

ANALISE ESTATÍSTICA DE DADOS
DE CULTURAS CONSORCIADAS

Raquel Cymrot

DISSERTAÇÃO APRESENTADA

AO

INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

DA

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE

EM

ESTATÍSTICA

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: ESTATÍSTICA APLICADA À EXPERIMENTAÇÃO AGRONÔMICA

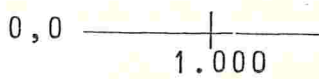
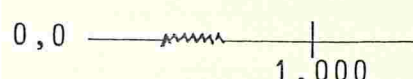
ORIENTADOR: PROF. DR. CLÓVIS DE ARAÚJO PERES

-SÃO PAULO, OUTUBRO, 1985-

Aos meus pais, *Moysēs* e *Zilda*,
ao *Mauro* e à *Maĩra* ;

dedico.

ERRATA

Página	Linha	onde se lê	leia-se
10	04	$\dots \beta_{ah} + \tau_{bi} + \dots$	$\dots \beta_{ah} + \tau_{ai} + \dots$
24	22	$\dots \tau_{bn(m-1)} \tau_{bnm} \dots$	$\dots \tau_{b(n-1)m} \tau_{bnm} \dots$
25	17	$\tau_{bn(m-1)}$	$\tau_{b(n-1)m}$
56	26	... e curtoso e curtose ...
61	07	$P(R > \frac{2(r-1)}{(r-2)} F_{\alpha, 2, r-2}) < \alpha$	$P(R(\theta_m) > \frac{2(r-1)}{(r-2)} F_{\alpha, 2, r-2}) < \alpha$
70	14	$C_b^* [\lambda (C_b^* - LER_{ij}) + L_{aij}]^{-3}$	$C_b^* [\lambda (C_b^* - LER_{ij}) + L_{aij}]^{-3}$
116	01	$\frac{t_{5\%, r}}{r}$	$\frac{t_{5\%, r-1}}{\sqrt{r}}$
126	20	$\hat{\tau}_i = \frac{LER \cdot i}{6} - \hat{\mu}$	$\hat{\tau}_i = \frac{LER \cdot i}{12} - \hat{\mu}$
132	09	, para n pequeno,	, para r pequeno,
134	ordenada	0,0 	0,0 
143	10	MEAD, R. & WILEY, R.W.	MEAD, R. & WILLEY, R.W.
144	17	Competition an yield...	Competition and yield...

AGRADECIMENTOS

Deixo consignados meus agradecimentos aos que, através de sua colaboração e incentivo constante, propiciaram a realização desta dissertação:

ao Professor Doutor Clóvis de Araújo Peres, por sua orientação, incentivo e ensinamentos durante a realização deste trabalho;

ao Professor Doutor Adolpho Walter Pimazoni Canton, por sua orientação em trabalho de iniciação científica, fornecendo-me as primeiras noções a respeito da vida acadêmica;

ao Professor Doutor Wilton de Oliveira Bussab, por seus esclarecimentos e permissão para a reprodução de tabela de sua autoria;

ã Professora Denise Aparecida Botter, por seus esclarecimentos, apoio constante, incentivo e amizade;

ã amiga Anna Christina Lemke Bonato, pela revisão do português;

ã senhorita Antonia Soares pelo excelente trabalho de datilografia e pela atenção e consideração a mim dispensada;

ao sr. Yossio Horikawa, pelos gráficos realizados,

às funcionárias do Instituto de Matemática e Estatística da USP, Lourdes, Vera Lúcia e Teresa, por sua colaboração na realização deste trabalho.

ÍNDICE

RESUMO	i
SUMMARY	ii
1. INTRODUÇÃO	1
2. TÉCNICAS DE ANÁLISE PARA EXPERIMENTOS DE CULTURAS CONSORCIADAS	7
2.1 Introdução	7
2.2 Análise de variância para cada uma das culturas em separado	8
2.2.1 Análise descritiva dos resultados	8
2.2.2 Modelos de análise de variância apropriada	10
2.2.3 Estimativa dos parâmetros dos modelos	11
2.2.4 Análise de variância dos resultados	11
2.2.4.1 Comparações múltiplas por meio de contrastes	15
2.2.4.2 Comparações múltiplas através da técnica de análise de agrupamentos	19
2.2.5 Considerações sobre o método	23
2.3 Análise bivariada	23
2.3.1 Modelo utilizado	24
2.3.2 Análise de variância dos resultados	25
2.3.3 O método gráfico	31
2.4 Combinação linear dos resultados em uma única resposta	34
2.4.1 Análise univariada para uma única resposta	35
2.4.2 Análise referente a um arranjo dialélico parcial	36
2.5 Análise através de índices	43

3.	O ÍNDICE LER	51
3.1	Introdução	51
3.2	A padronização do LER e sua distribuição	51
3.3	Testes para o índice LER	59
3.4	O LER efetivo	64
3.5	O LER efetivo composto	72
4.	RESULTADOS EXPERIMENTAIS	81
4.1	Introdução	81
4.2	Dados do experimento em estudo	81
4.3	Análise de variância para cada uma das culturas em separado	83
4.3.1	Análise descritiva	83
4.3.2	Análise de variância univariada para o milho	86
4.3.2.1	Comparações múltiplas através do método de Tukey	88
4.3.2.2	Comparações múltiplas através do método de Scheffé	89
4.3.2.3	Comparações múltiplas através do método de análise de conglomerados	90
4.3.3	Análise da variância univariada para o sorgo	97
4.3.3.1	Comparações múltiplas através do método de Tukey	98
4.3.3.2	Comparações múltiplas através do método de Scheffé	99
4.3.3.3	Comparações múltiplas através do método de análise de conglomerados	100

4.4	Análise bivariada	103
4.4.1	Modelo utilizado	103
4.4.2	Análise de variância	105
4.4.3	O método gráfico	115
4.5	Combinação linear dos resultados em uma única resposta	119
4.5.1	Análise univariada para uma única resposta função dos rendimentos de milho e sorgo	119
4.5.2	Análise referente a um arranjo dialético parcial e o índice de efeito geral do consórcio	122
4.6	O índice LER	125
4.7	Os índices LER efetivo e LER efetivo composto	132
4.8	Comparação dos resultados	135
5.	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	137
	APÊNDICE I - TABELA A SER UTILIZADA NA ANÁLISE DE CONGLOMERADOS	139
	LITERATURA CITADA	141

ANÁLISE ESTATÍSTICA DE DADOS DE CULTURAS CONSORCIADAS

Autora: Raquel Cymrot

Orientador: Prof. Dr. Clóvis de Araújo
Peres

RESUMO

Experimentos de culturas consorciadas requerem, para a sua análise, que diversas metodologias sejam empregadas. Este trabalho expõe diferentes metodologias de análise de dados provenientes de um modelo de blocos completamente aleatorizados em experimentos com duas culturas consorciadas. As principais vantagens e desvantagens de cada método são também levantadas.

Neste trabalho é criado um novo índice, denominado LER efetivo composto, função dos rendimentos de dois consórcios distintos cultivados numa mesma área de plantio. Suas características fazem com que seu cálculo seja recomendado quando da análise de experimentos de culturas consorciadas e seu desempenho então julgado.

Após a exposição dos diversos métodos de análise, estes foram aplicados a um conjunto de dados a fim de exemplificarmos suas utilizações.

STATISTICAL ANALYSIS OF INTERCROPPING EXPERIMENTS DATA

Author: Raquel Cymrot

Adviser: Prof. Dr. Clóvis de Araújo Peres

SUMMARY

Intercropping experiments require, for their analysis, the use of many methodologies. This work exposes different methodologies for the analysis of data provenient of a completely randomized block design in intercropping experiments with two crops. The main advantages and disadvantages of each method are also considered.

A new index is created, in this work, named Composed Effective LER, function of the yields of two distinct intercrops, cultivated in the same planting area. Its characteristics make its computation recommended when the analysis of intercropping experiments is made and, then, its performance should be judged.

After the exposition of the various analysis method, they were applied to a set of data for the purpose of illustrating their uses.

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Sistema de culturas consorciadas pode ser definido como o crescimento de duas ou mais culturas simultaneamente e na mesma área de plantio. As culturas não precisam necessariamente ser cultivadas ao mesmo tempo e suas épocas de colheita podem ser bastante diferentes, porém, elas devem ser simultâneas na maior parte de seus períodos de crescimento.

Historicamente, o sistema de culturas consorciado foi o sistema de plantio primitivo, dando lugar ao monocultivo quando do desenvolvimento da agricultura.

O sistema de cultivo consorciado tem sido largamente utilizado nos países em desenvolvimento, por pequenos agricultores que visam a subsistência e a comercialização de excedentes.

A complexidade deste sistema de cultivo fica aparente quando se consideram os continentes onde ele é mais comumente empregado, a saber, África, Índia, Ásia, América do Sul e Central. Nestes locais, as condições climáticas, geográficas e geológicas variam imensamente não só entre países mas dentro de cada país. Consequentemente, um dado consórcio pode produzir resultados bastante diversos nas diferentes áreas de plantio.

O fato do sistema de cultivo consorciado ser amplamente utilizado nos países em desenvolvimento já justifica o estudo de metodologias para análise de dados resultantes de seu emprego. Além disto, o sistema de cultivo consorciado tem se mostrado, em vários casos vantajoso em relação ao sistema de monocultivo.

Com a utilização do sistema de cultivo consorciado, o agricoltor terá uma maior proteção do solo ao sol, chuva e vento, uma utilização da terra de forma mais intensa, um possível controle de doenças nas plantas, uma maior utilização da mão de obra familiar, uma maior variedade de alimentos e um menor risco de insucesso. Temos que, este sistema de cultivo proporciona um melhor aproveitamento dos recursos naturais disponíveis.

Como exemplo, uma das culturas pode proporcionar à ou tra cultura recursos naturais antes inexistentes no local, tais como, sombra, liberação de determinada substância no solo, etc...

O sistema de culturas consorciado também é útil quando uma das culturas envolvidas é perene e passa por um longo período de implantação antes de se tornar produtivo. O consórcio proporciona, neste período, um aproveitamento da terra e sua melhor utilização econômica.

Deve-se salientar, entretanto, que embora rara, a utilização do sistema de cultivo consorciado pode levar a piores resultados que os obtidos com a utilização do monocultivo, devido à competição existente entre as culturas.

A maior desvantagem do sistema de plantio consorciado é a dificuldade relativa à sua aplicação prática, especialmente quando há alto grau de mecanização ou quando as culturas que compõem o consórcio necessitam de diferentes fertilizantes, herbicidas, pesticidas, etc... Tais dificuldades, porém, estão associadas à uma agricultura mais desenvolvida.

De princípio, os pesquisadores estavam interessados em análise de experimentos de competição. Somente a partir da década de 70, as pesquisas se voltaram para a análise de experimentos de culturas consorciadas.

É importante se distinguir bem experimentos de culturas consorciadas e experimentos de competição. Em culturas consorciadas, o objetivo é essencialmente agrônômico, isto é, achar a melhor maneira de se cultivar uma combinação em consórcio. Já em experimentos de competição os objetivos são puramente biológicos, isto é, entender o mecanismo de competição examinando qual espécie ou genótipo mostra benefícios com a competição.

O sistema de cultivo consorciado carece de uma metodologia apropriada para a análise. Isto porque a análise é mais complexa que a dos experimentos em monocultivo, devido ao caráter multivariado dos dados.

As técnicas de análise de dados em experimentos na agricultura foram desenvolvidas basicamente para a análise de experimentos em sistema de monocultivo, uma vez que este era o sistema mais empregado pelos países desenvolvidos. Quando se começou a estudar os sistemas de cultivo consorciado, o que se fez foi adaptar as antigas técnicas à nova situação. Com o passar do tempo, metodologias próprias de análise de culturas consorciadas foram desenvolvidas.

Os objetivos de nosso trabalho são apresentar as diversas metodologias de análise de dados provenientes de experimentos de culturas consorciadas e discutí-las, apresentar um novo índice,

por nós desenvolvido e denominado LER efetivo composto que leva em conta os rendimentos de dois consórcios, bem como estudar a vantagem do plantio dos dois consórcios distintos numa mesma área. Vários artigos que tratam da análise de culturas consorciadas são baseados em artigos sobre experimentos de competição.

A maioria dos artigos mais antigos estudam a competição mais do ponto de vista botânico do que agronômico, com a competição interpretada em termos dos rendimentos combinados. Alguns importantes artigos são dos de McGilchrist (1965), McGilchrist e Trenbath (1971) e Mead (1979).

Os artigos mais recentes que tratam do assunto de análise de culturas consorciadas são os de Pearce e Gilliver (1978), Chetty e Rao (1979), Mead e Stern (1979), Pearce e Gilliver (1979), Willey (1979 a e b), Mead e Stern (1980), Mead e Willey (1980), Mead e Riley (1981), Oyejola e Mead (1982), Pearce e Edmondson (1982) e Pearce e Edmondson (1984).

Para concluir, alguns termos serão utilizados no decorrer deste estudo, tais como:

Arranjo espacial - É o modelo ou padrão de distribuição das plantas no campo (Gomes, 1983).

Série de reposição - É definida como uma sequência de tratamentos que contêm as culturas solteiras de cada espécie e tratamentos mistos formados pela reposição de dadas proporções de cultivos de uma espécie por quantidade equivalente da outra (Gomes, 1983).

Arranjo dialélico parcial e completo - Partindo-se de I cultivares de uma espécie A e de J cultivares de uma espécie B, tem-se IJ com-

binações interespecíficas possíveis destas cultivares duas a duas, que constituem um arranjo fatorial, com dois fatores. A avaliação experimental destes IJ tratamentos em consórcio e dos I+J tratamentos em monocultivo constitui um tipo de arranjo dialélico parcial de competição. O termo dialélico é utilizado devido à analogia deste arranjo com os cruzamentos dialélicos empregados em genética. Também, por analogia com estes, o arranjo dialélico é parcial pois são consideradas somente as combinações interespecíficas e não as intraespecíficas. Em caso contrário, seria denominado arranjo dialélico completo (Geraldi, 1983).

oOo

CAPÍTULO 2

TÉCNICAS DE ANÁLISE PARA EXPERIMENTOS DE CULTURAS CONSORCIADAS

2.1 - Introdução

O caráter multivariado dos dados obtidos de um experimento relativo à culturas consorciadas proporciona várias análises distintas.

Este capítulo tem por objetivo realizar uma revisão geral dos métodos de análise existentes.

Sendo possíveis diversos planejamentos, adotaremos, a fim de desenvolver este estudo, um planejamento em blocos completamente aleatorizados, onde em cada bloco temos as combinações 2 a 2 das diversas linhagens das duas culturas envolvidas no consórcio, bem como suas respectivas monoculturas.

Tal planejamento visa controlar a heterogeneidade da área experimental. Os blocos podem ser alocados em regiões geográficas distintas, bem como em períodos distintos, a fim de se proporcionar uma maior generalidade dos resultados obtidos, assim como uma maior precisão.

É usual se fazer algumas suposições com relação à instalação do experimento.

Vamos supor neste trabalho, que as culturas envolvidas no experimento são igualmente importantes, possuem densidades constantes e não nos preocuparemos com o tipo de arranjo espacial efetuado.

Uma vez colocadas algumas restrições deste trabalho, vamos supor que queiramos analisar um consórcio formado pela cultura A e pela cultura B, onde a cultura A possui m linhagens distintas e a cultura B possui n linhagens distintas. Teremos portanto, mn culturas consorciadas e $m+n$ monoculturas, perfazendo $mn+m+n$ tratamentos distintos. Suponhamos que hajam r blocos.

Ao se estudar uma determinada variável teremos para cada consórcio duas respostas, uma para cada cultura, e para cada monocultura uma única resposta.

O assunto deste capítulo é apresentar diferentes metodologias para analisar os $r(2mn+m+n)$ dados obtidos.

2.2 - Análise de variância para cada uma das culturas em separado

Nesta análise os resultados obtidos pelas duas culturas são considerados separadamente. Tal análise não leva em conta a estrutura de covariância existente entre as respostas das duas culturas que compõem o consórcio, sendo portanto apropriada, quando os resultados obtidos para as duas culturas forem independentes.

Este esquema de análise consiste em várias etapas:

2.2.1 Análise descritiva dos resultados

A fim de termos uma visão geral dos resultados obtidos no experimento, devemos construir tabelas e gráficos com as médias e variâncias dos tratamentos.

Dois gráficos que permitem visualizar conjuntamente os rendimentos médios das diferentes linhagens de uma cultura em consórcio e em monocultura são mostrados nas figuras 1 e 2 a seguir.

Figura 1 - Gráfico dos rendimentos da cultura A nos diversos tratamentos.

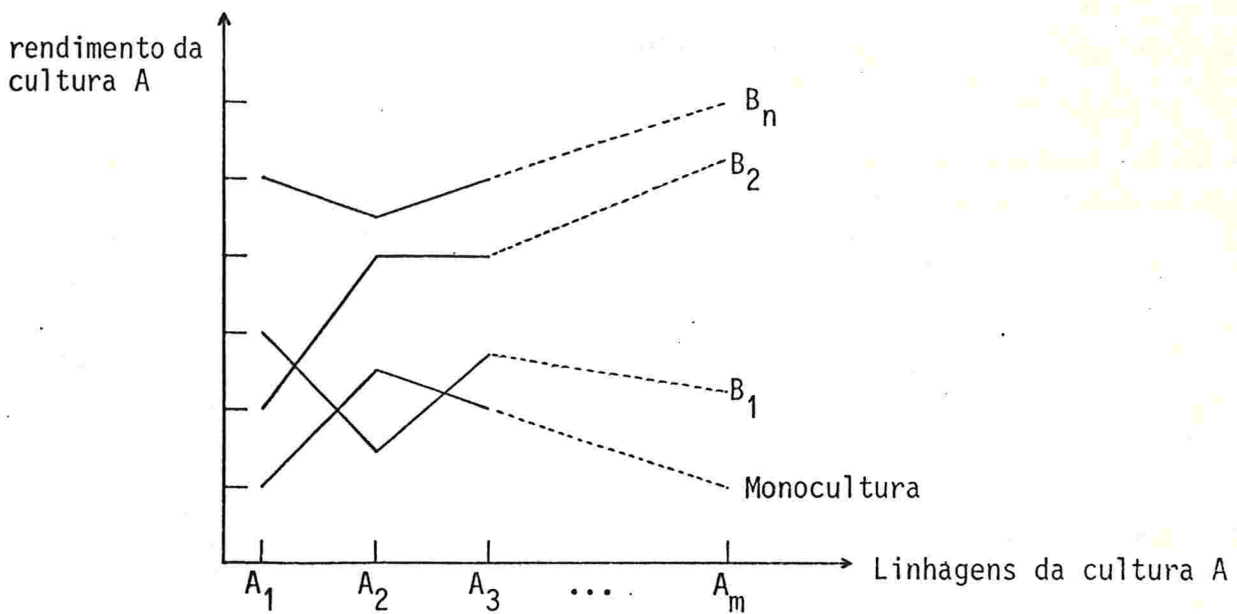
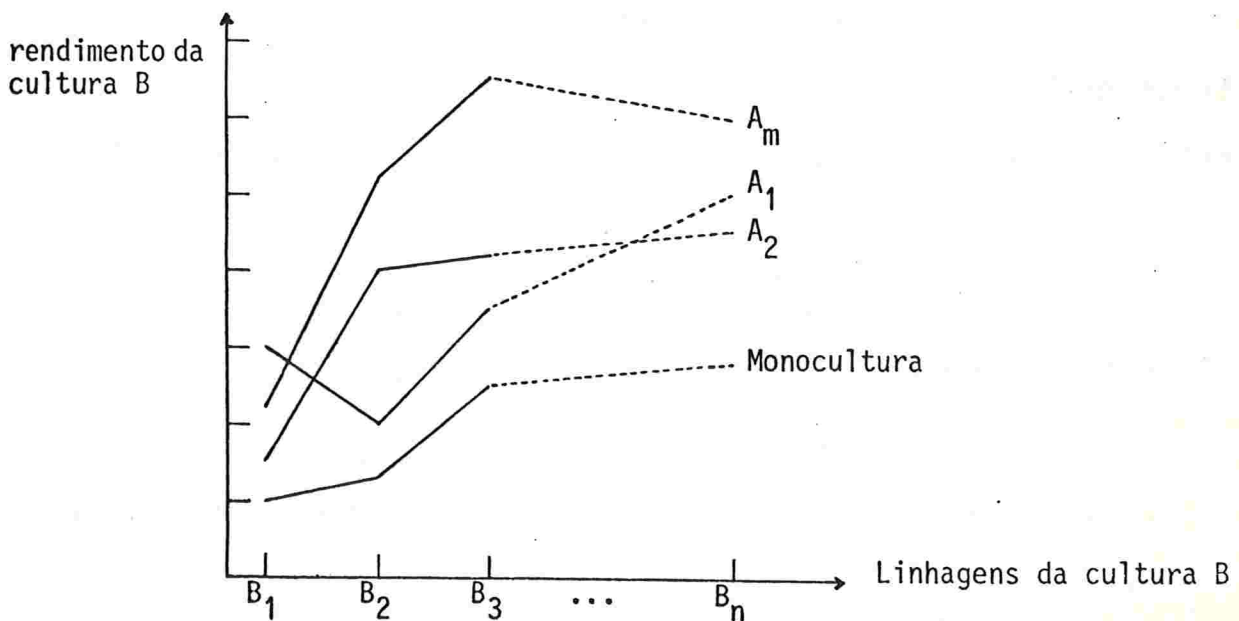


Figura 2 - Gráfico dos rendimentos da cultura B nos diversos tratamentos.



2.2.2 Modelos de Análise de Variância apropriada

Os modelos definidos respectivamente para as respostas das culturas A e B são:

$$I \quad Y_{ahij} = \mu_a + \beta_{ah} + \tau_{bi} + \gamma_{aj} + \tau\gamma_{aij} + \varepsilon_{ahij}$$

$$II \quad Y_{bhij} = \mu_b + \beta_{bh} + \tau_{bi} + \gamma_{bj} + \tau\gamma_{bij} + \varepsilon_{bhij}$$

onde:

Y_{ahij} é a resposta observada da cultura A quando cultivada sua i -ésima linhagem, em presença da j -ésima linhagem da cultura B, no h -ésimo bloco. Temos $1 \leq h \leq r$, $1 \leq i \leq m$ e $0 \leq j \leq n$ onde $j=0$ indica a ausência da cultura B, isto é, a monocultura da cultura A.

Y_{bhij} é a resposta observada da cultura B quando cultivada sua i -ésima linhagem em presença da j -ésima linhagem da cultura A, no h -ésimo bloco. Temos $1 \leq h \leq r$, $1 \leq i \leq n$, $0 \leq j \leq m$, onde $j=0$ indica a ausência da cultura A, isto é, a monocultura da cultura B.

μ_a e μ_b são respectivamente as médias gerais das variáveis resposta para as culturas A e B.

β_{ah} e β_{bh} são respectivamente os efeitos do h -ésimo bloco nas respostas das culturas A e B com $1 \leq h \leq r$.

τ_{ai} e τ_{bi} são respectivamente os efeitos da i -ésima linhagem das culturas A e B onde para a cultura A temos $1 \leq i \leq m$ e para a cultura B temos $1 \leq i \leq n$.

γ_{aj} e γ_{bj} são respectivamente os efeitos do j -ésimo sistema de cultivo para as cultura A e B. Temos para a cultura A

$0 \leq j \leq n$, $j=0$ indica a presença da monocultura da cultura A e $1 \leq j \leq n$ a presença do consórcio da cultura A com a j -ésima linhagem da cultura B. Análogamente temos para a cultura B $0 \leq j \leq m$.

$\tau Y_{a ij}$ e $\tau Y_{b ij}$ são respectivamente os efeitos da interação da i -ésima linhagem da cultura A ou B com o j -ésimo sistema de cultivo, a saber, monocultura ou consórcio com a j -ésima linhagem da cultura B ou A.

ϵ_{ahij} e ϵ_{bhij} são respectivamente os erros experimentais das observações Y_{ahij} e Y_{bhij} . Supõe-se que $\epsilon_{ahij} \sim N(0, \sigma_a^2)$ e $\epsilon_{bhij} \sim N(0, \sigma_b^2)$, e que ϵ_{ahij} são independentes e ϵ_{bhij} são independentes.

2.2.3 Estimativa dos parâmetros dos modelos

Com o objetivo de se estimar todos os parâmetros dos modelos I e II utilizamos o método dos mínimos quadrados. Foram impostas as restrições usuais nos parâmetros e as estimativas correspondentes foram então encontradas.

2.2.4 Análise de variância dos resultados

As tabelas de análise de variância para as culturas A e B estão apresentadas a seguir:

A notação utilizada é a usual nos livros de Análise de Variância.

Tabela 1 - Análise de variância para os $m(n+1)$ tratamentos, em r blocos, em modelo de blocos completamente aleatorizados para os dados referentes à cultura A.

Fonte de Variação	g.l.	Soma de Quadrados	Quadrado médio
correção pela média	1	$C = \left(\sum_{h=1}^r \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^n Y_{ahij} \right)^2 / rm(n+1)$	
Blocos	$r-1$	$B = \sum_{h=1}^r Y_{ah..}^2 / m(n+1) - C$	$QMB = \frac{B}{r-1}$
Linhagens da cultura A	$m-1$	$L = \sum_{i=1}^m Y_{a..i}^2 / r(n+1) - C$	$QML = \frac{L}{m-1}$
Sistema de cultivo	n	$S = \sum_{j=0}^n Y_{a..j}^2 / mr - C$	$QMS = \frac{S}{n}$
Interação entre linhagens da cultura A e sistema de cultivo	$n(m-1)$	$I = \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^n \frac{Y_{a..ij}^2}{r} - L - S - C$	$QMI = \frac{I}{n(m-1)}$
Erro	$(r-1)(mn+m-1)$	$E = T - C - B - L - S - I$	$QME = \frac{E}{(r-1)(mn+m-1)}$
TOTAL	$rm(n+1)$	$T = \sum_{h=1}^r \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^n Y_{ahij}^2$	

Tabela 2 - Análise de variância para os $n(m+1)$ tratamentos em r blocos em modo de blocos completamente aleatorizados para os dados referentes à cultura B

Fonte de Variação	g.l.	Soma de Quadrados	Quadrado médio
correção pela média	1	$C = \left(\sum_{h=1}^r \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^m Y_{bhij} \right)^2 / rn(m+1)$	
blocos	$r-1$	$B = \sum_{h=1}^r Y_{bh..}^2 / n(m+1) - C$	$QMB = \frac{B}{r-1}$
Linhagens da cultura B	$n-1$	$L = \sum_{i=1}^n Y_{b..i}^2 / r(m+1) - C$	$QML = \frac{L}{n-1}$
Sistema de cultivo	m	$S = \sum_{j=0}^m Y_{b..j}^2 / nr - C$	$QMS = \frac{S}{m}$
Interação entre linhagens da cultura B e sistema de cultivo	$m(n-1)$	$I = \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^m \frac{Y_{b..ij}^2}{r} - L - S - C$	$QMI = \frac{I}{m(n-1)}$
Erro	$(r-1)(mn+n-1)$	$E = T - C - B - L - S - I$	$QME = \frac{E}{(r-1)(mn+n-1)}$
TOTAL	$rn(m+1)$	$T = \sum_{h=1}^r \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^m Y_{bhij}^2$	

Na literatura costuma-se particionar o efeito do sistema de cultivo em dois outros efeitos, a saber, monocultura X consórcio, com 1 grau de liberdade e entre sistemas de consórcio, com os graus de liberdade restantes. Entretanto, por ser o objetivo do estudo, não são a comparação entre os diversos consórcios mas também as comparações de cada consórcio com cada monocultivo, não achamos conveniente a utilização de tal partição.

Utilizando o modelo I, podemos testar várias hipóteses ao nível de significância α pré-fixado.

$$H_{01}: \tau_{a1} = \tau_{a2} = \dots = \tau_{am} = 0,$$

isto é, não há diferença estatisticamente significativa ao nível α entre os rendimentos médios da cultura A quando utilizada qualquer das m linhagens existentes. Rejeita-se H_{01} se

$$\frac{QML}{QME} > F_{\alpha, m-1, (r-1)(mn+m-1)}$$

$$H_{02}: \gamma_{a0} = \gamma_{a1} = \dots = \gamma_{an} = 0,$$

isto é, não há diferença estatisticamente significativa ao nível α , entre os rendimentos médios da cultura A quando cultivada em qualquer sistema de cultivo. Rejeita-se H_{02} se

$$\frac{QMS}{QME} > F_{\alpha, n, (r-1)(mn+m-1)}$$

$$H_{03}: \tau\gamma_{10} = \dots = \tau\gamma_{m0} = \dots = \tau\gamma_{1n} = \dots = \tau\gamma_{mn} = 0,$$

isto é, não há efeito da interação entre as linhagens da cultura A e os sistemas de cultivo empregados, ao nível de significância α .

Rejeita-se H_{03} se $\frac{QMI}{QME} > F_{\alpha, n(m-1), (r-1)(mn+m-1)}$.

Se rejeitarmos H_{03} não há sentido em se testar H_{01} e

H_{02} .

Para o modelo II realizam-se testes análogos aos descritos para o modelo I.

Ao rejeitarmos qualquer das hipóteses, nosso objetivo será detectar aonde está a diferença apontada. Para tanto apresentaremos a seguir duas possíveis metodologias a serem seguidas:

2.2.4.1 Comparações múltiplas por meio de contrastes

Um contraste é uma comparação envolvendo duas ou mais médias dos níveis do fator em estudo. Representando o contraste por C e supondo que o fator em estudo tenha k níveis definimos

$$C = \sum_{j=1}^k C_j \mu_j \quad \text{onde os } C_j \text{'s são tais que } \sum_{j=1}^k C_j = 0.$$

Estimamos C por $\hat{C} = \sum_{j=1}^k C_j \bar{T}_j$ onde \bar{T}_j é a média dos n resultados do j -ésimo nível do fator em estudo.

