

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

ANDRESSA RUBIM

Matemática e território sob uma perspectiva crítica: uma análise das propostas elaboradas
por professores

São Paulo

2024

ANDRESSA RUBIM

Matemática e território sob uma perspectiva crítica: uma análise das propostas elaboradas por professores

Esta é a versão original da dissertação elaborada pela candidata Andressa Rubim, submetida à comissão julgadora para obtenção do título de Mestre.

Área de concentração: Ensino de matemática.

Orientador: Prof. Dr. Júlio César Augusto do Valle

São Paulo
2024

“Gratidão, integridade, honestidade, papo reto e só visão
Eu sei que toda glória vai ser dada a Deus
Mas não posso esquecer daquele que me deu a mão
Daqueles, porque foi mais de um
Sem eles, lugar nenhum
E se tu não concorda, é porque a minha vivência é outra
Essa é minha vida, é louca e fora do comum, é”.
(Gratidão, L7NNON)

Agradecimento

Nesta reta final, fiquei me perguntando o que ficou ao longo de todo esse processo do mestrado. Cheguei à conclusão que ficou aquilo que importa, no sentido daquilo que eu trouxe para dentro, que eu “importei”. Posso dizer que “importei” muitas coisas das conexões com as pessoas que acompanharam minha trajetória desde o dia da matrícula, especialmente, as que vou destacar a seguir.

Em primeiro lugar, agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Júlio César Augusto do Valle, pelas reuniões tão produtivas e pelos livros legais indicados. Eu sempre comprava um livro depois delas e recomendo muito. Um deles me ensinou que um instante é uma coisa que pedimos a alguém, então, desde já, agradeço ao professor pelos muitos instantes que ele me deu para a escrita do trabalho e por todo apoio para que cada um deles fosse bem aproveitado.

Agradeço aos meus pais, Marlene e Antonio, minha irmã, Tata (Vanessa), e minha avó, Hermínia, pela torcida e até mesmo pela pergunta “quando você vai acabar?”, pois isso me ajudou a realmente focar na escrita aos finais de semana. Na qualificação, todos comemoraram como se fosse a defesa, porque na minha família tudo é motivo para um churrasco. Amo muito!

Tenho muitos amigos, então, quero agradecer a todos eles, em especial meu power trio da quinta série, Ana Beatriz e Julia. Elas não gostam de matemática, mas me apoiam em qualquer coisa, nos momentos bons e ruins. Que bom que essa amizade importou e importa mesmo depois de tanto tempo.

Meus amigos imeanos, Karol, Nivaldo, André, Vinicius Sbaiz (que me ajudou muito desde o começo do mestrado), Heesue e Camila, que sorte tê-los em minha vida mesmo com a distância que o mundo do trabalho nos coloca. Já não nos vemos com tanta frequência, mas ficaram os bons momentos, os lanches do Mc Donald’s depois da aula e os karaokês.

Agradeço aos professores da banca, Zaqueu Oliveira, Thiago Nagafuchi e Raquel Milani, os quais considero como meus amigos, por sempre me inspirarem e por contribuírem muito para a dissertação tomar forma com ótimos comentários e leitura atenta. Tudo que eu aprendi sobre Educação Matemática devo a vocês!

Aos meus gatos, Chester e Bernardinho, por estarem sempre comigo em busca de sachês ou me fazendo companhia nas noites que me dediquei a escrever.

Talvez eu não tenha mencionado todas as pessoas que importam na minha vida, mas quero deixar registrado que sou grata pela amizade que ressoa em quem eu sou hoje.

RESUMO

RUBIM, Andressa. **Matemática e território sob uma perspectiva crítica: uma análise das propostas elaboradas por professores.** 2024. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Matemática e Estatística. Universidade de São Paulo.

Esta dissertação busca compreender de que forma a Educação Matemática Crítica pode orientar propostas de ensino de matemática que considerem o território. A relevância deste tema justifica-se pela ausência de direcionamento nos currículos atuais de matemática no que diz respeito ao trabalho que articula matemática e território, o que pode acarretar dificuldades para os professores. Outro motivo é que os livros didáticos, ferramenta de trabalho dos professores, são baseados nesses currículos, e costumam apresentar contextos globais ou ainda artificiais. Diante disso, adotando a Educação Matemática Crítica como concepção orientadora, que expressa as preocupações da Educação Matemática, e elementos da metodologia Pesquisa-ação, foram realizadas duas formações com professores, sendo elas: um minicurso realizado no II Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática (ENOPEM) e um curso no 21º Encontro USP Escola. Durante essas formações, por meio das abordagens de ensino cenários para investigação, geotecnologias, modelagem matemática e etnomatemática, foram apresentados exemplos de práticas pedagógicas que conectam conteúdos de matemática a investigações sobre o território. Como resultado, constatamos que os professores participantes do II ENOPEM e do 21º Encontro USP Escola tinham pouca familiaridade com esse tema e que as formações propostas lhes permitiram ampliar seus conhecimentos sobre matemática e território. No 21º Encontro USP Escola, os professores elaboraram sequências didáticas sobre o tema, e na análise apresentada neste trabalho, observa-se que estas refletem o que faz sentido para eles nas escolas em que lecionam. Por isso, algumas sequências, muitas vezes, são caracterizadas por um foco predominante em exercícios ou em contextos que fazem referência à matemática pura. Concluiu-se que, ao relacionarmos os problemas do território com as preocupações da Educação Matemática Crítica, os professores incluíram em suas sequências didáticas convites para investigação, perguntas para estimular o diálogo com os estudantes e reflexões sobre a própria matemática. Por fim, a perspectiva crítica mostrou-se presente nas análises das sequências elaboradas, uma vez que as preocupações com o território levam a questionamentos sobre as responsabilidades das pessoas que habitam ou governam o território.

Palavras-chave: Ensino de matemática; território; Educação Matemática Crítica; perspectiva crítica.

ABSTRACT

RUBIM, Andressa. **Mathematics and territory from a critical perspective: an analysis of proposals prepared by teachers.** Dissertation (Master's degree) - Institute of Mathematics and Statistics. University of Sao Paulo.

This dissertation aims to understand how Critical Mathematics Education can guide proposals for teaching mathematics that consider the territory. The relevance of this theme is justified by the lack of direction in current mathematics curriculum regarding the work that articulates mathematics and territory, which can lead to difficulties for teachers. Another reason is that textbooks, teachers' working tools, are based on these curriculums and often present global or artificial contexts. Considering that, adopting Critical Mathematics Education as a guiding conception, which expresses the concerns of Mathematical Education, and elements of the Research-Action methodology, two moments of continuing education were conducted with teachers: a mini-course held at the II National Online Meeting of Mathematics Teaching Teachers (ENOPEM) and a course at the 21st USP School Meeting. During these moments of continuing education, through teaching approaches such as landscapes of investigation, geotechnologies, mathematical modeling, and ethnomathematics, examples of pedagogical practices connecting mathematics content to investigations about territory were presented. As a result, we found that teachers participating in the II ENOPEM and the 21st USP School Meeting had little familiarity with this topic and that the proposed training sessions allowed them to expand their knowledge about mathematics and territory. At the 21st USP School Meeting, teachers developed didactic sequences on the topic, and in the analysis presented in this work, it is observed that these reflect what makes sense for them in the schools where they teach. Therefore, some sequences are often characterized by a predominant focus on exercises or contexts that reference pure mathematics. It was concluded that by relating territory issues to the concerns of Critical Mathematics Education, teachers included in their didactic sequences invitations for investigation, questions to stimulate dialogue with students, and reflections on mathematics itself. Finally, the critical perspective was evident in the analyses of the developed sequences, as concerns about territory led to questioning the responsibilities of the people who inhabit or govern the territory.

Keywords: Mathematics teaching; territory; Critical Mathematics Education; critical perspective.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURAS

Figura 1 - Bairro Capão Redondo em São Paulo - SP.....	10
Figura 2 - Peanuts tirinha de Charles Schulz.....	19
Figura 3 - Representação em quatro fases do ciclo básico da investigação-ação.....	22
Figura 4 - Exemplo de tarefa que faz referência à semirrealidade.....	25
Figura 5 - Imagem que ironiza a artificialidade de contextos semirreais dos exercícios de matemática.....	25
Figura 6 - Questão do ENEM 2017 que faz referência à realidade.....	26
Figura 7 - As potências europeias dividem a África conforme seus interesses.....	27
Figura 8 - Mapa da África.....	28
Figura 9 - O que é território para o Movimento Sem Teto do Centro (MSTC).....	29
Figura 10 - Capa do livro “Os meninos da rua Paulo”.....	33
Figura 11 - Exemplo de um exercício com estrutura fechada.....	48
Figura 12 - Relação entre os diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e abertura.....	49
Figura 13 - Comparação entre os bairros Capão Redondo e Morumbi.....	51
Figura 14 - Comparação entre os bairros Paraisópolis e Morumbi.....	52
Figura 15 - Capa do convite para o curso do 21º Encontro USP Escola.....	58
Figura 16 - Respostas da atividade 1.....	60
Figura 17 - Exemplo de resposta da atividade 2.....	62
Figura 18 - Exemplo de resposta da atividade 2.....	62
Figura 19 - Exemplo de resposta da atividade 2.....	63
Figura 20 - Exemplo de resposta da atividade 2.....	63
Figura 21 - Exemplo de resposta da atividade 2.....	64
Figura 22 - Exemplo de resposta da atividade 2.....	64
Figura 23 - Capa do livro “Todas as pessoas contam”.....	67
Figura 24 - Capa do livro “Nothing”.....	67

GRÁFICOS

Gráfico 1 - Respostas da pergunta 3.....	54
Gráfico 2 - Respostas da pergunta 4.....	55
Gráfico 3 - Respostas da pergunta 5.....	56
Gráfico 4 - Respostas da pergunta 6.....	56
Gráfico 5 - Respostas da pergunta 3.....	86
Gráfico 6 - Respostas da pergunta 4.....	87
Gráfico 7 - Respostas da pergunta 5.....	87

QUADROS

Quadro 1 - Ambientes de aprendizagem.....	50
Quadro 2 - Organização dos encontros virtuais síncronos.....	59
Quadro 3 - Organização da distribuição da carga horária assíncrona.....	59
Quadro 4 - Sequência didática desenvolvida pelo participante A.....	69
Quadro 5 - Sequência didática desenvolvida pelo participante B.....	73
Quadro 6 - Sequência didática desenvolvida pelo participante C.....	76
Quadro 7 - Sequência didática desenvolvida pelo participante D.....	78
Quadro 8 - Sequência didática desenvolvida pelo participante E.....	81

SUMÁRIO

Apresentação.....	10
Introdução e justificativa.....	16
Capítulo 1. Metodologia da pesquisa.....	21
Capítulo 2. Afinal, o que é território?.....	24
2.1 Contexto, realidade e território.....	24
2.2 Reflexões sobre o conceito de território.....	26
2.3 O conceito de território.....	29
2.3.1 A importância de reconhecer o território.....	30
2.3.2 O papel do território e da insubordinação criativa na promoção da autoria docente.....	32
2.3.3 Qual o “ <i>grund</i> ” do professor?.....	33
Capítulo 3. Possibilidades que inspiram a ensinar matemática a partir do território.....	35
3.1 Lopes, D’Ambrosio e Corrêa (2017) - Atos de insubordinação criativa promovem a ética e a solidariedade na Educação Matemática.....	36
3.2 Araújo e Martins (2017) - A Oficina de Modelagem #OcupaICEx: empoderamento por meio da matemática.....	37
3.3 Silva (2020) - Educação Financeira: uma proposta de cenário para investigação no Ensino Fundamental.....	39
3.4 Skovsmose, Alrø, Valero e Scandiuzzi (2009) - “Antes de dividir temos que somar”: ‘entre-vistando’ foregrounds de estudantes indígenas.....	40
3.5 Santil, Silva e Mill (2021) - Geotecnologias e sua aplicação pedagógica: reflexões propositivas.....	42
3.6 A presente dissertação.....	43
Capítulo 4. A Educação Matemática Crítica enquanto concepção orientadora.....	44
4.1 Preocupações da Educação Matemática Crítica.....	44
4.2 As abordagens de ensino cenários para investigação e geotecnologias.....	48
4.2.1 Cenários para investigação.....	48
4.2.2 Geotecnologias.....	50
Capítulo 5. Desenvolvimento e análise dos dados da pesquisa.....	53

5.1 Minicurso II ENOPEM Matemática e território: perspectivas críticas e abordagens para os anos iniciais.....	53
5.2 Curso 21º Encontro USP Escola Matemática e Território: perspectivas críticas e abordagens para os anos iniciais.....	57
5.2.1 Atividade 1.....	59
5.2.2 Atividade 2.....	60
5.2.3 Atividade 3.....	65
5.2.4 Atividade de elaboração.....	68
5.2.5 Avaliação do minicurso.....	86
Capítulo 6. Considerações finais.....	91
Referências.....	95
Apêndices.....	98
Apêndice A - Uma conversa sobre as possibilidades e os desafios do ensino e aprendizagem de matemática nos anos iniciais.....	98
Apêndice B - Questionário - Avaliação do Minicurso Matemática e território: Perspectivas críticas e abordagens para os anos iniciais - II ENOPEM.....	100
Apêndice C - Atividade 2 - Formulário.....	102
Apêndice D - Template sequência didática.....	104
Apêndice E - Slides do primeiro dia do minicurso 21º Encontro USP Escola.....	107
Apêndice F - Slides do segundo dia do minicurso 21º Encontro USP Escola.....	133
Apêndice G - Slides do terceiro dia do minicurso 21º Encontro USP Escola.....	147

Apresentação

Nasci e cresci no bairro periférico Capão Redondo, na cidade de São Paulo, onde resido há 28 anos. Compartilho esse espaço com meus pais, vindos de diferentes regiões do Brasil: meu pai do Sul e minha mãe do Nordeste. Desde a infância, estive imersa no contraste das realidades territoriais deles, o que influenciou minha educação. Essa convivência me proporcionou uma compreensão das diferenças, similaridades e desafios enfrentados por cada um deles em suas cidades natais. Ao longo do tempo, percebi que a educação desempenha um papel crucial na superação de dificuldades e, a partir dessa percepção, ela se transformou em um valor para mim.

Figura 1 - Bairro Capão Redondo em São Paulo - SP



Fonte: Acervo da autora (2024).

Acredito que cada pessoa ao ler essa dissertação tenha em mente alguma ideia sobre o que é território. Apesar de abordá-la apenas no capítulo 2, quero explicar que, além da minha realidade vivendo no bairro da zona sul de São Paulo, também me aproximo de outros territórios através das Organizações Não Governamentais (ONGs) que participo como voluntária e que me permitem conhecer as ruas, as pessoas em situação de vulnerabilidade social e seus desafios mais de perto. É assim que o território está presente em minha trajetória.

Já no caso da Educação, decidi, ainda no Ensino Médio, que seria professora de matemática. Confesso que foi uma escolha na qual não tive tantas dúvidas na época, já que eu gostava da disciplina e de ensinar meus colegas e família. O mesmo não ocorreu quando me vi no final da graduação e queria dar continuidade aos meus estudos em um mestrado. No último ano da graduação, me dediquei a cursar disciplinas do bacharelado que eu tinha

interesse, tais como: Topologia, Grupos, Anéis e Corpos, Cálculo no R^n e Espaços Métricos. Simultaneamente, estava fazendo meu trabalho de conclusão de curso, cujo objetivo era caracterizar uma aula em que os estudantes estivessem envolvidos em situações de investigação, exploração e descobrimento.

Aproveitei muito os aprendizados que pude ter ao cursar as referidas disciplinas, mas, ao mesmo tempo, me incomodava que em algumas aulas não tínhamos muito espaço para discutir ideias, tirar dúvidas ou mesmo comentar o que havíamos achado do Teorema de Lagrange, em Grupos, por exemplo, ou do Teorema de Galois, o mais esperado da disciplina. As aulas silenciosas também não me encorajavam a participar. A minha estratégia era ir até a sala dos professores e perguntar sobre o que eu não havia entendido, discutir diferentes enunciados que eu encontrava nos livros e, depois, me reunir com meus colegas na sala da biblioteca para compartilhar tudo o que os professores haviam esclarecido e também para fazer as listas de exercícios como preparação para as provas. Aprendi e me diverti muito nesses momentos na biblioteca. Sinto falta disso.

Nos encontros com os colegas, na sala da biblioteca, era comum eles dizerem “eu também tinha essa dúvida”, mas ninguém se sentia confortável em tentar tornar o ambiente da sala de aula mais participativo e comunicativo, como era quando nos reuníamos. Claro que nem todas as aulas tinham essa característica. Destaco uma delas, na qual a professora, ao enunciar e demonstrar o Teorema da Alfândega, deixou algumas hipóteses faltando e fez com que os estudantes tentassem descobrir o que era preciso acrescentar para dar certo, o que precisávamos provar. Construímos juntos o enunciado e a demonstração a partir do que percebemos ser necessário inserir como hipótese. Os estudantes se envolveram, ficamos curiosos, abrimos alguns livros que tínhamos na sala, sugerimos ideias até que descobrimos! Sempre lembro dessa aula.

Quando percebi, comecei a notar que eu me preocupava mais com questões relativas ao ensino da matemática do que com o que eu estava aprendendo sobre “matemática pura”. Evidentemente, eu reconheço a importância das pesquisas em matemática e de suas preocupações internas em fazer as áreas avançarem e não desconsidero a possibilidade de voltar a estudar esses conteúdos em algum momento da minha vida, no futuro. Em toda essa jornada, me encontrei em algumas leituras de Educação Matemática, em particular, em Skovsmose (2000, 2007, 2014) com o conceito de cenários para investigação e suas reflexões sobre Educação Matemática Crítica (EMC), isso porque, até certo tempo, eu era a aluna que adorava fazer inúmeras listas de exercícios, mas só refleti sobre essa prática quando li o

questionamento de Skovsmose (2007, p. 36) a respeito do excesso de exercícios que os estudantes fazem ao longo de suas trajetórias escolares: “De que maneira podem ajudar o estudante a aprender algo da essência da matemática?”

A apresentação do meu trabalho de conclusão de curso, intitulado “Na aula de matemática: convites para investigação”, e tudo que ele me possibilitou, tal como a participação em alguns eventos acadêmicos de Educação Matemática, as conexões com as pessoas e todos os aprendizados, aliado com as experiências que tive nas disciplinas do bacharelado e também da Licenciatura, me impulsionaram a escolher o mestrado em ensino de matemática. Estou feliz com o que escolhi.

Embora eu não esteja atuando em sala de aula, muitas questões relativas ao ensino de matemática ainda me chamam atenção, sobretudo, no que se refere às alternativas ao ensino tradicional desta disciplina, marcado por explicações do professor e resolução de exercícios por parte dos estudantes, como caracteriza Skovsmose (2000).

Para uma escolha que levasse em consideração algumas das dificuldades percebidas no ensino e aprendizagem de matemática nos anos iniciais, realizei uma entrevista (Apêndice A) com a vice-diretora da Escola Estadual Prudente de Moraes, uma escola dos anos iniciais do Ensino Fundamental, que está localizada na cidade de São Paulo. A escolha pelos anos iniciais se deu porque nesta etapa há um foco no bloco de conteúdos de números e operações, pois há a preocupação em ensinar aos estudantes as operações básicas da matemática. É uma fase que pode ser marcada por muitos exercícios e algoritmos, o que nos fez querer entender quais são as dificuldades envolvidas nessa etapa inicial da formação dos estudantes.

A vice-diretora atuou como professora desta escola por cinco anos e, atualmente, assumiu o cargo na gestão. A conversa, em formato de entrevista, teve como finalidade me aproximar das problemáticas reais e relevantes relativas ao ensino e aprendizagem de matemática nesta etapa escolar, a fim de delinear o tema deste projeto.

Algumas perguntas que nortearam a entrevista, tais como: “Como foi para você ensinar matemática nos anos iniciais” e “Quais têm sido as dificuldades de ensinar matemática nos anos iniciais”, ajudaram a identificar alguns pontos que vão ao encontro das minhas preocupações acima mencionadas. A vice-diretora destacou a situação atual da escola, enfatizando a continuidade do ensino tradicional de matemática, mesmo diante da transição para o ambiente virtual durante o período de ensino remoto emergencial, imposto pela pandemia de COVID-19. Ela também citou perceber que os estudantes têm pouca autonomia no pensar quando os professores propõem apenas contas e procedimentos mecânicos de matemática.

A vice-diretora também falou sobre a realidade de alguns estudantes da escola, que, mesmo ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental, já trabalham informalmente na região central da cidade de São Paulo, onde a escola está localizada. Ela citou algumas situações nas quais conseguiu conectar assuntos de matemática com as práticas dos estudantes em seus trabalhos, na tentativa de acolher algo da trajetória das crianças, mostrar a matemática menos distante e dar visibilidade para o que elas já sabem e vivenciam.

Em particular, uma de suas frases ditas na entrevista me chamou atenção, quando ela afirmou: “Tudo vira matemática se você quiser!” e ilustrou explicando que o professor pode ensinar matemática utilizando como contexto elementos do espaço que o estudante tem contato. O exemplo dado por ela foi o seguinte: “Uma joaninha no parque, você pode perguntar: Quantas patas tem uma joaninha?” e abordar temas como contagem, relação biunívoca e pares e ímpares.

A frase da vice-diretora, o exemplo usado por ela e suas falas explicando as vivências dos estudantes que já até trabalham nas regiões próximas à escola me despertaram o interesse em estudar como a Educação Matemática Crítica pode subsidiar projetos de ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, considerando o contexto dos estudantes nos espaços em que eles se identificam, brincam, residem, transitam, trabalham, isto é, seus territórios. Assim, este é o tema escolhido para desenvolver este projeto.

Também me inspira o trabalho com este tema, o documentário chamado “*Quando tudo começa*”¹, que exibe uma cidade francesa que sofre com o fechamento das minas de carvão e as pessoas começam a entrar numa situação de desemprego. Na cidade, há um professor, Daniel, que, a princípio, é aconselhado a não se envolver com os problemas da comunidade. Ele não consegue ignorar tudo que está ao seu redor, como a situação de miséria e a indiferença do governo e que chega até a sua sala de aula pelo que as crianças estão enfrentando.

Daniel é o professor que se sensibiliza com o que ocorre no território de seus estudantes, e entende o que Freire (2001) explica sobre o fato do contexto escolar não se reduzir a um espaço neutro e ausente de conflitos sociais. Essa concepção também é muito presente quando se trata dos conteúdos de matemática. De fato, muitos podem acreditar que é possível ensinar a matemática “pura” sem vínculo com questões da realidade e entendemos que ela pode beneficiar o campo da abstração e até mesmo apresenta uma ligação importante com o que estamos abordando sobre território, uma vez que, para ler criticamente uma informação, é preciso saber o que está por trás dos números e dos cálculos para que se chegue

¹ Quando tudo começa. Direção de Bertrand Tavernier. [S.L]: Cult Filmes, 1999.

até ela. Contudo, o tema matemática e território neste trabalho não irá focar apenas no que há de conteúdo matemático no território, mas pretende-se orientar esta temática associada a uma perspectiva crítica que permita uma leitura da realidade.

No que tange à Educação Matemática Crítica junto a este tema, explico que, concordo com a vice-diretora sobre as possibilidades que podem ser exploradas no parque, no pátio da escola, na cidade e entre outros locais para o ensino de matemática, e que vão ao encontro do que diz Freire (1996, p. 50, grifos nossos), quando afirma: “Há uma **pedagogicidade** indiscutível na **materialidade do espaço**”. Além disso, vejo potencial para uma perspectiva sociocrítica alinhada com as preocupações da Educação Matemática Crítica, no caso da contagem que, inclusive, foi o exemplo utilizado pela vice-diretora. Skovsmose (2007, p. 241) explica que “[...] não precisamos ver a contagem como um simples modo de operar com números, mas também como uma competência de ler e interpretar uma situação, rica em números e figuras, como estando aberta à mudança”, o que vai na mesma direção do letramento proposto por Paulo Freire.

Sob essa perspectiva, o trabalho por meio do território pode ser um ponto de partida e de contextualização que permite tratar assuntos da realidade utilizando matemática, pois há diversas situações e fenômenos que ocorrem nele e que podem ser modeladas ou compreendidas por meio de conteúdos matemáticos. E, por outro lado, a matemática também pode possibilitar o reconhecimento e a valorização do próprio território.

Quando pessoas próximas perguntavam qual seria meu tema de mestrado, mesmo que professores de matemática, elas ficavam com dúvidas a respeito de como eu relacionaria os dois temas levando em consideração uma perspectiva crítica. Por conta disso, a ideia central deste projeto é apresentar para professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental algumas possibilidades para o ensino de matemática contextualizado a partir do território sob essa perspectiva crítica, com o objetivo de analisar propostas que eles possam produzir a partir do que for apresentado, mas considerando o território onde suas escolas estão localizadas.

Assim, foi realizada uma formação com professor a partir do programa Encontro USP-Escola 2022², na qual a temática foi apresentada, bem como as possibilidades de projetos que foram levantados para compor o referencial teórico desta dissertação, os quais serviram como apoio para mostrar aos professores exemplos de trabalhos envolvendo matemática e território sob a perspectiva que adotamos.

² O Encontro USP - ESCOLA é um programa que oferece gratuitamente cursos de atualização para professores de diversas disciplinas do ensino básico.

Disponível em: <http://portal.if.usp.br/extensao/pt-br/encontro-usp-escola>. Acesso em 06 abr. 2022.

Por fim, para a abordagem desta temática considerando a perspectiva sociocrítica e também os problemas mencionados pela vice-diretora, foram escolhidas quatro estratégias que podem subsidiar o trabalho com matemática e território, sendo elas: cenários para investigação; modelagem matemática; etnomatemática e geotecnologias. Partindo então dessas preocupações e interesses da escola que vão ao encontro do que eu pretendo estudar é que surge o tema sobre o qual vou me dedicar neste projeto e que será justificado no capítulo seguinte.

Introdução e justificativa

“Mar de lama nunca mais!”³ Exclamam os estudantes do 6º ano de uma escola pública de Minas Gerais. Isto porque o rompimento da barragem em Brumadinho, que ocorreu em janeiro de 2019 e é considerado um dos maiores desastres ambientais de mineração do país⁴, trouxe aos moradores dessa região, além do luto pelas perdas das pessoas vítimas dessa tragédia, o trauma que lidam todos os dias com medo de que outras barragens se rompam.

Os estudantes levaram este tema para a aula de matemática com o objetivo de responder como seria possível recuperar o meio ambiente que foi devastado pelo mar de lama. A pergunta norteadora para o desenvolvimento do trabalho com a turma foi: quanto de rejeito proveniente da ruptura da barragem do Córrego do Feijão, na cidade de Brumadinho, deverá ser retirado para iniciar um projeto de recuperação ambiental? Para respondê-la, os estudantes utilizaram imagens de satélites, maquetes para modelar o relevo e mapas topográficos.

Cálculos de área, volume, estimativa e proporção estiveram presentes ao longo de todo processo de pesquisa dos estudantes. Eles também fizeram um levantamento do custo para a retirada da lama, que chegou a quase 1 bilhão de reais. “Será que as autoridades vão fazer isso? [retirar a lama]”, questiona um estudante.

Este exemplo de trabalho é uma das referências principais que ilustra a possibilidade de considerar o território como ponto de partida para ensinar matemática. Os estudantes, moradores de Minas Gerais, sentem no dia a dia os efeitos do histórico de rompimentos de barragens neste estado. Cabe destacar que, a professora desta turma poderia ter abordado os conteúdos de cálculo de área e volume, por exemplo, a partir de um contexto puramente matemático. Mas, conforme destaca Freire (2001, p. 29), “Para o educador progressista coerente, o necessário ensino dos conteúdos estará sempre associado a uma ‘leitura crítica’ da realidade.”

Sabemos que grande parte das aulas de matemática são marcadas pela exposição do conteúdo por parte do professor e aplicação em exercícios por parte dos estudantes, conforme caracteriza a aula tradicional de matemática, (SKOVSMOSE, 2000; D’AMBRÓSIO, 1989). Esta forma de ensino pode trazer consequências para a aprendizagem dos estudantes. D’Ambrósio (1989) aponta algumas delas, tais como: os estudantes passam a acreditar que aprender matemática é o mesmo que decorar fórmulas e regras; os conceitos de matemática

³ O trabalho foi registrado em vídeo e premiado no III Festival de vídeos digitais e Educação Matemática ocorrido na Universidade Federal do Espírito Santo na cidade de Vitória. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=RGKAKOfzJ8I&t=1s>. Acesso em 13. ago. 2022.

⁴ Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/brasil-47069965>. Acesso em 09. out. 2022.

não são questionáveis, pois foram criados por gênios, assim eles devem apenas aplicar o que foi passado pelo professor; os exercícios de matemática possuem uma resposta única e inquestionável; não examinam ou refletem sobre as práticas de matemática presentes nos contextos sociais, econômicos e políticos; acreditam que a matemática é neutra, objetiva, imutável e desvinculada do contexto social, cultural e político. Chamamos atenção para quando a autora explica que o estudante encontrará dificuldades para relacionar a solução matemática de um problema a uma situação real, conforme o trecho a seguir:

[...] os estudantes acham que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se duvida ou questiona, nem mesmo nos preocupamos em compreender porque funciona. [...] O aluno, acreditando e supervalorizando o poder da matemática formal perde qualquer autoconfiança em sua intuição matemática, perdendo, dia a dia, seu "bom-senso" matemático. Além de acreditarem que a solução de um problema encontrada matematicamente não estará, necessariamente, relacionada com a solução do mesmo problema numa situação real. (D'AMBRÓSIO, 1989, p. 15)

O trabalho desenvolvido pela professora junto aos seus estudantes em Minas Gerais evidencia que a aula de matemática também pode ser um espaço onde os estudantes são convidados a refletir criticamente para compreender a realidade que experienciam e, mais ainda, os conteúdos matemáticos não se distanciaram da situação real que os estudantes buscavam responder. É fato que é importante que os estudantes aprendam os conteúdos de matemática, mas queremos reforçar através deste tema que é possível que ele desenvolva a competência de cidadão crítico por meio dela.

Em outras disciplinas, principalmente Língua Portuguesa, com a questão do letramento, esta preocupação quanto à uma perspectiva crítica é muito presente. Skovsmose (2007, p. 241, grifos nosso) diz que:

[...] Paulo Freire interpretou letramento não apenas como habilidade de ler e escrever, mas também como uma competência para ler e interpretar uma situação social como estando aberta à mudança. Isso significa um **alargamento da noção de letramento** para incluir uma **competência de cidadão crítico**.

A Educação Matemática também expressa preocupações com o ensino de matemática. São exemplos de suas preocupações: o diálogo nas aulas de matemática, a questão da democracia, e, sobretudo, duas questões que são de suma importância para esta dissertação, as quais Alrø e Skovsmose (2021, p. 18) destacam: “[...] de que forma a aprendizagem de matemática pode apoiar o desenvolvimento da cidadania” e “[...] como o indivíduo pode ser *empowered* através da matemática”. A Educação Matemática Crítica manifesta as

preocupações anteriormente citadas. Skovsmose (2007, p. 73) caracteriza a Educação Matemática Crítica como sendo “uma resposta para uma posição crítica da Educação Matemática” e explica que o termo crítico é utilizado no mesmo sentido quando nos referimos a alguém que está, por exemplo, internado em estado crítico.

Além da problemática relacionada às aulas tradicionais de matemática, também é conveniente explicar que os livros didáticos de matemática impactam de alguma forma o ensino de matemática, principalmente, relacionado ao território. Sabe-se que, nos livros didáticos de matemática, costuma-se adotar contextos mais globais e isto faz sentido, pois os livros aprovados no Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) são distribuídos em escolas de diferentes regiões do país. Outro aspecto é que muitos deles têm sido elaborados seguindo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a qual menciona como uma das competências específicas para a matemática no Ensino Fundamental a importância de:

[...] Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, **questões de urgência social**, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza. (BRASIL, 2018, p. 267, grifos nossos)

Mas não apresenta exemplos de como o professor de matemática pode articular os conteúdos de matemática à realidade e, o território, também não é mencionado diretamente nesta área, apenas em Geografia. Questões de urgência social fazem parte da realidade, mas, é fato que, quando há assuntos relacionados à realidade nos livros didáticos, por vezes, há uma artificialidade nos contextos, e não é este o foco que queremos para tratar do ensino de matemática a partir do território. A tirinha abaixo ilustra o que diz este parágrafo:

Figura 2 - Peanuts tirinha de Charles Schulz



Fonte: <https://educador.brasilecola.uol.com.br/estrategias-ensino/tirinhas-na-aula-matematica.htm>

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) de matemática, os quais foram propostos pelo Ministério da Educação no final da década de 90, orientavam os professores a trabalharem com seus estudantes a partir de *temas geradores*, tais como: meio ambiente, habitação, território, saúde, saneamento básico, trabalho, o lazer etc.

Um aprofundamento sobre como esse tema pode se desdobrar nos currículos de matemática pode ser encontrado em Valle (2021a). Esse autor se dedica a reconhecer e mobilizar o referencial freireano como suporte para orientar o currículo de matemática, de modo que este leve em consideração os temas geradores, como o território em que a escola está inserida, para abordagens em sala de aula. O mesmo conclui que: “Refletir sobre os temas geradores, o território e seus desdobramentos no currículo de matemática nos tem permitido, em síntese, encontrar modos de levar a matemática aonde vai a vida.” (VALLE, 2021a, p. 14).

Devido a esta falta de orientação nos atuais currículos de matemática com o trabalho que envolva matemática e território, isto pode gerar dificuldades para os professores que queiram ensinar matemática a partir destes contextos que considerem a realidade dos estudantes. Considerando isto, a ideia deste trabalho é apresentar possibilidades que mostrem a articulação entre matemática e território sob uma perspectiva crítica.

Entendemos que, através de exemplos, os professores podem se inspirar e elaborar outras propostas que façam sentido em seus territórios. Para nós, isto seria um modo de potencializar a autoria docente em sala de aula. Considerando isto, temos a seguinte **questão de pesquisa** para guiar nossa investigação:

- De que forma a Educação Matemática Crítica pode orientar propostas de ensino de matemática que considerem o território?

