UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

CAROLINA CAVALHEIRO CRITTELLI SOUSA

Uma proposta de introdução ao conceito de equivalência para o ensino de equações de primeiro grau com uma incógnita com foco em estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem

São Paulo
2020

CAROLINA CAVALHEIRO CRITTELLI SOUSA

Uma proposta de introdução ao conceito de equivalência para o ensino de equações de primeiro grau com uma incógnita com foco em estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem

Dissertação apresentada ao Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo para a obtenção do título de Mestre em Ensino de Matemática no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Cláudia Cueva Candido.

SOUSA, C. C. C. **Uma proposta de introdução ao conceito de equivalência para o ensino de equações de primeiro grau com uma incógnita com foco em estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem.** 2020. 271 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2020.

Aprovado em: 29 jun 2020

Banca Examinadora

Profa. Dra. Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes
Instituição: UNIAN/SP

Profa. Dra. Monica Karrer
Instituição: FEI

Agradecimentos

À Profa Dra. Cláudia Cueva Candido, pela atenção e apoio durante o processo de orientação, que muito me ensinou, contribuindo para meu crescimento científico e intelectual.

Ao Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, pela oportunidade de realização do curso de mestrado.

Ao Núcleo de Apoio e Acompanhamento para Aprendizagem da Diretoria Regional do Ensino do Ipiranga, pelo auxílio no momento de escolha da escola que faria parte da pesquisa de campo.

À Escola Municipal de Ensino Fundamental Jean Mermoz, por colocar-se à disposição para a pesquisa de campo.

Ao Centro de Atividades Roberto Simonsen – SESI, por colocar-se à disposição para a pesquisa de campo.

Ao meu marido, Bruno Christiano Lima Sousa, por sempre me apoiar e por me auxiliar nas gravações da pesquisa de campo.

Aos meus pais, Yara Cavalheiro Crittelli e Gerson Crittelli, por sempre me apoiarem e por me auxiliarem na confecção e organização do material de apoio para a pesquisa de campo.

À minha irmã, Beatriz Crittelli Amado, por me inspirar e incentivar a realizar uma pesquisa voltada para pessoas com dificuldades de aprendizagem.

Resumo

O objetivo desta dissertação é analisar as medidas que podem ser tomadas em sala de aula para contribuir na compreensão do significado de equivalência para o ensino de equações de primeiro grau com uma incógnita, com foco em estudantes que apresentam um histórico de dificuldades de aprendizagem. Para essa análise, foi feito um panorama acerca dos desafios do ensino de álgebra na Educação Básica no Brasil e um panorama geral acerca dos transtornos de aprendizagem na concepção organicista e histórico-cultural. A linha de pensamento adotada é a histórico-cultural e o referencial teórico escolhido é a teoria histórico-cultural de Vygotsky. Foi criada uma sequência de tarefas com o tema de redes sociais que conta com o uso de tecnologias e de materiais manipuláveis, que passou por modificações ao longo do processo de testes em três turmas diferentes de 7º e 8º ano do Ensino Fundamental, de duas escolas da cidade de São Paulo, uma municipal e outra da rede SESI, com base na metodologia do *Design Experiments*. A análise foi focada em um subgrupo de 12 estudantes com histórico de dificuldades de aprendizagem da sala em que ocorreu o terceiro ciclo de testes e chegou-se às seguintes conclusões: todos os estudantes do subgrupo apresentaram indícios de compreensão da ideia de equivalência e o que pode ter contribuído para isso foi a escolha do tema de redes sociais, o trabalho em grupos colaborativos, a condução da professora, o uso de materiais manipuláveis e a atribuição de premiações em cada tarefa. Entretanto, observou-se que o sentimento de inferioridade entre os estudantes do subgrupo prevaleceu e pode ter sido decorrente de falas e de atitudes de preconceito por parte dos demais colegas da sala. Por fim, é feita uma reflexão a respeito do papel do professor em atender necessidades específicas de seus estudantes e em formar cidadãos que respeitem diferenças.

Palavras-chave: histórico-cultural, dificuldades de aprendizagem, inclusão, ensino de álgebra, equivalência.

Abstract

The aim of this dissertation is to analyze measures that can be taken in the classroom to contribute to the understanding of the meaning of equivalence for teaching first degree equations with an unknown factor, focusing on students who have a history of learning difficulties. For this analysis, an overview was made concerning the challenges of teaching algebra in Basic Education in Brazil as well as a general overview regarding learning disorders in the organic and historical-cultural approach. The historical-cultural theoretical approach was adopted, while the theoretical framework is Vygotsky's historical-cultural theory. A sequence of tasks with the theme of social networks was created, with the use of technologies and manipulable materials, which underwent changes throughout the testing process with three different classes of 7th and 8th grades of Elementary School, from two schools from the city of São Paulo, one municipal and one from the SESI network, based on the Design Experiments methodology. The analysis focused on a subgroup of 12 students with a history of learning difficulties in the classroom in which the third test cycle was performed and the following conclusions were attained: all students in the subgroup showed signs of understanding the idea of equivalence, and what may have contributed to this was the choice of the social networks theme, working in collaborative groups, the teacher's guidance, the use of manipulable materials, and the attribution of awards in each task. However, we observed that the feeling of inferiority among students in the subgroup prevailed, which may have been due to speeches and attitudes of prejudice from other classmates. Finally, a reflection is carried out about the teacher's role in meeting the specific needs of students and educating citizens who respect differences.

Keywords: cultural-historical, learning difficulties, inclusion, teaching algebra, equivalence.

Lista de figuras

Lista de quadros

Lista de fotografias

Lista de abreviaturas

ABP Associação Brasil Parkinson

ADAP Associação de Deficientes Auditivos, Pais, Amigos e Usuários de Implante Coclear

BNCC Base Nacional Comum Curricular

CID-10 Classificação Estatística Internacional de Doenças e Problemas Relacionados à Saúde

CNE Conselho Nacional de Educação

DPAC Distúrbio no Processamento Auditivo Central

DSM-5 Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais

EMEF Escola Municipal de Ensino Fundamental

NAAPA Núcleo de Apoio e Acompanhamento para Aprendizagem

PCN Parâmetros Curriculares Nacionais

SESI Serviço Social da Indústria

TDAH Transtorno do Déficit de Atenção e Hiperatividade

Sumário

1. Introdução

É ilusório pressupor que em uma sala de aula todos os estudantes aprendem da mesma maneira. Ao longo de sua carreira, um professor depara-se com uma heterogeneidade de pensamentos, comportamentos e níveis cognitivos, o que torna fundamental em seu trabalho o conhecimento de seus alunos. É preciso levar em conta a diferença entre eles na hora de planejar sua prática diária. A elaboração de cada atividade tem que ter o objetivo de favorecer a compreensão daqueles que têm mais dificuldades, pois assim todos serão recompensados.

Aparentemente, no Brasil, há pouca divulgação de pesquisas que estudam dificuldades de aprendizagem, de modo que muitos professores passam anos lecionando sem nunca terem recebido nenhuma orientação quanto a isso. Consequentemente, os alunos que possuem dificuldades sentem-se incapazes intelectualmente e, na maioria das vezes, são deixados de lado por não apresentarem bom desempenho.

Kranz e Healy (2013), em um artigo acerca de pesquisas relacionadas à discalculia, apontam a necessidade de mais estudos na área, que ainda persiste nos dias de hoje:

> Uma vez determinada a amostra de nossa pesquisa, reconhecemos que a mesma é pequena e pouco avançou entre os anos de 2011 a 2013, o que pode ser um indicador da necessidade de mais estudos na área. Também ressaltamos o fato da maioria dos trabalhos serem ligados a outras áreas que não a educação, mesmo sendo a discalculia relacionada à aprendizagem da matemática. (KRANZ e HEALY, 2013, p. 3)

Transtorno do Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH), Discalculia, Dislexia, Distúrbio no Processamento Auditivo Central (DPAC) são apenas algumas denominações existentes para caracterizar os chamados transtornos de aprendizagem. Provavelmente, muitas outras denominações ainda surgirão para fazerem parte da CID-10 (Classificação Estatística Internacional de Doenças e Problemas Relacionados à Saúde), trazendo para a vida de muitos estudantes o selo de incapacidade.

A atitude de buscar o conhecimento de tais transtornos, bem como a de buscar estratégias para evitar a desmotivação e a frustração de alunos rotulados por eles, torna-se fundamental no decorrer da carreira de um professor de Matemática. Neste trabalho, o leitor encontrará um panorama geral acerca desses transtornos, bem como diferentes concepções acerca da maneira como são compreendidos por estudiosos da educação e da medicina. Vale ressaltar que a concepção adotada na presente pesquisa é a histórico-cultural, à luz da teoria de Vygotsky, o que levou à adoção da expressão “estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem” para referir-se a estudantes que apresentam laudo médico em transtornos de aprendizagem ou que possivelmente apresentariam se procurassem um médico.

A partir da leitura deste trabalho, espera-se que professores sintam-se encorajados a incluir todos os seus estudantes em suas propostas de ensino, sejam quais forem as suas necessidades e seja qual for o tema de suas aulas. Mais especificamente, este trabalho explora estratégias potencialmente eficazes para a introdução de um conteúdo que, para muitos estudantes, é o ponto de partida para o fracasso escolar: equações de primeiro grau com uma incógnita.

Equação do primeiro grau é um dos primeiros tópicos abordados em álgebra, logo após sua introdução. Geralmente, ao terem contato com equações, os estudantes ainda estão se familiarizando com os diferentes papéis assumidos pelas letras: de generalizar, de representar uma variável ou de representar uma incógnita. Por exemplo, os professores costumam citar a seguinte frase: “Uma letra pode representar qualquer número”. Entretanto, em equações do primeiro grau com uma incógnita, a letra representa apenas um determinado número, e não uma infinidade.

Trivilin e Ribeiro (2015) apontam que algumas dificuldades na aprendizagem de equações estão diretamente relacionadas à mudança de significado do sinal de igualdade. Nos anos iniciais do Ensino Fundamental, o sinal de igualdade costuma aparecer nos momentos em que é necessário indicar o resultado de algum cálculo, entretanto, nos anos finais, no estudo de equações de primeiro grau com uma incógnita, o mesmo símbolo é utilizado para representar uma equivalência.

Em muitos livros didáticos, as relações de equivalência em equações aparecem no início do desenvolvimento desse conceito e logo são substituídas por métodos práticos de resolução, com grande ênfase em regras procedimentais. Muitos estudantes apropriam-se dos procedimentos e conseguem evoluir no conhecimento matemático de conteúdos apresentados posteriormente. Porém, estudantes com dificuldades de aprendizagem podem não desenvolver de forma satisfatória o aspecto procedimental da álgebra, criando uma lacuna que dificilmente será preenchida nos anos posteriores.

Cabe lembrar, também, que as equações não aparecem apenas em conteúdos de caráter exclusivamente algébrico. Muitos exercícios de Geometria propostos em livros didáticos apresentam variáveis ou incógnitas, que podem ser determinadas pelo uso de fórmulas ou por meio de uma equação de primeiro grau com uma incógnita. Isso ocorre, por exemplo, no cálculo das dimensões de um polígono a partir de seu perímetro, do valor de ângulos (opostos pelo vértice, alternos internos e externos, complementares e suplementares), do número de lados de um polígono a partir da soma de seus ângulos internos ou externos, entre outros.

A respeito do uso da álgebra como uma ferramenta para a resolução de problemas, Usiskin (1995) afirma o seguinte:

> A Álgebra continua sendo um veículo para resolução de certos problemas, mas também é mais do que isso. Ela fornece meios para se desenvolverem e se analisarem relações. E é a chave para caracterização e a compreensão das estruturas matemáticas. Dados esses trunfos e a matematização crescente da sociedade, não é de surpreender que a álgebra seja hoje a área-chave de estudo da matemática da escola secundária e que essa posição de destaque provavelmente perdure por muito tempo. (USISKIN, 1995, p. 21)

Além de tornar-se ferramenta facilitadora para o tratamento de problemas, a álgebra é conteúdo chave para a compreensão de diversas estruturas na Matemática escolar. Dada sua importância, não é aceitável que haja tantos estudantes desfavorecidos na aprendizagem desse tema.

O principal objetivo da presente pesquisa é propor uma abordagem para a introdução do conceito de equações de primeiro grau com uma incógnita, ainda sem o uso de letras, com o intuito de auxiliar os estudantes a atribuírem sentido ao significado de equivalência. Nessa abordagem são levadas em consideração necessidades específicas de estudantes que apresentam um histórico de dificuldades de aprendizagem e, para tanto, as tarefas desenvolvidas contam com um material de apoio e com regras estabelecidas que procuram evitar o desfavorecimento de tais estudantes.

Tomou-se como pressuposto que ao buscar incluir estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem, todos os estudantes seriam contemplados, ou seja, a abordagem adotada pretende favorecer a aprendizagem de todos. Nesse sentido, a questão que norteou a pesquisa foi a seguinte: "*Em que medida as intervenções realizadas em sala de aula podem contribuir para a compreensão do significado de equivalência por parte de estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem?".*

Para Ponte (2005), a aprendizagem é resultante de dois fatores principais: de uma atividade e da reflexão feita sobre ela. Para o desenvolvimento de uma atividade, os estudantes são submetidos a tarefas, que podem ser formuladas pelo professor ou resultarem de negociações entre estudantes e professor. Não basta, no entanto, selecionar boas tarefas – é preciso ter atenção ao modo de propô-las e de conduzir sua realização na sala de aula.

Assim, com o objetivo de envolver os estudantes na atividade de compreender o significado de equivalência, foram elaboradas algumas tarefas que passaram por um processo de reformulação através de três ciclos de testes realizados em escolas da cidade de São Paulo, com base na metodologia do *Design Experiments*. O primeiro ciclo foi realizado em outubro e novembro de 2017 com um público formado por 9 estudantes que apresentavam um histórico de dificuldades de aprendizagem do 7° ano da Escola Municipal de Ensino Fundamental (EMEF) Jean Mermoz. O segundo foi realizado em agosto de 2018 com uma sala convencional de 32 estudantes do 8º ano do Centro de Atividades Roberto Simonsen – SESI; e o terceiro ciclo em novembro de 2018 com uma sala convencional de 32 estudantes de 7º ano, também do Centro de Atividades Roberto Simonsen – SESI, que contava com 12 estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem.

A autora do presente trabalho atuou como professora durante a aplicação das tarefas e como pesquisadora no desenvolvimento do projeto e análise dos dados. Portanto, a depender da situação, os dois termos poderão ser utilizados para referenciá-la.

Ao final desse processo de aplicação e análise das tarefas, chegou-se a uma proposta que ainda pode ser aprimorada, mas que pode servir de base para professores que, assim como a pesquisadora do presente estudo, pretendem incluir a todos os seus estudantes na aprendizagem de equações de primeiro grau com uma incógnita.

Nos tópicos seguintes deste capítulo, serão explicitados alguns fatores que motivaram a pesquisadora a escolher este tema, serão levantadas algumas pesquisas existentes na área e, por fim, será explicitado o caminho adotado para o desenvolvimento desta pesquisa.

1.1. Motivação

Durante minha[1] trajetória escolar, presenciei algumas situações que me fizeram refletir acerca da inclusão em sala de aula, antes mesmo de eu cogitar a possibilidade de ser professora. Minhas duas melhores amigas enquadravam-se na categoria de estudantes com necessidades educacionais especiais, uma por ter deficiência visual e a outra por apresentar laudo médico de discalculia.

A primeira tinha um excelente desempenho em História, Geografia e Inglês. Porém, nas aulas de Matemática ela sentia-se deslocada e excluída por não saber o que estava sendo escrito na lousa. Segundo ela, se estivesse acordada ou dormindo durante a aula, não faria a menor diferença e, por isso, preferia dormir.

Sempre me incomodei com essa situação, afinal ela merecia ter as mesmas oportunidades que eu. Enquanto pude, tentei auxiliá-la na tarefa de compreender o mundo abstrato da Matemática. Frequentei a casa dela e tentei tornar os conhecimentos mais acessíveis a ela por meio de materiais manipuláveis improvisados e ditados. Os resultados não foram como eu esperava, pois suas notas em provas sempre ficavam entre zero e cinco. Sua média final, entretanto, sempre era seis, suficiente para ser aprovada, e ela foi percebendo que, com ou sem esforço, a nota atribuída pelo professor era a mesma. No último ano do Ensino Médio ela decidiu desistir de estudar Matemática, mas isso não a impediu de ser aprovada.

Com relação à minha outra amiga, seu percurso de aprendizagem matemática não foi diferente. Estudei com ela desde o maternal, ou seja, sempre tivemos as mesmas oportunidades de ensino. Entretanto, percebi que não assimilávamos a Matemática da mesma forma, pois suas notas sempre estavam abaixo da média. O insucesso escolar

[1] Por se tratar de uma trajetória pessoal, somente esta sessão será escrita em primeira pessoa e em linguagem coloquial.

causava nela desânimo, tristeza, sentimento de incapacidade, agressividade, entre outras coisas. Nos dias de prova e de entrega de resultados ela procurava manter-se isolada, sem interagir com as pessoas da sala, a menos que fosse extremamente necessário.

Quando estávamos no Ensino Médio, seus pais resolveram levá-la ao médico, que lhe deu um laudo de discalculia. Para mim, a única vantagem que o laudo trouxe para ela foi que, a partir de então, ela tinha o “passe livre” para ter seis na média, pois não vi nenhuma intervenção por parte do professor ou da escola em termos de aprendizagem matemática. O desfecho das duas histórias foi o mesmo: desistência. Desistência por parte das alunas, por parte do professor e, também, por parte da escola, que optou pela maneira mais fácil de lidar com essas situações.

Por esses e outros motivos, resolvi fazer faculdade de Matemática, tornar-me professora para, quem sabe um dia, impedir que essas situações se repetissem na vida de outros estudantes. Formei-me e passei a atuar como professora em uma escola, na qual lecionei Matemática para os 6°, 7° e 8° anos do Ensino Fundamental ll. Iniciei o ano com a intenção de não deixar que nenhum de meus alunos se sentisse excluído. Porém, com o passar do tempo, percebi que isso era mais difícil do que eu imaginava.

Descobri que eu tinha mais de um aluno por sala com diferentes laudos e que eu não fazia a menor ideia de como lidar com eles e suas necessidades. Permiti que muitos conteúdos fossem deixados para trás sem a verdadeira compreensão por parte deles e atribuí muitas notas baixas. Alguns desses estudantes pareciam se interessar pelas minhas aulas, porém, o momento de passar suas ideias para o papel parecia ser difícil e, a meu ver, suas avaliações não expressavam o que realmente sabiam.

O conteúdo que mais me intrigou, entre todos que ensinei, foi o de equações do primeiro grau. Eu pensava que a analogia da equivalência com a balança de dois pratos era uma ótima estratégia para ensinar tal conteúdo. Entretanto, minha experiência me provou o contrário. Apenas os alunos que já apresentavam boas notas em Matemática se apropriaram daqueles conceitos. Ao observar as atividades e avaliações, percebi que, ao contrário do que eu esperava, eu estava excluindo os estudantes que apresentavam dificuldades do processo de aprendizagem.

Em um total de quatro anos, passei por mais três escolas e em todas elas percebi que lidar com estudantes com dificuldades de aprendizagem era de fato um desafio não só para professores, mas também para gestores. Os gestores das escolas em que trabalhei procuravam orientar os professores a tomar atitudes específicas com os estudantes que apresentavam laudo médico com a intenção de garantir que eles fossem contemplados com os direitos mínimos exigidos por lei. A principal indicação era para que os professores criassem provas personalizadas para tais estudantes, mas nunca foi realizada nenhuma formação específica a respeito de como essas provas deveriam ser elaboradas.

Para estudantes com discalculia e TDAH, a instrução básica era que as provas apresentassem uma quantidade reduzida de textos e que não houvesse mais de uma pergunta em uma mesma questão. Em alguns casos, a escola disponibilizava uma pessoa para ler todos os enunciados para os alunos. Para estudantes com discalculia, a orientação era para que o nível fosse reduzido e que fossem realizadas perguntas diretas que não exigissem cálculos complexos. Para mim e para os demais professores, tais instruções eram extremamente subjetivas e não necessariamente facilitariam o acesso deles à prova.

Uma das escolas em que trabalhei exigia que professores realizassem fora do período de aula uma avaliação oral com todos os estudantes que apresentavam laudo. Nunca recebi nenhuma orientação de como deveria ser estruturada e executada. Alguns professores apenas realizavam novamente a prova que já havia sido feita de maneira escrita e outros criavam questões novas com um nível de complexidade menor. A atribuição da nota também era completamente subjetiva, de modo que muitos professores assumiam que definiam a nota previamente e induziam os estudantes a responderem corretamente às questões para justificar a nota recebida.

Todas essas situações me incomodavam profundamente, pois nunca vi nenhum tipo de mobilização para garantir a verdadeira aprendizagem desses estudantes, mas somente para garantir o cumprimento das leis, como se a escola quisesse apenas se resguardar juridicamente.

Motivada pela trajetória pessoal escolar e profissional aqui descrita, decidi aprofundar meus estudos a respeito de dificuldades de aprendizagem, a fim de obter subsídios para lidar com esses estudantes e, de certa forma, contribuir com o trabalho de outros professores que, assim como eu, não querem fechar os olhos para essas situações.

1.2. Levantamento de pesquisas na área

No início do desenvolvimento deste trabalho de pesquisa, a dissertação de Castelo Branco (2015) foi fundamental para trazer inspirações acerca do tema escolhido. Em seu trabalho, intitulado *A má temática da dislexia: aspectos da utilização da arte e da tecnologia na aprendizagem da matemática por alunos portadores de dislexia*, Castelo Branco (2015) desenvolveu atividades sobre a sequência de Fibonacci com o objetivo de atender às necessidades de alunos disléxicos do terceiro ano do Ensino Médio de uma escola estadual pública na periferia de Atibaia (SP). Para isso, ele explorou o uso dos sentidos, da Arte e da Tecnologia como fatores motivacionais e essenciais para a efetiva compreensão por parte dos estudantes e contou com o auxílio de professores de outras disciplinas, como Arte, Física e Química.

O autor realizou um vasto levantamento bibliográfico acerca da dislexia e da discalculia, bem como sobre as implicações desses transtornos na aprendizagem matemática. A maioria dos autores estudados possui uma visão organicista, que tende a ser pessimista por potencializar as dificuldades dos estudantes que possuem laudo médico em transtornos de aprendizagem. Porém, Castelo Branco defende a visão de que é importante que todo professor conheça as reais dificuldades de seus estudantes para ter condições de ajudá-los. Além disso, revela-se disléxico e conta sua própria trajetória, a princípio traumática, mas posteriormente de sucesso.

Castelo Branco (2015) apresentou alguns recursos que podem contribuir para a aprendizagem matemática de alunos disléxicos, dentre eles o site: http://www.matematicainclusiva.net.br/ (acesso em abril de 2020), desenvolvido por pesquisadores da Universidade Anhanguera. Segundo ele, uma maneira eficaz de ensinar um disléxico é por meio do ensino multissensorial, que aguça diversos sentidos e não apenas a leitura e a escrita. As atividades desenvolvidas envolveram materiais diversos como cartolina, cola, tesoura, geoplano, planilhas eletrônicas e até mesmo comida, como chocolate.

O autor conclui que é essencial que um educador tenha conhecimento das dificuldades de seus estudantes, a fim de proporcionar a eles a educação à qual têm direito. Ele ressalta que, assim como a escola deve, por lei, construir rampas para atender alunos com deficiência motora, deve também realizar as adaptações necessárias para incluir todos os estudantes, sem exceção. Por último, ele menciona a necessidade de existir uma inclusão de professores, ou seja, a necessidade da gestão da escola desenvolver maior confiança no trabalho de professores, uma vez que são, em sua maioria, desvalorizados e impedidos de utilizar recursos que poderiam otimizar a realização de um ensino multissensorial, como o celular, por exemplo.

Neste trabalho, assim como o trabalho de Castelo Branco (2015), há um destaque para a importância de um professor conhecer seus estudantes e preocupar-se com suas reais necessidades.

No decorrer do processo de amadurecimento da presente pesquisa, uma segunda dissertação foi essencial para trazer referências e inspirações: *O pensamento algébrico em atividades relacionadas ao princípio multiplicativo: empregando tecnologias móveis em uma sala inclusiva*, escrita por Faustino (2015). O objetivo da pesquisa foi investigar os estilos de pensamento algébrico envolvendo o princípio multiplicativo em situações combinatórias a partir de quatro atividades desenvolvidas com estudantes de uma sala de 6º ano, que contava com 13 (de um total de 18) diagnosticados com transtornos de aprendizagem, como Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade e Dislexia, em uma escola particular, localizada na cidade de Belo Horizonte (MG).

O referencial teórico utilizado foi o estudo de estilos de pensamento algébrico proposto por Radford (2010) e a metodologia empregada foi o *Design Experiments*. Foram realizados cinco ciclos de teste com públicos diferentes, envolvendo estudantes de 6º ano, 7º ano, de pedagogia e até mesmo um grupo de professores, a fim de aperfeiçoar a proposta das atividades aplicadas ao público que compôs o estudo principal. As atividades foram realizadas em duplas e contaram com o uso de um aplicativo, o xilofone, baixado nos dispositivos móveis dos estudantes, o que favoreceu a representação de objetos matemáticos por meio de som e de cores.

A autora conclui que na análise dos dados ficou evidenciado que o xilofone foi um instrumento importante para a compreensão dos estudantes, uma vez que registrou diferentes composições formadas por eles, representadas na lista de possibilidades. Faustino (2015) verificou também que as generalizações foram apresentadas em língua natural, o que lhe permitiu identificar dois estilos de pensamento algébrico propostos por Radford (2010), o factual e o contextual. Não foi possível verificar o pensamento algébrico simbólico, o que já era previsto pela autora.

Por fim, foi observado que o trabalho com classes inclusivas é favorecido quando se escolhem metodologias diferenciadas e motivadoras, como atividades que estimulem diferentes sentidos do corpo e a interação entre estudantes e professores. Além disso, foram partes importantes do processo as precauções tomadas com relação ao tempo que cada dupla levou nas atividades, o que valorizou as discussões e, por consequência, estimulou a criatividade. Assim como Castelo Branco (2015), a autora ressalta a importância da disposição dos professores em realizar as adaptações necessárias e respeitar as diferenças.

As semelhanças da dissertação de Faustino (2015) com o presente trabalho de pesquisa são muitas: o trabalho com uma sala de aula inclusiva, a metodologia do *Design Experiments* e o tema de introdução à álgebra, o que contribuiu na busca de bibliografias e inspirou a análise dos dados coletados.

A fim de investigar mais produções existentes que têm proximidade com o tema da presente pesquisa, foi realizada uma busca em diferentes fontes. Foi considerado o artigo de Fernandes e Salvi (2017) intitulado "*Estado da Arte da Educação Matemática Inclusiva: uma Análise a Respeito da Produção Científica*", que tem o objetivo de revelar diferentes enfoques da produção acadêmica relacionados à Educação Matemática Inclusiva no período de 2004 a 2014.

Nesse artigo, entre as várias produções acadêmicas, destacou-se a dissertação *Introdução à Álgebra para alunos de sétima série com necessidades educacionais especiais em sala de aula regular,* escrita por Oliveira (2012). Seu objetivo foi analisar o processo de aprendizagem de conteúdos introdutórios à álgebra de dois estudantes com necessidades educacionais especiais em uma sala de aula regular de 7ª série (8º ano) do Ensino Fundamental de uma escola estadual de uma cidade do Vale do Ribeira, em São Paulo.

Foram aplicadas oito atividades em duplas retiradas do Caderno do Professor do Estado de São Paulo da 7ª série, volume 2, as seis primeiras a respeito da generalização algébrica de sequências figurais e as duas últimas envolvendo expressões algébricas em diferentes contextos, como financeiro, cotidiano e matemático. As atividades foram aplicadas para 30 estudantes, mas foram considerados apenas 18 na análise por motivos de ausência ou falta de autorização dos responsáveis. Entre os 18, apenas dois foram o foco da análise, uma por apresentar deficiência intelectual e o outro por ser considerado com deficiência intelectual pela escola e família, mesmo sem apresentar laudo.

O autor apresentou inicialmente um referencial conceitual na área de inclusão escolar e levantou pontos essenciais de documentos legais. Os fundamentos teóricos utilizados foram os estudos acerca da Defectologia, de Lev Vygotsky, e a Teoria dos Campos Conceituais, de Gérard Vergnaud. A metodologia utilizada foi a qualitativa descritiva e o autor assumiu o papel de professor-pesquisador, conduzindo as atividades e fazendo intervenções quando necessário.

Os resultados trazidos foram, em um primeiro momento, quantitativos, de modo que foram considerados acertos totais, parciais, erros e respostas em branco nas atividades propostas. Com essa categorização, o autor concluiu que o desempenho dos alunos com necessidades educacionais especiais apresentou padrões de aprendizagem semelhantes aos demais alunos da sala. Além disso, em uma análise qualitativa, o autor concluiu que as respostas parciais desses dois estudantes foco da pesquisa expressaram conceitos menos explícitos, mas pertinentes ao processo de resolução das atividades.

O autor concluiu, ainda, que foi evidenciado um grande potencial de aprendizagem desses estudantes frente aos desafios propostos, mesmo sem uma estratégia específica voltada exclusivamente a eles. Porém, em um questionário realizado com a professora da turma, o autor salientou a prevalência da visão organicista que evidencia as dificuldades dos estudantes acima das potencialidades. Com isso, ele acrescenta que a crença na possibilidade de aprendizagem e no potencial de cada indivíduo é fundamental no trabalho do professor (OLIVEIRA, 2012, p.119), acima da formação recebida no tema de inclusão em sala de aula.

O presente trabalho de pesquisa apresenta o mesmo referencial teórico utilizado por Oliveira (2012), desenvolve, também, tarefas de introdução à álgebra e foi aplicado em uma sala de aula regular de 7º ano composta por alguns estudantes com necessidades educacionais especiais. A dissertação de Oliveira (2012) inspirou a análise focada em um subgrupo realizada neste trabalho e contribuiu para uma melhor compreensão da visão histórico-cultural acerca das dificuldades de aprendizagem.

A fim de ampliar a busca de teses e dissertações, foram realizadas consultas no portal de busca integrada da Universidade de São Paulo e no Google acadêmico, com filtros restringindo produções apenas dos últimos cinco anos. Nessa busca, destacou-se a dissertação de Alves (2016) intitulada: *A álgebra na perspectiva histórico-cultural: uma proposta de ensino para o trabalho com equações de 1º grau*. A pesquisa tem caráter qualitativo e tem por objetivo analisar a formação do pensamento algébrico e do conceito de equações de 1° grau sob a perspectiva da atividade orientadora de ensino sugerida por Moura (1992; 2000; 2001). O estudo foi realizado com 27 estudantes do 7° ano do ensino fundamental de uma escola municipal da cidade de Uberlândia (MG). Diferente das dissertações mencionadas anteriormente, essa não trabalha com um público de estudantes com necessidades educacionais especiais.

A autora realizou um estudo histórico do surgimento da álgebra, uma breve análise dos livros didáticos presentes na escola onde a pesquisa aconteceu e um levantamento de pesquisas já realizadas sobre a temática. As atividades foram desenvolvidas com base nos nexos conceituais da álgebra: fluência, campo de variação e variável, propostos por Sousa (2004) que, de acordo com a autora, podem ser apreendidos à luz da Teoria Histórico-Cultural de Vygotsky (1989; 1991) e dos princípios de Davidov (1982; 1987) acerca da construção do conhecimento teórico. Foram propostas 10 tarefas, algumas autorais, outras propostas por autores e outras adaptadas. Dentre as tarefas havia jogos e quiz, como banco imobiliário, jogo dos palitos, enigmas, triminós, entre outros.

A análise dos dados foi realizada a partir da categorização dos dados em episódios e cenas, propostos por Moura (2004), o que permitiu verificar movimentos possibilitados pelas situações de aprendizagem, assim como ações e reflexões dos estudantes perante as situações propostas. Alves (2016) conclui que houve formação do pensamento algébrico e apropriação do conceito de equações do 1º grau pelos estudantes. Além disso, foram notados indícios de que os nexos conceituais algébricos são de extrema relevância para a aprendizagem da álgebra, pois possibilitam aos estudantes a compreensão das justificativas de suas ações, da predominância do saber pensar ao invés do saber fazer.

Alves (2016) utiliza o mesmo referencial teórico (Teoria Histórico Cultural de Vygotsky) e o mesmo conceito matemático (equações de 1º grau) que a presente pesquisa, o que possibilitou o acesso a referências importantes para o desenvolvimento de tais temas neste trabalho.

1.3. Caminho adotado nesta pesquisa

Na busca de respostas para a questão norteadora "*Em que medida as intervenções realizadas em sala de aula podem contribuir para a compreensão do significado de equivalência por parte de estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem?"*, foi percorrido um longo caminho que contou com o auxílio de diversas pesquisas da área de educação.

Para delimitar a estrutura, a coluna vertebral deste trabalho, fez-se necessário escolher em primeiro lugar uma metodologia. A escolha precisaria atender à demanda principal que uma pesquisa na área da educação necessita: a análise qualitativa. A metodologia precisaria levar em conta as contribuições dos estudantes e apresentar um caráter de constante construção e evolução, não se limitando a uma sequência de tarefas, mas envolvendo um sistema complexo e interativo com múltiplos elementos de diferentes tipos e níveis. A metodologia escolhida foi, portanto, o *Design Experiments*, detalhada no capítulo 6 do presente trabalho.

Em segundo lugar, foi preciso escolher um referencial teórico que fosse ao encontro da perspectiva humanitária adotada pela professora e pesquisadora, inspirada pelas experiências que teve ao longo de sua jornada. Uma perspectiva que não culpabiliza o sujeito pelo insucesso escolar, mas sim o sistema que não busca as adaptações a ele necessárias. Uma perspectiva que não considera deficiências como doenças, mas sim como variações no leque de diversidade que existe na sociedade. Nesse sentido, adotou-se como referencial a teoria histórico-cultural de Vygotsky, descrita no capítulo 3 deste trabalho.

Sabe-se, entretanto, que no ambiente escolar prevalece a concepção médica de transtornos de aprendizagem e, por isso, fez-se necessário explicitar neste trabalho um panorama geral das diferentes concepções existentes acerca de dificuldades de aprendizagem, que se encontra no capítulo 4. Nesse capítulo são descritas as definições e características dos transtornos presentes nos laudos dos estudantes que fizeram parte da pesquisa de campo: Dislexia, Discalculia, Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH), Distúrbio no Processamento Auditivo Central (DPAC) e Doença de Parkinson.

Dado que se optou por desenvolver tarefas que envolvessem os estudantes na atividade de compreender a ideia de equivalência para o ensino de equações de primeiro grau com uma incógnita, foi preciso aprofundar os estudos acerca dos desafios da introdução à álgebra na Educação Básica. No capítulo 2 é feita uma breve introdução das diferentes concepções da álgebra na matemática escolar, uma descrição do que se sugere nos documentos oficiais brasileiros para o ensino da álgebra no Ensino Fundamental e uma consideração acerca das principais dificuldades enfrentadas no ensino de equações de primeiro grau com uma incógnita, seguida de sugestões propostas por alguns autores como Ponte, Branco e Matos (2009), Trivilin e Ribeiro (2015) e Silva (2018).

Uma vez definida a munição necessária para o aprofundamento no tema, foi preciso criar as tarefas para serem aplicadas com o público-alvo escolhido. As tarefas precisariam levar em conta as necessidades de estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem. Era preciso adotar uma perspectiva que partisse do concreto para conduzir os estudantes por um caminho sólido em direção ao abstrato. Nesse sentido, optou-se por utilizar materiais manipuláveis e tecnologias no desenvolvimento das tarefas. No capítulo 5 é descrita a definição de material manipulável e como sua utilização pode contribuir para o ensino de conceitos matemáticos na visão de Vale (2002) e Lorenzato (2006). Além disso, é feita uma reflexão acerca do uso de tecnologia em sala de aula na visão de Moura (2009).

Em concordância com a metodologia do *Design Experiments*, foi elaborado um projeto piloto que contava com 4 tarefas aplicado em outubro e novembro de 2017, em uma escola municipal de São Paulo, para um público formado apenas por estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem do 7º ano do Ensino Fundamental, chamado de primeiro ciclo de testes e descrito no capítulo 7.

Com o amadurecimento do referencial teórico, optou-se por elaborar uma segunda versão das tarefas para serem aplicadas em uma sala de aula convencional na escola em que a professora e pesquisadora do presente trabalho atuava no momento, o Centro de Atividades Roberto Simonsen – SESI. A segunda versão das tarefas foi chamada de segundo ciclo de testes e foi aplicada em agosto de 2018 para uma sala composta por 32 estudantes do 8º ano com o intuito de testar se as novas tarefas estavam adequadas para serem aplicadas aos estudantes do 7º ano dessa mesma escola. O segundo ciclo de testes está descrito no capítulo 8.

A fim de obter dados que permitissem a análise de respostas para a questão norteadora, foi realizado o terceiro e último ciclo de testes em uma sala de 7º ano formada por 32 estudantes, sendo 12 com um histórico de dificuldades de aprendizagem, também do Centro de Atividades Roberto Simonsen – SESI, em novembro de 2018. As tarefas aplicadas neste ciclo são o *redesign* das tarefas do segundo ciclo, que sofreram modificações a fim de evitar as falhas observadas na aplicação do segundo ciclo. O terceiro ciclo de testes é descrito no capítulo 9 deste trabalho.

No capítulo 11, o leitor encontrará respostas para a questão norteadora com base na análise realizada no capítulo 10. A análise foi feita a partir de algumas hipóteses previamente estabelecidas. Diversos momentos da interação dos estudantes do terceiro ciclo são retomados e analisados à luz do referencial teórico descrito nos demais capítulos. Espera-se que, ao fim deste percurso, o leitor sinta-se impactado pelas conclusões obtidas e motivado a adotar uma postura empática frente à diversidade humana.

2. Desafios da introdução à álgebra

Sobre a álgebra nos anos iniciais, Souza e Diniz (2008) escrevem:

> A Álgebra é a linguagem da matemática utilizada para expressar fatos genéricos. Como toda linguagem, a álgebra possui seus símbolos e suas regras. Esses símbolos são as letras e os sinais da aritmética enquanto que as regras são as mesmas da aritmética que nos permitem manipular os símbolos assegurando o que é permitido e o que não é permitido. (SOUZA e DINIZ, 2008, p. 4)

Segundo Druck (2015), o emprego de letras como indicação de situações genéricas emergiu da busca de expressões sintéticas para expressar ideias, tais como: regularidade em sequências, propriedades operatórias, cálculos de áreas e volumes, relações de dependência entre grandezas etc. A autora salienta que a linguagem algébrica é fruto de um longo e complexo processo histórico e que também se tornou uma ferramenta poderosa para a resolução de problemas, sendo muito utilizada em todos os campos da Matemática e em outras áreas do conhecimento.

Por meio da álgebra é possível expressar generalizações de maneira muito mais concisa, tais como "a medida da área de qualquer triângulo pode sempre ser obtida como o resultado do cálculo da metade do produto da medida do comprimento de sua base pelo comprimento de sua altura", que pode ser escrita como $A = \frac{b \cdot h}{2}$, sendo A a medida da área, b o comprimento da base e h o comprimento da altura do triângulo.

Druck (2015) afirma que, devido ao caráter cumulativo da Matemática, a concisão na escrita que a álgebra proporciona torna-se uma vantagem preciosa para o desenvolvimento dessa ciência. Contudo, tal concisão também é o que costuma representar um grande obstáculo cognitivo para o iniciante. Para a autora:

> Se o estudante não for exposto a experiências pessoais, gradativas e recorrentes, capazes de fazê-lo de fato entender certas formulações matemáticas como afirmações com significado preciso, acabará por tomá-las apenas como regras práticas, no máximo sugestivas, que servem para obter respostas a exercícios repetitivos. A linguagem perderá assim qualquer sentido, e a Matemática passará a representar, para ele, um amontoado de regras sem nexo, a serem decoradas para "passar na prova" e esquecidas posteriormente. (DRUCK, 2015, p. 2)

A introdução à álgebra representa o ponto de partida para o fracasso escolar de muitos estudantes. Os motivos para isso são diversos e podem estar relacionados à forma e ao momento em que o conteúdo é introduzido. Druck (2015) ressalta que a introdução da linguagem algébrica na escola assemelha-se à aquisição de uma nova língua e, por isso, é preciso garantir uma efetiva alfabetização para sua compreensão. As noções contidas nas “frases algébricas” ficam em geral obscurecidas aos iniciantes pela dificuldade natural da absorção e domínio dos diversos significados que os símbolos podem assumir, uma vez que as “frases” costumam expressar abstrações de maneira sintética.

Druck (2015) reitera que para possibilitar a composição de “frases matemáticas” é necessário dispor de predicados, que na linguagem algébrica correspondem às relações de igualdade (=) e ordem (<, ≤, >, ≥). Essas relações, quando envolvem o uso de letras, diferente do que ocorre na aritmética, podem ser verdadeiras ou falsas a depender de as letras assumirem valores pertencentes a um determinado intervalo. Dessa forma, resolver equações e inequações consiste em descobrir os valores que tornam a sentença verdadeira. Entretanto, ao resolvê-las levando-se em conta apenas regras de manipulação, o verdadeiro significado da “pergunta” pode se perder na mente dos estudantes.

Dadas as reflexões iniciais, neste capítulo pretende-se expor uma visão geral acerca das diferentes concepções da álgebra no Ensino Básico, bem como sugestões de abordagem no Ensino Fundamental de acordo com documentos oficiais. Por fim, é trazido um panorama acerca dos principais desafios no ensino de equações de primeiro grau com uma incógnita.

2.1. Concepções e funções da álgebra na matemática escolar

Os principais símbolos utilizados na álgebra são as letras. Para Fossa (2012), uma letra deve ser, em primeiro lugar, diferenciada quanto a seu sentido sintático e semântico, ou seja, diferenciada quanto à sua estrutura formal e seu significado. Sintaticamente, ou seja, estruturalmente, a letra possui papéis específicos no formalismo algébrico. Porém, semanticamente, ou seja, com relação a seu significado, a letra frequentemente está relacionada a uma quantidade mensurável ou a uma quantidade variável. Quando as letras assumem o papel de variável, elas podem, ainda, receber qualificativos, como: variáveis dependentes e variáveis independentes. Já quando aparecem em equações, algumas letras são chamadas de incógnitas, mas outras podem ser chamadas de constantes ou parâmetros.

Tal diferenciação é necessária, pois ao definirmos, por exemplo, a letra x como uma variável, é evidente que não pode haver troca por outra letra em uma expressão ou problema, ou seja, o x deve permanecer sendo x durante toda a extensão de qualquer contexto. Nesse caso, a letra varia apenas semanticamente, não sintaticamente.

Assim, por exemplo, na expressão genérica de uma equação de segundo grau ($ax^2 + bx + c = 0$), o x é chamado de incógnita e as letras a, b e c são chamadas de constantes genéricas. Já na fórmula de Bháskara ($x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$) utilizada para determinar as raízes dessa equação, o x é empregado como variável dependente e as letras a, b e c como variáveis independentes.

Ainda quanto ao sentido semântico das letras, Usiskin (1995) afirma que resumir o estudo de tais símbolos a uma única concepção implica simplificar e distorcer os objetivos da álgebra escolar. Assim, ele caracteriza esse estudo a partir de quatro concepções:

1) <u>A álgebra como generalizadora da aritmética:</u> Nesta concepção, as letras são generalizadoras, ou seja, o papel da álgebra é o de generalizar padrões numéricos que foram construídos indutivamente na aritmética. Por exemplo: sabe-se que 1 + 2 = 2 + 1, e que isso vale para qualquer par de números naturais; portanto, podemos escrever a + b = b + a, para expressar a propriedade comutativa da adição.

2) <u>A álgebra como estudo de processos para resolução de problemas:</u> Nesta concepção, as letras exercem o papel de incógnita, ou seja, as letras representam um valor desconhecido que pode ser encontrado por meio da resolução de equações ou de sistemas de equações. A álgebra, nesse sentido, é utilizada como facilitadora para resolver problemas. Vale lembrar que não basta saber traduzir o problema para a linguagem algébrica; é preciso também saber manipular as expressões a fim de encontrar a solução. Por exemplo, considere o problema: Adicionando 10 ao dobro de um número, obtemos 16. Que número é esse? Chamando de x o número desconhecido, espera-se que o estudante

expresse esse problema com a seguinte equação: $2x + 10 = 16$. Assim, por meio de estratégias, conclui-se que $x = 3$.

3) A álgebra como expressão da variação de grandezas: Nesta concepção, as letras assumem o papel de variáveis, ou seja, elas não representam um número apenas, mas sim quantidades que podem variar. Por exemplo, na questão: o que acontece com $\frac{1}{x}$ quando x se torna cada vez maior? Nessa questão, o objetivo não é encontrar o valor de x, ou seja, x não é uma incógnita. Além disso, a expressão dada não representa uma generalização da aritmética, uma vez que não faria sentido perguntar, por exemplo, o que acontece com $\frac{1}{3}$ quando 3 se torna cada vez maior. Aqui, existe uma relação de dependência entre a expressão e a variável, que pode ser expressa, por exemplo, por meio de gráficos.

4) A álgebra como estudo de estruturas matemáticas: Nesta concepção, as letras são signos arbitrários de uma estrutura estabelecida por certas propriedades, desvinculados de qualquer padrão observado, problema a ser resolvido ou função a ser analisada. Assim, o objetivo da álgebra é, nesse caso, manipular as letras com o uso de regras das operações aritméticas ou de estruturas algébricas mais complexas. Exemplo: Fatore a expressão $axy - 2xy + ab - 2b$. Através de manipulações, chega-se a: $(a - 2).(xy + b)$.

A respeito dos diferentes significados das letras, Druck (2015) afirma que, como em qualquer processo de alfabetização, o que está em jogo na aprendizagem da álgebra não é a tomada de consciência das “regras”, mas sim o desenvolvimento das habilidades de leitura e de escrita com a devida atribuição de significados aos símbolos.

No presente trabalho, as tarefas desenvolvidas para a pesquisa de campo estão restritas à segunda concepção proposta por Usiskin (1995). Sobre essa concepção, entende-se como um desafio o desenvolvimento da noção de que a álgebra é realmente um instrumento facilitador na resolução de problemas e a compreensão do significado que a letra pode assumir no contexto de equações de primeiro grau com uma incógnita.

2.2. Álgebra nos documentos oficiais

Nesta seção são apresentadas as análises de alguns documentos oficiais brasileiros com o objetivo de verificar o que se sugere para o ensino da álgebra no Ensino Fundamental. Os documentos analisados foram: Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) – primeiro e segundo ciclos; Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) – terceiro e quarto ciclos; Base Nacional Comum Curricular (BNCC); e Currículo Paulista. No início do desenvolvimento deste trabalho de pesquisa o documento que vigorava era o PCN e, em dezembro de 2017, foi publicada uma resolução que instituiu a BNCC como documento a ser implantado obrigatoriamente na Educação Básica, mais especificamente, no Ensino Fundamental.

De acordo com todos os documentos analisados, a álgebra deve ser introduzida nos anos finais do Ensino Fundamental. Entretanto, recomenda-se fazer uma iniciação desse conteúdo ainda nos anos iniciais, chamada de pré-álgebra, que consiste no trabalho com conceitos fundamentais de forma elementar e simplificada, a fim de preparar os estudantes para o momento em que a álgebra venha a ser efetivamente abordada.

A respeito da pré-álgebra nos Parâmetros Curriculares Nacionais – primeiro e segundo ciclos, encontra-se:

> Embora nas séries iniciais já se possa desenvolver uma pré-álgebra, é especialmente nas séries finais do ensino fundamental que os trabalhos algébricos serão ampliados; trabalhando com situações-problema, o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra (como modelizar, resolver problemas aritmeticamente insolúveis, demonstrar), representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas) e conhecendo a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação. (BRASIL, 1997, p. 39)

O documento recomenda que as noções algébricas sejam exploradas por meio de jogos, generalizações e representações matemáticas (como gráficos, modelos), e não por procedimentos puramente mecânicos. É feita, ainda, uma crítica à formalização precoce de conceitos e ao predomínio da álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental:

> [...] é importante salientar que ainda hoje nota-se, por exemplo, a insistência no trabalho com os conjuntos nas séries iniciais, o predomínio absoluto da Álgebra nas séries finais, a formalização precoce de conceitos e a pouca vinculação da Matemática às suas aplicações práticas. (BRASIL, 1997, p. 21)

Quanto ao enfoque dado à álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental, os Parâmetros Curriculares Nacionais – terceiro e quarto ciclo ressaltam a importância da clareza do papel do ensino desse tema para que não seja feito um ensino mecânico e sem significado. O ensino de equações, por exemplo, pode ser mais proveitoso se não for enfatizado o uso de regras de manipulação.

> Para uma tomada de decisões a respeito do ensino da Álgebra, deve-se ter, evidentemente, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como a criança e o adolescente constroem o conhecimento matemático, principalmente quanto à variedade de representações. Assim, é mais proveitoso propor situações que levem os alunos a construir noções algébricas pela observação de regularidades em tabelas e gráficos, estabelecendo relações, do que desenvolver o estudo da Álgebra apenas enfatizando as manipulações com expressões e equações de uma forma meramente mecânica. (BRASIL, 1998, p. 116)

Quanto à utilização da álgebra nos últimos anos do Ensino Fundamental, salienta-se a importância da sua não obrigatoriedade, uma vez que isso pode gerar uma desvalorização da resolução de problemas no campo numérico.

> É importante salientar que no quarto ciclo não se pode configurar o abandono da Aritmética, como muitas vezes ocorre. Os problemas aritméticos praticamente não são postos como desafios aos alunos deste ciclo; em geral, as situações trabalhadas pelos professores privilegiam a aplicação de conceitos algébricos. Pode-se até afirmar que os procedimentos não-algébricos (os que não utilizam equações, sistemas etc.) para resolver problemas são desestimulados nos últimos anos do ensino fundamental, mesmo em situações em que a álgebra não é necessária. (BRASIL, 1998, p. 83)

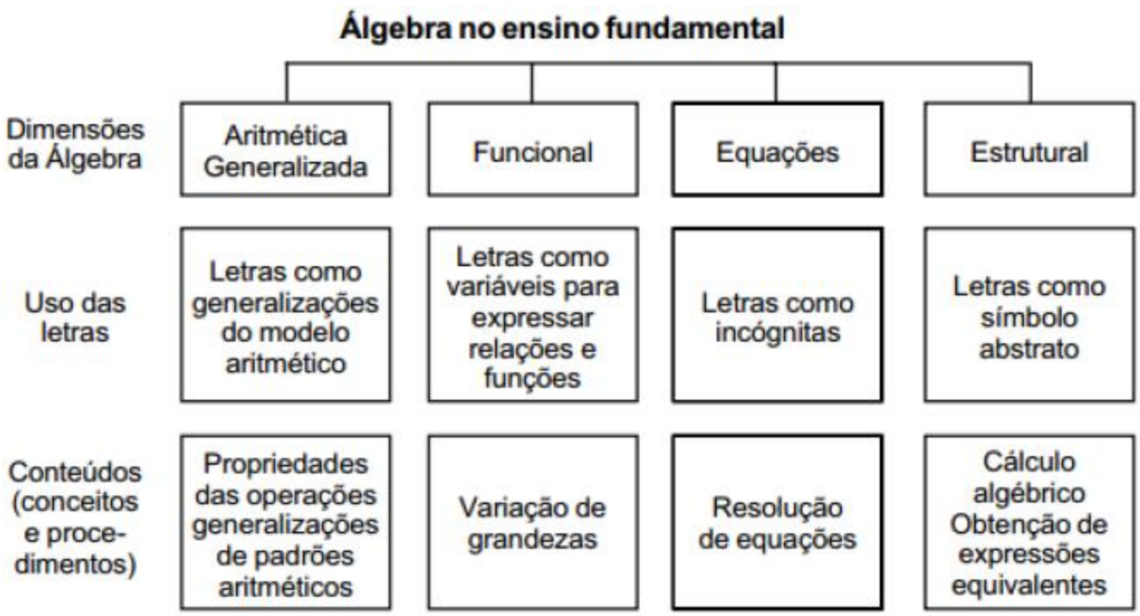
É também mencionado que a álgebra está presente em outras unidades temáticas dentro da Matemática, como ao generalizar os procedimentos para calcular o número de diagonais para qualquer polígono, ao indicar a expressão que relaciona duas grandezas, ao calcular medidas de tendência central de uma pesquisa (BRASIL, 1998, p. 84). A ideia de proporcionalidade, por exemplo, aparece na resolução de problemas multiplicativos, nos estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, na matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções.

O documento ressalta, ainda, a importância do trabalho com as quatro concepções da álgebra.

> Existe um razoável consenso de que para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra. (BRASIL, 1998, p. 116)

A figura a seguir resume de forma simplificada as diferentes interpretações da álgebra escolar e os diferentes usos da letra.

Figura 1 – Esquema com as quatro concepções da álgebra segundo os PCN.



Fonte: BRASIL, 1998, p. 116.

Além da abordagem das diferentes concepções da álgebra e diferentes interpretações da letra, é proposto também que os contextos sejam diversificados para que os estudantes tenham oportunidade de construir representações algébricas, traduzir situações por meio de equações e construir regras para resolução de equações. Quanto ao ensino de equações, afirma-se no documento que é importante que os estudantes percebam que as equações e sistemas de equações facilitam a resolução de problemas difíceis do ponto de vista aritmético.

A Base Nacional Comum Curricular recomenda que o Ensino Fundamental tenha o compromisso de desenvolver o letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente. O letramento matemático favorece o estabelecimento de conjecturas, a formulação e resolução de problemas em contextos variados e a utilização de ferramentas matemáticas, assegurando que os estudantes reconheçam que conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e atuação no mundo, bem como para o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico.

Com base nisso, o ensino de álgebra deve ser pautado no desenvolvimento de uma linguagem a ser utilizada em diversos contextos. Acerca da unidade temática nomeada de “Álgebra”, o documento diz o seguinte:

> As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática deve enfatizar o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações. (BRASIL, 2017, p. 270)

A respeito da pré-álgebra, o documento indica que desde o primeiro ano do Ensino Fundamental sejam trabalhados conceitos algébricos de uma maneira simplificada, sem o uso de letras.

> (...) é imprescindível que algumas dimensões do trabalho com a álgebra estejam presentes nos processos de ensino e aprendizagem desde o Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade. No entanto, nessa fase, não se propõe o uso de letras para expressar regularidades, por mais simples que sejam. (BRASIL, 2017, p. 270)

No quadro de objetos do conhecimento e habilidades dos anos iniciais do Ensino Fundamental, a Unidade Temática “Álgebra” está presente do 1º ao 5º ano. Nos primeiro e segundo anos, recomenda-se que seja abordada por meio da identificação de padrões em sequências. No terceiro ano, além da identificação de regularidades, deve ser introduzida a relação de igualdade e, no quarto ano, devem ser introduzidas propriedades da igualdade e relações existentes entre as operações básicas. Por fim, no quinto ano, é prevista a abordagem da noção de equivalência e introdução a problemas envolvendo grandezas diretamente proporcionais.

Acerca do trabalho com equivalências e igualdades nos anos iniciais, o documento afirma o seguinte:

> A relação de equivalência pode ter seu início com atividades simples, envolvendo a igualdade, como reconhecer que se 2 + 3 = 5 e 5 = 4 + 1, então 2 + 3 = 4 + 1. Atividades como essa contribuem para a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita. (BRASIL, 2017, p. 270)

Nos anos finais do Ensino Fundamental observa-se que a cada ano são retomados e aprofundados assuntos iniciados em anos anteriores como: generalização de padrões, grandezas diretamente proporcionais, entre outros.

> No Ensino Fundamental – Anos Finais, os estudos de Álgebra retomam, aprofundam e ampliam o que foi trabalhado no Ensino Fundamental – Anos Iniciais. Nessa fase, os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. (BRASIL, 2017, p. 271)

O uso de letras para representar generalizações, padrões e situações problema é indicado a partir do 7° ano. Porém, no 6º ano é proposto o desenvolvimento das seguintes habilidades no campo da álgebra:

> (EF06MA14) Reconhecer que a relação de igualdade matemática não se altera ao adicionar, subtrair, multiplicar ou dividir os seus dois membros por um mesmo número e utilizar essa noção para determinar valores desconhecidos na resolução de problemas.
> (EF06MA15) Resolver e elaborar problemas que envolvam a partilha de uma quantidade em duas partes desiguais, envolvendo relações aditivas e multiplicativas, bem como a razão entre as partes e entre uma das partes e o todo. (BRASIL, 2017, p. 303)

Com isso, verifica-se que a álgebra pode ser desenvolvida em todos os anos do Ensino Fundamental, mesmo que por um momento isso seja realizado sem o uso de letras. Com relação ao ensino de equações, vale ressaltar que existe uma preocupação com o desenvolvimento da ideia de equivalência e igualdade anterior à efetiva introdução do tema.

Observou-se que a Base Nacional Comum Curricular, entre os documentos analisados, é o único que se refere à contribuição da álgebra para o desenvolvimento do pensamento computacional:

> Outro aspecto a ser considerado é que a aprendizagem de Álgebra pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento computacional dos alunos, tendo em vista que eles precisam ser capazes de traduzir uma situação dada em outras linguagens, como transformar situações-problema, apresentadas em língua materna, em fórmulas, tabelas e gráficos e vice-versa. (BRASIL, 2017, p. 271)

O último documento analisado foi o Currículo Paulista, atualizado em 2019 a partir das diretrizes da Base Nacional Comum Curricular. Segundo o documento, existe uma premissa de que todos podem aprender Matemática, o que implica o investimento ao desenvolvimento da autoestima e da autoconfiança dos estudantes. Além disso, a ideia de letramento matemático também está presente e é enfatizada em diversos momentos como um meio de tornar a matemática significativa aos estudantes.

Assim como a BNCC, o Currículo Paulista sugere que sejam trabalhadas sete ideias fundamentais que permeiam todas as unidades temáticas, sendo essas: equivalência, ordem, proporcionalidade, aproximação, variação, interdependência e representação.

No campo da álgebra recomenda-se que sejam desenvolvidas principalmente as ideias de equivalência, proporcionalidade, variação e interdependência, assim como propõem a BNCC. O Currículo Paulista ressalta que a ideia de equivalência está presente nos estudos com números racionais, equações, áreas ou volumes e em outros objetos do conhecimento, ou seja, o conceito de equivalência deve ser ampliado e não ficar limitado ao campo algébrico.

A respeito da pré-álgebra, o documento afirma o seguinte:

> O Currículo Paulista contempla a Álgebra desde os Anos Iniciais. A necessidade de atuar no desenvolvimento do pensamento algébrico, bem como na compreensão dos conceitos algébricos e na capacidade de usar suas representações em situações novas, por vezes inesperadas, reforça a importância do ensino da álgebra desde os Anos Iniciais, ampliando-se a cada ano, até chegar aos registros com letras. O aprendizado da Álgebra contribui para a compreensão das propriedades e generalizações, para ampliar a capacidade de abstração, o que promove “saltos” cognitivos no raciocínio matemático. (SÃO PAULO, 2019, p. 319)

Em concordância com os demais documentos, o Currículo Paulista defende a ideia de que a álgebra deve ser introduzida nos anos iniciais do Ensino Fundamental, anterior ao registro com letras. Explicita, ainda, que o aprofundamento deve ocorrer apenas nos anos finais.

> Nos Anos Finais, as atividades envolvendo Álgebra devem retomar, aprofundar e ampliar o que foi estudado nos Anos Iniciais. Nessa etapa, os estudantes deverão compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão: estabelecer uma generalização de uma propriedade; investigar a regularidade de uma sequência numérica; indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica; estabelecer a variação entre duas grandezas. Para tanto, é necessário que os estudantes estabeleçam conexões entre incógnita e equação e variável e função. (SÃO PAULO, 2019, p. 320)

Com relação ao ensino de equações, o Currículo Paulista adota a mesma abordagem da BNCC, pois utiliza as mesmas habilidades estruturantes em todos os anos do Ensino Fundamental.

2.3. Considerações acerca do ensino de equações de primeiro grau com uma incógnita

Etimologicamente o termo equação vem do latim “æquatĭo”, que significa igual. Do ponto de vista formal da matemática, uma equação é uma sentença aberta que exprime uma relação de igualdade. Uma equação do primeiro grau com uma incógnita aparece, em geral, na forma $ax + b = 0$, em que a e b são números conhecidos e x é a incógnita, que precisa ser descoberta (SILVA, 2018, p. 233).

O ensino de métodos de resolução de equações de primeiro grau pode ser realizado de diversas maneiras: por meio da utilização das propriedades da igualdade, de operações inversas, de regras de manipulação algébrica ou até mesmo através de cálculo mental, tentativa e erro e proporcionalidade. Historicamente, os primeiros registros de equações de primeiro grau estão no papiro de Moscou, escrito por volta de 1850 a.C. e no papiro Ahmes, de aproximadamente 1650 a.C. Os problemas que podiam ser representados por uma equação de primeiro grau a uma incógnita eram resolvidos por um método que mais tarde na Europa ficou conhecido como método da falsa posição.

Esse método consiste no seguinte: um valor qualquer é atribuído à incógnita e, sobre esse valor, são efetuadas as operações indicadas. O resultado obtido é comparado ao valor que se pretende obter e, usando proporções, chega-se à resposta correta. Exemplificando, no problema 26 do papiro Ahmes tem-se: “Uma quantidade e seu $\frac{1}{4}$ é igual a 15. Qual é a quantidade?”. Utilizando o método da falsa posição, supõe-se inicialmente que o valor é 4, já que é preciso calcular a quarta parte. A quarta parte de 4 é 1 e, somando 4 a 1, obtém-se 5. Como pretende-se chegar a 15, que é exatamente o triplo de 5, conclui-se que o valor procurado é 12, o triplo de 4.

Por volta do ano 300 a.C. na obra *Os Elementos*, escrita pelo matemático grego Euclides, foram enunciados dois axiomas que fundamentam o procedimento de resolução de equações de primeiro grau:

a) Se iguais forem somados a iguais, os resultados serão iguais.

b) Se iguais forem subtraídos de iguais, os resultados serão iguais.

Com esses axiomas, acrescentados de “Iguais multiplicados ou divididos por iguais não nulos continuam iguais”, obtêm-se o resultado de qualquer equação de primeiro grau.

Os livros didáticos brasileiros, em geral, enunciam a resolução de equações de primeiro grau a partir das propriedades da igualdade, que consistem nos axiomas enunciados anteriormente. Porém, em seguida a resolução é sistematizada por regras de manipulação algébrica. Muitos estudantes se apropriam dessas regras de modo que passam a utilizá-las de maneira mecânica, sem significado. Sobre essa problemática, também Ponte, Branco e Matos (2009) afirmam o seguinte:

> O enunciado dos princípios de equivalência como regras práticas é uma abordagem que facilita o processo de resolução de equações. No entanto, tende a deixar em segundo plano a justificação dessas regras, o que pode reforçar uma perspectiva da Matemática como conjunto de regras arbitrárias. É importante, por isso, que os alunos tenham uma percepção de onde vêm essas regras práticas e qual a sua justificação. (PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 95)

Alguns documentos oficiais como o PCN e a BNCC, conforme citação da seção anterior, recomendam um ensino de equações sem ênfase em regras de manipulação. A simples memorização de regras sem significado pode induzir os estudantes a cometerem erros de resolução, o que torna o processo de aprendizagem desse tema ainda mais complicado.

Ponte, Branco e Matos (2009) apontam algumas causas da dificuldade de aprendizagem desse tema:

> Muitas das dificuldades dos alunos na resolução de equações surgem dos erros que cometem no trabalho com expressões algébricas, por não compreenderem o significado destas expressões ou as condições da sua equivalência. Boa parte destas dificuldades tem a ver com o facto de os alunos continuarem a usar em Álgebra os conceitos e convenções aprendidos anteriormente em Aritmética. Verificam-se, também, dificuldades de natureza pré-algébrica, tais como a separação de um número do sinal “menos” que o precede. (PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 96)

A seguir serão exemplificados alguns erros comuns cometidos por estudantes na resolução de equações de primeiro grau, indicados pelos autores:

1. Interpretação incorreta de monômios do primeiro grau. Um exemplo disso pode ser visto na figura 2:

Figura 2 – Interpretações errôneas de monômios.

