

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA  
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**

**RENATA DINIZ RAMOS**

**O diálogo e o território em aulas de matemática:  
contribuições da Educação Matemática Crítica**

**São Paulo  
2024**

RENATA DINIZ RAMOS

**O diálogo e o território em aulas de matemática:  
contribuições da Educação Matemática Crítica**

Versão original da dissertação apresentada ao Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Mestre em Ciências pelo Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (MPEM-IME-USP), na área de concentração Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Júlio César Augusto do Valle.

**São Paulo**  
2024

## AGRADECIMENTOS

Agradecer, de acordo com o dicionário, significa expressar gratidão ou reconhecimento por algo que foi feito, recebido ou experimentado. Acredito que este trabalho traz contribuições das experiências da Educação Básica e Superior, desde o início da carreira profissional até as descobertas feitas durante a pós-graduação.

Agradeço a Deus por sempre guiar meus passos, concedendo-me saúde e sabedoria para enfrentar os desafios encontrados no dia a dia.

Aos meus pais, Eduardo e Maria Cristina e meu irmão, Ricardo, que acreditam em mim e nos meus sonhos, compreendendo minha ausência em alguns momentos.

Ao meu noivo, Raphael, agradeço por seu apoio e por acreditar em meu potencial.

Ao Júlio Cesar Augusto do Valle, orientador deste trabalho. Agradeço pela oportunidade desta orientação, pela dedicação, tempo, cuidado e paciência. A sabedoria que você possui é uma fonte constante de inspiração. Agradeço por compartilhá-la.

Às colegas Andressa Rubim e Marcela Visnadi, que contribuíram na realização dos cursos de formação continuada.

E por fim, agradeço às professoras Raquel Milani, Andreia Conrado e Ana Carolina Faustino pela atenção, cuidado com as leituras e contribuições neste trabalho.

## RESUMO

RAMOS, R. D. **O diálogo e o território em aulas de matemática**: contribuições da Educação Matemática Crítica. 2024. Dissertação (Mestrado) - Instituto de Matemática e Estatística. Universidade de São Paulo.

Neste texto apresenta-se a pesquisa desenvolvida com professores que participaram de cursos de formação continuada, em atividades relacionadas à investigação, cenários para investigação, diálogo e território. A análise de dados consistiu em uma abordagem qualitativa, que se inspirou em elementos da pesquisa-ação. A pesquisa tem como objetivo reconhecer, compreender e evidenciar modos como o território pode potencializar o diálogo em aulas de matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica. Realizamos uma revisão teórica para entender as perspectivas dos autores de Educação Matemática sobre a Educação Matemática Crítica, diálogo e território. A análise das produções dos professores concentrou-se nas contribuições dos docentes que participaram do 21º Encontro USP-Escola, cuja temática foi “Matemática e Território: perspectivas críticas e abordagens para os anos iniciais”. Durante as atividades, notamos que os professores se inspiraram em exercícios, utilizaram o livro didático e enfrentaram desafios na elaboração de uma sequência didática com características investigativas e dialógicas. Desenvolvemos um cenário que inclui atividades investigativas com a temática ambiental, enfatizando a presença do diálogo em diferentes territórios. Buscou-se uma temática que enfatiza o cenário para investigação que pode ser desenvolvido em diferentes contextos e enriquecidos com as características dos diferentes territórios, proporcionando aos professores a oportunidade de se apropriarem e se inspirarem para criar suas próprias práticas pedagógicas.

**Palavras-chave:** Diálogo; Educação dialógica; Território; Educação Territorialmente referenciada; Educação Matemática Crítica.

## ABSTRACT

RAMOS, R. D. **Dialogue and territory in mathematics classes:** contributions of Critical Mathematics Education. 2024. Dissertation (Master's) - Institute of Mathematics and Statistics. University of São Paulo.

This text presents the research developed with teachers who participated in continuing training courses, in activities related to research, scenarios for investigation, dialogue and territory. Data analysis consisted of a qualitative approach, which was inspired by elements of action research. The research aims to recognize, understand and highlight ways in which the territory can enhance dialogue in mathematics classes from the perspective of Critical Mathematics Education. We conducted a theoretical review to understand the perspectives of the authors of Mathematics Education on Critical Mathematics Education, dialogue and territory. The analysis of the teachers' productions focused on the contributions of the teachers who participated in the 21st USP-School Meeting, whose theme was "Mathematics and Territory: critical perspectives and approaches for the early years". During the activities, we noticed that the teachers were inspired by exercises, used the textbook and faced challenges in the elaboration of a didactic sequence with investigative and dialogical characteristics. We developed a scenario that includes investigative activities with environmental themes, emphasizing the presence of dialogue in different territories. We sought a theme that emphasizes the scenario for investigation that can be developed in different contexts and enriched with the characteristics of different territories, providing teachers with the opportunity to appropriate and be inspired to create their own pedagogical practices.

**Keywords:** Dialogue; Dialogic education; Territory; Territorially Referenced Education; Critical Mathematics Education.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

### FIGURAS

Figura 1 - Construindo um galinheiro .....	25
Figura 2 - Nuvem de palavras com as respostas dos participantes do GT .....	34
Figura 3 - Coronavírus e Vitória-Régias: Entendendo a Curva Exponencial do Coronavírus.....	38
Figura 4 - Vídeo Mar de Lama - Modelagem na Educação Matemática .....	39
Figura 5 - Capa do Curso.....	49
Figura 6 - Organização da formação referente aos momentos síncronos.....	50
Figura 7 - Organização das atividades referente aos momentos assíncronos.....	51
Figura 8 - Respostas dos professores da atividade 1 .....	55
Figura 9 - Notícia de jornal (on-line).....	72
Figura 10 - Exemplo 1 de notícia .....	76
Figura 11 - Exemplo 2 de notícia .....	77
Figura 12 - Exemplo 3 de notícia .....	77
Figura 13 - Bairro onde a Escola está localizada no ano de 2009 .....	78
Figura 14 - Bairro onde a Escola está localizada no ano de 2023 .....	79

### QUADROS

Quadro 1- Ambientes de aprendizagem.....	21
Quadro 2 - Atividade envolvendo o trânsito entre os ambientes de aprendizagem .	23
Quadro 3 - Panorama geral dos cursos de formação.....	43
Quadro 4 - Notícias selecionadas da atividade 2 .....	58
Quadro 5 - Sequência didática realizada pela Professora C.....	66

## SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA.....	7
2 OBJETIVOS.....	13
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	14
3.1 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA: CONCEITO E CONTRIBUIÇÕES.....	14
3.2 O DIÁLOGO EM AULAS DE MATEMÁTICA .....	25
3.3 O TERRITÓRIO COMO CONTEXTO PARA O TRABALHO PEDAGÓGICO.....	32
3.4 O DIÁLOGO EM AULAS DE MATEMÁTICA A PARTIR DO OU SOBRE O TERRITÓRIO .....	37
4 METODOLOGIA .....	41
4.1.1 Minicurso (projeto piloto): “Matemática e território: perspectivas críticas e abordagens para os anos iniciais” .....	46
4.1.2 Curso: “Matemática e Território: perspectivas críticas e abordagens para os anos iniciais” .....	48
4.1.3 Curso: Oficina “Etnomatemática e territórios educativos” .....	52
5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DAS ATIVIDADES .....	55
5.1 ALGUMAS CONCEPÇÕES DOS PROFESSORES SOBRE A PALAVRA TERRITÓRIO .....	55
5.2 CARACTERIZAÇÃO DO TERRITÓRIO E O USO DAS NOTÍCIAS POR PARTE DO PROFESSORES.....	57
5.3 INTERDISCIPLINARIDADE .....	61
5.4 CONCEPÇÃO DE CONVITE PARA O DIÁLOGO .....	62
6 UMA POSSIBILIDADE DE CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO E O DIÁLOGO EM AULAS DE MATEMÁTICA A PARTIR DO TERRITÓRIO.....	75
CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	81
REFERÊNCIAS .....	84

## 1 INTRODUÇÃO E JUSTIFICATIVA

Início a introdução compartilhando um pouco sobre minha trajetória pessoal e profissional, o que me conduzirá ao esclarecimento das influências e contribuições que esta pesquisa pode trazer. Sempre tive afinidade com a matemática, mas foi durante o Ensino Médio, incentivada por um professor, que comecei a considerar a possibilidade de me tornar professora. Assim, dei início à minha trajetória acadêmica em fevereiro de 2005 ao ingressar na Universidade Estadual Paulista (UNESP), no campus de Presidente Prudente (SP), onde me matriculei no curso de Licenciatura em Matemática.

No final de 2006, solicitei minha transferência para o mesmo curso, porém no campus de Guaratinguetá (SP), com o intuito de ficar mais próxima dos meus familiares que residem na região do Vale do Paraíba. Em 2009, durante meu último ano de graduação, comecei a lecionar em uma escola de tempo integral no município de Taubaté (SP). Como estagiária ministrava a disciplina Estudos em Matemática, meu objetivo era cultivar o hábito de estudo nos alunos por meio de uma rotina diária, na qual realizavam as tarefas de casa e estudavam utilizando estratégias diferenciadas. Essas atividades eram desenvolvidas no contraturno, proporcionando-me a oportunidade de trabalhar com alunos de faixa etária entre 6 e 15 anos.

Apesar de enfrentar desafios relacionados ao interesse dos alunos, ocasionalmente desviando do conteúdo do livro didático, eu buscava implementar atividades diversificadas que não apenas abordassem os conceitos matemáticos, mas também estabelecessem conexões com o território local e suas realidades.

Na mesma escola desenvolvi meu trabalho de conclusão de curso numa turma do 9º ano do Ensino Fundamental com intuito de pensar na necessidade de envolver a matemática e o meio ambiente. O tema escolhido abordou a relevância da questão ambiental, incluindo a análise das áreas verdes, as possíveis causas do desmatamento e sua relação com o entorno escolar, especialmente o número de moradores ao redor da escola.

Nesse contexto, a Modelagem Matemática foi a principal ferramenta utilizada para desenvolver atividades que não apenas ensinassem conceitos matemáticos, como porcentagem, regra de três, área de figuras planas e escala, mas também estimulassem uma reflexão crítica sobre o problema do desmatamento.



Reconhecendo as consequências negativas desse processo, como o aumento do dióxido de carbono na atmosfera, o agravamento do aquecimento global, a destruição do habitat animal e a poluição, os alunos foram incentivados a pensar em soluções e ações que pudessem contribuir para a conscientização e a preservação ambiental.

Para isso, foram planejadas cinco atividades didáticas que relacionavam diretamente a matemática ao problema do desmatamento e reflorestamento da cidade de Taubaté (SP). Esse trabalho, realizado no contexto da escola, refletiu meu entendimento inicial sobre Modelagem Matemática e sua aplicação na temática ambiental. Analisando minha prática pedagógica ao longo dos anos, percebi que, sem estar consciente disso na época, já havia adotado uma abordagem territorialmente referenciada. Foi somente mais tarde, ao entrar em contato com o conceito de território, que reconheci essa dimensão em minha própria prática.

Após concluir a graduação em dezembro de 2009, comecei minha trajetória como professora de matemática para duas turmas do 5º ano das séries iniciais do Ensino Fundamental. Essa experiência não foi apenas um marco na minha carreira profissional, mas também uma fase de intenso aprendizado e crescimento pessoal. Enfrentando os desafios comuns a educadores recém-formados, como a adaptação ao ambiente escolar e a aplicação prática dos conhecimentos teóricos adquiridos durante a formação acadêmica, busquei constantemente estratégias eficazes para promover um ensino significativo e engajador para os alunos.

Lidar com turmas de 5º ano revelou-se uma tarefa desafiadora e gratificante. Foi necessário desenvolver habilidades de gestão de sala de aula, entender as necessidades individuais dos alunos e criar métodos de ensino que facilitassem a compreensão de conceitos matemáticos fundamentais. Além disso, a interação diária com as crianças proporcionou uma compreensão mais profunda do papel do educador como mediador do conhecimento e agente transformador na vida dos estudantes.

A experiência também ressaltou a relevância da formação continuada, impulsionando-me a buscar constantemente novas técnicas e abordagens pedagógicas para aprimorar minha prática docente. Essa vivência despertou em mim a motivação para buscar novos conhecimentos, o que me levou a ingressar no curso de Licenciatura em Pedagogia e me formar em 2018.

Com o passar dos anos, acumulei 10 anos de experiência como professora, e minha compreensão sobre a importância do conceito de território como uma ferramenta conceitual foi se aprofundando. Percebi que esse conceito não só influencia a compreensão das relações entre matemática e meio ambiente, mas também é importante para a análise e ação no contexto educacional.

Motivada pelo desejo de ampliar e aprofundar meus conhecimentos matemáticos, especialmente relacionados à Educação Matemática, decidi realizar a prova de ingresso para o programa de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática (MPEM) no IME-USP. Esta foi uma oportunidade para expandir meu entendimento e aplicação desses conceitos no ambiente educacional, contribuindo ainda mais para o desenvolvimento acadêmico e profissional na área da Educação Matemática.

Assim que fui selecionada, cursei uma disciplina do programa do mestrado: "Matemática nos Currículos da Educação Básica", ministrada pela professora Iole de Freitas Druck. No decorrer das aulas, tive a oportunidade de assistir a uma palestra conduzida pelo professor Júlio César Augusto do Valle. Em sua apresentação, intitulada "A partir da sociedade que desejamos, como deverá ser o currículo?", o professor compartilhou sua experiência como Secretário da Educação do Município de Pindamonhangaba (SP), localizado na região do Vale do Paraíba. Ele discutiu os projetos desenvolvidos pelos professores da rede de ensino, todos fundamentados no contexto local, em suas características geográficas, e nas necessidades das comunidades locais de cada bairro que constitui a cidade, ou seja, a partir de seus diferentes territórios.

