}\right) \right]$$

- **Modelo Esférico:** modelo mais utilizado em depósitos minerais. Apresenta patamar e alcances finitos e comportamento linear próximo à origem.

$$\begin{cases} \gamma(h) = C_0 + C \left[\frac{3}{2} \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right], \forall h < a \\ \gamma(h) = C_0 + C, \forall h \geq a \end{cases}$$

As representações gráficas dos modelos teóricos podem ser observadas na Figura 4.3.2.

Figura 4.3. 2 - Exemplo de modelos teóricos de variograma mais comuns na natureza. Retirado de Isaaks & Srivastava (1989)

4.4 Métodos de Estimativa

Um dos principais problemas tratados na geoestatística é a estimativa da variável de interesse em determinada região a partir de um número restrito de pontos amostrados (Chilès & Delfiner, 2012).

Como mencionado por Rivoirard (2005), este problema levou o engenheiro de minas Daniel G. Krige, ao longo da década de 1950, a estudar possibilidades de estimativa que, através de regressão de mínimos quadrados, fornecessem medidas

de incerteza, com foco em reservas minerais. Esses trabalhos serviram como base ao desenvolvimento da geoestatística pelo engenheiro G. Matheron.

Dentre os métodos de estimativa, a *Krigagem* é considerada como um melhor estimador linear não enviesado, ou seja, é um BLUE (*Best Linear Unbiased Estimator*).

Yamamoto & Landim (2013) descrevem que as estimativas geoestatísticas podem ser realizadas através dos dados originais (krigagem linear) ou a partir de dados transformados (krigagem não linear). Os algoritmos de krigagem ordinária, krigagem simples e krigagem da média podem ser aplicados diretamente sobre os dados originais. A krigagem multigaussiana, krigagem lognormal e krigagem de variáveis indicadoras, são aplicadas sobre dados transformados.

A diferença entre os diversos algoritmos de krigagem está no modo como o valor da média é considerado (Goovaerts, 1999):

- A krigagem simples apresenta média populacional $m(x)$ constante e conhecida para todo o domínio;
- A krigagem ordinária possui variação local da média, porém, estacionária dada uma determinada vizinhança.

Serão descritos neste trabalho os algoritmos de krigagem simples (KS), krigagem ordinária (KO) e krigagem de variáveis indicadoras (KI). Os demais algoritmos podem ser encontrados em Deutsch & Journel (1998), Goovaerts (1999), Chilès & Delfiner (2012), Rossi & Deutsch (2014), entre outros.

4.4.1 Krigagem Simples

Segundo Deutsch & Journel (1992), todos os algoritmos de krigagem são criados com base em uma regressão linear que corresponde ao estimador:

$$Z_{KS}^*(x_o) = m(x_o) + \sum_{i=1}^n \lambda_i [Z(x_i) - m_i]$$

onde (x_o) é um local não amostrado, n são valores obtidos em pontos adjacentes, $m_i = E[Z(x_i)]$ são as médias, $m(x_o)$ é a média no ponto x_o , λ_i são os pesos associados aos n dados e $Z(x_i)$ é a variável aleatória na localização x_i .

Sob a condição de estacionaridade de segunda ordem, a média e variância de todos os locais são constantes e não são dependentes da localização espacial no domínio:

$$E[Z(x)] = m$$

$$E[(Z(x) - m)(Z(x + h) - m)] = E[Z(x)Z(x + h) - m^2] = C(h)$$

Assim, o estimador da krigagem simples é calculado segundo Olea (1999):

$$Z_{KS}^*(x_o) = m + \sum_{i=1}^n \lambda_i [Z(x_i) - m]$$

4.4.2 Krigagem Ordinária

A estimativa por krigagem ordinária de um ponto de valor não conhecido $[Z_{KO}^*(x_o)]$ é obtida a partir da combinação linear dos seus vizinhos mais próximos $[Z(x_i)]$ através da expressão (Yamamoto & Landim, 2013):

$$Z_{KO}^*(x_o) = \sum_{i=1}^n \lambda_i [Z(x_i)]$$

onde λ_i são os ponderadores da krigagem.

Os ponderadores são calculados pela resolução de um sistema de equações lineares, denominado de sistema de krigagem, conforme:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(x_o - x_i) + \mu = \lambda(x_o - x_i) \text{ para } i = 1, n \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \end{array} \right.$$

onde μ é o multiplicador de Lagrange.

Rossi & Deutsch (2014) afirmam que a krigagem ordinária apresenta precisão local da estimativa. Por este motivo, os valores estimados não reproduzem adequadamente o histograma e o variograma dos dados, ambos apresentarão suavização da variância.

Segundo Soares (2014), os ponderadores do estimador da KO apresentam dois fatores principais:

- Fator de desagrupamento: quanto maior a correlação entre as amostras, maior será o fator de desagrupamento e menor será o peso individual aplicado na construção do algoritmo;
- Fator estrutural das amostras: quanto maior for a proximidade entre a amostra e o ponto a ser estimado, maior será seu peso no estimador.

4.4.3 Krigagem de Variáveis Indicadoras

As variáveis indicadoras (VI's) são obtidas através da transformação binária não linear de uma variável regionalizada, onde os dados são transformados em valores de 0 e 1. Esta transformação pode ser aplicada para qualquer tipo de variável, seja categórica, na forma de ocorrência de uma determinada característica, ou contínua, na forma de limiares aplicados à variável.

De acordo com Deutsch (2002), a transformação matemática de uma variável aleatória em uma VI é a codificação dos dados para um formato único. A krigagem de variáveis indicadoras é a estimativa através de algoritmos de krigagem simples ou ordinária de uma variável aleatória que foi transformada em indicadora.

O objetivo da krigagem de variáveis indicadoras não é estimar um valor, como na KO, mas sim a probabilidade de ocorrência de um determinado evento (Soares, 2014).

Segundo Landim (2003), a primeira etapa da transformação de uma variável aleatória contínua em uma variável indicadora é a definição de limiares ou *cutoff*, em que a variável indicadora é classificada em 0 ou 1, conforme a expressão abaixo:

$$I(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } Z(x) > z_c \\ 1 & \text{se } Z(x) \leq z_c \end{cases}$$

Onde $I(x)$ é o valor da variável indicadora, $Z(x)$ é o valor da variável aleatória original e z_c é o valor do limiar determinado para a variável estudada.

Após a transformação dos dados, calcula-se o variograma experimental dos dados transformados para cada teor de corte. Deutsch & Journel (1998) propuseram a utilização da indicadora da mediana por ser o percentil melhor estruturado devido apresentar maior variância. Além de percentis extremos serem pouco estruturados (variância menor) e percentis complementares apresentarem o mesmo variograma.

Soares (2014) destaca alguns pontos que podem ser inconvenientes na krigagem de variáveis indicadoras, quando aplicada em diferentes teores de corte:

- Para diferentes valores de teor de corte (z_1 e z_2), o método não garante a relação de ordem, uma vez que as estimativas são independentes, ou seja:

$$[I_{z_1}(x_0)]^* \leq [I_{z_2}(x_0)]^* \text{ se } z_1 < z_2$$

- Para que a relação acima seja verdadeira, é necessário que os ponderadores da estimativa sejam iguais e positivos:

$$\lambda_\alpha(z_1) = \lambda_\alpha(z_2)$$

4.4.4 Simulação Estocástica

Pode-se ver em Deutsch (2002) que a simulação estocástica é um processo de obtenção de um conjunto de múltiplas realizações equiprováveis de uma função aleatória, que reproduz o modelo de distribuição de probabilidade acumulada e a estrutura de correlação espacial de uma variável regionalizada, além de permitir uma medida conjunta da incerteza desta variável.

Soares (2014) expõe que os modelos de simulação estocástica buscam reproduzir a variabilidade original de um conjunto amostral, a sua distribuição (histogramas) e sua estrutura espacial (variograma), condições não encontradas em métodos de estimativa como a krigagem ordinária.

4.4.4.1 Simulação Sequencial

De acordo com Emery (2004), o algoritmo de simulação sequencial é um dos mais empregados na geoestatística, devido à facilidade de execução e simplicidade conceitual.