Na busca de respostas à questão formulada estabelecemos os seguintes objetivos gerais e específicos para o desenvolvimento da pesquisa:

Objetivos gerais

- Compreender de que forma a Educação Matemática Crítica pode orientar propostas de ensino de matemática que considerem o território.

Objetivos específicos

- Apresentar conceitualmente as relações estabelecidas na articulação entre a Educação Matemática Crítica, seu repertório teórico, e o conceito de território;
- Apresentar exemplos de práticas pedagógicas que articulem conteúdos de matemática com investigações sobre o território; por fim
- Analisar se professores de matemática possuem familiaridade com esse tema, assim como analisar como elaboram propostas de atividades inspiradas por essa articulação teórica.

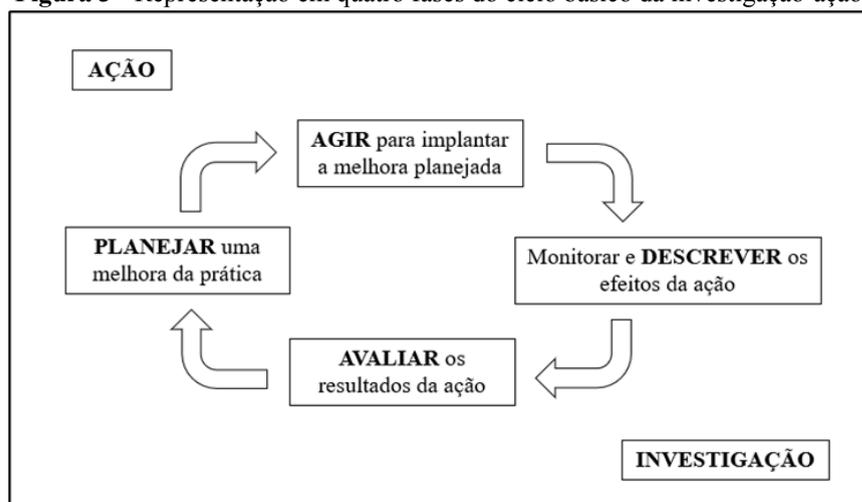
Capítulo 1. Metodologia da pesquisa

Como metodologia para o desenvolvimento deste trabalho, estamos nos pautando nas características presentes na Pesquisa-ação. Fizemos esta escolha por acreditarmos que será possível apoiar os professores de matemática a compreenderem a articulação existente entre matemática e território, bem como contribuir para elucidação teórica do conceito de território. Diante dos nossos objetivos, esta abordagem é a que melhor se adequa, sobretudo porque nosso projeto exigiu reflexão em cada etapa, que vai ao encontro de uma das características essenciais desta metodologia, conforme destaca Tripp (2005). Além disso, ela possibilita a coleta de dados de forma participativa e colaborativa na direção de como construímos as formações com os professores.

A definição adotada por Tripp (2005, p. 447) também faz sentido para nosso projeto, sobretudo, quando ele afirma que: “pesquisa-ação é uma forma de investigação-ação que utiliza técnicas de pesquisa consagradas para informar a ação que se decide tomar para melhorar a prática”. Ao longo do desenvolvimento da pesquisa, utilizamos técnicas de pesquisa consagradas, tais como: entrevista e questionários para coleta de dados. A proposta de uma atividade de elaboração para os professores consideramos como sendo a ação que planejamos visando melhorar a construção de sequências didáticas sobre matemática e território a fim de melhorar a prática.

O objetivo deste tipo de pesquisa é melhorar a prática por meio da ação e da investigação a respeito dela, conforme Tripp (2005). O autor esclarece que o desenvolvimento de uma Pesquisa-ação ocorre por meio de um ciclo composto por quatro fases, começando com o planejamento para melhorar a prática, ação para implantar a prática melhorada, monitorar e descrever os efeitos da ação e avaliar seus resultados. Ele explica que a reflexão deve fazer parte de todas as fases deste ciclo, por conta disso é que não há uma fase separada para ela. Por conta disso, Tripp (2005, p. 454) ressalta que a Pesquisa-ação não segue o processo “planeje, faça, reflita”.

Figura 3 - Representação em quatro fases do ciclo básico da investigação-ação.



Fonte: Tripp (2005, p. 446).

O desenvolvimento deste projeto tem utilizado aspectos da Pesquisa-ação, por termos discutido com os professores participantes das formações continuadas o significado do conceito de território e as diferentes abordagens de ensino que apoiam a construção de seqüências didáticas dentro da relação tematizada. Durante todos os encontros formativos com os professores, apresentamos possibilidades de práticas que articulam matemática e território, proporcionando a eles uma visão abrangente sobre como outros professores trabalharam os conteúdos de matemática a partir do território. A partir disso, foram propostos questionários e atividades nos quais os professores pudessem considerar seus próprios contextos, principalmente onde a escola que atuam estão inseridas. Desta forma, eles puderam se inspirar nos exemplos apresentados, mas considerar as problemáticas envolvidas em seus próprios territórios.

Além disso, Tripp (2005, p. 455) apresenta as seguintes metas que devem compor um projeto de Pesquisa-ação, sendo elas:

1. tratar de tópicos de interesse mútuo;
2. basear-se num compromisso compartilhado de realização da pesquisa;
3. permitir que todos os envolvidos participem ativamente do modo que desejarem;
4. partilhar o controle sobre os processos de pesquisa o quanto possível de maneira igualitária;
5. produzir uma relação de custo-benefício igualmente benéfica para todos os participantes;
6. estabelecer procedimentos de inclusão para a decisão sobre questões de justiça entre os participantes.

Considerando isso, acreditamos que nosso projeto possui a maior parte delas, primeiramente, porque nos baseamos num compromisso compartilhado de realização da pesquisa, já que desde o início construímos a proposta a partir do olhar de quem está na sala de aula e contamos com a colaboração destes em cada uma das etapas.

Além disso, tratamos de um tópico que todos os professores participantes tinham interesse em conhecer, pois em todas as formações que fizemos, a escolha em participar partiu deles próprios que optaram por nosso minicurso que foi realizado no II Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática (ENOPEM), bem como no curso do 21º Encontro USP Escola. Ambos os eventos possuíam outras opções de minicursos e cursos e que abordavam outros diversos temas relacionados ao ensino de matemática. Explicaremos cada um desses eventos na seção que trata sobre desenvolvimento da pesquisa.

Para que fosse possível estabelecer uma relação igualmente benéfica entre todos os participantes, além de contribuir para a construção do conhecimento, optamos por realizar as formações continuadas em espaços que possibilitassem emitir certificado, para que os professores pudessem utilizá-los da melhor forma para eles.

Em todos os nossos encontros com os professores, eles tinham a liberdade de comentar sobre as abordagens de ensino, os exemplos apresentados, as suas experiências envolvendo as aulas de matemática e a caracterização de seus territórios. Isto permitia que todos participassem de forma ativa, conforme desejassem, uma vez que construímos com eles um espaço de diálogo.

Capítulo 2. Afinal, o que é território?

Neste capítulo, apresentaremos a fundamentação teórica iniciando pelo esclarecimento de três conceitos: contexto, realidade e território. Na sequência, refletiremos com mais detalhes sobre o conceito de território e explicaremos como os professores de matemática podem reconhecê-lo.

2.1 Contexto, realidade e território

Nesta seção, nos dedicamos a esclarecer os conceitos de contexto, realidade e território. Entendemos que isso é necessário para que seja possível identificar a diferença entre eles ou mesmo como estão relacionados, sobretudo, porque em alguns momentos utilizamos essas palavras combinadas, por exemplo, contexto real ou território como contexto.

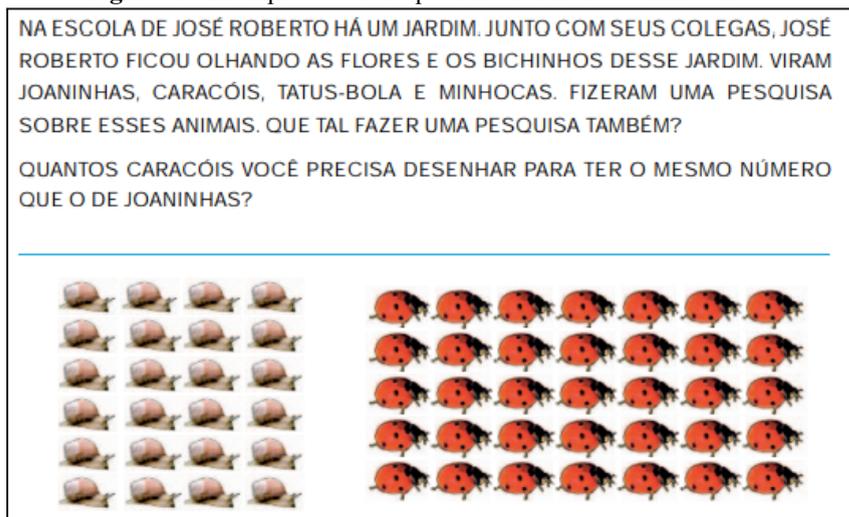
Ponte e Quaresma (2012, p. 199), quando se trata de tarefas matemáticas, entendem como contexto “o universo conceitual associado a cada tarefa”. É o que proporciona conexão entre o que está sendo pedido no exercício com algo real que o estudante pode ter tido contato no cotidiano, tentando amenizar a abstração, ou mesmo tratar-se de um contexto somente do campo matemático, sem uma articulação com elementos da realidade.

Para explicar o que é realidade, nos apoiamos em Skovsmose (2014), o qual explica que um contexto pode fazer referência à matemática pura, à realidade e à semirrealidade. Exercícios do tipo “resolva as equações” seguido de uma lista de itens $a) 2x + 3 = 2$, por exemplo, é um contexto puramente matemático. Já no caso da realidade, o autor explica que são os contextos que fazem referência às situações reais, tal como aquelas que encontramos em jornais. Ou seja, a realidade é aquilo que existe, que é real e vivenciamos no dia a dia.

Lacerda e Milani (2021) apresentam possibilidades de articulação entre situações reais presentes no jornal e que serviram como contexto para a aula de matemática. Foram exploradas matérias que tratavam sobre reforma da previdência, aumento da passagem do transporte público, política, saúde, lazer, construções, cidadania, esporte, criminalidade, entre outros temas que foram levados pelos próprios estudantes para discussão.

No que se refere à semirrealidade, Skovsmose (2014) explica que são as situações “inventadas” que muitas vezes são usadas para apoiar os estudantes nos seus procedimentos matemáticos, mas que são artificiais, como exemplificado a seguir:

Figura 4 - Exemplo de tarefa que faz referência à semirrealidade



Fonte: São Paulo (2013b, p. 53).

Essa tarefa se caracteriza como semirrealidade porque não é possível dizer se a escola de José Roberto de fato existe, ou mesmo se a situação em si do jardim realmente acontece. Assim, por haver essa abstração, a tarefa apresenta um contexto semirreal. Por realizarmos muitos exercícios semirreais durante a trajetória escolar, não é comum ocorrer de questionarmos os enunciados, muitas vezes, artificiais, como explica Skovsmose (2000). A figura a seguir, muito compartilhada nas redes sociais, permite refletir sobre essa questão.

Figura 5 - Imagem que ironiza a artificialidade de contextos semirreais dos exercícios de matemática



Fonte: <https://br.ifunny.co/picture/finalmente-encontrei-o-joao-do-livro-de-matematica-que-compra-4LJncV118>

Skovsmose (2014) exhibe um exemplo similar ao que está sendo retratado na figura 4, porém trata-se de uma compra de 15 quilos de maçã. Ele explica que torna-se natural o

contato com exercícios dessa natureza, que a ideia de sair da sala de aula para verificar quanto custaria comprar os 15 quilos de maçã, por exemplo, sequer é considerada.

Um exemplo de tarefa que faz referência à realidade é a questão de matemática que fez parte do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) em 2017, e que utiliza dados reais sobre a taxa de desemprego no período de março de 2008 a abril de 2009, considerando algumas regiões metropolitanas do Brasil, como a seguir:

Figura 6 - Questão do ENEM 2017 que faz referência à realidade



Fonte: Brasil (2017).

No entanto, é importante dizer que, embora o contexto traga dados reais sobre as regiões metropolitanas de Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo e Porto Alegre, não necessariamente ele faz referência ao território, cujo conceito será explicado com detalhes nas próximas seções. O que podemos adiantar é que, de fato, o território faz parte da realidade, mas não é todo contexto real que faz parte do território.

2.2 Reflexões sobre o conceito de território

Para abordarmos o conceito de território, primeiramente faremos uma reflexão que se apoia no que defendem Mascareño e Büscher (2011) quando afirmam que este conceito é muito usado, mas pouco sistematizado. No contexto das ciências sociais, há um campo de estudo que se aprofunda nas questões que envolvem as relações da sociedade com o espaço, a sociologia do território. Os autores explicam que há diversas análises que são feitas por sociólogos, filósofos, geógrafos, entre outros, que empregam este conceito sem fazer uma sistematização do mesmo.

Nesse sentido, é necessário que haja um esclarecimento sobre o significado de território, para que não fique subentendido que o leitor compartilha das mesmas ideias de território em que um estudo está baseado (Mascareño; Büscher, 2011). Por exemplo, se optássemos por não esclarecer o conceito de território neste trabalho, teríamos algumas premissas que poderiam estar explícitas ou implícitas no texto associando o território ao lugar que moramos, aos mapas geográficos etc. E, de fato, como os autores esclarecem, pode-se fazer referência ao território em diversos contextos.

Queremos chamar atenção à associação da noção de território às representações geográficas, aos mapas. Isto porque, é claro que um espaço geográfico pode ser medido e delimitado, mas é importante refletir se isso faz dele território. Para esclarecer este raciocínio, vamos tomar como exemplo a partilha da África, que teve seu marco com a Conferência de Berlim em 1884. Por meio de uma investigação sobre como se deu essa partilha no continente africano, é possível concluir que os europeus dividiram as terras de modo a desconsiderar diversos fatores, como topográficos, etnográficos, demográficos e até mesmo geográficos (CUNHA, 2022).

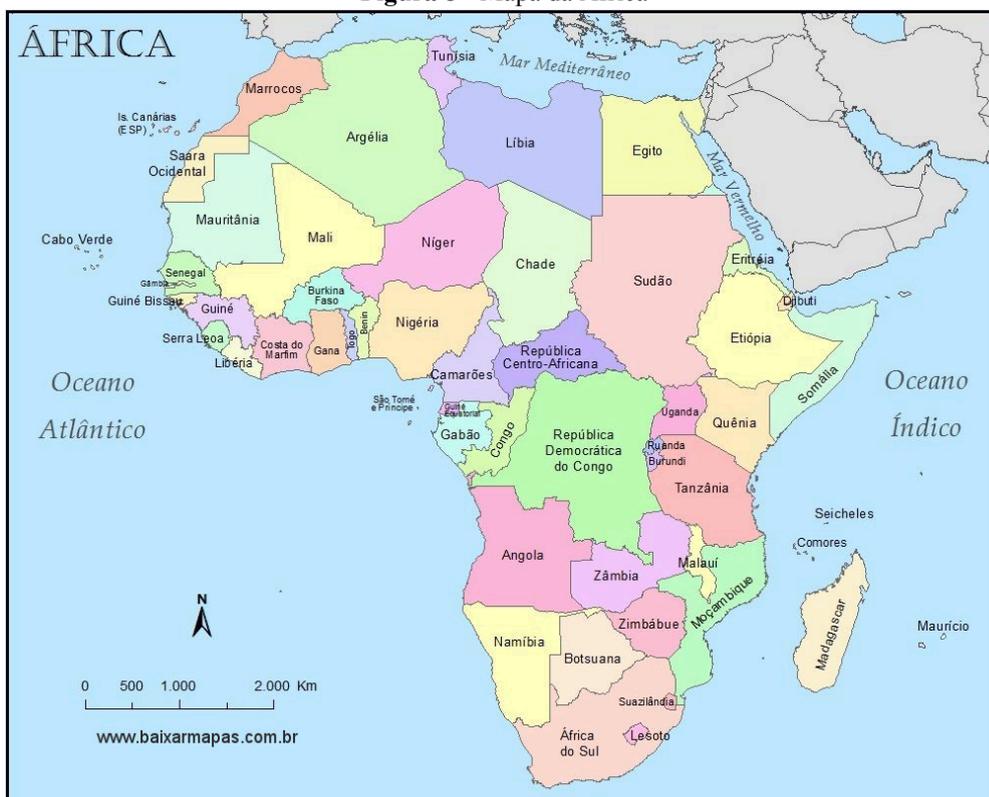
Figura 7 - As potências europeias dividem a África conforme seus interesses



Fonte: <https://www.todamateria.com.br/partilha-da-africa/>

Essa divisão fica muito clara quando observa-se o mapa do continente africano com as fronteiras artificiais demarcadas com linhas “retas”, diferente dos demais continentes. Cunha (2022) destaca que os africanos lutaram para que seus territórios não fossem invadidos pelos estrangeiros, os quais impuseram um controle político que, evidentemente, excluía a maioria colonizada.

Figura 8 - Mapa da África



Fonte: <https://www.baixarmapas.com.br/mapa-da-africa/>

Essas disputas, além de evidenciarem mais um contexto no qual podemos falar sobre território, também mostram que esta noção não pode ser reduzida à uma área física delimitada. Nas palavras dos autores que iniciamos essa reflexão, temos que:

O território, por exemplo, pode ser determinado político-administrativamente, estabelecido legalmente, explorado economicamente, porém, através de negociações, acordos ou guerras, modificado e novamente especificado em termos políticos, jurídicos e econômicos. Da mesma forma, pode-se pensar no território unitário do Estado-nação e reconhecer nele um centro e uma periferia, e ainda assim registrar as relações de sincronia e assincronia entre eles; Ou seja, compreender que o uso das distinções antes/depois é diferencial dentro de um mesmo **território objetivamente definido**. (MASCAREÑO; BÜSCHER, 2011, p. 29, tradução e grifos nossos)

Queremos ressaltar que o conceito envolve, sobretudo, as vivências das pessoas naquele espaço e a identificação que elas têm com ele. Por isso que, é preciso nos distanciarmos das premissas “mapa é território” e “território é mapa”, porque elas podem empoderar quem colonizou. Quando, na verdade, ao menos neste trabalho, queremos olhar para o território considerando uma dimensão social, de quem pertence e luta por ele.

Figura 9 - O que é território para o Movimento Sem Teto do Centro (MSTC)



Fonte: Acervo da autora (2023).⁵

2.3 O conceito de território

Foi em 2017 quando fiz o estágio da disciplina chamada Projetos de estágio, durante o período da minha graduação no Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo. Eu e meu grupo de amigos o realizamos em uma escola pública estadual localizada no bairro do Bom Retiro no centro da cidade de São Paulo, cuja turma era do 4º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Me lembro do último dia de estágio, eu estava saindo da escola e me deparei com carros de reportagens de alguns jornais da televisão brasileira, bem como carros de polícia nos arredores. Quando cheguei em casa, assisti a matéria que explicava o ocorrido: a carne comprada para merenda dos estudantes estava estragada e sorvetes ocupavam os freezers da escola⁶. A denúncia foi feita pelos pais e professores, pois temiam que aquela comida fosse oferecida aos estudantes.

A notícia sensibilizou a todos que tinham um vínculo com o espaço, incluindo a comunidade local, composta por estudantes, pais e funcionários, assim como membros da

⁵ Foto tirada pela autora na 35ª Bienal de Arte em São Paulo, que ocorreu de 6 de setembro a 10 de dezembro de 2023. O cartaz da imagem pertence ao Movimento Sem Teto do Centro (MSTC) que atua na mobilização e organização de famílias sem teto que estão na luta por moradia digna.

⁶ Disponível em:

<https://g1.globo.com/sao-paulo/noticia/pais-encontram-carne-estragada-comprada-para-merenda-em-cozinha-de-escola-publica-em-sp.ghtml>. Acesso em 12 dez 2022.

comunidade escolar que, embora não residissem nas proximidades, se importavam com o local, como eu. É importante ressaltar que todos acompanharam o processo de troca de gestão da escola.

Este acontecimento e seus desdobramentos ilustram o que queremos explicar neste trabalho a respeito do conceito de território. A comunidade se envolveu para solucionar o problema, pelo cuidado que eles possuem com aquela escola, sobretudo, porque há um sentimento de pertencimento: é a escola onde estudam os filhos, sobrinhos e conhecidos. É uma das melhores escolas públicas do bairro Bom Retiro, região onde muitos funcionários residem. Tudo isso justifica a mobilização que ocorreu para denunciar e buscar por melhorias na gestão.

Outros casos que despertaram mobilização por parte da comunidade poderiam ser citados, não necessariamente envolvendo uma escola em específico, mas uma praça pública, um terreno abandonado, um viaduto, dentre outros exemplos. E o que todos eles têm em comum é que são territórios dessas pessoas. Para trazer uma definição deste conceito, nos apoiamos em Santos (2002, p. 49, grifos nossos), que explica:

O território tem que ser entendido como o território usado, não o território em si. **O território usado é o chão mais a identidade.** A identidade é o sentimento de pertencer àquilo que nos pertence. O território é o fundamento do trabalho; o lugar da residência, das trocas materiais e espirituais e do exercício da vida.

A escola do Bom Retiro, não era apenas o território usado, mas também fazia parte da vivência dos moradores da região que possuíam o sentimento de pertencimento que o autor menciona e que é ponto chave para a compreensão do conceito, explicaremos mais sobre a importância de reconhecer se um espaço é território ou não a seguir.

2.3.1 A importância de reconhecer o território

Na justificativa deste trabalho, mencionamos a questão dos livros didáticos apresentarem propostas, por vezes, muito distantes dos estudantes, podendo conter contextos relacionados até mesmo a outros estados ou países. Não estamos afirmando que eles não são relevantes de serem trabalhados em sala de aula, ao contrário, muitos possuem potencial pedagógico para aulas de matemática que abordam temas sobre a realidade.

Contudo, é preciso destacar que esses espaços podem não ser o território dos estudantes, por não serem nem os territórios usados ou mesmo não despertarem o sentimento de identificação neles, por isso nem todo contexto real trata-se de território, como

comentamos no tópico 5.1. Não afirmamos também que é fácil reconhecer o que é ou não território dos estudantes, pois podem existir espaços no próprio bairro que os estudantes usam e se identificam e que os professores não saibam, por exemplo.

Diante disso, temos um fato: a escola sempre é um território dos estudantes. Começar uma proposta de ensino de matemática olhando para este espaço e o que acontece nele, tal como fizeram Lopes, D'Ambrosio e Corrêa (2017), Silva (2020) e Araújo e Martins (2017), é uma forma de reconhecer que a escola se aproxima deste conceito. Ainda sobre o conceito de território, a contribuição da socióloga Koga (2013, p. 36) nos ajuda a entender mais sobre ele enquanto espaço de vivência:

Um primeiro e fundamental cuidado se faz necessário ao se tratar da escala mais próxima do território, a que diz respeito ao cotidiano dos diferentes atores que circulam, residem e relacionam-se em determinados lugares: o reconhecimento de que o território expressa, ao mesmo tempo, produção e reprodução das relações socioeconômicas, políticas e culturais, presentes na sociedade que ele abriga.

A perspectiva de Koga (2013) vai ao encontro de Santos (2002) no que diz respeito ao território usado, mas a autora chama atenção para que o conceito não seja confundido com o local em que moramos, sobretudo, porque é possível morar em um local e não vivenciar aquele espaço. O sentimento de pertencimento que Santos (2002) também pode não estar presente sem essa vivência, afinal, será que temos vivência em locais que não nos identificamos?

De todo modo, não descartamos a possibilidade de que a partir do momento em um espaço passa a ser olhado, esse sentimento possa ser despertado de alguma forma, por exemplo, uma praça coberta por lixo e abandonada pela comunidade pode não se encaixar no conceito de território, a princípio, mas quando se dá luz sobre ela, pensando em como aquele espaço seria transformado caso não estivesse sob o abandono da prefeitura da cidade ou mesmo dos moradores que continuam a poluir, pode ser que esse sentimento passe a estar nos estudantes.

Considerando isto, escolher um território para trabalhar com os estudantes propostas de ensino de matemática, irá demandar reflexão, iniciativa e tentativas por parte do professor, o qual, em algumas situações, precisará também insubordinar sua criatividade ao currículo prescrito da escola, tal como a professora Solange, do referencial teórico que utilizamos Lopes, D'Ambrosio e Corrêa (2017), fez em sua escola com os estudantes da turma do 2º ano dos anos iniciais.

2.3.2 O papel do território e da insubordinação criativa na promoção da autoria docente

O trabalho envolvendo o território de forma articulada com os conteúdos de matemática está muito ligado à questão da insubordinação criativa, isto porque, ele se conecta a uma preocupação dos professores em cumprir o currículo prescrito da escola. Aqui cabe retomarmos o que Lopes, D'Ambrosio e Corrêa (2017), por meio da narrativa da professora Solange, evidenciam que a insubordinação criativa ocorre por meio de atos que se contrapõem ao currículo escolar prescrito, mas que estão presentes no currículo praticado pela professora.

No que se refere à atenção que os professores precisam dar ao currículo, ela é legítima, pois no dia a dia do trabalho nas salas de aula eles são cobrados a lecionarem os conteúdos que constam nas apostilas, no livro didático, na matriz curricular definida pela coordenação pedagógica, entre outros.

Diante disso, se o professor decidir elaborar uma proposta que articule matemática e território, de modo que possa impactar o planejamento pedagógico da escola, em se tratando do conteúdo previsto no currículo, isso caracteriza uma insubordinação criativa na medida em que muda a direção do que estava previamente proposto pela gestão escolar. Em se tratando da aprendizagem dos estudantes, Lopes, D'Ambrosio e Corrêa (2017, p. 298, grifos nossos) colocam que:

[...] A professora rompeu com o currículo prescrito em prol dos interesses das crianças e, com isso, **proporcionou várias aprendizagens inesperadas** para seus estudantes. Colocou-as no centro do processo educativo, o que deveria ser a atitude de todos nós educadores, pois são os estudantes que precisam produzir durante as aulas.

Podemos destacar que o professor de matemática nem sempre possui espaço suficiente para construir sua prática, sobretudo, por ter que se adequar ao conteúdo dos materiais didáticos, cujo foco muitas vezes está nos exercícios. Ainda sobre essa falta de espaço, que também está presente quando se trata das políticas curriculares, como explica Valle (2021b), ela potencializa a ausência da autoria docente, a qual o mesmo autor também discorre.

Além disso, Valle (2021b, p. 94) ressalta a necessidade das pesquisas que envolvem o currículo tornar visíveis práticas que possuam “caráter emancipatório” e, como exemplo, ele apresenta o projeto Mar de Lama, que citamos na justificativa deste trabalho. O projeto de modelagem proposto pela professora da escola de Minas Gerais evidencia que considerar o território no ensino de matemática é um modo de promover a autoria docente, mesmo que para isso seja necessário insubordinar a criatividade.

2.3.3 Qual o “grund” do professor?

Sándor Gereblye é o personagem que faz o papel do professor dos “Meninos da Rua Paulo”, que é um clássico húngaro do escritor Ferenc Molnár que conta a história de um grupo de meninos adolescentes que brincam em um pátio abandonado, o qual eles chamam de *grund*. Esse território de brincadeiras dos meninos é palco de uma disputa entre os meninos da Rua Paulo e os meninos da Rua Falcão, pois ambos os grupos querem dominar aquele espaço.

Figura 10 - Capa do livro “Os meninos da rua Paulo”



Fonte: <https://livrariataverna.com.br/literatura-estrangeira/2786-os-meninos-da-rua-paulo-ferenc-molnar.html>

A partir da leitura do livro, fica claro o sentimento de pertencimento que os meninos possuem em relação ao *grund*, porque é lá que ocorrem suas principais interações do dia a dia, é o território usado. O interessante é que em nenhum momento do enredo é mencionado onde mora o professor Sándor. Mas fica evidente que ele não tem a mesma vivência que os estudantes no *grund*, não é o território do professor.

No entanto, o professor Sándor conhece o pátio abandonado da Rua Paulo e sabe da rivalidade que há entre os dois grupos que disputam o local. Pode ser que esse professor more próximo à escola, ou mesmo longe, e pertença a outros territórios. Mas, o que cabe destacar é que ele sabe caracterizar o território dos estudantes.

Esse conhecimento sobre o território dos estudantes pode apoiar nas possibilidades de contextos territorialmente referenciados que o professor pode propor à turma, bem como quais temas podem ser abordados nesse território. No caso dos meninos da rua Paulo, eles fundaram a “sociedade do betume”, e quem pertencia a ela seguia as regras e a hierarquia posta pelo grupo assim que entrassem no *grund*. Democracia é um tema que poderia ser discutido, por exemplo.

Assim, imagine se o professor passasse a se interessar também pelo território dos meninos e compreendesse o significado que os estudantes dão a ele, isso poderia proporcionar ideias sobre o que abordar nesse contexto e, o *grund*, poderia até se tornar território do professor. Da mesma forma, também consideramos a possibilidade do professor dar a conhecer o seu território, pode ser que seja curiosidade dos estudantes, nem sempre é foco principal, tal como no livro, mas pode vir a ser, afinal, qual seria o “*grund*” do professor Sándor? Será que ele também mora na Rua Paulo? Ou na Rua Falcão?

Capítulo 3. Possibilidades que inspiram a ensinar matemática a partir do território

Os artigos, uma dissertação de mestrado e um *ebook* que serão aqui comentados, foram selecionados com o objetivo de mostrar ao leitor possibilidades de propostas que visam ensinar matemática considerando o território. Alguns deles possuem a Educação Matemática Crítica como concepção orientadora. É importante destacar que nem todos mencionam o território como ponto de partida para o ensino de matemática. No entanto, é possível identificar sua presença, como enfatizaremos nas sínteses de cada um dos textos. Além disso, cada uma dessas escolhas relaciona-se com uma das estratégias escolhidas para abordarmos o tema desta dissertação: cenários para investigação; modelagem matemática; etnomatemática e geotecnologias. Estão distribuídos da seguinte forma:

Artigos:

- Lopes, D'Ambrosio e Corrêa (2017) - Atos de insubordinação criativa promovem a ética e a solidariedade na educação matemática;
- Araújo e Martins (2017) - A Oficina de Modelagem #OcupaICEEx: empoderamento por meio da matemática;
- Skovsmose, Alrø, Valero e Scandiuzzi (2009) - “Antes de dividir temos que somar”: ‘entre-vistando’ foregrounds de estudantes indígenas;

Dissertação de mestrado:

- Silva (2020) - Educação Financeira: uma proposta de cenário para investigação no Ensino Fundamental;

Ebook:

- Santil, Silva e Mill (2021) - Geotecnologias e sua aplicação pedagógica: reflexões propositivas.

Livros:

- D'Ambrosio (2002) - Etnomatemática- elo entre as tradições e a modernidade
- Skovsmose (2007) - Educação Crítica: incerteza, matemática, responsabilidade

Ao final do capítulo, apresentaremos um panorama explicando como cada um deles contribui para a presente dissertação.

3.1 Lopes, D'Ambrosio e Corrêa (2017) - Atos de insubordinação criativa promovem a ética e a solidariedade na Educação Matemática

Este artigo analisa as narrativas das aulas de uma professora do 2º ano do Ensino Fundamental, Solange, a qual se dedicou a trabalhar com seus estudantes uma proposta que não estava alinhada ao currículo escolar, por isso as autoras caracterizam essa atitude como um ato de insubordinação criativa. A professora buscou um tema que permitisse promover a aprendizagem de valores tais como a ética e a solidariedade em sua sala de aula.

A escola em que Solange é professora pertence à rede privada e localiza-se no interior de São Paulo que atende um público elitizado da cidade e, por conta disso, Solange tinha como objetivo propor aos seus estudantes um projeto que permitisse refletir sobre as diferentes realidades existentes no país. Na escola em que ela atua, há uma abordagem pedagógica chamada “projetos de classe” e foi por meio dele que ela estruturou o que seria trabalhado com seus estudantes. Nestes projetos de classe, o tema a ser trabalhado é sempre relacionado à vida cotidiana da comunidade e adequado à faixa etária das crianças e parte de um assunto ou problema abordado na Declaração Universal dos Direitos Humanos ou do Estatuto da Criança e do Adolescente. A equipe pedagógica da escola auxilia na escolha do tema junto às professoras e estudantes.

A professora Solange escolheu o tema “Escola de brincadeiras” para trabalhar com seus estudantes. O brincar pode revelar questões relacionadas à desigualdade socioeconômica, por conta disso, esta temática ajudaria a trazer aos estudantes a reflexão acerca da ética e da solidariedade. O trecho escolhido da Declaração Universal dos Direitos Humanos foi o 7º Princípio da Declaração dos Direitos da Criança, o qual diz sobre o direito da criança à educação e de brincar e se divertir. A professora leu com seus estudantes e ajudou a dar sentido ao que o princípio dizia, trabalhando, assim, o letramento. Junto com eles, a professora criou um “cenário para investigação” (SKOVSMOSE, 2014, p. 45), a partir de perguntas que foram feitas para compor o projeto, como por exemplo: Quais espaços da escola são adequados para brincarmos? Por que eles são adequados?

A professora conduziu o projeto de modo que, em primeiro lugar, os estudantes olhassem primeiro para si mesmos e suas realidades. Os estudantes fizeram um autorretrato e também escreveram em uma folha o que gostam de fazer. Ao apresentarem para a turma, puderam perceber semelhanças e diferenças entre eles, bem como a identificar os diferentes grupos que fazem parte de suas formações. Na sequência, foi proposta uma reflexão por meio da leitura de dois livros, sendo eles: “Brinquedos”, do autor André Neves, o qual mostra que

crianças de diferentes classes sociais possuem em comum o desejo de brincar; e “Serafina e a criança que trabalha”, dos autores Jô Azevedo, Iolanda Huzak e Cristina Porto, o qual traz a tona a questão do trabalho infantil que impede muitas crianças de brincarem.