Essa palestra foi um marco significativo para mim, pois despertou um interesse em trabalhos que exploram essa abordagem temática. Especificamente, comecei a refletir sobre como poderia contribuir para a formação de professores, inspirando-os a desenvolver práticas pedagógicas que valorizam o contexto local e promovem uma educação mais significativa.

Os estudos na área de Educação Matemática têm revelado que as dificuldades de aprendizagem podem surgir da falta de interações propositivas, significativas, entre professores e alunos durante as atividades escolares, seja no uso de recursos ou no ensino tradicional. Em outras disciplinas e ao revisar trabalhos de colegas, fui apresentada às ideias defendidas pela Educação Matemática Crítica,

especialmente sobre o diálogo e os cenários para investigação propostos por Ole Skovsmose. Conhecer essas ideias não apenas aprofundou meu interesse no trabalho pedagógico de ensino de matemática, mas também destacou a importância de práticas como ouvir o raciocínio dos alunos, fazer perguntas e incentivar o diálogo sobre conceitos, como ressaltado por Raquel Milani (2017).

A dificuldade da escuta na escola dita tradicional está na falta de comunicação entre ambos. Como Alrø e Skovsmose (2010) argumentam, estudos centrados no professor preservam o surgimento do padrão “sanduíche” de comunicação, que ressalta a existência de uma autoridade em sala de aula em que o professor conhece as respostas e através de um monólogo espera que os alunos adivinhem. Nesse modelo, segundo Alrø e Skovsmose (2010), há uma tendência de que o professor explique algumas ideias e técnicas matemáticas, na maioria das vezes de acordo com um livro-texto e na sequência, os alunos realizam exercícios pela aplicação das técnicas apresentadas, e aguardam as respostas para conferência.

Observa-se que na maioria das aulas as características do ensino tradicional são centradas no professor, com carteiras alinhadas e com muitas resoluções de exercícios. Skovsmose (2014) sistematiza sua crítica ao que acontece no paradigma do exercício em que não há momentos de discussão e abertura para possibilidades de investigação. Como alternativa, o mesmo autor propõe os cenários para investigação com intervenções que procuram envolver os estudantes em uma atividade de pesquisa, descoberta e investigação nas aulas de matemática. A principal ideia é provocar os participantes de modo que se interessem em explorar o terreno, questionar e formular as próprias perguntas. Quando exploramos o terreno estabelecemos uma relação conceitual com a ideia de território que pode enriquecer e estimular o diálogo com os alunos. Assim, “(..) um cenário para a investigação é um terreno sobre o qual as atividades de ensino-aprendizagem acontecem” (SKOVSMOSE, 2014, p. 45).

Estamos diante de algumas preocupações da Educação Matemática Crítica como a falta de diálogo e de proporcionar uma aprendizagem sem receitas prontas, fórmulas e mais significativa para os alunos, nos lembra Skovsmose (2014).

Diante desse panorama, comecei a refletir sobre as seguintes questões: quais são os desafios dos professores polivalentes que ensinam matemática nos Anos

Iniciais em relação ao diálogo? Como atribuir significado aos conteúdos ensinados? De que modo o diálogo entre professor-aluno pode contribuir para o aprendizado da matemática? O conceito de território pode ser mobilizado nesse processo de atribuição de significado? De que maneira (s) os territórios educativos podem favorecer o ensino da disciplina? Como a Educação Matemática Crítica e os Cenários para Investigação podem contribuir?

No contexto da educação nos Anos Iniciais, os professores polivalentes enfrentam desafios significativos ao ensinar matemática. Um dos principais obstáculos é a necessidade de estabelecer um diálogo eficaz com os alunos, garantindo que os conteúdos ensinados adquiram significado em suas vidas.

A atribuição de significado aos conteúdos matemáticos é essencial para o aprendizado significativo. Sem essa conexão com a realidade dos alunos, os conceitos tornam-se abstratos e descontextualizados, dificultando a compreensão e a motivação para aprender. O diálogo entre professor e aluno emerge como uma ferramenta fundamental nesse processo. Ao abrir espaço para trocas de ideias, questionamentos e reflexões, o diálogo possibilita a construção conjunta do conhecimento, tornando-o mais relevante e acessível.

Nesse sentido, o conceito de território pode ser mobilizado como uma estratégia para atribuir significado à matemática. Ao explorar situações e problemas que façam parte do contexto dos alunos, como questões relacionadas ao seu entorno, cultura e experiências cotidianas, os professores podem estabelecer conexões mais profundas entre os conteúdos matemáticos e a vida real dos estudantes.

Além disso, os territórios educativos oferecem ambientes propícios para o ensino da matemática. Ao integrar a disciplina ao contexto mais amplo da educação, os professores podem aproveitar recursos e oportunidades presentes no ambiente escolar para enriquecer o aprendizado.

Para superar esses desafios, a Educação Matemática Crítica emerge como uma proposta promissora, ao evidenciar abordagens possíveis desdobradas de um conjunto de preocupações sociopolíticas e ambientais. Ao promover a reflexão sobre a natureza da matemática e seu papel na sociedade, essa abordagem estimula uma visão mais ampla e crítica da disciplina, incentivando os alunos a questionarem, investigarem e se engajarem de forma mais significativa.

O uso de cenários para investigação nos dá subsídios para pensar em abordagens e metodologias de natureza mais ativa e participativa para o ensino de matemática. Ao propor superarmos o paradigma do exercício, conectado ao padrão “sanduíche”, esses cenários estimulam a curiosidade, a criatividade e o pensamento crítico dos alunos.

Diante desse panorama, surgiu a questão orientadora para minha pesquisa: como o território pode potencializar o diálogo em aulas de matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica? Essa pergunta não apenas reflete minhas experiências pessoais e profissionais, mas também aborda questões importantes na área da Educação Matemática e do ensino em geral. Ao explorar essa temática, busco contribuir para práticas pedagógicas mais contextualizadas, significativas e inclusivas, que promovam o aprendizado dos alunos.

## 2 OBJETIVOS

Assim, com a finalidade de responder à questão orientadora, remetemo-nos aos repertórios teóricos da Educação Matemática Crítica, por a reconhecer como tendência da Educação Matemática em que o diálogo desempenha papel fundamental. O objetivo geral é reconhecer, compreender e evidenciar modos como o território pode potencializar o diálogo em aulas de matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica. Com base no objetivo geral, têm-se como objetivos específicos:

- Apresentar e propor relações conceituais entre os Cenários para Investigação e o diálogo a partir do território ou sobre ele;
- Compreender as produções dos professores quando convidados a pensar numa aula de matemática baseada em investigação, diálogo e território a fim de enfatizar e discutir as relações antes propostas, para ampliar oportunidades de ações em sala de aula;
- Sistematizar e propor, considerando os resultados encontrados no estudo teórico e nos minicursos ministrados, práticas pedagógicas alinhadas com as preocupações sinalizadas;
- Compreender como o diálogo a partir do território ou sobre ele pode potencializar a atribuição de significado às aprendizagens nas aulas de matemática.

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, abordaremos os princípios teóricos e contribuições da Educação Matemática Crítica, destacando também as pesquisas realizadas por outros grupos, o conceito de território e do diálogo, bem como sua relevância no processo de aprendizagem da matemática. Além disso, exploraremos de que maneira as discussões dessas perspectivas estão integradas em contextos externos à sala de aula na área da Educação Matemática.

Uma das preocupações da Educação Matemática Crítica, segundo Skovsmose (2014), consiste em reconhecer a variedade de condições em que o ensino e a aprendizagem de matemática acontecem no mundo. A formação de sujeitos críticos “deve se basear em diálogos e discussões, o que talvez seja uma forma de fazer com que a aprendizagem seja conduzida pelos interesses dos alunos” (SKOVSMOSE, 2008, p. 10).

Ao pensarmos no diálogo, retomo a minha experiência como professora de matemática no Ensino Fundamental e no Ensino Médio, sempre atenta às inquietações dos alunos em relação ao estudo da disciplina. Quando levantamos questões com o objetivo de buscar explicações, os alunos se envolvem e demonstram interesse. A partir desse interesse estabelecemos uma comunicação que pode favorecer a aprendizagem. Os territórios por onde nossos alunos circulam diariamente podem se tornar um tema de interesse para investigação e para iniciar um diálogo. Estabelecer relações e reconhecer o espaço em que vivem são recursos que podem conectar o território a conceitos matemáticos por meio de atividades inclusive interdisciplinares.

#### 3.1 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CRÍTICA: CONCEITO E CONTRIBUIÇÕES

A Educação Matemática Crítica é um campo de pesquisa que aponta preocupações em relação à maneira como a Matemática é ensinada nas escolas. Ela não se limita a uma subárea da Educação Matemática e não se preocupa exclusivamente com metodologias, técnicas pedagógicas ou conteúdo. Ole Skovsmose<sup>1</sup> ministrou uma palestra intitulada "Aspectos Epistemológicos da

---

<sup>1</sup> Doutor em Educação Matemática, Royal Danish School of Educational Studies, Copenhagen, Dinamarca. Professor Emérito do Departamento de Aprendizagem e Filosofia, Universidade

Educação Matemática Crítica"<sup>2</sup>, na qual explorou os fundamentos e princípios dessa abordagem. Ele mencionou que essa abordagem se concentra nas preocupações relacionadas à sociedade, à Matemática e à própria Educação Matemática, Skovsmose (2020). Ao referir-se a essas três dimensões - sociedade, Matemática e Educação Matemática -, a abordagem crítica busca uma compreensão mais profunda e contextualizada da disciplina, visando promover uma Educação Matemática significativa e socialmente consciente.

Em suas considerações no texto "*Por que se ensina Matemática?*", D'Ambrósio (2000) também levanta questões importantes a respeito da Educação Matemática e a formação dos estudantes. Para ele, é necessário fundamentar "a prática educativa nos objetivos maiores da educação, que são essencialmente responder aos anseios do indivíduo e prepará-lo para a vida em sociedade, isto é, para a cidadania", (D'AMBRÓSIO, 2000, p. 2).

Isso implica em atender às necessidades de cada pessoa e fornecer ferramentas que permitam aos estudantes alcançarem seus objetivos e desenvolverem-se de maneira plena. Prepará-los para cidadania envolve desenvolver habilidades, conhecimentos e valores que contribuam para uma participação significativa na comunidade, promovendo o bem comum e o entendimento do papel de cada um como cidadão. Embora não tenha desenvolvido trabalhos pertinentes à Educação Matemática Crítica, e sim à Etnomatemática e à História da Matemática, citar Ubiratan D'Ambrosio, neste caso, nos ajuda a entender como tais preocupações reverberam no campo da Educação Matemática de maneira mais geral.

Ole Skovsmose apresenta a Educação Matemática Crítica com "o objetivo de se aproximar da educação crítica geral, ampliando as possibilidades de relação entre a Matemática e a sociedade, tendo tais teorias como inspiração" (MARCONE; MILANI, 2020, p. 262). O autor sugere uma abordagem pedagógica que vai além da simples transmissão de conhecimento matemático, buscando desenvolver habilidades e instigar questionamentos. Além disso, ressalta a necessidade de estabelecer conexões entre o conteúdo matemático e o contexto social. Demonstrar

---

de Aalborg, Aalborg, Dinamarca. Professor voluntário na Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" - Unesp, Rio Claro, SP, Brasil. Já publicou mais de 20 livros em vários idiomas e mais de uma centena de artigos em periódicos importantes na área de Educação Matemática.

2 A palestra foi ministrada em novembro de 2020 no XXIV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática (EBRAPEM) na versão on-line. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=micofSQHvAs&t=1s> Acesso em 10. out. 2023.



aos alunos como esses conceitos estão presentes na tomada de decisões evidencia que a matemática não é vista isoladamente, mas como uma ferramenta integrada ao contexto social e cultural.

Com base nas contribuições de Ole Skovsmose, Silva, Lima e Rodríguez (2021, p. 19) observam que a Educação Matemática Crítica possibilita a integração de conceitos relacionados ao ensino, tais como democracia, justiça social, equidade, relações de poder, inclusão, *foreground* dos estudantes, matemacia e cenários para investigação. Essa abordagem permite uma reflexão mais profunda “sobre” a matemática, “com” a matemática e por “intermédio de investigações matemáticas”. Há ênfase na relevância de abordagens de ensino interativas e contextualizadas, incentivando a reflexão tanto por parte dos professores quanto dos estudantes, e reconhecendo a aplicabilidade da matemática, que não se restringe ao ambiente escolar, mas tem implicações práticas na tomada de decisões pessoais e na compreensão do mundo ao seu redor.

Com efeito, professores refletem “com” e “sobre” a matemática quando propõem situações de ensino que visam à construção dos conceitos matemáticos pelos estudantes, em consonância com suas realidades. Os estudantes, por sua vez, refletem “com” e “sobre” a matemática quando reconhecem a natureza, a influência e a contribuição da matemática para tomar decisões que interferem em suas vidas (SILVA; LIMA; RODRÍGUEZ; 2021; p. 19).

Considerando esse contexto, apresentaremos a seguir os conceitos de *foregrounds* dos estudantes e a intencionalidade, matemacia e cenários para investigação, fundamentados em Ole Skovsmose.

### **3.1.1 *Foreground* dos estudantes e a intencionalidade na aprendizagem**

A Educação Matemática Crítica, Skovsmose (2014) apresenta o *foreground* de uma pessoa como as oportunidades imediatas ao seu redor, moldadas pelas condições sociais, políticas, econômicas e culturais em que ela está inserida. Apesar dessas influências externas desempenharem um papel importante na definição das perspectivas e opções disponíveis para uma pessoa, isso não significa que seja uma consequência determinante dessas condições.