Os passos da simulação sequencial são, resumidamente, segundo Deutsch & Journel (1998):

- Definir o caminhamento aleatório para escolha de nós da malha;
- Selecionar os vizinhos mais próximos aos nós, incluindo valores previamente simulados e originais;

- Definir a curva acumulada condicional local do ponto e sortear aleatoriamente um valor;
- Adicionar cada valor simulado à base de dados até que todos os nós da malha tenham sido simulados.

O caminhamento aleatório é utilizado para que se evite qualquer artefato que resulte em uma combinação regular de busca (Deutsch, 2002).

4.4.4.1.1 Simulação sequencial gaussiana (SGS)

A simulação sequencial gaussiana é um método que gera múltiplas realizações, utilizando funções normais multivariadas (Olea, 1999).

Para que seja possível a aplicação da SGS em qualquer função regionalizada, é necessário fazer a transformação dos dados utilizando uma função gaussiana multivariada e estacionária.

Conforme pode ser observado em Deutsch & Journel (1998), a função será gaussiana multivariada se todas as combinações lineares da variável regionalizada forem gaussianas, se os subconjuntos da variável também forem gaussianos e se as distribuições condicionais determinadas por outras variáveis regionalizadas simuladas forem normais.

Yamamoto & Chao (2009) descrevem que para a utilização de métodos que necessitam de dados transformados para distribuição gaussiana, é necessário que se realize o teste bigaussianidade dos dados.

Conforme descrito por Deutsch e Journel (1998), a condição necessária para bigaussianidade é que a curva de distribuição da probabilidade para qualquer par de valores $Y(x)$, $Y(x+h)$, $\forall x$, $\forall h$, seja normal.

Cortes (2016) apresenta que o teste de bigaussianidade dos dados é dada pela razão $\sqrt{\text{variograma}}/(\text{madograma})$.

Deutsch & Journel (1998) exemplificam o algoritmo da SGS conforme:

- Definição da função densidade acumulada univariada (CDF) representativa do domínio estudado;
- Transformação dos dados para uma distribuição gaussiana;
- Verificação da bigaussianidade dos dados transformados através dos valores da CDF para um determinado vetor h ;

- Definição do caminamento aleatório para a sequência da simulação a ser utilizada;
- A partir do primeiro nó escolhido na malha (x_0), os pontos mais próximos são selecionados, incluindo dados originais e simulados;
- Estima-se através de krigagem simples (KS) no ponto (x_0), onde o valor estimado será a média condicional e a variância da KS, a variância condicional, que definem a função de distribuição acumulada condicional (FDAC) e é adicionado um resíduo aleatório à estimativa;
- Adiciona-se o valor simulado ao banco de dados;
- Inicia-se o algoritmo novamente até que todos os nós sejam simulados;
- Realiza-se a transformação inversa dos dados gaussianos para os dados originais.

4.4.4.1.2 Simulação por bandas rotativas

A simulação por bandas rotativas foi um dos primeiros métodos de simulação geoestatística 3D (Matheron, 1973; Journel, 1974), que se baseia na simulação de linhas 1D com covariância estipulada e as interpola em ambiente 3D para gerar simulações não condicionais. Posteriormente, através de krigagem simples dos resíduos é realizado o condicionamento.

Este método fundamenta-se, segundo Emery & Lantuéjoul (2006), na simulação de realizações 2D e 3D por meio da simplificação para simulações unidimensionais em linhas que cruzam o espaço R^2 ou R^3 . O campo aleatório gerado é gerado a partir da soma de diversos campos aleatórios criados ao longo de linhas que cruzam a esfera unitária R^3 . Permite que se substitua a simulação de um campo aleatório multidimensional de covariância C_y , pela simulação unidimensional de covariância C_x , determinando a covariância C_x associada a uma covariância isotrópica C_y :

$$C_x(r) = \frac{d}{dr} [rC_y(r)]$$

O primeiro passo do processo é realizar a normalização dos dados. Esse processo é necessário para que se possa reproduzir os histogramas de referência ao final do processo, além de viabilizar as simulações 1D. A normalização associa valores

referentes aos quantis da distribuição dos dados originais com os obtidos na distribuição gaussiana com média 0 e desvio padrão 1 (Deutsch & Journel, 1998).

Em seguida, é determinado o número N de linhas a ser utilizado. Este número é importante para evitar a criação de artefatos nas simulações. Emery & Lantuéjoul (2006) defendem que cerca de 1.000 linhas geram resultados satisfatórios em grande parte dos casos, entretanto, a escolha do número de linhas é variável de acordo com o espaçamento entre os pontos simulados e alcances dos variogramas para cada caso.

Na Figura 4.4.1, estão representadas duas simulações para a mesma base de dados, uma com a utilização de 15 linhas e a segunda com 1,000 linhas. Nota-se que o número pequeno de linhas escolhidas implica diretamente em feições espaciais indesejadas na simulação, conhecidas como artefatos.

Figura 4.4.1 - Simulação por Bandas Rotativas com a aplicação de diferentes números de linhas (Fonte: Emery & Lantuéjoul, 2006)

De acordo com Emery & Lantuéjoul (2006), a simulação por bandas rotativas apresenta três vantagens em relação à simulação sequencial gaussiana: a matriz da krigagem contempla apenas os dados condicionantes originais, o que a torna mais rápida que o algoritmo sequencial, o qual também considera os dados simulados; é necessária apenas uma krigagem para que as realizações sejam condicionadas aos dados, pois os pesos serão sempre os mesmos; caso a simulação seja realizada em um *grid* fechado, instabilidades numéricas nos sistemas de krigagem são evitadas.

5. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

5.1 Validação da Base de Dados

A base de dados disponibilizada para elaboração deste trabalho contempla informações referentes a um projeto de pesquisa de exploração mineral de ouro, sendo composta por 182 furos, 16.353 amostras e 24.782 metros de sondagem diamantada. As coordenadas geográficas foram modificadas devido à confidencialidade dos dados.

As coordenadas locais são representadas da seguinte forma:

- O valor da cota diminui com o aumento da profundidade;
- A coordenada leste aumenta de oeste para leste;
- A coordenada norte aumenta de sul para norte.

A malha de sondagem é irregular, distribuída preferencialmente ao longo do azimute preferencial da mineralização (N10). Foram geradas seções NW/SE na direção do mergulho (N280). O mapa com a representação das bocas dos furos (*collar*) é apresentado na Figura 5.1.1.

Figura 5.1.1 - Mapa das coordenadas das bocas dos furos de sonda (+)

Inicialmente, o banco de dados foi verificado a partir dos relatórios de QA/QC das análises químicas. Através dos resultados químicos dos controles de qualidade (brancos, padrões e duplicatas), foi possível observar se havia contaminação das amostras, viés do método de análise e qualidade de preparação das amostras, respectivamente.

Após essa avaliação do banco de dados, foram realizados procedimentos de verificação das tabelas de *collar*, *survey*, *assay* e *litho*, com o objetivo de identificar duplicidades, incoerências, inversão de azimutes, troca de amostras e erro no posicionamento geográfico dos furos de sonda.

O banco de dados foi importado no programa Leapfrog Geo[®], onde as tabelas de *collar*, *survey*, *assay* e *litho* passaram por mais uma etapa de validação e não se encontraram erros.

5.2 Modelagem Geológica

5.2.1 Modelagem das Rochas Encaixantes

A rocha encaixante da mineralização aurífera é uma rocha metassedimentar brechada, submetida a metamorfismo de baixo grau, na qual os corpos mineralizados são concordantes e apresentam azimuth da foliação principal N10/45NW.

A modelagem geológica da zona brechada (BC) antecedeu a modelagem dos corpos de minério, pois a ocorrência da mineralização está condicionada ao comportamento estrutural da encaixante.

A tabela *litho* possui uma coluna de descrição das litologias, utilizada para a modelagem geológica das rochas do depósito. Foram definidos três grupos de litologia principais, de acordo com a sequência estratigráfica e genética do depósito:

- Rochas Metavulcânicas (MV): dispostas estratigraficamente acima da rocha encaixante da mineralização;
- Brecha (BC): grupo de rochas metassedimentares encaixantes da mineralização;
- Metadiorito (MD): Rochas ígneas estratigraficamente abaixo da Brecha.

A partir do agrupamento proposto acima, foram modeladas as camadas de solo, MV, BC e MD do depósito mineral, respeitando os dados estruturais e de descrição geológica (Figura 5.2.1 e Figura 5.2.2).

