

Modelagem de posições relativas
de formas complexas para
análise de configuração
espacial: *entre e ao longo de*

Celina Maki Takemura

TESE APRESENTADA
AO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
PARA
OBTENÇÃO DO TÍTULO
DE
DOUTOR EM CIÊNCIAS

Área de Concentração : **Ciência da Computação**

Orientador : **Prof. Dr. Roberto Marcondes Cesar Junior**

Durante o desenvolvimento deste trabalho o autor
recebeu auxílio financeiro da CAPES

- São Paulo, maio de 2008 -

USP - Universidade de São Paulo
IME - Instituto de Matemática e Estatística
DCC - Departamento de Ciência da Computação

Modelagem de posições relativas de formas
complexas para análise de
configuração espacial: *entre e ao longo de*

Celina Maki Takemura

São Paulo, 2008

Modelagem de posições relativas de formas
complexas para análise de
configuração espacial: *entre e ao longo de*

Celina Maki Takemura

**Modelagem de posições relativas de formas
complexas para análise de
configuração espacial: *entre e ao longo de***

Tese apresentada como requisito parcial de
avaliação para obtenção do título de doutor,
desenvolvida sob orientação do Professor Dr.
Roberto Marcondes Cesar Junior.

São Paulo, 2008

Resumo

O tema deste trabalho está concentrado no estudo de relações espaciais em imagens. Duas relações espaciais complexas são particularmente tratadas: *entre* e *ao longo de*. Neste contexto, propusemos modelos matemáticos para caracterizar a relação *ao longo de*. Duas abordagens foram propostas, a primeira sendo baseada no cálculo da região *entre* os objetos a partir do conceito de visibilidade. A segunda, com objetivo de diminuir o tempo computacional, restrita ao caso 2D e à representação binária de objetos, é baseada no cálculo do envelope convexo. Experimentos foram realizados com o intuito de validar os modelos com o significado perceptual da relação. Além disso, apresentamos vários resultados experimentais, incluindo a aplicação da relação espacial *entre* 2D e 3D em um trabalho de segmentação de imagens médicas.

Abstract

The present thesis concentrates on the analysis of spatial relations in images. Two complex spatial relations are particularly analyzed: *between* and *along*. In this context, we present mathematical definitions of the degree to which an object A is along an object B . We propose two approaches. The first one is based on the definition of the region *between* A and B provided by the concept of visibility. The second one was developed to reduce the computational complexity to calculate the region *between* two objects. It is restricted to the 2D crisp case and it is directed by the convex hull. Experimental results corroborate the introduced measures. Therefore, the perceptual meaning of the relation *along* supports the model. Moreover, we show and discuss the use of the proposed techniques, including the application of the 2D and 3D spatial relation *between* in medical images segmentation.

Sumário

Resumo	i
Abstract	iii
Lista de Figuras	vii
Lista de Tabelas	ix
1 Introdução	1
1.1 Motivação	3
1.2 Objetivos	5
1.3 Contribuições	5
1.4 Organização do trabalho	6
2 Revisão Bibliográfica	9
2.1 A semântica do espaço em português	9
2.1.1 Relações espaciais	11
2.2 Relações topológicas	12
2.3 Relações de distância	17
2.4 Relações direcionais	18
2.4.1 Modelos baseados em agregação	20
2.4.2 Modelos baseados em compatibilidade	20
2.4.3 Modelos <i>morfológicos</i>	21
2.4.4 Definindo μ_{rel}	21
2.4.5 Histograma de ângulos	22
2.4.6 Histograma de forças	23
2.4.7 <i>Fuzzificação</i> de modelos de posições relativas de objetos <i>crisps</i>	25
2.5 Relação <i>Entre</i> (<i>Between</i> e <i>Among</i>)	25
2.6 Relação <i>ao redor de</i>	34
3 Relação <i>ao longo de</i>	39
3.1 Introdução	39
3.2 Modelando a relação <i>ao longo de</i> para objetos <i>crisp</i>	40

3.2.1	Definição da região <i>entre</i> dois objetos	42
3.2.2	Definição do grau de alongamento	43
3.3	Modelando a relação <i>ao longo de</i> para objetos <i>fuzzy</i>	45
3.4	Medidas baseadas em contornos 2D	46
3.4.1	Extração de contornos	48
3.4.2	Relação <i>entre</i>	48
3.4.3	Relação ao longo de	50
4	Resultados Experimentais	55
4.1	Relação <i>ao longo de</i>	55
4.1.1	Objetos <i>Crisp</i>	55
4.1.2	Objetos <i>fuzzy</i>	60
4.1.3	Abordagem usando contornos	64
4.2	Aplicação da relação <i>entre</i>	66
4.2.1	Definição da região de interesse	66
4.2.2	Segmentação usando um modelo deformável	67
5	Conclusão	71
5.1	Comentários finais	71
5.2	Trabalhos futuros	72
	Referências Bibliográficas	75
A	Artigos publicados/aceitos para publicação	83
A.1	Conference papers	85
A.1.1	Artigo CIARP'2005	85
A.1.2	Artigo IPMU'2006	99
A.2	Journal papers	109
A.2.1	Artigo Pattern Recognition'2008	109
A.3	Capítulo de livro	127
A.3.1	Capítulo Uncertainty and Intelligent Information Systems'2008 . . .	127

Lista de Figuras

1.1	Análise de posições relativas	2
2.1	As treze relações entre intervalos de Allen	13
2.2	Ilustração das relações RCC	15
2.3	Hierarquia das relações no RCC	16
2.4	Relações direcionais	18
2.5	Exemplo de conjunto de pertinência	22
2.6	Características dos histogramas de força: (a) F_0 ; (b) F_2	24
2.7	Definição da relação <i>entre</i>	27
2.8	Definição da região <i>entre</i> β através de envelope convexo	28
2.9	Exemplo de concavidade não-visível	30
2.10	Exemplo de concavidade não-visível	30
2.11	Noção de segmento admissível.	31
2.12	Conceito de visibilidade <i>fuzzy</i>	32
2.13	Exemplo com objetos de diferentes extensões	33
2.14	Ângulos associados à H^α [51].	34
2.15	Relação <i>ao redor de</i>	37
3.1	Casos para análise da relação <i>ao longo de</i>	41
3.2	Abordagem de visibilidade	42
3.3	Construção da região <i>entre</i>	47
3.4	Análise da região <i>entre</i> por contornos	52
3.5	Análise da região <i>entre</i> por contornos	53
3.6	Quanto um objeto localizado está <i>entre</i> objetos referência	54
4.1	Resultados usando a abordagem da visibilidade para calcular β	58
4.2	Resultados usando a abordagem da visibilidade para calcular β e β_t	59
4.3	Resultados usando a abordagem da visibilidade <i>fuzzy</i> para calcular β_F e β_{F_t}	62
4.4	Exemplo para objetos <i>fuzzy</i>	63
4.5	Relação <i>entre</i>	67
4.6	Segmentação do coração usando relação <i>entre</i>	69
5.1	Exemplo onde os objetos têm formas complexas.	72

Lista de Tabelas

2.1	<i>4-intersection</i>	15
2.2	Relações RCC	16
4.1	Relação <i>ao longo de</i>	56
4.2	Relação <i>ao longo de</i> (objetos sintéticos)	58
4.3	Relação <i>ao longo de</i> (estruturas cerebrais - binarizadas)	59
4.4	Relação <i>ao longo de</i> (formas <i>fuzzy</i> sintéticas)	60
4.5	Relação <i>ao longo de</i> (estruturas cerebrais)	61
4.6	Relação <i>ao longo de</i> (objetos sintéticos), usando contornos	64
4.7	Relação <i>ao longo de</i> (tempo de execução)	65

Capítulo 1

Introdução

As relações espaciais são intrínsecas a vários aspectos da vida cotidiana. Quando dizemos *X está a 3 metros de Y* usamos de uma relação (espacial) de distância, entre o objeto referência, *Y*, e o objeto localizado, *X*. Essas mesmas relações constituem um elemento de grande relevância para descrição e interpretação de imagens. Observe a Figura 1.1. Analisemos as relações espaciais entre a menina (*A*) e o menino (*O*). Na Figura 1.1(a), *A está mais próximo de O* do em respeito à Figura 1.1(b). Mais complexa é a análise de relações direcionais. Note que, nas Figuras 1.1(a) e (b), podemos tanto dizer que *A está a direita de O*, quanto *A está à esquerda de O*, dependendo se levamos em conta o contexto, i.e., se considerarmos *A* e *B* pessoas, que definem, neste caso, relações segundo seu eixo de orientação intrínseco (Figuras 1.1(a) e (b)) ou, tomando *A* e *O* como objetos geométricos (Figuras 1.1(d) e (e)). Na Figura 1.1(c) e (f), ainda colocando em questão o viés descrição funcional ou geométrica, podem ser utilizadas as expressões *A está em frente à O* e *A está a direita de O*.

Nesta tese, em específico, são estudadas as relações *entre* e *ao longo de*. Observe nas Figuras 1.1(g), (h) e (i), possíveis delimitações das regiões *entre A* e *O* nas respectivas configurações espaciais. A relação *entre* é uma relação ternária, e na situação em questão *A* e *O* são considerados objetos referência e um objeto localizado dentro da região apontada nestas figuras está *entre A* e *O*. Questão importante a ser analisada neste caso é a dimensionalidade. Na Figura 1.1(b), se levarmos em conta que *O* está mais afastado do observador do que *A*, um objeto contido na região delimitada na Figura 1.1(h) poderia ou não estar *entre A* e *O*. Ainda, um objeto localizado sobre os limites da região está *parcialmente entre*. Um modelo de relação espacial deve levar em conta esse grau de

incerteza para os quais o uso da teoria de conjuntos *fuzzy* é melhor solução do que a definição de um modelo qualitativo (binário, *crisp*).

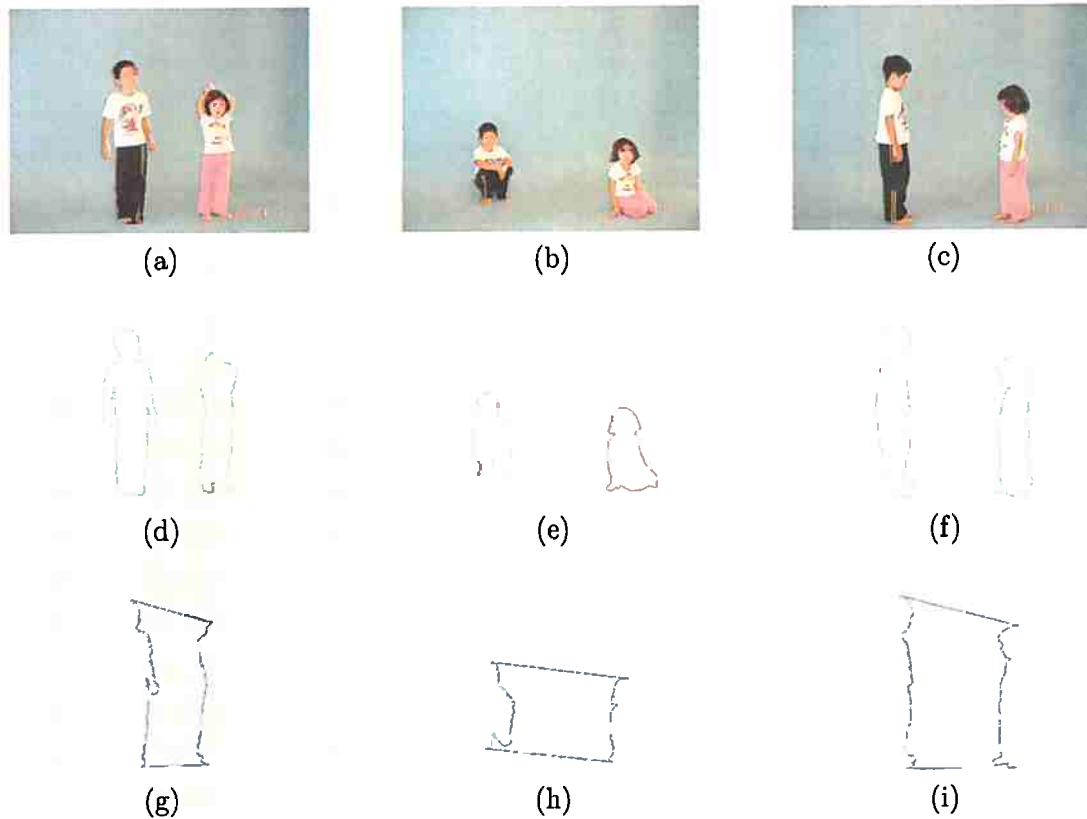


Figura 1.1: Análise de posições relativas: diferentes configurações entre objetos.

Um conjunto *fuzzy* [78] estende um conjunto clássico de maneira que um elemento não represente propriedade de verdadeiro ou falso, mas sim, um grau de pertinência, usualmente mensurado por um número no intervalo $[0, 1]$. Técnicas baseadas em conjuntos *fuzzy* representam e distinguem de modo adequado diferentes facetas de incerteza [38].

Seja \mathcal{S} o espaço da imagem, tipicamente \mathbb{Z}^2 ou \mathbb{Z}^3 para imagens digitais bi- ou tridimensionais, ou no caso contínuo, \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 . Um conjunto *fuzzy* espacial (ou a imagem *fuzzy* de um objeto) é um conjunto *fuzzy* definido em \mathcal{S} . A função de pertinência μ representa o grau de imprecisão do objeto no espaço. Para um ponto qualquer x de \mathcal{S} (pixel ou voxel), $\mu(x)$ é o grau pelo qual x pertence ao objeto *fuzzy* [6; 9]. Um conjunto binário (*crisp*)

pode ser derivado de μ de várias maneiras: através do seu núcleo (*core*)¹, seu suporte (*support*)², ou de seus *alpha-cuts*³ [9].

Nestes simples exemplos, pode-se notar a complexidade do estudo das relações espaciais. Na seção seguinte, a escolha do tema da tese será motivado a partir da apresentação de alguns poucos dos diversos domínios onde as relações espaciais são sujeitos de pesquisa. Os objetivos e contribuições da tese serão apresentados nas seções seguintes.

1.1 Motivação

Relações e raciocínio espaciais são ferramentas importantes em processos de reconhecimento de objetos e análise de cenários. De um ponto de vista de reconhecimento perceptual de objetos, segundo Biederman [4], qualquer objeto, por mais simples que seja, pode projetar uma infinidade de configurações na retina dependendo da sua orientação e sua conseqüente projeção bidimensional, se está ocluso (ou parcialmente ocluso), ou se for um novo exemplar de sua categoria. A hipótese explorada em [4; 43] é a de que a percepção visual pode ser modelada como um processo atrelado à identificação de elementos primitivos individuais e à relação entre as partes.

Ainda, Kosslyn *et al*, em [47], reafirmam a importância das relações espaciais para o reconhecimento de objetos e cenários. Estes autores classificam as representações espaciais, psicofisicamente falando, em *representações coordenadas*, que especificam localizações espaciais precisas, e *representações categóricas*, que associam um intervalo de posições a uma classe de equivalência, e.g., *acima de/abaixo de, à direita de/à esquerda de*.

Um ponto importante a ser tratado neste trabalho é imprecisão. Imprecisão é inerente a imagens, e pode ser causada em diferentes níveis, como no fenômeno observado (limites imprecisos entre estruturas ou objetos), no processo de aquisição (resolução limitada, métodos de reconstrução numérica) e nos procedimentos de processamento de imagens (e.g., imprecisão induzida por uma filtragem) [11]. Assumindo que as regiões de interesse foram segmentadas em um procedimento prévio, os limites entre objetos podem ser imprecisos, e como conseqüência, os objetos a serem tratados são *fuzzy* ao invés de *crisp* (binários) (tanto pela natureza do fenômeno observado quanto pelas ferramentas

¹ $Core(\mu) = \{x \in S, \mu(x) = 1\}$

² $Supp(x) = \{x \in S, \mu(x) > 0\}$

³Para $\alpha \in]0, 1]$, $\mu_\alpha(x) = \{x \in S, \mu(x) \geq \alpha\}$

utilizadas, e.g., os objetos de análise são obtidos através de métodos de segmentação *fuzzy*).

Além disso, os objetos podem ser parcialmente detectados, o que torna o conhecimento sobre eles vago e limita drasticamente medidas baseadas em tamanho e forma. Observe que, nestes casos, o reconhecimento de cada objeto pode ser muito difícil e/ou não-confiável, salientando a necessidade de características tais como informação estrutural, i.e., configuração espacial dos objetos no cenário, ainda que com certo grau de incerteza.

Para regiões *crisps*, Krishnapuram[49] reduz o problema à análise das posições relativas entre os centros de gravidade das regiões em questão. Miyajima e Ralescu, em [55], sustentam que, mesmo em se tratando de objetos *crisps*, a geometria das regiões é passível de apreciação sob grau de incerteza para o qual a abordagem *fuzzy* apresenta resultados convenientes.

Imprecisão pode ser encontrada também na semântica das relações, i.e., polissemia [50], ou no tipo de conhecimento disponível sobre as estruturas estudadas, ou no tipo da pergunta à qual se quer responder [11].

Afirmações aparentemente precisas não são sempre entendidas literalmente. Por exemplo, um número *não-fuzzy* pode ser interpretado como ordem de magnitude. Considere, por exemplo, a sentença *Paris e Toulouse estão a uma distância de 700 km*. O número 700 não pode ser considerado um valor exato. Ele dá uma idéia da distância, e sua interpretação deve levar em conta fatores como qual área de Paris e Toulouse está compreendida, o modo de transporte utilizado, etc. [11]. Este exemplo demonstra que, mesmo relações bem definidas no sentido matemático, como distâncias, podem ser imprecisas. Termos geométricos devem ser analisados dentro de um contexto, assim como devem ser tomadas em conta propriedades funcionais das entidades físicas consideradas [11].

Em [36], Freeman introduz formalismos matemático-computacionais para representar o contexto semântico de termos da língua inglesa que codificam relações entre objetos. Freeman, ainda em [36], introduz a aplicação de relações *fuzzy* para modelar a percepção de posições espaciais em contrapartida à abordagem baseada em regras, para a qual constrói exemplos cujos resultados são contra-intuitivos. Matsakis e Andréfouët, em [51], defendem que a maior fraqueza da abordagem baseada em regras é proveniente da dificuldade de expressar condições *necessárias* para que uma configuração espacial ocorra, ao invés de condições *suficientes*.

A defesa do uso de técnicas *fuzzy* é dada em vários outros trabalhos relacionados a relações espaciais. Em [49], a hipótese de que as regiões da imagem são *fuzzy* justifica a utilização dessas abordagens.

1.2 Objetivos

O foco desta tese se encontra sobre o estudo de relações espaciais. Distinguem-se dois tipos de abordagem para representação de relações espaciais: métodos qualitativos e métodos quantitativos. O formalismo *fuzzy* leva em consideração a imprecisão e a incerteza relacionadas às relações, aos fenômenos observados, à oclusão, e às próprias ferramentas de interpretação e tratamento de imagens.

Neste contexto, o objetivo deste trabalho é modelar matematicamente descritores lingüísticos de posições relativas entre objetos de uma imagem, através de métodos quantitativos, em observância à imprecisão concernente. Assim, são tema de estudo desta tese preposições (assim como locuções prepositivas e adverbiais) cujas interpretações independem do observador (i.e., têm uma interpretação intrínseca e a entidade referência é idêntica ao observador) e, ainda, onde a entidade situada não é idêntica à entidade referência. Como produto, obtém-se uma ferramenta para extração de informação estrutural aplicável ao reconhecimento de objetos e cenários e ao raciocínio espacial.

1.3 Contribuições

O trabalho descrito nesta tese foi realizado em cooperação entre o Instituto de Matemática e Estatística (IME) da Universidade de São Paulo e o Departamento de Tratamento de Sinais e Imagens (*Département de Traitement des Signaux et des Images*) da Telecom/Paris, contando com equipamento e infra-estrutura de ambos institutos de pesquisa.

Como primeira fase, foi realizado um trabalho de investigação bibliográfica a fim de coletar os elementos teóricos sobre relações espaciais, assim como os resultados obtidos, dentro desse tema, em realizações prévias do departamento francês. A partir do primeiro levantamento do estado da arte, foi proposto um modelo da relação *ao longo de*, a partir da relação *entre* [73]. Além disso, algoritmos para diminuir o tempo computacional, tratando do problema reduzido ao caso binário 2D, foram introduzidos para o estudo da relação *ao longo de*. A utilização de relações espaciais para motivo de segmentação, utilizando

modelos deformáveis, foi tratada em colaboração com Antonio Moreno Ingelmo ⁴ e os resultados, publicados e aceitos para publicação [57; 58; 59]. A relação *entre* tridimensional, baseada no algoritmo de digitalização de linhas digitais foi estudada e aplicada em [58].

Durante todo o decurso do doutorado foram atualizadas as referências, pesquisados e analisados trabalhos disponíveis na literatura relacionados à semântica e à modelagem de posições relativas, no contexto não somente computacional, mas lingüístico, psicológico e cognitivo. Do levantamento bibliográfico realizado no transcorrer do desenvolvimento dessa pesquisa, foram selecionados e resumidos aspectos salientes relacionados aos objetivos do trabalho no capítulo de revisão.

Uma parte da pesquisa foi realizada através de um doutorado sanduíche realizado na Telecom/Paris, sob orientação da professora Isabelle Bloch. Este período (de 16/03/2005 à 30/04/2006) foi financiado pelo Programa de Doutorado no País com Estágio no Exterior - PDEE (processo BEX3402/04-5). Assim, para favorecer a colaboração, efetuou-se a transição dos trabalhos implementados em Matlab, ainda no Brasil, para C, com suporte da biblioteca **Tivoli** ⁵, ferramenta de uso corrente na instituição onde foi realizado o estágio. Note que, quando do retorno ao IME, a linguagem de programação elegida no Laboratório de Processamento de Imagens e Bioinformática era Java e os trabalhos realizados posteriormente ao estágio foram implementados nesta linguagem.

Enfatiza-se a participação no **10th Iberoamerican Congress on Pattern Recognition** ⁶, realizado em Havana, Cuba, no período de 15-18 de novembro de 2005, para apresentação do artigo [73].

1.4 Organização do trabalho

O trabalho, neste primeiro capítulo, procura motivar a análise de posições relativas a partir do resgate de estudos correlatos, embasando a pesquisa em termos de modelagem psicofísica, lingüística e computacional. No Capítulo 2, procura-se dar uma noção acerca dos modelos de representação de posições relativas direcionais propostos na literatura, apresentando modelos associados a relações espaciais entre pontos e sua extensão para relações entre objetos, seja através de escolha de referências (e.g., centróide) ou por funções que levam em consideração a pertinência de conjuntos de pontos dos objetos a

⁴Atualmente em INSERM U.562 – Cognitive Neuroimaging Unit, CEA/SAC/DSV/I2BMNeuroSin, Bâtiment 145, Point Courrier 156, F-91191 Gif-sur-Yvette, Cedex, France.

⁵http://www.tsi.enst.fr/~moreno/TIVOLI/Tout_sur_Tivoli.html

⁶<http://xciarp.cenatav.co.cu/>

relações espaciais. Ainda neste capítulo, apresentam-se funções de pertinência resgatadas da literatura. Os Capítulos 3 e 4 versam sobre a relação não-direcional, *ao longo de*, e sobre os resultados obtidos através da aplicação do modelo proposto, respectivamente. As principais contribuições originais desta tese se encontram nesses capítulos.

E assim, por derradeiro, faz-se, no Capítulo 5, apresentar as conclusões e propostas de trabalhos futuros. Os artigos publicados e em fase de publicação resultantes deste trabalho encontram-se em anexo.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

As relações espaciais podem ser divididas em três categorias diferentes: (1) relações topológicas, invariantes a transformações topológicas; (2) relações métricas em termos de distância e direções; e (3) relações que concernem à ordenação parcial ou total dos objetos espaciais como, por exemplo, descrevem as preposições *à frente de*, *atrás de*, *em cima de* e *embaixo de* [32]. Em geral, as relações espaciais são binárias, mas existem relações ternárias (ou n -árias), e.g., *entre* (em inglês, verifica-se a diferença entre *between* e *among*). Um certo número de relações são assimétricas, fazendo uso da diferenciação entre *entidades referência* e *objeto situado* [28].

Outra distinção que pode ser feita é a partir de suas primitivas. Alguns autores propõem representar objetos por pontos (e.g., centróide) [17; 49], outros por intervalos [33; 56], e ainda, conjunto de pontos [48].

2.1 A semântica do espaço em português

Linguagens naturais usualmente oferecem inumeráveis termos léxicos para descrever localização espacial de entidades. Esses termos estão compreendidos em todas as categorias léxicas: substantivos, verbos, adjetivos, preposições, com significantes diferenças entre linguagens [11].

Segundo Hardarik Blünhdorn [18], a representação do espaço na língua é dividida em quatro categorias: extensão, relação, dinâmica e aspecto.

A informação sobre extensão relaciona-se à dimensão do objeto, sendo muitas vezes incluída no conceito de sua categoria (e.g., uma bola é uma esfera cuja extensão é

proporcional a seu raio), designada pelo substantivo. Informações adicionais podem ser codificadas por adjetivos ¹, quantificadores e pela categoria morfológica do número. Além destes recursos lexicais, o português dispõe ainda de alguns afixos para codificar informações de extensão espacial (e.g., *micro-*, *mega-*, *arqui-*, *-(z)inho*, *-eto*, *-ão*).

A categoria espacial mais importante é a da relação [18], foco desta tese de doutorado, sendo tratada com mais ênfase na Seção 2.1.1.

A distinção entre relações estáticas e dinâmicas codifica-se na categoria dinâmica. Os estados estáticos de coisas não envolvem mudança de situação. Os estados dinâmicos de coisas podem ser movimentos ou deslocamentos. Movimento é uma mudança na forma de um objeto, sem mudança do seu situação. Deslocamento trata-se de transições de um situação de partida a um situação de chegada ² [18].

O aspecto espacial refere-se à conceituação da extensão e dos limites dos objetos [18], e.g., em (a) *as pessoas no parque*, o falante não indica nada sobre seu conhecimento sobre os limites do parque, ou seja, (a) apresenta um aspecto imperfectivo; ao contrário, em (b)

¹Os adjetivos dimensionais do português são divididos por Blünhdorn [18] em adjetivos que referem-se ao tamanho do objeto, sem considerar sua forma (i.e., *grande* e *pequeno* e seus parentes semânticos *enorme*, *gigante*, *mínimo*, etc) e adjetivos que se referem às dimensões espaciais. Estes podem ser caracterizados da seguinte forma [18, pag. 29–30]:

- i *alto* vs. *baixo* referem-se sempre à dimensão vertical, podendo ser substituídos por *comprido/longo* vs. *curto*, se a dimensão vertical for, ao mesmo tempo, aquela em que o objeto mais se estende.
- ii *comprido* vs. *curto*: referem-se sempre à dimensão em que o objeto mais se estende, de preferência uma dimensão horizontal. Podem ser substituídos por *largo* vs. *estreito*, se a dimensão for horizontal-lateral ou se a extensão for igual nas duas dimensões horizontais. Ao invés de *comprido*, pode-se usar *longo* com objetos cujo comprimento estende muito seu diâmetro.
- iii *largo* vs. *estreito* referem-se sempre a uma dimensão horizontal, de preferência àquela em que o objeto não tiver sua extensão máxima.
- iv *espesso/grosso* vs. *fino* referem-se sempre a uma dimensão em que o objeto não tiver sua extensão máxima, de preferência àquela da menor extensão e que seja uma dimensão horizontal.
- v *(pro)fundos* vs. *pouco (pro)fundos/rasos* referem-se a uma dimensão não-lateral. *Raso* exige sempre a vertical, mas exclui a direção para cima; *profundo* permite também a referência à dimensão frontal e à extensão externa. A diferença entre *profundo* e *fundo* relaciona-se com o grau de profundidade, que deve ser maior com *profundo*.
- vi *amplo* vs. *apertado* referem-se à extensão bi ou tridimensional, considerando-se primeiramente as dimensões horizontais.

²A distinção entre movimentos e deslocamentos depende da perspectiva do observador, e.g., [18, pag. 46] num jogo de futebol, quando se focaliza um jogador que corre com a bola, observa-se um deslocamento. Quando o foco está no conjunto de jogadores espalhados pelo campo, observa-se um movimento.

as pessoas dentro do parque o falante parece possuir uma visão geral do parque, inclusive conhecimento dos seus limites, apresentando aspecto perfectivo.

2.1.1 Relações espaciais

O conceito de relação espacial está intimamente ligado ao conceito de lugar [18]. Atualmente, a maioria dos autores parte do pressuposto de que, para a definição de lugar são precisos dois objetos. O primeiro objeto (A) está localizado no lugar L (que corresponde a $r(A)$). O lugar de A seria dado então pela relação l entre A e B [18]:

$$r(A) = l(B) \quad (2.1)$$

Na literatura inglesa, seguindo a terminologia de Langacker [50], o objeto localizado A é denominado *trajector* e o objeto de referência B , de *landmark*. Talmy, ainda em inglês, usa o termo *figure* para o objeto localizado e *ground* para o de referência. Em francês, Vandeloise [74] denomina A e B como *cible* e *site*, respectivamente. Outros termos equivalentes são *relans* e *relatum*, *locans* e *locatum*. Seguiremos no decorrer da tese a terminologia de Blühdorn [18], chamando A de entidade situada (E) e B , de entidade referência (R).

Além de E e R , precisa-se ainda de um observador (S) para determinar localizações espaciais. Observe as sentenças³

Exemplo 1.

(a) *o gato está atrás da casa*

(b) *o gato está atrás da árvore*

A entidade situada (E) é representada pelo gato e a entidade referência (R) é a casa. Analisando o Exemplo 1(a), reconhecemos na casa a origem de um sistema de orientação e, a partir dela, definimos a região que fica do lado de trás da casa. O gato encontra-se neste lado. No Exemplo 1(b), a orientação é dada pela direção do olhar, i.e., a árvore encontra-se entre o observador e o gato.

No Exemplo 1(a), a interpretação da preposição *atrás de* independe do observador. Essa é a *interpretação intrínseca* de *atrás de*. Tem-se no Exemplo 1(b) uma *interpretação*

³Exemplo adaptado de [18, pag. 39]

extrínseca ou *interpretação dêitica* da relação, dependente do contexto. Numa relação contextual, ou a entidade referência e o observador são idênticos (veja Exemplo 2) ou são entidades distintas (veja Exemplo 1(b)).

Exemplo 2. *o gato está aqui* ⁴

A língua portuguesa possui um grande número de elementos lexicais para codificar relações espaciais estáticas. Dentre eles, os mais importantes são as adposições e os advérbios [18].

São tema de estudo desta tese preposições (assim como locuções prepositivas e adverbiais) cujas interpretações independem do observador (i.e., tem uma interpretação intrínseca e a entidade referência é idêntica ao observador) e, ainda, onde a entidade situada não é idêntica à entidade referência.

2.2 Relações topológicas

Relações topológicas são invariantes a uma série de transformações contínuas, incluindo transformações afins (rotação escala e translação) [33; 68; 79]. Este tipo de relação exclui qualquer consideração que envolva medidas quantitativas ou métricas (e.g., distância, direção) e é associada às noções de adjacência, coincidência, conectividade, inclusão e continuidade [68]. Expressões tais como *está incluso em*, *é adjacente à* e, ainda, verbos que descrevem deslocamento, como por exemplo *entrar*, *sair*, *atravessar* são modeladas por essa classe de relações [28].

Predicados topológicos entre pontos são triviais: ou dois pontos são *disjuntos* ou são *iguais* [68]. Referente à análise de relações topológicas de dimensão 1, estas podem ser reduzida ao cálculo de intervalos inicialmente proposto por Allen (Figura 2.1) para modelar tempo (também chamada lógica temporal de Allen) [2; 3] ⁵. Esse modelo pode ser estendido para espaços bi- e tridimensionais [33]. Morales e Sciavico [56] propõem a utilização de intervalos temporais sobre a projeção do mínimo retângulo envolvente das regiões analisadas. Cohn e Renz [27] consideram também a utilização deste modelo em regiões bidimensionais através da projeção do espaço 2D em duas dimensões lineares (observando situações onde a representação pode não ser satisfatória).

⁴Nesta sentença, *aqui* indica que o gato está próximo ao observador.

⁵Observe que, do ponto de vista lingüístico, temos o inverso. O tempo é tratado metaforicamente em analogia com o espaço [18, pag. 10]

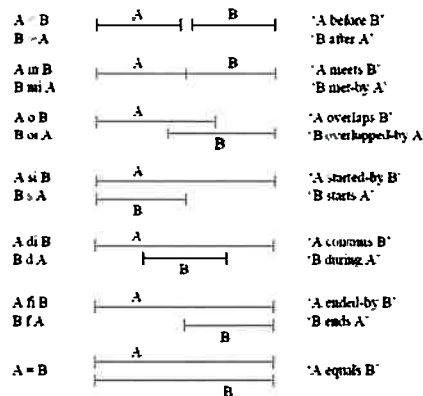


Figura 2.1: As treze relações entre intervalos de Allen [26].

Güting [42] define relações baseadas em teoria dos conjuntos. Nesse trabalho, as expressões *igual à*, *não-igual à*, *dentro de*, *fora de*, *tem intersecção com* são descritos em termos dos operadores $=$, \neq , \subseteq e \cap .

$$x = y \Leftrightarrow \text{points}(x) = \text{points}(y)$$

$$x \neq y \Leftrightarrow \text{points}(x) \neq \text{points}(y)$$

$$x \text{ inside } y \Leftrightarrow \text{points}(x) \subseteq \text{points}(y)$$

$$x \text{ outside } y \Leftrightarrow \text{points}(x) \cap \text{points}(y) = \emptyset$$

$$x \text{ intersects } y \Leftrightarrow \text{points}(x) \cap \text{points}(y) \neq \emptyset$$

Observe que definições baseadas em teoria dos conjuntos não são nem ortogonais nem completas. Por exemplo, *igual à* e *dentro de* são ambos cobertos pela definição *tem intersecção com*. Definições baseadas em conjunto de pontos, por outro lado, utilizam-se de operadores aplicados a partes dos conjuntos de pontos, e.g., *interior*, *borda*. Neste caso, a relação *tem intersecção com* é topologicamente diferente daquele onde existem pontos de borda em comum entre os dois objetos, mas não encontram-se pontos de interior em comum [32].

Schneider e Behr [68] postulam predicados sobre conjunto de pontos. Um ponto pode ser localizado *sobre* um dos pontos finais de uma linha, *interno* à uma linha, ou pode ser *disjunto* à ela. Com relação a um ponto e uma região, um ponto pode estar *disjunto* à, *tangente* à ou *interno* à à região. Egenhofer e Mark [34] identificam, para uma linha e uma região, 19 relações topológicas (baseadas no modelo *9-intersection*) e definem uma ordem parcial entre elas.

O modelo *9-intersection* baseia-se em topologia algébrica⁶. Esse modelo define *fechamento*, *interior*, *borda* e *exterior* de uma célula⁷ A como primitivas topológicas a partir das quais relações topológicas binárias são derivadas. Essas primitivas são representadas, respectivamente, como \bar{A} , A° , ∂A , A^- . Uma relação R entre duas células A e B , no modelo *9-intersection*, é representada como uma matriz 3×3 . Cada posição da matriz corresponde à uma possível intersecção entre a borda, o interior e o exterior de A e B .

$$R = \begin{pmatrix} A^\circ \cap B^\circ & A^\circ \cap \partial B & A^\circ \cap B^- \\ \partial A \cap B^\circ & \partial A \cap \partial B & \partial A \cap B^- \\ A^- \cap B^\circ & A^- \cap \partial B & A^- \cap B^- \end{pmatrix}$$

Para essa matriz, $2^9 = 512$ diferentes configurações são possíveis. O modelo *9-intersection* foi estendido do modelo *4-intersection* [32], que considera somente as intersecções de interior e borda (veja Tabela 2.1). Relações linha-região e linha-linha podem ser modeladas usando-se apenas o *4-intersection*. Observe que para as 16 especificações de relações topológicas binárias definidas pelo *4-intersect*, somente 9 são possíveis entre regiões espaciais: r_0 , r_1 , r_3 , r_6 , r_7 , r_{10} , r_{11} , r_{13} e r_{15} ⁸.

A teoria RCC [62], acrônimo para *Region Connection Calculus* (ou Randell, Cui e Cohn) baseia-se no cálculo de indivíduos de Clarke [23]. Ela é constituída a partir da relação $C(x, y)$ (x é *conectado* à y), reflexiva e simétrica, definida sob regiões (tanto espaciais - de dimensões arbitrárias - quanto temporais). $C(x, y)$ é válida quando as regiões x e y compartilham pelo menos um ponto em comum. As relações definidas a partir de C descrevem diferentes graus de conectividade entre regiões, englobando as relações *desconexo* à, *externamente conectado* à, *parcialmente sobreposto* à, *tangente* à,

⁶Topologia algébrica é uma sub-área da geometria que estuda a manipulação algébrica de símbolos que representam configurações geométricas e as relações entre essas configurações [33].

⁷Segundo Egenhofer e Mark [34], uma região espacial é uma célula bidimensional conexa.

⁸Se as intersecções entre borda e interior ou interior e borda são não-vazias, então a intersecção entre interior e interior também é não-vazia. Isto porque uma região espacial é o fechamento de um conjunto conectado.

	$\partial A \cap \partial B$	$A^\circ \cap B^\circ$	$\partial A \cap B^\circ$	$A^\circ \cap \partial B$	
r_0	(\emptyset)	\emptyset	\emptyset	(\emptyset)	A e B são <i>disjuntos</i>
r_1	$(-\emptyset)$	\emptyset	\emptyset	(\emptyset)	A e B são <i>se tocam</i>
r_2	(\emptyset)	$-\emptyset$	\emptyset	(\emptyset)	
r_3	$(-\emptyset)$	$-\emptyset$	\emptyset	(\emptyset)	A e B são <i>iguais</i>
r_4	(\emptyset)	\emptyset	$-\emptyset$	(\emptyset)	
r_5	$(-\emptyset)$	\emptyset	$-\emptyset$	(\emptyset)	
r_6	(\emptyset)	$-\emptyset$	$-\emptyset$	(\emptyset)	A está <i>dentro de B</i> ou B contém A
r_7	$(-\emptyset)$	$-\emptyset$	$-\emptyset$	(\emptyset)	A é <i>coberto por B</i> ou B cobre A
r_8	(\emptyset)	\emptyset	\emptyset	$(-\emptyset)$	
r_9	$(-\emptyset)$	\emptyset	\emptyset	$(-\emptyset)$	
r_{10}	(\emptyset)	$-\emptyset$	\emptyset	$(-\emptyset)$	A contém B ou B está <i>dentro de A</i>
r_{11}	$(-\emptyset)$	$-\emptyset$	\emptyset	$(-\emptyset)$	A cobre B ou B é <i>coberto por A</i>
r_{12}	(\emptyset)	\emptyset	$-\emptyset$	$(-\emptyset)$	
r_{13}	$(-\emptyset)$	\emptyset	$-\emptyset$	$(-\emptyset)$	
r_{14}	(\emptyset)	$-\emptyset$	$-\emptyset$	$(-\emptyset)$	A e B estão <i>sobrepostos, com bordas disjuntas</i>
r_{15}	$(-\emptyset)$	$-\emptyset$	$-\emptyset$	$(-\emptyset)$	A e B estão <i>sobrepostos, suas bordas tem intersecção</i>

Tabela 2.1: *4-intersection*: Semântica das relações topológicas baseadas em interior e borda [32].

entre outras (Tabela 2.2). Em [26], temos uma revisão do RCC, onde x e y são conectados quando o fechamento topológico das regiões compartilha pelo menos um ponto. Desta maneira, definem-se outros predicados relacionados com a noção de *dentro de*.

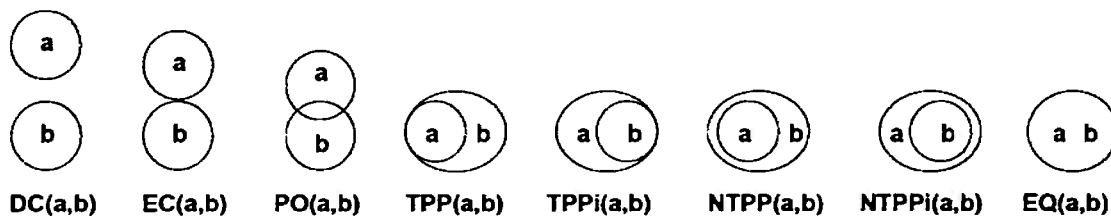


Figura 2.2: RCC: Ilustração das relações [26].

Krishnapuram *et al* [49] usa lógica *fuzzy* para definir *dentro de* e *fora de*. *Adjacência* é definida por Rosenfeld em seus trabalhos [63; 65] e em colaboração com Kletter [67] e Bloch *et al* [10; 15].

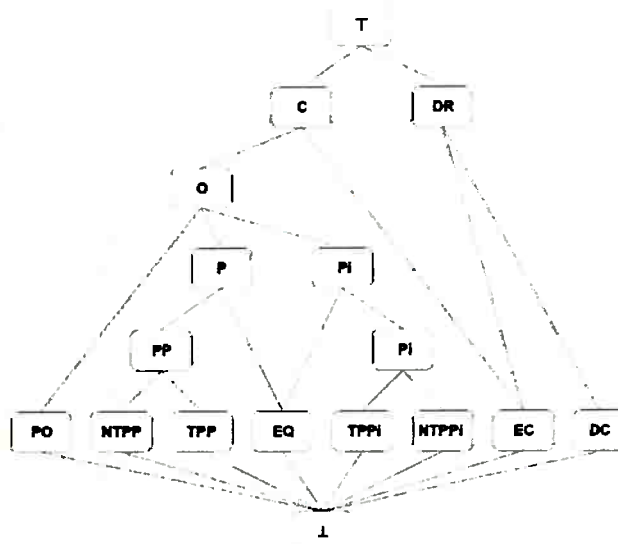


Figura 2.3: RCC: um reticulado definindo a hierarquia das relações definidas à partir da relação primitiva $C(x, y)$ [26].

Relação ($R(x, y)$)	Interpretação	Definição de $R(x, y)$
$DC(x, y)$	x é desconexo de y	$\neg C(x, y)$
$P(x, y)$	x é parte de y	$\forall z[C(z, x) \rightarrow C(z, y)]$
$PP(x, y)$	x é parte própria de y	$P(x, y) \wedge \neg P(y, x)$
$x = y$	x é idêntico à y	$P(x, y) \wedge P(y, x)$
$O(x, y)$	x está sobreposto à y	$\exists z[P(z, x) \wedge P(z, y)]$
$DR(x, y)$	x é discreto de y	$\neg O(x, y)$
$PO(x, y)$	x está parcialmente sobreposto à y	$O(x, y) \wedge \neg P(x, y) \wedge \neg P(y, x)$
$EC(x, y)$	x é externamente conectado à y	$C(x, y) \wedge \neg O(x, y)$
$TPP(x, y)$	x é uma parte própria tangencial de y	$PP(x, y) \wedge \exists z[EC(z, x) \wedge EC(z, y)]$
$NTPP(x, y)$	x é uma parte própria não-tangencial de y	$PP(x, y) \wedge \neg \exists z[EC(z, x) \wedge EC(z, y)]$

Tabela 2.2: RCC: Relações definidas à partir da primitiva $C(x, y)$ [26].