Como exemplo, o autor apresenta o caso de duas crianças sul-africanas nascidas no mesmo dia, que têm origens muito distintas. Uma delas é Nthabiseng,

uma menina negra, filha de uma família pobre na zona rural da província de Cabo Oriental, enquanto a outra é Pieter, um menino branco, proveniente de uma família rica na Cidade do Cabo, com uma mãe graduada na Universidade Stellenbosch. Considerando a descrição das oportunidades dessas duas crianças, “(...) dois *foregrounds* completamente diferentes se delineam”, (SKOVSMOSE, 2014, p. 34).

Estatisticamente, seus *backgrounds* pessoais indicam uma grande influência em seus futuros, mas isso não significa que a filha de uma família pobre não concluirá um curso de nível superior, ou que o menino terá um excelente cargo executivo em uma empresa. Essa ideia reflete a distinção entre o *background*, que se refere a tudo o que o estudante já vivenciou, e os *foregrounds*, que englobam tudo o que ele ainda irá experimentar. Nesse sentido, Biotto Filho (2016, p. 22) acrescenta o quanto é importante compreender como as pessoas desenvolvem suas percepções:

*O foreground de uma pessoa certamente inclui o modo como ela interpreta suas experiências. Tais experiências podem incluir realizações, bem como frustrações, e contribuem para as possibilidades que a pessoa terá na vida. Assim, o background de uma pessoa pode fornecer tendências para a configuração de seu foreground.*

Além dos indicativos socioeconômicos, outros fatores exercem influência na formação dos *foregrounds*. A maneira como as pessoas interpretam suas perspectivas de futuro também desempenha um papel crucial, de acordo com Skovsmose (2014). Reconhecer as emoções e perspectivas de alguém permite uma comunicação mais eficaz e relações interpessoais mais significativas. Para Milani, Silva e Saullo (2011, p. 6), quando nos referimos à aprendizagem, compreender o *foreground* dos estudantes ajuda a identificar seus objetivos, motivações e desafios pessoais no ambiente de aprendizagem.

*No caso dos estudantes, refletir sobre seu foreground é importante para esclarecer sua intencionalidade no processo de aprendizagem. A proximidade entre o foreground dos alunos e as atividades de sala de aula pode ser alcançada quando o professor cria cenários que convidam os alunos a se posicionar e a refletir sobre algumas situações.*

Ao reconhecer e integrar o *foreground* dos alunos nas atividades de sala de aula, os professores podem tornar o processo de aprendizagem mais relevante, proporcionando oportunidades para os alunos se envolverem, dialogarem e relacionarem o conteúdo com suas próprias experiências e perspectivas. Assim, “(...)

é importante possibilitar um ambiente que leve em conta seus *foregrounds*. Especialmente para estudantes com *foregrounds* arruinados”, (BIOTTO FILHO, 2016, p. 28).

Para analisarmos os fenômenos de aprendizagem, é essencial considerar as intenções dos estudantes. Quando a intencionalidade do aprendiz se encontra com a proposta de atividade, uma variedade de significados se revela, e “(...) não há fórmulas nem roteiros para uma educação significativa, nem para se prever as intencionalidades dos alunos”, (SKOVSMOSE, 2014, p. 44).

Nem sempre a intencionalidade dos alunos vai despertar interesse ou ter relação direta com o território. Isso indica que os interesses e motivações dos estudantes podem se expandir para além do ambiente em que estão inseridos. Por exemplo, enquanto alguns alunos demonstram interesse em explorar e compreender aspectos do seu próprio território, outros podem estar mais interessados em aprender sobre contextos, realidades e cotidianos diferentes dos seus, e não há receitas prontas.

### **3.1.2 Matemacia**

Para Ole Skovsmose a “matemacia não se refere apenas às habilidades Matemáticas, mas também à competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela matemática” (SKOVSMOSE, 2000, p. 2). Dessa forma, o ensino e a aprendizagem da matemática não se resumem apenas em dominar conceitos e fórmulas matemáticas, mas também de desenvolver a competência para interpretar e agir em situações sociais e políticas. Ao atribuirmos importância às dimensões sociais, políticas, culturais e econômicas, criamos espaços para debates visando a promoção de uma Educação Matemática Crítica.

Ao fomentar a aprendizagem crítica dos alunos, mediante suas próprias descobertas em relação a conceitos matemáticos, em vez de apenas transmitir informações, podemos auxiliá-los no desenvolvimento da “matemacia” (MILANI, SILVA, 2018). Ao adotarmos uma abordagem que privilegia a aprendizagem crítica dos alunos, estamos contribuindo para o desenvolvimento da “matemacia” conforme proposto por Milani e Silva. Essa abordagem não só ajuda os alunos a compreender e aplicar conceitos matemáticos, mas também os prepara para serem cidadãos

críticos e participativos em uma sociedade onde a matemática desempenha um papel cada vez mais significativo.

Ao explicitar esse conceito no âmbito da Educação Matemática Crítica, podemos estabelecer diferentes e potentes conexões com o conceito de território. Afinal, interpretar e agir numa situação social, política ou ambiental determinada pressupõe certa delimitação geográfica, real ou virtual, como campo de ação que podemos considerar em estreita relação com os territórios de que trataremos. Como mobilizar a matemática nos diferentes territórios nos quais habitam e circulam nossos alunos se torna uma questão fundamental para compreender os limites e as possibilidades de sua leitura e intervenção críticas na realidade.

### **3.1.3 Cenários para investigação**

No ensino tradicional, os padrões de comunicação nas aulas de matemática geralmente seguem um modelo unilateral, onde o professor é a fonte principal de informação e os alunos são receptores passivos. Neste padrão de ensino, as carteiras estão geralmente dispostas da mesma forma, o professor segue um livro-texto com explicações diretas e, em seguida, os alunos fazem exercícios, que muitas vezes não foram elaborados nem pelo professor e nem pelos próprios alunos, tornando essas técnicas muitas vezes carente de significado para os alunos, uma vez que foram desenvolvidas por outras pessoas que vivem realidades diferentes.

Conforme aponta Skovsmose (2014), no ensino de matemática tradicional, a maioria das crianças resolve, em média, mais de 10 mil exercícios ao longo de sua vida acadêmica. Contudo, essa prática não necessariamente contribui para o desenvolvimento da criatividade matemática. Exercícios hipotéticos são frequentemente encontrados em livros didáticos, e, segundo Ole Skovsmose, raramente são questionados pelos professores ou pelos alunos:

Uma loja fornece maçãs ao preço de R\$ 0,12 a unidade ou R\$ 2,80 por uma cesta de três quilos (um quilo corresponde a 11 maçãs). Calcule quanto Pedro economizaria se ele comprasse 15 quilos de maçãs, pagando o preço por cesta em vez de pagar o preço por unidade (SKOVSMOSE, 2014, p. 16).

Observa-se que o problema apresentado anteriormente é fictício e não está baseado em dados reais. Nenhuma pesquisa foi realizada para verificar se as maçãs

são realmente vendidas por unidade ou se o preço por cesta é válido. Os alunos não precisam buscar informações adicionais, uma vez que os dados fornecidos no exercício são suficientes para sua resolução, e também não precisam sair de suas carteiras para dialogar com os demais. O objetivo consiste em identificar a resposta correta para o exercício; caso não a encontre, isso sugere que o método escolhido foi inadequado. Essa Educação Matemática tradicional se enquadra no paradigma do exercício. Nos trabalhos pertinentes à Educação Matemática Crítica, há constantemente a crítica ao paradigma do exercício devido ao exagero com que lidamos com exercícios, muitas vezes mecânicos e repetitivos, tirando o espaço que poderia ser conferido às investigações e problematizações em aulas de matemática. Outro ponto que nos interessa destacar é o fato de que no paradigma do exercício há pouco espaço para o autêntico diálogo, pois a comunicação fica restrita à imagem do padrão sanduíche de comunicação antes mencionada.

Ole Skovsmose (2021) participou do Seminário intitulado "Desafiar Certezas: Educação Matemática Crítica<sup>3</sup>", e ressaltou a presença de outras alternativas para o ensino tradicional, incluindo a adoção de abordagens investigativas que promovem a formação de ambientes propícios para interações dialógicas entre alunos, professores e demais estudantes. Ele enfatizou que essa abordagem representa um convite à reflexão crítica e abre cenários para conduzir investigações mais aprofundadas. Esses cenários para investigação incentivam os alunos a formular perguntas e realizar explorações.

Para criar momentos nas aulas de matemática que envolvem a investigação, é interessante considerar caminhos diferentes ao do paradigma do exercício. Ole Skovsmose propõe o uso de uma abordagem de investigação como uma possibilidade de interação aluno-professor. Através deles os alunos são convidados a formularem questões, bem como a buscarem explicações, em que o padrão de comunicação é diferente das aulas apoiadas no paradigma do exercício:

O momento em que um cenário para investigação é apresentado aos alunos é um momento de abertura de possibilidades de sentidos. Atividades que envolvem pesquisa costumam ser assim. Isso é bem diferente do que se costuma ver no ensino tradicional de matemática com suas baterias de exercícios prontos. Com pesquisa é diferente, pois é de sua natureza a manifestação de algum tipo de envolvimento e de interesse por parte do

---

**3** Realizado em maio de 2021, na Universidade Estadual da Paraíba, promovido pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, edição on-line.

pesquisador, o que nos remete à questão da intencionalidade (SKOVSMOSE, 2014, p. 46).

Os alunos são convidados e nunca submetidos a participar das atividades que envolvem um cenário para investigação. O convite, em geral, pode ser feito de diversas maneiras, particularmente um convite a um cenário, segundo Skovsmose (2000, p. 72), é simbolizado pelo “O que acontece se...” do professor. No entanto, os alunos aceitam este convite quando dizem “Sim, e o que acontece se...” e passam a ser atraídos com o que foi proposto, procurando explicações e explorando. É nesse sentido que “ser um cenário para investigação é uma propriedade relacional” (SKOVSMOSE, 2000, p. 72), pois depende do convite do professor, se vai ser aceito pelos alunos e também da própria natureza do cenário que pode não chamar atenção, não interessar os alunos e ser incerto.

Assim como um exercício pode fazer referência à matemática pura, semirrealidade e realidade, um cenário para investigação também pode partir dessas diferentes referências. Skovsmose (2000, p. 73) chama de ambiente de aprendizagem cada uma das seis combinações possíveis de exercícios e cenários para investigação com as diferentes referências, conforme quadro abaixo.

Quadro 1 – Ambientes de aprendizagem

<b>Referências</b>	<b>Exercícios</b>	<b>Cenários para investigação</b>
À matemática pura	(1)	(2)
A uma semirrealidade	(3)	(4)
À vida real	(5)	(6)

Fonte: Skovsmose (2000, p. 73).

Uma atividade enquadrada no paradigma do exercício, que se refere à matemática pura (1), envolve contextos estritamente matemáticos, tais como simplificar expressões, resolver equações e calcular, frequentemente encontrado em muitos livros. O ambiente de aprendizagem do tipo (2) diz respeito a cenários para investigação por meio de atividades que envolvem números, figuras geométricas, propriedades algébricas, razões, proporções, cardinalidade e muito mais.

O exemplo sobre a venda de maçãs por quilo exemplifica uma situação que ocorre dentro do paradigma do exercício do tipo (3). No contexto da Educação

Matemática Crítica, o paradigma do exercício do tipo (3) refere-se a atividades que apresentam uma realidade construída, na qual os exercícios criados artificialmente para fornecer prática em habilidades matemáticas específicas.

Dentro do cenário para investigação com referência à semirrealidade (4), são incentivadas intervenções e indagações, porém estas podem estar restritas a conjecturas, uma vez que se trata de uma situação fictícia. O exemplo apresentado por Skovsmose (2000, p. 10-11) assemelha-se a um jogo que envolve operações e conceitos matemáticos, ambientado em uma corrida de cavalos, que oferece aos participantes a oportunidade de atuarem como organizadores de uma agência de apostas.

Os exercícios que se enquadram no item (5) podem ser exemplificados por uma aula de Matemática que aborda questões típicas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), uma vez que essas questões frequentemente se baseiam em dados reais e informações divulgadas pela mídia. Por exemplo, um exercício cujos dados são extraídos do Censo Brasileiro. Nesse contexto, em contraste com o cenário anterior, a busca por respostas às questões levantadas pelo exercício é mais direta, oferecendo aos alunos a oportunidade de pesquisar e discutir as condições que deram origem aos dados.

Os cenários para investigação com referência à vida real (6) distinguem-se do ambiente (5) no que se refere ao contexto da questão a ser investigada, uma vez que, neste cenário, a contextualização não é uma situação fictícia. Similar aos ambientes anteriores (2) e (4), o ambiente atual (6) aborda um problema com múltiplas soluções, no qual questões imprevisíveis podem surgir.

No mesmo Seminário em 2021, Ole Skovsmose abordou a diversidade de ambientes de aprendizagem, destacando suas possibilidades e diferentes abordagens investigativas. Ele enfatizou que todos esses ambientes são interessantes e viáveis, propondo a ideia de viajar e estabelecer rotas entre eles. Quando os professores são estimulados a transitar entre os diferentes ambientes de aprendizagem não implica que devam abandonar completamente os exercícios matemáticos. Em vez disso, ele sugere uma abordagem que transite entre os ambientes de aprendizagem, enriquecendo os exercícios tradicionais ao transformá-los em cenários para investigação.