Interpretação de $4y$ como:
– quatro " y 's";
– um número com quatro dezenas e um número desconhecido de unidades;
– $4 + y$ por analogia com $3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}$.

Fonte: PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 96.

Esse erro pode ser decorrente da falta de compreensão da estrutura de expressões algébricas.

2. Transposição incorreta de termos. Um exemplo disso pode ser visto na figura 3:

Figura 3 – Manipulação algébrica incorreta em uma equação de primeiro grau com uma incógnita.

$$16x - 215 = 265 \Leftrightarrow 16x = 265 - 215$$

Fonte: PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 97.

Esse erro pode ser decorrente da memorização sem significado de regras de manipulação algébrica. Provavelmente, ao realizar essa transposição, o estudante procurou isolar o monômio que está acompanhado da letra *x*, mas não compreendeu o verdadeiro significado disso, que é adicionar 215 unidades dos dois lados da equação.

3. Conclusão incorreta da resolução da equação. Um exemplo disso pode ser visto na figura 4:

Figura 4 – Três diferentes possibilidades de concluir erroneamente uma equação do primeiro grau com uma incógnita.

$$2x = 4 \Leftrightarrow$$
$$i)\ x = 4 - 2;\ \ ii)\ x = \frac{4}{-2};\ \ iii)\ x = \frac{2}{4}$$

Fonte: PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 97.

Esses erros também podem ser decorrentes da memorização sem significado de regras de manipulação algébrica. No primeiro e segundo casos, o estudante utilizou-se da seguinte regra: "ao passar um número para o outro lado do sinal de igual, devemos trocar o sinal", porém, não foi compreendido o verdadeiro significado da expressão $2x =$

4, que representa que um número multiplicado por dois resulta em quatro. Já no terceiro caso, provavelmente o estudante utilizou-se da regra: “o número que multiplica a incógnita deve passar para o outro lado da equação na forma de divisão”, porém, da mesma forma, não foi compreendido o verdadeiro significado da expressão inicial, uma vez que o resultado obtido não faz sentido, já que 2 vezes $\frac{2}{4}$ resulta em 1, e não 4.

4. Adição incorreta de termos não semelhantes. Um exemplo disso pode ser visto na figura 5:

Figura 5 – Adição incorreta de dois termos não semelhantes.

$$3+4n=7n$$

Fonte: PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 96.

Esse erro pode ser decorrente de dois fatores: falta de compreensão da estrutura de expressões algébricas e interpretação errada dos sinais de igualdade e adição. O estudante que comete esse erro não interpreta o sinal “=” como a expressão de uma equivalência, mas sim como um indicador de que se deve escrever o resultado de uma operação. Da mesma forma, influenciado pela sua experiência anterior em aritmética, encara o sinal “+” como um indicador da necessidade de fazer uma adição e obter um resultado.

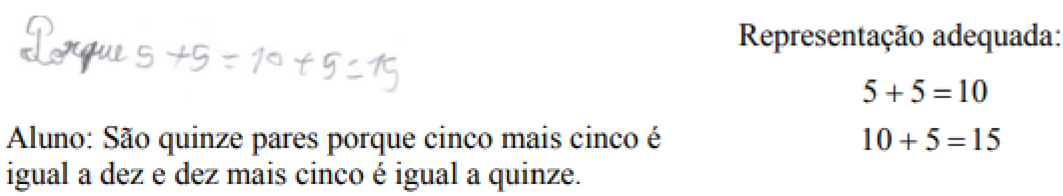
Trivilin e Ribeiro (2015) realizaram estudos acerca da concepção de professores no ensino de diferentes significados para o sinal de igualdade a estudantes dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Em suas pesquisas relatam que muitos professores não se atentaram para a importância desse tema. Os autores apontam outras pesquisas que relatam que algumas dificuldades na aprendizagem de equações estão diretamente relacionadas à mudança de significado do sinal de igualdade.

Foram explicitados três significados que podem ser atribuídos ao sinal de igualdade: o primeiro relacionado à noção operacional, o segundo à noção relacional e o terceiro envolvendo a ideia de equivalência.

A noção operacional surge principalmente em contextos aritméticos, em que os estudantes são levados a encarar o sinal de igualdade apenas como um símbolo que indica uma ação a ser realizada, como um operador que transforma, por exemplo, 3+4 em 7. Tarefas do tipo: “2 + 3 = ___”, “5 × 4 = ___”, “15 ÷ 3 = ___” e “8 - 5 = ___” contribuem para a compreensão do sinal de igualdade como uma instrução para fazer algo do lado esquerdo e colocar a resposta do lado direito.

Sobre a noção operacional, Ponte, Branco e Matos (2009) consideram fundamental que os alunos explorem situações em que o sinal de igualdade assume diferentes significados ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental, uma vez que a maioria das situações a que são submetidos resumem-se a realizar cálculos para obter uma resposta numérica. Os autores apontam, ainda, um erro muito comum de escrita decorrente dessa abordagem, que pode ser visto na figura 6.

Figura 6 – Erro de utilização do sinal de igualdade cometido por um estudante.


Porque 5 + 5 = 10 + 5 = 15

Aluno: São quinze pares porque cinco mais cinco é igual a dez e dez mais cinco é igual a quinze.

Representação adequada:

$5 + 5 = 10$

$10 + 5 = 15$

Fonte: PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 22.

A noção relacional pode ser identificada em situações em que o sinal de igualdade é utilizado para representar uma igualdade de expressões, em uma relação funcional. Ponte, Branco e Matos (2009) sugerem algumas tarefas que podem ajudar a desenvolver o pensamento relacional, a serem realizadas ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental, que podem ser observadas nas figuras 7, 8 e 9.

Figura 7 – Tarefa para completar com o número que torna a igualdade verdadeira.

$11 + \square = 26$	$\square = 15 + 11$
$11 + 15 = \square + 11$	$11 + \square = 11 + 15$
$11 + 15 = 12 + \square$	$14 + \square = 11 + 15$
$11 + 15 = \square + 16$	$\square + 12 = 11 + 15$
$11 + 15 = \square + 17$	$\square + 13 = 11 + 15$

Fonte: PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 29.

Figura 8 – Tarefa para indicar se as igualdades são verdadeiras ou falsas.

$57 + 23 - 23 = 57 + 45 - 45$
$24 + 9 - 9 = 23$
$41 + 1 = 42 + 19 - 19$
$20 - 20 + 77 = 78 - 1$
$64 = 65 + 1 - 1$
$15 + 7 = 15 + 5 + 2$
$46 - 16 = 46 - 6 - 10$

Fonte: PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 30.

Figura 9 – Tarefa para relacionar expressões a partir de símbolos de igualdade e desigualdade.

Completa os □ com os símbolos <, > ou =, de modo a obteres afirmações verdadeiras. Explica o teu raciocínio.

$38 + 45 \ \square \ 40 + 43$	$52 - 27 \ \square \ 50 - 25$
$40 + 45 \ \square \ 41 + 45$	$55 - 32 \ \square \ 52 - 32$
$39 + 42 \ \square \ 40 + 43$	$52 - 29 \ \square \ 52 - 27$
$35 + 42 \ \square \ 34 + 40$	
$38 + 47 \ \square \ 40 + 43$	

Fonte: PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 31.

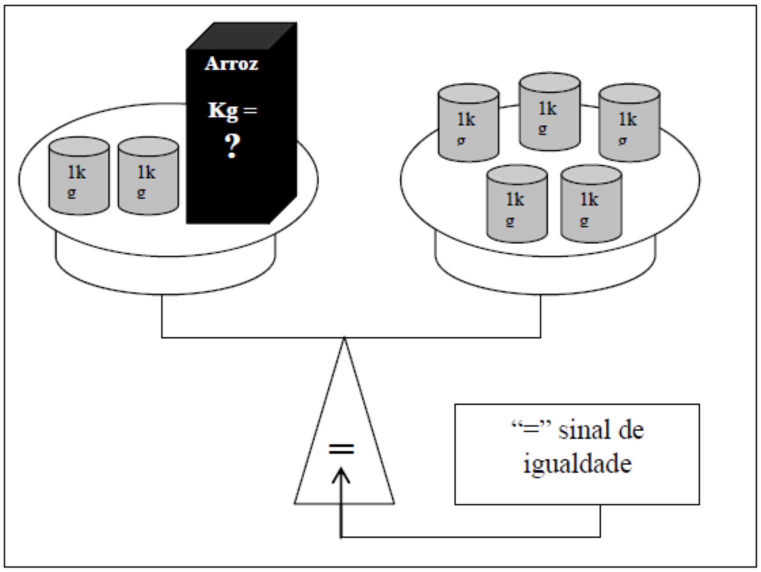
Ponte, Branco e Matos (2009) indicam, ainda, que para desenvolver o pensamento relacional é de fundamental importância a compreensão de propriedades dos números e operações. Um exemplo é a expressão numérica: “78 + 34 − 34 = ___”. Ao ser resolvida, primeiramente pela operação 78 + 34 e, em seguida, subtraindo 34, a noção relacional não é desenvolvida. Entretanto, esse conhecimento é usado se for utilizada a relação 34 - 34 = 0 para obter a resposta.

Por fim, o sinal de igualdade assume o significado de equivalência quando apresentado em situações em que indica “o mesmo valor”, “a mesma coisa” ou “o que tem de um lado é igual ao que tem do outro lado” (TRIVILIN e RIBEIRO, 2015, p. 45). A compreensão desse significado do sinal de igualdade é de extrema importância para a apropriação de conceitos algébricos, principalmente, resolução de equações de primeiro grau.

Trivilin e Ribeiro (2015) sugerem a utilização de situações envolvendo uma balança de dois pratos para desenvolver a ideia de equivalência, como propõe a figura

10. Entretanto, ressaltam a limitação dessa abordagem quando é preciso trabalhar com números negativos, por exemplo. Ponte, Branco e Matos (2009) se atentam, ainda, para o fato de muitos alunos nunca terem visto uma balança desse tipo, podendo não apresentar uma compreensão intuitiva do seu funcionamento.

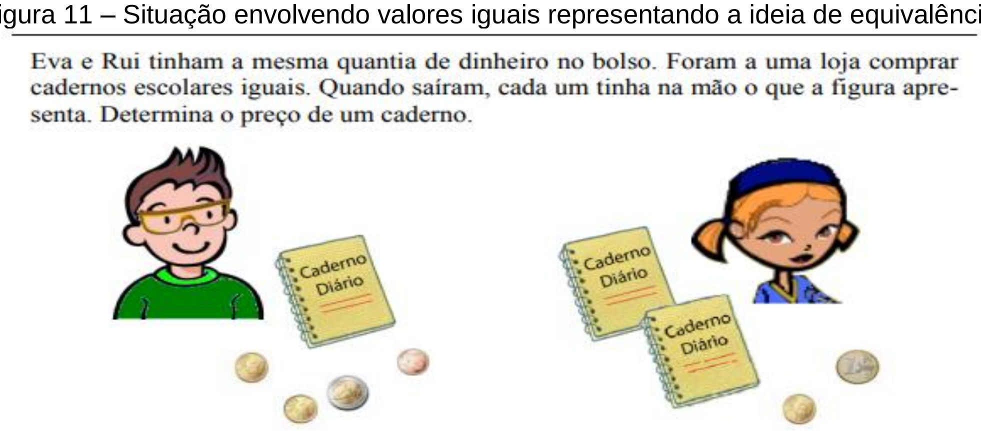
Figura 10 – Balança representando a ideia de equivalência.



Fonte: LESSA, 1996.

Ponte, Branco e Matos (2009) sugerem que a ideia de equivalência pode ser desenvolvida a partir de tarefas envolvendo quantidades iguais, preços iguais ou até mesmo distâncias iguais, como pode ser observado nas situações ilustradas nas figuras 11, 12 e 13.

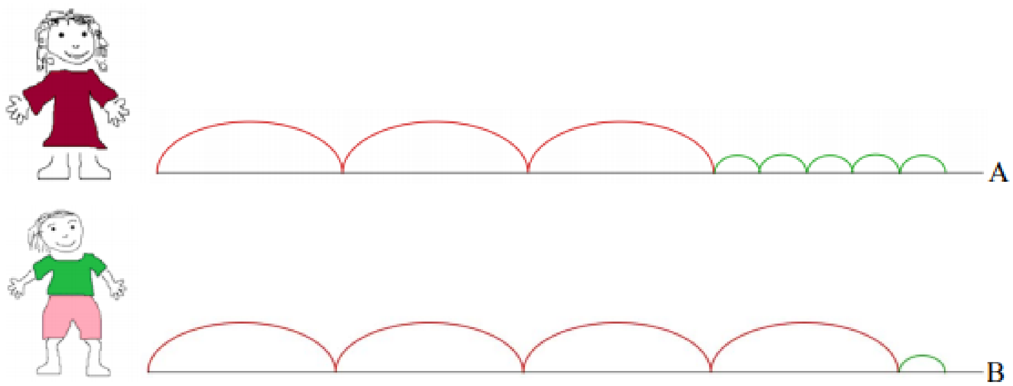
Figura 11 – Situação envolvendo valores iguais representando a ideia de equivalência.



Fonte: PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 37.

Figura 12 – Situação envolvendo distâncias iguais representando a ideia de equivalência.

Numa actividade de Educação Física, o professor propôs aos seus alunos realizar dois tipos diferentes de percurso sobre uma linha com o mesmo comprimento, um constituído por saltos (todos com o mesmo comprimento) e outro por passos (também todos com os mesmo comprimento). A Anabela fez o percurso A e a Beatriz fez o percurso B:

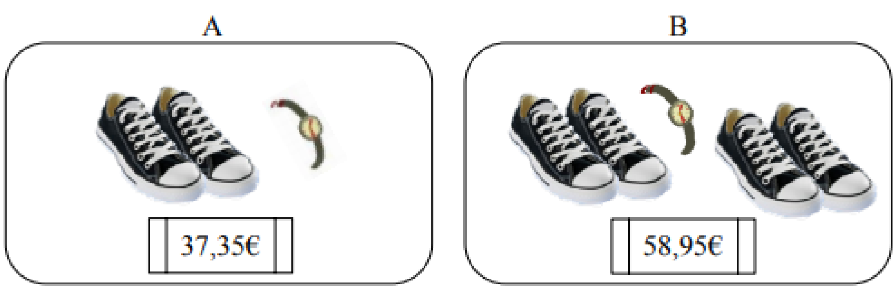


A quantos passos corresponde todo o percurso?

Fonte: PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 38.

Figura 13 – Situação envolvendo objetos iguais representando a ideia de equivalência.

Em duas lojas foram colocados na montra os mesmos artigos mas em quantidades e disposições diferentes. A montra A tem um valor total de 37,35 euros e a montra B tem um valor total de 58,95 euros. Descobre o preço de cada um dos artigos.



Fonte: PONTE, BRANCO e MATOS, 2009, p. 39.

Trivilin e Ribeiro (2015) afirmam, com base em uma pesquisa realizada por Silva e Savioli (2012) a respeito da pré-álgebra, que estudantes têm condições de lidar com aspectos relacionados ao pensamento algébrico antes de apresentarem uma linguagem simbólica algébrica formal. A respeito disso, vale referenciar o trabalho realizado por Silva (2018), no qual foram analisados livros didáticos russos de anos iniciais do Ensino Fundamental a fim de verificar como é proposto o desenvolvimento do pensamento algébrico. De acordo com a autora, lançar um olhar às produções estrangeiras pode ensejar uma reflexão mais aprofundada sobre o processo de produção nacional de conhecimento escolar (SILVA, 2018, p. 227).

Em sua pesquisa, relata que experiências de ensino realizadas ao longo de vários anos por diversos pesquisadores, incluindo Davydov, levou-os à conclusão de que era pertinente o ensino de equações já nos primeiros anos escolares.

As obras analisadas compõem a coleção Matemática [Математика], para as quatro primeiras séries do ensino fundamental, recomendadas pelo Conselho Científico-metodológico do país, escritas pelos autores: M. I. Moro, C. I. Volkova, S. V. Stepanova e S. I. Volkova (2011). A autora verificou nessas obras que desde o momento em que os estudantes aprendem a contar até vinte, já são introduzidas algumas tarefas para promover o desenvolvimento dos conceitos de equivalência e de variável. Os fundamentos da álgebra evoluem gradativamente conforme passam os anos, de modo que, antes de ingressarem no estágio equivalente aos anos finais do Ensino Fundamental, os estudantes já conheçam equações e saibam como resolvê-las.

No primeiro ano são ensinados os números de 1 a 20 e todas as tarefas envolvem apenas números naturais nesse intervalo. Há um trabalho exaustivo com balanças de dois pratos, em que os estudantes são levados a calcular a massa de animais como coelhos e gatinhos. São propostas também tarefas para completar números da seguinte forma: 9 + ☐ = 14. Vale ressaltar que nessas tarefas, nem sempre há uma resposta única, como por exemplo: 9 + ☐ < 14. O uso das “janelinhas” substitui o uso de letras, mas essa passagem ocorre gradativamente de maneira natural. Nessa série já aparecem tarefas como a ilustrada na figura 14, em que se deve substituir números pela letra “d” e realizar cálculos indicados por expressões algébricas:

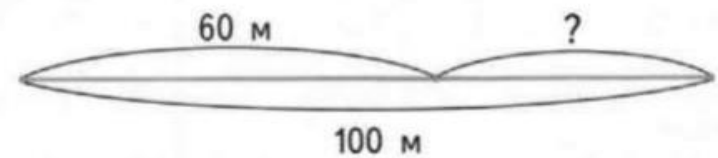
Figura 14 – Tabela para calcular o valor numérico de expressões algébricas.

d	6	7	8	9	10
$d - 5$	1				
$d + 10$	16				

Fonte: MORO et al., 2011, 1º ano, vol. 2, p. 78 (*apud* SILVA, 2018, p. 236).

No segundo ano são ensinados os números de 1 a 100 e, novamente, todas as tarefas propostas ao longo da série envolvem números naturais apenas desse intervalo. São propostas tarefas mais complexas envolvendo balança, como: “quantos quilos um animal é mais leve do que outro?”. A integração da álgebra com a geometria também é incentivada por meio de tarefas que envolvem medidas de segmentos, como por exemplo: “Desenhe uma linha quebrada formada por dois segmentos, tais que a soma deve ser 14 cm e um deve ser menor do que o outro em 2 cm”. Ou então tarefas com um menor nível de complexidade, como ilustra a figura 15.

Figura 15 – Tarefa para calcular a medida desconhecida de um segmento.



Fonte: MORO et al., 2012, 2º ano, vol. 1, p. 39 (*apud* SILVA, 2018, p. 238).

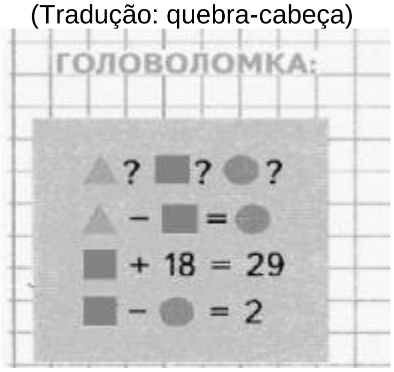
Nessa série, o conceito de equação é introduzido e são propostas muitas tarefas diferenciadas: desde aquela em que basta substituir um número para verificar se serve, até questões com mais de uma solução ou sem solução. As autoras sugerem nas orientações metodológicas que os professores sempre orientem seus estudantes a explicar e verificar as soluções de equações e que formulem perguntas expressas na forma de equações, como: “De qual número é necessário subtrair 8 para obter 10?”.

No terceiro ano ainda são apresentadas tarefas com tabelas, em que é necessário calcular os valores das expressões, só que há uma ampliação dos valores numéricos, agora no intervalo de 1 a 1000. É proposto que os estudantes leiam as expressões e distingam o que é equação do que não é, apresentando justificativas. A resolução de equações é realizada somente através de operações inversas, sem nenhuma indicação de regra que sugira que se deva mudar algum sinal ao mudar os termos de lado. São propostas também tarefas que utilizam uma simbologia generalizadora para as operações, como “$1 \cdot a = a$”, para generalizar o fato de que qualquer número natural multiplicado por um é igual a ele mesmo, “$a : 1 = a$”; para generalizar o fato de que qualquer número natural dividido por um é igual a ele mesmo; e “$a : a = 1$”, para generalizar o fato de que qualquer número natural dividido por ele mesmo é igual a um, revelando a abordagem da álgebra sobre diferentes concepções.

Por fim, no quarto ano são propostas equações envolvendo adições, subtrações, multiplicações e divisões com números naturais pertencentes ao intervalo entre 1 e 1.000.000. Na obra estão presentes também tarefas de comparação, a fim de que os estudantes percebam as diferenças que ocorrem nos resultados se forem mantidos os mesmos números e alteradas as operações. Além disso, solicitam-se comparações entre diferentes equações que apresentam a mesma solução, sendo feitas perguntas do tipo: “Ache as equações cujo valor de *x* é 270”.

São propostas tarefas mais complexas envolvendo o conceito físico de velocidade em diversas situações. Além disso, aparecem tarefas com mais de uma incógnita, como pode ser visto na figura 16.

Figura 16 – Tarefa para encontrar o valor dos objetos a partir de operações matemáticas. (Tradução: quebra-cabeça)



Fonte: MORO et al., 2011, 4º ano, v. 1, p. 68 (*apud* SILVA, 2018, p. 245).

Perante as considerações apresentadas, entende-se que é essencial que haja o desenvolvimento de ideias preliminares ao conceito de equações antes de sua efetiva introdução, para que haja melhor entendimento por parte dos estudantes. Portanto, este trabalho de pesquisa propõe tarefas que pretendem desenvolver a noção de equivalência em estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental, uma vez que se constatou uma carência de abordagens referentes à pré-álgebra em anos anteriores por parte desse público.

3. Teorias e pensamentos inspiradores de Vygotsky

Na busca de um referencial que não culpabiliza sujeitos pelo seu insucesso escolar, na perspectiva de que nem todas as dificuldades de aprendizagem são relacionadas a fatores biológicos, chegou-se à teoria histórico-cultural de Vygotsky.

Lev Semyonovich Vygodsky, nascido em 1896 em Orsha, uma cidade de Belarus, país que faz fronteira com a Rússia, cresceu em uma família judaica de classe alta e posteriormente alterou seu nome para Vygotsky. Durante a infância teve uma educação excelente guiada por tutores particulares e com uma biblioteca à sua disposição.

Mais tarde, segundo Van Der Veer e Valsiner (2009), frequentou as duas turmas mais adiantadas do *Gymnasium* judeu de Gomel e graduou-se com medalha de ouro em 1913. Em seguida, ingressou na Universidade de Moscou onde inicialmente frequentou aulas de medicina, influenciado por seus pais, mas após um mês optou por cursar direito. Em paralelo, graduou-se em História e Filosofia pela Universidade do Povo de Shanjavsky.

Durante seus anos na universidade, dedicou-se a cursos e leituras internacionais sobre psicologia, como Freud por exemplo, ampliando seu interesse nessa área. Em 1917, ao concluir seus estudos universitários, Vygotsky retornou a Gomel, onde lecionou em escolas estaduais e posteriormente tornou-se um dos líderes culturais mais destacados da cidade.

Entre 1917 e 1924, Vygotsky lecionou em diversos institutos de Gomel, entre eles o Colégio Pedagógico, onde montou um pequeno laboratório psicológico no qual fazia investigações práticas simples, e a Escola Noturna para Trabalhadores Adultos, lecionando literatura, língua russa, lógica, psicologia e pedagogia em cursos preparatórios para trabalhadores que pretendiam ingressar em uma universidade.

Em 1924 passou a compor o quadro de funcionários do Instituto de Psicologia Experimental em Moscou a convite de Luria e Kornilov, com quem desenvolveu a teoria histórico-cultural, que se tornou rapidamente a teoria dominante em psicologia, fazendo de Vygotsky um dos psicólogos mais conhecidos de sua época (VAN DER VEER, VALSINER, 2009, p. 51).

Vygotsky era também muito envolvido com arte, publicou diversos trabalhos na área e liderou grupos de teatro na época em que morava em Gomel. Sua mudança de interesse para problemas de psicologia, pedologia e educação foi muito gradual. No início de 1925, ficou pronta sua tese de doutorado intitulada “A Psicologia da Arte”, mas foi impedido de defendê-la por motivos de saúde. A comissão científica da época, entretanto, reconheceu seu trabalho e lhe atribuiu o título de doutor em psicologia.

Durante seu período no Instituto de Psicologia Experimental, Vygotsky dedicou seus estudos também à defectologia, que o levou a publicar uma série de artigos na área e a participar da fundação do Instituto de Defectologia. Entende-se por defectologia o estudo do desenvolvimento e da educação da criança na época chamada de anormal. Nesse instituto foi nomeado “líder científico”, tornando-se responsável por incentivar médicos, defectologistas e psicólogos ligados ao Instituto a coordenarem suas atividades e por prestar-lhes aconselhamento teórico.

Na época, todo o campo do saber teórico a respeito de defectologia era limitado a problemas quantitativos na perspectiva da medicina. Havia métodos para determinar o grau de insuficiência do intelecto e modelos de proporções anatômicas ou fisiológicas considerados normais. Na educação, as discussões estavam em torno da redução do material didático ou do aumento do tempo de estudo. Para Vygotsky essa abordagem era considerada antiga e caduca.

Sua luta dentro desse campo consistia em uma mudança de perspectiva, de modo que uma criança com dificuldades no desenvolvimento por conta de uma deficiência não fosse mais vista como alguém menos desenvolvido que seus contemporâneos considerados normais, mas sim como alguém que apresenta uma variação na maneira como se desenvolve. As investigações na área deveriam estar focadas, afinal, em uma análise qualitativa do desenvolvimento.

Ao longo de sua vida, Vygotsky realizou importantes contribuições para o campo da psicologia e da educação, mas faleceu muito jovem em 1934, aos 38 anos de idade, de tuberculose.

A principal referência utilizada no presente trabalho de pesquisa é uma publicação espanhola de 1997 que reúne os trabalhos de Vygotsky.

3.1. Teoria histórico-cultural e fundamentos da Defectologia

Segundo Fino (2001), a teoria histórico-cultural decorre de trabalhos de psicólogos russos na tradição de Vygotsky e concentra-se em descrever processos através dos quais o conhecimento é construído como resultado de experiências subjetivas e pessoais.

Nessa perspectiva, Van Der Veer e Valsiner (2009) afirmam que a relação das pessoas com o mundo é mediada por instrumentos culturais, chamados assim por terem sido histórica e culturalmente estabelecidos, e pela pressão social que existe para que todos tenham domínio desses instrumentos.

Um dos principais instrumentos culturais é a língua materna, adquirida através de interações sociais e com a qual os indivíduos não apenas se comunicam, mas também estruturam o pensamento. Além disso, procedimentos de contagem da aritmética também podem ser considerados como instrumentos historicamente construídos que todos passam a dominar. Segundo Vygotsky:

> En el proceso del desarrollo cultural, el niño va asimilando no sólo el contenido de la experiencia cultural, sino también los métodos y modos de la conducta cultural y del pensamiento: va dominando los particulares medios culturales creados por la humanidad en el curso del desarrollo histórico, por ejemplo, el lenguaje, los símbolos aritméticos, etc. El niño aprende a emplear funcionalmente determinados signos como medio para ejecutar tal o cual operación psicológica. De tal manera, las formas elementales y primitivas de conducta se convierten en actos y procesos culturales mediados. (VYGOTSKY, 1997, p. 347)[2]

Através de interações, o indivíduo apropria-se de forma indireta de meios culturais historicamente estabelecidos pela sociedade, de modo que passam a deixar de lado formas primitivas de comportamento à medida que se apropriam de tais meios. Nesse sentido, o desenvolvimento de um ser humano é visto como um processo de armamento e rearmamento de instrumentos culturais.

Vygotsky (1997) estabelece que o desenvolvimento das funções psicológicas superiores passa por quatro estágios fundamentais: o primeiro é a apropriação de

---

[2] No processo de desenvolvimento cultural, a criança vai assimilando não apenas o conteúdo da experiência cultural, mas também os métodos e modos da conduta cultural e do pensamento: vai dominando os meios culturais particulares criados pela humanidade no curso do desenvolvimento histórico, por exemplo, a linguagem, os símbolos aritméticos etc. A criança aprende a empregar funcionalmente determinados signos como meio para executar uma ou outra operação psicológica. Dessa maneira, as formas elementares e primitivas da conduta se convertem em atos e processos culturais mediados. (Tradução livre)

formas de conduta natural mais primitivas como, por exemplo, a realização de operações matemáticas mediante a percepção direta de quantidades; o segundo é denominado psicologia ingênua, estágio em que o indivíduo acumula certa experiência com relação aos meios de conduta cultural, mas não sabe utilizá-los de fato; o terceiro é relacionado aos atos exteriormente mediados, nos quais o indivíduo já consegue utilizar um instrumento para efetuar uma determinada operação, como por exemplo contar com os dedos; e, por último, no quarto estágio o indivíduo substitui instrumentos exteriores por interiores, de modo que seu ato passa a ser internamente mediado, como por exemplo a realização de um cálculo mental.

A relação entre o pensamento e a linguagem não é inata, mas desenvolvida ao longo da vida. A língua é um instrumento cultural que não tem a mera função de estabelecer comunicação entre indivíduos, mas também de proporcionar a generalização do pensamento. Para Vygotsky:

> En realidad, al comienzo del desarrollo, el lenguaje aparece en el niño como función comunicativa, es decir, como un medio de comunicación, de influencia sobre quienes lo rodean, de vinculación con ellos, como forma de colaboración con los otros niños o con los adultos, como un proceso de colaboración e interacción. Pero basta comparar el momento inicial del desarrollo del lenguaje no sólo con el momento final, es decir, con la función del lenguaje en adulto, sino también con una de las últimas etapas del desarrollo, por ejemplo, con el destino de la función lingüística en el edad escolar o la pubertad, para ver qué modo el lenguaje se convierte en este período en uno de los medios más importantes del pensamiento, en uno de los procesos interiores principales que guían la conducta del niño. (VYGOTSKY, 1997, p. 214-215)[3]

Posto isso, não faz sentido dizer que as características de um indivíduo são apenas biológicas, uma vez que é somente no processo de interação com a coletividade que se desenvolvem todas as formas superiores das atividades intelectuais do homem. “(...) de la conducta coletiva, de la colaboración del niño con las personas que lo rodean,

[3] Na realidade, no começo do desenvolvimento, a linguagem tem para a criança uma função comunicativa, ou seja, como um meio de comunicação, por influência dos que a rodeiam, que possuem vínculos com ela, como forma de colaboração com outras crianças ou com adultos, como um processo de colaboração e interação. Mas basta comparar o momento inicial do desenvolvimento da linguagem não só com o momento final, ou seja, com a função da linguagem para um adulto, mas também com uma das últimas etapas do desenvolvimento, por exemplo, com o destino da função linguística na idade escolar ou na puberdade, para ver como a linguagem se converte nesse período em um dos meios mais importantes do pensamento, em um dos processos internos principais que guiam a conduta da criança. (Tradução livre)

de su experiencia social, nacen las funciones superiores de la actividad intelectual" (VYGOTSKY, 1997, p. 219)[4].

O desenvolvimento de funções psicológicas superiores só é possível a partir do desenvolvimento cultural, que em um primeiro momento é externo e depois interno. Todos os processos psicológicos aparecem em dois planos: primeiro no plano interpsicológico dos processos sociais e depois intrapsicologicamente, à medida que vão sendo interiorizados (FINO, 2001, p. 4).

> (...) en el desarrollo del niño se abre el camino del lenguaje exterior al interior, cómo la forma fundamental de la conducta colectiva, de la colaboración social con los otros, se convierte en forma interior de actividad psicológica de la propia personalidad. (VYGOTSKY, 1997, p. 215)[5]

Em concordância com a ideia de que a influência da coletividade é fator imprescindível na evolução de funções psicológicas superiores, Van Der Veer e Valsiner (2009) afirmam que Vygotsky defendia a ideia de grupos de níveis mistos como condição para promover desenvolvimento cognitivo.

Além disso, Vygotsky (1997) sugere que jogos coletivos podem ser uma ferramenta eficaz para o desenvolvimento, uma vez que, para se submeter a regras de um jogo, uma criança precisa controlar ações diretas e impulsivas, substituindo-as por outras, além de coordenar sua forma de agir com as de seus companheiros. Em outras palavras, todos os elementos de um autodomínio primário surgem e se manifestam inicialmente em alguma forma coletiva de atividade. Posteriormente, essas formas de colaboração convertem-se em formas interiores de atividade.

Sabendo que as interações sociais são cruciais para o desenvolvimento do indivíduo, Vygotsky (1997) concentrou seus estudos em pessoas que, por fatores biológicos ou culturais, são privadas de um convívio social espontâneo. Pessoas deficientes se enquadram nessa categoria, uma vez que não se apropriam de instrumentos culturais de uma maneira natural.

---

[4] (...) da conduta coletiva, da colaboração da criança com pessoas que a rodeiam, da sua experiência social, nascem as funções superiores da atividade intelectual. (Tradução livre)

[5] (...) no desenvolvimento da criança se abre o caminho da linguagem exterior para a interior, como a forma fundamental da conduta coletiva, da colaboração social com os outros, se convertendo em forma interior da atividade psicológica da própria personalidade. (Tradução livre)

Tais instrumentos foram historicamente estabelecidos e destinados a pessoas com um tipo biológico estável sendo compreensível a falta de aquisição deles por uma pessoa com deficiência (VAN DER VEER e VALSINER, 2009, p. 87). Como consequência, a deficiência afeta, antes de tudo, as relações sociais. Para Vygotsky:

> Todo el aparato de la cultura humana (de la forma exterior del comportamiento) está adaptado a la organización psicofisiológica normal del hombre. Toda nuestra cultura presupone un hombre que possue determinados órganos – manos, ojos, oídos – y determinadas funciones del cerebro. Todos nuestros instrumentos, toda la técnica, todos los signos y símbolos están destinados para un tipo normal de persona. De aquí deriva la ilusión de que se da una convergencia, una transición espontánea, de las formas naturales a las culturales […] la convergencia es substituida por una profunda divergencia, por una discrepancia, por la falta de correspondencia entre las líneas del desarrollo natural e del desarrollo cultural del niño. (VYGOTSKY, 1997, p.185)[6]

As pessoas consideradas normais desenvolvem, em uma única esfera, aspectos culturais e biológicos; já pessoas com deficiência apresentam uma inadequação entre elementos psicofisiológicos e o meio cultural disponível (VAN DER VEER e VALSINER, 2009, p. 84). Dessa forma, o problema social deveria ser considerado como problema principal e os instrumentos culturais deveriam ser minimamente ajustados para essas pessoas serem integradas o tanto quanto possível na sociedade.

O efeito biológico da deficiência na vida de uma pessoa é, segundo Vygotsky (1997), secundário, uma vez que a consequência direta é a dificuldade social. Nesse sentido, a deficiência gera uma redução na posição social do indivíduo que interfere no seu desenvolvimento. Essa redução é nomeada por Adler (*apud* VYGOTSKY, 1997) de sentimento de inferioridade.

Segundo Adler (*apud* VYGOTSKY, 1997) a mudança de uma criança deficiente para uma escola especializada, por exemplo, causa sentimento de inferioridade não somente na criança, mas também nos pais. Por vezes até mesmo professores que lecionam em tais escolas são vistos como inferiores em comparação a professores que lecionam em escolas comuns. Por isso, o ponto básico de toda a educação para o autor

[6] Todo o aparato da cultura humana (da forma exterior do comportamento) está adaptada à organização psicofisiológica normal do homem. Toda nossa cultura pressupõem um homem que possui determinados órgãos – mãos, olhos, ouvidos – e determinadas funções do cérebro. Todos nossos instrumentos, toda a técnica, todos os signos e símbolos estão destinados para um tipo normal de pessoa. Daqui deriva a ilusão de que há uma convergência, uma transação espontânea, das formas naturais e culturais [...] a convergência é substituída por uma profunda divergência, por uma discrepância, por falta de correspondência entre as linhas do desenvolvimento natural e do desenvolvimento cultural da criança. (Tradução livre)

é a luta contra o sentimento de inferioridade. A educação de uma criança deficiente não tem tanta relação com a deficiência em si mesma, mas com as consequências sociais dessa deficiência.

Segundo Vygotsky (1997) as diferenças no desenvolvimento cultural de uma criança com limitações cognitivas fazem com que ela demore um prazo maior que uma criança sem limitações semelhantes demora para transitar nos estágios anteriormente enumerados do desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Contudo, isso não faz dela uma aberração, mas sim uma variação.

O processo de desenvolvimento de uma criança deficiente é impulsionado socialmente de duas formas: pelo sentimento de inferioridade e pela compensação social. O segundo consiste em uma adaptação das condições do meio disponível, criado e formado por e para um tipo normal de ser humano, que auxilia indivíduos com deficiência a atingirem níveis de desenvolvimento considerados normais.

O ponto inicial e o ponto final do desenvolvimento de uma pessoa deficiente estão socialmente condicionados através do sentimento de inferioridade e da compensação social, respectivamente, sendo necessário compreender cada um desses momentos não apenas em relação ao passado, mas também em relação ao futuro, aos caminhos possíveis de serem trilhados.

A leitura com as mãos pode ser considerada uma compensação social, por exemplo, visto que auxilia os cegos a lerem e, consequentemente, desenvolverem-se cognitivamente, compensando a leitura por vias oculares. A ferramenta que viabiliza essa compensação é o Braille.

> Lo importante es aprender a leer y no simplesmente ver as letras. Lo importante es reconocer a las personas y comprender su estado, y no mirarlas a los ojos. El trabajo del ojo está, en fin de cuentas, en el papel subordinado de la herramienta para cualquier actividad y puede ser sustituida por el trabajo de otra herramienta. (VYGOTSKY, 1997, p. 83)[7]

[7] O importante é aprender a ler e não simplesmente ver as letras. O importante é reconhecer as pessoas e entender seu estado, e não olhá-las nos olhos. O trabalho do olho está, afinal de contas, no papel subordinado da ferramenta para qualquer atividade e pode ser substituído pelo trabalho de outra ferramenta. (Tradução livre)

Além de pessoas deficientes, Vygotsky (1997) considera em seus estudos pessoas perfeitamente saudáveis, mas incapazes de utilizar certos instrumentos por não passarem ou estarem aquém do desenvolvimento cultural, denominando-as primitivas.

Instituições especializadas em educação especial criam grupos homogêneos de estudantes com o mesmo grau de deficiência, privando-os de se desenvolverem a partir de interações e colaborações coletivas. Para Vygotsky (1997), a interação entre pessoas com diferentes níveis de desenvolvimento é uma condição importante para a atividade coletiva (CENCI, 2015, p. 14).

A tendência em política social tem sido a de promover a inclusão e combater a exclusão. A Declaração de Salamanca, documento elaborado na Conferência Mundial sobre Educação Especial, em Salamanca, na Espanha, em 1994, teve como principal objetivo fornecer diretrizes para políticas educacionais voltadas para a inclusão.

O documento aponta que escolas especiais não devem ser o único meio de instrução para pessoas com deficiência e incentiva a interação delas com a sociedade.

> A prática de desmarginalização de crianças portadoras de deficiência deveria ser parte integrante de planos nacionais que objetivem atingir educação para todos. Mesmo naqueles casos excepcionais em que crianças sejam colocadas em escolas especiais, a educação dela não precisa ser inteiramente segregada. Freqüência em regime não-integral nas escolas regulares deveria ser encorajada. Provisões necessárias deveriam também ser feitas no sentido de assegurar inclusão de jovens e adultos com necessidade especiais em educação secundária e superior bem como em programa de treinamento. (SALAMANCA, 1994, p. 7)

As mudanças propostas pelo documento asseguram não apenas uma educação de qualidade para pessoas com necessidades educacionais especiais, mas também o desenvolvimento de todos os estudantes enquanto cidadãos.

4. Dificuldades de aprendizagem

Existem diversos estudos a respeito de dificuldades de aprendizagem em diferentes campos do saber, como psicologia, medicina ou educação. Em geral, tais estudos adotam linhas de pensamento praticamente opostas: a organicista e a histórico-cultural.

Neste capítulo serão explicitadas as duas linhas de pensamento com foco em definir transtornos de aprendizagem que apareceram em laudos dos estudantes que fizeram parte do subgrupo de análise da pesquisa de campo: Dislexia, Discalculia, Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade, Distúrbio no Processamento Auditivo Central e Doença de Parkinson. Vale ressaltar que a pesquisa de campo realizada pauta-se na teoria histórico-cultural de Vygotsky.

A concepção organicista traz a visão médica a respeito das dificuldades de aprendizagem, pautada em definições, generalizações, diagnósticos, testes padronizados e tratamentos medicamentosos. As principais referências utilizadas para a apresentação dessa linha de pensamento serão a Classificação Estatística Internacional de Doenças e Problemas Relacionados à Saúde (CID-10) e o Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais (DSM-5).

A CID-10 foi elaborada para padronizar e catalogar doenças e problemas relacionados à saúde utilizando a Nomenclatura Internacional de Doenças, estabelecida pela Organização Mundial da Saúde. Recebe esse nome por estar em sua décima versão, publicada em 1992 e atualizada pela última vez em 2008. O Governo Brasileiro em parceria com o sistema DATASUS disponibiliza esse material na internet para todo o território nacional. A CID-11 está em produção há mais de uma década e deverá entrar em vigor em 2022.

Para classificar as doenças e transtornos, a CID-10 utiliza códigos formados por uma letra maiúscula seguida de três números, categorizando as doenças de acordo com as semelhanças e proximidades de causas. Esse código facilita a busca e evita constrangimentos ao ser utilizado em prontuários médicos entregues aos pacientes.

O DSM-5 é um manual que está em sua quinta edição e foi publicado em maio de 2013, trazendo um conjunto de critérios padrão para a classificação de transtornos mentais. As informações do manual são utilizadas por especialistas de uma maneira complementar ao CID-10 por apresentarem sintomas e comportamentos característicos que podem ser utilizados como critérios diagnósticos de transtornos mentais como o Transtorno de Ansiedade, Transtorno Bipolar, Transtornos Alimentares, Transtornos Depressivos, Transtornos de Aprendizagem, Disfunções Sexuais, Disforia de Gênero, entre outros.

Existem testes específicos que determinam o diagnóstico desses transtornos. Qualquer indivíduo que buscar na medicina a compreensão para as suas dificuldades escolares, terá a oportunidade de realizar um teste padronizado e de, eventualmente, receber um laudo de Transtorno de Aprendizagem.

Por outro lado, há pesquisadores da área da Educação que questionam a pertinência de diagnósticos para caracterizar dificuldades de aprendizagem. Gifford (2006) (*apud* KRANZ e HEALY, 2013, p.4), a respeito de testes padronizados para o diagnóstico da discalculia, levanta os seguintes questionamentos: qual o critério existente para um desempenho médio em aritmética? Há testes que possam, efetivamente, determinar a competência aritmética do sujeito? Em que contexto eles são aplicados? Kranz e Healy (2013) afirmam que nenhum teste é isento culturalmente. Considerando que testes desse tipo apresentam aspectos culturais, sociais e históricos, torna-se contraditória a utilização dos dados obtidos neles para um diagnóstico cognitivo individual.

A perspectiva histórico-cultural busca, ao invés de classificar o estudante com base em avaliações estáticas, compreender a dinâmica envolvida nas rotas pelas quais o estudante pode alcançar seu pleno desenvolvimento. Para Marques (2009), “a classificação é uma marca da modernidade. Identificar para diagnosticar, diagnosticar para classificar, classificar para segregar, segregar para excluir” (*apud* KRANZ e HEALY, 2013, p. 8).

Para Vygotsky (1997), os resultados de testes mentais são obtidos em uma situação artificial e, portanto, não garantem validade na vida real, mas tendem a trazer um quadro distorcido por deixarem a criança nervosa. O autor já apontava o objetivo puramente negativo de excluir da escola comum as crianças inadequadas a ela.

> Los métodos tradicionales de investigación, como la escala de Binet, el perfil de G. I. Rossolimo y otros, se basan en una concepción puramente *cuantitativa* del

> desarrollo infantil; se limitan, en realidad, a dar una caracterización negativa del niño. Ambos momentos responden, en la práctica, al objetivo puramente negativo de excluir de la escuela común a los niños inadecuados para la misma. Por no estar en condiciones de dar una caracterización positiva del niño de un tipo determinado, ni de captar su peculiaridad *cualitativa*, estos métodos contradicen directamente tanto los criterios científicos actuales sobre el proceso del desarrollo infantil, como también las exigencias de la educación especial del niño anormal. (VYGOTSKY, 1997, p. 345)[8]

Para Moysés e Collares (1996) a classificação de indivíduos em Transtornos de Aprendizagem gera o impacto negativo de desobrigar instituições de ensino a lidar com possíveis mudanças estruturais, uma vez que transfere a culpa para o indivíduo.

> Nas sociedades ocidentais, é crescente a translocação para o campo médico de problemas inerentes à vida, com a transformação de questões coletivas, de ordem social e política, em questões individuais, biológicas. Tratar questões sociais como se biológicas iguala o mundo da vida ao mundo da natureza. Isentam-se de responsabilidades todas as instâncias de poder, em cujas entranhas são gerados e perpetuados tais problemas. (MOYSÉS; COLLARES, 1996)

Bonadio e Mori (2013) afirmam que justificar clinicamente as dificuldades de uma criança é o mesmo que compreendê-la apenas como um organismo em desequilíbrio neuroquímico que necessita de ajustes, como se corpo e mente fossem independentes. Acrescentam que esse pensamento retoma a visão idealista do homem, difundida a partir do século XIX, pautada em um modelo de normalidade defendido pela burguesia em uma concepção orgânica.

Em concordância com a concepção histórico-cultural, Fernandes e Healy (2016) realizaram e orientaram diversas pesquisas relacionadas ao ensino de conceitos matemáticos em contextos de inclusão, tanto de deficientes, quanto de estudantes com dificuldades de aprendizagem. Em particular sobre o trabalho de Faustino (2015), afirmam o seguinte:

> Os resultados dessa pesquisa (FAUSTINO, 2015) nos mostraram que, de modo geral, os problemas apontados para "turmas difíceis", como são normalmente rotuladas as classes inclusivas, não estão necessariamente associados aos

---

[8] Os métodos tradicionais de investigação, como a escala de Binet, o perfil de G. I. Rossolimo e outros, se baseiam em uma concepção puramente quantitativa do desenvolvimento infantil; se limitam, em realidade, a dar uma caracterização negativa da criança. Ambos os momentos respondem, na prática, ao objetivo puramente negativo de excluir da escola comum as crianças inadequadas para ela. Por não estarem em condições de dar uma caracterização positiva de uma criança de um determinado tipo, nem de captar sua peculiaridade qualitativa, estes métodos contradizem diretamente tanto os critérios científicos atuais sobre o processo o desenvolvimento infantil, como também as exigências da educação especial da criança anormal. (Tradução livre)

> alunos, mas, sim, às práticas de ensino a que são submetidos. (FERNANDES e HEALY, 2016, p. 43)

Em suas pesquisas, Fernandes e Healy (2016) apontam, também, que o ensino tradicional de uma matemática subordinada à manipulação de símbolos tem pouco (ou nenhum) significado para os estudantes com dificuldades de aprendizagem. Assim, defendem ser uma forma eficaz de ensino para esse público a inserção de ferramentas multimodais, que permitem a manipulação de representações de objetos matemáticos, abrem novas oportunidades para a construção do conhecimento e "modificam a forma como essa disciplina é percebida, sentida, ensinada e aprendida" (FERNANDES e HEALY, 2016, p. 43).

Nesta perspectiva, Fernandes e Healy (2016) afirmam, ainda:

> Todo esse movimento nos fez e faz reconhecer que é preciso perceber que há uma "nova forma de fazer matemática". Uma forma que pode transformar a matemática escolar a ponto de que os alunos queiram ser incluídos nela. É natural que o caminho para esse "novo fazer" deva considerar os professores e prepará-los para romper com velhos paradigmas por meio de um processo que lhes permita ressignificar suas crenças pedagógicas e epistemológicas. (FERNANDES e HEALY, 2016, p. 44)

Nas diversas etapas deste trabalho, desde o levantamento bibliográfico até a pesquisa de campo, fica claro que é importante que os professores revejam aspectos relativos à prática docente, assumindo o papel de agentes transformadores de suas realidades. Para que isso seja possível, é preciso, em primeiro lugar, reconhecer as dificuldades de seus estudantes e adquirir conhecimento acerca das definições e pesquisas relacionadas a essa área.

De acordo com o Artigo 5º da resolução nº 2 de 11 de setembro de 2001 do Conselho Nacional de Educação (CNE) que institui diretrizes nacionais para a Educação Especial na Educação Básica, estudantes que apresentam dificuldades de aprendizagem não vinculadas a uma causa orgânica específica podem ser considerados educandos com necessidades educacionais especiais.

> Art. 5º Consideram-se educandos com necessidades educacionais especiais os que, durante o processo educacional, apresentarem: I - dificuldades acentuadas de aprendizagem ou limitações no processo de desenvolvimento que dificultem o acompanhamento das atividades curriculares, compreendidas em dois grupos: a) aquelas não vinculadas a uma causa orgânica específica; b) aquelas relacionadas a condições, disfunções, limitações ou deficiências; II – dificuldades de comunicação e sinalização diferenciadas dos demais alunos, demandando a utilização de linguagens e códigos aplicáveis; III - altas habilidades/superdotação,

> grande facilidade de aprendizagem que os leve a dominar rapidamente conceitos, procedimentos e atitudes. (CNE/CBE – nº2/ 2001, p. 2)

Aos estudantes com necessidades educacionais especiais o Artigo 8º estabelece que as escolas regulares devem garantir alguns direitos, tais como distribuição desses em diferentes salas, flexibilizações e adaptações curriculares que considerem metodologias e recursos diferenciados, bem como processos de avaliação adequados às necessidades, aprendizagem cooperativa mediante trabalhos em equipe e constituição de redes de apoio com a participação da família.

Além disso, o parecer nº 17 de 17 de agosto de 2001 ressalta o desafio de garantir o acesso de todos os indivíduos à educação, inclusive aos estudantes com necessidades educacionais especiais, incluindo aqueles com quadros psicológicos, neurológicos ou psiquiátricos decorrentes de fatores genéticos, inatos ou ambientais.

O documento esclarece que todos os estudantes em algum momento da vida podem apresentar necessidades educacionais, mas existem necessidades que exigem um cuidado mais especializado por parte da escola para garantir o acesso ao currículo, por isso são chamadas de necessidades educacionais especiais. Quanto a isso o parecer ressalta:

> Como se vê, trata-se de um conceito amplo: em vez de focalizar a deficiência da pessoa, enfatiza o ensino e a escola, bem como as formas e condições de aprendizagem; em vez de procurar, no aluno, a origem de um problema, define-se pelo tipo de resposta educativa e de recursos e apoios que a escola deve proporcionar-lhe para que obtenha sucesso escolar; por fim, em vez de pressupor que o aluno deva ajustar-se a padrões de “normalidade” para aprender, aponta para a escola o desafio de ajustar-se para atender à diversidade de seus alunos. (CNE/CEB – nº 17/2001, p. 15)

O parecer pondera ainda que a inclusão de estudantes com necessidades educacionais especiais na rede regular de ensino não consiste apenas na permanência física desses em sala de aula, mas sim no desenvolvimento de suas potencialidades.

Na pesquisa de campo realizada alguns estudantes apresentaram à escola laudo médico. No entanto, vale ressaltar que, em alinhamento com a teoria histórico-cultural de Vygotsky, o objetivo deste trabalho foi o de encontrar meios de auxiliar estudantes a desenvolverem seus conhecimentos matemáticos sem classificá-los com o selo da incapacidade.

4.1. Transtornos específicos do desenvolvimento das habilidades escolares

A Classificação Estatística Internacional de Doenças e Problemas Relacionados à Saúde (CID-10) define, dentro dos transtornos do desenvolvimento psicológico, os transtornos específicos do desenvolvimento das habilidades escolares (F81) da seguinte forma:

> Transtornos nos quais as modalidades habituais de aprendizado estão alteradas desde as primeiras etapas do desenvolvimento. O comprometimento não é somente a conseqüência da falta de oportunidade de aprendizagem ou de um retardo mental, e ele não é devido a um traumatismo ou doença cerebrais. (CID-10, 2008)

Mais especificamente, são feitas as seguintes subdivisões:

- F81.0 Transtorno específico de leitura;
- F81.1 Transtorno específico da soletração;
- F81.2 Transtorno específico da habilidade em aritmética;
- F81.3 Transtorno misto de habilidades escolares.

Dentro do transtorno específico de leitura é introduzido o termo alternativo “dislexia” e dentro do transtorno específico da habilidade em aritmética é introduzido o termo “discalculia”, que serão melhor especificados a seguir.

O Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais (DSM-5, 2014) define que um indivíduo pode ser diagnosticado com transtorno de aprendizagem se ao menos um dos seis sintomas relacionados à leitura e habilidades matemáticas, presentes no quadro 1, persistir por pelo menos seis meses, apesar das intervenções realizadas.

Quadro 1 – Sintomas relacionados à leitura e habilidades matemáticas.

1. Leitura de palavras de forma imprecisa ou lenta e com esforço (p. ex., lê palavras isoladas em voz alta, de forma incorreta ou lenta e hesitante, frequentemente adivinha palavras, tem dificuldade de soletrá-las). 2. Dificuldade para compreender o sentido do que é lido (p. ex., pode ler o texto com precisão, mas não compreende a sequência, as relações, as inferências ou os sentidos mais profundos do que é lido). 3. Dificuldades para ortografar (ou escrever ortograficamente) (p. ex., pode adicionar, omitir ou substituir vogais e consoantes). 4. Dificuldades com a expressão escrita (p. ex., comete múltiplos erros de gramática ou pontuação nas frases; emprega organização inadequada de parágrafos; expressão escrita das ideias sem clareza). 5. Dificuldades para dominar o senso numérico, fatos numéricos ou cálculo (p. ex., entende números, sua magnitude e relações de forma insatisfatória; conta com os dedos para adicionar números de um

dígito em vez de lembrar o fato aritmético, como fazem os colegas; perde-se no meio de cálculos aritméticos e pode trocar as operações). 6. Dificuldades no raciocínio (p. ex., tem grave dificuldade em aplicar conceitos, fatos ou operações matemáticas para solucionar problemas quantitativos).

Fonte: Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais (DSM-5), 2014, p. 67.

O manual destaca, ainda, que casos em que as habilidades acadêmicas do indivíduo estejam quantitativamente abaixo do esperado para sua idade cronológica e a instrução recebida podem receber o diagnóstico de transtorno de aprendizagem. Além disso, as causas dos transtornos de aprendizagem não devem estar relacionadas à deficiência intelectual, acuidade visual ou auditiva, transtornos mentais ou neurológicos, adversidade psicossocial, falta de proficiência na língua de instrução acadêmica ou instrução educacional inadequada. Entretanto, deve-se levar em consideração na análise clínica a história familiar e educacional do indivíduo através de relatórios sucintos.

Segundo o manual, há três níveis de gravidade: leve, quando a dificuldade em aprender é compensada com adaptações e apoio adequados; moderada, quando as dificuldades são acentuadas em um ou mais domínios acadêmicos e é improvável que o indivíduo se torne proficiente sem um ensino intensivo e especializado; e grave, quando a dificuldade afeta vários domínios acadêmicos e mesmo com adaptações e apoio especializado o indivíduo pode não ser capaz de completar as atividades de forma eficiente.

Em contraposição a essa visão determinística de que crianças com um nível moderado ou grave de transtornos de aprendizagem dificilmente evoluirão, este trabalho de pesquisa leva em conta os potenciais caminhos para a aprendizagem e não pressupõe as incapacidades dos indivíduos envolvidos. Segundo Silva e Tuleski (2014), a postura de levar em conta apenas o nível de desenvolvimento real da criança ignora suas potencialidades e seu processo de desenvolvimento.

Com relação às definições acerca de transtornos de aprendizagem, Barbosa (2011) afirma o seguinte:

> [...] essa postura a-crítica e tradicional no campo da Psicologia e da Educação contribui mais para o exercício de rotulação de crianças e a disseminação de preconceitos dentro do contexto escolar do que para a promoção de medidas para melhorar a situação da educação. (BARBOSA, 2011 *apud* SILVA e TULESKI, 2014, p. 178)

A seguir serão explicitados os transtornos específicos de leitura (dislexia) e habilidades matemáticas (discalculia) a fim de trazer ao leitor a visão organicista em confronto com a histórico-cultural.

4.1.1. Dislexia

Dislexia é o nome dado a um transtorno de aprendizagem referente a habilidades de leitura. A palavra dislexia deriva dos conceitos “dis” (desvio) e “lexia” (leitura, reconhecimento das palavras). De acordo com o CID-10 (Classificação Estatística Internacional de Doenças e Problemas Relacionados à Saúde), a dislexia pode ser definida como um transtorno específico de leitura (F81.0), caracterizado da seguinte forma:

> A característica essencial é um comprometimento específico e significativo do desenvolvimento das habilidades da leitura, não atribuível exclusivamente à idade mental, a transtornos de acuidade visual ou escolarização inadequada. A capacidade de compreensão da leitura, o reconhecimento das palavras, a leitura oral, e o desempenho de tarefas que necessitam da leitura podem estar todas comprometidas. O transtorno específico da leitura se acompanha freqüentemente de dificuldades de soletração, persistindo comumente na adolescência, mesmo quando a criança haja feito alguns progressos na leitura. As crianças que apresentam um transtorno específico da leitura têm freqüentemente antecedentes de transtornos da fala ou de linguagem. O transtorno se acompanha comumente de transtorno emocional e de transtorno do comportamento durante a escolarização. (CID-10, 2008)

O Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais (DSM-5, 2014), define a dislexia como um termo alternativo a transtorno específico de leitura usado para referenciar um padrão de dificuldades de aprendizagem caracterizado por problemas no reconhecimento de palavras, problemas de decodificação e dificuldades de ortografia. O manual ressalta que, caso seja utilizado o termo “dislexia”, é importante especificar quaisquer dificuldades adicionais que estejam presentes, além dos sintomas listados anteriormente.

Em contrapartida, Silva e Tuleski (2014) afirmam que, de acordo com uma pesquisa realizada pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), há um percentual considerável de crianças nas séries iniciais com dificuldades extremas de leitura e escrita e, com isso, levantam o questionamento “será que se tem mesmo uma escola para todos, com a possibilidade de se pensar que aqueles que não estão aprendendo não o fazem por problemas individuais?” (SILVA e TULESKI, 2014, p. 178).

Segundo Silva e Tuleski (2014), as explicações quanto à causa da dislexia são dadas com base em alterações genéticas e funcionais em diferentes regiões do cérebro, mas não há comprovações científicas.

Coelho (2013) observa que crianças disléxicas demonstram insegurança e baixa autoestima, recusando-se a realizar tarefas ligadas à leitura por medo de revelarem seus erros. Essa constatação já havia sido apontada por Vygotsky (1997) como sentimento de inferioridade, algo que a escola tem o dever de combater. Com base na trajetória da pesquisadora do presente trabalho e na observação da pesquisa de campo, acredita-se que esse sentimento dificilmente será combatido se professores e gestores assumirem a posição determinística de que os erros cometidos por disléxicos persistem independentemente das intervenções educacionais realizadas.

Algumas sugestões trazidas por Coelho (2013) para auxiliar crianças com o laudo de dislexia são: posicioná-las próximas ao professor, reduzir os focos de distração, realizar avaliações personalizadas com perguntas mais simples e diretas ou pedir para um profissional especializado ler os enunciados para auxiliá-las na interpretação, propor trabalhos em pares a fim de que recebam auxílio dos colegas, realizar tarefas multissensoriais e manter o constante contato com os pais para garantir um apoio ao rigor do trabalho realizado.

Smith (2008) ressalta a importância do uso da tecnologia para auxiliar indivíduos com distúrbios de aprendizagem, sugerindo para estudantes com dificuldades de leitura e escrita livros em áudio, filmes e vídeos legendados, editores de texto ou do estilo do texto, ferramentas para montagem de texto, dicionário de sinônimos e verificador automático.

Contudo, Coelho (2013) acredita que não existe um tratamento padrão adequado a todas as crianças com dislexia e ressalta que a preocupação principal de um professor para auxiliar no desenvolvimento desses estudantes deve ser a intervenção individualizada tendo em vista os diferentes ritmos de aprendizagem. É a partir da percepção das reais dificuldades da criança, para além do diagnóstico, que o professor tem condições de propor um caminho que supere o fracasso escolar individual.

4.1.2. Discalculia

Discalculia é o nome dado a um transtorno de aprendizagem referente a habilidades matemáticas. A palavra discalculia vem do grego (“dis”, mal) e do latim (“calculare”, contar) formando: contando mal. De acordo com o CID-10 a discalculia pode ser definida como:

> Transtorno que implica uma alteração específica de habilidade em aritmética, não atribuível exclusivamente a um retardo mental global ou à escolarização inadequada. O déficit concerne ao domínio de habilidades computacionais básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão mais do que as habilidades matemáticas abstratas envolvidas na álgebra, trigonometria, geometria ou cálculo. (CID-10, 2008)

Gomes e Santos (2017), pesquisadoras de neurociência e matemática da Universidade do ABC, afirmam que, para indivíduos com discalculia, a dificuldade não é decorrente de falta de estimulação ou do uso de métodos de ensino inadequados, pelo contrário, é persistente à variação de métodos, técnicas, instrumentos e repetição.

Bernardi (2006) (*apud* KRANZ e HEALY, 2013, p. 4) diferencia a acalculia da discalculia. A primeira também está relacionada a dificuldades com a aritmética, porém, adquiridas após uma lesão cerebral. A segunda, entretanto, está relacionada a uma “desordem estrutural da maturação das capacidades matemáticas” que levam o indivíduo a cometer “uma variedade de erros durante as atividades matemáticas” (*idem*).

No Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais (DSM-5, 2014), a discalculia é definida como um termo alternativo usado em referência a um padrão de dificuldades caracterizado por problemas no processamento de informações numéricas, aprendizagem de fatos aritméticos e realização de cálculos precisos ou fluentes, dentro dos transtornos de aprendizagem anteriormente definidos.

O médico neurologista Bastos (2008), em seu livro intitulado *O cérebro e a Matemática*, relaciona alguns aspectos que descrevem o quadro de discalculia:

- Inabilidade em reconhecer e produzir os números elementares (léxicos) ou novos números a partir dos elementares (sintaxe). Ou seja, dificuldade na compreensão e reconhecimento de números e sua associação às grandezas correspondentes.

- Falta de compreensão das relações espaciais estabelecidas entre números em operações matemáticas (discriminação viso-espacial).
- Dificuldade de compreensão do raciocínio envolvido em operações matemáticas para cálculos nas quatro operações.
- Inabilidade em raciocínio matemático em problemas concretos e abstratos.
- Dificuldade em relacionar quantidades e não na compreensão dos símbolos numéricos.
- Erros na conversão de números na forma arábica para escrita e vice-versa.

Nas considerações já citadas, a discalculia está completamente associada a uma desordem ou doença e, como consequência, aponta-se o indivíduo discalcúlico como incapaz de desenvolver determinadas habilidades, estando impedido de aprender e evoluir.

Entretanto, Kranz e Healy (2013) trazem o seguinte questionamento: “Para quem está servindo o rótulo de discalculia? Para o aluno ou para a instituição escolar responsável pela sua aprendizagem e pelo seu desenvolvimento?” (KRANZ e HEALY, 2013, p. 12). Para Borgioli (2008), a resposta a essa pergunta é: “para a instituição, é conveniente explicar o fracasso escolar através de obstáculos localizados dentro do cérebro de indivíduos” (*apud* KRANZ e HEALY, 2013, p. 12). De acordo com ele, a busca por padrões de normalidade e anormalidade não traz contribuições para os estudantes e seria mais produtivo, portanto, entender a interdependência entre fatores individuais, sociais e culturais no desenvolvimento dos sujeitos e das práticas matemáticas.