Em algumas regiões do depósito houve a necessidade de revisar as descrições geológicas dos testemunhos de furos de sonda devido a mudanças bruscas no mergulho da foliação das litologias. Foram encontrados pontos de melhoria em que se necessitou corrigir as informações no banco de dados e realizar um novo processo de modelagem geológica.

Figura 5.2.1 - Modelo geológico do depósito mineral de ouro

Figura 5.2.2 - Seção geológica vertical, ao longo da direção do mergulho das rochas

5.2.2 Modelagem de Teores

A modelagem geológica das rochas encaixantes serviu como guia para a elaboração do modelo de *grade shell*, contido em BC.

Os critérios de modelagem utilizados seguem critérios operacionais e foram os mesmos empregados nos demais alvos do projeto pela empresa, que são:

- Teor de corte de Au: Minério $\geq 0,1$ g/t; Estéril $< 0,1$ g/t;
- Utilizar a Brecha como fronteira da mineralização aurífera.

Foram modelados 6 corpos de minério, distribuídos ao longo do depósito. Desses, quatro corpos se distribuem continuamente (Figura 5.2.3) e dois estão restritos à porção SW do projeto. As estruturas mineralizadas foram separadas apenas por critério de estéril interno, entretanto, todas possuem a mesma composição mineral e gênese.

Figura 5.2.3 - Seção geológica vertical, ao longo da direção do mergulho da mineralização. Em amarelo, modelo de teores encaixado na Brecha

O modelo de *grade shell* foi construído respeitando gênese do depósito, na qual os corpos de mineralizados de ouro foram depositados na forma de veios. Entretanto, durante o processo de modelagem de teores nota-se frequente variabilidade nas espessuras mineralizadas, tornando a geometria da mineralização dependente da interpretação individual do geólogo responsável pelo trabalho.

É possível observar na Figura 5.2.4 a dispersão de teores ao longo de uma seção do depósito. Nessa seção foram modelados quatro corpos mineralizados, porém há teores disseminados, estratigraficamente, acima e abaixo do GS que não

foram utilizados. Outros intervalos também presentes, não foram considerados porque apresentam teores muito próximos ao teor de corte aplicado na modelagem e/ou porque não há continuidade lateral para as demais seções.

Figura 5.2.4 - Seção esquemática que apresenta variação de espessura dos corpos de minério

Em uma mesma seção geológica gerada através de métodos de modelagem implícita é possível ter diferentes interpretações devido às variações de espessura dos corpos mineralizados nos furos de sonda em uma mesma seção. Na Figura 5.2.5, estão retratadas duas geometrias possíveis para os corpos mineralizados. A primeira em amarelo, utilizada neste trabalho e a segunda, em linhas pontilhadas, representando outra possibilidade de geometria.

Figura 5.2.5 - Seção ilustrativa que apresenta diferentes interpretações geológicas para os mesmos dados de teor de ouro

5.3 Análise Exploratória dos Dados

Após a modelagem geológica e de teores (GS) no programa Leapfrog Geo[®], foram geradas as importações do banco de dados e dos sólidos de GS no programa Datamine Studio 3[®].

As amostras da base de dados foram analisadas com o objetivo de caracterizar o comportamento estatístico da variável Au (g/t), após a qual foi realizada a análise geoestatística.

Inicialmente, realizou-se a análise exploratória dos dados (EDA) que contempla análises estatísticas e geoestatísticas, através do programa Isatis[®], para o modelo de *grade shell* interpretado pelo método de modelagem implícita.

5.3.1 Análise Estatística do Modelo de Grade Shell

Apenas as amostras contidas nos sólidos modelados como GS foram selecionadas para a análise estatística.

A média das amostras de Au dentro do modelo de GS é de 0,953 g/t, com desvio padrão 2,295 e número total de 3.908 amostras (Figura 5.3.1).

Figura 5.3.1 - Histograma dos dados originais do modelo de GS

Para garantir o mesmo suporte amostral a ser utilizado nos métodos geoestatísticos, realizou-se a regularização dos dados de acordo com os critérios operacionais de dimensão de cada bancada (3 m).

Após a regularização, houve redução do número de amostras para 1.397, a média é igual a 0,909 g/t e desvio padrão 1,338 (Figura 5.3.2).

Figura 5.3.2 - Histograma dos dados regularizados no modelo de GS regularizados em 3m

A partir da regularização das amostras houve redução da influência de valores considerados anômalos, nos dados originais o valor máximo de Au era de 95 g/t que passou a ser de 30,365 g/t nos dados regularizados.

Apesar de ainda existirem valores considerados como anômalos, que possuem teores muito maiores que o teor médio do depósito, decidiu-se não aplicar nenhum tipo de limite aos teores (*capping*), por não serem significativamente discrepantes ao longo do depósito, uma vez que apresentam menos de meio por cento da frequência acumulada das amostras.

A partir da regularização dos dados foi gerado o desagrupamento (*declustering*) das amostras que, posteriormente, foi utilizado nos processos de transformação gaussiana e simulação geoestatística. O método utilizado foi o desagrupamento por células, que é realizado a partir da divisão da área total em células. As amostras recebem um peso inversamente proporcional ao total de amostras contidas dentro de cada célula. Regiões com maior agrupamento de amostras recebem pesos menores devido ao total de amostras ser maior dentro de determinada célula.

Como a malha de sondagem do depósito é irregular e não sugere um tamanho natural da célula, foram realizados diferentes cenários para se determinar qual o melhor tamanho de célula para aplicar o *declustering*. O tamanho de célula escolhido foi de 100 x 100 x 10m, o qual apresentou menor média após desagrupamento, conforme observado na Figura 5.3.3.

Figura 5.3.3 – Gráfico de análise de desagrupamento

Após o processo de desagrupamento das amostras houve a redução da média para 0,738 g/t, o que pode ser interpretado como uma amostragem preferencial em zonas de alto teor dos corpos mineralizados.

O histograma dos dados desagrupados pode ser observado na Figura 5.3.4.

Figura 5.3.4 - Histograma dos dados desagrupados do modelo de GS

5.3.2 Análise Geoestatística do Modelo de Grade Shell

A análise variográfica foi realizada para o domínio de GS através, inicialmente, de mapas variográficos (*variogram map*). Os variogramas experimentais (Figura 5.3.5) foram calculados para as direções identificadas nos mapas variográficos e correspondem à direção contida no plano do *Strike* da mineralização (N10/45), direção do *Dip* contida no plano (N100/45) e plano perpendicular ao da mineralização (N280). Os mapas variográficos são apresentados no Anexo A. Os parâmetros de cálculo dos variogramas experimentais podem ser observados na Tabela 5.3.1 abaixo.

Tabela 5.3.1 - Parâmetros de cálculo dos variogramas experimentais

Domínio	Direção	Passo (m)	Número de Passos	Tolerância Angular (°)	Tolerância na Distância (m)
Grade Shell	N10	50	8	45	25
	N100	35	6	45	17,5
	N280	3	15	45	1,5

Figura 5.3.5 - Variogramas experimentais calculados para o modelo de grade shell

Os ajustes de modelo teórico de variograma para os variogramas experimentais calculados podem ser visualizados na Figura 5.3.6. Os parâmetros utilizados no ajuste estão apresentados na Tabela 5.3.2.

Figura 5.3.6 - Modelo teórico de variograma ajustado para o modelo de Grade Shell

Tabela 5.3. 2 - Parâmetros de ajuste do modelo teórico de variograma para o modelo de grade shell

Domínio	Direção	Efeito Pepita	Primeira Estrutura			Segunda Estrutura		
			Patamar	Tipo	Alcance (m)	Patamar	Tipo	Alcance (m)
Grade Shell	N10	0,7	0,87	Esférica	100	-	-	-
	N100	0,7	0,87	Esférica	85	-	-	-
	N280	0,7	0,87	Esférica	7	0,15	Esférica	10

5.3.3 Análise Estatística do Modelo Probabilístico (KI)

As amostras do banco de dados que foram utilizadas na construção do modelo probabilístico de KI foram aquelas contidas no sólido da rocha encaixante da mineralização (BC).

Para o modelo KI, estabeleceu-se o mesmo teor de corte de Au utilizado na modelagem de *grade shell* (0,1 g/t).