Isso significa que os professores podem utilizar os exercícios como ponto de partida para explorar questões mais complexas e contextualizadas. No artigo intitulado "Transformar Exercícios em Cenários para Investigação: uma possibilidade de inserção da Educação Matemática Crítica" (MILANI, 2020), a autora conduziu uma pesquisa com licenciandos de um curso de Licenciatura em Matemática, abordando a tarefa de converter exercícios tradicionais em atividades investigativas. O foco da análise recai sobre a identificação do tema abordado nos exercícios originais, os aspectos enfatizados durante o processo de transformação, a natureza das atividades criadas e as características que os futuros professores atribuem a uma atividade investigativa.

Os exercícios foram selecionados de livros didáticos, e uma observação significativa proveniente das respostas dos estudantes do curso de Licenciatura, onde a pesquisa estava sendo realizada, é a necessidade de que a transformação de um exercício em uma atividade investigativa ocorra dentro de um contexto realista ou próximo dele (semirrealidade), com o argumento de que isso despertaria um interesse maior por parte dos alunos do que simplesmente resolver um exercício.

Abaixo, exemplificamos um possível trânsito entre os ambientes de aprendizagem a partir de uma ilustração simples:

Quadro 2 – Atividade envolvendo o trânsito entre os ambientes de aprendizagem

<b>Referências</b>	<b>Exercícios</b>	<b>Cenários para investigação</b>
À matemática pura	Qual é a área máxima de um retângulo cujo perímetro é de 80 u.m.? (1)	O retângulo é a figura geométrica que nos permite obter área máxima com esse perímetro? (2)
A uma semirrealidade	Em uma fazenda, pretende-se construir um galinheiro retangular com uma cerca de 80 metros. Qual é a área máxima desse galinheiro? (3)	E se o galinheiro não precisar ter formato retangular? Ou É o retângulo a forma geométrica que nos permite obter área máxima desse galinheiro? (4)

Fonte: Elaboração própria (2024).

Na transição da coluna dos exercícios para a coluna dos cenários para investigação, baseando-nos no trabalho de Raquel Milani (2020) mencionado anteriormente, que nos permite transformar enunciados de exercícios em cenários



para investigação. Segundo Raquel Milani (2020 apud SKOVSMOSE, 2011) quando propõe-se abrir um exercício, com referência à matemática pura, professores e alunos podem criar perguntas dependendo da intenção da atividade. Abrir um exercício para entrar em um cenário para investigação significa gerar outras abordagens possíveis para explorar o tema proposto.

No exercício apresentado em (1), que questiona "Qual é a área máxima de um retângulo cujo perímetro é de 80 u.m.?", encontramos uma única resposta e uma equação do segundo grau que aborda máximos e mínimos conforme a parábola. Para transitarmos do ambiente (1) para o ambiente (2), o professor pode fornecer aos alunos barbantes com comprimentos proporcionais às 80 unidades de medida mencionadas. Assim, eles poderão descobrir que a área máxima procurada é a do círculo com esse mesmo perímetro.

Um exercício com referência à semirrealidade (3) é proposto, onde o galinheiro e o perímetro são inventados. Além de abordar conceitos matemáticos e habilidades de cálculo, ao transitar dos exercícios para os cenários para investigação, podem ser criadas situações que desenvolvam o raciocínio crítico dos alunos em relação ao significado dos números em um contexto específico. Isso pode incentivar mudanças relacionadas à preocupação com o meio ambiente ou ao custo-benefício, por exemplo. Assim, retomamos o conceito de matemacia (SKOVSMOSE, 2000).

Para obter maiores informações sobre como construir um galinheiro de qualidade e, assim, criar enunciados para exercícios e cenários com referência à vida real, recomendamos o texto abaixo, do Estadão, do qual retiramos a imagem (Figura 1), que pode ser também um recurso interessante para a sala de aula. Do mesmo modo, o texto apresenta outras informações que podem ser exploradas, problematizadas e investigadas nas aulas de matemática.

Figura 1– Construindo um galinheiro



Fonte: <https://agro.estadao.com.br/summit-agro/como-construir-um-galinheiro-de-qualidade>

Além de explorarmos questões sobre as dimensões do galinheiro e sua área, poderíamos pensar em sua localização em relação ao sol e ao vento para discutir conceitos de orientação, ângulos solares e ventilação eficiente, a partir da notícia poderíamos levantar questões sobre os custos de materiais, mão de obra e outros recursos necessários para a construção do galinheiro. Será que o tamanho do galinheiro e seus compartimentos internos, como os espaços para alimentação e ninhos, são proporcionais à quantidade de aves, refletindo sobre o bem-estar dos animais?

Essa abordagem promove uma aprendizagem mais significativa, na qual os alunos são desafiados a investigar e compreender não apenas os conceitos matemáticos, mas também sua aplicabilidade e impacto na sociedade. Ao transformar os exercícios em cenários para investigação, os professores incentivam o pensamento crítico e a autonomia dos alunos, preparando-os para uma participação ativa e informada na sociedade

### 3.2 O DIÁLOGO EM AULAS DE MATEMÁTICA

Aprender a ouvir o que os alunos têm a dizer numa tentativa de compreendê-los e incentivar as indagações compõem alguns elementos do diálogo. Paulo Freire (1968), em seu livro "Pedagogia do Oprimido", destacava, no início da década de 1970, a relevância do diálogo não como uma simples conversa, mas como encontros entre pessoas na tentativa de educar.

A abordagem da Educação Matemática Crítica enfatiza a importância do diálogo como um elemento central no processo de ensino e aprendizagem. O diálogo

é visto como um meio essencial para promover a compreensão crítica da matemática, além de contribuir para a formação de cidadãos conscientes e engajados. Em atividades desenvolvidas em sala de aula percebemos que o diálogo não se limita apenas à comunicação entre professor e aluno, mas também envolve a interação entre os próprios alunos. Por meio do diálogo, os alunos têm a oportunidade de expressar suas ideias, questionar conceitos, explorar diferentes perspectivas e construir conhecimento de forma colaborativa.

O tema, considerado atual, é objeto de estudo de muitos pesquisadores. A autora Raquel Milani (2017), ao definir em sua pesquisa o que é dialogar, reflete como a importância da comunicação e o compartilhamento de significados influencia a qualidade do aprendizado:

Dialogar é estar com o outro, é mover-se em direção ao outro, ao interessar-se pelo que o outro diz. O aspecto interpessoal da interação está na base do diálogo. Quando professor e alunos dialogam, eles são influenciados uns pelos outros, a ação de um pode ser disparadora da ação do outro, há um encontro e compartilhamento de significados por meio da linguagem na interação. A partir desse encontro, o professor pode aprender como os alunos produzem significados para os objetos de determinada atividade e sobre o desenvolvimento de uma atividade (o que dá certo e o que não dá). (MILANI, 2017, p.50)

Em suas reflexões, D' Ambrosio (2020) também reconhece que, como consequência da comunicação, as informações captadas por um indivíduo são enriquecidas pelas informações captadas pelo outro. Relatos de experiências prévias, recorrendo ao diálogo e à escuta, e identificar o que os alunos já sabem e são capazes de fazer não se restringem à sala de aula e podem ser incentivados pelos professores. É neste processo de diálogo que as crianças, jovens e adultos aprendem a pensar e elaborar estratégias juntos e assim constroem novos conceitos e aprimoram outros, num procedimento colaborativo de investigação.

Na tese de doutorado denominada "Como você chegou a esse resultado?: o diálogo nas aulas de Matemática dos anos iniciais", Ana Carolina Faustino (2018) teve seu trabalho premiado na categoria Sociedades Plurais do Prêmio Unesp de Teses 2019 e recebeu menção honrosa no Prêmio CAPES de Teses na área de Ensino. Em sua pesquisa, ela investigou como as professoras e os estudantes colocam o diálogo em ação nas aulas de matemática nos Anos Iniciais, buscando identificar elementos que favorecem a construção de uma aula dialógica.

Segundo Faustino (2018, p. 201), “quando a criança aprende matemática em uma interação dialógica, ela também aprende a respeitar os outros estudantes e as perspectivas que são diferentes da sua”. As crianças percebem que não existe apenas uma maneira "certa" de pensar ou resolver uma questão matemática, o que contribui para o desenvolvimento do respeito pela diversidade de ideias e estratégias. Elas também aprendem a ouvir atentamente as opiniões dos outros, a considerar seus pontos de vista e a trabalhar de forma colaborativa.

No entanto, nem sempre nas aulas de matemática ocorre essa interação entre professor e alunos. A maioria das crianças, ainda nos anos iniciais do Ensino Fundamental, acredita que ensinar matemática é indicar erros e corrigi-los. O professor incentiva o aluno a buscar a resposta correta com base em um livro-texto, a fazer a verificação no próprio material, ou até mesmo por repetições de várias atividades semelhantes até conseguirem o acerto, e não há uma discussão sobre como e por que essas correções podem ser feitas, destacam Alrø e Skovsmose (2010).

Alrø e Skovsmose (2010) apresentam o "absolutismo burocrático" como modo de agir dos professores, juntamente com alguns padrões diferentes na comunicação, como o padrão "sanduíche" e a adivinhação. No "absolutismo burocrático", são determinados o que é certo ou errado sem evidenciar os esclarecimentos necessários para o aluno. O erro pode ser de interpretação, do algoritmo, aritmético ou falta de atenção. Quando os alunos são impedidos de dialogar com o colega ou questionar o professor, o ambiente escolar acaba se tornando engessado.

O padrão "sanduíche" é caracterizado como um conjunto de perguntas e respostas, em que o professor faz uma pergunta, o aluno responde e o professor analisa. Conforme aponta Faustino (2018, p. 70), “neste tipo de interação, o estudante tem uma responsabilidade mínima com seu próprio processo de aprendizagem”. A autoridade do professor fica implícita e o absolutismo da sala também se manifesta. Há um jogo de adivinhações, pois o professor já sabe o que o aluno deve responder, e o aluno, ao estar atento, acaba se preocupando mais com os acertos após inúmeras tentativas, em caso de erro, do que com o conteúdo matemático estudado. Veja o exemplo abaixo:

Professor: “Quanto é 12 dividido por 3?”

Aluno 1: “Dá 4?”

Aluno 2: "O meu resultado é o mesmo do Augusto!"

Professor: "Isso mesmo!"

No exemplo acima, percebemos que a comunicação entre o professor e os alunos é limitada, não existem elementos de comunicação, por vezes não há aproveitamento em relação à participação e interação entre eles. O professor se restringe às respostas "muito bem", "pense melhor nesta parte da resolução", "apague esses valores que estão incorretos", "tente mais uma vez", "acompanhe a resolução no livro-texto" ou até mesmo "veja a resposta do colega ao lado".

Essas respostas com afirmações caracterizam um monólogo, as correções não argumentam de que forma o aluno errou, e quais orientações deveriam ser seguidas com o objetivo de corrigir o erro. Segundo Faustino (2018), no padrão *jogo-de-perguntas*, os alunos buscam entender a intenção do professor para reconhecer o objetivo da atividade, e embora participem ativamente do processo investigativo, eles tendem a tentar adivinhar as expectativas do professor.

Na tentativa de incentivar o diálogo, superar esse "absolutismo burocrático" e promover maior interação entre professor e aluno, nos quais possam surgir novos padrões de comunicação e uma aproximação entre ambos, uma vez que muitos conteúdos trazidos nos livros didáticos podem não despertar o interesse e não fazer parte do território vivenciado pelo aluno. Esta aproximação é trazida pelos autores Alrø e Skovsmose (2010) como um aspecto fundamental da aprendizagem. À medida que há a intenção de envolvimento, os alunos passam a ter a oportunidade de descobrir qual é a finalidade da atividade. Assim, "eles são capazes de reconhecer os objetivos e se identificar com eles, podendo se tornar condutores do próprio processo educativo" (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 45).

Embasados em estudos e em observações, os autores Alrø e Skovsmose caracterizam o diálogo em atos que compõem o Modelo de Cooperação investigativa (Modelo-CI). São organizados em oito atos dialógicos ou de comunicação (*estabelecer contato, perceber, reconhecer, posicionar-se, pensar alto, reformular, desafiar e avaliar*) entre professor e aluno, que podem enriquecer a aprendizagem.

No Modelo-CI podemos destacar a escuta ativa como uma particularidade básica de comunicação. Alrø e Skovsmose (2010, p. 66) sinalizam que a "escuta ativa" significa fazer perguntas e dar apoio não verbal ao mesmo tempo em que tenta descobrir o que se passa com o outro. " Neste sentido temos o ato de comunicação *estabelecer contato*, que significa um processo de cooperação entre professor e

aluno, ele é o primeiro passo para o início da investigação e do diálogo. Além disso, as interações entre os alunos, incluindo a complementação de suas falas, também demonstram que um estudante está ouvindo ativamente o outro e se esforçando para compreendê-lo, mantendo assim um contato (FAUSTINO, 2018). Durante o diálogo, os alunos podem empregar afirmações que são concluídas em forma de perguntas, conhecidas como *tag questions*, convidando assim os envolvidos a concordar ou discordar dessas afirmações. Esse processo estimula a manutenção do contato durante a conversa.

O contato é estabelecido por meio de um convite à investigação, mas é necessário que o interesse do aluno em manter e dar continuidade na atividade permaneça. O ato dialógico *perceber* constitui uma relação mútua entre ambos, na qual o professor pode atuar como facilitador e perceber diferentes pontos de vista que o aluno pode apresentar em relação a uma atividade. Escutar as diferentes possibilidades de resolver um problema deve ser explorado como uma forma de ação.