Nesse sentido, deve ser levado em consideração o fato de que a estrutura cerebral não é constituída somente por fatores biológicos, mas, também, por práticas e ambientes culturalmente organizados. Definir a discalculia como consequência da biogenética do sujeito elimina as influências do contexto histórico e cultural na constituição e na aprendizagem de conceitos matemáticos desse sujeito. Além disso, na perspectiva organicista, uma vez diagnosticada a discalculia, nada pode ser feito para a aprendizagem matemática do indivíduo, pois é considerada persistente à variação de métodos, técnicas, instrumentos e repetição (KRANZ e HEALY, 2013, p. 2).

Coelho (2013) traz algumas sugestões de estratégias para auxiliar crianças com sintomas de discalculia. Em primeiro lugar é preciso que o estudante perceba a importância de dominar conceitos matemáticos para o dia a dia, fornecendo-lhe exemplos das vantagens obtidas ao adquirir essas habilidades. Smith (2008) concorda com essa estratégia e acredita que ao fornecer exemplos reais de vida junto a problemas matemáticos, estudantes caracterizados por apresentar deficiências em matemática se sentirão mais motivados a resolver o problema por compreender sua relevância.

O segundo ponto levantado por Coelho (2013) é a utilização de jogos ou outros materiais concretos que promovam a manipulação por parte da criança. Segundo a autora, é importante que a criança possa observar, tocar ou experimentar outros sentidos para que a aprendizagem seja mais concreta.

A última sugestão é a utilização de instrumentos auxiliares, como calculadora ou tabuada impressa para que o estudante não se sinta incapaz de resolver um problema quando apresentar dificuldade de memorização. Ao fornecer materiais de apoio, o raciocínio e os passos para a resolução de um problema são mais valorizados do que o simples cálculo em si. Smith (2008) ressalta que a tecnologia pode ser um importante instrumento para auxiliar estudantes com dificuldades de aprendizagem a se tornarem aprendizes mais eficazes e sugere para estudantes que apresentam dificuldades com cálculos o uso de calculadora, tabelas financeiras ou programas de gráficos.

4.2. Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH)

A principal referência para abordar um panorama geral acerca do Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH) foi o trabalho de Bonadio e Mori (2013) realizado na Universidade Estadual de Maringá que traz a perspectiva médica e histórico-cultural do transtorno com o objetivo de trazer reflexões a respeito do papel da escolarização no desenvolvimento das funções psicológicas superiores ou culturais de indivíduos que apresentam um diagnóstico ou perfil característico de TDAH. As ideias da presente pesquisa alinham-se às ideias desse trabalho, uma vez que se opõem ao caráter determinístico que pesquisas organicistas trazem acerca dos transtornos de aprendizagem.

O trabalho aponta que crianças desatentas e hiperativas sempre existiram na humanidade, mas possivelmente o estilo de vida do mundo em séculos anteriores, em que as mudanças tecnológicas não eram tão rápidas e o convívio entre as pessoas era mais amplo, fez com que essas características fossem acolhidas com mais naturalidade. Somente na década de 1890 alguns médicos levantaram a hipótese de que um conjunto de comportamentos desatentos poderia ser resultante de disfunções cerebrais.

Ao longo dos anos, muitas pesquisas foram realizadas. O período da Segunda Guerra Mundial favoreceu as pesquisas na área pelo interesse dos pesquisadores em estudar sequelas da guerra, incluindo traumas cerebrais. Entretanto, segundo Bonadio e Mori (2013):

> Podemos observar que muitas eram as pesquisas, porém as incertezas em relação aos comportamentos de hiperatividade, desatenção e impulsividade permaneciam em razão da pouca solidez dos métodos e do número reduzido de recursos utilizados na caracterização e diagnóstico do quadro. (BONADIO e MORI, 2013, p. 33)

O CID-10 define o TDAH dentro dos transtornos hipercinéticos (F90) da seguinte forma:

> Grupo de transtornos caracterizados por início precoce (habitualmente durante os cinco primeiros anos de vida), falta de perseverança nas atividades que exigem um envolvimento cognitivo, e uma tendência a passar de uma atividade a outra sem acabar nenhuma, associadas a uma atividade global desorganizada, incoordenada e excessiva. Os transtornos podem se acompanhar de outras anomalias. As crianças hipercinéticas são frequentemente imprudentes e impulsivas, sujeitas a acidentes e incorrem em problemas disciplinares mais por infrações não premeditadas de regras que por desafio deliberado. Suas relações com os adultos são frequentemente marcadas por uma ausência de inibição social, com falta de cautela e reserva normais. São impopulares com as outras crianças e podem se tornar isoladas socialmente. Estes transtornos se acompanham frequentemente de um déficit cognitivo e de um retardo específico do desenvolvimento da motricidade e da linguagem. As complicações secundárias incluem um comportamento dissocial e uma perda de auto-estima. (CID-10, 2008)

A publicação mais recente acerca da definição do TDAH é de 2014, no Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais (DSM-5). O manual apresenta uma lista de 18 sintomas (presentes no quadro 2), nove de desatenção e nove de hiperatividade e impulsividade, e esclarece que pode receber o diagnóstico de TDAH um indivíduo que apresentar um padrão persistente em seis (ou mais) sintomas de cada grupo, persistindo por pelo menos seis meses em um grau que é inconsistente com o nível do desenvolvimento e têm impacto negativo diretamente nas atividades sociais e acadêmicas/profissionais (DSM-5, 2014, p. 59).

Quadro 2 – Sintomas para o diagnóstico de TDAH.

Desatenção: a. Frequentemente não presta atenção em detalhes ou comete erros por descuido em tarefas escolares, no trabalho ou durante outras atividades. b. Frequentemente tem dificuldade de manter a atenção em tarefas ou atividades lúdicas, como aulas, leituras ou conversas. c. Frequentemente parece não escutar quando alguém lhe dirige a palavra diretamente. d. Frequentemente não segue instruções até o fim e não consegue terminar trabalhos escolares, tarefas ou deveres no local de trabalho, rapidamente perde o foco e facilmente perde o rumo. e. Frequentemente tem dificuldade para organizar tarefas, atividades e objetos pessoais, dificuldade de cumprir prazos. f. Frequentemente evita, não gosta ou reluta em se envolver em tarefas que exijam esforço mental prolongado. g. Frequentemente perde coisas necessárias para tarefas ou atividades, como material escolar, chaves, documentos, óculos, celular. h. Com frequência é facilmente distraído por estímulos externos ou pensamentos não relacionados. i. Com frequência é esquecido em relação a atividades cotidianas como retornar ligações, pagar contas, manter horários agendados.
Hiperatividade e impulsividade: a. Frequentemente remexe ou batuca as mãos ou os pés ou se contorce na cadeira. b. Frequentemente levanta da cadeira em situações em que se espera que permaneça sentado. c. Frequentemente corre ou sobe nas coisas em situações em que isso é inapropriado ou se limita a situações de inquietude. d. Com frequência é incapaz de brincar ou se envolver em atividades de lazer calmamente. e. Com frequência “não para”, agindo como se estivesse “com o motor ligado”. f. Frequentemente fala demais. g. Frequentemente deixa escapar uma resposta antes que a pergunta tenha sido concluída. h. Frequentemente tem dificuldade para esperar a sua vez. i. Frequentemente interrompe ou se intromete.

Fonte: Manual Diagnóstico e Estatístico de Transtornos Mentais (adaptado).

O manual diferencia o diagnóstico de TDAH quanto ao subtipo e quanto à gravidade. Há três subtipos: apresentação combinada, caso os dois critérios (desatenção e hiperatividade-impulsividade) sejam preenchidos nos últimos 6 meses; apresentação predominantemente desatenta, caso apenas os critérios de desatenção sejam preenchidos nos últimos seis meses; e apresentação predominantemente hiperativa/impulsiva, caso apenas os critérios de hiperatividade-impulsividade sejam preenchidos nos últimos seis meses.

Os três níveis de gravidade são: leve, quando há poucos ou nenhum sintoma além dos seis suficientes para o diagnóstico e quando há pequenos prejuízos no funcionamento social ou profissional; grave, quando há muitos sintomas além dos suficientes para diagnóstico e os sintomas resultam em prejuízo acentuado no funcionamento social ou profissional; e moderado, quando os sintomas de prejuízo funcional estão entre leve e grave.

Para o diagnóstico de crianças, deve-se levar em conta se alguns sintomas já estavam presentes antes dos 12 anos de idade. Além disso, os sintomas devem ser manifestados em mais de um ambiente, como casa e escola, ou casa e trabalho, por exemplo. Orjales (2007) afirma, ainda, que o médico avaliador pode solicitar a outros profissionais provas para o diagnóstico, como testes de desenvolvimento intelectual; testes pedagógicos para avaliar o nível de leitura, compreensão, caligrafia, ortografia, cálculo, estratégias para resolução de problemas matemáticos, capacidade de definir conceitos, hábitos de estudo etc.; testes cognitivos, para avaliar o controle em situações escolares ou interpessoais e testes de desenvolvimento emocional.

O DSM-5 indica que o TDAH ocorre na maioria das culturas em cerca de 5% das crianças e 2,5% dos adultos. Entretanto, Bonadio e Mori (2013) ressaltam a divergência dessa informação em demais pesquisas. Para Orjales (2007), 3 a 5% das crianças menores de 10 anos sofrem de déficit de atenção/hiperatividade.

Cypel (2007) (*apud* BONADIO e MORI, 2013, p. 44) afirma que o comportamento inquieto gera desgaste das relações entre a criança e os pais, irmãos, amigos, professores e demais pessoas. As consequências disso podem ser rejeição e exclusão de possíveis encontros sociais e dificuldades pedagógicas. Em algumas situações, entretanto, as crianças mostram-se sociáveis, agradáveis e criativas.

Segundo Bonadio e Mori (2013), as causas do TDAH ainda estão em aberto, visto que muitos fatores podem desencadear comportamentos desatentos, impulsivos ou hiperativos, os quais não se manifestarão de modo idêntico em todas as crianças. Pesquisadores organicistas procuram causas genéticas, atribuindo ao transtorno uma diminuição na quantidade de hormônios como dopamina e noradrenalina ou a presença de genes como DAT e DRD4.

Há uma linha de pensamento que sugere que as causas do TDAH são apenas sociais, porém, para Barkley (2008), fatores sociais exercem influência no comportamento infantil, mas não são suficientes para criar transtornos de aprendizagem. Quanto a isso, Bonadio e Mori (2013) afirmam:

> Revisitando teóricos utilizados em nosso trabalho (Benczik, 2000; Rohde et al., 2003; Cypel, 2007 e até mesmo Barkley, 2008), deparamo-nos com a imprecisão das pesquisas referentes às causas do TDAH. As divergências existentes entre os organicistas impossibilitam afirmar que haja realmente uma teoria que comprove a causa genética ou somente orgânica do referido transtorno. Isto indica que se não há uma teoria plausível que sustente a hipótese social ou ambiental, como afirma Barkley (2008), também não há uma que apoie a hipótese orgânica. (BONADIO e MORI, 2013, p. 40)

Cypel (2007) (*apud* BONADIO e MORI, 2013, p. 44) critica estudos que desconsideram completamente o modo de vida da criança em seu diagnóstico, pois atribuem somente a ela toda a responsabilidade. Rotta (2006) (*apud* BONADIO e MORI, 2013, p. 44) indica a importância de fatores ambientais, socioeconômicos, psicoafetivos, familiares e emocionais no desencadeamento do TDAH.

Bonadio e Mori (2013) reiteram que crianças diagnosticadas com TDAH evitam atividades como leitura ou tarefas de casa, que exigem atenção, mas quando estão envolvidas em atividades que lhes são interessantes, os sintomas de desatenção são mínimos. Por isso, os autores fazem uma recomendação de que as atividades para a criança com TDAH sejam interessantes e desafiadoras. Porém, quanto a isso, levantam o seguinte questionamento: isso não deveria valer para todas as crianças?

Orjales (2007) indica quatro pilares na intervenção com crianças diagnosticadas com TDAH: intervenção farmacológica, intervenção cognitivo-comportamental, intervenção no contexto familiar e intervenção no contexto escolar. A seguir serão descritas algumas sugestões de Orjales (2007) para intervenções no contexto escolar.

Em primeiro lugar, é sugerido que o professor auxilie o médico na dosagem farmacológica, registrando durante o período de aula como está o comportamento da criança em uma escala de 0 a 2, em que o 0 representa um nível normal de concentração em relação aos demais colegas da sala e 2 uma inquietude e falta de concentração intensos.

Nesse ponto, vale ressaltar a visão da autora do presente trabalho com base em sua prática em sala de aula. O tratamento farmacológico realmente afeta o comportamento da criança, mas isso não necessariamente é positivo. Há crianças que perdem o ânimo, o apetite e, consequentemente, a motivação, o que pode contribuir para o melhor andamento da aula, mas não garante uma contribuição para aprendizagem. Na maioria das vezes, é melhor que crianças que apresentam características do TDAH estejam sem o efeito de remédios, pois podem contribuir muito mais com perguntas e respostas criativas e engajadoras.

Quanto a isso, Silva e Tuleski (2014) afirmam o seguinte:

> [...] “se pretende obter prazer mediante a simplificação e o menos esforço” (2007, p. 230), o que reflete essa suposta intenção da escola em resolver todo e qualquer problema de mau desempenho escolar e indisciplina por meio da administração de um remédio “milagroso”, simples e sem a necessidade de investimento de energia e reflexões acerca da realidade escolar e, consequentemente, social, que determinam o problema e podem ser modificados para a superação da realidade da qual se queixam. (SILVA e TULESKI, 2014, p. 192)

Algumas estratégias sugeridas por Orjales (2007) para facilitar o trabalho do professor em sala de aula são: posicionar a criança em uma carteira próxima ao professor, permitir que ela fique de pé em alguns momentos de explicação, deixá-la isolada em tarefas que exigem grande concentração, guardar objetos que possam roubar-lhe a atenção, estruturar tarefas em tempos menores, permitindo-a levantar para se dirigir ao professor ou para marcar pontos em um cartaz toda vez que finalizar algo proposto.

Além disso, Orjales (2007) defende o uso de técnicas comportamentais de reforço positivo, dizendo ser uma estratégia eficaz para professores gerarem motivação e aumentarem o rendimento de seus alunos. Para isso, o professor precisa oferecer constantes recompensas aos estudantes, como apagar a lousa, elogiar boas condutas e respostas corretas publicamente ou individualmente, dar pontos individuais ou em grupo que podem ser trocados por atividades da preferência dos estudantes ou selecionar estudantes que se destacaram na semana (cognitiva ou comportamentalmente) para auxiliar a turma.

4.3. Distúrbio no Processamento Auditivo Central (DPAC)

Para melhor explicitar o que é o Distúrbio no Processamento Auditivo Central (DPAC) é preciso primeiro explicitar a função do processamento auditivo. De acordo com a American Speech-Language-Hearing Association (ASHA, 2005), o processamento auditivo diz respeito à eficiência com que o sistema nervoso central utiliza a informação auditiva. Pode ser definido como o conjunto de mecanismos e processos responsáveis pelos fenômenos de lateralização e localização do som, discriminação auditiva, reconhecimento dos padrões auditivos, aspectos temporais da audição e habilidades auditivas com sinais acústicos competitivos e degradados.

Em outras palavras, o processamento auditivo caracteriza-se pelo processo de interiorização daquilo que se ouve, sendo muito importante no desenvolvimento da linguagem e na construção de aprendizagens.

O Distúrbio do Processamento Auditivo Central (DPAC), segundo a ASHA (2005), consiste em dificuldades no processamento da informação auditiva no sistema nervoso central perceptual. Segundo Martins, Pinheiro e Blasi (2008), as principais consequências dessa dificuldade de interpretação dos padrões sonoros pode acarretar em prejuízos na compreensão de informações, alterações no comportamento e, em decorrência, fracasso escolar.

Na CID-10, o código do DPAC é H93.2 na categoria “Outros transtornos do ouvido não classificados em outra parte” e especificação “Outras percepções auditivas anormais”. Entende-se como parte do transtorno a alteração temporária do limiar auditivo, o comprometimento da discriminação auditiva, a diplacusia e a hiperacusia.

Segundo Cañete (2006), pessoas com DPAC apresentam dificuldades determinadas, listadas no quadro 3. Entretanto, não é recomendável assumir a presença do déficit somente com a observação dessas condutas.

Quadro 3 – Condutas observadas em pessoas com DPAC.

- Dificuldade para compreender ou escutar em ambientes com ruídos.
- Dificuldade para manter conversas longas.
- Dificuldades para manter conversas por telefone.
- Dificuldade para aprender um idioma ou novo vocabulário.
- Dificuldade para recordar uma informação falada (déficit de memória auditiva).
- Dificuldade para tomar notas, ditados.
- Dificuldade para manter a atenção em uma atividade quando há outros ruídos.
- Dificuldade quando requerem-se habilidades organizacionais, como por exemplo manter a ordem.
- Dificuldade de leitura e escrita.
- Dificuldade de processamento de sinais não verbais (como música, por exemplo)

Fonte: CAÑETE, 2006.

O diagnóstico do DPAC é pautado em diferentes índices, sendo os seguintes, para Cañete (2006), de suma importância: história clínica do paciente (enfermidades importantes, problemas na linguagem, fala, constituição familiar, nível educacional, cultural etc.); métodos de observação sistemáticos e não padronizados (questionários sobre condutas auditivas); avaliação audiológica (avaliação comportamental ou eletrofisiológica e medições eletroacústicas); avaliação da fala e da linguagem; avaliação médica. Vale ressaltar que isso envolve uma equipe multidisciplinar, composta por neurologistas, psiquiatras, otorrinolaringologistas, audiologista, fonoterapeutas, psicólogos, pedagogos e profissionais da educação.

Para Cañete (2006), é natural que o DPAC seja acompanhado de transtornos de aprendizagem, como déficit de atenção, dislexia e discalculia, uma vez que são os mecanismos centrais que permitem que crianças aprendam a linguagem oral com rapidez e facilidade. O autor relaciona algumas habilidades auditivas fundamentais para o processo de aprendizagem que são pouco desenvolvidas em indivíduos diagnosticados com DPAC, presentes no quadro 4.

Quadro 4 – Habilidades auditivas importantes no processo de aprendizagem.

Discriminação	Diferenciação de sons de diferentes frequências, duração e intensidade.
Localização	Localização da fonte sonora.
Discriminação auditiva	Discriminação dos elementos fonéticos da fala que são acusticamente similares.
Trancamento auditivo	Compreensão de uma mensagem ou palavra completa quando uma parte delas está ausente.
Separação auditiva em ruído	Identificação do falante primário na presença de ruídos no fundo.
Associação auditiva	Capacidade de atribuir um significado para as palavras.
Memória auditiva	Capacidade para armazenar e recordar um estímulo na ordem ou sequência apropriada.
Atenção auditiva	Capacidade para dirigir e manter a atenção a um sinal acústico relevante por um período de tempo.

Fonte: CAÑETE, 2006.

Cañete (2006) aponta três pilares para o tratamento de pessoas com DPAC: terapia direta, modificações ambientais e estratégias compensatórias. Os dois últimos têm o objetivo de melhorar o acesso e o uso da informação por parte do paciente. O primeiro, ao contrário, consiste em uma intervenção terapêutica dirigida para auxiliar no aumento da capacidade acústica e cognitiva, levando em conta a neuroplasticidade do cérebro.

Alguns métodos utilizados pelos terapeutas são: discriminação e análise auditiva, estratégias de desenvolvimento da memória auditiva, terapia de dessensibilização de ruído e treinamento temporal. A terapia deve levar em conta as necessidades individuais de cada paciente, devendo ser analisada de forma periódica.

O fonoaudiólogo Comerlatto (2016), em uma matéria da Associação de Deficientes Auditivos, Pais, Amigos e Usuários de Implante Coclear (ADAP), apresenta algumas orientações para professores no trabalho com indivíduos que apresentam DPAC: posicionar a criança próxima ao professor e de preferência distante de portas e janelas, procurar falar de forma clara e pausada, de frente para a criança, evitar falar em momentos de muito barulho e sempre que possível fornecer instruções próximo a ela.

4.4. Doença de Parkinson

A Doença de Parkinson, diferentemente dos transtornos de aprendizagem, de déficit de atenção e hiperatividade ou do distúrbio no processamento auditivo é uma doença degenerativa do sistema nervoso central, crônica e progressiva. Fez-se necessário realizar uma breve descrição das causas e sintomas da doença para melhor compreender as dificuldades enfrentadas por um estudante que compõe o subgrupo de análise da pesquisa prática realizada no presente trabalho.

Segundo a Portaria SAS/MS nº 228, de 10 de maio de 2010 (republicada em outubro de 2010), a principal causa da doença é a diminuição da produção de dopamina, que é uma substância química que ajuda na transmissão de mensagens entre as células nervosas. A dopamina é um neurotransmissor que ajuda na realização dos movimentos voluntários do corpo, ou seja, dos movimentos musculares que são realizados de maneira natural durante as atividades do dia a dia, que dependem da iniciativa do indivíduo. A diminuição desse neurotransmissor afeta diretamente no controle motor do indivíduo, fazendo com que atividades simples sejam realizadas com muito custo.

Os principais sintomas da doença são a lentidão motora, a rigidez entre as articulações, tremores nos membros superiores, geralmente predominantes em um lado do corpo, e desequilíbrio. Há também os sintomas não motores, como diminuição do olfato, alterações intestinais e do sono.

Na CID-10 o código da doença de Parkinson é G20 e se encontra na categoria de “Doenças extrapiramidais e transtornos dos movimentos”. Os termos alternativos explicitados são: Hemiparkinsonismo, Paralisia agitante ou Parkinsonismo.

Segundo a Associação Brasil Parkinson (ABP): “A doença de Parkinson tende a afetar pessoas mais idosas. A grande maioria das pessoas tem os primeiros sintomas geralmente a partir dos 50 anos de idade. Mas pode também acontecer nas idades mais jovens, embora os casos sejam mais raros”.

A ABP ressalta algumas atividades do dia a dia que são realizadas com bastante custo por pessoas que apresentam a doença e que dificilmente são notadas por outras pessoas, como cozinhar, banhar-se, vestir-se e escrever. Isso ocorre porque a doença de Parkinson dificulta a automação dos movimentos, de modo que muitas vezes para usar a mão a pessoa precisa controlar conscientemente o movimento, como se precisasse dizer a ela o que deve fazer, assemelhando-se a um robô guiando uma máquina.

Isso explica também o fato das pessoas que apresentam a doença piscarem muito menos, como se a face estivesse congelada. Ao sentarem-se, normalmente ficam na mesma posição e ao caminharem os braços caem paralelos ao corpo quase sem balançar. Vale ressaltar, entretanto, que a doença não afeta a memória e nem a capacidade intelectual do indivíduo.

A progressão da doença é muito variável e desigual entre os pacientes e para alguns ela parece se estabilizar. Na maioria dos casos, sua evolução é bastante lenta e os sintomas são manifestados vagarosamente, sem mudanças drásticas.

O tratamento da doença consiste em combater seus sintomas ou retardar seu processo, uma vez que ainda não foi descoberta sua cura. Algumas maneiras de combatê-la são através de remédios, cirurgias, fisioterapia, fonoaudiologia ou terapia ocupacional.

5. Reflexões acerca de recursos de sala de aula

Uma vez definido o público-alvo e o objeto de conhecimento da presente pesquisa, a autora iniciou uma busca por recursos que melhor atendessem às necessidades de seu público para desenvolver a primeira versão das tarefas. Conforme mencionado no capítulo anterior, Fernandes e Healy (2016) realizaram diversas pesquisas envolvendo inclusão e Matemática e, em um artigo que resume os resultados de algumas dessas pesquisas, afirmam:

> Cabe destacar que acreditamos que as particularidades dos alunos com os quais trabalhamos nos ajudam a ilustrar que não é só o material e as ferramentas semióticas que impactam sobre as práticas que emergem nos cenários. Igualmente importantes são os recursos corporais por meio dos quais as ferramentas e as tarefas são vivenciadas. O emprego de diferentes sistemas sensório-motores proporciona diferentes modos de agir matematicamente e, portanto, diferentes caminhos pelos quais os significados matemáticos podem ser apropriados. (FERNANDES e HEALY, 2016, p. 45)

Em concordância com as autoras, Castelo Branco (2015) afirma em sua dissertação que estudantes diagnosticados com dislexia teoricamente apresentam dificuldades de leitura e escrita e, consequentemente, podem apresentar maiores dificuldades na aprendizagem de determinado conteúdo se esse for introduzido apenas por meio desses recursos. É essencial a utilização de recursos que estimulem diferentes sentidos para que a aprendizagem desses estudantes seja efetiva.

Dessa forma, a autora do presente trabalho de pesquisa optou por elaborar atividades inspiradas no Ensino Multissensorial, teoria em que se recomenda a utilização de diversos sentidos por parte dos estudantes na realização de atividades que visam à aprendizagem. Para Ianhez e Nico:

> O aprendizado multissensorial trabalha simultaneamente com o uso dos olhos, ouvidos, órgãos da fala, dedos e músculos, envolvendo todos os caminhos para o cérebro. A vantagem desse método é que a criança disléxica é capaz de usar áreas de força, ao mesmo tempo que exercita e fortalece áreas mais fracas. (IANHEZ e NICO, 2002, p. 88)

No decorrer do desenvolvimento da pesquisa, entendeu-se que o uso de materiais concretos, de certa forma, poderia contribuir para o estímulo de diferentes sentidos, como o da visão e do tato. Portanto, a professora-pesquisadora optou por desenvolver um material de apoio a ser utilizado pelos estudantes desde a primeira até a última tarefa. Conforme evidenciado no capítulo 10, sua utilização foi de grande auxílio no desenvolvimento do pensamento abstrato partindo do concreto.

Outra ferramenta vista como um potencializador da motivação e envolvimento dos estudantes nas tarefas propostas foi o celular. Na primeira tarefa foram utilizados recursos de edição, câmera e vídeo presentes nos telefones celulares dos estudantes como forma de engajá-los na proposta. Os resultados obtidos foram muito positivos nas diferentes turmas em que a tarefa foi realizada.

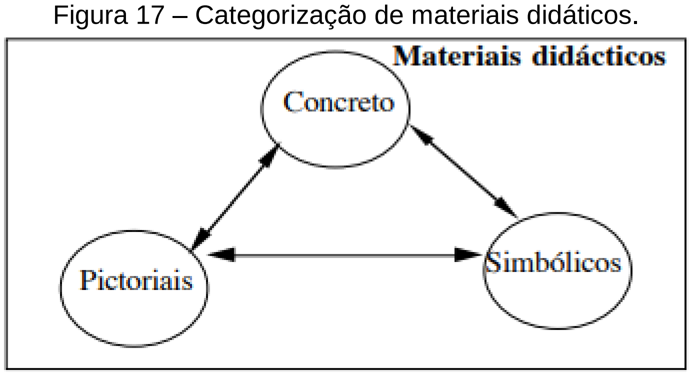
De modo a embasar teoricamente a escolha dos recursos utilizados nas propostas de tarefas, o objetivo neste capítulo é mostrar pesquisas a respeito do uso de materiais concretos e do uso de tecnologias móveis em sala de aula, a fim de evidenciar as ricas contribuições que podem trazer para a aprendizagem.

5.1. Uso de materiais manipuláveis

Inspirada por definições trazidas por diversos autores, Vale (2002) define materiais didáticos como "todos os materiais a que recorremos para promover o ensino-aprendizagem da Matemática" (VALE, 2002, p. 7). Em concordância, Lorenzato (2006) define material didático como "qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem" (LORENZATO, 2006, p. 18).

Vale (2002) divide os materiais didáticos em três categorias: concretos, pictoriais e abstratos/simbólicos, como ilustra a figura 17.

Figura 17 – Categorização de materiais didáticos.



Fonte: VALE, 2002, p. 7.

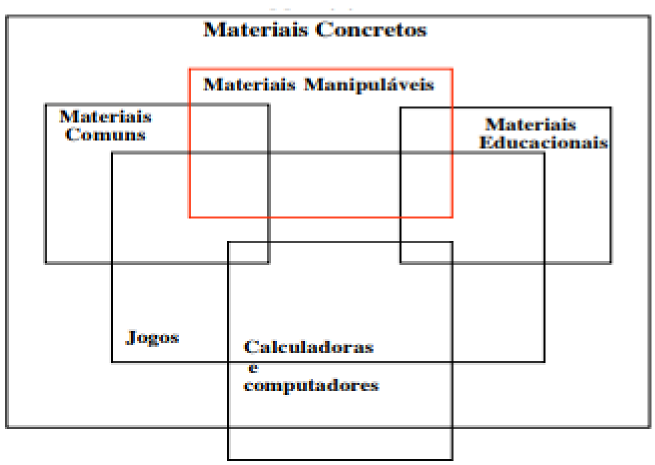
Segundo a autora, materiais concretos permitem um contato direto, pois são objetos de três dimensões. Materiais pictoriais podem ser apresentações audiovisuais, desenhos ou imagens. Já materiais simbólicos são representações de ideias matemáticas por meio de numerais e sinais aceitos universalmente que podem ser ouvidos, lidos ou escritos.

A autora divide, ainda, os materiais concretos em dois tipos: materiais comuns e materiais educacionais. Os materiais comuns são objetos que utilizamos em nosso dia a dia com diversas finalidades, como espelho, folha de papel, dinheiro, giz etc. Já materiais educacionais foram construídos para fins educativos de uso em sala de aula, como ábaco, geoplano, livros, fichas etc.

Vale (2002) define materiais manipuláveis como materiais concretos, comuns ou educacionais, que estimulem diferentes sentidos dos estudantes durante situações de aprendizagem, ou seja, se caracterizam pelo envolvimento ativo dos estudantes. A autora ressalta que nem todos os materiais concretos são manipuláveis, trazendo como exemplo o livro texto.

Calculadoras, computadores e jogos também são considerados pela autora como materiais didáticos, mas ressalta que há quem os considere materiais manipuláveis por propiciarem um papel ativo aos estudantes na percepção visual e auditiva. A figura 18 representa as categorizações sugeridas por Vale (2002) acerca de materiais concretos.

Figura 18 – Categorizações de materiais concretos.



Fonte: VALE, 2002, p. 9.

Lorenzato (2006) estabelece, ainda, uma classificação para os materiais manipuláveis em dois tipos: estático e dinâmico. De acordo com o autor, o material manipulável estático não permite uma alteração da estrutura física a partir de sua manipulação, de modo que a abstração de propriedades parte apenas de sua observação, como sólidos geométricos, por exemplo. Já o material manipulável dinâmico sofre transformações em sua estrutura física conforme o sujeito o manipula, como um círculo de feltro que ao ser manipulado se transforma em uma figura que se assemelha a um paralelogramo, por exemplo, como mostra a figura 19.

Figura 19 – Círculo de feltro: exemplo de material manipulável dinâmico.

Fonte: MMP Materiais Pedagógicos.

Segundo Turrioni e Perez (2006), o material concreto exerce um papel importante na construção de conhecimentos, uma vez que, por facilitar a observação e análise, auxilia no desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico. Para Vale (2002), o material concreto consiste em uma ponte que une o mundo físico ao abstrato e cabe ao professor conduzir os estudantes através dessa ponte.

> Muitos alunos têm dificuldade na compreensão de determinados conceitos porque são incapazes de fazer a ligação entre o mundo físico e abstracto, ou seja não conseguem passar a “ponte”. Esta “ponte” mental é bastante complexa. Contudo é necessário clarificar “a ponte” entre o uso do material concreto e o conceito e o professor tem que estar atento para ajudar o aluno a fazer essa passagem. (VALE, 2002, p. 22)

Vale (2002) afirma, ainda, que para alguns estudantes a passagem do concreto para o abstrato pode ocorrer facilmente sem o uso de materiais, apenas com exemplos dados pelo professor, mas reitera que certamente seu uso contribui para uma melhor compreensão dos conceitos por parte de todos.

Para Lorenzato (2006), a realização de atividades que envolvem materiais manipuláveis não garante a aprendizagem, uma vez que esta não reside na estrutura física do material ou em sua simples manipulação. O que contribui para a aprendizagem são as reflexões realizadas sobre a ação manipulativa.

O autor ressalta que há diferenças pedagógicas entre uma aula em que o professor ilustra o conteúdo com um material e uma aula em que os estudantes o manuseiam. Para ele, a segunda opção é muito mais benéfica, uma vez que os estudantes poderão, em ritmos próprios, realizar suas descobertas.

Vale (2002) destaca que uma aula desenvolvida com materiais manipuláveis pode ser um desafio, pois pode causar bastante agitação nos estudantes e requer espaço e organização. Para utilizá-los é importante que um professor reserve um tempo de planejamento e que deixe de lado pensamentos baseados no senso comum, de que os estudantes aprendem melhor quando dispostos na sala de maneira organizada e em silêncio.

Vale (2002) dá preferência à elaboração de materiais por parte dos professores e estudantes com o argumento de que as interações presentes na construção contribuem para a aprendizagem. Além disso, os materiais autorais refletem a personalidade de quem o faz, atrativo que materiais comprados não possuem.

Por fim, é importante ressaltar que, para a autora, quando a proposta de utilização dos materiais manipuláveis se assemelha a um jogo o envolvimento dos estudantes pode ser ainda maior. “(...) a situação ideal de aprendizagem (embora possa ser questionável) é aquela em que a actividade é de tal modo agradável, que aquele que aprende a considere não como um trabalho, mas como um jogo” (VALE, 2002, p. 52).

Diante das classificações apresentadas, pode-se dizer que as três primeiras tarefas desenvolvidas no presente trabalho de pesquisa contam com um material didático concreto manipulável de caráter estático. O objetivo pretendido com seu uso foi fazer uma ponte entre equivalências de ícones de uma rede social com conceitos de equivalência entre expressões algébricas. Em concordância com as ideias mencionadas neste capítulo, optou-se por utilizar um material de elaboração própria, envolvendo um contexto próximo à realidade dos estudantes, a ser manipulado por eles, respeitando o ritmo de cada um e proporcionando o estímulo a diferentes sentidos do corpo.

A última tarefa também conta com materiais auxiliares que podem ser classificados como materiais didáticos concretos educacionais, desenvolvidos para uso exclusivo em sala de aula para uma tarefa específica, apenas como auxiliador e organizador das tarefas propostas. Tal tarefa é a única que envolve deslocamento dos estudantes na sala, estimulando o uso de sentidos sensório motores e exigindo maior planejamento por parte da professora-pesquisadora em relação à organização da turma.

As quatro tarefas, após o *redesign*, envolveram competições e prêmios, estimulando um maior envolvimento por parte dos estudantes em concordância com as ideias de Vale (2002) acerca da valorização do lúdico.

5.2. Uso de tecnologias

Não há dúvidas de que a tecnologia tomou uma dimensão enorme na sociedade atual a ponto de se tornar indispensável. Basta observar as pessoas nas ruas de uma cidade por alguns instantes para constatar a veracidade dessa informação. Haverá pessoas se comunicando umas com as outras através de mensagens, ligações, chamadas de vídeos, haverá pessoas acessando redes sociais, utilizando aplicativos de entrega de alimentos, aplicativos de solicitação de transportes, aplicativos de localização geográfica, haverá pessoas ouvindo música, assistindo a vídeos, lendo notícias, entre outras coisas.

Moura (2009) em seu trabalho intitulado *Geração móvel: um ambiente de aprendizagem suportado por tecnologias móveis para a "Geração Polegar"*, discorreu, 11 anos atrás, a respeito da importância do uso de tecnologias móveis em sala de aula. De acordo com a autora:

> O telemóvel está a alterar as possibilidades e os aspectos práticos de muitos componentes da vida quotidiana. Está a mudar a natureza da comunicação, a afectar as identidades e as relações. Tem afectado também o desenvolvimento das estruturas sociais e as actividades económicas e está a ter uma influência considerável na percepção que os utilizadores têm sobre si próprios e do mundo. (MOURA, 2009, p. 50)

Anterior aos estudos de Moura (2009) os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) publicados em 1998 já chamaram a atenção para esse aspecto:

> Estudiosos do tema mostram que escrita, leitura, visão, audição, criação e aprendizagem são influenciados, cada vez mais, pelos recursos da informática. Nesse cenário, insere-se mais um desafio para a escola, ou seja, o de como

> incorporar ao seu trabalho, tradicionalmente apoiado na oralidade e na escrita, novas formas de comunicar e conhecer. (BRASIL, 1998, p. 43)

Diversos estudos surgiram ao longo desses anos comprovando os ganhos que podem ser obtidos em sala de aula com o uso de tecnologias. Borba e Penteado (2001) afirmam que “a inserção de tecnologia informática no ambiente escolar tem sido vista como um potencializador das ideias de se quebrar a hegemonia das disciplinas e impulsionar a interdisciplinaridade” (BORBA e PENTEADO, 2001, p. 65).

Os PCN (1998) reforçam que o uso do computador e da calculadora podem contribuir para que o processo de ensino e aprendizagem de Matemática se torne mais rico na medida que o professor conduza situações de aprendizagem que estimulem a capacidade crítica dos estudantes. Nesse sentido, a relação entre professor e estudantes pode ser marcada por uma maior proximidade, interação e colaboração, ficando evidente que a tecnologia não substituirá o papel do professor, mas sim potencializará seu trabalho.

Uma pesquisa feita pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) entre 2005 e 2011 assinala um crescimento de 107,2% do número de pessoas acima de 10 anos que possuem celulares. A presença desse aparelho em sala de aula tem se tornado algo incontrolável, tanto no sentido quantitativo quanto qualitativo. A maioria das crianças não recebem devidas instruções acerca do uso dessa ferramenta ao ganharem de seus familiares, o que tem afetado severamente o trabalho de professores em sala de aula.

O uso indevido de celulares durante as aulas por parte de estudantes contribui para que professores enxerguem essa ferramenta como um empecilho para o desenvolvimento de seu trabalho, ao contrário do que defendem Borba e Penteado (2001) e os PCN (1998). Alguns estados brasileiros tomaram medidas drásticas nos últimos anos como uma tentativa de resolver esse problema, criando leis que proíbem o uso de celulares durante as aulas. No estado de Minas Gerais, por exemplo, foi criada a lei nº 14.486 de dezembro de 2002.

Em seu trabalho, Moura (2009) questiona se é realmente o uso indevido de celulares que prejudica o trabalho de um professor em sala de aula ou se são os recursos não tecnológicos, como o papel e o lápis, que contribuem para a distração dos estudantes. Acerca da proibição do uso de celulares por parte de algumas escolas Moura (2009) afirma o seguinte:

> O que a realidade tem vindo a mostrar é que a solução de proibir os telemóveis na escola não parece ser a melhor solução. Primeiro, porque não se pode revistar todos os estudantes, levaria muito tempo, e seria virtualmente impossível, na medida em que os dispositivos se podem guardar em qualquer sítio. Segundo, as queixas e perturbações seriam insuportáveis para as direcções das instituições e o seu normal funcionamento. (MOURA, 2009, p. 52)

Allan (2013) em seu texto intitulado “A proibição do celular nas escolas faz sentido?” afirma que, ao invés de proibir o uso de celulares, as escolas deveriam incorporá-lo como um recurso de aprendizagem. As vantagens dessa incorporação seriam muitas, uma vez que os estudantes já têm forte ligação com essa ferramenta em suas rotinas.

Um projeto chamado K-Nect foi desenvolvido com escolas públicas da Carolina do Norte, Estados Unidos, visando a desenvolver habilidades matemáticas em estudantes que apresentavam dificuldades através do uso de smartphones. Esses estudantes receberam smartphones com acesso à internet e, através deles, foram enviados conteúdos suplementares e o contato de professores tutores para os atender em horários alternativos ao horário de aula. Os estudantes poderiam também se comunicar uns com os outros para compartilhar experiências e aprendizados. Os smartphones também contavam com um sistema operacional do Windows para tarefas de álgebra.

No final do curso, constatou-se que os estudantes utilizaram as ferramentas disponíveis de diversas formas. Foram confeccionados vídeos explicativos por parte deles e compartilhados em redes sociais. Os resultados mostraram que os estudantes que fizeram o uso dessas ferramentas obtiveram um rendimento 25% superior aos demais estudantes.

Moura (2009) faz uma lista de itens comuns presentes em celulares que podem ser utilizados como recurso em qualquer disciplina: calculadora, calendário, câmera fotográfica, editor de vídeos, gravador, bloco de notas, acesso à internet. Vale ressaltar que os smartphones atuais disponibilizam ainda mais recursos, além da possibilidade de baixar aplicativos, que ampliam ainda mais esse leque de alternativas.

A autora lista também dez atividades pedagógicas realizáveis por intermédio de celulares: (1) verificar a escrita ou definição de uma palavra; (2) pesquisar um tema; (3) pesquisar uma imagem de referência; (4) consultar mapas; (5) documentar uma experiência de laboratório com a câmera fotográfica ou vídeo; (6) consultar o tempo, o tráfego; (7) comunicar-se com o professor por e-mail; (8) responder a quizzes; (9) gravar ou ouvir podcasts; (10) responder a sistema de respostas na sala de aula.

São sugeridas atividades coletivas, como concurso da melhor foto ou vídeo, criação de uma história coletiva ou um poema a várias mãos por SMS, criação de um dicionário compartilhado para enriquecimento do vocabulário, entre outras.

Segundo Moura (2009), a escola tem que aproveitar o fato de os estudantes terem em mãos um mini-computador pago pelos pais. Porém, reconhece que seu uso implica duas ações por parte da escola: a formação de professores e a conscientização dos estudantes de que eles têm em mãos uma ferramenta de construção de conhecimento. Essas ações podem, a princípio, ser custosas, mas, se forem bem realizadas, podem contribuir para que a tecnologia seja utilizada com naturalidade e com todo seu potencial didático.

No presente trabalho de pesquisa foi desenvolvida uma tarefa que conta com o uso de celulares: um concurso do melhor vídeo. Alguns estudantes utilizaram as câmeras dos celulares, outros utilizaram editores de vídeos realizando um compilado de fotos e outros utilizaram vídeos disponíveis na internet. A utilização da ferramenta, além de ter contribuído para o engajamento dos estudantes, permitiu maior proximidade ao cotidiano deles e à contextualização escolhida (redes sociais).

6. Procedimentos metodológicos

A abordagem metodológica adotada neste trabalho de pesquisa é a qualitativa, que visa a compreender processos e não resultados. Uma pesquisa em educação envolve variáveis complexas para serem quantificadas ou analisadas isoladamente. Para Lüdke e André (1986, p. 7): "(...) o que ocorre em educação é, em geral, a múltipla ação de inúmeras variáveis agindo e interagindo ao mesmo tempo".

Nesse tipo de abordagem, todas as variáveis são importantes. Para Guinther (2006), a pretensão dessa abordagem é de aprofundar a compreensão dos fenômenos estudados a partir de uma análise rigorosa e criteriosa das informações.

Lüdke e André (1986) ressaltam a importância da formulação de hipóteses sobre a esperada relação entre as variáveis e, ainda afirmam:

> Da mesma forma o chamado *design* (delineamento) experimental tem prestado e prestará bons serviços à pesquisa em educação quando ela quiser destacar e colocar em foco as relações entre algumas variáveis já previamente selecionadas, com base em evidências anteriores. (LÜDKE, ANDRÉ, 1986, p. 7)

Sob esta perspectiva, os procedimentos metodológicos adotados no presente trabalho de pesquisa foram inspirados no *Design Experiments*. Essa escolha possibilitou um aperfeiçoamento das tarefas realizadas com o público-alvo escolhido para a análise, além de permitir a formulação de novas hipóteses mediante o amadurecimento da pesquisa.

Neste capítulo será realizada uma breve introdução acerca de aspectos do *Design Experiments*, além de um panorama de como os procedimentos sugeridos por essa metodologia foram implementados na pesquisa de campo.

6.1. *Design Experiments*

O *Design Experiments* representa um tipo de experimento de ensino para pesquisas em Educação Matemática, que surgiu em torno de 1970 nos Estados Unidos, devido à necessidade de preencher lacunas existentes entre a prática de pesquisa e a prática de ensino, além de complementar estudos existentes nas áreas da psicologia, epistemologia e filosofia, que não eram voltados especificamente para o Ensino de Matemática (KARRER, 2006).

Para Cobb et al. (2003), o objetivo do *Design Experiments* é analisar processos de aprendizagem de domínios específicos, não se limitando a uma sequência de tarefas, mas envolvendo um sistema complexo e interativo com múltiplos elementos de diferentes tipos e níveis, chamado de ecologia de aprendizagem.

Para elaborar um projeto de ensino fundamentado nessa metodologia, muitos elementos devem ser considerados, tais como os materiais que serão utilizados, as regras de participação, os discursos a serem desenvolvidos e o significado das relações entre esses elementos. As situações criadas pelos pesquisadores devem encorajar os estudantes a modificar seus pensamentos usuais. As contribuições individuais dos estudantes são essenciais para conduzir a pesquisa com essa metodologia, de modo que “os alunos devem ser entendidos como seres humanos capazes de oferecer contribuições independentes” (KARRER, 2006, p. 202).

Cobb et al. (2003) afirmam que essa metodologia busca desenvolver teorias sobre o processo de aprendizagem e os meios para apoiá-lo. Dessa forma, o momento e o ambiente em que as tarefas são desenvolvidas são valorizados, já que esse processo pode incluir a "evolução da aprendizagem de práticas sociais relevantes e até construções como identidade e interesse" (COBB et al., 2003).

O objetivo de trabalhar com o Design é o de representar bases iniciais para futuras inovações, ou seja, de investigar novas formas de aprendizagem, visando a mudanças educacionais. Para isso, o objetivo de investigação e os pré-requisitos devem ser cuidadosamente caracterizados.

Segundo Cobb et al. (2003), esse tipo de metodologia, faz-se necessário estabelecer algumas etapas. A primeira trata-se da definição da intenção teórica da pesquisa, na qual se torna imprescindível o levantamento bibliográfico. É preciso, também, definir o nível social e intelectual em que os estudantes se encontram. Em seguida, são levantadas conjecturas iniciais acerca do entendimento dos estudantes sobre o domínio a ser trabalhado, sendo desenvolvido um trabalho “piloto”, no qual são definidos o ponto de partida, os elementos da trajetória e pontos futuros do experimento de ensino.

Em um *Design Experiments*, o desenho do processo de aprendizagem a ser testado é feito de forma hipotética e reflexiva, no qual são feitas conjecturas em vários níveis de análise. Durante a condução do experimento, são realizadas e testadas conjecturas mais especializadas e, se alguma conjectura inicial for refutada, novas conjecturas podem ser geradas e testadas (COBB et al., 2003).

Assim, tal metodologia possui uma característica cíclica, uma vez que o desenho pode ser alterado frequentemente, conforme as informações obtidas nas aplicações. Os resultados das tarefas não são simples informações, mas sim devoluções em forma de *feedbacks*. Por isso, Cobb et al. (2003) indicam que haja um registro abrangente do processo de múltiplas formas: áudios, vídeos, questionários, relatórios por escrito, entre outros. Tais registros podem servir como apoio ou questionamento das conjecturas previamente estabelecidas, ou seja, o entendimento do fenômeno em investigação ocorre enquanto o experimento se desenvolve.

Existe uma preocupação de encontrar explicações do “como, quando e por que” determinada variável do experimento funciona, havendo uma relação íntima entre o desenvolvimento da teoria e o aperfeiçoamento da instrução.

O papel do professor-pesquisador é caracterizado por dois tipos de interação: a receptiva intuitiva e a analítica. A primeira ocorre quando o professor-pesquisador não tem plena consciência de como agir, ou seja, sua interação com os estudantes não é planejada e não há distinção intencional entre seu conhecimento e o deles. Já na segunda, ele identifica ricos raciocínios por parte deles que implicarão interações futuras, e sua interação passa a ser analítica.

A avaliação de um projeto não consiste apenas na quantidade de estudantes que aprenderam. Para avaliar de forma mais precisa, é necessário usar uma variedade de técnicas de avaliação, como pré-testes e pós-testes, técnicas de análise e intervenção, além da observação da sala de aula.

Collins et al. (2004) apontam três tipos de variáveis dependentes, importantes para avaliação:

1) Variáveis de clima: envolvimento, compromisso e cooperação entre os alunos na aprendizagem de um novo conteúdo.

2) Variáveis de aprendizagem: conhecimento dos conteúdos abordados na pesquisa.

3) Variáveis sistêmicas: sustentabilidade, facilidade de adoção do projeto em outro contexto e custos.

Em concordância com a metodologia escolhida, que possui um caráter iterativo e cíclico, durante o desenvolvimento da pesquisa as hipóteses formuladas foram modificadas, refutadas e reformuladas. Inicialmente, foi criado um projeto piloto com tarefas que abordavam as quatro concepções da álgebra de acordo com Usiskin (1995): (1) a álgebra como generalizadora da aritmética; (2) a álgebra como estudo de processos para resolução de problemas; (3) a álgebra como expressão da variação de grandezas; e (4) a álgebra como estudo de estruturas matemáticas.

As tarefas foram desenvolvidas para serem realizadas com um público de nove estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem de uma escola municipal, e as hipóteses iniciais visavam a apropriação de estruturas algébricas de modo geral por parte desses estudantes. A intencionalidade inicial da pesquisa, entretanto, foi modificada, uma vez que ao longo do amadurecimento do referencial teórico fez-se necessário alterar o público-alvo e focar o conteúdo das tarefas em apenas uma concepção da álgebra.

O contexto e a ideia central de duas dessas tarefas piloto foram aproveitados e novas tarefas foram desenvolvidas, com foco em atribuir o sentido de equivalência para o sinal de igualdade, como defende Trivilin e Ribeiro (2015). Essas novas tarefas foram aplicadas para outros públicos formados por mais estudantes, com diferentes perfis, em uma escola da rede SESI.

Dessa forma, esta pesquisa considera três ciclos de testes com públicos diferentes, todos em escolas da cidade de São Paulo. O primeiro ciclo foi realizado em outubro e novembro de 2017 com alguns estudantes do 7° ano da (EMEF) Jean Mermoz. O segundo foi realizado em agosto de 2018 com uma sala de 8º ano do Centro de Atividades Roberto Simonsen – SESI, onde foi testado o *redesign* das tarefas iniciais; e o terceiro e último ciclo foi realizado em novembro de 2018 com uma sala de 7º ano, também do Centro de Atividades Roberto Simonsen – SESI, onde foi testado um novo *redesign.*

Por motivos de organização, as tarefas do primeiro ciclo foram enumeradas nos capítulos seguintes com o número 1, as do segundo ciclo com o número 2 e as do terceiro com o número 3. Essa numeração fez-se necessária para diferenciar os ciclos, ou seja, ela não foi utilizada no momento da aplicação, mas apenas nesse momento para facilitar o entendimento do leitor.

O primeiro ciclo, ou trabalho piloto, contou com as tarefas: 1.1, 1.2, 1.3 e 1.4. O segundo ciclo com as tarefas: 2.1, 2.2, 2.3 e 2.4. O terceiro e último ciclo com as tarefas: 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4. A correspondência entre as tarefas de um ciclo para o outro ocorreu da seguinte forma: as tarefas 1.1 e 1.2 foram descartadas; a tarefa 1.3 se transformou na 2.4 e a 1.4 nas 2.1, 2.2 e 2.3. As tarefas 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4 correspondem às tarefas 2.1, 2.2, 2.3 e 2.4 com pequenas alterações. Essas informações aparecem de forma esquemática e resumida no quadro 5.

Quadro 5 – Resumo do *redesign* dos ciclos de teste da pesquisa de campo.

	Primeiro ciclo de testes (trabalho piloto)	Segundo ciclo de testes	Terceiro ciclo de testes
Público	9 estudantes **7º ano** (EMEF) Jean Mermoz	32 estudantes **8º ano** Centro de Atividades Roberto Simonsen - SESI	32 estudantes **7º ano** Centro de Atividades Roberto Simonsen - SESI
Redesign das tarefas	~~Tarefa 1.1~~ ~~Tarefa 1.2~~ Tarefa 1.3 Tarefa 1.4	Tarefa 2.1 Tarefa 2.2 Tarefa 2.3 Tarefa 2.4	Tarefa 3.1 Tarefa 3.2 Tarefa 3.3 Tarefa 3.4

Fonte: autora.

Nos três próximos capítulos será detalhado o desenvolvimento de cada um dos ciclos de teste. Cada uma das tarefas citadas será descrita em seu respectivo ciclo, bem como os principais acontecimentos de suas aplicações, a fim de justificar as escolhas realizadas no *redesign*.

7. Primeiro ciclo de testes

Neste capítulo será descrito como foi o início da pesquisa de campo, a escolha do público-alvo para a aplicação do trabalho piloto e os desafios enfrentados. Uma vez definida a intencionalidade da pesquisa em analisar um público com histórico de dificuldades de aprendizagem, buscou-se auxílio do Núcleo de Apoio e Acompanhamento para Aprendizagem (NAAPA), instituição pública que tem o propósito de acompanhar práticas educativas que respeitem a diversidade humana, os diferentes modos e potências de aprender. O NAAPA é um serviço criado pela Prefeitura Municipal de São Paulo, a partir do Decreto n° 55.309, de 17 de julho de 2014, e regulamentado pela Secretaria Municipal de Educação de São Paulo, pela Portaria n° 6.566, de 24 de novembro de 2014.

Por ser um núcleo que faz o monitoramento de todas as escolas coordenadas pela Diretoria Regional do Ensino do Ipiranga, os colaboradores do NAAPA fizeram a escolha da escola que participou da pesquisa de acordo com a região de preferência da pesquisadora, não por particularidades relacionadas à aprendizagem, sob a alegação de que o público procurado é amplo e está presente em todas as escolas monitoradas.

Para a realização da pesquisa de campo, optou-se, inicialmente, pela Escola Municipal de Ensino Fundamental (EMEF) Jean Mermoz, localizada na Chácara Inglesa, em São Paulo. Os diretores e coordenadores mostraram grandes expectativas na realização do projeto, dizendo que a maioria dos estudantes apresentava intensas dificuldades de aprendizagem e necessitava de uma nova perspectiva de ensino. Eles acreditaram na proposta de uma real inclusão proveitosa para o aprendizado de todos.

A partir de conversas iniciais, ficou claro que nas diversas turmas da escola havia muitos estudantes com histórico de dificuldades de aprendizagem em matemática, sendo naturais candidatos a compor o público-alvo da pesquisa. Porém, o conjunto dos estudantes que faria parte do projeto de ensino foi definido diretamente pela professora de Matemática da escola.

Como as tarefas desenvolvidas traziam uma proposta de introdução à álgebra, optou-se por trabalhar apenas com o 7º ano. Além disso, por se tratar de uma pesquisa em que se pretendia analisar o desempenho de estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem, a professora decidiu que apenas os que apresentavam tal perfil deveriam participar e selecionou nove estudantes do 7º ano. Tais estudantes já costumavam frequentar uma classe de reforço, durante o período de aula, na qual recebiam atenção individualizada de uma professora assistente. Nenhum dos estudantes de reforço apresentou laudo médico para a escola.

Realizou-se uma pesquisa do histórico escolar desses nove estudantes e as tarefas foram aplicadas durante as aulas de reforço, uma vez por semana, respeitando o formato de aulas estabelecido pela escola. As hipóteses iniciais eram relacionadas a temas amplos da álgebra, sendo essas:

a. A abordagem inicial das diferentes concepções da álgebra estabelecidas por Usiskin (1995) através de tarefas investigativas contribui para que o estudante se aproprie desses conceitos e não se confunda quando forem abordados posteriormente.
b. A utilização de tarefas para explorar estruturas de equivalência contribui para a aprendizagem de equações por parte de um público formado por estudantes com dificuldade de aprendizagem.
c. A contextualização baseada em interesses pessoais dos sujeitos e a exploração de diferentes situações e materiais contribui para uma maior relação afetiva com o conteúdo e, consequentemente, pode favorecer a aprendizagem.

Com base nessas hipóteses, as tarefas elaboradas foram as seguintes:

- Tarefa 1.1: Sequências

Objetivos: Identificar padrões em diferentes contextos (musicais e figurais) a fim de encontrar meios para generalizá-los. Utilizar letras para expressar generalizações de forma resumida. Criar novas sequências e padrões.

- Tarefa 1.2: Frases misteriosas

Objetivos: Identificar a relação existente entre dois conjuntos de valores. Utilizar letras para expressar generalizações de forma resumida. Representar graficamente as relações encontradas.

- Tarefa 1.3: Números misteriosos

Objetivos: Calcular valores desconhecidos através de operações inversas.

- Tarefa 1.4: Novidade no Facetopbook

Objetivos: Introduzir o conceito de equivalência entre expressões. Analisar, interpretar e resolver situações problemas que envolvam expressões que contenham símbolos. Traduzir problemas da linguagem natural para a simbólica formal, e vice-versa.

De modo geral, a aplicação dessas tarefas foi um processo conturbado e pouco proveitoso para os participantes. A cada dia de aplicação o grupo de estudantes do reforço variava, por motivos de ausência ou por escolha da regente da turma. Portanto, não foi possível avaliar a continuidade da aprendizagem dos estudantes selecionados inicialmente para a pesquisa.

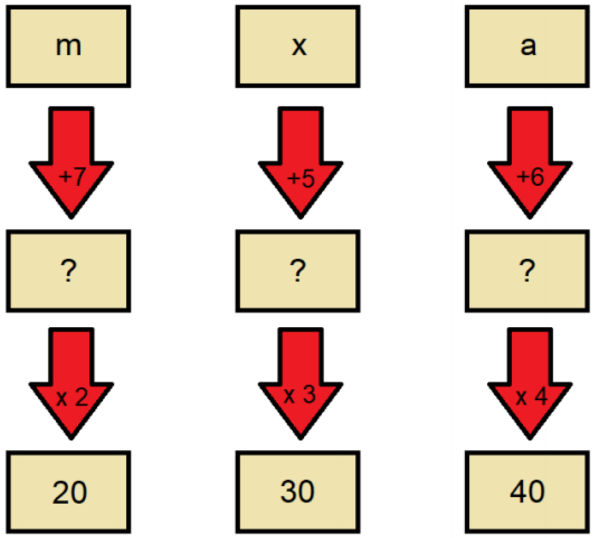
Por ser uma aplicação paralela às aulas, não foi possível avaliar se os progressos observados eram devidos às tarefas propostas ou às aulas da professora. Houve um descompasso entre o que estava sendo ensinado em sala de aula e o que estava sendo abordado nas tarefas. A tarefa 4, por exemplo, que propõem a introdução ao conceito de igualdade foi aplicada em um momento em que a professora já estava trabalhando equações envolvendo a propriedade distributiva.

Além disso, o fato de ser necessário retirar os estudantes com um histórico de dificuldades de dentro da sala de aula somente enfatizava uma rotulação e exclusão deles do processo de aprendizagem, indo de encontro às ideias de Vygotsky (1997) utilizadas como referencial teórico da pesquisa. Segundo o autor, uma das condições para o desenvolvimento cognitivo de estudantes é a socialização desses em grupos de níveis mistos.

No decorrer do processo de amadurecimento da pesquisa, a pesquisadora sentiu a necessidade de restringir as tarefas, optando por focar em equivalências entre expressões algébricas, como uma forma de introduzir conceitos relacionados a equações. Por isso, decidiu-se que o *redesign* para o segundo ciclo fosse realizado a partir de apenas duas tarefas do trabalho piloto: as tarefas 1.3 e 1.4. A seguir serão detalhados aspectos específicos da aplicação dessas duas tarefas apenas.

A tarefa 1.3 consistia na obtenção de números a partir de operações inversas. Para isso, foram utilizadas algumas carteiras da sala de aula, números, símbolos e flechas em cartolina. As carteiras eram dispostas em fileiras de modo que a primeira delas apresentava um número natural e uma flecha no sentido contrário com uma operação matemática, indicando que o número mostrado foi obtido a partir da operação indicada com um número anterior desconhecido, como mostram a figura 20 e a fotografia 1.

Figura 20 – Ilustração da disposição das carteiras, símbolos, flechas e números na tarefa 1.3.



Fonte: autora.

Fotografia 1 – Disposição das carteiras na aplicação da tarefa 1.3.

Fonte: autora.

O objetivo da tarefa era encontrar o valor da última carteira a partir de operações inversas. Os cálculos deveriam ser realizados por etapas. Quando um cálculo era finalizado, os estudantes passavam para a carteira da frente até chegar à última.

Durante a aplicação ficaram evidentes aspectos positivos e outros negativos dessa tarefa. O deslocamento de pessoas e a organização da sala de maneira não convencional foi um fator positivo e bem recebido pelos estudantes do primeiro ciclo. Porém, a falta de contextualização e aplicação na vida real foi um fator desmotivador, havendo falas como: “Para que estamos calculando isso?”.

A tarefa 1.4 apresentava o contexto de redes sociais e possuía o objetivo de desenvolver o conceito de equivalência a partir de materiais manipuláveis. Foi proposto que uma rede social chamada *Facetopbook* havia lançado uma atualização de modo que era possível obter ícones para medir o nível de popularidade a partir de ícones já existentes, como mostram as figuras 21 a 24.

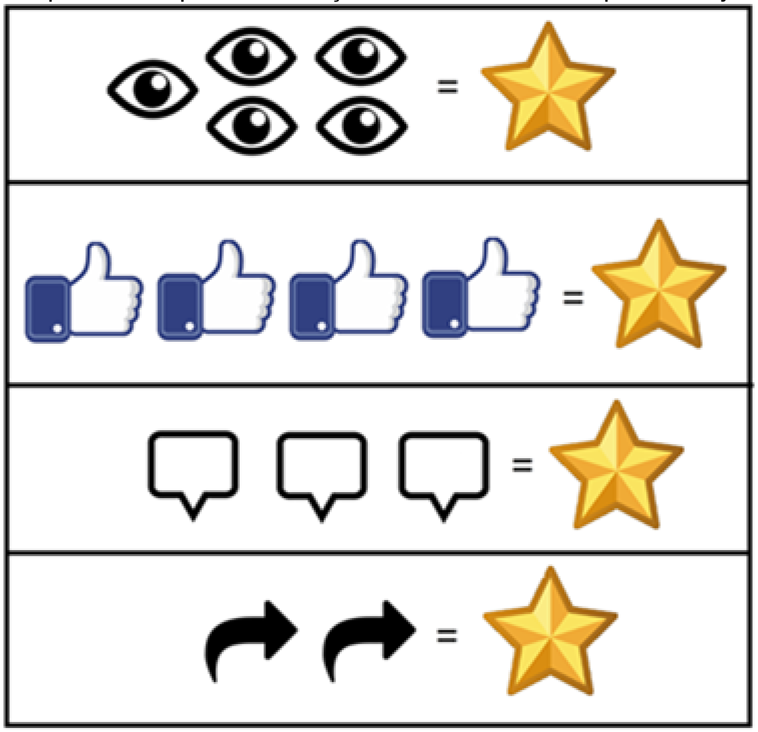
Figura 21 – Ícones existentes no *Facetopbook*.

Fonte: autora.

Figura 22 – Ícones novos do *Facetopbook*.

Fonte: autora.

Figura 23 – Equivalência para a obtenção de ícones novos a partir dos já existentes.



Fonte: autora.

Figura 24 – Equivalência para a obtenção de outros ícones novos.

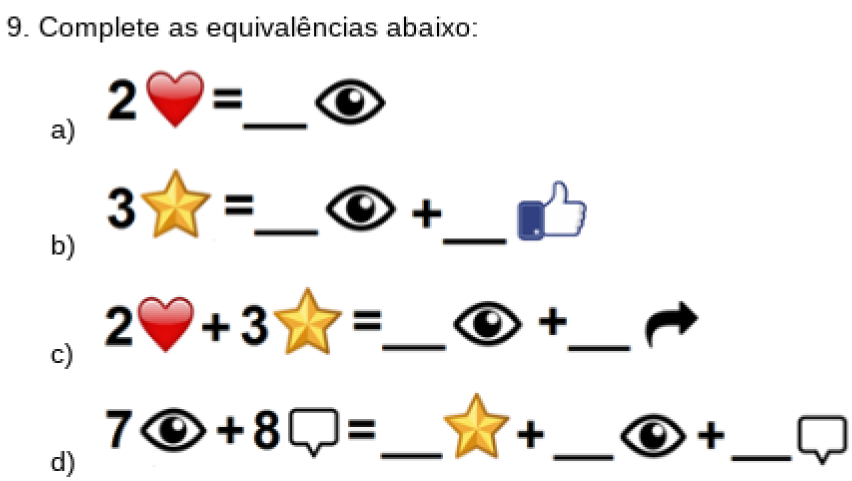
Fonte: autora.