A média amostral dos teores de Au dentro da BC é de 0,353 g/t, com desvio padrão 1,408 g/t em 10.811 amostras. Nota-se que a distribuição dos dados apresenta assimetria positiva, característica de depósitos auríferos, conforme observado na Figura 5.3.7.

Figura 5.3.7 - Histograma dos dados originais dentro da BC

O critério de regularização das amostras foi o mesmo utilizado no modelo de GS (3 m), devido às dimensões das bancadas da mina.

Após a regularização, houve redução do número total de amostras para 4.004, a média altera-se para 0,319 g/t e desvio padrão para 0,900 g/t (Figura 5.3.8). Nos dados originais, o valor máximo de Au era de 95 g/t que passou a ser de 34,023 g/t nos dados regularizados.

Figura 5.3.8 - Histograma dos dados regularizados (3 m) do modelo de KI

A partir das amostras regularizadas, aplicou-se o processo de desagrupamento (*declustering*). A média global dos dados desagrupados passou a ser de 0,273 g/t. Apresenta-se na Figura 5.3.9 o histograma dos dados após o desagrupamento.

Figura 5.3.9 - Histograma dos dados desagrupados do modelo de KI

A transformação dos teores das amostras selecionadas para variáveis indicadoras foi realizada a partir da seguinte expressão:

$$I(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } Z(x) > 0,1 \text{ g/t} \\ 1 & \text{se } Z(x) \leq 0,1 \text{ g/t} \end{cases}$$

A distribuição espacial de teores das amostras dos furos de sonda dentro da rocha encaixante pode ser observada na Figura 5.3.10. Através da transformação das variáveis indicadoras já é possível observar a geometria esperada da mineralização ao longo do depósito e a aderência geométrica com os sólidos de GS modelados (Figura 5.3.11). Nessa figura foi feita a sobreposição do GS nas amostras selecionadas acima do teor de corte.

Figura 5.3.10 - Distribuição das amostras de minério, em vermelho, ao longo do depósito

Figura 5.3.11 - Sobreposição entre as variáveis indicadoras geradas e GS através de métodos de modelagem implícita

Em locais em que não há continuidade espacial da mineralização entre as seções de sondagem ou entre furos vizinhos, opta-se por não considerar determinadas amostras isoladas na modelagem manual. Por isto há presença de amostras acima do teor de corte fora do GS, como na parte sul da Figura 5.3.11.

Na Figura 5.3.12, é possível observar o histograma das amostras após a transformação em variáveis indicadoras e verificar que aproximadamente 65% das amostras são menores ou iguais ao teor de corte utilizado.

Figura 5.3.12 - Histograma das variáveis indicadoras, onde 0 representa as amostras mineralizadas ($> 0,1$ g/t) e 1 as amostras de estéril ($\leq 0,1$ g/t) dentro do sólido de BC

O Histograma (Figura 5.3.13) do intervalo da variável indicadora que representa o minério (0) foi analisado para verificar se o processo foi executado de maneira correta e observar a distribuição de teores que foram, posteriormente, utilizados na estimativa por KO e simulação gaussiana.

É possível observar que o valor de teor mínimo das amostras é 0,1 g/t, correspondente ao teor de corte aplicado na transformação das variáveis, a distribuição apresenta assimetria positiva similar aos dados originais e o número total de amostras reduziu para 1.561 devido à eliminação das amostras de estéril ($\leq 0,1$ g/t) que estão contidas na rocha encaixante. Os furos de sonda com o filtro das variáveis indicadoras foram comparados com os sólidos dos corpos mineralizados modelados para validação visual da efetividade do processo de transformação das variáveis, vide Figura 5.3.11.

Figura 5.3.13 - Histograma dos teores de Au dentro do intervalo de minério das variáveis indicadoras

5.3.4 Análise Geoestatística das Variáveis Indicadoras

A análise exploratória, para definição das direções de anisotropia, foi realizada para as variáveis indicadoras através, inicialmente, de mapas variográficos (*variogram map*). Os gráficos obtidos permitiram afirmar que os dados são anisotrópicos e que os eixos da elipse que representa a anisotropia são concordantes com as direções do *Strike* e *Dip* preferencial da mineralização (N10/45NW). Os mapas variográficos são apresentados no Anexo B.

Os variogramas experimentais (Figura 5.3.14) foram calculados para as direções identificadas nos mapas variográficos e correspondem à direção contida no plano do *Strike* da mineralização (N10/45), direção do *Dip* contida no plano (N100/45) e plano perpendicular ao da mineralização (N280). Os parâmetros de cálculo dos variogramas experimentais podem ser observados na Tabela 5.3.3 abaixo.

Tabela 5.3.3 - Parâmetros de cálculo dos variogramas experimentais

Domínio	Direção	Passo (m)	Número de Passos	Tolerância Angular (°)	Tolerância na Distância (m)
Indicadora	N10	50	20	45	25
	N100	35	10	45	17,5
	N280	3	20	45	1,5

Figura 5.3.14 - Variogramas experimentais das variáveis indicadoras dentro da rocha encaixante (BC)

Foram ajustados modelos teóricos aos variogramas experimentais, conforme apresentado na Tabela 5.3.4. Os variogramas modelados para as variáveis indicadoras dentro de BC estão representados na Figura 5.3.15. O efeito pepita foi definido baseado na direção N280 (direção ortogonal).

Tabela 5.3.4 - Parâmetros de ajuste do modelo teórico de variograma

Domínio	Direção	Efeito Pepita	Primeira Estrutura			Segunda Estrutura		
			Patamar	Tipo	Alcance (m)	Patamar	Tipo	Alcance (m)
Indicadora	N10	0,1	0,125	Esférica	180	0,01	Esférica	250
	N100	0,1	0,125	Esférica	130	-	-	-
	N280	0,1	0,125	Esférica	30	-	-	-

Figura 5.3.15 - Modelo teórico de variograma ajustado aos variogramas experimentais das variáveis indicadoras dentro da rocha encaixante (BC)

5.4 Krigagem de Variáveis Indicadoras

O modelo de blocos foi criado utilizando os parâmetros apresentados na Tabela 5.4.1. O tamanho dos blocos nas direções X/Y/Z é de 3 x 3 x 3 metros, definido por parâmetros operacionais de engenharia e SMU (*Selective Mining Unit*). As coordenadas originais do modelo de blocos foram transformadas em coordenadas locais.

Tabela 5.4.1 - Parâmetros do modelo de blocos

X	
Origem	0
Tamanho dos Blocos (m)	3
Número de Blocos	400
Y	
Origem	1000
Tamanho dos Blocos (m)	3
Número de Blocos	1467
Z	
Origem	-100
Tamanho dos Blocos (m)	3
Número de Blocos	134

Os blocos foram gerados dentro do sólido da rocha encaixante BC, os quais foram verificados visualmente através de seções e volume conforme o exemplo da Figura 5.4.1.

Figura 5.4.1 - Validação visual do preenchimento do sólido da rocha encaixante (BC) pelo modelo de blocos

Com o objetivo de se obter uma melhor reprodução da geometria da mineralização, foram desenhadas, em seções, linhas estruturais (S_n) baseadas na foliação de BC e medidas estruturais presentes no banco de dados de sondagem (Figura 5.4.2), de acordo com o espaçamento médio da malha de sondagem.

A partir dos desenhos das linhas de S_n , foram realizados processamentos de dados que geraram pontos ao longo das linhas com as informações de Azimute e mergulho (*Dip*), que foram associados ao modelo de blocos do sólido da rocha encaixante, através de interpolação por vizinhos mais próximos (NN).

Figura 5.4.2 - Linhas estruturais desenhadas para guiar a estimativa do modelo probabilístico de KI

A estimativa teve como produto as colunas de Azimute e *Dip* das linhas Sn no modelo (Figura 5.4.3) que serviram de guia na estimativa das variáveis indicadoras a partir de elipsoide de busca dinâmica.

Figura 5.4.3 - Modelo de blocos de BC com os dados de Azimute e *Dip* de Sn interpolados

Os parâmetros utilizados nessa estimativa são mostrados na Tabela 5.4.2. Os raios de busca da vizinhança correspondem ao alcance dos modelos teóricos de variograma ajustados aos variogramas experimentais.