Na questão "O que acontece se...?", quando um convite é feito para os alunos, não há uma resposta única ou definitiva. Ao fazer essas perguntas, os professores incentivam os alunos a explorar diferentes perspectivas, a pensar criticamente sobre um tema e a formular suas próprias opiniões. Isso estimula a curiosidade dos alunos, pois eles são desafiados a investigar e buscar respostas por conta própria. Além disso, o debate resultante da diversidade de opiniões pode enriquecer o aprendizado, permitindo que os alunos vejam um problema ou conceito de diferentes ângulos.

É no detalhamento de um ponto de vista que temos o ato *reconhecer*, uma atitude importante para investigações futuras. Questões como "por que isso...?" têm o propósito de investigar e buscar explicações de ideias matemáticas. À medida que os alunos defendem suas perspectivas e criam argumentos para justificar suas ideias, temos o *posicionamento*.

*Posicionar-se* com o objetivo de justificar e também aceitar críticas. Quando nos posicionamos, estamos expressando nossas opiniões, ideias ou argumentos sobre determinado assunto. Ao justificar nosso posicionamento, fornecemos razões ou argumentos que fundamentam nossa visão. Assim, "posicionar-se é um elemento essencial da atividade crítica", (FAUSTINO, 2018, p. 74). Por outro lado, aceitar críticas significa estar aberto a receber *feedbacks*, sugestões ou observações sobre

nosso posicionamento. Isso envolve não apenas ouvir atentamente o que os outros têm a dizer, mas também refletir sobre essas críticas de forma construtiva.

O ato dialógico de *pensar alto* significa expor suas ideias para os colegas; às vezes, hipóteses são lançadas e devem ser estimuladas com o objetivo de avançar na investigação. Após a apresentação das perspectivas, professores e alunos podem *reformular* o que foi dito, comparar as ideias e verificar pensamentos comuns e diferentes. “Reformular nesse sentido é um elemento importante no processo de escuta consciente, no qual os participantes seguem de perto os demais, a fim de conhecer as perspectivas uns dos outros” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 108).

*Desafiar* envolve a tentativa de mudar a direção ou ter um outro olhar para a atividade, questionando ideias e conhecimentos que já foram aceitos. Isso implica em buscar novas abordagens ou entendimentos que possam ampliar ou modificar o que é conhecido ou aceito até o momento. Assim, os questionamentos tomam novas direções com cautela, e é fundamental deixar claro que o professor também poderá desafiar ou ser desafiado pelos alunos. O ato dialógico *avaliar* faz parte do processo de investigação e deve ser considerado como um *feedback* construtivo. O objetivo não é encontrar uma única resposta correta, mas sim chegar a um consenso entre ambos.

Os atos dialógicos ou de comunicação integram o processo de investigação não de maneira isolada, e nem sempre irão aparecer de forma linear seguindo um padrão unificado. Como salientam Alrø e Skovsmose (2010, p. 111) “(...) nossa expectativa é que o Modelo-CI represente certas qualidades de comunicação que nos conduzirão a certas qualidades de aprendizagem, que almejamos”.

Com a finalidade de relacionar o conceito de diálogo com a aprendizagem, Alrø e Skovsmose (2010) organizam o diálogo em três aspectos que consideram elementos ideais: realizar uma investigação, correr riscos e promover a igualdade.

Ao realizar uma investigação, nos afastamos da comodidade da certeza e permitimos nos levar pela curiosidade. Dessa forma, Alrø e Skovsmose (2010, p. 117) reforçam “(...) que um diálogo é uma conversa de investigação.” O processo de comunicação provoca os alunos a compartilhar seu interesse de investigar. Os assuntos investigados podem ser diversos, com o objetivo de adquirir conhecimento. A relação entre os responsáveis é essencial quando privilegiamos o diálogo, sinalizam Alrø e Skovsmose (2010):

(...) Dessa forma, privilegiar o diálogo significa prestigiar certo tipo de investigação, e esse tipo de investigação tem muito a ver com os participantes, através de seus pensamentos e sentimentos, entendimentos e pressupostos a respeito das coisas, das ideias e das possibilidades. No diálogo, é importante explorar as perspectivas dos participantes como fontes de investigação. É importante também estar disposto a abrir mão de uma perspectiva para construir outras (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010, p. 119).

Dar início a uma investigação implica orientar as atividades, nas quais todos os envolvidos são responsáveis por conduzi-las, pelo seu desenvolvimento e pela aprendizagem resultante. Como o diálogo é imprevisível, visto que envolve diferentes perspectivas, dialogar significa correr riscos quando as crianças são desafiadas. Não existem resoluções prontas; elas emergem por meio de experiências compartilhadas, alimentadas pela curiosidade e reflexão coletiva, com o objetivo de adquirir conhecimento.

Segundo Faustino (2018, p. 72), correr riscos significa que o diálogo pode seguir direções inesperadas:

De um lado, tais riscos podem ser considerados negativos quando os estudantes ficam perdidos e ansiosos. Nestes momentos, o papel do professor é essencial, pois, a partir da interação, o professor pode ajudar os estudantes a se sentirem confiantes durante o processo de investigação e perceber até que ponto é possível desafiar o grupo de estudantes para que essa confiança seja mantida. Por outro lado, riscos também podem ser considerados positivos quando os estudantes se abrem para a possibilidade do surgimento de novas perspectivas. Os estudantes podem conduzir o processo de investigação de diferentes formas, o que faz com que eles ganhem autonomia no seu processo de aprendizagem.

Ao serem desafiados, os alunos podem ou não aceitar o convite. Dessa forma, promover a igualdade entre professor e aluno é tentar manter o papel igualitário numa sala de aula em termos de relações e comunicações, mesmo que profissionalmente tenham posições diferentes. Alrø e Skovsmose (2010, p. 125) afirmam que "(...) promover a igualdade em um diálogo entre professor e alunos inclui lidar com a diversidade e as diferenças".

A promoção da igualdade vai além de métodos e estratégias de ensino; trata-se de criar um ambiente onde todos os alunos se sintam valorizados e ouvidos, independentemente de suas origens ou circunstâncias. Esse ambiente é fundamental para que os alunos se sintam confiantes para participar ativamente e aceitar os desafios propostos. A diversidade nas salas de aula, exemplificada pelas diferentes trajetórias de alunos como Nthabiseng e Pieter, nos lembra que cada estudante traz



consigo um conjunto único de experiências e conhecimentos. Reconhecer e respeitar essas diferenças é importante para criar um espaço de aprendizagem.

Neste contexto, o conceito de território ganha relevância. Entender o território como o conjunto de circunstâncias sociais, culturais e econômicas que moldam a vida dos alunos nos permite desenvolver práticas pedagógicas mais eficazes. Na próxima seção, exploraremos como o território pode ser utilizado como um contexto relevante para o trabalho pedagógico.

### 3.3 O TERRITÓRIO COMO CONTEXTO PARA O TRABALHO PEDAGÓGICO

Dentre os inúmeros e variados assuntos que podem ser abordados em aulas de matemática, destacamos um que está presente na vida de crianças, jovens e adultos em contexto escolar: o território. O termo "território" pode ter diferentes significados dependendo do contexto em que é utilizado. Pode ser entendido como uma área definida e delimitada, muitas vezes associada a uma jurisdição específica, como um país, estado, cidade ou região geográfica. No âmbito do ensino da matemática, pode ser usado de maneira mais metafórica para se referir ao ambiente, à comunidade ou ao contexto em que a educação matemática ocorre. Para o geógrafo brasileiro Milton Santos (2002, p. 49):

O território tem que ser entendido como o território usado, não o território em si. O território usado é o chão mais a identidade. A identidade é o sentimento de pertencer àquilo que nos pertence. O território é o fundamento do trabalho; o lugar da residência, das trocas materiais e espirituais e do exercício da vida.

As afirmações trazidas por Milton Santos demonstram que o território não deve ser exclusivamente entendido como um espaço geográfico demarcado pelo mapa, mas como um espaço utilizado e transformado pelas pessoas. Ao relacionar o espaço físico, quando se refere ao "chão" que os alunos vivem, e a "identidade" como uma maneira de representar o sentimento de pertencimento das pessoas a esse território, isso significa que as pessoas se identificam com o lugar que vivem e têm uma relação emocional com ele. É ali que elas trabalham, vivem, fazem trocas e realizam suas atividades diárias. A relevância do território ultrapassa sua dimensão geográfica, sendo um espaço de interações humanas que engloba aspectos sociais, culturais e emocionais.

A assistente social brasileira Dirce Koga (2013, p. 36) destaca que o território não deve ser reconhecido apenas como um espaço físico ao “ (...) que diz respeito ao cotidiano dos diferentes atores que circulam, residem e relacionam-se em determinados lugares: o reconhecimento de que o território expressa, ao mesmo tempo, produção e reprodução das relações socioeconômicas, políticas e culturais, presentes na sociedade que ele abriga”. O território é um espaço vivo e dinâmico, onde as atividades humanas e as relações sociais se entrelaçam.

Os autores Moll, Barcelos e Dutra (2022) abordam a perspectiva inovadora de cidades que não apenas oferecem educação, mas também se envolvem em processos educativos, reconstruindo assim a compreensão convencional da educação a partir das dinâmicas dos territórios e das experiências das pessoas. Isso envolve não apenas levar em consideração a instituição escolar, mas também é importante explorar outros espaços com potencial de aprendizado, levando em conta os diversos territórios nos quais as pessoas vivem e atribuem significado às suas vidas. Segundo Moll, Barcelos e Dutra (2022, p. 174):

(...), pensar a cidade é pensar em relações equilibradas entre as pessoas, os governos, as políticas públicas, as instituições, na perspectiva do bem-viver. Afirmar a educação escolar e pensar a educação para além dela é fundamental para construirmos uma sociedade que eduque e seja educada através de todos/as os/as seus/suas agentes, a partir de pactuações que dignifiquem a vida.

Refletir sobre territórios educativos implica compreender a ideia de Cidade Educadora, pois todas as localidades se configuram como espaços dinâmicos e diversos, repletos de oportunidades educacionais. Estes territórios não são apenas geográficos, mas incluem a combinação de fatores culturais, sociais e econômicos. As oportunidades educacionais presentes nesses espaços podem ser exploradas ou não, compreendidas ou não, dependendo da interação de diversos agentes sociais. Pastorio & Pastorio (2021, p. 211) discutem que “(...) a cidade na perspectiva educadora implica rever nossa leitura de mundo e sobretudo a cidade que queremos para nosso tempo e para as futuras gerações”. Essa discussão nos traz uma abordagem educacional que vai além do ambiente formal de sala de aula, destaca a cidade como um espaço de aprendizado fundamental, e que é necessário reavaliar nossa compreensão de mundo. Essa ideia pode ser relacionada aos princípios de



nos Anos Iniciais de Pindamonhangaba (SP). Valle também evidencia que é possível identificar e posicionar a matemática escolar como capaz de incluir o planejamento de elaboração do currículo, apoiado no cotidiano dos alunos e territorialmente referenciado. Segundo o autor:

(...) um ensino de matemática territorialmente referenciado significa, portanto, um movimento no sentido articular um projeto em que a matemática escolar seja capaz de interagir com as características locais, respondendo às problemáticas sociais e ambientais que se evidenciam em cada contexto, articulando o que deseja com aquilo que é necessário, de acordo com o que é possível (VALLE, 2022, p. 185).

A relevância de um ensino de matemática que esteja conectado e adaptado ao contexto local é destacada, envolvendo a criação de um projeto educacional que seja sensível às particularidades de cada região. Esse enfoque visa tornar o ensino da matemática na escola mais significativo e útil para os alunos, abordando as questões sociais, culturais, ambientais e problemas específicos de cada localidade. Isso não significa que todo conteúdo precise fazer referência ao território, mas queremos incentivar que isso ocorra quando possível.

Ubiratan D'Ambrosio, em sua obra de 1996, defende a ideia de um currículo dinâmico, flexível e adaptável ao longo do tempo, não deve ser rígido nem congelado, o que evidencia a natureza em constante evolução e processo de qualquer currículo. O conhecimento e as disciplinas escolares passam por transformações e desenvolvimentos ao longo da história, refletindo a natureza em constante evolução do próprio conhecimento. Dessa forma, um currículo eficiente deve ser capaz de incorporar essas mudanças e avanços, garantindo que permaneça relevante e alinhado com as necessidades educacionais atuais.

Cada escola tem o direito e a liberdade de decidir sobre o conteúdo e a organização curricular, sem depender de diretrizes centralizadas ou padronizadas. Valle (2022, p. 86) afirma que “é possível, então, reconhecer e afirmar o direito de cada escola construir seu currículo, com autonomia e descentralização do poder deliberativo”. Isso significa que as escolas podem organizar seu currículo de acordo com as necessidades específicas de seus alunos, características locais e abordagens pedagógicas, possibilitando maior flexibilidade e adequação ao ambiente educacional particular de cada instituição.

O conteúdo abordado nas discussões em sala de aula pode trazer temas com características locais, problemáticas sociais e ambientais, presentes no território dos alunos. Os temas são apresentados por Paulo Freire (1987) como temas geradores, com o objetivo de efetivar a dialogicidade como um princípio fundamental na educação. Para Freire, o diálogo desempenha um papel essencial na prática educativa, e ele destaca que esse diálogo se inicia com a busca do conteúdo programático a ser explorado, o qual não é estabelecido previamente, mas sim construído durante o decorrer do processo educativo. A investigação temática a partir dos temas geradores deve estar vinculada às experiências, valores e realidades dos educandos para compreender e transformar as experiências humanas. Esse processo, segundo Freire, é dinâmico, envolvendo uma abordagem ativa na qual os sujeitos se dedicam à exploração e descoberta de novas informações.