2.3 Relações de distância

As relações de distância, ao contrário das relações topológicas, são intrinsecamente quantitativas, sendo desejável que representem uma métrica, i.e., seja definida positivamente ($d(x, y) \geq 0$ e $d(x, y) = 0$ se e somente se $x = y$); seja simétrica ($d(x, y) = d(y, x)$ para todo x, y); e satisfaça a desigualdade triangular ($d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$ para todo x, y, z) [22].

Uma variedade de fatores influencia a percepção de distância, acarretando diferentes medidas [11]: pode-se fazer referência à distância através de medidas puramente espaciais, através de expressões que relacionam distância e o tempo para percorrê-la, ou em relação à custo. Medidas perceptuais, relatadas em termos de um ponto externo de vista, e considerações subjetivas também podem ser realizadas.

A percepção de distância varia também em função da presença ou ausência de outros objetos [41]. Quando não existem outros objetos, a percepção e o raciocínio humano acarretam sempre medidas geométricas e distâncias absolutas. De outra forma, quando outros objetos estão envolvidos, a percepção de distância é relativa. O tamanho da área considerada e do quadro de referência também tem papel importante na percepção de distância, definindo escala e limites superiores [41].

Relações de distância podem ser expressas não só em números, como também em intervalos, números *fuzzy*, valores lingüísticos, entre outras diversas representações. Quando representados por variáveis lingüísticas, essas assumem valores de granularidade de um conjunto de possíveis distâncias como *perto de*, *longe de*, etc., cada uma dessas classes sendo definida por um conjunto *fuzzy* [9]. Em [49] são descritas relações *longe de* e *perto de* através da ponderação da distância média entre os pontos das regiões analisadas pelo diâmetro dos objetos envolvidos, e.g., a relação *longe de* é definida como uma função decrescente de distância média entre os conjuntos que representam os objetos analisados.

Em [37; 38], variáveis lingüísticas sobre distâncias são representadas por conjuntos *fuzzy* em cada eixo, a partir das quais conhecimento de distância no espaço pode ser derivado.

Extensões de distâncias binárias para o caso *fuzzy* são úteis em diversos problemas em processamento de imagens. Chaudhuri e Rosenfeld [22] propõe uma generalização da distância de Hausdorff para conjuntos *fuzzy*. Bloch e Maître [16] apresentam uma série de definições de distância, propondo novas abordagens que levam em consideração informações espaciais e fazem uso de morfologia matemática.

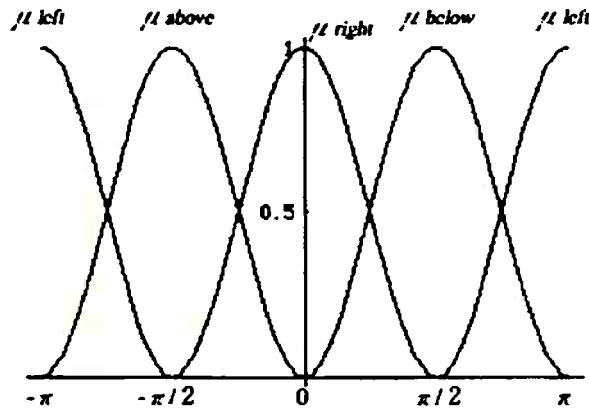


Figura 2.4: Conjunto *fuzzy* que representa o grau das relações espaciais para 4 direções: *à direita de*, *à esquerda de*, *abaixo de*, *acima de* [54; 55].

Rosenfeld [54] define os conceitos de densidade de distância, denotado por $\delta(\mu, \nu)$, e de distribuição de distância, denotado por $\Delta(\mu, \nu)$. $\Delta(\mu, \nu)(n)$ representa o grau pelo qual a distância entre μ e ν é menor que n . $\delta(\mu, \nu)(n)$ representa o grau pelo qual a distância entre μ e ν é igual à n . Bloch [8] apresenta a noção de histograma de distância, baseada no histograma de ângulos (para maiores explicações sobre histograma de ângulos ver Seção 2.4.5).

2.4 Relações direcionais

A posição relativa entre dois pontos P e Q pode ser expressa como uma função do ângulo θ formado pelo segmento de reta \overline{PQ} e o eixo x do sistema de coordenadas no qual esses pontos estão representados. θ assume valores em $[-\pi, \pi]$, intervalo que constitui o domínio onde as relações direcionais primitivas são definidas [9].

Para essas quatro relações, *à direita de*, *à esquerda de*, *abaixo de*, *acima de*, Miyagima e Ralescu [54] apresentam funções critério dadas em função de $\cos^2(\theta)$ e $\sin^2(\theta)$ (Figura 2.4):

$$\mu_{\text{right}}(\theta) = \begin{cases} \cos^2\theta & \text{se } -\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\mu_{below}(\theta) = \begin{cases} \sin^2\theta & \text{se } 0 \leq \theta \leq \pi, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.3)$$

$$\mu_{above}(\theta) = \begin{cases} \sin^2\theta & \text{se } -\pi \leq \theta \leq 0, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.4)$$

$$\mu_{left}(\theta) = \begin{cases} \cos^2\theta & \text{se } -\pi \leq \theta \leq -\pi/2, \pi/2 \leq \theta \leq \pi, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.5)$$

As Equações 2.3, 2.4 e 2.5 podem ser traduzidas como versões transladadas da Equação 2.2, $\mu_{right}(\theta - \alpha)$, com $\alpha = \pi/2$, $\alpha = -\pi/2$ e $\alpha = \pi$ respectivamente [17]. Isso faz a definição baseada em ângulos mais geral, garantindo invariância geométrica [9].

Não obstante o uso de funções trigonométricas ser largamente difundido, outras funções podem ser usadas [31], e.g., funções trapezoidais [49], que definem partições de $[-\pi, \pi]$. Além disso, soluções intermediárias como *direita evasiva* (*oblique right*) podem ser alcançadas através de combinações lógicas das quatro relações direcionais básicas, e.g., *direita evasiva* é definida por “((*acima e à direita de*) ou (*abaixo e à direita de*))” [17]. O leitor interessado pode encontrar em [53] mais referências para o uso de relações direcionais *compostas*. Neste trabalho, Matsakis *et al* trabalham com valores linguísticos tais como *strongly shifted downward* e *nearly below-left*. A vantagem dessa abordagem é que somente quatro funções de pertinência devem ser definidas.

Com respeito às relações entre objetos, uma solução simples para o problema de definição de posições relativas consiste em representar cada objeto por um ponto característico, e.g., centróide [17; 49]. Sejam c_R e c_A os centróides do objeto de referência R e do objeto de análise A , respectivamente. O grau de satisfação da proposição $A \text{ rel } R$, onde rel é a relação em questão, é definido como:

$$\mu_{rel}^R(A) = \mu_{rel}(\theta(c_R, c_A))^9 \quad (2.6)$$

Faz-se notar a direta extensão para o caso 3D. Além disso, a extensão para objetos *fuzzy* pode ser feita de duas maneiras. A primeira é o cálculo de centróides com peso (onde a contribuição de cada ponto do objeto é igual ao valor da função de pertinência). A segunda consiste em computar centróides para cada α -cut a partir da definição de centróide binária (e posterior agregação dos valores encontrados, vide Seção 2.4.1) [9].

⁹Em alguns trabalhos, $\mu_{rel}^R(A)$ é representado como $\mu_{rel}(A, R)$.

Este segundo método é computacionalmente mais caro, dependendo da quantização dos valores das funções de pertinência dos objetos.

Métodos baseados em redução do objeto a um ponto, apesar de robustos a pequenas variações na forma, são muito irregulares, visto que toda a informação sobre a forma do objeto é perdida, além de conduzir a resultados questionáveis no estudo de formas complexas, em particular, com grandes concavidades [5].

2.4.1 Modelos baseados em agregação

Este método usa todos os pontos dos dois objetos ao invés de um único ponto representante. Para cada conjunto de pontos $r \in R$ e $a \in A$, o ângulo $\theta(r, a)$ é computado. A função critério resultante para uma dada relação é computada similarmente ao método anterior, i.e., $\mu_{ar} = \mu_{rel}(\theta(r, a))$, sendo esses valores posteriormente agregados. A função de agregação apresentada em [5; 17; 75] é dada por:

$$\mu_{rel}^R(A) = \left[\sum_{r \in R} \sum_{a \in A} w_{ra} \mu_{ra}^p \right]^{1/p} \quad (2.7)$$

onde os pesos w_{ra} têm soma igual a 1, $\sum_{i=1}^{r*a} w_i = 1$.

2.4.2 Modelos baseados em compatibilidade

A abordagem proposta por Miyajima e Ralescu [55] consiste na definição de um conjunto *fuzzy* representando a compatibilidade entre o histograma de ângulos normalizado e a relação *fuzzy*; o que equivale a dizer *casamento entre dois conjuntos fuzzy*. Seja $H^R(A)$ o histograma de ângulos normalizado pela máxima frequência, onde R é o objeto de referência e A o objeto cuja posição relativa em relação a R deseja-se avaliar. O conjunto de compatibilidade $\mu_{CP(H, \mu_{rel})}$ entre $H^R(A)$ e μ_{rel} é definido como:

$$\mu_{CP(H, \mu_{rel})}(u) = \begin{cases} 0 & \text{se } \mu_{rel}^{-1}(u) = \emptyset, \\ \sup_{v | u = \mu_{rel}(v)} H^R(A)(v) & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.8)$$

para qualquer $u \in [0, 1]$.

A estimativa global da posição é dada pelo centro de gravidade do conjunto de compatibilidade:

$$\mu_{\alpha}^R(A) = \frac{\int_0^1 u \mu_{CP(H, \mu_{rel})}(u) du}{\int_0^1 \mu_{CP(H, \mu_{rel})}(u) du} \quad (2.9)$$

2.4.3 Modelos *morfológicos*

Bloch sustenta que as abordagens baseadas em ângulos não incluem informações reais sobre a forma do objeto, propondo a utilização de abordagens “realmente morfológicas”. Em seu trabalho [5], Bloch introduz o que chama de *casamento morfológico fuzzy de padrões*. Denote por $\mu_{rel}(R)$ a função de pertinência ao conjunto *fuzzy* referente à relação *rel* com respeito ao objeto de referência R . Seja μ_A a função característica do objeto A . Se A é um conjunto *fuzzy*, μ_A será uma função *fuzzy* de pertinência, de tal forma que as definições seguintes valem tanto para objetos *crisp* quanto *fuzzy*. A estimativa da posição relativa de A tendo como referência R é dada por:

$$\Pi_{rel}^R(A) = \sup_{x \in \mathcal{I}} i[\mu_{rel}(R)(x), \mu_A(x)] \quad (2.10)$$

$$N_{rel}^R(A) = \inf_{x \in \mathcal{I}} u[\mu_{rel}(R)(x), 1 - \mu_A(x)] \quad (2.11)$$

onde i é uma *t-norm* e u é uma *t-conorm*. Esses valores podem ser interpretados tanto como intersecção e inclusão *fuzzy* quanto como dilatação e erosão *fuzzy*.

Afora a inclusão de informações morfológicas, Bloch, em [7], cita outras motivações para o uso desta abordagem, a saber: esquivar-se da computação do histograma de ângulos (que considera excessivamente custoso); generalizar a análise de posições relativas através do estudo de quaisquer direções e não apenas das 4 relações direcionais básicas; fácil adaptação para estudo de objetos 3D e *fuzzy*.

2.4.4 Definindo μ_{rel}

Apresentados os modelos de construção de posições relativas entre objetos, o problema recai sobre como definir as funções de pertinência às relações espaciais. Já foram apresentadas no início da Seção 2.4, algumas funções critérios baseadas em relações trigonométricas. Por outro lado, Bloch, em [5] apresenta duas abordagens consideradas mais simples, citadas a seguir e ilustradas na Figura 2.5.

- 1 Escolher um ponto de referência c_R (e.g., a centróide ou o ponto mais próximo do objeto na direção de interesse) e computar, para cada ponto a da imagem, a pertinência como uma função decrescente do valor absoluto do ângulo $\theta(c_R, a)$ entre (c_R, a) e a direção de interesse (Figura 2.5 (a)).
- 2 Definir uma banda ao redor do objeto na direção desejada; fora dessa banda, os valores de pertinência dependerão do ângulo como na primeira solução (Figura 2.5 (b)).

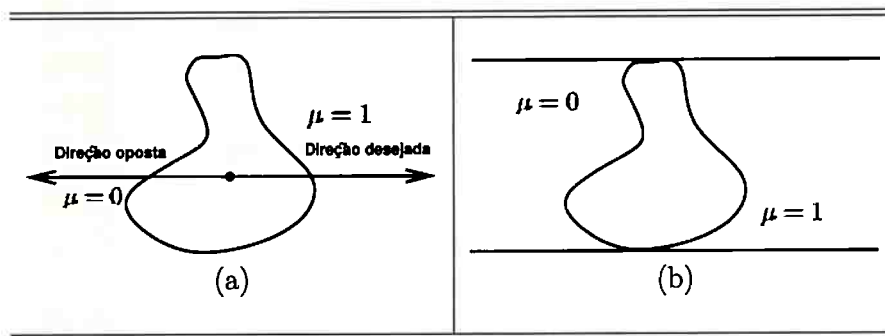


Figura 2.5: Exemplos de definição de μ_{rel} para a posição relativa à *direita* de (Adaptada de [5]).

Em [7], Bloch apresenta de forma mais transparente uma abordagem para definir μ_{rel} de acordo com a abordagem (1) citada acima. As próximas seções exemplificam outras abordagens para se obter μ_{rel} , e.g., através de histograma de ângulos e histograma de forças.

2.4.5 Histograma de ângulos

Considere as regiões A e B . Denota-se por Θ o conjunto de todos os ângulos θ_{ab} , para os quais $a \in A$ e $b \in B$. Para cada $\theta \in \Theta$, é definida f_θ como sendo a frequência de θ em Θ , i.e., a frequência da ocorrência de θ entre dois pontos dos objetos A e B . Desta forma, o histograma associado à Θ é dado por $H_\Theta(A, B) = \{(\theta, f_\theta)\}$, $1 \leq f_\theta \leq mn$. Ainda, podemos obter o histograma de frequências relativas tendo-se em conta $f_\theta = f_\theta / (mn)$.

No caso de análise de regiões *fuzzy*, para cada θ_{ab} é necessário definir um grau de pertinência $\mu_\Theta(\theta_{ab})$ que quantifique o quanto θ_{ab} está em Θ . Este grau de pertinência está diretamente relacionado aos valores das funções critério $\mu_A(a)$ e $\mu_B(b)$ que definem o quanto

a é próprio à A e b pertence à B , respectivamente. Em especial, nos trabalhos de Miyajima e Ralescu [54; 55], $\mu_{\Theta}(\theta_{ab}) = \min(\mu_A(a), \mu_B(b))$. Ainda, define-se a cardinalidade de Θ como sendo $|\Theta| = \sum_{a \in A, b \in B} \mu_{\Theta}(\theta_{ab})$ e $f_{\theta} = \sum_{a \in A, b \in B, \theta_{ab} = \theta} \mu_{\Theta}(\theta_{ab})$. Deste modo, a frequência relativa de θ é dada por $f_{\theta}/|\Theta|$.

Dados os conjuntos *fuzzy à direita de*, *à esquerda de*, *acima de*, *abaixo de*, o grau pelo qual H satisfaz alguma dessas relações é obtido pelo uso da operação de compatibilidade da distribuição com conjunto *fuzzy*. O grau associado à relação espacial *rel* às regiões é dado pelo centro de gravidade da compatibilidade do conjunto *fuzzy* $\mu_{CP}(H_{\Theta}(A, B), rel)$.

A extensão deste método para análise de objetos 3D tem sua essência no cálculo de histogramas bi-dimensionais, e.g., como função de dois ângulos, o que é computacionalmente caro e pode resultar em distorções e buracos no histograma (em razão da escolha destes ângulos) [17].

2.4.6 Histograma de forças

Matsakis e Andréfouët, em [51], fazem uso do histograma de forças em contrapartida às funções de pertinência apresentadas por Rosenfeld e Klette [67] e Krishnapuram *et al* [49] e ao histograma de ângulos introduzido por Miyajima e Ralescu [55]. Em acréscimo, diferentemente dos demais trabalhos, o artigo [51] expõe o emprego de relações espaciais a objetos não-conexos.

Define-se o histograma de forças associado à posição relativa dos objetos A e B como a função $F^{AB}, \mathfrak{R} \rightarrow \mathfrak{R}_+$. Para cada direção θ , o valor de $F^{AB}(\theta)$ é o resultante escalar de forças elementares, i.e., as forças exercidas por pontos de A em pontos de B que tendem a mover B na direção θ [52].

Seja r um real. Se as forças elementares são a razão inversa de d^r , onde d representa a distância entre os pontos considerados, então F é denotado por F_r . No histograma de forças constantes, F_0 , temos que as resultantes são independentes da distância (observe a Figura 2.6(a)). A força exercida por K em L é idêntica à força exercida de I em J . No histograma de forças gravitacionais, F_2 , no entanto, as forças são invariantes à escala (Figura 2.6(b)). Observe que F_0 corresponde ao histograma de ângulos.

A partir do histograma, a meta é descobrir um grau de confiança para o qual A está na direção α de B , e.g., A está na direção 0 de B é o mesmo que dizer A está à direita de B . Para outro valor de α , faz-se uso do histograma transladado em α , $F_r^{AB}(\theta + \alpha)$ [53]. As forças aplicadas em B são, desta forma, divididas nos quadrantes fazendo referência às

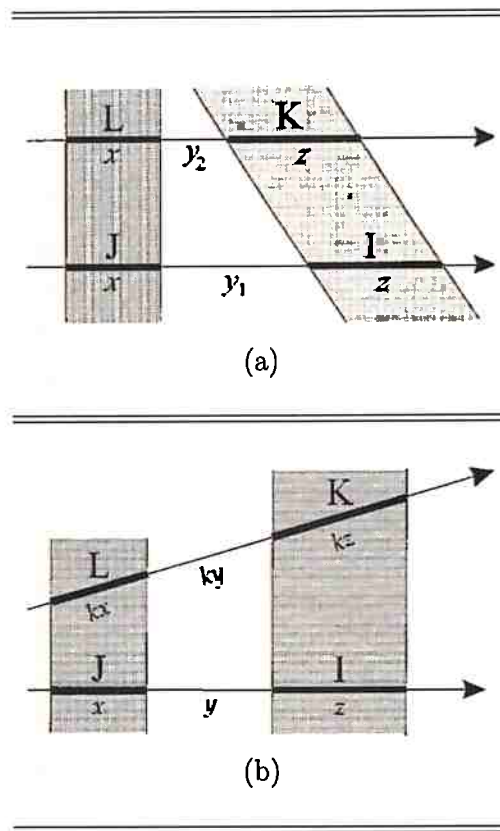


Figura 2.6: Características dos histogramas de força: (a) F_0 ; (b) F_2 (Adaptado de [53]).

relações direcionais. Assim, as posições relativas são descritas como uma função periódica com período 2π .

Matsakis *et al* [53] faz referência a quatro propriedades axiomáticas relativas às relações direcionais *fuzzy* baseadas em histograma de forças: (1) dois objetos podem ser equiparados a pontos se estiverem distantes o suficiente; (2) as relações direcionais não são sensíveis à mudança de escala; (3) nem uma dimensão ou direção é preterida; (4) o princípio de inversa semântica é respeitado. Em resumo, este tipo de função, baseada em forças, é sensível à forma dos objetos, sua orientação, seu tamanho e a distância entre eles [52].

2.4.7 Fuzzificação de modelos de posições relativas de objetos *crisps*

Em se levando em consideração o problema de estender uma relação R_B entre dois objetos binários para o seu equivalente R *fuzzy*, uma das maneiras de definir conjuntos *fuzzy* a partir de conjuntos *crisp* é considerando os α – *cuts* daquele conjunto. Desta forma, R_B pode ser extraído para cada α – *cut*. Em [6], dois métodos de *fuzzificação* baseados em α – *cuts* são apresentados.

1. Sejam μ e ν as funções de pertinência de duas regiões *fuzzy* definidas no espaço considerado e tendo valores em $[0, 1]$. A relação R equivalente a R_B , em primeira instância, pode ser definida como:

$$R(\mu, \nu) = \int_0^1 R_B(\mu_\alpha, \nu_\alpha) d\alpha \quad (2.12)$$

2. A segunda abordagem é derivada do princípio de extensão:

$$\forall n \in \mathcal{V}(R_B), R(\mu, \nu) = \sup_{R_B(\mu_\alpha, \nu_\alpha)=n} \alpha, \quad (2.13)$$

em que \mathcal{V} faz referência à imagem de R_B , i.e., o conjunto de valores dados por R_B .

Outra abordagem para *fuzzificação* é transportar equações binárias em suas equivalentes *fuzzy*: intersecção (*intersection*) é substituída por uma *t-norm*; uma *t-conorm* é colocada em lugar da união (*union*); conjuntos transformados em funções de pertinência, etc.

2.5 Relação *Entre* (*Between* e *Among*)

Em português não há distinção em termos lingüísticos para “*A está entre B_1 e B_2* ” e “*A está entre B_1, \dots e B_n* ”. Na sua tradução para o inglês, *between* é uma relação ternária, enquanto *among* faz referência a análise de quatro ou mais regiões [51].

Em [12], Bloch *et al* expressam a dificuldade em modelar a relação *entre* (*between*), intrínseca às diversas acepções que possui. No intuito de apresentar evidências deste fato, algumas definições encontradas em dicionários de língua portuguesa são apresentadas.

1. Michaelis Moderno Dicionário da Língua Portuguesa: “1 No intervalo de, no meio de. 2 No número de. 3 Dentro de. 4 Concorre para formar

as preposições compostas: de entre ou dentre, por entre. 5 Ao todo, contando: *Perderam 100 homens, entre mortos e feridos*. 6 Entra na formação de algumas locuções adverbiais: *entre a espada e a parede; entre o lobo e o cão; entre a cruz e a caldeirinha*. 7 Introduce objeto indireto: *Distribuir algo entre os pobres*. 8 Expressa relações de: a) **interposição no espaço**: *O rabo entre as pernas*; b) **interposição no tempo**: *Entre 1987 e 1988*; c) **valor partitivo**: *Escolheu entre duas ou três lembranças*; d) **soma, totalidade**: *Quase 200 pessoas entre bailarinos, músicos, coreógrafos*. 9 **Quantificador**, indica que se toma um pouco de cada um dos atributos a que se refere: *Acompanhou a declaração do Juiz entre perplexo e envergonhado. Assiste ao jogo entre preocupado e esperançoso*".

2. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa**: “relaciona por subordinação, geralmente indicando limites definidos, e expressa os sentidos: 1 **a meio de (dois espaços, dois tempos, duas situações etc.)**: *o livro estava entre a estante e a mesa; entre o fim do verão e o início do outono; viveu entre agir e contemplar*. 2 **intervalo numa série**; através de: *a areia escorria entre os seus dedos*. 3 em relação de colateralidade a um e/a outro (...). 4 **no interior de; dentro de**: *tentava salvar a saúde mental entre os muros da prisão*. 5 **em extensão limitada no espaço**: *as personagens machadianas circulam principalmente entre as ruas do Rio*. 6 **cerca de, por volta de, perto de(...)**. 7 **em meio a(...)**. 8 **junto de(...)**. 9 **a meio-termo de(...)**. 10 **diante de(...)**. 11 **por meio de; através de(...)**. 12 **mantido com(...)**. 13 **em relação recíproca(...)**. 14 **como escolha, preferência(...)**. 15 **como costume ou prática de (povo, comunidade, família etc.)(...)**. 16 **Diacronismo**: *arcaico. durante(...)*”.

Em negrito estão as acepções que consideramos referir à posição relativa entre objetos. Observe que mesmo descartando significações que não contém informações espaciais, não conseguimos de forma límpida definir *entre*.

Abella e Kender [1] definem a relação *entre* como uma relação ternária onde, idealmente, o centro do objeto localizado c_E é colinear aos centros dos objetos referência, c_{R_1} e c_{R_2} , e no ponto médio entre estes pontos. Estes centros formam um triângulo, e a relação é definida quando a distância entre c_E e a reta formada pelos centros dos outros dois objetos é *pequena*. *Pequeno* é definido quando as projeções t_x e t_y (Figura 2.7) é menor que o maior eixo do retângulo envolvente de E , denominado comprimento de E , e menor que o menor comprimento entre R_1 e R_2 .

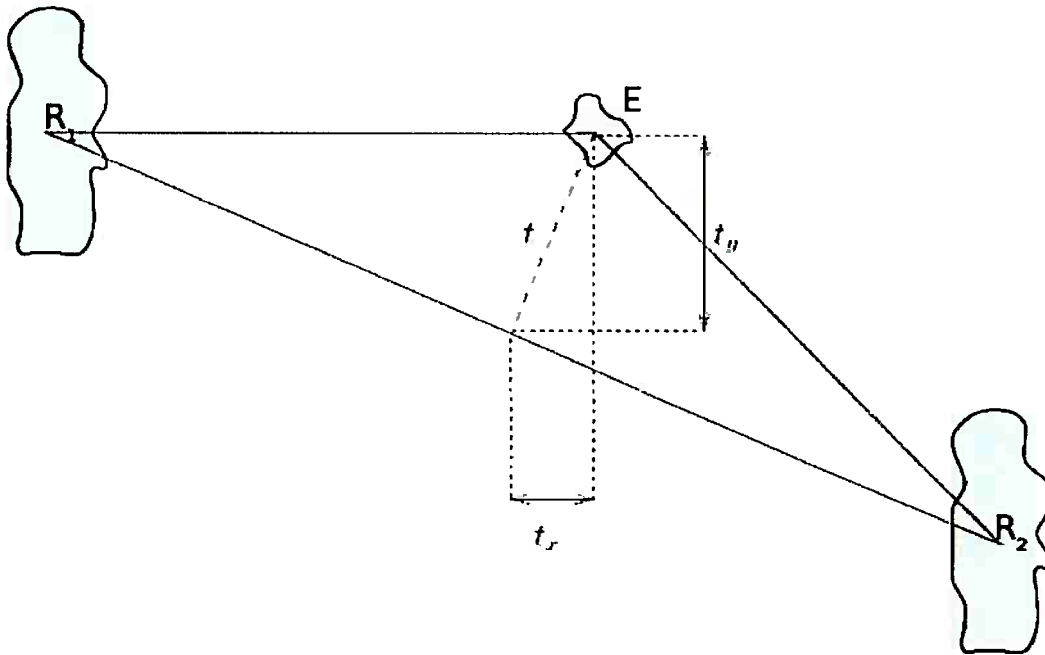


Figura 2.7: Definição da relação *entre* (Adaptado de [1]).

Um estudo completo da relação espacial *entre* foi realizado por Bloch *et al.* [12] e posteriormente estendido em [14].

Definição por casco convexo

É intuitiva a relação entre o casco/envelope convexo e a região entre dois objetos. Seja X um conjunto (representando uma imagem *crisp*, em primeira análise). Seja X^C o complemento de X e $CH(X)$ seu casco convexo. Define-se então a região entre A_1 e A_2 como sendo:

$$\beta_{CH}(A_1, A_2) = CH(A_1 \cup A_2) \cap A_1^C \cap A_2^C \quad (2.14)$$

Esta definição é bem adaptada para objetos convexos ou com concavidades voltadas uma para a outra (Figura 2.8(a)). Em particular, com objetos mais complexos, os componentes conexos de $CH(A_1 \cup A_2)$ não adjacentes ao mesmo tempo à A_1 e A_2 devem ser descartados (vide Figura 2.8(b)).

A extensão para análise de regiões *fuzzy* é dada através da definição de um *envelope convexo fuzzy*.

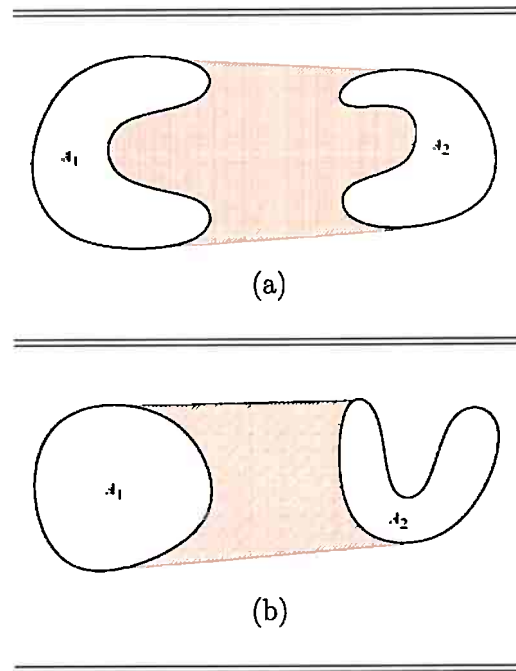


Figura 2.8: Definição da região *entre* β através de envelope convexo (Adaptado de [12]).

Agora, suponha que A_1 seja formado por mais de um componente conexo, i.e., $A_1 = \cup_i A_1^i$. A região *entre* A_1 e A_2 pode ser definida como:

$$\beta(A_1, A_2) = \beta(\cup_i A_1^i, A_2) = \cup_i \beta(A_1^i, A_2) \quad (2.15)$$

Observe que essa definição pode ser traduzida em região *among* (= região entre mais de 2 objetos) .

Na Seção 3.4.2 será discutido um procedimento para computação da região *entre* baseada em envelope convexo, reduzindo-se o problema ao caso 2D e ao uso de contornos.

Definição de *entre* baseado em dilatações direcionais

No decorrer desta tese, definimos dilatação *fuzzy* como:

$$D\nu(\mu)(x) = \sup_y t[\mu(y), \nu(x - y)] \quad (2.16)$$

onde μ denota o conjunto (*fuzzy*) a ser dilatado, ν o elemento estruturante, t uma t -norma e x e y são pontos no espaço.

A direção principal entre dois objetos pode ser determinada pelo histograma de ângulos [55]. Dado um eixo de referência, dito eixo x denotado por \vec{u}_x , para cada par de pontos (a_1, a_2) com $a_1 \in A_1$ e $a_2 \in A_2$, o ângulo entre o eixo e o segmento que liga esses dois pontos é computado. O histograma dos ângulos obtidos $h_{(A_1, A_2)}$ para todos os possíveis pares de pontos pode ser então derivado:

$$h_{(A_1, A_2)}(\theta) = |\{(a_1, a_2), a_1 \in A_1, a_2 \in A_2, \angle(\overrightarrow{a_1 a_2}, \vec{u}_x) = \theta\}| \quad (2.17)$$

Esse histograma pode ser normalizado de tal maneira a ser interpretado como um conjunto *fuzzy*:

$$H_{(A_1, A_2)}(\theta) = \frac{h_{(A_1, A_2)}(\theta)}{\max_{\theta'} h_{(A_1, A_2)}(\theta')} \quad (2.18)$$

Um α máximo ou médio do histograma pode ser escolhido como a direção principal entre A_1 e A_2 .

Seja D_α a dilatação na direção α . O elemento estruturante pode ser tanto um segmento *crisp* na direção α quanto um elemento estruturante *fuzzy* onde a função de pertinência a um ponto (r, θ) (em coordenadas polares) é uma função decrescente de $|\theta - \alpha|$.

A partir da definição de dilatação direcional temos [14]:

$$\beta_\alpha(A_1, A_2) = D_\alpha(A_1) \cap D_{\pi+\alpha}(A_2) \cap A_1^C \cap A_2^C \quad (2.19)$$

O histograma de ângulos pode ser utilizado diretamente como elemento estruturante nas dilatações e outras definições da região entre a partir dele derivadas [14; 57; 58; 59].

Assim, tendo N_ν como a cardinalidade do suporte do elemento estruturante, e N como a cardinalidade da imagem analisada, os métodos baseados em dilatações morfológicas têm complexidade $O(NN_\alpha)$. Essas abordagens ainda acarretam a computação do histograma de ângulos, cuja complexidade é $O(N_1 N_2)$, onde N_1 e N_2 são, respectivamente, as cardinalidades de A_1 e A_2 [14; 58].

Definição de *entre* usando princípio de visibilidade

Na Figura 2.9, mesmo que $CH(A_1 \cup A_2) \cap A_1^C \cap A_2^C$ não tenha nenhum componente conexo não adjacente à A_1 e A_2 , existe uma região em $\beta(A_1, A_2)$ não visível por A_1 e que portanto, intuitivamente, não pertence a região *entre* [12].

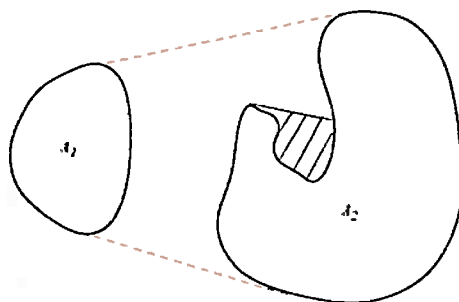


Figura 2.9: Exemplo de concavidade não-visível (Adaptado de [12]).



Figura 2.10: Exemplo de concavidade não-visível (marcada em vermelho).

Estas anomalias podem ser retificadas através do uso de segmentos admissíveis. Mais formalmente, essa abordagem recai sobre a noção de segmentos admissíveis introduzida em [67]. Um segmento $]a, b[$, com a em A e b em B (A e B são admitidos como conjuntos

compactos ou objetos digitais), é dito admissível se está incluído em $A^C \cap B^C$ [13]. Note que a e b pertencem necessariamente à borda de A e B , respectivamente.

Isto tem conseqüências interessantes no ponto de vista algorítmico, considerando que reduz o tamanho do conjunto de pontos a ser explorado. Os pontos visíveis são aqueles que pertencem aos segmentos admissíveis. A região β_{Adm} entre A e B pode ser definida como a união dos segmentos admissíveis (Figura 2.11):

$$\beta = \cup\{]a, b[, a \in A, b \in B,]a, b[\text{ admissível}\}. \quad (2.20)$$

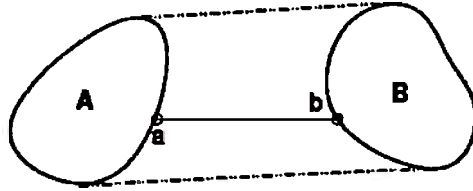


Figura 2.11: Noção de segmento admissível.

A abordagem de visibilidade para definir a região *entre* pode ser estendida para o caso *fuzzy* estabelecendo-se um grau para o qual um segmento está incluído em $A^C \cap B^C$ (que é agora uma região *fuzzy*). Seja μ_A e μ_B as funções de pertinência aos objetos *fuzzy* A e B , respectivamente. O grau de inclusão μ_{incl} de um segmento $]a, b[$ em $A^C \cap B^C$ é dado por:

$$\mu_{incl}(]a, b[) = \inf_{y \in]a, b[} \min[1 - \mu_A(y), 1 - \mu_B(y)]. \quad (2.21)$$

Designamos o suporte dos objetos *fuzzy* A e B por $\text{Supp}(A)$ e $\text{Supp}(B)$, respectivamente. A região *entre* A e B , denotada por β_F , é então definida como:

$$\beta_F(x) = \sup\{\mu_{incl}(]a, b[); x \in]a, b[, a \in \text{Supp}(A), b \in \text{Supp}(B)\}. \quad (2.22)$$

Levando-se em conta que a noção de segmento admissível é muito restrita, Bloch *et al* [12] propõe um outro grau de fuzzificação com o conceito de *visibilidade fuzzy*. Para cada ponto P no espaço, determina-se os segmentos admissíveis de P à A_1 e de P à A_2 .

Escolhe-se, então, os segmentos que formam ângulo $\theta_{min}(P)$ mais próximo de π :

$$\theta_{min}(P) = \min\{ |\pi - \theta|, \theta = \angle([a_1, P], [P, a_2]), \quad (2.23)$$

$$a_1 \in A_1, a_2 \in A_2,]a_1, P] \text{ e } [P, a_2[\text{ admissíveis} \}$$

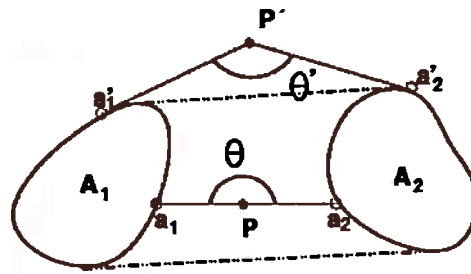


Figura 2.12: Conceito de visibilidade *fuzzy*. Para o ponto P (e qualquer ponto na área limitada pelos objetos A_1 e A_2 e as linhas pontilhadas), tem-se $\theta_{min}(P) = 0$ e, portanto, $\beta(P) = 1$, enquanto para P' , não é possível encontrar dois segmentos semi-admissíveis colineares, de A_1 à P' e de P' à A_2 ; então $\theta_{min}(P') > 0$ e $\beta(P') < 1$, expressando que P' não está completamente entre A_1 e A_2 . (Adaptado de [12]).

Desta forma, a função de pertinência à região *entre* é dada por:

$$\beta(P) = f(\theta_{min}(P)) \quad (2.24)$$

com f sendo uma função decrescente.

Nos casos onde os objetos tem extensões espaciais muito diferentes (Figura 2.13), a região β deve ser definida de forma mais local. Duas abordagens são propostas em [12]. A primeira a partir de dilatações fuzzy na direção ortogonal à direção principal do objeto mais alongado. A segunda baseada no cálculo de distância, correspondendo a uma visão míope, na qual, as partes alongadas, mais distantes dos objetos não são vistas.

Seja \vec{u} a direção principal de A_2 . A região β pode ser construída a partir da dilatação de A_1 por um elemento estruturante definido por um segmento ortogonal a \vec{u} . Em uma definição menos restrita, o objeto estruturante pode ser definido tendo uma função de pertinência decrescente em função do deslocamento à direção u .

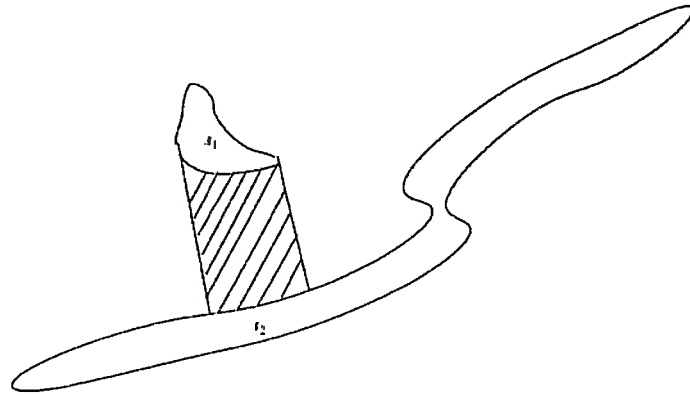


Figura 2.13: Região *entre*: um exemplo onde os objetos têm diferentes extensões (Adaptado de [14]).

No segundo método, uma região *entre* é calculada segundo o método de segmentos admissíveis, β_{Adm} . Para cada ponto nessa região, é calculada a distância aos dois objetos:

$$\forall x \in \beta_{Adm}, d_{A_1, A_2}(x) = d(x, A_1) + d(x, A_2) \quad (2.25)$$

Esta função, então, é utilizada para eliminar as regiões de A_2 muito afastadas de A_1 . Desta forma, β é definida por:

$$\forall x \in \beta_{Adm}, \beta_{Dist} = f(d_{A_1, A_2}(x)) \quad (2.26)$$

onde f é uma função decrescente com valores no intervalo $[0, 1]$.

Do ponto de vista de implementação, os segmentos admissíveis podem ser calculados por diferentes algoritmos de computação de linhas digitais. No caso específico desta tese, escolheu-se o algoritmo de Bresenham [20]. Soille já definia visibilidade entre dois pontos usando este algoritmo [70] quando aborda distâncias geodésicas [71; 72]. Para maiores referências sobre digitalização de linhas 3D, leia [25; 45; 46].

Em termos de complexidade computacional [14; 58], tendo N_i como a cardinalidade de A_i e N como a cardinalidade da imagem, a computação da região *entre* por visibilidade é da ordem de $O(N_1 N_2 \sqrt{N})$. A abordagem por visibilidade *fuzzy*, por outro lado, consome $O(N_1 N_2 N)$.

Definição de *entre* através de ângulos

Matsakis e Andréfouët descrevem, em [51], como delimitar situações onde um objeto está entre outros através do histograma de ângulos. Seja $H^\alpha(\theta) = 1$ quando existe um segmento admissível com ângulo θ entre B e $A = \cup_i A_i$ e $H^\alpha(\theta) = 0$, caso contrário, i.e., H^α é o suporte do histograma de ângulos em α -cut. À H^α é associado $2q$ ângulos da forma demonstrada na Figura 2.14: z_1, \dots, z_q , associados às regiões com $H^\alpha = 0$, e o_1, \dots, o_q , relacionados à $H^\alpha = 1$; de tal forma que $z_1 \geq z_2 \geq \dots \geq z_q$ e $o_1 \geq o_2 \geq \dots \geq o_q$.

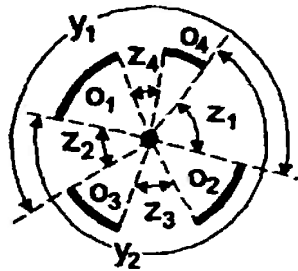


Figura 2.14: Ângulos associados à H^α [51].

Assim:

$$\begin{aligned}
 q = 1 &\rightarrow \mu_{\text{between}}^\alpha(A, B) = 0 \\
 q = 2 &\rightarrow \mu_{\text{between}}^\alpha(A, B) = \min(1, k \frac{z_2}{z_1}, k' \frac{y_1}{\pi}, k' \frac{y_2}{\pi}) \\
 q > 2 &\rightarrow \mu_{\text{between}}^\alpha(A, B) = \min(1, k \frac{z_2}{z_1}, k' \frac{y_1}{\pi}, k' \frac{y_2}{\pi}, \max(0, 1 - k'' \frac{z_3}{z_2}))
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

k , k' e k'' são 3 números reais positivos que, em [51], assumem os valores 1, 1, e 2 respectivamente.

2.6 Relação ao redor de

Em oposição à *entre* e *ao longo de*, a expressão *ao redor de/rodeado por* (*surrounded by/surround*) não pertence à lista de primitivas publicadas por Freeman, todavia podendo ser relacionada à *dentro de* (*inside*) em certo grau, i.e., *dentro de* dá idéia de algum grau de adjacência não encontrado no termo *ao redor de*. Corresponde, portanto, *ao redor de* à *fora de* (*outside*).

Em [66], Rosenfeld e Kak apresentam uma definição não-quantitativa de *ao redor de*. Sejam S e T quaisquer subconjuntos de uma imagem digital Σ . Dizemos que “ T está *ao redor de* S ” se qualquer caminho de qualquer ponto de S a uma borda de Σ passa por T , i.e., se para qualquer caminho P_0, P_1, \dots, P_n tal que P_0 esteja em S e P_n esteja sobre a borda da imagem, algum P_i , $0 \leq i \leq n$, está em T . Nas seções subseqüentes serão apresentadas algumas definições quantitativas de *ao redor de* alternativas às baseadas em regras e à não-quantitativa dada a conhecer por Rosenfeld.