Tabela 5.4.2 - Parâmetros de busca aplicados na estimativa por KI

Parâmetros de Busca	
Eixo Maior (m)	180
Eixo Menor (m)	130
Eixo Ortogonal (m)	30
Número Mínimo de Amostras	3
Número de Setores Angulares	8
Número Ótimo de Amostras por Setor	2

Como o resultado da krigagem de variáveis indicadoras é a probabilidade de ocorrência de um determinado evento, no caso, de o bloco ser ou não minério, selecionou-se a probabilidade que representasse a mesma proporção de minério/estéril encontrada no modelo de blocos do *Grade Shell* dentro da encaixante (GS/BC).

O percentil que apresentou a mesma proporção de minério/estéril do modelo de GS foi o P60 (probabilidade maior ou igual a 60% de o bloco ser minério). Logo, todos os blocos que apresentaram probabilidade maior ou igual a 0,6 foram definidos como minério e os demais como estéril.

A partir da definição dos domínios no modelo de KI, a aderência do modelo foi analisada em relação às linhas Sn através de seções verticais, além de comparar os dois tipos de modelagem (KI e GS).

Na Figura 5.4.4, é possível observar que o modelo de KI estimado através de elipsoide de busca dinâmica é geometricamente similar à foliação da rocha encaixante (BC). Esta geometria não seria obtida caso o critério de busca convencional fosse utilizado e o modelo gerado apresentaria mergulho da mineralização similar ao inserido na rotação do elipsoide de busca tradicional.

Em comparação com o modelo de GS em vermelho na Figura 5.4.4, notam-se pequenas variações geométricas entre os dois métodos de modelagem. Um ponto que merece destaque é a extensão em profundidade ao longo do mergulho, dos dois modelos, a partir da última linha de furos de sonda.

No modelo GS, a extensão de um corpo mineralizado será delimitada e definida pelo profissional que está interpretando. Já no modelo de KI, essa continuidade está diretamente relacionada à dependência espacial entre as amostras, definida pelos variogramas das variáveis indicadoras.

Figura 5.4.4 - Comparação entre os modelos de blocos de GS e KI, exemplificado em uma seção

5.5 Estimativa de Teores do Modelo GS

O modelo de blocos foi elaborado com os mesmos parâmetros apresentados na Tabela 5.4.1, em que os sólidos de GS foram preenchidos por blocos regulares de

dimensão 3 x 3 x 3 metros de acordo com os parâmetros operacionais de engenharia e SMU (*Selective Mining Unit*).

Após o preenchimento dos sólidos de GS com blocos, realizou-se a análise visual e de volumes entre ambos para verificar se o processo foi executado corretamente (Figura 5.5.1). A análise de volumes foi obtida a partir da diferença entre o volume do modelo de blocos e dos sólidos de GS (3%), a qual foi menor que a variação tolerável adotada pela indústria (5%).

Figura 5.5.1 - Validação visual do preenchimento do sólido de GS pelo modelo de blocos em uma seção tomada ao acaso

Para obter uma estimativa de teores representativa do depósito, foram testados, por validação cruzada, vários parâmetros de vizinhança. O melhor resultado foi obtido com os parâmetros mostrados na Tabela 5.5.2. Destaca-se que os raios do elipsoide de busca correspondem à amplitude do modelo teórico de variograma ajustado e a rotação aplicada é concordante com o plano preferencial da mineralização no depósito.

Tabela 5.5.1- Parâmetros de busca aplicados na estimativa do modelo de GS

Parâmetros de Busca	
Eixo Maior (m)	100
Eixo Menor (m)	85
Eixo Ortogonal (m)	7
Número Mínimo de Amostras	3
Número de Setores Angulares	8
Número Ótimo de Amostras por Setor	2
Azimute	10°
Mergulho	45°

A estimativa de teores de ouro para o modelo de GS foi realizada através da técnica de krigagem ordinária. Na Figura 5.5.2, é possível observar que o teor médio dos blocos estimados é muito próximo do teor das amostras e a distribuição de frequências é suavizada. Houve redução do teor máximo de Au e desvio padrão, devido à suavização da estimativa por KO.

A Figura 5.5.3 exibe o modelo de blocos de GS do depósito estimado através de krigagem ordinária.

Figura 5.5.2 - Histograma das amostras desagrupadas e do modelo de blocos GS, estimado através de krigagem ordinária

Figura 5.5.3 - Modelo de blocos de GS estimado através de krigagem ordinária. As linhas em preto representam os furos de sonda

5.6 Estimativa de Teores no Modelo KI

A partir do modelo de blocos probabilístico de KI, os teores de ouro foram estimados por krigagem ordinária. Inicialmente, foi realizada a análise variográfica dos teores de Au dentro do domínio de minério de KI.

Os variogramas experimentais (Figura 5.6.1) foram calculados para as direções identificadas nos mapas variográficos e correspondem as mesmas direções identificadas anteriormente (N10, N100 e N280).

Figura 5.6.1 - Variogramas experimentais dos teores de Au no modelo de KI

Foram ajustados modelos teóricos de variogramas aos variogramas experimentais, conforme Tabela 5.6.1. Os variogramas modelados para os teores de ouro dentro de KI estão apresentados na Figura 5.6.2. O efeito pepita foi calculado através da direção N280 (direção ortogonal).

Tabela 5.6.1 - Parâmetros de ajuste do modelo teórico de variograma

Domínio	Direção	Efeito Pepita	Primeira Estrutura			Segunda Estrutura		
			Patamar	Tipo	Alcance (m)	Patamar	Tipo	Alcance (m)
Au > 0,1 g/t	N10	0,3	0,2	Esférica	70	0,02	Esférica	250
	N100	0,3	0,2	Esférica	60	-	-	-
	N280	0,3	0,2	Esférica	15	-	-	-

Figura 5.6.2 - Modelo teórico ajustado para os variogramas experimentais de Au dentro do modelo de KI

Na Figura 5.6.3, é possível observar que o teor médio dos blocos estimados é similar ao teor das amostras e a distribuição de frequência é suavizada em relação à distribuição de frequência amostral.

Figura 5.6.3 - Histograma das amostras desagrupadas e do modelo de blocos KI, estimado através de krigagem ordinária

A Figura 5.6.4 exibe o modelo de blocos de KI do depósito estimado através de krigagem ordinária.

Figura 5.6.4 - Modelo de blocos de KI estimado através de krigagem ordinária. As linhas em preto representam os furos de sonda

5.7 Transformação Gaussiana dos Dados

Para o desenvolvimento da Simulação Sequencial Gaussiana foi necessário realizar a transformação dos dados para uma $N[0,1]$ por anamorfose gaussiana.

As Figuras 5.7.1 e 5.7.2 ilustram a aderência entre os dados transformados e a distribuição cumulativa dos dados originais e também histogramas comparativos entre os dados antes e depois da transformação.

Figura 5.7.1 - (a) Função experimental anamorfose (preto). (b) Histograma comparativo entre os teores de ouro originais do modelo de GS (preto) e os valores resultantes após a transformação (roxo)

Figura 5.7.2 - (a) Função experimental anamorfose (preto). (b) Histograma comparativo entre os teores de ouro originais do modelo de KI (preto) e os valores resultantes após a transformação (roxo)

Para verificar a transformação foram construídos histogramas para ambos conjuntos de dados (Figura 5.7.3 e 5.7.4) e pode-se observar pelos gráficos que a transformação

foi adequada uma vez que, em ambos casos, os histogramas são simétricos, a média e o desvio padrão são próximos a zero e um, respectivamente.

Figura 5.7.3 - Histograma dos dados do modelo de GS obtidos após a transformação gaussiana

Figura 5.7.4 - Histograma dos dados do modelo de KI obtidos após a transformação gaussiana

Após a etapa de transformação, os dados foram testados para verificar se são bigaussianos e com isso passíveis de transformação. Essa verificação foi feita utilizando a relação $\sqrt{\text{variograma}}/(\text{madograma})$ que deverá ser constante e próxima a $\sqrt{\pi}$, conforme sugerido por Cortes (2016).

As Figuras 5.7.5 e 5.7.6 apresentam os gráficos de validação de binormalidade dos dados transformados para os modelos de GS e KI, respectivamente.

Figura 5.7.5 - Teste de binormalidade dos dados de GS através da razão $\sqrt{\text{variograma}}/(\text{madograma})$

Figura 5.7.6 - Teste de binormalidade dos dados de KI através da razão $\sqrt{\text{variograma}}/(\text{madograma})$

5.8 Análise Geoestatística dos Dados Transformados

Na Figura 5.8.1 são apresentados os variogramas experimentais calculados para os dados transformados dos modelos de GS. Inicialmente, foram realizados

mapas variográficos para verificar as direções de maior continuidade, que são similares às análises anteriores (N10/45NW).