Como destaca Valle (2022), quando o currículo é organizado e integrado utilizando os temas geradores como recurso, há um complemento na percepção de uma leitura menos fragmentada da realidade em que as comunidades escolares estão concentradas. Todas as disciplinas dialogam em conjunto, com a finalidade de fortalecer o trabalho pedagógico envolvido com a leitura da realidade. Esse diálogo entre diferentes disciplinas é um elemento essencial da abordagem interdisciplinar, onde os conhecimentos e métodos de diferentes áreas são integrados para uma compreensão mais abrangente do tema. A abordagem interdisciplinar busca ultrapassar a perspectiva fragmentada e especializada, mencionada por Valle.

Segundo Gadotti (1999, p. 2), “a interdisciplinaridade visa garantir a construção de um conhecimento globalizante, rompendo com as fronteiras das disciplinas”. Essa abordagem educacional tem o objetivo de criar um entendimento mais abrangente e integrado do conhecimento, ultrapassando as barreiras tradicionais entre as diferentes disciplinas acadêmicas.

Conforme argumentamos, mobilizar o conceito de território nas práticas pedagógicas pode, portanto, favorecer essas abordagens interdisciplinares. Nesse sentido, o uso de recortes de notícias pode ser uma estratégia para facilitar a abordagem de estudo sobre o território, ou a partir dele, e da interdisciplinaridade junto aos alunos. Segundo Skovsmose (2014, p. 14), a matemática “(...) é parte integrante da tecnologia, do *design* e das tomadas de decisão, está nas tabelas, diagramas e nos gráficos. Basta folhear um jornal para encontrar muita matemática”.

Mediante a análise de notícias, os alunos têm a possibilidade de aprimorar suas habilidades de pensamento crítico, questionando informações, identificando tendências e compreendendo diversas perspectivas acerca de questões territoriais. A utilização de notícias propicia a integração de múltiplas disciplinas no estudo do território. O emprego de recortes de notícias também pode provocar discussões em sala de aula, possibilitando que os alunos compartilhem perspectivas, debatam ideias e aprendam a expressar de forma articulada seus pontos de vista acerca de questões territoriais.

Em sua dissertação, intitulada “Cenários para investigação no Ensino Fundamental sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica”, Lacerda (2020) propôs aos alunos que trouxessem um recorte de notícias do jornal local. Eles deveriam escolher uma reportagem que fosse interessante por algum motivo e fazer um resumo. As reportagens abordavam temas como política, saúde, lazer, construções, cidadania, esporte, criminalidade, entre outros. As atividades desenvolvidas por meio de cenários para investigação tinham o objetivo de fugir do método tradicional de ensino e ser uma aula voltada para o diálogo. Assim, criamos nas “(...) aulas de matemática momentos de aprendizagem que levassem em consideração os interesses dos alunos, em que suas vozes fossem ouvidas, o diálogo pudesse acontecer livremente e, assim, pudéssemos contribuir para a autonomia e a criticidade deles” (LACERDA, 2020, p. 7). Essa abordagem permitiu que os alunos se envolvessem de maneira mais ativa e crítica nas aulas, transformando a matemática em uma ferramenta para entender e interagir com o mundo ao seu redor.

A seguir, discutiremos a importância do diálogo em aulas de matemática, especialmente a partir do ou sobre o território. Exploraremos como o ambiente em que os alunos vivem pode enriquecer o processo de ensino e aprendizagem, promovendo uma conexão mais significativa entre o conteúdo matemático e a realidade dos estudantes.

#### 3.4 O DIÁLOGO EM AULAS DE MATEMÁTICA A PARTIR DO OU SOBRE O TERRITÓRIO

À medida que conseguimos afirmar potencialidades do trabalho pedagógico envolvendo territórios, reconhecemos também que é preciso distinguir conceitualmente as expressões que podem ser construídas em torno desse conceito.

A partir desse ponto, destacamos uma distinção importante: o que significa dialogar em aulas de matemática **a partir do** território e dialogar em aulas de matemática **sobre o** território. O diálogo a partir do território ocorre quando a conversa entre professor e aluno é motivada pelo território, sendo gerada a partir dele, mas não sendo estritamente sobre ele. Já o diálogo sobre o território aborda o contexto, proporcionando uma base mais identitária.

Um exemplo que podemos explorar de diálogo a partir do território é o uso da função exponencial para entender a propagação da Covid-19. A pandemia do coronavírus não apenas evidenciou a importância do conhecimento científico, mas também destacou a relevância da matemática, em particular da função exponencial, na compreensão dos padrões de crescimento e propagação de doenças.

Figura 3– Coronavírus e Vitória-régias: Entendendo a Curva Exponencial do Coronavírus



Fonte: Compilação da autora<sup>4</sup>.

No vídeo apresentado acima, Maurício Féo, um cientista brasileiro propõe no seu canal do YouTube um quebra-cabeça para tornar mais acessível a explicação de como a pandemia do coronavírus se multiplica de forma exponencial. Ele gravou um vídeo usando analogias com vitórias-régias, um lago e a quantidade de vitórias-régias que podem ser retiradas do lago ao longo de um período. Há ênfase na importância

<sup>4</sup> Printscreen da tela do You Tube: <https://www.youtube.com/watch?v=s-lgS-4Xqy0>

de tomar medidas antes de atingir o ponto crítico de multiplicação das vitórias-régias, comparando isso ao coronavírus e a necessidade de agir antes de atingir o pico de casos.

O vídeo abaixo foi produzido a partir de um projeto de Modelagem Matemática envolvendo estudantes do sexto ano de uma escola pública em Belo Horizonte (MG). A questão central do projeto foi "Quanto de rejeito, proveniente da ruptura da barragem de mineração do Córrego do Feijão, deveria ser removido para iniciar um trabalho de recuperação ambiental?". O projeto em vídeo expressa um exemplo de diálogo em aula de Matemática sobre o território, que posteriormente foi premiado no III Festival de Vídeos Digitais e Educação Matemática. O Festival é uma iniciativa do projeto "Vídeos Digitais na Licenciatura em Matemática a Distância", coordenado pelo professor Dr. Marcelo de Carvalho Borba, da UNESP, Rio Claro.

Figura 4– Vídeo Mar de Lama - Modelagem na Educação Matemática



Fonte: Compilação da autora<sup>5</sup>.

Os alunos recorreram a imagens de satélites para calcular a área afetada pelo rejeito da barragem. Essas imagens foram cruciais para compreender a extensão do impacto ambiental.

Além disso, os estudantes construíram uma maquete detalhada para representar o relevo da área afetada. Essa maquete não apenas ajudou na

---

5 Printscreen da tela do You Tube:

[https://www.youtube.com/watch?v=UZUpT\\_ED4yk&list=PLiBUAR5Cdi60qgBKeyMdpvaKu8anqDAFu&index=30](https://www.youtube.com/watch?v=UZUpT_ED4yk&list=PLiBUAR5Cdi60qgBKeyMdpvaKu8anqDAFu&index=30)



visualização do terreno, mas também permitiu que eles entendessem melhor as características da região afetada. Para complementar essas abordagens, eles utilizaram mapas topográficos, maquete para realizar simulações da tragédia, o que lhes permitiu entender melhor o processo de ruptura da barragem e os efeitos resultantes disso no ambiente.

Os conceitos matemáticos aplicados pelos estudantes para calcular áreas e volumes foram fundamentais para o projeto, mas também exemplificaram como a matemática pode ser utilizada no território dos alunos. Ao utilizar quadrados e áreas de figuras planas com dimensões conhecidas, os alunos puderam realizar cálculos para determinar a extensão da área afetada pelo rejeito da barragem, mas também estimar o volume total a ser removido e os custos associados a essa remoção.

Por outro lado, ao lecionar matemática e utilizar dados sobre questões sociais como desemprego e suicídio em diferentes países, estamos trabalhando com referências à realidade, mas não necessariamente com o território dos alunos. Embora esses dados não estejam diretamente relacionados ao território dos alunos, sua utilização proporciona uma oportunidade para explorar conceitos matemáticos em contextos do mundo real, ampliando a compreensão dos alunos sobre a aplicação da Matemática em diferentes cenários. É importante destacar que trabalhar com um cenário para investigação, seja ele relacionado ao território local ou a realidades distantes, é uma forma significativa de ampliar as discussões sobre o ambiente de aprendizagem (6).

Ensinar matemática a partir do território ou sobre ele, é uma ação que se situa, portanto, no ambiente de aprendizagem 6 (cenário para investigação com referência à vida real). Ole Skovsmose (2021) sugeriu que as investigações são particularmente eficazes para promover o diálogo nos ambientes 2, 4 e 6, sendo menos adequadas nos ambientes 1, 3 e 5. Isso nos permite afirmar que todo trabalho de investigação a partir do território ou sobre ele nas aulas de matemática está nesse ambiente 6, porém nem todas as práticas de ensino com referência à vida real são necessariamente práticas territorialmente referenciadas.

Do mesmo modo, torna-se importante afirmar que também é possível elaborar exercícios com referências aos territórios, isto é, estaríamos no ambiente 5. Embora, como vimos, trabalhar exclusivamente nesse ambiente pode empobrecer ou limitar as possibilidades para o diálogo em aulas de matemática.

## 4 METODOLOGIA

O estudo se caracteriza por uma abordagem qualitativa, conforme destacado por Bicudo (1993), revelando uma inquietação manifestada por meio da questão orientadora e uma busca por explicações que superam uma única pergunta (BICUDO, 1993, apud, 2019, p. 24). Araújo e Borba (2019, p. 25) também enfatizam que “(..) pesquisas realizadas segundo uma abordagem qualitativa nos fornecem informações mais descritivas, que primam pelo significado dado às ações”. Ao adotar essa abordagem, procuramos nos dedicar a explorar as experiências, percepções e significados atribuídos pelos participantes aos eventos e contextos em estudo.

Assim, a metodologia que iremos utilizar se inspira no repertório da pesquisa-ação para a realização de cursos de formação continuada de professores que ensinam matemática tematizando o diálogo e o território. Thiollent (1986) define pesquisa-ação como:

(...) a pesquisa-ação é um tipo de pesquisa social com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo (THIOLLENT, 1986, p. 14).

Dessa forma, entendemos que a pesquisa-ação é um método de pesquisa investigativa no qual teoria e prática se unem para resolver problemas coletivos de forma colaborativa. O papel dos pesquisadores é essencial, pois eles interagem com os participantes para compreender suas necessidades e desafios, uma vez que "desempenham um papel ativo na resolução dos problemas encontrados" (THIOLLENT, 1986, p. 15).

A pesquisa teórica, nesse sentido, subsidia a ação que consiste nos espaços de formação estabelecidos no decorrer do trabalho. De acordo com Thiollent (1986, p. 22), a pesquisa-ação requer exigências científicas:

A pesquisa-ação não é constituída apenas pela ação ou pela participação. Com ela é necessário produzir conhecimentos, adquirir experiência, contribuir para a discussão ou fazer avançar o debate acerca das questões abordadas. Parte da informação gerada é divulgada, sob formas e por meios apropriados, no seio da população. Outra parte da informação, cotejada com resultados de pesquisas anteriores, é estruturada em conhecimentos. Estes são divulgados pelos canais próprios às ciências sociais (revistas,

congressos etc.) e também por meio de canais próprios a esta linha de pesquisa.

Os pesquisadores não só realizam ações concretas para soluções de problemas, mas também levantam dados, analisam e geram informações que podem ser compartilhadas durante os cursos de formação continuada, após apresentar aos participantes o conceito de território e diferentes abordagens de ensino, eles foram convidados a responder alguns questionários e a realizar atividades que envolviam diferentes territórios, inclusive ao redor da escola, com o objetivo de potencializar o diálogo em aulas de matemática. As produções dos professores seriam analisadas posteriormente.

Para organizar o projeto de pesquisa-ação recorreremos a Thiollent e Colette (2014) que propõe a seguinte estruturação:

O grupo responsável por um projeto pode estruturá-lo da seguinte maneira: (1) estudos teóricos e metodológicos, revisão de bibliografia; (2) oficinas com participação de professores em formação; (3) interpretação e avaliação dos resultados obtidos em (2) à luz de (1), gerando ensinamentos que serão testados em sala de aula. Neste formato, uma primeira etapa deve alavancar a reflexão epistemológica do professor em formação, quanto ao entendimento de que o conhecimento não é passivamente recebido, mas ativamente construído pelo sujeito cognoscente e que a função da cognição é adaptativa e serve à organização do mundo da experiência (GLASERSFELD, 1996, p. 217, apud THIOLENT & COLETTE, ANO, p.214).

Os autores destacam a importância dos estudos teóricos e metodológicos, incluindo a revisão de bibliografia. Isso permite ao grupo responsável pelo projeto embasar suas práticas. A realização de oficinas com a participação de professores em formação é fundamental para a aplicação prática dos conhecimentos teóricos adquiridos, bem como para a troca de experiências e a produção de dados.

De forma análoga, Tripp (2005) destaca que deve-se planejar, implementar, descrever e avaliar uma mudança para a melhora da prática, aprendendo mais, no correr do processo, tanto a respeito da prática quanto da própria observação. Ao realizar esse processo, os educadores não apenas buscam aprimorar suas práticas, mas também ampliam seu próprio entendimento sobre elas.

Para auxiliar nesse processo de reflexão e organização das informações elaboramos o Quadro 3. Nele, foram indicados a atividade e o local de comunicação,

a carga horária, o número de participantes efetivos, o período de realização e as atividades desenvolvidas, sendo todas foram conduzidas de forma remota.