Definição de *ao redor de* baseado no princípio de visibilidade (*Visual surroundedness*)

Seja P um ponto e T um conjunto no R^2 . Seja $r_\theta(P, T) = 1$ se a reta que vai de P na direção θ encontra T , caso contrário, $r_\theta(P, T) = 0$. Rosenfeld define o grau de *visual surroundedness* [67] de P por T com sendo:

$$v(P, T) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} r_\theta(P, T) d\theta \quad (2.28)$$

Se S é um conjunto, define-se $v(S, T)$:

$$v(S, T) = \min_{P \in \partial S} v(P, T) \quad (2.29)$$

Se S e T são conjuntos *fuzzy*, μ e ν , define-se que ν está *ao redor de* μ se, para qualquer ponto P e qualquer caminho π de P ao fundo da imagem (*background*), existe um ponto R para o qual $\nu(R) \geq \mu(P)$. De tal forma, $r_\theta(P, \mu, \nu) = 1$ se $\nu(R) \geq \mu(P)$ em algum ponto R sobre a reta que sai de P na direção θ . Assim:

$$v(P, \mu, \nu) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} r_\theta(P, \mu, \nu) d\theta \quad (2.30)$$

e define-se $v(\mu, \nu)$ através de P , onde $v(P, \mu, \nu)$ é mínimo entre todos os pontos do plano.

Definição de *ao redor de* baseado em topologia (*Topological surroundedness*)

Mesmo que P seja visível por T ($v(P, T) = 1$), T está *ao redor de* P , pode não ser verdadeiro, visto que pode existir um caminho *curvo* de P para o fundo da imagem que

não tem intersecção com T .

Intuitivamente, o grau através do qual T está *ao redor de* P *topologicamente* (*topological surroundedness*) [67] é relacionando a quanto o caminho de P até o fundo da imagem deve mudar de direção para não colidir com T .

Seja π_θ qualquer caminho que não tenha intersecção com T , de P' ao fundo, começando em P' na direção θ . Se tal caminho não existe, define-se o grau topológico de P' estar rodeado por T como $t(P', T) = \infty$. De outra forma, define-se:

$$t(P', T) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} C_\theta(P', T) d\theta \quad (2.31)$$

onde, $P' \notin T$ e P' não está dentro de um buraco de T , com:

$$C_\theta = \int_{\pi_\theta} C_{\pi_\theta}(P', T);$$

$$C_{\pi_\theta} = \int_{\pi_\theta} |c_{\pi_\theta}(P)| dP; \text{ e}$$

$c_{\pi_\theta}(P)$ denota a curvatura de θ_π em um ponto P arbitrário sobre π_θ .

Se S é um conjunto, $t(S, T)$ é dado pelo ínfimo de $t(P, T)$ para todo $P \in \partial S$. Se S e T (μ e ν) são *fuzzy*, são usadas definições análogas, considerando π_θ o caminho de P ao fundo da imagem de tal forma que $\nu(R) < \mu(P)$ para todo R em π_θ . Assim:

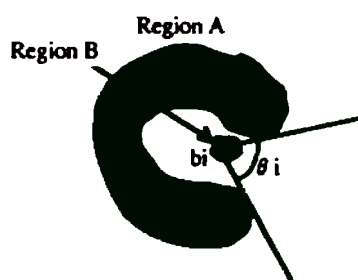
$$t(\mu, \nu) = \frac{\int \int t(P, \mu, \nu) dx dy}{\int \int \mu dx dy} \quad (2.32)$$

Definição de *ao redor de* baseada em função trigonométrica

Seja θ o ângulo formado pelas tangentes de A que iniciam em um ponto em B , que não contém nenhum ponto de A (Figura 2.15). O grau relacionado ao quanto A está *ao redor de* B está, de certa forma, vinculado à θ . Se θ é 0, então A está *ao redor de* B completamente. Quanto maior θ , menor o grau pelo qual A está *ao redor de* B .

A função critério apresentada por Miyajima e Ralescu, em [54], é dada por:

$$\mu_{surround}(\theta) = \begin{cases} \cos^2 \frac{\theta}{2} & \text{se } 0 \leq \theta \leq \pi, \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (2.33)$$

Figura 2.15: Relação *ao redor de*.

A função critério para a relação *dentro de* é a mesma de *ao redor de* com argumentos invertidos, i.e., $\mu_{surround}(A, B) = \mu_{inside}(B, A)$. Observe que esta definição de *ao redor de* está relacionada à idéia de *visual surround* de Roselfeld descrita anteriormente.

Capítulo 3

Relação *ao longo de*

3.1 Introdução

Observe para efeito de inspiração algumas definições de *along/ao longo de*.

1. **Michaelis Moderno Dicionário da Língua Portuguesa:** por toda extensão longitudinal¹ de.
2. **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa:** 1 no sentido da maior extensão ou do comprimento; costeando; junto de; paralelamente; 2 durante, no decurso de.

Por essas determinações de significado percebe-se que a noção de que um objeto A está *ao longo de* um objeto B relaciona-se com a forma de A (i.e., A deve ser *alongado*, e mais, alongado na direção de B) e com a distância entre A e B .

Neste capítulo, propomos um método para modelar a relação *ao longo de* baseado nessas considerações e no sentido perceptual da expressão. Nossa definição matemática para o grau pelo qual um objeto A está *ao longo de* um objeto B é baseada na computação da região *entre* A e B e no quão alongada é essa região. Informação de distância também foi adicionada em alguns métodos propostos.

Os únicos trabalhos que discorrem acerca da relação *ao longo de* apresentando definições matemáticas para a expressão, segundo nosso conhecimento, foram desenvolvidos no contexto de sistemas de informações geográficas (SIG) [35; 69]. Esses trabalhos descrevem uma configuração particular no espaço como um valor normalizado das intersecções

¹lon.gi.tu.di.nal adj (lat longitudinale) 1 Relativo à longitude. 2. Tomado no sentido da maior dimensão. 3 Extensão em comprimento. 4 Colocado ao comprido ou no sentido do eixo principal.

entre interior, exterior e borda de dois objetos, assumindo um deles, necessariamente, forma linear (doravante, por motivo de simplificação, chamado linha). Desta maneira, duas medidas para quão *ao longo* um objeto está de outro são dadas. Num primeiro caso, é definida como a razão entre o comprimento de todas as porções da linha contidas na borda do objeto areal e o comprimento total da linha (*line alongness*). Da mesma forma, define-se quão *ao longo* um objeto está de outro pela razão entre a intersecção dos objetos com o perímetro do objeto areal (*perimeter alongness*). Nessas definições, o contorno do objeto pode ser também estendida a uma área de *buffer* ao redor do objeto areal. Neste trabalho consideramos o caso mais genérico, onde os objetos podem ter qualquer forma, e não são necessariamente adjacentes.

3.2 Modelando a relação *ao longo de* para objetos *crisp*

No exemplo da Figura 3.1(a), podemos dizer que A está *ao longo de* B , ou que B está *ao longo de* A . O significado intuitivo da relação é polimórfico: considerações sobre a forma dos objetos podem ser assumidas ou deixadas fora de questão (e.g., os dois objetos devem ser alongados, ou pelo menos um deles deve ter essa forma), a distância entre eles deve ser reduzida em relação ao tamanho que expressam (tipicamente, não diríamos que A está *ao longo de* B no exemplo da Figura 3.1(b)). Digno de nota é o fato da região *entre* A e B , denotada por β , ser alongada em todos os casos, como observável na Figura 3.1(a).

No nosso modelo, escolhemos propor uma definição que não considera necessariamente a forma dos objetos como um todo, que é simétrica em ambos os argumentos e que envolva a região *entre* os objetos e a sua distância. Ainda, como já defendido em [36], definir tais relações de maneira binária não é apropriado, e um grau de satisfação da relação vem mais a contento. Finalmente, queremos ser capazes de lidar com situações onde a relação é satisfeita localmente, entre partes de objetos apenas.

Baseado nessas considerações, propomos uma definição matemática do grau ao qual um objeto A está *ao longo de* um objeto B , baseado na região *entre* A e B . A essência do modelo é apoiada em dois passos:

1. calcular a região β entre A e B ;

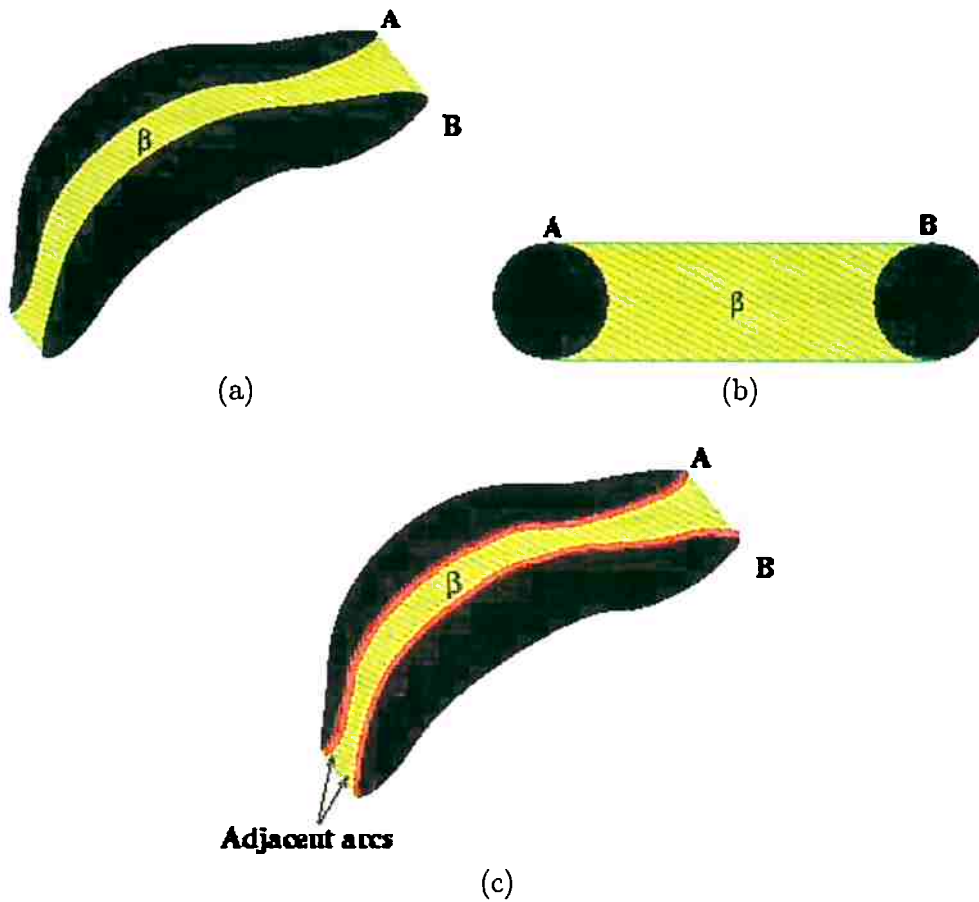


Figura 3.1: (a) Exemplo onde A está *ao longo de* B , com uma região β alongada entre A e B . (b) Caso onde β é alongado mas A não está *ao longo de* B . (c) Mesmo exemplo de (a) onde os arcos adjacentes são mostrados. (adaptado de [73]).

2. medir quão alongada é β , definindo desta maneira o grau pelo qual A está *ao longo de* B .

O interessante dessa abordagem é fazer uso explicitamente da região *entre*, usualmente relacionada com a semântica da relação *ao longo de*. Em adição, boas técnicas para o cálculo da região *entre* foram recentemente estudadas e estão disponíveis na literatura (vide Seção 2.5). Uma vez obtida a região *entre* A e B , a questão se reduz a um problema de análise de formas, i.e., quão alongado é β . Para resolvê-lo, diferentes medidas podem ser escolhidas dependendo da aplicação, como explicado à seguir.

3.2.1 Definição da região *entre* dois objetos

Uma visão geral sobre o cálculo da região entre está disposta na Seção 2.5, tendo sido tratado em maiores detalhes por Bloch *et al*, em [13]. Neste Capítulo, para fazer referência à relação *ao longo de*, como nenhuma suposição sobre as formas dos objetos é feita, as maneiras clássicas de definir a região *entre* podem não ser apropriadas. Em particular, se os objetos têm formas complexas com concavidades, uma definição simples, baseada no envelope convexo da união dos objetos pode levar a resultados não satisfatórios.

Escolhemos aqui, a abordagem da visibilidade, que provê resultados adaptados aos nossos intentos. Especificamente, concavidades de objetos que não são visíveis de um objeto em face a outro não são incluídas na região *entre* (Seção 2.5).

Observe que aqui, para o segundo passo, precisamos manter as extremidades (pertencentes à borda de A ou B) dos segmentos admissíveis na região *entre*. Para tanto, modificamos a definição de [13] (Equação 2.20) para:

$$\beta = \cup\{[a, b], a \in A, b \in B, [a, b] \text{ admissível}\}. \quad (3.1)$$

Esta definição é ilustrada na Figura 3.2 para dois casos diferentes. Note que, em contraste com os objetos expostos na Figura 3.2(a), no caso da Figura 3.2(b) existe uma concavidade em uma das formas que não é visível a partir do segundo objeto e que é propriamente excluída da região *entre*. Como vimos na Seção 2.5, a computação dos segmentos admissíveis é realizada no caso 2D através do algoritmo de Bresenham [20] para a computação de linhas digitais, e no caso 3D através de um algoritmo derivado desse, generalizado para o espaço 3D.

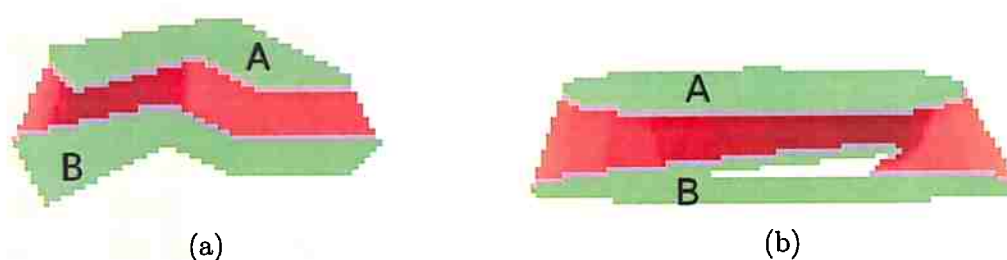


Figura 3.2: (a) Região entre dois objetos A , B , calculada pela abordagem de visibilidade; (b) Análogo a (a) mas mostrando que a concavidade de um dos objetos é propriamente excluída da região *entre* pelo método escolhido.

3.2.2 Definição do grau de alongamento

Existem várias diferentes abordagens para medir quão alongada é uma região. Uma das mais populares é dada pelo inverso da *compacidade*, i.e., no caso 2D, quão alongada é a região com respeito a um círculo (proporcional ao inverso da *circularidade*²). Definimos tal medida como $c = P^2/S$, onde P e S representam o perímetro e a área da região, respectivamente. Para um disco perfeito, $c = 4\pi$, e quanto mais alongada a região, maior é c . Para normalizar a medida para valores num intervalo entre 0 e 1, propomos como primeira medida de alongamento:

$$\alpha_1 = f_a \left(\frac{P^2(\beta)}{S(\beta)} \right), \quad (3.2)$$

onde $S(\beta)$ e $P(\beta)$ denotam a área e o perímetro da região β , respectivamente, e f_a é uma função crescente, tipicamente uma sigmoide, como $f_a(x) = (1 - \exp(-ax))/(1 + \exp(-ax))$. Esta medida α_1 tende a 1 tanto mais alongado for β . Embora a seja um parâmetro do método, ele preserva a ordem entre diferentes situações, o que é uma propriedade importante. Valores absolutos podem ser alterados através de um ajuste de a para acentuar características entre diferentes situações.

Contudo, observe que a medida α_1 não reporta bons resultados em todas as situações. Na verdade, ela considera um alongamento global enquanto o alongamento em somente algumas direções é útil. Considere o exemplo da Figura 3.1(b). A região *entre* A e B é alongada, o que não significa que A esteja *ao longo de* B . Por outro lado, a situação na Figura 3.1(a) é um exemplo onde um objeto está *ao longo de* outro, em que β é alongada na direção de suas adjacências com A e B . Para modelar esta organização espacial, em vez de usarmos o perímetro completo de β , adotamos o comprimento $L(\beta)$ das porções do contorno de β adjacentes a A ou a B (veja os arcos adjacentes de β indicados em Figura 3.1(c)). Com a definição modificada de β (Equação 3.1), essas linhas são a intersecção entre A e β ou entre B e β , i.e., $L(\beta) = ((A \cap \beta) \cup (B \cap \beta))$. Desta forma, uma segunda medida de alongamento é então definida como:

$$\alpha_2 = f_a \left(\frac{L^2(\beta)}{S(\beta)} \right). \quad (3.3)$$

²A circularidade C é formalmente definida como $C = 4\pi \frac{S}{P^2}$, onde P e S são, respectivamente, o perímetro e a área da região analisada.

Apesar dessa medida produzir resultados apropriados, ela apresenta a desvantagem de não levar diretamente em consideração a distância entre A e B . Na verdade, α_2 é uma medida global em relação a A e B , como tal, falha em identificar se existem partes de A *ao longo de* partes de B , i.e., carece de capacidade de análise local.

Uma maneira interessante de incorporar caráter local na presente abordagem é considerar a distância entre os dois objetos dentro da região *entre*. Seja x um ponto na imagem e $d(x, A)$ e $d(x, B)$ as distâncias de x para A e de x para B , respectivamente (no caso digital, eles podem ser computados eficientemente usando a transformada da distância). Seja $D_{AB}(x) = d(x, A) + d(x, B)$. Ao invés de usarmos a área de β para calcular quão alongada ela é, podemos definir um volume $V(\beta)$ sob a superfície $\{(x, D_{AB}(x)), x \in \beta\}$, calculado como:

$$V(\beta) = \int_{\beta} D_{AB}(x) dx. \quad (3.4)$$

No caso digital, a integral torna-se uma soma finita. Isto leva a uma medida de alongamento que considera a distância entre A e B :

$$\alpha_3 = f_a \left(\frac{L^2(\beta)}{V(\beta)} \right). \quad (3.5)$$

A distância $D_{AB}(x)$ pode ser usada de uma maneira ainda mais interessante de forma a lidar com situações onde somente algumas partes de A podem ser consideradas *ao longo de* algumas partes de B . Nestas situações, é esperado que partes *ao longo* umas das outras estejam próximas entre si, gerando assim uma região com valores menores de $D_{AB}(x)$. Seja $\beta_t = \{x, D_{AB}(x) < t\}$, onde t é um limiar da distância. Sejam $L(\beta_t)$, $S(\beta_t)$ e $V(\beta_t)$ o comprimento dos arcos adjacentes, a área e o volume de β_t . Duas medidas locais de alongamento podem ser derivadas:

$$\alpha_4(t) = f_a \left(\frac{L^2(\beta_t)}{S(\beta_t)} \right), \quad (3.6)$$

e:

$$\alpha_5(t) = f_a \left(\frac{L^2(\beta_t)}{V(\beta_t)} \right). \quad (3.7)$$

3.3 Modelando a relação *ao longo de* para objetos *fuzzy*

Consideramos nesta seção o caso de objetos *fuzzy*, gerados por exemplo por imprecisão espacial, segmentação irregular, etc. Para modelar a relação *ao longo de* para esse tipo de objetos, seguimos a mesma proposta em dois passos do caso *crisp*.

Adaptando a Equação 2.22 para manter as extremidades dos segmentos admissíveis, definimos β_F como:

$$\beta_F(x) = \sup\{\mu_{incl}([a, b]); x \in [a, b], a \in \text{Supp}(A), b \in \text{Supp}(B)\}. \quad (3.8)$$

Para definir as medidas de alongamento análogas a $\alpha_l, l = 1...5$, é necessário calcular o perímetro, a área e o volume de β_F . O perímetro $P(\beta_F)$ e a área $S(\beta_F)$ são usualmente definidas como [63]:

$$P(\beta_F) = \int_{\text{Supp}(\beta_F)} |\nabla \beta_F(x)| dx, \quad (3.9)$$

onde $\nabla \beta_F(x)$ é o gradiente de β_F , e:

$$S(\beta_F) = \int_{\text{Supp}(\beta_F)} \beta_F(x) dx. \quad (3.10)$$

A extensão de α_2 requer a definição da região de adjacência R_{adj} entre os objetos e β . De forma a garantir a consistência com o caso *crisp*, podemos simplesmente tomar a intersecção entre A e β e entre B e β e estender L como:

$$R_{adj}(\beta_F, \mu_{A \cup B}) = (\text{Supp}(\beta_F) \cap \text{Supp}(A)) \cup (\text{Supp}(\beta_F) \cap \text{Supp}(B)), \quad (3.11)$$

onde $\mu_{A \cup B}$ representa a união dos objetos *fuzzy* A and B , e:

$$L(\beta_F, \mu_{A \cup B}) = S(R_{adj}(\beta_F, \mu_{A \cup B})). \quad (3.12)$$

Finalmente, é também necessário calcular a distância de qualquer ponto x pertencente à região *entre* a A e a B . Para tanto, propomos o uso do comprimento do segmento admissível:

$$D_{AB}(x) = \inf\{\|b-a\|,]a, b[\text{ admissível}, x \in]a, b[\}, \text{ para } x \in (\text{Supp}(A) \cup \text{Supp}(B))^C. \quad (3.13)$$

Desta forma, definimos o volume $V(\beta_F)$ sob a superfície $\{(x, D_{AB}), x \in \beta_F\}$ ponderando cada ponto pela sua pertinência à $\beta_F(x)$, como:

$$V(\beta_F) = \int_{\text{Supp}(\beta_F)} \beta_F(x) D_{AB}(x) dx. \quad (3.14)$$

Para mantermos a natureza *fuzzy* do modelo, em lugar de usarmos um limiar na função distância como no caso *crisp*, propomos selecionar as regiões consideradas próximas com base numa função decrescente g de D_{AB} . Assim temos $\beta_{F_i}(x) = \beta_F(x)g(D_{AB}(x))$.

3.4 Medidas baseadas em contornos 2D

Embora restrita ao espaço 2D e à representação *crisp* de objetos, nesta seção serão descritas alternativas computacionalmente mais atraentes para a extração das medidas de quantificação das relações *entre* e *ao longo de*, baseadas em contorno. Essa definição é baseada na definição da região *entre*, β , por envelope convexo (Seção 2.5). A abordagem adotada é o tratamento das formas baseado em contorno, portanto, mais eficiente dos que os citados anteriormente. O Algoritmo 1 resume os principais passos envolvidos.

Algoritmo 1 Extração de contorno da região *entre* (I)

- 1: seja $C_R = \{C_{R_i}\}$ o conjunto dos contornos dos objetos referência $R = \{R_i\} \in I$
 - 2: compute o envelope convexo de R , $CH(R) = CH(C_R)$
 - 3: compute $Adj \leftarrow (ch_j, ch_{(j+1)}) | ch_j \in R_k \text{ e } ch_{(j+1)} \notin R_k$
 - 4: **PARA** $a = 0$ até $N - 1$, com passo 2 $\{N \text{ é o tamanho de } Adj\}$ **FAÇA**
 - 5: compute a L como sendo linha digital entre $Adj(a)$ e $Adj(a + 1)$, com l pontos
 - 6: $C_\beta \leftarrow C_\beta \cup L$
 - 7: seja $C_{R_{(a+1)}}$ o contorno do objeto referência ao qual $Adj(a + 1)$ pertence
 - 8: seja C_{parcial} a seqüência de pontos de $C_{R_{(a+1)}}$ que vai de $Adj(a + 1)$ até $Adj(((a + 2)\%N))$
 - 9: $C_\beta \leftarrow C_\beta \cup C_{\text{parcial}}$
 - 10: **FIM PARA**
 - 11: **DEVOLVA** C_β
-

Observe na Figura 3.3, a execução do Algoritmo 1. O conjunto de contornos, C_R , de R (Linha 1) é apresentado na Figura 3.3(a). Na Figura 3.3(b), o envelope convexo e Adj são descritos (Linhas 2 e 3). Observe que Adj correspondem aos pontos de intersecção entre a região *entre* (Figura 3.3(f)) e o envelope convexo. A execução do Laço (Linhas 4 - 10) é demonstrada passo a passo, nas Figuras 3.3(c) - (f).

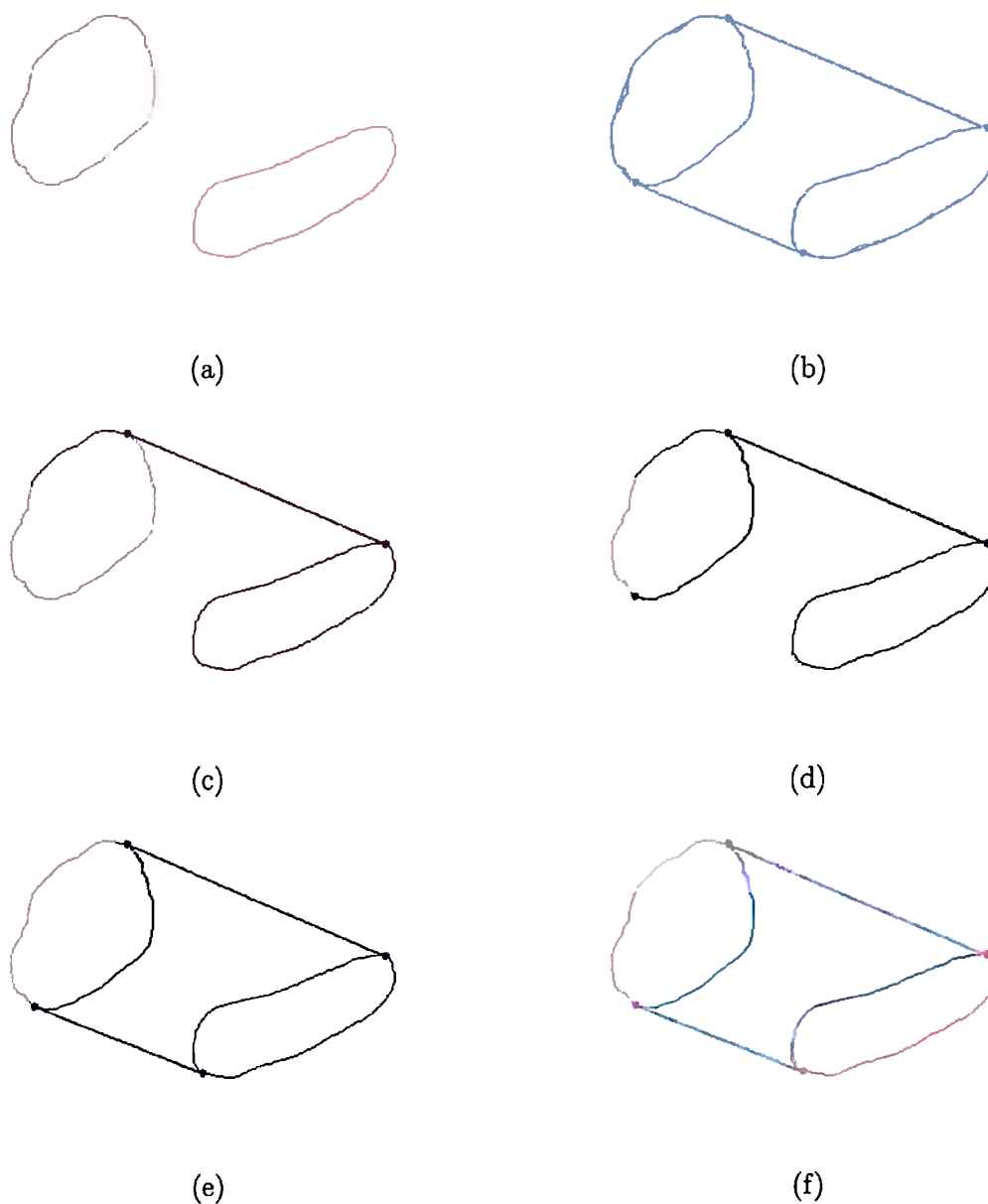


Figura 3.3: (a) Conjunto de contornos, C_R ; (b) Adj marcados sobre o envelope convexo $CH(C_R)$ (observe que eles correspondem aos pontos de intersecção entre β e CH); (c) Figura (b) e L_0 , i.e., linha digital entre $Adj(0)$ e $Adj(1)$; (d) Figura (c) e a seqüência de pontos de $C_{R(0)}$ que vai de $Adj(1)$ até $Adj(2)$; (e) Figura (d) e L_2 , i.e., linha digital entre $Adj(2)$ e $Adj(3)$; (f) Figura (e) e a seqüência de pontos de $C_{R(1)}$ que vai de $Adj(3)$ até $Adj(0)$.

3.4.1 Extração de contornos

A representação escolhida foi a por contornos paramétricos. Utilizamos o algoritmo *contour following* apresentado em [30, Seção 5.2.2]. Este algoritmo extrai contornos externos de objetos.

Em primeiro lugar, percorremos a imagem da esquerda para a direita e de cima para baixo, escaneando as linhas (*scan-line*) até encontramos o ponto inicial pertencente ao contorno externo. A partir dele, a cada passo, procura-se o próximo ponto do contorno realizado-se uma varredura no sentido do código da cadeia (Figura 3.3(b)).

Como os objetos referência podem ser representados em uma só imagem, um pré-processamento para segmentar esses objetos pode ser necessário. Neste caso, usamos um algoritmo de rotulação (*labeling*) [30; 39]. Este algoritmo recebe uma imagem binária, contendo componentes conexos que correspondem a objetos ou partes de objetos e devolve uma imagem onde os componentes conexos são distinguíveis através de inteiros que os representam^{3,4}.

Assim, ao final desta etapa temos os contornos, $C_R = \{C_{R_i}\}$, de $R = \{R_i\}$, $i = \{1, \dots, N_R\}$, onde N_R é o número de objetos referência e C_{R_i} é o contorno do objeto referência R_i . A complexidade computacional deste passo é $O(N)$, onde N é o tamanho da imagem.

3.4.2 Relação entre

Nesta seção, será descrito um procedimento para extração do contorno, C_β , da região β entre os objetos referência, $R = \{R_i\}$, a partir do envelope convexo, $CH(R)$, de R . Observe que, sendo C_R o conjunto de contornos de R , $CH(R) = CH(C_R)$.

O envelope convexo de um conjunto de pontos Q é o menor polígono convexo P para o qual cada ponto em Q está no limite de P ou em seu interior. Denotamos envelope convexo de Q por $CH(Q)$. Computar o envelope convexo é um problema de geometria computacional bem estudado e com várias abordagens possíveis. Dentre estes métodos, escolheu-se neste trabalho o *Graham's scan* (Algoritmo 2), que tem

³*Buracos* são considerados componentes conexos distintos.

⁴Um componente conexo é um conjunto de pixels para o qual existe um caminho conexo entre qualquer par de pixels do conjunto. Um caminho conexo entre dois pixels A e B é uma seqüência de N pixels p_1, p_2, \dots, p_N onde cada par de pixels consecutivos $p_i, p_{(i+1)}$ ($i = 1, \dots, N$) é tal que p_i é vizinho de $p_{(i+1)}$, com $p_1 = A$ e $p_N = B$ [30].

complexidade computacional $O(N_Q \log N_Q)$ no tempo e $O(N_Q)$ em relação ao espaço, onde N_Q é o número de pontos de Q [29; 40; 60; 61] (Figura 3.4(c)).

Algoritmo 2 Graham's scan (Q) (Adaptado de [29])

- 1: seja p_0 o ponto com a menor coordenada y ou em caso de empate o ponto mais à esquerda
 - 2: seja $\{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ os demais pontos pertencentes à Q , ordenados por critério de ângulo em relação à p_0 se mais de um ponto tem o mesmo ângulo, remova todos menos o mais afastado de p_0
 - 3: Empilha(p_0, P)
 - 4: Empilha(p_1, P)
 - 5: Empilha(p_2, P)
 - 6: **PARA** $i \leftarrow 3$ até m **FAÇA**
 - 7: **ENQUANTO** o ângulo formado pelos pontos Anterior-ao-Topo(P), Topo(P) e p_i é maior que 180° **FAÇA**
 - 8: Desempilha(P)
 - 9: **FIM ENQUANTO**
 - 10: Empilha(P)
 - 11: **FIM PARA**
 - 12: **DEVOLVA** P
-

Compare as Figuras 3.3(c) e 3.3(f). Verifique que a intersecção entre o conjunto de pontos pertencentes a $CH(R)$ e o contorno da região *entre* (C_β), marcado em vermelho nas duas figuras, é o conjunto de todos os pontos $(ch_j, ch_{(j+1)})$ do envelope convexo, de tal maneira que $ch_j \in R_k$ e $ch_{(j+1)} \notin R_k$. Dizemos que estes pontos fazem parte da intersecção do contorno da região *entre* e $CH(R)$ e denotamos esse conjunto como $Adj(CH(R), \beta)$:

$$Adj(CH(R), \beta) = \cup_j(ch_j, ch_{(j+1)}), \text{ para } ch_j \in R_k \text{ e } ch_{(j+1)} \notin R_k \quad (3.15)$$

Denotamos o número de pontos de $Adj(CH(R), \beta)$ como N_{Adj} . Seja L a união de todos os segmentos de reta $L(m) = \overline{adj_l adj_{(l+1)}}$, com $l = \text{ímpar} \in (\{1, \dots, N_{Adj}\})$, $m = \{1, \dots, (l+1)/2\}$ e $(adj_l, adj_{(l+1)}) \in Adj(CH, \beta)$. Seja $C_{IN}((l+1)/2)$ a fração do contorno de $R_k = \{k_u, \dots, k_v\}$, com $k_u = adj_{(l+1)}$ e $k_v = adj_{((l+2) \bmod N_{Adj})}$. Podemos definir o contorno da região *entre* $R = \{R_i\}$, C_β , como:

$$C_\beta = \cup_{m=\{1, \dots, (l+1)/2\}} (L(m) \cup C_{IN}(m)) \quad (3.16)$$

Define-se contorno externo, C_{EX} como $C_{EX} = \{ex_i\}$ tal que $ex_i \in C_R$ e $ex_i \notin C_{IN}$. Assim, a partir dessas definições, podemos aferir quanto um objeto (S , entidade situada) está dentro da região β .

Para cada ponto s do contorno de S (C_S), verifica-se a menor distância d entre C_S e C_R . Se d corresponde à distância entre p_s e um ponto de C_{EX} , s está fora de β . Caso contrário, se os ângulos $\widehat{adj_i s adj_{i+1}}$, tiverem o mesmo sinal, então s está entre as entidades referência. Ao invés de se executar este teste para cada $s \in S$, pode-se executá-lo com um ponto inicial s_1 , e, a partir dele, percorrer S de forma menos custosa.

Percorremos S de forma a rotular s_i como $s_i \in \beta$ ou $s_i \notin \beta$. Partindo de s_1 , se não existe intersecção entre S e C_R , então todo $s_i \in S$ tem o mesmo rótulo de s_1 . Se $\exists S \cap C_R$, percorrendo S , a cada ponto de intersecção entre S e o contorno de β mudamos o rótulo ⁵ (Figura 3.6).

3.4.3 Relação ao longo de

Usando o método descrito na Seção 3.4.2, podemos derivar da região entre dois objetos o quanto um está *ao longo de* outro.

Para tanto, calcula-se a área A . A área A com sinal de um polígono P pode ser computada em tempo linear. Se as coordenadas de um vértice v_i do polígono forem x_i e y_i :

$$2A(P) = \sum_{i=0}^{n-1} (x_i y_{i+1} - y_i x_{i+1}) \quad (3.17)$$

onde n é o número de vértices do polígono, e $x_n = x_0$. Um rearranjo dos termos da Equação 3.17 pode diminuir o número de multiplicações [60]:

$$2A(P) = \sum_{i=0}^{n-1} (x_i (y_{i+1} - y_{i-1})) \quad (3.18)$$

Temos assim, as medidas α_{K_1} e α_{K_2} :

$$\alpha_{K_1} = P(\beta)^2 / A(\beta) \quad (3.19)$$

⁵Tomando o cuidado para pontos de intersecção consecutivos.

$$\alpha_{K_2} = P(C_{IN})^2/A(\beta) \quad (3.20)$$

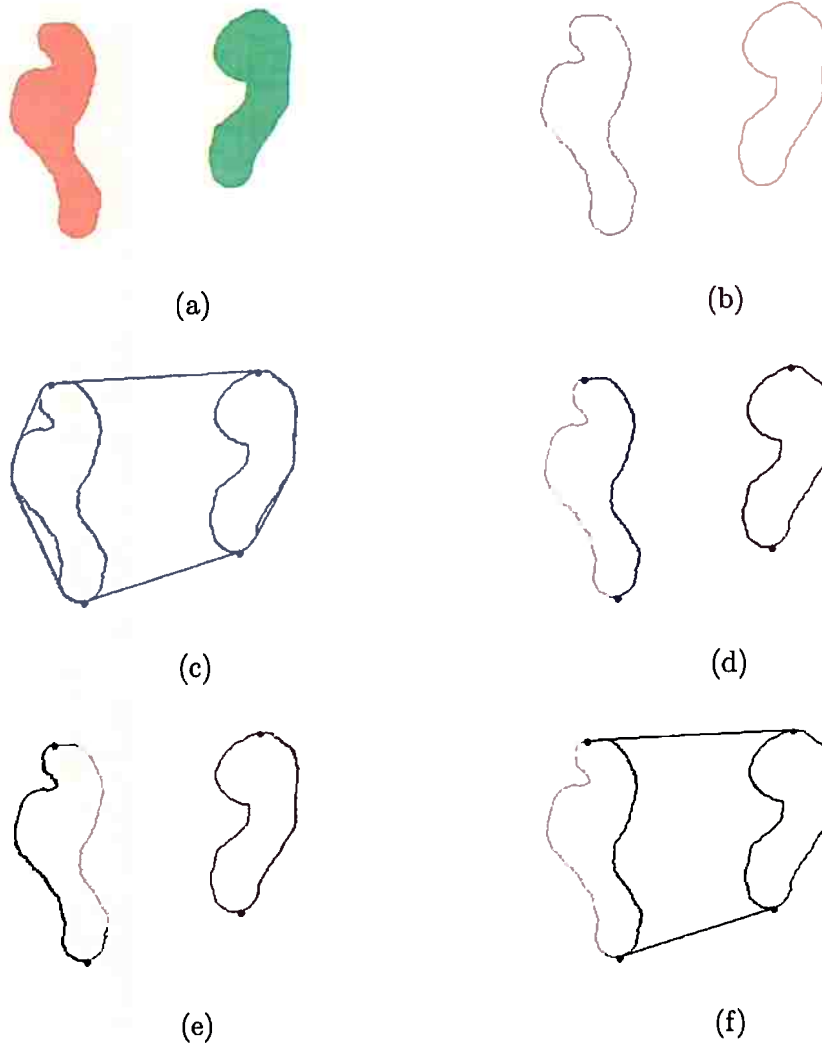


Figura 3.4: (a) Imagem original; (b) Contornos; (c) Envelope convexo, CH , com pontos de intersecção entre β e CH marcados; (d) Contorno interno (em azul), C_{IN} ; (e) Contorno externo (em azul), C_{EX} ; (f) Contorno da região entre (em azul), C_{β} .

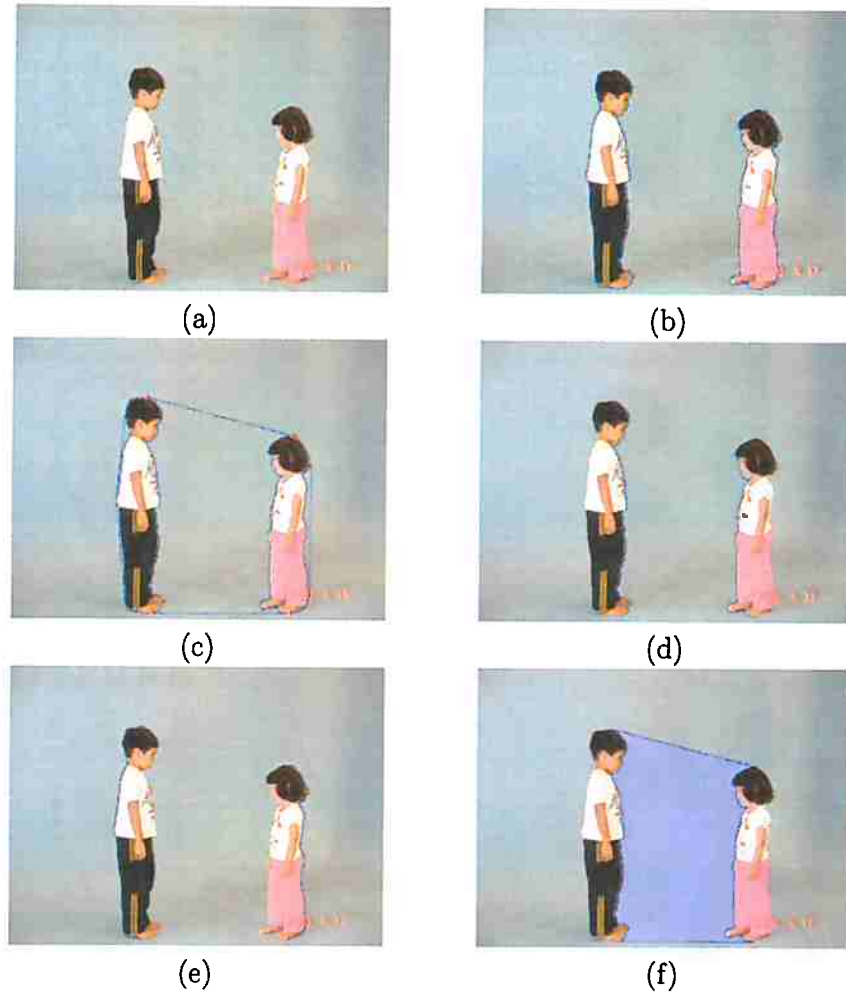


Figura 3.5: (a) Imagem original; (b) Contornos; (c) Envelope convexo, CH , com pontos de intersecção entre β e CH marcados; (d) Contorno interno (em azul), C_{IN} ; (e) Contorno externo (em azul), C_{EX} ; (f) Região entre, β , (em lilás) e contorno de β (em azul), C_β .

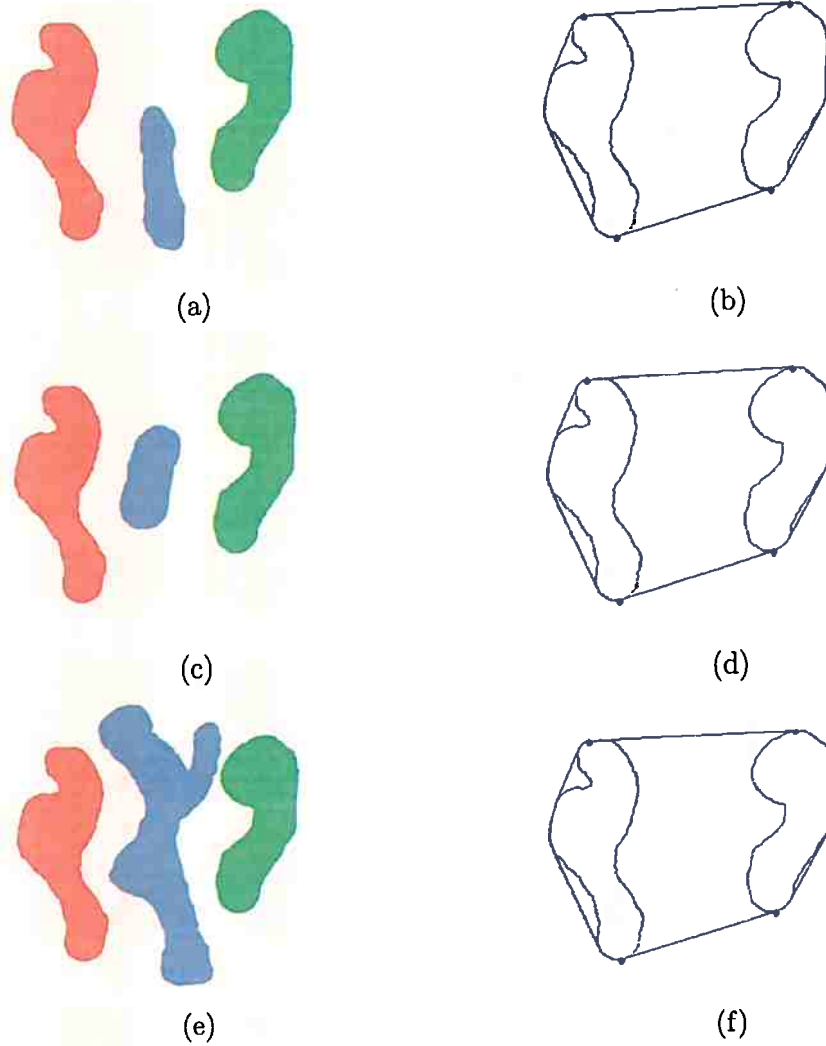


Figura 3.6: (a) Imagem original; (b) Intersecção entre S e β , referente à (a); (c) Imagem original; (d) Intersecção entre S e β , referente à (c); (e) Imagem original; (f) Intersecção entre S e β , referente à (e).