Supõe-se que \bar{T}_j tem distribuição normal com média μ_j e variância constante σ^2 . Se desejarmos testar $H_0: C = 0$ contra $H_a: C \neq 0$ ao nível de significância α , prova-se que sob H_0 , C tem distribuição normal com média zero e variância $\frac{\sigma^2}{n} \sum_{j=1}^k C_j^2$.

$$\text{Rejeita-se } H_0 \text{ se } \left| \frac{\hat{C}}{\sqrt{\frac{QME}{n} \sum_{j=1}^k C_j^2}} \right| > t_{\alpha, k(n-1)}.$$

Quando, porém, é necessário um grande número de comparações em seguida a um teste F significativo, este procedimento não garante um nível de significância conjunto igual a α . Isto é, o nível de significância conjunto será sempre maior do que α . A fim de

minimizar tal risco, deve-se usar um dos procedimentos de comparações múltiplas como os de Tukey ou Scheffé. Existem outros procedimentos de comparações múltiplas como os de Duncan ou Bonferroni, que porém, não são mais gerais do que os aqui apresentados.

a) Método de Tukey

Tal método exige, para ser exato, o mesmo número de repetições por nível do fator em estudo. Ele utiliza os valores críticos da "amplitude studentizada", denotada por q e tabelada, e nos fornece todos os contrastes 2 a 2 dos níveis do fator em questão.

Para a análise da cultura A, o procedimento do método de Tukey é o seguinte:

Se rejeitarmos H_{01} , $\mu_{a.i.}$ e $\mu_{a.j.}$ serão consideradas distintas, ao nível de significância α , se:

$$\left| \frac{Y_{a.i.}}{r(n+1)} - \frac{Y_{a.j.}}{r(n+1)} \right| > \sqrt{\frac{QME}{r(n+1)}} q_{\alpha, m, (r-1)(mn+m-1)} \text{ para } 1 \leq i, j \leq m \text{ e } i \neq j$$

Se rejeitarmos H_{02} , $\mu_{a..i}$ e $\mu_{a..j}$ serão consideradas distintas, ao nível de significância α , se:

$$\left| \frac{Y_{a..i}}{rm} - \frac{Y_{a..j}}{rm} \right| > \sqrt{\frac{QME}{rm}} q_{\alpha, n+1, (r-1)(mn+m-1)}, \text{ para } 0 \leq i, j \leq n \text{ e } i \neq j$$

Se rejeitarmos H_{03} , $\mu_{a.il}$ e $\mu_{a.js}$ serão consideradas distintas, ao nível de significância α , se:

$$\left| \frac{Y_{a.il}}{r} - \frac{Y_{a.js}}{r} \right| > \sqrt{\frac{QME}{r}} q_{\alpha, m(n+1), (r-1)(mn+m-1)} \text{ para } 1 \leq i, j \leq m, \\ 0 \leq l, s \leq n \text{ e } il \neq js$$

b) Método de Scheffé

O método de Scheffé é um método que é exato mesmo quando o número de repetições por nível do fator em estudo não é constan

te. Outra característica do método é que ele se aplica a qualquer tipo de contraste, não apenas os contrastes 2 a 2.

O método de Scheffé é portanto bem mais amplo que o método de Tukey, razão pela qual o apresentamos neste trabalho.

Para a análise da cultura A o procedimento do método de Scheffé é o seguinte:

Se rejeitarmos H_{01} , o contraste $C = \sum_{i=1}^m C_i \mu_{a..i}$ com $\sum_{i=1}^m C_i = 0$, será considerado distinto de zero, ao nível de significância de α se:

$$\left| \sum_{i=1}^m \frac{C_i Y_{a..i}}{r(n+1)} \right| > \sqrt{\frac{QME}{r(n+1)} (m-1) \left(\sum_{i=1}^m C_i^2 \right) F_{\alpha, m-1, (r-1)(mn+m-1)}}$$

Se rejeitarmos H_{02} , o contraste $C = \sum_{j=0}^n C_j \mu_{a..j}$, com $\sum_{j=0}^n C_j = 0$ será considerado distinto de zero, ao nível de significância α se:

$$\left| \sum_{j=0}^n \frac{C_j Y_{a..j}}{rm} \right| > \sqrt{\frac{QME}{rm} n \left(\sum_{j=0}^n C_j^2 \right) F_{\alpha, n, (r-1)(mn+m-1)}}$$

Se rejeitarmos H_{03} , o contraste $C = \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^n C_{ij} \mu_{.ij}$, com $\sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^n C_{ij} = 0$, será considerado distinto de zero, ao nível de significância α se

$$\left| \sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^n C_{ij} \frac{Y_{a..ij}}{r} \right| > \sqrt{\frac{QME}{r} (m-1) n \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=0}^n C_{ij}^2 \right) F_{\alpha, (m-1)n, (r-1)(mn+m-1)}}$$

O procedimento de comparações múltiplas de Scheffé apresentado acima é o procedimento no caso particular em que o número de repetições por tratamento é constante e igual a r .

Vale ressaltar, que comparado com o método de Tukey, o método de Scheffé é mais conservativo, isto é, ele tem maior dificuldade em rejeitar a hipótese que está sendo testada. Sendo, portanto, o objetivo do pesquisador apenas realizar contrastes 2 a 2, o método de Tukey é mais indicado.

Em experimentos com cultura consorciada, as repetições por tratamento, nada mais são do que as réplicas feitas (número de blocos existentes). Em virtude de tal planejamento, só haverá número distinto de repetições por tratamento, por motivo acidental, caso em que haverá em determinado bloco alguma casela vazia. Propomos a seguir os procedimentos a serem tomados neste caso:

1) Se a soma de quadrados devido aos blocos for considerada pequena, sugerimos que seja abandonada a estrutura de blocos e que o experimento seja analisado como um experimento completamente aleatorizado, com número desigual de réplicas por tratamento. Neste caso, as comparações múltiplas podem ser realizadas pelo método de Tukey aproximado, ou pelo método de Scheffé, caso em que o teste será exato.

2) Se a soma de quadrados devido aos blocos não for considerada pequena, mantêm-se o planejamento original e caso o número de réplicas seja razoavelmente grande, deve-se estimar as caselas vazias (Cox e Cochran, 1950).

3) Se não for possível proceder-se como nos itens 1) ou 2) anteriores, deve-se repetir o experimento para as caselas necessárias.

2.2.4.2 Comparações múltiplas através da técnica de análise de agrupamentos

A análise de agrupamentos é um método exploratório que procura dividir as médias em questão, em grupos internamente homogêneos e que sejam conseqüentemente heterogêneos entre si. Ressalta-se contudo, que o procedimento utilizado nesta técnica é função da definição de homogeneidade adotada.

Neste estudo, adotaremos um procedimento sugerido em 1974 por Scott e Knott (citado por Bussab, 1979) e estendido por Bussab (1976). O procedimento procura a cada passo dividir o grupo em questão em duas partes, de modo que a soma de quadrados entre grupos (BSS) seja máxima, testando se tal precisão é significativa ou não.

A estatística usada no teste é $\lambda_0 = M\sqrt[3]{b_0} - N$ onde: M e N são obtidos de tabela apropriada para esta técnica (Bussab, 1976, reproduzida parcialmente com o consentimento do autor no Apêndice I)

$$b_0 = \text{BSS}/\text{QME} \quad \text{onde,}$$
$$\text{BSS} = \frac{T_1^2}{n_1} + \frac{T_2^2}{n_2} - \frac{(T_1+T_2)^2}{n_1+n_2}$$

com T_i e n_i respectivamente iguais ao total e número de elementos do i-ésimo grupo, $i = 1, 2$.

Para testar a hipótese de que a partição em questão não é significativa, compara-se o valor de λ_0 com um valor z_c da ta-

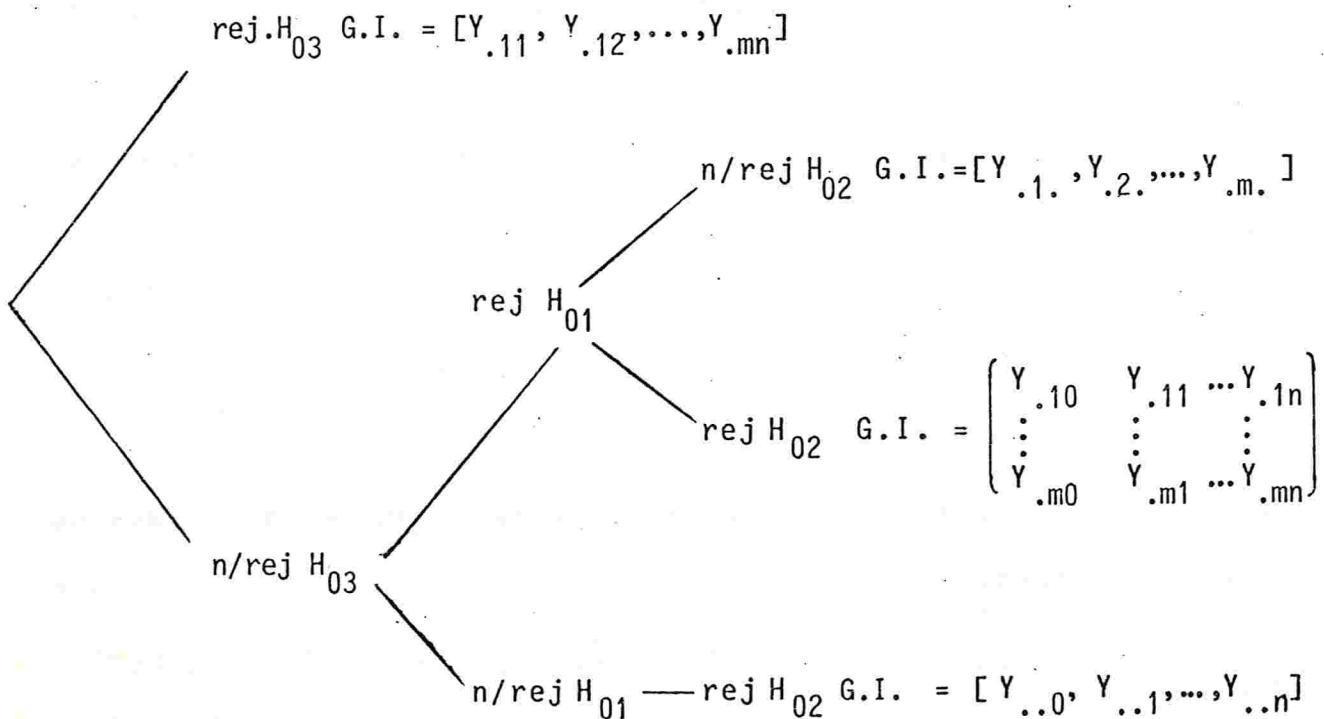
bela da distribuição normal, função do nível de significância do teste realizado. Rejeita-se a hipótese se λ_0 for maior do que z_c .

A técnica deve ser repetida sucessivamente sobre os grupos particionados.

A fim de controlar o nível de significância geral α , sugere-se usar a desigualdade de Bonferroni, utilizando a cada passo, o nível α/t , onde t é o número de passos realizados até aquele momento. Todos os testes anteriores devem então ser refeitos a esse nível de significância. Para-se o processo quando algum dos testes for não significativo.

Conforme os resultados obtidos nos testes de hipótese relativos à análise de variância, as possíveis partições dos grupos devem ser feitas de maneiras distintas.

Para a análise da cultura A temos:



onde:

$$H_{01}: \tau_{a1} = \tau_{a2} = \dots = \tau_{am} = 0,$$

isto é, não há efeito das linhagens da cultura A.

$$H_{02}: \gamma_{a0} = \gamma_{a1} = \dots = \gamma_{an} = 0,$$

isto é, não há efeito dos sistemas de cultivo.

$$H_{03}: \tau\gamma_{10} = \tau\gamma_{20} = \dots = \tau\gamma_{mn} = 0,$$

isto é, não há efeito de interação entre linhagens e sistema de cultivo.

Quando o grupo inicial (G.I.) for formado por k elementos dispostos num $s\bar{o}$ sentido, estes devem ser ordenados de forma crescente. No primeiro passo são examinadas as $k-1$ possíveis partições e calculadas suas respectivas somas de quadrados entre grupos (BSS). Escolhe-se a partição que possuir maior BSS e testa-se sua significância. O procedimento é repetido sucessivamente até que todas as possíveis partições em determinado passo sejam não significantes.

Quando o grupo inicial for formado por ℓc elementos, dispostos em ℓ linhas e c colunas, as partições podem ser feitas a cada passo tanto no sentido das linhas como no sentido das colunas.

Deve-se primeiramente ordenar linhas e colunas em sentido crescente, segundo os totais marginais.

No primeiro passo são examinadas as $\ell-1$ possíveis partições nas linhas e as $c-1$ possíveis partições nas colunas. Para cada uma, de todas as possíveis partições dicotômicas, calcula-se a soma de quadrados entre grupos (BSS) e seu respectivo λ_0 . Escolhe

-se a partição que possuir λ_0 máximo e testa-se, então, se tal partição é significativa. O procedimento é aplicado sucessivamente aos grupos resultantes do passo anterior, até que nenhuma possível partição seja significativa.

Como o processo é feito considerando-se as médias marginais, podem ser produzidos grupos vizinhos que poderiam ser agrupados num único grupo. Aconselha-se que os grupos sob tal suspeita sejam objeto de testes de comparações múltiplas com um fator.

Como resultado da técnica de análise de agrupamentos, os elementos de cada grupo resultante devem ser interpretados como tratamentos estatisticamente equivalentes. Esta técnica tem como vantagem a sua interpretação mais simples do que a técnica de comparações múltiplas por meio de contrastes e pode ser usada exploratoriamente a fim de se detectar que hipóteses devem ser testadas particularmente.

Vale ressaltar que o procedimento de Bussab (1976) foi desenvolvido inclusive para experimentos não balanceados, contanto que o número de graus de liberdade do erro seja grande.

Para o modelo II (cultura B) utilizam-se técnicas de comparações múltiplas por meio de contrastes ou através da técnica de análise de agrupamentos de forma análoga à apresentada para o modelo I (cultura A).

2.2.5 Considerações sobre o método

A análise univariada para cada cultura em separado permite determinar os melhores tratamentos para cada cultura. Ressalta-se, porém, que nem sempre estes serão os melhores tratamentos quando analisados em conjunto. A análise univariada para cada cultura não nos fornece, portanto, o que realmente desejamos, isto é, a melhor escolha de uma forma conjunta para as duas culturas e a avaliação do sistema como um todo.

Tal método tem, porém, como vantagem sua simplicidade e pode ser útil quando utilizado em conjunto com outros métodos de análise.

2.3 - Análise Bivariada

Como salientamos na discussão do método de análise univariada das duas culturas em separado, nem sempre a melhor escolha em cada componente resulta em uma melhor escolha conjunta.

A análise bivariada tem por objetivo a escolha do melhor consórcio. Vale ressaltar que neste caso, utiliza-se para a análise somente os mn tratamentos de cultura consorciada, não sendo possível a avaliação dos resultados relativos às monoculturas das culturas componentes. Para tanto, sugere-se, após efetivada a análise bivariada, a realização de uma comparação em separado do consórcio escolhido com as monoculturas, utilizando para este fim, testes de hipótese, intervalos de confiança ou índices a serem estudados posteriormente.

2.3.1 Modelo utilizado

Os modelos definidos respectivamente para as respostas das culturas A e B são análogos aos apresentados no item 2.2.2, a menos da inexistência das monoculturas. Temos:

$$Y_{ahij} = \mu_a + \beta_{ah} + \tau_{ai} + \gamma_{aj} + \tau\gamma_{aij} + \epsilon_{ahij} \quad \text{com } 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n \quad \text{e} \quad 1 \leq h \leq r$$

$$Y_{bhij} = \mu_b + \beta_{bh} + \gamma_{bi} + \tau_{bj} + \tau\gamma_{bji} + \epsilon_{bhij} \quad \text{com } 1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq n \quad \text{e} \quad 1 \leq h \leq r$$

Apresentados na forma do modelo linear geral temos:

$$\tilde{Y}_{r \times mn \times 2} = \tilde{A}_{r \times mn \times (r+m+n+mn+1)} \tilde{\mu}_{(r+m+n+mn+1) \times 2} + \tilde{\epsilon}_{r \times mn \times 2}$$

onde:

$$\tilde{Y}' = \begin{pmatrix} Y_{a111} \cdots Y_{a1mn} \cdots Y_{ah11} \cdots Y_{ahmn} \\ Y_{b111} \cdots Y_{b1mn} \cdots Y_{bh11} \cdots Y_{bhmn} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{A}' = \begin{pmatrix} 1 \cdots 010 \cdots 010 \cdots 010 \cdots 01 \\ 1 \cdots 010 \cdots 001 \cdots 001 \cdots 01 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ 0 \cdots 100 \cdots 100 \cdots 100 \cdots 11 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\mu}' = \begin{pmatrix} \beta_{a1} \cdots \beta_{ah} \tau_{a1} \cdots \tau_{am} \gamma_{a1} \cdots \gamma_{an} \tau\gamma_{a11} \cdots \tau\gamma_{am(n-1)} \tau\gamma_{amn} \mu_a \\ \beta_{b1} \cdots \beta_{bh} \gamma_{b1} \cdots \gamma_{bm} \tau_{b1} \cdots \tau_{bn} \tau\gamma_{b11} \cdots \tau\gamma_{bn(m-1)} \tau\gamma_{bnm} \mu_b \end{pmatrix}$$

e

$$\tilde{\epsilon}' = \begin{pmatrix} \epsilon_{a111} \cdots \epsilon_{a1mn} \cdots \epsilon_{ah11} \cdots \epsilon_{ahmn} \\ \epsilon_{b111} \cdots \epsilon_{b1mn} \cdots \epsilon_{bh11} \cdots \epsilon_{bhmn} \end{pmatrix}$$

Temos que \tilde{Y} é a matriz resposta, \tilde{A} é a matriz de planejamento com - posta por zeros e uns, $\tilde{\mu}$ é a matriz dos parâmetros e $\tilde{\epsilon}$ é a matriz dos erros aleatórios com $\text{var}(\tilde{\epsilon}) = \sigma^2 \tilde{I}_{2 \times 2}$.

2.3.2 Análise de variância dos resultados

Nosso objetivo a seguir é testar a existência de efeito das linhagens da cultura A, das linhagens da cultura B e da interação entre elas.

Diferentes métodos de construção de testes para uma análise de variância bivariada não levam às mesmas estatísticas. Vamos sugerir, neste trabalho, a utilização da estatística λ de Wilks, conforme o fez Federer (1982).

As hipóteses a serem testadas são:

$$H_{01}: \begin{pmatrix} \tau_{a1} \\ \gamma_{b1} \end{pmatrix} = \dots = \begin{pmatrix} \tau_{am} \\ \gamma_{bm} \end{pmatrix},$$

ou seja, não há efeito das linhagens da cultura A.

$$H_{02}: \begin{pmatrix} \gamma_{a1} \\ \tau_{b1} \end{pmatrix} = \dots = \begin{pmatrix} \gamma_{an} \\ \tau_{bn} \end{pmatrix},$$

ou seja, não há efeito das linhagens da cultura B.

$$H_{03}: \begin{pmatrix} \tau\gamma_{a11} \\ \tau\gamma_{b11} \end{pmatrix} = \dots = \begin{pmatrix} \tau\gamma_{am(n-1)} \\ \tau\gamma_{bn(m-1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau\gamma_{amn} \\ \tau\gamma_{bnm} \end{pmatrix},$$

ou seja, não há efeito de interação entre as linhagens das culturas A e B.

A fim de testarmos H_{01} e H_{02} , faz-se necessário que primeiro se teste H_{03} pois no caso desta hipótese ser rejeitada não há sentido em testar-se H_{01} e H_{02} , devendo os testes de efeito das

linhagens das culturas A e B ser efetuados separadamente para cada linhagem da cultura A e cada linhagem da cultura B.

Sejam H_1 , H_2 , H_3 e E as matrizes de soma de quadrados e produtos cruzados das hipóteses a serem testadas e do erro, obtidas como generalização da matriz de soma de quadrados da análise univariada da seguinte forma:

Seja $Y_{\ell hij}$ a ℓ -ésima resposta do consórcio formado pela i -ésima linhagem da cultura A com a j -ésima linhagem da cultura B, no h -ésimo bloco com $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq n$, $1 \leq h \leq r$ e $\ell = 1, 2$ (a ou b).

Vamos definir os seguintes totais das observações para cada resposta:

1. Blocos: $B_{\ell h} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Y_{\ell hij}$ para $1 \leq h \leq r$ e $\ell = 1, 2$

2. Linhagens da cultura A: $I_{\ell i} = \sum_{h=1}^r \sum_{j=1}^n Y_{\ell hij}$ para $1 \leq i \leq m$ e $\ell = 1, 2$

3. Linhagens da cultura B: $J_{\ell j} = \sum_{h=1}^r \sum_{i=1}^m Y_{\ell hij}$ para $1 \leq j \leq n$ e $\ell = 1, 2$

4. Casela: $C_{\ell ij} = \sum_{h=1}^r Y_{\ell hij}$ para $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq n$ e $\ell = 1, 2$

5. Total Geral: $G_{\ell} = \sum_{h=1}^r \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Y_{\ell hij}$ para $\ell = 1, 2$

As matrizes de soma de quadrados e produtos cruzados das hipóteses e do erro são então calculadas como na tabela a seguir.

Tabela 3 - Análise de variância bivariada para os mn tratamentos em r blocos em modelo de blocos completamente aleatorizados para os dados referentes às culturas A e B

Fonte de Variação	g.l	SOMA DE QUADRADOS	
		Matriz	Elemento geral u=1,2 e v=1,2
Blocos	$v_b = r-1$	\tilde{B}	$b_{uv} = \frac{1}{mn} \sum_{h=1}^r B_{uh} B_{vh} - \frac{G_u G_v}{rnm}$
Cultura A	$v_{H_1} = m-1$	\tilde{H}_1	$h_{1uv} = \frac{1}{nr} \sum_{i=1}^m I_{ui} I_{vi} - \frac{G_u G_v}{rnm}$
Cultura B	$v_{H_2} = n-1$	\tilde{H}_2	$h_{2uv} = \frac{1}{mr} \sum_{j=1}^n J_{uj} J_{vj} - \frac{G_u G_v}{rnm}$
Interação AB	$v_{H_3} = (m-1)(n-1)$	\tilde{H}_3	$h_{3uv} = \frac{1}{r} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{uij} C_{vij} - h_{1uv} - h_{2uv} - \frac{G_u G_v}{rnm}$
Erro	$v_e = (r-1)(mn-1)$	\tilde{E}	$e_{uv} = t_{uv} - b_{uv} - h_{1uv} - h_{2uv} - h_{3uv}$
TOTAL	$rnm-1$	\tilde{T}	$t_{uv} = \sum_{h=1}^r \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Y_{uhij} Y_{vhij} - \frac{G_u G_v}{rnm}$

Deve-se salientar que a restrição do nº de elementos iguais, ou ao menos proporcionais, por casela é essencial, pois de outro modo as matrizes \tilde{H}_1 , \tilde{H}_2 , \tilde{H}_3 , \tilde{B} e \tilde{E} não somariam o total das matrizes das somas de quadrados e produtos cruzados.

No caso deste estudo, como já foi dito anteriormente, tem-se em geral um elemento por casela. Se houver alguma casela vazia, procede-se como sugerido no item 2.2.4.1.

A seguir, são então realizados os testes das três hipóteses com base nas estatísticas λ de Wilks definidas por $\lambda_i = \frac{|E|}{|E+H_i|}$ com $1 \leq i \leq 3$, as quais possuem distribuição $U(p, v_{H_i}, v_e)$ onde p é o número de variáveis em estudo ($p=2$).

Embora exista a tabela exata da distribuição U , para tais testes, (Timm (1968) pgs 626 e 627), uma função de λ_i é usada para aproximação da distribuição F . No caso $p=2$ a distribuição da estatística F dada a seguir é, segundo Winer (1971), exata, não havendo portanto aproximações.

$$\text{Para } p=2, F = \frac{1 - \sqrt{\lambda_i}}{\sqrt{\lambda_i}} \frac{(v_e - 1)}{v_{H_i}} \sim F_{2v_{H_i}, 2(v_e - 1)}$$

Rejeitamos a hipótese H_{0_i} ($1 \leq i \leq 3$) ao nível de significância α se

$$F = \frac{1 - \sqrt{\lambda_i}}{\sqrt{\lambda_i}} \frac{(v_e - 1)}{v_{H_i}} > F_{\alpha, 2v_{H_i}, 2(v_e - 1)}.$$

Vale ressaltar a possível existência de quebra de suposições do modelo, como o da matriz de variância e covariância não ser homogênea, e a dificuldade de testá-la devido ao pequeno número de repetições.

Se algum teste for rejeitado, há dois caminhos a serem seguidos:

O primeiro é testar as hipóteses de que os diversos contrastes 2 a 2 são iguais a zero, utilizando para tanto intervalos simultâneos de confiança.

Os valores críticos da estatística θ de Roy utilizado nestes intervalos, podem ser encontrados no gráfico de Heck

(Morrison, 1976) ou tabelados, no caso de termos apenas duas variáveis (Mardia, Kent e Bibby, 1979). No caso de termos $v_{H_1} = 1$ então

$$\theta_{\alpha, 2, v_e, 1} = \frac{2F_{\alpha, 2, v_e - 1}}{(2F_{\alpha, 2, v_e - 1}) + (v_e - 1)}$$

Os intervalos simultâneos de confiança $100(1-\alpha)\%$ são então construídos da seguinte forma:

Se rejeitarmos $H_{01}: \begin{pmatrix} \tau_{a1} \\ \gamma_{b1} \end{pmatrix} = \dots = \begin{pmatrix} \tau_{am} \\ \gamma_{bm} \end{pmatrix}$, então para $1 \leq i \neq i' \leq m$; podemos construir respectivamente os intervalos de confiança (I.C.) para $\tau_{ai} - \tau_{ai'}$ e $\gamma_{bi} - \gamma_{bi'}$:

$$I.C.(\tau_{ai} - \tau_{ai'}) = \left(\left(\frac{Y_{a.i.}}{rn} - \frac{Y_{a.i' .}}{rn} \right) \pm \sqrt{\frac{\theta_1}{1-\theta_1} \frac{2}{rn} e_{11}} \right)$$

$$I.C.(\gamma_{bi} - \gamma_{bi'}) = \left(\left(\frac{Y_{b.i.}}{rn} - \frac{Y_{b.i' .}}{rn} \right) \pm \sqrt{\frac{\theta_1}{1-\theta_1} \frac{2}{rn} e_{22}} \right)$$

onde θ_1 é função dos parâmetros 2 , v_e e v_{H_1} com nível de significância α .

Consideramos $\tau_{ai} \neq \tau_{ai'}$, ao nível de significância α , se $0 \notin I.C.(\tau_{ai} - \tau_{ai'})$.

Consideramos $\gamma_{bi} \neq \gamma_{bi'}$, ao nível de significância α , se $0 \notin I.C.(\gamma_{bi} - \gamma_{bi'})$.

Se rejeitarmos $H_{02}: \begin{pmatrix} \gamma_{a1} \\ \tau_{b1} \end{pmatrix} = \dots = \begin{pmatrix} \gamma_{an} \\ \tau_{bn} \end{pmatrix}$, então para $1 \leq j \neq j' \leq n$; podemos construir respectivamente os intervalos de confiança (I.C.) para $\gamma_{aj} - \gamma_{aj'}$ e $\tau_{bj} - \tau_{bj'}$:

$$\text{I.C. } (\gamma_{aj} - \gamma_{aj'}) = \left(\frac{Y_{a..j}}{rm} - \frac{Y_{a..j'}}{rm} \right) \pm \sqrt{\frac{\theta_2}{1-\theta_2} \frac{2}{rm} e_{11}}$$

$$\text{I.C. } (\tau_{bj} - \tau_{bj'}) = \left(\frac{Y_{b..j}}{rm} - \frac{Y_{b..j'}}{rm} \right) \pm \sqrt{\frac{\theta_2}{1-\theta_2} \frac{2}{rm} e_{22}}$$

onde θ_2 é função dos parâmetros θ , ν_e e ν_{H_2} com nível de significância α .

Consideramos $\gamma_{aj} \neq \gamma_{aj'}$, ao nível de significância α , se $0 \notin \text{I.C.}(\gamma_{aj} - \gamma_{aj'})$.

Consideramos $\tau_{bj} \neq \tau_{bj'}$, ao nível de significância α , se $0 \notin \text{I.C.}(\tau_{bj} - \tau_{bj'})$.