Em seguida, foi entregue uma folha com 19 perguntas a serem respondidas pelos estudantes, como uma tarefa escrita, com o *layout* parecido com o de uma avaliação.

Para responder às perguntas os estudantes poderiam utilizar um material de apoio composto por recortes de papel com diversas cópias de cada ícone.

As cinco primeiras perguntas, tinham o objetivo de estimular os estudantes a compreender as equivalências, como por exemplo: “Quantos *likes* são necessários para obter um *top*?”. As três seguintes eram suposições de situações de pessoas fictícias, como por exemplo: “Ana tem 37 estrelas, quantos corações e *tops* ela tem?”. A pergunta nove já apresentava uma disposição dos ícones parecidos com os de uma equação, com o objetivo de introduzir aos estudantes a linguagem matemática utilizada nesse contexto, como mostra a figura 25.

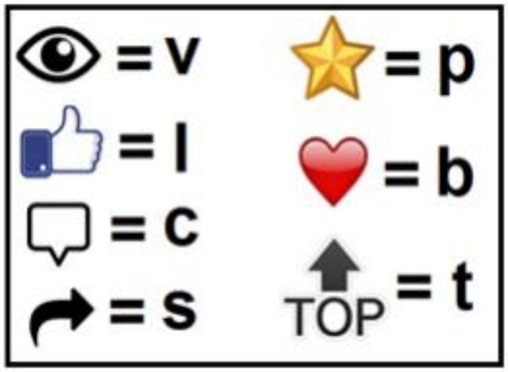
Figura 25 – Pergunta 9 da tarefa 1.4.



Fonte: autora.

Os nomes dos ícones foram definidos inicialmente na língua inglesa para que cada ícone iniciasse com uma letra diferente. Na pergunta 10, como mostra a figura 27, os estudantes eram levados a construir equivalências sem utilizar os símbolos, mas apenas as letras, a partir do quadro ilustrado na figura 26.

Figura 26 – Correspondência de letras para cada ícone.



Fonte: autora.

Figura 27 – Pergunta 10 da tarefa 1.4.

10. Complete as equivalências abaixo:

a) 1l = ___s

b) 2b = ___l + ___ s

c) 5v + 2s = ___ p

d) 25v + 30c = ___t

Fonte: autora.

As nove perguntas seguintes partiam da afirmação de que o sucesso dos novos ícones foi tão grande que a empresa passaria a obter lucro por ícone. Inicialmente, a empresa receberia R$ 3,00 por *top* e as perguntas eram relacionadas ao valor arrecadado a partir dos demais ícones, por exemplo: “Quanto a empresa receberá a cada coração?”. O objetivo era levar os estudantes a resolverem equações de maneira natural.

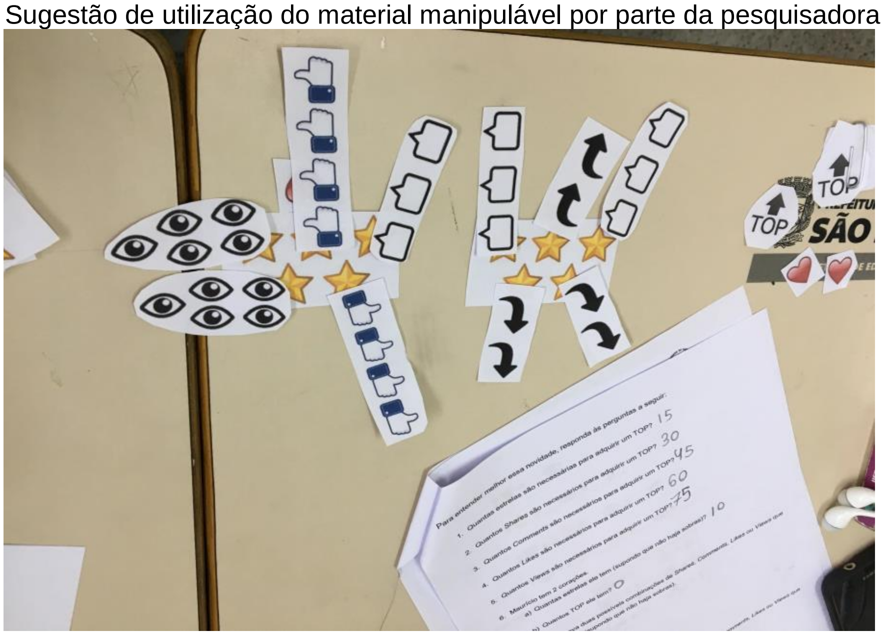
A contextualização e o material de apoio foram aspectos positivos na tarefa, pois geraram uma motivação inicial e facilitaram o entendimento das equivalências. Porém, o formato da tarefa foi desmotivador, talvez por haver diversas perguntas de situações fictícias, sem nenhuma aplicação prática, além de haver uma quantidade muito grande de perguntas em uma mesma tarefa, realizada em apenas um dia.

Os estudantes não conseguiram finalizar a tarefa, parando no exercício 9. Além disso, contaram com muito auxílio por parte da pesquisadora, pois a compreensão das equivalências não ocorreu de maneira natural.

Fotografia 2 – Aplicação da tarefa 1.4.

Fonte: autora.

Fotografia 3 – Sugestão de utilização do material manipulável por parte da pesquisadora na tarefa 1.4.



Fonte: autora.

Por fim, os estudantes não conseguiram desenvolver níveis maiores de abstração, ficando completamente dependentes do material de apoio. Com isso, a transformação dos ícones em letras tornou-se uma proposta muito complexa gerando ainda mais desmotivação.

8. Segundo ciclo de testes

Neste capítulo será descrito o processo de *redesign* do primeiro para o segundo ciclo, bem como os argumentos que motivaram as escolhas realizadas. Serão descritos também os acontecimentos mais relevantes da aplicação das tarefas do segundo ciclo, com o objetivo de justificar as alterações realizadas para o terceiro ciclo.

O principal fator que motivou a escolha da nova escola foi a orientação recebida pela banca examinadora do presente trabalho de pesquisa durante o exame de qualificação. A Profa. Dra. Solange Hassan Ahmad Ali Fernandes e a Profa. Dra. Monica Karrer deram a sugestão de desenvolver a pesquisa de campo em uma sala de aula convencional na qual a pesquisadora já ministrava aulas regulares, a fim de evitar a discriminação de estudantes com dificuldades de aprendizagem dos demais colegas da turma.

Como consequência, o fato da pesquisadora já ministrar aulas para a turma permitiu a realização de uma análise dos estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem muito mais criteriosa e, também, foi possível assegurar a continuidade e a confiabilidade das evidências de progresso dos estudantes. Dessa forma, o trabalho esteve de acordo com Lüdke e André (1986), quando disseram que a pesquisa qualitativa supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada.

A professora e pesquisadora será referenciada na descrição das tarefas apenas como professora, pois a seu ver era esse seu papel no momento de aplicação. Posteriormente, no momento de análise, esse termo será substituído por pesquisadora, pois seu olhar se voltou para análises referentes ao cumprimento dos objetivos propostos na pesquisa.

A intenção inicial da pesquisa de campo era aplicar as tarefas para um público de 7º ano do Ensino Fundamental, antes de serem introduzidos conceitos referentes à equação de primeiro grau com uma incógnita. Entretanto, como houve bastante modificação nas tarefas do primeiro para o segundo ciclo, optou-se por realizar a aplicação do segundo ciclo com um público de 8º ano com o objetivo de obter informações acerca das reações e impressões de estudantes nessa faixa etária, já que os estudantes têm idade próxima ao público pretendido. A sala do 8º ano do Centro de Atividades Roberto Simonsen – SESI contava com 32 estudantes, mesma quantidade que a sala do 7º ano.

Dessa forma, o segundo ciclo exerceu a função de pré-teste, ou seja, a análise dessa aplicação se limitou ao entendimento e às reações dos estudantes ao que estava sendo proposto, e não à evolução cognitiva do grupo no conceito de equivalência, uma vez que temas como grandezas proporcionais e equações já haviam sido abordados com eles em aulas regulares anteriores.

A principal modificação no *redesign* foi que todas as tarefas passaram a ter o mesmo contexto e, por caminhos diferentes, buscava-se desenvolver a ideia de equivalência atrelada ao sinal da igualdade. O contexto escolhido foi o de redes sociais, pois foi um fator positivo no primeiro ciclo e manteve a aproximação à realidade dos estudantes e, por consequência, maior motivação e compreensão por parte deles. As tarefas 2.1, 2.2 e 2.3 foram inspiradas na tarefa 1.4 e a tarefa 2.4 foi inspirada na tarefa 1.3.

O *redesign* foi necessário não apenas para dar enfoque às equivalências, mas também para corrigir as falhas citadas na aplicação das tarefas 1.3 e 1.4 no primeiro ciclo. A seguir, a aplicação das tarefas do segundo ciclo serão brevemente descritas a fim de justificar as alterações realizadas para o terceiro ciclo de testes.

A primeira decisão tomada no *redesign* desse ciclo foi a estruturação da sala em grupos de trabalho, que seriam mantidos nas quatro tarefas. A escolha dos grupos foi realizada de modo a testar diferentes configurações, a fim de verificar qual seria a melhor distribuição para o terceiro ciclo de testes. Como havia 32 estudantes na sala do 8º ano, mesma quantidade do 7º, foi possível formar exatamente 8 grupos com 4 estudantes em cada.

Em primeiro lugar foram mapeados os estudantes que apresentavam um histórico de dificuldades em Matemática a partir da média das notas que haviam tirado nas avaliações do ano anterior, que deveria ser inferior a 6,0, e na análise qualitativa da professora referente ao conhecimento deles. Foram selecionados 13 estudantes, sendo que apenas um deles possuía laudo médico relacionado à aprendizagem, que era de Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH).

Assim, os grupos foram escolhidos conforme indica o quadro 6.

Quadro 6 – Distribuição dos estudantes nos grupos para o segundo ciclo de testes.

Grupos	Quantidade de estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem	Quantidade de estudantes com laudo
Grupo 1	3	1
Grupo 2	1	0
Grupo 3	2	0
Grupo 4	1	0
Grupo 5	3	0
Grupo 6	1	0
Grupo 7	1	0
Grupo 8	0	0

Fonte: autora.

8.1. Descrição da tarefa 2.1

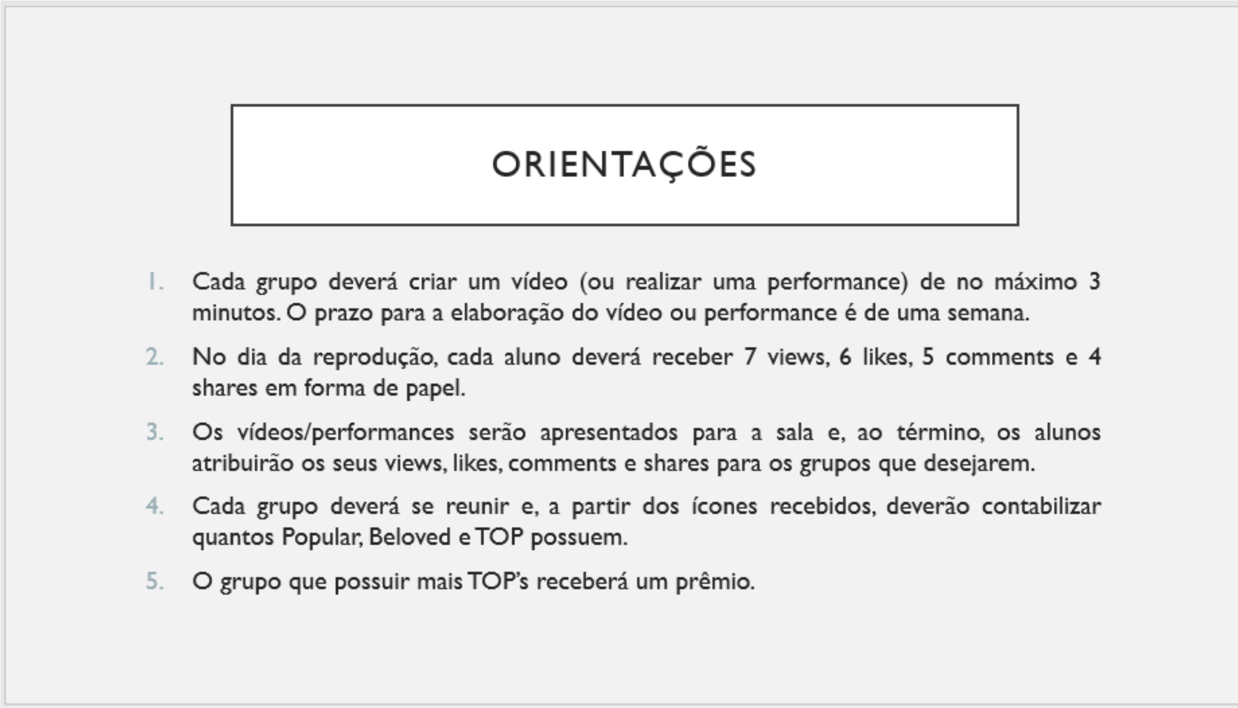
A primeira tarefa desse ciclo foi planejada para ser realizada em três aulas. A primeira aula seria apenas para a apresentação do trabalho e para propor aos grupos uma tarefa extraclasse; já as duas seguintes seriam para seu desenvolvimento. A aula de apresentação da tarefa foi feita em *power point* e foi dado aos estudantes um panorama geral do contexto que seria abordado, o de redes sociais. Os ícones se mantiveram os mesmos (visualizações, curtidas, comentários, compartilhamentos, estrelas, corações e *tops*) e as equivalências também. Foi acrescentada a informação da forma em que esses ícones ficariam dispostos no perfil dos usuários, como mostra a figura 28.

Figura 28 – *Slide* 6 da aula de apresentação da tarefa 2.1.

Fonte: autora.

A proposta de tarefa extraclasse foi a criação de um vídeo por grupo de tema livre, a fim de simular uma postagem de um usuário na rede social chamada *Facetopbook*. Na aula seguinte, os vídeos seriam mostrados para a sala e os estudantes poderiam atribuir ícones de visualizações, curtidas, comentários e compartilhamentos a cada um deles, conforme preferência. Em seguida, cada grupo iria contabilizar seus ícones e, a partir dos quadros de equivalência, determinar a quantidade de estrelas, corações e *tops* de cada um. O grupo vencedor seria o que conquistasse mais *tops*. No caso de empate, seriam analisadas as quantidades dos demais ícones, na seguinte ordem: corações – estrelas – compartilhamentos – comentários – curtidas – visualizações. O prêmio do vencedor não foi anunciado, mas seria uma caixa de chocolates.

Figura 29 – *Slide* 9 da aula de apresentação da tarefa 2.1 com as orientações gerais.



Fonte: autora.

A proposta da criação de um vídeo foi elaborada com a intenção de trazer maior motivação para a contabilização dos ícones a partir de equivalências, uma vez que os estudantes estariam vivenciando uma experiência como participantes, não como terceiros, como propunha a tarefa 1.4. Outro fator relevante para a escolha dessa nova abordagem está relacionado à valorização da criatividade dos estudantes, uma vez que seria recompensado o grupo com o vídeo mais aceito pela turma, ou seja, a premiação não estava atrelada ao conhecimento matemático envolvido.

Na aula de apresentação das tarefas quase tudo ocorreu como o planejado: os estudantes entenderam a proposta e se animaram com sua realização. O único fator negativo foi a reação deles ao terem conhecimento dos grupos de trabalho definidos pela professora. A sala toda ficou bastante agitada com a notícia e muitos comentários negativos foram feitos, uma vez que o desejo deles era de poder criar o vídeo com pessoas com quem tivessem mais afinidade. Eles ficaram chateados por não terem a opção de escolher o grupo e uma estudante, em especial, se mostrou bastante resistente, chegando a cogitar a possibilidade de não realizar a tarefa, alegando não ser obrigatória.

O dia da entrega dos vídeos era o dia programado para o desenvolvimento da tarefa, pois a aula era dupla. Esperava-se que na primeira aula todos os vídeos fossem assistidos e, na segunda, os ícones fossem atribuídos pelos estudantes e contabilizados pelos grupos. Todos os grupos cumpriram com sua parte, ou seja, a insatisfação com a escolha dos grupos não foi um fator impeditivo para a produção dos vídeos. Porém, ocorreu outro fator que não havia sido previsto: três vídeos não foram transmitidos por estarem em um formato incompatível com o notebook disponível no dia e com a TV da sala. Além disso, um dos cinco vídeos transmitidos demorou mais de 20 minutos para rodar, pois estava salvo apenas no celular do estudante.

O que estava previsto para durar uma aula de 50 minutos acabou durando mais de duas aulas de 50 minutos. No decorrer dessas duas aulas, os estudantes se envolveram em outras tarefas do interesse deles, pois a professora os deixou sem orientação por estar focada em converter o formato dos vídeos ou em encontrar um cabo que fosse capaz de transferir os vídeos para o notebook.

Outro fator que não estava previsto é que, ao inserir o *pendrive* na televisão da sala de aula, os arquivos do dono do *pendrive* eram expostos e, em alguns casos, fotos pessoais apareceram para todos verem, gerando constrangimentos que poderiam ser evitados.

As dificuldades com a apresentação dos vídeos e a consequente dispersão dos estudantes foram fatores decisivos para o *redesign* no ciclo terceiro de testes. A forma de entrega dos vídeos e os prazos foram repensados para minimizar problemas como os observados nesse ciclo.

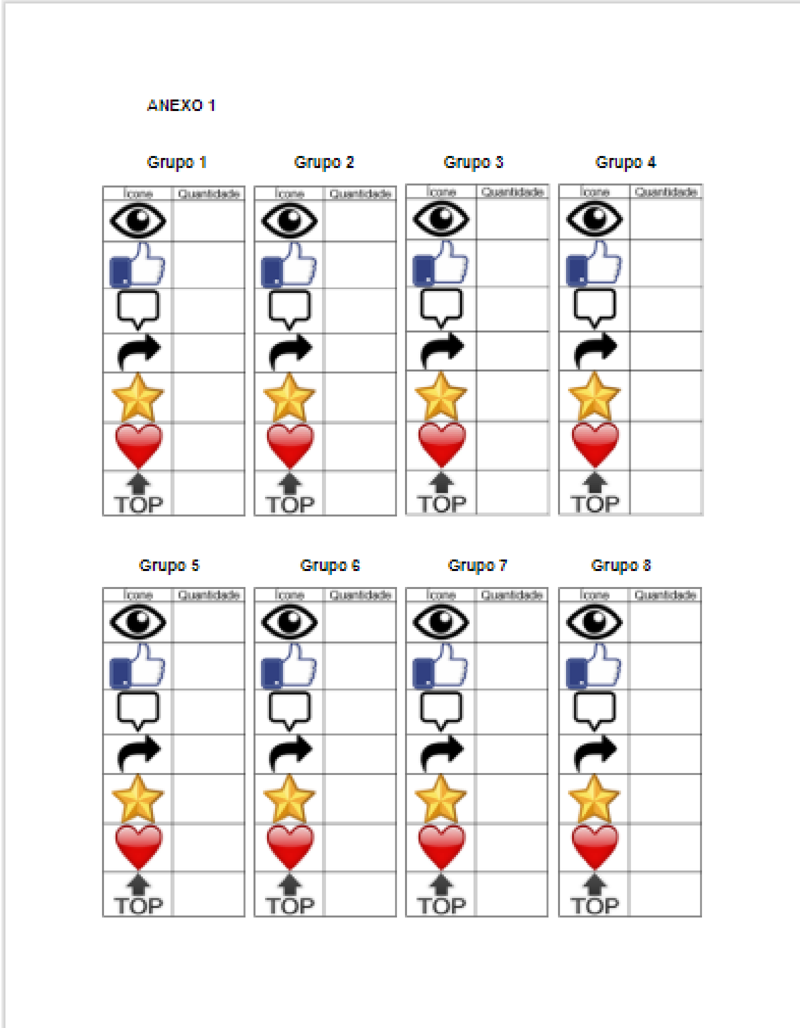
Dados os imprevistos, a continuidade da tarefa ocorreu na semana seguinte, assim, os três grupos que não tiveram seus vídeos transmitidos tiveram a chance de converter o vídeo para um formato adequado. Porém, no dia marcado, apenas um dos três vídeos foi transmitido. Um dos grupos alegou ter tentado realizar a conversão de diversas formas, mas sem sucesso. Os estudantes do outro grupo nem se lembraram da existência desse vídeo de uma semana para a outra e não fizeram nada a respeito. A solução encontrada foi pedir para um estudante de cada grupo explicar o conteúdo de seu vídeo e dar continuidade à tarefa.

O conteúdo dos vídeos foi relacionado ao dia a dia dos estudantes, com fotos deles quando crianças, fotos atuais, piadas de internet, jogos de videogame, dança, charadas e jogos de adivinhação. A maioria dos grupos inseriu partes de vídeos que já existiam na internet, não criaram um vídeo novo, mas foram criativos nas montagens. Não foi feita nenhuma exigência quanto ao conteúdo e nenhuma restrição quanto ao uso de conteúdos já existentes.

Para a continuidade da tarefa, as carteiras da sala foram posicionadas em grupos de maneira organizada e em cima de cada conjunto de mesas foi colocada uma folha com o número do grupo, uma breve descrição do vídeo e um pacote plástico. Todos os estudantes ficaram em pé e receberam um outro pacote plástico com os ícones de papel na quantidade mencionada no *slide* 9 da apresentação, mostrado na figura 29. A arrumação da sala e a distribuição dos ícones levou 15 minutos. A quebra da transmissão dos vídeos em semanas diferentes foi prejudicial, pois no momento de atribuir os ícones os estudantes não se lembravam muito bem dos vídeos que haviam assistido.

Para a contabilização dos ícones os estudantes receberam quadrinhos de E.V.A. com as equivalências. Eles receberam também uma folha com oito tabelas, como mostra a figura 30, uma para cada grupo, a fim de que todos os grupos contabilizassem os ícones deles e dos demais. Porém, na troca dos pacotes entre os grupos houve bastante confusão, uma vez que não havia nenhuma marcação do grupo no pacote. Além disso, foi necessária uma contabilização dos ícones por parte da professora como uma forma de conferência, mas, ao ver isso, um estudante questionou o fato de ter que calcular tudo, uma vez que o resultado da competição seria baseado na contagem da professora.

Figura 30 – Folha entregue para cada grupo na tarefa 2.1 para a contabilização dos ícones.



Fonte: autora.

Para facilitar a organização da tarefa e para dar mais sentido à contagem dos ícones por parte dos grupos, foi realizada uma mudança no *redesign* do ciclo seguinte de testes, que será mencionado mais detalhadamente nos próximos tópicos.

Outro fator que gerou insatisfação foi a quantidade de visualizações desigual nos pacotes ocasionada provavelmente por desatenção dos estudantes no momento da distribuição. Teoricamente, como todos visualizaram todos os vídeos, cada um deveria atribuir apenas um ícone de visualização por grupo, sem contar o seu próprio. Dessa forma, deveríamos ter 28 ícones de visualizações em cada pacote, mas não foi o que aconteceu. As quantidades de visualizações recebidas pelos grupos foram: 30, 26, 34, 20, 27, 23, 32 e 21.

A contabilização dos ícones ocorreu de forma natural pela maioria dos estudantes. Eles separavam os ícones em grupos de acordo com a quantidade para obter uma estrela. Assim, para saber a quantidade de estrelas nem foi preciso ter papéis desse formato. O mesmo se aplicou para os ícones coração e *top*. Um estudante que compunha o público de estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem disse: “Estamos fazendo várias contas sem perceber!”.

Ao término da tarefa, o grupo vencedor foi o primeiro, que era composto por três estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem e um com laudo médico de TDAH. O estudante com laudo se destacou por sua criatividade e fez o vídeo mais bem aceito pela sala. Pode-se dizer que, no geral, a tarefa teve boa aceitação por parte dos estudantes e muitos deles disseram ser fácil. Alguns expressaram o desejo de ter mais aulas com tarefas de competição, pois isso os motiva.

A fala do estudante, a percepção de que a contagem estava sendo realizada de forma natural por parte dos estudantes, que em geral não precisaram do auxílio da professora, e o fato do vídeo vencedor ser o produzido pelo grupo formado por quatro estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem representam fatos positivos que fizeram a pesquisadora acreditar que a tarefa poderia ser aplicada no terceiro ciclo com apenas algumas alterações.

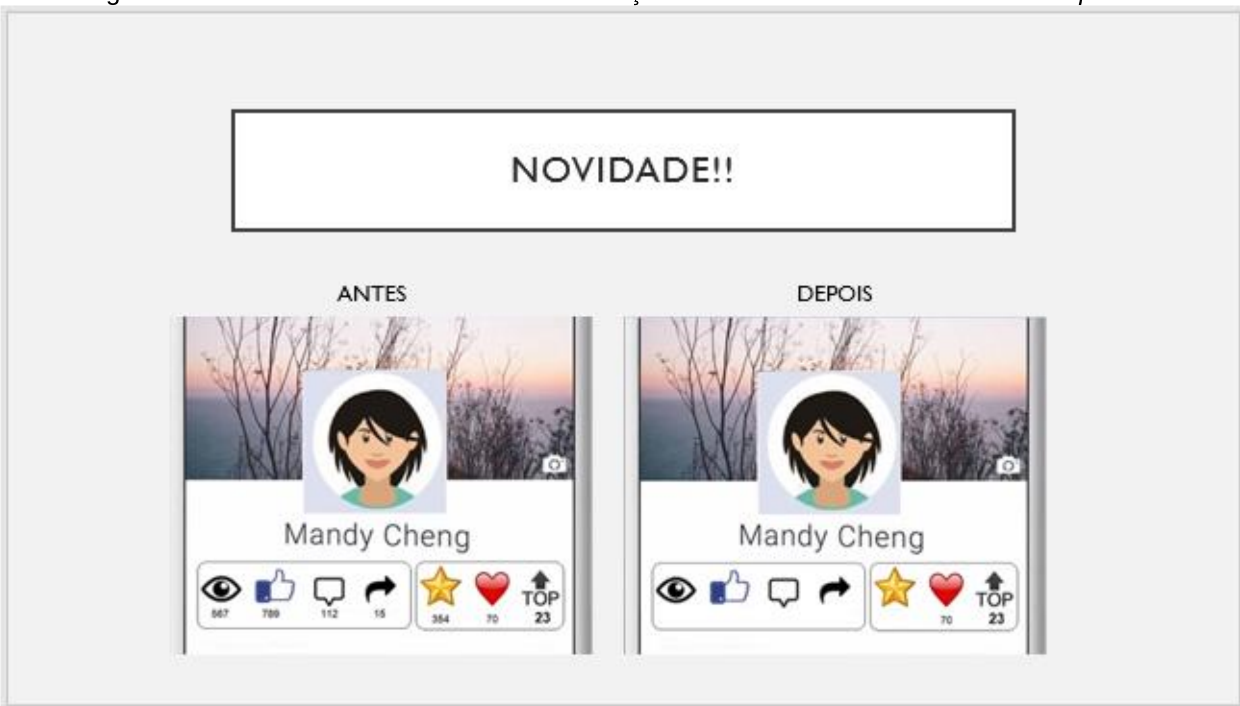
8.2. Descrição da tarefa 2.2

A segunda tarefa desse ciclo foi planejada para ser realizada em uma aula dupla. Seu objetivo era introduzir uma nova maneira de escrever equivalências, a fim de familiarizar os estudantes com a simbologia matemática utilizada na resolução de equações. Essa tarefa foi inspirada apenas na pergunta nove da tarefa 1.4.

Para isso, em continuidade com a tarefa anterior, foi utilizado o mesmo contexto de redes sociais, porém com uma nova funcionalidade, a de ocultar ícones. Foi apresentada aos estudantes a nova visualização do perfil, em que aparecem as quantidades apenas dos ícones que o usuário escolher. No exemplo mostrado na figura

31, a usuária escolheu ocultar a quantidade de visualizações, curtidas, comentários, compartilhamentos e estrelas e manter apenas as quantidades de corações e *tops*.

Figura 31 – *Slide* 3 da tarefa 2.2 com a simulação da nova funcionalidade do *Facetopbook*.



Fonte: autora.

Em seguida, foi introduzida uma situação de uma empresa que estava buscando contratar uma pessoa que tivesse um alto nível de popularidade e, para isso, consultaram o perfil de três candidatos. Porém, os candidatos já estavam utilizando a nova funcionalidade de ocultar ícones, o que dificultou a comparação entre eles. A missão dos estudantes era fazer suposições de quais poderiam ser as quantidades ocultas. Ao término da tarefa, seriam reveladas as verdadeiras quantidades e o grupo que acertasse todas as suposições receberia um prêmio.

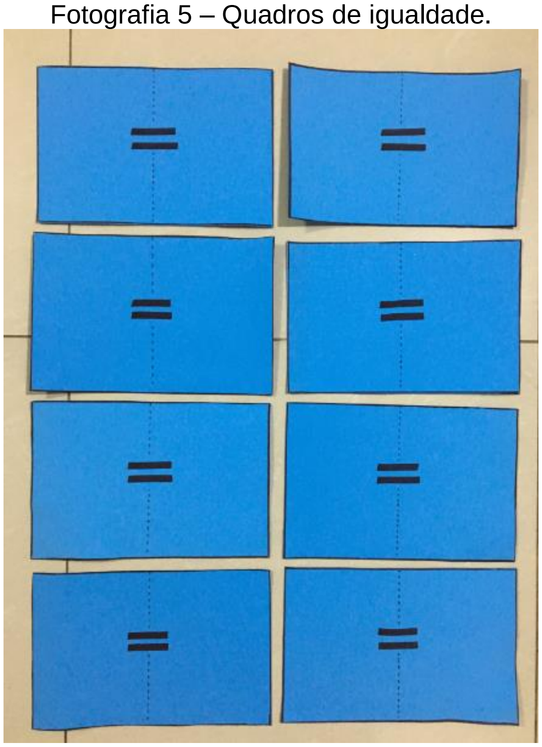
A ideia do prêmio para essa tarefa não existia inicialmente, porém, após a aplicação da tarefa 2.1, optou-se por acrescentar esse recurso nessa tarefa, pois foi um fator motivacional para os estudantes que gerou mais empenho e engajamento.

A tarefa foi apresentada através de *slides*, assim como a tarefa anterior, e, logo após a explicação do contexto, os estudantes se organizaram nos mesmos grupos pré-selecionados e receberam os seguintes materiais: um par de quadros de equivalência (fotografia 4), um quadro de igualdade (fotografia 5), uma folha para registro das suposições (figura 32) e um pacotinho com 28 visualizações, 24 curtidas, 20 comentários, 16 compartilhamentos, 10 estrelas e 5 corações (fotografia 6).

Fotografia 4 – Quadros de equivalência.

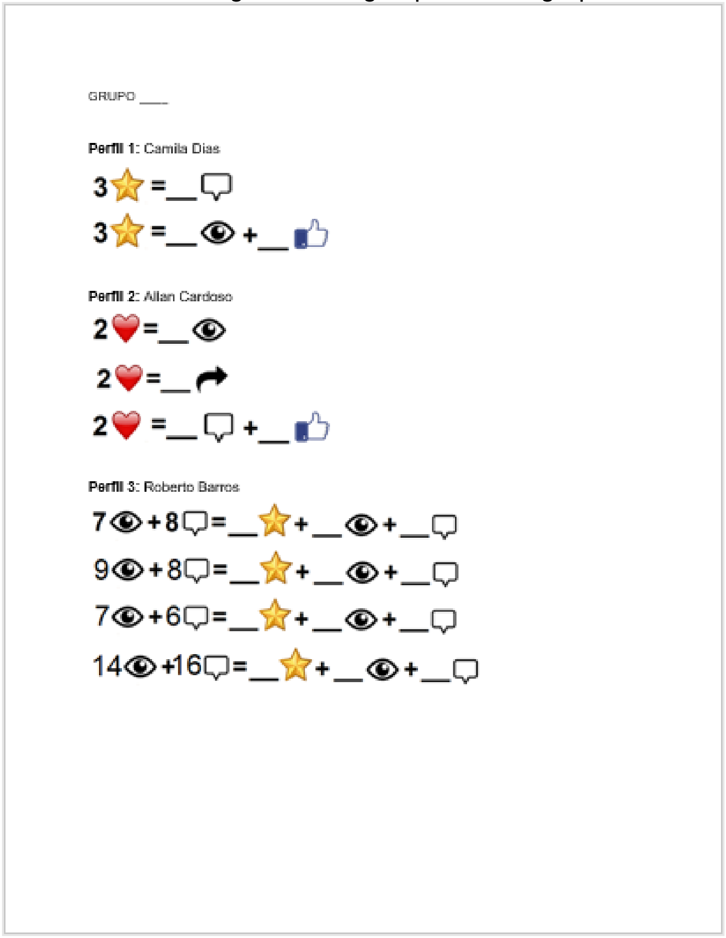
Fonte: autora.

Fotografia 5 – Quadros de igualdade.



Fonte: autora.

Figura 32 – Folha de registro entregue para cada grupo na tarefa 2.2.



Fonte: autora.

Fotografia 6 – Pacotes entregues para cada grupo na tarefa 2.2.

Fonte: autora.

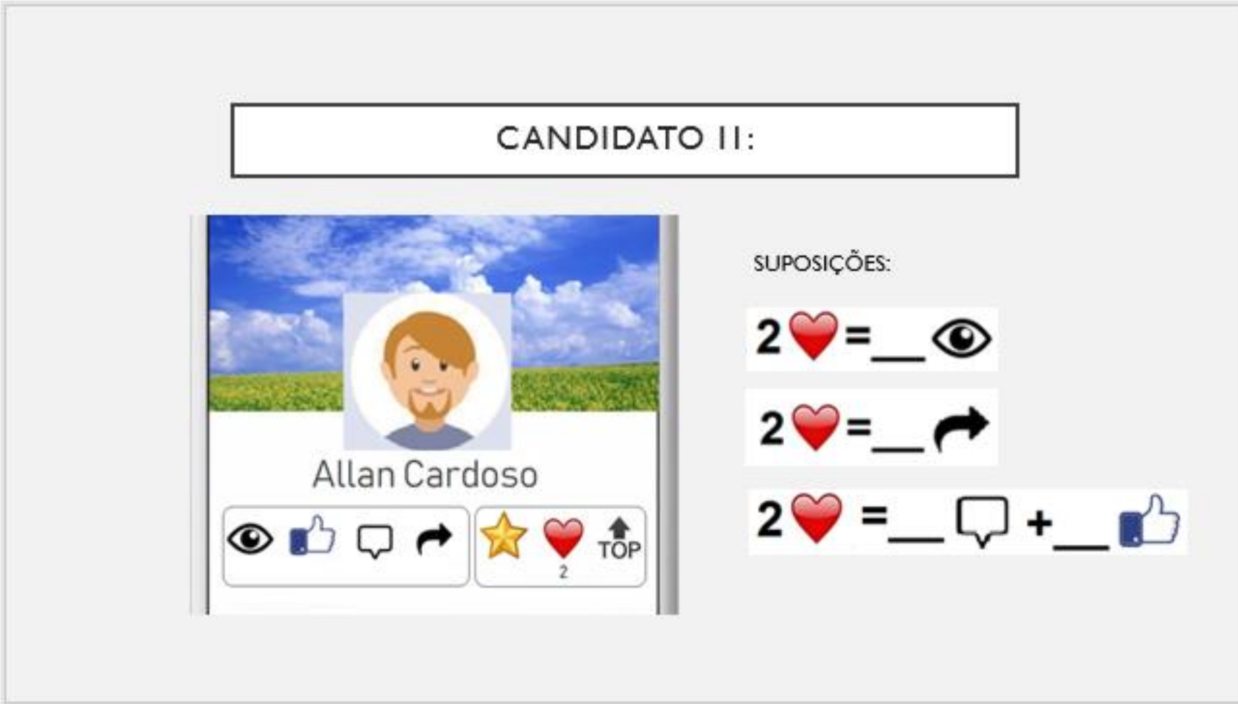
Os quadros de equivalência entregues foram os mesmos utilizados na tarefa anterior. Os quadros de igualdade, porém, foram introduzidos nessa tarefa, com o objetivo de auxiliar os estudantes nas suposições. Como foram entregues ícones de papel, a intenção era que o quadro fosse utilizado para contabilizar de cada lado as quantidades equivalentes.

Após a entrega dos materiais, foi mostrado um *slide* com as quantidades aparentes no perfil da primeira candidata à vaga da empresa em questão, como mostra a figura 33, e foram solicitados aos estudantes os cálculos e suposições apenas dessa candidata. Após o término, foram mostrados os *slides* com os demais candidatos, como mostram as figuras 34 e 35, um de cada vez, com a intenção de que os grupos tivessem o mesmo andamento.

Figura 33 – *Slide* 7 da tarefa 2.2 com os ícones da primeira candidata.

Fonte: autora.

Figura 34 – *Slide* 8 da tarefa 2.2 com os ícones do segundo candidato.



Fonte: autora.

Figura 35 – *Slide* 9 da tarefa 2.2 com os ícones do terceiro candidato.

Fonte: autora.

A forma como estavam dispostas as igualdades nos *slides* e na ficha de registro gerou bastante dúvida nos estudantes, uma vez que não ficou claro que eram suposições, por mais que tivesse escrito nos *slides*, pois talvez eles nem conhecessem o significado dessa palavra. No caso da primeira candidata, a primeira igualdade supõe que ela tenha apenas comentários, já a segunda igualdade, apenas visualizações e curtidas. Não ficou evidente que eram suposições de duas situações diferentes. Além disso, outro fator pouco esclarecido foi o de que poderiam haver diversas respostas, uma vez que um usuário que tem três estrelas apenas a partir de comentários pode ter 3, 4 ou 5 comentários.

Um estudante da sala, que fazia parte dos estudantes com dificuldades de aprendizagem e que apresentava laudo de TDAH, ao ver as quantidades dos três candidatos, logo disse o seguinte: “É óbvio que o segundo candidato é mais popular que a primeira, pois ele tem dois corações, ou seja, ele tem 10 estrelas, enquanto a primeira tem apenas 3”. Essa fala foi um indicador positivo de que houve entendimento por parte dele, porém foi também um fator motivador para a pesquisadora modificar as quantidades de ícones dos candidatos no *redesign* para o ciclo seguinte, uma vez que essa conclusão imediata por parte de outros estudantes poderia levá-los a uma desmotivação para o cálculo, como foi o caso desse estudante do segundo ciclo.

Como foi mencionado, esperava-se que os grupos fizessem as suposições de um candidato por vez, a partir das orientações da professora, para melhor controle do tempo da tarefa. Porém, como na ficha de registro entregue aos grupos havia todas as informações dos demais candidatos, os estudantes tiveram ansiedade em preencher a folha e fizeram as suposições de todos em seguida, sem receber nenhum comando por parte da professora, que pretendia explicar melhor o significado das igualdades ali representadas antes dos cálculos.

Isso causou algumas implicações: cada grupo teve um andamento diferente e, enquanto alguns já haviam terminado, outros estavam no início. Os grupos que terminaram primeiro ficaram distraídos, pois não havia mais nada para fazerem, apenas esperar a divulgação dos resultados e a entrega do prêmio. Além disso, a professora foi bastante demandada, pois era chamada com bastante frequência pelos estudantes para o esclarecimento de dúvidas pontuais, que poderiam ser sanadas em um momento de orientações gerais para a sala.

Uma dúvida frequente entre os grupos foi a escrita das igualdades do terceiro candidato, uma vez que o mesmo ícone apareceu dos dois lados da igualdade, como mostra a figura 36. A intencionalidade dessa forma de representação era chamar a atenção para as sobras de ícones que poderiam haver na obtenção de uma estrela.

Figura 36 – Igualdade referente ao candidato 3 na tarefa 2.2.

Fonte: autora.

Na igualdade acima, por exemplo, 5 visualizações geram uma estrela e 6 comentários geram duas estrelas. Assim, essas quantidades somadas geram 3 estrelas, mas há uma sobra de 2 visualizações e 2 comentários, que precisam ser evidenciadas para que a igualdade seja verdadeira.

A forma de representação das igualdades dessa tarefa, nesse ciclo, pareceu familiar aos estudantes, uma vez que já haviam aprendido equações de primeiro grau com uma incógnita no ano anterior, quando estavam no 7º ano. Uma estudante disse o seguinte: “Isso parece aquelas contas que a gente faz com o x”. Essa fala pode ser vista como um indicativo de que o objetivo da tarefa foi atingido, uma vez que a relação entre as representações da tarefa e a representação algébrica foi reconhecida.

Quanto ao uso dos materiais manipuláveis, poucos grupos utilizaram os ícones para realizar as suposições, a maioria utilizou apenas os quadros de equivalência e realizaram cálculos mentais, talvez por já estarem mais familiarizados com o conceito de equivalência. O quadro de igualdade, nesse contexto, perdeu seu sentido e não foi utilizado por nenhum grupo. Porém, como a tarefa foi realizada com o 8° ano, não foi plausível supor que os estudantes do 7° ano, que comporiam o público do terceiro ciclo, agiriam da mesma forma.

Após as contagens, foi anunciado que o técnico de informática da suposta empresa havia descoberto uma forma de visualizar os ícones ocultos e, por isso, seria possível verificar qual foi o grupo que acertou as suposições. Porém, não foi mensurado o fato de que poderia ocorrer a situação de nenhum grupo acertar todas as suposições, o que de fato ocorreu ao final. Diante dessa situação a professora resolveu cumprir com sua palavra e não entregou prêmio para nenhum grupo, o que gerou bastante insatisfação nos estudantes.

8.3. Descrição da tarefa 2.3

A terceira tarefa desse ciclo, assim como a segunda, foi planejada para ser realizada em uma aula dupla. Ela foi inspirada nas nove últimas perguntas realizadas na tarefa 1.4 e manteve o contexto de redes sociais. O objetivo da tarefa 2.3 era atribuir valores aos ícones, ou seja, trabalhar a ideia de incógnita e do cálculo de um valor desconhecido com base em uma igualdade.

Foi proposto que o *Facetopbook* doasse um valor a instituições de caridade correspondente a cada ícone recebido pelos usuários. Inicialmente, ficou estabelecido que fossem doados R$ 1,20 a cada visualização, como mostra a figura 37, e, com base nisso, os estudantes deveriam calcular o quanto seria arrecadado com os demais ícones, utilizando as mesmas equivalências das tarefas anteriores.

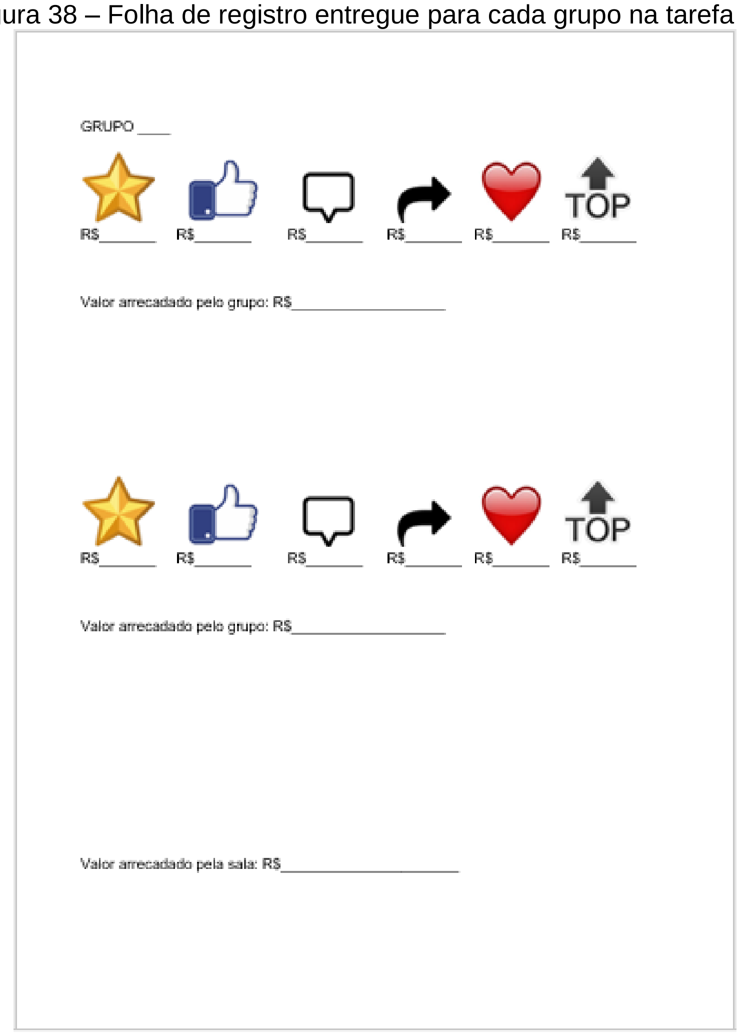
Figura 37 – *Slide* 3 da tarefa 2.3 com o valor, em reais, doado a cada visualização.

Fonte: autora.

Ao ouvirem a proposta, muitos estudantes acharam a tarefa muito difícil, alguns afirmaram não saber como realizar esses cálculos. Porém, no mesmo instante um estudante que apresentava um histórico de dificuldades em Matemática disse o seguinte: “É fácil! Para saber a quantidade de estrelas é só multiplicar 1,20 por 5”. Nesse momento outros estudantes disseram compreender e admitiram não ser tão difícil quanto haviam pensado.

Após a explicação da proposta, os mesmos grupos das tarefas anteriores se reuniram e os seguintes materiais foram entregues: um par de quadros de equivalência (fotografia 4), um quadro de igualdade (fotografia 5), uma folha para registro (figura 38), um pacotinho com todos os ícones recebidos pelos respectivos grupos na tarefa 2.1 e um pacotinho com dinheiro de papel (fotografia 7), nas seguintes quantidades: dez moedas de 10 centavos, duas moedas de 50 centavos, cinco moedas de 1 real, duas notas de 2 reais, duas notas de 5 reais, duas notas de 10 reais, duas notas de 20 reais, três notas de 50 reais e três notas de 100 reais.

Figura 38 – Folha de registro entregue para cada grupo na tarefa 2.3.


GRUPO ____

TOP

R$______ R$______ R$______ R$______ R$______ R$______

Valor arrecadado pelo grupo: R$________________

TOP

R$______ R$______ R$______ R$______ R$______ R$______

Valor arrecadado pelo grupo: R$________________

Valor arrecadado pela sala: R$__________________

Fonte: autora.

Fotografia 7 – Pacotes com dinheiro de papel entregue para cada grupo na tarefa 2.3.

Fonte: autora.

Assim como na tarefa 2.2, todos os registros deveriam ser feitos na mesma folha e era esperado que os grupos realizassem os cálculos conforme orientação da professora. Entretanto, talvez por verem espaços em branco, os estudantes ficaram ansiosos para saber o que deveria ser feito e foram necessárias diversas explicações e intervenções da professora para amenizar as diferenças no ritmo de trabalho dos grupos.

Após os cálculos dos valores de cada ícone, foi mostrado um *slide* de conferência com os valores arrecadados para cada ícone e, em seguida, foi proposto que os grupos calculassem qual seria o valor arrecadado pelos ícones que receberam na tarefa 2.1, a partir dos vídeos que fizeram. Para saber a quantidade arrecadada, os estudantes poderiam contar novamente os ícones que estavam em seus respectivos pacotes ou apenas consultar o *slide* mostrado a eles nesse momento, com as quantidades de todos os grupos, como mostra a figura 39.

Figura 39 – *Slide* 6 da tarefa 2.3 com os ícones de todos os grupos.

Fonte: autora.

Para realizar esse cálculo, todos os grupos multiplicaram o valor em reais dos ícones pela quantidade que receberam e somaram tudo no final, sem levar em consideração o seguinte caso, por exemplo: ao calcular o valor arrecadado por 6 visualizações deve ser contabilizado o valor de uma estrela mais uma visualização, descontando essa estrela no cálculo do valor arrecadado por todas as estrelas.

Dessa forma, todos os grupos calcularam errado o valor arrecadado, ficando claro para a pesquisadora que alterações deveriam ser feitas no *redesign* da tarefa para que essa sutileza nos cálculos fosse percebida pelos estudantes do terceiro ciclo. Foram realizadas intervenções da professora para esclarecer como deveria ser esse cálculo, porém os estudantes não conseguiam compreender a ideia, talvez por ser muito abstrata.

Os estudantes levaram bastante tempo para realizar o cálculo do valor arrecadado pelo grupo e muitos pediram para utilizar calculadora, pois foram realizados cálculos extensos de adição, multiplicação e divisão. Vale ressaltar que a informação do valor arrecadado não teve nenhuma utilidade para a continuidade da tarefa, pois não foi realizada nenhuma conferência e já era esperado que o grupo que ganhou a tarefa 2.1

arrecadasse mais dinheiro para a doação. É razoável afirmar que todos esses fatores contribuíram para que os estudantes ficassem desmotivados em realizar essa tarefa.

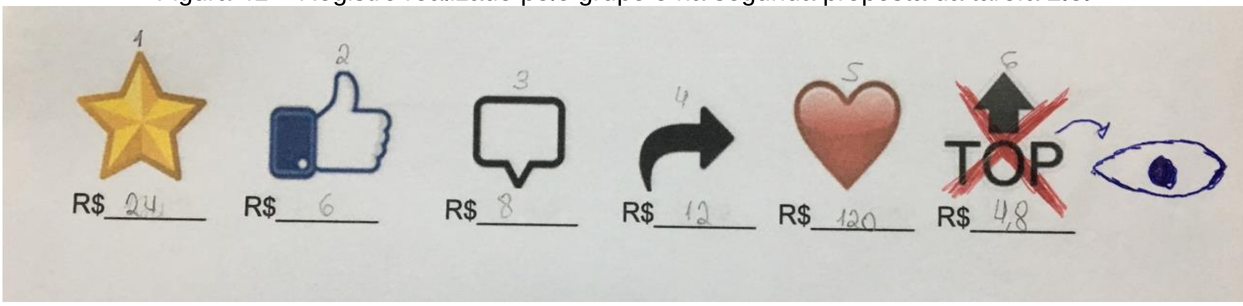
O próximo desafio proposto nessa mesma tarefa foi o seguinte: o *Facetopbook* resolveu aumentar o valor doado por ícone, mas dessa vez definiu que seriam doados R$ 360,00 a cada *top*, como mostra a figura 40. Assim, novamente os estudantes deveriam calcular o valor doado para cada um dos ícones a partir das equivalências.

Figura 40 – *Slide* 7 da tarefa 2.3 com o valor, em reais, doado a cada *top*.

Fonte: autora.

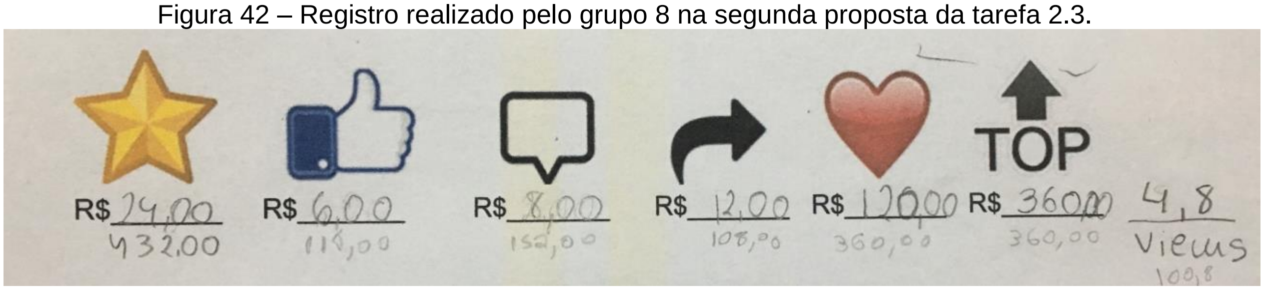
Para realizar o cálculo do valor doado a cada ícone, os estudantes não tiveram dificuldade e se motivaram pelo fato de poderem conferir de imediato se haviam acertado ou não. Houve apenas um problema relacionado à folha de registro, que trazia para essa segunda proposta a mesma disposição de ícones da proposta anterior, sem o ícone de visualização e com o ícone de *top*, o que causou confusão nos estudantes, que tiveram que improvisar na forma de realizar o registro, como mostram as figuras 41 e 42.

Figura 41 – Registro realizado pelo grupo 5 na segunda proposta da tarefa 2.3.



Fonte: autora.

Figura 42 – Registro realizado pelo grupo 8 na segunda proposta da tarefa 2.3.



Fonte: autora.

Após a conferência dos valores doados a cada ícone nessa nova proposta, os estudantes foram orientados a calcular a quantidade arrecadada pelo grupo. Novamente houve bastante desmotivação por parte dos estudantes para realizar esse cálculo, ainda mais por saberem que não seriam recompensados e que não haveria uma conferência geral depois.

Estava planejada, para o final da tarefa, a proposta de pedir aos grupos para calcularem o valor arrecadado pela sala toda. Porém, como já houve muita desmotivação no cálculo dos valores arrecadados pelo grupo, imaginou-se que a desmotivação seria ainda maior no cálculo do valor arrecadado pela sala, pois seriam necessárias mais adições e multiplicações do que já haviam realizado e nada seria feito com a informação obtida. Portanto, essa proposta não foi realizada, de modo que a tarefa se encerrou no cálculo do valor arrecadado pelos grupos.

Um fator relevante observado foi a não utilização do material de apoio por parte dos grupos. O quadro de igualdades pareceu ser um objeto totalmente desnecessário para a realização dos cálculos. Os únicos materiais utilizados foram os quadros de equivalências, pois sem eles não havia como saber as quantidades dos ícones nas igualdades. Os ícones de papel não foram utilizados, pois as quantidades arrecadadas pelos grupos na tarefa 2.1 foram mostradas nos *slides* e o dinheiro de papel apenas gerou tumulto, pois muitos estudantes preferiram brincar com o dinheiro ao invés de realizar a tarefa.

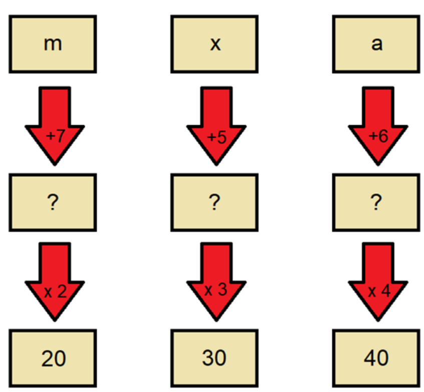
8.4. Descrição da tarefa 2.4

A tarefa 2.4 foi inspirada na tarefa 1.3, cujo objetivo era encontrar valores desconhecidos através de operações inversas. Do primeiro para o segundo ciclo foram realizadas pequenas alterações, apenas para adaptar a proposta da tarefa para uma quantidade maior de estudantes e para um tempo maior de aula. Além disso, a tarefa 2.4 foi elaborada de modo a ficar semelhante a uma competição, como tentativa de gerar mais motivação e engajamento nos estudantes.

A sala de 32 estudantes foi dividida em 3 grupos, de modo que dois continham 11 e um continha 10. As carteiras da sala foram dispostas em forma de roda, encostadas nas paredes, com exceção de nove, que foram colocadas em 3 fileiras de 3 carteiras ao centro. Os três grupos posicionaram-se nas carteiras encostadas na parede, de modo que um ficou do lado esquerdo, um ao direito e o outro ao fundo.

Foram colados com fita adesiva, nas nove carteiras do centro, alguns pedaços de cartolina em forma de flecha, círculo e retângulo. As flechas representavam as operações que seriam realizadas de uma carteira para a outra, os círculos continham símbolos de interrogação e os retângulos marcavam números ou letras, representando os valores iniciais ou finais, como ilustra a figura 43 e a fotografia 8.

Figura 43 – Proposta 1 de distribuição das carteiras do centro na tarefa 2.4.



Fonte: autora.

Fotografia 8 – Distribuição real das carteiras na proposta 1 da tarefa 2.4.

Fonte: autora.

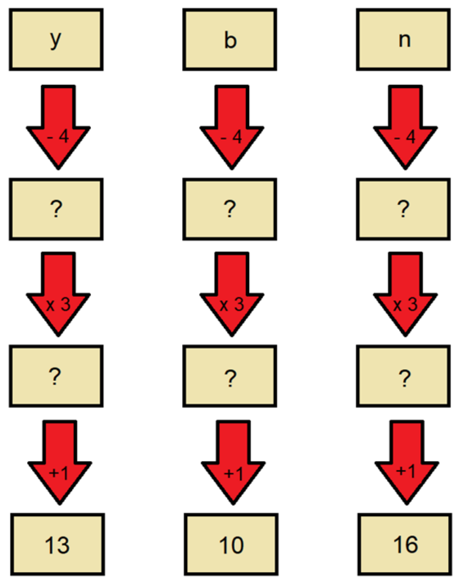
Inicialmente foram escolhidos um estudante de cada grupo para descobrirem os valores representados por letras. Cada um dos três se posicionou nas carteiras que continham números, de modo que só poderiam avançar para a carteira da frente quando soubessem qual era o resultado da operação imediatamente indicada. Em nenhum momento eles foram orientados a realizar operações inversas, apenas foram instruídos de que o número que estava bem à frente deles era o resultado de duas operações, uma de adição e outra de multiplicação, pelos valores indicados nas flechas. Para isso eles contavam com uma folha auxiliar de rascunho para cálculos.

O estudante que chegasse primeiro à última carteira mostraria o resultado à professora e, somente após a confirmação de acerto, conquistaria três pontos positivos para seu grupo. Os outros dois estudantes precisavam concluir os cálculos, pois, caso acertassem, receberiam dois ou um ponto para sua equipe, de acordo com a ordem de chegada.

Terminada a primeira rodada, foram escolhidos outros três estudantes, um de cada grupo, para encontrar os valores das letras, posicionando-se em fileiras diferentes das que os estudantes de mesmo grupo ficaram na rodada anterior. O mesmo processo aconteceu mais uma vez, com outros três estudantes. Desse modo, nove estudantes já haviam participado da tarefa.

Após as três rodadas descritas, foi feita uma nova proposta aos grupos para aumentar o nível de complexidade da tarefa a ser executada. Foram adicionadas três carteiras ao centro da sala, de modo que as três fileiras passaram a ter 4 carteiras cada uma, como ilustram a figura 44 e a fotografia 9. Assim, era preciso realizar mais uma operação matemática para chegar ao valor da letra que se encontrava na primeira carteira.

Figura 44 – Proposta 2 de distribuição das carteiras na tarefa 2.4.



Fonte: autora.

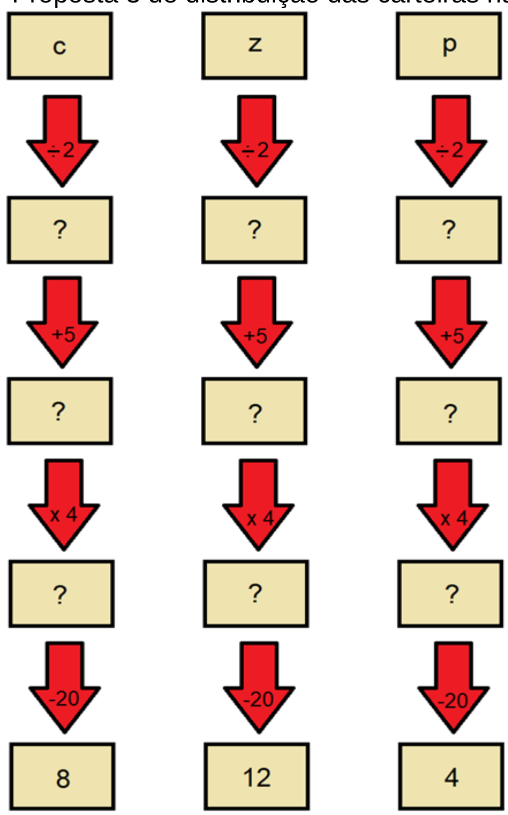
Fotografia 9 – Distribuição real das carteiras na proposta 2 da tarefa 2.4.

Fonte: autora.

A dinâmica da segunda proposta foi a mesma da primeira: foram executadas três rodadas com um estudante de cada grupo que ainda não havia participado de nenhuma das rodadas anteriores. Desse modo, mais nove estudantes participaram, submetidos à lógica de pontuação e organização de conferência de cálculos estabelecida na proposta anterior.

Para finalizar a tarefa, o nível de complexidade foi novamente elevado, de modo que mais uma carteira foi inserida em cada fileira, como ilustram as figuras 45 e a fotografia 10, e novamente foram executadas as mesmas regras.

Figura 45 – Proposta 3 de distribuição das carteiras na tarefa 2.4.



Fonte: autora.

Fotografia 10 – Distribuição real das carteiras na proposta 3 da tarefa 2.4.

Fonte: autora.

Com essa organização, ao término da tarefa, 27 estudantes teriam participado ativamente na realização dos cálculos, porém na prática não foi isso que aconteceu. O formato de competição, que por hipótese levaria a uma maior motivação e engajamento, apenas contribuiu para uma maior desmotivação por parte de alguns estudantes, principalmente os que apresentavam um histórico de dificuldades em Matemática.

A pressão que recebiam de seus colegas para acertarem os cálculos e a limitação de tempo que tinham para executar a tarefa fez com que muitos estudantes não quisessem participar. Os estudantes que mais se animaram com a tarefa foram justamente os que apresentavam mais facilidade de cálculo mental e raciocínio lógico.

Dado esse cenário, ficou claro para a pesquisadora que modificações precisavam ser realizadas no terceiro ciclo de testes de modo a incluir os estudantes com dificuldades em Matemática e motivá-los a aprender.

Entretanto, vale ressaltar que verificou-se que a distribuição das carteiras e cartolinas contribuiu para a compreensão da ideia de obtenção de valores desconhecidos através de operações inversas, uma vez que muitos estudantes conseguiram chegar a essa conclusão sem o auxílio da professora. Outros estudantes, ainda, associaram o sentido inverso das flechas à inversão da operação, como pretendido na elaboração da tarefa, e fizeram comentários em outras aulas de Matemática a respeito de resolução de equações.

9. Terceiro ciclo de testes

O terceiro ciclo de testes foi aplicado para o público-alvo definido para compor a pesquisa de campo deste trabalho: uma sala de aula regular de 7º ano, alguns deles com um histórico de dificuldades de aprendizagem. As tarefas aplicadas para esse público foram desenvolvidas levando em consideração os dois primeiros ciclos de testes. Novamente, o teste ocorreu no Centro de Atividades Roberto Simonsen – SESI, pois a pesquisadora do presente trabalho ministrava aulas de Matemática para todo o Ensino Fundamental dessa escola, o que permitiu maior confiabilidade na análise da evolução de desempenho dos estudantes.

O terceiro ciclo de testes teve por objetivo analisar evoluções no pensamento algébrico relacionado a equivalências dos estudantes com um histórico de dificuldades em Matemática. A intenção da pesquisadora foi fazer uma análise focada apenas em alguns estudantes de uma sala com 32 alunos de forma sutil, ou seja, de modo que o público formado por estudantes com um histórico de dificuldades em Matemática não notasse que estava recebendo um olhar priorizado. Todos os estudantes da turma foram submetidos às mesmas tarefas e precisaram assinar o mesmo termo de consentimento, presente nos anexos.

Para fins de análise posterior, neste capítulo serão descritos aspectos relacionados à vida escolar e familiar dos estudantes que compuseram o subgrupo de alunos considerados com um histórico de dificuldades de aprendizagem. Além disso, na seção 9.2 serão salientados detalhes das aplicações das quatro tarefas desse ciclo, com foco apenas nas reações desses estudantes.

O subgrupo dos sujeitos da pesquisa foi selecionado com base nos seguintes critérios: (1) o estudante apresentou laudo médico; (2) o estudante obteve a nota média de todas as avaliações de Matemática do ano inferior a 6,0; (3) o estudante apresentou indícios de dificuldades em conceitos considerados pré-requisitos para a série. Dessa forma, chegou-se a 12 estudantes, apresentados na sequência com nomes fictícios, que se enquadram em pelo menos dois dos três critérios.