Figura 5.8.1 - Variogramas experimentais dos dados transformados de teores de Au no modelo de GS

O modelo teórico de variograma ajustado possui parâmetros apresentados na Tabela 5.8.1. O variograma modelado é representado na Figura 5.8.2.

Tabela 5.8.1 - Parâmetros de ajuste do modelo teórico de variograma para os dados normalizados de GS

Domínio	Direção	Efeito Pepita	Primeira Estrutura		
			Patamar	Tipo	Alcance (m)
Au - GS (Dados Normalizados)	N10	0,53	0,41	Esférica	70
	N100	0,53	0,41	Esférica	65
	N280	0,53	0,41	Esférica	15

Figura 5.8.2 - Modelo teórico de variograma ajustado para os teores de Au transformados em uma $N[0,1]$ no modelo de GS

O variograma experimental de KI (Figura 5.8.3) foi calculado para as direções identificadas no mapa vario

gráfico e corresponde às mesmas direções identificadas anteriormente nos demais variogramas (N10, N100 e N280).

Figura 5.8.3 - Variogramas experimentais dos dados transformados de teores de Au no modelo de KI

O ajuste de modelo teórico de variograma ao variograma experimental calculado pode ser visualizado na Figura 5.8.4. Os parâmetros utilizados no ajuste estão apresentados na Tabela 5.8.2.

Tabela 5.8.2 - Parâmetros de ajuste do modelo teórico de variograma para os dados normalizados de KI

Domínio	Direção	Efeito Pepita	Primeira Estrutura		
			Patamar	Tipo	Alcance (m)
Au - KI (Dados Normalizados)	N10	0,52	0,495	Esférica	130
	N100	0,52	0,495	Esférica	85
	N280	0,52	0,495	Esférica	16

Figura 5.8.4 - Modelo teórico de variograma ajustado para os dados de teor de Au transformados em uma $N[0,1]$ no modelo de KI

5.9 Simulação por Bandas Rotativas

A simulação condicional por bandas rotativas (*Turning Bands*) foi aplicada nos modelos de GS e KI, considerando 100 simulações e 400 bandas rotativas.

Os parâmetros utilizados na simulação dos distintos modelos são mostrados na Tabela 5.9.1.

Após a simulação de teores nos modelos de GS e KI, realizou-se a transformação inversa dos dados a partir da função de anamorfose aplicada anteriormente a fim de se representar a distribuição dos dados originais.

Tabela 5.9.1 - Critérios aplicados na simulação por bandas rotativas

Parâmetros de Busca	GS	KI
Eixo Maior (m)	70	130
Eixo Menor (m)	60	85
Eixo Ortogonal (m)	15	16
Número Aleatório (<i>seed</i>)	423141	423141
Número Mínimo de Amostras	2	2
Número de Setores Angulares	8	8
Número Ótimo de Amostras por Setor	2	2
Número de Simulações	100	100
Número de Bandas Rotativas	400	400

5.10 Validação dos Dados da Simulação

Para validação dos dados obtidos, analisaram-se os histogramas das realizações, a média dos teores de ouro das simulações e os variogramas comparativos entre amostras e dados simulados.

Nas Figuras 5.10.1 e 5.10.2, estão representados 6 histogramas selecionados em cenários aleatórios dentre as 100 simulações realizadas para cada modelo, com o objetivo de se verificar se a distribuição dos dados transformados é similar aos dados originais.

Figura 5.10.1 - Histogramas de validação da simulação por bandas rotativas aplicada no modelo de GS

Figura 5.10.2 - Histogramas de validação da simulação por bandas rotativas aplicada no modelo de KI

A correção de suporte foi realizada no programa Isatis®, uma vez que as amostras utilizadas e os blocos apresentam volumes diferentes. Nas Figuras 5.10.3 e 5.10.4 é possível observar a comparação entre o modelo de variograma dos dados e

os variogramas dos cenários simulados. Os resultados da simulação gaussiana foram satisfatórios, com aderência das curvas e manutenção dos patamares e amplitudes originais.

Figura 5.10.3 – Validação dos variogramas da simulação de GS. Modelo de variograma das amostras (colorido), variogramas das realizações da simulação (preto)

Figura 5.10.4 – Validação dos variogramas da simulação de KI. Modelo de variograma das amostras (colorido), variogramas das realizações da simulação (preto)

Nas Figuras 5.10.5 e 5.10.6, estão representados os valores dos teores médios obtidos em cada realização da simulação condicional e também os valores da média das amostras e da estimativa através de krigagem ordinária de cada modelo. Nota-se que os teores simulados oscilam em torno da média das amostras com boa aderência, principalmente dentro da faixa de teores entre 0,70 ppm até 0,77 ppm, como pode ser observado nos gráficos, com poucas realizações discrepantes.

Para o modelo de GS, o teor de ouro estimado através de krigagem ordinária (0,736 ppm) é ligeiramente menor que o teor das amostras (0,738 ppm). Para o modelo de KI, os teores obtidos através da estimativa (0,726 ppm) são similares aos das amostras (0,726 ppm).

Figura 5.10.5 - Gráfico de validação das médias de cada simulação comparadas com as médias das amostras e da estimativa para o modelo de GS

Figura 5.10.6 - Gráfico de validação das médias de cada simulação comparadas com as médias das amostras e da estimativa para o modelo de KI

5.11 Análise da Estimativa (KO) dos Modelos de GS e KI

Após as etapas de elaboração e estimativa dos modelos de blocos de GS e KI, foram realizadas análises através de *swath plots*, que são construídos a partir de diversas janelas com espaçamento regular (200m, 50m, 20m) nas 3 direções preferenciais do depósito (Norte, Leste e Cota), consideradas neste trabalho como deriva longitudinal, transversal e em cota, respectivamente.

A análise de deriva consiste em calcular os teores médios das amostras dos furos de sonda, os teores estimados do modelo de blocos por krigagem ordinária e também a massa de minério, em janelas com espaçamento regular ao longo da direção analisada. O produto é um gráfico que exhibe a distribuição desses teores médios ao longo do depósito e é utilizado para validar os teores estimados em relação aos teores das amostras contidas na janela espacial analisada.

Na Figura 5.11.1, está representado o *swath plot* gerado a partir do modelo de GS. Nota-se boa aderência entre os teores estimados e as amostras. Em algumas regiões, há suavização inerente às estimativas por krigagem ordinária. As variações entre ambos para as três direções analisada é inferior a 1 ponto percentual.

Observando e interpretando os histogramas da tonelagem do modelo, grafados nos *swath plots*, é possível verificar as regiões do depósito com maior massa de minério. Na deriva em cota, as maiores massas estão próximas à superfície, bem como os teores mais elevados, tornando o negócio mais atrativo, uma vez que o método de lavra proposto é o de mineração a céu aberto.

Figura 5.11.1 - *Swath plots* dos teores médios estimados (KO) do modelo de GS, amostras e massa, ao longo do depósito

As análises de deriva transversal e longitudinal permitem verificar que a maior massa de minério se encontra nas porções centrais do depósito.

Ao longo da deriva longitudinal ocorre o aumento da massa de minério, na região mais a norte do depósito, comprovada pela validação visual do aumento da espessura dos corpos de GS. Na porção sul, existem locais com teores elevados, porém com massa pouco representativa.

Nas bordas oeste e leste do depósito nota-se redução das massas da mineralização, diretamente proporcional com o decréscimo dos teores médios. A distribuição de massa de minério no gráfico de deriva transversal é gradual e aumenta das bordas para o centro do depósito.

Apresenta-se na Figura 5.11.2 a análise de deriva realizada para o modelo de KI. Há boa aderência entre os teores estimados e os amostrais. Em alguns pontos

ocorre suavização dos teores estimados, já esperada para o método de estimativa aplicado. A variação entre os teores médios de ouro estimados e os das amostras, para as três direções analisadas, não é maior do que 2 pontos percentuais.