Se rejeitarmos H_{03} : $\begin{pmatrix} \tau\gamma_{a11} \\ \tau\gamma_{b11} \end{pmatrix} = \dots = \begin{pmatrix} \tau\gamma_{amn} \\ \tau\gamma_{bnm} \end{pmatrix}$, então

para $1 \leq i, i' \leq m, 1 \leq j, j' \leq n$ e $ij \neq i'j'$, podemos construir respectivamente os intervalos de confiança para $\tau\gamma_{aij} - \tau\gamma_{ai'j'}$ e $\tau\gamma_{bji} - \tau\gamma_{bj'i'}$

$$\text{I.C. } (\tau\gamma_{aij} - \tau\gamma_{ai'j'}) = \left(\frac{Y_{a..ij}}{r} - \frac{Y_{a..i'j'}}{r} \right) \pm \sqrt{\frac{\theta_3}{1-\theta_3} \frac{2}{r} e_{11}}$$

$$\text{I.C. } (\tau\gamma_{bji} - \tau\gamma_{bj'i'}) = \left(\frac{Y_{b..ij}}{r} - \frac{Y_{b..i'j'}}{r} \right) \pm \sqrt{\frac{\theta_3}{1-\theta_3} \frac{2}{r} e_{22}}$$

onde θ_3 é função dos parâmetros θ , ν_e e ν_{H_3} com nível de significância α .

Consideramos $\tau\gamma_{aij} \neq \tau\gamma_{ai'j'}$, ao nível de significância α , se $0 \notin \text{I.C.}(\tau\gamma_{aij} - \tau\gamma_{ai'j'})$.

Consideramos $\tau\gamma_{bji} \neq \tau\gamma_{bj'i'}$, ao nível de significância α , se $0 \notin \text{I.C.}(\tau\gamma_{bji} - \tau\gamma_{bj'i'})$.

O segundo caminho a ser seguido é tentar interpretar estes resultados em termos da função linear discriminante do vetor de observações, o qual explica a variação máxima entre os tratamentos em termos dos autovalores de $E^{-1}H_i$.

Este procedimento consiste em criar variáveis canônicas que podem ser interpretadas da mesma maneira que são interpretados os fatores em análise fatorial. Podemos, portanto, fazer uma análise gráfica, utilizando esta interpretação, o que nos permite uma visão geral do desempenho de cada consórcio.

2.3.3 O método gráfico

Como a execução da análise multivariada pode levar a resultados de difícil interpretação, uma técnica gráfica pode ser utilizada quando o interesse for o estudo do consórcio de apenas duas culturas,

A dificuldade do método multivariado tem por origem a correlação existente entre as variáveis das duas culturas, Y_a e Y_b . Se uma variável é perfeitamente determinada pela outra, uma análise univariada em uma delas servirá para a outra. Se as duas variáveis forem independentes será suficiente a análise univariada para as duas variáveis em separado. Na prática, porém, tais situações não costumam ocorrer, podendo existir vários valores para a correlação.

Por exemplo, um solo bom pode levar ao aparecimento de uma correlação positiva e a existência de competição entre as duas culturas pode levar a uma correlação negativa. Pode ocorrer inclu-

sive uma combinação dessas duas tendências resultando até mesmo numa correlação aproximadamente nula.

Hã dois métodos de lidarmos com a situação: O primeiro método consiste em transformar Y_a e Y_b em variáveis x_1 e x_2 independentes, que podem ser plotadas em eixos ortogonais. Para tanto vamos supor que as duas variáveis Y_a e Y_b quando analisadas apresentam variâncias V_{11} e V_{22} e covariância V_{12} . Sejam V'_{11} e V'_{22} as mesmas variâncias após a correção de cada variável pela outra variável. Temos:

$$V'_{11} = V_{11} - V_{12}^2/V_{22}$$

$$V'_{22} = V_{22} - V_{12}^2/V_{11}$$

Sejam duas novas variáveis definidas por:

$$x_1 = Y_a/\sqrt{V_{11}}$$

$$x_2 = (Y_b - V_{12}Y_a/V_{11})/\sqrt{V'_{22}}$$

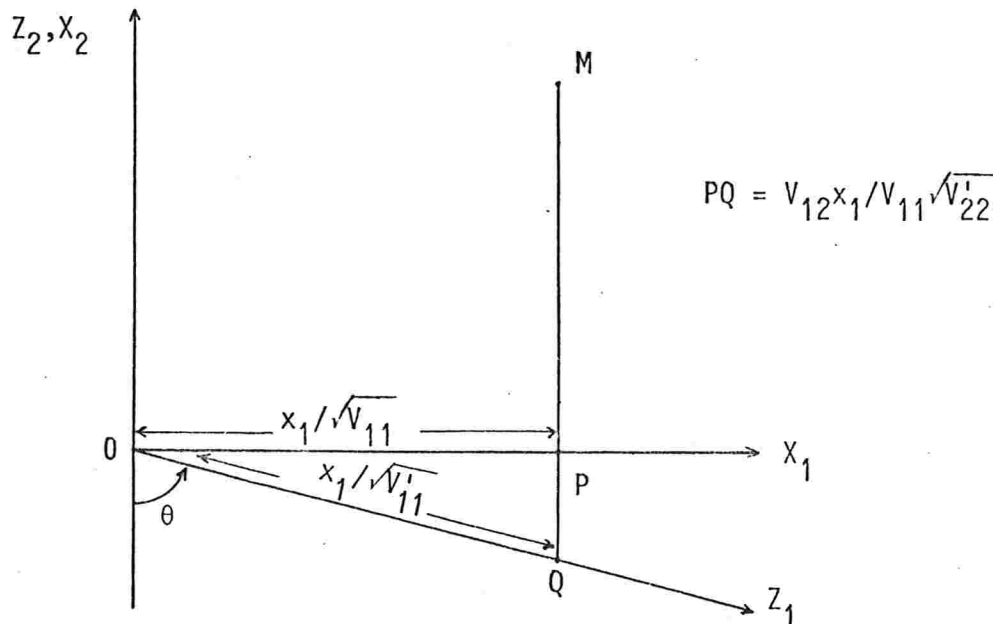
As duas novas variáveis x_1 e x_2 podem agora ser plotadas em eixos ortogonais e possuem variâncias iguais a um e covariâncias iguais a zero, isto é, x_1 e x_2 são independentes pois há a suposição de normalidade para as variáveis originais.

O primeiro método consiste então em transformar todos os dados de Y_a e Y_b para x_1 e x_2 . As medidas das novas variáveis podem ser plotadas uma contra a outra, da maneira usual, a fim de se detectar nelas, o efeito de tratamento.

No segundo método é permitida a correlação entre as duas variáveis, através do uso de eixos não ortogonais.

Sejam $Z_1 = Y_a / \sqrt{V'_{11}}$ e $Z_2 = Y_b / \sqrt{V'_{22}}$ as variáveis transformadas. O cosseno do ângulo θ formado entre Z_1 e Z_2 é $V_{12} / \sqrt{V'_{11} V'_{22}}$, isto é, o coeficiente de correlação entre Y_a e Y_b .

Figura 3 - Representação gráfica das duas culturas



Seja M um ponto qualquer a ser localizado. Através da utilização dos dois métodos o mesmo ponto M é obtido (vide figura 3).

Ambos os métodos possuem suas vantagens. Como x_1 e x_2 são não correlacionados com variância constante igual a 1, um círculo de raio $1/\sqrt{r}$ indica o erro padrão de um ponto determinado como média de r observações, podendo ser obtidas regiões de confiança para as observações. Tais regiões são obtidas traçando-se um círculo de raio $\frac{tr-1}{\sqrt{r}}$ em torno do ponto de interesse. A fim de se garantir o nível de significância α pode-se utilizar a desigualdade de Bonferroni.

Por outro lado é mais fácil pensar em termos de Z_1 e Z_2 que são as próprias variáveis Y_a e Y_b , apenas com outra escala, sendo o ângulo existente entre os eixos um lembrete que cada mudança em um valor de uma das variáveis implica na mudança do valor da outra variável.

Se a correlação for assumida positiva, o ângulo θ deve estar entre 0 e 90 graus. Se a correlação for negativa então θ deve estar entre 90 e 180 graus. Pode-se plotar os resultados das monoculturas em x_1 e x_2 , porém os testes de significância não poderão ser aplicados uma vez que estes pontos não podem se mover em qualquer direção, mas sã sobre os eixos.

Outro problema do método gráfico é que a suposição de correlação constante para as variáveis relativas às duas culturas em todos os tratamentos é difícil de ser checada uma vez que geralmente são poucas as réplicas por tratamento.

2.4 Combinação linear dos resultados em uma única resposta

Uma maneira de se contornar o caráter multivariado dos dados é trabalhar com uma única variável comum às duas culturas, tal como quantidade de matéria seca, proteína, quilo-calorias, nitrogênio. Vale observar que a variável comum deve ser expressa numa mesma unidade para ambas as culturas.

É comum converter-se a produção em valor monetário, porém, neste caso estar-se-á sujeito à variações dos preços dos produ-

tos no decorrer do tempo. Segundo Chetty e Rao (1979) a razão entre os preços dos dois produtos possui menor flutuação do que cada preço em separado, devendo-se então optar por utilizá-la no modelo adotado.

Em posse da variável comum escolhida, é criada uma nova variável, função dos resultados da variável comum em ambas as culturas componentes, procedendo-se então a uma análise de variância univariada da mesma.

Em geral a função escolhida é a soma das duas respostas, trabalhando-se portanto com o total de matéria seca, total de proteínas, rendimento total, lucro líquido total, etc...

A crítica que podemos fazer a esta técnica de análise é que na criação da função resposta não se leva em conta a estrutura de covariância existente nas respostas para ambas as culturas. Como solução para tal problema, pode ser tentada a criação de um índice para o consórcio de 3 ou mais culturas, através da técnica de componentes principais, técnica essa que leva em conta a estrutura de covariância existente.

2.4.1 Análise univariada para uma única resposta

Seja $W_{hij} = p_1 Y_{ahij} + p_2 Y_{bhij}$ onde Y_{ahij} e Y_{bhij} são definidos de forma análoga ao item 2.2.2, não havendo porém a monocultura e p_1 e p_2 são pesos tais que Y_{ahij} e Y_{bhij} sejam compatíveis. Temos $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq n$ e $1 \leq h \leq r$.

A tabela de análise de variância univariada e os testes de hipótese relativos à análise de variância são realizados da forma usual, como no item 2.2.4.

Note que, como na análise bivariada, sã são considerados os mn tratamentos consorciados.

2.4.2. Análise referente a um arranjo dialélico parcial

Geraldi (1983) propôs um modelo matemático adaptado do modelo matemático para cruzamentos dialélicos completos, proposto em 1966 por Gardner e Eberhart (citado por Geraldi, 1983).

A metodologia desenvolvida por Geraldi (1983) visa sua utilização tanto em dialélicos parciais de competição como em dialélicos de cruzamentos.

Como em consórcio, geralmente as duas culturas componentes têm naturezas diferentes, faz-se necessária a utilização de um fator de correção a fim de torná-las compatíveis. Geraldi (1983) optou pela relação de preços entre as duas culturas componentes.

Seja $Z_{ij} = \overline{Y_{a.ij}} + p\overline{Y_{b.ij}}$ onde p é a razão entre os preços das culturas B e A no mercado.

Pode-se estimar o valor de p através da avaliação de dados históricos. Sugere-se que com base nestes valores históricos seja determinado um intervalo de variação para p e que a análise seja então realizada tomando-se vários valores distintos para p.

O modelo proposto é o seguinte:

$$Z_{ij} = m + \alpha g + \frac{1}{2}(a_i + b_j) + \theta(\bar{c} + c_i + c_j + d_{ij}) + \bar{e}_{ij}$$

com $C_{ij} = \bar{c} + c_i + c_j + d_{ij}$.

Neste modelo tem-se que:

α e θ são fatores condicionais tais que $\alpha = 0, +1$ e -1 e $\theta = +1, 0$ e 0 respectivamente para Z_{ij} , Z_{ii} e Z_{jj} .

Para representar Z_{ii} e Z_{jj} substitui-se b_j por a_i e a_j por b_j respectivamente.

m é a média das culturas A e B em monocultivo.

g é a medida da diferença entre as médias das culturas A e B.

a_i é o efeito da linhagem i da cultura A.

b_j é o efeito da linhagem j da cultura B.

C_{ij} é o efeito geral do consórcio.

\bar{c} é o efeito médio de consórcio

c_i é o efeito de consórcio da i -ésima linhagem da cultura A.

c_j é o efeito de consórcio da j -ésima linhagem da cultura B.

d_{ij} é o efeito específico de consórcio da combinação entre a i -ésima linhagem da cultura A e a j -ésima linhagem da cultura B.

\bar{e}_{ij} é o erro experimental associado a Z_{ij} .

Temos que $C_{ij} = Z_{ij} = \frac{1}{2}(Z_{ii} + Z_{jj})$, isto é, C_{ij} mede a vantagem do consórcio frente ao monocultivo e que d_{ij} corresponde à capacidade específica de competição.

A fim de se estimar os parâmetros do modelo foi utilizado o método dos mínimos quadrados supondo as restrições:

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j = \sum_{i=1}^m c_i = \sum_{j=1}^n c_j = 0$$

$$\sum_{i=1}^m d_{ij} = 0 \text{ para qualquer } 1 \leq j \leq n \text{ e } \sum_{j=1}^n d_{ij} = 0 \text{ para qualquer } 1 \leq i \leq m$$

A estimação dos parâmetros do modelo bem como suas respectivas estimativas das variâncias são apresentadas na tabela a seguir:

Tabela 4 - Os parâmetros, suas estimativas e variâncias estimadas do modelo de análise referente a um arranjo dialético parcial

Parâmetro	Estimativa	Variância estimada
m	$\hat{m} = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^m \frac{Z_{ii}}{m} + \sum_{j=1}^n \frac{Z_{jj}}{n} \right)$	$\text{Var}(\hat{m}) = \frac{m+n}{4mn} \text{QME}$
g	$\hat{g} = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^m \frac{Z_{ii}}{m} - \sum_{j=1}^n \frac{Z_{jj}}{n} \right)$	$\text{Var}(\hat{g}) = \frac{m+n}{4mn} \text{QME}$
a_i	$\hat{a}_i = Z_{ii} - \sum_{i=1}^m \frac{Z_{ii}}{m}$	$\text{Var}(\hat{a}_i) = \frac{m-1}{m} \text{QME}$
b_j	$\hat{b}_j = Z_{jj} - \sum_{j=1}^n \frac{Z_{jj}}{n}$	$\text{Var}(\hat{b}_j) = \frac{n-1}{n} \text{QME}$
\bar{c}	$\hat{c} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{Z_{ij}}{mn} - \hat{m}$	$\text{Var}(\hat{c}) = \frac{4+m+n}{4mn} \text{QME}$
c_i	$\hat{c}_i = \sum_{j=1}^n \frac{Z_{ij}}{n} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{Z_{ij}}{mn} + \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^m \frac{Z_{ii}}{m} - Z_{ii} \right)$	$\text{Var}(\hat{c}_i) = \frac{(m-1)(4+n)}{4mn} \text{QME}$
c_j	$\hat{c}_j = \sum_{i=1}^m \frac{Z_{ij}}{m} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{Z_{ij}}{mn} + \frac{1}{2} \left(\sum_{j=1}^n \frac{Z_{jj}}{n} - Z_{jj} \right)$	$\text{Var}(\hat{c}_j) = \frac{(n-1)(4+m)}{4mn} \text{QME}$
d_{ij}	$\hat{d}_{ij} = Z_{ij} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{Z_{ij}}{mn} - \sum_{j=1}^n \frac{Z_{ij}}{n} - \sum_{i=1}^m \frac{Z_{ij}}{m}$	$\text{Var}(\hat{d}_{ij}) = \frac{(m-1)(n-1)}{mn} \text{QME}$
C_{ij}	$\hat{C}_{ij} = \hat{c} + \hat{c}_i + \hat{c}_j + \hat{d}_{ij} = Z_{ij} - \frac{1}{2}(Z_{ii} + Z_{jj})$	$\text{Var}(\hat{C}_{ij}) = \frac{3}{2} \text{QME}$

QME é o quadrado médio do erro da análise de variância.

Seja $N = m+n+mn =$ número total de tratamentos.

A análise de variância da tabela dialética parcial é apresentada a seguir:

Tabela 5 - Análise de variância de um arranjo dialético parcial composto de N tratamentos em r blocos, em modelo de blocos completamente aleatorizados.

Fonte de variação	g.l.	Soma de Quadrados	Quadrados Médios	F
Tratamentos	N-1	SQt	QMt	$\frac{QM_t}{QM_r}$
. Dif. Grupos	1	SQg	QMg	$\frac{QM_g}{QM_r}$
. Linhagens da cultura A	m-1	SQa	QMa	$\frac{QM_a}{QM_r}$
. Linhagens da cultura B	n-1	SQb	QMb	$\frac{QM_b}{QM_r}$
. Efeito de consórcio geral	mn	SQcg	QMcg	$\frac{QM_{cg}}{QM_r}$
. Médio	1	SQ \bar{c}	QM \bar{c}	$\frac{QM_{\bar{c}}}{QM_r}$
. Linhagens da cult. A	m-1	SQca	QMca	$\frac{QM_{ca}}{QM_r}$
. Linhagens da cult. B	n-1	SQcb	QMcb	$\frac{QM_{cb}}{QM_r}$
. Específico	(m-1)(n-1)	SQce	QMce	$\frac{QM_{ce}}{QM_r}$
Resíduo médio	(N-3)(r-1)	SQr	QMr	

O resíduo médio é obtido pela junção dos resíduos da análise das parcelas em consórcio com $(mn-1)(r-1)$ graus de liberdade, da análise da cultura A em monocultivo com $(m-1)(r-1)$ graus de liberdade e da análise da cultura B em monocultivo com $(n-1)(r-1)$ graus de liberdade.

Para se adaptar à análise de uma tabela de médias, este resíduo deve ainda ser dividido pelo número de repetições (r). Evidentemente, para se fazer esta junção é necessário que ocorra homogeneidade dos resíduos. Em caso contrário torna-se necessário utilizar procedimentos estatísticos para se contornar o problema.

As somas de quadrados referentes à análise de variância foram deduzidas por Geraldi (1983) e são apresentadas a seguir:

$$\begin{aligned}
 SQg &= \frac{mn}{N(4+m+n)} \left[(m+2) \sum_{i=1}^m \frac{Z_{ii}}{m} - (n+2) \sum_{j=1}^n \frac{Z_{jj}}{n} + (n-m) \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{Z_{ij}}{mn} \right]^2 \\
 SQa &= \frac{1}{4+n} \left[\sum_{i=1}^m (2Z_{ii} + \sum_{j=1}^n Z_{ij})^2 - \frac{1}{m} \left(2 \sum_{i=1}^m Z_{ii} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Z_{ij} \right)^2 \right] \\
 SQb &= \frac{1}{4+m} \left[\sum_{j=1}^n (2Z_{jj} + \sum_{i=1}^m Z_{ij})^2 - \frac{1}{n} \left(2 \sum_{j=1}^n Z_{jj} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Z_{ij} \right)^2 \right] \\
 SQcg &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Z_{ij}^2 - \frac{1}{4+n} \sum_{i=1}^m (2Z_{ii} + \sum_{j=1}^n Z_{ij})^2 - \frac{1}{4+m} \sum_{j=1}^n (2Z_{jj} + \sum_{i=1}^m Z_{ij})^2 + \\
 &\quad - \frac{1}{4+n} \left(\sum_{i=1}^m Z_{ii} \right)^2 - \frac{1}{4+m} \left(\sum_{j=1}^n Z_{jj} \right)^2 + \frac{1}{(4+m)(4+n)} \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Z_{ij} \right)^2 + \\
 &\quad + \frac{1}{(4+m)(4+n)(4+m+n)} \left[(4+m) \sum_{i=1}^m Z_{ii} + (4+n) \sum_{j=1}^n Z_{jj} + 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Z_{ij} \right]^2 \\
 SQ\bar{c} &= \frac{mn}{4+m+n} \left[\sum_{i=1}^m \frac{Z_{ii}}{m} + \sum_{j=1}^n \frac{Z_{jj}}{n} - 2 \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{Z_{ij}}{mn} \right]^2
 \end{aligned}$$

$$SQ_{ca} = \frac{n}{4+n} \sum_{i=1}^m [Z_{ii} - \frac{\sum_{i=1}^m Z_{ii}}{m} - 2(\sum_{j=1}^n \frac{Z_{ij}}{n} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{Z_{ij}}{mn})]^2$$

$$SQ_{cb} = \frac{m}{4+m} \sum_{j=1}^n [Z_{jj} - \frac{\sum_{j=1}^n Z_{jj}}{n} - 2(\sum_{i=1}^m \frac{Z_{ij}}{m} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{Z_{ij}}{mn})]^2$$

$$SQ_{ce} = \sum_{i \neq j} Z_{ij}^2 - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m (\sum_{j=1}^n Z_{ij})^2 - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^n (\sum_{i=1}^m Z_{ij})^2 + \frac{1}{mn} (\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n Z_{ij})^2$$

$$SQR = \frac{1}{4} (SQR_a + SQR_b + SQR_c)$$

onde:

$W_{hij} = Y_{ahij} + pY_{bhij}$ com $i=0$ e $j=0$ significando respectivamente monocultura das culturas A e B.

$$SQR_a = \sum_{h=1}^r \sum_{i=1}^m W_{hi0}^2 + (\sum_{h=1}^r \sum_{i=1}^m W_{hi0})^2 / rm - \sum_{h=1}^r \frac{W_{h.0}^2}{m} - \sum_{i=1}^m \frac{W_{.i0}^2}{r}$$

$$SQR_b = \sum_{h=1}^r \sum_{j=1}^n W_{h0j}^2 + (\sum_{h=1}^r \sum_{j=1}^n W_{h0j})^2 / rn - \sum_{h=1}^r \frac{W_{h0.}^2}{n} - \sum_{j=1}^n \frac{W_{.0j}^2}{r}$$

$$SQR_c = \sum_{h=1}^r \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W_{hij}^2 + (\sum_{h=1}^r \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n W_{hij})^2 / rmn - \sum_{h=1}^r \frac{W_{h..}^2}{mn} - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \frac{W_{.ij}^2}{r}$$

Os testes de hipótese relativos à análise de variância são realizados da maneira usual.

Vale ressaltar que no modelo proposto por Geraldi (1983) entram tanto os tratamentos de consórcio como os tratamentos de monocultivo.

2.5. Análise através de Índices

Neste item apresentaremos alguns dos Índices existentes no estudo de culturas consorciadas.

Muitos Índices que combinam os resultados das duas variáveis foram sugeridos. A maioria deles foi inicialmente usada para investigações em experimentos de competição entre genótipos de uma única espécie e não entre espécies distintas consorciadas. Além disto, alguns dos Índices são restritos a experimentos de série de reposição, os quais dominaram a maioria das pesquisas relativas a competição.

O Índice mais comumente usado na análise de experimentos consorciados é o LER ("Land Equivalent Ratio").

Willey e Osiru (citados por Mead e Willey, 1979) chamaram a atenção para o perigo de se comparar um rendimento combinado de consórcio com o rendimento combinado de monoculturas na base de mesma proporção semeada, pois a competição existente no consórcio geralmente leva a diferentes proporções finais das culturas componentes.

Willey (1979) afirmou que um Índice que evita o problema mencionado acima e largamente utilizado é o Índice LER. Este expressa a área relativa das monoculturas necessária para produzir o rendimento atingido pelo consórcio. O Índice LER é exatamente análogo ao Índice RYT ("Relative Yield Total") utilizado em estudos de competição (de Wit e Van der Bergh, citados por Mead e Willey, 1979).

O Índice LER_{ij} é definido por:

$$LER_{ij} = L_{a_{ij}} + L_{b_{ij}} = \frac{\overline{Y_{a.ij}}}{S_a} + \frac{\overline{Y_{b.ij}}}{S_b}$$

onde:

$\overline{Y_{a.ij}}$ e $\overline{Y_{b.ij}}$ são respectivamente as médias das respostas da cultura A e B quando cultivadas, em sistema de consórcio, a i -ésima linhagem da cultura A e a j -ésima linhagem da cultura B, com $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq j \leq n$.

S_a e S_b são respectivamente os rendimentos em monocultivo das culturas A e B.

A escolha do rendimento da monocultura empregada no cálculo do LER_{ij} dependerá da padronização a ser utilizada, a qual será objetivo de estudo no próximo capítulo.

O índice LER tem como vantagem que o nível de rendimento de diferentes culturas são colocados em níveis diretamente comparáveis. Outra vantagem é que ele pode ser estendido para três ou mais culturas.

Através da definição do índice LER, concluímos que quando $LER > 1$ há vantagens de rendimento para o cultivo consorciado.

Vários problemas envolvem a definição do LER.

Temos que os LER_{ij} que possuírem um denominador comum (dependendo da padronização utilizada) serão correlacionados. Além disto o LER_{ij} é definido como uma razão de duas variáveis aleatórias e sua distribuição é desconhecida.

Por ser o LER definido como uma razão, grandes valores podem ocorrer por causa de altos rendimentos no cultivo consorciado bem como devido a baixos rendimentos na monocultura de uma das cultu

ras componentes, não sendo portanto aconselhável seu uso para comparações de diferentes consórcios.

O LER descreve o uso da terra fornecendo pesos iguais para ambas as culturas componentes. Na prática esta situação pode ser inadequada pois um valor alto para LER_{ij} pode ser devido a apenas uma das culturas componentes.

O índice LER também não leva em conta os fatores econômicos relativos às culturas componentes e nem o tipo de arranjo espacial utilizado.

Devido à importância do índice LER, dedicaremos o 3º capítulo a seu estudo e nele discutiremos os problemas acima apresentados.

Um outro índice foi apresentado por Geraldi (1983) denominado efeito geral de consórcio, C_{ij} , é definido por:

$$C_{ij} = Z_{ij} - \frac{1}{2}(Z_{ii} + Z_{jj})$$

onde

$$Z_{ij} = \overline{Y_{a.ij}} + p\overline{Y_{b.ij}}$$

$$Z_{ii} = \overline{Y_{a.i0}}$$

$$Z_{jj} = p\overline{Y_{b.0j}}$$

e p é a relação (por exemplo, de preços) estabelecida entre as duas culturas.

O efeito geral de consórcio (C_{ij}) mede a vantagem do consórcio em relação à média em monocultivo, supondo portanto que em

monocultivo a área é dividida igualmente entre as duas culturas componentes.

Comparando o índice C_{ij} com o índice LER_{ij} , vale ressaltar que ambos os índices medem coisas diferentes.

O LER_{ij} admite uma proporção fixa de produção das duas culturas componentes, em consórcio e em monocultivo. Já o índice C_{ij} supõe uma divisão equitativa da área entre as duas culturas componentes, mostrando a vantagem relativa do consórcio sobre o monocultivo, em relação à média das duas culturas componentes.

A fim de que o índice C_{ij} possa ser utilizado na comparação de diferentes combinações é conveniente que se faça uma modificação em sua expressão. Definimos

$$C_{ij}^* = \frac{C_{ij}}{\frac{1}{2}(Z_{ii} + Z_{jj})} .$$

Deste modo o índice leva em conta o valor relativo de ambas as espécies.

Como visto no item 2.4 o índice C_{ij} pode ser decomposto em $C_{ij} = \bar{c} + c_i + c_j + d_{ij}$, os quais podem ter seus efeitos testados através de uma análise de variância.

O índice de efeito geral de consórcio, C_{ij} , embora calculado em relação à média das duas culturas componentes, pode ser interpretado como uma média da vantagem do consórcio sobre o monocultivo, em relação à todas as combinações de proporções de áreas possíveis para cada cultura, inclusive as monoculturas.

É importante, portanto, calcular-se não só o índice C_{ij} mas também a amplitude de sua variação quando se utilizam as diferentes proporções de cada espécie.

Outros índices foram citados por Chetty e Rao (1979), a saber:

$$I_1 = \frac{\overline{Y_{a.ij}} + \overline{Y_{b.ij}}}{p_1 \overline{Y_{a.i0}} + p_2 \overline{Y_{b.0j}}}$$

onde p_1 e p_2 são pesos atribuídos.

$$I_2 = \frac{\text{Receita líquida do consórcio}}{\text{maior receita líquida de monocultura}}$$

Note que o índice I_2 leva em conta os aspectos relativos aos preços das duas culturas componentes, porém em seu denominador considera somente uma das culturas. Tal índice também não leva em conta o arranjo espacial empregado.

$$I_3 = \frac{R \overline{Y_{a.ij}} + \overline{Y_{b.ij}}}{R p_1 \overline{Y_{a.i0}} + p_2 \overline{Y_{b.0j}}}$$

onde p_1 e p_2 são pesos e R é a razão entre os preços das duas culturas componentes.

Outros índices existem, porém eles foram desenvolvidos a fim de se estudar as relações de competição entre as culturas componentes e não com o objetivo de se escolher a melhor combinação para consórcio entre elas.

O Índice de Coeficiente de Aglomeração Relativa, K_i foi proposto por de Wit e examinado em detalhes por Hall (citados por Willey, 1979a).

O coeficiente K_i é definido para cada espécie em uma série de reposição e fornece uma medida que indica se a espécie produziu mais ou menos que o rendimento esperado. Se p_a é a proporção da cultura A semeada então:

$$K_{ai} = \frac{\overline{Y_{a.ij}}(1-p_a)}{(S_a - \overline{Y_{a.ij}})p_a} \quad \text{e} \quad K_{bi} = \frac{\overline{Y_{b.ij}} p_a}{(S_b - \overline{Y_{b.ij}})(1-p_a)}$$

O valor $K_{\ell j} > 1$ indica que a cultura ℓ ($\ell = a$ ou b) produziu mais que o esperado, em termos de proporção semeada das duas culturas.

Para $p_a = \frac{1}{2}$ tem-se:

$$K_{ij} = K_{ai}K_{bj} = \frac{L_{aij}L_{bij}}{(1-L_{aij})(1-L_{bij})},$$

onde L_{aij} e L_{bij} são os LER's parciais das culturas A e B.