Quadro 3 – Panorama geral dos cursos de formação

Atividade de Formação Continuada	Carga Horária	Número de Participantes	Período da Oferta	Atividades desenvolvidas
Minicurso ENOPEM II	3h	22	Julho de 2021	1) Questionário sobre o minicurso.
Curso Encontro 21 <sup>o</sup> USP-escola	20h	33	Janeiro de 2022	1) Significado da palavra território (jamboard). 2) Atividade 2: caracterização do território, notícias relacionadas ao território onde sua escola está localizada e apresentação de uma estratégia como prática de ensino de matemática que tenha interagido ou dialogado com o território. 3) Sequência didática.
Oficina CAEM	6h	4	Setembro de 2022	1) O que é matemática para você? 2) Roteiro de uma aula com a temática sobre o território.

Fonte: Elaborado pela autora (2022).

Durante o desenvolvimento da pesquisa, é importante destacar que o minicurso apresentado no II Encontro Nacional Online de Professores que Ensinam Matemática (II ENOPEM) não foi originalmente planejado como parte integrante da dissertação em questão. Sua concepção teve origem em um convite do professor Dr. Júlio César Augusto do Valle, em colaboração com a professora Andressa Rubim, o que resultou em uma proposta sobre a matemática e o território.

Após a experiência vivenciada no minicurso, que serviu como projeto piloto, pudemos aprimorar nossa abordagem e metodologia. Com base nos *feedbacks* obtidos durante essa fase inicial, avançamos para a realização do curso no 21<sup>o</sup> Encontro USP-Escola, explorando temas sobre a Educação Matemática Crítica, com foco nos cenários para investigação que tem o diálogo como um dos elementos centrais, além de abordar o território e as tecnologias. Durante o processo de aprimoramento, revisamos cuidadosamente cada aspecto do curso, desde o conteúdo até a dinâmica das atividades, incorporando as sugestões dos participantes do minicurso, bem como nossas próprias observações.

A oficina ministrada no Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática (CAEM) foi o resultado de uma parceria entre o professor Dr. Júlio César Augusto do Valle, Dra. Andreia Conrado, pela professora Marcela Visnadi. Nesse contexto, as atividades propostas não foram elaboradas a partir de uma apresentação teórica sobre o diálogo, mas sim de uma abordagem prática e interativa, que estimulou a participação ativa dos envolvidos, enfatizando as abordagens sobre Etnomatemática e território, nas quais implicitamente o diálogo está envolvido.

Embora esses cursos não tenham sido inicialmente planejados com base na temática central da dissertação, ressalta-se que em momentos distintos eles abordavam e se aproximavam do diálogo. Essa abordagem multifacetada permitiu uma análise mais ampla e profunda dos conceitos e práticas discutidos, enriquecendo assim os objetivos e os resultados da pesquisa.

Finalmente, um último aspecto metodológico ao qual estaremos atentos consiste nos procedimentos explicitados por Ole Skovsmose (2015) em seu texto "Pesquisando o que não é, mas poderia ser". Nesse sentido, pautamos nossa análise do material produzido pelos professores ao longo dos cursos ministrados por meio desta constante indagação, isto é, como o diálogo sobre o território ou a partir dele ainda não está presente, mas poderia estar.

Em seu texto, Ole Skovsmose (2015), aborda a ideia de explorar possibilidades e potencialidades que não são imediatamente visíveis ou presentes, mas que poderiam se concretizar ou se manifestar. Isso levanta questionamentos fundamentais sobre como podemos pesquisar essas possibilidades e o que significa realizar uma pesquisa sobre algo que não é perceptível. Essas possibilidades poderiam ser examinadas, mas nenhuma delas se destaca como a mais relevante, interessante ou promissora.

O professor em sala de aula apresentaria uma série de questionamentos, e o aluno responderia de acordo com a abordagem adotada pelo docente. Contudo, surge a pergunta: "E se o professor tivesse formulado a questão de outra maneira?", e "Como o aluno teria reagido nesse cenário?" Poderíamos imaginar as atividades sobre o território realizadas em grupos e discutir como os alunos abordariam suas investigações. Dessa forma, abririam-se diversas possibilidades.

Segundo Ole Skosmose (2015, p. 66) "(...) esta transcrição criativa continua até que seja suficientemente longa para ser analisada, e então o pesquisador se

concentra em estudar o diálogo construído. ” A partir desse momento, a transcrição pode ser expandida, elaborada ou interpretada de forma a possibilitar uma análise mais profunda e significativa. Isso pode envolver a inclusão de detalhes adicionais, contextos relevantes, insights do pesquisador ou até mesmo reconstruções imaginativas para compreender melhor as dinâmicas e significados presentes no diálogo. O objetivo principal dessa abordagem é estudar e compreender o diálogo construído ao longo do processo de transcrição criativa. Isso engloba a identificação de padrões, temas, diferentes vozes e perspectivas, bem como a avaliação da qualidade e eficácia da comunicação.

Para explicar o conceito de "imaginação pedagógica" Ole Skovsmose (2015) destaca que as imaginações não estão limitadas apenas ao que é concreto e existente no momento. Elas têm a capacidade de superar essas realidades concretas e oferecer uma visão ampla e aberta a novas possibilidades. Assim, “(...) as imaginações são formadas dentro de um contexto histórico e cultural, emoldurado por estruturas sociopolíticas; simultaneamente, elas transcendem o dado concreto e podem fornecer uma visão panorâmica de novas possibilidades” (SKOVSMOSE, p. 78).

Além da imaginação pedagógica Ole Skovsmose (2015, p. 79) define a noção de raciocínio exploratório para pesquisar possibilidades, conforme o trecho:

O raciocínio exploratório significa estudar situações imaginadas através das janelas que foram abertas por uma situação arranjada, reconhecendo o que é possível, dada a situação atual. A situação arranjada contém muitas limitações e restrições, algumas de natureza política, outras de natureza prática, embora algumas possam ser simplesmente acidentais.

Nas análises das atividades desenvolvidas pelos professores durante as formações, incorporar a imaginação pedagógica e o raciocínio exploratório implica estudar situações imaginadas através das oportunidades e limitações que surgem de um contexto específico. Por exemplo, podemos criar cenários que representam desafios reais enfrentados no ambiente escolar. Ao reconhecer o que é possível dentro desses cenários, considerando as restrições políticas, práticas e até mesmo acidentais, podemos estimular discussões.

#### 4.1 DESCRIÇÃO E DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

Levando em consideração os conceitos teóricos estudados até então e as experiências vivenciadas com minha prática pedagógica, preparamos o minicurso, intitulado "Matemática e Território: Perspectivas Críticas e Abordagens para os Anos Iniciais", como projeto piloto. Este foi realizado no II ENOPEM, planejado pelo professor Dr. Júlio César Augusto do Vale, pela professora Andressa Rubim, também aluna do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, e por mim. Com base neste minicurso, complementamos o material e organizamos o curso com a mesma temática, realizado no 21º Encontro USP-Escola.

Além disso, dentro da mesma linha de pesquisa, promovemos a oficina "Etnomatemática e Territórios Educativos", elaborada pelo professor Dr. Júlio César Augusto do Valle, pela professora Dra. Andréia Conrado, pela professora Marcela Visnadi, aluna do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, e por mim.

Neste capítulo, descreveremos como os cursos foram desenvolvidos e quais atividades foram apresentadas pelos participantes.

#### **4.1.1 Minicurso (projeto piloto): “Matemática e território: perspectivas críticas e abordagens para os anos iniciais”**

O minicurso "Matemática e Território: Perspectivas Críticas e Abordagens para os Anos Iniciais" foi elaborado como uma versão piloto para o II Encontro Online de Professores que ensinam Matemática (II ENOPEM).

O ENOPEM é um evento anual realizado desde 2020 pelo Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática nas Escolas (GEPEME) da UNEMAT, coordenado pelo professor Dr. Márcio Urel Rodrigues, da Universidade do Estado de Mato Grosso - Campus de Barra do Bugres/MT. Seu objetivo é discutir e refletir sobre as possibilidades didático-pedagógicas da Educação Matemática nas Escolas da Educação Básica no Brasil. O evento oferece palestras e minicursos como processos formativos para professores que ensinam matemática nas escolas da Educação Básica, licenciandos em Matemática, pesquisadores em Educação Matemática, pós-graduandos em Educação Matemática e profissionais da Educação em geral.

O encontro com a temática "Contribuições de Paulo Freire para a Prática dos Professores que ensinam Matemática: Múltiplos Olhares" ocorreu nos dias 26, 27, 28, 29 e 30 de julho de 2021 de forma online. O minicurso, com duração de 3 horas, teve 33 inscrições e 22 participantes efetivos. Durante o minicurso, foram apresentados e

discutidos elementos e estratégias para que os professores que ensinam matemática nos Anos Iniciais pudessem fazê-lo a partir de uma perspectiva territorialmente referenciada.

Na primeira etapa do minicurso, foram abordados os conceitos de territórios educativos e as contribuições provenientes das perspectivas socioculturais da Educação Matemática. Essa etapa teve como objetivo informar os participantes sobre o propósito do curso e as possibilidades de trabalho pedagógico com a matemática e o território.

Na segunda etapa, os participantes foram incentivados a elaborar e discutir modos de ensinar matemática nos Anos Iniciais, a partir dos problemas e temas do cotidiano dos alunos, levando em conta elementos fundamentais de cada território. Essa etapa foi fundamentada nas preocupações e perspectivas referentes à Educação Matemática Crítica, que incluem posturas docentes dialógicas e de investigação em aulas de matemática, bem como um caráter humanista que implica uma concepção crítica da própria matemática.

Por fim, os professores responderam a um questionário de avaliação do minicurso. Essa iniciativa visa aprimorar futuras edições do curso e garantir que ele continue a oferecer uma experiência educacional enriquecedora e significativa para os participantes.

O questionário de avaliação do minicurso foi respondido por apenas 7 dos participantes, sendo a maioria (6 dos participantes) da região Centro-Oeste do Brasil e um da região Sudeste. Em relação à formação, havia estudantes de mestrado, professores da Educação Básica (Ensino Fundamental anos finais), professores do Ensino Médio, professores do Ensino Superior e um professor atualmente não lecionando.

Ao questionarmos os participantes sobre qual abordagem apresentada mais chamou sua atenção, notamos que a opção "nenhuma" não foi escolhida. Isso indica que o nosso minicurso foi eficaz em esclarecer os participantes sobre as diversas possibilidades de abordagem do tema. Essa resposta demonstra que os participantes conseguiram identificar aspectos interessantes e relevantes em cada abordagem apresentada.

Também solicitamos, em uma questão discursiva, para os participantes apontarem, além das relações e abordagens apresentadas, quais outras



possibilidades/relações lhes ocorreram para o ensino de matemática a partir do território. Recebemos diversas respostas, como por exemplo: "Possibilitar noções de Cálculo e de Probabilidade" e "Gamificação". Outros expressaram a opinião de que "Devemos ampliar nosso campo de visão sobre a Matemática" ou declararam que "surgiram várias ideias".

Na sequência, foi feito o seguinte questionamento: "Você gostaria de deixar uma sugestão para a abordagem deste tema?". Obtivemos as seguintes contribuições: "Super gostei! Muito parabéns pelo lindo curso!", "Relacionar os games ao território", "Achei ótimo, mas para o próximo minicurso tentar montar algumas atividades para os participantes desenvolverem", "Trabalho com roda de conversa", "Vocês estão de parabéns" e "Eu achei esta oficina super interessante".

Queremos destacar que a participação de todos foi muito importante para a elaboração do curso ministrado no 21º Encontro USP-Escola. Por meio da colaboração e das contribuições dos professores, procuramos aprimorar o curso com atividades para que os participantes pudessem desenvolver, conforme sugerido pelo professor.

#### **4.1.2 Curso: “Matemática e Território: perspectivas críticas e abordagens para os anos iniciais”**

O curso “Matemática e Território<sup>6</sup>: perspectivas críticas e abordagens para os anos iniciais” foi desenvolvido após a análise do projeto piloto para o 21º Encontro USP-Escola.

---

<sup>6</sup> Disponível em: [https://drive.google.com/file/d/1AK3jx1ZJiyIxtV2pnJTn\\_z23rC8uPEb/view?usp=drive\\_link](https://drive.google.com/file/d/1AK3jx1ZJiyIxtV2pnJTn_z23rC8uPEb/view?usp=drive_link)

Figura 5 – Capa do Curso



Fonte: Curso ministrado no 21º Encontro USP-Escola.

O Encontro USP-Escola é um programa que acontece semestralmente, nos períodos das férias de janeiro e julho. Atualmente, é organizado pela Associação dos Professores de Escola Públicas e Escolas (APEP), sem fins lucrativos, e é o maior programa do país de formação continuada de docentes da Educação Básica. São oferecidos aos participantes, de forma gratuita, cursos de atualização, palestras, debates e oficinas em atividades multiculturais e interdisciplinares, abrangendo todas as áreas do conhecimento e compartilhando experiências de sala de aula e o desejo de transformar a escola pública.

O 21º Encontro USP-Escola ocorreu na semana de 10 a 14 de janeiro de 2022, e o curso foi ministrado em três encontros virtuais síncronos, com duração de 2 horas cada. O curso teve uma carga horária total de 20 horas, distribuídas em 6 horas de momentos síncronos.

Figura 6 – Organização da formação referente aos momentos síncronos



Encontro	10/01 Segunda-feira	12/01 Quarta-feira	14/01 Sexta-feira
Atividade	Apresentação inicial da formação e orientações  Introdução ao conceito de território;  Abordagens pedagógicas: cenários de investigação	Retomada das atividades  Abordagens pedagógicas: Modelagem Matemática e Etnomatemática	Abordagens pedagógicas: uso de geotecnologias  Avaliação do curso e orientações finais

Fonte: Curso ministrado no 21º Encontro USP-Escola.