Figura 5.11.2 - *Swath plots* dos teores médios estimados (KO) do modelo de KI, amostras e massa, ao longo do depósito

O gráfico da deriva em cota apresenta maior massa de minério nas porções próximas da superfície e aumento gradativo de concentração de teores. Na região intermediária, próxima a cota 117, a média dos teores de Au é de aproximadamente 0,65 g/t, alcançando até teores maiores que 0,8 g/t acima da cota 210.

Na deriva transversal, as maiores massas de minério encontram-se na porção central com tendência para oeste, com redução da tonelagem nas regiões de borda o que é acompanhado pelo decréscimo dos teores das amostras e estimativa.

A deriva longitudinal do depósito registra maior variação dos teores de ouro que as demais, atingindo zonas mais ricas de minério, porém, com menor massa. Entre

as coordenadas 2300N e 2700N, há maiores espessuras da mineralização observadas em seções verticais no modelo, com continuidade de massa acima de 1 milhão de toneladas para norte. A região sul do depósito possui menor volume de minério e teores de ouro menores.

5.12 Análise da Simulação de Teores dos Modelos de GS e KI

Após as etapas de elaboração e validação da simulação de teores por bandas rotativas para os modelos de GS e KI, foram realizadas análises através de *swath plots*, de modo similar ao aplicado para a estimativa através de krigagem ordinária, com o objetivo de analisar a distribuição de teores e tonelagem nas 3 direções preferenciais do depósito (Norte, Leste e Cota).

Para a criação da análise de deriva dos dados simulados foi utilizada a média dos cenários obtidos na simulação. Os teores das amostras e a massa de minério são similares aos utilizados nas análises para KO, uma vez que a posição das janelas é igual para ambas. A Figura 5.12.1 representa os gráficos gerados para o modelo de GS.

Figura 5.12.1 - *Swath plots* dos teores médios dos cenários simulados do modelo de GS, amostras e massa, ao longo do depósito

Nas três direções é possível observar aderência entre os teores simulados e os teores das amostras, com apenas variações locais em que os teores das amostras apresentam forte variação.

Na porção sul do depósito representada pela deriva longitudinal, a média dos teores de ouro simulados é expressivamente superior ao teor das amostras, o que pode conduzir a uma superestimativa do local. O mesmo fato pode ser explicado por estar apresentado o valor da média das simulações, que como todo valor médio vai minimizar a variância e, como consequência, irá suavizar os resultados.

A análise de deriva da média dos teores simulados para o modelo de KI é apresentada na Figura 5.12.2.

Figura 5.12.2 - *Swath plots* dos teores médios dos cenários simulados do modelo de KI, amostras e massa, ao longo do depósito

Os gráficos gerados para o modelo de KI demonstram boa aderência entre a média dos teores dos cenários da simulação e as amostras.

Comparados com a análise de deriva do modelo de GS, nota-se maior proximidade entre as duas linhas para todas as direções, além de não apresentar a superestimativa da porção sul, observada na deriva longitudinal do modelo de GS. Entretanto, no extremo leste da deriva transversal, observa-se que a média de teores simulados é maior do que a das amostras, ocasionando uma possível superestimativa do local, o que não acontece no modelo de GS.

A fim de se conhecer qual a variabilidade dos teores ao longo do depósito, foram gerados *swath plots* da média dos desvios padrões dos 100 cenários da simulação para os modelos de GS e KI.

Na Figura 5.12.3, observa-se a representação do desvio padrão dos teores de ouro do modelo de GS para as três direções estudadas do depósito.

Figura 5.12.3 - *Swath plots* dos desvios padrões médios dos cenários simulados do modelo de GS e massa, ao longo do depósito

Para a derivas em cota, ocorre o aumento de variabilidade de teores nas cotas mais próximas a superfície, onde ocorre a diminuição da massa de minério.

A deriva transversal apresenta variabilidade em torno de 0,4 com tendência de aumento na borda leste do depósito. A deriva longitudinal, em contrapartida, apresenta um aumento significativo da dispersão dos teores na porção sul do depósito, justificado pelo aumento do valor da média dos teores da simulação do modelo de GS.

Apresenta-se na Figura 5.12.4 o desvio padrão médio dos teores de ouro do modelo de KI nas três direções analisadas ao longo do depósito.

Figura 5.12.4 - *Swath plots* dos desvios padrões médios dos cenários simulados do modelo de KI e massa, ao longo do depósito

Para o modelo KI, nas derivas em cota e transversal há o aumento da dispersão dos teores nas bordas do corpo de minério, similar à variabilidade apresentada pelo modelo de GS.

A deriva longitudinal mostra aumento de variabilidade local na região sul do depósito, o que também pode ser observado no modelo de GS. Esse comportamento pode ser explicado pelo menor número de amostras na região, que está pouco pesquisada, como pode ser observado na Figura 5.12.5.

Figura 5.12.5 - Porção do depósito que apresentada maior variabilidade dos teores de ouro simulados

5.13 Avaliação de Incerteza entre Modelos

Os resultados da estimativa através de krigagem ordinária e cenários de simulação por bandas rotativas possibilitaram uma comparação entre os modelos GS e KI, com a finalidade de entender as variações de geometria e incerteza de teores para ambos. A proporção de blocos de minério e estéril foi mantida a mesma para os dois modelos com o objetivo de conseguir avaliar as diferenças de massa entre ambos ao longo do depósito.

A partir dos gráficos de *swath plot* foram analisadas as variações de massa e teores em três direções preferenciais ao longo do depósito (cota, transversal e longitudinal).

A Figura 5.13.1 apresenta a comparação entre os teores de ouro estimados por krigagem ordinária entre os modelos GS e KI, assim como a massa de minério.

Figura 5.13.1 - *Swath plots* dos teores médios estimados (KO), amostras e massa dos modelos de GS e KI, ao longo do depósito

Em ambos modelos, observa-se a suavização dos teores estimados comparados com as amostras, o que já era esperado em razão da estimativa por KO. O modelo que possui menor suavização é o modelo KI.

O *swath plot* comparando os modelos na deriva em cota mostra maior continuidade em profundidade no modelo KI em relação ao modelo GS.

Na Figura 5.13.2, nota-se que o modelo KI, após a última linha de furos de sonda, apresenta-se mais contínuo.

Figura 5.13.2 - Seção vertical destacando a maior continuidade do modelo de KI em profundidade em relação ao modelo de GS

Na deriva transversal também é possível observar que o modelo KI é mais contínuo a leste do depósito. A Figura 5.13.3 exhibe as diferenças de continuidade espacial entre ambos.

Esta diferença pode ser explicada pelo critério de modelagem. No modelo de GS, o fator determinante do limite geométrico da envoltória de minério após a última linha de furos de sonda é a interpretação geológica de cada profissional que está construindo o sólido. No modelo de KI, o limite geométrico da mineralização depende da dependência espacial entre as amostras, uma vez que a krigagem de variáveis indicadoras leva em consideração o comportamento do variograma nas estimativas.

Figura 5.13.3 - Visão geral do depósito com sobreposição dos modelos de GS e KI

A continuidade em profundidade do modelo pode ser determinante na definição de campanhas de sondagem exploratória para adição de novos recursos minerais no depósito.

A Figura 5.13.4 apresenta a comparação visual entre os modelos ao longo da deriva longitudinal do depósito. É possível observar as maiores massas do modelo GS entre as coordenadas 2800 e 3200, entretanto, com teores médios das amostras e do modelo KI maiores.

Na coordenada 1400, a massa de GS é maior do que a de KI, pois quando o último foi gerado, provavelmente, a probabilidade destes blocos serem minério era menor do que a probabilidade aceita para definir o bloco como de minério (60%).

Figura 5.13.4 - Swath plot e comparação visual entre os modelos de GS e KI

A comparação entre os valores médios de teores e desvio padrão dos 100 cenários da simulação por bandas rotativas entre os dois modelos, também foi feita por meio dos gráficos de *swath plot*. Na Figura 5.13.5, apresentam-se as análises de deriva comparativas entre eles.

Figura 5.13.5 - *Swath plots* da média de teores das 100 simulações das amostras e massas dos modelos GS e KI, ao longo do depósito

Para as três direções ambos modelos apresentam boa aderência com os teores das amostras. O modelo KI possui variabilidade mais acentuada, principalmente nas regiões mais profundas do depósito, o que pode ser observado no gráfico de deriva em cota.