A fim de se determinar se há vantagem em se realizar o consórcio examina-se o índice K_{ij} . Se $K_{ij} > 1$ conclui-se que houve um rendimento vantajoso, se $K_{ij} = 1$ conclui-se que não houve diferença entre a utilização de consórcio e monoculturas e se $K_{ij} < 1$ conclui-se que houve desvantagem no rendimento obtido através do cultivo consorciado.

Donald (citado por Mead e Riley, 1981), introduziu em 1963 um fator de equivalência para cada cultura em termos do número de plantas necessárias para produzir um dado rendimento por unidade

de área, utilizando-se monocultura (N'_a e N'_b) ou consórcio (N_a e N_b). O Índice de Competição, I.C., é definido a seguir:

$$I.C. = \left(\frac{N'_a - N_a}{N_a} \right) \left(\frac{N'_b - N_b}{N_b} \right)$$

Pela definição acima, o LER para a situação de rendimentos iguais criada por Donald resulta sempre igual a 2.

Na prática, o Índice de Competição é de difícil utilização, pois requer que as monoculturas sejam plantadas com diversas densidades a fim de se estimar N'_a e N'_b .

Outro aspecto da competição entre as culturas é a dominância de uma espécie sobre a outra.

O Coeficiente de Agressividade, A_{ij} , foi proposto por McGilchrist e Trenbath (1971) e supõe, também, planejamento em série de reposição. O Coeficiente de Agressividade é definido por:

$$A_{ij} = \frac{\overline{Y_{a.ij}}}{S_a p_a} - \frac{\overline{Y_{b.ij}}}{S_b (1-p_a)} = \frac{L_{a ij}}{p_a} - \frac{L_{b ij}}{(1-p_a)}$$

$A_{ij} = 0$ indica que as duas culturas componentes são igualmente competitivas.

Em decorrência do Índice anterior Willey e Rao (1980) sugeriram o Índice de Competição Relativa, CR_{ij} , definido por:

$$CR_{ij} = \frac{\overline{Y_{a.ij}}}{S_a p_a} / \frac{\overline{Y_{b.ij}}}{S_b (1-p_a)} = \frac{L_{a ij}}{L_{b ij}} \frac{(1-p_a)}{p_a}$$

Uma dificuldade em se interpretar qualquer coeficiente de dominância é que a aparente dominância é relativa às densidades utilizadas nas monoculturas. J. Connolly (segundo Mead e Riley, 1981) afirmou que a dominância pode ser revertida com a mudança de densidade nas monoculturas das culturas componentes.

Willey (1979a), comparando os índices A_{ij} , K_{ij} e LER_{ij} concluiu que o índice LER_{ij} é o de maior utilidade, uma vez que pode ser utilizado sob qualquer planejamento, não só sob planejamento de série de reposição.

O índice LER_{ij} é um índice intrinsecamente relativo à consórcios e é, como já salientamos, o índice mais utilizado. No próximo capítulo nos dedicaremos ao seu estudo.

CAPÍTULO 3

O ÍNDICE LER

3.1 Introdução

Como já salientamos no capítulo anterior, o índice LER é o índice mais utilizado na análise de experimentos de culturas consorciadas, sendo também, segundo Mead e Riley (1981), o mais apreciado pela maioria dos pesquisadores da área.

Vários problemas advêm de sua definição, problemas estes que já foram mencionados no capítulo anterior.

O objetivo deste capítulo é então propor soluções e analisar as situações referentes a estes problemas.

Neste capítulo também desenvolveremos um novo índice, por nós denominado LER efetivo composto.

3.2 A padronização do LER e sua distribuição

Na definição do índice LER, divide-se o rendimento de cada cultura no consórcio, pelo rendimento da monocultura correspondente. Temos $LER_{ij} = \frac{Y_{a.ij}}{s_a} + \frac{Y_{b.ij}}{s_b}$ conforme definido no item 2.5. O índice LER, portanto, depende de como é considerado o rendimento do monocultivo. As diferentes escolhas de tal rendimento constituem as diferentes padronizações.

Seis métodos de padronização são usualmente cogitados, usando-se como rendimento da monocultura para cada cultura:

- 1) A média de todas as linhagens de monocultivo de todos os blocos.
- 2) A média de cada linhagem de monocultivo de todos os blocos.
- 3) A média da melhor linhagem de monocultivo de todos os blocos.
- 4) A média de todas as linhagens de monocultivo de cada bloco.
- 5) A média de cada linhagem de monocultivo de cada bloco.
- 6) A média da melhor linhagem de monocultivo de cada bloco.

A escolha do método de padronização dependerá dos objetivos do experimento. Se o objetivo for a comparação do sistema de cultivo consorciado com o monocultivo, deve-se comparar o resultado do cultivo consorciado com a melhor monocultura. Se entretanto, todas as linhagens de monocultivo forem importantes, pode-se utilizar como padronização a média geral destas. A padronização pela média de cada linhagem de monocultivo é útil quando se deseja comparar os rendimentos do consórcio com os de monocultivo em cada nível.

O fato da padronização ser baseada no experimento como um todo ou em cada bloco depende da existência ou não de grandes diferenças entre os blocos, isto é, quando houver grandes diferenças entre os blocos, a padronização deve ser feita dentro de cada bloco.

Segundo Pantelides (1979), as diversas padronizações servem para fins distintos, não devendo portanto ser comparadas.

Embora a decisão sobre o método de padronização a ser utilizado dependa de situações agronômicas, considerações estatísticas também devem ser analisadas.

Algumas dúvidas merecem ser esclarecidas:

A distribuição do LER calculado segundo os diferentes métodos de padronização difere sensivelmente da distribuição normal a ponto de invalidar a análise de variâncias?

Há diferenças consistentes na precisão do LER obtido das diversas maneiras?

Vamos inicialmente responder a primeira questão:

Do ponto de vista teórico há bons motivos para que a soma de duas razões de variáveis aleatórias normais não tenha distribuição normal. Marsaglia (1965) mostrou que a distribuição da razão de duas variáveis normais não negativas pode tomar formas distintas, desde curvas simétricas unimodais até curvas assimétricas positivas bimodais com curtose extrema. Entretanto, a forma mais comum de distribuição para a razão é unimodal e assimétrica positiva, devido à possibilidade de pequenos valores no divisor.

Deve-se esperar que os valores do LER, por serem soma de duas razões, apresentem assimetria positiva. Além disto o uso de vários divisores distintos deve produzir maior variabilidade nos resultados. Tais efeitos podem ser suficientemente grandes a ponto de comprometer seriamente a análise de variância ou apenas modificar levemente os níveis de significância dos testes realizados.

Segundo Pantelides (1979), por ser o LER uma soma de razões de variáveis aleatórias normais, a sua estrutura de erros não obedece a distribuição normal. Deve-se, portanto, estudar o afastamento da distribuição do LER com relação à distribuição normal.

Para tanto, Oyejola e Mead (1982) propõem que sejam calculados os coeficientes de assimetria e curtose dos resíduos das observações (LER_{ij} 's) para cada uma das padronizações utilizadas.

A informação obtida através destes resíduos é limitada, uma vez que eles são inter-relacionados, mas os coeficientes de assimetria e curtose devem fornecer uma evidência de que a distribuição das observações difira ou não, sensivelmente, da distribuição normal.

Sejam e_k os resíduos das observações LER_{ij} com $1 \leq k \leq mn$. Então as estimativas b_1 do coeficiente de assimetria e b_2 do coeficiente de curtose são dados por

$$b_1 = \frac{m_3}{s^3} \quad \text{e} \quad b_2 = \frac{m_4}{s^4} \quad \text{onde:}$$

$$s = \sqrt{\sum_{k=1}^{mn} \frac{e_k^2}{mn} - \left(\sum_{k=1}^{mn} \frac{e_k}{mn} \right)^2}, \quad m_3 = \sum_{k=1}^{mn} \frac{e_k^3}{mn} - 3 \left(\sum_{k=1}^{mn} \frac{e_k}{mn} \right) \left(\sum_{k=1}^{mn} \frac{e_k^2}{mn} \right) + 2 \left(\sum_{k=1}^{mn} \frac{e_k}{mn} \right)^3$$

$$\text{e} \quad m_4 = \sum_{k=1}^{mn} \frac{e_k^4}{mn} - 4 \left(\sum_{k=1}^{mn} \frac{e_k}{mn} \right) \left(\sum_{k=1}^{mn} \frac{e_k^3}{mn} \right) + 6 \left(\sum_{k=1}^{mn} \frac{e_k}{mn} \right)^2 \left(\sum_{k=1}^{mn} \frac{e_k^2}{mn} \right) - 3 \left(\sum_{k=1}^{mn} \frac{e_k}{mn} \right)^4$$

Para a distribuição normal temos que o coeficiente de assimetria é igual a zero e o de curtose é igual a três.

Oyejola e Mead (1982) encontraram para 8 conjuntos de dados estudados, resultados, em geral, muito semelhantes. As padro

dronizações pelos métodos 1), 3), 4) e 6) levaram a resíduos do LER que, segundo Srivastava (1959), não indicam falta de normalidade a ponto de afetar o poder dos testes de análise de variância. Destas, as padronizações únicas para todos os blocos (1) e 3)) apresentaram resultados ligeiramente superiores. As padronizações realizadas através da média de cada linhagem (2) e 5)) foram as que indicaram maiores evidências de falta de normalidade. Como esperado, as distribuições do LER, segundo as diversas padronizações, apresentaram em geral tendência à assimetria positiva.

Gonsalves (1982) simulou experimentos com culturas consorciadas, como os por nós estudados, nos quais os rendimentos possuíam distribuição normal bivariada. Para cada consórcio k ($1 \leq k \leq mn$) foram geradas 1000 observações, supondo fixadas as médias de todos os tratamentos, tomadas como médias populacionais e fixados os efeitos de cada um dos oito blocos existentes. A matriz de covariância entre os rendimentos de cada cultura do consórcio que determina as correlações na geração dos pares de normais foi variada para cada bloco, assumindo, portanto, oito configurações bem distintas. Foi então avaliado o comportamento da estatística

$$t_{\tilde{k}} = \frac{\overline{LER}_k - \overline{LER}_{pk}}{\sqrt{\frac{QME}{r}}}, \text{ onde :}$$

r é o número de blocos

$$\overline{LER}_k = \sum_{h=1}^r \frac{LER_{hk}}{r}$$

\overline{LER}_{pk} é o valor populacional para as médias do LER_k correspondente ao critério de padronização utilizado.

QME é a estimativa do erro experimental.

Para as 1000 repetições, contou-se quantas estatísticas t_k caíram abaixo dos valores tabelados para a distribuição t. Foram então calculadas as frequências relativas a seus valores comparados com os da distribuição t-de-Student.

Para todas as padronizações dos LER's (os seis métodos previamente descritos) concluiu-se que as distribuições empíricas diferiram substancialmente das teóricas, verificando, segundo a autora, uma perda na representatividade das análises de variância. Foi proposto então, que se procedam a estudos de transformações apropriadas e de métodos gráficos com o objetivo de se eliminar possíveis erros relacionados à validade das pressuposições básicas de normalidade e homocedasticidade dos procedimentos de inferência que as utilizam.

Oyejola e Mead (1982) e Gonsalves (1982) se utilizam portanto de metodologias diferentes, a fim de estudar as consequências do desvio da normalidade da distribuição do LER na análise de variância.

Em nosso ponto de vista, porém, a metodologia utilizada por Oyejola e Mead (1982) é a mais conveniente, pois apesar da distribuição empírica encontrada por Gonsalves (1982) diferir da distribuição teórica t-de-Student, o teste F da análise de variância é, segundo Srivastava (1959), robusto para as distribuições com características de assimetria e curtoso semelhantes às da distribuição normal.

Mesmo nas situações em que os coeficientes de assimetria e curtose amostrais se afastam muito dos da distribuição normal, podemos utilizar a análise de variância para a variável aleatória LER_{hij} , lembrando entretanto que o LER é uma medida essencialmente descritiva, devendo a análise de variância ser encarada, conforme Federer (1982), como um procedimento aproximado para a primeira avaliação dos LER's.

Convém ainda mencionar que no caso de existir um padrão para os rendimentos das monoculturas, o LER passa a ser uma soma de variáveis aleatórias normais, portanto tem distribuição normal.

Uma vez esclarecida a primeira pergunta, vamos responder a segunda questão colocada anteriormente, isto é, se há diferenças consistentes na precisão do LER obtido através das diversas padronizações.

A precisão das comparações oriundas da análise de variância é examinada considerando-se a soma de quadrados dos resíduos e os erros padrões das diferenças dos tratamentos. Não são porém válidas comparações diretas dos seis métodos de padronizações por estas medidas, uma vez que para as diversas padronizações há diferenças significantes nas magnitudes dos LER's. É portanto apropriado considerar-se o erro padrão como porcentagem da média geral (coeficiente de variação) e a soma de quadrados residual como proporção da soma de quadrados total.

Entretanto, as padronizações pelos métodos 4), 5) e 6) tentam eliminar as diferenças de blocos, e a soma de quadrados to -

tal com a qual deve-se comparar a soma de quadrados do resíduo é a soma de quadrados total após a eliminação da variação de blocos.

Oyejola e Mead (1982) calcularam para 8 conjuntos de dados estudados os coeficientes de variação, isto é, o erro padrão residual dividido pela média geral e a soma de quadrados residual dividida pela diferença entre a soma de quadrados total e a soma de quadrados devido aos blocos.

O primeiro critério de comparação é uma medida de precisão das médias individuais dos tratamentos com uma correção para permitir diferenças absolutas na escala para diferentes padronizações.

O segundo critério de comparação mede a variação aleatória relativa à variação de todos os tratamentos.

Os resultados dos coeficientes de variação encontrados para os 6 métodos de padronização nos 8 conjuntos de dados foram bastante similares, apenas o 5º método apresentando em geral maiores valores. As padronizações únicas para todos os blocos (1) e 3)) novamente apresentaram resultados ligeiramente superiores aos que foram apresentados pelas padronizações que utilizam diferentes divisores para cada bloco (4) e 6)).

Os resultados das variações não explicadas apresentaram valores menores quando da utilização dos métodos 1), 3), 4) e 6). Já era de se esperar que a soma de quadrados dos resíduos fossem maiores para os métodos 2) e 5) pois estes se utilizam de diferentes divisores para cada tratamento resultando em maior variabilidade nos

resultados.

Pantelides (1979) propôs a utilização de outras padronizações, como o uso da média das duas melhores linhagens em monocultivo para cada cultura ou a divisão dos rendimentos das duas culturas em consórcio respectivamente pela média geral das linhagens em monocultivo e pela melhor linhagem em monocultivo, sendo que a cultura que apresentar maior razão entre a média geral e a melhor linhagem é a que deve ser dividida pela média geral. Para os dados por ele analisados o segundo método proposto apresentou menor variação não explicada quando comparado com o método 3) previamente descrito.

Como conclusão geral temos que quanto maior o número de divisores utilizados por um método de padronização maiores as dúvidas quanto a validade da suposição de normalidade e pior a precisão das comparações entre os tratamentos.

3.3 Testes para o índice LER

Sendo o índice LER_{ij} de fácil interpretação em termos de experimentos com culturas consorciadas, são de interesse testes que estudem seu comportamento.

Pearce e Edmondson (1984) afirmaram que embora ainda não tenham sido encontrados testes de significância exatos para o LER, um procedimento conservativo pode ser sugerido.

Seja a_i o rendimento em monocultivo por unidade de área da linhagem i da cultura A e p_i seu rendimento, por unidade de área, em consórcio. Analogamente para a cultura B define-se b_j e q_j . Então tem-se

$$LER_{ij} = \frac{p_i}{a_i} + \frac{q_j}{b_j}.$$

Sejam V_{aa} , V_{bb} , V_{qq} , V_{pp} , V_{ab} , V_{ap} , V_{aq} , V_{bp} , V_{bq} e V_{pq} as variâncias e covariâncias dos rendimentos obtidos nos r blocos (localidades).

Se para os r blocos, as duas componentes do índice LER_{ij} aparecerem na razão θ e $(1-\theta)$ então sob a hipótese de que $LER_{ij} = 1$ as variáveis aleatórias $w_1 = p_i - \theta a_i$ e $w_2 = q_j - (1-\theta)b_j$ têm aproximadamente distribuição normal bivariada com esperança zero e variância dada por:

$$Var(w_1) = V_{11} = V_{pp} - 2\theta V_{ap} + \theta^2 V_{aa},$$

$$Cov(w_1, w_2) = V_{12} = V_{pq} - \theta V_{aq} - (1-\theta)V_{pb} + \theta(1-\theta)V_{ab}$$

e

$$Var(w_2) = V_{22} = V_{qq} - 2(1-\theta)V_{bq} + (1-\theta)^2 V_{bb}.$$

Nestas condições

$$R = \frac{w_1^2 V_{22} - 2w_1 w_2 V_{12} + w_2^2 V_{11}}{V_{11} V_{22} - V_{12}^2}$$

tem distribuição T^2 de Hotelling com $(r-1)$ graus de liberdade.

Seja θ_m o valor de θ que minimiza R sujeito à restrição $0 \leq \theta_m \leq 1$. Então, fixado o nível de significância α do teste, temos que:

$$P\left(R > \frac{2(r-1)}{(r-2)} F_{\alpha, 2, r-2}\right) = \alpha$$

Se $\theta \neq \theta_m$, temos que:

$$P\left(R > \frac{2(r-1)}{(r-2)} F_{\alpha, 2, r-2}\right) < \alpha$$

O teste, portanto, é conservativo e quanto mais perto θ_m estiver de θ , o nível de significância real é mais próximo de α .

Para se testar então $H_0: LER_{ij} = 1$ deve-se calcular o valor de R e rejeitar H_0 ao nível α de significância se R for maior que $\frac{2(r-1)}{(r-2)} F_{\alpha, 2, r-2}$.

Geraldi (1983), conforme vimos no item 2.5 desenvolveu o índice de efeito geral de consórcio C_{ij} tal que

$$C_{ij} = Z_{ij} - \frac{1}{2}(Z_{ii} + Z_{jj})$$

e o modificou tal que

$$C_{ij}^* = \frac{C_{ij}}{\frac{1}{2}(Z_{ii} + Z_{jj})}$$

Temos que C_{ij} pode ser desdobrado em $C_{ij} = C_{ij}^a + pC_{ij}^b$ onde $C_{ij}^a = \overline{Y_{a.ij}} - \frac{1}{2} \overline{Y_{a.i0}}$ e $C_{ij}^b = \overline{Y_{b.ij}} - \frac{1}{2} \overline{Y_{b.0j}}$. Segue que

$$C_{ij}^* = \frac{C_{ij}^a + pC_{ij}^b}{\frac{1}{2}(Y_{a.i0} + pY_{b.0j})}$$

Por outro lado temos que

$$LER_{ij} = 1 + \frac{C_{ij}^a}{Y_{a.i0}} + \frac{C_{ij}^b}{Y_{b.0j}},$$

dado que a padronização utilizada para o índice LER_{ij} foi a divisão de cada rendimento consorciado pela média de cada linhagem de monocultivo de todos os blocos.

Quando Z_{ij} for igual a Z_{jj} , isto é, quando a média da monocultura da cultura A equivaler à média da monocultura da cultura B em termos da relação estabelecida, ou quando $\frac{C_{ij}^a}{Y_{a.i0}} = \frac{C_{ij}^b}{Y_{b.0j}}$, isto é, a proporção das duas culturas componentes nos dois sistemas (monocultivo e consórcio) forem iguais, teremos $C_{ij}^* = LER_{ij} - 1$.

Conclui-se então que quando o coeficiente de correlação simples (r) e de Spearman (r_s) entre C_{ij}^* e LER_{ij} forem grandes, o teste F para o efeito geral de consórcio exposto no item 2.4.2 é in diretamente um teste para o índice LER, isto é, a significância do teste F para o efeito geral de consórcio indica também que deve haver pelo menos um LER_{ij} que é estatisticamente diferente de um.

Vale ressaltar, porém, que a relação que pode existir é entre o índice C_{ij} e o índice LER_{ij} calculado segundo a padronização que divide cada rendimento do consórcio pela média de cada rendimento de monocultivo de todos os blocos (método 2) de padronização).

Tal método de padronização, porém, segundo estudos de Oyejola e Mead (1982) mostrou-se pouco conveniente.

Uma vez aceita a validade da suposição de normalidade para o índice LER_{ij} , segundo critério de Oyejola e Mead (1982), uma análise de variância pode ser realizada a fim de se detectar a existência ou não de efeito das linhagens da cultura A, efeito das linhagens da cultura B e de efeito da interação entre as linhagens das culturas A e B.

O modelo para a análise é definido da seguinte forma:

$$LER_{hij} = \mu + \beta_h + \tau_i + \gamma_j + \tau\gamma_{ij} + \epsilon_{hij}, \quad \text{onde:}$$

LER_{hij} é o índice LER calculado para o consórcio formado pela i -ésima linhagem da cultura A e pela j -ésima linhagem da cultura B no h -ésimo bloco, com $1 \leq i \leq m$, $1 \leq j \leq n$, $1 \leq h \leq r$.

μ é a média geral.

β_h é o efeito do h -ésimo bloco.

τ_i é o efeito da i -ésima linhagem da cultura A.

γ_j é o efeito da j -ésima linhagem da cultura B.

$\tau\gamma_{ij}$ é o efeito da interação entre a i -ésima linhagem da cultura A e a j -ésima linhagem da cultura B.

ϵ_{hij} é o erro experimental relativo à variável LER_{hij} . Supõe-se que $\epsilon_{hij} \sim N(0, \sigma^2)$ onde σ^2 é constante.

Analogamente ao item 2.2.3, utilizando-se o método dos mínimos quadrados obtêm-se as estimativas dos parâmetros do modelo. A análise de variância, os testes relativos a esta e as comparações múltiplas decorrentes destes são realizados da maneira usual, de forma análoga ao item 2.2.4.

Vale lembrar que, segundo Federer (1982), mesmo que não se aceite a existência de normalidade para a variável aleatória LER_{hij} , a análise de variância deve ser realizada e encarada como uma análise descritiva do índice LER_{hij} .

3.4 O LER efetivo

Como vimos anteriormente, no item 2.5, o índice LER é formado pela soma de duas parcelas, cada uma delas referente a uma das culturas. Isto é,

$$LER_{ij} = L_{a ij} + L_{b ij} = \frac{\overline{Y_{a.ij}}}{s_a} + \frac{\overline{Y_{b.ij}}}{s_b}$$

onde $\lambda_{ij} = \frac{L_{a ij}}{LER_{ij}}$ e $(1-\lambda_{ij}) = \frac{L_{b ij}}{LER_{ij}}$ representam as proporções dos rendimentos de cada cultura no consórcio.

Em geral, quando comparamos consórcios distintos, escolhemos aquele que apresenta maior índice LER. O que pode ocorrer, entretanto, é que neste consórcio a proporção de rendimentos da cultura A seja muito pequena ou muito grande, isto é, apenas uma das culturas contribuiu para o valor alto do índice LER. Pode aconte-

cer também, que embora não extremo, o valor da proporção de rendimentos da cultura A esteja longe de um valor λ previsto.

Vários fatores podem levar um produtor a prever "a priori", uma proporção λ de rendimentos da cultura A, tais como a necessidade de uma dieta equilibrada no caso de se visar a subsistência, o comportamento do mercado de consumo, etc..

Admitindo-se ser λ a proporção de rendimentos da cultura A no consórcio, formulada "a priori", é necessário que se façam modificações nos diversos consórcios de modo que os rendimentos obtidos estejam de acordo com o desejado e sejam então calculados os novos índices LER's, a fim de que sejam comparados.

O método geral de obtenção deste novo índice, denominado LER efetivo, para uma proporção de culturas pré-determinada foi desenvolvido por Mead e Stern (1979) e estudado em detalhes por Mead e Willey (1980).

Mead e Stern (1979) desenvolveram o índice utilizando para tanto os rendimentos de um consórcio e de uma monocultura de uma das linhagens do consórcio. O índice será definido a seguir:

Seja o consórcio formado pela i -ésima linhagem da cultura A e pela j -ésima linhagem da cultura B, tal que a proporção da cultura A no consórcio, λ_{ij} , seja menor que o valor previsto. Seja

$C_{ai} = \frac{Y_{a.i0}}{s_a}$, o rendimento padronizado do monocultivo da i -ésima linhagem da cultura A.

A fim de obtermos uma proporção final da cultura A igual a λ , faz-se necessário que apenas uma proporção k da área de

plântio seja cultivada pelo consórcio, sendo a área restante cultivada com a monocultura da i -ésima linhagem da cultura A.

Temos, então, que o rendimento total padronizado obtido é igual a $k \text{ LER}_{ij} + (1-k)C_{ai} = k(L_{aij} + L_{bij}) + (1-k)C_{ai}$

A proporção da cultura A do total cultivado é agora

$$\lambda = \frac{k L_{aij} + (1-k)C_{ai}}{k \text{ LER}_{ij} + (1-k)C_{ai}} .$$

Para se obter a proporção λ prevista é necessário

$$k = \frac{C_{ai}(1-\lambda)}{\lambda(\text{LER}_{ij} - C_{ai}) + (C_{ai} - L_{aij})}$$

Nestas condições, o rendimento total padronizado, denominado LER efetivo é igual a:

$$\text{LER}_{\lambda, ij} = \frac{L_{bij}C_{ai}}{\lambda(\text{LER}_{ij} - C_{ai}) + (C_{ai} - L_{aij})}$$

No caso do consórcio possuir $\lambda_{ij} > \lambda$ teremos que cultivar junto com o consórcio o monocultivo da j -ésima linhagem da cultura B.

De maneira análoga a C_{ai} podemos definir o rendimento padronizado do monocultivo da j -ésima linhagem da cultura B por

$$C_{bj} = \frac{Y_{b.0j}}{s_b} . \text{ Temos neste caso:}$$

$$K = \frac{\lambda C_{bj}}{\lambda(C_{bj} - LER_{ij}) + L_{aij}} \quad \text{e} \quad LER_{\lambda,ij} = \frac{L_{aij}C_{bj}}{\lambda(C_{bj} - LER_{ij}) + L_{aij}}$$

Mead e Willey (1980) definiram o LER efetivo de outra forma, resultante da combinação do monocultivo da linhagem da cultura necessária que forneça rendimento máximo com o consórcio formado pela i -ésima linhagem da cultura A e pela j -ésima linhagem da cultura B.

Seja C_a^* e C_b^* , respectivamente, os rendimentos padronizados das melhores linhagens das monoculturas das cultura A e B.

Temos agora:

$$\text{Se } \lambda_{ij} < \lambda, \quad K = \frac{C_a^*(1-\lambda)}{\lambda(LER_{ij}-C_a^*)-(L_{aij}-C_a^*)} \quad \text{e}$$

$$LER_{\lambda,ij}^* = \frac{L_{bij}C_a^*}{\lambda(LER_{ij}-C_a^*)-(L_{aij}-C_a^*)}$$

$$\text{Se } \lambda_{ij} > \lambda, \quad K = \frac{\lambda C_b^*}{\lambda(C_b^*-LER_{ij}) + L_{aij}} \quad \text{e}$$

$$LER_{\lambda,ij}^* = \frac{L_{aij}C_b^*}{\lambda(C_b^*-LER_{ij}) + L_{aij}}$$

Provaremos a seguir que $LER_{\lambda,ij}^* \geq LER_{\lambda,ij}$ para qualquer $0 < \lambda < 1$. Vamos considerar duas situações: $\lambda_{ij} > \lambda$ e $\lambda_{ij} < \lambda$.

Se $\lambda_{ij} < \lambda < 1$ Temos
$$\text{LER}_{\lambda, ij} = \frac{L_{bij} C_{ai}}{\lambda(\text{LER}_{ij} - L_{aij}) + (1-\lambda)C_{ai}}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\text{LER}_{\lambda, ij}}{dC_{ai}} &= \frac{L_{bij}[(\lambda\text{LER}_{ij} - L_{aij}) + (1-\lambda)C_{ai}] - L_{bij}C_{ai}(1-\lambda)}{[\lambda(\text{LER}_{ij} - L_{aij}) + (1-\lambda)C_{ai}]^2} = \\ &= \frac{L_{bij}(\lambda\text{LER}_{ij} - L_{aij})}{[\lambda(\text{LER}_{ij} - L_{aij}) + (1-\lambda)C_{ai}]^2} \end{aligned}$$

Como $\lambda_{ij} < \lambda$ temos $\lambda\text{LER}_{ij} - L_{aij} > 0$. Além disto temos $L_{bij} > 0$ e $[\lambda(\text{LER}_{ij} - L_{aij}) + (1-\lambda)C_{ai}]^2 > 0$, portanto,

$$\frac{d\text{LER}_{\lambda, ij}}{dC_{ai}} > 0.$$

Temos então que se $\lambda_{ij} < \lambda < 1$, $\text{LER}_{\lambda, ij}$, função de C_{ai} , é estritamente crescente. Como C_a^* é o valor máximo que C_{ai} pode assumir, então, se $\lambda_{ij} < \lambda < 1$, $\text{LER}_{\lambda, ij}^* \geq \text{LER}_{\lambda, ij}$.