Vale ressaltar que o terceiro critério envolve uma análise qualitativa por parte da professora, o que está de acordo com as ideias defendidas por Vygotsky (1997). Segundo o autor:

> La concepción meramente aritmética de la defectibilidad es el rasgo típico de la defectología antigua y caduca. La reacción contra este enfoque cuantitativo de todos los problemas de la teoría y práctica constituye el rasgo más sustancial de la defectología moderna. [...] La especificidad de la estructura orgánica y psicológica, el tipo de desarrollo y de personalidad, y no las proporciones cuantitativas distinguen al niño débil mental del normal. (VYGOTSKY, 1997, p. 12)[9]

A fim de compreender aspectos relacionados ao desenvolvimento histórico e cultural desses estudantes, foram realizadas diversas conversas com os familiares em diferentes momentos do ano. Algumas conversas eram convocadas pela escola e outras pelos pais, mas todas com o objetivo de investigar a trajetória escolar ou familiar de cada estudante. Vale ressaltar que todos os familiares citados a seguir estavam cientes da participação de seus filhos no presente trabalho de pesquisa, pois assinaram o termo de consentimento presente nos anexos deste trabalho.

9.1. Descrição do subgrupo de análise

Os estudantes que compuseram o subgrupo de análise foram: Paulo, Wellington, Abner, Daniel, Alessandro, Carlos, Gustavo, Taís, Emily, Luiza, Ricardo e Caio. Os quatro primeiros possuem laudo médico, mas apenas Paulo, Wellington e Abner possuem um laudo referente a dificuldades de aprendizagem, pois o laudo do Daniel é referente a fatores psicomotores. Os demais estudantes não possuem laudo, mas atenderam aos outros critérios. Um dado curioso é que os três estudantes com laudo médico referente à aprendizagem apresentaram as três maiores médias das Avaliações de Matemática do ano, em relação aos 12 estudantes que compuseram o subgrupo analisado.

---

[9] A concepção meramente aritmética do defeito é uma característica típica da defectologia antiga e caduca. A reação contra esse enfoque quantitativo de todos os problemas da teoria e prática constitui a característica mais substancial da defectologia moderna. [...] A especificidade da estrutura orgânica e psicológica, o tipo de desenvolvimento e de personalidade, e não das proporções quantitativas, distinguem a criança defeituosa da normal. (Tradução livre)

Paulo apresentava laudo médico de Distúrbio no Processamento Auditivo Central (DPAC), Dislexia e Discalculia. Sua nota média de todas as avaliações do ano foi 5,0. A postura de Paulo durante as aulas de Matemática era caracterizada por desinteresse nos conceitos propostos para estudo. Frequentemente o estudante questionava a utilidade do que estava sendo ensinado e, quando a resposta a seus questionamentos não era satisfatória para ele, seu desinteresse ganhava ainda mais força.

O estudante costumava assumir uma postura de não apresentar dúvidas ou fragilidades, dificilmente procurava a professora para algum esclarecimento. Geralmente declarava achar tudo simples e fácil. Dificilmente apresentava cálculos ou descrevia seu raciocínio nas tarefas avaliativas, alegando realizar cálculos mentais.

Sua mãe foi convidada pela escola para conversar sobre Paulo em uma entrevista. No dia combinado ela levou consigo a fonoaudióloga contratada para acompanhar Paulo na realização de suas tarefas. A mãe deu a entender que confiava todo o acompanhamento escolar à fonoaudióloga e mostrou-se alheia ao desenvolvimento escolar de seu filho. A fonoaudióloga, por sua vez, confiava piamente no laudo médico e utilizava-o a todo o momento para justificar o insucesso escolar de Paulo. Ela relatou que se encontrava com ele uma vez por semana e acompanhava as anotações realizadas por ele nos cadernos e livros de todas as disciplinas. Nos quatro dias úteis restantes da semana, Paulo costumava passar as tardes sozinho em casa.

A fonoaudióloga fez à escola diversas exigências compatíveis com o laudo, entre elas: posicionar Paulo em uma carteira próxima ao professor, cobrar de todos os professores um olhar direcionado todos os dias para garantir o preenchimento do caderno e da apostila, utilizar o caderno de Paulo como canal de comunicação com ela por meio de recados e realizar avaliações personalizadas de todos os componentes curriculares.

Wellington apresentava um laudo médico constando que tinha Distúrbio no Processamento Auditivo Central (DPAC). A média de suas Avaliações de Matemática do ano foi 5,1 e seu comportamento nas aulas era predominantemente desatento.

Tudo parecia ser mais interessante do que a aula para Wellington, pois frequentemente ele estava virado de lado ou de costas para a professora. Porém, quando se propunha a entender algo, ele compreendia com facilidade, sem precisar de muitas explicações.

Ele não apresentava dificuldades em realizar cálculos mentais, pois dominava as operações básicas e não apresentava defasagem em conhecimentos prévios. Sua maior dificuldade consistia em se manter atento.

Foi realizada uma conversa com sua mãe, que mostrou acompanhar os estudos do filho. Em nenhum momento ela mencionou o laudo médico e declarou em sua fala que gostaria que os professores chamassem a atenção dele nos momentos de desatenção, pois esse comportamento não poderia persistir e não era justificável.

Abner apresentava um laudo médico de Transtorno de Déficit de Atenção e Hiperatividade (TDAH) e a média de suas Avaliações de Matemática do ano foi 5,3, a maior entre os estudantes que compõem o subgrupo de análise desta pesquisa. Seu comportamento nas aulas de Matemática era predominantemente dispersivo, pois dificilmente o estudante permanecia concentrado em uma mesma atividade por um período maior de tempo.

Abner era mais velho que seus colegas, pois já havia sido retido em um ano anterior em outra escola, mas frequentemente apresentava um comportamento infantil, modificando a voz ou brincando com miniaturas de bonecos. Abner tinha dificuldades de ser aceito em trabalhos em grupo, pois seus colegas alegavam que ele não contribuía para a realização do trabalho e, por muitas vezes, os atrapalhava nesse processo. Até mesmo seus melhores amigos costumavam pedir à professora para não colocá-lo em seus grupos.

Durante as aulas de Matemática, Abner apresentava momentos de concentração, em que frequentemente fazia perguntas à professora para sanar suas dúvidas, mas logo desinteressava-se. Ele não apresentava dificuldades em realizar cálculos mentais, dominava as operações básicas e compreendia facilmente os conceitos. Entretanto, essa compreensão, que oralmente parecia ser efetiva, não se refletia em suas provas escritas. A coordenação da escola alegava que o estudante tinha direito, por lei, de ter mais tempo para a realização de provas escritas e auxílio para a interpretação dos enunciados.

O estudante costumava envolver-se bastante em atividades de competição e, nesses momentos, ficava motivado e mantinha-se concentrado por um período de tempo maior. Em aulas de resolução de exercícios, em que os estudantes ficavam mais livres para conversar e a professora auxiliava cada dupla individualmente, Abner costumava se levantar bastante do lugar, se arrastar no chão, cutucar seus colegas com a caneta e, frequentemente, as situações agravavam-se de modo que algum colega ou ele mesmo saía machucado.

Foi realizada uma conversa com a mãe e o pai de Abner ao mesmo tempo. Os dois alegaram trabalhar bastante e, por isso, deixavam o filho com a avó todas as tardes, que em geral deixava-o livre para fazer o que quisesse. O estudante só fazia as lições de casa quando os pais chegavam, pois necessitava da ordem e da ajuda deles para isso. Os pais mostraram a insatisfação deles na falta de autonomia do filho em relação aos estudos, na falta de comprometimento e no comportamento infantil.

A mãe se emocionou ao revelar que não sabia como lidar com essa situação, uma vez que já o havia levado ao neurologista, que lhe deu o diagnóstico, mas não deu instruções de como lidar com seu filho. Revelou também saber que para receber um direcionamento médico seria necessário levá-lo a outros especialistas, mas que isso geraria a eles altos custos com os quais não tinham condições de arcar.

Daniel já havia sido retido em anos anteriores. Seu desempenho médio nas avaliações de Matemática foi de 3,7, seu comportamento era completamente desmotivado e seu laudo indicava que apresentava a doença de Parkinson.

Durante as aulas de Matemática, Daniel costumava se manter distraído, nunca fez nenhuma pergunta e nunca demonstrou interesse em participar das discussões. O livro de Matemática de Daniel já havia sido utilizado por outro estudante no ano anterior, portanto, a maioria dos exercícios já apresentava respostas. Quando eram propostas tarefas no livro, Daniel costumava passar as respostas para seus colegas, apagar e copiar novamente o que já estava escrito. Isso fazia com que Daniel não precisasse refletir sobre as questões propostas.

O problema foi levado à coordenação diversas vezes, mas era costume da escola permitir a reutilização do material com a recomendação de que tudo fosse apagado, pois muitos estudantes não tinham condições financeiras que permitissem a compra de todos os livros do ano. Daniel apagava todas as vezes em que lhe chamavam a atenção, porém a marca dos escritos anteriores permanecia inevitavelmente.

Quando ele era questionado de forma individual a respeito de algum conceito ou a respeito de sua postura, costumava contrapor sua falta de conhecimento com uma postura desafiadora de confronto, como se a professora fosse a responsável por ele não saber algo, esquivando-se de qualquer responsabilidade. Frequentemente manifestava ser injustiçado em situações em que se sentia desfavorecido.

A doença de Parkinson estava sendo controlada por remédios e não parecia ser motivo para seu baixo desempenho escolar. O estudante alegava não conseguir realizar tarefas relacionadas a construções geométricas, que contavam com a utilização de instrumentos de desenho. A professora, entretanto, procurava outras alternativas para incluí-lo nesse tipo de tarefa, como a realização dessas em grupos ou duplas, de modo que ele ficasse responsável por outras etapas.

A mãe de Daniel mostrou-se preocupada com o rendimento escolar do filho e confirmou que seu comportamento desafiador ocorria em outros contextos e que ela e seu marido, pai de Daniel, estavam aprendendo como lidar com isso de modo a gerar menos conflito. Durante a conversa ela não mencionou a doença de Parkinson, talvez por achar que esse assunto estava controlado a ponto de não precisar ser mencionado.

A conversa com a mãe encerrou-se com um pedido dela: alterar o lugar de Daniel na sala de modo que ele ficasse mais próximo da professora como uma tentativa de amenizar seu comportamento distraído. Porém, a entonação utilizada por ela para externalizar esse pedido transmitiu uma conformidade com a postura desatenta de seu filho, como se estivesse dando razão a ele.

Alessandro atendeu a dois dos três critérios. Ele participava bastante nas aulas e não possuía um laudo médico, porém apresentava um histórico de dificuldades de aprendizagem. Sua média das avaliações de Matemática foi 4,8 e tinha dificuldades em conceitos básicos de Matemática.

Durante as aulas de Matemática, Alessandro costumava manter-se atento e, por vezes, tentava responder às perguntas corriqueiras feitas à turma, mas em geral de forma incorreta. Seus erros eram ocasionados por pouco domínio nas operações básicas, principalmente de multiplicação e divisão. Com relação a comportamento, participação e entregas, Alessandro tinha um desempenho exemplar, não apenas em Matemática, mas em todos os componentes curriculares.

O familiar entrevistado foi sua mãe, que alegou ter uma rotina de trabalho muito intensa e acompanhar pouco o desempenho escolar de seu filho. Todas as tardes Alessandro ficava em casa apenas com seu irmão mais velho, com o qual não se dava bem. A mãe afirmou que seu filho era muito esperto e que não possuía dificuldades de aprendizagem, sendo a distração, para ela, seu maior problema, principalmente ao usar o celular. Afirmou também que ele era bastante preocupado e empenhado nos trabalhos da escola e que gostava de estudar a partir de videoaulas.

Carlos atendia aos critérios 2 e 3: a média de suas Avaliações de Matemática do ano foi 4,8 e ele apresentava dificuldades em conceitos básicos da Matemática. A falta de concentração era uma característica predominante em seu comportamento, não apenas durante as aulas de Matemática, mas em diversos contextos.

Carlos dificilmente apresentava dúvidas à professora, mas frequentemente a chamava para conversar sobre outros assuntos, para fazer piadas e fazer perguntas relacionadas a outros contextos. Apesar de não conversar com seus colegas durante as aulas, suas perguntas indicavam que seu pensamento não estava focado no que estava sendo ensinado.

Ele apresentava dificuldades de relacionamento e seus colegas de sala alegavam achá-lo estranho, fora da realidade. Uma vez ele disse que sentia que o tratamento que recebia de sua mãe em casa era diferente do tratamento que seus colegas tinham em casa, pois observava neles certa liberdade de escolha que ele não tinha. As palavras utilizadas por ele foram: “Minha mãe me trata como um bebê”. Uma vez chegou a manifestar o desejo de que a professora fosse sua mãe.

Em conversa com sua mãe ela alegou que seu filho era muito sensível, que qualquer coisa o afetava, que frequentemente manifestava sua insatisfação por não ter um bom relacionamento com seus colegas. Ela confirmou o comportamento desatento dele e disse que os pensamentos de seu filho são “fora da caixinha”.

Gustavo atendia aos critérios 2 e 3: sua média das Avaliações de Matemática do ano foi 3,5 e ele tinha dificuldade em conceitos pré-requisito para a série. Seu comportamento em sala de aula era predominantemente desmotivado, a ponto de não ter vontade de atender a nenhum comando da professora de maneira espontânea.

Gustavo estava sempre desanimado e durante as aulas não conversava com seus colegas e nem participava das discussões, costumava baixar a cabeça e se fechar em seus pensamentos. Ao longo do ano, por muitas vezes a professora reagiu a esse comportamento de maneira dura, mas o tom de sua fala não o fazia agir de maneira diferente, pelo contrário, só aumentava sua desmotivação. Quando a professora mudou a maneira de agir e passou a estimular sua participação de maneira mais carinhosa, demonstrando preocupação ao invés de raiva, houve uma melhora nesse comportamento, de modo que o estudante passou a atender aos comandos de maneira mais rápida.

Ele não tinha o costume de tirar dúvidas com a professora e nas aulas em que eram propostas resoluções de exercícios em grupos, dificilmente ele contribuía. Sua postura mudava nas aulas de devolução e correção das provas. Era política da escola realizar o “Trabalho com o erro” na entrega de todas as provas, que consistia em uma correção da prova feita pelo estudante, apenas dos exercícios que errou, com o auxílio da professora e de seus colegas. Nessas aulas sua desmotivação aumentava em grande proporção, visto que, geralmente, seus resultados eram abaixo da média. Por vezes ele chorava, se irritava e chegou ao ponto de rasgar a prova. Em geral negava-se a realizar o “Trabalho com o erro” e só o realizava depois de muita conversa com a professora e de um auxílio individualizado.

Foram realizadas duas conversas com a mãe de Gustavo, uma a pedido da escola e outra a pedido da mãe. Na primeira, era interesse da escola conscientizar a mãe de que o comportamento desmotivado de seu filho apenas se agravou ao longo dos últimos anos, a fim de analisar a possibilidade de solicitar um acompanhamento psicológico. A mãe alegou ter mais dois filhos, além de Gustavo, que demandavam muito a atenção dela por serem mais novos e dependentes. Ela mostrou-se indignada com a atitude do filho dizendo que ele deveria saber separar os problemas pessoais dos da escola e que devia entender a vida corrida que ela tinha. Os pais são separados e Gustavo tinha o costume de passar os finais de semana com o pai, que, de acordo com ela, apenas procurava agradá-lo deixando-o fazer o que tinha vontade. Durante a semana, Gustavo passava as tardes sozinho e, quando a mãe chegava em casa, ele alegava ter estudado e finalizado as tarefas de casa. Ela costumava confiar nele e não verificava seu material com frequência.

A segunda conversa foi solicitada pela mãe com a intenção de saber da possibilidade de Gustavo realizar novamente a prova de recuperação, já que ela só descobriu que ele estava de recuperação quando a prova já havia sido realizada. Ela gostaria de ter a possibilidade de estudar com ele, pois era a última prova do ano e ele estava precisando bastante dessa nota. A escola autorizou que Gustavo fizesse outra prova, mas ele apresentou baixo rendimento novamente.

No intervalo das duas conversas não houve alteração no comportamento de Gustavo e não houve a procura de acompanhamento psicológico para ele por parte de sua mãe. Na segunda conversa com a mãe, falou-se novamente sobre a desmotivação de seu filho e a necessidade que ele tinha de ser direcionado de maneira individual para a realização dos comandos básicos (como abrir o livro, o caderno ou fazer um exercício). A mãe novamente se mostrou indignada, dizendo que em casa o filho era bastante independente e não precisava dela nem para se alimentar, por exemplo.

Taís atendeu aos critérios 2 e 3: dificuldades em conceitos pré-requisito e média das Avaliações de Matemática do ano menor do que 6,0, sendo 3,7. A estudante era bastante tímida e quase nunca tomou a iniciativa de se dirigir à professora, nem para tirar dúvidas, nem para falar de qualquer outro assunto.

Durante as aulas de Matemática, ela mantinha-se bastante quieta, porém desatenta, pois seu olhar dificilmente estava direcionado para a lousa ou para a professora. Ela não tinha problemas de relacionamento, pois tinha seu grupo de amigas e facilmente formava grupos ou duplas de trabalho, mas era notável que sua contribuição para a realização dos trabalhos era mínima.

A professora frequentemente dirigia-se a Taís de maneira individual, a fim de desenvolver um relacionamento com ela e de identificar suas dificuldades, mas dificilmente conseguia estabelecer um diálogo. Ela apresentava bastante dificuldade em realizar operações básicas e dificilmente realizava as tarefas de maneira autônoma.

Foi realizada uma entrevista com sua mãe, que revelou estar passando por uma situação muito difícil em casa. Ela largou seu emprego para cuidar de uma tia e de sua avó, que estavam com graves problemas de saúde. A mãe disse que a estudante era bastante apegada emocionalmente a essa tia que estava doente e que, por vezes, passava mais tempo cuidando dela do que estudando ou brincando.

A mãe disse que nos momentos em que Taís estudava, ela geralmente estava acompanhada de sua irmã mais nova, de 6 anos de idade, e uma ajudava a outra. A mãe ressaltou o comportamento altamente introspectivo da filha, que não costumava externar seus sentimentos e dores. Ela tinha fortes dores de cabeça com frequência, mas não dizia isso para ninguém, a menos que a perguntassem de maneira insistente. Suas dores deviam-se a problemas de vista, que poderiam ser resolvidos com o uso de óculos. Entretanto, ela relatava ter vergonha de usar óculos, mas a mãe disse que essas dores poderiam estar prejudicando seu rendimento.

Emily atendeu aos critérios 2 e 3: sua nota média das avaliações de Matemática no ano foi 4,7 e tinha dificuldade em realizar cálculos mentais, pois não havia desenvolvido plenamente a habilidade de efetuar divisões e não havia decorado a tabuada.

Durante as aulas, apresentava um comportamento desmotivado e frustrado por não acompanhar, por muitas vezes, o raciocínio de seus colegas. Quando alguma pergunta era feita à sala, alguns colegas respondiam rapidamente, o que a intimidava e a fazia manifestar sua frustração por não conseguir responder na mesma velocidade.

Em geral, Emily tinha vergonha de expor suas dúvidas perante a sala toda e frequentemente deixava para saná-las no final da aula com a professora de maneira particular. Em um desses momentos individuais, Emily disse chorando que ficou com uma dúvida no meio da explicação e que não acompanhou todo o resto do que foi dito, gerando uma angústia e um medo de receber bronca da professora se pedisse para explicar tudo novamente.

Por mais que Emily procurasse a professora, era perceptível que ao longo de muitas aulas sua falta de atenção era devida à desmotivação por não estar entendendo. Além disso, costumava demorar um tempo maior que seus colegas para organizar seu material e para copiar informações da lousa.

Os familiares de Emily entrevistados foram sua avó e seu pai, em momentos diferentes. A conversa com sua avó ocorreu após uma reunião de pais, na qual ela disse estar lá apenas para buscar o boletim da neta. Não foi possível prolongar a conversa, pois no início ela declarou não entender nada sobre assuntos escolares. Ela não quis falar nada a respeito da neta e deixou claro que só estava lá a pedido dos pais, que trabalhavam muito e não tinham disponibilidade de ir à escola.

A conversa com o pai não foi muito diferente. Ao ser questionado acerca de sua filha ele se esquivou dizendo que não morava com ela e que não saberia responder. Ele deixou claro que não apresentava uma relação próxima a ela por morar em outro estado, mas que ia procurar ajudá-la em suas dificuldades.

Luiza atendeu aos critérios 2 e 3 listados anteriormente: média das provas de Matemática abaixo de cinco e dificuldades em conceitos pré-requisito. A média do seu desempenho em provas de Matemática foi 4,4, o que não difere muito da nota que obteve em outros componentes curriculares.

Na sala de aula, Luiza tinha a fama de ser bastante extrovertida e desafiadora. Sua localização na sala era distante do professor, pois era bastante alta e poderia atrapalhar a visão de seus colegas se sentasse nas carteiras da frente. Seu comportamento ao longo de todas as aulas era bastante desatento, pois costumava conversar com os colegas a seu redor em momentos em que era preciso ficar em silêncio.

Luiza era uma estudante bastante questionadora, trazia perguntas e questões relevantes para a continuidade da aula nos momentos em que estava mais atenta. Em relação a suas entregas, pode-se dizer que Luiza era a estudante com menor índice de engajamento de toda a sala, já que frequentemente deixava de realizar as tarefas. Seu baixo desempenho e engajamento não eram exclusividades das aulas de Matemática, pois apresentava o mesmo comportamento com os demais professores.

Os pais da estudante foram convocados à escola mais de uma vez e alertados de que a filha era uma candidata a ser reprovada. Houve duas conversas, uma com o pai e outra com a mãe. Na conversa com o pai, notou-se um distanciamento dele com relação à vida escolar de sua filha e as falas predominantes eram em defesa do comportamento da estudante. Já na conversa com a mãe houve uma preocupação em incentivar uma mudança de comportamento da filha.

A mãe era professora e mostrou-se bastante exigente com relação ao desempenho de sua filha, mas alegou estar com dificuldade de lidar com seu baixo rendimento. Para ela, as notas baixas eram um reflexo de sua falta de comprometimento apenas, e não de fatores cognitivos.

Ela preocupou-se com o fato de a filha apresentar falta de interesse em outras atividades além da escola, como a dança, por exemplo. Disse que dançar era a atividade preferida de Luiza, mas isso não era suficiente para fazê-la dar o seu melhor. A estudante contentava-se com o nível em que estava e não se empenhava para melhorar e evoluir.

Ricardo atendia aos critérios 2 e 3. Ele apresentava bastante dificuldade de aprendizagem em todos os componentes curriculares. Em 2018 ele estava fazendo o 7° ano pela segunda vez e sua média de todas as Avaliações de Matemática do ano foi 4,6. Seu comportamento nas aulas, não apenas de Matemática, era desmotivado, desatento e desafiador, como relataram os demais professores.

Ricardo não fazia a menor questão de prestar atenção na aula, como se não visse sentido em estudar. Ele conversava bastante com seus colegas durante as aulas e, quando a professora chamava sua atenção, irritava-se como se ela não tivesse o direito de fazer isso.

A retenção não o fez agir de forma diferente de um ano para o outro; pelo contrário, apenas aumentou sua falta de interesse. Os professores não se conformavam com essa postura e chegaram a cogitar na possibilidade de ele ser retido pela segunda vez consecutiva. Os professores que eram contra essa ideia alegavam que talvez ele já tivesse chegado a seu limite máximo de aprendizagem e que uma nova retenção só cristalizaria esse comportamento que ele apresentava e poderia prejudicar seus novos colegas de sala.

Foi realizada uma conversa com sua mãe, que admitiu trabalhar muito e, por muitas vezes, não conseguir acompanhar o desenvolvimento escolar do filho. Ela disse que, sempre que podia, estudava com ele e o acompanha na arrumação de sua mala para o dia seguinte, alegando não estar ciente da falta de material que o estudante frequentemente apresentava.

Durante a conversa, a professora falou da rejeição do estudante ao cumprimento de regras, mas a mãe mostrou-se conformada com esse comportamento, dizendo saber que ele é assim. Em sua fala ela deixou claro que sempre orientava o filho a comportar-se bem e a entregar todos os trabalhos e tarefas, explicando a ele que, se fizesse isso, os professores ficariam satisfeitos com seu rendimento e o fariam passar de ano.

O estudante foi chamado para participar da conversa e na frente da mãe ele pareceu submisso, muito diferente da forma com que agia com os professores. A mãe perguntou a ele porque ele não seguiu a orientação dela, ressaltando que, se ele seguisse, todos os problemas seriam resolvidos.

Caio apresentou a menor média das Avaliações de Matemática do ano entre todos os estudantes selecionados para compor a pesquisa: 2,7. Seu comportamento era predominantemente desinteressado e frequentemente ele procurava se manter despercebido pelos professores. Ele sentava na última carteira, na fileira próxima à janela, dificultando a visibilidade por parte dos professores de sua participação. Quando era solicitada sua troca de lugar, seu comportamento era de rejeição e revolta.

O estudante entrou na escola no final do primeiro trimestre e não foi fornecida aos professores qualquer informação acerca de seu desempenho anterior, mesmo tendo sido transferido de uma escola pertencente à mesma rede de ensino. A professora e também pesquisadora procurou saber o que havia sido trabalhado na outra escola, mas o estudante não sabia transmitir essa informação e nem trazia o caderno antigo quando solicitado.

Caio tinha um bom relacionamento com seus colegas de sala, mas tinha dificuldades em realizar trabalhos coletivos, pois seus colegas mostravam insatisfação em tê-lo no grupo e frequentemente faziam reclamações a seu respeito por não colaborar e atrapalhar o andamento das tarefas. Sua postura frente a isso era desinteressada, como se estivesse certo em agir dessa forma e seus colegas tivessem que aceitar.

Muitas vezes Caio se esquivava de suas responsabilidades e alegava não ter culpa de não ter realizado alguma entrega, transferindo essa culpa a fatores externos. Os professores dos demais componentes curriculares confirmaram que o comportamento despreocupado de Caio não era exclusivo das aulas de Matemática, pois o estudante agia da mesma forma com eles. Ao término do ano letivo, Caio foi retido por tirar notas abaixo da média em mais de quatro componentes curriculares.

Foi realizada uma conversa com sua mãe com o objetivo de alertá-la sobre a possível reprovação de seu filho, o que foi uma grande surpresa para ela. Ela disse que Caio mostrava-se constantemente despreocupado, como se tudo estivesse sob controle e ela confiava em sua palavra. A mãe ficou bastante preocupada e mostrou-se disponível para realizar visitas periódicas à escola para acompanhar o rendimento de seu filho. Ela fez um pedido à escola: posicioná-lo mais próximo aos professores. Ela reconheceu que Caio tinha a tendência de se acomodar caso os professores não cobrassem constantemente seu engajamento.

As informações principais acerca de cada um dos doze participantes do subgrupo de análise foram resumidas no quadro 7.

Quadro 7 – Resumo do perfil dos estudantes do subgrupo de análise.

Estudante	Laudo	Média	Comportamento
Paulo	DPA, Dislexia e Discalculia	5,0	Dificilmente assumia suas dificuldades, era desatento nas aulas
Wellington	DPA	5,1	Facilidade com cálculos mentais, mas bastante desatento nas aulas
Abner	TDAH	5,3	Infantil e com dificuldades de manter a concentração
Daniel	Parkinson	3,7	Costumava se esquivar de suas responsabilidades e copiar tarefas
Alessandro	-	4,8	Pouco domínio nas operações básicas, mas se mantinha atento durante as aulas
Carlos	-	4,8	Dificuldades de relacionamento
Gustavo	-	3,5	Dificilmente atendia aos comandos da professora e frequentemente estava desmotivado
Taís	-	3,7	Bastante tímida e com pouco domínio nas operações básicas
Emily	-	4,6	Pouco domínio nas operações básicas e comportamento predominantemente inseguro
Luiza	-	4,4	Baixo desempenho em quase todos os componentes curriculares, candidata à retenção
Ricardo	-	4,6	Fazia o 7º ano pela segunda vez, não considerava a

			escola um fator importante
Caio	-	2,7	Desatento e retido ao término do ano letivo

Fonte: autora.

9.2. Descrição da aplicação das tarefas

A seguir serão descritas as modificações realizadas em cada tarefa no *redesign* e alguns detalhes relevantes na aplicação do último ciclo de testes. As tarefas permaneceram essencialmente as mesmas que as do segundo ciclo, com pequenas modificações realizadas pontualmente para amenizar os problemas encontrados.

Em concordância com a metodologia adotada, formularam-se inicialmente algumas hipóteses quanto à evolução dos estudantes e aplicação das tarefas do terceiro ciclo. Tais hipóteses foram reformuladas ao longo do processo de amadurecimento da pesquisa, e são apresentadas em sua formulação final:

1) O tema de redes sociais facilita a compreensão das estruturas matemáticas envolvidas por ser próximo à realidade dos estudantes.

2) As tarefas contribuem para a atribuição do significado de equivalência ao sinal de igualdade.

3) As tarefas contribuem para que os estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem não se sintam desfavorecidos em relação aos demais colegas da sala.

4) Os materiais manipuláveis auxiliam os estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem na passagem do pensamento concreto para o abstrato.

5) O uso de recursos tecnológicos, competições e premiações são fatores motivacionais para que os estudantes se envolvam nas tarefas.

A coleta de dados ocorreu por meio de gravações de áudio, vídeo e fotos. Para isso, a professora contou com um auxiliar de sala, que movimentou a câmera de vídeo ao longo de todas as tarefas de modo a contemplar o máximo possível de interações. A gravação de áudio e as fotos foram realizadas diretamente pela professora.

9.2.1. Tarefa 3.1: Novidade no Facetopbook

A apresentação da tarefa foi realizada no dia 23 de outubro de 2018 com os mesmos *slides* da tarefa do ciclo anterior, presentes no anexo deste trabalho. Os estudantes reagiram bem ao se depararem com um tema muito presente no contexto de vida deles. Ao verem os ícones novos e o quadro de equivalência, não fizeram nenhuma pergunta a respeito de como calcular a quantidade de ícones ou sobre o símbolo de igualdade.

Foram dadas as devidas orientações com relação à produção de um vídeo em grupos, mas a composição dos grupos não foi revelada. Os estudantes se animaram bastante com a proposta e se surpreenderam com a liberdade de escolha do conteúdo dos vídeos. Ao descobrirem que no dia da transmissão dos vídeos seriam atribuídos aos grupos ícones de papel, alguns estudantes manifestaram preocupação em perdê-los.

A entrega dos vídeos foi um fator problemático no ciclo anterior e, por isso, sofreu modificações no *redesign*. Dessa vez foi dado aos estudantes o prazo de uma semana para trazerem os vídeos em *pendrive* apenas para serem salvos no notebook da professora, para serem transmitidos somente na semana seguinte, no dia marcado para o desenvolvimento da tarefa. Todas as datas e combinados foram esclarecidos aos estudantes nesse momento de apresentação.

Ao receberem a informação de que seria dado um prêmio ao grupo com mais *tops* os estudantes manifestaram mais interesse ainda pela tarefa e ficaram muito curiosos para saber qual era o prêmio. Abner nesse momento manifestou sua vontade de que esse prêmio fosse dado em forma de nota para compor a média de Matemática do trimestre.

A segunda mudança realizada no *redesign* dessa tarefa foi a composição dos grupos de trabalho, que se fez necessária no processo de amadurecimento do olhar da pesquisa. No ciclo anterior os estudantes questionaram os critérios de escolha dos grupos, pois houve a identificação de um julgamento prévio da professora, havendo falas como: “Você juntou todos os burros nesse grupo, professora?”. Foi decidido neste ciclo, portanto, para que a escolha fosse o mais imparcial possível, que a melhor composição seria a aleatória. Dessa forma, nesse mesmo dia de apresentação da tarefa os grupos foram decididos em sorteio na presença dos estudantes.

A reação natural deles ao serem informados do sorteio foi negativa, muitos manifestaram insatisfação. Um estudante disse que a proposta era muito legal, mas que poderia se tornar chata e difícil de ser colocada em prática se os integrantes de seu grupo não fossem próximos a ele, reiterando que possivelmente seria necessário realizar encontros extraclasse para a gravação dos vídeos.

O sorteio foi realizado por meio de papéis com o número da chamada de cada um. Os papéis foram retirados de uma sacola plástica de quatro em quatro e, conforme eram sorteados, eram escritos no *slide* pela professora, como mostra a figura 46. O momento do sorteio foi bastante agitado com muitas interações dos estudantes. Alguns ficaram felizes com o seu grupo e outros decepcionados, havendo diversos pedidos de mudança.

Figura 46 – *Slide* 9 da aula de apresentação da tarefa 3.1 com o sorteio dos grupos.

Fonte: autora.

Os estudantes que compõem o subgrupo de análise ficaram distribuídos nos grupos conforme indica o quadro 8.

Quadro 8 – Distribuição dos estudantes do subgrupo de análise nos grupos de trabalho.

Número do grupo	**Estudantes do subgrupo de análise**
1	Paulo
2	Luiza
3	Ricardo
4	Daniel, Emily e Carlos
5	Gustavo e Caio
6	Taís
7	Alessandro e Wellington
8	Abner

Fonte: autora.

A entrega dos vídeos foi marcada para o dia 30 de outubro, apenas para um teste no notebook da professora. Nesse dia foram efetivamente entregues e testados apenas cinco vídeos, dos grupos 2, 3, 4, 5 e 7. Entre os três que faltaram ser entregues, apenas um não havia sido finalizado, o do grupo 6. Os demais, dos grupos 1 e 8, não foram entregues por falta de acesso do smartphone para o notebook, por não haver naquele momento um cabo adequado.

No dia 31 de outubro, dia seguinte ao previsto para a entrega, os três vídeos que faltavam foram entregues. O do grupo 1 foi postado no YouTube por um dos integrantes, o do grupo 8 foi transmitido por *bluetooth* ao smartphone da professora e o do grupo 6 foi entregue em *pendrive*. Os três foram devidamente testados e salvos no notebook, para que no dia da apresentação não fosse necessário o uso da internet. No dia seguinte, 1º de novembro, o grupo 2 trouxe um novo vídeo e pediu para que fosse feita uma troca em relação ao que havia sido entregue anteriormente, alegando ter criado outro mais interessante. Como o desenvolvimento da tarefa só ocorreria na semana seguinte, a troca foi realizada sem maiores problemas.

Dia 5 de novembro, na semana seguinte à entrega e teste de todos os vídeos, foi realizado o desenvolvimento das tarefas em uma aula dupla de 100 minutos, como já havia sido estabelecido no ciclo anterior. Esses minutos foram distribuídos da seguinte maneira: 10 minutos iniciais de organização dos instrumentos de coleta, materiais da tarefa, notebook e *datashow*; 30 minutos para a transmissão dos vídeos; 15 minutos para orientações, organização da sala e atribuição dos ícones; 15 minutos para a contagem dos ícones do grupo; 15 minutos para a conferência da contagem dos ícones de outro grupo; 10 minutos para a conferência dos ícones de todos os grupos de maneira coletiva; 5 minutos para distribuição do prêmio, recolhimento dos materiais e arrumação da sala.

O momento de transmissão dos vídeos foi muito bem aceito pelos estudantes. Eles mantiveram concentração durante toda a transmissão e esboçaram reações de alegria e divertimento, como mostra a fotografia 11. A maioria deles manifestava nervosismo no momento de transmissão dos vídeos de seu próprio grupo, na expectativa de aceitação por parte de seus colegas e, no caso dos vídeos preferidos pela turma, vontade de ganhar o prêmio ao final da tarefa.

Fotografia 11 – Reação dos estudantes no momento de transmissão dos vídeos.

Fonte: autora.

O quadro 9 relaciona o conteúdo dos vídeos e o tempo de duração de cada um.

Quadro 9 – Descrição do conteúdo e duração dos vídeos de cada grupo.

Número do grupo	Descrição do vídeo	Duração
1	Junção de dois vídeos prontos de um canal do YouTube conhecido por postar vídeos que "viralizaram", ou seja, que atingiram um índice de divulgação alta em um curto período de tempo.	2 min 47 s
2	Retrospectiva da sala com fotos dos estudantes desde pequenos até o ano vigente, com declarações de amizade intercaladas.	3 min 13 s
3	Vídeo pronto com situações verdadeiras consideradas surreais.	2 min 24 s
4	Vídeo pronto com situações consideradas engraçadas e pessoas dançando.	3 min 7 s
5	Vídeo pronto contendo uma junção de cenas de clipes, séries, programas e pessoas realizando imitações.	3 min
6	Vídeo pronto com situações consideradas engraçadas envolvendo animais.	4 min 24 s
7	Produção de um estudante apresentando todos os cômodos de sua própria casa, dizendo frases consideradas engraçadas durante sua apresentação.	4 min 9 s
8	Vídeo pronto com situações verdadeiras consideradas engraçadas envolvendo piscinas.	2 min 56 s

Fonte: autora.

Após a transmissão dos vídeos, a professora orientou o prosseguimento da tarefa e explicou a forma com que a sala deveria ser organizada, os materiais que cada um receberia e os comandos que deveriam executar. Nesse momento surgiu a seguinte dúvida: "Pode curtir o seu próprio vídeo?". A orientação foi de que todos os ícones, exceto o de visualização, poderiam ser atribuídos ao próprio grupo, com a regra de atribuir no máximo um de cada. Além disso, foi enfatizado que os 7 ícones de visualização deveriam ser entregues um por grupo, com exceção do seu próprio grupo.

Após as orientações, os estudantes organizaram as carteiras em 8 grupos, 4 de cada lado da sala, e cada um deles recebeu uma sacolinha plástica com lacre contendo os ícones que deveriam atribuir aos outros grupos. Em cima das mesas de cada grupo foi colocada uma sacola plástica contendo o número do grupo para os estudantes colocarem os ícones e uma folha impressa contendo o número do grupo e uma breve descrição do conteúdo do vídeo, como mostra a fotografia 12.

Fotografia 12 – Organização da sala no momento de atribuição dos ícones.

Fonte: autora.

O momento de atribuição dos ícones foi bastante agitado, pois os estudantes não seguiram um único fluxo de entrega dos ícones como mostra a fotografia 13. Além disso, eles pareceram não organizar a quantidade e nem o tipo de ícone que colocavam em cada pacote.

Fotografia 13 – Momento de atribuição dos ícones por parte dos estudantes.

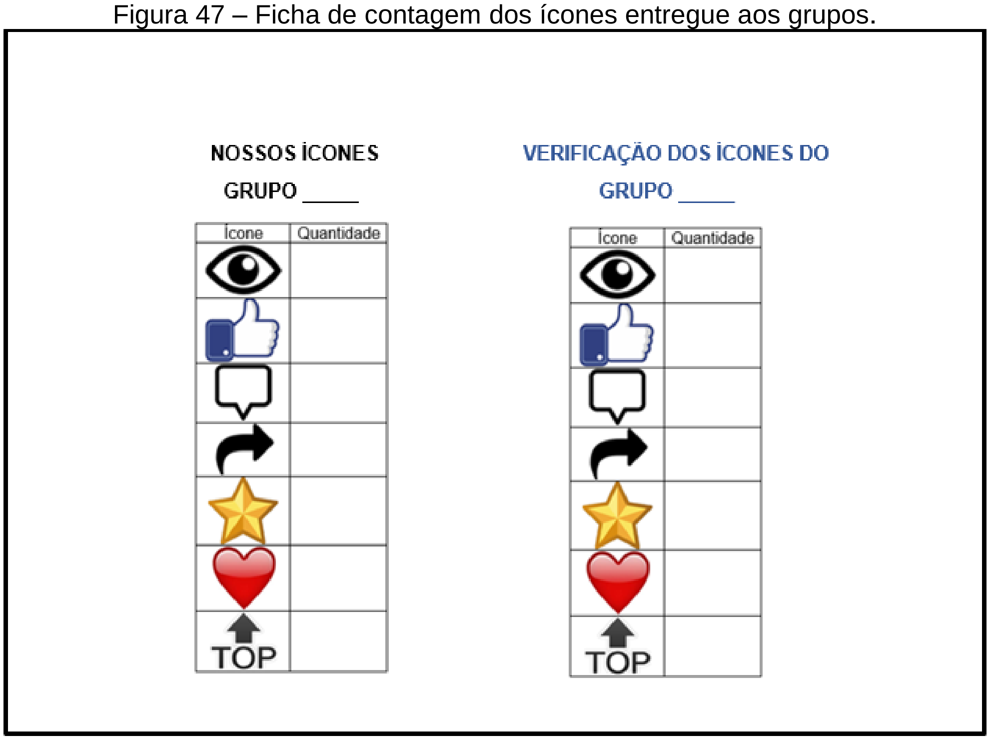
Fonte: autora.

Após a atribuição, os grupos receberam o material de apoio: um par de quadros de equivalência (fotografia 4), um quadro de igualdade (fotografia 5) e uma ficha de contagem (figura 47).

O quadro de igualdade foi utilizado no ciclo anterior apenas na tarefa 2.2, porém, nesse ciclo optou-se por inseri-lo na primeira tarefa para que os estudantes o utilizassem de maneira mais efetiva.

A ficha de contagem (figura 47) foi outro material que sofreu uma alteração no *redesign*, de modo a não ser necessário contar os ícones de todos os grupos, mas apenas de dois: o próprio grupo e mais um para conferência. Essa mudança fez-se necessária, pois no ciclo anterior um estudante questionou a relevância da contagem de todos, sendo que no final foi necessária uma conferência por parte da professora. Desse novo modo, a contagem realizada por eles foi valorizada e a professora conferiu somente em casos de divergência entre as quantidades encontradas.

Figura 47 – Ficha de contagem dos ícones entregue aos grupos.



Fonte: autora.

Após a entrega dos materiais foi iniciada a contagem dos ícones dos grupos. O grupo 2 iniciou a contagem antes da entrega dos materiais de maneira rápida, como se a competição envolvesse tempo. A professora interveio dizendo que não era necessário ter pressa, uma vez que a premiação estava relacionada apenas ao vídeo com maior aceitação.

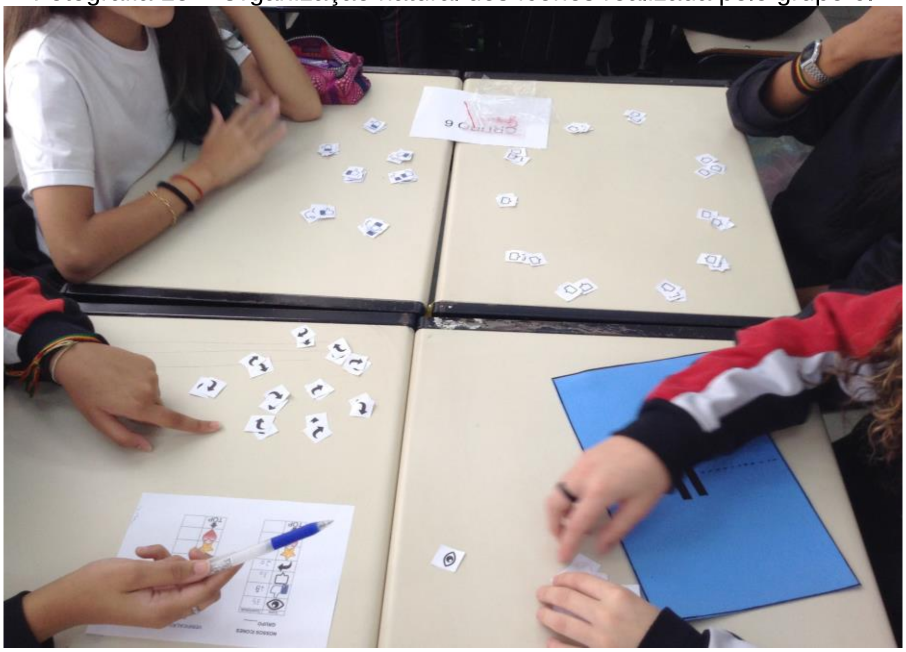
Nesse momento, mesmo após uma orientação com relação ao uso da ficha de contagem, surgiram as seguintes dúvidas: “Por que têm duas tabelas?”; “Qual é a diferença entre as tabelas?”. A professora esclareceu as dúvidas pontualmente, sem se dirigir novamente à sala toda.

A maioria dos grupos iniciou a contagem separando os ícones de acordo com as quantidades presentes no quadro de equivalência, sem que fosse necessária nenhuma orientação. Como eram necessárias 5 visualizações para obter uma estrela, os ícones de visualização foram separados pelos estudantes de 5 em 5, as curtidas foram separadas de 4 em 4, os comentários de 3 em 3 e os compartilhamentos de 2 em 2, como mostram as fotografias 14 e 15.

Fotografia 14 – Organização natural dos ícones realizada pelo grupo 2.

Fonte: autora.

Fotografia 15 – Organização natural dos ícones realizada pelo grupo 6.



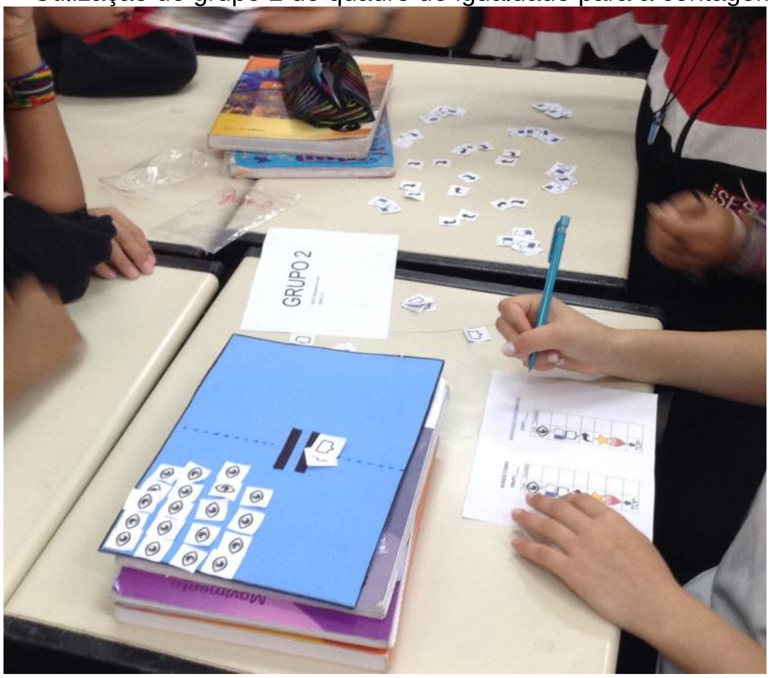
Fonte: autora.

Após a organização dos ícones, os estudantes perceberam que haveria “sobras”, por exemplo, no caso de haver 27 visualizações seriam conquistadas 5 estrelas e ainda sobrariam 2 visualizações. Nesse momento surgiram as seguintes dúvidas: “Devemos escrever as sobras na tabela?”, “Podemos juntar as sobras de todos os ícones e formar mais estrelas?”, “Podemos dar as sobras para outro grupo?”. As dúvidas foram sanadas de maneira pontual pela professora, explicando que deveriam ser registradas as quantidades reais de ícones nas tabelas, independente de sobras e também que os ícones eram intransferíveis. Foi salientado que as sobras seriam importantes caso houvesse empate, pois nesse caso as quantidades reais poderiam garantir uma vitória.

Os principais problemas encontrados no momento da contagem foram a perda de ícones, uma vez que havia alguns ícones espalhados pelo chão e, principalmente, a quantidade de visualizações recebida pelos grupos. Um estudante do grupo 8, assim que iniciou a contagem já percebeu que havia uma inconsistência na quantidade de visualizações de seu grupo. Ele disse a seguinte frase: “O meu grupo tem menos visualizações do que era para ter, tem 25 era para ter 28”. Os outros estudantes, ao ouvirem sua fala, passaram a se inconformar com suas quantidades também, mesmo que alguns deles não soubessem o porquê da quantidade ideal ser 28. Ricardo, por exemplo, disse o seguinte: “O *zoinho* é quanto professora? Estão falando que 28 é o resultado!”. Ao ser indagado pela professora com relação à procedência dessa informação, Ricardo afirmou ouvir os outros dizerem, sem compreender o motivo dessa quantidade.

Com relação aos materiais de apoio, pode-se dizer que os quadros de equivalência e os ícones de papel foram bem aproveitados pelos estudantes, de modo que todos os grupos os utilizaram para realizar as contagens e o preenchimento da ficha. Porém, o quadro de igualdade foi utilizado apenas como apoio de papel, como mostra a fotografia 16, pois sua utilização não fez sentido para essa tarefa, já que os ícones de estrela*,* coração e *top* não foram entregues aos estudantes para a contagem. A pesquisadora não previu a necessidade da distribuição desses ícones para essa tarefa, pois julgou que não seria possível realizar uma entrega personalizada por grupo da quantidade obtida por eles na hora. Além disso, intencionalmente, a falta desses ícones tinha por objetivo estimular maiores níveis de abstração nos estudantes.

Fotografia 16 – Utilização do grupo 2 do quadro de igualdade para a contagem dos ícones.



Fonte: autora.

Finalizada a contagem dos próprios ícones, os grupos deveriam iniciar a contagem de conferência de outro grupo, mas antes disso muitos estudantes levantaram do lugar e por curiosidade perguntaram a quantidade de *tops* de outros grupos. Não ficou explícito no momento de orientações como seria a escolha do grupo de conferência, por isso, alguns grupos já trocaram seus ícones com grupos de maior afinidade e iniciaram a contagem. Porém, por motivos de organização, a professora orientou que fizessem a troca por proximidade física; como havia duas colunas com 4 grupos cada, a troca foi feita com o grupo que estava exatamente ao lado.

Passados 20 minutos de contagem, alguns estudantes manifestaram insatisfação com as seguintes frases: “Não estou conseguindo mais pensar”, “Não gosto de aulas assim, prefiro aula normal”. Além disso, alguns estudantes passaram a questionar se o trabalho que estavam realizando valeria nota na média.

Quando todos os grupos finalizaram a contagem, a professora projetou um *slide* com uma tabela de cada grupo e preencheu com as quantidades indicadas pelos estudantes. Conforme preenchia as quantidades de um grupo, ela perguntava ao grupo que conferiu se os valores estavam corretos.

Ao perguntar ao grupo 5 se as quantidades do grupo 1 estavam certas, os estudantes disseram ter contado errado e mudaram na hora o que haviam feito para ficar igual ao que estava preenchido no *slide*, como mostra a fotografia 17.

Fotografia 17 – Comparação da contagem do grupo 1 com a conferência do grupo 5.

Fonte: autora.

Ao perguntar ao grupo 7 se as quantidades do grupo 3 estavam corretas, os estudantes ficaram em silêncio e mostraram preocupação por haver inconsistências na contagem deles. As quantidades preenchidas pelos dois grupos na ficha de registro eram muito diferentes, provavelmente por terem perdido ou deixado passar despercebidos alguns ícones. Ao dizer ao grupo 3 que estavam corretos, houve um constrangimento por parte do grupo 7, pois ficou a impressão de que haviam errado os cálculos. Porém, ao verificar as fichas de registro após a aplicação a professora e pesquisadora percebeu que ambos calcularam corretamente a quantidade de estrelas, corações e tops, como mostra a fotografia 18.

Fotografia 18 – Comparação da contagem do grupo 3 com a conferência do grupo 7.

Fonte: autora.

Ao perguntar ao grupo 1 se as quantidades do grupo 5 estavam corretas, eles responderam rapidamente que estavam e a professora seguiu com a tarefa. Porém, ao verificar posteriormente a ficha de registro deles, tem-se que, além das quantidades não estarem certas, a contagem não foi finalizada, como mostra a fotografia 19.

Fotografia 19 – Comparação da contagem do grupo 5 com a conferência do grupo 1.

Fonte: autora.

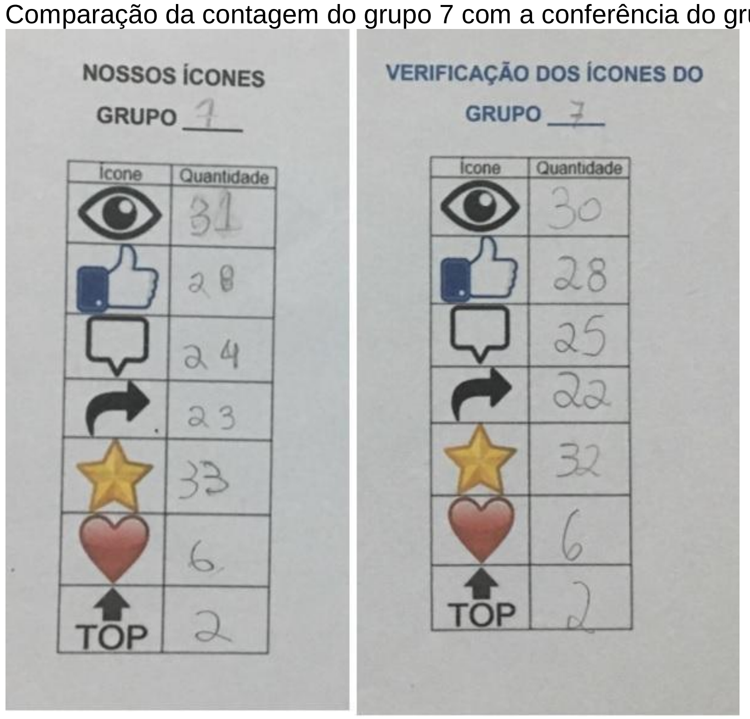
Ao perguntar ao grupo 2 se as quantidades do grupo 6 estavam corretas os estudantes responderam rapidamente que estavam. Porém, nesse momento, os estudantes ficaram bastante agitados, uma vez que a quantidade de visualizações desse grupo era muito maior que a dos outros, como mostra a fotografia 20.

Fotografia 20 – Comparação da contagem do grupo 6 com a conferência do grupo 2.

Fonte: autora.

Ao perguntar ao grupo 3 se as quantidades do grupo 7 estavam corretas, os estudantes disseram que havia apenas um comentário a mais. Porém, verificou-se na ficha de registro que havia mais diferenças de contagem, mas os estudantes optaram por omitir, como mostra a fotografia 21.

Fotografia 21 – Comparação da contagem do grupo 7 com a conferência do grupo 3.



Fonte: autora.

Após a finalização do preenchimento do *slide* era esperado que os estudantes já soubessem quem era o grupo vencedor. Porém, a professora precisou anunciar o grupo vencedor para que os grupos iniciassem as comemorações, uma vez que houve um empate entre 3 grupos, por apresentarem a mesma quantidade de *tops* e corações.

Após a aplicação dos critérios de desempate verificou-se que o grupo vencedor foi o 6, porém, pela fala dos estudantes havia uma preferência pelo vídeo do grupo 7. Alguns deles manifestaram revolta por esse resultado, uma vez que a quantidade de visualizações do grupo 6 estava muito desigual, talvez pelo fato de alguns não terem se organizado no momento de distribuição, atribuindo mais de uma visualização a esse grupo e deixando outros sem.

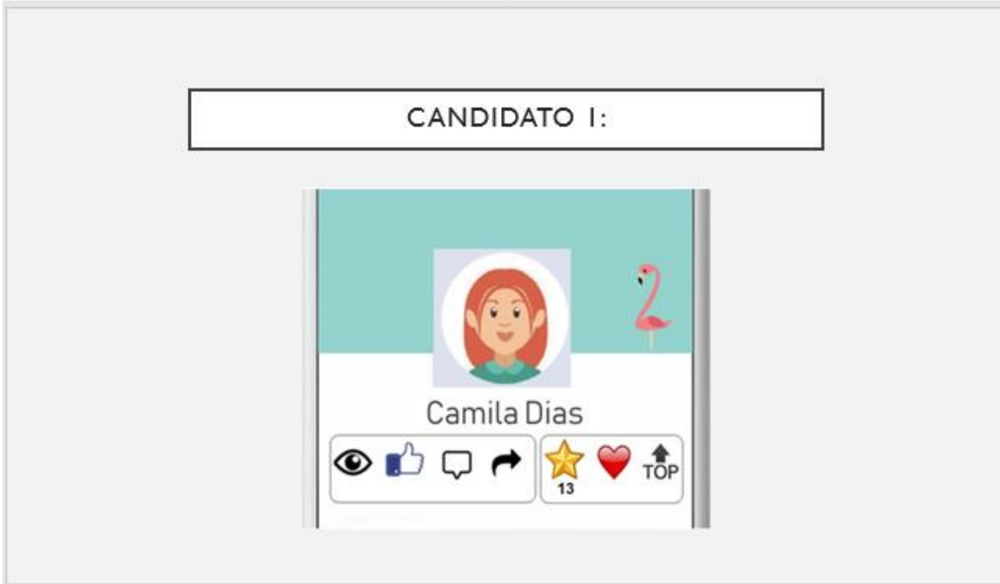
9.2.2. Tarefa 3.2: Nova funcionalidade no Facetopbook

A segunda tarefa desse ciclo foi realizada no dia 7 de novembro de 2018, dois dias após a primeira tarefa, em uma aula dupla que tinha um total de 100 minutos. Os primeiros 10 minutos foram destinados para organizar os materiais de coleta de dados, *datashow* para projeção dos *slides* e organização da sala. Os 12 minutos seguintes foram utilizados para a apresentação da tarefa por parte da professora. Para isso, foram utilizados *slides* semelhantes aos utilizados na tarefa 2.2, com algumas alterações que se fizeram necessárias no *redesign* devido aos problemas encontrados na aplicação do ciclo. Os *slides* da tarefa 3.2 encontram-se nos anexos ao final deste trabalho.

Durante a explicação da tarefa, a maioria dos estudantes manteve a concentração e compreendeu a proposta. Quando a professora disse que a empresa precisava saber a quantidade dos ícones ocultos dos candidatos, alguns estudantes disseram: “Os colegas mais inteligentes resolvem!”.

Em seguida foi apresentado o perfil da primeira candidata, que sofreu uma alteração no *redesign*. A quantidade de estrelas dela aumentou, a fim de que a comparação entre os candidatos 1 e 2 fizesse sentido; já que um estudante apontou no segundo ciclo que, com a quantidade anterior de estrelas, era evidente que a primeira candidata teria menos corações que o segundo candidato. Na tarefa 2.2 ela possuía 3 estrelas, já na tarefa 3.2 ela possui 13, gerando um total de 2 corações, que é a mesma quantidade do candidato 2, como mostra a figura 48.

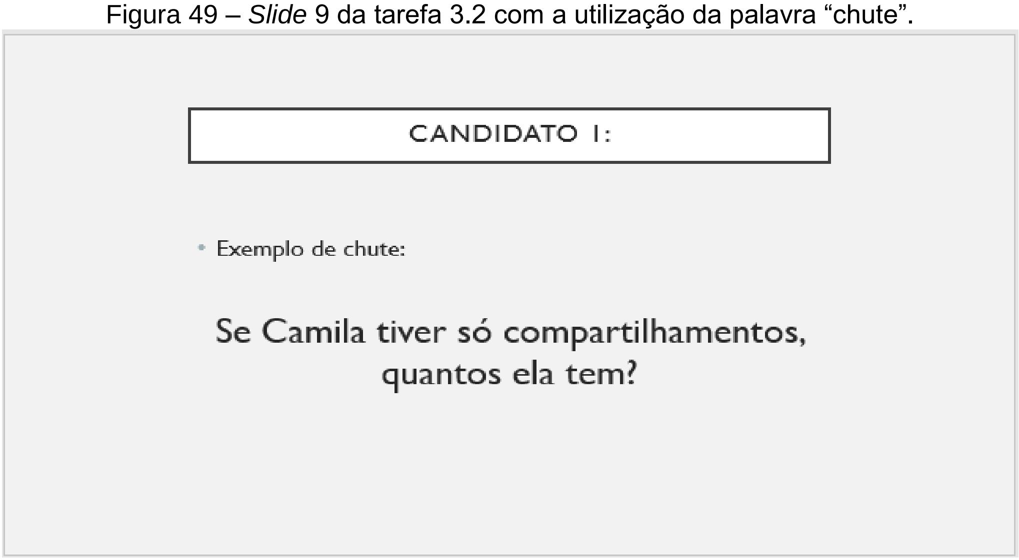
Figura 48 – *Slide* 8 de apresentação da candidata 1 na tarefa 3.2.



Fonte: autora.

Além dessa alteração, foram inseridos alguns *slides* com uma explicação mais detalhada de como os cálculos deveriam ser realizados nessa tarefa. Optou-se também por retirar a palavra “suposições”, uma vez que verificou-se confusão acerca do significado dessa palavra por parte dos estudantes do segundo ciclo, que foi substituída pela palavra “chute”, mais presente no vocabulário deles, como mostra a figura 49. Durante a explicação, a professora perguntou a eles se sabiam o significado da palavra “suposição” e apenas um sabia, a maioria respondeu que não com uma expressão de dúvida.

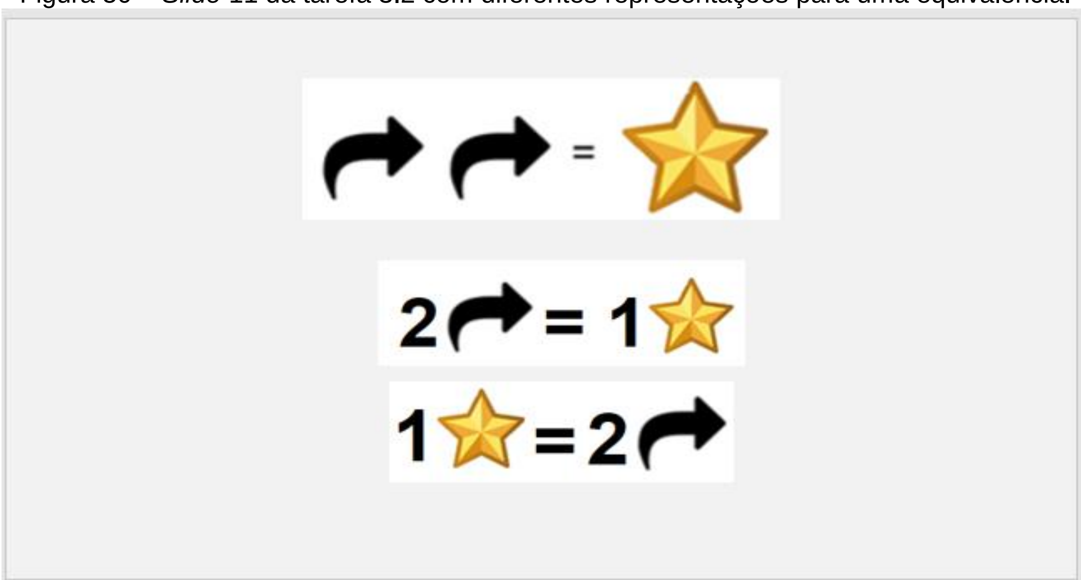
Figura 49 – *Slide* 9 da tarefa 3.2 com a utilização da palavra “chute”.



Fonte: autora.

Após o esclarecimento de que se tratavam de suposições, as equivalências da tarefa anterior foram retomadas e, em seguida, foi introduzida a nova maneira de escrevê-las. No exemplo inserido no *slide* 11, mostrado na figura 50, a equivalência entre a quantidade de compartilhamentos e estrelas foi retomada e escrita de três maneiras diferentes: a primeira é igual à representação do quadro de equivalência, a segunda traz números na frente dos ícones, representando a quantidade em que eles aparecem, e a terceira é igual à primeira, apenas em lados diferentes do sinal de igualdade.

Figura 50 – *Slide* 11 da tarefa 3.2 com diferentes representações para uma equivalência.



Fonte: autora.

Ao apresentar esse *slide*, Luiza disse o seguinte: “Professora, isso aí está parecendo as contas que você estava fazendo com a gente!”. Outra estudante disse o seguinte: “É verdade! Aquele negócio tipo $2x + 3$”. Elas estavam se referindo à introdução algébrica que já havia sido realizada a partir de generalização de sequências e definição de expressões algébricas. Essas falas podem ser consideradas indícios de que o objetivo da tarefa, de trazer familiaridade com a linguagem algébrica, foi atingido. Porém, pelo tom da fala das estudantes e pela reação da turma, percebe-se que essa associação trouxe uma lembrança pouco agradável.

Em seguida, a professora propôs aos estudantes a questão presente no *slide* 9, mostrado na figura 49: “Sabendo que Camila tem 13 estrelas, se ela tiver apenas compartilhamentos, quantos ela vai ter?”. Nesse momento um estudante prontamente respondeu: “Seis, professora!”. Como são necessários dois compartilhamentos para obter uma estrela, o estudante realizou uma divisão de 13 por 2, ao invés de multiplicação por 2. Logo em seguida, Paulo respondeu: “Sete, né? Vai sobrar 1, seu animal!”.