As leituras ajudaram a sensibilizar os estudantes acerca de seus privilégios, mas Solange queria que eles se aproximassem mais de uma realidade diferente da que eles estavam acostumados. Para isso, levou os estudantes a uma outra escola, pública e localizada numa região precária da cidade. Nesta visita, seus estudantes levaram brinquedos para doar e também planejaram uma pesquisa. A pesquisa tinha perguntas como: “Do que você gosta de brincar na escola?; Com quem você costuma brincar? Quais atividades você faz fora da escola?; Do que você gosta de brincar em casa?”.

Em particular, a pergunta “Quais atividades você faz fora da escola?” mostrou que a maioria não faz nenhuma atividade, diferente dos estudantes de Solange, que fazem aulas de balé, inglês dentre outras. A partir da análise dos dados coletados na pesquisa feita pelos estudantes, foi possível discutir as diferenças socioculturais e a desigualdade social. Para a professora Solange, trazer à tona essa percepção é o primeiro passo para construir uma sociedade mais solidária.

A experiência dos estudantes do 2º ano com uma realidade desconhecida nos mostra que compreender o seu próprio território a partir do território do outro é um modo de reconhecer privilégios e a falta deles. A questão do brincar, a qual, em um primeiro momento, pode parecer divertida, revelou que nem todas as crianças exercem esse direito e que as atividades extraclasse, por vezes, se restringem a grupos com maior condição social. Este é um dos principais textos que motivou a escolha do tema deste trabalho, uma vez que ele consegue evidenciar de que modo a Educação Matemática contribui para compreendermos o que acontece na sociedade e no mundo que vivemos.

3.2 Araújo e Martins (2017) - A Oficina de Modelagem #OcupaICEx: empoderamento por meio da matemática

Neste artigo, as autoras trazem importantes reflexões no âmbito da Educação Matemática Crítica a partir da oficina de modelagem, #OcupaICEx, a qual ocorreu em 2016 no Instituto de Ciências Exatas (ICEx) da Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG). Em 2016, o Brasil encontrava-se num momento político marcado por uma série de episódios que o tornaram conturbado, como o *impeachment* da Presidenta da República, Dilma Rousseff, por exemplo.

Neste período, diversos estudantes começaram a ocupar escolas e universidades, a maioria instituições públicas, como forma de protesto contra uma proposta de emenda à Constituição feita pelo Vice-Presidente, Michel Temer, assim que este assumiu a presidência. Tal proposta, que ficou conhecida como PEC 55/2016⁷, tinha como objetivo limitar os gastos públicos, congelando as despesas do Governo Federal, corrigidas pela inflação, por até duas décadas. O ICEX foi um dos prédios ocupados pelos estudantes.

A oficina de modelagem #OcupaICEx foi um momento oportuno para promover o empoderamento sociopolítico por meio da matemática, uma vez que nela as professoras discutiram com os estudantes qual seria o impacto da PEC 55 caso fosse aprovada. Uma das questões que buscaram responder foi a seguinte: qual seria o valor do salário mínimo hoje, caso ele estivesse sendo calculado segundo as normas estabelecidas pela PEC 55?

A modelagem matemática é caracterizada por Araújo e Martins (2017, p. 115) como sendo: “[...] uma tendência da educação matemática, a modelagem visa a realização de atividades, em contextos educacionais, nas quais os estudantes são convidados a buscar soluções para problemas da realidade por meio da matemática”.

As autoras Araújo e Martins (2017) explicam que a Educação Matemática Crítica pode orientar a Modelagem matemática na medida em que propicia a atuação crítica dos estudantes para a resolução de problemas reais. Neste sentido, a matemática é utilizada como suporte tecnológico, no sentido estrito do termo tecnologia, para a solução de problemas de diferentes âmbitos de tal modo que os estudantes podem assim desenvolver uma habilidade que os permita mobilizar os conteúdos matemáticos ao ver o mundo, Skovsmose (2005) chama esta habilidade de *Matemacia*.

O que é importante destacar, no que diz respeito ao contexto do território, é que os protestos por meio das ocupações trouxeram visibilidade para uma Proposta de Emenda Constitucional e a necessidade de compreender o que ela causaria na vida dos estudantes caso fosse aprovada. A matemática possibilitou compreender essa questão e promover uma participação crítica dos estudantes no debate sobre a PEC 55. Escolas e Universidades são lugares que os estudantes possuem o sentimento de pertencimento e identificação, de tal modo que esses ambientes são também seus territórios. Logo, manifestações que ocorrem nesses locais também podem motivar o estudo no qual a matemática pode ser usada para compreender e refletir sobre questões que afetam diretamente a sociedade.

⁷ Disponível em: <https://www25.senado.leg.br/web/atividade/materias/-/materia/127337>. Acesso em 23.mar. 2022.

Por fim, em comparação com o texto anterior de Lopes, D'Ambrosio e Corrêa (2017), que vemos uma situação de uso da matemática para compreensão do território a nível local da própria escola e comunidade, neste outro vemos a matemática inserida no desenvolvimento de uma compreensão também do território, mas, neste caso, de nível nacional.

3.3 Silva (2020) - Educação Financeira: uma proposta de cenário para investigação no Ensino Fundamental

O autor desta dissertação, Silva (2020), buscava um tema que tivesse uma relação direta com o dia a dia dos seus estudantes. O espaço escolar, o qual os estudantes frequentam todos os dias da semana, foi estratégico para planejar a proposta de trabalho com educação financeira, uma vez que ele percebia muitos casos de vandalismo nesta escola como, por exemplo, vidros e fechaduras quebradas, pichações, materiais escolares novos sendo estragados e desperdício de merenda. O projeto foi realizado com estudantes de três turmas do 9º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da cidade de São Paulo.

O objetivo era o de propor um *cenário para investigação* na tentativa de promover um ambiente de aprendizagem que contribuísse para a formação crítica dos estudantes, provocasse reflexões sobre a valorização da escola pública e ainda trabalhasse temas da Educação Financeira, em particular, a elaboração de orçamentos e a gestão de despesas. A pergunta que norteou o trabalho foi a seguinte: Quais são as contribuições de uma proposta com um cenário para investigação com referências a elementos da vida real no Ensino Fundamental II, na reflexão dos estudantes sobre a importância da escola pública onde estudam e na prática docente?

A partir da observação do quanto esse espaço público estava sendo danificado, o professor propôs aos seus estudantes que fizessem um levantamento de valores financeiros para estudar no Ensino Médio, etapa seguinte que começariam a estudar, num colégio particular da região com o objetivo de tornar evidente os diversos custos financeiros envolvidos em uma escola. Os estudantes puderam relacionar a renda familiar com o possível custo da educação na escola particular, fizeram um levantamento sobre os custos da escola pública por estudante e um orçamento financeiro acerca de quanto a escola pública gastaria caso precisasse contratar um serviço financeiro para um reparo.

Com este projeto, os estudantes puderam refletir criticamente sobre suas ações na escola, pensando mais no coletivo e no quanto os atos de vandalismo e desperdício causaram gastos para a educação pública. No que se refere à Educação Financeira, Silva (2020)

menciona que os estudantes elaboravam os orçamentos sempre visando minimizar os gastos. Além disso, os estudantes começaram a pensar em quê poderiam investir se não tivessem que gastar dinheiro com o que foi causado pelo vandalismo.

Esta proposta inspira a reflexão sobre outros espaços, como praças, parques, museus, bibliotecas, Congresso Nacional em Brasília⁸, entre outros presentes no território, onde os professores podem convidar seus estudantes a investigar o impacto do vandalismo, o quanto seria necessário de verba para reformar estes locais, quais ações de conscientização podem ser implementadas para promover o cuidado com os espaços públicos e outras possibilidades de engajamento.

3.4 Skovsmose, Alrø, Valero e ScandiuZZi (2009) - “Antes de dividir temos que somar”: ‘entre-vistando’ foregrounds de estudantes indígenas

Este artigo apresenta entre-vistas feitas com estudantes indígenas da aldeia Kopenoty, a qual fica situada em uma reserva indígena no centro do Estado de São Paulo, com o objetivo de identificar quais são seus *foregrounds*, isto é, a percepção das possibilidades futuras que uma pessoa possui diante das condições políticas, sociais, econômicas e culturais que ela vivencia ao seu redor (SKOVSMOSE, 2014). Esta investigação permite compreender as motivações que esses estudantes têm para aprender algo, em particular, aprender matemática.

Os estudantes entrevistados estudavam no Ensino Médio em uma escola da aldeia Kopenoty, que fica em Bauru, aproximadamente há 30 km da aldeia. Os estudantes relataram o trajeto cansativo para chegarem até a escola e mencionaram como isso impacta negativamente no rendimento que eles têm nas aulas.

Eles falam sobre considerarem alguns conteúdos de matemática difíceis, como equações. Um deles, além de não gostar da disciplina, também relata que sua professora faz tudo muito rápido e isso também atrapalha seu aprendizado. Em geral, eles vêem pouco sentido em aprender matemática e, em uma das falas de uma aluna, ela diz que na aldeia antes de dividir eles precisam somar, o que evidencia a distância entre o algoritmo formal aprendido na escola e o *fazer* que eles têm na aldeia, com o qual não parecem ter dificuldades.

A principal motivação dos estudantes para continuarem seus estudos é o ingresso na faculdade e suas futuras profissões. Apesar disso, eles mencionam que usariam muito pouco de matemática no exercício de suas profissões, relatam os autores.

⁸ O Congresso Nacional em Brasília foi alvo de ataques que resultaram em um prejuízo por conta de parte do patrimônio público ter sido danificado. Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/brasil-64206303>. Acesso em 15 jan. 2023.

A leitura íntegra do artigo traz a seguinte reflexão: se a matemática que esses estudantes aprendem de modo formal na escola levasse em consideração o que eles já trazem de práticas cotidianas na aldeia, isto proporcionaria uma aprendizagem mais significativa?

A *Etnomatemática* busca exatamente reconhecer e valorizar o saber-fazer de um grupo como ponto de partida para o ensino de matemática. Em diferentes territórios, é possível encontrar grupos que possuem práticas nas quais saberes matemáticos estão envolvidos e que podem ser problematizados em sala de aula, visando uma aprendizagem que faça sentido aos estudantes, considerando o que eles já experienciam em suas realidades. A seguir, será feito um adendo para explicar com mais detalhes esse campo de estudo.

A etnomatemática, a qual foi concebida⁹ pelo educador matemático Ubiratan D’Ambrósio em 1984, trata-se de um programa de pesquisa que procura entender e reconhecer o saber/fazer matemático de diferentes grupos, comunidades e povos, ao longo da história da humanidade, ou seja, é uma forma de conectar a cultura e a matemática a partir da compreensão acerca das características desse saber/fazer matemático de cada indivíduo sobre como eles observam, classificam, quantificam, organizam, avaliam, inferem e comparam (D’AMBROSIO, 2002).

Para explicar, podemos considerar muitos exemplos, principalmente relacionados à culinária que estão intrinsecamente ligados a um saber/fazer. Na cidade brasileira de Caçapava, localizada no interior do estado de São Paulo, por exemplo, há um doce típico chamado “Taiada”¹⁰, o qual é feito utilizando caldo de cana, farinha de mandioca e gengibre. Algumas perguntas podem ser feitas para compreender como as quantidades de cada ingrediente são controladas pelas pessoas que sabem fazê-lo, além disso, esse conhecimento, quando ensinado para outras pessoas, também constitui um processo de educação matemática, afinal:

Estudos de etnomatemática ajudaram a esclarecer que a matemática está em todos os processos de ensino e aprendizagem como parte do processo de enculturação. Quando algumas técnicas, digamos, de construção de casa, são passadas para a geração seguinte, nós também estamos testemunhando um processo de educação matemática. (SKOVSMOSE, 2007, p. 48)

Novamente, enfatizamos que na escola há muito o que pode ser explorado na articulação matemática e território, pois, além do espaço em si, há também o saber/fazer das

⁹ O termo foi concebido por ele, mas os aspectos teóricos, de algum modo, vinham sendo discutidos por outros pesquisadores, como Paulus Gerdes, Márcia Ascher, Jill Posner.

¹⁰ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=IL4Z5cktFig>. Acesso em 17 jan. 2023.

práticas das cozinheiras que preparam e organizam as merendas¹¹ ou dos trabalhadores que atuam em alguma reforma, uma vez que há matemática nesses processos e ela pode ser ensinada. Os estudantes podem entrevistar esses profissionais, procurando saber informações sobre como ocorre esse saber/fazer em seus cotidianos.

3.5 Santil, Silva e Mill (2021) - Geotecnologias e sua aplicação pedagógica: reflexões propositivas

Este e-book consiste no material didático da disciplina de Geotecnologias da especialização em Educação e Tecnologias¹² promovida pela UFSCar, ministrada pelos mesmos autores.

Na Unidade 1 deste *ebook*, os autores discutem o uso das geotecnologias para conhecer o ambiente em que vivemos. Eles destacam que a presença dessas tecnologias, em geral, proporciona uma praticidade que pode alterar nossos hábitos. Por exemplo, é comum as pessoas verificarem o horário de passagem de ônibus antes de sair de casa por meio de aplicativos que possibilitam essa consulta. Essa conveniência rapidamente se tornou um hábito para aqueles que vivem em grandes metrópoles com tráfego intenso.

Nesta mesma unidade, os autores apresentam o conceito de *geotecnologias*. Algumas delas são bem conhecidas, como o *google maps*, *waze*, *ifood*, *uber*, *google earth*, por exemplo. Santil, Silva e Mill (2021) explicam que trata-se termo que abrange vários tipos de tecnologias, as quais permitem coletar, processar, analisar e disponibilizar informações geográficas a fim de que os usuários possam aproveitar suas funcionalidades para diversas necessidades do dia a dia.

Os autores ressaltam que, além de benefícios individuais que cada usuário pode ter ao utilizar uma geotecnologia, elas também possuem um potencial pedagógico na medida em que auxilia os professores a trabalharem conteúdos nos quais uma geotecnologia possa permitir que o estudante seja autônomo na construção do conhecimento quando, a partir do uso de uma geotecnologia, ele possa formular questões, argumentar e buscar informações.

Na Unidade 2, “Amostragem de usos pedagógicos das geotecnologias”, são apresentadas características de algumas geotecnologias tais como: Nome da ferramenta ou tecnologia; Breve descrição da ferramenta ou tecnologia; Classificação da ferramenta ou tecnologia; Principais vantagens pedagógicas; Principais desvantagens; Área de foco; Nível

¹¹ Ogliari e Bello (2017) em “Práticas da cozinha de merendeiras escolares: Textos e contextos etnomatemáticos” mostram um exemplo disso.

¹² Mais informações podem ser encontradas no *site*. Disponível em: <https://edutec.ead.ufscar.br/>. Acesso em 11 de jun. de 2022.

de educação (ou contexto) considerado. As geotecnologias escolhidas pelos autores são: *google earth*, *waze*, *google maps*, *utm geo map* e escalas. Na última unidade, eles exploram algumas possibilidades pedagógicas.

3.6 A presente dissertação

Lopes, D'Ambrosio e Corrêa (2017) contribuem para este trabalho nos incentivando a termos atos de insubordinação criativa, os quais, por vezes, são necessários para o trabalho envolvendo território, pois os estudantes podem se deparar com conceitos que não estão presentes no currículo escolar quando estiverem investigando, ou mesmo, caso o professor queira trabalhar um conteúdo diferente pelo proposto no currículo escolar, como foi o caso da proposta elaborada pela professora Solange.

O trabalho de Araújo e Martins (2017) é central porque mostra como a Educação Matemática Crítica orientou o trabalho de Modelagem. Nesta dissertação, queremos pensar em como essa concepção pode orientar outras estratégias de ensino que estamos adotando para abordar o tema matemática e território. Isto ficará mais claro nas considerações teóricas, através do trabalho de Araújo (2009), primeira autora do artigo que abordamos.

Silva (2020) mostra uma possibilidade de trabalho que pode ser realizada em outros espaços públicos pertencentes a um território e Skovsmose, Alrø, Valero e Scandiuzzi (2009) mostram a importância de considerar o que grupos já experienciam em suas vivências no território como contexto para o ensino de matemática.

Por fim, Santil, Silva e Mill (2021) apresentam ferramentas geotecnológicas que podem servir como suporte para o trabalho envolvendo matemática em diferentes estratégias e abordagens de ensino que estamos adotando.

Capítulo 4. A Educação Matemática Crítica enquanto concepção orientadora

Neste capítulo, abordaremos a Educação Matemática Crítica como concepção orientadora e, finalmente, apresentaremos os aspectos teóricos das abordagens cenários para investigação e geotecnologias que estamos utilizando.

4.1 Preocupações da Educação Matemática Crítica

Compreendendo o conceito de território e as questões que envolvem o currículo de matemática, podemos avançar para abordarmos a fundamentação teórica acerca da Educação Matemática Crítica. Um de seus idealizadores, o professor Dr. Ole Skovsmose, deixa claro em seus principais livros que não se trata de uma área específica da Educação Matemática. Primeiramente, para entender o que é a Educação Matemática Crítica, é preciso refletir sobre quais são hoje as preocupações da Educação Matemática e, para explicá-las, nos apoiamos em Skovsmose (2000, 2007, 2014) e Alrø e Skovsmose (2021).

Em suas reflexões no texto *“Como ensinar Matemática hoje”*, D’Ambrósio (1989) menciona que existe a concepção por parte dos professores de que os estudantes terão resultados melhores em suas aprendizagens se realizam muitos exercícios sobre um determinado assunto. Mesmo sendo um artigo escrito há quase três décadas, essa prática ainda está presente em muitas aulas e caracteriza o ensino tradicional de matemática, o qual, de acordo com Skovsmose (2000, 2014), é marcado por explicações do professor e aplicação em exercícios pelos estudantes.

Algumas consequências dessa prática são colocadas por Skovsmose (2014, p. 16), o qual estima que, ao longo de toda a trajetória escolar, os estudantes são expostos a uma média de “mais de 10 mil exercícios”. O autor explica que realizar muitos exercícios não implica diretamente em ter a criatividade matemática desenvolvida, ao contrário, além de destacar o mesmo que D’Ambrósio (1989) diz a respeito dos estudantes não questionarem as informações do enunciado e considerarem todas verdadeiras, isto faz com que eles cada vez mais tenham a concepção de que “[...] a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se duvida ou questiona, nem mesmo nos preocupamos em compreender porque funciona” (D’AMBRÓSIO, 1989, p. 15).

Skovsmose (2014, p.19) apresenta uma série de questões centrais sobre isso no que tange a preocupação com a democracia, como a seguir:

Será que o ensino de matemática tradicional contribui para embutir nos estudantes uma obediência cega que os habilita a participar de processos de produção em que a execução de ordens sem questionamento é um requisito essencial? [...] Será que uma obediência cega, da qual faz parte certa submissão ao regime de verdades, alimenta a apatia social e política que tanto é apreciada pelas forças do mercado de trabalho?

Além disso, Skovsmose (2014) explica que a educação matemática pode contribuir para a manutenção das desigualdades sociais, na medida em que apenas os estudantes “bons”, que tiveram acesso à uma formação de qualidade nesta disciplina, alcançam carreiras com remuneração de destaque no contexto do mercado de trabalho atual. O autor ainda coloca um ponto chave para compreender o porquê a educação matemática tem um caráter crítico, quando questiona:

Pode ser que a educação matemática seja provedora de uma competência básica para qualquer cidadão, crítica ou não. Pode ser que a educação matemática permita a entrada para um mundo magnífico de ideias e teorias, com valores de relevância estética e tecnológica, como recursos para a imaginação tecnológica. [...] Mas isso pode, também, significar que a educação matemática participa de processos de exclusão. [...] Os papéis de herói e vilão podem ser desempenhados, também, pela educação matemática (SKOVSMOSE, 2007, p. 68).

Justamente, por conta disso e, sabendo que os principais vestibulares brasileiros que permitem o ingresso nas universidades do país exigem a resolução de exercícios e não consideram todo o histórico escolar do estudante como forma de ingresso, é que o autor não defende que os exercícios não sejam utilizados nas aulas de Matemática e, ainda acrescenta que utilizá-los em alguns momentos pode ajudar a fixar conceitos.

Contudo, considerando as consequências na aprendizagem que já foram citadas, o foco do ensino de Matemática não pode ser apenas a aplicação em exercícios que não dão espaço para discutir, sejam as informações presentes no enunciado, ou mesmo as diferentes formas de resolução ou respostas corretas. A falta de momentos de discussão em sala de aula nos coloca diante de uma outra preocupação relacionada ao diálogo nas aulas de Matemática, abordada em Alrø e Skovsmose (2021).

Muitas pesquisas têm sido feitas sobre o tema diálogo nas aulas de Matemática, pois, de fato, chama atenção a ausência de comunicação entre estudantes e professores, ou, quando elas existem, seguem alguns padrões, por exemplo, o professor faz uma pergunta e os estudantes respondem. Em Alrø e Skovsmose (2021) outros padrões são problematizados e os autores destacam quando a “comunicação” se dá de forma absoluta, que se dá no momento em que algum estudante comete um erro e o professor diz frases que não contribuem para a

compreensão do motivo de estar errado, ou outro esclarecimento que dê suporte para o estudante tentar novamente.

Neste cenário, que Alrø e Skovsmose (2021, p. 22) chamam de absolutismo burocrático, são comuns frases que evidenciam o fato do estudante ter errado, como: “isto está errado!” ou “refaça este exercício”. Para promover a comunicação em sala de aula, bem como contrapor o foco excessivo nos exercícios, Skovsmose (2014, p. 68) propõe os cenários para investigação, definido como sendo “[...] um ambiente [de aprendizagem] que pode dar suporte a um trabalho de investigação”, sobre o qual falaremos com mais detalhes nas próximas seções deste capítulo.

A partir da competência da literacia, proposta pelo educador Paulo Freire, Alrø e Skovsmose (2021, p. 18) apresentam uma noção correspondente, mas relacionada à Matemática, e que pode apoiar o cidadão no desenvolvimento da cidadania, sendo esta também uma das preocupações da educação matemática. Essa competência é chamada de “matemacia”. Para explicar mais sobre isso, recorreremos ao que diz Skovsmose (2007, p. 75):

Do mesmo modo que o letramento, a matemacia se refere a diferentes competências. Uma delas é lidar com noções matemáticas; uma segunda é aplicar essas noções em diferentes contextos; a terceira, é refletir sobre essas aplicações. Esse componente reflexivo é crucial para a competência da matemacia. Mais generalizadamente, a educação matemática crítica está relacionada com o desenvolvimento de competências da matemacia, de tal modo que pode prover melhorias similares àquelas expressas pelo letramento.

É importante dizer que ambos os conceitos, literacia e matemacia, possuem em comum o objetivo de desenvolver nos indivíduos a capacidade de compreender, interpretar e aplicar informações em uma variedade de contextos. A literacia envolve mais do que simplesmente ler as palavras, pois abrange a capacidade de compreender e interpretar textos de maneira crítica. Do mesmo modo, a matemacia também amplia a capacidade de fazer cálculos para saber interpretá-los criticamente. A diferença entre eles é que a literacia está relacionada à compreensão de informações textuais e verbais, enquanto a matemacia está relacionada à compreensão e aplicação de conceitos matemáticos.

A Educação Matemática Crítica também preocupa-se com o conceito que Skovsmose (2007) chama de ideologia da certeza. De acordo com o autor, este conceito refere-se a um respeito exagerado em relação aos números e às soluções que são apresentadas tendo-os como referência para tomada de decisão. Skovsmose (2007, p. 83) explica que essa ideologia torna-se um problema quando atua fora da sala de aula ao tratarmos com contextos reais e

ressalta que “é uma ilusão pensar que aplicações da matemática tragam soluções, com fidedignidade garantida, mediante o uso da matemática”.

Para esclarecer o que isto quer dizer, o autor apresenta um exemplo¹³ para chamar atenção que soluções matemáticas precisam de reflexão. O exemplo trata sobre o modelo de carro de Ford Pinto que foi colocado em produção, mas tinha um sistema de combustível problemático: se o carro fosse envolvido em acidentes, ele pegava fogo facilmente. Para tomar uma decisão, a companhia fez alguns cálculos e identificou que **os custos para redesenhar a produção seria de 137.000.000 dólares**. Caso a companhia optasse por não fazer nada, a consequência seria 180 mortes por queimadura; 180 queimaduras graves e 2.100 veículos queimados. No que tange aos preços, seriam: 200.000 dólares por morte, 67.000 dólares por ferimento e 700 dólares por veículo. Assim, **o custo total de não fazer nada para solucionar o problema seria de 49.500.000 dólares**, ou seja, um custo menor do que redesenhar toda a produção. A companhia optou por não fazer nada!

Ainda neste contexto, podemos falar sobre o fato da matemática estar envolvida em diversas situações reais e apoiando e influenciando diretamente a tomada de decisão, isto é a matemática em ação. Ela é preocupante na medida em que essas decisões são tomadas sem reflexão crítica, sobretudo quando são considerados apenas os fatores numéricos em detrimento do humano, como o exemplo ilustrou SKOVSMOSE (2007).

Finalmente, merece destaque uma preocupação que, de acordo com Skovsmose (2007), é a própria matemática. Isto porque, o autor explica que ela não pode ser entendida apenas sob o viés da educação, mas também precisa ser considerada sob a ótica da filosofia e da sociologia, sobretudo porque “[...] ela representa um importante aspecto de desenvolvimento da racionalidade ou ‘razão’. [...] A matemática está em ação em uma variedade de técnicas e tecnologias, que definem tanto a sociedade informacional como a rede global” (SKOVSMOSE, 2007, p. 77).

Já que a matemática está em ação em uma variedade de técnicas e tecnologias, o trecho citado anteriormente de Skovsmose (2007, p. 75) nos ajuda a entender que mobilizamos a Educação Matemática Crítica quando lidamos com essa variedade de técnicas e tecnologias, quando aplicamos essas noções em diferentes contextos e quando refletimos sobre essas aplicações.

Diante dessas preocupações que foram aqui apresentadas seguindo a fundamentação teórica escolhida, vale ressaltar a importância dos professores de matemática se apropriarem

¹³ Este exemplo está presente no seminário *Desafiar certezas: Educação Matemática Crítica*. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=C5WGTqeqNzA>. Acesso em: 11 dez. 2023.

de cada uma delas e as utilizarem como uma orientação ao elaborarem propostas para trabalharem com seus estudantes a fim de contribuir para que, de fato, o ensino de matemática possa apoiar o desenvolvimento da cidadania, bem como "*empower*"¹⁴ um indivíduo por meio dela", como destacam Alrø e Skovsmose (2021).

4.2 As abordagens de ensino cenários para investigação e geotecnologias

Nesta seção, apresentaremos com mais detalhes a fundamentação teórica acerca das abordagens de ensino cenários para investigação e geotecnologias para evidenciar como se conectam. Os exemplos que iremos destacar para explicar cada uma delas são os mesmos que foram discutidos nas formações do II ENOPEM e do 21º Encontro USP Escola a fim de que o leitor compreenda a partir de quais exemplos elas foram conduzidas.

4.2.1 Cenários para investigação

Para explicarmos o que é um cenário para investigação, é importante apresentar uma contextualização geral sobre as tarefas de matemática, as quais, de acordo com Ponte (2017), possuem quatro dimensões básicas, que são: grau de dificuldade (fácil ou difícil); estrutura (aberta ou fechada); contexto referencial; e o tempo para resolução. Sobre o grau de dificuldade e o tempo para resolução, acreditamos que sejam categorias de fácil compreensão, assim, a seguir focaremos em explicar o que diz respeito a estrutura e contexto referencial.

Segundo Ponte (2017), o que caracteriza uma tarefa com estrutura fechada é o fato dela deixar claro o que é dado e o que é pedido no seu enunciado, o que é muito comum encontrar nos exercícios e problemas, apesar dos problemas possuírem um grau de dificuldade maior que os exercícios, ambos apresentam essa característica. Veja a seguir o exemplo retirado do material didático Educação Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental (EMAI), o qual é utilizado nas escolas públicas estaduais no estado de São Paulo.

Figura 11 - Exemplo de um exercício com estrutura fechada

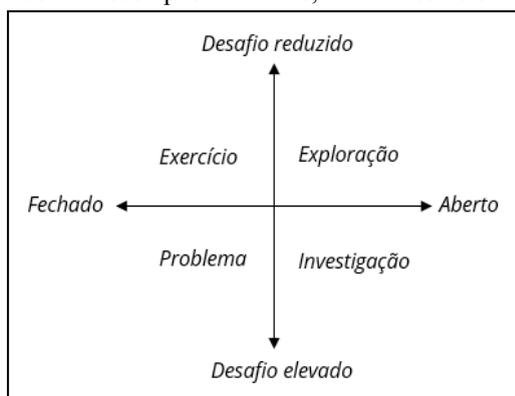
Quanto é $12 \div 4$? e $4 \div 2$? e $6 \div 3$? e $15 \div 5$?

Fonte: São Paulo (2013a, p. 72).

¹⁴ Tal como em Alrø e Skovsmose (2021, p. 18), optamos por manter o termo em inglês, pelo fato do significado literal descrever a ideia de dar poder ou liberdade para um indivíduo fazer algo, o que no contexto que estamos tratando, podemos dizer que este "algo" está intimamente relacionado à matemática como a competência de compreender o mundo (ou uma situação) com criticidade através da matemática.

Já no caso da estrutura aberta, pode não ficar evidente o que é pedido ou nem sempre o enunciado contém todos os dados necessários para a resolução, ou seja, há um grau de abertura que pode estar presente em ambos. Isso é muito característico das atividades exploratórias e investigativas, as quais, assim como os exercícios, são diferentes devido ao grau de dificuldade, sendo as atividades investigativas mais difíceis que as de exploração. Ponte (2017) organiza essas informações acerca do grau de dificuldade, estrutura e tipo de tarefa em um diagrama, conforme abaixo:

Figura 12 - Relação entre os diversos tipos de tarefas, em termos do seu grau de desafio e abertura



Fonte: Ponte (2017, p. 113).

Como já explicamos, de acordo com Skovsmose (2000), as tarefas podem fazer referência a diferentes contextos, sendo eles puramente matemáticos, reais ou semirreais. No que se refere aos exercícios com contextos puramente matemáticos, Skovsmose (2014, p. 46) amplia nosso olhar sobre eles quando, partindo de um exemplo relacionado ao conteúdo de funções, ele mostra a possibilidade de conduzir um ambiente onde os estudantes sejam convidados a buscarem explicações, sendo ele: Sejam f e g funções definidas de \mathbb{R} em \mathbb{R} , onde $f(x) = 2x + 3$ e $g(x) = -x + 5$. O exercício consiste em encontrar as inversas f^{-1} e g^{-1} , bem como desenhar seus gráficos. A questão a ser proposta seria: Considere f e g , definidas como anteriormente, mas agora com f e g da forma $f(x) = ax + b$ e $g(x) = cx + d$, onde a, b, c, d assumem valores em \mathbb{R} . Seria possível dizer de antemão algo sobre os gráficos das funções e das suas respectivas inversas? (SKOVSMOSE, 2014).

Tal exemplo mostra que através de um exercício outras questões podem emergir, ou seja, partindo de um exercício pode-se chegar a um cenário para investigação. Com os exemplos que mostramos até aqui, pode-se perceber que assim como um exercício pode fazer referência à matemática pura, semirrealidade e realidade, um cenário para investigação também pode partir dessas diferentes referências.

Skovsmose (2000, p. 73) chama de “ambiente de aprendizagem” cada uma das seis combinações possíveis de exercícios e cenário para investigação com as diferentes referências, conforme o Quadro 1 abaixo:

Quadro 1 - Ambientes de aprendizagem

	Exercícios	Cenário para Investigação
Referências à Matemática pura	(1)	(2)
Referências à semirrealidade	(3)	(4)
Referências à realidade	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2000, p. 74).

O ideal não é que o professor de matemática foque em apenas uma combinação presente nessa matriz, pelo contrário, Skovsmose (2000) ressalta a importância de mover-se entre os ambientes, o que também pode ocorrer de cenários para investigação à exercícios, sobretudo, porque afirma que a realização de exercícios, após ter participado de um cenário para investigação, pode contribuir para consolidar ideias.

Para criar um ambiente de cenários para investigação, é preciso convidar os estudantes a investigarem. Um convite, em geral, pode ser feito de diversas maneiras. Em especial, um convite a um cenário, segundo Skovsmose (2000, p. 72), é simbolizado pelo “O que acontece se...” do professor. Por sua vez, os estudantes aceitam este convite quando dizem “Sim, e o que acontece se...” e passam a envolver-se com o que foi proposto, procurando explicações e explorando.

É nesse sentido que “ser um cenário para investigação é uma **propriedade relacional**” (SKOVSMOSE, 2000, p. 72, grifos nossos), pois depende do convite do professor, do aceite dos estudantes e também da própria natureza do cenário que pode não chamar atenção e não interessá-los. Enfatizamos que isso pode ocorrer também quando o contexto fizer referência à realidade, como é o caso do território.

4.2.2 Geotecnologias

Como já citado, nos apoiamos no que dizem Santil, Silva e Mill (2021) sobre o conceito de geotecnologias abranger vários tipos de tecnologias, as quais permitem coletar, processar, analisar e disponibilizar informações geográficas. Vamos mostrar seu potencial por meio de um exemplo que fizemos utilizando o *google earth*, trata-se de um aplicativo do

google que permite visualizar imagens de satélite ou 3D e até street view do mundo inteiro. Observe a seguir as imagens de satélite que captamos de dois bairros próximos da cidade de São Paulo: Capão Redondo e Morumbi.

Figura 13 - Comparação entre os bairros Capão Redondo e Morumbi



Fonte: Elaborado pela autora através do Google Earth.

Fica evidente a diferença entre área verde e densidade habitacional presente nos dois bairros quando vemos as imagens lado a lado. Muitas perguntas podem ser feitas diante disso, tais como: Por que essa diferença de área verde entre os dois bairros? Há uma recomendação sobre o que seria ideal em m² de área verde por habitante para uma cidade menos poluída? Quantos habitantes temos aproximadamente em cada um dos bairros? Quais as características de cada um deles? Como é o formato das construções das casas em cada um deles? Onde há mais prédios?