Se $0 < \lambda < \lambda_{ij}$ temos
$$\text{LER}_{\lambda, ij} = \frac{L_{aij} C_{bj}}{\lambda(C_{bj} - \text{LER}_{ij}) + L_{aij}}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\text{LER}_{\lambda, ij}}{dC_{bj}} &= \frac{L_{aij}[\lambda(C_{bj} - \text{LER}_{ij}) + L_{aij}] - \lambda L_{aij} C_{bj}}{[\lambda(C_{bj} - \text{LER}_{ij}) + L_{aij}]^2} = \\ &= \frac{L_{aij}[L_{aij} - \lambda\text{LER}_{ij}]}{[\lambda(C_{bj} - \text{LER}_{ij}) + L_{aij}]^2} \end{aligned}$$

Como $\lambda_{ij} > \lambda$, temos $L_{aij} - \lambda\text{LER}_{ij} > 0$. Além disto temos $L_{aij} > 0$ e $[\lambda(C_{bj} - \text{LER}_{ij}) + L_{aij}]^2 > 0$, portanto,

$$\frac{d\text{LER}_{\lambda, ij}}{dC_{bj}} > 0.$$

Temos então, que se $0 < \lambda < \lambda_{ij}$, $LER_{\lambda,ij}$, função de C_{bj} , é estritamente crescente. Como C_b^* é o valor máximo que C_{bj} pode assumir, então, se $0 < \lambda < \lambda_{ij}$, $LER_{\lambda,ij}^* \geq LER_{\lambda,ij}$.

Como para qualquer valor de λ , $LER_{\lambda,ij}^* \geq LER_{\lambda,ij}$ e sendo o objetivo maximizar os rendimentos obtidos, deve-se utilizar como monocultura complementar a monocultura da linhagem que fornece maior rendimento.

A fim de se estudar o comportamento do índice LER efetivo para cada um dos consórcios em função da proporção requerida pode se construir um gráfico. Para tanto deve-se estudar as derivadas da função $LER_{\lambda,ij}^*$ em relação a λ .

$$\text{Se } \lambda_{ij} < \lambda < 1, \text{ temos } K = \frac{C_a^*(1-\lambda)}{\lambda(LER_{ij}-C_a^*)-(L_{aij}-C_a^*)} \quad e$$

$$LER_{\lambda,ij}^* = \frac{C_a^*L_{bij}}{\lambda(LER_{ij}-C_a^*)-(L_{aij}-C_a^*)}$$

$$\frac{dLER_{\lambda,ij}^*}{d\lambda} = -C_a^*L_{bij}[\lambda(LER_{ij}-C_a^*)-(L_{aij}-C_a^*)]^{-2}(LER_{ij}-C_a^*)$$

$$\text{Como } C_a^*L_{bij} > 0 \text{ e } [\lambda(LER_{ij}-C_a^*)-(L_{aij}-C_a^*)]^{-2} > 0,$$

$$\text{temos que se } LER_{ij} > C_a^*, \frac{dLER_{\lambda,ij}^*}{d\lambda} < 0$$

$$\frac{d^2LER_{\lambda,ij}^*}{d^2\lambda} = 2C_a^*L_{bij}[\lambda(LER_{ij}-C_a^*)-(L_{aij}-C_a^*)]^{-3}(LER_{ij}-C_a^*)^2$$

$$\text{Como } K > 0 \text{ e } C_a^*(1-\lambda) > 0 \text{ então } [\lambda(LER_{ij}-C_a^*)-(L_{aij}-C_a^*)]^{-3} > 0.$$

Temos ainda que $2C_a^*L_{bij} > 0$ e $(LER_{ij}-C_a^*)^2 > 0$. Portanto, para $\lambda_{ij} < \lambda < 1$ temos

$$\frac{dLER_{\lambda,ij}^*}{d^2\lambda} > 0$$

Se $0 < \lambda < \lambda_{ij}$ temos $K = \frac{\lambda C_b^*}{\lambda(C_b^*-LER_{ij})+L_{aij}}$ e

$$LER_{\lambda,ij}^* = \frac{L_{aij}C_b^*}{\lambda(C_b^*-LER_{ij})+L_{aij}}$$

$$\frac{dLER_{\lambda,ij}^*}{d\lambda} = -L_{aij}C_b^*[\lambda(C_b^*-LER_{ij})+L_{aij}]^{-2}(C_b^*-LER_{ij})$$

Como $L_{aij}C_b^* > 0$ e $[\lambda(C_b^*-LER_{ij})+L_{aij}]^{-2} > 0$, temos que se $LER_{ij} > C_b^*$,

$$\frac{dLER_{\lambda,ij}^*}{d\lambda} > 0$$

$$\frac{dLER_{\lambda,ij}^*}{d^2\lambda} = 2L_{aij}C_b^*[\lambda(C_b^*-LER_{ij})+L_{aij}]^{-3}(C_b^*-LER_{ij})^2$$

Como $k > 0$ e $\lambda C_b^* > 0$ então $[\lambda(C_b^*-LER_{ij})+L_{aij}]^{-3} > 0$. Temos ainda que $2L_{aij}C_b^* > 0$ e $(C_b^*-LER_{ij})^2 > 0$. Portanto, para $0 < \lambda < \lambda_{ij}$, temos

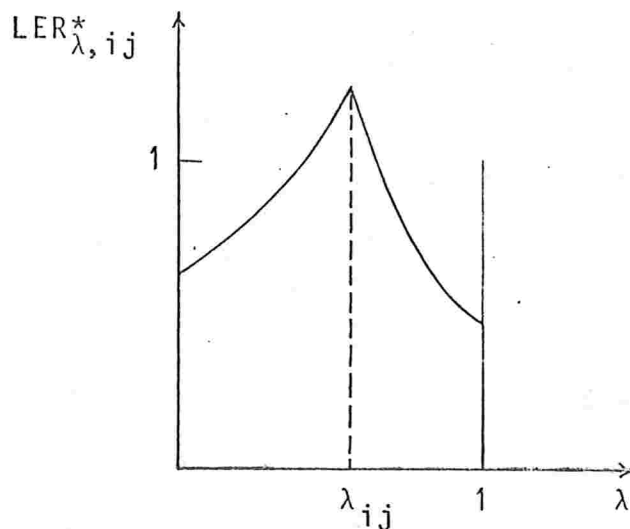
$$\frac{dLER_{\lambda,ij}^*}{d^2\lambda} > 0$$

Vamos supor que $LER_{ij} > C_a^*$ e $LER_{ij} > C_b^*$, ou não seria vantagem a utilização do consórcio formado pela i -ésima linhagem da cultura A e pela j -ésima linhagem da cultura B.

Nestas condições temos que se $0 < \lambda < \lambda_{ij}$, $\frac{dLER_{\lambda,ij}^*}{d\lambda} > 0$ e $\frac{d^2LER_{\lambda,ij}^*}{d^2\lambda} > 0$, logo a função $LER_{\lambda,ij}^*$ é estritamente crescente e convexa para cima. Analogamente, se $\lambda_{ij} < \lambda < 1$ temos $\frac{dLER_{\lambda,ij}^*}{d\lambda} < 0$ e $\frac{d^2LER_{\lambda,ij}^*}{d^2\lambda} > 0$, logo a função $LER_{\lambda,ij}^*$ é estritamente decrescente e convexa para cima. O ponto de máximo da função $LER_{\lambda,ij}^*$, para $0 < \lambda < 1$, é, portanto, o ponto $\lambda = \lambda_{ij}$.

Tais propriedades da função $LER_{\lambda,ij}^*$ levam seu gráfico a ter uma configuração de "envelope", (vide figura 1), o que segundo Mead e Willey (1980) pode fornecer uma importante indicação da proporção das culturas que leva a uma maior eficiência biológica.

Figura 1: Gráfico da função $LER_{\lambda,ij}^*$, onde λ é a proporção dos rendimentos da cultura A.



Nos experimentos estudados por Mead e Willey (1980), os picos das configurações de envelope para os diversos consórcios, estão, em geral, em torno de $\lambda = 0,5$, o que sugere que a maior eficiência

cia biológica ocorre onde há pesos iguais para as duas componentes do Índice LER.

Concluindo, quando a proporção dos rendimentos da cultura A não é a desejada, deve-se utilizar o índice $LER_{\lambda,ij}^*$. A partir de agora, sempre que nos referirmos ao Índice LER efetivo, estaremos nos referindo ao índice $LER_{\lambda,ij}^*$. A notação doravante utilizada será apenas $LER_{\lambda,ij}$.

A utilização do índice $LER_{\lambda,ij}$ faz com que se solucione o problema mencionado no item 2.5, de que o Índice LER descreve o uso da terra fornecendo pesos iguais para ambas as culturas componentes.

Para finalizar, uma observação deve ser feita. É importante ressaltar que variando-se a proporção requerida, variam os consórcios que fornecem os melhores resultados.

3.5 O LER efetivo composto

Mead e Willey (1980) sugerem que poderia ser criado um outro índice LER efetivo, resultante não da divisão da área de plantio entre um consórcio e uma monocultura, mas sim, da divisão da área de plantio entre dois consórcios. Eles porém não desenvolvem tal índice.

Nesta seção, procuramos desenvolver este novo índice, por nós denominado LER efetivo composto, bem como estudar suas limitações, suas propriedades e compará-lo com o Índice LER efetivo.

Como existem m linhagens distintas da cultura A e n linhagens distintas da cultura B, estas resultam em mn consórcios distintos.

Considere os consórcios formados respectivamente pelas linhagens i da cultura A e j da cultura B e i' da cultura A e j' da cultura B, tais que $\lambda_{ij} < \lambda_{i'j'}$.

Nosso objetivo é obter a proporção λ de rendimentos da cultura A, combinando-se estes dois consórcios. Para tanto, seja k a proporção da área de plantio que deve ser cultivada com o consórcio formado pela i -ésima linhagem da cultura A e pela j -ésima linhagem da cultura B e $(1-k)$ a proporção da área de plantio que deve ser cultivada com o consórcio formado pela i' -ésima linhagem da cultura A e pela j' -ésima linhagem da cultura B. Nestas condições, o rendimento total padronizado obtido é igual a:

$$LER_{\lambda, ij, i'j'} = kLER_{ij} + (1-k)LER_{i'j'} = k(L_{aij} + L_{bij}) + (1-k)(L_{ai'j'} + L_{bi'j'})$$

$$\text{Então } \lambda = \frac{kL_{aij} + (1-k)L_{ai'j'}}{kLER_{ij} + (1-k)LER_{i'j'}}. \text{ Temos portanto que:}$$

$$k = \frac{\lambda LER_{i'j'} - L_{ai'j'}}{\lambda(LER_{i'j'} - LER_{ij}) - (L_{ai'j'} - L_{aij})}$$

A fim de que k seja uma proporção é necessário $0 < k < 1$.

Vamos verificar a seguir para que valores de λ , k é proporção:

1ª possibilidade:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda(LE_{i'j'} - LE_{ij}) - (L_{ai'j'} - L_{aij}) > 0 \\ \lambda LE_{i'j'} - L_{ai'j'} > 0 \\ \lambda LE_{i'j'} - L_{ai'j'} < \lambda(LE_{i'j'} - LE_{ij}) - (L_{ai'j'} - L_{aij}) \end{array} \right.$$

A 2ª inequação implica que $\lambda > \lambda_{i'j'}$. A 3ª inequação implica que $\lambda < \lambda_{ij}$. Temos portanto que $\lambda_{ij} > \lambda_{i'j'}$, o que contraria a hipótese inicial de que $\lambda_{ij} < \lambda_{i'j'}$, logo tal possibilidade não é viável.

2ª possibilidade:

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda(LE_{i'j'} - LE_{ij}) - (L_{ai'j'} - L_{aij}) < 0 \\ \lambda LE_{i'j'} - L_{ai'j'} < 0 \\ \lambda LE_{i'j'} - L_{ai'j'} > \lambda(LE_{i'j'} - LE_{ij}) - (L_{ai'j'} - L_{aij}) \end{array} \right.$$

A 2ª inequação implica que $\lambda < \lambda_{i'j'}$. A 3ª inequação implica que $\lambda > \lambda_{ij}$. Logo $\lambda_{ij} < \lambda < \lambda_{i'j'}$, o que está de acordo com a hipótese inicial. Como $\lambda_{ij} < \lambda_{i'j'}$, segue que $L_{aij}L_{bi'j'} - L_{bij}L_{ai'j'} < 0$. Três situações devem ser verificadas em relação à 1ª inequação:

Se $LE_{i'j'} < LE_{ij}$, da 1ª e 2ª inequações segue que $\lambda_{ij} < \lambda_{i'j'}$, de acordo com a hipótese inicial.

Se $LE_{i'j'} = LE_{ij}$, segue da 1ª inequação que $L_{ai'j'} > L_{aij}$ e

Se $LER_{i'j'} > LER_{ij}$, da 1ª e 3ª inequações, segue que $\lambda_{ij} < \lambda_{i'j'}$, de acordo com a hipótese inicial.

Concluindo, temos que k sō é proporção se λ é tal que $\lambda_{ij} < \lambda < \lambda_{i'j'}$.

Substituindo o valor de k na definição do índice LER efetivo composto, temos que, para $\lambda_{ij} < \lambda < \lambda_{i'j'}$:

$$LER_{\lambda, ij, i'j'} = \frac{L_{aij} LER_{i'j'} - LER_{ij} L_{ai'j'}}{\lambda(LER_{i'j'} - LER_{ij}) - (L_{ai'j'} - L_{aij})} = \frac{L_{aij} L_{bi'j'} - L_{bij} L_{ai'j'}}{\lambda(LER_{i'j'} - LER_{ij}) - (L_{ai'j'} - L_{aij})}$$

Como $\lambda(LER_{i'j'} - LER_{ij}) - (L_{ai'j'} - L_{aij}) < 0$ e $L_{aij} L_{bi'j'} - L_{bij} L_{ai'j'} < 0$, segue que $LER_{\lambda, ij, i'j'} > 0$.

Vamos agora estudar o gráfico de $LER_{\lambda, ij, i'j'}$ em função da proporção dos rendimentos da cultura A, isto é, em função de λ .

Se $\lambda_{ij} < \lambda < \lambda_{i'j'}$ e $LER_{i'j'} = LER_{ij}$, segue que $L_{bij} = L_{ai'j'} + L_{bi'j'} - L_{aij}$. Substituindo na definição do índice $LER_{\lambda, ij, i'j'}$, temos que:

$$LER_{\lambda, ij, i'j'} = LER_{i'j'}$$

Se $\lambda_{ij} < \lambda < \lambda_{i'j'}$ e $LER_{i'j'} \neq LER_{ij}$, temos que

$$LER_{\lambda, ij, i'j'} = \frac{L_{aij} L_{bi'j'} - L_{bij} L_{ai'j'}}{\lambda(LER_{i'j'} - LER_{ij}) - (L_{ai'j'} - L_{aij})} = \frac{L_{aij} LER_{i'j'} - LER_{ij} L_{ai'j'}}{\lambda(LER_{i'j'} - LER_{ij}) - (L_{ai'j'} - L_{aij})}$$

$$\frac{dLER_{\lambda, ij, i'j'}}{d\lambda} = -[L_{aij}LER_{i'j'} - LER_{ij}L_{ai'j'}][\lambda(LER_{i'j'} - LER_{ij}) - (L_{ai'j'} - L_{aij})]^{-2} \times$$

$$\times (LER_{i'j'} - LER_{ij})$$

Como $\lambda_{ij} < \lambda_{i'j'}$, segue que $[L_{aij}LER_{i'j'} - LER_{ij}L_{ai'j'}] < 0$.

Temos $[\lambda(LER_{i'j'} - LER_{ij}) - (L_{ai'j'} - L_{aij})]^{-2} > 0$

Das inequações acima segue que: Se $\lambda_{ij} < \lambda < \lambda_{i'j'}$ e

se $LER_{i'j'} > LER_{ij}$, então $\frac{dLER_{\lambda, ij, i'j'}}{d\lambda} > 0$

Se $\lambda_{ij} < \lambda < \lambda_{i'j'}$ e se $LER_{i'j'} < LER_{ij}$, então $\frac{dLER_{\lambda, ij, i'j'}}{d\lambda} < 0$.

$$\frac{dLER_{\lambda, ij, i'j'}}{d^2\lambda} = 2[L_{aij}LER_{i'j'} - LER_{ij}L_{ai'j'}][\lambda(LER_{i'j'} - LER_{ij}) - (L_{ai'j'} - L_{aij})]^{-3} \times$$

$$\times (LER_{i'j'} - LER_{ij})^2.$$

Como $\lambda_{ij} < \lambda < \lambda_{i'j'}$, segue que

$[\lambda(LER_{i'j'} - LER_{ij}) - (L_{ai'j'} - L_{aij})]^{-3} < 0$ e que $(L_{aij}LER_{i'j'} - LER_{ij}L_{ai'j'}) < 0$.

Temos ainda que $(LER_{i'j'} - LER_{ij})^2 > 0$.

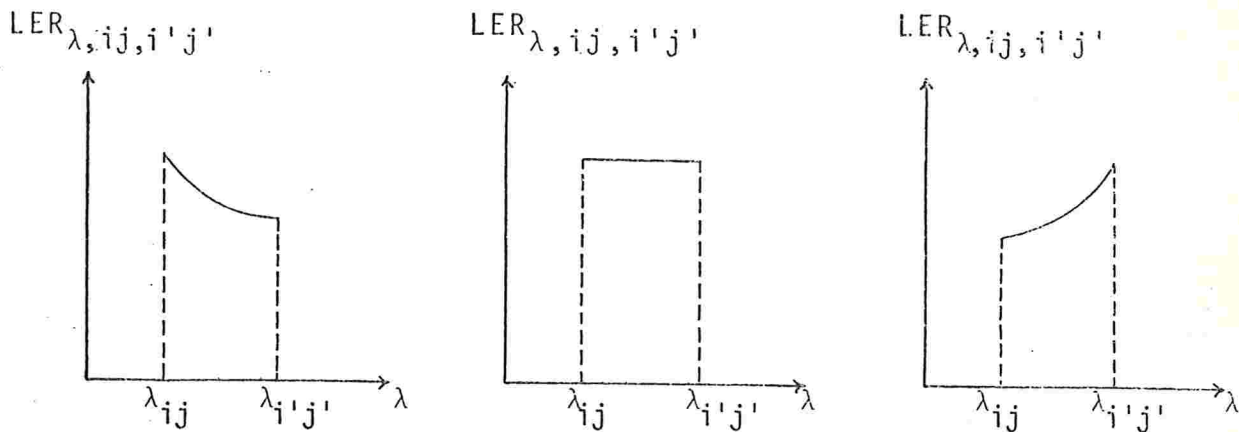
Das inequações acima segue que se $\lambda_{ij} < \lambda < \lambda_{i'j'}$ e se

$LER_{i'j'} \neq LER_{ij}$ então

$$\frac{dLER_{\lambda, ij, i'j'}}{d^2\lambda} > 0.$$

Concluindo, temos que se $\lambda_{ij} < \lambda < \lambda_{i'j'}$ e se $LER_{i'j'} > LER_{ij}$, a função $LER_{\lambda, ij, i'j'}$ é estritamente crescente e convexa para cima. Porém se $\lambda_{ij} < \lambda < \lambda_{i'j'}$ e se $LER_{i'j'} < LER_{ij}$, então a função $LER_{\lambda, ij, i'j'}$ é estritamente decrescente e convexa para cima. Se entretanto, $\lambda_{ij} < \lambda < \lambda_{i'j'}$ e $LER_{i'j'} = LER_{ij}$, a função $LER_{\lambda, ij, i'j'}$ é constante e temos $LER_{\lambda, ij, i'j'} = LER_{i'j'} = LER_{ij}$. A figura 2 ilustra tais possibilidades:

Figura 2 - Possíveis gráficos da função $LER_{\lambda, ij, i'j'}$, onde λ é a proporção dos rendimentos da cultura A.

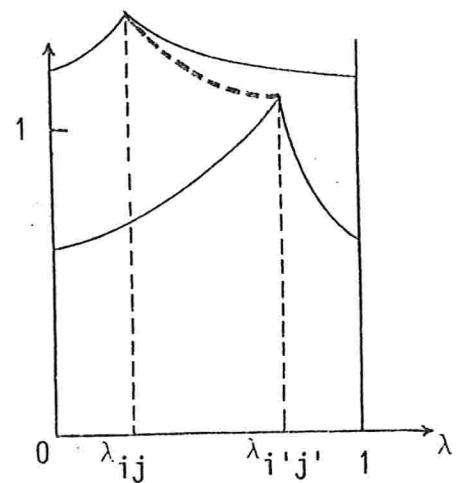
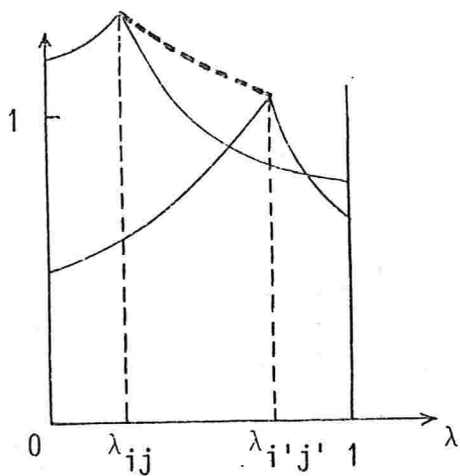
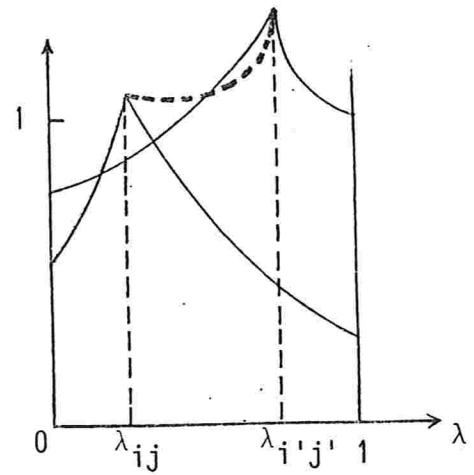
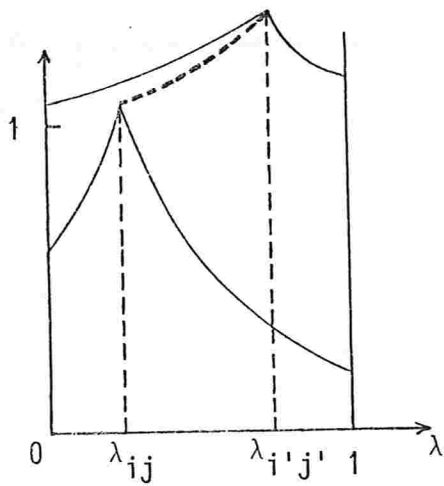
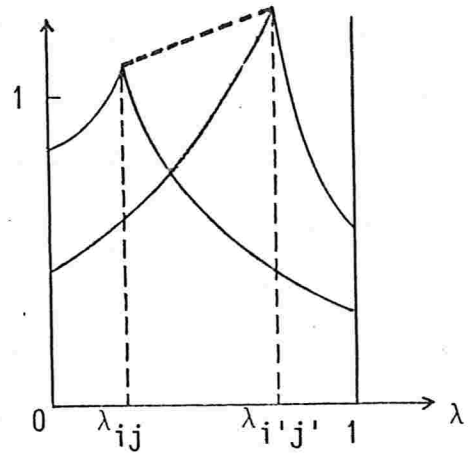
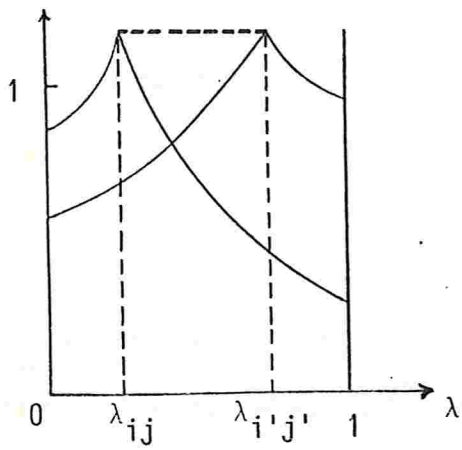


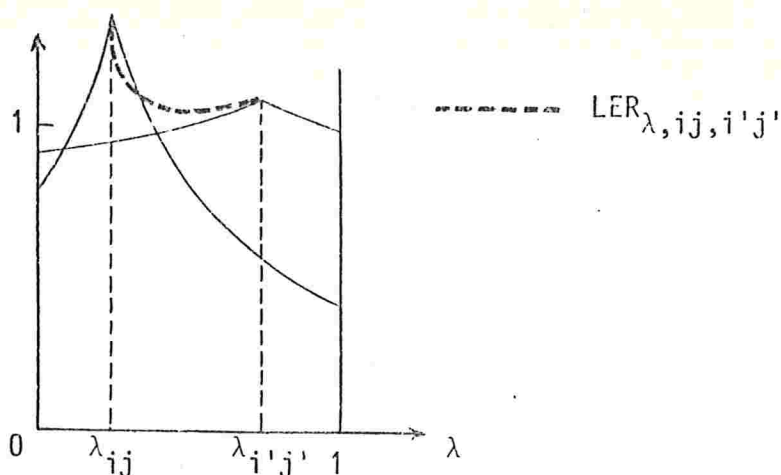
É necessário, agora, que se responda a seguinte questão:

Se existem consórcios ij e $i'j'$ tais que $LER_{ij} > 1$, $LER_{i'j'} > 1$ e $\lambda_{ij} < \lambda < \lambda_{i'j'}$, o que trará melhor resultado, o plantio da área com dois consórcios distintos ij e $i'j'$, ou o plantio da área com um consórcio e a monocultura correspondente?

Os gráficos abaixo apresentam 7 possíveis situações.

Figura 3 - Gráficos dos Índices $LER_{\lambda,ij}$, $LER_{\lambda,i'j'}$ e $LER_{\lambda,ij,i'j'}$ em diversas situações





Como podemos observar, s̄o é certo que se $LER_{ij} = LER_{i'j'}$, então é melhor o plantio da área com dois consórcios. O que propomos, para efeito prático, é que uma vez calculados os índices LER para todos os consórcios, determinados os consórcios para os quais o índice LER é maior que um e fixada a proporção da cultura A requerida, é que sejam calculados para tais consórcios seus respectivos índices LER's efetivos, bem como calculados os índices LER's efetivos compostos para todas as combinações 2 a 2 destes consórcios. Deve ser utilizado, então, o sistema de plantio que fornecer índice máximo.

Como observação final, se supusermos que a monocultura é um caso particular de consórcio, temos que:

$$\text{Para } \lambda_{ij} < \lambda, L_{ai'j'} = C_a^*, L_{bi'j'} = 0 \text{ e } LER_{i'j'} = C_a^* .$$

Nestas condições

$$LER_{\lambda, ij, i'j'} = \frac{L_{aij} \times 0 - L_{bij} C_a^*}{\lambda(C_a^* - LER_{ij}) - (C_a^* - L_{aij})} = LER_{\lambda, ij} .$$

$$\text{Para } \lambda_{i'j'} > \lambda, L_{aij} = 0, L_{bij} = C_b^* \text{ e } LER_{ij} = C_b^* .$$

Nestas condições

$$\text{LER}_{\lambda, ij, i'j'} = \frac{0 \times L_{bi'j'} - C_b^* L_{ai'j'}}{\lambda (\text{LER}_{i'j'} - C_b^*) - (L_{ai'j'} - 0)} = \text{LER}_{\lambda, i'j'}$$

Concluindo, para $\lambda_{ij} < \lambda < \lambda_{i'j'}$, temos que o índice LER efetivo é caso particular do índice LER efetivo composto.

o0o

CAPÍTULO 4

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

4.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é apresentar uma aplicação das técnicas de análise descritas nos capítulos 2 e 3.

Para tanto, utilizamos os dados apresentados em Oyejola e Mead (1982).

Este experimento consistiu do plantio de 4 linhagens distintas de milho e de 4 linhagens distintas de sorgo.

No subconjunto fornecido temos 2 linhagens distintas de milho (a e b) e 3 linhagens distintas de sorgo (A, B e C) com as 5 monoculturas e 6 consórcios arranjados em 4 blocos, cada um composto de 11 plots.

4.2 Dados do experimento em estudo

Os dados são apresentados na tabela a seguir:

Tabela 1 - Rendimentos (kg/ha) do sub-grupo do experimento de cada uma das culturas envolvidas

linhagens	Rendimento da monocult. do milho blocos				Rendimento da monocult. do sorgo blocos			
	1	2	3	4	1	2	3	4
a	611	877	901	796				
b	2117	1877	2167	1951				
A					1296	1568	1019	1635
B					1315	3210	2352	2790
C					2944	2179	3432	3882

consórcios	Rendimento dos consórcios							
	milho blocos				Sorgo blocos			
	1	2	3	4	1	2	3	4
a A	556	1006	1012	790	253	346	241	543
a B	642	562	426	290	617	556	1142	1031
a C	580	358	407	340	1506	1543	1105	2389
b A	1846	2617	1944	1932	148	56	321	253
b B	1296	1632	1802	1043	1296	938	741	772
b C	1481	1586	1549	1235	1290	685	1315	1389

4.3 Análise de variância para cada uma das culturas em separado

4.3.1 Análise descritiva

O primeiro passo para se estudar um conjunto de dados é a realização de uma análise descritiva, a fim de nos familiarizarmos melhor com os resultados obtidos e detectarmos possíveis elementos estranhos.

Para os dados por nós estudados temos:

Tabela 2 - Média e variância dos tratamentos para o rendimento do milho

Tratamento	Média	Variância
a	796,25	17270,25000
a A	841,00	46764,00000
a B	480,00	23994,66666
a C	421,25	12002,25000
b	2028,00	18657,33333
b A	2084,75	127811,58333
b B	1443,25	115403,58333
b C	1462,75	24944,25000

Tabela 3 - Média e variância dos tratamentos para o rendimento do sorgo.