No *slide* seguinte foi dado um exemplo de como o quadro de equivalências poderia ser utilizado nessa tarefa, dado que ele não foi um instrumento útil para os estudantes do segundo ciclo. De um lado do quadro de igualdade foram colocadas as 13 estrelas da candidata 1 e, do outro lado, foram colocados 13 pares de compartilhamentos, a fim de mostrar a equivalência entre 13 estrelas e 26 compartilhamentos, como mostra a figura 51.

Figura 51 – *Slide* 12 da tarefa 3.2 com um exemplo de utilização do quadro de igualdade.

Fonte: autora.

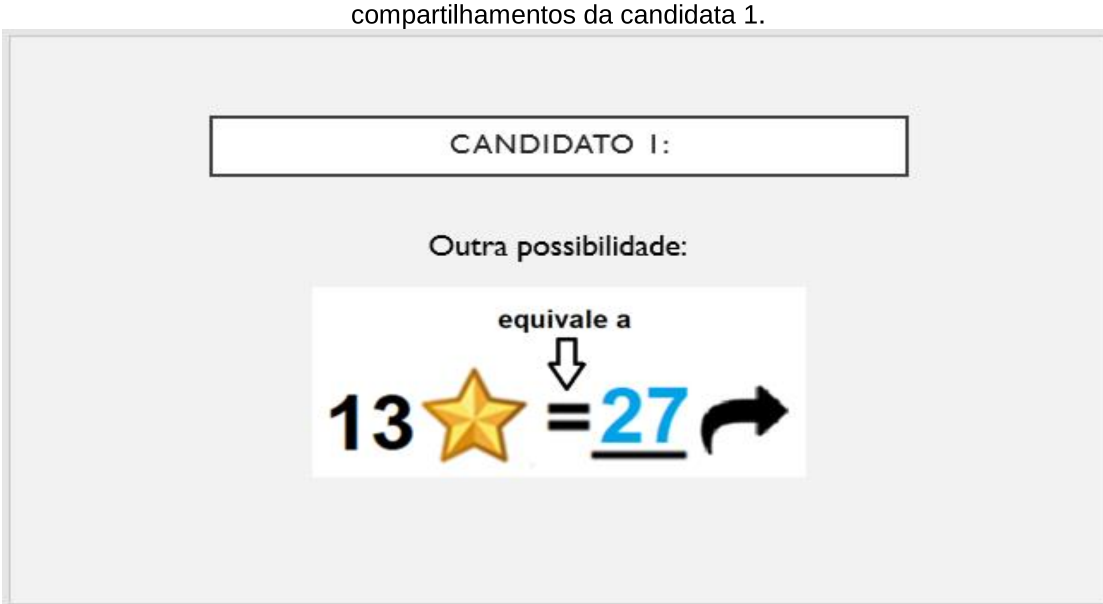
Ao ver isso, o estudante que havia dito que eram 6 compartilhamentos logo percebeu seu erro. Além disso, uma estudante manifestou surpresa e disse: “Ah, agora eu entendi! É só pegar a quantidade de estrelas e multiplicar pela quantidade de ícones necessários para obter uma estrela!”.

Além disso, foi enfatizada a possibilidade de outras respostas, uma vez que um compartilhamento a mais manteria a mesma quantidade de estrelas. Durante a explicação, a professora deixou claro que não havia apenas uma resposta correta.

Nesse momento, os estudantes ficaram intrigados para saber qual poderia ser a outra possibilidade de resposta. Para eles não foi natural pensar apenas que um compartilhamento a mais manteria a mesma quantidade de estrelas. Luiza, por exemplo, disse o seguinte: “A resposta é 13²?”, já Abner disse: “É 26 vezes 2 professora?”. Um outro estudante disse ainda: “É n vezes 2?”, outra disse: “x vezes 2?”. Ao ver uma reação negativa da professora Luiza disse: “Não é n vezes dois, é estrelinha vezes dois”, mostrando a associação que ela fez dessa representação com a algébrica.

A professora, então, mostrou o *slide* seguinte, apresentado na figura 52, e explicou a respeito das sobras de ícones. Os estudantes pareceram compreender, dizendo: “Ah, é verdade! Só não pode ser 28, senão já daria mais uma estrela”. Porém, Abner disse: “Pode ser 29, professora? Pode ser 12093? E cento e duzentos?”.

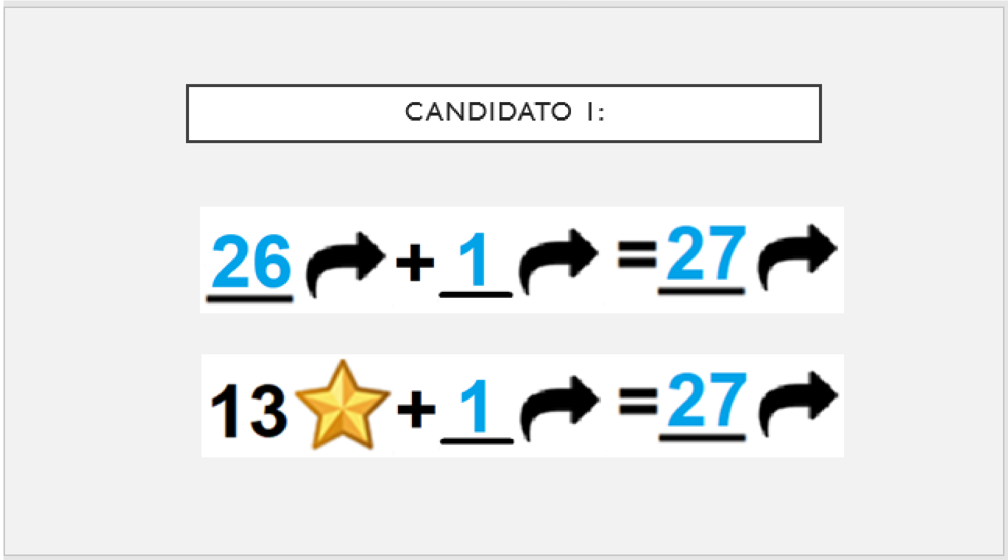
Figura 52 – *Slide* 13 da tarefa 3.2 com outra possibilidade de resposta para a quantidade de compartilhamentos da candidata 1.



Fonte: autora.

Por fim, fez-se necessário um esclarecimento da representação mostrada nas suposições do candidato 3, em que o mesmo ícone aparece de dois lados diferentes do sinal de igualdade. No caso de haver 27 compartilhamentos, seria preciso indicar que essa quantidade era equivalente a 13 estrelas, mas que haveria a sobra de um compartilhamento, como mostra a figura 53.

Figura 53 – *Slide* 14 da tarefa 3.2 com a representação das sobras dos ícones das igualdades.

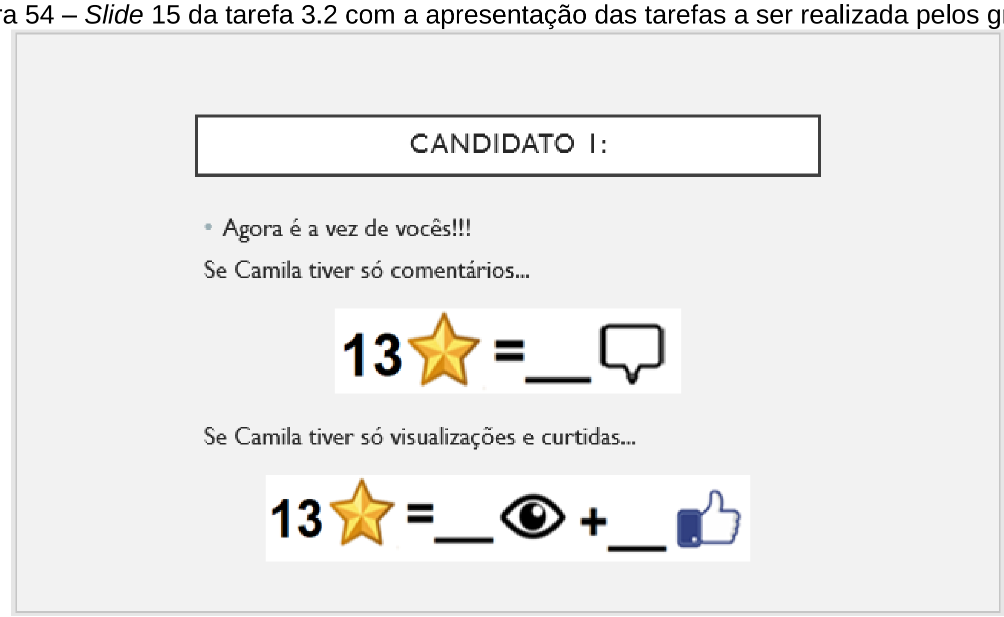


Fonte: autora.

Essa representação causou muita estranheza, foi necessária uma explicação mais detalhada para os estudantes mudarem a expressão de dúvida para tranquilidade.

O *slide* seguinte apresentou a tarefa que deveria ser realizada pelos grupos naquele momento. O texto foi modificado com relação ao do segundo ciclo de modo a enfatizar que se tratavam de duas suposições diferentes, mas sem utilizar essa palavra, como mostra a figura 54.

Figura 54 – *Slide* 15 da tarefa 3.2 com a apresentação das tarefas a ser realizada pelos grupos.



Fonte: autora.

Nesse momento, a professora explicou que o grupo que acertasse alguma quantidade de ícones de qualquer candidato receberia um prêmio, com o limite máximo de um prêmio por grupo. Essa forma de premiação foi uma modificação necessária no *redesign*, uma vez que no segundo ciclo só receberia prêmio quem acertasse todas as quantidades e nenhum grupo ganhou. Foram levadas para a sala 6 caixas de chocolate de um tipo mais simples, diferente da caixa dada como prêmio na tarefa anterior.

Ao saber que seriam premiados os estudantes ficaram muito felizes e reagiram com gritos e saltos. Ricardo disse: “Professora, por que você não fez essa tarefa no ano passado?”. Wellington, porém, mesmo estando feliz com a novidade disse o seguinte: “Não vale, o grupo do fulano vai ganhar!”, referindo-se a um colega que costuma tirar boas notas em Matemática. Porém, ao dizer isso Wellington não havia se atentado para o fato de que mais de um grupo poderia ganhar e que não bastava acertar os cálculos, era preciso ter sorte para que pelo menos um dos ícones estivesse com a quantidade igual à escolhida pelo grupo, já que havia mais de uma possibilidade de resposta.

Antes de se posicionarem em grupos, os estudantes foram orientados quanto aos materiais que receberiam, que eram os mesmos da tarefa 2.2: um par de quadros de equivalência (fotografia 4), um quadro de igualdade (fotografia 5), folhas para registro das suposições (figuras 55, 56 e 57) e um pacotinho com 28 visualizações, 24 curtidas, 20 comentários, 16 compartilhamentos, 10 estrelas e 5 corações, como na tarefa 2.2 (fotografia 6).

A folha de registro sofreu alteração no *redesign,* de modo que as suposições de cada candidato foram dispostas em folhas separadas, a fim de amenizar o descompasso que houve no ritmo dos grupos do segundo ciclo. Nesse primeiro momento os grupos receberam apenas a ficha de registro das suposições da candidata 1 e as demais foram entregues somente quando todos finalizaram seu registro. Além disso, foram inseridas mais duas suposições livres para os candidatos 1 e 2, em que os estudantes podiam desenhar os ícones que desejassem.

Figura 55 – Folha de registro da candidata 1 entregue para cada grupo na tarefa 3.2.

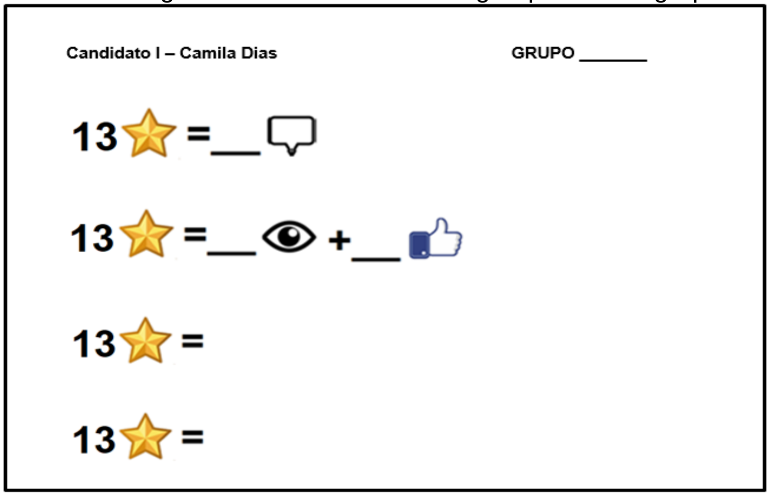


Figura 56 – Folha de registro do candidato 2 entregue para cada grupo na tarefa 3.2.

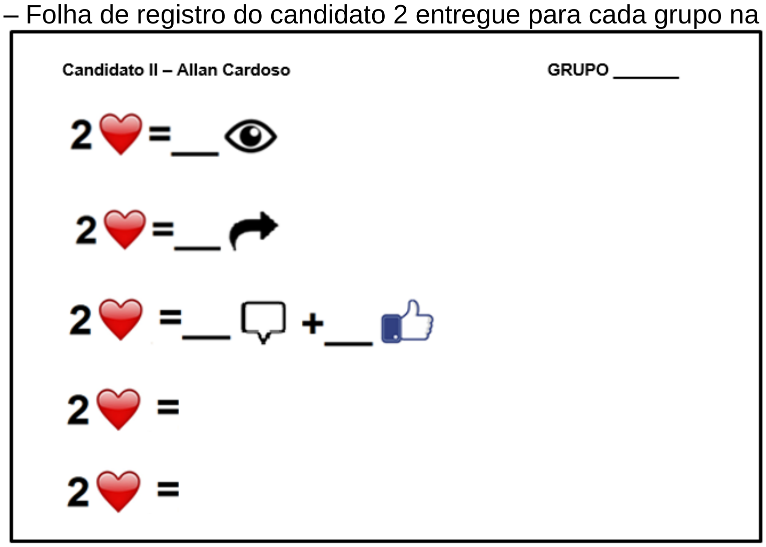
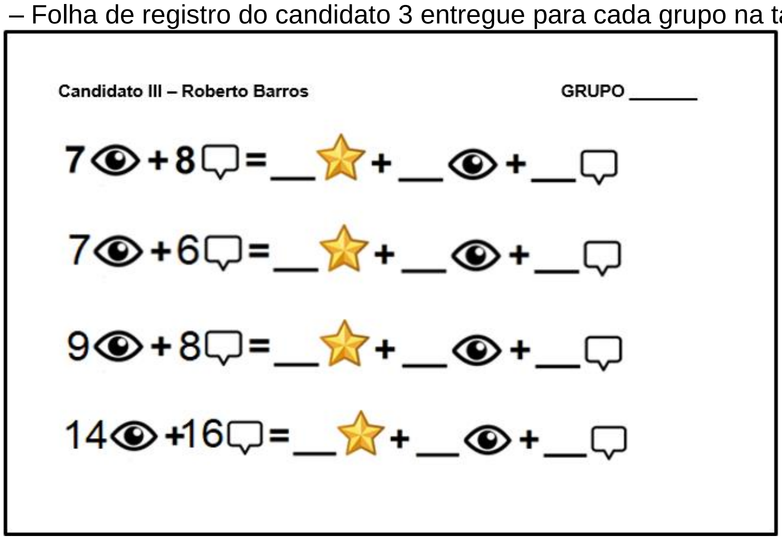


Figura 57 – Folha de registro do candidato 3 entregue para cada grupo na tarefa 3.2.



Fonte: autora.

Após as explicações, os estudantes levaram 5 minutos para se organizarem nos mesmos grupos da tarefa anterior e para receberem os materiais. As suposições dos ícones da candidata 1 durou 20 minutos, mas alguns grupos finalizaram antes e ficaram aguardando as próximas orientações da professora.

Como foi mencionado, a quantidade de estrelas da primeira candidata foi alterada para 13 no *redesign*, mas só foram entregues 10 nos pacotes, o que dificultou a utilização do material manipulável por parte dos estudantes. Por vezes, ao utilizar o material para dar explicações, a professora precisou improvisar com outros ícones. Alguns grupos, entretanto, improvisaram desenhando estrelas no papel, como mostra a fotografia 22.

Fotografia 22 – Improviso do grupo 3 com a falta de ícones de estrela.

Fonte: autora.

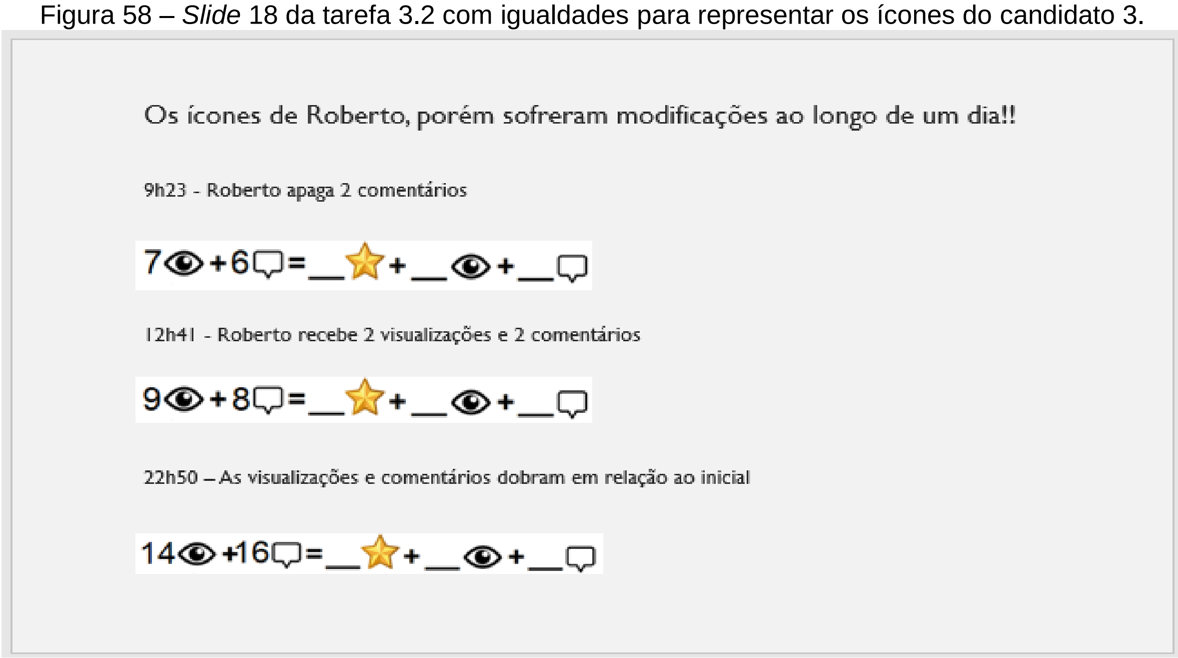
Para as suposições do candidato 2 os grupos levaram em média 15 minutos. Um fator relevante é que quase nenhum grupo percebeu que ao apresentar dois corações o candidato poderia ter de 10 a 14 estrelas, a maioria das suposições foram com base apenas em 10.

Vale ressaltar que a explicação da professora com relação às suposições livres foi confusa, pois ela disse o seguinte: “Aqui vocês podem criar o que vocês quiserem”, o que gerou dificuldades de compreensão e, consequentemente, de execução. Faltou dizer que a escolha poderia ser de outros ícones, desde que nas quantidades equivalentes. O grupo 6 interpretou de maneira literal a fala da professora e não se preocupou em colocar quantidades equivalentes ao que estava escrito do lado esquerdo da igualdade.

Para as suposições do candidato 3 os grupos levaram novamente 15 minutos, porém em 4 minutos um grupo já havia acabado. Os grupos que terminaram as suposições antes dos demais ficavam bastante agitados e muitos estudantes levantavam do lugar, principalmente enquanto a professora tirava as dúvidas pontuais nos grupos. Chegou um momento em que muitos estudantes estavam pedindo para ir ao banheiro ao mesmo tempo, comprovando que a tarefa não os deixou atentos por muito tempo.

Um fator relevante com relação à proposta do candidato 3 é que sua quantidade de ícones foi alterada ao longo do dia. Para apresentar essa ideia aos estudantes foi utilizado o *slide* mostrado na figura 58, com algumas informações diferentes das que estavam na folha de registro que os grupos receberam, o que os deixou confusos. Muitos perguntaram à professora quais ícones deveriam dobrar, imaginando que isso devesse ocorrer do outro lado da igualdade.

Figura 58 – *Slide* 18 da tarefa 3.2 com igualdades para representar os ícones do candidato 3.



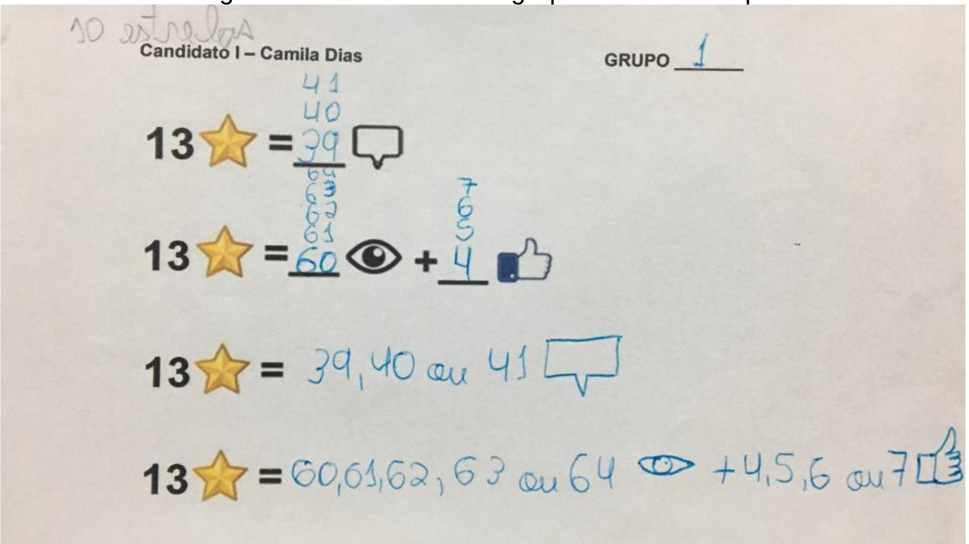
Fonte: autora.

Ao término da tarefa, um estudante ressaltou a importância de escrever os resultados à caneta, uma vez que os resultados seriam divulgados e a conferência seria feita pelos próprios grupos, podendo haver alteração nos dados.

A conferência e entrega dos prêmios durou 10 minutos. Foram reveladas as quantidades de ícones de cada candidato nos *slides*, mas com uma representação diferente da que estava na folha de registro dos estudantes, o que dificultou a conferência.

Ao apresentar os ícones da candidata 1 dois estudantes que costumam apresentar um bom desempenho em Matemática ficaram inconformados por não terem escrito nenhuma quantidade igual. Os dois alegaram ter acertado e por isso mereciam o prêmio. A professora ressaltou mais uma vez que, para receber o prêmio, não importava quem havia feito as suposições de maneira correta, mas sim quem havia escrito o mesmo número que estava no *slide*. De fato, ter que contar com a sorte não é natural para os estudantes que costumam ter bom desempenho em Matemática. Curiosamente os dois escreveram mais de uma resposta, o que indica que compreenderam a natureza da questão e que procuraram acertar com várias tentativas, como mostra a fotografia 23.

Fotografia 23 – Folha de registro da candidata 1 do grupo 1 com várias possibilidades de resposta.



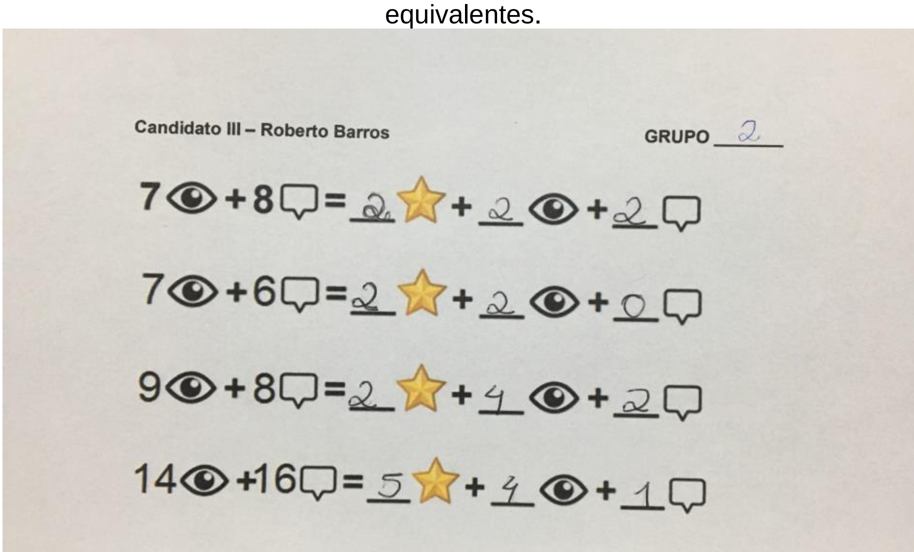
Fonte: autora.

Na apresentação do candidato 2 o grupo 5 ganhou o prêmio, pois escreveram que 2 corações eram equivalentes a 10 estrelas. Todos os demais grupos fizeram estimativas corretas, mas não escreveram nenhuma quantidade igual ao *slide*, portanto não ganharam o prêmio. Um grupo registrou que 2 corações eram equivalentes a 11 estrelas, mas ameaçaram mudar para 10 apenas para ganharem o prêmio. Um estudante, ao ver que quase ninguém estava conseguindo acertar, disse frustrado: “A gente se esforçou professora!”.

A intenção da pesquisadora na escolha desse critério era de valorizar a criatividade das respostas e oportunizar a vitória para algum estudante que tenha feito um raciocínio fora do óbvio. Entretanto, por ter gerado frustrações, seria um fator provavelmente modificado caso houvesse outro *redesign*.

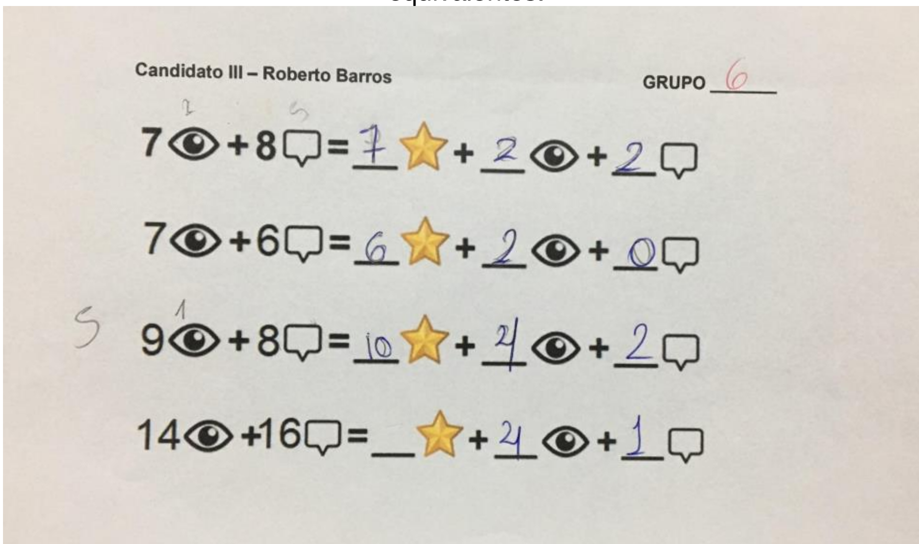
Para o candidato 3 só havia uma resposta possível na quantidade de estrelas, portanto, todos os grupos deveriam acertar e, consequentemente, receber o prêmio. Porém, dois grupos não ganharam o prêmio, o grupo 2 e o grupo 6, pois escreveram quantidades de estrelas não equivalentes, como mostram as fotografias 24 e 25.

Fotografia 24 – Folha de registro do candidato 3 do grupo 2 com quantidades de estrelas não equivalentes.



Fonte: autora.

Fotografia 25 – Folha de registro do candidato 3 do grupo 6 com quantidades de estrelas não equivalentes.



Fonte: autora.

9.2.3. Tarefa 3.3: Doações no Facetopbook

A terceira tarefa desse ciclo foi realizada no dia 12 de novembro de 2018, novamente em uma aula dupla que tinha um total de 100 minutos. Os primeiros 10 minutos foram utilizados para organizar os materiais de coleta de dados, *datashow* para projeção dos *slides* e controle da sala. A pesquisadora decidiu alterar os *slides* em relação à tarefa 2.3, a fim de amenizar os problemas encontrados no segundo ciclo.

Foram utilizados apenas 5 minutos para esclarecer a situação proposta na tarefa, em que a empresa *Facetopbook* doaria R$ 1,20 a instituições de caridade a cada visualização recebida pelos usuários. A reação imediata dos estudantes foi de dúvida, pois disseram não fazer ideia de como calcular o valor dos demais ícones, com exceção de um estudante, reconhecido por obter bons resultados em Matemática, que disse ser fácil.

Os 5 minutos seguintes foram destinados à organização dos grupos, que se mantiveram os mesmos em relação às tarefas anteriores, e para a explicação e entrega dos materiais necessários para a realização da tarefa. Os materiais entregues foram os mesmos da tarefa 2.3: um par de quadros de equivalências (fotografia 4), um quadro de igualdade (fotografia 5), folhas para registro, um pacotinho com todos os ícones recebidos pelos respectivos grupos na tarefa 3.1 (fotografia 26) e um pacotinho com dinheiro de papel, nas seguintes quantidades: dez moedas de 10 centavos, duas moedas de 50 centavos, cinco moedas de 1 real, duas notas de 2 reais, duas notas de 5 reais, duas notas de 10 reais, duas notas de 20 reais, três notas de 50 reais e três notas de 100 reais, como na tarefa 2.3 (fotografia 7).

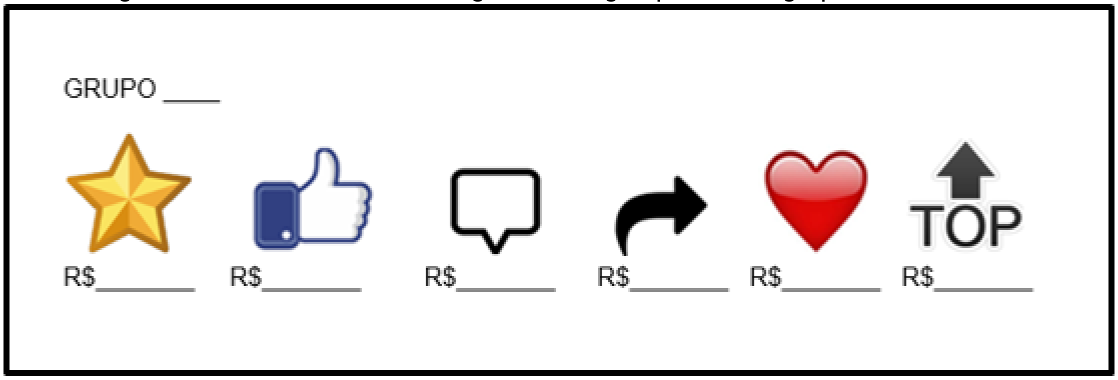
Fotografia 26 – Pacotes recebidos pelos grupos com os ícones adquiridos na tarefa 3.1.

Fonte: autora.

Uma das mudanças realizadas pela pesquisadora no *redesign* foi na folha de registro, que foi dividida em folhas menores, assim como na tarefa 3.2. No segundo ciclo foi verificado que ao ser entregue uma única folha com todas as informações os estudantes ficam ansiosos para preenchê-la e o ritmo dos grupos fica descompassado, portanto, as folhas foram entregues separadamente no decorrer da tarefa conforme orientação da professora,.

Inicialmente foi entregue apenas a folha indicada na figura 59, em que os estudantes precisaram registrar o valor de cada um dos ícones, sabendo que uma visualização valia R$ 1,20.

Figura 59 – Primeira folha de registro entregue para cada grupo na tarefa 3.3.



Fonte: autora.

Os grupos levaram em média 20 minutos para realizar os cálculos dos valores unitários de cada ícone. Após esses minutos de cálculo, a professora divulgou os resultados no *slide* e a reação da maioria foi de felicidade por ter acertado.

Em seguida foi feita a nova proposta do *Facetopbook*, que agora passaria a doar R$ 360,00 a cada *top*, e foi proposto novamente que os grupos encontrassem os valores dos demais ícones. Para isso, foi entregue a segunda folha de registro (figura 60), que foi alterada pela pesquisadora no *redesign,* uma vez que foi verificado um erro no segundo ciclo, em que faltou o ícone de visualização para preenchimento. A modificação realizada foi a substituição do ícone de *top* pelo de visualização.

Figura 60 – Segunda folha de registro entregue para cada grupo na tarefa 3.3.

Fonte: autora.

Ao verem o novo valor atribuído ao *top*, alguns estudantes associaram a 360º, dizendo que fariam cálculos pensando em ângulos, talvez por terem visto esse conteúdo recentemente nas aulas de Matemática. Um estudante que costuma apresentar um bom desempenho em Matemática observou que o valor novo era 4 vezes o valor anterior, já que o *top* passou de R$ 90,00 para R$ 360,00.

Para evitar confusão entre as duas tarefas, a professora entregou a segunda folha de registro e, logo em seguida, recolheu a primeira.

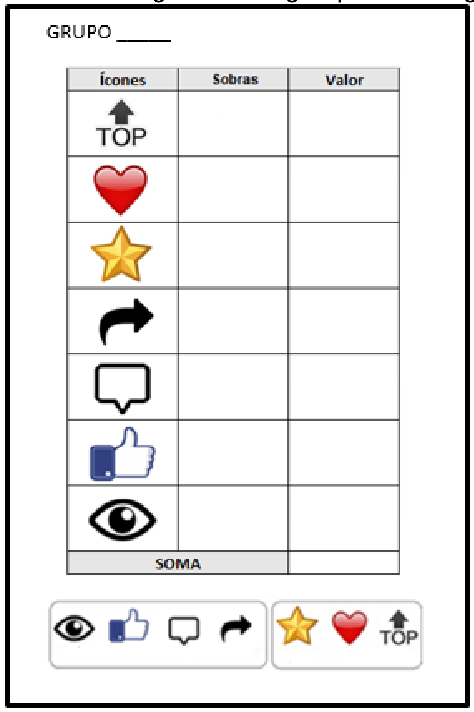
Os grupos levaram em média 15 minutos para calcular os valores dos ícones na nova proposta. Alguns terminaram mais rápido e ficaram conversando ou organizando os materiais manipuláveis esperando o tempo passar para realizarem a conferência. Ao organizarem os materiais, perceberam que havia muitos ícones e dinheiro de papel caídos no chão. Após esses 15 minutos a conferência foi realizada e todos os grupos demonstraram estar felizes por terem acertado os valores.

Uma nova proposta foi feita logo em seguida, diferente da realizada na tarefa 2.3, pois foi verificada uma desmotivação e falta de propósito no cálculo do valor total arrecadado pelos grupos no segundo ciclo, além de ser necessário um melhor direcionamento com relação ao cálculo desses valores considerando as sobras dos ícones. Assim, no *redesign* a pesquisadora decidiu propor a seguinte pergunta aos grupos: “Uma pessoa arrecadou R$ 708,00. Quantos e quais são os ícones dessa pessoa?”.

Para responder a essa pergunta os estudantes deveriam levar em conta apenas os valores dos ícones em reais que tinham acabado de calcular, considerando o valor do *top* igual a R$ 360,00. Além disso, no *redesign* foi inserida uma premiação como tentativa de gerar maior motivação nos estudantes. Os grupos que acertassem as quantidades de ícones da pessoa em questão receberiam um pacote de doces.

A orientação dada para o cálculo da quantidade de ícones foi que utilizassem a tabela da figura 61, a ser preenchida da seguinte forma: na primeira coluna deveriam ser escritas apenas as quantidades de sobras de cada um dos ícones e, na segunda, os valores arrecadados com cada uma dessas sobras, com exceção da primeira linha, que deveria conter o valor total arrecadado pelos *tops*. Essa tabela foi entregue aos grupos como a terceira folha de registro. Na parte inferior da folha, havia um espaço para os grupos escreverem a quantidade total de cada um dos ícones.

Figura 61 – Terceira folha de registro entregue para cada grupo na tarefa 3.3.



GRUPO _____

Ícones	Sobras	Valor
TOP		
SOMA		

Fonte: autora.

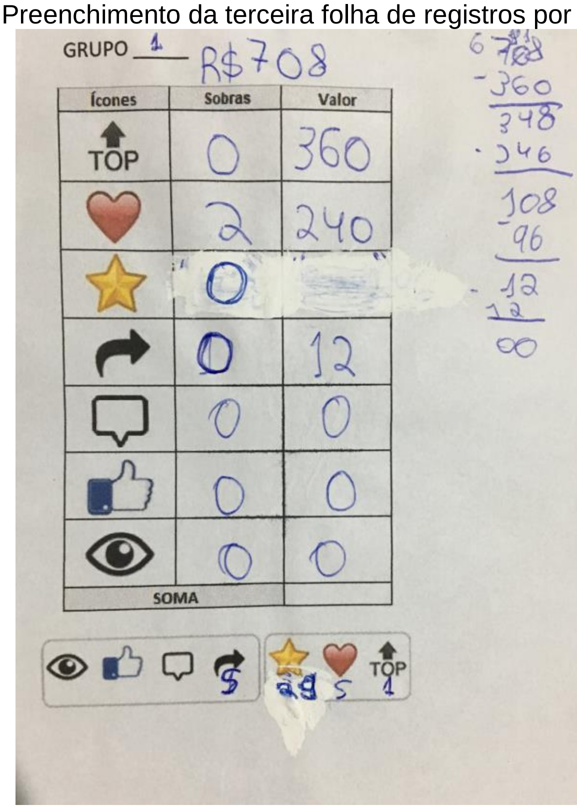
Para melhor compreensão da proposta, além da tabela, a pesquisadora resolveu dar o seguinte exemplo: “Se uma pessoa tiver arrecadado R$ 400,00 reais, quantos *tops* ela tem?”. Os estudantes concordaram que a pessoa tinha apenas um, já que ele valia R$ 360,00 e, assim, sobrariam R$ 40,00 para os demais ícones. Como um coração vale R$ 120,00, não é possível essa pessoa ter mais um coração, o que não significa que ela não recebeu nenhum, mas que ela recebeu apenas 3 e não teve sobras.

Ao propor, neste ciclo, a nova pergunta, uma tabela auxiliar e um exemplo prático, a pesquisadora supôs que os estudantes perceberiam a maneira correta de calcular o valor arrecadado e, em seguida, fizessem esse cálculo em relação aos ícones recebidos por eles na primeira tarefa, o que os estudantes do segundo ciclo não conseguiram realizar de maneira correta.

Entretanto, após o exemplo e a explicação do preenchimento da tabela os estudantes ficaram nervosos com a possibilidade de não ganharem o prêmio dizendo ser muito difícil. É razoável pensar que a desmotivação apareceu por outro motivo: o alto nível de complexidade da tarefa a ser executada.

A tabela e o exemplo pareceram muito abstratos aos estudantes, de modo que até mesmo os que tomaram a frente dos cálculos nas demais tarefas disseram não saber nem mesmo por onde começar. A palavra “sobras” na segunda coluna gerou muita confusão, até mesmo por parte da professora durante a condução da tarefa, uma vez que ela orientou que na primeira linha fosse escrita a quantidade de *tops* para ficar visível o valor arrecadado com essa quantidade. O único grupo que preencheu corretamente a primeira linha foi o grupo 1, pois colocaram que não havia nenhuma sobra do ícone *top,* como mostra a fotografia 27.

Fotografia 27 – Preenchimento da terceira folha de registros por parte do grupo 1.



Fonte: autora.

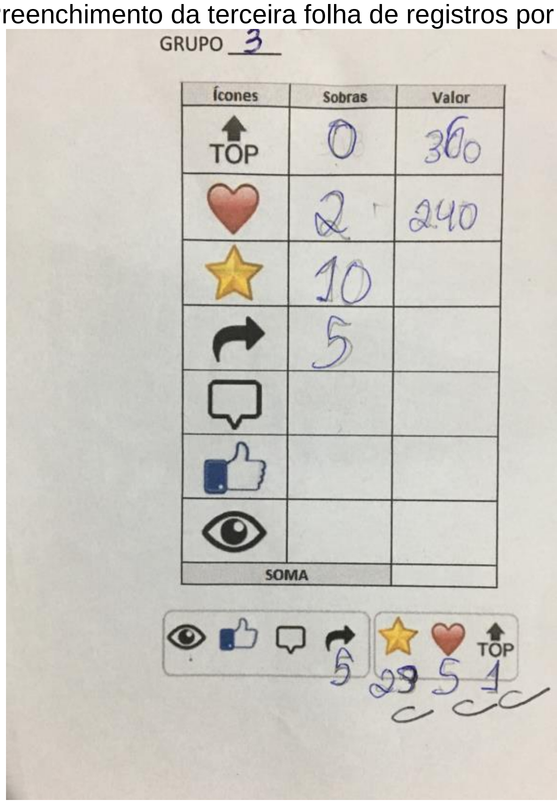
A maioria dos grupos levou os 30 minutos finais da aula para o cálculo e preenchimento da terceira folha de registro, mas alguns não conseguiram finalizar. Em geral eles apresentaram insegurança e sentiram a necessidade de recorrer à professora em vários momentos, que interveio bastante com explicações em todos os grupos. Um ponto negativo dessas intervenções foi que muitos estudantes, enquanto aguardavam ser atendidos, conversavam de assuntos aleatórios ou saíam do lugar.

No final da aula, a professora resolveu premiar os grupos que acertaram apenas a quantidade de *tops*, corações e estrelas, visto que as quantidades dos demais ícones poderiam variar muito e a probabilidade de um grupo acertar a quantidade de todos os ícones era muito pequena.

Foram necessários 5 minutos para a conferência, entrega dos prêmios e recolhimento dos materiais. Apenas três grupos receberam o prêmio: grupo 3, 5 e 8. Apenas o grupo 8 percebeu que havia ganhado o prêmio, os grupos 3 e 5 precisaram de uma conferência da professora para saberem que haviam acertado.

Entretanto, na hora de conferir, a professora considerou apenas as quantidades totais escritas pelo grupo abaixo da tabela. Dessa forma, verificou-se que o grupo 3 acertou as quantidades totais, mas não preencheu a tabela corretamente, como pode ser observado na fotografia 28.

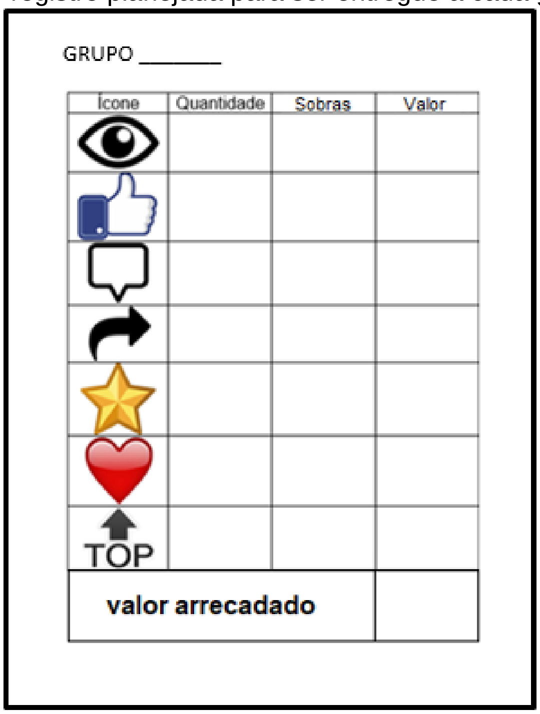
Fotografia 28 – Preenchimento da terceira folha de registros por parte do grupo 3.



Fonte: autora.

A tarefa foi finalizada por uma limitação de horário, porém, a pesquisadora planejou no *redesign* o preenchimento de uma quarta folha de registro, que pode ser observada na figura 62. A intenção é que fosse calculado o valor arrecadado pelo grupo a partir dos ícones que obtiveram na primeira tarefa, assim como foi proposto na tarefa 2.3. Porém, seria proposto que os estudantes calculassem apenas uma vez, tomando como base os valores dos ícones calculados na segunda proposta, em que o *top* valia R$ 360,00. Além disso, o cálculo seria feito com o auxílio de uma tabela semelhante à preenchida na terceira folha de registro.

Figura 62 – Quarta folha de registro planejada para ser entregue a cada grupo ao final da tarefa 3.3.



GRUPO _______

Ícone	Quantidade	Sobras	Valor
TOP			
valor arrecadado			

Fonte: autora.

Com as modificações, a pesquisadora supôs que os estudantes não cometeriam o mesmo erro dos grupos do segundo ciclo e que ficassem mais motivados. Além de serem premiados, eles poderiam conferir o valor arrecadado através do *slide* mostrado na figura 63.

Figura 63 – *Slide* 17 da tarefa 3.3 que não foi mostrado por falta de tempo.

Fonte: autora.

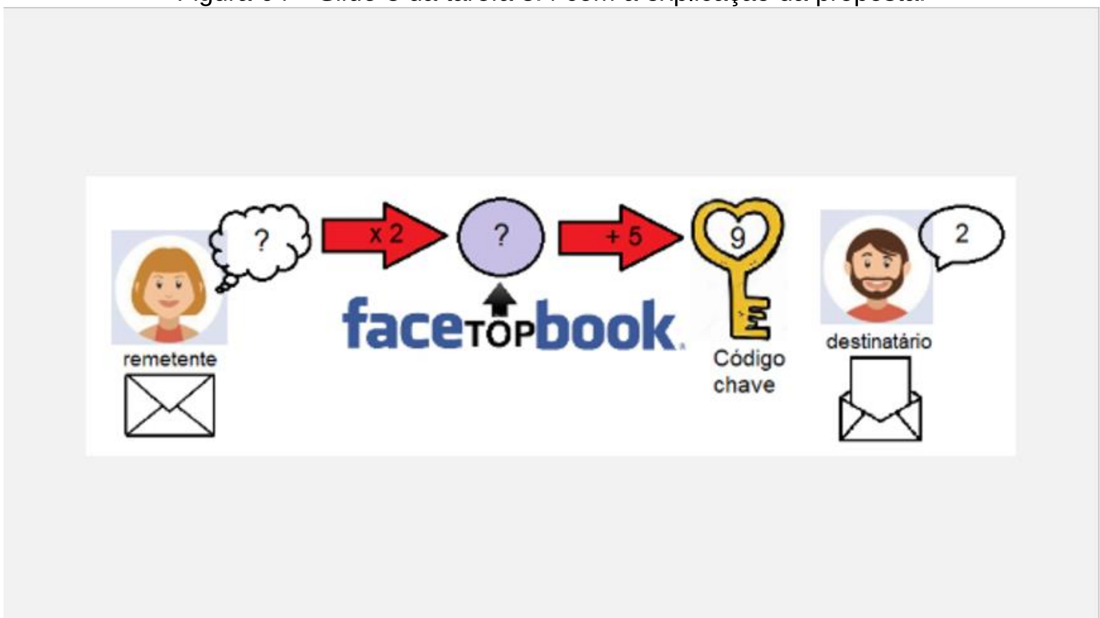
Porém, como houve bastante dificuldade no preenchimento da tabela proposta na terceira folha de registro, a pesquisadora considerou inviável o preenchimento da quarta folha, uma vez que houve indícios de que essa proposta estava muito complexa para os estudantes. A tarefa 3.3 foi, portanto, encerrada no ponto em que os estudantes chegaram.

9.2.4. Tarefa 3.4: Mensagem secreta no Facetopbook

A quarta e última tarefa foi aplicada no dia 26 de novembro de 2018, novamente em uma aula dupla com um total de 100 minutos. A tarefa 3.4 foi inspirada na tarefa 2.4, que tinha o objetivo de calcular valores desconhecidos através de operações inversas. A dinâmica de deslocamento dos estudantes entre carteiras da sala com indicações de cálculos feitos de cartolina foi mantida, já a proposta de competição foi alterada, pois a pesquisadora verificou no segundo ciclo um desfavorecimento dos estudantes com um histórico de dificuldades em relação aos demais estudantes da sala. Outra alteração foi a atribuição de um contexto de redes sociais, de modo a dar continuidade às três tarefas anteriores.

Na nova proposta, o *Facetopbook* implementou uma funcionalidade de enviar mensagens secretas protegidas por senha a qualquer usuário. O destinatário, entretanto, não recebia a senha para desbloqueio, mas um número nomeado “código chave” e, a partir dele, deveria descobrir a senha. Para descobrir a senha ele recebia a seguinte informação: o remetente criou uma senha e o *Facetopbook* gerou o código chave multiplicando essa senha por dois e somando 5 unidades. Dessa forma, o destinatário precisaria realizar um cálculo para descobrir a senha e abrir a mensagem recebida, como ilustra a figura 64.

Figura 64 – *Slide* 3 da tarefa 3.4 com a explicação da proposta.

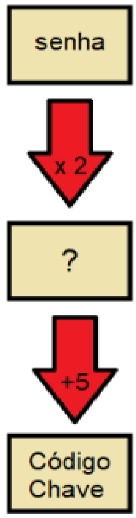


Fonte: autora.

Ao apresentar a proposta, a professora levou os estudantes a refletirem a respeito dos cálculos que eles fariam para encontrar a senha, sem dar nenhum direcionamento específico. Uma estudante da sala nesse momento disse o seguinte: “É só subtrair o número por 5 e dividir por 2”, ou seja, ela percebeu de maneira imediata que deveria ser feito o cálculo inverso ao que estava sendo indicado nas setas.

Em seguida, foi proposto que os grupos enviassem mensagens uns aos outros, criassem uma senha de no máximo três dígitos e calculassem o código chave. Para descobrir a senha do remetente, cada grupo faria um percurso no centro da sala em que só poderiam mover-se para a carteira da frente após finalizarem o cálculo proposto naquele momento, como ilustra a figura 65.

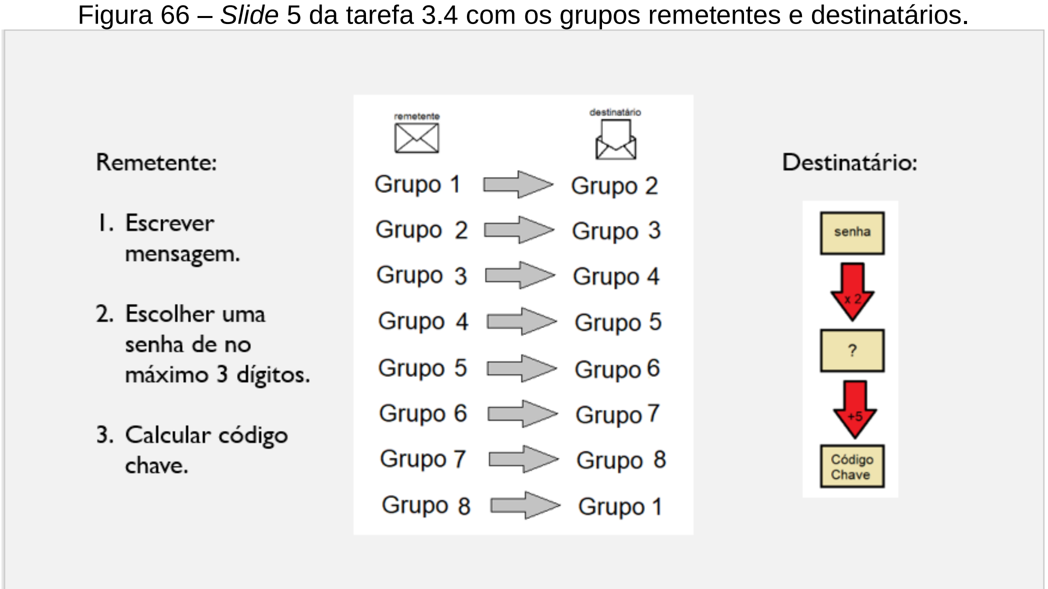
Figura 65 – Ilustração da disposição das mesas para o cálculo da senha criada pelos grupos na tarefa 3.4.



Fonte: autora.

A escolha dos destinatários foi feita pela pesquisadora, de modo que os grupos escreveram uma mensagem ao grupo de numeração imediatamente posterior, com exceção do grupo 8, que escreveu uma mensagem para o grupo 1, como mostra a figura 66. Ao saberem disso os estudantes ficaram desanimados, pois gostariam de poder escolher a quem endereçar a mensagem. Ricardo ficou animado ao saber que poderia escrever o que quisesse, mas se desanimou quando a professora disse que recolheria as folhas e leria todas as mensagens após o término da tarefa.

Figura 66 – *Slide* 5 da tarefa 3.4 com os grupos remetentes e destinatários.



Fonte: autora.

A professora levou seis minutos para explicar a proposta da tarefa e mais dez minutos para organizar a sala e entregar as folhas de registro aos grupos. Cada grupo recebeu três folhas: uma para escrever a mensagem (figura 67), uma para registrar a senha escolhida e realizar o cálculo do código chave (figura 68) e outra para registrar o código gerado (figura 69).

Figura 67 – Folha entregue na tarefa 3.4 para criação da mensagem.

MENSAGEM DO **GRUPO** ____ PARA O **GRUPO** ____

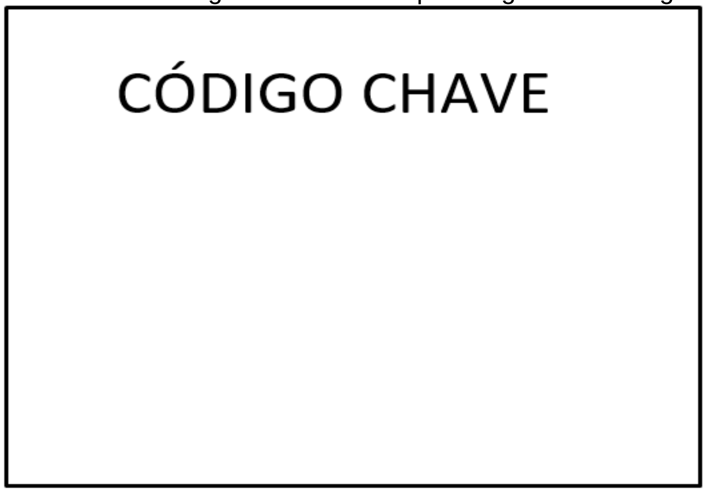
Fonte: autora.

Figura 68 – Folha entregue na tarefa 3.4 para registro da senha e cálculo do código chave.

SENHA	CÁLCULO DO CÓDIGO CHAVE: SENHA X 2 + 5

Fonte: autora.

Figura 69 – Folha entregue na tarefa 3.4 para registro do código chave.

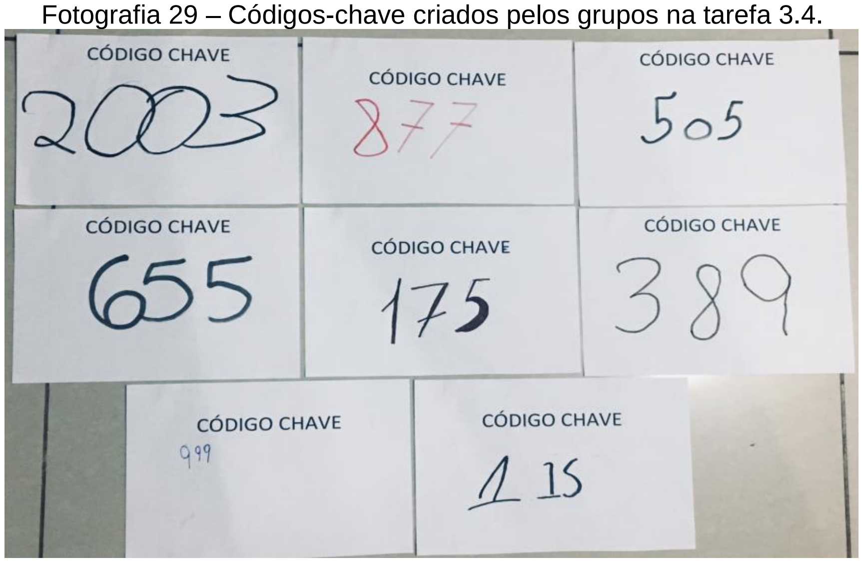


Fonte: autora.

A sala ficou organizada com as mesas ao redor da sala e algumas ao centro, para o cálculo das senhas. Os estudantes de um mesmo grupo sentaram-se lado a lado e os grupos posicionaram-se em sequência. Essa organização foi demorada e causou estranhamento nos estudantes, pois não estavam acostumados a posicionarem-se dessa maneira. Foram necessárias diversas intervenções da professora para que os grupos não ficassem aglomerados em um único lugar.

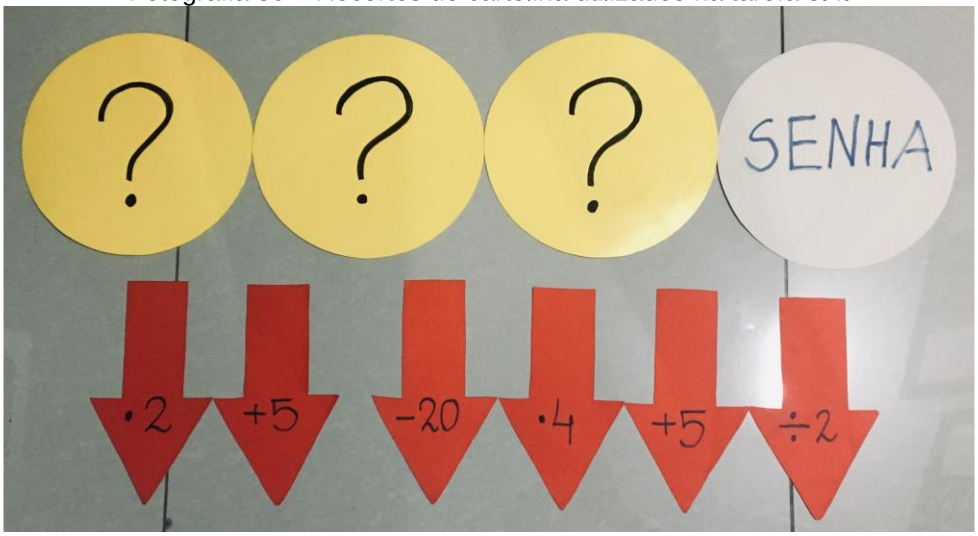
Uma vez organizados, os grupos criaram suas mensagens, senhas e calcularam os códigos (fotografia 29) enquanto a professora fixou os recortes de cartazes (fotografia 30) com fita adesiva nas mesas do centro com a ajuda de seu auxiliar.

Fotografia 29 – Códigos-chave criados pelos grupos na tarefa 3.4.



Fonte: autora.

Fotografia 30 – Recortes de cartolina utilizados na tarefa 3.4.



Fonte: autora.

Na primeira carteira da fileira ao centro foi colocado o código-chave e, na última, uma pessoa do grupo remetente posicionou-se com a senha em mãos, aguardando o grupo destinatário realizar os cálculos, como mostra a fotografia 31. No término do percurso, a pessoa do grupo remetente fez a conferência do resultado e entregou a mensagem no caso da senha estar correta. Nos casos em que a senha estava incorreta, foi dada a oportunidade de o grupo refazer os cálculos até acertar. A professora acompanhou o percurso de todos os grupos, intervindo quando necessário.

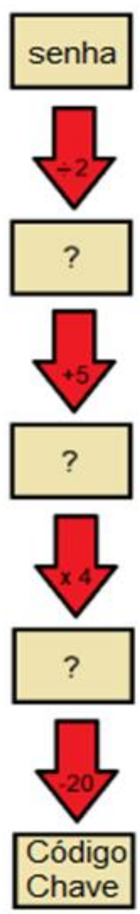
Fotografia 31 – Disposição das mesas e estudantes para o cálculo da senha criada pelos grupos na tarefa 3.4.

Fonte: autora.

No total, os grupos levaram 20 minutos para receberem as mensagens, de modo que cada um demorou, em média, três minutos para completar o percurso. Um ponto negativo dessa abordagem em relação à tarefa 2.4 foi a falta de envolvimento da sala, uma vez que enquanto um grupo realizava os cálculos ao centro, os outros, desocupados, conversavam e levantavam do lugar.

Para dar continuidade e aumentar o nível de complexidade da tarefa, a professora enviou uma mensagem aos grupos e, para receberem, seria necessário realizar um cálculo mais elaborado. O *Facetopbook* agora dividiria o valor da senha por 2, somaria 5 ao resultado, multiplicaria por 4 e subtrairia 20. Para representar esse cálculo foram utilizadas mais duas carteiras e novas flechas de cartolina, como ilustra a figura 70.

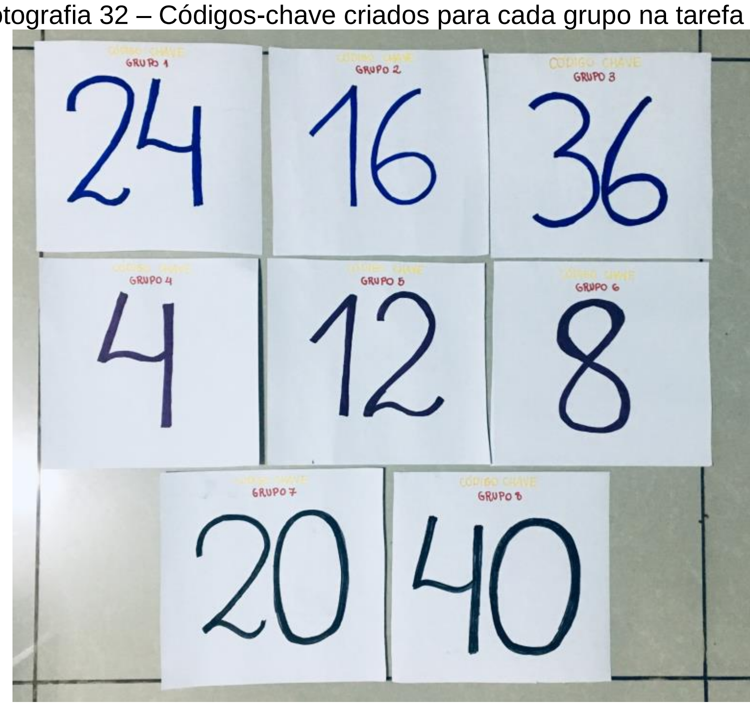
Figura 70 – Ilustração da disposição das mesas para o cálculo da senha criada pela professora na tarefa 3.4.



Fonte: autora.

Foram criadas senhas diferentes para cada grupo, como mostra a fotografia 32 e, consequentemente, diferentes códigos-chave foram gerados. Enquanto o primeiro grupo estava ao centro, alguns estudantes tentaram encontrar o resultado em paralelo, imaginando que pudessem pular etapas quando fosse a vez deles. Porém, ao descobrirem que havia senhas diferentes, ficaram desanimados, pois perceberam que o cálculo deveria ser feito apenas no momento que fossem chamados. Essa expectativa de que os valores fossem iguais foi positiva, pois os estudantes se concentraram na tarefa.

Fotografia 32 – Códigos-chave criados para cada grupo na tarefa 3.4.



Fonte: autora.

A professora levou 7 minutos para explicar a nova proposta e organizar a sala. Enquanto os grupos percorriam as mesas, ela se posicionou ao final do percurso para realizar a conferência, como mostra a fotografia 33. Nos casos em que os grupos apresentaram valores errados, ela retornou ao início com eles e ajudou-lhes a perceber o erro cometido. Vale ressaltar que foi permitido o uso de uma folha de rascunho para a realização dos cálculos.

Fotografia 33 – Disposição das mesas e estudantes para o cálculo da senha criada pela professora na tarefa 3.4.

Fonte: autora.

Os grupos levaram 17 minutos no total para realizarem os cálculos e receberem a mensagem especial da professora, que consistia em um agradecimento pela participação de todos nas tarefas do *Facetopbook*, como mostra a figura 71.

Figura 71 – Mensagem da professora para ser entregue aos grupos na tarefa 3.4.

Querido grupo _____, gostaria de agradecer a sua excepcional participação nas atividades do *Facetopbook*. Como forma de agradecimento, cada um de vocês receberá 1,0 ponto, que comporá a média dentro das atividades avaliativas realizadas na etapa.

Parabéns!!

Com carinho, professora Carolina.

Fonte: autora.

Todos ficaram muito felizes com as mensagens, entregaram as folhas de registro e organizaram a sala em fileiras novamente. Algumas folhas foram recolhidas ao longo da tarefa, o que dificultou a organização final, pois notou-se a falta de folhas de alguns grupos. As folhas de cálculo e registro do código-chave não tinham indicação da numeração do grupo, o que dificultou ainda mais o recolhimento dos materiais.