É importante ressaltar que o contraste é ainda mais evidente quando comparamos Morumbi com Paraisópolis, bairros vizinhos. Isso nos leva a questionar por que essa diferença é tão marcante.

Figura 14 - Comparação entre os bairros Paraisópolis e Morumbi



Fonte: Elaborado pela autora através do *google earth*.

Com esses exemplos, evidenciamos que o uso das geotecnologias podem apoiar para que os estudantes sejam convidados aos cenários para investigação em um ambiente que faz referência à realidade.

Capítulo 5. Desenvolvimento e análise dos dados da pesquisa

Neste capítulo, apresentaremos como foi o desenvolvimento da pesquisa, focando em como organizamos cada uma no minicurso do II ENOPEM e no curso do 21º Encontro USP Escola. Além disso, os dados obtidos também serão analisados.

5.1 Minicurso II ENOPEM *Matemática e território: perspectivas críticas e abordagens para os anos iniciais*

Como uma forma de melhor prepararmos o curso que seria aplicado no 21º Encontro USP Escola para trabalharmos com os professores o tema matemática e território, decidimos aplicar uma versão piloto com o título “Matemática e território: perspectivas críticas e abordagens para os anos iniciais” no segundo Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática – II ENOPEM, que teve como temática principal “Contribuições de Paulo Freire para a prática dos professores que ensinam matemática: múltiplos olhares”, e que foi realizado de 26 a 30 de julho de 2021.

O ENOPEM¹⁵ trata-se de um evento acadêmico organizado pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nas Escolas – GEPEME/UNEMAT com sede no Laboratório de Mídias Digitais – UNEMAT – Campus II – Barra do Bugres/MT. Ele ocorre de forma totalmente online e reúne como público-alvo professores que ensinam matemática nas escolas da Educação Básica; Licenciandos em matemática; Pesquisadores da Educação Matemática; Pós-graduandos em Educação matemática e demais interessados para contribuir com os processos de formação inicial e continuada dos professores participantes.

O minicurso foi elaborado e ministrado em conjunto pelas alunas do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Andressa Rubim e Renata Diniz Ramos, e pelo orientador das alunas, o professor Dr. Júlio César Augusto do Valle. O minicurso proposto teve como objetivo apresentar e discutir elementos e estratégias para que os professores que ensinam matemática nos anos iniciais pudessem fazê-lo a partir de uma perspectiva territorialmente referenciada. Para isso, tratamos dos conceitos de territórios educativos, das contribuições oriundas das perspectivas socioculturais da Educação Matemática, bem como dos modos de mobilizá-los no ensino de matemática nos anos iniciais.

Nosso minicurso ocorreu no dia 26 de julho de 2021 com carga horária de 3 horas. Ao todo 33 professores se inscreveram, mas apenas 22 participaram de fato. Ele foi organizado em dois momentos, sendo que, no primeiro momento, abordamos o conceito de território e

¹⁵ Disponível em: <https://matematicanaescola.com/iienopem/objetivos/>. Acesso em 12 set. 2022.

sua relevância no ensino de matemática, apresentamos alguns autores que contribuem para a compreensão/mobilização do conceito de território sob perspectivas críticas e destacamos e discutimos com os participantes algumas problemáticas presentes no espaço social dos estudantes que poderiam constituir uma possibilidade de trabalho com matemática e território.

No segundo momento do minicurso, apresentamos as abordagens pedagógicas escolhidas: Cenários para investigação; Modelagem matemática; Etnomatemática e Geotecnologias. Assim, foi possível discutir modos de ensinar matemática nos anos iniciais a partir dos problemas e temas do cotidiano que mostramos por meio das possibilidades de atividades que foram escolhidas para cada uma das abordagens. Para encerrar, os professores responderam um questionário de avaliação do minicurso (Apêndice B).

Os resultados que obtivemos com a aplicação do minicurso foram muito significativos pois os professores contribuíram muito, sobretudo ao responderem o questionário proposto. Cabe destacar que, apenas 7 professores responderam o questionário, nós percebemos que alguns professores presentes tiveram dificuldades de acessar alguns links que enviamos ao longo da apresentação por conta de estarem conectados por meio de celulares, o que dificulta abrir novas guias. De todo modo, observamos que estavam presentes professores de diversas regiões do Brasil, mas havia mais professores da região Centro-Oeste (6 respondentes) e 1 pessoa da região sudeste.

Em sua maioria eram professores da Educação Básica (anos iniciais do Ensino Fundamental), mas também participaram estudantes de Mestrado, professores do Ensino Médio, professores do Ensino Superior e apenas uma pessoa não lecionava. No que tange a atividades sobre matemática no território, mais da metade dos professores não havia realizado com seus estudantes, conforme o gráfico 1 abaixo evidencia:

Gráfico 1 - Respostas da pergunta 3

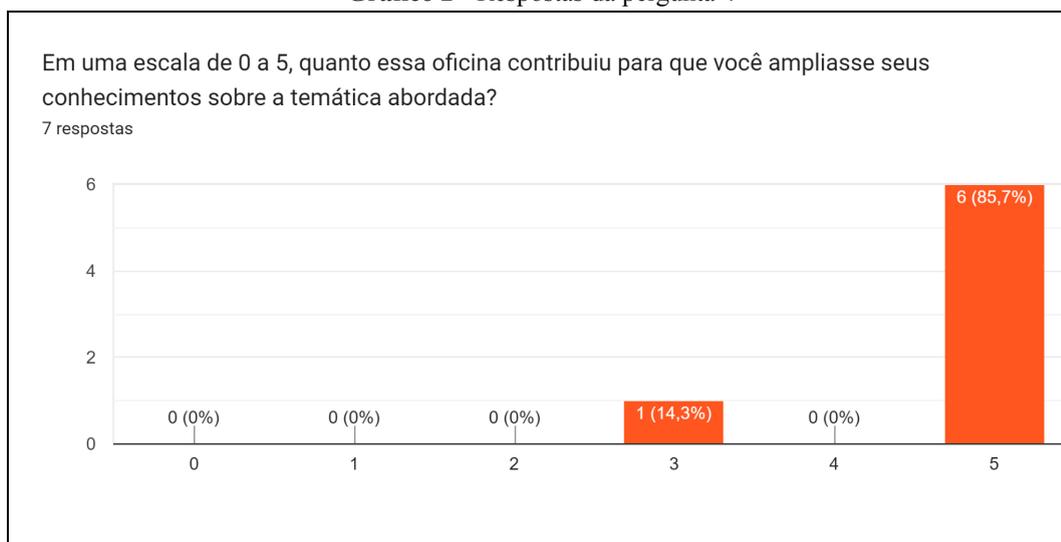


Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Este dado de 85,7% que afirmou não realizar atividades sobre matemática no território reforça o que já esperávamos, sobretudo, porque muitos fatores podem distanciar os professores da possibilidade de fazer essa integração, como o currículo seguido pela escola em que lecionam, a falta de referências de sequências didáticas que apresentem essa integração, os conteúdos mais globais dos livros didáticos, entre outros aspectos.

Podemos afirmar que o minicurso contribuiu para que os professores respondentes ampliassem seus conhecimentos sobre a temática abordada, uma vez que a maioria atribuiu o valor máximo da escala para esta pergunta. Por meio das respostas que obtivemos nos gráficos 1 e 2, foi possível analisar que os professores de matemática que responderam a pesquisa não possuíam familiaridade com o tema e que, pela participação no minicurso, este conhecimento sobre a temática pôde ser ampliado.

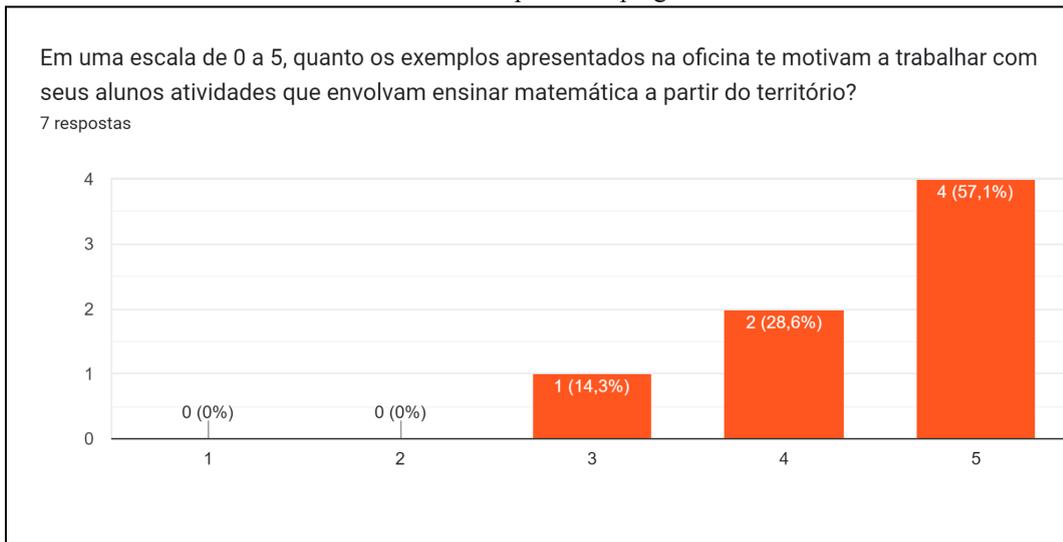
Gráfico 2 - Respostas da pergunta 4



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Sobre os exemplos de atividades relacionadas a matemática no território que foram escolhidos para apresentar cada uma das abordagens de ensino, consideramos que elas motivaram os professores a ensinarem matemática a partir do território, mas também entendemos que pelo fato da maior parte dos exemplos serem relacionados à Educação Básica (anos iniciais do Ensino Fundamental) considerando o público que participou, pode ser que tenha faltado alguns exemplos mais voltados aos demais anos, o que não era nosso foco.

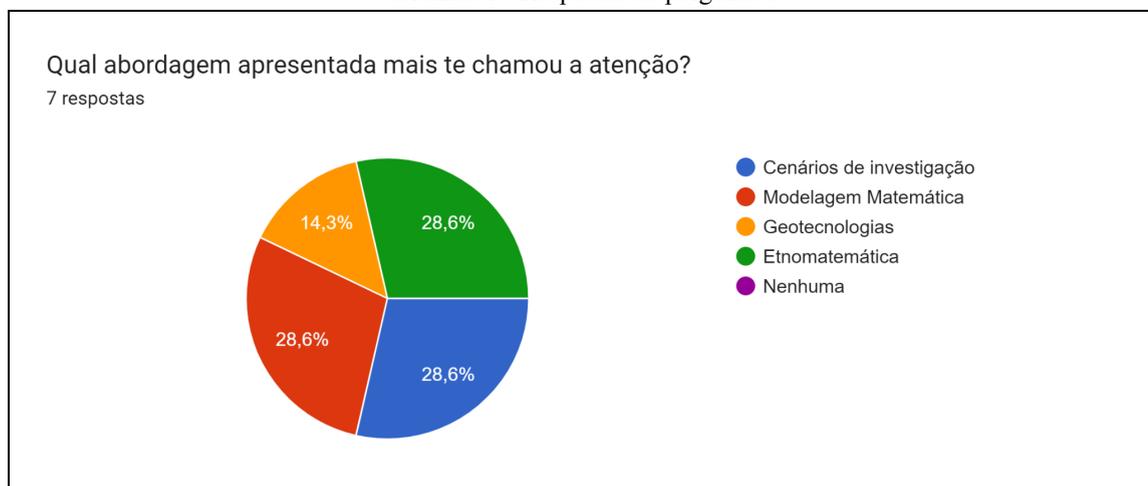
Gráfico 3 - Respostas da pergunta 5



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Observando as respostas da pergunta: Qual abordagem apresentada mais te chamou atenção? É possível destacar que não houve uma abordagem preferida, além disso, ninguém votou na opção Nenhuma. Consideramos, assim, que as abordagens escolhidas foram adequadas.

Gráfico 4 - Respostas da pergunta 6



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Desse modo, pedimos para os professores indicarem além das relações e abordagens apresentadas, quais outras possibilidades/relações lhes ocorreram para o ensino de matemática a partir do território. Aqui, obtivemos diversas respostas como, por exemplo: “Possibilitar noções de Cálculo e de probabilidade” e “Gamificação”. Alguns professores apenas

comentaram: “Devemos ampliar o nosso campo de visão sobre a matemática” ou disseram que “surgiram várias ideias”.

A última pergunta era a seguinte: “Você gostaria de deixar uma sugestão para a abordagem deste tema? Escreva um comentário avaliativo sobre a oficina”. Obtivemos as seguintes respostas: “Super gostei! Muito parabéns pelo lindo curso!”; “Relacionar os games ao território”; “Achei ótimo, mas para o próximo minicurso tentar montar algumas atividades para os participantes desenvolverem”; “Trabalho com roda de conversa”; “Vocês estão de parabéns” e “Eu achei esta oficina superinteressante”.

Este comentário: “Achei ótimo, mas para o próximo minicurso tentar montar algumas atividades para os participantes desenvolverem”, que também foi falado por alguns professores ao final do minicurso, foi muito importante para pensarmos na estrutura do minicurso que seria realizado no Encontro USP-Escola. Pois, de fato, não havíamos proposto atividades para os participantes desenvolverem, sobretudo pela carga horária curta que tínhamos para apresentar.

5.2 Curso 21º Encontro USP Escola *Matemática e Território: perspectivas críticas e abordagens para os anos iniciais*

A partir da aplicação do minicurso no II ENOPEM, foi possível complementar o material que tínhamos preparado para o curso do 21º Encontro USP Escola. As respostas e comentários dos professores participantes no minicurso foram muito importantes, principalmente, para inserirmos atividades que os professores participantes do curso no 21º Encontro USP Escola pudessem fazer ao longo dos dias de formação.

O 21º Encontro USP Escola ocorreu entre 10 e 14 de janeiro de 2022. Nosso curso intitulado “Matemática e Território: perspectivas críticas e abordagens para os anos iniciais” contava com carga horária de 20 horas que foram divididas da seguinte forma: 3 encontros virtuais síncronos com duração de 2 horas cada, os quais ocorreram em 10, 12 e 14 de janeiro.

Figura 15 - Capa do convite para o curso do 21º Encontro USP Escola



Fonte: Arquivo da autora (2021)¹⁶.

Ao todo, recebemos 80 inscrições, mas apenas 33 professores participaram de fato. Havia professores de diversos Estados do Brasil, como Paraíba, Brasília, São Paulo e Rio de Janeiro. Em sua maioria, professores da Educação Básica. Apenas 3 deles eram estudantes de graduação e 5 de pós-graduação.

No primeiro encontro, foi realizada uma apresentação dos ministrantes, as alunas do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Andressa Rubim e Renata Diniz Ramos; e também do orientador, o Professor Dr. Júlio César Augusto do Valle. Foi explicado aos participantes como o curso seria organizado e, em seguida, foi introduzido o conceito de território e a abordagem pedagógica de cenários para investigação.

O segundo encontro iniciou com uma retomada das atividades que os professores participantes haviam desenvolvido de forma assíncrona para discutirmos e relacionarmos com o que havia sido abordado no encontro anterior. Após isto, demos sequência na explicação das demais abordagens pedagógicas, a Modelagem matemática e a Etnomatemática.

Encerramos o encontro síncrono no terceiro dia com a abordagem pedagógica das Geotecnologias e as orientações finais da atividade de elaboração. Também abrimos espaço para ouvir os comentários dos professores participantes sobre o curso de modo geral.

¹⁶ A ilustração da fachada da Escola Estadual Prudente de Moraes, que está localizada no bairro Bom Retiro da cidade de São Paulo. O autor é o ilustrado Francesco Micieli, amigo da autora desta dissertação.

Quadro 2 - Organização dos encontros virtuais síncronos

Encontro	10/01 Segunda-feira	12/01 Quarta-feira	14/01 Sexta-feira
Atividade	Apresentação inicial da formação e orientações	Retomada das atividades	Abordagens pedagógicas: uso de geotecnologias
	Introdução ao conceito de território; Abordagens pedagógicas: cenários para investigação	Abordagens pedagógicas: Modelagem matemática e Etnomatemática	

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

O restante da carga horária, 14 horas, foram utilizadas para que os professores participantes desenvolvessem as atividades propostas de forma assíncrona.

Quadro 3 - Organização da distribuição da carga horária assíncrona

Datas	De 10/01 a 12/01 (2 horas)	De 12/01 a 14/01 (2 horas)	De 14/01 a 21/01 (10 horas)
Atividade	<i>Google forms</i> (Atividade 2)	<i>Google forms</i> (Questionário de avaliação da formação)	<i>Forms</i>
			Atividade de elaboração

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

5.2.1 Atividade 1

A primeira atividade foi proposta no primeiro encontro quando abordamos o conceito de território. Os professores participantes foram convidados a responder a seguinte pergunta: Que palavra, imagem, expressão ou outro recurso vem à mente quando ouvimos a palavra “território”? Para tanto, disponibilizamos um link do *Jamboard* (quadro interativo do Google), onde era possível escrever e colar imagens, por exemplo. Obtivemos diversas respostas, tais como: cultura, mapas e cartografia, pertencimento, espaço público para apropriação; uma foto do planeta Terra, mapas e fotos do bairro.

Figura 16 - Respostas da atividade 1



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Em seguida, apresentamos os autores que contribuem para a compreensão do conceito de território sob perspectivas críticas, sendo eles: Paulo Freire, educador brasileiro; Milton Santos, geógrafo brasileiro; e Dirce Koga, assistente social brasileira. Por meio de alguns recortes de notícias, levantamos algumas problemáticas presentes no espaço social dos estudantes e mostramos algumas ideias, as quais já foram aplicadas por outros professores, que possibilitam abordá-las com os estudantes em sala de aula de forma que a matemática e o território estejam envolvidos.

5.2.2 Atividade 2

A segunda atividade proposta convidava os professores participantes a buscarem notícias relacionadas ao território onde suas escolas/instituições estivessem localizadas. Os professores respondiam um formulário (Apêndice C) que também permitia que eles fizessem o upload das notícias encontradas. Cabe destacar que obtivemos 25 respostas no formulário. Antes de buscar as notícias, pedimos para que os professores caracterizassem o território onde suas escolas/instituições estivessem inseridas. Ao longo deste capítulo, vamos denotar com a palavra "Participante" seguida de um número, por exemplo, para identificar as respostas de cada professor. Algumas respostas nos chamaram atenção, como as seguintes:

“**Participante 1:** A UMEI Jacy Pacheco fica numa parte do bairro do Barreto chamado Buraco do Boi. Esse apelido advém da História do lugar, que diz que exatamente onde localiza-se a escola ficava o matadouro dos bois da fazenda do senhor Barreto, fazendeiro que posteriormente deu nome ao bairro. Este bairro fica na Zona Norte da cidade de Niterói. Uma das partes que possui um dos menores IDHs da cidade. O lixo é uma GRANDE questão da localidade, que fica às margens da Baía de Guanabara, que foi aterrada para a passagem da BR101 e outras construções.”.

“**Participante 2:** O colégio está situado em um bairro de classe alta e média-alta. As ruas do entorno são arborizadas e há uma praça bem em frente ao portão principal, onde os estudantes costumam se reunir na saída do colégio para brincar e as famílias ficam conversando enquanto acompanham seus filhos. Há outras praças próximas ao colégio, como a Praça das Corujas e a Praça Panamericana. Próximo ao colégio há uma padaria, restaurantes diversos, bancos, supermercado, entre outros comércios e serviços.”.

“**Participante 3:** Minha escola se localiza na Rua da Mooca, em sua parte baixa, já próximo ao Parque D. Pedro II, perto do início da Avenida Radial Leste. A clientela (comunidade escolar) é composta em grande parte de estudantes filhos de pais muito pobres e que moram em residências coletivas de invasão, e, por vezes, sob os viadutos que se localizam nas proximidades da escola. O entorno da escola já foi, décadas passadas, local de grande produção de riquezas, hoje industriais desativadas, como Antártica, Matarazzo, Alpargatas, Fábrica 5 (usada, depois de sua desativação, como casa de shows) e baixada do Glicério, entre outras.

Fonte: Acervo dos dados de pesquisa da autora.

Essas caracterizações sobre os territórios onde se localizam as escolas de alguns dos professores participantes chamam atenção justamente por evidenciar territórios em condições realmente desiguais presentes no país.

Também perguntamos se os professores já haviam realizado ou planejado alguma prática de ensino de matemática que interagiu ou dialogou com o território onde a escola se insere e, em caso positivo, pedimos para descrevê-la. A maior parte dos professores respondeu não e, os que responderam sim, ao descrever a atividade, percebemos que ela não estava integrada ao ensino de matemática. Alguns professores até destacaram isso, como o exemplo:

“**Participante 4:** Não para o ensino da matemática. Antes da Pandemia levamos os estudantes de variados anos/série em alguns espaços da região, mas sempre com enfoque para o ensino da Geografia e para trabalhar questões de pertencimento e apropriação de espaços públicos.”.

Fonte: Acervo dos dados de pesquisa da autora.

Um exemplo interessante que utilizou a ferramenta *google maps*:

“**Participante 5:** A experiência para se entender grandezas inversamente ou diretamente proporcionais foi proposta no sentido de se identificar, via *google maps*, a residência de cada aluno, seu trajeto até à escola e o tempo de deslocamento

utilizando-se de perua escolar, ônibus, caminhada à pé, bicicleta e moto. A consulta nos celulares foi permitida, era pessoal, não era necessário identificar publicamente o endereço, bairro etc., apenas os dados fornecidos pelo aplicativo ao trajeto (tempo/distância) utilizando-se de carro, caminhada à pé, ônibus e bike. Para peruas escolares o trajeto era o do aplicativo, mas o tempo era uma estimativa do aluno se lembrasse. Estudantes compartilharam o aplicativo com os que não tinham e os que não queriam participar não foram obrigados a fazê-lo embora a participação fosse cobrada. Para cada tipo de deslocamento havia uma velocidade média para se chegar à escola e essa velocidade era variável para cada meio utilizado pelo deslocamento (ex. carro, bike, perua...). Apesar das distâncias diferenciadas, todos chegavam quase no mesmo horário (7h) e alguns até em distâncias idênticas mas com meios de deslocamento diferentes (carro, ônibus) a ideia era mostrar a dependência da relação tempo-velocidade de deslocamento no entorno dos estudantes. Apliquei esse trabalho no curso de metade de uma aula, aproximadamente, sem a conceituação de território que estamos aprendendo. Fascinante!”

Fonte: Acervo dos dados de pesquisa da autora.

No início do segundo encontro síncrono, apresentamos algumas das notícias que foram levantadas pelos professores e discutimos possíveis articulações com os conteúdos de matemática com a abordagem dos cenários para investigação. Daremos destaque a algumas delas a seguir:

Figura 17 - Exemplo de resposta da atividade 2

População do estado de SP vai de 46,3 para 46,6 milhões em 2021, segundo IBGE; estimativa desconsidera pandemia

Crescimento populacional em SP foi de 0,64%, inferior à média nacional, de 0,74%. Efeitos da pandemia de Covid-19 serão observados apenas no Censo Demográfico de 2020, segundo IBGE.

Fonte: <https://g1.globo.com/sp/sao-paulo/noticia/2021/08/27/populacao-do-estado-de-sp-vai-de-463-para-466-mil-hoes-em-2021-segundo-ibge-estimativa-desconsidera-pandemia.ghtml>

Figura 18 - Exemplo de resposta da atividade 2

O DIA NITERÓI

Buraco do Boi recebe projeto de descarte consciente de Niterói

Projeto Clin pretende estender as atividades a mais três comunidades até o final do ano, e já atende mais de 13 mil pessoas

Fonte: <https://odia.ig.com.br/rio-de-janeiro/o-dia-niteroi/2020/10/6013675-buraco-do-boi-recebe-projeto-de-descarte-consciente-de-niteroi.html>

Figura 19 - Exemplo de resposta da atividade 2



Fonte: <https://g1.globo.com/sp/mogi-das-cruzes-suzano/noticia/2020/07/06/moradores-do-jardim-monte-cristo-reclamam-de-acumulo-de-lixo-em-torno-do-parque-max-feffer-em-suzano.ghtml>

Figura 20 - Exemplo de resposta da atividade 2



Fonte: <https://www.guarulhoshoje.com.br/2021/05/12/moradores-do-jardim-cumbica-vila-paraiso-e-jardim-ansalca-ficaram-sem-agua-nesta-quinta/>

Figura 21 - Exemplo de resposta da atividade 2

Sala de aula de escola estadual pega fogo em Osasco

Estudantes afirmam que outros alunos colocaram fogo nas cortinas em comemoração ao fim das aulas; diretor fala em curto-circuito.

Fonte: <https://g1.globo.com/sp/sao-paulo/noticia/2018/12/04/sala-de-aula-de-escola-estadual-pega-fogo-em-osasco.html>

Figura 22 - Exemplo de resposta da atividade 2

O que falta para o monotrilho da Linha 15 chegar na Cidade Tiradentes?

© 27 de dezembro de 2021 12:02 Renato Lobo

Fonte: <https://viatrolebus.com.br/2021/12/o-que-falta-para-o-monotrilho-da-linha-15-chegar-na-cidade-tiradentes/>

Discutimos com os professores o potencial pedagógico das notícias enfatizando que as mesmas podem ser exploradas na aula de matemática, principalmente, pela perspectiva crítica presente em cada uma delas, uma vez que as notícias escolhidas pelos professores trazem reflexões importantes sobre nosso papel enquanto cidadãos diante das diferentes esferas do poder público.

Muitas das notícias levantadas estavam relacionadas à Covid-19, falta de água ou a alguma obra de melhoria da prefeitura da cidade local. Encerramos os comentários sobre as notícias dando ênfase na propriedade relacional de um convite a uma cenário de investigação, o qual, segundo Skovsmose (2000, p.72), é simbolizado pelo “O que acontece se...” do professor. Por sua vez, os estudantes aceitam este convite quando dizem “Sim, e o que acontece se...” e passam a envolver-se com o que foi proposto, procurando explicações e explorando.

Essa atividade desenvolvida pelos professores foi muito significativa, pois foi possível evidenciar que, para o planejamento de uma atividade em sala de aula de matemática, eles podem utilizar notícias relacionadas ao território como um dos recursos para a elaboração. Ao responderem a atividade 2 proposta, a maioria dos professores afirmou que utiliza apenas o livro didático para planejar sua prática.

5.2.3 Atividade 3

Para prosseguirmos com a exploração das notícias levantadas para que os professores as relacionassem com conteúdos de matemática, foi proposta uma terceira atividade, com o seguinte enunciado:

Cada um/uma de vocês deve propor um conjunto de três a cinco questões/convites para cenários para investigação que poderiam ser propostos em sala de aula a partir da notícia/reportagem entregue na Atividade 2. Não se esqueçam de:

- Dizer para qual ano/segmento estão destinadas as produções;
- Apresentar possíveis soluções, caso elaborem exercícios ou problemas associados às questões formuladas.

Alguns exemplos de respostas serão destacados a seguir:

Participante 6: Como se dá a constituição de variantes? **Onde a matemática está envolvida?** A matemática pode contribuir para o combate à disseminação do novo coronavírus?

Participante 7: 1º Bloco - Sensibilização

- Leitura Compartilhada do livro “Donana e Titonho” dos autores Ninfa Parreiras e André Neves, publicado pelas Edições Paulinas;
- Conversar com as crianças sobre a história ouvida;
- Construir uma nuvem de palavras com as falas das crianças;

2º Bloco - Sistematizando a discussão ambiental sobre a destinação correta do lixo

- Apresentação da reportagem “Buraco do Boi recebe projeto de descarte consciente de Niterói”;
- Leitura coletiva da reportagem com destaque para algumas palavras e para as ideias principais do texto;
- Há semelhanças entre as ideias da reportagem e a interpretação feita do texto literário “Donana e Titonho”?
- Apresentação de fotos da comunidade onde o lixo aparece descartado de modo incorreto;
- Hora da escrita: O que aprendemos com as leituras realizadas? O que quero/queremos aprender/saber mais sobre esse assunto?
- Que tal conversarmos com alguém da comunidade que desenvolva o mesmo trabalho de Donana e Titonho?

3º Bloco - Matematizando

- Já imaginaram quanto de lixo nós produzimos em nossa casa?
- E se juntarmos o meu, o seu, o lixo da nossa turma, quanto de lixo teremos?
- E nós na escola, quanto produzimos de lixo?
- A coleta seletiva de lixo da nossa comunidade atende à escola?
- Donana e Titonho recolhem o lixo pelo bairro onde moram. Como será que eles separam o lixo para vender no ferro velho?
- Quanto será que eles recebem pelo que vendem?
- Se eles não recolhessem esse lixo que é reciclado, o que aconteceria?
- Na reportagem que lemos juntos aparece o número “13 mil”. Vocês já tinham ouvido/lido esse número? Ele é muito? Pouco? É menos ou mais que 1? E que 10? Que 50? Que 100? E que 1000?

Participante 8: O que é o IPTU? Quem tem a obrigação de pagar? O que aconteceria se essas pessoas não arcassem com suas obrigações?

Faça um levantamento no seu bairro com seus pais e vizinhos, se eles pagam IPTU? se eles sabem para que serve o dinheiro arrecadado com o IPTU?

Faça um levantamento em fontes da prefeitura sobre o montante arrecadado com IPTU nos últimos 5 anos? a partir dos dados levantados (do montante arrecadado com IPTU) o que vocês sugeriram à prefeitura desenvolvesse?

Escreva uma proposta de empreendimento/ação que seja possível ser desenvolvida com o dinheiro arrecadado com o IPTU da cidade.

Participante 9: Para quem mora perto da Escola, o que se pode aprender com o trajeto? Que pontos geográficos são percebidos? Há rios que cortam sua cidade? Se houvesse ciclovias na sua cidade você daria prioridade a esse meio de locomoção? Você saberia dizer o tempo médio que leva da sua casa até a escola indo de ônibus, a pé ou bike?

Participante 10: Por que foi construído esse reservatório [reservatório do Jardim Cumbica] no bairro? Qual benefício trouxe para a população? O problema de manutenção e falta de água trouxe prejuízo para a população? Como medimos o volume ou quantidade de água? Como calculamos o valor da água?

Participante 11: Começar com uma discussão sobre a notícia, pois houve grande repercussão na comunidade. Realizar discussões sobre a proteção do patrimônio público, afinal de contas a escola é de responsabilidade da comunidade no geral.

Dividirei a turma em grupos para levantar os seguintes dados: qual seria o custo para a reforma dessa sala de aula que pegou fogo? Quais são os materiais necessários para a reforma? Como calcular a quantidade de tecido para repor as cortinas das janelas? Quantas carteiras foram queimadas e quantas terão que ser recolocadas? Qual valor do custo dessa reforma? Cada grupo apresentará os dados coletados e juntos faremos a análise através de orçamentos e gráficos para que juntos tomemos a melhor decisão para a reforma da sala de aula impactada com o incêndio.

Fonte: Acervo dos dados de pesquisa da autora.

É interessante que o participante 6 coloca a seguinte questão “onde a matemática está envolvida?” expressando o que o professor também quer conseguir relacionar, o conteúdo matemático com o território. Ao mesmo tempo, deixa evidente que nem sempre é clara essa relação, é preciso entender o território e suas problemáticas para, então, identificar como a matemática pode apoiar na compreensão desses problemas.

O participante 7 incorporou o livro ilustrado “Donana e Titonho”, dos autores Ninfa Parreiras e André Neves, para falar sobre a questão do lixo. Essa articulação também esteve presente em alguns momentos do Encontro USP Escola, onde apresentamos alguns livros ilustrados que podem ser ponto de partida para dialogar com os alunos e acreditamos que essa iniciativa possa ter inspirado os participantes que incorporaram leituras nas atividades propostas. A seguir, apresentamos dois deles que abordamos nos encontros:

- “Todas as pessoas contam” da autora Kristin Roskifte: o livro ilustrado associa um número a cada personagem e conta algo sobre a história ou identidade daquela pessoa. A mensagem que conseguimos entender a partir da leitura é que, mesmo em um mundo com bilhões de pessoas, cada uma é única, com sua identidade, interesses, cultura e singularidade. É contar no sentido de contar e importar.

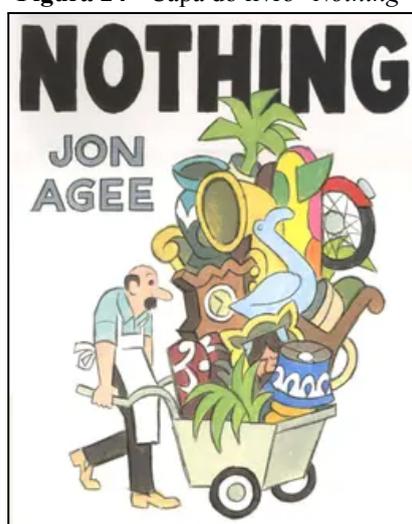
Figura 23 - Capa do livro “Todas as pessoas contam”



Fonte: <https://acasatombada.com.br/livros-a-mao-gente-e-pra-contar-por-renata-penzani/>

- “*Nothing*” do autor Jon Agee: a história acontece em uma cidade que possui uma loja de antiguidades. Nessa loja, certo dia a mulher mais rica da cidade decide comprar “nada”, pois ela já tem tudo e nunca teve “nada”, e ela paga uma boa quantidade de dinheiro comprando o “nada”. A partir disso, vira uma tendência e todos começam a procurar pelo “nada”, que fica caro. Quando mencionamos este livro, estávamos conversando sobre o contexto da COVID-19 em que os itens básicos, como arroz, feijão, álcool, máscara estavam caros e não eram o “nada”. Também refletimos sobre o quanto passamos a valorizar as coisas não necessariamente pelo valor que elas têm, mas pelo que os outros pensam, pela moda, a tendência do momento.