Tratamento	Média	Variância
A	1379,50	79248,33333
a A	345,75	19494,25000
b A	194,50	13589,66666
B	2416,75	662202,25000
a B	836,50	86007,00000
b B	936,75	64840,91666
C	3109,25	531327,58333
a C	1635,75	291506,25000
b C	1169,75	106203,58333

Figura 1 - Gráfico dos rendimentos do milho nos diversos tratamentos

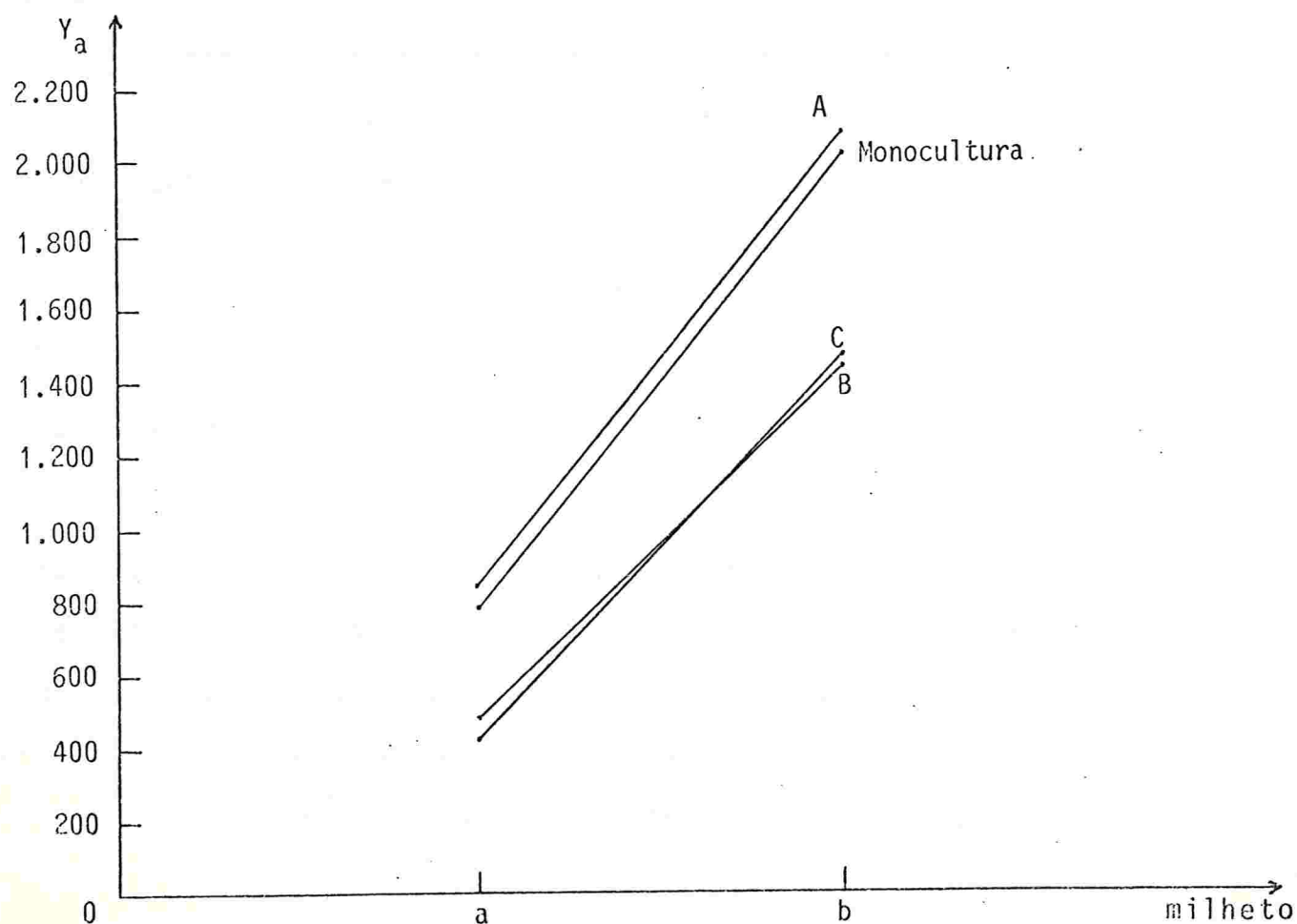
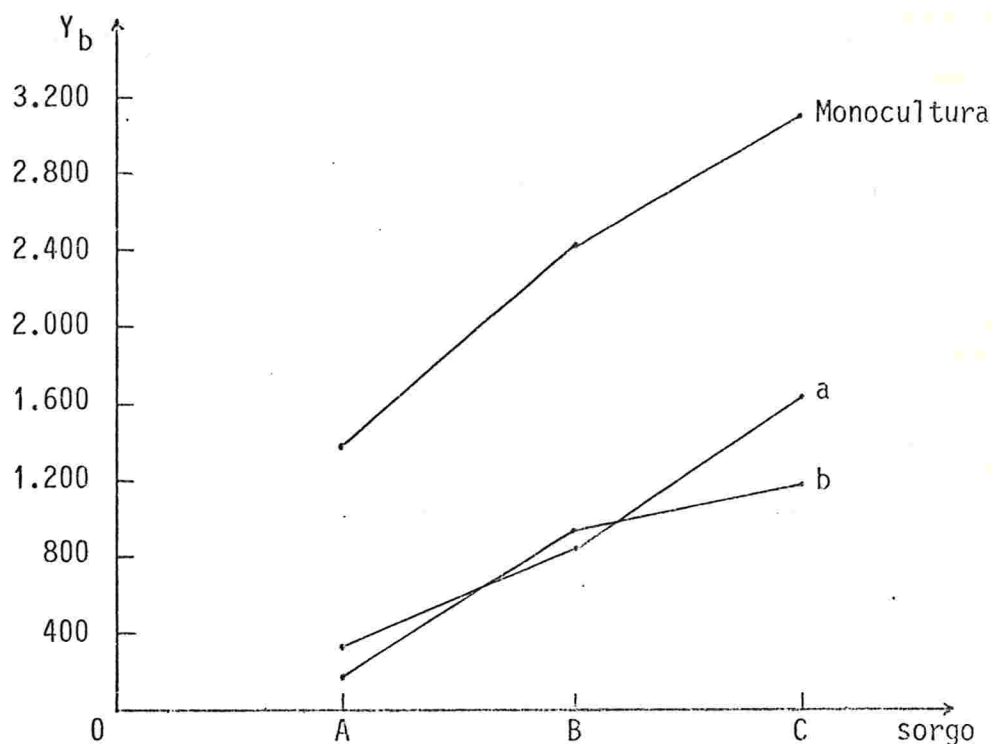


Figura 2 - Gráfico dos rendimentos do sorgo nos diversos tratamentos



Para o rendimento do milho, observando o gráfico vemos que a linhagem b apresentou maiores rendimentos que a linhagem a. Vemos também que tanto a monocultura como o consórcio com a linhagem A do sorgo se comportam de maneira muito semelhante e produzem rendimentos superiores aos do consórcio com as linhagens B e C de sorgo, as quais, por sua vez, também se comportam de maneira muito semelhante. Além disto, o paralelismo aproximado das curvas nos levam a suspeita de que não há efeito de interação entre linhagens de milho e sistema de cultivo.

Para o sorgo, observando o gráfico vemos que a linhagem A foi a que apresentou rendimentos menores em todos os sistemas de cultivo. Notamos também que a monocultura levou a rendimentos superiores em relação aos sistemas de cultivo consorciado. Quanto a existência ou não de efeito de interação é possível que ele não exis-

ta, porém, neste caso é mais difícil a conclusão apenas observando-se a figura pois as curvas no intervalo BC não parecem ser aproximadamente paralelas.

Todas as suspeitas obtidas observando-se os gráficos terão de ser confirmadas pelos testes de hipótese e comparações múltiplas.

4.3.2 Análise de variância univariada para o milho

A análise de variância realizada para os rendimentos do milho, segundo o modelo:

$$Y_{ahij} = \mu_a + \beta_{ah} + \tau_{ai} + \gamma_{aj} + \tau\gamma_{aij} + \epsilon_{ahij}$$

com $\epsilon_{ahij} \sim N(0, \sigma_a^2)$, $1 \leq h \leq 4$, $1 \leq i \leq 2$, $0 \leq j \leq 3$ é a que se segue:

Tabela 4 - Análise de variância para os 8 tratamentos em 4 blocos, em modelo de blocos completamente aleatorizados para os dados referentes ao rendimento do milho

Fonte de Variação	g.l.	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	Estatística F observada	conclusão
Correção pela média	1	45670513,78			
Blocos	3	364643,59			
Linhagens de milho	1	10036320,03	10036320,03	264,810	***
Sistema de cultivo	3	1898981,59	632993,86	16,702	***
Interação entre linhagens de milho e sist. de cult.	3	117069,85	39023,28	1,030	n.s.
Erro	21	795900,16	37900,01		
Total	32	58883429,00			

* - teste significativo ao nível de significância de 5%

** - teste significativo ao nível de significância de 1%

*** - teste significativo ao nível de significância de 0,5%

n.s. - teste não significativo ao nível de significância de 5%

Concluindo, há evidências de que existe efeito das linhagens de milho. Como há apenas duas linhagens distintas de milho (a e b), temos $\tau_{a1} \neq \tau_{a2}$. Como há evidências de que existe efeito de sistemas de cultivo, vamos agora, através dos métodos de Tukey, de Scheffé e de análise de conglomerados, detectar os motivos da rejeição de H_{02} .

4.3.2.1 Comparações múltiplas através do método de tukey

Na análise de variância rejeitamos $H_{02}: \gamma_{a0} = \gamma_{a1} = \gamma_{a2} = \gamma_{a3} = 0$. Temos:

$$q_{5\%, n+1, (r-1)(mn+m-1)} = q_{5\%, 4, 21} \cong 3,95$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{QME}{mr}} = \sqrt{\frac{37900,01}{8}} = 68,8295068$$

$$q\Delta \cong 271,532$$

$$Y_{a..0} = 11297, Y_{a..1} = 11703, Y_{a..2} = 7693 \text{ e}$$

$$Y_{a..3} = 7536$$

Procedendo-se aos testes através do método de Tukey, ao nível de significância de 5% afirmamos que:

$$\gamma_{a0} = \gamma_{a1}, \gamma_{a0} \neq \gamma_{a2}, \gamma_{a0} \neq \gamma_{a3}, \gamma_{a1} \neq \gamma_{a2},$$

$\gamma_{a1} \neq \gamma_{a3}$ e $\gamma_{a2} = \gamma_{a3}$, confirmando a suspeita inicial de que a monocultura e o consórcio com a linhagem A do sorgo se comportam de maneira semelhante e distinta do comportamento dos consórcios com as linhagens B e C do sorgo, que por sua vez se comportam de forma semelhante entre si.

4.3.2.2 Comparações múltiplas através do método de Scheffé

Na análise de variância rejeitamos $H_{02}: \gamma_{a0} = \gamma_{a1} = \gamma_{a2} = \gamma_{a3} = 0$. Temos:

$$\sum_{j=0}^3 c_j^2 = 2$$

$$F_{5\%, n, (r-1)(mn+m-1)} = F_{5\%, 3, 21} = 3,07$$

$$\sqrt{\frac{QME}{rm} \times n \times 2 \times F_{5\%, 3, 21}} = \sqrt{\frac{37900,01}{8} \times 3 \times 2 \times 3,07} = 295,406$$

$$Y_{a..0} = 11297, Y_{a..1} = 11703, Y_{a..2} = 7693 \text{ e } Y_{a..3} = 7536$$

Procedendo-se aos testes através do método de Scheffé, chegamos às mesmas conclusões que havíamos chegado através do método de Tukey. Como pelo método de Scheffé podemos testar contrastes não apenas 2 a 2, vamos testar a hipótese

$$H_0: \gamma_{a0} = \frac{\gamma_{a1} + \gamma_{a2} + \gamma_{a3}}{3} \quad \text{Temos:}$$

$$\sum_{j=0}^3 c_j^2 = 1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} = \frac{4}{3}$$

$$\sqrt{\frac{QME}{rm} \times n \times \frac{4}{3} \times F_{5\%, 3, 21}} = \sqrt{\frac{37900,01}{8} \times 3 \times \frac{4}{3} \times 3,07} = 241,198$$

$$\left| \frac{Y_{a..0}}{8} - \left(\frac{Y_{a..1} + Y_{a..2} + Y_{a..3}}{8} \right) \right| = 289,9583 > 241,198,$$

Logo, concluimos, também ao nível de significância de 5% que a mono cultura se comporta, em média, de forma diferente que os consórcios se comportam em média.

4.3.2.3 Comparações múltiplas através do método de a nálise de conglomerados

Uma vez rejeitadas H_{01} e H_{02} na análise de variância, isto é, se há efeito das linhagens de milho e dos sistemas de cul tivo empregados, vamos por meio da análise de conglomerados, parti- cionar os tratamentos em grupos tais que sejam homogêneos interna - mente e heterogêneos entre si. Temos:

Grupo inicial:

Sorgo Milheto						TOTAL
		0	1	2	3	
1	3185	3364	1920	1685	10154	
2	8112	8339	5773	5851	28075	
TOTAL	11297	11703	7693	7536	38229	

1º passo:

Grupo de interesse

Sorgo Milheto					
		3	2	0	1
1	1685	1920	3185	3364	
2	5851	5773	8112	8339	

1ª possível partição:

1685	1920	3185	3364
------	------	------	------

5851	5773	8112	8339
------	------	------	------

$$T_1 = 10154 \quad , \quad n_1 = 16$$

$$T_2 = 28075 \quad , \quad n_2 = 16$$

$$BSS = \frac{T_1^2}{n_1} + \frac{T_2^2}{n_2} - \frac{(T_1+T_2)^2}{n_1+n_2} = 10036320,03$$

$$b_0 = \frac{BSS}{QME} = \frac{10036320,03}{37900,01} = 264,810499$$

$$K = 2, \quad E(W) = 1, \quad M = 2,12 \quad e \quad N = 1,65$$

$$\lambda_0 = M \sqrt{b_0} - N = 11,964$$

2ª possível partição:

1685	1920	3185	3364
5851	5773	8112	8339

$$b_0 = 17,965922$$

$$K = 4, \quad E(W) = 1, \quad M = 2,67 \quad e \quad N = 3,42$$

$$\lambda_0 = 3,573$$

3ª possível partição:

1685	1920	3185	3364
5851	5773	8112	8339

$$b_0 = 49,792569$$

$$K = 4, E(W) = 1, M = 2,67 \text{ e } N = 3,42$$

$$\lambda_0 = 6,403$$

4ª possível partição

1685	1920	3185	3364
5851	5773	8112	8339

$$b_0 = 20,247327$$

$$K = 4, E(W) = 1, M = 2,67 \text{ e } N = 3,42$$

$$\lambda_0 = 3,857$$

Teste se a 1ª possível partição é significativa:

$$\lambda_0 = 11,964 > 1,96 = z_{5\%}, \text{ logo a partição é significativa.}$$

2º passo:

Grupo de interesse:

1685	1920	3185	3364
------	------	------	------

1ª possível partição:

1685	1920	3185	3364
------	------	------	------

BSS = 242820,75

2ª possível partição:

1685	1920	3185	3364
------	------	------	------

BSS = 541696,00

3ª possível partição:

1685	1920	3185	3364
------	------	------	------

BSS = 227150,08

Vamos testar agora se a 2ª possível partição é
significante:

BSS = 541696,00, $b_0 = 14,292767$, $K = 4$, $E(W) = 1$, $M = 2,67$ e

$N = 3,42$

$\lambda_0 = 3,060 > 2,24 = z_{2,5\%}$, logo a partição é significativa.

Teste se a partição do 1º passo continua significativa:

$\lambda_0 = 11,964 > 2,24 = z_{2,5\%}$, logo a partição do 1º passo continua significativa.

Grupo de interesse:

5773	5851	8112	8339
------	------	------	------

1ª possível partição:

5773	5851	8112	8339
------	------	------	------

BSS = 517297,69

2ª possível partição:

5773	5851	8112	8339
------	------	------	------

BSS = 1456245,56

3ª possível partição:

5773	5851	8112	8339
------	------	------	------

BSS = 581020,02

Teste se a 2ª possível partição é significativa:

$$BSS = 1456245,56$$

$$b_0 = 38,423358$$

$$K = 4, E(W) = 1, M = 2,67 \text{ e } N = 3,42$$

$\lambda_0 = 5,590 > 2,24 = z_{2,5\%}$, logo a partição é significativa.

Já testamos que a partição do 1º passo continua significativa.

3º passo

Grupo de interesse

1685	1920
------	------

possível partição

1685	1920
------	------

$$b_0 = 0,182140$$

$$K = 2, E(W) = 1, M = 2,12 \text{ e } N = 1,65$$

$\lambda_0 = -0,448 < 2,39 = z_{1,67\%}$, logo a partição é não significativa.

Grupo de interesse

3185	3364
------	------

possível partição:

3185	3364
------	------

$$b_0 = 0,105676$$

$$K = 2, E(W) = 1, M = 2,12 \text{ e } N = 1,65$$

$\lambda_0 = -0,648 < 2,39 = z_{1,67\%}$, logo a partição é não significativa.

Grupo de interesse

8112	8339
------	------

possível partição:

8112	8339
------	------

$$b_0 = 0,169950$$

$$K = 2, E(W) = 1, M = 2,12 \quad e \quad N = 1,65$$

$\lambda_0 = -0,476 < 2,39 = z \cdot 1,67\%$, logo a partição é não significativa.

Grupo de interesse:

5773	5851
------	------

possível partição:

5773	5851
------	------

$$b_0 = 0,020066$$

$$K = 2, E(W) = 1, M = 2,12 \quad e \quad N = 1,65$$

$\lambda_0 = -1,074 < 2,39 = z \cdot 1,67\%$, logo a partição é não significativa.

Resultado final

		Sorgo			
		(monocult.) 0	(A) 1	(B) 2	(C) 3
Milheto	(a) 1	3274,5		1802,5	
	(b) 2	8225,5		5812,0	

O resultado final nos mostra que as linhagens a e b do milho se comportam de maneira distinta e que são equivalentes entre si os sistemas de cultivo monocultura e consórcio com a linhagem A do sorgo, e consórcios com as linhagens B e C de sorgo.

Vale ressaltar que apenas para efeito de aplicação das técnicas descritas utilizamos os três métodos de comparação múltipla, devendo na prática ser adotado apenas um destes métodos.

4.3.3 Análise de variância univariada para o sorgo

A análise de variância univariada para os rendimentos do sorgo foi realizada segundo o modelo:

$$Y_{bhij} = \mu_b + \beta_{bh} + \tau_{bi} + \gamma_{bj} + \tau\gamma_{bij} + \epsilon_{bhij}$$

onde $\epsilon_{bhij} \sim N(0, \sigma_b^2)$, $1 \leq h \leq 4$, $1 \leq i \leq 3$ e $0 \leq j \leq 2$. Temos:

Tabela 5 - Análise de variância para os 9 tratamentos em 4 blocos, em modelo de blocos completamente aleatorizados para os dados referentes ao rendimento do sorgo

Fonte de variação	g.l.	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	Estatística F Observada	Conclusão
Correção pela Média	1	64261600,11			
Blocos	3	1104273,89			
Linhagens de sorgo	2	10706143,39	5353071,70	28,812	***
Sistema de cultivo	2	16967273,55	8483636,78	45,662	***
Interação entre linh. de sorgo e sistema de cultivo	4	823925,45	205981,36	1,109	n.s.
Erro	24	4458985,61	185791,07		
TOTAL	36	98322202,00			

Concluindo, há evidências de que existe efeito das linhagens de sorgo e há evidências de que existe efeito de sistemas de cultivo. Vamos agora, através dos métodos de Tukey, de Scheffé e de análise de conglomerados detectar os motivos das rejeições de H_{01} e H_{02} .

4.3.3.1 Comparações múltiplas através do método de Tukey

Na análise de variância rejeitamos H_{01} : $\tau_{b1} = \tau_{b2} = \tau_{b3} = 0$. Temos:

$$q_{5\%, m, (r-1)(mn+m-1)} = q_{5\%, 3, 24} = 3,53$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{QME}{(n+1)r}} = \sqrt{\frac{185761,07}{3 \times 4}} = 124,4290517$$

$$q\Delta \cong 439,235$$

$$Y_{b.1.} = 7679, \quad Y_{b.2.} = 16760, \quad Y_{b.3.} = 23659$$

Procedendo-se aos testes através do método de Tukey, ao nível de significância de 5% afirmamos que:

$\tau_{b1} \neq \tau_{b2}$, $\tau_{b1} \neq \tau_{b3}$ e $\tau_{b2} \neq \tau_{b3}$, isto é, as três linhagens de sorgo levam a resultados distintos entre si.

Na análise de variância rejeitamos H_{02} : $\gamma_{b0} = \gamma_{b1} = \gamma_{b2} = 0$. Temos:

$$q_{5\%, n+1, (r-1)(mn+m-1)} = q_{5\%, 3, 24} = 3,53$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{QME}{mr}} = \sqrt{\frac{185791,07}{3 \times 4}} = 124,4290517$$

$$q\Delta \cong 439,235$$

$$Y_{b..0} = 27622, \quad Y_{b..1} = 11272 \quad \text{e} \quad Y_{b..2} = 9204$$

Procedendo-se aos testes através do método de Tukey, ao nível de significância de 5% afirmamos que:

$$Y_{b0} \neq Y_{b1}, \quad Y_{b0} \neq Y_{b2} \quad \text{e} \quad Y_{b1} = Y_{b2},$$

isto é, a monocultura se comporta de maneira distinta que os consórcios.

4.3.3.2 Comparações múltiplas através do método de Scheffé

Na análise de variância rejeitamos $H_{01}: \tau_{b1} = \tau_{b2} = \tau_{b3} = 0$. Temos:

$$\sum_{i=1}^3 c_i^2 = 2$$

$$F5\%, m-1, (r-1)(mn+m-1) = F5\%, 2, 24 = 3,40$$

$$\sqrt{\frac{QME}{r(n+1)} \times (m-1) \times 2 \times F5\%, 2, 24} = \sqrt{\frac{185791,07}{4 \times 3} \times 2 \times 2 \times 3,40} = 458,872$$

$$Y_{b.1.} = 7679, \quad Y_{b.2.} = 16760 \quad \text{e} \quad Y_{b.3.} = 23659$$

Procedendo-se aos testes através do método de Scheffé chegamos às mesmas conclusões que havíamos chegado através do método de Tukey.

Na análise de variância rejeitamos $H_{02}: Y_{b0} = Y_{b1} = Y_{b2} = 0$. Temos:

$$\sum_{j=0}^2 c_j^2 = 2$$

$$F5\%, n, (r-1)(mn+m-1) = F5\%, 2, 24 = 3,40$$

$$\sqrt{\frac{QME}{rm} \times n \times 2 \times F5\%, 2, 24} = \sqrt{\frac{185791,07}{4 \times 3} \times 2 \times 2 \times 3,40} = 458,872$$

$$Y_{b..0} = 27622, \quad Y_{b..1} = 11272 \quad \text{e} \quad Y_{b..2} = 9204$$

Procedendo-se aos testes através do método de Scheffé, chegamos às mesmas conclusões que havíamos chegado através do método de Tukey. Como pelo método de Scheffé podemos testar contrastes não apenas 2 a 2, vamos testar a hipótese $H_0: \gamma_{b0} = \frac{\gamma_{b1} + \gamma_{b2}}{2}$ Temos:

$$\sum_{j=0}^2 C_j^2 = 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\sqrt{\frac{QME}{rm} \times n \times \frac{3}{2} \times F_{5\%, 2, 24}} = \sqrt{\frac{185791,07}{4 \times 3} \times 2 \times \frac{3}{2} \times 3,40} = 397,395$$

$$\left| \frac{Y_{b..0}}{4} - \frac{Y_{b..1} + Y_{b..2}}{8} \right| = 4346,0000 > 397,395 ,$$

logo, concluímos, também ao nível de significância de 5% que a monocultura se comporta em média, de forma diferente que os consórcios se comportam em média. Esta conclusão, entretanto é consequência das anteriores, a saber: $\gamma_{b0} \neq \gamma_{b1}$, $\gamma_{b0} \neq \gamma_{b2}$ e $\gamma_{b1} = \gamma_{b2}$.

4.3.3.3 Comparações múltiplas através do método de análise de conglomerados

Uma vez rejeitadas H_{01} e H_{02} na análise de variância, isto é, se há efeito das linhagens de sorgo e dos sistemas de cultivo empregados, vamos, por meio da análise de conglomerados, particionar os tratamentos em grupos tais que sejam homogêneos internamente e heterogêneos entre si. Temos:

Grupo inicial

Sorgo milheto				TOTAL
	1	2	3	
0	5518	9667	12437	27622
1	1383	3346	6543	11272
2	778	3747	4679	9204
TOTAL	7679	16760	23659	48098

Aplicando o método de análise de conglomerados, de forma análoga ao item 4.3.2.3, temos:

Resultado final

Sorgo milheto			
	(A) 1	(B) 2	(C) 3
(monocult.) 0	5518,00	11052,00	
(a) 1	1080,50	4578,75	
(b) 2			

Vamos testar, agora, através do método de Scheffé a hipótese

$$H_0: \mu_{.01} = \frac{\mu_{.12} + \mu_{.13} + \mu_{.22} + \mu_{.23}}{4}$$

Temos:

$$\sum_{j=1}^5 c_j^2 = 1 + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{5}{4}$$

$$F5\%, (m-1)n, (r-1)(mn+m-1) = F5\%, 4, 24 = 2,78$$

$$\sqrt{\frac{QME}{r} \times (m-1)n \times \frac{5}{4} \times F5\%, 4, 24} = \sqrt{\frac{185791,07}{4} \times 4 \times \frac{5}{4} \times 2,78}$$

$$= 803,507$$

$$\left| \frac{Y_{.01}}{4} - \frac{Y_{.12} + Y_{.13} + Y_{.22} + Y_{.23}}{16} \right| = 234,8125 < 803,507$$

logo, não rejeito a hipótese $H_0: \mu_{.01} = \frac{\mu_{.12} + \mu_{.13} + \mu_{.22} + \mu_{.23}}{4}$.

O resultado final será então:

Sorgo		(A)	(B)	(C)
		1	2	3
(monocult)	0	4766,6	11052,0	
(a)	1	1080,5	4766,6	
(b)	2			

O resultado final nos mostra que entre si, os seguintes tratamentos são equivalentes quanto ao rendimento de sorgo apresentado:

Monocultura da linhagem A do sorgo e consórcios que não são formados pela linhagem A do sorgo, monocultura das linhagens B e C do sorgo, consórcios formados pela linhagem A do sorgo.

A análise de conglomerados nos proporcionou um resultado distinto dos proporcionados pelos testes de Tukey e Scheffé, isto ocorre pois a técnica de análise de conglomerados leva em conta ao mesmo tempo o efeito das linhagens de sorgo e do sistema de cultivo no rendimento apresentado pelo sorgo, enquanto que os testes de Tukey e Scheffé trabalham separadamente com os dois efeitos.

4.4 Análise Bivariada

4.4.1 Modelo utilizado

Examinando a literatura específica de agronomia não encontramos o modelo utilizado na análise bivariada apresentando explicitamente quem são as matrizes \tilde{Y} , \tilde{A} e $\tilde{\mu}$, razão pela qual as apresentaremos neste trabalho

O modelo utilizado para a análise bivariada de variância dos dados foi:

$$\tilde{Y} = \tilde{A} \tilde{\mu} + \tilde{\varepsilon},$$

onde:

$$\tilde{Y} = \begin{pmatrix} 556 & 253 \\ 642 & 617 \\ 580 & 1506 \\ 1846 & 148 \\ 1296 & 1296 \\ 1481 & 1290 \\ 1006 & 346 \\ 562 & 556 \\ 358 & 1543 \\ 2617 & 56 \\ 1632 & 938 \\ 1586 & 685 \\ 1012 & 241 \\ 426 & 1142 \\ 407 & 1105 \\ 1944 & 321 \\ 1802 & 741 \\ 1549 & 1315 \\ 790 & 543 \\ 290 & 1031 \\ 340 & 2389 \\ 1932 & 253 \\ 1043 & 772 \\ 1235 & 1389 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\mu} = \begin{pmatrix} \beta_{a1} & \beta_{b1} \\ \beta_{a2} & \beta_{b2} \\ \beta_{a3} & \beta_{b3} \\ \beta_{a4} & \beta_{b4} \\ \tau_{a1} & \gamma_{b1} \\ \tau_{a2} & \gamma_{b2} \\ \gamma_{a1} & \tau_{b1} \\ \gamma_{a2} & \tau_{b2} \\ \gamma_{a3} & \tau_{b3} \\ \tau\gamma_{a11} & \tau\gamma_{b11} \\ \tau\gamma_{a12} & \tau\gamma_{b21} \\ \tau\gamma_{a13} & \tau\gamma_{b31} \\ \tau\gamma_{a21} & \tau\gamma_{b12} \\ \tau\gamma_{a22} & \tau\gamma_{b22} \\ \tau\gamma_{a23} & \tau\gamma_{b32} \\ \mu_a & \mu_b \end{pmatrix}$$

4.4.2 Análise de variância

A análise de variância bivariada é resumida na tabela a seguir

Tabela 6 - Análise de variância bivariada para os 6 tratamentos em 4 blocos, em modelo de blocos completamente aleatorizados para os dados referentes aos rendimentos de milho e sorgo

Fonte de variação	g.l.	Soma de quadrados
Linhagens do milho	$v_{H_1} = 1$	$\tilde{H}_1 = \begin{pmatrix} 7035168 & - & 1119650 \\ & & 178193 \end{pmatrix}$
Linhagens do sorgo	$v_{H_2} = 2$	$\tilde{H}_2 = \begin{pmatrix} 1394527 & - & 2424282 \\ & & 5144791 \end{pmatrix}$
Interação entre as linhagens de milho e sorgo	$v_{H_3} = 2$	$\tilde{H}_3 = \begin{pmatrix} 83805 & - & 34130 \\ & & 321972 \end{pmatrix}$
Blocos	$v_b = 3$	$\tilde{B} = \begin{pmatrix} 424878 & - & 418471 \\ & & 439531 \end{pmatrix}$
Erro	$v_e = 15$	$\tilde{E} = \begin{pmatrix} 627883 & - & 4669 \\ & & 1305394 \end{pmatrix}$
TOTAL	$v_T = 23$	$\tilde{T} = \begin{pmatrix} 9566261 & - & 4001202 \\ & & 7389881 \end{pmatrix}$

Testaremos primeiramente:

$$H_{03}: \begin{pmatrix} \tau\gamma_{a11} \\ \tau\gamma_{b11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau\gamma_{a12} \\ \tau\gamma_{b21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau\gamma_{a13} \\ \tau\gamma_{b31} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau\gamma_{a21} \\ \tau\gamma_{b12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau\gamma_{a22} \\ \tau\gamma_{b22} \end{pmatrix} = \\ = \begin{pmatrix} \tau\gamma_{a23} \\ \tau\gamma_{b32} \end{pmatrix}, \text{ isto é, se há efeito de interação entre}$$

as linhagens de milho e sorgo.

$$\lambda_3 = \frac{|\tilde{E}|}{|\tilde{E} + \tilde{H}_3|} = \frac{0,8196 \times 10^{12}}{1,1567 \times 10^{12}} = 0,709$$

$$\frac{1 - \sqrt{\lambda_3}}{\sqrt{\lambda_3}} \frac{(v_e - 1)}{v_{H_3}} = \frac{1 - 0,842}{0,842} \times \frac{14}{2} = 1,314 < 2,71 = F_{5\%, 4, 28},$$

logo ao nível de significância de 5% não rejeitamos a hipótese H_{03} , isto é, não há evidências de que exista efeito de interação entre as linhagens de milho e sorgo.