Na Figura 5.13.6, pode-se ver a comparação do *swath plot* de deriva longitudinal dos modelos e também pode-se comparar visualmente os dois modelos de blocos associados aos teores calculados pela média das simulações.

A análise de incerteza de teores de ouro entre os modelos foi gerada a partir de *swath plots* do desvio padrão médio dos cenários simulados a fim de se observar a variabilidade dos teores ao longo do depósito e compará-la nos dois modelos.

Exibe-se na Figura 5.13.7 as análises de deriva, onde observa-se que o modelo de GS apresenta maior variabilidade de teores ao longo do depósito se comparado com o modelo de KI.

Figura 5.13.6 - Swath plot e comparação visual entre os modelos de GS e KI

Figura 5.13.7 - *Swath plots* do desvio padrão médio dos cenários simulados, amostras e massa dos modelos de GS e KI, ao longo do depósito

No gráfico de deriva em cota, a variabilidade de teores do modelo de GS é sistematicamente maior do que no de KI. Na Figura 5.13.8, expõe-se uma seção representativa da variabilidade de teores de ambos modelos, além de exibir a maior continuidade de KI em profundidade e menor desvio padrão nos limites do modelo.

Nas derivas em cota e transversal, ocorre o aumento do desvio padrão médio dos teores nas bordas dos modelos, o que pode ser explicado pelo menor número de amostras, consequentemente, maior grau de incerteza.

Figura 5.13.8 - Seção vertical com os modelos de blocos com a legenda do desvio padrão médio dos cenários simulados

Assim como para os teores estimados e teores simulados médios, foi realizada comparação visual, dos desvios padrão calculados, entre os modelos e o gráfico *swath plot* da deriva longitudinal do depósito, que é apresentado na Figura 5.13.9.

Figura 5.13.9 - Swath plot e comparação visual entre os modelos de GS e KI

6. CONCLUSÕES

Após a análise dos resultados obtidos, pode-se concluir que a aplicação da modelagem através de métodos geoestatísticos foi mais satisfatória quando comparada ao modelo obtido através de métodos de modelagem implícita.

O modelo de KI apresentou melhor aderência dos teores de ouro estimados e simulados em relação as amostras utilizadas no estudo, além de menor incerteza dos teores ao longo do depósito.

A aplicação de elipsoide de busca dinâmico na estimativa do modelo de KI, melhorou a representatividade em relação ao modelo obtido pelo método manual, pois respeitou as variações das medidas de mergulho da rocha encaixante da mineralização.

As diferenças quantitativas não podem ser apresentadas devido a questões de sigilo dos dados.

Houve aumento da continuidade nas bordas do depósito do modelo KI comparado com GS. Esse aumento deve-se ao modelo probabilístico ser construído com base na relação de dependência espacial entre as amostras e não apenas por critérios de interpretação geológica subjetiva.

Em ambos os modelos, nota-se o aumento significativo da incerteza nas bordas, o que demonstra a necessidade de campanhas de sondagem futuras para melhor detalhamento das informações geológicas nestas áreas.

Após todas as análises apresentadas, é possível concluir que a construção de modelos através de técnicas geoestatísticas pode apresentar bons resultados e reduzir a influência de interpretações tendenciosas no método de modelagem implícita, desde que tais técnicas sejam aplicadas corretamente.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BERTOLANI, M. N., 2010, Funções de base radial de suporte global e compacto na aproximação de superfícies. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 86 p.

CHIEREGATI, A. C., 2007, Reconciliação pró-ativa em empreendimentos mineiros. Tese (Doutorado). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo. São Paulo, 201 p.

CHILÈS, J. P., DELFINER, P., 2012, *Geostatistics: Modeling Spatial Uncertainty*. Wiley-Interscience Publication, Wiley Series in Probability and Statistics, New York, Second Edition, 699 p.

CORTES, A., 2016, Comparison of Two Multivariate Grade Simulation Approaches on an Iron Oxide Copper-Gold Deposit. In: *Geostatistics Valencia 2016*. Springer, Cham. p. 151-166.

DEUTSCH, C. V., 2002, *Geostatistical Reservoir Modeling*. New York: Oxford University Press, 376 p.

DEUTSCH, C. V., JOURNEL, A. G., 1998, *GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide*. New York? Oxford University Press, 339 p.

EMERY, X., 2004, *Properties and limitations of sequential indicator simulation*. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, v. 18, n. 6, p. 414-424.

EMERY, X., LANTUÉJOUL, C., 2006, Tbsim: *A computer program for conditional simulation of three-dimensional gaussian random fields via the turning bands method*. *Computers & Geosciences*, Amsterdam, v. 32, n. 10, p. 1615-1628.

GOOVAERTS, P., 1999, *Geostatistics in soil science: state-of-art and perspectives*. *Geoderma*, v. 89, p. 1-45.

ISAAKS, E. H., SRIVASTAVA, R. M., 1989, *An introduction to Applied Geostatistics*. New York: Oxford University Press, 561 p.

JOURNEL, A. G., 1974, *Geostatistics for conditional simulation of ore bodies*. *Economic Geology*, Littleton, v. 69, n. 5, p. 673-687.

JOURNEL, A. G., 1989, *Fundamentals of Geostatistics in Five Lessons*. 28th *Internacional Geological Congress*. American Geophysical Union, Washington, D. C., Short Course in Geology, 40 p.

LANDIM, P. M. B., 2003, *Análise estatística de dados geológicos*. São Paulo: Editora UNESP, 253 p.

MATHERON, G., 1962, *Les variables Regionalisées et leur Estimation*. Paris: Masson et cie, 212 p.

MATHERON, G., 1971, *The Theory of Regionalized Variables and its Applications*. Fontainebleau, France: *Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris*, Nº 5. (Cahiers du CMM), 218 p.

MATHERON, G., 1973, *The intrinsic random functions and their applications*. *Advances in applied probability*. Jerusalem, v. 5, n. 3, p. 439-468.

MC LENNAN, J., DEUTSCH, C.V., 2007, *BOUNDSIM: Implicit Boundary Modeling*, In: APCOM 2007, Santiago, Chile, 9 p.

OLEA, R. A., 1999, *Geostatistics for Engineers and Earth Scientists*. Kluwer Academic Publishers, 303 p.

RIVOIRARD, J., 2005, *Concepts and Methods of Geostatistics*. In: *Bilodeau M., Meyer F. and Schmitt M., Space, Structure and Randomness – Contributions in Honor of Georges Matheron in the Field of Geostatistics, Random Sets and Mathematical Morphology*. Springer, New York, p. 17-37.

ROSSI, M. E., DEUTSCH, C. V., 2014, *Mineral Resource Estimation*. New York Inc: Springer, 332 p.

SERRA, S.L., 2000, *Direitos Minerários: formação, condicionamento e extinção*. São Paulo: Signus, 153 p.

SINCLAIR, A. J., BLACKWELL, G. H., 2002, *Applied Mineral Inventory Estimation*. Cambridge: Cambridge University Press, 354 p.

SOARES, A., 2014, *Geoestatística para as Ciências da Terra e do Ambiente*. Lisboa: IST Press, 214 p.

SOUZA, E. S., 2007, Proposição Geoestatística para quantificação do erro em estimativas de tonelagens e teores. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Minas, Metalurgia e de Materiais (PPGEM), Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 193 p.

STEVENS, S. S., 1946, *On the theory of scales of measurement*. Science, V. 103, n. 2.684, p. 677-680.

YAMAMOTO, J. K., 2001, Avaliação e classificação de reservas minerais. São Paulo: EDUSP, 226 p.

YAMAMOTO, J. K., 2002, Apostila do Curso de Geoestatística da Universidade de São Paulo, São Paulo, 82 p.

YAMAMOTO, J.K., CHAO, L., 2009, Comparação de métodos para teste de bigaussianidade. Geociências, v. 28, n. 2, p. 121-128.

YAMAMOTO, J. K., LANDIM, P. M. B., 2013, Geoestatística: conceitos e aplicações. São Paulo: Oficina de Textos. 215 p.

YAMAMOTO, J. K., ROCHA, M. M., 2001, Conceitos Básicos. In: YAMAMOTO, J. K. 2001 (ed.). Avaliação e Classificação de Reservas Minerais. Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo. 225 p.

8. ANEXOS

ANEXO A – Mapa de Análise Variográfica de GS

ANEXO B – Mapa de Análise Variográfica de KI