Figura 24 - Capa do livro “*Nothing*”



Fonte: <https://www.getepic.com/book/10080105/nothing>

É importante destacar que nem todas as perguntas enviadas pelos professores iam ao encontro do que esperávamos. Um exemplo foi uma atividade enviada que consistia em uma cruzadinha, na qual os estudantes precisavam preencher com palavras relacionadas às características da água e sua utilidade. De todo modo, vamos abordar esse exemplo na próxima seção.

5.2.4 Atividade de elaboração

Por fim, a última atividade que propusemos, a qual chamamos de atividade de elaboração, consistia em uma sequência didática (Apêndice D) que os professores deveriam elaborar a partir do que viram no curso. As orientações eram as seguintes:

- Escolher um recorte/foco do território escolar/institucional;
- Escolher uma ou duas abordagens pedagógicas apresentadas durante o minicurso;
- Elaborar uma sequência didática articulando as duas abordagens pedagógicas escolhidas para tratar de um tema/conteúdo de matemática a partir do território.

A seguir, serão apresentadas algumas das sequências didáticas elaboradas pelos professores participantes do curso. É importante observar que apenas oito professores enviaram essa atividade final, mas optamos por analisar cinco delas nesta dissertação. Portanto, faremos um panorama geral das oito atividades.

Temas: os temas que mais apareceram nas sequências didáticas foram COVID-19; Meio ambiente e lixo; História do bairro.

Estratégia utilizada: A maioria optou por utilizar como estratégia os cenários para investigação e a interdisciplinaridade com geografia e língua portuguesa.

Conteúdos:

- **Matemática:** Proporcionalidade; Grandezas e medidas; Estatística; Números e operações.
- **Ciências:** Impactos e riscos ambientais relacionados ao lixo; Saúde e higiene.
- **Geografia e História:** Aspectos da história e geografia do bairro.
- **Língua Portuguesa:** Leitura e interpretação de texto; Interferência textual com debate sobre o assunto abordado e escrita de texto.
- **Física:** Conceito de velocidade média.

Para identificar as sequências didáticas elaboradas pelos professores participantes, vamos utilizar a palavra “Participante” seguida por uma letra do alfabeto, por exemplo, Participante A.

Quadro 4 - Sequência didática desenvolvida pelo participante A

Participante A
<p>Sequência didática - Água</p> <p>Turma(s) ou ciclo(s): Não indicado.</p> <p>Intenção: Não indicado.</p> <p>Estratégia que será utilizada: Não indicada.</p> <p>Conteúdos: Não indicado.</p> <p>Procedimentos metodológicos: Não indicado.</p> <p>Quantidade de aulas: Não indicado.</p> <p>Desenvolvimento:</p> <div data-bbox="188 949 1321 1648"></div> <p>Fonte: https://site.sabesp.com.br/site/imprensa/noticias-detalle.aspx?secaoId=65&id=7432</p>
<p>Questão 1: A água é um elemento de fundamental importância para a vida de todas as espécies da natureza. Quais as principais contribuições da água para o ser humano?</p> <p>Questão 2</p>



Pra imaginar a quantidade de água que existe no Planeta Terra poderíamos pensar em cerca de 50 trilhões de piscinas olímpicas cheias!

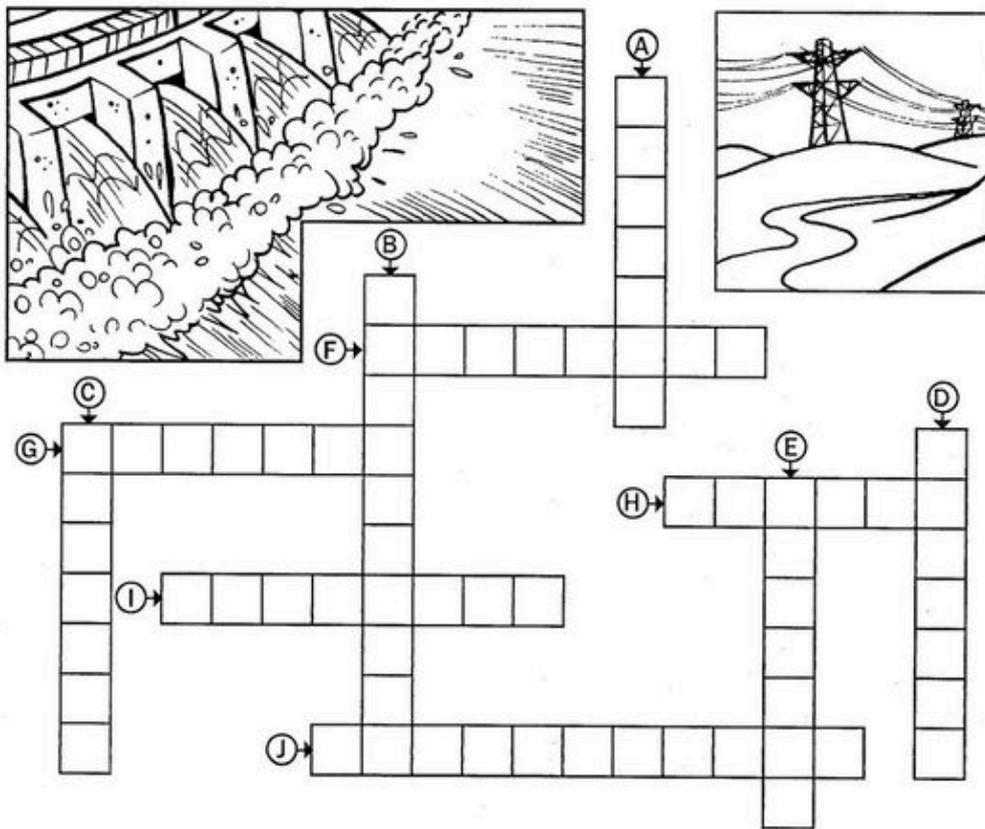
Parece um volume enorme, não é mesmo? Mas se pensarmos que essa quantidade é a mesma de antes do tempo dos dinossauros e 97% de toda água é salgada, 2% estão nas geleiras e apenas 1% em rios e lagos, chegamos à conclusão que a distribuição é irregular e que temos pouca água à disposição para beber!

Se toda água existente coubesse numa garrafa de 1 litro, quanto dela estaria disponível para cuidar e tomar?

Fechamento da atividade:

Questão 3: Complete a cruzadinha com as características da água e sua utilidade.

- A) Nas usinas hidrelétricas a água é utilizada para produzir _____.
- B) O símbolo H representa um dos componentes da água. Qual é esse elemento? _____.
- C) A água não tem cheiro, ela é _____.
- D) Nome dado a água que as pessoas podem consumir:
- E) O estado físico em que a água é mais utilizada:
- F) A água não tem gosto, ela é _____.
- G) A água não tem cor. Ela é _____.
- H) O gelo representa a água no estado _____.
- I) O símbolo O de H_2O representa qual componente da água? _____.
- J) Água impura, que não é boa para ser consumida: _____.



Instrumentos de avaliação: Não indicado.

Referências: Não se aplica.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

A sequência didática elaborada pelo participante A mostra uma preocupação quanto a quantidade de água disponível para consumo. Embora não tenha sido indicada uma estratégia, é possível perceber que o cenário para investigação está presente pelo fato das perguntas propiciarem um ambiente que tem potencial para instigar os estudantes a buscarem explicações. O território concentra-se no município de Itapevi e alguns bairros que fazem

parte dele. Algumas perguntas podem surgir a partir da leitura da matéria do *site* da Sabesp, por exemplo:

- A população de Itapevi sofria com a falta de água antes dessa nova rede da Sabesp? Se sim, como foi feita a cobrança para regularizar essa situação?
- Quanto tempo demorou para esse investimento acontecer?
- Há ainda algum bairro de Itapevi que não foi atendido?

Consideramos que a ideia do participante A de usar como referência algo que os estudantes conhecem, como a garrafa de 1 litro, é um modo de dar sentido ao número. Uma investigação possível pode ser abordada em sala de aula é sobre a quantidade de água disponível no planeta, onde apenas 3% são de água doce e desse percentual, que já é pouco, 2% estão nas geleiras¹⁷. Portanto, menos de 1% está disponível para consumo.

Assim, se representarmos por 1 litro a quantidade total de água da Terra, temos que apenas 10 ml (0,01 litro) representa a quantidade que temos para consumo. E aqui podem ser feitas uma série de perguntas, por exemplo, quanto aproximadamente cada pessoa consome de água por dia? Quantas pessoas teremos no mundo daqui a 10 anos? Quantos litros são consumidos aproximadamente por ano? entre outras questões que evidenciam a necessidade urgente do uso consciente deste recurso natural.

A comparação entre a quantidade de água que existe no planeta Terra e a quantidade de água disponível para consumo provoca importantes reflexões acerca da pouca quantidade de água que temos a disposição para beber, e, a partir dessa conclusão, os estudantes podem ser convidados a buscarem explicações para as seguintes questões:

- O que aconteceria se no nosso município passássemos a ter um consumo consciente de água? Quanto economizaríamos?
- O que podemos fazer para não desperdiçar a água que temos para consumo?
- Quais são as tecnologias e inovações para otimizar o uso da água em residências e indústrias?
- Como as empresas podem contribuir para a gestão sustentável da água?
- Existem programas governamentais em Itapevi que contribuem para a preservação e gestão sustentável dos recursos hídricos?

¹⁷ Disponível em:

https://www.wwf.org.br/natureza_brasileira/areas_prioritarias/pantanal/dia_da_agua/#:~:text=Do%20total%20de%20%C3%A1gua%20dispon%C3%ADvel,1%25%20est%C3%A1%20dispon%C3%ADvel%20para%20consumo. Acesso em 10 abr. 2024.

- Como as comunidades dos bairros locais podem se envolver na preservação dos recursos hídricos?
- Como a escola pode contribuir para a gestão sustentável da água?

Cabe destacar que essas questões já são convites para investigação e, serão de fato cenários quando os estudantes aceitarem o convite, devido a propriedade relacional que caracteriza os cenários. A cruzadinha proposta sobre as características da água e sua utilidade também é importante na sequência didática, uma vez que ela evidencia como os professores pretendem sistematizar aquilo que foi proposto.

Uma possibilidade que podemos destacar é partir da cruzadinha para depois convidar os estudantes ao cenário para investigação. Retomando o que Skovsmose (2000) explica sobre a importância de mover-se entre os ambientes de aprendizagem, a cruzadinha possui um aspecto semelhante ao de exercícios, mas ao longo do preenchimento dos conceitos algumas questões podem ser colocadas antes mesmo que a reportagem seja apresentada, por exemplo: “Qual a quantidade de água potável que temos disponível para consumirmos?” e assim os estudantes podem ser convidados a pesquisarem sobre volume e a notícia pode apoiar essa investigação.

Quadro 5 - Sequência didática desenvolvida pelo participante B

Participante B
<p>Sequência didática - Formas geométricas e tipos de moradias</p> <p>Turma(s) ou ciclo(s): Ciclo de alfabetização</p> <p>Intenção: Identificar e nomear figuras planas (círculo, quadrado, retângulo e triângulo). Reconhecer a face geométrica plana existente no mundo físico de acordo com suas semelhanças e diferenças. Identificar objetos e lugares de vivência (escola e moradia).</p> <p>Estratégia que será utilizada: Cenários para investigação</p> <p>Conteúdos: Geometria, organização territorial no tempo e no espaço, formas de representação e pensamento espacial.</p> <p>Procedimentos metodológicos: Organização dos materiais, tais como: blocos lógicos, livros didáticos e paradidáticos, folhas impressas, imagens, slides, vídeos, materiais reciclados.</p> <p>Quantidade de aulas: 4 a 5 aulas</p>

Desenvolvimento: Primeira etapa - Iniciaremos com conversas sobre as formas geométricas planas usando os blocos lógicos como referência. Leitura do livro 1 “Tarsilinha e as formas geométricas” das autoras Patrícia Engel e Tarsilinha do Amaral. Leitura do livro 2 “Os tipos de casas” dos autores André Santos da Rocha e Pedro da Poin Chaloub. Atividade dentro da sala de aula. Representa as formas geométricas planas na construção de prédios ou casas construídos com materiais reciclados, por exemplo: caixas de leite.

Segunda etapa - Através de interlocuções, iniciarei conversas sobre o que os estudantes já conhecem sobre as formas nomes de cada uma e como podemos encontrá-las no nosso dia a dia com recurso material dos blocos lógicos, após faremos a leitura compartilhada do livro: “Tarsilinha e as formas geométricas” realizando inferências sobre as formas geométricas encontradas nas figuras e onde elas podem ser encontradas nas casas onde os estudantes vivem. No segundo momento faremos outra leitura do livro: Os tipos de casas, com inferências sobre quais formas geométricas podem ser encontradas nas imagens.

Terceira etapa - Procurar dentro da sala de aula objetos que se parecem com as formas geométricas planas: círculo, triângulo, quadrado, retângulo e fazer uma lista compartilhada com escrita coletiva sobre as formas que foram encontradas e quais materiais têm cada forma. Quarta etapa - Construiremos representações de casas e prédios com caixas leite recicladas desenhando as portas, janelas da casa usando as formas geométricas.

Fechamento da atividade: A quarta etapa será utilizada para o fechamento no processo da atividade onde os estudantes estarão construindo as representações das suas casas usando as formas geométricas planas.

Instrumentos de avaliação: A avaliação será realizada no processo e no quarto momento. Através de roda de conversa, discutir: O que descobrimos sobre figuras geométricas planas? Quais são as figuras geométricas planas que estudamos? Onde encontramos objetos com as formas geométricas planas?

Referências:

São Paulo (SP). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Currículo da cidade:** Ensino Fundamental: componente curricular Geografia. 2. ed. São Paulo: SME/COPED, 2019.

Disponível em: <http://portal.sme.prefeitura.sp.gov.br/Portals/1/Files/50634.pdf>. Acesso em: 18 set. 2022.

São Paulo (SP). Secretaria Municipal de Educação. Coordenadoria Pedagógica. **Currículo da cidade:** Ensino Fundamental: componente curricular Língua Portuguesa. 2.ed. São Paulo: SME/COPED, 2019.

Disponível em: <http://portal.sme.prefeitura.sp.gov.br/Portals/1/Files/50628.pdf>. Acesso em: 18 set. 2022.

SANTOS, Artur Ribeiro dos. **Plano de aula**: conhecendo as formas geométricas. Conhecendo as formas geométricas. Disponível em: https://novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/1ano/matematica/conhecendo-as-formas-geometricas-planas/92?gclid=C%20j0KCCQiAip-PBhDVARIsAPP2xc1F_Ft0vkVUI1YFW-cn8NKWfvjHVPRqvYEVUy2mURu2Cp556noWIDYaArCrEALw_wcB. Acesso em: 18 set. 2022.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

A partir da leitura da sequência didática desenvolvida pelo participante B, é possível identificar que a preocupação envolvida está relacionada aos tipos de moradia. Neste caso, o território trata-se dos espaços de vivência, sendo a escola e a moradia dos estudantes. Embora a ênfase do conteúdo matemático seja a respeito das formas geométricas, a sequência pode convidar os estudantes a um cenário para investigação que busque explicações para as semelhanças e diferenças entre os tipos de casas existentes no território dos estudantes. O primeiro livro “Tarsilinha e as formas geométricas” apoia nesse reconhecimento e o segundo “Os tipos de casas” pode conduzir à análise das semelhanças e diferenças entre os tipos de moradia. Por meio da nossa análise, acreditamos que o (a) professor (a) convida os estudantes à investigação a partir das leituras.

Embora o participante B não tenha explicitado questões que podem ser colocadas durante as leituras para direcionar uma perspectiva crítica, indicamos algumas a seguir:

- Todas as pessoas possuem moradia?
- Quantas pessoas encontram-se em situação de rua no nosso território?
- O que o governo faz para mudar essa situação?
- Quais os tipos de moradia mais presentes no nosso território?
- Você conhece outros tipos de moradia?
- Em que regiões da nossa cidade há mais prédios?
- E se construíssemos casas para todas as pessoas sem moradia? Quanto gastaríamos? Quais as possíveis áreas que poderíamos usar para essa construção?

Os principais problemas presentes no território que estão sendo abordados podem ajudar o (a) professor (a) a escolher quais perguntas focar. Por exemplo, se a questão de pessoas em situação de rua for muito presente nesse território, assim como é em algumas escolas, onde no caminho até a escola é possível encontrar pessoas em barracas, dormindo nas

calçadas etc, as primeiras perguntas são uma possibilidade para os estudantes buscarem explicações.

Da mesma forma, se for um bairro periférico da cidade ou mesmo central, é importante refletir sobre o contraste que existe entre eles para reconhecer privilégios ou a falta deles, com prédios mais localizados no centro e moradias irregulares na periferia. Nesse caso, não só a forma pode ser importante, mas também o tipo de material que são feitas essas moradias. Nesse processo investigativo, embora não tenham sido mencionadas na sequência didática, as geotecnologias dão suporte para explorar algumas regiões com visão de satélite ou mesmo das casas existentes nas ruas.

A terceira etapa proposta também é importante para os estudantes reconhecerem as formas geométricas que aprenderam por meio das leituras. Do mesmo modo, a quarta etapa também ajuda a consolidar as aprendizagens. Skovsmose (2000) destaca que mesmo em um cenário para investigação, exercícios podem ajudar a sistematizar o que foi aprendido. Aqui a ideia de mover-se entre os ambientes também é possível, uma vez que os estudantes podem começar pela terceira etapa, reconhecendo formas geométricas que eles já conhecem e depois podem seguir as leituras propostas.

Quadro 6 - Sequência didática desenvolvida pelo participante C

Participante C
<p>Sequência didática - Volume de prismas e cilindros</p> <p>Turma(s) ou ciclo(s): 9º ano</p> <p>Intenção: Os estudantes serão capazes de relacionar volume e capacidade utilizando prismas e cilindro reto. Habilidade EF09MA19 da BNCC.</p> <p>Estratégia que será utilizada: Modelagem matemática</p> <p>Conteúdos: Volume de prismas e cilindros.</p> <p>Procedimentos metodológicos: Preparação de material: estudo do livro didático. Preparação de material para ser apresentado aos estudantes com os seguintes conteúdos: classificação dos sólidos geométricos em prismas, pirâmides ou corpos redondos; conceito de poliedro; projeção ortogonal; volume de prisma. Seleção de vídeos: Volume do Prisma de Base Quadrada do canal no YouTube Professora Angela matemática https://youtu.be/-JY1QjrLmKo. Preparação de material didático: onde se discuta as diferenças de volume e capacidade. Definindo com eles e apresentando exemplos através de seus cotidianos. Os estudantes serão organizados em sala de aula e divididos em grupo. A</p>

aplicação da atividade será em duas etapas: teórica e prática. As orientações serão de forma oral em sala de aula.

Quantidade de aulas: 2 aulas para a etapa de diagnóstico; 2 aulas para o desenvolvimento e 2 aulas para o fechamento. Assim, serão utilizadas 6 aulas no total.

Diagnóstico: Aula 1 - Apresentação do material elaborado pela professora e apresentação do vídeo. Logo após fazer um aquecimento com as seguintes sondagens: Qual a unidade de medida do volume? Qual unidade de medida da capacidade? Posso relacionar as unidades de medida?

Aula 2 - Realização de uma atividade através da resolução de um problema que envolve a relação entre volume e capacidade de prismas retos.

Desenvolvimento: Aula 3 e 4: Pedir aos estudantes que faça uma pesquisa de como podemos utilizar esse conhecimento no seu cotidiano solicitando a eles que tragam embalagens de alimentos que eles comprem no supermercado e que possuem o formato de prisma e que eles façam essa relação de volume e capacidade fazendo uma demonstração prática e apresentando ao professor e seus colegas.

Fechamento da atividade: Trabalhar com os estudantes a manipulação e análise de tabelas móveis e instrumentos de medida diversos, como copos de medidas usados na cozinha.

Instrumentos de avaliação: Pesquisa e apresentação do objeto de estudo com aplicação no cotidiano.

Referências: não se aplica neste caso.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Esta sequência didática nos chamou atenção pelo fato de fazer referência à matemática pura. É de fato importante que os estudantes conheçam a relação existente entre os conceitos de volume e capacidade, suas unidades de medida e identifiquem onde podemos encontrar esses conceitos no cotidiano. Porém, não foi possível identificar uma relação da atividade com o território ou alguma problemática presente no mesmo. Possivelmente, a ideia de relacionar com o cotidiano pode ter se confundido com o contexto real. Retomamos a explicação que nem todo contexto da realidade se trata necessariamente de território.

Aqui cabe mencionar que pode ter ocorrido uma lacuna no curso que realizamos no 21º Encontro USP Escola, uma vez que não explicitamos a diferença entre contexto, realidade e território. Além disso, também chamamos atenção à modelagem matemática como abordagem de ensino indicada, isto porque, ela não se adequa neste caso, já que a modelagem

matemática visa buscar soluções para problemas da realidade por meio da matemática. Não há um problema da realidade explícito na sequência didática.

Quadro 7 - Sequência didática desenvolvida pelo participante D

Participante D
<p>Sequência didática - Meio ambiente e o lixo: como colaborar?</p> <p>Turma(s) ou ciclo(s): 4º ano</p> <p>Intenção: Compreender como o lixo é tratado na cidade e identificar a relação do lixo e o consumo.</p> <p>Estratégias que serão utilizadas: Cenários para investigação e interdisciplinar com geografia e língua portuguesa.</p> <p>Conteúdos: Analisar a interação da comunidade com a natureza, respeito ao meio ambiente, se a comunidade tem conhecimento de descarte consciente, ponto para descarte correto, etc.</p> <p>Procedimentos metodológicos: Selecionar uma reportagem local sobre o tema lixo; Elaborar perguntas que instiguem o tema; Dividir a sala em trios.</p> <p>Quantidade de aulas: 4 aulas para a etapa de diagnóstico; 1 aula para o desenvolvimento e 1 aula para o fechamento. Assim, serão utilizadas 6 aulas no total.</p> <p>Diagnóstico: 1) Apresentar a reportagem para a turma, organizar um passeio pelos arredores da escola para verificação de possíveis locais com lixo inadequado.</p> <div data-bbox="403 1361 1106 1397" data-label="Caption"><p>Figura 21 - Reportagem que será utilizada na sequência didática</p></div> <div data-bbox="204 1397 1311 1818" data-label="Image"><p>Moradores do Jardim Monte Cristo reclamam de acúmulo de lixo em torno do Parque Max Feffer, em Suzano</p><p>Morador pede limpeza completa e espera que população tenha consciência para não fazer descarte de lixo. Município afirma que realiza a limpeza e que tem novo serviço agendado no local.</p></div> <p>Fonte: https://g1.globo.com/sp/mogi-das-cruzes-suzano/noticia/2020/07/06/moradores-do-jardim-monte-cristo-reclamam-de-acumulo-de-lixo-em-torno-do-parque-max-feffer-em-suzano.ghtml</p> <p>2) Orientações: Iniciar a aula comentando com os estudantes que discutirão sobre o lixo, como ele é tratado nas grandes cidades e a relação entre a produção de lixo e o consumo</p>

exagerado que a sociedade possui. Como adequar à sua realidade: Fale do lixo da escola, principalmente, se não houver coleta seletiva no ambiente escolar.

3) Orientações: Projetar os dois slides para os estudantes e orientar para que eles prestem bastante atenção nos esquemas apresentados. Peça para que dois estudantes expliquem os esquemas. Neste momento, espera-se que a sala perceba que o lixo gerado nada mais é que recursos que são retirados da natureza, transformam-se em produtos e são consumidos até serem jogados fora. No segundo esquema, serão mostradas duas maneiras de coleta de lixo:

- O lixão (forma mais inadequada, pois o lixo é acumulado a céu aberto, sem medidas ecológicas e de saúde pública);
- O aterro sanitário (um tipo de depósito, destinado para resíduos sólidos não recicláveis, onde lixo é enterrado para se decompor).

Se for necessário, explicar os dois conceitos para a turma. Ler artigos ou reportagens previamente preparadas para compreender melhor as diferenças entre lixão e aterro sanitário. Orientar os estudantes para focarem na questão do lixo descartado de maneira errada e nas consequências da coleta de lixo: odor, doenças, insetos. Perguntar à turma:

- A coleta de lixo é eficiente?
- Mesmo sendo coletado, o lixo gera consequências?
- O lixo pode ser visto como um problema?
- Por que pode-se considerar o lixo algo essencialmente humano?

Desenvolvimento: Como adequar à sua realidade: Procure saber como é feito o descarte do lixo em sua cidade, veja se é através de lixão ou aterro sanitário.

4) Orientações: Divida a sala em trios, projete a imagem para a sala e escreva no quadro a seguinte pergunta:

- Qual a relação entre o lixo e os nossos hábitos de consumo?

Oriente os grupos a discutirem a pergunta. Após alguns minutos, peça para que alguns grupos compartilhem a discussão com a sala.

A imagem retrata uma das consequências da produção excessiva e do descarte indevido de lixo: as enchentes. É importante ressaltar, neste momento, que não é apenas o lixo que colabora para as enchentes, mas ele se torna um agravante nas grandes cidades. Com base na imagem, também é possível discutir que é necessário mudar nossos hábitos de consumo, pois quanto mais consumimos, mais lixo produzimos e mais consequências teremos.

Fechamento: Para finalizar esta etapa, pergunte aos estudantes:

- Como alterar esse processo?

Os estudantes devem identificar que para alterar o processo é necessário maior conscientização, menor consumo, reciclagem e reaproveitamento de materiais.

5) Pesquisar na escola o lixo deixado nos refeitórios após a alimentação das turmas; Criar cenários para que os estudantes possam de maneira adequada e higiênica comparar pesos, realizar estimativas sobre a quantidade de lixo na escola e nos arredores, como já foi visto, comparar quantidade de lixo que fabricamos diariamente em nossas casas.

Instrumentos de avaliação: Participação, interação individual e coletiva.

Referências:

FERNANDES, Rogério; ALBERT, André. **Como mudar hábitos de consumo para produzir menos lixo**. 2010. Plano de aula do site Nova Escola. Disponível em: <https://novaescola.org.br/conteudo/1180/como-mudar-habitos-de-consumo-para-produzir-menos-lixo>. Acesso em: 25 set. 2022.

UOL. **A coleta e o destino do lixo**. Disponível em: <https://educacao.uol.com.br/disciplinas/geografia/lixo-2-a-coleta-e-o-destino-do-lixo.htm>. Acesso em: 25 set. 2022.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

A sequência didática aborda uma questão muito importante quando se trata do meio ambiente, que é o lixo. O território que apresenta esse problema é o bairro Jardim Monte Cristo em Suzano, mais especificamente um local próximo ao parque Max Feffer. O participante escolheu como estratégias didáticas para trabalhar este assunto com os estudantes os cenários para investigação com apoio da interdisciplinaridade das disciplinas geografia e língua portuguesa.

Percebemos que o participante incorporou em sua sequência algo que utilizamos no minicurso, que foi o uso de notícias de jornais, revistas ou *sites* como ponto de partida para a discussão sobre o assunto. É interessante que o participante orienta até mesmo outros professores que, eventualmente, podem usar a sequência didática elaborada, por exemplo, quando direciona: “Se for necessário, explicar os dois conceitos (de lixão e aterro sanitário) para a turma. Ler artigos ou reportagens previamente preparadas para compreender melhor as diferenças entre lixão e aterro sanitário”.

Neste contexto, observamos que muitas vezes elaborar uma sequência didática que considere o território e tangencia temas interdisciplinares exige que os professores de matemática também estudem e ampliem seus conhecimentos sobre outros assuntos. A partir das perguntas propostas, conforme os estudantes aceitem os convites para investigação, pode

acontecer deles colocarem questões que os professores não sabem a resposta de imediato. E isso é importante para desconstruir a ideia de que o professor é o que detém todo o conhecimento. Assim, é possível trabalhar em uma construção conjunta na medida que os professores também aceitem os convites para investigar.

A sequência didática apresenta perguntas muito interessantes para começar uma investigação sobre o lixo, especialmente essa: “Procure saber como é feito o descarte do lixo em sua cidade, veja se é através de lixão ou aterro sanitário”. Aqui, destacamos que também vale discutir com os estudantes qual a nossa responsabilidade sobre esses locais. Uma investigação pode ser feita considerando o cálculo do volume de lixo que produzimos e o quanto de lixo cabe nessas áreas. Uma ideia de convite é a seguinte: e se quiséssemos reduzir o volume de lixo dos aterros sanitários? O que podemos fazer no nosso dia a dia para isso? Assim, os estudantes poderiam começar uma pesquisa sobre a quantidade de lixo produzida por dia em suas residências e planejar estratégias para o descarte consciente. A seguir, indicamos outras possibilidades de convites para investigação:

- E se quiséssemos estimar a quantidade de lixo produzida pela nossa cidade em um mês/ano?
- Quais são os impactos ambientais do acúmulo de lixo próximo ao parque?
- Alguma medida está sendo tomada para reduzir o lixo nesse território?
- E se nossa cidade produzir X toneladas de lixo por dia, quanto espaço de aterro sanitário seria necessário para armazenar esse lixo por um ano?

Por fim, queremos destacar que o território escolar também foi proposto pelo participante para os estudantes analisarem a questão do lixo. Neste espaço, o convite propõe realizar estimativas sobre a quantidade de lixo na escola e nos arredores e comparar a quantidade de lixo que fabricamos diariamente em nossas casas. Para conduzir essa investigação em sala de aula, o conceito de estimativa poderá ser discutido para então responder de fato a questão. Outros problemas do território estão presentes nessa sequência, como as enchentes que são agravadas pelo lixo das ruas. Assim, consideramos que este assunto possibilita diversas reflexões importantes sobre o espaço que habitamos, além de permitir uma ótima conexão com os conteúdos matemáticos.

Quadro 8 - Sequência didática desenvolvida pelo participante E

Participante E

Sequência didática - Grandezas proporcionais

Turma(s) ou ciclo(s): 6º e 7º ano

Intenção: Ao final da abordagem, espera-se que estudantes e alunas participantes dos grupos agreguem melhor conhecimento do que é uma grandeza diretamente ou inversamente proporcional.

Estratégia que será utilizada: Cenários para investigação; Geotecnologias; Interdisciplinar com física e geografia.

Conteúdos: Os conteúdos envolvem razão e proporção, velocidade média e grandezas proporcionais.

Procedimentos metodológicos: Tempo estimado: 1 aula (50 minutos)

O tipo de integração na classe será em grupos de 4 a 5 estudantes. Espera-se que em 7 minutos esses grupos já se tenham formado em agrupamentos e já notificados de que um dos membros será o relator; deverá ser permitido o acesso à rede de apenas um celular por grupo e estritamente no *site* do *google maps*;

Uma vez distribuídos e organizados os grupos, serão dadas as instruções pelo professor. Cada grupo pesquisará o trajeto de cada aluno ou aluna do grupo para chegar à escola, por meio do *google maps*. Nesse trajeto serão fornecidos o tempo, a distância e o meio utilizado (a pé, carro, perua escolar, ônibus, bike).

O relator de cada grupo anotará, então, em um quadro o nome de cada participante e preencherá os dados pesquisados pelo estudante: Nome, trajeto (em metros) e o tempo (t) dados pelo *google maps* e o meio utilizado para chegar à escola.

Quantidade de aulas: 1 aula (50 minutos); Diagnóstico (10 minutos).

Desenvolvimento:

Apresentação na lousa (10 minutos).

A proporcionalidade estabelece uma relação entre grandezas. Grandezas são tudo aquilo que pode ser medido ou contado. Tempo e velocidade são grandezas proporcionais. Quando estabelecemos a relação entre duas grandezas, a variação de uma grandeza provoca uma mudança na outra grandeza na mesma proporção. Ocorre então uma proporcionalidade direta ou inversa.

Na Física, a velocidade é uma grandeza que identifica o deslocamento de um corpo num determinado tempo. Assim, a velocidade média (vm) mede um intervalo de tempo médio. A seguinte expressão é utilizada para calcular a velocidade média:

$$vm = \frac{\Delta s (s_{final} - s_{inicial})}{\Delta t (t_{final} - t_{inicial})}$$

Δs : intervalo de deslocamento (espaço) – posição final menos a posição inicial (km/h)

Δt : intervalo de tempo – tempo final menos o tempo inicial (m/s)

Deixar claro na fórmula da vm que existe uma proporção (no caso da velocidade/tempo, inversamente proporcional). Ilustrar como chegar na cidade mais próxima da região (no caso Sorocaba/Boituva, utilizando a Castelo Branco). A distância de Sorocaba/Boituva é de 50 quilômetros, aproximadamente. Na velocidade máxima permitida na Castelo Branco, 100km/h, saindo de Sorocaba é possível chegar em Boituva em meia hora. Se aumentasse a velocidade (embora levasse multa) o percurso seria feito em menos tempo. Se for pela faixa da direita, azucrinando os caminhoneiros trafegando bem bem devagar, tipo 60 quilômetros, o percurso levaria mais tempo. **Caminhoneiros não são capazes de respeitar o tamanho do seu carro.** Importante deixar essa relação de proporções bem clara.

Solicitar para que cada grupo de estudantes faça o mesmo, só que agora descobrindo os dados do trajeto entre a casa de cada um e a escola. E o tempo que cada um levaria, pelo *google maps*, para concluir esse trajeto. O aluno-relator preencherá todos os dados em uma tabela semelhante a esse exemplo:

Grupo A					
Aluno	Trajeto (em metros) <i>google maps</i>	Tempo estimado (em minutos) <i>google maps</i>	Meio (à pé, carro, perua, ônibus, bike)	Velocidade Média (vm)	Velocidade Média (no meu tempo)
Nome	4500	43	À pé	1,7 m/s	
Nome	4500	16	Bike	4,7 m/s	
Nome	4500	9	Carro	8,3 m/s	

A partir dos dados coletados pelo *google maps*, (todos os participantes empenhados nessa coleta) e da explicação acima sobre *vm*, o grupo projetará a *vm* (quarta coluna) de cada aluno. A quinta coluna a ser preenchida, “no meu tempo”, é uma simulação que o aluno(a) fará no caso dele sair mais cedo do que costuma ou mais tarde para a escola, depende da condição física e familiaridade de cada um, no caso “à pé” ou bike.