Capítulo 4

Resultados Experimentais

4.1 Relação *ao longo de*

Nesta Seção, serão apresentados alguns resultados para avaliação e discussão da relação *ao longo de*. Diversos experimentos usando imagens sintéticas e reais foram realizados. Inicialmente, consideramos um exemplo simples usando imagens obtidas por uma câmara digital comum. Observe os valores de α_{K_1} para as Figuras (a) e (b) na Tabela 4.1. Quanto mais próximas as crianças estão entre si, mais alongada a região entre elas, e maior o valor de α_{K_1} . O mesmo ocorre nas demais figuras nesta Tabela. De maneira mais restritiva e mais próxima do significado intuitivo da relação *ao longo de*, α_{K_2} considera o sentido no qual β é alongado. Na Figura (f), a região entre as crianças é relativamente mais alongada que nas demais imagens (tem o maior α_{K_1}), mas não no sentido desejado, o que é expresso pelo baixo valor de α_{K_2} .

4.1.1 Objetos *Crisp*

A Tabela 4.2 mostra alguns resultados obtidos com objetos sintéticos ilustrando diferentes situações. As linhas adjacentes e os valores de distância são mostrados na Figura 4.1(a) e (b), respectivamente. Valores mais altos de $D_{AB}(x)$ indicam corretamente regiões da imagem onde as formas são localmente mais afastadas entre si.

No exemplo da Tabela 4.2(a), os dois objetos podem ser considerados um *ao longo de* outro, acarretando altos valores de α_1 , α_2 e α_4 . No entanto, algumas partes dos objetos estão mais próximas do que outras. Quando as distâncias aumentam, as partes correspondentes não podem ser consideradas como sendo *ao longo de* uma da outra. Isto


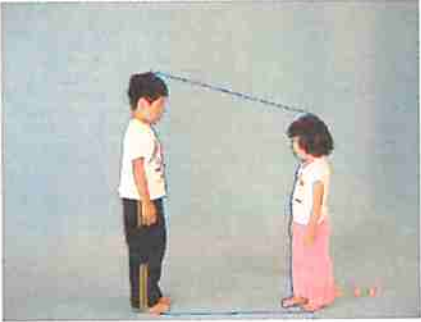
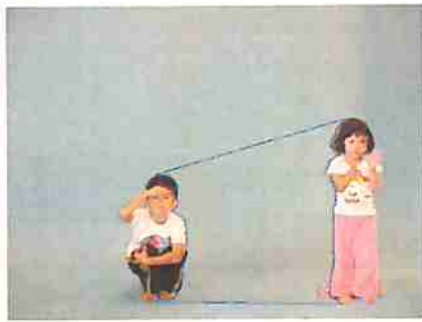
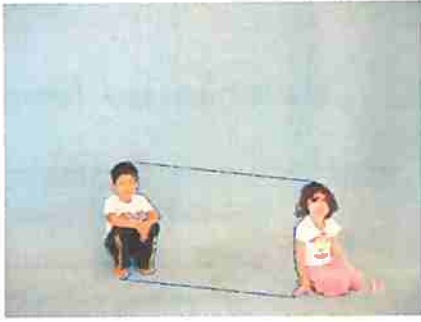
		
	(a)	(b)
Objetos		
α_{K_1}	0.642	0.537
α_{K_2}	0.360	0.225
		
	(e)	(f)
Objetos		
α_{K_1}	0.561	0.744
α_{K_2}	0.156	0.199

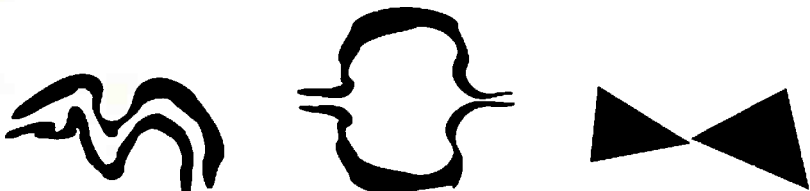
Tabela 4.1: Valores de quão um objeto está *ao longo de* outro, a partir da abordagem por envelopes convexas para análise de contornos, para diferentes configurações com $a = 0.075$.

é mostrado pelos valores menos expressivos de α_3 e α_5 . Esses efeitos são mais fortes no exemplo (b) da Tabela 4.2 onde apenas pequenas partes dos objetos podem ser consideradas uma *ao longo de* outra. As regiões *entre* β and β_t (i.e., limiarizada) são mostradas na Figura 4.2.

O terceiro caso é um típico exemplo onde a região *entre* A e B é alongada, mas não na direção de suas adjacências com A e B . Isto não é levado em consideração em α_1 , enquanto as outras medidas provêm valores baixos como o esperado: α_2 é muito menor que α_1 e os outros três valores são quase 0.

A Tabela 4.3 mostra os resultados obtidos com objetos reais, que correspondem a estruturas cerebrais extraídas de imagens de ressonância magnética. Valores similares

foram obtidos para todas as medidas nos dois primeiros casos onde a relação foi satisfeita. O terceiro exemplo mostra o interesse de medidas locais e de informações de distância (em particular os valores similares obtidos para α_2 e α_4 ilustrando o fato de que apenas partes que são próximas entre si entram no cálculo da região *entre* neste exemplo), enquanto no último caso é visualmente perceptível que a relação não é satisfeita, o que se reflete bem em todas as medidas exceto α_1 , como esperado.



Objetos	(a)	(b)	(c)
α_1	0.907	0.450	0.874
α_2	0.885	0.431	0.340
α_3	0.172	0.011	0.010
$\alpha_4(10)$	0.834	0.653	0.072
$\alpha_5(10)$	0.165	0.127	0.010

Tabela 4.2: Valores de quanto um objeto está *ao longo de* outro para diferentes configurações (objetos sintéticos) com parâmetros $a = 0.125$ e $t = 10$.

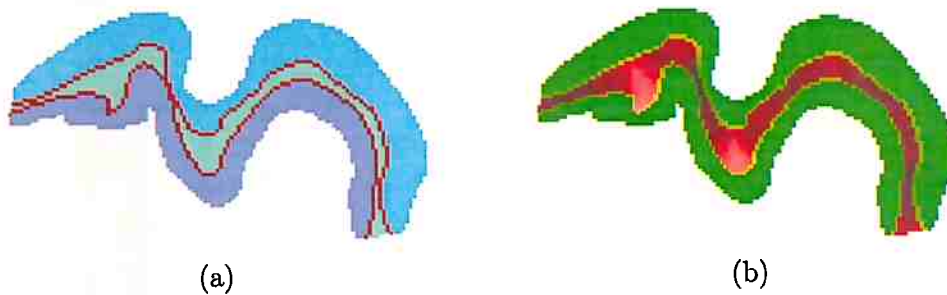


Figura 4.1: Resultados usando a abordagem da visibilidade para calcular β . (a) Formas sintéticas e a região β entre elas. Os arcos adjacentes são indicados. (b) Mapeamento $D_{AB}(x)$ em β (valores mais claros indicam maiores distâncias).

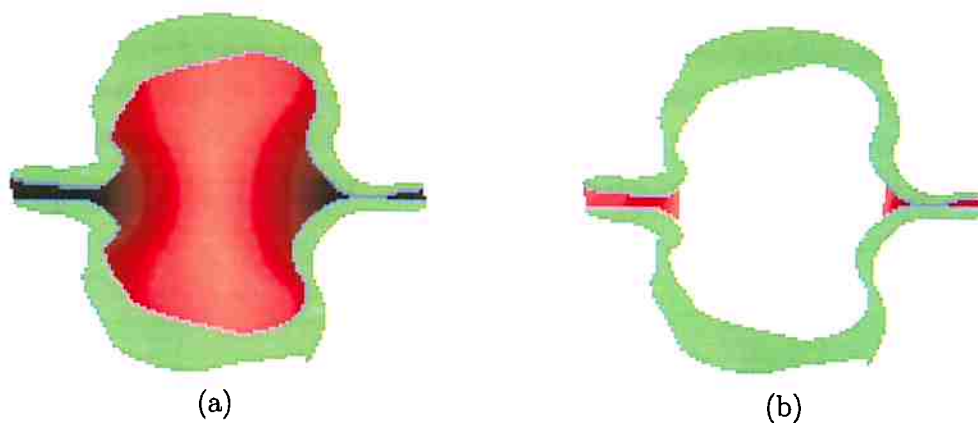


Figura 4.2: Resultados usando a abordagem da visibilidade para calcular β e β_t . (a) Mapeamento da distância $D_{AB}(x)$ em β (valores mais claros indicam maiores distâncias). (b) A região *entre* limiarizada $\beta_t = \{x, D_{AB}(x) < t\}$, indicando que apenas as porções perto do contorno são levadas em consideração nessa abordagem.

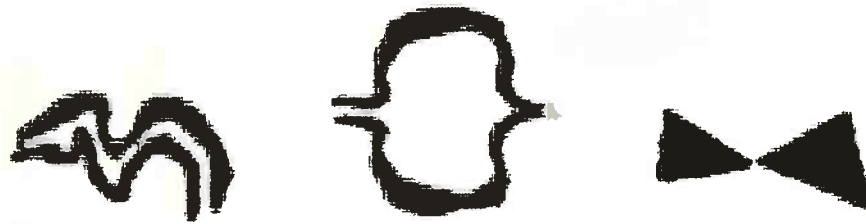
Figure 4.3 shows four different brain-like structures, labeled (a), (b), (c), and (d), each with a different internal configuration of objects. The structures are colored with a gradient from red to green, representing the distance $D_{AB}(x)$.

Objetos	(a)	(b)	(c)	(d)
α_1	0.746	0.677	0.487	0.708
α_2	0.746	0.677	0.438	0.289
α_3	0.717	0.611	0.133	0.015
$\alpha_4(10)$	0.746	0.677	0.438	0.001
$\alpha_5(10)$	0.717	0.611	0.133	0.000

Tabela 4.3: Valores de quanto um objeto está *ao longo de* outro para diferentes configurações de objetos (estruturas cerebrais) com parâmetros $a = 0.25$ e $t = 10$.

4.1.2 Objetos *fuzzy*

Os experimentos relativos à abordagem *fuzzy* são baseados na construção de objetos *fuzzy* sintéticos através de uma suavização Gaussiana dos objetos *crisp* previamente estudados. Em aplicações reais, objetos *fuzzy* podem ser obtidos através de segmentações *fuzzy* de imagens, por exemplo, a partir de imprecisão em suas bordas.



Objetos	(a)	(b)	(c)
α_{F_1}	0.990	0.815	0.982
α_{F_2}	0.999	0.948	0.881
α_{F_3}	0.879	0.531	0.515
α_{F_4}	0.975	0.755	0.572
α_{F_5}	0.686	0.552	0.508

Tabela 4.4: Valores de quanto um objeto está *ao longo de* outro em cada configuração (formas *fuzzy* sintéticas) com parâmetros $a = 0.50$ e $a_1 = 0.30$.

A Figura 4.3 ilustra exemplos de objetos *fuzzy* e suas respectivas áreas *entre* e suas regiões β_F e β_{F_i} . O mapeamento da distância e as áreas selecionadas são mostrados na Figura 4.4.

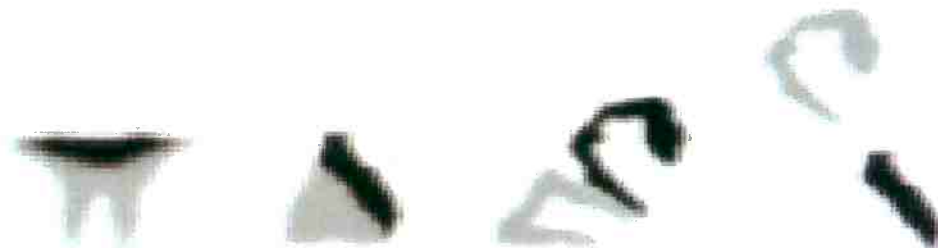
Os resultados obtidos nas formas sintéticas são dados na Tabela 4.4, enquanto os resultados em objetos *fuzzy* reais são dados na Tabela 4.5. Nessas tabelas, α_{F_i} denota o equivalente *fuzzy* de α_i .

Nesses experimentos, escolhemos g como:

$$g(t) = 1 - f_{a_1}(t), \quad (4.1)$$

com $a_1 = 0.3$.

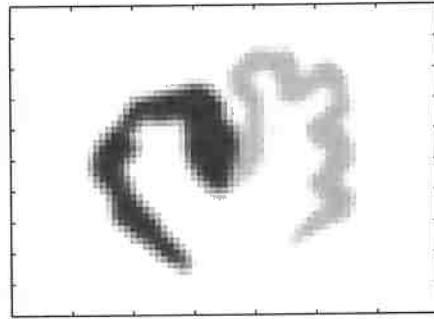
Os resultados estão novamente de acordo com o esperado intuitivamente. Isto ilustra a consistência da extensão proposta para conjuntos *fuzzy*.



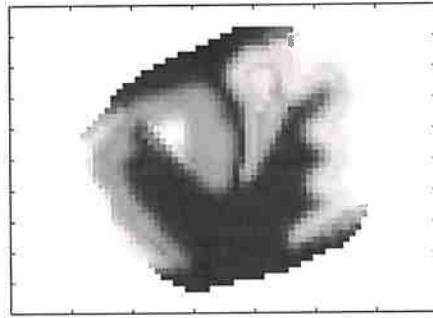
Objetos	(a)	(b)	(c)	(d)
α_{F_1}	0.996	0.997	0.980	0.997
α_{F_2}	0.984	0.965	0.972	0.971
α_{F_3}	0.888	0.840	0.675	0.536
α_{F_4}	0.812	0.764	0.781	0.544
α_{F_5}	0.675	0.643	0.579	0.503

Tabela 4.5: Valores de quanto um objeto está *ao longo de* outro em cada configuração (objetos extraídos de imagens médicas, estruturas cerebrais) com parâmetros $a = 0.25$ e $a_1 = 0.30$.

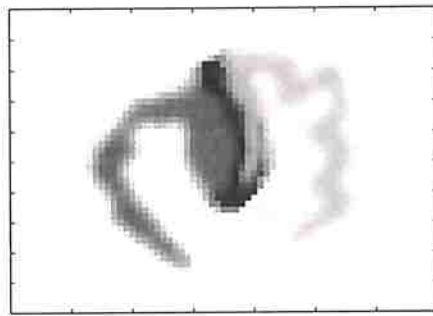
Como a computação de L , S e V no caso *fuzzy* é baseada no suporte dos objetos *fuzzy*, que é maior que o correspondente objeto *crisp*, nós escolhemos um valor diferente para o parâmetro a , para alcançar um melhor valor de discriminação entre as diferentes situações. Entretanto, a tem o mesmo valor para todos os objetos em cada tabela, para motivo de comparação. Note que na Tabela 4.4, tanto quanto na Tabela 4.5, os resultados obtidos com objetos sintéticos e reais são qualitativamente os mesmos que os obtidos nos objetos *crisp*: em particular, α_{F_3} e α_{F_5} refletem bem as restrições de distância no grau de quanto um objeto está *ao longo de* outro.



(a)

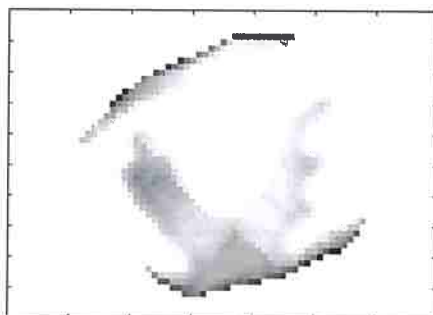


(b)

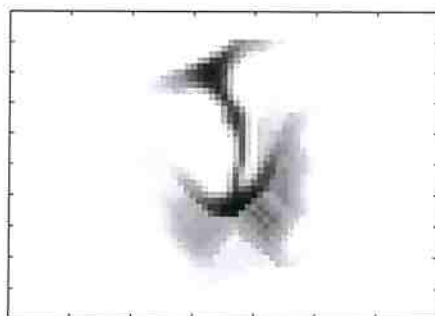


(c)

Figura 4.3: Resultados usando a abordagem da visibilidade *fuzzy* para calcular β_F e β_{F_t} . (a) Objetos originais. (b) Objetos e a região β_F entre eles. (c) Objetos e a região limiarizada $\beta_{F_t}(x) = \{x, D_{AB}(x) < t\}$.



(a)



(b)

Figura 4.4: (a) O mapeamento da distância $D_{AB}(x)$ em β_F dos objetos na Figura 4.3 (a). (b) A função decrescente g de $D_{AB}(x)$.

4.1.3 Abordagem usando contornos

Os resultados encontrados para análise por contornos (Tabela 4.6) demonstraram conformidade como os resultados encontrados nas demais abordagens.


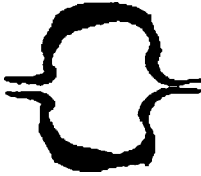


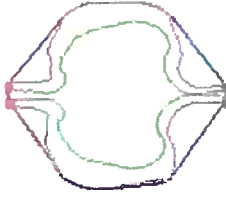
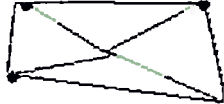



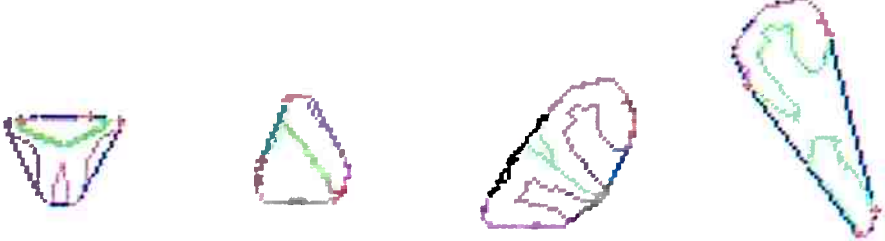
Objetos	(a)	(b)	(c)
(1)			
(2)			
(3)			
α_{K_1}	0.965	0.563	0.928
α_{K_2}	0.939	0.516	0.385

Tabela 4.6: Valores de quanto um objeto está *ao longo de* outro em cada configuração (formas *fuzzy* sintéticas) com parâmetro $a = 0.05$. (1) Imagem original. (2) Contornos externos e internos, com adjacências do envelope convexo à região *entre* assinaladas. (3) Região *entre*.

Observe que os resultados apresentados na Tabela 4.6 são equivalentes aos resultados obtidos na Tabela 4.2. Nos dois casos, o objetos mais *ao longo* entre si são os apresentados em (a). Em (b), temos o caso onde a região *entre* os objetos não é alongada, o que se reflete nos baixos valores de α_1 , α_2 , α_{K_1} e α_{K_2} . Na Figura (c), apresentamos uma situação onde a

região *entre* é alongada, mas não no sentido esperado; obtém-se neste caso, valores baixos de α_2 e α_{K_2} . Como o objetivo era trabalhar com contornos, α_{3-5} não foram estendidos, pois referem-se a região.



Objetos	(a)	(b)	(c)	(d)
(C_1)	205	123	207	219
(C_2)	101	121	219	121
(T_1)	4477	4596	4591	4591
(T_2)	0	0	0	0
(T'_1)	0.100	0.114	0.014	0.014
(T'_2)	0.569	0.270	0.301	0.260
(T'_3)	0.015	0.008	0.007	0.023
(T)	4477	4596	4591	4591
(T')	0.684	0.392	0.322	0.297

Tabela 4.7: Comparação de tempos de execução entre abordagem por contorno e por visibilidade. Os tempos são dados em segundos.

Observe na Tabela 4.7 os tempos de execução da computação dos seguintes procedimentos: (T_1) cálculo da região *entre* por visibilidade; (T_2) cálculo de $\alpha_{(1-5)}$; (T'_1) cálculo do contorno da região *entre* através do envelope convexo, usando a abordagem por contornos; (T'_2) cálculo de $\alpha_{K_{1-2}}$; (T'_3) computação dos contornos dos objetos referência. (T) e (T') são, respectivamente, os tempos de execução totais para o cálculo de $\alpha_{(1-5)}$ e $\alpha_{K_{1-2}}$. Todas as medidas de tempo estão em segundos.

A máquina usada (tocai.vision.ime.usp.br) apresenta a seguinte configuração: AMD Athlon(tm) XP 1500+, 1G de memória. O tamanho das imagens é (256 x 256) e o comprimento dos contornos é dado na Tabela 4.7 em $(|C_1|)$ e $(|C_2|)$.

Por motivo de adaptação às ferramentas das instituições onde foram desenvolvidos os dois blocos de código, a abordagem por visibilidade está implementada em C, usando a biblioteca Tivoli; diferentemente, a abordagem por envelope convexo usando contornos está implementada em Java. Se por um lado isso não nos permite fazer uma comparação

justa dos tempos de execução, por outro, fornece uma idéia geral da complexidade de uma e de outra implementação. O gargalo na computação de $\alpha_{(1-5)}$ é o cálculo da região entre, tanto quanto, o gargalo na computação de $\alpha_{K(1-2)}$ é o cálculo do contorno de β . Esses experimentos indicam que as medidas propostas podem ser implementadas eficientemente e utilizadas em situações reais.

4.2 Aplicação da relação *entre*

Esta Seção descreve uma aplicação da relação *entre* para segmentação de imagens médicas. Em um projeto desenvolvido em colaboração com Isabelle Bloch e Antonio Moreno Ingelmo, a relação *entre* foi utilizada para segmentação do coração em imagens de tomografia computadorizada (CT)¹ torácica[57; 58; 59]. Foi proposto um método hierárquico, onde o primeiro nível era segmentação dos pulmões. A partir da localização destes, a relação “o coração está entre os pulmões”, combinada com a relação “distância aos pulmões”, foi utilizada para definir uma região de alta probabilidade para o coração. Para refinar as bordas desta região fez-se uso da técnica de modelos deformáveis. Os resultados obtidos estão registrados em [57] (Anexo A.1.2) e, posteriormente, estendido em [59] (Anexo A.2.1).

Em [58] (Anexo A.3.1), o mesmo problema foi tratado através da aplicação de diferentes modelos da relação *entre*, dentre os quais, o modelo de visibilidade 3D usando um algoritmo de digitalização de linhas 3D. A contribuição da autora desta tese nessa colaboração deu-se na implementação e avaliação de algoritmos para o cálculo da região *entre*.

4.2.1 Definição da região de interesse

Para encontrar um candidato robusto do centro de uma esfera que contém o coração como um todo, fez-se uso da combinação da relação espacial *entre* (β_e) (Figura 4.5) e a distância entre os pulmões (β_d). A função de distância é computada através do algoritmo *chamfer* [19].

A fusão dos conhecimentos anatômicos representados por β_e e β_d , denominada β_a , é definida como:

$$\beta_a = \beta_e \cdot \beta_d \quad (4.2)$$

¹Imagens, em geral, com pouco contraste.

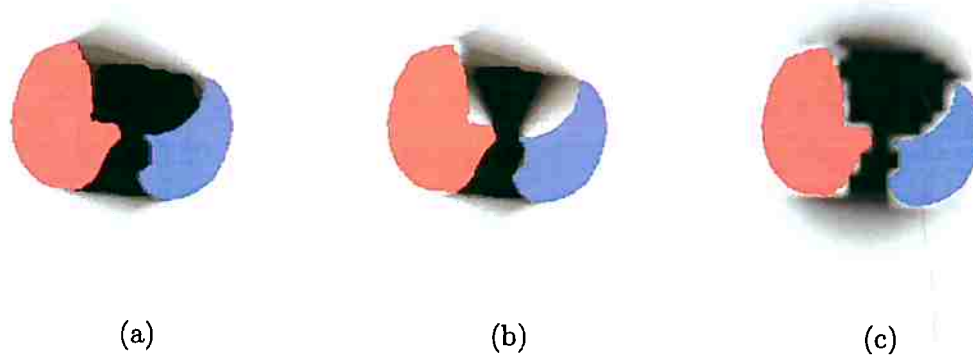


Figura 4.5: Regiões *entre* fuzzy, sobrepostas sobre um slice axial dos pulmões segmentados (em vermelho e azul): (a) e (b) usando diferentes modelos baseados em dilatação fuzzy; (c) usando a Equação 2.23. (Adaptado de [58]).

Pontos com valores altos de β_a satisfazem as duas restrições anatômicas. Assim, o centro da esfera é definido como o ponto de máximo valor de β_a e seu raio, como 110% do valor da função de distância neste ponto.

A região resultante é usada para restringir o modelo deformável dentro dessa região e definir sua inicialização como uma pequena esfera centrada nesta região.

4.2.2 Segmentação usando um modelo deformável

Modelos deformáveis foram primeiro introduzidos por Kass *et al.* [44]. Nesse trabalho é apresentado o conceito de *snake*, um modelo de minimização de energias, guiado por uma força externa e por forças derivadas da imagem, que evoluem em direção às características da imagem, como o contorno da estrutura que se quer segmentar. De qualquer ponto de inicialização, sujeita a certas restrições, uma *snake* irá se deformar de forma a se alinhar com a característica saliente mais próxima na imagem (tais características correspondem a mínimos locais na energia, geradas pelo processamento da imagem).

A evolução do modelo deformável sobre uma imagem X pode ser descrito usando uma formulação de dinâmica de forças:

$$\gamma \frac{\partial X}{\partial t} = F_{int}(X) + F_{ext}(X) \quad (4.3)$$

onde F_{int} é a força interna relacionada com as propriedades ou restrições físicas do modelo que especificam a regularidade da superfície, e F_{ext} é a força externa que conduz a superfície em direção a características desejáveis na imagem.

A energia interna escolhida [21; 59] é dada por:

$$F_{int} = \alpha \nabla^2 X - \beta \nabla^2 (\nabla^2 X) \quad (4.4)$$

onde ∇^2 é o Laplaciano α e β controlam elasticidade (tensão) e rigidez, respectivamente.

A força externa pode ser definida através do Gradient Vector Flow (GVF) [76; 77]. O GFV define um campo vetorial na direção dos contornos pré-calculados da imagem. A força externa pode também incluir informações espaciais. Introduziu-se β_a como componente da força externa. Assim, F_{ext} inclui tanto informações de borda quanto informações estruturais:

$$F_{ext} = \lambda F_{gvf} + (1 - \lambda) F_a \quad (4.5)$$

onde F_{gvf} é o termo clássico que conduz o modelo em direção às bordas, F_a é a força associada a informações anatômicas e λ um coeficiente de ajuste. F_a , desta forma, deve direcionar o modelo para regiões próximas aos pulmões e *menos entre* que o centro, ou seja, constranger o modelo em direção a valores crescentes de $\beta'_a = 1 - \beta_a$. Escolhemos para tanto, usar a técnica de difusão de gradientes.

Ainda, adicionamos um termo de pressão à Equação 4.5:

$$F_{ext} = \lambda F_{gvf} + (1 - \lambda) F_a + F_p \quad (4.6)$$

onde F_p representa uma força de pressão [24], ou seja, para arestas relativamente fracas em relação às forças elástica (F_{int}) e potenciais (F_{gvf} e F_a). Essa força é normal à superfície e de módulo $w_p(x)$, definido como:

$$w_p(x) = k\beta_a \quad (4.7)$$

onde k é uma constante. Como resultado, a força de pressão reforça o efeito da relação espacial e melhora a convergência, sendo mais forte nos pontos entre os pulmões e mais distantes deles. Essa força é usada para garantir que o modelo infle com a mesma intensidade em todas as direções.

A Figura 4.6 mostra exemplos de resultados obtidos usando essa técnica. Mais detalhes e resultados são apresentados nos Anexos A.1.2, A.3.1 e A.2.1.

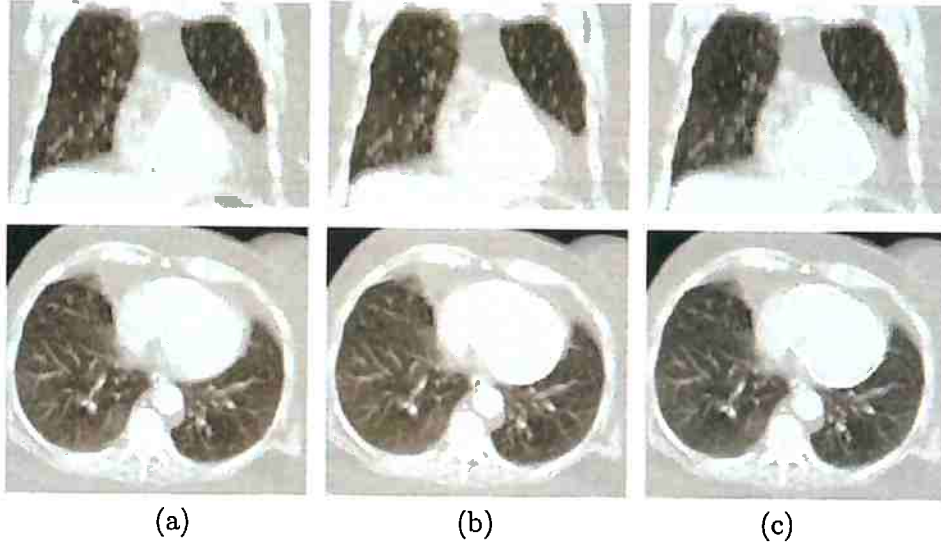


Figura 4.6: Vistas coronal (linha superior) e axial (linha inferior) de alguns resultados da segmentação do coração. (a) usando F_{gvf} e F_a : o coração não é completamente segmentado; (b) adicionando a força de pressão constante para a evolução do modelo deformável: algumas partes da aorta são incluídas; (c) usando F_{gvf} , F_a e F_p : essa combinação evita a inclusão de outras estruturas. (Adaptado de [59]).

Capítulo 5

Conclusão

5.1 Comentários finais

Este trabalho foi parcialmente desenvolvido em um estágio de um ano, financiado pelo programas CAPES/PDEE (processo BEX3402/04-5), desenvolvido na TELECOM/Paris, sob co-orientação de Isabelle Bloch. Neste período realizamos uma síntese bibliográfica baseada em trabalhos em diferentes domínios, incluindo ciência da computação, psicolinguística e ciências cognitivas. Este levantamento propiciou uma visão mais clara sobre os diferentes significados concernentes a relações complexas entre objetos, a dependência do contexto e do tipo de objetos estudado. Ainda, durante esse período, trabalhamos em colaboração com Antonio Moreno Ingelmo, em um projeto cujo objetivo era o uso de relações espaciais para guiar o reconhecimento de estruturas anatômicas em imagens médicas. Esses resultados foram apresentados na Seção 4.2 e detalhados nos artigos [57; 58; 59], incluídos como anexo nesta tese. Nestes trabalhos, a relação *entre* é usada de três diferentes maneiras: para definir a região de interesse e para inicializar e como restrição do modelo deformável.

Propusemos nesta tese um método original para modelar a relação *ao longo de* e para computar o grau pelo qual essa relação é satisfeita entre dois objetos de formas genéricas, tanto para o caso 2D quanto para o 3D. Várias medidas foram propostas, levando em consideração diferentes tipos de informação: região entre os objetos baseada em visibilidade, adjacências entre os objetos e esta região, distância e partes dos objetos. As definições herdaram algumas propriedades do método de computação da região *entre* por visibilidade como invariância sob translação e rotação. As medidas α_1 , α_2 e α_4 são também

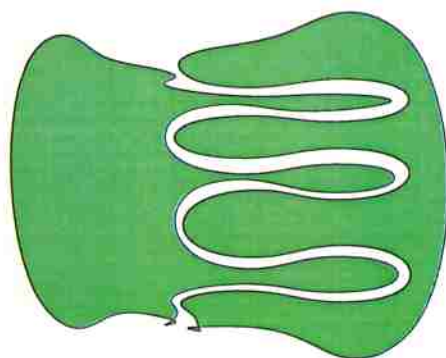


Figura 5.1: Exemplo onde os objetos têm formas complexas.

invariantes sob mudança isotrópica de escala. Finalmente, as medidas propostas são adaptadas ao significado intuitivo da relação em um grande número de situações.

Com objetivo de diminuir o tempo computacional, propusemos uma abordagem baseada no envelope convexo do contorno dos objetos. Mais restrita, no entanto, essas novas medidas são aplicáveis a imagens 2D, com objetos *crisp* e que não possuam concavidades *não-visíveis* entre um e outro (Figuras 2.9 e 2.10).

Uma das vantagens dos métodos propostos é a decomposição da solução em duas partes, i.e., (1) encontrar a região *entre* os objetos e (2) calcular o quanto ela é alongada. O inverso da compacidade (chamada também de circularidade) foi adotada como medida de quão alongada uma região pode ser. Entretanto, ela não é a única maneira de caracterizar alongamento. De fato, se a região *entre* as formas for muito complexa (e.g., Figura 5.1), a área começa a aumentar muito com respeito ao perímetro, e medidas baseadas em circularidade podem produzir resultados não satisfatórios. Nesses casos, medidas alternativas devem ser adotadas (e.g., medidas que caracterizem o quanto uma forma é “fina”).

5.2 Trabalhos futuros

Abordagens alternativas para computar o comprimento das adjacências e as distâncias podem ser testadas. Podemos restringir, por exemplo, a região de adjacência à linha de *watershed* da intersecção, e computar seu comprimento da maneira clássica. Por outro lado, ao invés de usar a Equação 3.13, podemos calcular $D_{\mu_{A \cup B}}$ como as distâncias aos

α -cuts. A distância $d(x, \mu)$ de um ponto x a um conjunto *fuzzy* com uma função de pertinência μ pode ser definida através da integração de α da distância de x a cada α -cut.

Outra opção é calcular $d(x, \mu)$ como a distância de x ao suporte de μ , i.e., $d(x, \mu) = d(x, \text{Supp}(\mu))$. Esta definição é útil do ponto de vista de implementação já que, para cada α -cut, uma transformada da distância pode ser computada de maneira eficiente.

Extensões para o caso 3D são diretas: a computação da relação *entre* não faz nenhuma suposição da dimensão do espaço; as medidas de alongamento podem ser simplesmente realizadas trocando-se comprimentos por superfícies e superfícies por volumes. De tal forma, podemos generalizar a medida α_1 utilizando o conceito de *esfericidade*¹, i.e.,

$$\alpha_{3D(1)} = f_a \left(\frac{S(\beta)}{(V(\beta))^{\frac{2}{3}}} \right) \quad (5.1)$$

Com relação à segmentação guiada por relações espaciais, podemos aplicar o método proposto em diferentes modalidades de imagens médicas (i.e., PET) e uso da segmentação do coração em algoritmos de registro baseados em estrutura.

Trabalhos futuros, em desenvolvimento no grupo, têm como objetivos introduzir esta relação como uma nova característica em reconhecimento estrutural de padrões e esquemas de recuperação de imagens baseada em conteúdo.

¹Define-se *esfericidade Sph* como sendo $Sph = \pi^{1/3}(6V^{2/3})/S$, onde S e V são respectivamente a área e o volume da região analisada.

Referências Bibliográficas

- [1] ABELLA, A., E KENDER, J. R. From images to sentences via spatial relations. In *SPELMG '99: Proceedings of the Integration of Speech and Image Understanding* (Washington, DC, USA, 1999), IEEE Computer Society. p. 117. (doi: [10.1109/ISIU.1999.824875](https://doi.org/10.1109/ISIU.1999.824875)).
- [2] ALLEN, J. F. Maintaining knowledge about temporal intervals. *Commun. ACM* 26, 11 (1983), 832–843. (doi: [10.1145/182.358434](https://doi.org/10.1145/182.358434)).
- [3] ALLEN, J. F. Towards a general theory of action and time. *Artif. Intell.* 23, 2 (1984), 123–154. (doi: [10.1016/0004-3702\(84\)90008-0](https://doi.org/10.1016/0004-3702(84)90008-0)).
- [4] BIEDERMAN, I. Recognition-by-components: a theory of human image understanding. *Psychological Review* 94, 2 (1987), 115–147. (fonte: http://geon.usc.edu/~biederman/publications/Biederman_RBC_1987.pdf).
- [5] BLOCH, I. Fuzzy relative position between objects in images: a morphological approach. In *Proceedings of the 1996 International Conference on Image Processing* (Set. 1996), vol. 1. pp. 987–990. (doi: [10.1109/ICIP.1996.561071](https://doi.org/10.1109/ICIP.1996.561071)).
- [6] BLOCH, I. Representation of structural information in images using fuzzy set theory. In *Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics* (Out. 1998), vol. 4. pp. 4109–4114. (doi: [10.1109/ICSMC.1998.726733](https://doi.org/10.1109/ICSMC.1998.726733)).
- [7] BLOCH, I. Fuzzy relative position between objects in image processing: A morphological approach. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 21, 7 (1999), 657–664. (doi: [10.1109/34.777378](https://doi.org/10.1109/34.777378)).
- [8] BLOCH, I. On fuzzy spatial distances. In *Advances in Imaging and Electron Physics*, P. Hawkes, Ed., vol. 128. Elsevier, Amsterdam, 2003, pp. 51–122.
- [9] BLOCH, I. Fuzzy spatial relationships for image processing and interpretation: a review. *Image and Vision Computing* 23, 2 (Fev. 2005), 89–110. (doi: [10.1016/j.imavis.2004.06.013](https://doi.org/10.1016/j.imavis.2004.06.013)).
- [10] BLOCH, I. Fuzzy spatial relationships for model-based pattern recognition in images and spatial reasoning under imprecision. In *Fuzzy Logic and Applications Fuzzy Logic*

- and Applications*, V. D. Gesù, F. Masulli, e A. Petrosino, Eds., vol. 2955/2006 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer Berlin / Heidelberg, 2006, pp. 164–173. (doi: [10.1007/10983652_21](https://doi.org/10.1007/10983652_21)). 5th International Workshop, WILF 2003, Naples, Italy, October 9-11, 2003. Revised Selected Papers.
- [11] BLOCH, I. Spatial reasoning under imprecision using fuzzy set theory, formal logics and mathematical morphology. *International Journal of Approximate Reasoning* 41, 2 (Fev. 2006), 77–95. (doi: [10.1016/j.ijar.2005.06.011](https://doi.org/10.1016/j.ijar.2005.06.011)).
- [12] BLOCH, I., COLLIOT, O., E CESAR-JR., R. M. Modélisation de la relation spatiale < entre > à partir de notions de convexité et de visibilité floue. In *Rencontres francophones sur la Logique Floue et ses Applications LFA '04* (Nantes, France, Nov. 2004). pp. 149–156.
- [13] BLOCH, I., COLLIOT, O., E CESAR-JR., R. M. *Mathematical Morphology: 40 Years On. Proceedings of the 7th International Symposium on Mathematical Morphology, April 18–20, 2005*, vol. 30 of *Computational Imaging and Vision*. Springer Netherlands, Abr. 2005, cap. Mathematical modeling of the relationship “between” based on morphological operators, pp. 299–308. (doi: [10.1007/1-4020-3443-1_27](https://doi.org/10.1007/1-4020-3443-1_27)).
- [14] BLOCH, I., COLLIOT, O., E CESAR-JR., R. M. On the ternary spatial relation “between”. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B*. 36, 2 (Abr. 2006), 312–327. (doi: [10.1109/TSMCB.2005.857095](https://doi.org/10.1109/TSMCB.2005.857095)).
- [15] BLOCH, I., MAÎTRE, H., E ANVARI, M. Fuzzy adjacency between image objects. *Int. J. Uncertain. Fuzziness Knowl.-Based Syst.* 5, 6 (1997), 615–653. (doi: [10.1142/S0218488597000476](https://doi.org/10.1142/S0218488597000476)).
- [16] BLOCH, I., E MAÎTRE, H. Fuzzy distances and image processing. In *SAC '95: Proceedings of the 1995 ACM Symposium on Applied computing* (New York, NY, USA, 1995), ACM. pp. 570–574. (doi: [10.1145/315891.316102](https://doi.org/10.1145/315891.316102)).
- [17] BLOCH, I., E RALESCU, A. Directional relative position between objects in image processing: a comparison between fuzzy approaches. *Pattern Recognition* 36, 7 (Jul. 2003), 1563–1582. (doi: [10.1016/S0031-3203\(02\)00263-7](https://doi.org/10.1016/S0031-3203(02)00263-7)).
- [18] BLÜHDORN, H. *A codificação de informação espacial no alemão e no português do Brasil: adposições e advérbios como meios para especificar relações estáticas*. PhD thesis, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999. Tese de livre-docência apresentada à Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas.
- [19] BORGEFORS, G. Distance transformations in digital images. *Comput. Vision Graph. Image Process.* 34, 3 (1986), 344–371. (doi: [10.1016/S0734-189X\(86\)80047-0](https://doi.org/10.1016/S0734-189X(86)80047-0)).

- [20] BRESENHAM, J. E. Algorithm for computer control of a digital plotter. *IBM Systems Journal* 4, 1 (1965), 25–30. (fonte: <http://www.research.ibm.com/journal/sj/041/ibmsjIVRIC.pdf>).
- [21] CAMARA, O., COLLIOT, O., E BLOCH, I. Computational modeling of thoracic and abdominal anatomy using spatial relationships for image segmentation. *Real-Time Imaging* 10, 4 (2004), 263–273. (doi: [10.1016/j.rti.2004.05.005](https://doi.org/10.1016/j.rti.2004.05.005)).
- [22] CHAUDHURI, B. B., E ROSENFELD, A. On a metric distance between fuzzy sets. *Pattern Recognition Letters* 17, 11 (Set. 1996), 1157–1160. (doi: [10.1016/0167-8655\(96\)00077-3](https://doi.org/10.1016/0167-8655(96)00077-3)).
- [23] CLARKE, B. L. A calculus of individuals based on “connection”. *Notre Dame J. Formal Logic* 22, 3 (Set. 1981), 204–218. (doi: [10.1305/ndjfl/1093883455](https://doi.org/10.1305/ndjfl/1093883455)).
- [24] COHEN, L. D. On active contour models and balloons. *CVGIP: Image Underst.* 53, 2 (1991), 211–218. (doi: [10.1016/1049-9660\(91\)90028-N](https://doi.org/10.1016/1049-9660(91)90028-N)).
- [25] COHEN-OR, D., E KAUFMAN, A. 3D line voxelization and connectivity control. *IEEE Comput. Graph. Appl.* 17, 6 (1997), 80–87. (doi: [10.1109/38.626973](https://doi.org/10.1109/38.626973)).
- [26] COHN, A. G., BENNETT, B., GOODAY, J., E GOTTS, N. M. Qualitative spatial representation and reasoning with the region connection calculus. *Geoinformatica* 1, 3 (1997), 275–316. (doi: [10.1023/A:1009712514511](https://doi.org/10.1023/A:1009712514511)).
- [27] COHN, A. G., E RENZ, J. *Handbook of knowledge representation*. Foundations of Artificial Intelligence. Elsevier, 2008, cap. Qualitative Spatial Representation and Reasoning, pp. 551–596.
- [28] COLLIOT, O. *Représentation, évaluation et utilisation de relations spatiales pour l'interprétation d'images: application à la reconnaissance des structures anatomiques en imagerie*. PhD thesis, Télécom Paris, ENST, Jul. 2003.
- [29] CORMEN, T. H., LEISERSON, C. E., RIVEST, R. L., E STEIN, C. *Algoritmos: Teoria e Prática*. Editora Campus, 2002. Tradução da segunda edição americana (Vandenberg D. de Souza).
- [30] DA COSTA, L. F., E CESAR-JR., R. M. *Shape Analysis and Classification: Theory and Practice*. CRC Press, Inc., Boca Raton, FL, USA, 2000.
- [31] DEHAK, S., BLOCH, I., E MAÎTRE, H. Inference of directional spatial relationship between points: a probabilistic approach. In *Proceedings of 2001 International Conference on Image Processing* (Out. 2001), vol. 3. pp. 704–707. (doi: [10.1109/ICIP.2001.958216](https://doi.org/10.1109/ICIP.2001.958216)).