Uma vez não rejeitada H_{03} testaremos H_{01} e H_{02} .

$$H_{01}: \begin{pmatrix} \tau_{a1} \\ \gamma_{b1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{a2} \\ \gamma_{b2} \end{pmatrix}, \text{ ou seja, não há efeito das li-}$$

nhagens de milho.

$$\lambda_1 = \frac{|\tilde{E}|}{|\tilde{E} + \tilde{H}_1|} = \frac{0,8196 \times 10^{12}}{10,1047 \times 10^{12}} = 0,081$$

$$\frac{1 - \sqrt{\lambda_1}}{\sqrt{\lambda_1}} \frac{(v_e - 1)}{v_{H_1}} = \frac{1 - 0,285}{0,285} \times \frac{14}{1} = 35,123 > 3,34 = F_{5\%, 2, 28}, \quad \text{logo,}$$

ao nível de significância de 5% rejeitamos H_{01} , isto é, há evidências de que existe efeito das linhagens de milho.

$$H_{02}: \begin{pmatrix} \gamma_{a1} \\ \tau_{b1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{a2} \\ \tau_{b2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{a3} \\ \tau_{b3} \end{pmatrix}, \quad \text{ou seja, não há efeito}$$

das linhagens de sorgo.

$$\lambda_2 = \frac{|\tilde{E}|}{|\tilde{E} + \tilde{H}_2|} = \frac{0,8196 \times 10^{12}}{7,1451 \times 10^{12}} = 0,115$$

$$\frac{1 - \sqrt{\lambda_2}}{\sqrt{\lambda_2}} \frac{(v_e - 1)}{v_{H_2}} = \frac{1 - 0,339}{0,339} \times \frac{14}{2} = 13,649 > 2,71 = F_{5\%, 4, 28}, \quad \text{logo,}$$

ao nível de significância de 5% rejeitamos H_{02} , isto é, há evidências de que existe efeito das linhagens de sorgo.

Uma vez rejeitadas H_{01} e H_{02} , isto é, se há efeito das linhagens de milho e de sorgo, dois caminhos podem ser seguidos:

O primeiro é a detecção da razão de rejeição através da utilização de intervalos simultâneos de confiança.

Na análise de variância rejeitamos

$$H_{01}: \begin{pmatrix} \tau_{a1} \\ \gamma_{b1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tau_{a2} \\ \gamma_{b2} \end{pmatrix} \quad . \quad \text{Temos}$$

$$\theta_1 5\%, 2, 15,1 = \frac{2F5\%, 2,14}{2(F5\%, 2,14)+14} = \frac{2 \times 3,74}{2 \times 3,74+14} = 0,3482$$

Então:

$$\begin{aligned} \text{I.C.}(\tau_{a1}-\tau_{a2}) &= \left[\frac{Y_{a.1.}}{rn} - \frac{Y_{a.2.}}{rn} \right] \pm \sqrt{\frac{\theta_1}{1-\theta_1} \frac{2}{rn} e_{11}} = \\ &= \left[\frac{6969}{12} - \frac{19963}{12} \right] \pm \sqrt{\frac{0,3482}{0,6518} \times \frac{2}{12} \times 627883} = [-1319,27; -846,39] \end{aligned}$$

0 \notin I.C. $(\tau_{a1}-\tau_{a2})$, logo, ao nível de significância de 5% rejeitamos a hipótese $H_0: \tau_{a1} = \tau_{a2}$.

$$\begin{aligned} \text{I.C.}(\gamma_{b1}-\gamma_{b2}) &= \left[\frac{Y_{b.1.}}{rn} - \frac{Y_{b.2.}}{rn} \right] \pm \sqrt{\frac{\theta_1}{1-\theta_1} \times \frac{2}{rn} \times e_{22}} = \\ &= \left[\frac{11272}{12} - \frac{9204}{12} \right] \pm \sqrt{\frac{0,3482}{0,6518} \times \frac{2}{12} \times 1305394} = [-168,59; 513,25] \end{aligned}$$

0 \in I.C. $(\gamma_{b1}-\gamma_{b2})$, logo ao nível de significância de 5% não rejeitamos a hipótese $H_0: \gamma_{b1} = \gamma_{b2}$.

Na análise de variância rejeitamos $H_{02}: \begin{pmatrix} \gamma_{a1} \\ \tau_{b1} \end{pmatrix} =$

$$\begin{pmatrix} \gamma_{a2} \\ \tau_{b2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{a3} \\ \tau_{b3} \end{pmatrix} \quad . \quad \text{Temos:}$$

$$\theta_2 \text{ 5\%, 2, 15,2} = 0,4478$$

Então

$$\begin{aligned} \text{I.C.}(\gamma_{a1} - \gamma_{a2}) &= \left(\frac{Y_{a..1}}{rm} - \frac{Y_{a..2}}{rm} \right) \pm \sqrt{\frac{\theta_2}{1-\theta_2} \times \frac{2}{rm} \times e_{11}} = \\ &= \left(\frac{11703}{8} - \frac{7693}{8} \right) \pm \sqrt{\frac{0,4478}{0,5522} \times \frac{2}{8} \times 627883} = [144,47; \quad 858,56] \end{aligned}$$

$0 \notin \text{I.C.}(\gamma_{a1} - \gamma_{a2})$, logo ao nível de significância de 5% rejeitamos a hipótese $H_0: \gamma_{a1} = \gamma_{a2}$.

$$\begin{aligned} \text{I.C.}(\gamma_{a1} - \gamma_{a3}) &= \left(\frac{Y_{a..1}}{rm} - \frac{Y_{a..3}}{rm} \right) \pm \sqrt{\frac{\theta_2}{1-\theta_2} \times \frac{2}{rm} \times e_{11}} = \\ &= \left(\frac{11703}{8} - \frac{7536}{8} \right) \pm \sqrt{\frac{0,4478}{0,5522} \times \frac{2}{8} \times 627883} = [164,10; \quad 877,66] \end{aligned}$$

$0 \notin \text{I.C.}(\gamma_{a1} - \gamma_{a3})$, logo ao nível de significância de 5% rejeitamos a hipótese $H_0: \gamma_{a1} = \gamma_{a3}$.

$$\begin{aligned} \text{I.C.}(\gamma_{a2} - \gamma_{a3}) &= \left(\frac{Y_{a..2}}{rm} - \frac{Y_{a..3}}{rm} \right) \pm \sqrt{\frac{\theta_2}{1-\theta_2} \times \frac{2}{rm} \times e_{11}} = \\ &= \left(\frac{7693}{8} - \frac{7536}{8} \right) \pm \sqrt{\frac{0,4478}{0,5522} \times \frac{2}{8} \times 627883} = [-337,15; \quad 376,41] \end{aligned}$$

$0 \in \text{I.C.}(\gamma_{a2} - \gamma_{a3})$, logo ao nível de significância de 5% não rejeitamos a hipótese $H_0: \gamma_{a2} = \gamma_{a3}$.

$$\begin{aligned} \text{I.C. } (\tau_{b1} - \tau_{b2}) &= \left(\frac{Y_{b..1}}{rm} - \frac{Y_{b..2}}{rm} \right) \pm \sqrt{\frac{\theta_2}{1-\theta_2} \times \frac{2}{rm} \times e_{22}} \\ &= \left(\frac{2161}{8} - \frac{7093}{8} \right) \pm \sqrt{\frac{0,4478}{0,5522} \times \frac{2}{8} \times 1305394} = [-1130,94; -102,06] \end{aligned}$$

0 \notin I.C. $(\tau_{b1} - \tau_{b2})$, logo ao nível de significância de 5% rejeitamos a hipótese $H_0: \tau_{b1} = \tau_{b2}$.

$$\begin{aligned} \text{I.C. } (\tau_{b1} - \tau_{b3}) &= \left(\frac{Y_{b..1}}{rm} - \frac{Y_{b..3}}{rm} \right) \pm \sqrt{\frac{\theta_2}{1-\theta_2} \times \frac{2}{rm} \times e_{22}} \\ &= \left(\frac{2161}{8} - \frac{11222}{8} \right) \pm \sqrt{\frac{0,4478}{0,5522} \times \frac{2}{8} \times 1305394} = [-1647,07 ; -618,19] \end{aligned}$$

0 \notin I.C. $(\tau_{b1} - \tau_{b3})$, logo, ao nível de significância de 5% rejeitamos a hipótese $H_0: \tau_{b1} = \tau_{b3}$.

$$\begin{aligned} \text{I.C. } (\tau_{b2} - \tau_{b3}) &= \left(\frac{Y_{b..2}}{rm} - \frac{Y_{b..3}}{rm} \right) \pm \sqrt{\frac{\theta_2}{1-\theta_2} \times \frac{2}{rm} \times e_{22}} \\ &= \left(\frac{7093}{8} - \frac{11222}{8} \right) \pm \sqrt{\frac{0,4478}{0,5522} \times \frac{2}{8} \times 1305394} = [-1030,57 ; -1,69] \end{aligned}$$

0 \notin I.C. $(\tau_{b2} - \tau_{b3})$, logo, ao nível de significância de 5% rejeitamos a hipótes $H_0: \tau_{b2} = \tau_{b3}$.

Concluindo, ao nível de significância de 5% afirmamos que: $\tau_{a1} \neq \tau_{a2}$, $\gamma_{b1} = \gamma_{b2}$, logo, o motivo da rejeição H_{01} foi o desempenho desigual das linhagens de milho no rendimento do próprio milho. Também ao nível de significância de 5% afirmamos que:

$\gamma_{a1} \neq \gamma_{a2}$, $\gamma_{a1} \neq \gamma_{a3}$, $\gamma_{a2} = \gamma_{a3}$, $\tau_{b1} \neq \tau_{b2}$, $\tau_{b1} \neq \tau_{b3}$ e $\tau_{b2} \neq \tau_{b3}$, logo H_{02} foi rejeitado pelo desempenho desigual das linhagens de sorgo tanto no rendimento do próprio sorgo, como no rendimento do milheto, atuando neste caso como cultura consorciada. Temos também que a linhagem A do sorgo atuando como cultura consorciada, se diferenciou das demais quanto ao rendimento do milheto.

O segundo caminho a seguir quando da rejeição de H_{01} e H_{02} é a interpretação dos resultados em termos da função linear discriminante do vetor de observações, o qual explica a variação máxima entre os tratamentos em termos dos autovalores de $E^{-1}H_i$.

Ao rejeitarmos H_{01} , isto é, como há efeito das linhagens do milheto e como há apenas duas linhagens distintas de milheto (a e b), uma única função discriminante é criada, a saber:

$$F_{1hij} = 0,00398: Y_{ahij} + 0,00146 Y_{bhij} - 5,71569$$

duas funções discriminantes devem ser criadas, a saber:

$$F_{1hij} = 0,00032 Y_{ahij} + 0,00323 Y_{bhij} - 3,1192911 \text{ e}$$

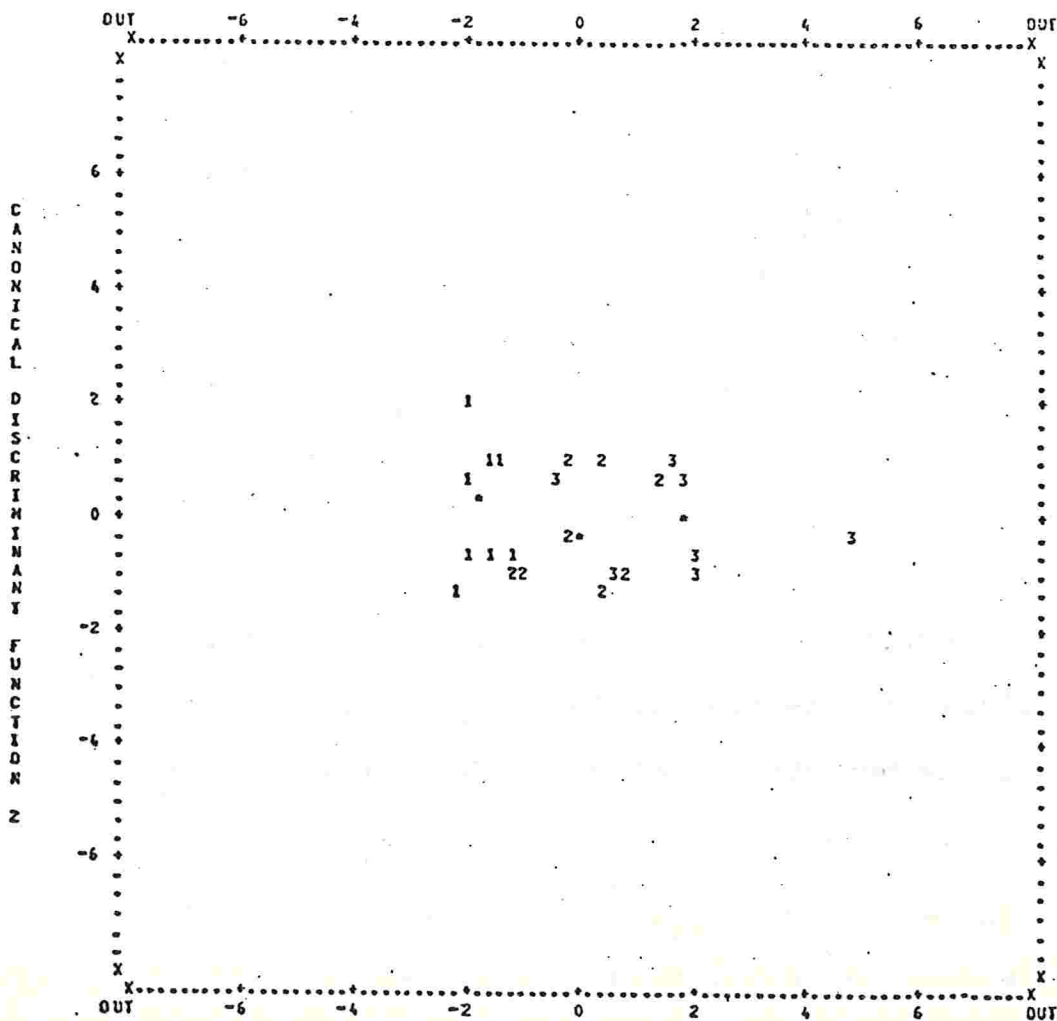
$$F_{2hij} = 0,00169 Y_{ahij} + 0,00062 Y_{bhij} - 2,426454$$

Figura 4 - Gráfico das duas funções canônicas discriminantes F_1 e F_2 fornecido pelo programa SPSS onde 1 indica a linhagem A do sorgo, 2 indica a linhagem B do sorgo e 3 indica a linhagem C do sorgo

••ANALISE DISCRIMINANTE D••

ALL-GROUPS SCATTERPLOT - * INDICATES A GROUP CENTROID

CANONICAL DISCRIMINANT FUNCTION 1



Observando o gráfico destas funções para todos os consórcios, notamos que a função discriminante F_2 não separa os grupos 1, 2 e 3. Já a função F_1 , a qual é basicamente função só do rendimento do sorgo (peso 10 vezes maior do que o do rendimento do milho) separa melhor os 3 grupos.

A linhagem A do sorgo é a que proporciona menores rendimentos e a linhagem C do sorgo é a que proporciona os maiores rendimentos.

Com base nos dois caminhos sugeridos concluímos que as linhagens b de milho e C de sorgo são as que fornecem, em consórcio, os melhores resultados.

Vamos agora comparar tal consórcio com as monoculturas, quanto ao rendimento de cada uma das culturas. O consórcio de interesse é o consórcio 23 (bc).

Para o rendimento do milho temos:

$$Y_{.10} = 3185, Y_{.20} = 8112, Y_{.23} = 5851$$

Utilizando o método de Tukey temos:

$$QME = 37900,01, r = 4$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{QME}{r}} = \sqrt{\frac{37900,01}{4}} = 97,339622$$

$$q_{5\%}, 3, 21 \approx 3,57$$

$$q\Delta \approx 347,308$$

Procedendo-se aos testes através do método de Tukey, afirmamos, então, ao nível de significância de 5% que

$$\mu_{a.10} < \mu_{a.23} < \mu_{a.20} .$$

Para o rendimento do sorgo temos:

$$Y_{b.01} = 5518 , Y_{b.02} = 9667 , Y_{b.03} = 12437 \quad \text{e} \quad Y_{b.23} = 4679 .$$

Utilizando o método de Tukey temos:

$$QME = 185791,07 , \quad r = 4$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{QME}{4}} = \sqrt{\frac{185791,07}{4}} = 215,5174395$$

$$q_{5\%}, 4, 24 = 3,90$$

$$q\Delta \cong 840,518$$

Procedendo-se aos testes através do método de Tukey afirmamos, então, ao nível de significância de 5% que

$$\mu_{b.23} = \mu_{b.01} < \mu_{b.02} = \mu_{b.03}$$

4.4.3 O método gráfico

A fim de tornar as variáveis Y_a e Y_b independentes para que possam ser alocadas em eixos ortogonais é necessário que estas sejam transformadas em x_1 e x_2 respectivamente, onde:

$$x_1 = Y_a / \sqrt{V_{11}},$$

$$V'_{22} = V_{22} - V_{12}^2 / V_{11} \quad \text{e}$$

$$x_2 = (Y_b - V_{12} Y_a / V_{11}) / \sqrt{V'_{22}}$$

Um círculo de raio $\frac{t_{5\%,r}}{r}$ com centro em cada ponto indicativo do resultado de um determinado consórcio nos proporcionará uma região com 95% de confiança para os rendimentos deste consórcio em questão.

Uma transformação de Y_a e Y_b em z_1 e z_2 , tal que z_1 e z_2 são alocados em eixos não ortogonais também pode ser feita.

Temos:

$$\cos \theta = \frac{V_{12}}{\sqrt{V_{11}V_{22}}}$$

onde θ é o ângulo interno entre os eixos z_1 e z_2

$$V'_{11} = V_{11} - \frac{V_{12}^2}{V_{22}},$$

$$z_1 = Y_a / \sqrt{V'_{11}} \quad \text{e}$$

$$z_2 = Y_b / \sqrt{V'_{22}}$$

Para o experimento em estudo temos:

$$E = \begin{pmatrix} 627883 & -4669 \\ & 1305394 \end{pmatrix}, \quad v_e = 15$$

$$V_{11} = 41858,86667, \quad V_{12} = -311,26667, \quad V_{22} = 87026,26667$$

$$\cos \theta = -0,005157 \quad \text{e} \quad \theta = 90,30^\circ$$

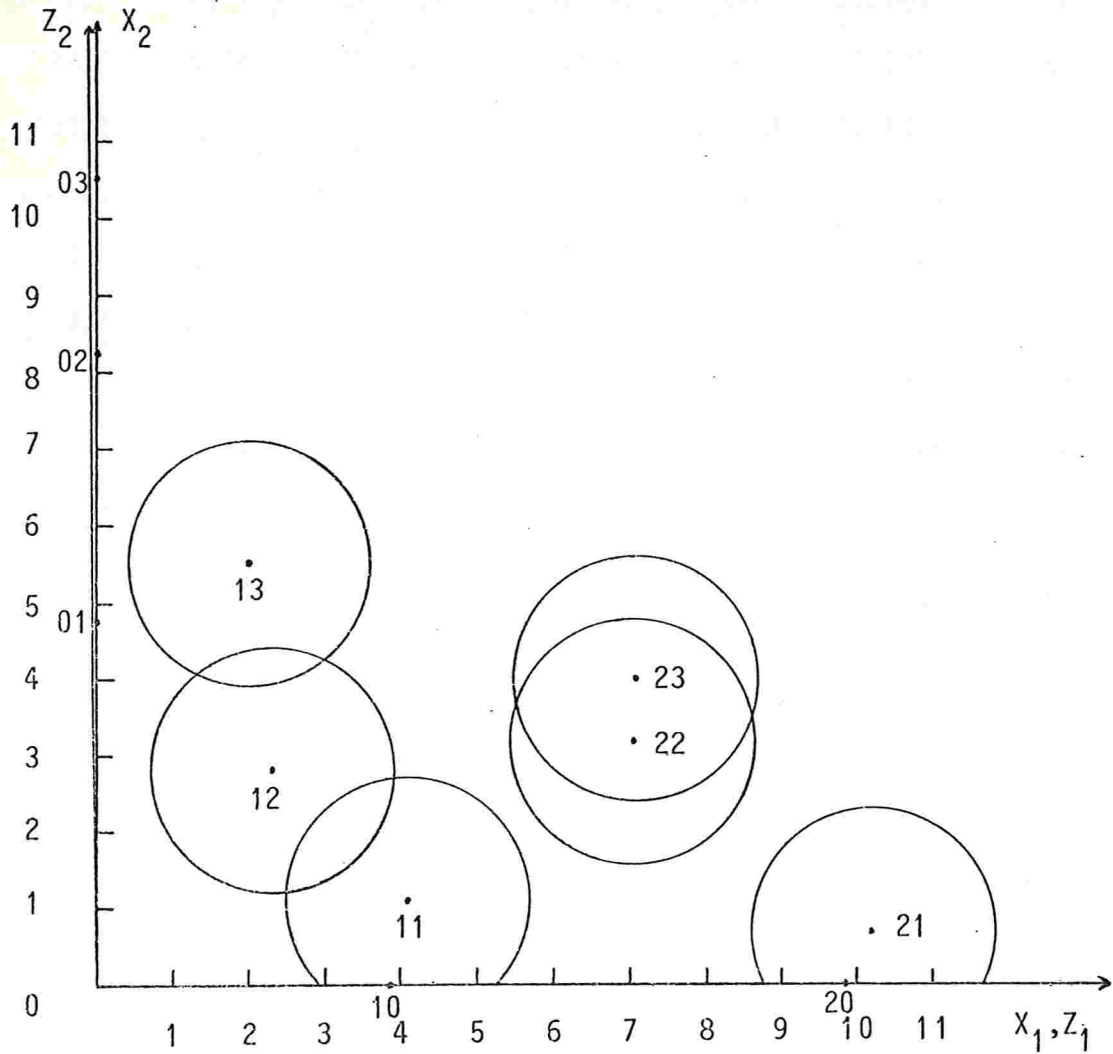
Os resultados das médias dos diversos tratamentos é apresentado na tabela a seguir:

Tabela 7 - Valor médio das variáveis Y_a , Y_b , z_1 , z_2 , x_1 e x_2 para os 6 consórcios e as 5 monoculturas

tratamento	Y_a	Y_b	z_1	z_2	x_1	x_2
11	841,00	345,75	4,11050	1,17225	4,11050	1,19325
12	480,00	836,50	2,34600	2,83575	2,34600	2,84775
13	421,25	1635,75	2,05900	5,54500	2,05900	5,55575
21	2084,75	194,50	10,18975	0,65950	10,18975	0,71175
22	1443,25	936,75	7,05450	3,17550	7,05425	3,21175
23	1462,75	1169,75	7,14950	3,96550	7,14950	4,00225
10	796,25		3,89200		3,89200	
20	2028,00		9,91225		9,91225	
01		1379,50		4,67600		4,67600
02		2416,75		8,19250		8,19250
03		3109,25		10,53975		10,53975

O gráfico abaixo apresenta os resultados médios de x_1 , x_2 , z_1 e z_2 , bem como as regiões de confiança para x_1 e x_2 .

Figura 5 - Representação gráfica dos rendimentos de milho e sorgo transformados.



Verificando o gráfico notamos que os consórcios 22 (bB) e 23 (bC) se comportam de forma equivalente, bem como o consórcio 21 (bA) e a monocultura da linhagem b do milho, os consórcios 13 (aC) e 12 (aB) e os consórcios 12 (aB) e 11 (aA).

Para tais comparações, porém, não foram adotados procedimentos que garantam o nível de significância de 5% pré-estabelecido.

4.5 Combinação linear dos resultados em uma única resposta

4.5.1 Análise univariada para uma única resposta função dos rendimentos de milho e sorgo

Seja a relação entre os preços de milho e sorgo na base de 1:3 (Gomes, 1983). Temos:

$$W_{hij} = Y_{ahij} + 3 Y_{bhij}$$

Os valores de W_{hij} são dados na tabela a seguir:

Tabela 8 - Valores da variável aleatória W_{hij} para os 6 consórcios nos 4 blocos

consórcio	W_{hij}	consórcio	W_{hij}	consórcio	W_{hij}
111	1315	113	5098	122	5184
211	2044	213	4987	222	4446
311	1735	313	3722	322	4025
411	2419	413	7507	422	3359
112	2493	121	2290	123	5351
212	2230	221	2785	223	3641
312	3852	321	2907	323	5494
412	3383	421	2691	423	5402

Segue a tabela de análise de variância para a variável W_{hij} , com $1 \leq h \leq 4$, $1 \leq i \leq 2$ e $1 \leq j \leq 3$:

Tabela 9 - Análise de variância para os 6 tratamentos em 4 blocos, em modelo de blocos completamente aleatorizados para a variável aleatória

$$W_{hij} = Y_{ahij} + 3 Y_{bhij}$$

Fonte de variação	g.l.	Soma de quadrados	Quadrado médio	Estatística F observada	conclusão
Correção pela média	1	325312066,66			
Blocos	3	1869832,64			
Linhagens de milho	1	1921004,14	1921004,14	2,334	n.s.
Linhagens de sorgo	2	33151956,34	16575978,17	20,135	***
Interação das linhagens de milho e sorgo	2	2776772,36	1388386,18	1,687	n.s.
Erro	15	12348417,86	823227,86		
Total	24	377380050,00			

Concluindo, há evidências de que existe efeito das linhagens de sorgo. Uma vez rejeitada H_{02} , iremos detectar os motivos desta rejeição utilizando os métodos de Tukey, Scheffé e de análise de conglomerados. Aplicando o método de Tukey temos:

$$q_{5\%, n, (r-1)(mn-1)} = q_{5\%, 3, 15} = 3,67$$

$$\Delta = \sqrt{\frac{QME}{rm}} = \sqrt{\frac{823227,86}{8}} = 320,7857262$$

$$q\Delta \approx 1177,284$$

$$W_{..1} = 18186, W_{..2} = 28972, W_{..3} = 41202$$

Procedendo-se aos testes através do método de Tukey, ao nível de significância de 5% afirmamos que: $\gamma_1 \neq \gamma_2$, $\gamma_1 \neq \gamma_3$ e $\gamma_2 \neq \gamma_3$, isto é, as três linhagens de sorgo se comportam de formas distintas.

Aplicando o método de Scheffé temos:

$$\sum_{j=1}^3 C_j^2 = 2$$

$$F_{5\%, n-1, (r-1)(mn-1)} = F_{5\%, 2, 15} = 3,68$$

$$\sqrt{\frac{QME}{rm} \times (n-1) \times 2 \times F_{5\%, 2, 15}} = \sqrt{\frac{823227,86}{8} \times 2 \times 2 \times 3,68} = 1230,747.$$

$$W_{..1} = 18186, \quad W_{..2} = 28972 \quad e \quad W_{..3} = 41202$$

Procedendo-se aos testes através do método de Scheffé chegamos às mesmas conclusões quando da utilização do método de Tukey.

Aplicando o método de análise de conglomerados temos:

Na análise de variância rejeitamos $H_{02}: \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = 0$. Vamos, por meio da análise de conglomerados particionar os rendimentos das três linhagens de sorgo em grupos tais que sejam homogêneos internamente e heterogêneos entre si. Temos:

Grupo inicial:

18186	28972	41202
-------	-------	-------

Aplicando o método de análise de conglomerados, de forma análoga ao item 4.3.2.3, temos:

Resultado final

	(A)	(B)	(C)
SORGO	1	2	3
	2273,25	3621,50	5150,25

O método de análise de conglomerados chega portanto às mesmas conclusões que os métodos de Tukey e Scheffé.