No carro ele (ou o pai/mãe) pode escolher caminhos mais livres, uma vez que a entrada nas escolas ocorre no horário de pico. Já a perua e ônibus são caminhos oficiais, com pontos de passageiros e horários certos para pegar os estudantes nas peruas ou coletivos. O objetivo é que os estudantes percebam que a relação velocidade/distância cresce ou decresce na proporcionalidade indireta de acordo com o tempo empregado.

Dependendo dos recursos da escola, como “aulas de informática”, o 7º ano poderia desenvolver essa tabela no excel, agregando detalhes de somatização de minutos e segundos.

Fechamento da atividade:

Uma grandeza é definida como algo que pode ser medido ou calculado, seja velocidade, área ou volume de um material, e é útil para comparar com outras medidas, muitas vezes de mesma unidade, representando uma razão. A proporção é uma relação de igualdade entre razões e, assim, apresenta a comparação de duas grandezas em diferentes situações

A relação de territorialidade traduziu-se no reconhecimento, através de geotecnologias, do trajeto de cada aluno até sua escola. Pode-se atribuir até a colaboração interdisciplinar da geografia, uma vez que o aluno reconheça pontes sobre o principal rio que corta a cidade. Se este trajeto é feito à pé existe, como em tempos passados, a riqueza de um conhecimento mais íntimo da cidade e das cercanias.

Instrumentos de avaliação: A avaliação consta da dinâmica do grupo em executar a proposta, atingindo o objetivo ou suas cercanias, uma vez deixado bem claro, antes de prosseguir, sobre o entendimento e objetivo do que foi explicado, se todos participaram na elaboração e cálculos para o preenchimento da quarta e quinta colunas da tabela proposta.

Referências:

ARARIBÁ MAIS MATEMÁTICA. **Manual do Professor, 7º Ano**, Editora Moderna, 1ª edição, São Paulo, SP., 2018.

ASTH, Rafael. Grandezas proporcionais. **Toda Matéria**, [s.d.]. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/grandezas-proporcionais-grandezas-diretamente-inversamente-proporcionais/>. Acesso em: 19 jan. 2022.

ASTH, Rafael. Proporcionalidade. **Toda Matéria**, [s.d.]. Disponível em: <https://www.todamateria.com.br/proporcionalidade/>. Acesso em: 19 jan. 2022.

Matemática nos dias de hoje. **Algoritmos e Álgebra**, Manual do Professor, SEI Editora, 1ª edição, São Paulo, SP, 2020.

NUSSENZVEIG, Moyses H. **Curso de Física Básica: Mecânica 1**. Editora Edgard Blücher: São Paulo, 1981.

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

A sequência didática elaborada pelo participante E nos chama atenção pelo fato de iniciar no ambiente de aprendizagem do tipo 5 que, de acordo com Skovsmose (2000), são exercícios que fazem referência à realidade. Isto porque, a proposta para a aula começa com a apresentação da fórmula da velocidade média para que os estudantes compreendam que existe uma proporção e depois façam os cálculos considerando seus próprios trajetos e meios de locomoção. É importante destacar aqui que os territórios em questão tratam-se dos caminhos que cada estudante percorre até a escola.

Quando é colocado para os estudantes preencherem a tabela do excel, queremos ressaltar que é uma forma de mover-se para o ambiente do tipo 6, isto é, cenários para investigação com referência à realidade, uma vez que eles estão sendo convidados a explorarem a velocidade média considerando diferentes meios para se locomover, o que podemos dizer que é um convite do tipo “e se eu fizesse meu trajeto até a escola à pé?”. O interessante é que, a partir do preenchimento, eles podem concluir o objetivo da tarefa: a relação velocidade/distância cresce ou decresce na proporcionalidade indireta de acordo com o tempo empregado.

Durante os encontros com os professores no USP Escola, apresentamos um simulador¹⁸ de impactos ambientais que tem como objetivo mostrar as grandes variações que podem ocorrer na mobilidade de uma cidade quando se altera um percentual do seu trajeto em benefício de algum meio de transporte em detrimento de outro. Por exemplo: quando se troca o 50% do uso do carro pela viagem a pé, ou o uso da bicicleta pelo uso do ônibus. Pela nossa análise, acreditamos que esta sequência se inspirou no que foi apresentado sobre o simulador.

¹⁸ Disponível em: <https://www.antp.org.br/simulador/impactos-ambientais/>. Acesso em: 8 jan. de 2024.

Outro ponto que queremos destacar é que, compreender a fórmula da velocidade média mesmo que a partir de exercícios, é muito legítimo porque ela traz clareza para os estudantes quando veem alguma notícia, por exemplo, que faça menção à unidade de medida km/h. Por isso, realizar investigações mesmo que no ambiente 1 com referência à matemática pura é igualmente importante a explorar outros ambientes de aprendizagem, como o que faz referência à realidade que é o nosso foco neste trabalho. Por isso é que Skovsmose (2000) recomenda mover-se entre eles!

5.2.5 Avaliação do minicurso

Os professores também avaliaram o curso por meio de um formulário (Apêndice B) igual ao utilizado no minicurso do II ENOPEM. Dos professores participantes, apenas 15 responderam, e os resultados que obtivemos foram os seguintes: 80% dos professores pertencem à região sudeste do país, enquanto o restante está distribuído entre as demais regiões. Assim, havia professores de todas as regiões do país participando do curso. Mais da metade dos professores não havia realizado atividade sobre matemática no território com seus estudantes, conforme o gráfico abaixo destaca.

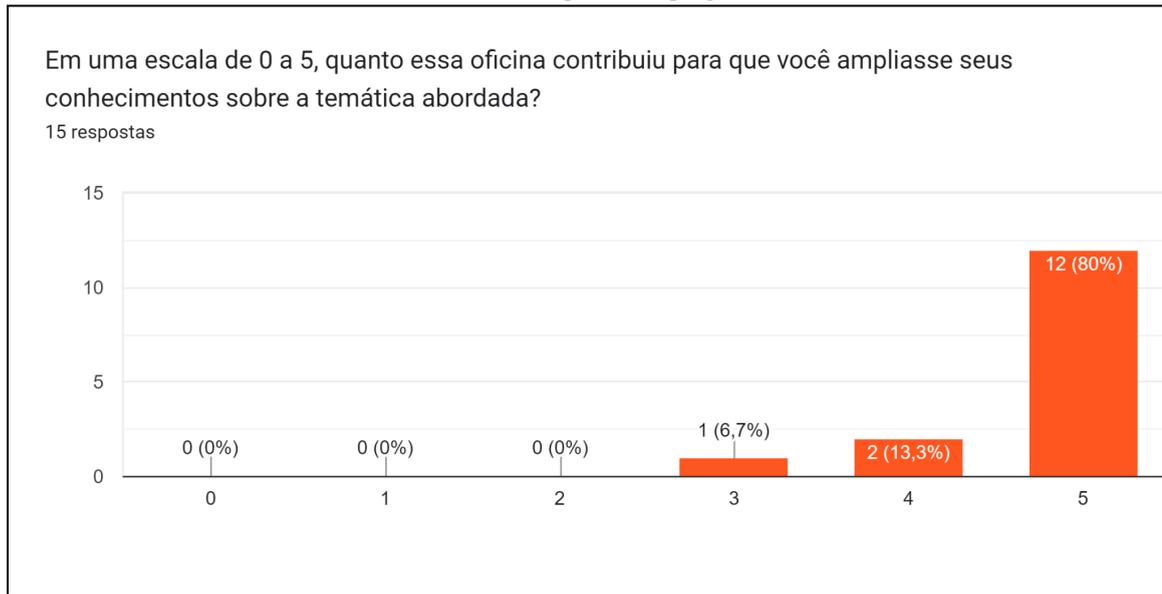
Gráfico 5 - Respostas da pergunta 3



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Podemos afirmar que o curso contribuiu para que os professores respondentes ampliassem seus conhecimentos sobre a temática abordada, uma vez que 80% deles atribuiu o valor máximo da escala para esta pergunta.

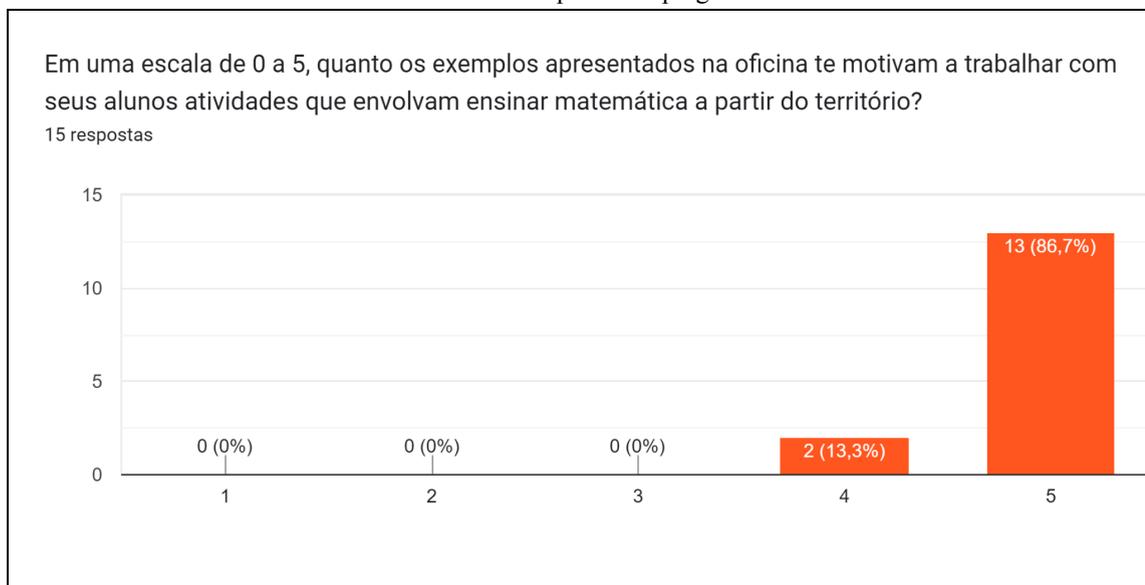
Gráfico 6 - Respostas da pergunta 4



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Sobre os exemplos de atividades relacionadas à matemática no território que foram escolhidos para apresentar cada uma das abordagens de ensino, consideramos que elas motivaram os professores a ensinarem matemática a partir do território.

Gráfico 7 - Respostas da pergunta 5



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

A abordagem de ensino que mais chamou atenção dos professores respondentes foi cenários para investigação. Nenhum dos respondentes escolheu a opção “Nenhuma”, assim, consideramos que as abordagens escolhidas foram adequadas.

Gráfico 8 - Respostas da pergunta 6



Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Também pedimos para os professores indicarem além das relações e abordagens apresentadas, quais outras possibilidades/relações lhes ocorreram para o ensino de matemática a partir do território. Aqui obtivemos diversas respostas como, por exemplo:

- “Em todas oficinas.”
 - “Através de assuntos atuais no conhecimento do local onde vivem.”
 - “Realizar as atividades propostas.”
 - “Todas foram muito boas.”
 - “Fazer uma pesquisa com a comunidade Escolar do antes e atual... Território... Local... as mudanças que houve...”
 - “Trabalhar condições do cotidiano deles e dos familiares , como uso de transporte público e distâncias.”
 - “Acredito que as abordagens apresentadas através de um projeto de interdisciplinaridade.”
 - “Estou ainda me apropriando do tema.”
 - “A abordagem interdisciplinar, quando bem utilizada, sempre se mostrou desafiadora e efetiva.”
 - “Associar o ensino da matemática com outras disciplinas e com a leitura de jornal.”
 - “Não me ocorreram outras abordagens.”
 - “Ajudar os estudantes a se sentirem pertencentes e conhecedores da realidade onde vivem.”**
 - “Comparação do antes e depois ... os avanços no bairro.”
 - “Possibilidade de aplicar e replicar esse conhecimento.”
 - “Relacionar literatura e matemática.”
- Fonte: Acervo dos dados de pesquisa da autora.

A última pergunta era a seguinte: Você gostaria de deixar uma sugestão para a abordagem deste tema? Escreva um comentário avaliativo sobre a oficina. Obtivemos as seguintes respostas:

“Ótima oficina, conteúdo maravilhoso.”

“Foi ótima a experiência e o aprendizado que tive com as oficinas, penso que poderiam futuramente abordar mais efetivamente assuntos referentes à inclusão de pessoas com deficiências.”

“Mais cursos com este tema.”

“Muito boa.”

“Sugiro ter mais oficinas para trocar experiências... Foi o primeiro curso com vocês esperando os próximos...”

“Uso de games na aprendizagem.”

“Gostei muito das propostas apresentadas.”

“No momento não.”

“O tema "território e matemática" cativou minha curiosidade. Conhecia outras abordagens mais no âmbito interdisciplinar e ligados à minha primeira Licenciatura em Ciências, onde a interdisciplinaridade apresentava-se para mim mais ampla. Matemática tenho horas de cursos e oficinas onde substituo professores. Etnomatemática, Geotecnologias, Cenários para investigação são novidades pra mim. Modelagem era algo mais presente no dia a dia. Achei fascinante essa introdução para a consciência da matemática latente no dia a dia e o transformar dessa consciência em aprendizado. Parabéns para toda equipe.”

“O curso foi maravilhoso, os professores mostraram-se muito preparados e atenciosos ao abordar os temas, os exemplos apresentados e a solução de dúvidas e comentários.”

“Foi meu primeiro contato dessa natureza, de forma que me sinto pouco à vontade para comentários; Diria apenas que me pareceu novidade e que foi muito interessante.”

“Mais atividades práticas.”

“Muito bom...gostei bastante... gostaria que fosse mais dias para absorver mais experiências dos colegas...”

“Achei tudo ótimo”.

“Creio que a interlocução entre matemática e território possa ser ampliada pela relação entre matemática e literatura.”.

Fonte: Acervo dos dados de pesquisa da autora.

O trecho a seguir trata-se da fala de uma professora ao final do último encontro que tivemos e transcrevemos aqui. Consideramos importante compartilhá-lo, pois a partir dos nossos encontros, outros professores também demonstraram interesse em saber mais sobre o Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (MPEM) e nos escreveram por *e-mail*, ou mesmo no *chat* do *google meets* durante os dias do 21º Encontro USP Escola.

Eu quero agradecer vocês, foi incrível, de verdade, foi inspirador, pelo menos para mim foi inspirador. Eu achei também que tanto a Renata quanto a Andressa trouxeram exemplos delas assim, de que elas conheciam e tinham vivenciado e isso trouxe ideias para a gente, é eu achei que foi incrível, de verdade. Ontem, foi tão incrível, que ontem eu entrei lá no *site* do IME e falei assim é nossa como vocês falaram que fazem a pós-tecnológica... não... é como é que chama? [Professor Júlio diz: O mestrado profissional] Eu falei assim ai gente deixa eu ver se é possível eu fazer isso também, me deu vontade, sabe. Parabéns, gente! Foi incrível! Eu quero sim, se possível, acompanhar esse trabalho e os estudos de vocês, compartilhar quem sabe essa sequência que eu já estou pensando aqui em uma sequência para fazer com eles [os estudantes] também. Eu acho que foi incrível, eu estou bem... estou bem emocionada assim sabe. Eu acho que foi um curso de matemática, que normalmente as pessoas ficam “ai meu Deus matemática, né?” , mas foi leve, foi gostoso, foi tranquilo, foi inspirador, eu acho que vocês estão de parabéns!

Fonte: Acervo dos dados de pesquisa da autora.

Ficamos felizes com esse *feedback*, principalmente por termos conseguido abordar o assunto de forma leve e inspiradora. Nosso encontro foi realizado em janeiro de 2022, em um momento no qual os professores estavam se organizando para retomar suas rotinas nas aulas presenciais no pós-pandemia, um momento de muitas ansiedades e expectativas. Sabíamos que muitos estavam exaustos das aulas remotas, então nosso intuito foi de fato proporcionar uma troca enriquecedora para todos.

Capítulo 6. Considerações finais

A matemática nos diz sobre o território, e este, por sua vez, também nos diz muito sobre ela. Refleti diversas vezes a respeito disso ao longo da jornada de escrita desta dissertação e poderia colocar esta frase no final das considerações, mas decidi começar com ela. Isso porque, desde a entrevista que fez parte do início da escolha do tema matemática e território, embora eu ainda não tivesse muitas certezas sobre o que gostaria de percorrer, tinha em mente que não queria que este trabalho tivesse como foco mostrar que existe matemática no bairro, na cidade etc. Quero dizer que, não queria apenas fazer referência à matemática pura que podemos observar, sobretudo nos assuntos de geometria ou grandezas e medidas.

Há matemática no território, isso nós sabemos. Mas, minha intenção sempre foi que ela revelasse ou mesmo “denunciasse” o que há nele, como vimos no caso da desigualdade socioeconômica em Lopes, D’Ambrosio e Corrêa (2017). Por outro lado, também queria evidenciar o que a matemática presente no território diz sobre ele, de modo a permitir reconhecer o saber-fazer dos diferentes grupos que nele habitam.

É importante dizer que exibir essas conexões com a matemática pura também é necessário, pois elas permitem entendermos a forma do espaço que ocupamos. Contudo, escolhi adotar uma perspectiva sociocrítica, que estivesse alinhada com as preocupações da Educação Matemática Crítica como concepção orientadora. Neste contexto é que surgiu o objetivo geral deste trabalho: compreender de que forma a Educação Matemática crítica pode orientar propostas de ensino de matemática que considerem o território.

Considerando que o conceito de território articulado com a matemática é distante dos professores de matemática, optamos por apoiá-los na compreensão dessa articulação, por meio de formações continuadas, que se deram através do minicurso no II ENOPEM e no curso do 21º Encontro USP Escola. Esses espaços que encontramos para o diálogo com os professores nos permitiu apresentar conceitualmente as relações estabelecidas na articulação entre a Educação Matemática Crítica, seu repertório teórico, e o conceito de território.

A ideia de trabalhar com os professores por meio do II ENOPEM e do 21º Encontro USP Escola reforça a importância desses espaços de formação continuada, principalmente porque dá a oportunidade dos professores ampliarem seus conhecimentos para transformar a sua prática. Me pergunto como seria se a relação entre matemática e território fosse abordada desde a formação inicial dos professores, aproximando e inspirando os graduandos desde o início da formação docente em uma temática necessária e com muito potencial para um trabalho interdisciplinar, contextualizado e não artificial.

Ainda nesse contexto, destaco que quando me propus a planejar a formação com os professores, eu tinha uma preocupação de não reproduzir nos encontros algumas práticas do ensino tradicional de matemática que eu mesma questiono. Para isso, sempre pensei em como colocar os professores ativos na construção do conhecimento, seja realizando as atividades, ou mesmo dialogando de forma não protocolar. Sempre que falamos sobre território, as pessoas possuem contribuições importantes, elas trazem questões do bairro, da cidade, do lugar que moram, da escola que lecionam, etc, por isso devemos fazer das formações um espaço de escuta ativa para que os professores também sejam ouvidos.

A realização do “projeto piloto” por meio do minicurso no II ENOPEM foi essencial para que percebêssemos se, de fato, a nossa proposta fazia sentido para os professores participantes, isto é, foi uma forma de identificarmos a familiaridade deles com a temática, bem como o interesse em trabalhar com seus estudantes sequências didáticas com este contexto. Esse projeto permitiu ampliarmos os exemplos que havíamos escolhido para compor a discussão, pois, como os professores atuavam desde os anos iniciais do Ensino Fundamental ao Ensino Médio, decidimos que nossos exemplos também deveriam abranger essas etapas.

A partir dos dados obtidos no curso do 21º Encontro USP Escola, identificamos que os professores tiveram dificuldades em elaborar as sequências didáticas, o que nos trouxe um questionamento do porquê isso ocorreu, considerando que recebemos sequências didáticas que faziam referência apenas à matemática pura e isso não estava nas nossas expectativas. De toda forma, consideramos essas sequências na nossa análise para trabalharmos a partir do que faz sentido para os professores e que faz parte de suas realidades nas escolas, como foi o caso das sequências didáticas com foco maior em exercícios. Também compreendemos que a presença deles nas sequências didáticas evidenciam como os professores mobilizaram as ideias apresentadas no curso.

Ainda nesse contexto, queremos mencionar que essa perspectiva que adotamos para analisar as sequências didáticas produzidas, considerando as possibilidades a partir delas, é inspirada em Skovsmose (2015), que se dedica a explicar sobre a pesquisa de possibilidades, discutindo “o que é” e “o que pode vir a ser”. O autor explica que a imaginação pedagógica é fundamental para pesquisar “o que pode vir a ser”, contudo ela precisa de combustível, isto é, recursos tanto conceituais quanto práticos que possam instigá-la (SKOVSMOSE, 2015).

No caso dos recursos conceituais, Skovsmose (2015, p. 77) diz que “[...] a democracia está relacionada com a cidadania, a solidariedade, o empoderamento, a responsabilidade, que, por sua vez, trazem novos elementos para a imaginação pedagógica”. Ampliamos essa

afirmação para o que abordamos na dissertação, isto é, a preocupação da Educação Matemática Crítica com a democracia pode contribuir para a imaginação pedagógica inclusive quando o território faz parte do contexto das sequências didáticas elaboradas.

Ao longo de todos os caminhos desta dissertação, cheguei à conclusão que o território tem problemas e quando temos um problema que tomamos como nosso, conseqüentemente temos preocupações. A Educação Matemática Crítica expressa preocupações que, quando conectadas aos problemas do território, orientam em como abordá-los em sala de aula na medida que os professores de matemática se apropriam dessas preocupações e passam a considerá-las na elaboração das sequências didáticas que tenham o território como contexto. Aqui, queremos citar o exemplo da sequência didática que abordou os tipos de moradia e que se conecta com a preocupação quanto à justiça social e desigualdade. E assim, acreditamos que respondemos nossa questão de pesquisa.

Ao apresentar uma parte deste trabalho para os estudantes da disciplina Tópicos de Pesquisa em Ensino de Matemática do MPEM, um dos estudantes comentou que quando fazia estágio nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a professora iria propor uma discussão acerca do que os estudantes viam na rua até chegarem na escola. O estudante estagiário disse a ela que isso daria abertura para os estudantes falarem, por exemplo, das pessoas em situação de rua que eles viam nas proximidades da escola, e que seria melhor evitar porque eles não compreenderiam ainda a complexidade dessa questão na cidade de São Paulo (que concentra mais de 63 mil pessoas em situação de rua e vulnerabilidade social). A professora respondeu que por isso mesmo seria importante dar essa abertura na aula, pois ela de fato tinha a preocupação de dialogar sobre esse problema que já é muito visível a eles. Na apresentação eu e o estudante concluímos que, de fato, é necessário tomar para si as preocupações e aliá-las ao território, ou vice-versa.

Como observamos nas sequências didáticas analisadas, a partir da conexão das problemáticas presentes no território com as preocupações da Educação Matemática Crítica, os professores de matemática incorporaram nas sequências didáticas convites dos cenários para investigação, perguntas para promover o diálogo com os estudantes e reflexões sobre a própria matemática. Já a perspectiva crítica encontra-se no fato dessas preocupações no contexto do território conduzirem a questionamentos que tange as responsabilidades das pessoas que habitam e ou governam esses espaços. Como foi o caso da professora que fez o projeto mar de lama, presente na justificativa deste trabalho, que questiona com os estudantes “será que as autoridades vão investir o dinheiro necessário para a recuperação ambiental?”.

A partir da defesa deste trabalho, espera-se inclusive que existam mais pesquisas sobre o currículo que considerem o território. Hoje nos deparamos com a BNCC, que não fornece suporte para o trabalho com o território, embora ela cite a importância de abordarmos com os alunos “questões de urgência social”, ela não explicita os problemas presentes nele, nem mesmo a desigualdade social que é uma questão que afeta todo nosso país.

Também espero que tenha ficado claro que, considerar a realidade vivida pelos alunos em seus territórios para ensinar matemática, não implica em deixar de lado outros conteúdos que eles também têm o direito de conhecer. Eu, por exemplo, estudei nas escolas públicas do Capão Redondo e me pergunto se em algum momento da minha trajetória educacional o meu direito ao conhecimento foi negado por escolherem o que seria importante para uma aluna de um bairro periférico de São Paulo conhecer ou não.

Nesse sentido, quero dizer que é preciso respeitar a história dos estudantes, o que eles conhecem e vivenciam nos seus territórios, bem como as perspectivas que eles têm para o futuro, o que Skovsmose (2000) chama de *background* e *foreground*, respectivamente. Enquanto professores, temos a responsabilidade de não negligenciar o ensino de matemática dos alunos, sobretudo para não reforçar por meio da matemática as desigualdades já existentes no país.

Por fim, ressalto que estudar as problemáticas presentes no território me fez refletir sobre como a matemática pode ser uma ferramenta potente no enfrentamento dos desafios locais e, na medida que me questioneei sobre as responsabilidades de cada um na minha comunidade, ampliei minha consciência crítica. Assim, acredito que um trabalho que investigue de que forma a conexão entre Educação Matemática Crítica e território pode contribuir para a justiça social também pode ser um caminho relevante para promover uma participação mais ativa dos estudantes e dos professores na sociedade.

Referências

- ALRØ, Helle; SKOVSMOSE, Ole. **Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2021. 135 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática). Tradução de Orlando de A. Figueiredo.
- ARAÚJO, Jussara de Loiola. Uma abordagem sócio-crítica da modelagem matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **ALEXANDRIA: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v.2, n.2, p.55-68, jul. 2009.
- ARAÚJO, Jussara de Loiola; MARTINS, Danielle Alves. A oficina de modelagem #OcupaICEx: empoderamento por meio da matemática. **RPEM**, Campo Mourão, Pr, v.6, n.12, p.109-129, jul.-dez. 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Sobre o ENEM**. (2017). Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/prova-s-e-gabaritos>. Acesso em: 16 jan. 2023.
- CUNHA, Brunno Victor Freitas. Divide et Impera: uma análise sobre a colonização da África e suas consequências. **Fronteira**, Belo Horizonte, v. 21, n. 42, p. 180-202, jul. 2022.
- D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. **SBEM**. Ano II. N2. Brasília. 1989. p. 15-19.
- D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática- elo entre as tradições e a modernidade**. 6. ed., Belo Horizonte: Autêntica, 2002.
- DOMITE, Maria do Carmos Santos. Na trilha da etnomatemática: alteridade. **Boletim do LABEM**, Niterói, v. 7, n. 12, p.24-34, jan. /jul. de 2016.
- ECKHARDT, Carmen Avani. Contas de "vai um" e "pedir emprestado": em busca de um conhecimento emancipação. **Sbem: Educação Matemática em Revista - RS**, Canoas, v. 1, n. 5, p. 68-78, dez. 2003.
- FONSECA, Kamilla Nunes; MILLI, Júlio Cesar Lemos; SOLINO, Ana Paula; GEHLEN, Simoni Tormohlen. Milton Santos e Paulo Freire na Educação em Ciências: a forma-conteúdo expressa no tema gerador. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v. 23, n. 2, p. 331-351, 30 ago. 2018.
- FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 25. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- FREIRE, Paulo. **A educação na cidade**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2001.
- KOGA, Dirce. Aproximações sobre o conceito de território e sua relação com a universalidade das políticas sociais. **Serviço Social em Revista**, Londrina, v. 16, n. 1, p. 30-42, 26 dez. 2013.

LACERDA, Deise; MILANI, Raquel. Cenários para investigação: possibilidades de investigação matemática através da leitura do jornal. *In: ENCONTRO SOBRE INVESTIGAÇÃO NA ESCOLA*, 16., 2020, Rio Grande. **Anais [...]**. Rio Grande: Furg, 2021. p. 1-8.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin; D'AMBROSIO, Beatriz Silva; CORRÊA, Solange Aparecida. Atos de insubordinação criativa promovem a ética e a solidariedade na educação matemática. **Zetetike**, Campinas, v. 24, n. 3, p. 287-300, 20 jan. 2017.

LUNA, Ana Virginia de Almeida; SOUZA, Elizabeth Gomes; SANTIAGO, Ana Rita Cerqueira Melo. A modelagem matemática nas séries iniciais: o germém da criticidade. **ALEXANDRIA** Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis, v.2, n.2, p.135-157, jul. 2009.

MARCONE, Renato; MILANI, Raquel. Educação Matemática Crítica: um diálogo entre sua gênese nos anos 1970 e suas discussões em 2017 no Brasil. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 9, n. 20, p. 261-278, 18 dez. 2020.

MASCAREÑO, Aldo; BÜSCHER, Christian. Sociología del territorio. **Revista Lider**, [s. l.], v. 18, n. 13, p. 25-52, maio 2011.

OGLIARI, Lucas Nunes; BELLO, Samuel Edmundo Lopez. Práticas da cozinha de merendeiras escolares: Textos e contextos etnomatemáticos. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática: perspectivas socioculturales de la Educación Matemática**. San Juan de Pasto, Colômbia, v. 10, n. 3, p. 19-38, out. 2017.

PONTE, João Pedro da. Gestão curricular em Matemática. *In: PONTE, João Pedro da et al. Investigações matemáticas e investigações na prática profissional*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 103-142. Coleção contextos da ciência.

PONTE, João Pedro da; QUARESMA, Marisa. O papel do contexto nas tarefas matemáticas. **Revista Interações**, [S. l.], v. 8, n. 22, 2012. Disponível em: <https://revistas.rcaap.pt/interaccoes/article/view/1542>. Acesso em: 16 out. 2023.

SANTOS, Milton. **A natureza do espaço**. São Paulo: EDUSP, 2002.

SANTIL, Fernando Luis de Paula; SILVA, Claudionor Ribeiro.; MILL, Daniel. Geotecnologias e sua aplicação pedagógica: reflexões propositivas. *In: Luzes sobre as estratégias pedagógicas com tecnologias digitais: uma visão propositiva*. 1 ed. São Carlos: SEaD, 2021, v.5, p. 293-314.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Gestão da Educação Básica. Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão de Educação Básica. Centro de Ensino Fundamental dos Anos Iniciais. **EMAI: educação matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental; material do aluno - quinto ano / Secretaria da Educação**. Centro de Ensino Fundamental dos Anos Iniciais. - São Paulo: SE, 2013a, v.1, 168p.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Gestão da Educação Básica. Departamento de Desenvolvimento Curricular e de Gestão de Educação Básica. Centro de Ensino Fundamental dos Anos Iniciais. **EMAI: educação matemática nos anos**

iniciais do Ensino Fundamental; material do aluno - segundo ano / Secretaria da Educação. Centro de Ensino Fundamental dos Anos Iniciais. - São Paulo: SE, 2013b, v.1, 112p.

SILVA, Pedro Pereira da. **Educação Financeira**: uma proposta de cenário para investigação no Ensino Fundamental. 2020. 155 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2020.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, Ole. **Travelling through education**: uncertainty, mathematics, responsibility. Rotterdam: Sense Publishers, 2005.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação Crítica**: incerteza, matemática, responsabilidade. Tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. 1. ed. São Paulo: Cortez Editora, 2007.

SKOVSMOSE, Ole; ALRØ, Helle; VALERO, Paola; SCANDIUZZI, Pedro Paulo. “Antes de dividir temos que somar”: ‘entre-vistando’ foregrounds de estudantes indígenas. **Bolema**, Rio Claro, v. 34, n. 22, p. 237-262, 2009. Com a colaboração de Ana Paula Silvério.

SKOVSMOSE, Ole. **Um convite à educação matemática crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. 1. ed. Campinas: Papirus, 2014.

SKOVSMOSE, Ole. Pesquisando o que não é, mas poderia ser. *In*: D'AMBROSIO, Beatriz Silva; LOPES, Celi Espasandin (org.). **Vertentes da subversão na produção científica em Educação Matemática**. Campinas: Mercado de Letras, 2015. p. 63-90.

TRIPP, David. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, dez. 2005.

VALLE, Júlio César Augusto do; CONRADO, Andréia Lunkes. Alteridade nos currículos de matemática: a inversão do vetor e a ação dos atores na escola. **Revista Teias**, v. 20, n. 59, out/dez 2019.

VALLE, Júlio César Augusto do. A autoria docente nos processos de elaboração curricular de Matemática: perspectivas para a pesquisa. **Educação Matemática em Revista**, Rio Grande do Sul, v. 1, n. 22, p.89-96, 2021a.

VALLE, Júlio César Augusto do. Os temas geradores, o território e seus desdobramentos nos currículos de Matemática. *In*: FÓRUM NACIONAL SOBRE CURRÍCULOS DE MATEMÁTICA, 5., 2021b, Canoas. **Anais [...]**. Canoas: Ulbra, 2021. p. 1-14.

VALLE, Júlio César Augusto do. Apontamentos sobre as ausências da Base Nacional Comum Curricular de Matemática. **Revemop**, Ouro Preto, v. 3, p. 1-26, 26 jul. 2021c.

Apêndices

Apêndice A - Uma conversa sobre as possibilidades e os desafios do ensino e aprendizagem de matemática nos anos iniciais

Esta conversa, no formato de entrevista, tem como objetivo conhecer a perspectiva da entrevistada, a qual atuou como professora dos anos iniciais do ensino fundamental de uma escola pública estadual em São Paulo e tornou-se vice-diretora da mesma escola em que lecionava, sobre as possibilidades e os desafios que ela identifica no ensino e aprendizagem de matemática nos anos iniciais, considerando as duas óticas sobre as quais ela tem experiência. Cabe mencionar que sua sala de aula sempre foi um espaço acolhedor para os estudantes do curso de Licenciatura em Matemática do *Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP)* para o desenvolvimento de projetos de ensino e trabalhos de conclusão de curso, este último teve a oportunidade de realizar junto a ela e sua turma no ano de 2018. Justifica-se a importância desse diálogo com a vice-diretora, sobretudo, porque é uma maneira de me aproximar das problemáticas reais e relevantes relativas ao ensino e aprendizagem de matemática nesta etapa escolar a fim de delinear o tema que, possivelmente, será tratado na minha dissertação de mestrado, o qual será escolhido por meio de uma reflexão sobre as questões que serão levantadas nesta entrevista através das situações que podem ser colocadas pela professora sobre o que ela observa na realidade da sala de aula e também na gestão da escola.