- [32] EGENHOFER, M. J., E FRANZOSA, R. D. Point-set topological spatial relations. *Int. J. Geograph. Inform. Syst.* 5, 2 (1991), 161–174. (fonte: <http://www.spatial.maine.edu/~max/pointset.pdf>).
- [33] EGENHOFER, M. J., E HERRING, J. R. Categorizing binary topological relationships between regions, lines, and points in geographic databases. Tech. rep., Department of Surveying Engineering, University of Maine, Orono, ME, 1991. (fonte: <http://www.spatial.maine.edu/~max/9intReport.pdf>).
- [34] EGENHOFER, M. J., E MARK, D. Modeling conceptual neighborhoods of topological line-region relations. *Int. J. Geograph. Inform. Syst.* 9, 5 (1995), 555–565. (fonte: <http://www.spatial.maine.edu/~max/diagram.pdf>).
- [35] EGENHOFER, M. J., E SHARIFF, A. R. B. M. Metric details for natural-language spatial relations. *ACM Trans. Inf. Syst.* 16, 4 (1998), 295–321. (doi: [10.1145/291128.291129](https://doi.org/10.1145/291128.291129)).
- [36] FREEMAN, J. The modelling of spatial relations. *Computer Graphics and Image Processing* 4 (1975), 156–171.
- [37] GASÓS, J., E RALESCU, A. Using imprecise environment information for guiding scene interpretation. *Fuzzy Sets Syst.* 88, 3 (1997), 265–288. (doi: [10.1016/S0165-0114\(96\)00039-5](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(96)00039-5)).
- [38] GASÓS, J., E SAFFIOTTI, A. Using fuzzy sets to represent uncertain spatial knowledge in autonomous robots. *Spatial Cognition and Computation* 1, 3 (1999), 205–226. (doi: [10.1023/A:1010017000667](https://doi.org/10.1023/A:1010017000667)).
- [39] GONZALEZ, R. C., E WOODS, R. E. *Processamento de Imagens Digitais*. Editora Edgard Blücher Ltda., 2000. Tradução: R. M. Cesar-Jr. e L. da F. Costa.
- [40] GOODMAN, J. E., E O'ROURKE, J., Eds. *Handbook of discrete and computational geometry*. CRC Press, Inc., Boca Raton, FL, USA, 1997.
- [41] GUESGEN, H. W., E ALBRECHT, J. Imprecise reasoning in geographic information systems. *Fuzzy Sets Syst.* 113, 1 (2000), 121–131. (doi: [10.1016/S0165-0114\(99\)00016-0](https://doi.org/10.1016/S0165-0114(99)00016-0)).
- [42] GÜTING, R. H. *Advances in Database Technology – Proceedings of the International Conference on Extending Database Technology EDBT'88*, vol. 303 of *Lecture Notes in Computer Science*. Springer Berlin / Heidelberg, London, UK, 1988, cap. Geo-Relational Algebra: A Model and Query Language for Geometric Database Systems, pp. 506–527. (doi: [10.1007/3-540-19074-0_70](https://doi.org/10.1007/3-540-19074-0_70)).
- [43] HUMMEL, J. E., E BIEDERMAN, I. Dynamic binding in a neural network for shape recognition. *Psychological Review* 99, 3 (1992), 480–517.

- [44] KASS, M., WITKIN, A., E TERZOPOULOS, D. Snakes: Active contour models. *International Journal of Computer Vision* 1, 4 (Jan. 1988), 321–331. (doi: [10.1007/BF00133570](https://doi.org/10.1007/BF00133570)).
- [45] KAUFMAN, A. Efficient algorithms for 3D scan-conversion of parametric curves, surfaces, and volumes. In *SIGGRAPH '87: Proceedings of the 14th annual conference on Computer graphics and interactive techniques* (New York, NY, USA, 1987), ACM. pp. 171–179. (doi: [10.1145/37401.37423](https://doi.org/10.1145/37401.37423)).
- [46] KAUFMAN, A., E SHIMONY, E. 3D scan-conversion algorithms for voxel-based graphics. In *SI3D '86: Proceedings of the 1986 workshop on Interactive 3D graphics* (New York, NY, USA, 1987), ACM. pp. 45–75. (doi: [10.1145/319120.319126](https://doi.org/10.1145/319120.319126)).
- [47] KOSSLYN, S. M., CHABRIS, C. F., MARSOLEK, C. J., E KOENING, O. Categorical versus coordinate spatial relations: computational analysis and computer simulations. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance* 18, 2 (1992), 562–577.
- [48] KRISHNAPURAM, R., E KELLER, J. Fuzzy set theoretic approach to computer vision: An overview. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 1992* (Mar. 1992), 135–142. (doi: [10.1109/FUZZY.1992.258608](https://doi.org/10.1109/FUZZY.1992.258608)).
- [49] KRISHNAPURAM, R., KELLER, J., E MA, Y. Quantitative analysis of properties and spatial relations of fuzzy image regions. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 1, 3 (Ago. 1993), 222–233. (doi: [10.1109/91.236554](https://doi.org/10.1109/91.236554)).
- [50] LANGACKER, R. W. An introduction to cognitive grammar. *Cognitive Science* 10, 1 (1986), 1–40. (doi: [10.1207/s15516709cog1001_1](https://doi.org/10.1207/s15516709cog1001_1)).
- [51] MATSAKIS, P., E ANDREFOUET, S. The fuzzy line between among and surround. In *FUZZ-IEEE'02. Proceedings of the 2002 IEEE International Conference on Fuzzy Systems* (2002), vol. 2. pp. 1596–1601. (doi: [10.1109/FUZZ.2002.1006745](https://doi.org/10.1109/FUZZ.2002.1006745)).
- [52] MATSAKIS, P., KELLER, J., SJAHPUTERA, O., E MARJAMAA, J. The use of force histograms for affine-invariant relative position description. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence* 26, 1 (Jan. 2004), 1–18. (doi: [10.1109/TPAMI.2004.1261075](https://doi.org/10.1109/TPAMI.2004.1261075)).
- [53] MATSAKIS, P., KELLER, J., WENDLING, L., MARJAMAA, J., E SJAHPUTERA, O. Linguistic description of relative positions in images. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B* 31, 4 (Ago. 2001), 573–588. (doi: [10.1109/3477.938261](https://doi.org/10.1109/3477.938261)).
- [54] MIYAJIMA, K., E RALESCU, A. Spatial organization in 2D images. In *IEEE World Congress on Computational Intelligence., Proceedings of the Third IEEE*

- Conference on Fuzzy Systems, 1994* (Jun. 1994), vol. 1. pp. 100–105. (doi: [10.1109/FUZZY.1994.343710](https://doi.org/10.1109/FUZZY.1994.343710)).
- [55] MIYAJIMA, K., E RALESCU, A. Spatial organization in 2d segmented images: representation and recognition of primitive spatial relations. *Fuzzy Sets Syst.* 65, 2–3 (1994), 225–236. (doi: [10.1016/0165-0114\(94\)90021-3](https://doi.org/10.1016/0165-0114(94)90021-3)).
- [56] MORALES, A., E SCIavicco, G. Using temporal logic for spatial reasoning: Spatial propositional neighborhood logic. In *TIME '06: Proceedings of the Thirteenth International Symposium on Temporal Representation and Reasoning* (Washington, DC, USA, 2006), IEEE Computer Society. pp. 50–60. (doi: [10.1109/TIME.2006.34](https://doi.org/10.1109/TIME.2006.34)).
- [57] MORENO, A., TAKEMURA, C. M., COLLIOT, O., CAMARA, O., E BLOCH, I. Heart segmentation in medical images using the fuzzy spatial relation “between”. In *Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems* (Paris, Jul. 2006). pp. 2052–2059.
- [58] MORENO, A., TAKEMURA, C. M., COLLIOT, O., CAMARA, O., E BLOCH, I. *Uncertainty and Intelligent Information Systems*. World Scientific, Jul. 2008, cap. Using the Fuzzy Spatial Relation Between to Segment the Heart in Computerized Tomography Images. Cap. 26 (aceito).
- [59] MORENO, A., TAKEMURA, C. M., COLLIOT, O., CAMARA, O., E BLOCH, I. Using anatomical knowledge expressed as fuzzy constraints to segment the heart in CT images. *Pattern Recognition* (2008). (doi: [10.1016/j.patcog.2008.01.020](https://doi.org/10.1016/j.patcog.2008.01.020)). (aceito).
- [60] O’ROURKE, J. *Computational geometry in C*. Cambridge University Press, New York, NY, USA, 1994.
- [61] PREPARATA, F. P., E SHAMOS, M. I. *Computational geometry: an introduction*. Springer-Verlag New York, Inc., New York, NY, USA, 1985.
- [62] RANDELL, D. A., CUI, Z., E COHN, A. G. A spatial logic based on regions and connection. In *Principles of Knowledge Representation and Reasoning: Proceedings of the Third International Conference (KR '92)* (Los Altos, CA, 1992), B. Nebel, C. Rich, e W. Swartout, Eds., Morgan Kaufmann Publishers. pp. 165–176.
- [63] ROSENFELD, A. The fuzzy geometry of image subsets. *Pattern Recognition Letters* 2, 5 (Set. 1984), 311–317. (doi: [10.1016/0167-8655\(84\)90018-7](https://doi.org/10.1016/0167-8655(84)90018-7)).
- [64] ROSENFELD, A. Distances between fuzzy sets. *Pattern Recognition Letters* 3, 4 (Jul. 1985), 229–233. (doi: [10.1016/0167-8655\(85\)90002-9](https://doi.org/10.1016/0167-8655(85)90002-9)).
- [65] ROSENFELD, A. Fuzzy geometry: An overview. *IEEE International Conference on Fuzzy Systems* (Mar. 1992), 113–117. (doi: [10.1109/FUZZY.1992.258605](https://doi.org/10.1109/FUZZY.1992.258605)).

- [66] ROSENFELD, A., E KAK, A. C. *Digital Picture Processing*, 2 ed., vol. 2. Academic Press, New York, 1982.
- [67] ROSENFELD, A., E KLETTE, R. Degree of adjacency or surroundedness. *Pattern Recognition* 18, 2 (1985), 169–177. (doi: [10.1016/0031-3203\(85\)90041-X](https://doi.org/10.1016/0031-3203(85)90041-X)).
- [68] SCHNEIDER, M., E BEHR, T. Topological relationships between complex spatial objects. *ACM Trans. Database Syst.* 31, 1 (2006), 39–81. (doi: [10.1145/1132863.1132865](https://doi.org/10.1145/1132863.1132865)).
- [69] SHARIFF, A. R., EGENHOFER, M., E MARK, D. Natural-language spatial relations between linear and areal objects: The topology and metric of english-language terms. *International Journal of Geographical Information Science* 12, 3 (1998), 215–246. (fonte: <http://www.spatial.maine.edu/~max/NLrelations.pdf>).
- [70] SOILLE, P. Spatial distributions from contour lines: An efficient methodology based on distance transformations. *Journal of Visual Communication and Image Representation* 2, 1 (Jun. 1991), 138–150. (doi: [10.1016/1047-3203\(91\)90004-Y](https://doi.org/10.1016/1047-3203(91)90004-Y)).
- [71] SOILLE, P. Generalized geodesy via geodesic time. *Pattern Recogn. Lett.* 15, 12 (1994), 1235–1240. (doi: [10.1016/0167-8655\(94\)90113-9](https://doi.org/10.1016/0167-8655(94)90113-9)).
- [72] SOILLE, P. *Morphological Image Analysis: Principles and Applications*. Springer-Verlag New York, Inc., 1999.
- [73] TAKEMURA, C. M., CESAR-JR., R. M., E BLOCH, I. Fuzzy modeling and evaluation of the spatial relation along. In *Progress in Pattern Recognition, Image Analysis and Applications* (Havana, 2005), vol. 3773 of *X Iberoamerican Congress on Pattern Recognition*. pp. 837–848. (doi: [10.1007/11578079_87](https://doi.org/10.1007/11578079_87)).
- [74] VANDELOISE, C. *L'espace en français: sémantique des prépositions spatiales*. Travaux Linguistiques. Éditions du Seuil, 27, rue Jacob, Paris VI^e, 1986.
- [75] WANG, X., E KELLER, J. Fuzzy surroundedness. In *Proceedings of the Sixth IEEE International Conference on Fuzzy Systems* (Jul. 1997), vol. 2. pp. 1173–117. (doi: [10.1109/FUZZY.1997.622874](https://doi.org/10.1109/FUZZY.1997.622874)).
- [76] XU, C., E PRINCE, J. Snakes, shapes, and gradient vector flow. *Image Processing, IEEE Transactions on* 7, 3 (Mar. 1998), 359–369. (doi: [10.1109/83.661186](https://doi.org/10.1109/83.661186)).
- [77] XU, C., E PRINCE, J. L. Gradient vector flow: A new external force for snakes. In *CVPR '97: Proceedings of the 1997 Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR '97)* (Washington, DC, USA, 1997), IEEE Computer Society. p. 66. (doi: [10.1109/CVPR.1997.609299](https://doi.org/10.1109/CVPR.1997.609299)).

- [78] ZADEH, L. A. Fuzzy sets. *Information and control* 8, 3 (Jun. 1965), 338–353. (doi: [10.1016/S0019-9958\(65\)90241-X](https://doi.org/10.1016/S0019-9958(65)90241-X)).
- [79] ZHAN, F. B. Topological relations between fuzzy regions. In *SAC '97: Proceedings of the 1997 ACM symposium on Applied computing* (New York, NY, USA, 1997), ACM. pp. 192–196. (doi: [10.1145/331697.331738](https://doi.org/10.1145/331697.331738)).

Anexo A

Artigos publicados/aceitos para publicação

A.1 Conference papers

A.1.1 Artigo CIARP'2005

TAKEMURA, C. M., CESAR-JR., R. M., E BLOCH, I. Fuzzy modeling and evaluation of the spatial relation along. In *Progress in Pattern Recognition, Image Analysis and Applications* (Havana, 2005), vol. 3773 of *X Iberoamerican Congress on Pattern Recognition*. pp. 837–848. (doi: [10.1007/11578079_87](https://doi.org/10.1007/11578079_87))

Fuzzy Modeling and Evaluation of the Spatial Relation “Along”

Celina Maki Takemura^{1,*}, Roberto Cesar Jr.^{1,**}, and Isabelle Bloch²

¹ IME/USP - Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, Rua do Matão, 1010, Cidade Universitária 05508-090, São Paulo - SP - Brasil
{cesar, maki}@vision.ime.usp.br

² GET - École Nationale Supérieure des Télécommunications, Dept TSI - CNRS UMR 5141 - 46, rue Barrault 75634 Paris Cedex 13, France
isabelle.bloch@enst.fr

Abstract. The analysis of spatial relations among objects in an image is a important vision problem that involves both shape analysis and structural pattern recognition. In this paper, we propose a new approach to characterize the spatial relation *along*, an important feature of spatial configuration in space that has been overlooked in the literature up to now. We propose a mathematical definition of the degree to which an object *A* is along an object *B*, based on the region *between A and B* and a degree of elongatedness of this region. In order to better fit the perceptual meaning of the relation, distance information is included as well. Experimental results obtained using synthetic shapes and brain structures in medical imaging corroborate the proposed model and the derived measures, thus showing their adequation with the common sense.

1 Introduction

To our knowledge, the only work addressing *alongness* between objects by giving mathematical definitions was developed in the context of geographic information systems (GIS) [1]. In this work, the relation *along* between a line and an object is defined as the length of the intersection of the line and the boundary of the object, normalized either by the length of this boundary (*perimeter alongness*) or by the length of the line (*line alongness*). In these definitions, the boundary can also be extended to a *buffer zone* around the boundary. Crevier [2] addresses the problem of spatial relationships between line segments by detecting collinear chains of segments based on the probability that successive segments belong to the same underlying structure. However this approach cannot be directly extended to any object shape.

Here we consider the more general case where both objects can have any shape, and where they are not necessarily adjacent. For computer vision applications, the considered objects can be obtained for instance from a crisp or fuzzy segmentation of digital images.

* C. M. Takemura is grateful to CAPES (BEX 3402/04-5).

** R. Cesar Jr. is grateful to FAPESP (99/12765-2), to CAPES and to CNPq (300722/98-2 and 474596/2004-4).

The *along* relation is an intrinsically vague notion. Indeed, in numerous situations even of moderate complexity, it is difficult to provide a definite binary answer to the question "is *A along B*?", and the answer should rather be a matter of degree. Therefore fuzzy modeling is appropriate. Now if the objects are themselves imprecisely defined, as fuzzy sets, this induces a second level of fuzziness. In this paper, we propose a fuzzy model of the relation *along*, for both crisp and fuzzy objects. It is based on a measure of elongatedness of the region *between* both objects.

In Section 2 we motivate our work based on a few references to other domains such as psychophysics or linguistics. We propose a mathematical model and a measure of *alongness* between crisp objects in Section 3. Their generalization to fuzzy objects is discussed in Section 4. Experimental results using both synthetic and real objects are shown in Section 5. Some properties and possible extensions are provided in Section 6.

2 Spatial Relations and Motivation for Using Fuzzy Definitions

According to Biederman[3], any object, even the simplest one, may project an infinity of image configurations to the retina considering orientation and, consequently, the bidimensional projection, possible occlusion, texture complexity, or if it is a novel exemplar of its particular category. The hypothesis explored in [3] is that the visual perception may be modeled as a process related to the identification of individual primitive elements, e.g. a finite number of geometrical components. In addition, Biederman claims that the relation between parts is a main feature to the object perception, i.e. two different arrangements of the same components may produce different objects.

Hummel and Biederman, in [4], claim that the majority of the visual recognition models are based on template matching or feature list matching. The two of them present limitations and are not in accordance with the human recognition [3]. In that way, the authors in [4] present a *structural description* to characterize the object as a configuration of features, sensitive to the attribute structure and indifferent to the image overview.

Kosslyn et al, in [5], re-affirm the importance of relative positions for object and scene recognition. They classify those spatial relationships, psychophysically, according to their visuospatial processing, as absolute coordinate representations (i.e. precise spatial localization) and categorical representations (i.e. association of an interval of position to a equivalence class, e.g. *left of*).

The works in this area started mainly with Freeman's paper [6], and was continued during the 80's by Klette and Rosenfeld [7]. In [6], Freeman presents mathematical-computational formalisms to represent the semantic context of terms (in English) that codify relationships between objects by underlining the necessity of using fuzzy representations for a number of relations. Then several authors proposed fuzzy representations of some spatial relations (see e.g. [8] for a review).

Moreover, when considering works in psycholinguistics, it appears that even if the objects are crisp, the lack of clarity in the concepts related to the relative positions gives the background to the use of fuzzy definitions of these concepts.

3 Modeling the Spatial Relation *Along* for Crisp Objects

In the example of Fig.1(a), it can be said that *A* is along *B*, or that *B* is along *A*. The intuitive meaning of the relation is polymorphic: some assumptions can be made or not on the objects (at least one should be elongated, or both should), the distance between them should be reduced with respect to the size of the objects (typically we would not say that *A* is along *B* in the example of Fig.1(b)). What is quite clear is that the region between *A* and *B*, denoted by β , should be elongated, as is the case in Fig.1(a). In our model, we choose to propose a definition that does not necessarily consider the shape of the objects as a whole, that is symmetrical in both arguments, and that involves the region between the objects and their distance. Moreover, as already advocated in [6], defining such relations in a binary way would not be satisfactory, and a degree of satisfaction of the relation is more appropriate. Finally, we want also to be able to deal with situations where the relation is satisfied locally, between parts of the objects only.

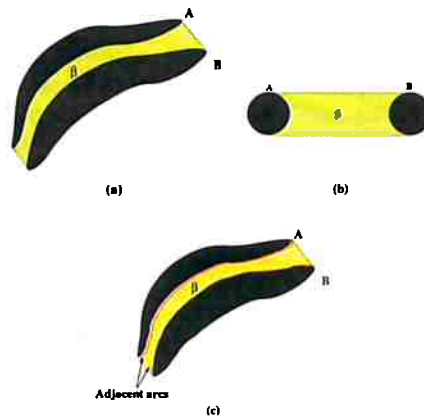


Fig. 1. (a) Example where *A* is along *B*, with an elongated region β between *A* and *B*. (b) Case where β is elongated but *A* is not along *B*. (c) Same example as (a) where adjacent arcs are shown.

Based on these considerations, we propose a mathematical definition of the degree to which an object *A* is along an object *B*, based on the region between *A* and *B* [9]. The basic idea to characterize to which degree "A is along B" is based on two steps:

1. calculate the region β between A and B ;
2. measure how elongated is β , thus defining the degree to which A is along B .

This approach is interesting because it involves explicitly the *between* region, which is also committed in the usual semantics of the *along* relation, and a good technique to calculate the region between A and B is available and used in our approach. Once the region between A and B is obtained, the issue of how elongated is β may be treated by shape analysis, leading to different measures which may be chosen depending on the application, as explained below.

3.1 Definition of the Region Between Two Objects

Since no assumption on the shapes of the objects is made, some classical ways to define the *between* region may not be appropriate. In particular, if the objects have complex shapes with concavities, a simple definition based on the convex hull of the union of both objects does not lead to a satisfactory result. We have addressed this problem in [9], where new methods are proposed in order to cope with complex shapes. We choose here one of these methods, the visibility approach, which provides results adapted to our aim. In particular, concavities of an object that are not visible from the other one are not included in the *between* area. More formally, this approach relies on the notion of admissible segments as introduced in [7]. A segment $]a, b[$, with a in A and b in B (A and B are supposed to be compact sets or digital objects), is said admissible if it is included in $A^C \cap B^C$ [9]. Note that a and b then necessarily belong to the boundary of A and B , respectively. This has interesting consequences from an algorithmic point of view, since it considerably reduces the size of the set of points to be explored. The visible points are those which belong to admissible segments. The region between A and B can then be defined as the union of admissible segments.



Fig. 2. (a) Region between two objects, calculated by the visibility approach; (b) Analogous to (a), but showing that the concavity of one of the objects is properly excluded from the *between* region by the visibility method.

Here, for the second step, we need to keep the extremities (belonging to the boundary of A or B) of the admissible segments in the *between* region. Therefore we slightly modify the definition of [9] as:

$$\beta = \cup\{[a, b], a \in A, b \in B,]a, b[\text{ admissible}\}. \quad (1)$$

This definition is illustrated in Fig.2 for two different cases. Note that, in contrast to the objects in Fig.2(a), in case of Fig.2(b), there is a concavity in one of the shapes not visible from the other object, and which is properly excluded from the *between* region by the visibility approach.

3.2 Definition of the Degree of Elongatedness

There are different possible approaches to measure how elongated is a region. One of the most popular ones is given by the inverse of compactness, i.e. how elongated is the region with respect to a circle. This can be measured in the 2D case by the elongatedness measure $c = P^2/S$, where P and S represent the perimeter and the area of the region. We have $c = 4\pi$ for a perfect disk, and the more elongated is the shape, the larger is c . In order to normalize this measure between 0 and 1, we propose a first *alongness* measure defined as:

$$\alpha_1 = f_a \left(\frac{P^2(\beta)}{S(\beta)} \right), \tag{2}$$

where $S(\beta)$ and $P(\beta)$ denote the area and perimeter of region β , respectively, and f_a is an increasing function, typically a sigmoid, such as $f_a(x) = (1 - \exp(-ax))/(1 + \exp(-ax))$. This measure α_1 tends towards 1 as β becomes more elongated. Although a is a parameter of the method, it preserves the order between different situations, which is the most important property. Absolute values can be changed by tuning a to enhance the difference between different situations.

However the measure α_1 does not lead to good results in all situations. Indeed it considers a global elongatedness, while the elongatedness only in some directions is useful. Let us consider the example in Fig.1(b). The region between A and B is elongated, but this does not mean that A is along B . On the other hand, the situation in Fig.1(a) is good since β is elongated in the direction of its adjacency with A and B . In order to model this, instead of using the complete perimeter of β , the total arc length $L(\beta)$ of the contour portions of β adjacent to A or to B is used (see the adjacent arcs indicated in Fig.1(c)). Here, with the modified definition of β (Equation 1), these lines are actually the intersections between A and β and between B and β . The new elongatedness measure is then defined as:

$$\alpha_2 = f_a \left(\frac{L^2(\beta)}{S(\beta)} \right). \tag{3}$$

Although this measure produces proper results, it presents the drawback of not taking directly into account the distance between A and B , which is useful in some situations. Also, because α_2 is a global measure over A and B , it fails in identifying if there are some parts of A that are along some parts of B , i.e. it lacks the capability of local analysis.

There is an interesting way of incorporating these aspects in the present approach by considering the distance between the two shapes within the *between*

area. Let x be an image point, and $d(x, A)$ and $d(x, B)$ the distances from x to A and B respectively (in the digital case, they can be computed in a very efficient way using distance transforms). Let $D_{AB}(x) = d(x, A) + d(x, B)$. Instead of using the area of β to calculate how elongated it is, we define the volume $V(\beta)$ below the surface $\{(x, D_{AB}(x)), x \in \beta\}$, which is calculated as:

$$V(\beta) = \int_{\beta} D_{AB}(x) dx. \tag{4}$$

In the digital case, the integral becomes a finite sum.

This leads to an *alongness* measure taking into account the distance between A and B :

$$\alpha_3 = f_a \left(\frac{L^2(\beta)}{V(\beta)} \right). \tag{5}$$

The distance $D_{AB}(x)$ may be used in a more interesting way in order to deal with situations where just some parts of A can be considered along some parts of B . In such cases, it is expected that such parts are near each other, thus generating a *between* region with lower values of $D_{AB}(x)$. Let $\beta_t = \{x, D_{AB}(x) < t\}$, where t is a distance threshold. Let $L(\beta_t)$, $S(\beta_t)$ and $V(\beta_t)$ be the total adjacent arc length, area and volume for β_t . Two local *alongness* measures, in the areas which are sufficiently near to each other according to the threshold, are then defined as:

$$\alpha_4(t) = f_a \left(\frac{L^2(\beta_t)}{S(\beta_t)} \right), \tag{6}$$

and

$$\alpha_5(t) = f_a \left(\frac{L^2(\beta_t)}{V(\beta_t)} \right). \tag{7}$$

4 Modeling the Spatial Relation *Along* for Fuzzy Objects

Now we consider the case of fuzzy objects, which may be useful to deal with spatial imprecision, rough segmentation, etc. We follow the same approach in two steps as in the crisp case.

The visibility approach for defining the *between* region can be extended to the fuzzy case by introducing the degree to which a segment is included in $A^C \cap B^C$ (which is now a fuzzy region). Let μ_A and μ_B be the membership functions of the fuzzy objects A and B . The degree of inclusion μ_{incl} of a segment $]a, b[$ in $A^C \cap B^C$ is given by:

$$\mu_{incl}(]a, b[) = \inf_{y \in]a, b[} \min[1 - \mu_A(y), 1 - \mu_B(y)]. \tag{8}$$

Let us denote the support of the fuzzy objects A and B by $\text{Supp}(A)$ and $\text{Supp}(B)$ respectively. The region between A and B , denoted by β_F , is then defined as

$$\beta_F(x) = \sup\{\mu_{incl}(]a, b[); x \in [a, b], a \in \text{Supp}(A), b \in \text{Supp}(B)\}. \tag{9}$$

In order to define *alongness* measures analogous to $\alpha_l, l = 1...5$, it is necessary to calculate the perimeter, area and volume of β_F . Perimeter $P(\beta_F)$ and area $S(\beta_F)$ are usually defined as [10]:

$$P(\beta_F) = \int_{\text{Supp}(\beta_F)} |\nabla \beta_F(x)| dx, \tag{10}$$

where $\nabla \beta_F(x)$ is the gradient of β_F , and

$$S(\beta_F) = \int_{\text{Supp}(\beta_F)} \beta_F(x) dx. \tag{11}$$

The extension of α_2 requires to define the adjacency region R_{adj} between the objects and β . In order to guarantee the consistency with the crisp case, we can simply take the intersection between A and β and between B and β and extend L as:

$$R_{adj}(\beta_F, \mu_{A \cup B}) = (\text{Supp}(\beta_F) \cap \text{Supp}(A)) \cup (\text{Supp}(\beta_F) \cap \text{Supp}(B)), \tag{12}$$

where $\mu_{A \cup B}$ represents the union of the fuzzy objects A and B , and:

$$L(\beta_F, \mu_{A \cup B}) = S(R_{adj}(\beta_F, \mu_{A \cup B})). \tag{13}$$

Finally, it is also necessary to calculate the distance of any point x of the *between* region to A and to B . We propose the use of the length of the admissible segments:

$$D_{AB}(x) = \inf\{\|b-a\|, |a, b| \text{ admissible}, x \in |a, b|\}, \text{ for } x \in (\text{Supp}(A) \cup \text{Supp}(B))^C. \tag{14}$$

Then, we define the volume $V(\beta_F)$ below the surface $\{(x, D_{AB}), x \in \beta_F\}$ by weighting each point by its membership to $\beta_F(x)$, as:

$$V(\beta_F) = \int_{\text{Supp}(\beta_F)} \beta_F(x) D_{AB}(x) dx. \tag{15}$$

In order to keep the fuzzy nature of the model, instead of thresholding the distance function as in the crisp case, we propose to select the closest area based on a decreasing function g of D_{AB} . We thus have $\beta_{F_i}(x) = \beta_F(x)g(D_{AB}(x))$. In our experiments, we have chosen g as:

$$g(t) = 1 - f_{a_1}(t), \tag{16}$$

with $a_1 = 0.3$.

5 Experimental Results

Extensive results with a large number of pairs of shapes have been successfully produced. Some of these results are presented and discussed in this section.



Fig. 3. Results using the visibility approach to calculate β . (a) Synthetic shapes and the region β between them. The adjacent arcs are also indicated. (b) The distance map $D_{AB}(x)$ in β is represented as grey-levels.

Table 1. *Alongness* values for different shape configurations (synthetic shapes) with parameters $a = 0.125$ and $t = 10$

Shapes	(a)	(b)	(c)
α_1	0.907	0.450	0.874
α_2	0.885	0.431	0.340
α_3	0.172	0.011	0.010
$\alpha_4(10)$	0.834	0.653	0.072
$\alpha_5(10)$	0.165	0.127	0.010

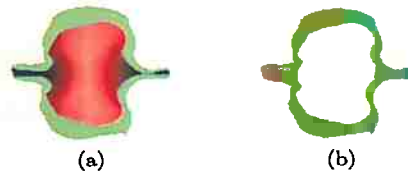


Fig. 4. Results using the visibility approach to calculate β and β_t . (a) The distance map $D_{AB}(x)$ in β is represented as grey-levels. (b) The thresholded *between* region $\beta_t = \{x, D_{AB}(x) < t\}$, indicating that only nearby contour portions are taken into account by this approach.

5.1 Crisp Objects

Table 1 shows some results obtained on synthetic objects illustrating different situations. The adjacent lines and distance values of the object in Table 1(a) are shown in Fig.3 (a) and (b), respectively. High values of $D_{AB}(x)$ correctly indicate image regions where the shapes are locally far from each other.

In the example of Table 1(a), the two objects can be considered as along each other, leading to high values of α_1 , α_2 and α_4 . However some parts of the objects are closer to each other than other parts. When the distance increases, the corresponding parts can hardly be considered as along each other. This is

Table 2. *Alongness* values for different shape configurations (brain structures from medical imaging) with parameters $\alpha = 0.25$ and $t = 10$

Shapes	(a)	(b)	(c)	(d)
α_1	0.746	0.677	0.487	0.708
α_2	0.746	0.677	0.438	0.289
α_3	0.717	0.611	0.133	0.015
$\alpha_4(10)$	0.746	0.677	0.438	0.001
$\alpha_5(10)$	0.717	0.611	0.133	0.000

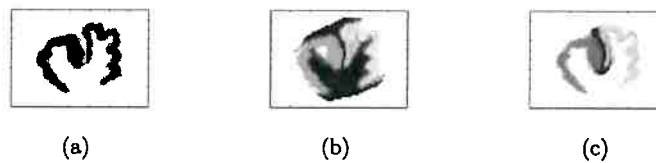


Fig. 5. Results using the fuzzy visibility approach to calculate β_F and β_t . (a) Original shapes. (b) Shapes and the region β_F between them. (c) Shapes and the thresholded between region $\beta_t(x) = \{x, D_{AB}(x) < t\}$.

well expressed by the lower values obtained for α_3 and α_5 . These effects are even stronger on the example of Table 1(b) where only small parts of the objects can be considered as being along each other. The *between* regions β and β_t (i.e. thresholded) are shown in Fig.4. The third case is a typical example where the region between A and B is elongated, but not in the direction of its adjacency with A and B . This is not taken into account by α_1 , while the other measures provide low values as expected: α_2 is much smaller than α_1 and the other three values are almost 0.

Table 2 shows results obtained on real objects, which are some brain structures extracted from magnetic resonance images. Similar values are obtained for all measures in the two first cases where the relation is well satisfied. The third example shows the interest of local measures and distance information (in particular the similar values obtained for α_2 and α_4 illustrate the fact that only the parts that are close to each other are actually involved in the computation of the *between* region for this example), while the last one is a case where the relation is not satisfied, which is well reflected by all measures except α_1 , as expected.

5.2 Fuzzy Objects

The experiments concerning the fuzzy approach are based on the construction of synthetical fuzzy objects by a Gaussian smoothing of the crisp ones, only

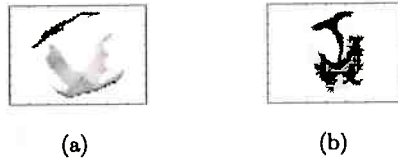


Fig. 6. (a) The distance map $D_{AB}(x)$ in β_F of the objects in Figure 5 (a). (b) The decreasing function g of $D_{AB}(x)$.

Table 3. *Alongness* values for different shape configurations (fuzzy synthetic shapes) with parameters $a = 0.50$ and $a_1 = 0.30$

Shapes	(a)	(b)	(c)
α_{F_1}	0.990	0.815	0.982
α_{F_2}	0.999	0.948	0.881
α_{F_3}	0.879	0.531	0.515
α_{F_4}	0.975	0.755	0.572
α_{F_5}	0.686	0.552	0.508

Table 4. *Alongness* values for different shape configurations (fuzzy brain structures from medical imaging) with parameters $a = 0.25$ and $a_1 = 0.30$

Shapes	(a)	(b)	(c)	(d)
α_{F_1}	0.996	0.997	0.980	0.997
α_{F_2}	0.984	0.965	0.972	0.971
α_{F_3}	0.888	0.840	0.675	0.536
α_{F_4}	0.812	0.764	0.781	0.544
α_{F_5}	0.675	0.643	0.579	0.503

for the sake of illustration. In real applications, fuzzy objects may be obtained from a fuzzy segmentation of the image, from imprecision at their boundaries, from partial volume effect modeling, etc. Figure 5 illustrates an example of fuzzy objects along with the *between* region and the fuzzy regions β_F and β_{F_1} . The distance map and the selected area are depicted in Figure 6.

Some results obtained on fuzzy synthetic shapes are given in Table 3, while some results on fuzzy real objects are given in Table 4. In these tables, α_{F_i} denotes the fuzzy equivalent of α_i .

Results are again in accordance with what could be intuitively expected. This illustrates the consistency of the proposed extension to fuzzy sets.

Since the computation of L , S and V in the fuzzy case is based on the support of the fuzzy objects, which is larger than the corresponding crisp objects, we have to choose a different value for the parameter a , in order to achieve a better discrimination between the different situations. However a has the same values for all objects in each table, for the sake of comparison. Note that in Table 3 as well as in Table 4, the results obtained on fuzzy synthetic and real objects are qualitatively the same as the results obtained on crisp object: in particular, α_{F_3} and α_{F_5} well reflect the distance constraint on the *alongness* degree.

6 Conclusion

We proposed in this paper an original method to model the relation *along* and to compute the degree to which this relation is satisfied between two objects of any shape. Several measures are proposed, taking into account different types of information: region between the objects, adjacency between the objects and this region, distance, parts of objects. The definitions are symmetrical by construction. They inherit some properties of the visibility method for computing the between area such as invariance under translation and rotation. Measures α_1 , α_2 and α_4 are also invariant under isotropic scaling. Finally, the proposed measures fit well the intuitive meaning of the relation in a large class of situations, and provide a ranking between different situations which is consistent with the common sense. One of the advantages of the proposed approach is the decomposition of the solution in two parts, i.e. to find the region between the objects and to calculate its elongatedness. The inverse of compactness (sometimes called circularity) has been adopted to measure how elongated is the region between the shapes. This is by no means the unique way of characterizing elongatedness. In fact, if the region between the shapes becomes very complex (e.g. Fig.7), the area starts to increase fast with respect to the perimeter (i.e. space-filling property), and circularity-based measures may produce poor results. In such cases, alternative elongatedness measures may be adapted to replace circularity in our proposed approach (e.g. shape measures that characterize thinness of a shape).

Alternative approaches to the computation of length of the adjacencies and distances can be tested. We can restrict, for example, the adjacent region to the



Fig. 7. Complex shapes lead to space-filling *between* region. This may affect the circularity-based elongatedness measure, thus requiring alternative approaches to evaluate how elongated is the *between* region.

watershed line of this intersection, and compute its length in a classical way. On the other hand, instead of using Equation 14, we can calculate $D_{\mu \wedge \nu}$ with the distances to the α -cuts. The distance $d(x, \mu)$ from a point x to a fuzzy set with membership function μ can indeed be defined by integrating over α the distance from x to each α -cut. Another option is to calculate $d(x, \mu)$ as the distance of x to the support of μ , i.e. $d(x, \mu) = d(x, \text{Supp}(\mu))$. These definitions are useful for implementation purposes since for each α -cut, a fast distance transform can be used.

Extensions to 3D are straightforward: the computation of the *between* relation does not make any assumption on the dimension of space; the measures of elongatedness can be simply performed by replacing lengths by surfaces and surfaces by volumes.

Future work also aims at introducing this relation as a new feature in structural pattern recognition or content-based image retrieval schemes.

References

1. Shariff, A.R., Egenhofer, M., Mark, D.: Natural-language spatial relations between linear and areal objects: The topology and metric of english-language terms. *International Journal of Geographical Information Science* **12**(3) (1998) 215–246
2. Crevier, D.: A probabilistic method for extracting chains of collinear segments. *Computer Vision and Image Understanding* **76**(1) (1999) 36–53
3. Biederman, I.: Recognition-by-components: a theory of human image understanding. *Psychological Review* **94**(2) (1987) 115–147
4. Hummel, J.E., Biederman, I.: Dynamic binding in a neural network for shape recognition. *Psychological Review* **99**(3) (1992) 480–517
5. Kosslyn, S.M., Chabris, C.F., Marsolek, C.J., Koenig, O.: Categorical versus coordinate spatial relations: computational analyses and computer simulations. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance* **18**(2) (1992) 562–577
6. Freeman, J.: The modelling of spatial relations. *Computer Graphics and Image Processing* **4** (1975) 156–171
7. Rosenfeld, A., Klette, R.: Degree of adjacency or surroundedness. *Pattern Recognition* **18**(2) (1985) 169–177
8. Bloch, I.: Fuzzy Spatial Relationships for Image Processing and Interpretation: A Review. *Image and Vision Computing* **23**(2) (2005) 89–110
9. Bloch, I., Colliot, O., Cesar-Jr., R.M.: Mathematical modeling of the relationship "between" based on morphological operators. In: ISMM 2005, Paris, France (2005) 299–308
10. Rosenfeld, A.: The fuzzy geometry of image subsets. *Pattern Recognition Letters* **2** (1984) 311–317

A.1.2 Artigo IPMU'2006

MORENO, A., TAKEMURA, C. M., COLLIOT, O., CAMARA, O., E BLOCH, I. Heart segmentation in medical images using the fuzzy spatial relation "between". In *Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems* (Paris, Jul. 2006). pp. 2052–2059

Heart Segmentation in Medical Images Using the Fuzzy Spatial Relation “Between”

A. Moreno^{1,2} C. M. Takemura¹ O. Colliot¹ O. Camara³ I. Bloch¹

¹ GET-ENST, Dept TSI,
CNRS UMR 5141 LTCI, Paris, France
Antonio.Moreno@enst.fr

² Segami Corporation, Paris, France

³ Center for Medical
Image Computing,
Dept. of Medical Physics,
University College London,
London WC1E 6BT, UK

Abstract

Segmenting the heart in medical images is a challenging and important task for many applications. Most heart segmentation methods proposed in the literature deal with cardiac internal structures, but there is a real interest in segmenting the heart as a whole. In this paper, we address this problem and propose an automatic method, based on the modeling of spatial relations of the heart with the lungs. The main a priori anatomical knowledge we use in this work is expressed by the spatial relation “the heart is between the lungs” and we propose a fuzzy representation of this anatomical knowledge, which then drives the segmentation process.

Keywords: Heart segmentation, spatial relations, anatomical knowledge, fuzzy logic, deformable models, CT.

1 Introduction

Segmenting the heart in medical images such as computerized tomography (CT) images is a challenging task due to the low quality of the images (the contrast), and the similar grey-level values of the surrounding structures (liver, tumors). Many clinical applications could benefit from a reliable heart segmentation procedure such as the registration of

multi-modal images or dose estimation in radiotherapy. For these applications, CT is the most common anatomical imaging modality. However, to the best of our knowledge, the segmentation of the whole heart in CT images has never been addressed.

Most heart segmentation methods proposed in the literature deal with segmentation of internal structures (in particular the left ventricle) as in [1, 13]. However, there is also a need to segment the heart as a whole in order to distinguish its limits and the separations with surrounding structures (as the liver). The aforementioned applications, for instance, require the individual recognition of each of these anatomical structures.

Among the existing methods for segmenting the heart, Lelieveldt et al. [11] base their segmentation on a fuzzy model of thoracic structures (heart, cardiac ventricles, lungs, liver, spleen). Their method is applied on MR data and the fuzzy model must be built beforehand, which is a strong limitation.

Another method to segment the heart as a whole in MR images is proposed by Gregson in [9]. He selects a 2D slice containing the heart and then uses a hierarchical algorithm to segment other structures in this slice (torso, lungs, background). Once the heart is segmented in the selected slice, the segmentation is propagated to adjacent slices.