10. Análise

A análise de dados foi norteada pelas hipóteses previamente estabelecidas. O desenvolvimento das hipóteses, como prevê a metodologia do *Design Experiments*, foi um processo cíclico de formulação e reformulação, com base no amadurecimento do referencial teórico explorado nos tópicos anteriores. Após diversas leituras de aprofundamento do referencial chegou-se à versão final formada por cinco hipóteses, já descritas no capítulo anterior.

A escrita deste capítulo foi feita a partir de uma análise minuciosa dos dados coletados no terceiro ciclo de testes. Para isso, foram vistas e ouvidas as gravações em áudio e vídeo realizadas com o auxílio de um assistente de sala. Foi feita uma descrição inicial dos dados com foco no subgrupo de análise e, após o aprofundamento do referencial teórico, a descrição foi lida, relida e categorizada com base nas hipóteses. Este capítulo é resultado desta categorização.

Os subtópicos que seguem representam a análise qualitativa dos dados à luz de cada uma das hipóteses e do referencial teórico. A estrutura da análise foi feita por tarefa ou, nos casos da segunda e terceira hipóteses, por estudante do subgrupo de análise.

10.1 Primeira hipótese: o tema de redes sociais

A primeira hipótese analisada é: "*O tema de redes sociais facilita a compreensão das estruturas matemáticas envolvidas por ser próximo à realidade dos estudantes*".

Na primeira tarefa vale ressaltar a aceitação inicial da turma perante o tema proposto evidenciada pela reação de surpresa e euforia dos estudantes no momento de explicação da proposta. Outro fator importante foi a alegria dos estudantes na aula de apresentação dos vídeos (fotografia 11). Todos estavam bastante concentrados e ansiosos para ver o que seus colegas haviam preparado.

O momento de contagem dos ícones por parte dos grupos ocorreu de maneira natural, sem que fosse necessária qualquer intervenção da professora. Ao receberem os materiais, os estudantes rapidamente organizaram os ícones de maneira agrupada, segundo as quantidades presentes nos quadros de equivalência (fotografias 14 e 15).

Esse agrupamento natural indica que houve certa compreensão das estruturas matemáticas, talvez pela proximidade dos estudantes com o tema. Vale ressaltar, entretanto, que apesar da maioria ter apresentado boa aderência ao tema e à proposta, Caio, componente do subgrupo de análise, manifestou desagrado pela tarefa com expressões de menosprezo ao que foi proposto.

Durante a contagem dos ícones alguns estudantes perguntaram novamente à professora o significado de cada ícone, o que leva a inferir que, apesar de terem familiaridade com o tema de redes sociais, a forma como os ícones foram empregados na tarefa pode ter gerado dúvidas, talvez por haver desconexão da proposta com a realidade.

Na segunda tarefa, observou-se algo semelhante no momento de conferência dos ícones dos candidatos. A professora entregou aos estudantes folhas de registro com a representação da equivalência entre os ícones semelhante à linguagem algébrica, mas para a conferência a professora projetou na tela a página inicial do perfil dos candidatos, o que parece ter dificultado a conferência por parte dos estudantes. Isso indica que, mesmo que tenham apresentado familiaridade com o tema e com a página inicial do perfil de uma pessoa em redes sociais, as diferentes disposições dos ícones foram fatores cruciais para a compreensão.

Observou-se, ainda na segunda tarefa, que Taís, uma estudante do subgrupo de análise, realizou a contagem dos ícones da mesma maneira que fez na primeira tarefa, sendo que os ícones recebidos pelos grupos serviam apenas para auxiliar nas suposições dos ícones dos candidatos, não sendo necessário contá-los, como na primeira tarefa. Isso leva a inferir que a contagem natural dos ícones pode estar relacionada não somente com o tema de redes sociais, mas também com a maneira como foi organizada a primeira tarefa.

Na terceira e na quarta tarefas alguns estudantes mostraram-se desanimados e pouco engajados, o que indica que há outros fatores que interferem na motivação, não apenas a escolha do tema. Observou-se que um outro fator também contribuiu para o engajamento: a competição seguida de uma premiação.

10.2 Segunda hipótese: compreensão do significado de equivalência

A segunda hipótese analisada é: "*As tarefas contribuem para a atribuição do significado de equivalência ao sinal de igualdade*". Para Trivilin e Ribeiro (2015), conforme mencionado no segundo capítulo deste trabalho, a compreensão do significado de equivalência é de extrema importância para a apropriação de conceitos algébricos e, consequentemente, para a resolução de equações de primeiro grau.

Trivilin e Ribeiro (2015) afirmam ainda que estudantes têm condições de lidar com aspectos relacionados ao pensamento algébrico antes mesmo de estarem aptos a utilizar uma linguagem simbólica algébrica formal. Destacam-se, a seguir, para cada um dos sujeitos do subgrupo de análise, situações ocorridas ao longo da realização das tarefas que permitem analisar, por meio de indícios, o desenvolvimento do raciocínio desses estudantes quanto ao significado de equivalência. No final da seção, apresenta-se uma visão geral acerca do desenvolvimento do raciocínio algébrico dos demais estudantes da sala.

Paulo mostrou-se apático na maior parte do tempo, na maioria das tarefas, sem externalizar muito seus pensamentos. Em alguns dos poucos momentos em que participou foi possível reconhecer evidências da falta de compreensão do conceito de equivalência, em um primeiro instante, e de compreensão, em um segundo instante, o que sugere uma evolução em seu pensamento algébrico.

Na segunda tarefa, ao explicar a proposta à sala a professora perguntou: "Treze estrelas equivalem a quantos compartilhamentos?". Um estudante respondeu na mesma hora que eram 6, pois provavelmente dividiu 13 por 2, mas Paulo interveio dizendo que eram 7, pois ia sobrar um. Entretanto, nenhum dos dois respondeu da maneira correta, uma vez que 13 estrelas equivalem a 26 compartilhamentos. Essa situação pode ser considerada um indício de que Paulo não compreendeu o significado de equivalência nesse primeiro instante.

Na terceira tarefa, entretanto, durante a realização da segunda proposta de trabalho em que se pedia o cálculo do valor dos ícones, em reais, sabendo que um *top* valia R$ 360,00, a professora perguntou a Paulo qual era o valor de um coração. Paulo dividiu 360 por 3 e respondeu corretamente que era R$ 120,00. Para calcular o valor de uma estrela ele disse que era só dividir R$ 120,00 por 5 e realizou esse cálculo em uma folha, concluindo, novamente de forma correta, que o valor da estrela era R$ 24,00. Essas falas de Paulo são indícios de que houve compreensão por parte dele em um segundo instante.

Luiza trouxe indícios de compreensão da ideia de equivalência na primeira tarefa no momento em que conduziu a contagem dos ícones de seu grupo e disse o seguinte: “Vinte e dois comentários dá 5 estrelas e sobram 2; e 10 comentários dá 2 estrelas e sobra uma”, o que está correto.

De modo semelhante, na terceira tarefa, diante da pergunta da professora a respeito de quanto dinheiro era arrecadado com dois *tops*, dado que cada um deles valia R$ 360,00, ela respondeu rápida e corretamente que eram R$ 720,00.

Ricardo participou de apenas três das quatro tarefas e na maior parte do tempo mostrou-se desatento e pouco interessado em aprender. Houve apenas uma fala sua na quarta tarefa que pode ser um indício de compreensão da ideia de operações inversas, no momento do cálculo do número pensado pelo grupo 2. Ao perguntarem a respeito do cálculo a ser feito para descobrir qual é o número que vezes dois resulta em 862, Ricardo respondeu corretamente que era divisão.

Emily demonstrou um comportamento bastante inseguro na maioria das vezes em que interagiu com a professora. A estudante pediu orientações a ela diversas vezes, mas parecia ter medo de responder de forma errada a suas perguntas. A professora procurava incentivá-la a falar, mesmo que estivesse errado e, devido a isso, foi possível identificar algumas evidências de compreensão do significado de equivalência por parte de Emilly. Na segunda tarefa, por exemplo, no momento em que a professora perguntou a quantidade de curtidas necessárias para obter uma estrela, Emilly respondeu corretamente que eram 28.

Carlos pareceu bastante distraído em todas as tarefas e contribuiu muito pouco com seu grupo. Os momentos em que a professora dava explicações para o grupo, a pedido da Emilly, foram os poucos em que Carlos pareceu apresentar indícios de compreensão. Algumas vezes ele respondia corretamente a perguntas feitas à sua colega.

Daniel auxiliou bastante seu grupo em todas as tarefas e manifestou diversas vezes compreender o significado de equivalência. Na segunda tarefa, diante da pergunta da professora a respeito de quantas estrelas eram obtidas com 15 comentários ele respondeu rápida e corretamente que eram 5.

Na terceira tarefa, Daniel disse à professora que para encontrar o valor de um coração era só dividir o valor do *top* por três e para encontrar o valor de uma estrela era só dividir o valor de um coração por 5. Além disso, finalizou sua fala dizendo que para encontrar o valor dos demais ícones era só dividir o valor da estrela pelas suas respectivas quantidades indicadas no quadro de equivalência, o que está correto.

Caio mostrou-se desmotivado na maior parte do tempo em todas as tarefas, mas sutilmente trouxe indícios de compreensão da ideia de equivalência. Na primeira tarefa, ao receber o pacote com os ícones de seu grupo, apenas olhando para alguns deles na mesa disse o seguinte: “Aqui já temos duas estrelas”.

Na terceira tarefa, diante da pergunta da professora a respeito de quantas estrelas eram necessárias para obter 5 corações ele disse que eram 15, o que estava errado. Porém, ao receber a orientação da professora de olhar as quantidades do quadro de equivalência, Caio concluiu corretamente que eram 25.

Gustavo teve participações importantes em seu grupo que podem ser consideradas indícios de compreensão do significado de equivalência. Na segunda tarefa, seu grupo estava com dificuldades para calcular as equivalências e a professora foi auxiliá-los. Gustavo respondia às perguntas da professora corretamente e com firmeza, como por exemplo, quando ela perguntou quantas visualizações eram necessárias para obter 10 estrelas, ele rápida e corretamente respondeu 50.

Na terceira tarefa uma colega de seu grupo disse que teve a ajuda de Gustavo para concluir que para obter o valor de um coração era só dividir o valor de um *top* por 3, o que está correto.

Taís tinha o perfil de ser muito calada nas aulas de Matemática, o que se manteve na aplicação das tarefas do terceiro ciclo. Na maior parte do tempo ela pareceu alheia ao que estava sendo proposto, realizando apenas os comandos dados por suas colegas de grupo. Apenas em um pequeno instante foi possível reconhecer em sua fala um indício de compreensão do significado de equivalência, quando a professora explicou para seu grupo porque estava errado dividir R$ 360,00 por 5 para obter o valor de uma estrela. A professora mostrou no quadro de equivalências que R$ 360,00 era o valor de um *top* e, nesse instante, Taís falou que na realidade elas deveriam ter dividido R$ 120,00 por 5, o que está correto, pois R$ 120,00 era o valor de um coração.

Alessandro costumava empenhar-se bastante em tarefas de Matemática, o que não foi diferente na aplicação das tarefas do terceiro ciclo. No entanto, poucos foram os momentos em que foi possível identificar compreensão por parte dele, ainda mais por ser muito julgado por seus colegas de grupo na maior parte do tempo. Na segunda tarefa o grupo de Alessandro perguntou à professora se estava correto o raciocínio de que eram necessárias 10 estrelas para obter dois corações. Alessandro prontamente respondeu que sim, poderiam ser 11 inclusive, o que está correto.

Wellington mostrou indícios de compreensão em vários momentos. Na segunda tarefa, ao fazer suposições dos ícones da primeira candidata ele separou as 13 estrelas da seguinte forma: 10 estrelas foram obtidas por visualizações e 3 por curtidas. Dessa forma, chegou rapidamente à conclusão de que a candidata havia recebido 50 visualizações e 12 curtidas, o que está correto.

Na terceira tarefa, Wellington conduziu os cálculos de seu grupo e percebeu sozinho que para calcular o valor de uma estrela era preciso fazer R$ 1,20 vezes 5, pois 5 visualizações equivalem a uma estrela, o que está correto. Em um segundo momento, ainda nessa tarefa, ao descobrir que o valor do *top* passaria a ser R$ 360,00 ele percebeu corretamente que para encontrar o valor de um coração era preciso apenas dividir R$ 360,00 por 3, pois três corações equivalem a um *top*.

Abner compareceu a apenas metade das aplicações do terceiro ciclo, participando apenas das tarefas 3.1 e 3.2. Assim como Paulo, Abner mostrou falta de compreensão em um primeiro momento e compreensão em um segundo momento.

Na segunda tarefa, quando a professora disse para a sala que 13 estrelas equivalem a 26 compartilhamentos ela abriu a possibilidade de haver mais respostas, uma vez que 27 compartilhamentos também geram 13 estrelas. Nesse momento, Abner rapidamente se manifestou perguntando se 13 estrelas poderiam equivaler a 29 compartilhamentos. Isso indica falta de compreensão nesse primeiro momento, uma vez que 28 compartilhamentos equivalem a 14 estrelas.

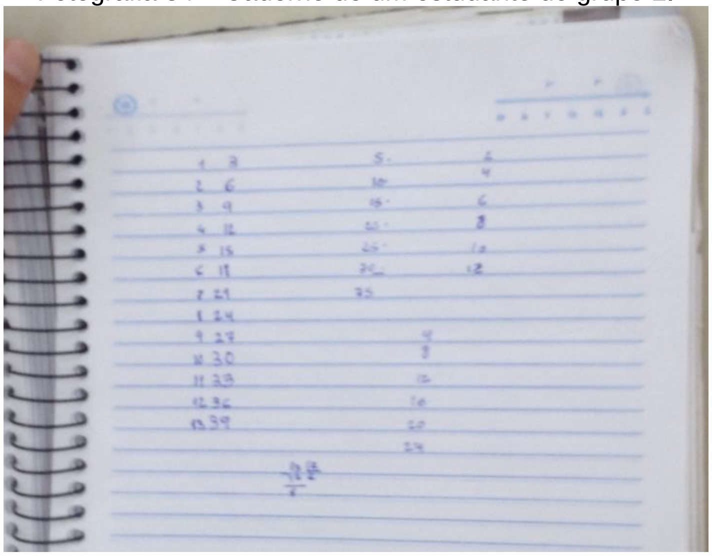
Entretanto, na mesma tarefa, em um momento de discussão do grupo, Abner disse: “Se 21 visualizações resultam em 5 estrelas, então 42 resultam em 10 estrelas”. Por mais que suas conclusões não sejam verdadeiras, já que são necessárias 25 visualizações para obter 5 estrelas, ele formulou um raciocínio que indica que houve compreensão do significado de equivalência.

Analisando algumas falas e anotações de outros estudantes da sala, percebe-se um amadurecimento da atribuição de sentido à equivalência no decorrer de cada tarefa e ao longo das tarefas.

Na primeira tarefa houve falas de estudantes amedrontados com o fato de que poderia haver grupos com uma grande quantidade de *tops*. Entretanto, nesse momento um estudante disse que o máximo de *tops* que um grupo poderia ter eram dois, uma vez que para obter três *tops* eram necessárias 45 estrelas, que correspondem a 225 visualizações, ou a 180 curtidas, ou a 135 comentários ou a 90 compartilhamentos, o que não poderia ocorrer, já que havia apenas 32 estudantes na sala. Isso pode ser considerado uma evidência de que houve compreensão do significado de equivalência por parte desse estudante.

Na segunda tarefa um estudante do grupo 2 fez anotações em seu caderno que comprovam que houve compreensão da ideia de equivalência, como mostra a fotografia 34. Em seu registro, o estudante escreveu em cada linha as quantidades de ícones equivalentes a determinadas quantidades de estrelas. Ele percebeu que era possível fazer agrupamentos entre os ícones com base na quantidade de vezes em que cada um deles equivale a estrelas.

Fotografia 34 – Caderno de um estudante do grupo 2.

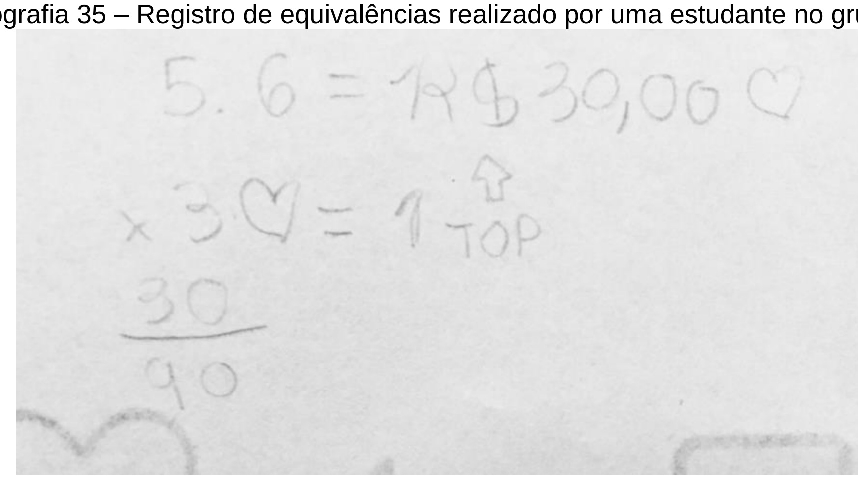


Fonte: autora.

Na terceira tarefa, um estudante percebeu que o valor de R$ 360,00 atribuído a um *top* era o quádruplo de R$ 90,00, valor atribuído a esse mesmo ícone anteriormente. Dessa forma, esse estudante concluiu corretamente que todos os outros valores já calculados poderiam ser quadruplicados, o que indica que ele compreendeu a ideia de equivalência.

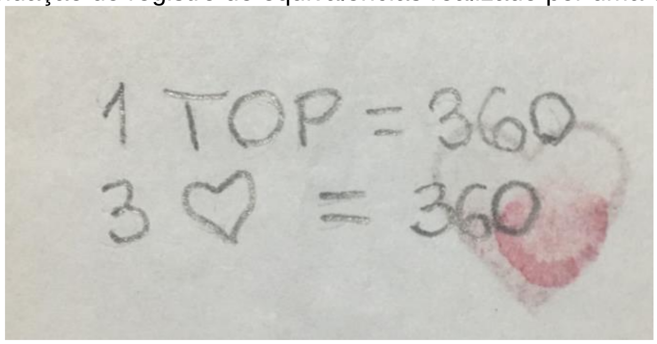
Ainda na terceira tarefa uma estudante, apesar de nunca ter aprendido equações na escola, representou equivalências em seu caderno de maneira correta e semelhante a uma equação, como mostram as fotografias 35 e 36.

Fotografia 35 – Registro de equivalências realizado por uma estudante no grupo 2.



Fonte: autora.

Fotografia 36 – Continuação do registro de equivalências realizado por uma estudante no grupo 2.



Fonte: autora.

Na quarta tarefa, no momento de apresentação da proposta, quando a professora mostrou o *slide* com o cálculo realizado para obter o código chave um estudante logo disse: “É fácil, para obter o número que o remetente pensou é só fazer o inverso, subtrair por 5 e dividir por 2”, o que está correto.

Vale ressaltar que a compreensão ocorreu em diferentes níveis por parte dos estudantes; de fato, conforme os dados aqui expostos, é possível observar que alguns se apropriaram mais e outros menos do significado de equivalência.

Pode-se afirmar que a escolha aleatória dos grupos contribuiu para a aprendizagem dos indivíduos envolvidos, uma vez que possibilitou a interação dos estudantes do subgrupo com os demais. O resultado do sorteio foi bastante heterogêneo; de fato, havia pelo menos um estudante do subgrupo de análise em cada grupo de trabalho. Para Vygotsky (1997), a interação entre pessoas com diferentes níveis de desenvolvimento é uma condição importante para a atividade coletiva (CENCI, 2015, p. 14) e, por isso, ele defendia a ideia de grupos de níveis mistos como condição para promover desenvolvimento cognitivo.

Ao longo da aplicação de todas as tarefas foi possível observar intervenções da professora em diversos momentos, o que pode ter sido um dos fatores que contribuiu para a aprendizagem dos estudantes.

Um momento em que isso ocorreu foi primeira tarefa: o grupo 7 possuía 32 estrelas e ficaram com dúvida na hora de calcular a quantidade de corações, sem saber se deveriam dividir esse número por 3 ou por 5. A dúvida surgiu pois eram necessários 3 corações para obter um *top* e 5 estrelas para obter um coração. A professora interveio com a seguinte explicação: “Como a cada 5 estrelas obtemos um coração, podemos verificar quantos grupos de 5 há em 32 estrelas”. Nesse momento, um estudante dividiu 32 por 5 na calculadora, mas ao obter 6,4, ficou na dúvida de como proceder. Então, mostrou ter entendido a orientação anterior da professora e resolveu desenhar 32 bolinhas na mesa e separá-las em grupos de 5 (fotografia 37) e, com isso, o grupo pôde verificar que eles conquistaram 6 corações e que houve uma sobra de duas estrelas.

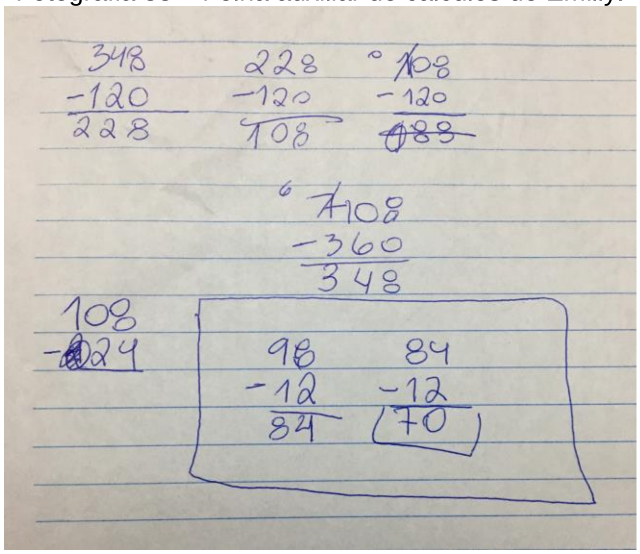
Fotografia 37 – Contagem da quantidade de corações pelo grupo 7 com o auxílio de desenhos.

Fonte: autora.

Um outro exemplo ocorreu durante uma interação entre a professora e o grupo 4 na terceira tarefa, a pedido da Emilly. A estudante não se contentou com a explicação de seu colega e chamou a professora para tirar sua dúvida. A professora perguntou como o grupo havia feito para calcular o valor de uma estrela na segunda proposta, em que um *top* valia R$ 360,00, e um dos colegas disse que fez R$ 120,00 dividido por R$ 5,00. Entretanto, o resultado obtido estava errado e a professora pediu para calcularem novamente 120 dividido por 5. Carlos calculou e concluiu corretamente que o valor da estrela deveria ser R$ 24,00. A reação de Emily foi de espanto ao ver que seu colega que apresentava bom desempenho em Matemática cometeu erro; fato que talvez a tenha deixado motivada para efetuar os cálculos seguintes. Com seus cálculos (fotografia 38) e com o auxílio da professora, ela conseguiu começar a parte da tarefa

3.3, em que a maioria da sala sentiu dificuldade, concluindo corretamente que em R$ 708,00 cabiam dois *tops* e, com o valor restante, dois corações.

Fotografia 38 – Folha auxiliar de cálculos de Emilly.



Fonte: autora.

Durante a tarefa 3.4, a professora interveio diversas vezes no momento em que os grupos percorriam o caminho delimitado pelas carteiras para calcular o valor desconhecido. Em um primeiro momento os grupos criaram sozinhos suas estratégias para encontrar o valor. Entretanto, alguns não conseguiam chegar ao valor correto e precisavam voltar ao início. Em todos os casos em que isso aconteceu a professora procurou entender qual foi o erro cometido e, sem dizê-lo aos grupos, fazia-lhes perguntas que os auxiliavam a identificar seus erros e prosseguir corretamente.

10.3 Terceira hipótese: sentimento dos estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem

A terceira hipótese analisada é: *“As tarefas contribuem para que os estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem não se sintam desfavorecidos em relação aos demais colegas da sala”.* Para essa análise foi feita em um primeiro momento uma reflexão acerca de aspectos específicos relativos a cada tarefa e, em um segundo momento, foram descritos indícios da verificação da hipótese para cada um dos estudantes que fazem parte do subgrupo de análise.

As tarefas foram criadas e redesenhadas de modo a evitar o favorecimento dos estudantes que costumam apresentar bom desempenho em matemática. Entretanto, a seguir serão apresentados indícios de que tais cuidados com as tarefas não foram suficientes para combater o desfavorecimento dos estudantes que fizeram parte do subgrupo de análise.

Optou-se pela escolha aleatória dos grupos no terceiro ciclo para evitar o que houve no ciclo anterior, em que os estudantes julgaram que o agrupamento havia sido realizado de acordo com o nível de domínio deles. Nesse sentido, essa escolha foi benéfica, pois de fato não houve julgamento. Entretanto, em alguns grupos os estudantes com um histórico de bom desempenho em Matemática conduziram os cálculos em quase todas as tarefas e expressaram preconceito ou falta de confiança em relação a seus colegas que faziam parte do subgrupo de análise.

Na tarefa 3.1, a premiação foi dada ao grupo que criou o vídeo mais aceito pela sala, o que permitiria acontecimentos como os do segundo ciclo, em que o vídeo mais criativo foi elaborado por um estudante com laudo médico de TDAH. Entretanto, no terceiro ciclo observou-se que a entrega dos vídeos à professora, em todos os grupos, foi realizada por estudantes que costumavam apresentar bom desempenho em Matemática, ficando evidente que o envolvimento dos estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem não ocorreu da maneira esperada.

Na tarefa 3.2, o prêmio foi atribuído aos grupos que acertaram a quantidade de pelo menos um ícone de algum candidato, o que dependia mais da sorte do que do acerto nos cálculos, uma vez que havia várias possibilidades de respostas. Entretanto, a condução dos cálculos por parte dos estudantes que costumavam apresentar bom desempenho prevaleceu, gerando um desconforto entre dois deles e a professora no momento de conferência das respostas. Um estudante do grupo 1 e um estudante do grupo 8, os que apresentavam um histórico de melhor desempenho em matemática da sala, reclamaram por não terem ganhado o prêmio com as suposições dos ícones da primeira candidata, uma vez que realizaram os cálculos corretamente e escreveram diversas possibilidades na folha (fotografia 23). Isso leva a concluir que estava estabelecida na sala em que foi aplicado o terceiro ciclo de testes uma cultura de que os “melhores” ganham sempre.

Na tarefa 3.4 houve um *redesign* do segundo para o terceiro ciclo a fim de permitir que o cálculo do valor desconhecido fosse realizado em grupos de uma maneira colaborativa, um de cada vez e sem limitação de tempo. No segundo ciclo alguns estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem se sentiram desconfortáveis em ter que realizar os cálculos sozinhos com uma limitação de tempo e preferiram não participar da tarefa. Com o *redesign*, esperava-se que os estudantes do subgrupo de análise se sentissem confiantes para participar ativamente da tarefa. Entretanto, notou-se que os cálculos não ocorreram de maneira colaborativa, de modo que os estudantes que apresentavam facilidade em realizar cálculos mentais efetuaram-nos rapidamente e, em geral, não permitiram a participação dos estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem em matemática.

Agora serão descritos indícios que permitem uma análise da hipótese em questão para cada um dos estudantes do subgrupo de análise.

Paulo confiou nos cálculos de seu colega de grupo e durante o desenvolvimento de todas as tarefas se manteve distraído, pouco interessado em ajudar. Na quarta tarefa, no momento de calcular o valor desconhecido criado pela professora, Paulo deu uma sugestão de cálculo a seus colegas, mas o estudante que conduziu os cálculos em todas as tarefas debochou dele por ter cometido algum erro em sua fala. Isso desmotivou Paulo a continuar auxiliando e ele finalizou a tarefa com uma postura mais silenciosa e pouco participativa.

Luiza demonstrou compreender a maneira de determinar a quantidade de ícones na primeira tarefa e tentou conduzir os cálculos, porém, uma colega de seu grupo que costumava apresentar um bom desempenho em Matemática conferiu todos os cálculos, como se não confiasse nos resultados obtidos por Luiza.

Na segunda tarefa, sua colega conduziu os cálculos na maior parte do tempo e tentou explicar aos demais integrantes do grupo o que estava fazendo. Em um momento, porém, uma outra colega disse que não havia entendido a explicação, mas Luiza disse o seguinte: “Aceita que a resposta é essa!”, como se confiasse plenamente na estudante que costumava apresentar bom desempenho. Um outro colega do grupo, que não fazia parte do subgrupo de análise, resolveu realizar os cálculos sozinho em seu caderno, pois, apesar de seu raciocínio estar correto, suas contribuições não eram levadas em consideração.

Ricardo ao ser sorteado no grupo 3 ficou alegre por estar no grupo de uma estudante que costumava apresentar bom desempenho em Matemática, mesmo sem ter nenhuma afinidade com ela, alegando que iria ganhar a competição, sem ao menos saber do que se tratavam as tarefas.

Durante a realização de todas as tarefas, Ricardo manteve-se alheio aos cálculos, confiando completamente no que seus colegas estavam fazendo. A estudante de seu grupo que costumava apresentar bom desempenho reclamou mais de uma vez com a professora a respeito da atitude pouco colaborativa de Ricardo.

Emily participou pouco da realização dos cálculos de seu grupo, pois um estudante que costumava apresentar bom desempenho, com o auxílio de Daniel, dominou os cálculos durante o desenvolvimento de todas as tarefas. Entretanto, Emilly demonstrou muita insatisfação com isso e chamou a professora diversas vezes para tirar suas dúvidas. Durante a segunda tarefa, a professora perguntou ao grupo como haviam chegado aos resultados anotados na folha de registro, mas Emily disse o seguinte: “A gente não, só o fulano, só ele entendeu”, o que evidencia sua insatisfação em não contribuir com os resultados obtidos.

Nos momentos em que Emilly interagiu com a professora foi possível perceber que ela apresentou bastante insegurança, pois, mesmo que estivesse correta, sempre achava que estava errada, ou então, por mais que soubesse responder corretamente à pergunta da professora, hesitava em externalizar seu pensamento.

Carlos manteve-se alheio na maior parte do tempo e, diferente de Emilly, não se importou com o fato de não participar dos cálculos. Em um momento, durante a primeira tarefa, Carlos fez a seguinte pergunta à professora: “Essa tarefa era para dar os ícones ou para um grupo vencer?”, comprovando que ele não estava acompanhando as orientações e desenvolvimento da tarefa.

Daniel foi um dos poucos estudantes do subgrupo de análise que deu diversas contribuições aos cálculos de seu grupo. Um fator que pode ter contribuído para isso é sua proximidade com o colega do grupo que costumava apresentar bom desempenho em Matemática.

Em relação a Daniel, vale ressaltar que diversas vezes, ao longo de todas as tarefas, ele dispôs-se a explicar aos seus colegas os cálculos que realizou, talvez motivado pela insatisfação de Emilly por não participar.

Na quarta tarefa, no momento de cálculo cooperativo do número desconhecido, o grupo de Daniel recebeu bastante auxílio da professora, pois todos os integrantes disseram não saber por onde começar os cálculos. A professora conduziu realizando diversas perguntas ao grupo e Daniel demonstrou saber a resposta de todas. Entretanto, ao ver que seus colegas estavam se perdendo na explicação, resolveu parar de responder para dar o tempo que Emilly e Carlos precisavam para compreender.

Caio e **Gustavo** estavam no mesmo grupo e realizaram poucas intervenções no desenvolvimento das quatro tarefas, pois os dois demais colegas do grupo conduziram a maior parte do cálculo. Na tarefa 3.4 isso ficou mais evidente, pois a colega do grupo que costumava apresentar bom desempenho em Matemática seguiu sozinha com o cálculo do valor desconhecido, ignorando a orientação de que a tarefa fosse realizada em colaboração entre os estudantes do grupo.

Taís, de modo geral, não tomou nenhuma iniciativa ao longo das tarefas, fazia apenas o que suas colegas diziam para ela fazer. A estudante participou muito pouco das discussões de suas colegas, demonstrando desmotivação por meio de bocejos ou distrações. Na tarefa 3.4 suas colegas decidiram antecipar os cálculos do valor desconhecido, imaginando que todos os grupos receberiam os mesmos valores para calcular. Entretanto, Taís ficou completamente de fora da discussão, mesmo tendo afinidade com suas colegas de grupo.

Alessandro demonstrou interesse em auxiliar seus colegas na realização dos cálculos em todas as tarefas, entretanto, em alguns momentos ele não conseguiu acompanhar, dizendo frases como: “Cada conta doida que eles fazem, eu não entendo”.

Na primeira tarefa, assim que seu grupo recebeu a ficha de registro, Alessandro escreveu o número do grupo no lugar errado e, ao verem isso, seus colegas disseram frases como: “Seu burro, seu animal!”. Alessandro não deu mostras de se importar com as ofensas, mas pareceu mais inseguro em outros momentos da tarefa, talvez com medo de cometer outros equívocos.

Na segunda tarefa, Alessandro novamente procurou ajudar seu grupo, mas não foi respeitado ou ouvido. Para preencher as suposições livres da quantidade de ícones da candidata 1, Alessandro afirmou que não poderiam ser desenhados todos os tipos de ícones em uma única linha. O grupo resolveu tirar essa dúvida com a professora, que confirmou que a alegação de Alessandro estava equivocada. Ao saber disso o grupo zombou dele, desmerecendo uma das únicas contribuições que deu.

Na terceira tarefa, em um momento em que a professora perguntou qual era o valor de um comentário, Alessandro respondeu o seguinte: “$x.x = x^2$”. Nesse momento, todos os seus colegas de grupo proferiram deboches dizendo não existir nenhum x nessa tarefa.

Na quarta tarefa Alessandro ficou completamente de fora da discussão de seu grupo para calcular o valor desconhecido. Em um outro momento, Alessandro ficou responsável por conferir se o grupo 8 conseguiu descobrir o número criado pelo seu grupo. Entretanto, ele não soube dizer inicialmente se o valor obtido por eles estava correto, apesar de ter em mãos um papel com o número escrito. Um estudante do grupo 8 caçoou dele por isso, mas a professora interveio e o ajudou a dizer o resultado correto.

Wellington, diferente da maioria dos estudantes do subgrupo de análise, conduziu os cálculos de seu grupo ao longo de todas as tarefas. Entretanto, ele proferiu uma fala no início da tarefa 3.2 que demonstrou um sentimento de desvantagem em relação aos demais colegas da sala. Ao saber que haveria premiação, Wellington disse o seguinte: “Não vale, professora, o grupo do fulano vai ganhar!”, referindo-se a um colega que costumava apresentar bom desempenho em Matemática. Entretanto, ele não havia se atentado para o fato de que a premiação dependia de sorte, não apenas de acertos.

Abner procurava auxiliar nos cálculos de seu grupo, mas um estudante que costumava apresentar bom desempenho em Matemática conduziu os cálculos ao longo de todas as tarefas e descartou todas as contribuições que Abner procurava dar. Isso gerou desmotivação em Abner e colaborou para que ele apresentasse um comportamento predominantemente desatento.

Durante a primeira tarefa, Abner levantou-se diversas vezes e disse à professora que não aguentava ficar muito tempo sentado, por conta do seu laudo de TDAH. Isso leva a inferir que Abner sente-se destinado a assumir determinados comportamentos por conta de seu diagnóstico. Como foi mencionado no capítulo 4 deste trabalho de pesquisa, Bonadio e Mori (2013) afirmam que justificar clinicamente as dificuldades de uma criança é o mesmo que compreendê-la apenas como um organismo em desequilíbrio neuroquímico que necessita de ajustes. Abner provavelmente interiorizou o fato de que ele apresenta alguma disfunção por causa de seu diagnóstico.

O quadro 10 traz um resumo acerca dos comportamentos observados nos estudantes do subgrupo de análise.

Quadro 10 – Resumo das principais posturas observadas nos estudantes do subgrupo de análise.

Comportamento observado	Estudantes do subgrupo de análise
Insegurança em auxiliar nos cálculos por ter sido debochado em algum momento	Paulo, Alessandro, Abner
Insatisfação por não colaborar com os cálculos de seu grupo, mas, ao mesmo tempo, insegurança em realizar cálculos, precisando de uma confirmação da professora para ter certeza de que estava prosseguindo da maneira correta	Emilly
Comodismo por confiar completamente no colega do grupo que apresenta bom desempenho em matemática	Luiza, Ricardo, Taís, Caio, Gustavo
Facilidade em realizar os cálculos em todas as tarefas	Daniel, Wellington

Fonte: autora.

Os três primeiros comportamentos indicados no quadro podem decorrer do sentimento de inferioridade, definido por Vygotsky (1997). Segundo o autor, a deficiência gera uma redução na posição social do indivíduo que interfere em seu desenvolvimento. No contexto da presente pesquisa, o histórico de dificuldades de aprendizagem pode ter gerado redução na posição social desses indivíduos, uma vez que os demais colegas da sala agiram de modo a deixar evidente a falta de confiança em qualquer uma de suas contribuições.

Esse comportamento dos colegas contribuiu para que os estudantes do subgrupo de análise assumissem uma postura mais omissa, o que pode acarretar em um atraso no desenvolvimento deles. Além disso, foi observado que os estudantes do subgrupo apresentaram uma postura insegura, mesmo nos momentos em que desenvolveram um raciocínio correto. Isso pode interferir na autoestima e confiança que eles têm em si mesmos e, consequentemente, podem assumir raciocínios de colegas com maior nível de confiança.

10.4 Quarta hipótese: contribuição do uso de materiais manipuláveis

A quarta hipótese analisada é: "*Os materiais manipuláveis auxiliam os estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem na passagem do pensamento concreto para o abstrato*".

Segundo Vygotsky (1997), o processo de desenvolvimento de uma criança deficiente é impulsionado socialmente de duas formas: pelo sentimento de inferioridade e pela compensação social. A compensação social consiste em uma adaptação das condições do meio disponível que auxilia indivíduos com deficiência a atingirem níveis de desenvolvimento considerados normais. Nesse sentido, na quarta hipótese pretende-se observar em que medida o uso de materiais manipuláveis representa uma forma de compensação social para os estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem, uma vez que o material foi desenvolvido com o objetivo de auxiliá-los a compreenderem a ideia de equivalência.

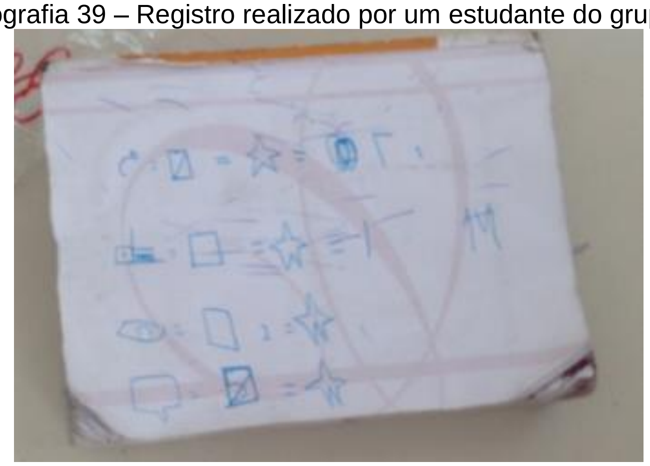
Conforme mencionado no quinto capítulo deste trabalho, Vale (2002) afirma que para alguns estudantes a passagem do concreto para o abstrato pode ocorrer facilmente sem o uso de materiais, apenas com exemplos dados pelo professor, mas reitera que certamente seu uso contribui para uma melhor compreensão dos conceitos por parte de tais alunos. Isso indica que os materiais manipuláveis, apesar de poderem representar uma compensação social, podem contribuir também para a aprendizagem de todos.

Agora serão descritos momentos da aplicação das tarefas do terceiro ciclo que podem representar indícios de que os materiais manipuláveis auxiliaram na compreensão do conceito de equivalência.

Na primeira tarefa, os estudantes de todos os grupos organizaram os ícones de acordo com as quantidades do quadro de equivalências. O agrupamento auxiliou-os a perceberem que haveria sobras de alguns ícones como, por exemplo, no caso de haver 27 visualizações, seriam conquistadas 5 estrelas e sobrariam 2 visualizações. Isso levou alguns estudantes a ficarem com as seguintes dúvidas: “Devemos escrever as sobras na tabela?”, “Podemos juntar todas as sobras para conseguir mais estrelas?”, “Podemos dar as sobras para outro grupo?”.

Um estudante do grupo 5 que não fazia parte do subgrupo de análise registrou as equivalências de uma forma diferente da que estava proposta com o auxílio da tabela, como mostra a fotografia 39, o que pode representar um indício de que esse estudante atingiu certo nível de abstração.

Fotografia 39 – Registro realizado por um estudante do grupo 5.

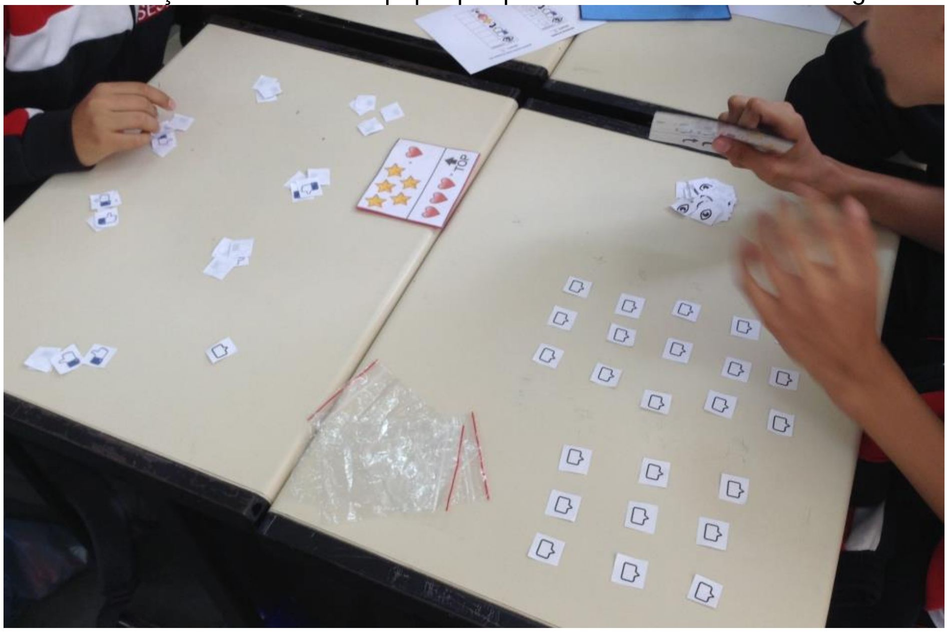


Fonte: autora.

Nessa tarefa não foram entregues aos grupos os ícones de estrela, coração e *top*, pois esperava-se que os estudantes fossem capazes de contabilizá-los, mesmo sem tê-los em mãos, com base no pensamento desenvolvido com o agrupamento dos demais ícones. De fato, o cálculo desses ícones ocorreu conforme o esperado, pois os estudantes não manifestaram dificuldades.

Com relação aos estudantes do subgrupo de análise, vale ressaltar que Alessandro separou espontaneamente os comentários de 3 em 3, formando 8 grupos (fotografia 40), e disse haver ali 8 estrelas, o que está correto. Portanto, pode-se dizer que o material o auxiliou a compreender equivalências.

Fotografia 40 – Utilização dos ícones de papel por parte de Alessandro na contagem do grupo 7.



Fonte: autora.

Na segunda tarefa, no momento de explicação da proposta, a professora perguntou à sala quantos compartilhamentos eram necessários para obter 13 estrelas. Alguns estudantes responderam de maneira equivocada, mas ao verem o *slide* seguinte mostrado pela professora (figura 51), com uma simulação de como dispor os ícones de papel no quadro de equivalência, houve falas como: “Ah, agora entendi!”, “É só pegar a quantidade de estrelas e multiplicar pela quantidade de ícones necessários para obter uma estrela!”. Essa fala indica que o material auxiliou esse estudante a atingir certo nível de abstração.

Durante o trabalho entre os grupos, principalmente nas tarefas 3.2 e 3.3, observou-se que Daniel e alguns outros estudantes da sala não precisaram utilizar o material para fazer as suposições de ícones dos candidatos ou para calcular o valor, em reais, de cada ícone. Eles apenas observaram os quadrinhos de equivalência e fizeram cálculos mentais. Isso evidencia a afirmação de Vale (2002) mencionada anteriormente de que alguns estudantes podem desenvolver o pensamento abstrato sem o auxílio do material.

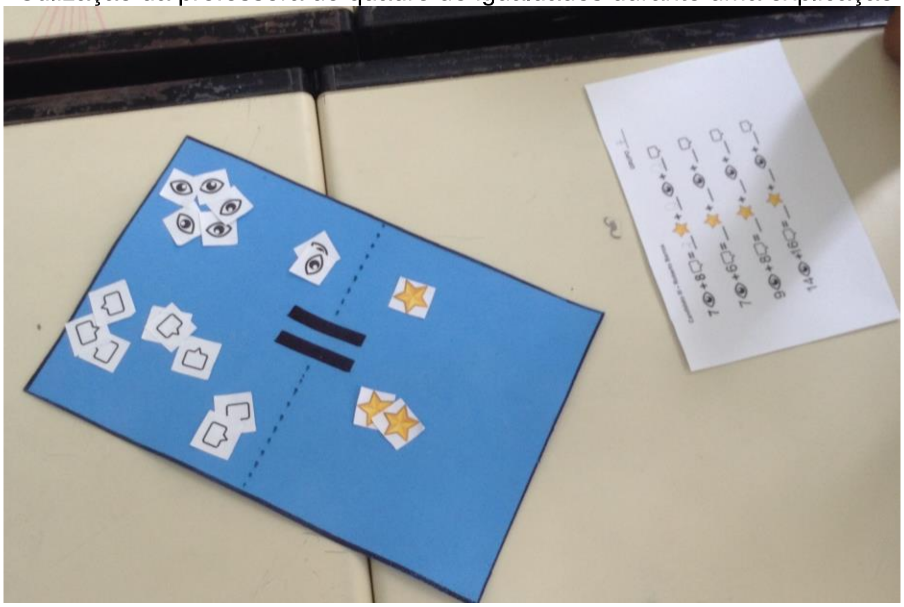
Com relação aos demais estudantes do subgrupo de análise, notou-se que, no geral, não desenvolveram autonomia para manipular o material, mas ele foi de grande auxílio nos momentos em que a professora interagia com eles para esclarecer dúvidas.

Um exemplo disso ocorreu em um diálogo entre a professora e Ricardo, no momento em que lhe perguntou quantos comentários são necessários para obter 13 estrelas. Ricardo pareceu não saber responder, então a professora organizou de um lado do quadro de igualdade algumas estrelas e, do outro lado, para cada estrela, colocou 3 comentários. Ao ver isso Ricardo logo respondeu: “Trinta e nove comentários!”, sem que a professora tivesse finalizado a disposição dos ícones. Isso indica que Ricardo conseguiu desenvolver o raciocínio abstrato de que era preciso multiplicar 13 por 3.

Algo semelhante aconteceu com Emilly, quando a professora tentava mostrar a ela que 13 estrelas podiam ser obtidas por mais de um ícone. A professora colocou 6 estrelas de um lado do quadro de igualdade e, do outro lado, para cada estrela, colocou 5 visualizações. Em seguida a professora perguntou a Emilly quantas estrelas faltavam para chegar em 13 e ela logo disse que faltavam 7 e que para obtê-las seriam necessários 21 comentários. Isso indica que Emily conseguiu desenvolver certo nível de abstração a partir da observação do material.

Outro exemplo ocorreu com Alessandro, em um momento em que ele disse que 7 visualizações eram equivalentes a 7 estrelas. Ao ouvir isso, a professora colocou as 7 visualizações de um lado do quadro de igualdade e organizou em um grupo de 5 e outro de 2. Ela mostrou o quadro de equivalência a ele e disse que aquele grupo de 5 equivalia a uma estrela e ele logo disse que o grupo de 2 era uma sobra. Em seguida, a professora organizou 8 comentários de 3 em 3 de um lado da igualdade, como mostra a fotografia 41, e Alessandro logo respondeu que 8 comentários equivalem a duas estrelas e há uma sobra de dois comentários, o que está correto. Isso indica que o material o auxiliou a compreender equivalências.

Fotografia 41 – Utilização da professora do quadro de igualdades durante uma explicação a Alessandro.



Fonte: autora.

Na terceira tarefa, Emily, que costumava ter dificuldades em efetuar operações básicas, mostrou facilidade em cálculos que envolviam dinheiro. Rapidamente ela chegou à conclusão que 1,2 vezes 5 resultava em 6, pois juntou cinco moedas de 1 real e cinco de 20 centavos.

Ainda na terceira tarefa, Wellington perguntou à professora se, para descobrir o valor de uma curtida, era preciso multiplicar R$ 1,20 por 4, o que estava errado. Então a professora colocou R$ 6,00 de um lado do quadro de igualdade, pois é o valor de uma estrela, e 4 ícones de curtidas do outro lado. Ao ver isso Wellington logo disse que era só dividir R$ 6,00 por 4. Entretanto, ao efetuar o cálculo ele dividiu 4 por 6, e não 6 por 4. Isso indica que o material o ajudou parcialmente a atingir abstração, pois, por mais que ele tenha percebido que era preciso efetuar uma divisão, ainda não ficou claro para ele quais eram os números a serem divididos.

Notou-se também na tarefa 3.3 que alguns grupos utilizaram os ícones e o dinheiro de papel para organizar suas respostas, como pode ser visto nas fotografias 42 e 43. A fotografia 42 mostra a organização feita pelo grupo de Luiza, em que eles dispuseram cada ícone em cima de seus valores, em reais. A fotografia 43 mostra a organização feita pelo grupo 3, que no dia não contava com nenhum estudante do subgrupo de análise, já que Ricardo estava impedido de participar da tarefa. Os estudantes juntaram cinco grupos de R$ 1,20 para determinar o valor de uma estrela, já que cinco visualizações equivalem a uma estrela.

Fotografia 42 – Utilização do material manipulável para expressar a equivalência entre os ícones e os valores por parte do grupo 2.

Fotografia 43 – Utilização do material manipulável para determinar o valor de uma estrela por parte do grupo 3.

Fonte: autora.

Na quarta e última tarefa foi possível observar que alguns estudantes não precisaram se deslocar entre as carteiras para reconhecer os cálculos que deveriam ser feitos. Entretanto, vale ressaltar que o grupo de Luiza seguiu as orientações da professora e só passou para a carteira da frente ao finalizar o cálculo indicado pela carteira em que estava. Ao finalizarem o percurso, os estudantes do grupo perceberam que haviam cometido um erro e voltaram carteira por carteira. Isso os ajudou a descobrirem o erro cometido e logo conseguiram chegar ao resultado correto.

Outro fato importante observado na quarta tarefa foi que as setas auxiliaram a maioria dos grupos na compreensão de operações inversas, pois, ao inverter o sentido da seta, era necessário inverter a operação. As estudantes do grupo 6, por exemplo, concluíram sozinhas que para calcular o valor desconhecido criado pelo grupo 7 era preciso apenas subtrair cinco unidades do código-chave e dividir o resultado por dois.

Vale (2002) destaca que uma aula desenvolvida com materiais manipuláveis pode ser um desafio para o professor, pois pode causar bastante agitação nos estudantes e requer espaço e organização. Isso foi comprovado no desenvolvimento de todas as tarefas do terceiro ciclo, pois foi necessário empregar um tempo considerável para a orientação e organização da sala. Dada a riqueza desse tipo de trabalho, é importante que um professor preveja esse tempo de preparação e organização, que certamente será recompensado pelos ganhos na aprendizagem de seus estudantes.

Na primeira tarefa, a professora levou 15 minutos para orientações, organização da sala e atribuição dos ícones. O momento de atribuição dos ícones foi bastante agitado, todos os estudantes andaram pela sala ao mesmo tempo (fotografia 13) e expressaram diversas falas que mostram dúvidas em relação ao que devia ser feito, tais como: “É só uma vez que tem que votar?”, “Eu já nem sei o que estou fazendo”. Além disso, no momento de contagem dos ícones foi possível notar alguns ícones de papel espalhados pelo chão, o que prejudicou o andamento da tarefa. O mesmo ocorreu na terceira tarefa, em que foi possível notar muitos ícones e dinheiro de papel caídos no chão.

Outro problema ocorrido na primeira tarefa decorrente do material manipulável foi referente à quantidade de visualizações atribuída a cada grupo. Cada estudante recebeu um pacote com 7 ícones de visualizações e foi orientado a entregar um para cada grupo, com exceção do seu próprio. Dessa forma, como havia 32 estudantes no total, 4 estudantes por grupo, cada grupo deveria receber 28 ícones de visualização. Entretanto, não foi isso o que aconteceu, havendo grupos com 25 e grupos com 35. Isso gerou bastante insatisfação nos estudantes, pois foi um imprevisto decorrente do uso do material que prejudicou o processo de decisão do grupo vencedor, uma vez que o grupo que recebeu o prêmio pelo melhor vídeo foi o que teve 35 visualizações.

Durante o desenvolvimento da primeira tarefa alguns estudantes manifestaram insatisfação com a proposta, dizendo frases como: “Não estou conseguindo mais pensar”, “Não gosto de aulas assim, prefiro aula normal”. Provavelmente ao dizer “aula normal” o estudante estava se referindo a aulas em que não é exigida uma participação ativa dos alunos ou em que não é necessário utilizar um material manipulável. Entretanto, Ricardo, um estudante do subgrupo de análise, mostrou gostar de participar de uma aula diferente, dizendo que gostaria de levar os ícones para casa, pois havia gostado muito de utilizá-los.

Na terceira tarefa, surgiu uma dificuldade no momento de entrega do material, pois o grupo 7, ao qual pertenciam Wellington e Alessandro, entregou o pacote de dinheiro completamente danificado, com rasgos e sem uma parte do lacre. Isso indica que o trabalho com materiais manipuláveis exige que os professores conscientizem os estudantes que o material deve ser preservado para outros utilizarem e, também, respeito e empatia por parte dos que o utilizam.

Outro problema que surgiu na terceira tarefa foi uma grande distração por parte de muitos estudantes com o dinheiro de papel, que o consideraram como um brinquedo, e não um recurso didático. Caio, um estudante do subgrupo de análise, ficou um bom tempo especulando a respeito do dinheiro ser de verdade, dizendo que conhece uma máquina que reduz o tamanho da nota.

Na quarta tarefa a organização da sala foi bastante trabalhosa e demorada, pois a professora precisou de 10 minutos para orientar os estudantes a se posicionarem na sala em roda e perto de seus grupos, pois não estavam acostumados com essa disposição. Além disso, foi preciso mais um tempo para entregar todas as folhas de registro e para organizar as carteiras no centro com os respectivos cartazes. Mesmo com a ajuda de um auxiliar de sala, a professora não conseguiu acompanhar os grupos no momento de escolha da senha e cálculo do código-chave por estar trabalhando na organização dos materiais. Além disso, no meio da tarefa foi necessária uma reorganização das carteiras para o cálculo da senha criada pela professora e para a montagem dessa nova estrutura foram necessários mais 7 minutos.

Por fim, ainda na tarefa 3.4, no momento de recolher as folhas de registro, observou-se a falta de algumas, por haver muitas, o que dificultou a organização dos materiais para a análise.

10.5 Quinta hipótese: contribuição do uso de recursos tecnológicos e premiações

A quinta e última hipótese analisada é: "*O uso de recursos tecnológicos, competições e premiações são fatores motivacionais para que os estudantes se envolvam nas tarefas*". Para essa análise serão retomados também momentos do segundo ciclo, para fins comparativos.

Como mencionado no quinto capítulo deste trabalho, Moura (2009) faz uma lista de itens comuns presentes em celulares que podem ser utilizados como recurso em qualquer disciplina, entre eles, câmera fotográfica e editor de vídeos. Além disso, a autora sugere atividades coletivas, como concurso da melhor foto ou vídeo. No *redesign* das tarefas optou-se por realizar um concurso do melhor vídeo entre grupos das salas de aplicação do segundo e terceiro ciclos de testes, de modo que os estudantes utilizassem a câmera ou o editor de vídeos dos seus celulares como recurso. O tema dos vídeos era livre e a intenção inicial da proposta era motivar os estudantes a se empenharem na realização da tarefa.

No segundo ciclo de testes foi dado aos estudantes o prazo de uma semana para a produção dos vídeos, de modo que a data de entrega coincidia com a data de aplicação da tarefa 2.1. No dia de entrega a professora enfrentou diversos problemas para transmitir os vídeos para a sala, tais como falta de compatibilidade do formato do vídeo com o notebook disponível e falta de materiais auxiliares, como cabos conectores, por exemplo. A fim de evitar problemas como os que ocorreram no segundo ciclo foram feitas modificações na tarefa para o terceiro ciclo.

A principal modificação foi o prazo de entrega dos vídeos, estabelecido em uma data anterior à aplicação da tarefa, o que permitiu que a professora testasse todos os vídeos antes de transmiti-los para a sala. Foi combinado com os estudantes que todos os vídeos deveriam ser entregues em *pendrive*. Entretanto, o grupo 8 enviou o vídeo para o celular da professora por meio de *bluetooth* e o grupo 1 postou o vídeo no YouTube. Todos os vídeos foram devidamente testados e salvos no notebook da professora para que no dia da transmissão não fosse necessário o uso da internet.

No dia da transmissão tudo ocorreu conforme o planejado. Todos os vídeos foram transmitidos no tempo adequado e, por isso, foi possível dar continuidade à tarefa no mesmo dia, diferente do que aconteceu no segundo ciclo.

A partir da experiência do terceiro ciclo é possível extrair diversos aprendizados. É preciso que professores planejem muito bem a maneira como utilizarão a tecnologia em sala de aula, uma vez que deve ser levado em consideração os recursos disponíveis na escola e os recursos a que os estudantes têm acesso. A falta de planejamento pode resultar em uma falta de aproveitamento do tempo disponível em sala e pode contribuir para a distração dos estudantes, como ocorreu no segundo ciclo. A professora precisou realizar adaptações que lhe permitiram aproveitar melhor o tempo da aula e que a fizeram depender o mínimo possível de equipamentos extra como cabos ou internet.

Vale ressaltar que em todos os dias de aplicação do segundo e terceiro ciclos o projetor foi utilizado, uma vez que foram confeccionados *slides* para a explicação de todas as tarefas. No segundo ciclo a professora precisou de mais de 10 minutos no início da aula na aplicação das primeiras tarefas para conseguir conectar seu computador ao projetor. A escola disponibilizava apenas um computador e um cabo de projeção para todos os professores e, algumas vezes, era preciso aguardar um certo tempo até que a inspetora encontrasse o cabo. Para evitar atrasos nas aulas ou a ausência de algum material, no terceiro ciclo de testes a professora procurou organizar a sala e reservar o cabo com antecedência, além de levar em todas as tarefas seu computador pessoal.

Pode-se dizer que a tecnologia possibilitou a realização de uma proposta que foi ao encontro do tema de redes sociais e que gerou um ganho no envolvimento e participação da sala. Por estarem familiarizados com os recursos de seus celulares, os estudantes não tiveram dificuldades de executar a proposta do vídeo. Entretanto, o mesmo não se pode dizer com relação à escola, que mostrou estar aquém do apoio necessário aos professores com o uso da tecnologia.

Moura (2009) afirma que a escola tem que aproveitar o fato de os estudantes terem em mãos um mini-computador pago pelos pais. Porém, reconhece que seu uso implica algumas ações por parte da escola de formação para os professores e conscientização dos estudantes.

Além do uso de tecnologia, pretende-se analisar a partir dessa hipótese se as competições e premiações motivaram os estudantes a se envolverem com as tarefas, ou seja, se foram fatores decisivos para o engajamento deles. Vygotsky (1997) sugere que jogos coletivos podem ser uma ferramenta eficaz para o desenvolvimento, uma vez que, para se submeter a regras de um jogo, uma criança precisa controlar ações diretas e impulsivas, substituindo-as por outras, além de coordenar sua forma de agir com as de seus companheiros. No quinto capítulo deste trabalho é mencionado que Vale (2002) considera que a situação ideal de aprendizagem é aquela em que a tarefa é tão agradável quanto um jogo.

Dessa forma, optou-se por inserir premiações em todas as tarefas do segundo e terceiro ciclos. No segundo ciclo a premiação seria inserida, inicialmente, apenas na primeira tarefa, que envolvia uma competição do melhor vídeo. Entretanto, o interesse dos estudantes pela premiação foi tão grande que a pedido deles houve inserção de prêmios nas demais tarefas também, o que se manteve para o terceiro ciclo.

Na primeira tarefa o grupo que teve o vídeo mais aceito pela sala, ou seja, o grupo que recebeu mais ícones de *top*, recebeu uma premiação. A notícia de que seria entregue uma premiação ao grupo que recebesse mais *tops* causou grande inquietação nos estudantes e contribuiu para que todos se empenhassem, tanto na produção do vídeo, quanto na contagem dos ícones no dia da aplicação da tarefa 3.1, mesmo sem saber de início qual seria o prêmio. O grupo 2, por exemplo, pediu mais dois dias para fazer ajustes no vídeo, de modo a aumentar as chances de vitória na competição.

Abner, estudante do grupo 8 que fazia parte do subgrupo de análise, manifestou diversas vezes o desejo de ganhar a competição durante a tarefa. Ele sentiu-se muito injustiçado com o fato de o grupo vencedor ter sido o que recebeu mais ícones de visualização, pois um integrante de seu grupo chegou à conclusão de que o número de visualizações deveria ser igual a 28 para todos os grupos.

Alguns estudantes do subgrupo de análise, entretanto, mostraram desgosto pela competição, alegando não ter chances de ganhar. Caio, por exemplo, disse que a tarefa estava muito chata, pois o grupo 7 certamente ganharia, na sua percepção. O vídeo do grupo 7 teve uma ótima aceitação da sala no momento de transmissão, mas no fim da tarefa quem ganhou foi o grupo 6.

Na segunda tarefa, os grupos que acertaram a suposição de pelo menos um ícone de um dos candidatos receberam um prêmio. Ao saberem que haveria uma premiação, os estudantes ficaram muito felizes e reagiram à fala da professora com gritos e saltos. Ricardo, estudante do grupo 3 que fazia parte do subgrupo de análise, disse o seguinte: “Professora, por que você não fez essa atividade ano passado?”. Ricardo disse isso por estar cursando o 7º ano pela segunda vez consecutiva.

O grupo 5, grupo em que Caio e Gustavo faziam parte, manifestou algumas vezes ao longo da tarefa vontade de ganhar o prêmio. Talvez esse desejo dos demais colegas do grupo tenha feito Caio e Gustavo se empenharem mais do que na primeira tarefa em auxiliar nos cálculos.

Na terceira tarefa, os grupos que acertaram a quantidade de pelo menos um ícone da pessoa que arrecadou R$ 708,00 receberam um prêmio. O desenvolvimento da tarefa 3.3, foi muito complexo e gerou desmotivação em muitos estudantes. A premiação estava vinculada ao êxito em um cálculo que mostrou estar além do nível cognitivo em que os estudantes se encontravam naquele momento. Por isso, a premiação não foi suficiente para gerar motivação, talvez porque os grupos não tenham se sentido capazes de ganhar.

Por último, na quarta tarefa os estudantes receberam uma mensagem da professora dizendo que aqueles que participaram ativamente de todas as tarefas receberam uma nota de participação que comporia a média trimestral (figura 71).

Desde o início da aula a professora esclareceu para a sala que a quarta tarefa seria diferente das demais, pois propunha uma movimentação na sala e a produção de cartas de um grupo para o outro. Neste momento, uma das primeiras perguntas que surgiu dos estudantes foi: “Hoje não vai ter prêmio professora?”. Essa pergunta foi feita ao longo de toda a tarefa por diferentes estudantes.

Vale ressaltar que a proposta da tarefa 3.4 foi alterada após a aplicação da tarefa 2.4, pois observou-se que a competição, da maneira como estabelecida inicialmente, gerou desconforto em estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem. A tarefa 2.4 propôs uma divisão da sala em 3 grupos de modo que, a cada rodada, um estudante por grupo fosse ao centro da sala realizar o percurso das carteiras de maneira individual, de modo que quem finalizasse primeiro e de maneira correta, conquistaria um ponto para sua equipe.