Abaixo, algumas perguntas que auxiliaram a conduzir a entrevista.

1. Como foi para você ensinar matemática nos anos iniciais?
2. Quais têm sido as dificuldades de ensinar matemática nos anos iniciais?
3. As dificuldades e também as possibilidades no ensino e aprendizagem de matemática nos anos iniciais que você percebia enquanto lecionava são as mesmas que você percebe na gestão da escola? O que mudou?
4. Você pode pôr em prática algum projeto de ensino de matemática que tenha sido significativo/inspirador para você e sua turma enquanto lecionava? Comente.

5. A partir da sua experiência como professora e agora na gestão da escola, você destacaria algum tema da matemática ou ideia que poderia receber mais atenção (ou menos)?

6. De que forma você vê a conexão entre o que os estudantes vivenciam no seu cotidiano com os saberes de matemática ensinados na escola? Você observa tentativas dos professores para que isso seja feito nas aulas de matemática?

Apêndice B - Questionário - Avaliação do Minicurso *Matemática e território: Perspectivas críticas e abordagens para os anos iniciais* - II ENOPEM

1) Em qual região do Brasil você vive atualmente:

- Norte
- Nordeste
- Sul
- Sudeste
- Centro-Oeste

2) Sobre sua formação/titulação e atuação, assinale:

- Estudante de Graduação
- Estudante de Mestrado
- Estudante de Doutorado
- Professor(a) da Educação Básica (ed. infantil)
- Professor(a) da Educação Básica (anos iniciais EF)
- Professor(a) da Educação Básica (anos finais EF)
- Professor(a) da Educação Básica (EM)
- Professor(a) do Ensino Superior
- Não leciono atualmente

3) Você realiza ou já havia realizado atividades sobre matemática no território com seus estudantes?

- Sim
- Não
- Não se aplica (caso não lecione)

4) Em uma escala de 0 a 5, quanto essa oficina contribuiu para que você ampliasse seus conhecimentos sobre a temática abordada?

5) Em uma escala de 0 a 5, quanto os exemplos apresentados na oficina te motivam a trabalhar com seus estudantes atividades que envolvam ensinar matemática a partir do território?

6) Qual abordagem apresentada mais te chamou a atenção?

- Cenários para investigação
- Modelagem matemática
- Geotecnologias
- Etnomatemática
- Nenhuma

7) Além das relações e abordagens apresentadas, quais outras possibilidades/relações te ocorreram para o ensino de matemática a partir do território?

8) Você gostaria de deixar uma sugestão para a abordagem deste tema? Escreva um comentário avaliativo sobre a oficina.

Apêndice C - Atividade 2 - Formulário

Nome

Filiação institucional

- Estudante de graduação
- Estudante de pós-graduação
- Professor (a) da Educação Básica
- Professor (a) do Ensino Superior

Em qual cidade/estado está localizada a escola que você atua? Se você for estudante, de que instituição é discente?

Como você caracterizaria o território onde sua escola/instituição está inserida? Imagine que você encontrou um amigo na fila para vacinação que lhe perguntou como é o bairro e a comunidade escolar de sua unidade, como você explicaria? Quais são características marcantes, pontos e referências importantes, lugares por onde transitam? Perceba que são referências a existência de supermercado ou mercadinho local, igreja e outros templos, assentamentos, passagem de trem, indústrias, comércio em geral...

Você já realizou ou planejou alguma prática de ensino de matemática que interagiu, dialogou com o território onde a escola se insere? Se sim, pode descrevê-la? Pode ser a descrição de alguma atividade, tarefa ou trabalho realizado/planejado com sua turma/seus estudantes.

Para planejar sua prática, quais fontes/recursos você tem utilizado? Para responder a essa pergunta, gostaria que enumerasse ao menos três fontes/recursos que tem utilizado. Podem ser *sites*, vídeos ou canais no Youtube, documentos curriculares ou qualquer outro recurso digital que tenha utilizado.

Você utiliza o livro didático como material de suporte? Se sim, qual?

Você autoriza a utilização dos dados coletados no decorrer do curso para projetos de pesquisa e extensão desenvolvidos no Instituto de Matemática e Estatística (IME-USP)?

Caso os dados sejam utilizados, será garantido o anonimato e não-identificação em relação às respostas dadas e à participação realizada.

- Sim, autorizo e desejo receber informes sobre eventuais pesquisas e publicações como desdobramentos da formação;
- Sim, autorizo.
- Não autorizo.

Insira aqui as notícias que você encontrou sobre o território onde está localizada a escola/instituição em que atua.

Apêndice D - Template sequência didática

Planejamento em Sequência Didática	
Turma(s) ou ciclo(s):	
Título da Sequência didática:	
<p style="text-align: center;">Intenção</p> <p>Nossa expectativa de aprendizagem</p>	<p style="text-align: center;"><i>Aqui você vai apontar quais conhecimentos serão construídos pelos estudantes. Ou seja, após essa SD, os estudantes serão capazes de...?</i></p>
<p>Estratégia(s) que será(ão) utilizada(s):</p> <p>() Cenários para investigação () Modelagem matemática () Etnomatemática () Geotecnologias</p> <p>() Interdisciplinar com _____ (descrever outras disciplinas)</p>	
<p style="text-align: center;">Conteúdos</p>	<p><i>Os conteúdos são os conhecimentos disciplinares envolvidos na atividade e geralmente são expressos por um substantivo ou expressão.</i></p>
<p style="text-align: center;">Procedimentos metodológicos</p> <p>Etapas que antecedem a atividade e etapas que compõem a aplicação da atividade</p>	<p><i>Neste campo, deverão ser mencionadas:</i></p> <p>(i) <i>As etapas que antecedem a realização da atividade com os estudantes, tais como: preparação de material e do espaço físico ou virtual, cópias de materiais impressos, seleção de vídeos e preparação de material didático;</i></p> <p>(ii) <i>As etapas que compõem a aplicação da atividade, do seu início até a sua finalização, tais como: organização dos estudantes no espaço físico, distribuição de material, orientações iniciais orais ou escritas, descrição das etapas da atividade e organização do material e do espaço.</i></p>
<p style="text-align: center;">Intervenção</p> <p style="text-align: center;">Estratégias</p>	
<p style="text-align: center;">Objetivos específicos para cada etapa</p>	
<p style="text-align: center;">Quantidade de aulas</p>	<p style="text-align: center;">Diagnóstico</p>
<p><i>Aponte aqui quais aulas você irá utilizar para realizar o diagnóstico. Por exemplo: aulas 1,2 e 3</i></p>	<p><i>O que você vai fazer em cada aula? Conte aqui. Não se esqueça que cada aula é uma etapa de atividades ordenadas e que ao final você terá atingido sua expectativa de aprendizagem! Conte para nós quais atividades você irá utilizar para saber o que as crianças ou os jovens sabiam sobre o assunto que você</i></p>

	<i>pretende desenvolver. Não se esqueça: as crianças e os jovens não são tabulas rasas. Todos sabem algo, e é a partir dos saberes dos educandos que vamos construir novos conhecimentos.</i>
Quantidade de aulas	Desenvolvimento
<i>Aponte aqui quais aulas você irá utilizar para realizar o desenvolvimento. Por exemplo: aulas 7, 8 e 9</i>	<i>Conte aqui quais atividades você utilizará para atingir aquelas habilidades e saberes que você planejou, ou seja, as “tais” expectativas de aprendizagem. Cada aula é um novo tijolo na construção do novo saber, que se soma aos anteriores! É importante apontar quais recursos você vai usar para realizar estas atividades: materiais, espaços, etc.</i>
Quantidade de aulas	Fechamento
<i>Aponte aqui quais aulas você irá utilizar para realizar o fechamento. Por exemplo: aulas 20,21,22.</i>	<i>Conte aqui quais atividades você vai utilizar para dar um desfecho para o que havia planejado. O desfecho é um momento de celebração pela conquista de um novo saber, e pela superação de uma barreira. Não se esqueça que avaliação e fechamento não são a mesma coisa. A avaliação pode acontecer em qualquer etapa. As atividades de fechamento encerram aquela sequência didática.</i>
Indicação	
Indicadores de avaliação	Instrumentos de avaliação
<i>Aponte aqui quais são os indicadores que vão te apontar que suas crianças se tornaram capazes de alguma coisa nova Para isso, responda: quais serão as evidências de aprendizagem perseguidas a partir do início da SD? Não se esqueça: são comportamentos observáveis que nos ajudarão a ter uma ideia de êxito ou não nos processos de ensino e aplicação das atividades propostas.</i>	<i>Aponte aqui quais são as ferramentas que vão te permitir fazer essa avaliação: testes orais ou escritos, trabalhos em grupo, pesquisas e apresentações são exemplos de instrumentos de avaliação.</i>
Referências	<i>Quais sites, livros, revistas, vídeos etc. te inspiraram para a realização desta aula? Conte-nos aqui.</i> <i>Exemplo: NOVA ESCOLA, “Diversidade de materiais”. Disponível em: <">https://novaescola.org.br/plano-de-aula/2266/diversidade-de-materiais#>. Acesso em 21/05/2020.</i>

	<p>Se quiser citar segundo as normas da ABNT, ficará assim: Livro: SOBRENOME DO AUTOR, Nome do autor. "Título do livro". Cidade de publicação: editora, ano. Vídeo: SOBRENOME DO AUTOR, Nome do autor, se houver. "Título do vídeo". Ano do vídeo. (Duração do vídeo). Disponível em: < link do vídeo>. Acesso em: data de acesso.</p>
--	--

Apêndice E - Slides do primeiro dia do minicurso 21º Encontro USP Escola



Matemática e território:
Perspectivas críticas e abordagens para os anos iniciais



Organização da formação

Encontro	10/01 Segunda-feira	12/01 Quarta-feira	14/01 Sexta-feira
Atividade	<p>Apresentação inicial da formação e orientações</p> <p>Introdução ao conceito de território;</p> <p>Abordagens pedagógicas: cenários de investigação</p>	<p>Retomada das atividades</p> <p>Abordagens pedagógicas: Modelagem Matemática e Etnomatemática</p>	<p>Abordagens pedagógicas: uso de geotecnologias</p> <p>Avaliação do curso e orientações finais</p>

Organização das atividades

Datas	De 10/01 a 12/01 (2 horas)	De 12/01 a 14/01 (2 horas)	De 14/01 a 21/01 (10 horas)
Atividade			
	Google forms (Atividade 2)	Google forms (Questionário de avaliação da formação)	Forms Atividade de elaboração

ATIVIDADE 1

Que palavra, imagem, expressão ou outro recurso vem à mente quando ouvimos a palavra "território"?

Link:

https://jamboard.google.com/d/1nCGVtGvKivGf4MVBHkCPErbXjMM32-Zy_ul4c-m9Nsw/edit?usp=sharing

NOSSA APRESENTAÇÃO



Profa. Renata Diniz Ramos



Profa. Andressa Rubim



Prof. Dr. Júlio Valle

Mestrandas do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP).

Doutor em Educação e docente do Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo (IME-USP)

NOSSO MINICURSO

01

INTRODUÇÃO

Conceito de Território e sua relevância no ensino de matemática

02

ABORDAGENS PEDAGÓGICAS

Cenários de Investigação
Modelagem Matemática
Etnomatemática
Geotecnologias

03

EXERCÍCIO CRIATIVO

Vamos construir a partir do que vimos?

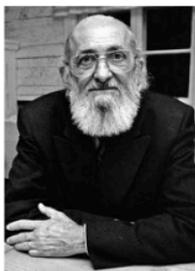
01

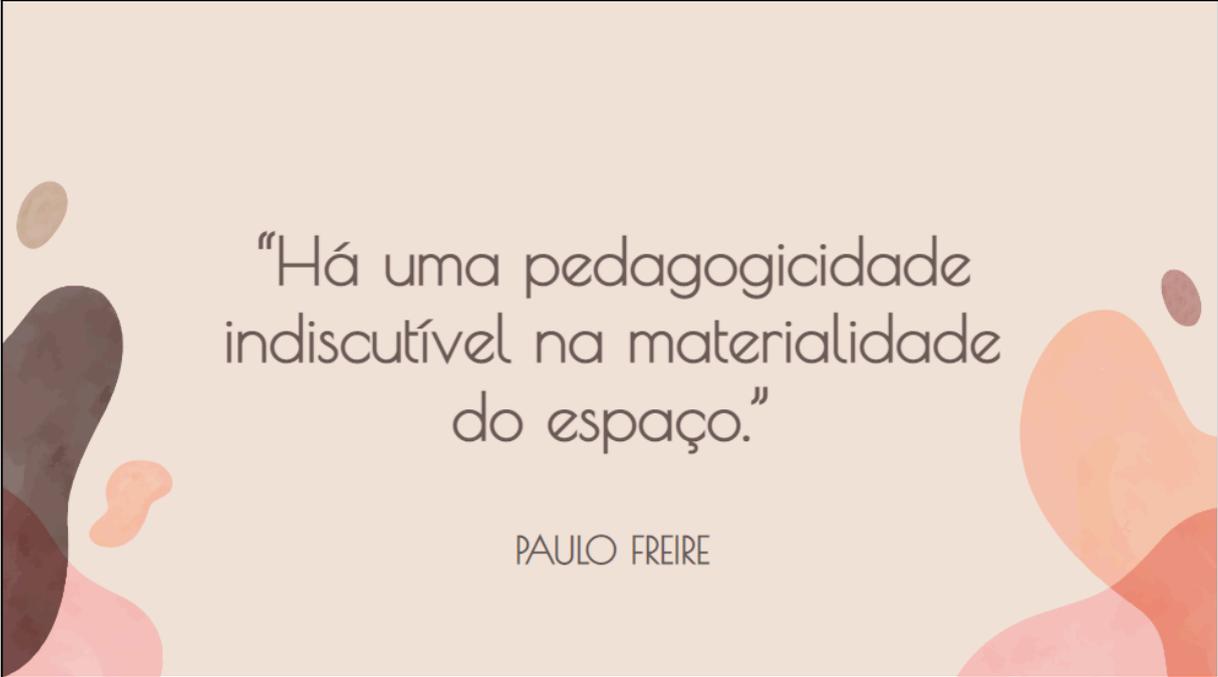
INTRODUÇÃO

O conceito de território e sua relevância no ensino de Matemática

Autores que contribuem para a compreensão/mobilização do conceito de território sob perspectivas críticas

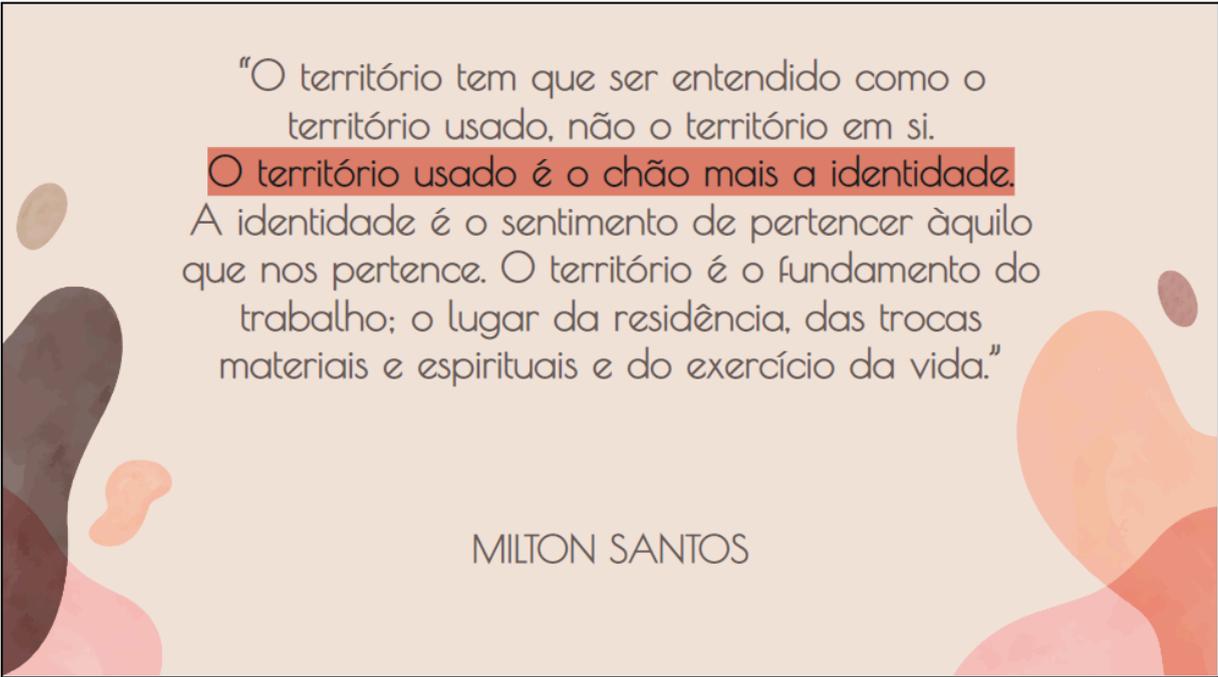
- Paulo Freire (1921-1997): educador brasileiro
- Milton Santos (1926-2001): geógrafo brasileiro
- Dirce Koga: assistente social brasileira





“Há uma pedagogicidade indiscutível na materialidade do espaço.”

PAULO FREIRE



“O território tem que ser entendido como o território usado, não o território em si.
O território usado é o chão mais a identidade.
A identidade é o sentimento de pertencer àquilo que nos pertence. O território é o fundamento do trabalho; o lugar da residência, das trocas materiais e espirituais e do exercício da vida.”

MILTON SANTOS

“Um primeiro e fundamental cuidado se faz necessário ao se tratar da escala mais próxima do território, a que diz respeito ao cotidiano dos diferentes atores que circulam, residem e relacionam-se em determinados lugares: o reconhecimento de que o território expressa, ao mesmo tempo, produção e reprodução das relações socioeconômicas, políticas e culturais, presentes na sociedade que ele abriga.”

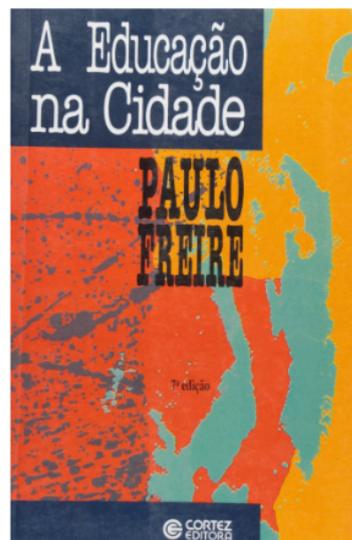
DIRCE KOGA

Quando tudo começa?



(França, 1999, 105min, Direção Bertrand Tavernier): Daniel Lefebvre (Philippe Torreton) é professor numa pequena cidade que sofre com o fechamento das minas de carvão e enfrenta uma alta taxa de desemprego. Daniel e os outros professores são aconselhados a não se envolver com os problemas da comunidade, mas é impossível para Daniel ignorar a miséria, a indiferença do governo e os sérios problemas domésticos que suas crianças enfrentam.

Freire (2001) explica sobre o fato do contexto escolar não se reduzir a um espaço neutro e ausente de conflitos sociais.



Problemáticas presentes no espaço social dos alunos



Problemáticas presentes no espaço social dos alunos

GAZETA DO POVO

Sábado, 03 de Julho de 2021.

Andar de bicicleta ainda é um ato político para muitas mulheres pelo mundo

Jornal da USP
Crianças que consomem alimentos ultraprocessados se tornam adultos mais obesos

A pesquisa é a primeira a avaliar o efeito do consumo desses produtos alimentícios desde a infância, quanto ao risco de obesidade. Cientistas acompanharam 9 mil crianças por 17 anos

11/01/2021

Por: Guilherme Sampa
Art: Silvano Gomes

unicef

Trabalho infantil aumenta pela primeira vez em duas décadas e atinge um total de 160 milhões de crianças e adolescentes no mundo

18 Junho 2021



Algumas ideias!

Potenciação e fake news



Disponível em:
https://www.youtube.com/watch?v=cjtGtnU_3T8&t=185s

Mar de lama



"A lama invade seus olhos. Quando algo toma conta da sua visão você esquece daqueles que são mais importantes e não estão sendo vistos". André Soler

TEDx Talk: Quanto Vale uma história? | André Soler

Disponível em:
<https://www.youtube.com/watch?v=bQm-5kX4SdA>

Disponível em:
<https://www.youtube.com/watch?v=RGKAKQfzI8I&t=1s>

Biciculturinha 2016



Disponível em:

<https://www.youtube.com/watch?v=CADTzm8EP64&t=179s>

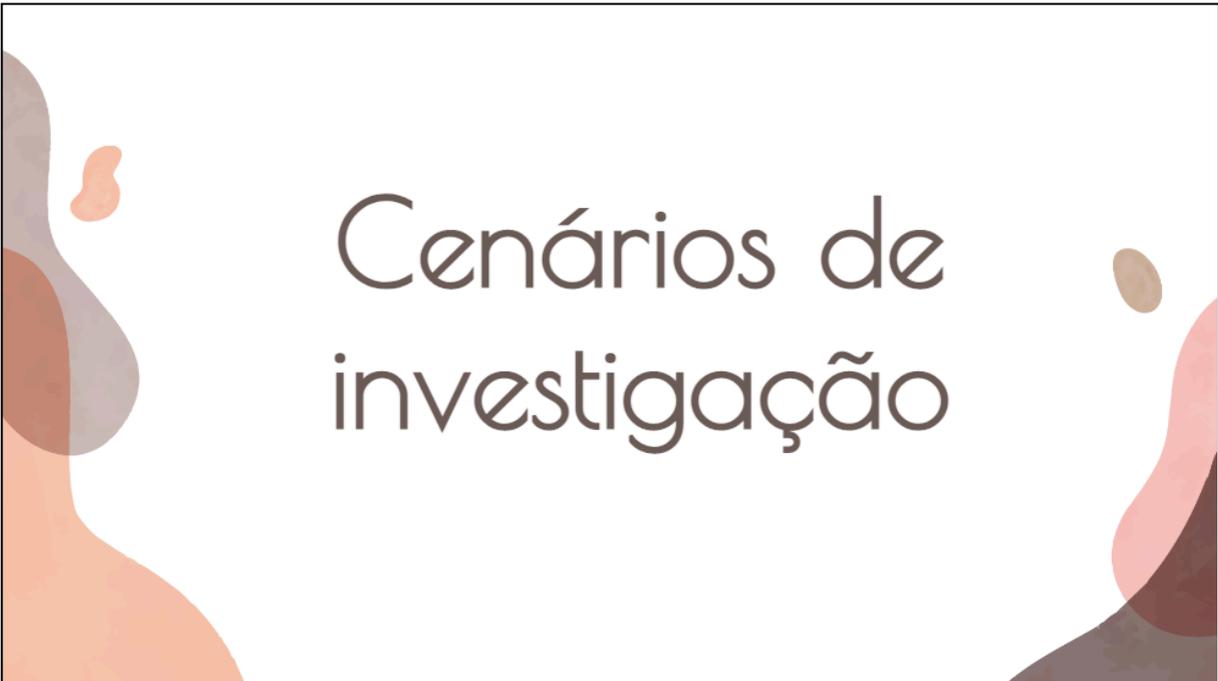




O2

ABORDAGENS PEDAGÓGICAS

Cenários de Investigação
Modelagem Matemática
Etnomatemática
Geotecnologias



Cenários de investigação



Imagem: <https://educador.brasilescola.uol.com.br>

As tarefas de Matemática

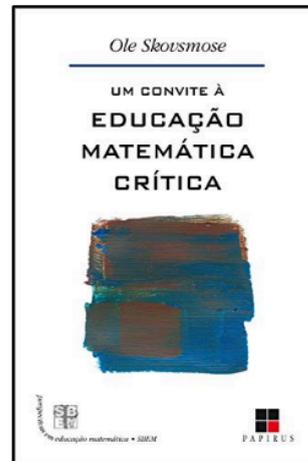
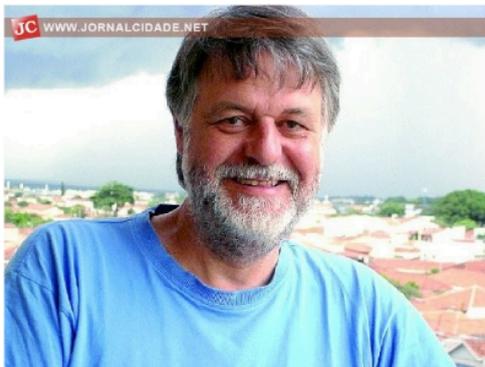


Fonte: Ponte (2003, p. 5).

De acordo com Ponte (2003), uma tarefa de Matemática assume quatro dimensões básicas, sendo elas categorizadas por:

- grau de dificuldade (fácil ou difícil)
- estrutura (aberta ou fechada);
- **contexto referencial;**
- tempo para resolução.

Contextos referências e cenários de investigação segundo Ole Skovsmose



Referência à matemática pura

Exercícios do tipo:

- a) Reduza a expressão.
- b) Resolva.
- c) Calcule.

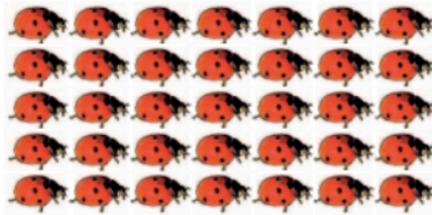
Quanto é $12 \div 4$? e $4 \div 2$? e $6 \div 3$? e $15 \div 5$?

Fonte: Caderno de Matemática EMAI,
5ºano, 2013.

Referência à semirrealidade.

NA ESCOLA DE JOSÉ ROBERTO HÁ UM JARDIM. JUNTO COM SEUS COLEGAS, JOSÉ ROBERTO FICOU OLHANDO AS FLORES E OS BICHINHOS DESSE JARDIM. VIRAM JOANINHAS, CARACÓIS, TATUS-BOLA E MINHOCAS. FIZERAM UMA PESQUISA SOBRE ESSES ANIMAIS. QUE TAL FAZER UMA PESQUISA TAMBÉM?

QUANTOS CARACÓIS VOCÊ PRECISA DESENHAR PARA TER O MESMO NÚMERO QUE O DE JOANINHAS?



Fonte: Caderno EMAI do Estado de São Paulo, 2ºano, 2013

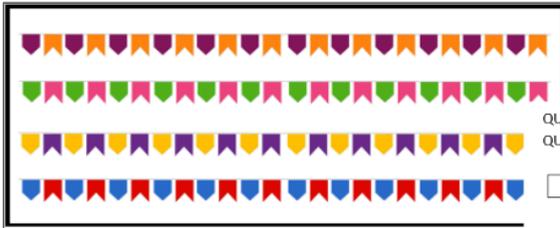
🔊 JOÃO VAI USAR UMA CAIXA DE OVOS PARA PLANTAR SEMENTES E FAZER MUDAS:



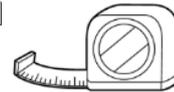
inaf
INDICADOR DE ALFABETISMO FUNCIONAL

🔊 JOÃO TEM 36 SEMENTES PARA DISTRIBUIR IGUALMENTE EM CADA CASINHA DA CAIXA DE OVOS. ESCREVA NO QUADRO ABAIXO QUANTAS SEMENTES ELE DEVE COLOCAR EM CADA CASINHA.

NO SÃO JOÃO A ESCOLA VAI FAZER VARAIS DE BARBANTE COM BANDEIRINHAS PARA ENFEITAR A QUADRA:



QUAL O INSTRUMENTO MAIS ADEQUADO PARA MEDIR O COMPRIMENTO DA QUADRA:



Finalmente encontrei o João, do livro de matemática que compra 250 bananas sem motivo nenhum

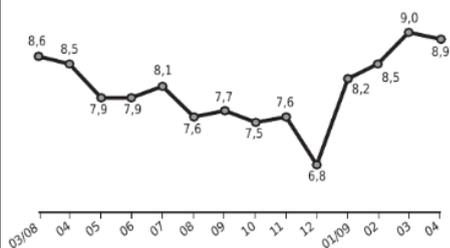


Referência à realidade.

QUESTÃO 174

O gráfico apresenta a taxa de desemprego (em %) para o período de março de 2008 a abril de 2009, obtida com base nos dados observados nas regiões metropolitanas de Recife, Salvador, Belo Horizonte, Rio de Janeiro, São Paulo e Porto Alegre.

Taxa de desemprego (%)



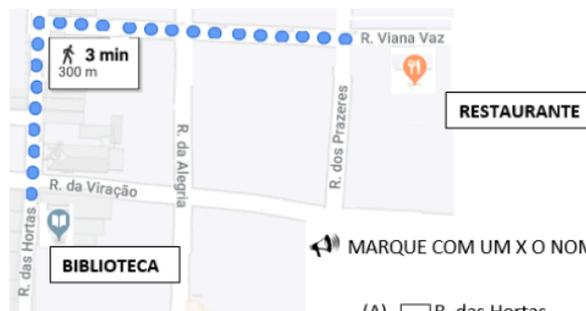
IBGE. Pesquisa mensal de emprego. Disponível em: www.ibge.gov.br. Acesso em: 30 jul. 2012 (adaptado).

A mediana dessa taxa de desemprego, no período de março de 2008 a abril de 2009, foi de

- (A) 8,1%
- (B) 8,0%
- (C) 7,9%
- (D) 7,7%
- (E) 7,6%

Fonte: Caderno de questões, ENEM, 2017.

O MAPA A SEGUIR MOSTRA UM CAMINHO QUE VAI DA BIBLIOTECA ATÉ O RESTAURANTE:



MARQUE COM UM X O NOME DA RUA ONDE FICA O RESTAURANTE:

- (A) R. das Hortas
- (B) R. das Alegrias
- (C) R. dos Prazeres
- (D) R. Viana Vaz

VEJA O CARTAZ DO FESTIVAL DO CAMARÃO DA COMUNIDADE DE ARRAIAL, DE SÃO LUÍS:



<https://www.ma.gov.br/assenciadenoticias/?p=145139>



AGORA CIRCULE NO CALENDÁRIO OS DIAS EM QUE O FESTIVAL VAI

AGOSTO						
DOMINGO	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA	SÁBADO
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

SETEMBRO						
DOMINGO	SEGUNDA	TERÇA	QUARTA	QUINTA	SEXTA	SÁBADO
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

Cenários para investigação

De acordo com Skovsmose (2000, p.69), um cenário de investigação é:

“um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação” de tal forma que através dele os alunos sejam convidados a formularem questões, bem como a buscarem explicações.

Há uma propriedade relacional: O professor precisa convidar e os alunos aceitarem o convite. Nem sempre os alunos aceitam.

Cenários para investigação

Um convite, em geral, pode ser feito de diversas maneiras, particularmente um convite à um cenário, segundo Skovsmose (2000, p.72), é simbolizado pelo “**O que acontece se...**” do professor. Por sua vez, os alunos aceitam a este convite quando dizem “**Sim, e o que acontece se...**” e passam a envolver-se com o que foi proposto, procurando explicações e explorando.

É nesse sentido que “ser um cenário para investigação é uma propriedade relacional” (SKOVSMOSE, 2000, p.72), pois depende do convite do professor, do aceite dos alunos e também da própria natureza do cenário que pode não chamar atenção e não interessar os alunos.

Cenários para investigação

Assim como um exercício pode fazer referência à matemática pura, semirrealidade e realidade, um cenário de investigação também pode partir dessas diferentes referências. Skovsmose (2000, p.73) chama de **ambiente de aprendizagem** cada uma das seis combinações possíveis de exercícios e cenários de investigação com as diferentes referências.

Vamos a um exemplo relacionado ao território?

Projeto Escola de brincadeiras

A professora Solange; Escola privada; Turma do 2º ano.

O tema a ser trabalhado – **sempre relacionado à vida cotidiana da comunidade**, à vida das pessoas, a suas necessidades, seus interesses e também de acordo com a faixa etária da criança – é escolhido pela equipe pedagógica, que parte de um assunto/problema abordado na **Declaração Universal dos Direitos Humanos** ou do **Estatuto da Criança e do Adolescente**. A cada ano se tem um único Projeto de Classe que contemple o interesse da turma.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin; D'AMBROSIO, Beatriz Silva; CORRÊA, Solange Aparecida. Atos de insubordinação criativa promovem a ética e a solidariedade na educação matemática. *Zetetike*, Campinas, v. 24, n. 3, p. 287-300, 20 jan. 2017.

Projeto Escola de brincadeiras: cria-se um *cenário de investigação*

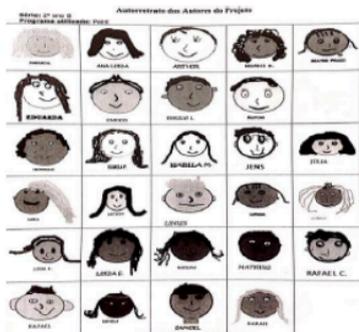
- 1) Como podemos fazer para construir brinquedos e como são feitos os brinquedos que compramos prontos?
- 2) Quais são os espaços da escola que são adequados para brincarmos? Por que eles são adequados?
- 3) As regras são importantes nas brincadeiras? Por quê? Como podemos respeitá-las?
- 4) Como podemos cuidar do nosso corpo e do corpo dos colegas nas brincadeiras?
- 5) Por que têm crianças que não podem brincar? Como podemos ajudá-las?

Projeto Escola de brincadeiras

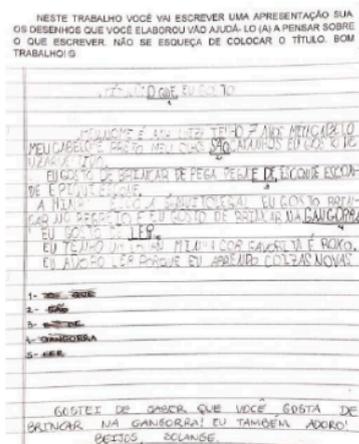
Os estudantes mergulharam em seu projeto de investigação, pesquisando o **7º Princípio da Declaração dos Direitos da Criança**.