Hierarchical methods have been used to segment the different organs of the body starting with the easiest structure and continuing with those of increasing difficulty (e.g. [4, 8]).

In this paper, we propose an automatic method based on the modeling of spatial relations of the heart with surrounding structures. In this particular case, the main a priori anatomical knowledge we use is expressed by the spatial relation “the heart is between the lungs” which we combine with “far from the lungs”. Since the segmentation of the lungs is generally simple in CT scans due to their high contrast with respect to surrounding structures, we first segment them in order to obtain the region of interest (ROI) of the heart. To define this ROI, we use a similar idea as in [9] for finding a candidate point for the center of the ROI, but we extend it to 3D and improve it in order to avoid failure cases by combining the distance to the lungs with the spatial relation “between”, as an original feature of our approach. Then we add the anatomical knowledge to the evolution of a deformable model to precisely segment the heart.

In Section 2, we introduce the bases of our approach: the spatial relation “between” and the principle of deformable models. In Section 3, the main steps of our approach are detailed. Next, in Section 4 some results are shown and discussed. Finally, in Section 5 we conclude and evoke some future work.

2 Spatial relations and deformable models

2.1 The spatial relation “between”

Usual anatomical descriptions of the heart include a common statement: “the heart is between the lungs”. Our method relies on modeling this statement.

A complete study of the spatial relation “between” has been made in [2], in which different definitions of this spatial relation are proposed, compared and discussed according to different types of situations.

As our problem involves non-convex shapes (the lungs), we have chosen the fuzzy directional dilation definition of the relation “between” which removes the concavities of the objects which are not facing each other. The

region between A_1 and A_2 is defined as a fuzzy set in the image domain, as:

$$\beta_{btw}(A_1, A_2) = \frac{D_{\nu_2}(A_1) \cap D_{\nu_1}(A_2) \cap A_1^C \cap A_2^C}{\cap [D_{\nu_1}(A_1) \cap D_{\nu_1}(A_2)]^C \cap [D_{\nu_2}(A_1) \cap D_{\nu_2}(A_2)]^C} \quad (1)$$

where A_1 and A_2 represent the objects (the lungs in our case), A^C represents the (fuzzy) complementation of A and $D_{\nu_i}(A_j)$, $i, j \in \{1, 2\}$, is the fuzzy dilation of A_j with the fuzzy structuring element ν_i as defined in [2]: $D_{\nu}(\mu)(x) = \sup_y t[\mu(y), \nu(x-y)]$ where μ denotes the (fuzzy) set to be dilated, ν the structuring element, t a t-norm and x and y points of space.

The structuring elements are derived from the angle histogram between both 3D objects [12]. For instance, if object A_2 is mainly to the right of object A_1 , then Equation 1 defines the region which is both to the right of A_1 and to the left of A_2 (excluding A_1 and A_2), but which is not to the left of both A_1 and A_2 nor to the right of both. Figure 1 shows the region between the lungs obtained with this definition.

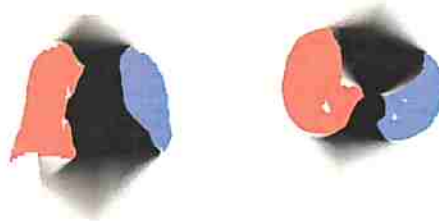


Figure 1: Fuzzy region β_{btw} between the lungs, superimposed on a coronal slice and on an axial slice of the segmented lungs (in red and blue). The membership values to β_{btw} vary from 0 (white) to 1 (black).

The interest of this definition is that the between region extends smoothly outside the convex hull of the union of both objects which is a required feature for our application (see Figure 2).

Indeed, the use of a convex hull (crisp definition of “between” [2]) to find the ROI of the

heart is not suitable because some parts of the organ are outside the resulting region as shown in Figure 2. This is a strong argument in favor of the chosen definition (Equation 1).

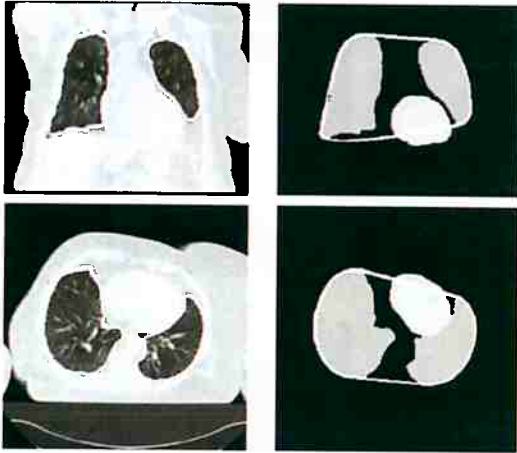


Figure 2: Coronal (top row) and axial (bottom row) views of an example of the segmentation of the lungs and the heart. The contours of these organs are superimposed on the original image (on the left) and the convex hull is superimposed on the segmented lungs and heart (on the right): some parts of the heart are not contained in this region.

2.2 Deformable models and GVF

Deformable models were introduced by Kass et al. [10] and are often used for segmentation in image processing. They consist in defining an initial surface (in 3D) that evolves under the effect of some forces towards a final state that should correspond to the object we want to segment. The evolution of the deformable surface \mathbf{X} can be described using a dynamic force formulation and written as follows:

$$\gamma \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} = \mathbf{F}_{int}(\mathbf{X}) + \mathbf{F}_{ext}(\mathbf{X}) \quad (2)$$

where \mathbf{F}_{int} is the *internal* force related to the physical properties or constraints of the model that specifies the regularity of the surface (*tension* which prevents it from stretching and *rigidity* which prevents it from bending) [10], and \mathbf{F}_{ext} is the *external* force that drives the surface towards the desired features

in the image (in general image edges) and sometimes includes forces interactively introduced by the user. The solution is the steady state of the previous equation.

The external force can be defined with the Gradient Vector Flow (GVF) [14] as also used in [4, 8]. The GVF defines a vector field towards the previously calculated contours of the image (the edge map). As proposed in [7] the external force can also include spatial relations in order to constraint the segmented object to stay in a region where given spatial relations are satisfied.

3 Using “between” to segment the heart

The main feature of our approach is to include the anatomical knowledge “the heart is between the lungs” in the segmentation process of the heart in CT images. This knowledge is modeled by the spatial relation “between” as explained in Section 2.1.

We proceed in two steps:

1. we select the region of interest (ROI) by combining the spatial relation “between” and the distance to the lungs;
2. we introduce the spatial relation “between” in the evolution scheme of a deformable model to find the boundaries of the heart.

In our approach, we lean on the segmentation of the lungs, which relies on previous work [4]. An example of the segmentation of the lungs is illustrated in Figure 2.

3.1 Definition of the region of interest

First, we want to find the region of interest where the heart is contained. The heart is in the space between the lungs, more precisely, in the widest part of this region, where the lungs are farthest from each other. For this reason, we propose to combine the spatial relation “between” and the distance to the lungs in order to find the ROI.

In 2D, as explained in [9], the maximum of the distance function to the lungs (on a previously selected slice containing the heart) is a good candidate to be the center of a disk containing this organ (the radius of this disk being 110% of the value of the distance at the center point).

We propose to extend this idea to 3D, based on the computation of the distance from each point to the lungs. This distance function is computed using a chamfer algorithm [3]. However, the maximum of the distance to the lungs is not necessarily contained inside the heart.

To solve this problem, we combine the distance with the spatial relation “between”. The goal is to find a robust candidate to be the center of a sphere that will contain the whole heart. Obviously this point (as it is inside the heart) will be in the region between the lungs with a high value of the membership function β_{btw} (see Figure 3(a)). And, according to [9], it should be one of the points with a maximum distance to both lungs. The normalized distance function can be interpreted as a fuzzy set which represents the region “far from the lungs”. Its membership function β_{fpl} is shown in Figure 3(b).

Thus, the algorithm to find the center of the heart has two different steps:

1. Let us denote by β_R the fusion of β_{btw} and β_{fpl} :

$$\beta_R(x) = \beta_{btw}(x) \cdot \beta_{fpl}(x) \quad (3)$$

This is the combination of the distance to the lungs and the “between” function defined by Equation 1. This combination is done with a conjunctive fusion with the t-norm “product”, which means that the points with higher values will fulfill both spatial constraints. The result of this combination is shown in Figure 3(c).

2. Calculation of the sphere-ROI. The center of the sphere is defined as the point having the maximum value in the previous result. The radius is simply defined as the value of the distance at this point.

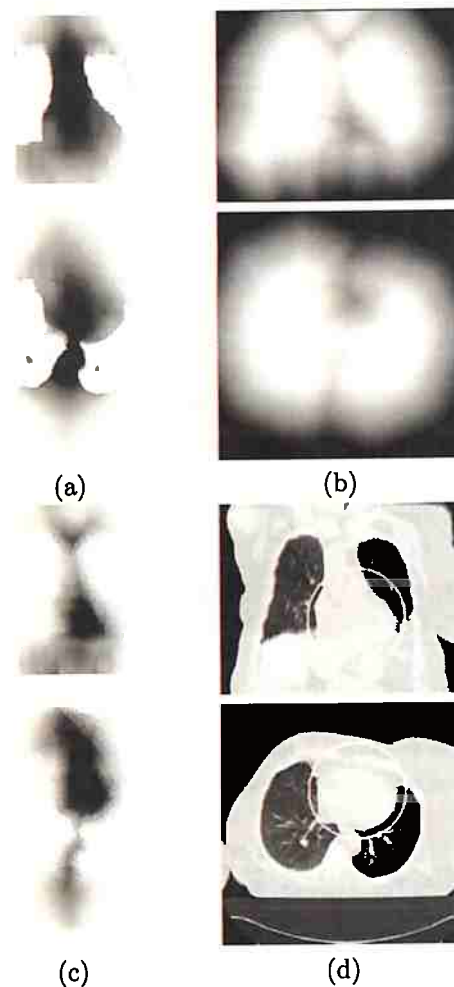


Figure 3: The spatial relation “between” β_{btw} calculated with Equation 1 (a), the distance map to the lungs β_{fpl} (b) and the conjunctive fusion of both β_R (c). Image (d) shows the obtained ROI of the heart superimposed on the original image. Coronal views are in the top rows and axial views in the bottom ones.

This stage provides a restricted ROI for the heart (not too many surrounding structures included) and it is robust as it uses two stable characteristics of the center of the heart. The resulting ROI (illustrated in Figure 3(d)) is used to constrain a deformable model to remain inside this region and to define the initialization for the deformable model that will be a small sphere centered in this ROI as described next (see Figure 4).

3.2 Evolution of the deformable model

Once we have selected the region of interest, we use a deformable model to segment precisely the heart. We introduce the spatial relation “between” combined with “far from the lungs” in the external force \mathbf{F}_{ext} (Equation 2). Thus, this force describes both edge information (GVF) and structural constraints:

$$\mathbf{F}_{ext} = \lambda \mathbf{F}_{gvf} + (1 - \lambda) \mathbf{F}_R \quad (4)$$

where \mathbf{F}_{gvf} is a classical data term that drives the model towards the edges [14], \mathbf{F}_R is a force associated to the spatial relations and λ is a weighting coefficient.

The initial surface is a sphere included in the ROI chosen small enough so that we can assume that it has to expand to segment correctly the heart. This is illustrated in Figure 4.

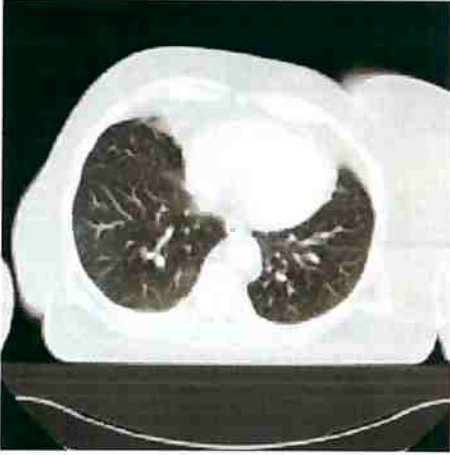


Figure 4: Axial view of the initial contour of the deformable model superimposed on the CT image.

The force \mathbf{F}_R must constraint the model to evolve towards the regions with high values of $\beta'_R = 1 - \beta_R$. This means that the force \mathbf{F}_R drives the deformable model towards regions closer to the lungs and “less between” them than the center. When the relation β'_R is completely satisfied (not between and inside the lungs), the model should only be driven by edge information (\mathbf{F}_{gvf}) and we should have

$\mathbf{F}_R = 0$ if $\beta'_R = 1$. This illustrates an important advantage of using fuzzy spatial relations to guide the model, as we can define a vector field towards the regions where the relations are more satisfied.

Several methods for external forces that fulfill these properties are described in [7]. We have chosen the one using a gradient diffusion technique because of the smoothness and the wide attraction range of the vector field calculated this way. Thus, we calculate the GVF replacing the edge map with our fuzzy set β'_R in the original GVF formulation:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = c \nabla^2 \mathbf{u} - \|\nabla \beta'_R\|^2 (\mathbf{u} - \nabla \beta'_R) \\ \mathbf{u}(x, 0) = \nabla \beta'_R(x) \end{cases} \quad (5)$$

where t is the time parameter, c is a constant and x a point of space. The first equation is a combination of a diffusion term that will produce a smooth vector field and a data term that encourages \mathbf{u} to stay close to $\nabla \beta'_R$. In regions where $\|\nabla \beta'_R\|$ is low, the diffusion term will prevail. The less the relation β'_R is satisfied the higher the modulus of the force should be, thus we impose it to be proportional to β_R . We use the following normalization: $\mathbf{F}_R = \beta_R \frac{\mathbf{u}}{\|\mathbf{u}\|}$ where \mathbf{u} is the GVF defined by Equation 5.

Finally, we add a pressure term to Equation 4 in order to reinforce the effect of spatial relations and to improve convergence:

$$\mathbf{F}_{ext} = \lambda \mathbf{F}_{gvf} + (1 - \lambda) \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_p \quad (6)$$

where \mathbf{F}_p represents a pressure force [6], normal to the surface and of module $w_p(x)$ defined as:

$$w_p(x) = k \beta_R \quad (7)$$

where k is a constant. This means that the pressure force is stronger at the points between the lungs which are the farthest from them (where β_R takes higher values), and it decreases when getting closer to them (where β_R takes lower values because the chosen spatial relations are less fulfilled).

4 Results and discussion

We have applied our algorithm on 5 different cases of CT images coded on 8 bits, with

sizes $512 \times 512 \times Z$ voxels with Z varying from 63 to 122 and resolutions typically around $2 \text{ mm} \times 2 \text{ mm} \times dz \text{ mm}$ for the three directions of the space (X , Y and Z respectively), with dz varying from 4.5 to 7.5 mm.

In our experiments, we have used the following parameters:

- The initial mesh for the deformable model is a sphere with a small enough radius (a sixth of the radius of the sphere-ROI) to ensure that the starting surface is completely contained inside the contours of the heart. An example of the initial contour is shown in Figure 4.
- The value of λ in Equation 6 is 0.7, which gives a more important weight to the GVF force. Obviously, the weight of F_{gvf} should be more important because it guides the deformable model precisely towards the contours, whereas F_R represents a more general evolution. However, the spatial relation force remains necessary for the evolution of the deformable model as illustrated in Figure 5.

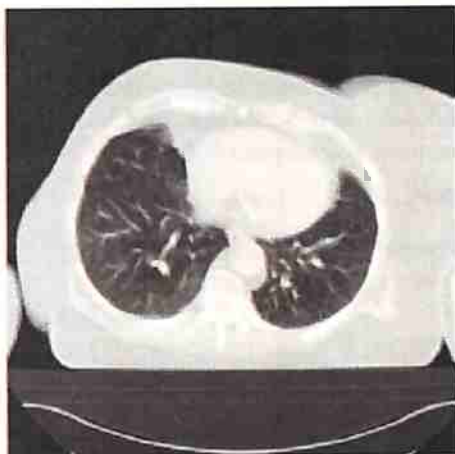


Figure 5: Axial view of a result of heart segmentation. The contours, superimposed on the CT image, have been calculated using only the GVF force which is not sufficient at all.

- The constant k for the pressure force weight in Equation 7 is $k = 0.05$. This constant balances the pressure force in

order to prevent the deformable model from inflating too much or too little. If a constant pressure force is used, the model inflates with the same strength in all directions, including parts of the surrounding structures (the aorta, the mediastinum, the liver) in the heart segmentation as illustrated in Figure 7. The use of a pressure force weighted with the spatial relations avoids this undesired effect (see Figure 8). Moreover, the force directly derived from spatial relations must be reinforced with a pressure force if we want to avoid an under-segmentation of the heart. This is shown in Figure 6. If no pressure force is used the deformable model does not reach the contours of the heart.



Figure 6: Coronal view of a result of heart segmentation obtained using the GVF and the force directly derived from spatial relations without a pressure force: the heart is not completely segmented.

- The number of iterations for the evolution of the deformable model (simplex mesh) is 10000, which is sufficient for convergence of the model. The internal force coefficients are $\alpha = 0.2$ and $\beta = 0.1$ which provide a good trade-off between tension and rigidity.

These parameters were set experimentally. The algorithm has been applied to the 5 different cases obtaining good results.

Figure 8 shows some results of the segmentation of the heart. We can appreciate that the



Figure 7: Coronal view of a result of heart segmentation using the GVF, a force derived from spatial relations and a constant pressure force for the evolution of the deformable model, which leads to include some parts of the aorta in the heart segmentation.

addition of the spatial relations significantly improves the results: the final heart segmentation is closer to the real contours and avoids labelling unwanted structures as parts of the heart. This is particularly visible near the left lung (on the right in the figures according to the usual “left is right” convention in medical imaging).

5 Conclusion and future work

We propose an approach that uses fuzzy structural knowledge coming from the spatial relations “between the lungs” and “far from the lungs” to segment the heart in CT images in a robust way. First, spatial relations are used to define the region of interest of the heart and then we derive, from the fuzzy sets representing the spatial relations, a new external force that is introduced in the evolution scheme of a deformable model. As illustrated by the results, this method substantially improves the segmentation of the heart compared to classical approaches which use only a pressure force and GVF, and it avoids the surrounding structures to be included in the final segmentation of the heart. The results still have to be validated on larger databases with medical experts. However, preliminary quantitative results based on the comparison with manual segmentations performed by ex-

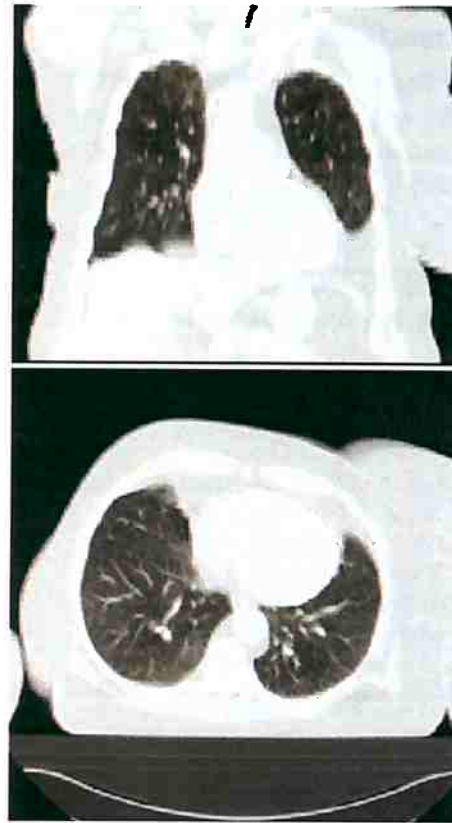


Figure 8: Coronal and axial views of a result of heart segmentation using the GVF, a force derived from spatial relations and a pressure force weighted with the membership function of the spatial relations. This combination avoids the inclusion of other structures in the heart segmentation.

perts show a strong agreement between the manual segmentations and the ones obtained by our approach. This confirms the potential of the proposed method.

Future work will aim at applying our algorithm to other imaging modalities such as positron emission tomography (PET) images, and experimenting with other definitions of the spatial relation “between” [2].

Further applications include the use of the segmentation of the heart in registration algorithms based on structures [5] and, subsequently, in radiotherapy planning procedures.

Acknowledgements

The authors would like to thank Liège, Lille, Louisville and Val de Grâce Hospitals for the images and the members of Segami Corporation for their contribution to this project. This work was partially supported by the French Ministry of Research, by the CAPES (BEX3402/04-5) and by a "ParisTech/Région Ile-de-France" Fellowship.

References

- [1] H.C. van Assen, M.G. Danilouchkine, A.F. Frangi, S. Ordás, J.J.M. Westenberg, J.H.C. Reiber, and B.P.F. Lelieveldt. SPASM: Segmentation of Sparse and Arbitrarily Oriented Cardiac MRI Data Using 3D-ASM. In *Functional Imaging and Modeling of the Heart, FIMH, Third International Workshop, LNCS 3504*, pp. 33-43, Barcelona, Spain, June 2005.
- [2] I. Bloch, O. Colliot, and R.M. Cesar Jr. On the Ternary Spatial Relation "Between". In *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics SMC-B*, Vol. 36, No. 2, pp. 312-327, Apr. 2006.
- [3] G. Borgefors. Distance Transformations in Digital Images. In *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, Vol. 34, No. 3, pp. 344-371, June 1986.
- [4] O. Camara, O. Colliot and I. Bloch. Computational Modeling of Thoracic and Abdominal Anatomy Using Spatial Relationships for Image Segmentation. In *Real Time Imaging*, Vol. 10, No. 4, pp. 263-273, Aug. 2004.
- [5] O. Camara, G. Delso and I. Bloch. Free Form Deformations Guided by Gradient Vector Flow: a Surface Registration Method in Thoracic and Abdominal PET-CT Applications. In *Second International Workshop on Biomedical Image Registration, WBIR'03*, Vol. 2717, pp. 224-233, Philadelphia, PA, USA, June 2003.
- [6] L. Cohen. On Active Contour Models and Balloons. In *CVGIP: Image Understanding*, Vol. 53, No. 2, pp. 211-218, 1991.
- [7] O. Colliot, O. Camara, and I. Bloch. Integration of Fuzzy Structural Information in Deformable Models. In *Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems (IPMU 2004)*, Vol. 2, pp. 1533-1540, Perugia, Italy, July 2004.
- [8] O. Colliot, O. Camara, R. Dewynter and I. Bloch. Description of Brain Internal Structures by Means of Spatial Relations for MR Image Segmentation. In *SPIE Medical Imaging*, Vol. 5370, No. 1, pp. 444-455, San Diego, CA, USA, 2004.
- [9] P.H. Gregson. Automatic Segmentation of the Heart in 3D MR Images. In *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, Vol. 2, pp. 584-587, Sept. 1994.
- [10] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos. Snakes: Active Contour Models. In *International Journal of Computer Vision*, Vol. 1, No. 4, pp. 321-331, 1987.
- [11] B.P.F. Lelieveldt, R.J. van der Geest, M. Ramze Rezaee, J.G. Bosch, and J.H.C. Reiber. Anatomical Model Matching with Fuzzy Implicit Surfaces for Segmentation of Thoracic Volume Scans. In *IEEE Transactions on Medical Imaging*, Vol. 18, No. 3, pp. 218-230, Mar. 1999.
- [12] K. Miyajima and A. Ralescu. Spatial Organization in 2D Segmented Images: Representation and Recognition of Primitive Spatial Relations. In *Fuzzy Sets and Systems*, Vol. 65, No. 2/3, pp. 225-236, 1994.
- [13] J.S. Suri. Computer Vision, Pattern Recognition and Image Processing in Left Ventricle Segmentation: The Last 50 Years. In *Pattern Analysis & Applications*, Vol. 3, No. 3, pp. 209-242, Sept. 2000.
- [14] C. Xu and J.L. Prince. Gradient Vector Flow: A New External Force for Snakes. In *IEEE Proc. Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, Los Alamitos: Comp. Soc. Press, pp. 66-71, Jun. 1997.

A.2 Journal papers

A.2.1 Artigo Pattern Recognition'2008

MORENO, A., TAKEMURA, C. M., COLLIOT, O., CAMARA, O., E BLOCH, I. Using anatomical knowledge expressed as fuzzy constraints to segment the heart in CT images. *Pattern Recognition* (2008). (doi: [10.1016/j.patcog.2008.01.020](https://doi.org/10.1016/j.patcog.2008.01.020)). (aceito)



Using anatomical knowledge expressed as fuzzy constraints to segment the heart in CT images

A. Moreno^{a,b,1}, C.M. Takemura^a, O. Colliot^c, O. Camara^d, I. Bloch^a

^a*Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications (TELECOM Paris Tech), CNRS UMR 5141, LTCI - Signal and Image Processing Department, 46 rue Barrault, 75634, Paris Cedex 13, France*

^b*Segami Corporation, Paris, France*

^c*Cognitive Neuroscience and Brain Imaging Laboratory, CNRS UPR 640-LENA, Université Pierre et Marie Curie - Paris 6, Hôpital de la Pitié-Salpêtrière, Paris, France*

^d*Computational Imaging Lab, Department of Information and Communication Technologies, Universitat Pompeu Fabra, Passeig Circumval·lació 8, 08003 Barcelona, Spain*

Received 10 September 2006; received in revised form 19 December 2007; accepted 27 January 2008

Abstract

Segmenting the heart in medical images is a challenging and important task for many applications. In particular, segmenting the heart in CT images is very useful for cardiology and oncological applications such as radiotherapy. Although the majority of methods in the literature are designed for ventricle segmentation, there is a real interest in segmenting the heart as a whole in this modality. In this paper, we address this problem and propose an automatic and robust method, based on anatomical knowledge about the heart, in particular its position with respect to the lungs. This knowledge is represented in a fuzzy formalism and it is used both to define a region of interest and to drive the evolution of a deformable model in order to segment the heart inside this region. The proposed method has been applied on non-contrast CT images and the obtained results have been compared to manual segmentations of the heart, showing the good accuracy and high robustness of our approach. © 2008 Elsevier Ltd. All rights reserved.

Keywords: Heart segmentation; Spatial relations; Anatomical knowledge; Deformable models; Fuzzy logic; CT

1. Introduction

Segmenting the heart in medical images such as non-contrast computed tomography (CT) images is a challenging task because of their low contrast and the similar grey-level values of the surrounding structures. Many clinical applications could benefit from a reliable heart segmentation procedure, such as the study of cancer in the thoracic region or other cardiac and vascular diseases. The delineation of the heart is important in oncological applications such as dose estimation in radiotherapy. The segmentation of the heart may be used in treatment planning in order to define a security margin around this organ

to prevent it from being irradiated: usually radiotherapists delineate a relatively wide margin around sensitive organs which must not be affected by radiation. This margin may be of several centimeters (particularly in the lungs due to the breathing). Heart segmentation can also be useful as a preliminary step for registration of multimodality images, such as CT, positron emission tomography (PET), single photon emission computed tomography (SPECT) or magnetic resonance imaging (MRI), and in particular for those obtained with new combined PET/CT or SPECT/CT devices.

1.1. Related work

Most heart segmentation methods proposed in the literature deal with the segmentation of internal structures (in particular the left ventricle) as in Refs. [1–7] for instance. However, there is also a need to segment the heart as a whole in order to distinguish its limits and the separations with surrounding

Corresponding author. Tel.: +33 1 45 81 75 85.

E-mail address: Isabelle.Bloch@ensst.fr (I. Bloch).

¹ A. Moreno is currently at INSERM U.562—Cognitive Neuroimaging Unit, CEA/SAC/DSV/I2BM/NeuroSpin, Bâtiment 145, Point Courrier 156, F-91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France.

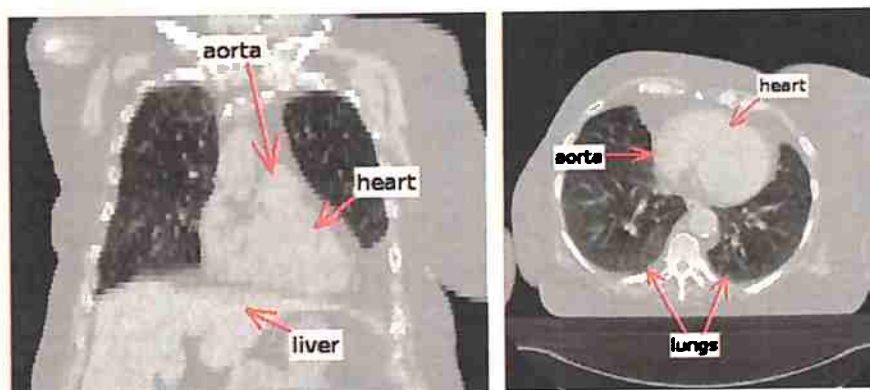


Fig. 1. Coronal (left) and axial (right) views of a CT image.

structures such as the liver or the aorta. The existing methods for segmenting the heart have been focused on MRI modality [5,7–11] or ultrasound [6,12] but rarely on CT [13–16]. However, for the aforementioned applications, CT is one of the most common anatomical imaging modalities.

Numerous cardiac segmentation methods have been developed to estimate the myocardial boundaries in MR images. A registration-based model is used in Ref. [5] and a clustering technique in Ref. [7]. Some methods [10,11] use prior knowledge learned from images models. Deformable models have also been widely used in segmenting cardiac images [11]. However, all these approaches rely on models obtained from MR images, on the modality acquisition (intensity values) or on the structures visible in this modality, in particular, the left ventricle. Therefore, they are not adapted to our problem on CT images.

Among the existing methods for segmenting the heart as a whole, Gregson [8] works on MR images where he manually selects a 2D slice containing the heart and then uses a hierarchical algorithm to segment other structures in this slice (torso, lungs, background). Once the heart is recognized in the selected slice, the segmentation is propagated to adjacent slices. Lelieveldt et al. [9] proposed another method to segment the heart as a whole in MR images. They base their segmentation on a fuzzy atlas of thoracic structures. Their method is applied on MR data and the fuzzy model must be built beforehand, which is a strong limitation, in particular for the segmentation of pathological images that may have a different structural configuration than the ones used for the atlas construction.

The segmentation method proposed by Jolly [14] was first developed to segment the left ventricle in 2D MR slices, and it has been extended to CT with minimal adjustments. Her method proceeds in two steps. First, a global localization step roughly localizes the left ventricle and then a local deformation step combines EM-based (expectation–maximization) region segmentation and Dijkstra active contours. One of the main difficulties she has found is that the epicardium is difficult to recover because there are no image edges between the myocardium and the liver. This method furnishes very satisfactory results for high-resolution contrast CT images. However,

it is not directly applicable to non-contrast and low resolution 3D CT images and major adaptations and extensions would be needed.

The work by Funka-Lea et al. [13] deals with the segmentation of the heart as a whole in CT. Their goal is to isolate the outer surface of the entire heart in order to easily visualize the coronary vessels. They make use of graph-cuts for the segmentation [17,18]. Their method is fast and robust for contrast CT studies with sub-millimeter resolution where the brightest regions are bone and blood. However, as the initialization of the graph-cut algorithm depends on the characteristics of a contrast study, it is not adapted to non-contrast CT images, which are common in radiotherapy applications. The goal and the type of images are therefore different from the ones in the present application.

The work by Ecabert et al. [15,16] describes a multi-compartment mesh of both atria, both ventricles, the myocardium around the left ventricle and the trunks of the great vessels and it is adapted to an image volume. The adaptation is performed in a coarse-to-fine manner by progressively relaxing constraints on the degrees of freedom of the allowed deformations. Their method is largely validated on high resolution contrast CT and it furnishes very satisfactory results.

However, these methods are not directly applicable to non-contrast and low resolution 3D CT images and major adaptations and extensions would be needed. The segmentation of the heart in non-contrast CT images presents specific difficulties due to their low contrast and the similar grey-level values of the surrounding structures (liver, tumors). This is illustrated in Fig. 1 where it can be observed that the limits between the heart and the aorta or the liver are difficult to distinguish visually (even for experts). The low resolution (compared to existing submillimetric CT data) and the anisotropy of these CT exams are additional difficulties for the segmentation of the heart. Due to these difficulties, non-contrast CT is not generally used in cardiology. Other non irradiant techniques such as ultrasounds, which are less invasive, or MRI, which can provide a better resolution and contrast, are usually preferred in this field. However, ultrasounds do not furnish enough quality for many applications and MRI is not yet a routine technique

in many medical centers. In the case of using CT for cardiac applications, contrast CT exams are acquired. For these reasons, to the best of our knowledge, there exists no method for the segmentation of the heart for non-contrast CT images and the existing methods for other modalities cannot deal with this type of images. Even the methods applied on CT images cannot be used on non-contrast studies without previous adaptation. Non-contrast CT is widely used in clinical routine and additionally provides better quality for the study of hard tissues such as bones, which can serve as a rigid references for several applications such as registration, surgery or radiotherapy planning. For oncology and radiotherapy, heart segmentation is very useful and the processing of this modality would avoid the necessity of other supplementary imaging acquisitions.

1.2. Overview of the proposed method

In spite of the aforementioned drawbacks of the CT images used in radiotherapy, they have some particular characteristics, as the homogeneity of morphologic structures signal and the high contrast of the lungs compared to their surrounding structures. Therefore, we propose an original method that relies on these particular features of the images. The proposed algorithm includes constraints and anatomical knowledge in order to perform a robust segmentation of the heart by guiding a deformable model and thus, overcome the limits of the image acquisition.

Our approach relies on the segmentation of neighboring structures, which provide a strong constraint on the relative position and shape of the targeted structure. Based on the same principle, we have developed hierarchical methods to segment different organs of the body such as deep brain structures [19] or thoracic and abdominal structures [20]. The idea is to deal first with the easiest structures to segment and then continue with those of increasing difficulty, using prior knowledge about the position of a structure with respect to the previously segmented ones. As shown in Refs. [21,22], spatial relations improve the robustness of the segmentation of the structures even in the presence of pathologies. Another class of methods segment multiple objects simultaneously. For example, a level set approach based on a maximum a posteriori (MAP) framework using a neighbor prior constraint is used in Ref. [23].

In this paper, we propose an automatic method to segment the heart as a whole based on the modeling of spatial relations between the heart and the lungs. Since the segmentation of the lungs is generally simple in CT scans due to their high contrast with respect to surrounding tissues, they are segmented first in order to define a region of interest (ROI) of the heart. This region is used to define the initialization of a deformable model. Then the anatomical knowledge is included in the deformable model to segment the heart. A preliminary version of our method can be found in Ref. [24], where the use of the spatial relation “between” is explored in order to segment the heart. This study has shown encouraging results. In this paper a deeper study is developed, new pieces of anatomical knowledge are taken into account to improve the robustness and the

automaticity of our approach, and the method is applied on a larger database.

In Section 2, our approach based on anatomical knowledge representation is introduced. In Section 3, we describe the first step of our method which defines the ROI of the heart. Then in Section 4 the segmentation of the heart using deformable models constrained by anatomical knowledge is described. Next, in Section 5 some results are shown and compared with manual segmentations.

2. Expression of anatomical knowledge

Although the delineation of the heart is a difficult task in CT, experts are able to segment this organ manually because they rely on their expertise and their knowledge of the anatomy. This a priori knowledge is usually represented by anatomical descriptions using qualitative and imprecise statements. Translating this type of knowledge in a computationally efficient form, suitable for image processing, requires to model mathematically vague statements and imprecision. Therefore, a fuzzy representation of this kind of knowledge fulfills our requirements.

The anatomical descriptions of the heart usually include the statement “the heart is between the lungs”. Our method relies on modeling this statement (denoted by K1) as well as the position of the heart (K2 and K3) inside this region:

K1: “The heart is between the lungs”.

K2: The center of the heart is “between the lungs and far from them (i.e. the center of the heart is in the middle of the lungs in the region which is the furthest from both lungs) but closer to the left lung than to the right lung”.

K3: The heart is placed “in the anterior (closer to the chest than to the back) and inferior (near the diaphragm) region of the bounding box of the lungs”.

The preliminary step consists in segmenting the lungs. This is done using a method inspired from Ref. [20] and relies on the following steps. First, a classification using the k-means algorithm is used in order to detect the lungs. Then, a consistency test is applied in order to verify that the volume of the segmented lungs has a plausible value. If it is the case, the result is refined by using some mathematical morphology operations (a hole filling and a closing) and a deformable model in which the GVF (Gradient Vector Flow) [25] is used as a term of fidelity to the data. Otherwise, the process is repeated with another class in the k-means algorithm. An example of the segmentation of the lungs is illustrated in Fig. 2(a).

2.1. Modeling K1

A complete study of the spatial relation “between” has been made in Ref. [26], in which different definitions of this spatial relation are proposed, compared and discussed according to different types of situations.

A simple (crisp) definition of “between” consists in using the convex hull of the union of the two involved objects. However, the use of a convex hull to find the heart is not suitable because

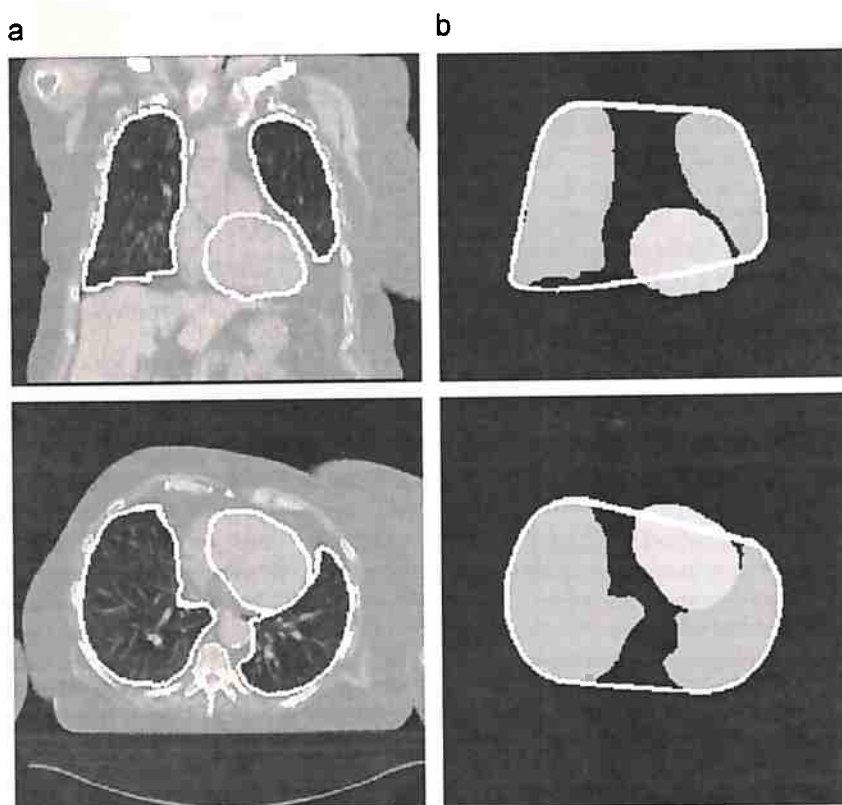


Fig. 2. Coronal (top row) and axial (bottom row) views of an example of the segmentation of the lungs and the heart: (a) the contours of these organs are superimposed on the original image and (b) the convex hull of the lungs is superimposed on the segmented lungs and heart (some parts of the heart are not contained in this region).

some parts of the organ are outside the resulting region as illustrated in Fig. 2. This is a strong argument in favor of more sophisticated definitions which should take into account a larger region than the convex hull corresponding to a somewhat looser meaning of the “between” area.

This idea is achieved by means of fuzzy dilation of each object in the direction of the other. Thus, among the definitions detailed in Ref. [26], we have chosen the fuzzy directional dilation definition of the relation “between”. The interest of this definition is that the “between” region extends smoothly outside the convex hull of the union of both objects which is a required feature for our application. The region between A_1 and A_2 is defined as a fuzzy set in the image domain, as

$$\beta_{btw}(A_1, A_2) = D_{v_2}(A_1) \cap D_{v_1}(A_2) \cap A_1^C \cap A_2^C \quad (1)$$

$$D_{v_i}(A_j) = D_{v_i}(A_j)^C, \quad i, j = 1, 2$$

where A_1 and A_2 represent the objects (the lungs in our case), A^C represents the (fuzzy) complementation of A and $D_{v_i}(A_j)$, $i, j = 1, 2$, is the fuzzy dilation of A_j with the fuzzy structuring element v_i as defined in Ref. [27]

$$D_v(\mu)(x) = \sup_y t(\mu(y), v(x-y)) \quad (2)$$

Thus, fuzzy dilation corresponds to a degree of intersection between the fuzzy set to be dilated μ and the fuzzy structuring element v translated at point x . t denotes a t-norm and x and y points of space. An example of fuzzy dilation is shown in Fig. 3(d). The conjunctions (\cap) in Eq. (1) are performed using the t-norm “minimum”. The membership degree $\beta_{btw}(A_1, A_2)(x)$ represents the degree to which x is between A_1 and A_2 .

The structuring elements are derived from the angle histogram between both objects [28]. In 3D (using spherical coordinates) the direction is represented by two angles, that are denoted by α_1 and α_2 (with $\alpha_1 \in [0, 2\pi]$ and $\alpha_2 \in [\pi/2, \pi/2]$, the 2D case corresponding to $\alpha_2 = 0$) [29]. Given an axis of reference, say the x -axis denoted by u_x , for each pair of points (p_1, p_2) with $p_1 \in A_1$ and $p_2 \in A_2$, the angles between the axis and the segment joining these two points, $p_1 p_2$, are computed: α_2 is the angle between $p_1 p_2$ and its projection on the x - y plane and α_1 is the angle between this projection and u_x . The histogram of the obtained angles $h_{(A_1, A_2)}(\alpha_1, \alpha_2)$ for all possible pairs of points is then defined as

$$h_{(A_1, A_2)}(\alpha_1, \alpha_2) = \sum_{(p_1, p_2), p_1 \in A_1, p_2 \in A_2} \delta(\alpha_1, \alpha_2) \quad (3)$$

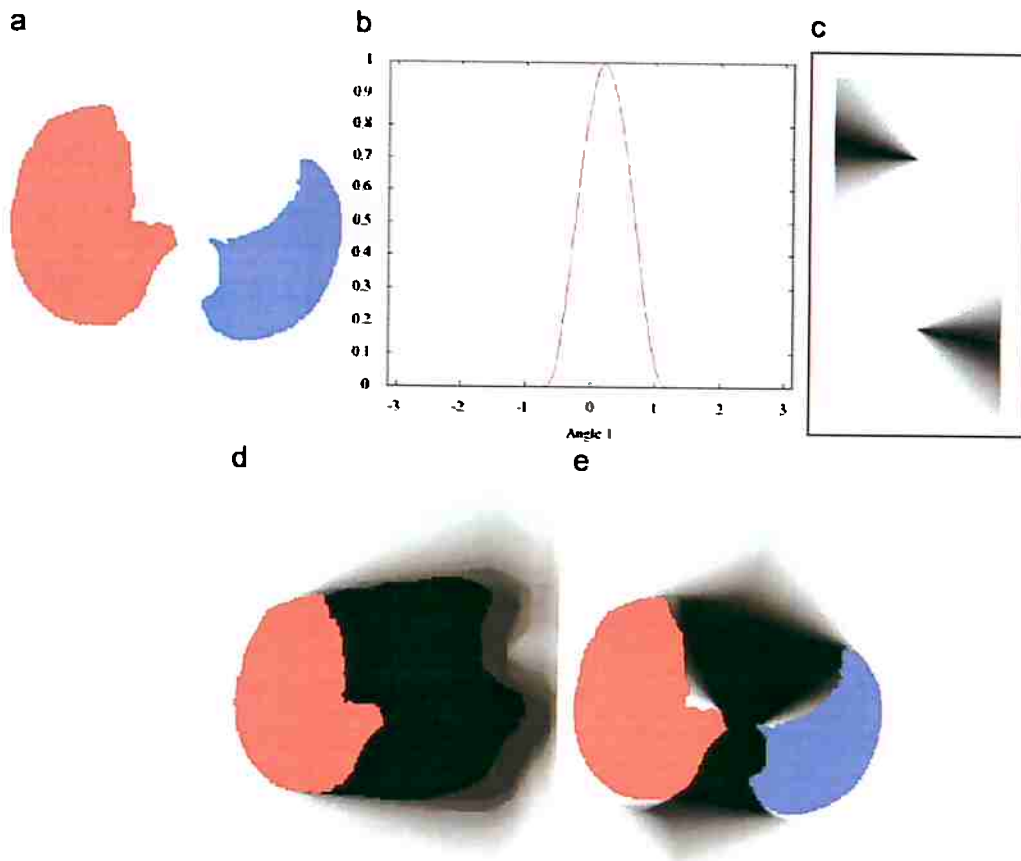


Fig. 3. Some of the steps for computing $\beta_{BTW}(A_1, A_2)$: (a) The segmented lungs A_1 (in red) and A_2 (in blue), (b) the normalized angle histogram $H_{(A_1, A_2)}$ with respect to the horizontal axis, (c) the structuring elements v_1 (top) and v_2 (bottom), (d) fuzzy dilation of the right lung (A_1) with the fuzzy structuring element v_2 , $D_{v_2}(A_1)$, (e) fuzzy region β_{BTW} between the lungs, superimposed on the segmented lungs. The membership values to β_{BTW} vary from 0 (white) to 1 (black). The illustration is provided in 2D for the sake of readability.