De modo a evitar um desfavorecimento dos estudantes que faziam parte do subgrupo de análise em relação aos demais colegas da sala, na tarefa 3.4 a proposta foi alterada de modo a eliminar competições entre equipes e, consequentemente, eliminar premiações. Os cálculos deveriam ser feitos de maneira colaborativa e a carta da professora substituiria o prêmio. Essa alteração na proposta da tarefa, como foi visto no tópico 10.3, não foi suficiente para evitar o desfavorecimento dos estudantes do subgrupo de análise e acabou causando desânimo na maioria dos estudantes, uma vez que não se mostraram animados com a ideia de receber apenas uma carta.

Durante a tarefa muitos estudantes ficaram distraídos enquanto não participavam ativamente dos cálculos no centro da sala. No momento de ler a carta da professora, alguns estudantes ficaram felizes e outros não esboçaram nenhuma reação. Taís, por exemplo, integrante do grupo 6 que fazia parte do subgrupo de análise, mesmo precisando de nota para atingir a média trimestral em Matemática, não se interessou em ler a carta recebida por seu grupo.

11. Considerações finais

Essa dissertação é fruto de inquietações de uma professora que se aventurou a ser pesquisadora para buscar maneiras de incluir seus estudantes que de certa forma não se adaptam a métodos padronizados de ensino, alguns deles recebendo rótulos que abrem margem para o pensamento de que são incapazes de evoluir. Mais especificamente, optou-se por focar os estudos em um conteúdo que representa o marco do início do insucesso escolar para muitos estudantes: equações de primeiro grau com uma incógnita.

Em busca de respostas foi feito um levantamento bibliográfico acerca do ensino de álgebra para refletir a respeito de maneiras eficazes para introduzir o tema de equações de primeiro grau com uma incógnita. Chegou-se à conclusão com esse estudo que é fundamental que estudantes compreendam o significado de equivalência para que cheguem à verdadeira compreensão dos métodos de resolução de uma equação e evitem o uso de procedimentos puramente mecânicos de manipulação algébrica.

Em paralelo, buscou-se compreender o que se entende por “transtornos de aprendizagem” e chegou-se à conclusão de que existem diferentes maneiras de interpretar o insucesso escolar de um estudante: sob a concepção organicista e sob a concepção histórico-cultural. A primeira considera que as dificuldades de aprendizagem decorrem de fatores biológicos que dificilmente serão superados. A segunda, baseada na teoria histórico-cultural de Vygotsky, considera que tais dificuldades podem ser decorrentes do meio no qual os estudantes estão inseridos e busca compreender maneiras de superá-las. Optou-se por adotar a segunda linha de pensamento na presente pesquisa, o que permitiu que a pesquisadora adotasse a expressão “estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem” para se referir a estudantes que apresentam laudo médico em transtornos de aprendizagem, ou possivelmente apresentariam caso buscassem auxílio médico para entender o constante baixo desempenho escolar.

Dessa forma, chegou-se a uma questão que norteou as escolhas, o desenvolvimento e as análises do presente trabalho: “*Em que medida as intervenções realizadas em sala de aula podem contribuir para a compreensão do significado de* *equivalência por parte de estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem?”.*

Para responder à questão norteadora foi preciso realizar uma pesquisa de campo que permitisse uma análise com dados reais de estudantes de uma sala de aula convencional vivenciando situações de aprendizagem que envolvessem a introdução do significado de equivalência. Para a concretização da pesquisa de campo adotou-se a metodologia do *Design Experiments*. Segundo esclarecem Cobb et al. (2003) tal metodologia possui uma característica cíclica, uma vez que o desenho pode ser alterado frequentemente, conforme as informações obtidas nas aplicações.

De modo a contribuir para a aprendizagem de um público formado por estudantes com dificuldades de aprendizagem, a pesquisadora foi em busca de recursos que os auxiliassem na formulação de conceitos abstratos. Após um estudo bibliográfico chegou-se à conclusão de que o uso de materiais manipuláveis configura uma ponte que auxilia diversos estudantes na passagem do concreto para o abstrato, conforme aponta Vale (2002).

Assim, foi criada uma primeira versão de tarefas, que contava com o uso de materiais manipuláveis, aplicadas para um público a princípio formado apenas por estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem em momentos paralelos às aulas convencionais, chamado de primeiro ciclo de testes. Com base na análise das contribuições desses estudantes foi possível concluir que não fazia sentido a segregação a que estavam submetidos, pois isso apenas evidenciou os rótulos criados. Observou-se também que seria difícil identificar indícios de compreensão, pois não seria possível julgar se a compreensão era decorrente das aulas convencionais ou das tarefas aplicadas. Além disso, as tarefas não despertaram o interesse dos estudantes, talvez por não serem conectadas por uma contextualização ou por não envolverem regras que as remetessem mais a jogos do que a aulas convencionais.

Para Cobb et al. (2003), uma característica expressiva da metodologia do *Design Experiments* consiste no fato de que o entendimento do fenômeno em investigação ocorre enquanto o experimento se desenvolve. De fato, no início da aplicação do primeiro ciclo a pesquisadora não tinha dimensão dos problemas que suas escolhas causariam. Entretanto, com o amadurecimento resultante do estudo do referencial teórico, novas hipóteses foram criadas e com elas o desenho de novas tarefas. Tais tarefas passaram a assumir um único contexto de redes sociais e passaram a contar com regras baseadas em competições e premiações. Elas foram aplicadas para um novo público formado por 32 estudantes de uma sala de aula convencional da escola em que a pesquisadora e professora ministrava aulas na época.

Pretendia-se, inicialmente, aplicar as novas tarefas para um público de 7º ano, por abordarem um tema geralmente introduzido nesse ano escolar. Entretanto, buscou-se aplicar tais tarefas para um público de idade próxima, de 8º ano do Ensino Fundamental, para testar o funcionamento das novas regras estabelecidas no *redesign*. A segunda aplicação, chamada de segundo ciclo de testes, levou em consideração as contribuições dos estudantes, de modo que algumas hipóteses estabelecidas foram refutadas e novas hipóteses foram criadas. Com isso, chegou-se a uma nova versão das tarefas, chamada de terceiro ciclo de testes, aplicada na mesma escola em que foi aplicado o segundo ciclo, mas finalmente com uma turma de 7º ano do Ensino Fundamental, também formada por 32 estudantes.

Apesar de o terceiro ciclo de testes ter sido o último na pesquisa de campo, não se consideram esgotadas as modificações que poderiam ser realizadas na terceira versão das tarefas. A aplicação do terceiro ciclo de testes foi inteiramente gravada, em áudio e vídeo, além de ser fotografada. As gravações foram assistidas mais de uma vez e descritas, pois foi com base nos diálogos que toda a análise dos dados foi realizada. Vale ressaltar que a análise foi realizada com foco em um subgrupo de 12 estudantes que apresentaram um histórico de dificuldades de aprendizagem.

Tal análise foi realizada à luz de cinco hipóteses, criadas com base nas escolhas realizadas ao longo do processo de amadurecimento do referencial teórico e da pesquisa de campo, sendo estas:

1) O tema de redes sociais facilita a compreensão das estruturas matemáticas envolvidas por ser próximo à realidade dos estudantes.

2) As tarefas contribuem para a atribuição do significado de equivalência ao sinal de igualdade.

3) As tarefas contribuem para que os estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem não se sintam desfavorecidos em relação aos demais colegas da sala.

4) Os materiais manipuláveis auxiliam os estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem na passagem do pensamento concreto para o abstrato.

5) O uso de recursos tecnológicos, competições e premiações são fatores motivacionais para que os estudantes se envolvam nas tarefas.

Pode-se dizer que o tema de redes sociais contribuiu para os estudantes se engajarem nas tarefas, uma vez que o entusiasmo no momento de apresentação foi visível através das expressões que fizeram e falas que proferiram. Não há como afirmar que os indícios de compreensão que apresentaram são decorrentes da escolha do tema, mas cabe inferir que o tema contribuiu para o acesso deles ao conhecimento matemático envolvido.

No capítulo 10 foram descritos diversos momentos das aplicações em que foi possível reconhecer indícios de compreensão da ideia de equivalência por parte de todos os estudantes do subgrupo de análise e, ainda, por parte de alguns dos demais estudantes da sala. Portanto, é possível afirmar que a segunda hipótese foi verificada, ou seja, as tarefas contribuíram de fato para a atribuição do significado de equivalência ao sinal de igualdade. Vale ressaltar, entretanto, que a compreensão ocorreu em diferentes níveis, ou seja, foi evidente que alguns estudantes evoluíram mais do que outros.

Além disso, foram observados diversos momentos em que a professora interveio com colocações que auxiliaram os estudantes a identificarem seus erros, dando a eles a oportunidade de consertá-los.

Pode-se dizer que no geral suas contribuições exerceram um papel fundamental na compreensão deles acerca do significado de equivalência.

Com relação à terceira hipótese*,* pode-se dizer que ela não foi verificada, pois foi possível identificar diversos momentos em que o desfavorecimento por parte dos estudantes com um histórico de dificuldades existiu.

Apesar de motivar os estudantes, a escolha por tarefas que envolvem competições e premiações pode ter contribuído para esse desfavorecimento. Os dados comprovaram que com a competição, estudantes sem histórico de dificuldades tomam as rédeas e estudantes com histórico de dificuldades ou não são ouvidos ou simplesmente deixam aquele que tem mais facilidade resolver o problema. Certamente eles também querem ganhar o prêmio, mas consideram que sua participação é desnecessária e ficam desencorajados de se expor com receio de fazer seu grupo perder o prêmio.

Os dados mostram que os fatores que levam ao desfavorecimento de estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem são diversos. A falta de confiança por parte de estudantes com um histórico de dificuldades decorrente de erros cometidos em momentos anteriores, o comportamento controlador de colegas que costumam apresentar bom desempenho e a omissão de um professor frente a uma atitude de preconceito, são alguns dos fatores que puderam ser observados na análise.

Pode-se dizer que os estudantes da sala em que ocorreu o terceiro ciclo de testes estavam em diferentes estágios de desenvolvimento das funções psicológicas superiores, apontados por Vygotsky (1997), em relação a conceitos matemáticos. Alguns estudantes do subgrupo de análise estavam no segundo estágio, denominado psicologia ingênua, em que o indivíduo acumula certa experiência com relação aos meios de conduta cultural, mas não sabe utilizá-los de fato. Outros, no terceiro estágio, nos quais o indivíduo já consegue utilizar um instrumento para efetuar uma determinada operação, como por exemplo contar com os dedos. Os demais estudantes da sala, entretanto, se encontravam no quarto estágio, em que o indivíduo substitui instrumentos exteriores por interiores, de modo que seu ato passa a ser internamente mediado, como por exemplo a realização de um cálculo mental.

A postura dos demais estudantes da sala frente à identificação de que alguns dos seus colegas de grupo encontravam-se em estágios anteriores de desenvolvimento, ao invés de motivá-los a contribuir para a evolução deles, os fez agir de modo a deixar evidente a falta de confiança neles.

As consequências decorrentes de atitudes de preconceito por parte de estudantes em níveis maiores de desenvolvimento foram: os estudantes que sofreram algum tipo de deboche, calaram-se e viram-se como incapazes de auxiliar novamente; a estudante que costumava apresentar dificuldades em realizar operações básicas não confiava em seus próprios resultados, recorrendo frequentemente a uma aprovação da professora; os estudantes que não tiveram suas contribuições levadas em consideração por seus colegas acomodaram-se com o fato de haver outros colegas efetuando os cálculos e não se sentiram motivados a continuar contribuindo. Esses comportamentos podem levar esses estudantes a um atraso no desenvolvimento, conforme indicou Vygotsky (1997).

Parece contraditório afirmar que os estudantes que fizeram parte do subgrupo de análise apresentaram indícios de compreensão do significado de equivalência e em seguida dizer que a atitude dos demais colegas da sala contribuiu para um atraso no desenvolvimento deles. Entretanto, o que pretende-se extrair dessa situação paradoxal é a seguinte reflexão: poderiam os estudantes do subgrupo de análise ter chegado a maiores níveis de compreensão se não tivessem enfrentado situações de desfavorecimento?

Com relação ao uso de materiais manipuláveis, pode-se dizer que de fato contribuiu para a passagem do concreto ao abstrato, uma vez que foi possível reconhecer indícios de que alguns estudantes do subgrupo de análise atingiram certo nível de abstração com o auxílio do material, principalmente nos momentos em que a professora os utilizou para sanar as dúvidas que surgiram. Além disso, foi possível identificar, também, alguns ganhos que o uso do material trouxe para os demais estudantes da sala.

Ainda sobre os recursos, cabe a reflexão de que as tecnologias dificultaram a aplicação das tarefas em um primeiro momento, uma vez que foram necessárias algumas adaptações por parte da professora para que no terceiro ciclo o tempo das aulas fosse melhor aproveitado. Entretanto, o uso do celular por parte dos estudantes na produção dos vídeos na primeira tarefa trouxe proximidade com o tema de redes sociais e causou entusiasmo nos estudantes, o que leva a inferir que, de certa forma, a tecnologia contribuiu para a aderência dos estudantes à proposta das tarefas.

Com relação a competições e premiações, observou-se que de fato foram fatores decisivos para o engajamento da turma, entretanto, do ponto de vista de desenvolvimento dos estudantes com histórico de dificuldade, trouxe prejuízos. Para um *redesign*, talvez a configuração ideal tenha que ser mais voltada para um jogo colaborativo do que competitivo.

Com base nas reflexões aqui apresentadas, pode-se concluir que as variáveis que contribuem para a aprendizagem de um estudante com um histórico de dificuldades de aprendizagem são muitas: nível de desenvolvimento em que ele se encontra, tipo de tarefa a que é submetido, tipo de recurso utilizado, maneira como interage com o professor e com os demais estudantes da sala, maneira como os estudantes e o professor o encaram, entre outras. Entretanto, ficou evidente neste trabalho que um fator decisivo para o desenvolvimento desses indivíduos é o convívio social pautado na compreensão das dificuldades e livre de preconceitos.

É preciso que qualquer indício de preconceito com relação ao nível de conhecimento de um indivíduo seja combatido diariamente, com diversas atitudes. O papel de um professor não consiste apenas no ensino de estruturas matemáticas, mas também no desenvolvimento de cidadãos conscientes e empáticos. Além de combater atitudes de preconceito um professor deve, acima de tudo, compreender que cada um de seus estudantes possui características e necessidades específicas e não devem ser submetidos a uma forma de ensino padronizada.

Para finalizar, cabe retomar a frase do início do trabalho: ao longo de sua carreira, um professor depara-se com uma heterogeneidade de pensamentos, comportamentos e níveis cognitivos, o que torna fundamental em seu trabalho o conhecimento de seus alunos. Um professor que se preocupa em incluir em suas aulas estudantes com qualquer tipo de necessidade especial educacional de fato ensina algo a todos os estudantes: não desmerecer pessoas com base no estágio de desenvolvimento em que se encontram.

Referências Bibliográficas

ALLAN, L. M. **A proibição do celular nas escolas faz sentido?** 30/07/2013. Disponível em: <http://porvir.org/porpensar/proibicao-celular-nas-escolas-faz-sentido/20130730> Acesso em: 13 jun. 2019.

ALVES, B. A. S. **A álgebra na perspectiva histórico-cultural: uma proposta de ensino para o trabalho com equações de 1º grau.** 2016. 160 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia. 2016.

American Speech and Hearing Association (ASHA). **Central auditory processing disorders: the role of the audiologist.** Position statement. Disponível em: http://www.asha. org/members/deskref-journal/deskref /defalt.2005 Acesso em: 13 set. 2019.

ASSOCIAÇÃO BRASIL PARKINSON: **O que é Parkinson?** Disponível em: <https://www.parkinson.org.br/>. Acesso em: 13 set. 2019.

ASSOCIAÇÃO DE DEFICIENTES AUDITIVOS, PAIS, AMIGOS E USUÁRIOS DE IMPLANTE COCLEAR. Conheça o DPAC – **Distúrbio do Processamento Auditivo Central.** Disponível em: https://adap.org.br/site/conteudo/225-49-o-que-e-o-dpac-disturbio-do-processamento-a.html>. Acesso em 23 out. 2019.

BASTOS, J. A. **O cérebro e a matemática.** São Paulo: Edição do Autor, 2008.

BONADIO, R. A. A.; MORI, N. N. R. **Transtorno de Déficit de Atenção/Hiperatividade: diagnóstico e prática pedagógica.** Maringá: Eduem, 2013.

BORBA, M. de C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática.** 5ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2012.

BRASIL. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. **Sala de Imprensa.** Disponível em: <http://saladeimprensa.ibge.gov.br/noticias?view=noticia&id=1&busca=1&idnoticia=2382 >. Acesso em: 13 jun. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Terceira versão revista. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf>. Acesso em: 31 mai. 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Primeiro e Segundo ciclos do Ensino Fundamental - Matemática.** Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 29 mai. 2017.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Terceiro e Quarto ciclos do Ensino Fundamental - Matemática.** Brasília: MEC, 1998. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 27 mai. 2017.

CASTELO BRANCO, A. **A Má Temática da DISLEXIA: Aspectos da utilização da Arte e da Tecnologia na aprendizagem da Matemática por alunos portadores de DISLEXIA.** 2015. 242 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Matemática, Estatística e Computação Científica, Universidade Estadual de Campinas, Campinas. 2015.

CAÑETE, O. **Desorden del procesamiento auditivo central (DPAC).** In: Rev. Otorrinolaringol. Cir. Cabeza Cuello. Santiago, 2006; 66: p. 263-273. Disponível em: https://scielo.conicyt.cl/pdf/orl/v66n3/art14.pdf. Acesso em: 23 out. 2019.

CENCI, A. **A retomada da defectologia na compreensão da teoria histórico-cultural de Vygotsky.** In: 37ª Reunião Nacional da ANPEd, 2015, Florianópolis. Anais. Florianópolis: UFSC, 2015, p. 1-17.

CID-10. **F80-F89 Transtornos do desenvolvimento psicológico.** Disponível em: <http://www.datasus.gov.br/cid10/V2008/WebHelp/f80_f89.htm>. Acesso em: 30 ago. 2019.

CID-10. **F90-F98 Transtornos do comportamento e transtornos emocionais que aparecem habitualmente durante a infância ou a adolescência.** Disponível em: <http://www.datasus.gov.br/cid10/V2008/WebHelp/f90_f98.htm>. Acesso em: 30 ago. 2019.

CID-10. **H90-H95 Outros transtornos do ouvido.** Disponível em: <http://www.datasus.gov.br/cid10/V2008/WebHelp/h90_h95.htm>. Acesso em: 04 set. 2019.

CID-10. **G20-G26 Doença de Parkinson.** Disponível em: <http://www.datasus.gov.br/cid10/V2008/WebHelp/g20_g26.htm>. Acesso em: 04 set. 2019.

COBB, P.; CONFREY, J.; DISESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. **Design experiments in education research.** Educational Researcher, v. 32, n. 1, p. 9-13, 2003.

COLLARES, C. A. L.; MOYSÉS, M. A. **Preconceitos no cotidiano escolar: ensino e medicalização.** São Paulo, SP: Cortez, 1996.

CONA, D. C. **Ensino de Isometrias na Educação Básica: Uma aplicação didática em sala de aula.** 2017. 171 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo. 2017.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. **Câmara de Educação Básica. Resolução CNE/CEB 2/2001.** Diário Oficial da União, Brasília, 14 de setembro de 2001. Seção 1E, p. 39-40. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CEB0201.pdf. Acesso em: 08 set. 2019.

CONSELHO NACIONAL DE EDUCAÇÃO. **Parecer CNE/CEB – nº 17/2001.** Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/parecer17.pdf. Acesso em: 08 set. 2019.

DRUCK, I. F. **VARIÁVEIS, CONSTANTES, INCÓGNITAS, EQUAÇÕES E INEQUAÇÕES: Significados e relevâncias da linguagem algébrica para a formação geral dos estudantes da Educação Básica na área de Matemática.** São Paulo, 2015.

DSM-5. **Manual diagnóstico e estatístico de transtornos mentais.** 5ª edição, artmed, 2014. Disponível em: https://www.tdahmente.com/wp-content/uploads/2018/08/Manual-Diagn%C3%B3stico-e-Estat%C3%ADstico-de-Transtornos-Mentais-DSM-5.pdf. Acesso em: 08 set. 2019.

FAUSTINO, T. A. S. **O pensamento algébrico em atividades relacionadas ao princípio multiplicativo: empregando tecnologias móveis em uma sala inclusiva.** 2017. 139 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo. 2015.

FERNANDES, R.; SALVI, R. **Estado da Arte da Educação Matemática Inclusiva: uma Análise a Respeito da Produção Científica.** Rev. Ens. Educ. Cienc. Human., v. 18, n. 2, p. 144-154, 2017.

FERNANDES, S.; HEALY, L. **Rumo à Educação Matemática Inclusiva: Reflexões sobre nossa jornada.** REnCiMa, Edição Especial: Educação Matemática, v. 7, n. 4, p. 28-48, 2016.

FINO, C. N. **Vygotsky e a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP): três implicações pedagógicas.** Revista Portuguesa de Educação, v. 14, n. 2, p. 273-291, 2001.

FOSSA, J. A. **O Ensino do Conceito de Variável.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2012.

GARCIA, J. N. **Manual de dificuldades de aprendizagem: linguagem, leitura, escrita e matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

GOMES, V. M. S.; SANTOS, N. F. H. **Educação matemática e neurociência no apoio à criança com discalculia – Processo de aprendizagem e proposta de intervenção.** OFICINA CAEM, 2017, São Paulo, CAEM, 15 mai. 2017.

GUINTHER, H. **Pesquisa qualitativa versus pesquisa quantitativa: esta é a questão?** Psicologia: Teoria e Pesquisa, Brasília, v. 22, p. 201-209, maio/ago. 2006.

KRANZ, C. R.; HEALY, L. **Pesquisas sobre discalculia no Brasil: Uma reflexão a partir da perspectiva histórico-cultural.** REMATEC. Revista de Matemática, Ensino e Cultura (UFRN), v. 8, p. 58-81, 2013.

HERSCOVICS, N. **Cognitive Obstacles Encountered in the Learning of Algebra.** In Wagner & Kieran (1989).

KARRER, Mônica. **Articulação entre álgebra linear e geometria: um estudo sobre as transformações lineares na perspectiva dos registros de representação semiótica.** 2006. 435 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – PUC/SP, São Paulo. 2006.

LORENZATO, S. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis.** In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas.** São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

MOURA, A. **Geração Móvel: um ambiente de aprendizagem suportado por tecnologias móveis para a "Geração Polegar".** In DIAS, P.; OSÓRIO, A. J. (org.) Actas da VI Conferência Internacional de TIC na Educação Challenges 2009 / Desafios 2009 (pp. 50-78). Braga: Universidade do Minho. Disponível em: http://repositorio.uportu.pt/jspui/bitstream/11328/472/1/Gera%c3%a7%c3%a3o%20M%c3%b3vel%282009%29.pdf. Acesso em: 24 fev. 2020.

MARTINS, J. S. PINHEIRO, M. M. C. BLASI, H. F. **A utilização de um software infantil na terapia fonoaudiológica de Distúrbio do Processamento Auditivo Central. Clínica de Fonoaudiologia da Faculdade Estácio de Sá de Santa Catarina** – FESSC – São José (SC), Brasil, 2008. Disponível em: https://core.ac.uk/download/pdf/37707503.pdf. Acesso em: 13 set. 2019.

MORETTI, V. R. **Um estudo sobre métodos algébricos de resolução de equações algébricas com proposta de atividades para o Ensino Básico**. 2014. 91 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas. 2014. Disponível em: http://repositorio.unicamp.br/jspui/bitstream/REPOSIP/306084/1/Moretti_ValmirRoberto_M.pdf. Acesso em: 13 set. 2019.

OLIVEIRA, R. **Introdução à Álgebra para alunos de sétima série com necessidades Educacionais Especiais em sala de aula regular.** 2012. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo. 2012. Disponível em: http://repositorio.pgsskroton.com.br/bitstream/123456789/3654/1/RONALDO%20SOVENIL%20DE%20OLIVEIRA.pdf. Acesso em: 13 jan. 2020.

ORJALES, I. **Déficit de Atenção/Hiperatividade: Diagnóstico e Intervenção.** In: GONZÁLES, E. et al. Necessidades educacionais específicas intervenção psicoeducacional. Porto Alegre: Artmed, 2007 p. 295-319. Cap.14 Tradução de: Daisy Vaz Moraes.

Portaria SAS/MS nº 228, de 10 de maio de 2010. (Republicada em 27/08/10). Protocolo Clínico e Diretrizes Terapêuticas Portaria: Doença de Parkinson. Disponível em: https://portalarquivos2.saude.gov.br/images/pdf/2014/abril/02/pcdt-doenca-parkinson-republicado-livro-2010.pdf. Acesso em: 23 out. 2019.

PONTE, J. P.; M. L.; BRANCO, N.; MATOS, A. **A Álgebra no ensino básico.** Portugal: Ministério da Educação, Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular – DGIDC, Lisboa, 2009.

PONTE, J. P. **Gestão curricular em Matemática.** In GTI (ed.). O professor e o desenvolvimento curricular. Lisboa: APM, 2005. pp. 11-34.

SALAMANCA. **Sobre Princípios, Políticas e Práticas na Área das Necessidades Educativas Especiais.** 1994.

SÃO PAULO (Estado). Secretaria Estadual de Educação. Coordenadoria de Gestão da Educação Básica. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias – Ensino Fundamental – Ciclo ll e Ensino Médio.** São Paulo, 2011. 76 p. Disponível em: <http://www.educacao.sp.gov.br/a2sitebox/arquivos/documentos/238.pdf.> Acesso em: 30 mai. 2017.

SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO. **Caderno de debates do NAAPA: Questões do cotidiano escolar.** São Paulo, 2016.

SILVA, C. M. S. **Equações nos primeiros anos do Ensino Fundamental em livros didáticos russos.** Revista Paranaense de Educação Matemática, Campo Mourão, Pr, v. 7, n. 13, p. 226-251, jan.-jun. 2018.

SILVA, M. A. S.; TULESKI, S. C. **Dificuldades de aprendizagem em cena: o que o cinema e a psicologia histórico-cultural têm a dizer sobre a dislexia.** Interfaces da Educ., Paranaíba, v. 5, n. 14, p. 177-199, 2014. Disponível em: https://doaj.org/article/34b69bb8099e46c3bcccc568ab27b8ce. Acesso em: 11 set. 2019.

SIMITH, Deborah Deutsch. **Distúrbios de aprendizagem.** In:______. Introdução à educação especial: ensinar em tempos de inclusão. 5ª ed. Porto Alegre: Artmed, 2008. p. 261-295. Tradução de: Sandra Moreira de Carvalho.

SOUZA, E. R.; DINIZ, M. I. S. V. **Álgebra: das Variáveis às Equações e Funções.** São Paulo, SP: Coleção Caem IME – USP, nº 5, 2008.

TRIVILIN, L. R.; RIBEIRO, A. J. **Conhecimento Matemático para o Ensino de Diferentes Significados do Sinal de Igualdade: um estudo desenvolvido com**

professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Bolema, Rio Claro (SP), v. 29, n. 51, p. 38-59, abr. 2015.

TURRIONI, A. M. S.; PEREZ, G. **Implementando um laboratório de educação matemática para apoio na formação de professores.** In: LORENZATO, Sérgio. Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 57-76.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilização das variáveis.** In: COXFORD, A; SHULTE, A. (Org.). As ideias da álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

VALE, I. **Materiais manipuláveis.** Instituto Politécnico de Viana do Castelo Escola Superior de Educação. Departamento de Matemática, Ciências e Tecnologia. Outubro de 2002. 1ª edição. Edição do Laboratório de Educação Matemática (LEM).

VAN DER VEER, R.; VALSINER, J. **Vygotsky: uma síntese.** São Paulo: Edições Loyola, 2009.

VYGOTSKY, L.S. El problema de la edad. In: VYGOTSKY, L. S. **Obras Escogidas – Tomo IV: Psicología infantil.** Madrid: Visor, 1932-1984/2006.

VYGOTSKY, L. S. **Obras Escogidas – Tomo V: Fundamentos de defectología.** Madrid: Visor, 1925-1983/1997.

Anexos

Termos de consentimento Livre e esclarecido

Modelo 1. Para a escola

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu compreendo os direitos dos participantes da pesquisa intitulada “Uma proposta de introdução ao conceito de equivalência para o ensino de equações de primeiro grau com uma incógnita com foco em estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem”, orientada pela Dra. Cláudia Cueva Candido e que tem como pesquisadora responsável Carolina Cavalheiro Crittelli, estudante do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, a qual pode ser contatada pelo e-mail carol_crittelli@hotmail.com ou telefone (11) 9 9229-1474. Na qualidade de responsável pela Escola ____, autorizo a participação dos estudantes do 7º ano na mencionada pesquisa e compreendo como e por que esse estudo está sendo realizado. Os responsáveis pela pesquisa garantem o sigilo, assegurando a privacidade dos sujeitos quanto aos dados envolvidos na pesquisa. Receberei uma cópia assinada deste formulário de consentimento.

São Paulo, ____ de __________ de 2017.

Assinatura:_________________________

Cargo:_________________________

Modelo 2. Pais ou responsáveis

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Eu ___________________________________, RG _________________, declaro saber da participação de meu/minha filho/a _________________________________ na pesquisa "Uma proposta de introdução ao conceito de equivalência para o ensino de equações de primeiro grau com uma incógnita com foco em estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem", desenvolvida junto ao Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo pela pesquisadora Carolina Cavalheiro Crittelli, orientada pela Dra. Cláudia Cueva Candido, as quais podem ser contatadas pelo e-mail carol_crittelli@hotmail.com ou telefone (11) 9 9229-1474. O presente trabalho tem por objetivo investigar uma abordagem para a introdução a equações que contribua para a aprendizagem de todos, e os instrumentos utilizados são: coletas de dados referentes às tarefas realizadas pelos alunos, gravações de entrevistas e das aulas e fotografias das atividades. Compreendo que tenho liberdade de retirar meu consentimento em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma. A qualquer momento, posso buscar maiores esclarecimentos, inclusive relativos à metodologia do trabalho. Os responsáveis pela pesquisa garantem o sigilo, assegurando a privacidade dos sujeitos quanto aos dados envolvidos na pesquisa. Declaro compreender que as informações obtidas só podem ser usadas para fins científicos, de acordo com a ética na pesquisa, e que essa participação não inclui nenhum tipo de pagamento.

São Paulo, ____ de __________ de 2017.

Assinatura:__________________________

Modelo 3. Para sujeitos participantes da pesquisa

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Concordo em participar, como voluntário/a, da pesquisa intitulada “Uma proposta de introdução ao conceito de equivalência para o ensino de equações de primeiro grau com uma incógnita com foco em estudantes com um histórico de dificuldades de aprendizagem”, que tem como pesquisadora responsável Carolina Cavalheiro Crittelli, estudante do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, orientada pela Dra. Cláudia Cueva Candido, as quais podem ser contatadas pelo e-mail carol_crittelli@hotmail.com ou telefone (11) 9 9229-1474. O presente trabalho tem por objetivo investigar uma abordagem para a introdução a equações que contribua para a aprendizagem de todos. Minha participação consistirá em dar entrevistas e realizar as atividades propostas. Compreendo que esse estudo possui a finalidade de pesquisa, e que os dados obtidos serão divulgados seguindo diretrizes éticas da pesquisa, assegurando, assim, minha privacidade. Sei que posso retirar meu consentimento quando eu quiser, e que não receberei nenhum pagamento por essa participação.

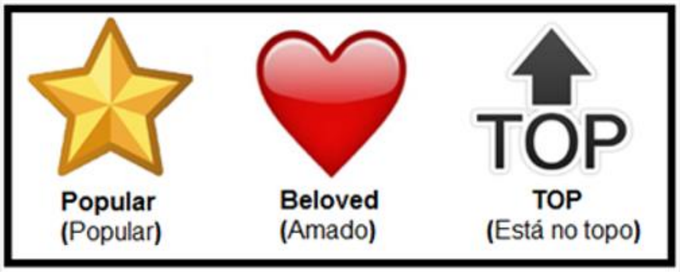
São Paulo, ____ de __________ de 2017.

Assinatura:__________________________

***Slides* da tarefa 3.1**

NOVIDADE!!

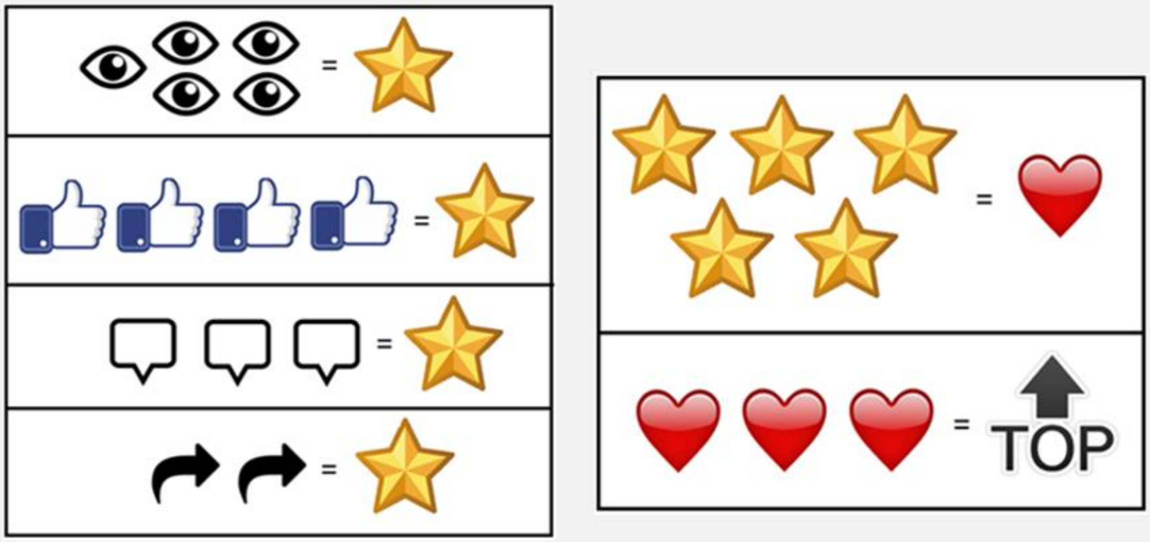
E os ícones novos vieram para causar!



NOVIDADE!!

A cada publicação, o usuário pode obter curtidas, comentários e compartilhamentos de outras pessoas e, no caso de ser um vídeo, pode obter visualizações.

De acordo com determinadas quantidades de cada um desses ícones, o usuário obtém estrelas de popularidade, corações de amabilidade e “TOP” para indicar níveis mais altos de popularidade.



Estes ícones novos ficam indicados no perfil do usuário, de modo a classificá-lo quanto ao nível de popularidade.

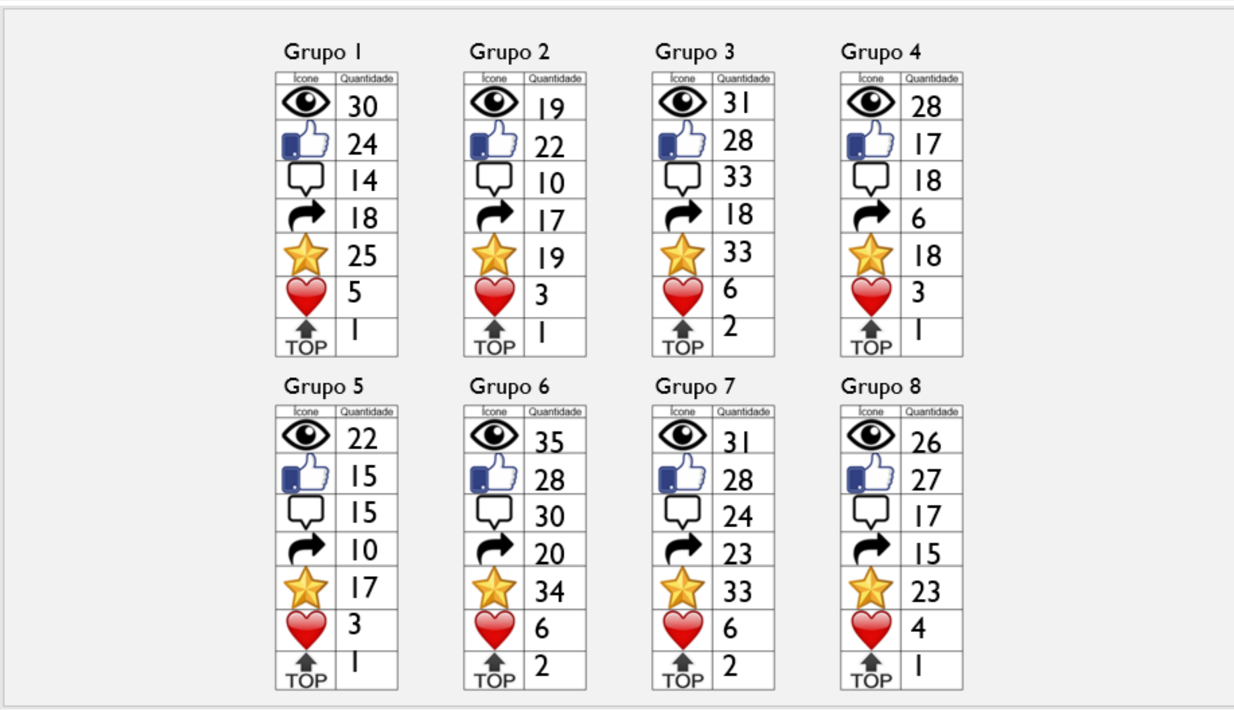
VAMOS SUPOR QUE A NOSSA SALA DE AULA SEJA O

facetopbook

ORIENTAÇÕES

1. Cada grupo deverá criar um vídeo (ou realizar uma performance) de no máximo 3 minutos. O prazo para a elaboração do vídeo ou performance é de uma semana.
2. No dia da reprodução, cada aluno deverá receber 7 views, 6 likes, 5 comments e 4 shares em forma de papel.
3. Os vídeos/performances serão apresentados para a sala e, ao término, os alunos atribuirão os seus views, likes, comments e shares para os grupos que desejarem.
4. Cada grupo deverá se reunir e, a partir dos ícones recebidos, deverão contabilizar quantos Popular, Beloved e TOP possuem.
5. O grupo que possuir mais TOP's receberá um prêmio.


USUÁRIOS
GRUPO 1
20, 1, 18, 5
GRUPO 2
30, 4, 3, 6
GRUPO 3
25, 17, 13, 26
GRUPO 4
9, 31, 14, 11
GRUPO 5
21, 32, 27, 33
GRUPO 6
22, 29, 8, 16
GRUPO 7
2, 19, 15, 12
GRUPO 8
24, 28, 7, 23


Grupo 1
Ícone Quantidade
30
24
14
18
25
5
TOP 1
Grupo 2
Ícone Quantidade
19
22
10
17
19
3
TOP 1
Grupo 3
Ícone Quantidade
31
28
33
18
33
6
TOP 2
Grupo 4
Ícone Quantidade
28
17
18
6
18
3
TOP 1
Grupo 5
Ícone Quantidade
22
15
15
10
17
3
TOP 1
Grupo 6
Ícone Quantidade
35
28
30
20
34
6
TOP 2
Grupo 7
Ícone Quantidade
31
28
24
23
33
6
TOP 2
Grupo 8
Ícone Quantidade
26
27
17
15
23
4
TOP 1

PARABÉNS AO GRUPO 6

***Slides* da tarefa 3.2**

NOVIDADE!!

ANTES

DEPOIS

Uma empresa precisa contratar um novo funcionário para um cargo que exigirá bastante contato com pessoas, portanto, decidiu entrar no perfil do Facetopbook de cada um dos candidatos à vaga para analisar os níveis de popularidade.

Foram analisados três perfis, mas todos já estavam utilizando a nova funcionalidade de ocultar ícones. Portanto, os funcionários da empresa precisavam fazer algumas suposições.

Cada grupo representa um funcionário dessa empresa e possui a missão de adivinhar a quantidade de ícones de cada candidato à vaga!

FUNCIONÁRIOS

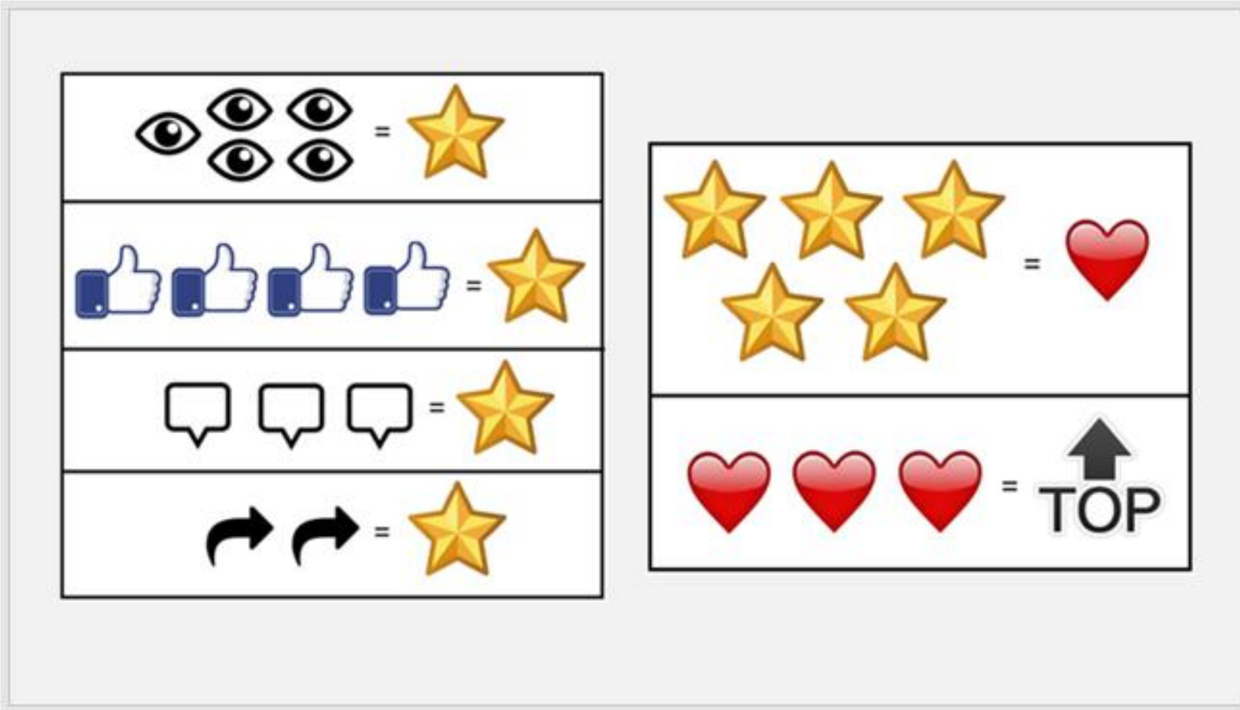
GRUPO 1 20, 1, 18, 5	GRUPO 2 30, 4, 3, 6	GRUPO 3 25, 17, 13, 26	GRUPO 4 9, 31, 14, 11
GRUPO 5 21, 32, 27, 33	GRUPO 6 22, 29, 8, 16	GRUPO 7 2, 19, 15, 12	GRUPO 8 24, 28, 7, 23

CANDIDATO 1:

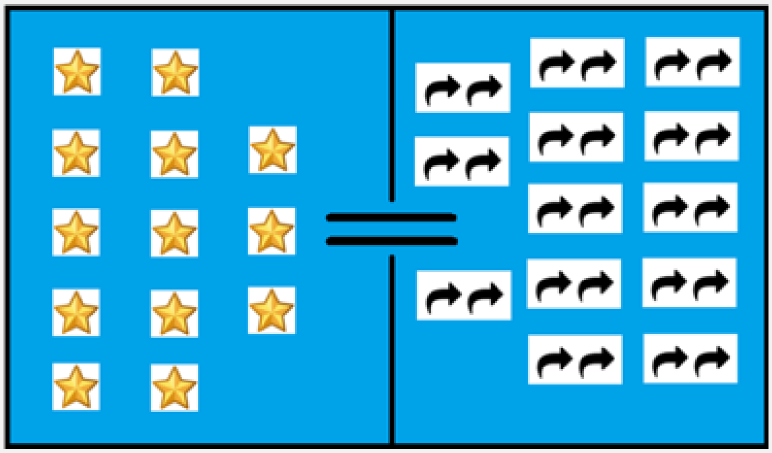
CANDIDATO 1:

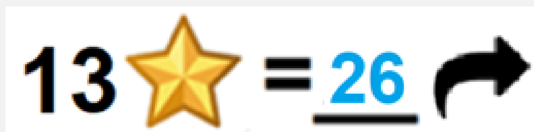
- Exemplo de chute:

Se Camila tiver só compartilhamentos, quantos ela tem?


TOP


2 = 1
1 = 2





CANDIDATO I:

Outra possibilidade:

CANDIDATO I:

CANDIDATO I:

- Agora é a vez de vocês!!!

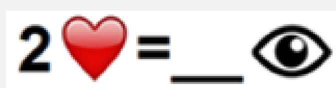
Se Camila tiver só comentários...

Se Camila tiver só visualizações e curtidas...

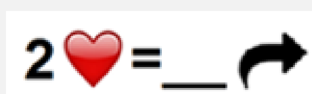
CANDIDATO II:

CANDIDATO II:

Se Allan tiver só visualizações...

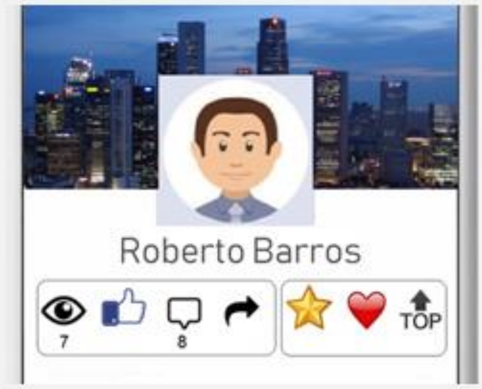


Se Allan tiver só compartilhamentos...



Se Allan tiver só comentários e curtidas...

CANDIDATO III:

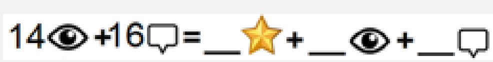


Os ícones de Roberto, porém sofreram modificações ao longo de um dia!!

9h23 - Roberto apaga 2 comentários

12h41 - Roberto recebe 2 visualizações e 2 comentários

22h50 – As visualizações e comentários dobram em relação ao inicial



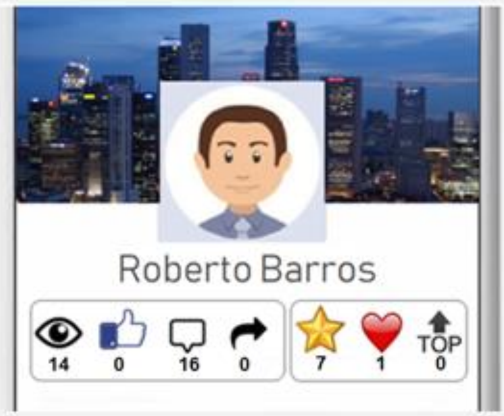
Após muitas suposições o funcionário de TI da empresa conseguiu hackear o Facetopbook e descobriu a quantidade de ícones de cada candidato!

Mas pelo esforço da equipe o chefe decidiu recompensar os funcionários que acertaram **pelo menos uma** das quantidades de ícones dos candidatos.

CANDIDATO I:

CANDIDATO II:

CANDIDATO III:

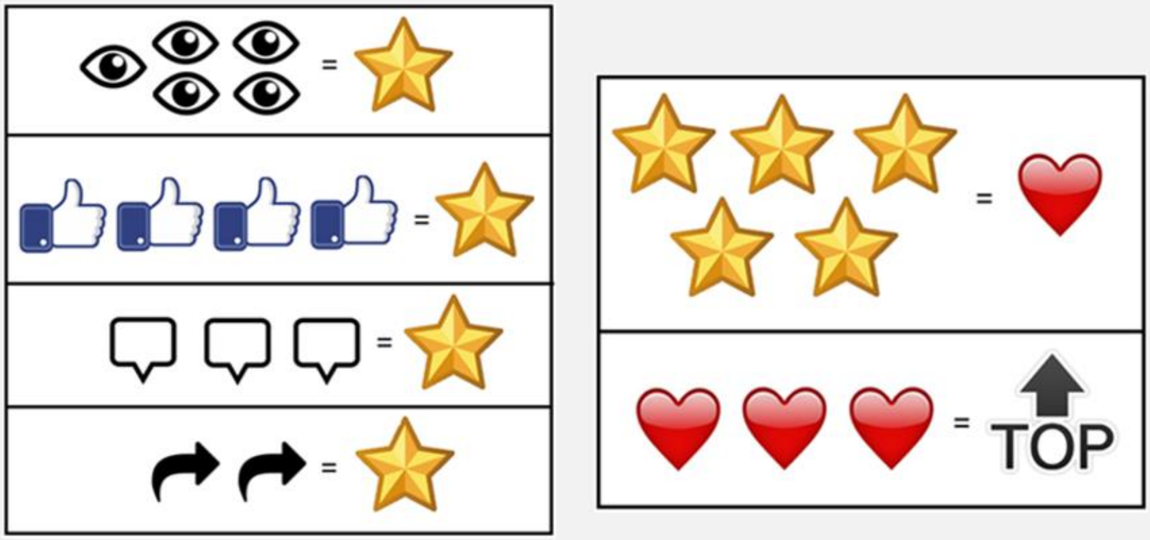


PARABÉNS AOS VENCEDORES!

***Slides* da tarefa 3.3**

Inicialmente, o valor doado será

Quanto valem os outros ícones?



FUNCIONÁRIOS

GRUPO 1 20, 1, 18, 5	GRUPO 2 30, 4, 3, 6	GRUPO 3 25, 17, 13, 26	GRUPO 4 9, 31, 14, 11
GRUPO 5 21, 32, 27, 33	GRUPO 6 22, 29, 8, 16	GRUPO 7 2, 19, 15, 12	GRUPO 8 24, 28, 7, 23

Quanto valem os outros ícones?

R$ 6,00 R$ 1,50 R$ 2,00 R$ 3,00 R$ 30,00 R$ 90,00

O sucesso foi tão grande que a empresa decidiu aumentar os valores a serem doados.

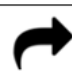
Quanto valem os outros ícones?

Quanto valem os outros ícones?

R$ 4,80 R$ 24,00 R$ 6,00 R$ 8,00 R$ 12,00 R$ 120,00

UMA PESSOA CONSEGUIU ARRECADAR R$ 708,00.

QUANTOS E QUAIS SÃO OS ÍCONES DESSA PESSOA?

Ícones	Sobras	Valor
		
		
		
		
		
		
		
SOMA		

Ícones	Sobras	Valor
 TOP	1	360
	2	240
	4	96
	1	12
	0	0
	0	0
	0	0
SOMA		708

TOTAL

QUAL FOI O VALOR ARRECADADO PELO GRUPO DE VOCÊS?

Ícone	Quantidade	Sobras	Valor
TOP			
valor arrecadado			

Grupo 1

Ícone	Quantidade
	30
	24
	14
	18
	25
	5
TOP	1

Grupo 2

Ícone	Quantidade
	19
	22
	10
	17
	19
	3
TOP	1

Grupo 3

Ícone	Quantidade
	31
	28
	33
	18
	33
	6
TOP	2

Grupo 4

Ícone	Quantidade
	28
	17
	18
	6
	18
	3
TOP	1

Grupo 5

Ícone	Quantidade
	22
	15
	15
	10
	17
	3
TOP	1

Grupo 6

Ícone	Quantidade
	35
	28
	30
	20
	34
	6
TOP	2

Grupo 7

Ícone	Quantidade
	31
	28
	24
	23
	33
	6
TOP	2

Grupo 8

Ícone	Quantidade
	26
	27
	17
	15
	23
	4
TOP	1


ARRECADAÇÃO
GRUPO 1
R$ 616,00
GRUPO 2
R$ 507,20
GRUPO 3
R$ 796,80
GRUPO 4
R$ 452,40
GRUPO 5
R$ 435,60
GRUPO 6
R$ 816,00
GRUPO 7
R$ 808,80
GRUPO 8
R$ 602,80

***Slides* da tarefa 3.4**

GRUPOS

GRUPO 1

20, 1, 18, 5

GRUPO 2

30, 4, 3, 6

GRUPO 3

25, 17, 13, 26

GRUPO 4

9, 31, 14, 11

GRUPO 5

21, 32, 27, 33

GRUPO 6

22, 29, 8, 16

GRUPO 7

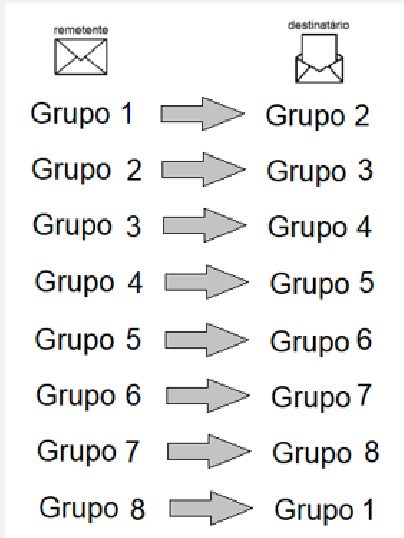
2, 19, 15, 12

GRUPO 8

24, 28, 7, 23

Remetente:

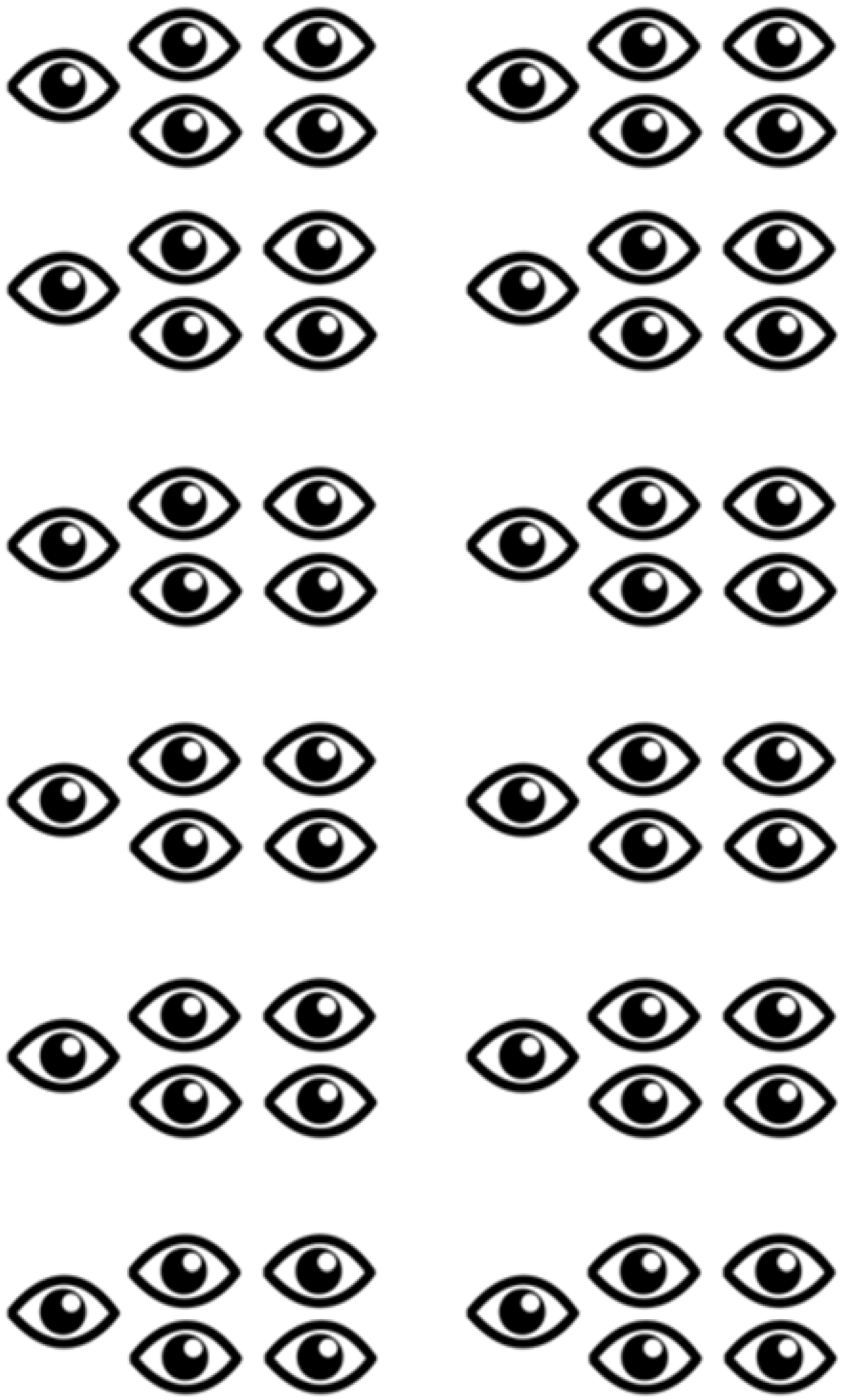
1. Escrever mensagem.
2. Escolher uma senha de no máximo 3 dígitos.
3. Calcular código chave.

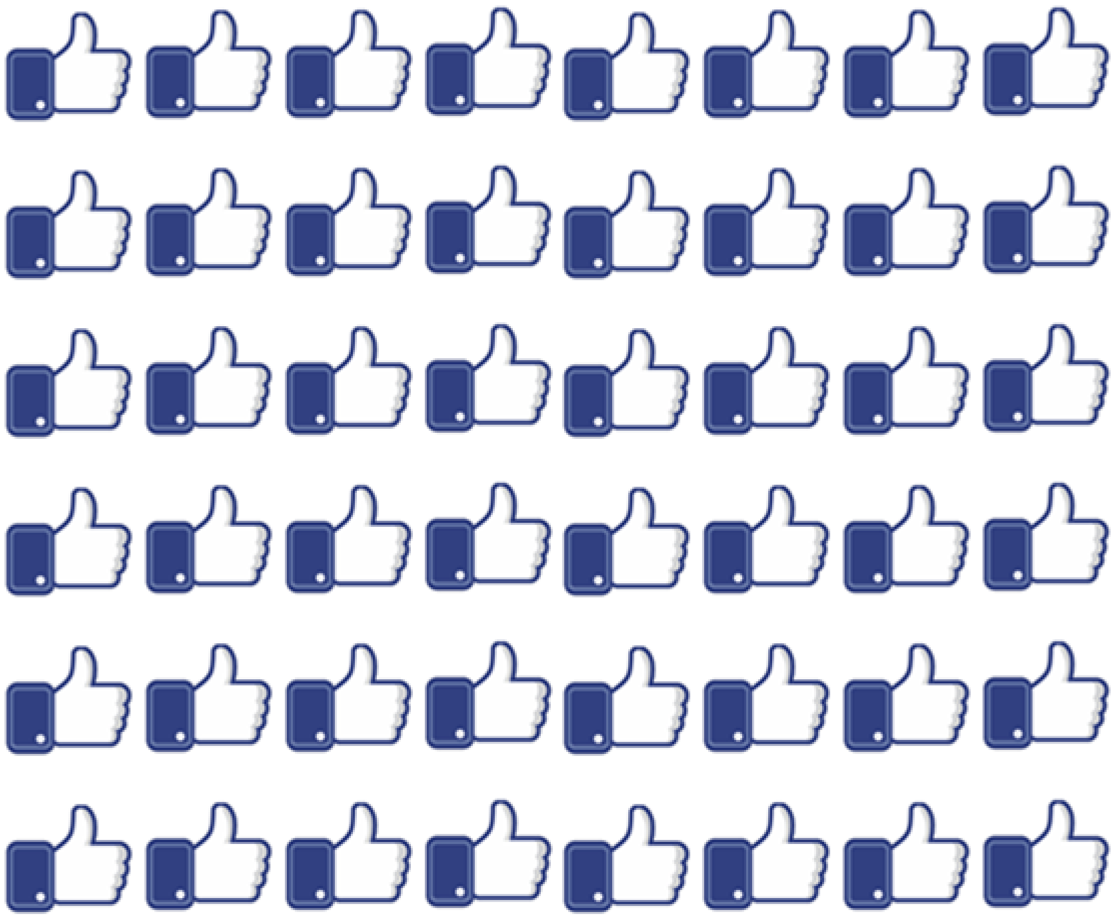


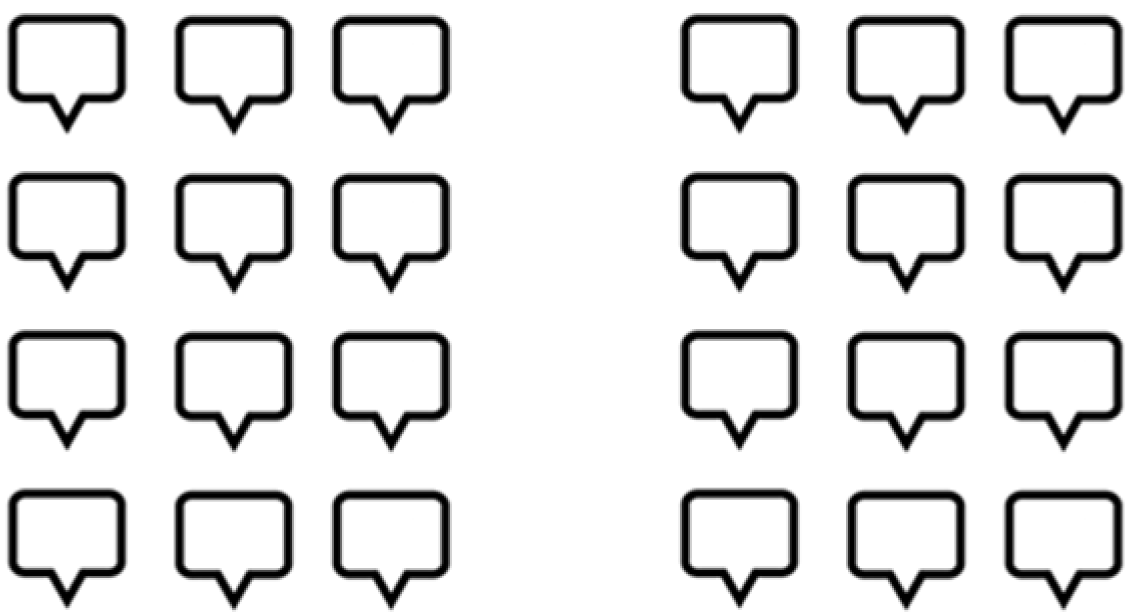
Destinatário:

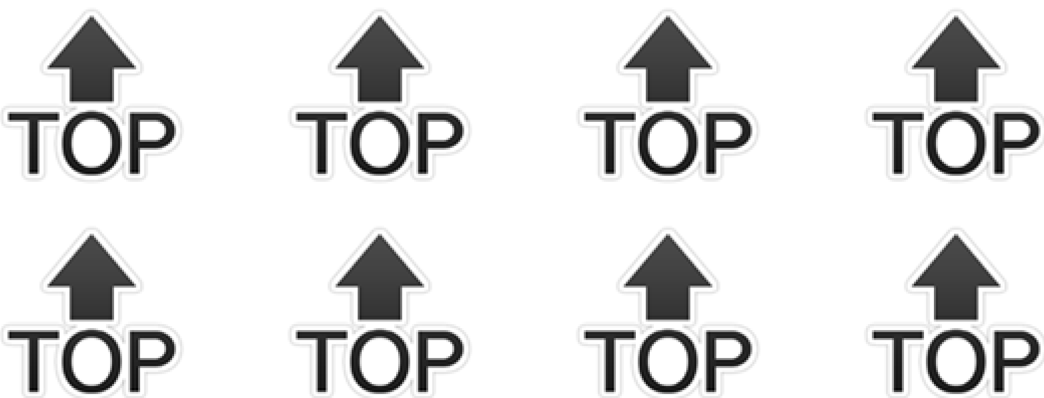
Cada grupo receberá um código chave diferente e terá que descobrir a senha para abrir a mensagem da professora.

Material manipulável para impressão








TOP
TOP
TOP
TOP
TOP
TOP
TOP
TOP