Concluimos que a linhagem C do sorgo é a que proporciona melhores resultados.

4.5.2 Análise referente a um arranjo dialélico parcial e o índice de efeito geral de consórcio

Com base no modelo proposto:

$$Z_{ij} = m + \alpha g + \frac{1}{2} (a_i + b_j) + \theta (\bar{c} + c_i + c_j + d_{ij}) + \bar{e}_{ij} \quad \text{com}$$
$$C_{ij} = \bar{c} + c_i + c_j + d_{ij}, \quad 1 \leq i \leq 2, \quad 1 \leq j \leq 3 \quad \text{e} \quad 1 \leq r \leq 4 \quad \text{a análise de}$$

variância pode ser realizada.

Tabela 10 - Análise de variância para um arranjo dialético parcial composto de 11 tratamentos em 4 blocos, em modelo de blocos completamente aleatorizados

Fonte de variação	g.l.	Soma de quadrados	Quadrado médio	Estatística F observada	conclusão
Tratamentos	10	6294971,67	6294971,67	17,082	***
. Dif. grupos	1	38479127,70	38479127,70	104,416	***
. Cultura de milho	1	1236708,64	1236708,64	3,356	n.s.
. Cultura de sorgo	2	21769117,36	10884558,68	29,536	***
. Efeito geral de consórcio	6	1464763,00	244127,17	0,662	n.s.
. médio	1	607115,06	607115,06	1,647	n.s.
. Cultura de milho	1	2146,43	2146,43	0,006	n.s.
. Cultura de sorgo	2	161308,35	80654,04	0,219	n.s.
. Específico	2	694193,09	347096,54	0,942	n.s.
Resíduo	24	8844446,93	368518,62		

onde $SQR = \frac{1}{4}(SQR_a + SQR_b + SQR_c)$

$SQR_a = 676992,38$, $SQR_b = 22961377,50$ e $SQR_c = 12348417,86$

A partir desta análise de variância podemos testar as hipóteses de existência dos diversos efeitos.

O método em estudo, embora mais completo que o método de análise univariada para uma única resposta função dos rendimentos de milho e de sorgo, pois leva em conta as monoculturas, chega às mesmas conclusões que o dito método quanto a existência de

efeito das linhagens de sorgo e inexistência de efeito das linhagens de milho e interação entre linhagens de milho e sorgo.

O índice de efeito geral de consórcio (C_{ij}) pode agora ser calculado. Temos:

Tabela 11 - Valor do índice C_{ij} para $1 \leq i \leq 2$ e $1 \leq j \leq 3$

i \ j	1	2	3
1	-793,500	-1033,750	266,500
2	-619,375	-385,625	-705,875

Tabela 12 - Valores do índice C_{ij}^* para $1 \leq i \leq 2$ e $1 \leq j \leq 3$

i \ j	1	2	3
1	-0,297	-0,267	0,053
2	-0,046	-0,083	-0,068

A menos do consórcio 13, todos os valores de C_{ij} e C_{ij}^* foram negativos. Note, porém, que não foi detectado na análise de variância a existência do efeito geral de consórcio, razão pela qual não consideramos, na realidade, nenhum dos índices C_{ij} diferentes de zero, indicando a inexistência de diferença nos resultados de monocultivo e consórcio.

4.6 O índice LER

Utilizaremos neste estudo a padronização dos rendimentos das culturas componentes do índice pela média da melhor linhaagem de monocultivo de todos os blocos. Temos:

$$S_a = \overline{Y_{.20}} = \frac{8112}{4} = 2028,00$$

e

$$S_b = \overline{Y_{.03}} = \frac{12437}{4} = 3109,25$$

e

$$LER_{hij} = L_{ahij} + L_{bhij}$$

Os resultados do experimento são fornecidos nas tabelas a seguir:

Tabela 13 - LER's parciais L_{ahij} e L_{bhij} para $1 \leq h \leq 4$, $1 \leq i \leq 2$ e $1 \leq j \leq 3$

consórcio \ blocos	L_{ahij}				L_{bhij}			
	1	2	3	4	1	2	3	4
11	0,274	0,496	0,499	0,390	0,081	0,111	0,078	0,175
12	0,317	0,277	0,210	0,143	0,198	0,179	0,367	0,332
13	0,286	0,177	0,201	0,168	0,484	0,496	0,355	0,768
21	0,910	1,308	0,959	0,953	0,048	0,018	0,103	0,081
22	0,639	1,107	0,889	0,514	0,417	0,302	0,238	0,248
23	0,730	1,002	0,764	0,609	0,415	0,220	0,423	0,447

Tabela 14 - O índice LER_{hij} , LER_{ij} , o LER parcial L_{aij} e a proporção de milheto no LER, $\lambda_{ij} = L_{aij}/LER_{ij}$.

Consórcios	LER_{hij} Blocos				LER_{ij}	L_{aij}	λ_{ij}
	1	2	3	4			
11	0,355	0,607	0,577	0,565	0,52600	0,415175	0,788
12	0,515	0,456	0,577	0,475	0,50575	0,237750	0,468
13	0,770	0,673	0,556	0,936	0,73375	0,208000	0,283
21	0,958	1,308	1,062	1,034	1,09050	1,028000	0,943
22	1,056	1,107	1,127	0,762	1,01300	0,711750	0,703
23	1,145	1,002	1,187	1,056	1,09750	0,721250	0,657

Antes de procedermos à análise de variância para a variável aleatória LER_{hij} , é necessário que se estude se sua distribuição pode ser encarada como sendo aproximadamente normal.

Temos o modelo:

$$LER_{hij} = \mu + \beta_h + \tau_i + \gamma_j + \tau\gamma_{ij} + \epsilon_{hij} \quad \text{com } 1 \leq h \leq 4, \\ 1 \leq i \leq 2 \quad \text{e} \quad 1 \leq j \leq 3 .$$

Os estimadores de mínimos quadrados para os parâmetros do modelo são dados por:

$$\hat{\mu} = \frac{LER_{...}}{24} , \quad \hat{\beta}_h = \frac{LER_{h..}}{6} - \hat{\mu} , \quad \hat{\tau}_i = \frac{LER_{.i.}}{6} - \hat{\mu} , \\ \hat{\gamma}_j = \frac{LER_{..j}}{8} - \hat{\mu} , \quad \hat{\tau\gamma}_{ij} = \frac{LER_{.ij}}{4} - \hat{\tau}_i - \hat{\gamma}_j - \hat{\mu} ,$$

$$e_{hij} = LER_{hij} - \hat{\mu} - \hat{\beta}_h - \hat{\tau}_i - \hat{\gamma}_j - \hat{\tau\gamma}_{ij}$$

Os resíduos do modelo são dados a seguir:

Tabela 15 - Resíduos e_{hij} relativos ao modelo do índice LER_{hij}

Bloco consórcio	e_{hij}			
	1	2	3	4
11	-0,14308	0,04992	0,03108	0,06208
12	0,03717	-0,08083	0,05133	-0,00767
13	0,06417	-0,09183	-0,19767	0,22533
21	-0,10458	0,18642	-0,04842	-0,03342
22	0,07092	0,06292	0,09408	-0,22792
23	0,07542	-0,12658	0,06958	-0,01842

Realizando os cálculos necessários, temos:

$$b_1 = 0,1965$$

$$b_2 = 0,3170$$

b_1 e b_2 são, segundo Srivastava (1959), tais que aceitamos que a distribuição do índice LER_{hij} , definido segundo a padronização pela média da melhor linhagem de monocultivo de todos os blocos, é aproximadamente normal.

Podemos agora, aceita a hipótese de normalidade, proceder a análise de variância para o índice LER_{hij} .

Tabela 16 - Análise de variância para os 6 tratamentos em 4 blocos, em modelo de blocos completamente aleatorizados para a variável aleatória LER_{hij} , onde $1 \leq h \leq 4$, $1 \leq i \leq 2$ e $1 \leq j \leq 3$.

Fonte de variação	g.l.	Soma de Quadrados	Quadrado Médio	Estatística F observada	Conclusão
Correção pela média	1	16,4440815			
Blocos	3	0,0160502			
Linhagens de milho	1	1,3737735	1,3737735	71,895	***
Linhagens de sorgo	2	0,1022193	0,0511096	2,268	n.s.
Interação entre linhagens de milho e de sorgo	2	0,0427803	0,0213901	1,119	n.s.
Erro	15	0,2866193	0,0191080		
Total	24	18,2655240			

Concluindo, há evidências de que existe efeito das linhagens de milho. Como existem apenas duas linhagens distintas, a e b, afirmamos ao nível de significância de 5% que $\tau_1 \neq \tau_2$.

Vamos agora proceder ao teste de Pearce e Edmondson (1984), o qual testa se o índice LER para cada consórcio é estatisticamente igual a um; supondo as probabilidades $\theta_{hij} = \frac{L_{ahij}}{LER_{hij}}$ constantes em cada consórcio ij.

A tabela abaixo fornece os valores de θ_{hij} , onde $1 \leq h \leq 4$, $1 \leq i \leq 2$ e $1 \leq j \leq 3$.

Tabela 17 - Proporções θ_{hij} , com $1 \leq h \leq 4$, $1 \leq i \leq 2$ e $1 \leq j \leq 3$

Bloco Consórcio	θ_{hij}				$\bar{\theta}$
	1	2	3	4	
11	0,772	0,817	0,865	0,690	0,786
12	0,615	0,607	0,364	0,301	0,472
13	0,371	0,263	0,362	0,179	0,294
21	0,950	0,986	0,903	0,922	0,940
22	0,605	0,727	0,789	0,675	0,699
23	0,638	0,780	0,644	0,577	0,660

Os valores de LER_{ij} , L_{aij} , L_{bij} e λ_{ij} estão na tabela a seguir:

Tabela 18 - Índices LER_{ij} , L_{aij} , L_{bij} e proporção λ_{ij} para cada consórcio ij

Consórcio	LER_{ij}	L_{aij}	L_{bij}	λ_{ij}
11	0,52600	0,41475	0,11125	0,788
12	0,50575	0,23675	0,26900	0,468
13	0,73375	0,20800	0,52575	0,283
21	1,09050	1,02800	0,06250	0,943
22	1,01300	0,71175	0,30125	0,703
23	1,09750	0,72125	0,37625	0,657

Os cálculos da estatística R utilizada no teste, em cada consórcio estão apresentados detalhadamente a seguir, pois na literatura não há exemplos do cálculo da estatística R. Temos:

$$a = 2028,00 \quad , \quad b = 3109,25$$

$$V_{aa} = 18657,3333 \quad , \quad V_{bb} = 531327,5833 \quad e \quad V_{ab} = 37040,3333$$

Tabela 19 - Cálculos intermediários e final para a estatística R em cada consórcio

Estatística \ Consórcio	Consórcio					
	11	12	13	21	22	23
p	841,00	480,00	421,25	2084,75	1443,25	1462,75
q	345,75	836,50	1635,75	194,50	936,75	1169,75
V _{pp}	46764,000	23994,667	12002,250	127811,583	115403,583	24944,250
V _{qq}	19494,250	86007,000	291506,250	13589,667	64840,917	106203,583
V _{pq}	-499,000	-37337,333	-22789,917	-29785,167	-18982,583	-31652,417
V _{ap}	-7528,000	3053,333	9318,333	-36473,667	13026,333	4179,667
V _{aq}	-12680,333	16769,333	-43105,666	9951,333	5753,667	29069,000
V _{pb}	-30205,000	-89100,667	-11593,417	-206378,917	-114919,417	-88608,583
V _{bq}	44570,417	182035,833	172832,083	74185,833	-83672,583	215790,750
ô	0,786	0,472	0,294	0,940	0,699	0,560
W ₁	-753,008	-477,216	-174,982	178,430	25,678	124,270
W ₂	-319,630	-805,184	-559,381	7,945	0,866	112,605
V ₁₁	78223,910	25268,875	8135,735	212867,696	106308,761	27554,224
V ₁₂	22161,944	11023,737	5756,341	-24667,610	19379,597	-12399,386
V ₂₂	24750,790	41902,789	312300,144	6600,146	163350,622	20887,342
R observado	7,860	18,621	4,379	0,369	0,006	2,416

$$\text{Temos } R5\% = \frac{2 \times 3}{2} \times F5\%, 2, 2 = 3 \times 19 = 57,00.$$

Como todos os valores observados para R são inferiores a 57,00, ao nível de significância de 5% não rejeitamos nenhuma hipótese $H_0: LER_{ij} = 1$, para qualquer $1 \leq i \leq 2$ e $1 \leq j \leq 3$. Como nenhum teste foi rejeitado, isto significa que a monocultura e o consórcio possuem desempenhos semelhantes, isto é, para se obter o mesmo rendimento obtido pelo consórcio, a mesma área deverá ser cultivada com as duas monoculturas que padronizaram o índice LER.

O teste de Pearce e Edmondson (1984) é um teste conservativo, o que, para n pequeno, justifica o fato de não haver sido rejeitada nenhuma hipótese dos testes efetuados.

4.7 Os índices LER efetivo e LER efetivo composto

Se a proporção de milho no consórcio for livre, analisando os resultados do experimento (tabela 18), vemos que os consórcios formados pela linhagem b de milho (21, 22 e 23) são os que possuem o índice LER_{ij} superior a um.

O consórcio 23 (bc) foi o que apresentou maior índice LER_{ij} . Temos $LER_{23} = 1,0975$, isto é, para se atingir os mesmos rendimentos obtidos com a utilização do consórcio bc em um hectare seriam necessários a utilização de 1,0975 hectares divididos na proporção de 0,657 e 0,343 entre as monoculturas b de milho e C de sorgo.

Se, entretanto, a proporção λ de milho no consórcio for pré-fixada devemos calcular os índices LER efetivo para todos os consórcios ij nos quais $LER_{ij} > 1$ (21, 22 e 23) e os índices LER efe

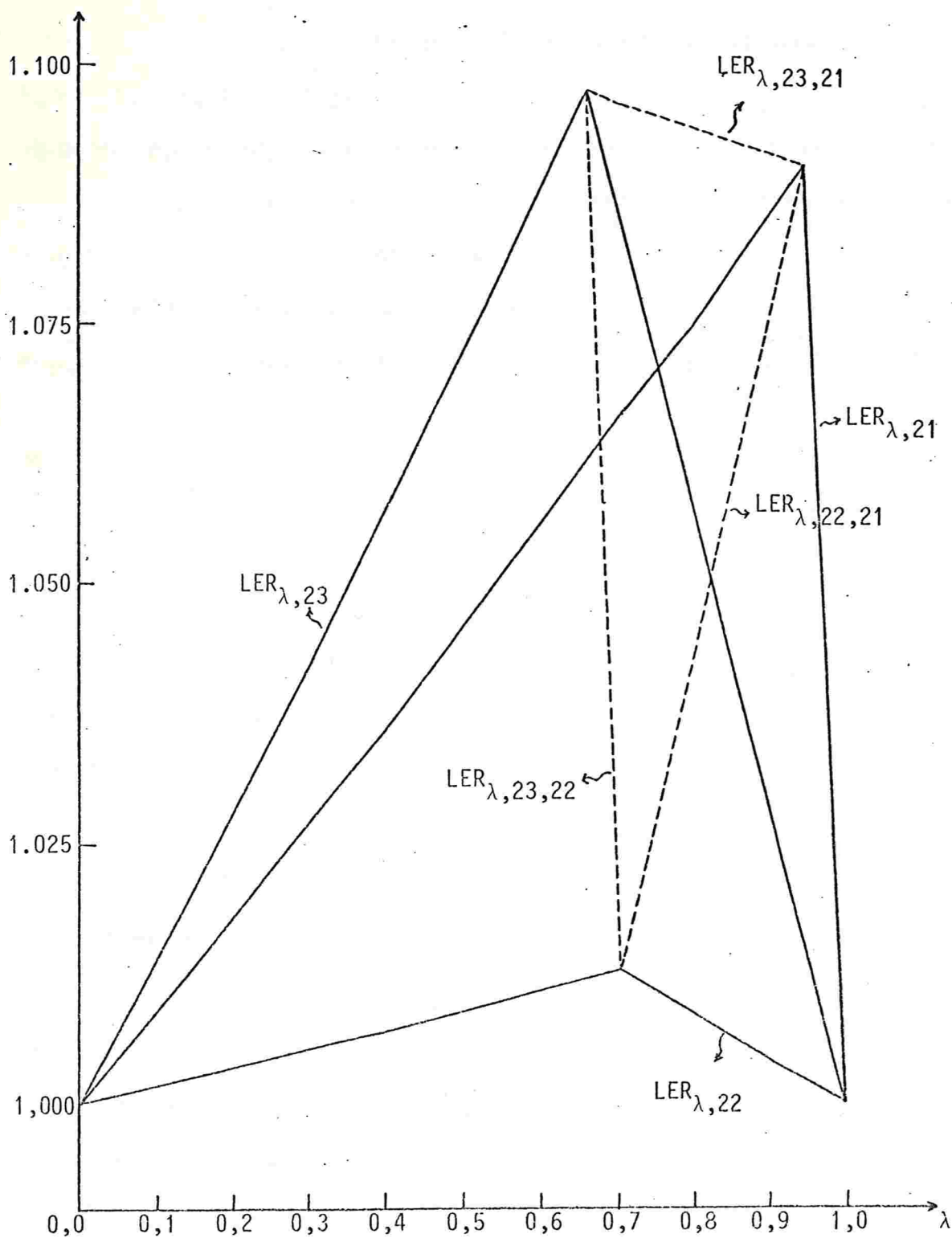
tivo composto para todas as combinações 2 a 2 dos consórcios ij e $i'j'$ tais que $\lambda_{ij} < \lambda < \lambda_{i'j'}$, $LER_{ij} > 1$ e $LER_{i'j'} > 1$.

Para λ variando de 0 a 1, de 0,1 em 0,1 calculamos os índices LER efetivo e LER efetivo composto.

Tabela 20 - Valor dos índices LER efetivo e LER efetivo composto em função da proporção λ do milheto

λ	$LER_{\lambda,21}$	$LER_{\lambda,22}$	$LER_{\lambda,23}$	$LER_{\lambda,22,21}$	$LER_{\lambda,23,22}$	$LER_{\lambda,23,21}$
0,0	1,000	1,000	1,000			
0,1	1,009	1,002	1,014			
0,2	1,018	1,004	1,028			
0,3	1,027	1,006	1,042			
0,4	1,036	1,007	1,057			
0,5	1,046	1,009	1,072			
0,6	1,056	1,011	1,088			
0,7	1,066	1,013	1,084		1,018	1,096
0,8	1,075	1,009	1,055	1,043		1,094
0,9	1,086	1,004	1,027	1,076		1,092
1,0	1,000	1,000	1,000			

Figura 6 - Gráfico dos índices LER efetivo e LER efetivo composto em função da proporção λ de milho



Analisando a tabela e o gráfico vemos que:

Conforme havíamos mencionado no item 3.4, dependendo da proporção λ fixada, pode variar o consórcio que fornece maior índice LER efetivo.

No exemplo para $\lambda = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6$ e $0,7$ temos $LER_{\lambda,23} > LER_{\lambda,21} > LER_{\lambda,22}$. Já para $\lambda = 0,8$ e $0,9$ temos $LER_{\lambda,21} > LER_{\lambda,23} > LER_{\lambda,22}$. Além disto, temos que para $0,657 < \lambda < 0,943$ o índice LER efetivo composto $LER_{\lambda,23,21}$ é sempre superior a todos os outros índices, chegando a apresentar um ganho bruto de 0,02497 quando $\lambda = 0,7464$ uma vez que $LER_{0,7464;23} = LER_{0,7464;21} = 1,07033$ e $LER_{0,7464;23,21} = 1,09530$.

4.8. Comparação dos resultados

Analisando o efeito das linhagens de milho e sorgo, tanto para a análise univariada para cada cultura em separado como para a análise bivariada concluímos que as linhagens b de milho e c de sorgo foram as que apresentaram os melhores resultados.

Utilizando-se a combinação dos resultados em uma única resposta, por ambas as metodologias, concluímos que há apenas efeito das linhagens de sorgo e temos de novo que a linhagem c do sorgo é a que proporciona maiores rendimentos.

Já utilizando o índice LER_{ij} , concluímos que há apenas efeito das linhagens de milho, sendo a linhagem b a que fornece melhores resultados. Notamos também que o consórcio que apresen

ta maior índice LER_{ij} é exatamente o consórcio 23, formado pela linhagem b do milho e pela linhagem C do sorgo, de acordo com os resultados das outras análises.

Temos, porém, que os resultados obtidos com a análise do índice C_{ij}^* (melhor consórcio é o 13) é conflitante com os resultados obtidos com a análise do índice LER_{ij} que utiliza a padronização pela média do melhor genótipo em todos os blocos. Tal disparate se justifica basicamente por dois motivos, a saber:

A padronização utilizada no índice LER_{ij} não é a que sob algumas condições produz o índice LER_{ij} altamente correlacionado com o índice C_{ij}^* . Além disto, os valores experimentais não apresentam resultados muito expressivos, isto é, nem há efeito geral de consórcio significativo, nem os índices LER_{ij} são bem maiores que um.

Finalizando, o índice LER efetivo composto, para as proporções λ em que está definido, apresentou os melhores resultados, sendo que também neste caso está incluído o plantio do consórcio entre as linhagens b de milho e C de sorgo.

Concluindo, deve-se salientar que cada técnica de análise leva a resultados com interpretações distintas e uma boa análise requer que sejam aplicadas todas estas técnicas e que de cada uma delas, em separado e em conjunto, sejam retiradas todas as possíveis informações contidas no conjunto de dados analisado.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Ao se analisar experimentos de culturas consorciadas recomendamos que sejam efetuadas as diversas análises apresentadas pois cada uma delas enfoca o problema de forma distinta. Uma visão geral das conclusões tiradas sob as várias análises nos levará a um melhor entendimento da situação real existente.

Propusemos no capítulo 2 a utilização da técnica de análise de conglomerados em comparações múltiplas. Tal técnica propicia um resultado final de fácil interpretação por parte dos pesquisadores.

Ainda no capítulo 2 montamos as matrizes referentes ao modelo de análise bivariada. Esperamos que a utilização da análise bivariada se torne mais acessível aos agrônomos e pesquisadores da área.

No capítulo 3 estudamos as diversas padronizações do Índice LER, o Índice LER efetivo, e criamos um novo Índice denominado LER efetivo composto que se mostrou útil em várias situações. Seu emprego, através do cultivo de dois consórcios distintos na área de plantio, pode levar a um rendimento extra, que mesmo pequeno em valor bruto, quando utilizado em larga escala pode permitir um rendimento extra considerável.

Foi cogitada a criação de um índice que levasse em conta as covariâncias existentes entre as culturas componentes do índice LER. Tal índice seria criado através da aplicação da técnica de componentes principais. Para haver sentido prático e interpretação deste índice seriam necessárias mais de duas culturas em consórcio. Infelizmente, não conseguimos dados de experimentos consorciados com mais de duas culturas, ficando este índice como sugestão de futuro trabalho.

Vale ressaltar que estudamos a análise de experimentos de culturas consorciadas realizados em situações limitadas. Estudos quanto a utilização de diversos arranjos espaciais, diversos planejamentos, densidades variáveis para ambas as culturas, etc..., podem ser realizados. A área de pesquisa é vasta e os agrônomos, em diversos artigos, ressaltam a necessidade de maior número de estatísticos se dedicarem ao estudo de análise de dados provenientes de culturas consorciadas.

APÊNDICE I

TABELA A SER UTILIZADA NA ANÁLISE DE CONGLOMERADOS

Tabela 1 (*) - A média $E(B)$, o desvio padrão $STDV(B)$, graus de liberdade $\nu(B)$, escala $\lambda(B)$, inclinação $M(B)$ e intercepto $N(B)$ da variável livre $B(Y_F, K, E(W))$

K	E(W)	E(B)	STDV(B)	$\nu(B)$	$\lambda(B)$	M(B)	N(B)
2	1,00	1,00	1,41	1,00	1,00	2,12	1,65
3	1,00	1,85	1,87	1,89	0,98	2,38	2,57
4	1,00	2,64	2,12	3,03	0,87	2,67	3,42
5	1,00	3,28	2,37	3,85	0,85	2,80	3,93
6	1,00	3,99	2,59	4,62	0,86	2,88	4,34
7	1,00	4,61	2,65	6,11	0,75	3,14	5,05
8	1,00	5,30	2,87	6,80	0,78	3,17	5,35
9	1,00	6,00	3,06	7,67	0,78	3,23	5,70
10	1,00	6,00	3,22	7,92	0,83	3,20	5,80

(*) - Tabela parcialmente reproduzida com o consentimento do autor Prof. Dr. Wilton de Oliveira Bussab

LITERATURA CITADA

- BUSSAB, W.O. 1976. *Hierarchical dichotomous partitions in cluster analysis*. London. 236 p. Tese (Doutoramento) - University London.
- BUSSAB, W.O. 1981. Análise de agrupamentos como procedimento de comparação múltipla em interações. IN: COLÓQUIO BRASILEIRO DE MATEMÁTICA, 12., Poços de Caldas, 1979. Atas. Rio de Janeiro, IMPA. p. 523-35.
- CHETTY, C.K.R. & BHASKARA RAO, V.M. 1979 Experimental designs for intercropping systems and analysis of data. IN: INTERNATIONAL WORKSHOP ON INTERCROPPING. Hyderabad, India, 1979. *Proceedings*. Hyderabad, ICRISAT. p. 277-81.
- COCHRAN, W.G. & COX, G.M. 1950 *Experimental designs*. New York, John Wiley. 459 p.
- FEDERER, W.T. 1982 *Curso sobre delineamento e análise estatística de experimentos de consorciação de culturas*. Brasilia, EMBRAPA. 189 p.
- GERALDI, I.O. 1983. *Método de análise estatística para combinação de cultivares em consórcio*. Piracicaba. 120 p. Tese (Doutoramento) - ESALQ - USP.

- GOMES, A.C. 1983. *Métodos de análise e interpretação de ensaios com culturas consorciadas*. Piracicaba. 120 p. Dissertação de Mestrado - ESALQ - USP.
- GONÇALVES, S.R. 1981. *Consociação de culturas - técnicas de análise e estudo da distribuição do LER*. Brasília. 218 p. Dissertação de mestrado - UnB.
- KLECKA, W.R. 1975. Discriminant analysis. In: SPSS: Statistical package for the social sciences. 2. ed. New York, McGraw-Hill. p. 434-67.
- MARDIA, K.V.; KENT, J.T.; BIBBY, J.M. 1979. *Multivariate analysis*. London, Academic Press. 521 p.
- MARSAGLIA, G. 1965. Ratios of normal variables and ratios of sums of uniform variables. *Journal of the American Statistical Association*, 60: 193-204.
- MCGILCHRIST, C.A. 1965. Analysis of competition experiments. *Biometrics*, 21(2): 975-85
- MCGILCHRIST, C.A. & TRENBATH, B.R. 1971. A revised analysis of plant competition experiments. *Biometrics*, 27(2): 659-71.
- MEAD, R. 1979. Competition experiments. *Biometrics*, 35(1): 41-54.

- MEAD, R. & RILEY, J. 1981. A review of statistical ideas relevant to intercropping research. *Journal Royal Statistical Society. Serie A*, 144: 462-509.
- MEAD, R. & STERN, R.D. 1979. Statistical considerations in experiments to investigate intercropping. IN: INTERNATIONAL WORKSHOP ON INTERCROPPING, Hyderabad, India, 1979. *Proceedings*. Hyderabad, ICRISAT. p. 263-76.
- MEAD, R. & STERN, R.D. 1980. Designing experiments for intercropping research. *Expl. Agric.*, 16: 329-42.
- MEAD, R. & WILEY, R.W. 1980. The concept of a "Land Equivalent Ratio" and advantages in fields from intercropping. *Expl. Agric.*, 16: 217-28.
- MORRISON, D.F. 1976. *Multivariate statistical methods*. 2 ed. New York, McGraw-Hill. 415 p.
- OYEJOLA, B.A. & MEAD, R. 1981. Statistical assessment of different ways of calculating Land Equivalent Ratios (LER). *Expl. Agric.*, 18: 125-38.
- PANTELIDES, D. 1979. *On the analysis of intercropping experiments*. England. 127 p. Dissertação de Mestrado - Reading University.

PEARCE, S.C. & EDMONDSON, R. N. 1982. Historical data as a guide to selecting systems for intercropping two species. *Expl. Agric.*, 18: 353-62

PEARCE, S.C. & EDMONDSON, R.N. 1984. The Consultant's Forum - Experimenting with intercrops. *Biometrics*, 40(1): 231-7.

PEARCE, S.C. & GILLIVER, B. 1978. The statistical analysis of data from intercropping experiments. *Journal of Agricultural Science*, 91: 625-32.

PEARCE, S.C. & GILLIVER, B. 1979. Graphical assessment of intercropping methods. *Journal of Agricultural Science*, 93: 51-8.

SRIVASTAVA, A.B.L. 1959. Effect of non-normality on the power of the analysis of variance test. *Biometrika*, 46: 114-22.

TIMM, N.H. 1975. *Multivariate analysis: with applications in Education and Psychology*. Monterey, Brooks-cole. 689 p.

WILLEY, R.W. 1979a. Intercropping - its importance and research needs. Part 1. Competition an yield advantages. *Field crops. Abstracts*, 32: 1-10.

WILLEY, R.W. 1979b. Intercropping - its importance and research needs. Part 2. Agronomy and research approaches. *Field Crops. Abstracts*, 32: 73-85.

WINER, B.J. 1971. *Statistical principles in experimental design*. 2. ed. New York, McGraw-Hill. 907 p.

o0o