It can be normalized as

$$H_{(A_1, A_2)}(\alpha_1, \alpha_2) = \frac{h_{(A_1, A_2)}(\alpha_1, \alpha_2)}{\max_{(\alpha_1, \alpha_2)} h_{(A_1, A_2)}(\alpha_1, \alpha_2)} \quad (4)$$

in order to be interpreted as a fuzzy set.

The structuring elements are derived as

$$v_2(r, \alpha_1, \alpha_2) = H_{(A_1, A_2)}(\alpha_1, \alpha_2), \quad (5)$$

$$v_1(r, \alpha_1, \alpha_2) = \frac{H_{(A_1, A_2)}((\alpha_1 - \pi) \pmod{2\pi}, \alpha_2)}{v_2(r, (\alpha_1 - \pi) \pmod{2\pi}, \alpha_2)}, \quad (6)$$

where r is the radius in spherical coordinates. The structuring elements represent the relation between the two objects and they define the direction to be used for the fuzzy dilation [30]. v_1 represents the direction from object A_2 to object A_1 and v_2 the opposite direction.

An illustrative example in 2D is shown in Fig. 3 where A_1 (the right lung) is on the left in the figure and A_2 (the left lung) is on the right. For instance, if object A_2 is mainly to the right of

object A_1 (in the figure) (see Fig. 3(d)), then v_1 represents “to the left of” and v_2 “to the right of”. Eq. (1) defines the region which is both to the right of A_1 ($D_{v_2}(A_1)$) and to the left of A_2 ($D_{v_1}(A_2)$) excluding A_1 and A_2 ($A_1^c \cap A_2^c$), but which is not to the left of both A_1 and A_2 ($D_{v_1}(A_1) \cap D_{v_1}(A_2)^c$) nor to the right of both ($D_{v_2}(A_1) \cap D_{v_2}(A_2)^c$). Fig. 3(e) shows the region between the lungs obtained with this definition.

An example of the region between the lungs obtained in 3D with this definition is shown in Fig. 4(a).

2.2. Modeling K2

K2 represents the following anatomical knowledge: the center of the heart is “between the lungs and far from them (i.e. close to the middle of the lungs) but closer to the left lung than to the right lung”. The computation of a distance function to the lungs combined with K1 allows the modeling of the first part of this statement. In order to account for the second part, a

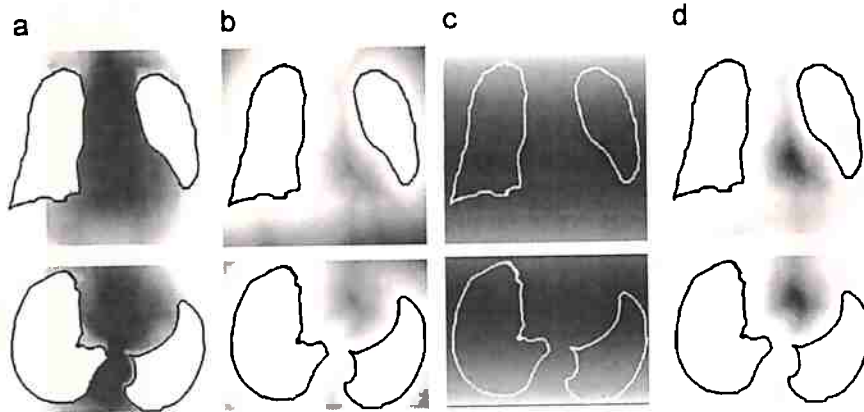


Fig. 4. (a) K1, the spatial relation “between”, β_{btw} . (b) K2, the distance map to the lungs, β_{ffl} . (c) K3, the distance map to the horizontal line, β_{BB} , and (d) conjunctive fusion of K1, K2 and K3, β_R . The membership values vary from 0 (white) to 1 (black). Coronal views are in the top row and axial views in the bottom one. The contours of the lungs are superimposed in black (a,b,d) and in white (c) for better visualization.

Table 1

Mean and standard deviation of the distances of the centroid of the heart to both lungs (for K2) and mean and standard deviation of the percentage of the bounding box of the lungs where the centroid of the heart is located (for K3)

Distance of the heart centroid to the right lung (mm)	69.98	7.96
Distance of the heart centroid to the left lung (mm)	47.35	6.12
% of bounding box of lungs in y	31.7	7.18
% of bounding box of lungs in z	32.1	7.98

dilated right lung has been used to calculate the distance function. Thus, the maximum of the distance function between the lungs is closer to the left lung. In order to find how much the center of the heart is closer to the left lung than to the right lung, some measures have been performed by an expert on images from different patients. In addition to this, the distances of the centroid of the heart (the center of its bounding box) have been computed for the 10 cases of our database where the heart has been manually segmented. The results in Table 1 confirm that the centroid of the heart is 2–3 cm closer to the left lung than to the right lung. For this reason, a morphological dilation of 3 cm for the right lung has been used to find correctly the approximate center of the heart. The distance function d is computed using a chamfer algorithm [31]. The normalized distance function can be interpreted as a fuzzy set which represents the region “far from the lungs but closer to the left lung”. Therefore, its membership function β_{ffl} , illustrated in Fig. 4(b), is defined at a point x as

$$\beta_{ffl}(x) = \frac{d(x, D_3(A_1) \setminus A_2)}{\max_y d(y, D_3(A_1) \setminus A_2)}, \quad (7)$$

where $D_3(A_1)$ denotes the morphological dilation of 3 cm of the right lung and A_2 the left lung.

2.3. Modeling K3

The heart is placed in the anterior (closer to the chest than to the back) and inferior (near the diaphragm) region of the

bounding box of the lungs. Here it is assumed that the patients are always in a similar position and that the orientation does not change from one patient to another (there is almost no difference in rotation), and therefore the bounding boxes of the lungs are comparable. This region is defined as the inverted (normalized) distance β_{BB} to a horizontal line L which is at $\frac{1}{3}$ (33%) of the height of the bounding box from its inferior limit and at $\frac{1}{3}$ (33%) of its width in the anterior–posterior direction from its anterior limit:

$$\beta_{BB}(x) = 1 - \frac{d(x, L)}{\max_y d(y, L)}. \quad (8)$$

As for K2, the position of the horizontal line L was estimated by an expert on images from different patients and it has been confirmed by the results illustrated in Table 1 which shows the mean and standard deviation of the position of the centroid of the heart with respect to the bounding box of the lungs. The fuzzy set β_{BB} is illustrated in Fig. 4(c) where it can be observed that the value of β_{BB} decreases linearly when the distance to L increases.

2.4. Using K1, K2 and K3

Although K2 and K3 are not as critical as K1, they have proved to be useful in order to get a robust and automatic initialization in all cases. If K1 is not included, anything but the heart can be segmented (typically, something in the abdomen if it is included in the image) because the processing is not centered in the region between the lungs. If K2 is not used, the aorta can be segmented instead of the heart, since it is between the lungs but not in the widest part between them. If K3 is not used, then some parts of the heart are not segmented but the aorta is included in the superior region of the lungs bounding box. Without K2 and K3, the algorithm furnishes an incomplete result or a result that includes too many structures. Thus the use of K2 and K3 improves the results by refining anatomical knowledge.

The exploitation of all this anatomical knowledge is performed at two levels:

- (1) first a ROI is selected by combining the different pieces of anatomical knowledge (Section 3);
- (2) then the anatomical knowledge is introduced in the evolution scheme of a deformable model to find the boundaries of the heart inside the ROI (Section 4).

3. Definition of the ROI

The goal of the step described in this section is to find a ROI containing the heart which is defined as a sphere centered in a point obtained in a robust way using the anatomical knowledge modeled as stated in the previous section. In 2D, as explained by Gregson [8], the maximum of the distance function to the lungs (on a previously selected slice containing the heart) is a good candidate to be the center of a disk containing this organ. This uses only a part of K2 in 2D, which leads to a poor robustness in general. We propose to extend this idea to 3D and to improve the localization by using K1, K2 and K3. Thus, the algorithm to find the center of the ROI has the following steps:

- (1) Conjunctive fusion of β_{btw} , β_{ffl} and β_{BB} :

$$\beta_R(x) = \beta_{btw}(A_1, A_2)(x) \beta_{ffl}(x) \beta_{BB}(x).$$

This conjunctive combination of K1, K2 and K3, realized with the t-norm “product”, means that the points with higher

values will fulfill all the spatial constraints. The result of this combination is illustrated in Fig. 4(d).

- (2) Calculation of the sphere-ROI. The center of the sphere is defined as the point having the maximum value in the fusion result. The radius is defined as the value of the minimum distance to the right lung at this point plus 10% of this distance (so that the relation is large enough to include the heart in all cases).

This stage provides a restricted ROI for the heart (not too many surrounding structures included) and it has proven to be robust enough since it uses some stable characteristics of the center of the heart and relies on general anatomical knowledge. This is illustrated in Fig. 5, where the resulting ROIs for the 10 cases are superimposed on the original CT images.

4. Deformable model with anatomical constraints

Once the ROI is selected, a deformable model is used to segment the heart inside this region.

Deformable models were introduced by Kass et al. [32] and are often used for segmentation in image processing [33–37]. They consist in defining an initial m -D object in n -D, with $n \geq m$ (a surface in 3D in the present case) that evolves under the effect of some forces towards a final state. In an optimal case, this final state corresponds to the object to be segmented.

The evolution of the deformable surface of negligible mass X can be described using a dynamic force formulation and

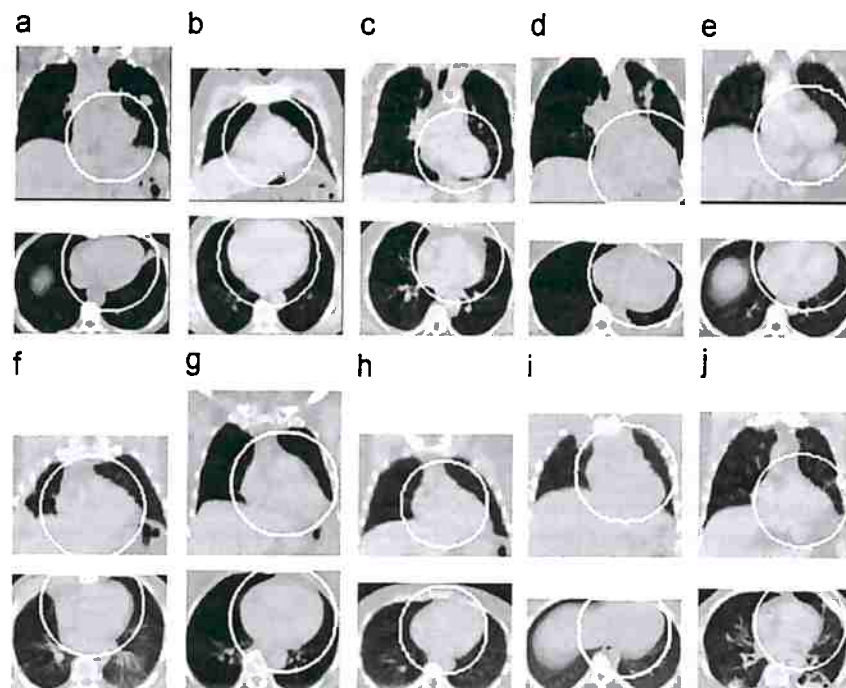


Fig. 5. Coronal (top) and axial (bottom) views of the superimposition of the obtained ROIs (circles) and the original images for the 10 cases.

written as follows:

$$\gamma \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} = \mathbf{F}_{int}(\mathbf{X}) - \mathbf{F}_{ext}(\mathbf{X}),$$

where \mathbf{F}_{int} is the internal force related to the physical properties or constraints of the model that specifies the regularity of the surface, and \mathbf{F}_{ext} is the external force that drives the surface towards the desired features in the image (in general image edges) and sometimes includes forces interactively introduced by the user. The solution is the steady state of the previous equation.

The internal force is defined as [32]

$$\mathbf{F}_{int} = \alpha \nabla^2 \mathbf{X} - \beta \nabla^2 (\nabla^2 \mathbf{X}), \quad (9)$$

where α and β , respectively, control the surface tension (which prevents it from stretching) and rigidity (which prevents it from bending) and ∇^2 is the Laplacian operator.

The external force can be defined with the Gradient Vector Flow (GVF) [25] as also used in Refs. [19,20,38]. The GVF defines a vector field towards the previously calculated contours of the image (the edge map). As proposed in Refs. [38,39] the external force can also include spatial relations in order to constraint the segmented object to stay in a region where given spatial relations are satisfied.

The anatomical knowledge described in Section 2 is introduced in the external force \mathbf{F}_{ext} combined with a weighted pressure force. Thus, the external force describes both edge information (GVF) and structural constraints:

$$\mathbf{F}_{ext} = \lambda \mathbf{F}_{gvf} + (1 - \lambda) \mathbf{F}_R - \mathbf{F}_p, \quad (10)$$

where \mathbf{F}_{gvf} is a classical data term that drives the model towards the edges [25], \mathbf{F}_R is a force associated to the spatial relations, $\lambda \in [0, 1]$ is a weighting parameter and \mathbf{F}_p represents a pressure force [40], normal to the surface.

4.1. Initialization of the deformable model

The initial surface is a sphere included in the ROI (same center) chosen small enough so that it can be assumed that it has to expand to segment correctly the heart. In this work, the size of the small sphere has been fixed to 10 mm, but it could also be defined as a percentage of the radius of the ROI. A small sphere has been chosen as initialization (instead of directly the sphere-ROI) in order to ease the evolution of the deformable model. If the sphere-ROI is used as initialization and deformed by enforcing contraction, the deformable model stops at the high contrast contours outside the heart and an erroneous segmentation would be obtained. However, inside the heart, there exist much less contrasted contours and thus the deformable model evolves towards the external limits of this organ. The initial small sphere is illustrated in Fig. 6. During its evolution, the deformable model is constrained to remain inside the sphere-ROI. This can be seen as a restriction. However, the sphere-ROI is large enough to ensure that the heart is contained in it in all tested cases. If the center of the ROI has been computed correctly (i.e. it is in the center of the heart), the heart will be contained in the ROI.

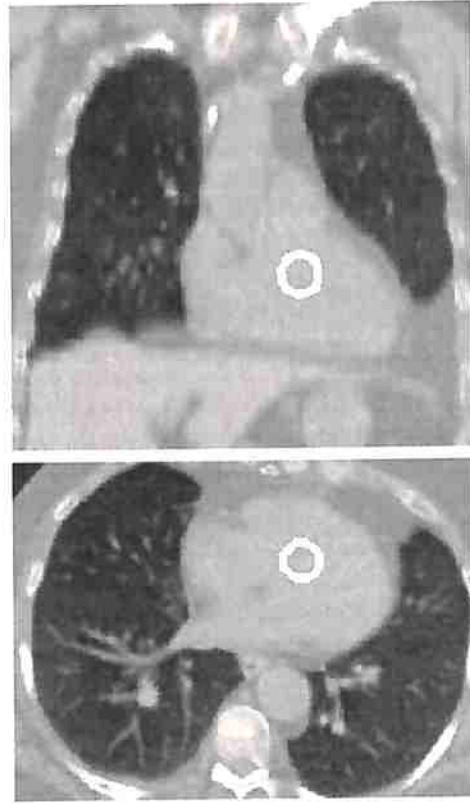


Fig. 6. Coronal and axial views of the initial contour of the deformable model superimposed on the CT image.

4.2. Spatial relations force

The force \mathbf{F}_R must constraint the model to evolve towards the regions with high values of β_R . This means that the force \mathbf{F}_R drives the deformable model towards regions closer to the lungs and “less between” them than the center, which is the complementary of K1, K2 and K3 defined in Section 2. When the relation β_R is completely satisfied (inside the lungs and in the regions not between them), the model should only be driven by edge information (\mathbf{F}_{gvf}) and \mathbf{F}_R should be 0 if $\beta_R = 1$. These vector fields are shown in Fig. 7. This illustrates an important advantage of using fuzzy spatial relations to guide the model, as a vector field can be defined towards the regions where the relations are more satisfied.

Several methods for external forces that fulfill these properties are described in Ref. [39]. A gradient diffusion technique has been chosen due to the smoothness and the wide attraction range of the resulting vector field. Thus, the GVF is calculated by replacing the edge map of the original formulation with our fuzzy set β_R

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = c \nabla^2 \mathbf{u} - \beta_R \nabla^2 (\mathbf{u} - \beta_R), \quad (11)$$

$$\mathbf{u}(x, 0) = \beta_R(x),$$

where t is the time parameter, x a point of space and c defines the trade-off between the two terms (here it is equal to 0.15 as

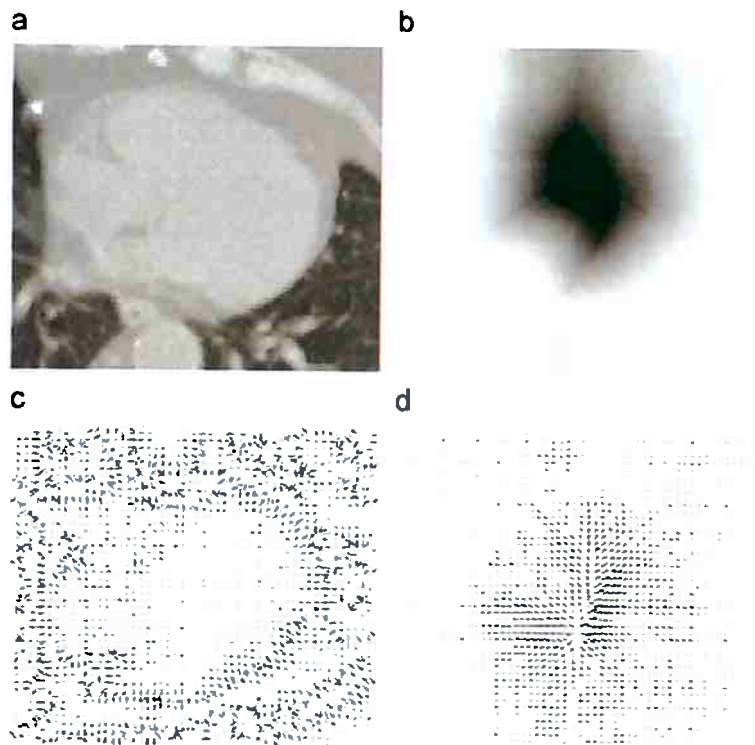


Fig. 7. Detail of the original CT image (a) and vector field \mathbf{F}_{gvf} corresponding to the GVF (c). Detail of β_R (b) and vector field \mathbf{F}_R associated (d).

suggested in Ref. [41]). The first equation is a combination of a diffusion term that will produce a smooth vector field and a data term that encourages \mathbf{u} to stay close to β_R , i.e. we want it to be stronger when the variations of β_R are more important so that the deformable surface evolves from regions completely between the lungs towards regions not between the lungs. In regions where β_R is low, the diffusion term will prevail. The less the relation β_R is satisfied the higher the modulus of the force should be, thus it has to be proportional to β_R . The following normalization is used: $\mathbf{F}_R = \beta_R(\mathbf{u}/|\mathbf{u}|)$ where \mathbf{u} is the GVF defined by Eq. (11).

4.3. Pressure force proportional to spatial relations

The term \mathbf{F}_p in Eq. (10) represents a pressure force [40], normal to the surface and whose amplitude is $w_p(x) = k_1\beta_R + k_2$ where k_2 represents the modulus of a constant pressure in all points of space and k_1 weights a pressure term proportional to β_R . Their effect is explained in Section 5. This pressure force reinforces the effect of spatial relations and improves convergence as it is stronger at the points between the lungs which are the farthest from them (where β_R takes higher values), and it decreases when getting closer to them (where β_R takes lower values because the chosen spatial relations are less fulfilled). Indeed, this pressure force is needed to avoid the following effect: if the weight of \mathbf{F}_R is increased only with respect to \mathbf{F}_{gvf} , the influence of the edge map is reduced and the accuracy of the segmentation near the contours of the image worsens.

5. Results

Our algorithm has been applied on 10 different cases of CT images. These exams come from different medical centers and have different characteristics (size, resolution, contrast). Their sizes are $512 \times 512 \times Z$ voxels with Z varying from 63 to 122 and their resolutions are typically around $2 \text{ mm} \times 2 \text{ mm} \times dz \text{ mm}$ for the three directions of the space (x , y and z , respectively), with dz varying from 4.5 to 7.5 mm.

5.1. Parameter tuning

In our experiments, the following parameters have been used:

The radius of the initial sphere for the deformable model is small enough (10 mm) to ensure that the starting surface is completely contained inside the contours of the heart. An example of the initial contour is shown in Fig. 6.

The value of λ is adapted for each particular case (see Table 3). In general, it gives a more important weight to the GVF force (\mathbf{F}_{gvf}) because it guides the deformable model towards the contours, whereas \mathbf{F}_R represents a more general evolution. However, the spatial relation force remains necessary for the evolution of the deformable model as illustrated in Fig. 8(a).

The values of the constants k_1 and k_2 for the pressure force weight are shown in Tables 2 and 3. The parameter k_1 bal-

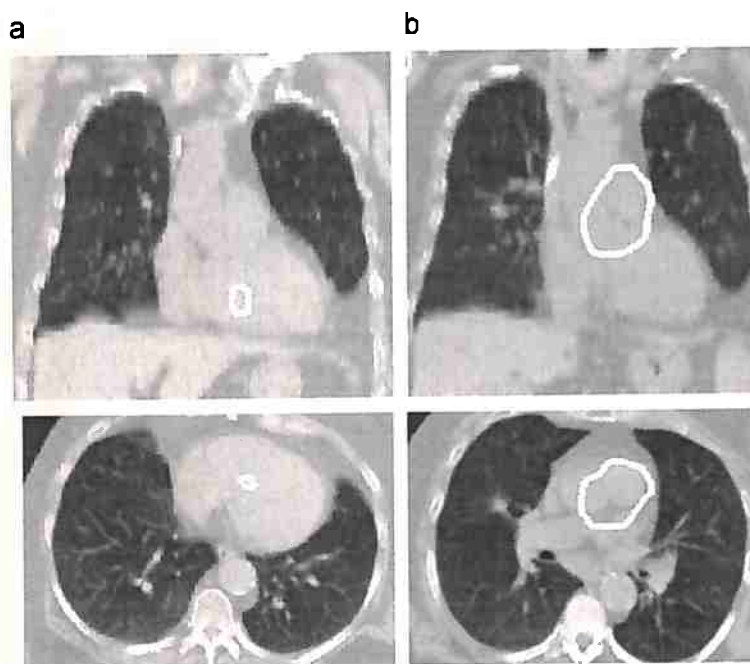


Fig. 8. Coronal and axial views of some results of heart segmentation. The contours, superimposed on the CT image, have been calculated: (a) using only the GVF force, which is not sufficient at all; and (b) using the GVF and a pressure force weighted with the membership function of the spatial relations (F_p), without the force derived directly from spatial relations. The result in (b) shows that F_R is fundamental for the segmentation of the heart as, without the force F_R , the results are not satisfactory at all. These images correspond to the patient illustrated in Fig. 5(c).

Table 2
Invariable parameters for all the cases in the database

Radius of the initial sphere	Number of iterations	α	β	k_2	c
10 mm	10000	0.2	0.1	0.2	0.15 (0.05–0.3)

ances the pressure force in order to prevent the deformable model from inflating too much or too little and k_2 pushes softly the model in order to reach the contours of the heart far from the initial small sphere.

The internal force coefficients in Eq. (9) are $\alpha = 0.2$ and $\beta = 0.1$ which provide a good trade-off between tension and rigidity.

The value of c in Eq. (11) has been chosen equal to 0.15 because it is the classical value, as suggested in Ref. [41]. However, similar results are obtained for values of c between 0.05 and 0.3.

These parameters have been chosen empirically. Table 2 shows the values of the parameters that remain stable for all cases. Table 3 shows the values of the parameters to be adapted for different cases in order to obtain satisfactory results. λ may vary between 0.5 and 0.8 and k_1 has to be adapted depending on the case. For example, the value of k_1 is very different from the “standard” ones (only 0.1) for patients 4 and 5 in Table 3. In these cases, the first term of the pressure force which is

Table 3
Parameters used for the patients in the database

Patient	Dilation of right lung used for K2 (cm)	% of bounding box of lungs used for K3 (%)	λ	k_1
1	3	40	0.6	1
2	3	33	0.7	1
3	3	33	0.7	1
4	3	25	0.6	0.1
5	3	33	0.8	0.1
6	8	33	0.7	2
7	3	33	0.8	2
8	3	25	0.7	2
9	3	33	0.8	1
10	4	33	0.5	2

proportional to the spatial relations β_R has little influence in the evolution of the deformable model whereas the second term with a constant pressure (k_2) remains present (cf. Section 4.3). Depending on the position of the initial small sphere and on the contrast of the images (and, in consequence, on the edge map for the GVF), it may be necessary to reduce the influence of the pressure force, in particular when other structures (the aorta, the liver) are contained in a first segmentation. In any case, this pressure force is essential as it improves the convergence of the model. The size of the dilation of the right lung (for K2) and the percentage of the bounding box of the lungs (used for K3) do not have to be changed in general, except for some particular cases (outliers of the distributions illustrated in Table 1).

How to tune the parameters: The first parameters to fix are the distances for K2 and K3. This can be done by computing the sphere-ROI and the initial small sphere. If it is centered in the heart, it is a good initialization. Otherwise, the morphological dilation of the right lung should probably be increased. This stage could be realized by using a user interface in order to ease interaction. Then λ and k_1 have to be tuned. $\lambda = 0.7$ and $k_1 = 1$ are good initial parameters. Once the first result is computed, there exist several possibilities:

If the resulting contour is too small compared with the heart or some parts of the organ (typically the apex) are not included in the segmentation, then k_1 (the pressure force) has to be increased.

If the resulting segmentation is too large, then λ has to be increased in order to give more importance to the influence of the contours (the GVF) with respect to the spatial relations force.

If the heart is correctly delineated but the segmentation includes some parts of the aorta or the liver, either λ has to be slightly increased or k_1 should be decreased a little.

These guidelines may be useful in cases the results are not completely satisfactory with the standard values of the parameters. However, in most cases, these standard values lead to results that are accurate enough for radiotherapy purposes (since an additional security margin is added anyway).

Figs. 8 and 9 show some results of the segmentation of the heart using different combinations of the forces:

In Fig. 9(a) the heart has been segmented using the GVF and a force derived from spatial relations. The GVF guides the model towards the contours of the images and F_R represents a more general evolution towards the regions not between the lungs as explained in Section 4. However, this combination is not sufficient to segment completely the heart since the

deformable model does not reach the contours of the heart. For this reason, F_R must be reinforced with a pressure force if an under-segmentation of the heart is not desired.

The addition of a constant pressure force for the evolution of the deformable model improves the result. Nevertheless, the model inflates with the same strength in all directions, including parts of the surrounding structures (the aorta, the mediastinum and the liver) in the heart segmentation (Fig. 9(b)). The use of a pressure force weighted with the spatial relations avoids this undesired effect. This is illustrated in Fig. 9(c) where a satisfactory result is obtained. In this case, we have used the GVF, a force derived from spatial relations and a pressure force weighted with the membership function of the spatial relations as in Eq. (10). The addition of the spatial relations significantly improves the results. This is particularly visible near the left lung.

If this weighted pressure force is used without the force directly derived from spatial relations, the results are not satisfactory at all, as it can be observed in Fig. 8(b). In this case, the deformable model expands but, as the force of spatial relations is not present, the GVF guides the surface towards the strongest contours of the image and not towards the appropriate regions.

5.2. Computation time and complexity

The computation of the membership function “between the lungs” (K1) is the most expensive step with respect to computation time. The algorithm to compute the region “between” has a complexity in $O(n^2)$ where n is the number of voxels of the input image. However, the computation time is not a limitation (even in 3D) because the images can be under-sampled to obtain the region between the lungs, as a very precise result is not necessary at this stage. Thus, the image of the segmented lungs (with original sizes $512 \times 512 \times Z$ voxels with Z varying from 63 to 122) is under-sampled to a much lower size

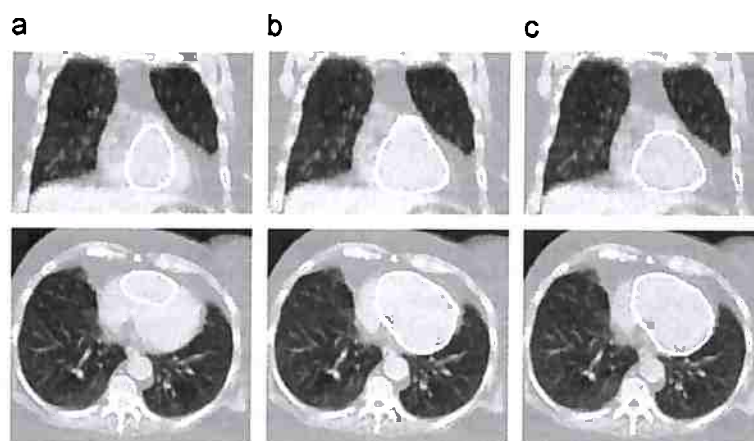


Fig. 9. Coronal (top row) and axial (bottom row) views of some results of heart segmentation. The contours, superimposed on the CT image, have been obtained: (a) using F_{GVF} and F_R : the heart is not completely segmented; (b) adding a constant pressure force for the evolution of the deformable model: some parts of the aorta are included in the heart segmentation; (c) using F_{GVF} , F_R and F_p : this combination avoids the inclusion of other structures in the heart segmentation. These images correspond to the patient illustrated in Fig. 5(c).

Table 4
Computation times for the membership function “between” the lungs without and with resampling of the images

Operation	Computer performances	Time
Total computation time under-sampling the images to 15 × 15 × 15	Sun Sparc Ultra-4, 2 GB RAM	< 4 min
Total computation time without under-sampling the images: 512 × 512 × 63	Sun Sparc Ultra-4, 2 GB RAM	17 h

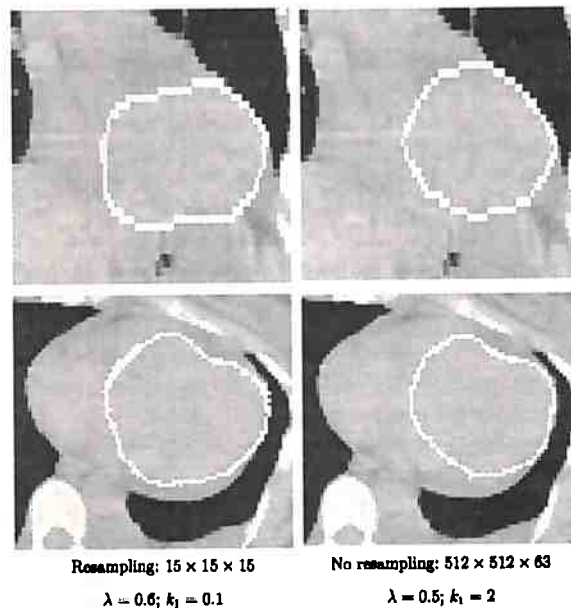


Fig. 10. Detail of the results of the segmentation of the heart for patient 4 with and without resampling and the adapted parameters.

(15 × 15 × 15 voxels), the region between them is computed using Eq. (1) and finally the resulting image is resampled to the original size (using a linear interpolation). In these conditions, the total computation time is less than 4 min and the computation of the region between the lungs takes about 65% of the total time. However, without under-sampling the computation time is much higher as shown in Table 4. The manual segmentation of the heart can take about 1 h for an expert. Therefore, the interest of the proposed method is to provide a fast result in a few minutes. Even if some interaction or even some correction of the result is necessary, our approach can ease the segmentation of the heart.

Noticeably, the important under-sampling of the images does not prevent obtaining a correct result. However, some parameters may have to be adapted. Fig. 10 shows the results obtained without and with under-sampling and the optimal parameters for each case.

The number of iterations for the evolution of the deformable model is set to 10 000, which has been empirically proven to be sufficient for convergence of the model, as the same results are obtained with a higher number of iterations. This takes less than 1 min with a 3.2 GHz (Pentium 4) Intel CPU, 1 GB RAM.

5.3. Evaluation

In Fig. 11 the results of our automatic heart segmentation method (in white) are compared with the manual segmentations (in black) for the 10 patients in Fig. 5. It can be observed that even for an expert the delineation of the limits of the heart in these regions remains very challenging due to the low contrast of the images. The further application of our segmentation algorithm is radiotherapy planning, where a large margin is outlined around the pathologies to irradiate. Therefore, the results illustrated here are considered as satisfactory.

In order to evaluate quantitatively our results, the 10 automatic segmentations obtained with our algorithm (A) have been compared with the 10 corresponding manual segmentations furnished by an expert (M). In the following A is the cardinality of the set of voxels A . Results are quantitatively assessed using different criteria:

the similarity index $S = 2M \cap A / (M \cup A)$ [42];

the sensitivity $SENS(M, A) = M \cap A / M$;

the specificity $SPEC(M, A) = M \cap A / A$ between both volumes;

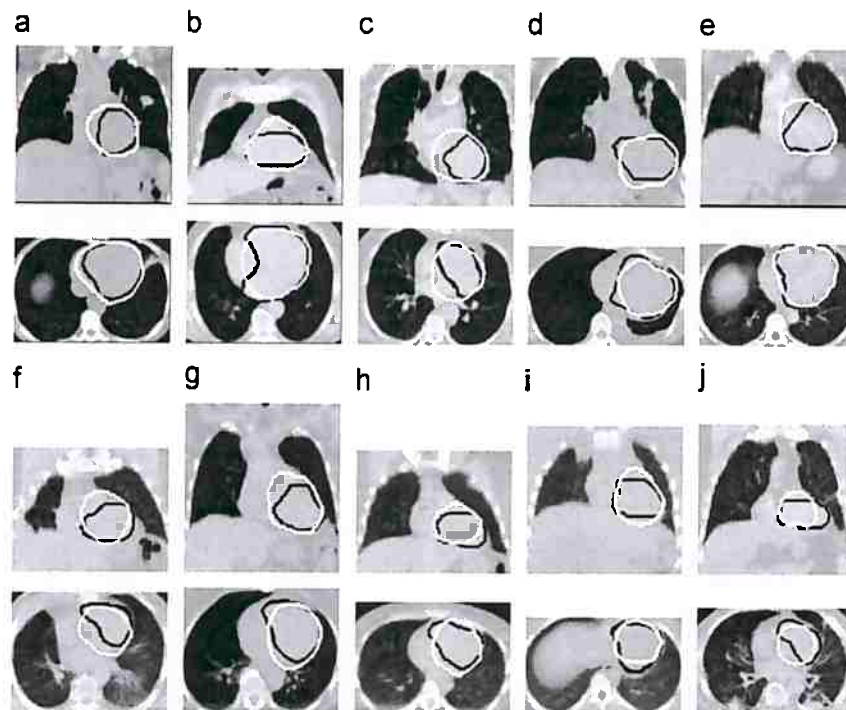


Fig. 11. Manual (black) and automatic (white) segmentations of the heart using our method for patients illustrated in Fig. 5.

the mean distance $D_m(M, A) = \frac{1}{2} (d_m(M, A) + d_m(A, M))$ with

$$d_m(M, A) = \frac{1}{M} \sum_p \min_q d(p, q),$$

where d is the Euclidean distance, between the surfaces.

As explained in Ref. [42] the similarity index S is sensitive to variations in shape, size and position and a value of $S > 0.7$ indicates a strong agreement. The value of S is equal to 1 when A and M totally overlap. The sensitivity (*SENS*) and specificity (*SPEC*) measures give us additional information about how the overlap of both structures is achieved. For instance, if the comparison of A and M yields a low sensitivity value but a high specificity one, it means that the automatic segmentation is too small. Both criteria are also equal to 1 if total overlap is achieved.

5.4. Discussion

Table 5 shows the obtained results. It can be observed that results are satisfactory as S is higher than 0.7 for almost all 10 cases. This is also confirmed by the high values of sensitivity and specificity. As stated above, the voxel resolutions in Z of these CT exams varies from 4.5 to 7.5 mm. Therefore, mean distances from 3.9 to 9.3 mm are perfectly acceptable. These results are also satisfactory if they are compared with the 5.5 mm of average error obtained by Funka-Lea et al. [13] on contrast CT exams with sub-millimeter resolutions.

Table 5

Results of comparing the manual segmentations of the heart with the results obtained with our automatic method for different patient images

Patient	Similarity index	Sensitivity	Specificity	Mean distance
1	0.77	0.96	0.64	6.4
2	0.70	0.90	0.58	9.3
3	0.74	0.92	0.62	7.4
4	0.84	0.83	0.84	3.9
5	0.80	0.91	0.71	4.9
6	0.75	0.78	0.72	6.1
7	0.71	0.88	0.60	6.6
8	0.67	0.71	0.62	7.1
9	0.77	0.81	0.73	4.5
10	0.64	0.60	0.70	7.8
Average	0.74	0.83	0.68	6.4

Distances are in millimeters (mm).

It can be observed that the values of the specificity are in general lower than those of the sensitivity. This means that our method furnishes segmentations of the heart larger than the manual delineations, which is consistent with the fact that, in radiotherapy applications, larger results are preferred to under-segmentations (see examples in Figs. 11(a), (b) and (e) corresponding to patients 1, 2 and 5, respectively).

The best results are obtained for patient 4, illustrated in Fig. 11(d). Indeed, the result of the automatic segmentation is visually close to the manual one. This is confirmed by the high value of S (0.84) and the low mean distance (3.9 mm).

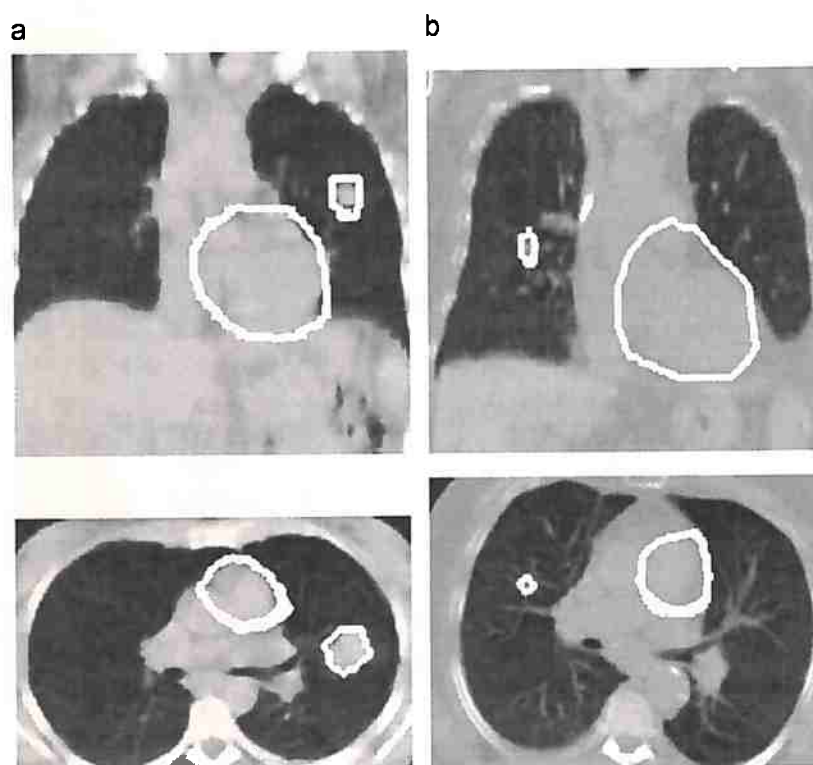


Fig. 12. Results of automatic heart segmentation for two cases where a tumor is present in the right (a) and in the left lung (b). Images in (a) correspond to the patient illustrated in Fig. 5(a) and images in (b) to the patient in Fig. 5(c).

Sensitivity and specificity have high values (0.83 and 0.84, respectively) in this case.

The highest mean distance is the one of patient 2. In this case, the segmentation includes a part of the aorta (see Fig. 11(b)). This is due to the fact that there is no edge information to separate it from the heart. This is one of the most challenging difficulties of our approach. Another difficulty is the separation of the heart and the liver. However, our method furnishes correct results for all cases. Only for patient 4 (Fig. 11(d)) a small part of the liver has been included in the heart segmentation.

The results shown in Table 5 for patient 6 have been computed with a morphological dilation of 8 cm for K2 (instead of the 3 cm used for the other cases). The segmentation was not correct with 3 cm, as confirmed by the low values of the similarity index (0.57), sensitivity (0.46) and specificity (0.40), and the high mean distance (11.2 mm). This dilation value furnished a wrong initialization (the small sphere was not centered in the heart). Therefore, different dilation values were tested (from 2 cm to 10 cm). The best result was computed with a dilation of 8 cm.

Our algorithm has been used on images coming from different centers and from different patients. Thus, there are differences in the contrast of the images and in the anatomy of the patients. Due to the differences in contrast, some limits between organs (or inside them) are visible in some of the studies and not in others. For example, a quite clear contour can be seen

inside the heart in Fig. 11(e), which is not present in the other cases. Our automatic segmentation approach deals with these differences. However, as illustrated with patient 6, the variations in anatomy from one patient to another are sometimes important and thus some parameters have to be adjusted for different images. In particular, in exams realized on children or in the case of lung resection, the parameters (and specially those based on distances) will probably need to be tuned. This may happen with different CT acquisition protocols, i.e. images acquired during normal breathing or in maximal inspiration (in this work the CT images are acquired in maximal inspiration). All the distances could be normalized with respect to the size of the lungs or to the size of the body, in order to find the parameters that could fit in all cases.

6. Conclusion

We propose an approach that uses fuzzy structural knowledge coming from spatial relations in order to segment the heart in CT images in a robust way. First, spatial relations are used to define the ROI of the heart and then, from the fuzzy sets representing the spatial relations, a new external force is derived and it is introduced in the evolution scheme of a deformable model.