A criança tem direito à educação, para desenvolver as suas aptidões, sua capacidade para emitir juízo, seus sentimentos, e seu senso de responsabilidade moral e social. Os melhores interesses da criança serão a diretriz a nortear os responsáveis pela sua educação e orientação; esta responsabilidade cabe, em primeiro lugar, aos pais. A criança terá ampla oportunidade para brincar e divertir-se, visando os propósitos mesmos da sua educação; a sociedade e as autoridades públicas empenhar-se-ão em promover o gozo deste direito. (Portal da Família, 2002).

Projeto Escola de brincadeiras



Diferentes grupos de formação de suas identidades



Título: O QUE EU GOSTO

Meu nome é Ana Luiza tenho 7 anos. Meu cabelo é preto, meus olhos são castanhos. Eu gosto de usar vestidos. Eu gosto de brincar de pega-pega e de esconde-esconde e de pique-esconde. A minha escola é muito legal Eu gosto de brincar no recreio e eu gosto de brincar na gangorra. Eu gosto de ler. Eu tenho um irmão. Minha cor favorita é roxo. Eu adoro ler porque aprendo coisas novas.

Projeto Escola de brincadeiras



A experiência com o livro ajudou os alunos a se tornar conscientes da realidade das vidas de outras crianças com quem normalmente não interagem e a perceber que eles compartilham os mesmos desejos de jogar e ter brinquedos e valorizaram os brinquedos que haviam conseguido.

Projeto Escola de brincadeiras



Objetivo de sensibilizá-los sobre sua condição de privilégio.

A professora reconheceu uma oportunidade para aprofundar o tema e selecionou, para que lessem, algumas partes do livro de literatura infantil: *Serafina e a criança que trabalha* (Azevedo, Huzak, & Porto, 2005).

Projeto Escola de brincadeiras

Solange não queria que os alunos simplesmente lessem sobre essa realidade. Planejou, então, um estudo do meio em uma escola pública para crianças de 3 a 5 anos, que atende a uma comunidade com uma realidade menos privilegiada que a deles. Solange, mais uma vez, assumiu uma atitude de insubordinação criativa: **levou as crianças para além dos limites da escola, a fim de que viver com elas a experiência de uma realidade desconhecida.**

Compreender seu território a partir do território do outro.

Projeto Escola de brincadeiras

Em preparação para a viagem, cada aluno escolheu um livro e praticou a leitura, a fim de lê-lo para uma criança da escola que visitariam. Além disso, **os alunos planejaram coletar dados para desvendar os tipos de atividades lúdicas que são parte da vida das crianças que iriam conhecer**. Para isso, elaboraram perguntas para as entrevistas que realizariam durante a visita à escola. E também construíram, com a ajuda de um artesão de brinquedos, alguns carrinhos de madeira, que doaram para a escola.

Projeto Escola de brincadeiras

NOME DA BRINCADEIRA	QUANTIDADE DE ALUNOS	QUAIS PESSOAS?	QUANTIDADE DE ALUNOS
Pega-pega	4	Papai	1
Boneca (o)	4	Mamãe	1
Carrinho	4	Sozinho	1
Quebra cabeça	3	Amigos	13
Outras brincadeiras: Esconde-esconde Parque Patati patata Cefbelereiro Ferramentas Escorregador Bolas		Primo	1

Projeto Escola de brincadeiras

DO QUE ELES GOSTAM DE BRINCAR EM CASA?

NOME DA BRINCADEIRA	QUANTIDADE DE ALUNOS
Carrinho	2
Correr	2
Bocaneca(o)	5
Bicicleta	2
Outras brincadeiras: Ursinho de pelúcia Amarelinha Pular corda Polly Max stell Barbie Homem aranha Desenhar Esconde-esconde Pingue-pongue	

QUAIS ATIVIDADES VOCÊ FAZ FORA DA ESCOLA?

NOME DA ATIVIDADE	QUANTIDADE DE ALUNOS
Desenho	2
Pintura	1
Futebol	1
Capoeira	1
Karatê	1
Não faz atividade	14

Projeto Escola de brincadeiras

Outro fato significativo que os alunos descobriram foi que, diferentemente de si mesmas, as crianças que visitaram não participam de atividades fora da escola, como aulas de balé, aulas de natação, aulas de música, aulas de línguas estrangeiras, clubes, etc. Essa percepção foi adicionada à compreensão das crianças sobre as **diferenças socioculturais**, sobre as **desigualdades sociais** e as **injustiças**. Eles puderam reconhecer os **privilégios de suas vidas** e perceber que **muitas crianças vivem em condições desfavoráveis**. **Esse é o primeiro passo para a construção da solidariedade**. (LOPES & D'AMBRÓSIO, 2017, p.296, grifos nossos)

ATIVIDADE 2

Buscar notícias relacionadas ao território onde sua escola/instituição está localizada.

(Vamos discutir algumas no dia 12/01)

Link: <https://forms.gle/QbLEFmgcCK2Q4riF8>

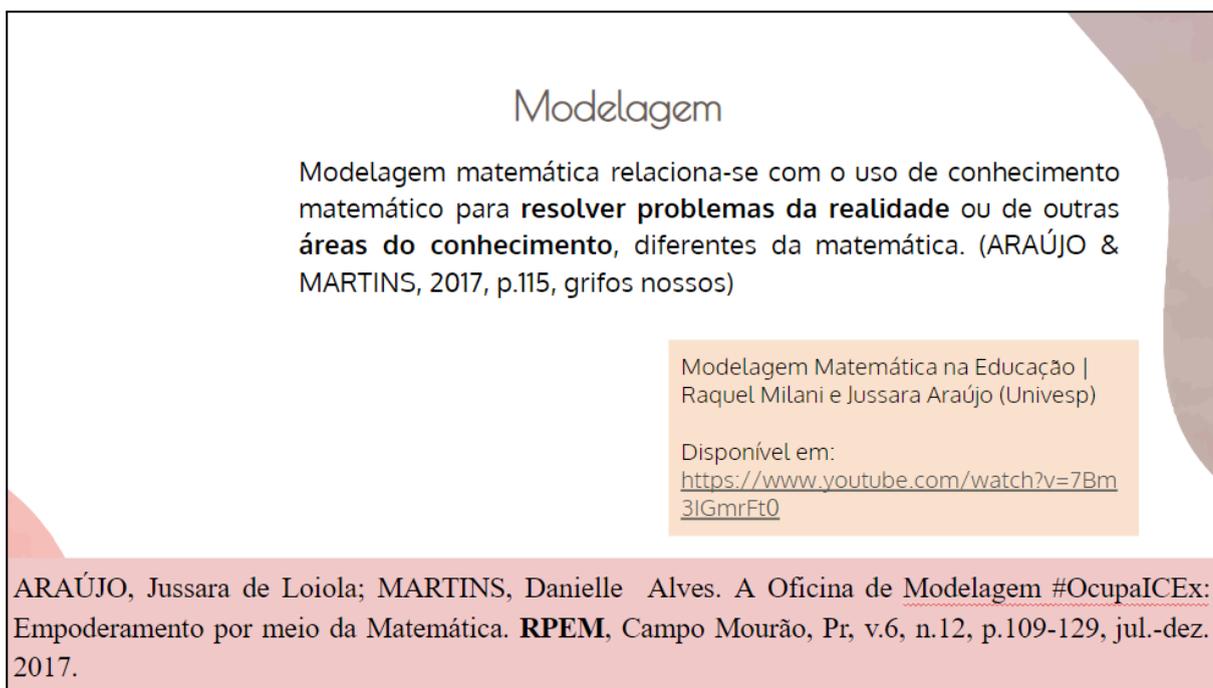


Tabela 3: Salários mínimos reais (R) e salários mínimos segundo a PEC55 (P)

Ano	R	P
1998	R\$ 130,00	
1999	R\$ 136,00	R\$ 134,25
2000	R\$ 151,00	R\$ 138,80
2001	R\$ 180,00	R\$ 147,46
2002	R\$ 200,00	R\$ 158,07
2003	R\$ 240,00	R\$ 169,83
2004	R\$ 260,00	R\$ 196,12
2005	R\$ 300,00	R\$ 207,82
2006	R\$ 350,00	R\$ 222,62
2007	R\$ 380,00	R\$ 231,57
2008	R\$ 415,00	R\$ 240,00
2009	R\$ 465,00	R\$ 254,18
2010	R\$ 510,00	R\$ 266,61
2011	R\$ 545,00	R\$ 279,52
2012	R\$ 622,00	R\$ 297,91
2013	R\$ 678,00	R\$ 312,39
2014	R\$ 724,00	R\$ 333,22
2015	R\$ 788,00	R\$ 354,75
2016	R\$ 880,00	R\$ 384,65

Fonte: As autoras

ARAÚJO, Jussara de Loiola; MARTINS, Danielle Alves. A Oficina de Modelagem #OcupaICEx: Empoderamento por meio da Matemática. **RPEM**, Campo Mourão, Pr, v.6, n.12, p.109-129, jul.-dez. 2017.

Modelagem Matemática e Educação Matemática Crítica

Desenvolver um projeto de modelagem orientado pela EMC significa, apoiando-me em Skovsmose (1994), fazê-lo de tal forma que ele **promova a participação crítica dos estudantes/cidadãos na sociedade**, discutindo questões políticas, econômicas, ambientais, nas quais a matemática serve como suporte tecnológico. (ARAÚJO, 2009, p.55, grifos nossos)

ARAÚJO, Jussara de Loiola. Uma Abordagem Sócio-Crítica da Modelagem Matemática: a perspectiva da educação matemática crítica. **ALEXANDRIA**: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis, v.2, n.2, p.55-68, jul. 2009.

Transformações no bairro do município de São Bernardo

Autoria: Professora Renata Marques da Silva de uma turma do 5º ano;

Seqüência didática com o objetivo de fazer com que os alunos identificassem as **transformações** ocorridas no bairro, no município de São Bernardo, e os **impactos sociais** que tais mudanças ocasionaram na vida da comunidade local.



Transformações no bairro do município de São Bernardo

- Começar com uma discussão sobre a notícia, pois muitos alunos foram impactados com essas desapropriações que ocorreram no bairro.
- Dividirei a turma em grupos para fazer uma pesquisa de campo para levantar os seguintes dados: tamanho da área que foi desapropriada, quantidade de casas e comércios que foram demolidos, quantidade de alunos que pediram transferência após a desapropriação dos imóveis, quantidade de casas e comércios que tem previsão de serem demolidos, quantidade de moradores que aprovam ou são contra a desapropriação, etc.
- Cada grupo apresentará os dados coletados e juntos faremos a tabulação e gráficos para ilustrar os resultados coletados e faremos a análise através de problematizações.
- A partir dos dados, abriremos uma discussão acerca dos impactos que esta mudança trouxe para a comunidade.

Transformações no bairro do município de São Bernardo

- Tentaremos entrevistar um morador que tenha perdido a moradia (isso será possível porque alguns são familiares dos alunos) abordando questões acerca dos danos materiais e afetivos.
- Em grupo e com orientação dos professores (polivalente/artes/informática) os alunos construirão uma maquete com lego mostrando o entorno da escola antes da desapropriação e outra mostrando após a desapropriação. Esta maquete ficará exposta no hall da escola a fim de sensibilizar a todos sobre o problema no entorno.
- Após, faremos uma pesquisa na biblioteca e na sala de informática para verificarmos as mudanças ocorridas no entorno da escola na última década consultando mapas, livros, jornais.

Projeto Mar de Lama, Modelagem e Vídeos

Matemática - "Instituto de Física" - IME-USP

Mesa Redonda 1: "Modelagem Matemática e Festivais de Vídeos Digitais"

Prof. Ademir Caldeira (UFSCar) Profa. Petrina Avelar (UJEMG) Mediator - Prof. Júlio Valle (IME-USP)

26 de outubro - das 10h às 11h40min

ime.usp.br/caem [/caem.imeusp](https://www.facebook.com/caem.imeusp) [@caem_ime_usp](https://www.instagram.com/caem_ime_usp)

<https://m.youtube.com/watch?v=2QYdMz3blbc>

Temas geradores para modelar



Temas geradores para modelar



Temas geradores para modelar



Etnomatemática

Etnomatemática

Ubiratan D'Ambrosio (1932-2021):

- Educador matemático brasileiro;
- Concebe a etnomatemática em 1986;
- Fundador do International Study Group

on Ethnomatematics (ISGEm).



Em 1984, João Carlos Borsato desenvolve um dos primeiros trabalhos de etnomatemática como prática pedagógica.



Imagem: <http://isabelamatematicando.blogspot.com>

○ que é a Etnomatemática?

Programa de pesquisa que procura **entender o saber/fazer** matemático ao longo da história da humanidade, contextualizado em diferentes grupos de interesse, comunidades, povos e nações (D'AMBROSIO, 2020).

Características do saber/fazer matemático de cada indivíduo:

- Observam;
- Classificam;
- Quantificam;
- Organizam;
- Avaliam;
- Inferem;
- Comparam.

Projeto Etnomatemática e as possibilidades pedagógicas num curso de alfabetização para trabalhadores rurais assentados

Em sua pesquisa a autora relata um diálogo com o Sr. Zé do Pito, responsável pela divisão da conta de luz de uma bomba de água que usava conjuntamente com outras famílias na irrigação de suas roças.

Ele explicou como era feita a divisão do valor da conta:

Eu pego a conta, pego o valor comum (taxa básica) e divido entre os que usaram. Depois, o que sobrou eu divido conforme cada um pode pagar. Se alguém teve prejuízo e outro lucro, então aquele que teve lucro paga uma parcela um pouco maior e em seguida passou a fazer o cálculo.

MONTEIRO, Alexandrina. A Etnomatemática em cenários de escolarização: alguns elementos de reflexão. **Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v. 10, n. 1, p. 93-108, jan./jun. 2002.

Etnomatemática e a culinária



Disponível em:
<https://www.youtube.com/watch?v=LL4Z5cktPig>

Quebra quilos - Uma revolta diferente



Disponível em:
<https://www.youtube.com/watch?v=dzfkYp-NQYY>

Projeto Etnomatemática e as práticas das cozinheiras na preparação da merenda escolar

- 1) Como vocês controlam as quantidades de óleo (azeite) nas frituras e no preparo de cada uma das refeições que são preparadas para as crianças?
- 2) Como vocês controlam a quantidade de sal? Tem uma quantia certa para cada quilo ou para cada tipo de alimento?
- 3) E as quantias de água, têm uma medida certa? Como fazem quando falta?

OGLIARI, Lucas Nunes; Bello, Samuel Edmundo Lopez. Práticas da cozinha de merendeiras escolares: Textos e contextos etnomatemáticos. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática: perspectivas socioculturales de la Educación Matemática**. San Juan de Pasto, Colômbia, v. 10, n. 3, p. 19-38, out. 2017.

Projeto Etnomatemática e as práticas das cozinheiras na preparação da merenda escolar

A partir dos relatos das cozinheiras é possível destacar algumas palavras e/ou frases que remetem a proporções e medidas:

- a) no olho; b) uma volta na panela e uma tira de óleo;
- c) colher de sopa rasa (sal); d) pitada; e) cabo de uma colher de chá;
- f) pegada de uma quantidade que caiba na ponta dos dedos polegar, indicador e médio unidos; g) dois dedos acima da superfície do alimento;
- h) pequena panela do tipo leiteira.

Projeto Etnomatemática e as práticas das cozinheiras na preparação da merenda escolar

Estudos de etnomatemática ajudaram a esclarecer que a matemática está em todos os processos de ensino e aprendizagem como parte do processo de enculturação. Quando algumas técnicas, digamos, de construção de casa, são passadas para a geração seguinte, nós também estamos testemunhando um processo de educação matemática. (SKOVSMOSE, 2007, p.48)

SKOVSMOSE, Ole. **Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade.** Tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

Projeto Etnomatemática e as práticas das cozinheiras na preparação da merenda escolar

Pitadas	Gramas
1	0,27
2	0,28
3	0,29
4	0,28
Média	0,28



Pitada com os dedos



“Dentre as distintas maneiras de fazer e de saber, algumas privilegiam comparar, classificar, quantificar, medir, explicar, generalizar, inferir e, de algum modo, avaliar. Falamos então de um saber/fazer matemático na busca de explicações e de maneiras de lidar com o ambiente imediato e remoto. Obviamente, esse saber/fazer matemático é contextualizado e responde a fatores naturais e sociais” (...) “O cotidiano está impregnado dos saberes e fazeres próprios da cultura. A todo instante, os indivíduos estão comparando, classificando, quantificando, medindo, explicando, generalizando e, de algum modo, avaliando usando os instrumentos materiais e intelectuais que são próprios à sua cultura”.

(D’AMBROSIO, 2001, p. 22)

Quando “matematizamos”?



JOGAR
DESENHAR/REPRESENTAR
CONTAR
ESTIMAR
SE LOCALIZAR
MEDIR/COMPARAR
RELACIONAR/INFERIR
BUSCAR REGULARIDADES/PADRÕES
CLASSIFICAR/CATEGORIZAR
ORGANIZAR
MODELAR
SISTEMATIZAR

Todos esses são modos próprios de se entender e de se projetar sobre o mundo, revelando especificidades próprias de cada cultura.



Exemplos de Projetos

Fazer maquetes da casa. Aí entram cálculo de área (paredes, janelas), volume, e o que é mais importante, escalas (razões e proporções).

Este é um exemplo da Etnomatemática de um grupo profissional. Neste caso, pedreiros/mestres de obras, construtores, engenheiros, arquitetos.

QUESTÃO IMPORTANTE: analisar como foi a formação desses profissionais.

Ubiratan D'Ambrosio ubi@usp.br
Palestra em PINDA 2017

22



Visitar uma comunidade (casa, bairro, aldeia, fábrica, loja, prática profissional, ...) e identificar os componentes matemáticos no fazer/saber dos membros dessa comunidade, no seu cotidiano ou, a mais longo prazo, no planejamento do grupo, e anotar, usando tabelas e gráficos, as observações.

Em seguida, tirar conclusões de natureza social, interpretando os dados matemáticos anotados.

Ubiratan D'Ambrosio ubi@usp.br
Palestra em PINDA 2017

24



ENTREVISTAS.

Entrevistar de 5 a 10 indivíduos (escolhidos aleatoriamente) na família, no bairro, na comunidade, na cidade procurando saber:

- a) como lidam com as contas (luz, água, banco);**
- b) se, ao comprar em prestações, percebem quanto a mais vão pagar em juros;**
- c) como decidem sobre compras de produtos nos mercados, se analisam a relação quantidade/preço.**

Ubiratan D'Ambrosio ubi@usp.br
Palestra em PINDA 2017

25





○ que são *geotecnologias*?

Geotecnologia é um termo genérico que abrange **vários tipos de tecnologias** que envolvem a **linguagem cartográfica**, o uso e a análise espacial de **dados geográficos**, além do seu compartilhamento.

Trata-se, portanto, de um conjunto de tecnologias para coleta, processamento, análise e disponibilização de informação geográfica, podendo envolver soluções em dispositivos (hardwares) e aplicativos (softwares) conjugados para que usuários possam se beneficiar de diversas funcionalidades.

Fernando Luiz de Paula Santil
Claudionor Ribeiro da Silva
Daniel Mill

Exemplos de geotecnologias



Google Earth



Google Maps



Utm Geo map

<https://www.youtube.com/watch?v=00A5qiM7aO4>

Exemplos de geotecnologias



Ifood



Waze



Uber

A bicicleta na cidade de São Paulo



A bicicleta na cidade de São Paulo

- Quantas pessoas da sala andam de bicicleta?
- Considerando o número de pessoas que andam de bicicleta, verifique quantas são do gênero masculino e quantas são do gênero feminino?
- Será que as informações obtidas são uma boa amostra de como a cidade de São Paulo é com relação a bicicleta?

A bicicleta na cidade de São Paulo

Ciclocidade - 2016

A Ciclocidade é uma **associação sem fins lucrativos**, que tem como missão contribuir para a construção de uma cidade mais sustentável, baseada na igualdade de acesso a direitos, promovendo a mobilidade e o uso da bicicleta como instrumento de transformação.



Disponível em:

<https://www.ciclocidade.org.br/biblioteca/pesquisa-ciclocidade/file/106-pesquisa-perfil-de-quem-usa-bicicleta-na-cidade-de-sao-paulo-apresentacao>. Acesso em: 01 mai. 2021.

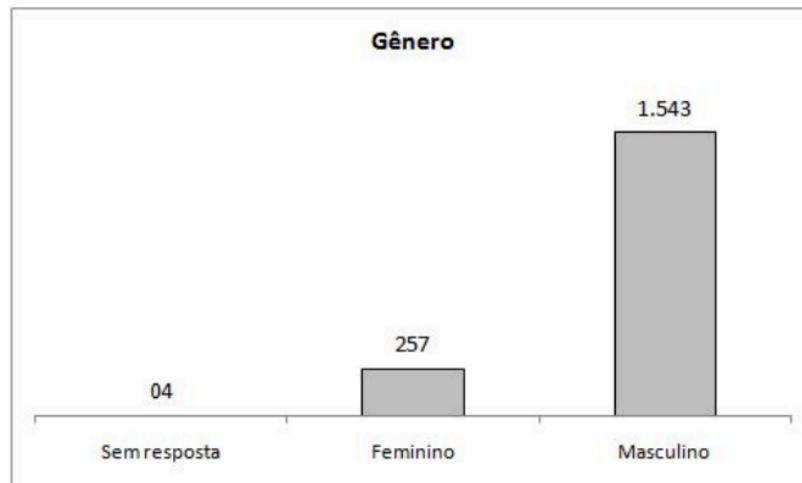
A bicicleta na cidade de São Paulo

O que poderíamos perguntar para traçar um perfil dos ciclistas?

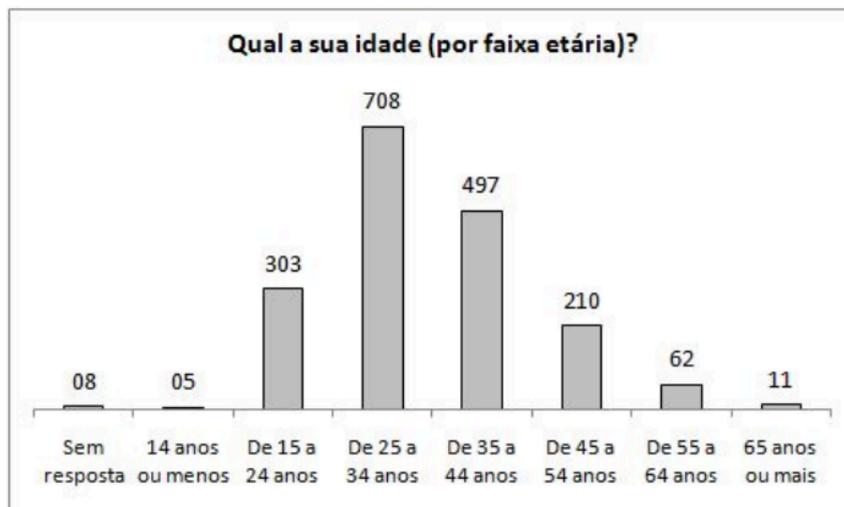
- Idade
- Gênero
- Quanto tempo faz que usa a bicicleta
- Quais dias da semana usa a bicicleta
- Quantos dias da semana usa a bicicleta
- Possui bicicleta ou utiliza bicicletas públicas?

A bicicleta na cidade de São Paulo

Dez pesquisadores voluntários **abordavam pessoas que estavam andando de bicicleta na rua** para aplicar um questionário, que **só podia ser respondido por pessoas que afirmaram usar a bicicleta como meio de transporte pelo menos uma vez na semana**. A pesquisa foi feita nos horários entre 6h e 12h e 16h e 20h, entre os dias 10 e 28 de agosto, sempre em dias úteis da semana. Ao todo, houve **1.804 respostas**.



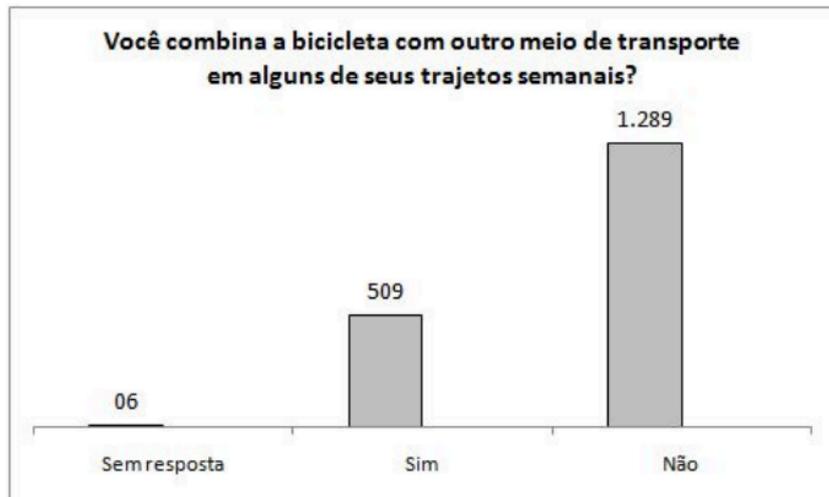
Fonte: Ciclocidade 2016.



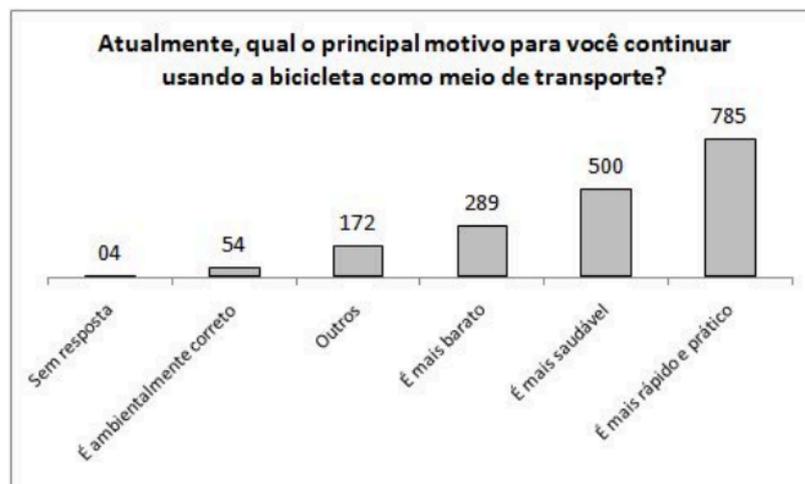
Fonte: Ciclocidade 2016.



Fonte: Ciclocidade 2016.



Fonte: Ciclocidade 2016.



Fonte: Ciclocidade 2016.



Fonte: Ciclocidade 2016.

A pesquisa de Marina Kohler Harkot: A bicicleta e as mulheres



De bicicleta até a escola

- Quanto tempo você gastaria para chegar de bicicleta até a escola?
- Quem da sala levaria mais tempo? E menos?
- Qual distância seria percorrida?
- É seguro ir de bicicleta da sua casa à escola? Há ciclovias?
- O quanto você poderia economizar se trocasse o transporte que utiliza atualmente pela bicicleta?



Alguns sites

Instituto brasileiro de geografia e estatística (IBGE):

<https://www.ibge.gov.br/>

Sistema de consulta do mapa digital da cidade de São Paulo (Geosampa):

http://geosampa.prefeitura.sp.gov.br/PaginasPublicas/_SBC.aspx

Simulador de impactos ambientais da ANTP:

<http://www.antp.org.br/simulador/impactos-ambientais/>

Territorial: Ambientes educativos inspiram novas aprendizagens

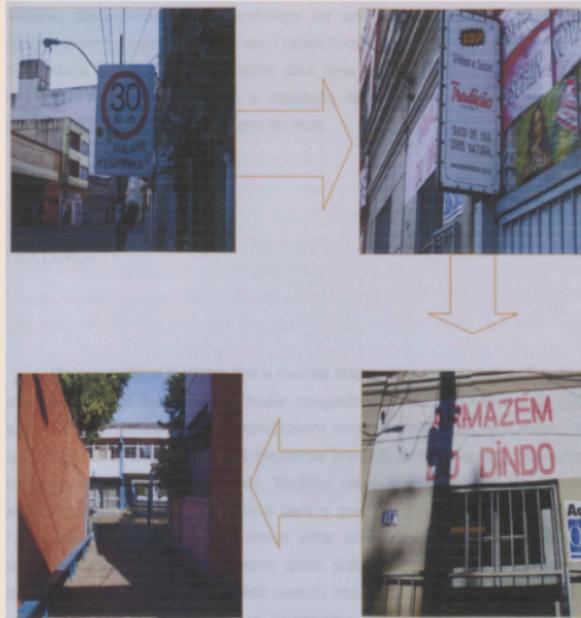


<https://www.youtube.com/watch?v=BWWepHUsPy8&t=311s>

A fotografia como
recurso

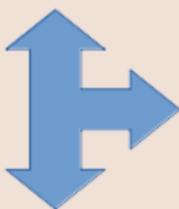


“O caminho até a
escola” de Vanessa
Félix dos Santos (2009)



Mostra de Fotografias

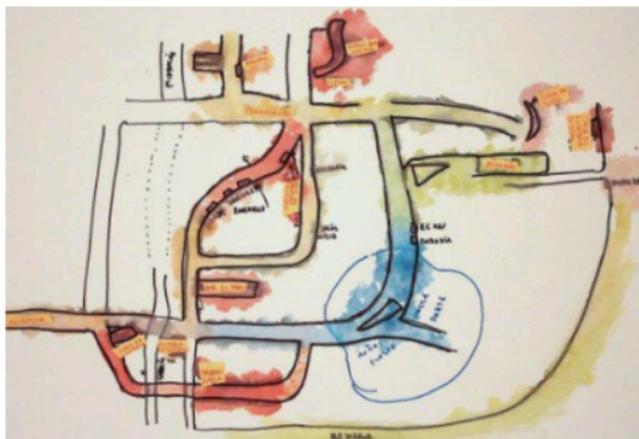
Como explorar os percursos no território para ensinar matemática?



Mapas e problemas de percurso

Cartografia Colaborativa

Mapas afetivos



- Como nos sentimos quando transitamos pelo território?
- Como é o trajeto até a escola e o que sentimos quando o percorremos?

Caso queira aprofundar:
<https://www.agendapublica.org.br/mapa-afetivo-tapira/>

Atividade 03

Sequência didática

Vamos construir a partir do que vimos?

<https://docs.google.com/document/d/1WauTwFlnOU8j1ApAi6fxit7USZC4jiiG/edit?usp=sharing&ouid=101053736109434811136&rtpof=true&sd=true>

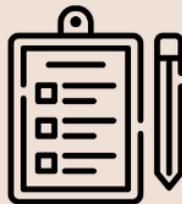
ATIVIDADE 3

- Escolher um recorte/foco do território escolar/institucional ;
- Escolher uma ou duas abordagens pedagógicas apresentadas durante o minicurso;
- Elaborar uma sequência didática articulando as duas abordagens pedagógicas escolhidas para tratar de um tema/conteúdo de matemática a partir do território.

Para concluir...

O Tejo é mais belo
que o rio
que corre pela
minha aldeia,
Alberto Caeiro
(Fernando Pessoa)

O Tejo é mais belo que o rio que corre pela minha aldeia,
Mas o Tejo não é mais belo que o rio que corre pela minha
aldeia
Porque o Tejo não é o rio que corre pela minha aldeia,
O Tejo tem grandes navios
E navega nele ainda,
Para aqueles que vêem em tudo o que lá não está,
A memória das naus.
O Tejo desce de Espanha
E o Tejo entra no mar em Portugal.
Toda a gente sabe isso.
Mas poucos sabem qual é o rio da minha aldeia
E para onde ele vai
E donde ele vem.
E por isso, porque pertence a menos gente,
É mais livre e maior o rio da minha aldeia.
Pelo Tejo vai-se para o Mundo.
Para além do Tejo há a América
E a fortuna daqueles que a encontram.
Ninguém nunca pensou no que há para além
Do rio da minha aldeia.
O rio da minha aldeia não faz pensar em nada
Quem está ao pé dele está só ao pé dele.



Questionário

Link: <https://forms.gle/CA36ZMtL2IU5kiTNA>

Referências bibliográficas

ARAÚJO, Jussara de Loiola; MARTINS, Danielle Alves. A Oficina de Modelagem #OcupaCEX: Empoderamento por meio da Matemática. **RPEM**, Campo Mourão, Pr, v.6, n.12, p.109-129, jul.-dez. 2017.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática- elo entre as tradições e a modernidade**. . 6. ed., Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

KOGA, Dirce. Aproximações sobre o conceito de território e sua relação com a universalidade das políticas sociais. **Serviço Social em Revista**, Londrina, v. 16, n. 1, p. 30-42, 26 dez. 2013.

LOPES, Celi Aparecida Espasandin; D'AMBROSIO, Beatriz Silva; CORRÊA, Solange Aparecida. Atos de insubordinação criativa promovem a ética e a solidariedade na educação matemática. **Zetetike**, Campinas, v. 24, n. 3, p. 287-300, 20 jan. 2017.

MONTEIRO, Alexandrina. A Etnomatemática em cenários de escolarização: alguns elementos de reflexão. **Reflexão e Ação**, Santa Cruz do Sul, v. 10, n. 1, p. 93-108, jan./jun. 2002.

Referências bibliográficas

OGLIARI, Lucas Nunes., Bello, Samuel Edmundo Lopez. Práticas da cozinha de merendeiras escolares: Textos e contextos etnomatemáticos. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática: perspectivas socioculturales de la Educación Matemática**. San Juan de Pasto, Colômbia, v. 10, n. 3, p. 19-38, out. 2017.

PONTE, João Pedro da. Investigar, Ensinar e Aprender. **Actas do ProfMat** (CD-ROM, p. 25 – 39). Lisboa: APM, 2003.

SANTIL, F. L. P.; SILVA, C. R.; MILL, D. Geotecnologias e sua aplicação pedagógica: reflexões propositivas. In: **Luzes sobre as Estratégias Pedagógicas com Tecnologias Digitais: uma visão propositiva**. 1 ed. São Carlos: SEaD, 2021, v.5, p. 293-314.

SKOVSMOSE, Ole. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, Ole. **Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade**. Tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.