As illustrated by our results, the modeling of the spatial relations and their incorporation into the deformable model

evolution significantly improve the segmentation of the heart compared with the classical approaches that are guided by a pressure force and GVF, by excluding non-desirable structures such as the aorta or the liver. The results have been evaluated by comparing them with segmentations of the heart realized manually by an expert, which shows the accuracy attained with our approach. These preliminary quantitative results show a strong agreement between the manual segmentations and the ones obtained by our approach, and confirm the potential of the proposed method. Nevertheless, the segmentation of the heart in CT images remains a difficult task as, even for experts, it is complicated to define the limits of this organ in this modality. For this reason, our method should be applied to larger databases, with manual segmentations obtained from a common agreement of a group of experts to go further in the evaluation.

7. Future work

One of the foreseen applications of our method is radiotherapy planning. Usually radiotherapists delineate a relatively wide margin around sensitive organs which must not be affected by radiation. This margin, which may be of several centimeters (particularly in the lungs due to the breathing) is much larger than the mean distances shown in Table 5. Thus, the obtained results show that our segmentation method provides accurate enough results for the segmentation of the heart. Fig. 12 shows some results of heart segmentation with a tumor in the lungs. This illustrates the usefulness of the segmentation of the heart in radiotherapy planning as, once the segmentations of the heart and the tumor are computed, the delineation of the security margins is much easier and could even be automated. In addition to this, our method can also be used for diagnosis of other cardiovascular diseases. In particular, the new combined devices PET/CT and SPECT/CT, widely used in cardiology and oncology, often furnish non-contrast and low-resolution CT images. Our approach, as opposed to the one by Funka-Lea et al. [13] for example, is adapted to this type of data.

Future work aims at applying our algorithm to other imaging modalities such as positron emission tomography (PET) images, and experimenting with other definitions of the spatial relation “between” [26]. In addition to this, the research of the best parameter combination could be automated in order to take into account potential variations in anatomy. The most sensitive step of our method is the initialization of the deformable model. If the small sphere is not centered inside the heart, the results of the segmentation may be unsatisfactory. This step can be improved by adding an interactive interface at this stage in order to let the user correct the initialization if necessary. This kind of interaction is easily accepted and even often desired by clinicians.

Further applications include the use of the segmentation of the heart in registration algorithms based on structures [43] or based on features/landmarks [44], necessary even in PET/CT and SPECT/CT combined devices, and subsequently, in radiotherapy planning procedures.

Acknowledgments

The authors would like to thank Liège, Lille, Louisville and Val de Grâce Hospitals for the images and the members of Segami Corporation for their contribution to this project. This work was partially supported by the French Ministry of Research, by the CAPES (BEX3402/04-5) and by a “Paris-Tech/Région Ile-de-France” Fellowship.

References

- [1] T. McInerney, D. Terzopoulos, A dynamic finite element surface model for segmentation and tracking in multidimensional medical images with application to cardiac 4D image analysis, *Comput. Med. Imaging Graphics* 19 (1) (1995) 69–83.
- [2] J.S. Suri, Computer vision pattern recognition and image processing in left ventricle segmentation: the last 50 years, *Pattern Anal. Appl.* 3 (3) (2000) 209–242.
- [3] H. Assen, M. Danilouchkine, A. Frangi, S. Ordás, J. Westenberg, J. Reiber, B. Lelieveldt, SPASM: a 3D-ASM for segmentation of sparse and arbitrarily oriented cardiac MRI data, *Med. Image Anal.* 10 (2) (2006) 286–303.
- [4] L. Zhukov, Z. Bao, I. Guskov, J. Wood, D. Breen, Dynamic deformable models for 3D MRI heart segmentation, *SPIE Medical Imaging*, vol. 4684, San Diego, California, USA, 2002, pp. 1398–1405.
- [5] N. Noble, D. Hill, M. Breeuwer, J. Schnabel, D. Hawkes, F. Gerritsen, R. Razavi, Myocardial delineation via registration in a polar coordinate system, in: 5th International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI), Part I, Lecture Notes in Computer Science, vol. 2488, Springer, Berlin, Heidelberg, Tokyo, Japan, 2002, pp. 651–658.
- [6] C. Tauber, H. Batatia, A. Ayache, Contours Actifs Basés sur Trois Energies: Détection des Cavités Cardiaques, in: 15^e Congrès Francophone AFRIF-AFIA Reconnaissance des Formes et Intelligence Artificielle (RFIA'2006), Tours, France, 2006.
- [7] M. Lynch, O. Ghita, P. Whelan, Automatic segmentation of the left ventricle cavity and myocardium in MRI data, *Comput. Biol. Med.* 36 (4) (2006) 389–407.
- [8] P.H. Gregson, Automatic segmentation of the heart in 3D MR images, *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, vol. 2, 1994, pp. 584–587.
- [9] B.P.F. Lelieveldt, R.J. van der Geest, M.R. Rezaee, J.G. Bosch, J.H.C. Reiber, Anatomical model matching with fuzzy implicit surfaces for segmentation of thoracic volume scans, *IEEE Trans. Med. Imaging* 18 (3) (1999) 218–230.
- [10] M. Kaus, J. von Berg, W. Niessen, V. Pekar, Automated segmentation of the left ventricle in cardiac MRI, in: International Conference on Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI), Lecture Notes in Computer Science, vol. 2878, Springer, Berlin, 2003, pp. 432–439.
- [11] C. Pluempitwiriyawej, J. Moura, Y. Wu, C. Ho, STACS: new active contour scheme for cardiac MR image segmentation, *IEEE Trans. Med. Imaging* 24 (5) (2005) 593–603.
- [12] B. Pfeifer, F. Hanser, T. Trieb, C. Hintermüller, M. Seger, G. Fischer, R. Modre, B. Tilg, Combining active appearance models and morphological operators using a pipeline for automatic myocardium extraction, in: Functional Imaging and Modeling of the Heart (FIMH), Third International Workshop, Lecture Notes in Computer Science, vol. 3504, Barcelona, Spain, 2005, pp. 44–53.
- [13] G. Funka-Lea, Y. Boykov, C. Florin, M.-P. Jolly, R. Moreau-Gobard, R. Ramaraj, D. Rinck, Automatic heart isolation for CT coronary visualization using graph-cuts, in: IEEE International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI), Arlington, VA, USA, 2006, pp. 614–617.
- [14] M. Jolly, Automatic segmentation of the left ventricle in cardiac MR and CT images, *Int. J. Comput. Vision* 70 (2) (2006) 151–163.

- [15] O. Ecabert, J. Peters, C. Lorenz, J. von Berg, M. Vembar, K. Subramanyan, G. Lavi, J. Weese, Towards automatic full heart segmentation in computed-tomography images, in: *Computers in Cardiology*, vol. 32, Lyon, France, 2005, pp. 223–226.
- [16] O. Ecabert, J. Peters, M. Walker, J. Berg, C. Lorenz, M. Vembar, M. Olszewski, J. Weese, Automatic whole heart segmentation in CT images: method and validation, in: J. Pluim, J. Reinhardt (Eds.), *SPIE Medical Imaging*, vol. 6512, San Diego, CA, USA, 2007.
- [17] Y. Boykov, G. Funka-Lea, Graph cuts and efficient N-D image segmentation, *Int. J. Comput. Vision* 70 (2) (2006) 109–131.
- [18] O. Juan, Y. Boykov, Active graph cuts, in: *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, vol. 1, Los Alamitos, CA, USA, 2006, pp. 1023–1029.
- [19] O. Colliot, O. Camara, R. Dewynter, I. Bloch, Description of brain internal structures by means of spatial relations for MR image segmentation, in: *SPIE Medical Imaging*, vol. 5370, San Diego, CA, USA, 2004, pp. 444–455.
- [20] O. Camara, O. Colliot, I. Bloch, Computational modeling of thoracic and abdominal anatomy using spatial relationships for image segmentation, *Real Time Imaging* 10 (4) (2004) 263–273.
- [21] J. Atif, C. Hudelot, G. Fouquier, I. Bloch, E. Angelini, From generic knowledge to specific reasoning for medical image interpretation using graph-based representations, in: *International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI)*, Hyderabad, India, 2007, pp. 224–229.
- [22] H. Khotanlou, J. Atif, E. Angelini, H. Duffau, I. Bloch, Adaptive segmentation of internal brain structures in pathological MR images depending on tumor types, in: *IEEE International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI)*, Washington, DC, USA, 2007, pp. 588–591.
- [23] J. Yang, L. Staib, J. Duncan, Neighbor-constrained segmentation with level set based 3-D deformable models, *IEEE Trans. Med. Imaging* 23 (8) (2004) 940–948.
- [24] A. Moreno, C. Takemura, O. Colliot, O. Camara, I. Bloch, Heart segmentation in medical images using the fuzzy spatial relation “Between”, in: *Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems (IPMU)*, Paris, France, 2006, pp. 2052–2059.
- [25] C. Xu, J. Prince, Gradient vector flow: a new external force for snakes, in: *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, Los Alamitos, San Juan, Puerto Rico, 1997, pp. 66–71.
- [26] I. Bloch, O. Colliot, R. Cesar, On the ternary spatial relation “Between”, *IEEE Trans. Systems, Man, Cybern. SMC-B* 36 (2) (2006) 312–327.
- [27] I. Bloch, H. Maître, Fuzzy mathematical morphologies: a comparative study, *Pattern Recognition* 28 (9) (1995) 1341–1387.
- [28] K. Miyajima, A. Ralescu, Spatial organization in 2D segmented images: representation and recognition of primitive spatial relations, *Fuzzy Sets and Systems* 65 (2/3) (1994) 225–236.
- [29] I. Bloch, A. Ralescu, Directional relative position between objects in image processing: a comparison between fuzzy approaches, *Pattern Recognition* 36 (2003) 1563–1582.
- [30] I. Bloch, Fuzzy relative position between objects in image processing: a morphological approach, *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.* 21 (7) (1999) 657–664.
- [31] G. Borgefors, Distance transformations in digital images, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing (CVGIP)* 34 (3) (1986) 344–371.
- [32] M. Kass, A. Witkin, D. Terzopoulos, Snakes: active contour models, *Int. J. Comput. Vision* 1 (4) (1987) 321–331.
- [33] T. McInerney, D. Terzopoulos, Deformable models in medical image analysis: a survey, *Med. Image Anal.* 1 (2) (1996) 91–108.
- [34] C. Xu, J. Prince, Handbook of medical imaging, in: Isaac Bankman (Ed.), *Ch. Gradient Vector Flow Deformable Models*, Academic Press, New York, 2000, pp. 159–169.
- [35] J. Montagnat, H. Delingette, N. Scapel, N. Ayache, Representation, shape, topology and evolution of deformable surfaces. Application to 3D medical image segmentation, Technical Report, Institut National de Recherche en Informatique et en Automatique (INRIA), Sophia Antipolis, France, ISRN INRIA/RR-3954-FR ENG, May 2000.
- [36] U. Meier, O. López, C. Monserrat, M. Juan, M. Alcañiz, Real-time deformable models for surgery simulation: a survey, *Comput. Methods Programs Biomed.* 77 (3) (2005) 183–197.
- [37] J. Liang, T. McInerney, D. Terzopoulos, United Snakes, *Med. Image Anal.* 10 (2) (2006) 215–233.
- [38] O. Colliot, O. Camara, I. Bloch, Integration of fuzzy spatial relations in deformable models—application to brain MRI segmentation, *Pattern Recognition* 39 (8) (2006) 1401–1414.
- [39] O. Colliot, O. Camara, I. Bloch, Integration of fuzzy structural information in deformable models, in: *Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems (IPMU)*, vol. 2, Perugia, Italy, 2004, pp. 1533–1540.
- [40] L. Cohen, On active contour models and balloons, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing: Image Understanding (CVGIP:IU)* 53 (2) (1991) 211–218.
- [41] C. Xu, J. Prince, Snakes, shapes, and gradient vector flow, *IEEE Trans. Med. Imaging* 7 (3) (1998) 359–369.
- [42] A. Zijdenbos, B. Dawant, R. Margolin, A. Palmer, Morphometric analysis of white matter lesions in MR images: method and validation, *IEEE Trans. Medical Imaging* 13 (4) (1994) 716–724.
- [43] O. Camara, G. Delso, O. Colliot, A. Moreno-Ingelmo, I. Bloch, Explicit incorporation of prior anatomical information into a nonrigid registration of thoracic and abdominal CT and 18-FDG whole-body emission PET images, *IEEE Trans. Med. Imaging* 26 (2) (2007) 164–178.
- [44] S. Chambon, A. Moreno, A. Santhanam, J. Rolland, E. Angelini, I. Bloch, CT-PET Landmark-based registration using a dynamic lung model, in: *International Conference on Image Analysis and Processing (ICIAP)*, Modena, Italy, 2007, pp. 691–696.

About the Author—Antonio Moreno-Ingelmo got a Ph.D. from ENST in 2007 (Signal and Image Processing Department). His PhD subject is about non-linear registration of whole body PET and CT images for the characterization of tumors and its application to radiotherapy. He has also worked on 3D reconstruction from radiologic projections applied to dental implantology and to oral-facial surgery. His research interests also include image processing, mathematical morphology, and medical imaging.

About the Author—Isabelle Bloch is Professor at ENST (Signal and Image Processing Department). Her research interests include 3D image and object processing, 3D and fuzzy mathematical morphology, decision theory, information fusion, fuzzy set theory, belief function theory, structural pattern recognition, spatial reasoning, and medical imaging.

A.3 Capítulo de livro

A.3.1 Capítulo Uncertainty and Intelligent Information Systems'2008

MORENO, A., TAKEMURA, C. M., COLLIOT, O., CAMARA, O., E BLOCH, I. *Uncertainty and Intelligent Information Systems*. World Scientific, Jul. 2008, cap. Using the Fuzzy Spatial Relation Between to Segment the Heart in Computerized Tomography Images. Cap. 26 (aceito)

Chapter 1

Using the Fuzzy Spatial Relation “Between” to Segment the Heart in Computerized Tomography Images

Antonio Moreno^{1*}, Celina Maki Takemura², Olivier Colliot³, Oscar Camara⁴ and Isabelle Bloch¹

¹*GET-ENST, TSI Department, CNRS UMR 5141 LTCI, Paris, France*

²*Department of Computer Science, Institute of Mathematics and Statistics (IME), University of São Paulo (USP), São Paulo, Brazil*

³*Cognitive Neuroscience and Brain Imaging Laboratory, CNRS UPR 640-LENA, Université Pierre et Marie Curie – Paris 6, Hôpital de la Pitié-Salpêtrière, Paris, France*

⁴*Center for Medical Image Computing, Dept. of Medical Physics, University College London, London, UK
Antonio.Moreno,Isabelle.Bloch@enst.fr*

Segmenting the heart in medical images is a challenging and important task for many applications. Most heart segmentation methods proposed in the literature deal with cardiac internal structures, but there is a real interest in segmenting the heart as a whole. In this paper, we address this problem and propose an automatic method, based on the modeling of spatial relations of the heart with the lungs. The main a priori anatomical knowledge we use in this work is expressed by the spatial relation “the heart is between the lungs” and we propose a fuzzy representation of this anatomical knowledge, which then drives the segmentation process.

Keywords: Heart segmentation, spatial relations, anatomical knowledge, fuzzy sets, deformable models, CT.

1.1. Introduction

Segmenting the heart in medical images such as non-contrast computerized tomography (CT) images is a challenging task due to their low contrast and

*A. Moreno is currently at INSERM U.562 – Cognitive Neuroimaging Unit, CEA/SAC/DSV/I2BM/NeuroSpin, Bâtiment 145, Point Courrier 156, F-91191 Gif-sur-Yvette CEDEX, France

the similar grey-level values of the surrounding structures (liver, tumors). Many clinical applications could benefit from a reliable heart segmentation procedure, such as the study of cancer in the thoracic region or other cardiac and vascular diseases. The delineation of the heart is important in oncological applications such as dose estimation in radiotherapy: it may be used in treatment planning in order to define a security margin around this organ to prevent it from being irradiated. It can also be useful as a preliminary step for registration of multimodal images.

Most heart segmentation methods proposed in the literature deal with segmentation of internal structures (in particular the left ventricle)^{1,2} and are focused on MRI modality or ultrasound but rarely on CT. However, in particular for the aforementioned applications (where CT is one of the most common anatomical imaging modalities), there is also a need to segment the heart as a whole in order to distinguish its limits and the separations with surrounding structures (as the liver). Among the existing methods for segmenting the heart as a whole, Gregson³ works on MR images where he manually selects a 2D slice containing the heart and then uses a hierarchical algorithm to segment other structures in this slice (torso, lungs, background). Once the heart is recognized in the selected slice, the segmentation is propagated to adjacent slices. Lelieveldt et al.⁴ proposed another method based on a fuzzy atlas of thoracic structures. Their method is applied on MR data and the fuzzy model must be built beforehand, which is a strong limitation, in particular for the segmentation of pathological images that may have a different structural configuration than the ones used for the atlas construction. The segmentation method proposed by Jolly,⁵ developed to segment the left ventricle in 2D MR slices, has been extended to CT with minimal adjustments. Her method proceeds in two steps. First, a global localization step roughly localizes the left ventricle and then a local deformation step combines EM-based (Expectation-Maximization) region segmentation and Dijkstra active contours. This method furnishes very satisfactory results for high-resolution contrast CT images. The work of Funka-Lea et al.⁶ deals with the segmentation of the heart as a whole in CT. Their goal is to isolate the outer surface of the entire heart in order to easily visualize the coronary vessels. They make use of graph-cuts for the segmentation. Their method is fast and robust for contrast CT studies with sub-millimeter resolution where the brightest regions are bone and blood. The recent work of Ecabert et al.⁷ describes a multi-compartment mesh of both atria, both ventricles, the myocardium around the left ventricle and the trunks of the great vessels and it is adapted to an image volume.

The adaptation is performed in a coarse-to-fine manner by progressively relaxing constraints on the degrees of freedom of the allowed deformations. Their method is largely validated and it furnishes very satisfactory results. However, these methods are not directly applicable to non-contrast and low resolution 3D CT images and major adaptations and extensions would be needed.

In addition to their low contrast and the similar grey-level values of the surrounding structures, non-contrast CT images present specific difficulties for the segmentation of the heart due to their low resolution (compared to existing submillimetric CT data) and their anisotropy. For these reasons, there exist few methods for the segmentation of the heart for non-contrast CT images and the existing methods for other modalities cannot deal with this type of images.

In this paper, we propose an automatic method based on the modeling of spatial relations of the heart with surrounding structures. In this particular case, the main a priori anatomical knowledge we use is expressed by the spatial relation "the heart is between the lungs". Several definitions of this knowledge are presented and we discuss which one is more adapted to our problem. This work extends a preliminary version.⁸ Since the segmentation of the lungs is generally straightforward in CT scans due to their high contrast with respect to surrounding structures, we first segment them in order to obtain the region of interest (ROI) of the heart. Then we add the anatomical knowledge to the evolution of a deformable model to precisely segment the heart.

In Section 1.2, we introduce the basis of our approach: the spatial relation "between". In Section 1.3, the main steps of our approach are detailed. Next, in Section 1.4 some results are shown and discussed. Finally, in Section 1.5 we conclude and evoke some future work.

1.2. The spatial relation "between"

Usual anatomical descriptions of the heart include a common statement: "the heart is between the lungs". Our method relies on modeling this statement.

A complete study of the spatial relation "between" has been made by Bloch et al.:⁹ different definitions of this spatial relation were proposed, compared and discussed according to different types of situations. The main ones are discussed here in light of the specificities of the addressed problem. We restrict ourselves to definitions designed for objects having

similar spatial extensions.

Crisp definitions – The most intuitive crisp definition is based on the convex hull of the union of the objects. However this approach is not appropriate to find the ROI of the heart because some parts of the heart are not included in this convex hull as shown in Figure 1.1. A more flexible definition is therefore required. This is a strong argument in favor of one of the following fuzzy definitions.

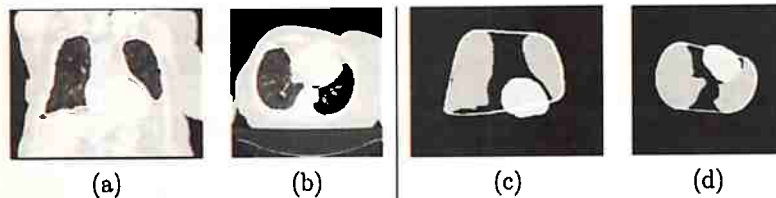


Fig. 1.1. Coronal (a,c) and axial (b,d) views of an example of the segmentation of the lungs and the heart. The contours of these organs are superimposed on the original image (on the left) and the convex hull is superimposed on the segmented lungs and heart (on the right): some parts of the heart are not contained in this region.

Fuzzy dilations – The region between A_1 and A_2 is defined as a fuzzy set in the image domain. Our problem involves non-convex shapes (the lungs) which have important concavities facing each other (the cavity of the heart). For this reason, the fuzzy directional dilation definitions of the relation “between” are adapted to this case. The simplest definition is:

$$\beta_{FDil}(A_1, A_2) = D_{\nu_2}(A_1) \cap D_{\nu_1}(A_2) \cap A_1^C \cap A_2^C, \quad (1.1)$$

where A_1 and A_2 represent the objects (the lungs in our case), A^C represents the (fuzzy) complementation of A and $D_{\nu_i}(A_j)$, $i, j \in \{1, 2\}$, is the fuzzy dilation of A_j with the fuzzy structuring element ν_i : $D_{\nu}(\mu)(x) = \sup_y t[\mu(y), \nu(x - y)]$ where μ denotes the (fuzzy) set to be dilated, ν the structuring element, t a t-norm and x and y points of space.¹⁰

The structuring elements are derived from the angle histogram between the objects.¹¹ For instance, if object A_2 is mainly to the right of object A_1 , then Equation 1.1 defines the region which is both to the right of A_1 and to the left of A_2 (excluding A_1 and A_2). This definition is illustrated in Figure 1.2(a).

Another definition of "between", which removes the concavities of the objects which are not facing each other, is:

$$\beta_{FDil2}(A_1, A_2) = D_{\nu_2}(A_1) \cap D_{\nu_1}(A_2) \cap A_1^C \cap A_2^C \cap [D_{\nu_1}(A_1) \cap D_{\nu_1}(A_2)]^C \cap [D_{\nu_2}(A_1) \cap D_{\nu_2}(A_2)]^C. \quad (1.2)$$

In this case, if object A_2 is mainly to the right of object A_1 , then Equation 1.2 defines the region which is both to the right of A_1 and to the left of A_2 (excluding A_1 and A_2), but which is not to the left of both A_1 and A_2 nor to the right of both. Figure 1.2(b) shows the region between the lungs obtained with this definition.

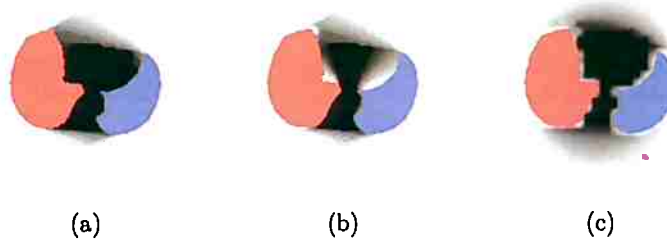


Fig. 1.2. Fuzzy regions between the lungs, superimposed on an axial slice of the segmented lungs (in red and blue): (a) β_{FDil1} , (b) β_{FDil2} and (c) $\beta_{FVistib}$. Their membership values vary from 0 (white) to 1 (black). It can be observed that β_{FDil1} does not remove the concavities of the objects which are not facing each other.

Admissible segments – The notion of visibility plays an important role in the definition of "between" as illustrated by Bloch et al.⁹ The visible points are those which belong to admissible segments^a and the region $\beta_{Adm}(A_1, A_2)$ between A_1 and A_2 can then be defined as the union of admissible segments. However, the definition of admissible segments may be too strict in some cases, in a similar manner as the convex hull definition (see Figure 1.1). For this reason, the notion of approximate (or fuzzy) visibility has been introduced. Thus, a segment $]a_1, P]$ with $a_1 \in A_1$ (respectively $]P, a_2[$ with $a_2 \in A_2$) is said semi-admissible if it is included in $A_1^C \cap A_2^C$. At each point P of space, we compute the angle the closest to π between two semi-admissible segments from P to A_1 and A_2 respectively. This is

^aA segment $]x_1, x_2[$, with x_1 in A_1 and x_2 in A_2 , is said to be admissible if it is included in $A_1^C \cap A_2^C$.

formally defined as:

$$\theta_{min}(P) = \min\{|\pi - \theta|, \theta = \angle([a_1, P], [P, a_2]), [a_1, P] \text{ and } [P, a_2] \text{ semi-admissible}\}. \quad (1.3)$$

The region between A_1 and A_2 is then defined as the fuzzy region of space with membership function:

$$\beta_{FVisib}(A_1, A_2)(P) = f(\theta_{min}(P)) \quad (1.4)$$

where f is a function from $[0, \pi]$ to $[0, 1]$ such that $f(0) = 1$, f is decreasing, and becomes 0 at the largest acceptable distance to π (this value can be tuned according to the context). The result obtained with this definition is illustrated in Figure 1.2(c).

Selected definition – In order to decide which definitions better match our problem, we have compared them with respect to two criteria:

- (1) *Concavities.* The fuzzy dilation definition β_{FDil1} does not remove the concavities of the objects which are not facing each other (see Figure 1.2). However, β_{FDil2} and β_{FVisib} do. Therefore, we prefer to use β_{FDil2} or β_{FVisib} , in order not to include the small concavities of the lungs which do not correspond to the heart but to vessels and bronchi.
- (2) *Complexity.* For the methods based on fuzzy dilations, the complexity is $O(NN_\nu)$ where N denotes the cardinality of the bounded space in which the computation is performed (the image) and N_ν is the cardinality of the support of the structuring element used in the fuzzy dilations. The morphological approach additionally requires the computation of the angle histogram which has a complexity of $O(N_1N_2)$, where N_i denotes the cardinality of A_i . The computation of $\beta_{Adm}(A_1, A_2)$ for the admissible segments method is of the order of $N_1N_2\sqrt{N}$. Finally, the fuzzy visibility approach has a complexity of $O(NN_1N_2)$.

As β_{FDil2} and β_{FVisib} furnish comparable results with respect to concavities, we prefer β_{FDil2} due to its lower complexity. In order to reduce computing time, images can be under-sampled to obtain the region between the lungs, since a very precise result is not necessary at this stage. In this case, the small concavities may be removed by the under-sampling and therefore the differences between β_{FDil1} and β_{FDil2} are notably reduced.

Finally, we define: $\beta_{btw}(A_1, A_2) = \beta_{FDil2}(A_1, A_2)$. The interest of the selected fuzzy definitions is that the between region extends smoothly out-

side the convex hull of the union of both objects which is a required feature for our application (see Figure 1.1).

1.3. Using "between" to segment the heart

The main feature of our approach is to include the anatomical knowledge "the heart is between the lungs" in the segmentation process of the heart in CT images. This knowledge is modeled by the spatial relation "between" as explained in Section 1.2.

As detailed in our previous work,⁸ we proceed in two steps:

- (1) we select the region of interest (ROI) by combining the spatial relation "between" and the distance to the lungs;
- (2) we introduce the spatial relation "between" in the evolution scheme of a deformable model to find the boundaries of the heart.

In our approach, we lean on the segmentation of the lungs, which relies on previous work.¹² An example of the segmentation of the lungs is illustrated in Figure 1.1.

1.3.1. Definition of the region of interest

First, we want to find the region of interest where the heart is contained. The heart is in the space between the lungs, more precisely, in the widest part of this region, where the lungs are the farthest from each other. For this reason, we propose to combine the spatial relation "between" and the distance to the lungs in order to find the ROI.

In 2D, as explained by Gregson,³ the maximum of the distance function to the lungs (on a previously selected slice containing the heart) is a good candidate to be the center of a disk containing this organ (the radius of this disk being 110% of the value of the distance at the center point).

We extend this idea to 3D and improve it in order to avoid failure cases by combining the distance to the lungs with the spatial relation "between". This distance function is computed using a chamfer algorithm.¹³ However, the maximum of the distance to the lungs is not necessarily contained inside the heart.

To solve this problem, we combine the distance with the spatial relation "between". The goal is to find a robust candidate to be the center of a sphere that will contain the whole heart. Obviously this point (as it is inside the heart) will be in the region between the lungs with a high value

of the membership function β_{btw} (see Figure 1.3(a)), and it should be one of the points with a maximum distance to both lungs. The normalized distance function can be interpreted as a fuzzy set which represents the region "far from the lungs". Its membership function β_{ffl} is shown in Figure 1.3(b).

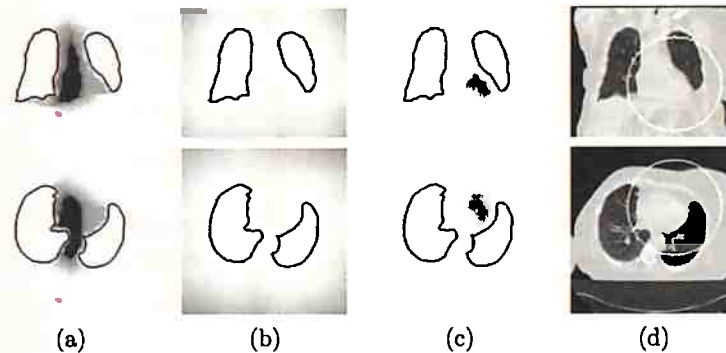


Fig. 1.3. The spatial relation "between" β_{btw} calculated with Equation 1.2 (a), the distance map to the lungs β_{ffl} (b) and the conjunctive fusion of both β_R (c). Image (d) shows the obtained ROI of the heart and the initial contour of the deformable model superimposed on the original image. Coronal views are in the top row and axial views in the bottom one.

Thus, the algorithm to find the center of the heart has two different steps:

- (1) *Combination of anatomical knowledge.* Let us denote by β_R the fusion of β_{btw} and β_{ffl} :

$$\beta_R(x) = \beta_{btw}(x) \cdot \beta_{ffl}(x) \quad (1.5)$$

This is the combination of the distance to the lungs and the "between" function defined by Equation 1.2. This combination is done with a conjunctive fusion with the t-norm "product", which means that the points with higher values will fulfill both spatial constraints. The result of this combination is shown in Figure 1.3(c).

- (2) *Calculation of the sphere-ROI.* The center of the sphere is defined as the point having the maximum value in the previous result. The radius is simply defined as 110% of the value of the distance at this point.

This stage provides a restricted ROI for the heart (not too many surrounding structures included) and it is robust as it uses two stable charac-

teristics of the center of the heart. The resulting ROI is used to constrain a deformable model to remain inside this region and to define the initialization for the deformable model as a small sphere centered in this ROI (see Figure 1.3(d)).

1.3.2. Segmentation using a deformable model

Once we have selected the region of interest and the initialization, we use a deformable model to segment precisely the heart. Deformable models were introduced by Kass et al.¹⁴ and are often used for segmentation in image processing. They consist in defining an initial surface (in 3D) that evolves under the effect of some forces towards a final state that should correspond to the object we want to segment. The evolution of the deformable surface \mathbf{X} can be described using a dynamic force formulation and written as follows:

$$\gamma \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} = \mathbf{F}_{int}(\mathbf{X}) + \mathbf{F}_{ext}(\mathbf{X}) \quad (1.6)$$

where \mathbf{F}_{int} is the *internal* force related to the physical properties or constraints of the model that specifies the regularity of the surface,¹⁴ and \mathbf{F}_{ext} is the *external* force that drives the surface towards the desired features in the image (in general image edges) and sometimes includes forces interactively introduced by the user. The solution is the steady state of the previous equation.

The external force can be defined with the Gradient Vector Flow (GVF)¹⁵ as also used in previous work.^{12,16,17} The GVF defines a vector field towards the previously calculated contours of the image (the edge map). As proposed in our previous work¹⁸ the external force can also include spatial relations in order to constraint the segmented object to stay in a region where given spatial relations are satisfied.

We introduce the spatial relation "between" combined with "far from the lungs" in the external force \mathbf{F}_{ext} (Equation 1.6). Thus, this force describes both edge information (GVF) and structural constraints:

$$\mathbf{F}_{ext} = \lambda \mathbf{F}_{gvf} + (1 - \lambda) \mathbf{F}_R \quad (1.7)$$

where \mathbf{F}_{gvf} is a classical data term that drives the model towards the edges,¹⁵ \mathbf{F}_R is a force associated to the spatial relations and λ is a weighting coefficient. The force \mathbf{F}_R must constrain the model to evolve towards the regions with high values of $\beta'_R = 1 - \beta_R$, i.e. regions closer to the lungs and "less between" them than the center. When the relation β'_R is completely

satisfied* (not between and inside the lungs), the model should only be driven by edge information (\mathbf{F}_{gvf}) and we should have $\mathbf{F}_R = 0$ if $\beta_R = 1$. This illustrates an important advantage of using fuzzy spatial relations to guide the model, as we can define a vector field towards the regions where the relations are more satisfied. Several methods for external forces that fulfill these properties are described in our previous work.¹⁸ We have chosen the one using a gradient diffusion technique because of the smoothness and the wide attraction range of the vector field calculated this way. This is detailed in our previous work.⁸

Finally, we add a pressure term to Equation 1.7 in order to reinforce the effect of spatial relations and to improve convergence:

$$\mathbf{F}_{ext} = \lambda \mathbf{F}_{gvf} + (1 - \lambda) \mathbf{F}_R + \mathbf{F}_p \quad (1.8)$$

where \mathbf{F}_p represents a pressure force,¹⁹ normal to the surface and of module $w_p(x)$ defined as:

$$w_p(x) = k \beta_R \quad (1.9)$$

where k is a constant. This means that the pressure force is stronger at the points between the lungs which are the farthest from them (where β_R takes higher values), and it decreases when getting closer to them (where β_R takes lower values because the chosen spatial relations are less fulfilled).

1.4. Results and discussion

We have applied our algorithm on 10 different cases of CT images coded on 8 bits, with sizes $512 \times 512 \times Z$ voxels with Z varying from 63 to 122 and resolutions typically around $2 \text{ mm} \times 2 \text{ mm} \times dz \text{ mm}$ for the three directions of the space (X , Y and Z respectively), with dz varying from 4.5 to 7.5 mm.

In our experiments, we have used the following parameters:

- The initial mesh for the deformable model is a sphere with a small enough radius (10 mm) to ensure that the starting surface is completely contained inside the contours of the heart.
- The value of λ in Equation 1.8 is 0.7, which gives a more important weight to the GVF force. Obviously, the weight of \mathbf{F}_{gvf} should be more important because it guides the deformable model precisely towards the contours, whereas \mathbf{F}_R represents a more general evolution. However, the spatial relation force remains necessary for the evolution of the deformable model.

- The constant k for the pressure force weight in Equation 1.9 is $k = 0.05$. This constant balances the pressure force in order to prevent the deformable model from inflating too much or too little.
- The number of iterations for the evolution of the deformable model (simplex mesh) is 10000, which is sufficient for convergence of the model. The internal force coefficients are $\alpha = 0.2$ and $\beta = 0.1$ which provide a good trade-off between tension and rigidity.

These parameters were set experimentally. The algorithm has been applied to the 10 different cases obtaining good results. The comparison with manual segmentations provides mean distances varying from 3.9 to 9.3 mm, which is perfectly acceptable with voxel resolutions in Z between 4.5 and 7.5 mm. As explained and illustrated in our previous work,⁸ all the terms in Equation 1.8 are necessary to obtain correct results, and the addition of the spatial relations significantly improves the accuracy and the robustness of the heart segmentation algorithm. Some results for different patients are illustrated in Figure 1.4.



Fig. 1.4. Axial views of some results of the automatic segmentation of the heart using our method for three other patients.

Figure 1.5 shows some results of the segmentation of the heart with different definitions of the spatial relation "the heart is between the lungs". The results obtained using any of the fuzzy definitions β_{FDu1} , β_{FDu2} or $\beta_{FVvisib}$ are very satisfactory and very similar in all cases.

For the use of $\beta_{FVvisib}$, however, the acceptable distance to π (i.e. the shape of the function f in Equation 1.4) has to be tuned appropriately in order to obtain a correct result. Otherwise, incorrect results of heart segmentation can be obtained as illustrated in Figure 1.5(c). This value could vary for different anatomies. The definitions of "between" that use fuzzy dilations do not have this limitation as the shape of the structuring element is computed from the angle histogram, which is adapted automatically to each particular case.

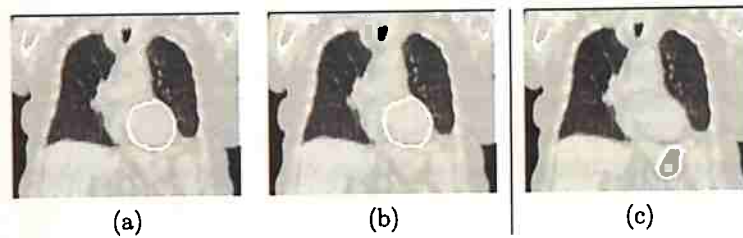


Fig. 1.5. Coronal views of some results of heart segmentation with different definitions of the spatial relation “between”: (a) using β_{FDil1} and (b) using β_{FDil2} . A similar result is obtained with β_{FVisib} . (c) Result of heart segmentation using β_{FVisib} , when the acceptable distance to π is not tuned correctly.

1.5. Conclusion and future work

We propose an approach that uses fuzzy structural knowledge coming from the spatial relations “between the lungs” and “far from the lungs” to segment the heart in CT images in a robust way. First, spatial relations are used to define the region of interest of the heart and then we derive, from the fuzzy sets representing the spatial relations, a new external force that is introduced in the evolution scheme of a deformable model. In this paper, several definitions of the spatial relation “between” are presented. The discussion of the results shows that a fuzzy dilation definition with removes concavities is best adapted to our problem. The proposed method substantially improves the segmentation of the heart compared to classical approaches which use only a pressure force and GVF, and it avoids the surrounding structures to be included in the final segmentation of the heart. The results still have to be validated on larger databases with medical experts. However, preliminary quantitative results based on the comparison with manual segmentations performed by an expert show a strong agreement between the manual segmentations and the ones obtained by our approach. This confirms the potential of the proposed method.

Future work will aim at applying our algorithm to other imaging modalities such as positron emission tomography (PET) images.

Further applications include the use of the segmentation of the heart in registration algorithms based on structures²⁰ and, subsequently, in radiotherapy planning procedures.

Acknowledgements

The authors would like to thank Liège, Lille, Louisville and Val de Grâce

Hospitals for the images and the members of Segami Corporation for their contribution to this project. This work was partially supported by the French Ministry of Research, by the CAPES (BEX3402/04-5) and by a "ParisTech/Région Ile-de-France" Fellowship.

References

1. H. van Assen, M. Danilouchkine, A. Frangi, S. Ordás, J. Westenberg, J. Reiber, and B. Lelieveldt, SPASM: A 3D-ASM for Segmentation of Sparse and Arbitrarily Oriented Cardiac MRI Data, *Medical Image Analysis*. 10(2), 286–303 (Apr., 2006).
2. J. S. Suri, Computer Vision, Pattern Recognition and Image Processing in Left Ventricle Segmentation: The Last 50 Years, *Pattern Analysis & Applications*. 3(3), 209–242 (Sept., 2000).
3. P. H. Gregson. Automatic Segmentation of the Heart in 3D MR Images. In *Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering*, vol. 2, pp. 584–587 (Sept., 1994).
4. B. P. F. Lelieveldt, R. J. van der Geest, M. R. Rezaee, J. G. Bosch, and J. H. C. Reiber, Anatomical Model Matching with Fuzzy Implicit Surfaces for Segmentation of Thoracic Volume Scans, *IEEE Transactions on Medical Imaging*. 18(3), 218–230 (Mar., 1999).
5. M. Jolly, Automatic Segmentation of the Left Ventricle in Cardiac MR and CT Images, *International Journal of Computer Vision*. 70(2), 151–163 (Nov., 2006).
6. G. Funka-Lea, Y. Boykov, C. Florin, M.-P. Jolly, R. Moreau-Gobard, R. Ramaraj, and D. Rinck. Automatic Heart Isolation for CT Coronary Visualization Using Graph-Cuts. In *IEEE International Symposium on Biomedical Imaging (ISBI)*, pp. 614–617, Arlington, Virginia, USA (Apr., 2006).
7. O. Ecabert, J. Peters, M. Walker, J. Berg, C. Lorenz, M. Vembar, M. Olszewski, and J. Weese. Automatic Whole Heart Segmentation in CT Images: Method and Validation. In eds. J. Pluim and J. Reinhardt, *SPIE Medical Imaging*, vol. 6512, San Diego, California, USA (Mar., 2007).
8. A. Moreno, C. Takemura, O. Colliot, O. Camara, and I. Bloch. Heart Segmentation in Medical Images Using the Fuzzy Spatial Relation "Between". In *Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems (IPMU)*, pp. 2052–2059, Paris, France (jul, 2006).
9. I. Bloch, O. Colliot, and R. M. Cesar, On the Ternary Spatial Relation "Between", *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics SMC-B*. 36(2), 312–327 (Apr., 2006).
10. I. Bloch and H. Maître, Fuzzy Mathematical Morphologies: A Comparative Study, *Pattern Recognition*. 28(9), 1341–1387, (1995).
11. K. Miyajima and A. Ralescu, Spatial Organization in 2D Segmented Images: Representation and Recognition of Primitive Spatial Relations, *Fuzzy Sets and Systems*. 65(2/3), 225–236, (1994).
12. O. Camara, O. Colliot, and I. Bloch, Computational Modeling of Thoracic

14 A. Moreno, C. M. Takemura, O. Colliot, O. Camara and I. Bloch

- and Abdominal Anatomy Using Spatial Relationships for Image Segmentation, *Real-Time Imaging*. 10(4), 263–273 (Aug., 2004).
13. G. Borgefors, Distance Transformations in Digital Images, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing (CVGIP)*. 34(3), 344–371 (June, 1986).
 14. M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos, Snakes: Active Contour Models, *International Journal of Computer Vision*. 1(4), 321–331, (1987).
 15. C. Xu and J. Prince. Gradient Vector Flow: A New External Force for Snakes. In *IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pp. 66–71, Los Alamitos, San Juan, Puerto Rico (jun, 1997).
 16. O. Colliot, O. Camara, R. Dewynter, and I. Bloch. Description of Brain Internal Structures by Means of Spatial Relations for MR Image Segmentation. In *SPIE Medical Imaging*, vol. 5370, pp. 444–455, San Diego, California, USA, (2004).
 17. O. Colliot, O. Camara, and I. Bloch, Integration of Fuzzy Spatial Relations in Deformable Models - Application to Brain MRI Segmentation, *Pattern Recognition*. 39(8), 1401–1414 (Aug., 2006).
 18. O. Colliot, O. Camara, and I. Bloch. Integration of Fuzzy Structural Information in Deformable Models. In *Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based Systems (IPMU)*, vol. 2, pp. 1533–1540, Perugia, Italy (July, 2004).
 19. L. D. Cohen, On Active Contour Models and Balloons, *Computer Vision, Graphics, and Image Processing: Image Understanding (CVGIP:IU)*. 53(2), 211–218 (Mar., 1991).
 20. O. Camara, G. Delso, O. Colliot, A. Moreno-Ingelmo, and I. Bloch, Explicit Incorporation of Prior Anatomical Information into a Nonrigid Registration of Thoracic and Abdominal CT and 18-FDG Whole-Body Emission PET Images, *IEEE Transactions on Medical Imaging*. 26(2), 164–178 (Feb., 2007).