As 14 horas restantes foram distribuídas de forma assíncrona, o que significa que os participantes tiveram atividades e recursos disponíveis para acessar e trabalhar em seu próprio tempo, sem a necessidade de estar presentes em um encontro ao vivo. Essa estratégia permite uma maior flexibilidade para os participantes organizarem seu tempo e ritmo de estudo, facilitando o acesso e a participação de um público diversificado.

Figura 7 – Organização das atividades referente aos momentos assíncronos



Organização das atividades

Datas	De 10/01 a 12/01 (2 horas)	De 12/01 a 14/01 (2 horas)	De 14/01 a 21/01 (10 horas)
Atividade	Google forms (Atividade 2)	Google forms (Questionário de avaliação da formação)	Forms <b>Atividade de elaboração</b>

Fonte: Curso ministrado no 21º Encontro USP-Escola.

Recebemos um total de 80 inscrições para o curso, porém, apenas 33 professores efetivamente participaram. Esses professores representavam diferentes Estados brasileiros, como Paraíba, Brasília, São Paulo e Rio de Janeiro, e a maioria deles atuava na Educação Básica. Também tivemos a presença de 3 estudantes de graduação e 5 de pós-graduação entre os participantes.

Na primeira etapa do curso, fizemos a apresentação dos ministrantes e orientamos os participantes sobre como o curso seria organizado. Em seguida, os professores foram convidados a preencher a primeira atividade com o seguinte questionamento: Que palavra, imagem, expressão ou outro recurso vem à mente quando ouvimos a palavra "território"? Durante essa etapa, apresentamos o conceito de território e a abordagem pedagógica de cenários para investigação. Ao final do encontro, propusemos uma outra atividade para ser realizada de forma assíncrona: buscar notícias relacionadas ao território onde sua escola/instituição está localizada.

Fizemos a retomada dos temas abordados e das atividades desenvolvidas pelos professores no segundo encontro e, em seguida, demos continuidade na explicação das demais abordagens pedagógicas: a Modelagem Matemática e a Etnomatemática. Concluímos a etapa síncrona no terceiro dia com a abordagem

pedagógica das Geotecnologias e as orientações finais para a atividade de elaboração, que consiste em uma sequência didática.

#### **4.1.3 Curso: Oficina “Etnomatemática e territórios educativos”**

A oficina "Etnomatemática e Territórios Educativos" foi elaborada para o Centro de Aperfeiçoamento do Ensino de Matemática - "João Afonso Pascarelli" (CAEM) do IME-USP.

O CAEM é um órgão de extensão do IME-USP, dirigido por professores do Departamento de Matemática. Tem como principais objetivos a assessoria, formação continuada e qualificação de professores da Educação Básica, por meio de cursos, palestras e oficinas.

Os encontros da oficina ocorreram nos dias 20, 27 de setembro e 4 de outubro de 2022 de forma on-line, com duração de 2 horas cada. Tivemos 7 inscrições e 4 participantes efetivos. Na primeira etapa da oficina, abordamos conceitos e contribuições sobre a História da Matemática e da Etnomatemática. Em seguida, apresentamos o conceito de território, e no último encontro, trouxemos conexões entre a Etnomatemática e os territórios educativos.

Como as formações continuadas não eram especificamente sobre a temática do trabalho, optou-se tanto pela Etnomatemática quanto pela Educação Matemática Crítica, pois percebemos que essas duas abordagens da Educação Matemática potencializam o diálogo nas aulas de matemática. Assim como a Educação Matemática Crítica estava evidenciada nas formações anteriores, a Etnomatemática estaria evidenciada nessa. Como não optamos por abordar a Etnomatemática na fundamentação teórica deste trabalho, apresentaremos introdutoriamente alguns tópicos para explicitar em qual direção preparamos a formação continuada.

Ressaltamos que na década de 80, nasce a Etnomatemática como um programa de pesquisa em história e filosofia da Matemática. Idealizada por Ubiratan D' Ambrosio como uma tentativa de valorizar o conhecimento que o aluno traz para a sala de aula e as “Matemáticas” de diferentes grupos culturais. Para D' Ambrosio (2020), o programa procura entender o saber/fazer matemático ao longo da história da humanidade, contextualizado em diferentes grupos de interesse, comunidades, povos e nações.

A partir dessa época, esse campo de pesquisa tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores que revelam a importância no desenvolvimento de novas investigações e resultados. O aperfeiçoamento das pesquisas, já na década de 90, traz a concepção desse campo de investigação onde é essencial o estudo da relação das práticas matemáticas com o sistema de conhecimento de determinada cultura, e de como essas práticas são incorporadas nos seus métodos educativos e de transmissão de conhecimentos (MOREIRA, 2004).

Para compreender um pouco mais, D'Ambrosio (2020) apresenta uma definição baseada na estrutura da palavra Etnomatemática. O prefixo etno refere-se à comunidade, matema aproxima-se do entendimento e explicação dos fatos e fenômenos, de ensinar e compartilhar tudo isso, e ticas relaciona-se aos modos, habilidades e técnicas.

Nesta conceituação D' Ambrosio (1988, p. 13) define:

(...) Etnomatemática como a maneira particular e específica que grupos culturalmente identificados utilizam para classificar, ordenar, contar e medir. Ora, facilmente se ampliam essa conceituação incluindo observar, conjecturar, experimentar e inferir, e está a conceituada Etnomatemática como a capacidade e as maneiras, de domínio de um grupo cultural identificado, de observar, conjecturar, experimentar, inferir, classificar, ordenar, contar e medir.

Esta conceituação foi continuamente revisada pelo educador Ubiratan D' Ambrosio, e hoje ela abrange um grupo muito maior de atividades relacionadas a como o pensamento matemático se expressa em cada cultura, civilização ou tempo histórico.

Com esse entendimento, a importância da proposta pedagógica da Etnomatemática está em gerar conhecimentos a partir da necessidade de cada grupo e tornar a Matemática algo vivo, lidando com acontecimentos reais no tempo e no espaço (D' AMBROSIO, 2020). Essa Matemática do cotidiano refere-se à Matemática não aprendida nas escolas, mas no ambiente cultural do aluno que traz consigo suas experiências. Assim, nos distanciamos da educação tradicional, isto é, não é apenas ensinar teorias e práticas congeladas nos livros, esperando que o aluno seja capaz de repetir o que foi feito (D' AMBROSIO, 2008, p. 10).

No minicurso, apresentamos o trabalho de Ogliari e Bello (2017), que traz exemplos de componentes relacionados à matemática na prática de profissionais da cozinha e à Etnomatemática. Esta tendência fundamenta como os conhecimentos

matemáticos dão sentido ao conhecimento através dessas práticas ao produzirem situações-problema que se propõem a aproximar as práticas matemáticas de diferentes grupos culturais da matemática escolar. Na pesquisa, os autores fazem três questionamentos às merendeiras escolares de uma escola pública:

- 1) Como vocês controlam as quantidades de óleo (azeite) nas frituras e no preparo de cada uma das refeições que são preparadas para as crianças?
- 2) Como vocês controlam a quantidade de sal? Tem uma quantidade certa para cada quilo ou para cada tipo de alimento?
- 3) E as quantidades de água, têm uma medida certa? Como fazem quando falta?

Após os relatos das cozinheiras, são destacadas algumas palavras que fazem referência a proporções e medidas:

- a) no olho;
- b) uma volta na panela e uma tira de óleo;
- c) colher de sopa rasa (sal);
- d) pitada; cabo de uma colher de chá; pegada de uma quantidade que caiba na ponta dos dedos polegar, indicador e médio unidos;
- e) dois dedos acima da superfície do alimento;
- f) pequena panela do tipo leiteira.

Outro exemplo que destacamos no minicurso é a produção do doce "taiada", feito na cidade de Caçapava (SP), situada na região do Vale do Paraíba, a partir do melado da cana-de-açúcar. Os produtores rurais medem as quantidades de melado, farinha de mandioca e gengibre utilizados na receita "a olho". A mistura é colocada em formas para secar, e o doce está pronto. Essa Matemática relacionada às proporções e medidas não é ensinada nas escolas e faz parte da cultura dessa família, sendo transmitida de geração em geração. Skovsmose (2007) argumenta:

Estudos de etnomatemática ajudaram a esclarecer que a matemática está em todos os processos de ensino e aprendizagem como parte do processo de enculturação. Quando algumas técnicas, digamos, de construção de casa, são passadas para a geração seguinte, nós também estamos testemunhando um processo de educação matemática. (SKOVSMOSE, 2007, p.48).

Destacamos que o reconhecimento dessas práticas matemáticas no cotidiano pode ser interessante para contextualizar a matemática e que muito pode ser aprendido levando em consideração o território dos alunos.

## 5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DAS ATIVIDADES

Neste capítulo, iremos nos aprofundar exclusivamente no curso ministrado durante o 21º Encontro USP-Escola, oferecendo uma análise detalhada e uma descrição mais abrangente das atividades. Após o exame de qualificação, optamos por seguir a sugestão da banca e enfatizar a produção dos professores neste encontro. Essa decisão reflete o reconhecimento da importância do trabalho dos professores e da abordagem da Educação Matemática Crítica.

### 5.1 ALGUMAS CONCEPÇÕES DOS PROFESSORES SOBRE A PALAVRA TERRITÓRIO

Antes de iniciarmos o curso, incentivamos os professores a refletir sobre a seguinte pergunta: Que palavra, imagem, expressão ou outro recurso vem à mente quando ouvimos a palavra "território"? Eles foram solicitados a inserir as palavras ou expressões no recurso do Jamboard (Figura 8), uma ferramenta que permite criar quadros virtuais para desenvolver cronogramas, os quais podem ser compartilhados entre usuários, facilitando a visualização das tarefas em equipes de trabalho ou instituições educacionais.

Figura 8 – Respostas dos professores da atividade 1



Fonte: Curso ministrado no 21º Encontro USP-Escola



Ao comparar as respostas dos professores com a definição de território dada por Milton Santos (2002), é possível notar uma variedade de interpretações e significados atribuídos a essa palavra. De acordo com sua perspectiva, o território não é apenas uma extensão física de terra, mas também um espaço carregado de valores culturais, políticos e sociais. As respostas dos professores refletem essa complexidade. Enquanto alguns associam território à ideia de localização geográfica e extensão de terra, outros destacam aspectos mais subjetivos, como identidade, pertencimento e cultura. A menção a expressões como "meu lugar" e "espaço que conheço, espaço que vivo" ressalta a dimensão pessoal e afetiva que o conceito de território pode assumir, onde construímos nossas vidas e relações.

A resposta "cultura" apresentada por um deles, nos leva a refletir sobre como o território é moldado pelas práticas, crenças e tradições de uma comunidade, tornando-se um reflexo vivo de sua história e valores compartilhados. Ao citar o "espaço público para apropriação" nos convida a pensar no território não apenas como um ambiente físico, mas como um campo de interação e disputa, onde diferentes grupos buscam afirmar sua presença e reivindicar seus direitos. Por outro lado, a definição de território como "extensão de terra, de local onde há moradia" ressalta sua dimensão material e geográfica, destacando sua importância como base para a organização da sociedade.

Ao considerar "mapas e cartografia", somos lembrados da necessidade de representar e compreender o território através de símbolos e convenções, buscando capturar sua complexidade e diversidade. Enquanto isso, "histórias locais" nos convida a explorar as narrativas e memórias que permeiam o território, revelando suas camadas de significado e transformação ao longo do tempo.

A referência a "minhas conquistas" nos faz pensar no território como um espaço de oportunidades e desafios, onde cada indivíduo traça sua trajetória única e deixa sua marca pessoal. Enquanto isso, a alusão a "meu bairro: Capão Redondo" nos leva a refletir sobre a diversidade de territórios dentro de uma mesma cidade, cada um com suas características e dinâmicas específicas.

A inclusão de "culinária" nos lembra como o território está ligado às práticas alimentares de uma comunidade, refletindo sua relação com o ambiente natural e suas tradições culturais. Enquanto isso, "pertencimento" e "identidade" nos convidam

a pensar no território como um espaço de vínculos e conexões, onde nos reconhecemos e nos sentimos parte de algo maior.

Assim, ao refletir sobre as diversas respostas à pergunta sobre a palavra "território", somos levados a reconhecer sua natureza diversificada e dinâmica, que vai além das delimitações geográficas para abranger uma rede complexa de significados e relações que moldam nossa experiência do espaço. É nesse diálogo entre palavras e significados que podemos começar a desvendar a riqueza e a diversidade do conceito de território em todas as suas dimensões.

## 5.2 CARACTERIZAÇÃO DO TERRITÓRIO E O USO DAS NOTÍCIAS POR PARTE DO PROFESSORES

Após apresentarmos no curso aos professores o conceito de território e sua importância no ensino de matemática, com contribuições dos autores Paulo Freire, Milton Santos e Dirce Koga, também destacamos alguns recortes de notícias que abordam problemáticas presentes no contexto social dos alunos. Além disso, discutimos abordagens como cenários para investigação com base nas ideias de Ole Skovsmose. Em seguida, solicitamos aos professores, na Atividade 2, que escrevessem a caracterização do território onde uma escola ou instituição está inserida e que buscassem notícias relacionadas ao território onde está localizada. Dos 33 professores participantes, 25 responderam à atividade 2.

Algumas das respostas dos professores sobre a caracterização da escola foram destacadas abaixo:

**“Professor 1:** Bairro constituído por moradias e indústrias. A maior parte territorial do bairro pertence ao polo petroquímico. Há escolas, hospitais e mercados próximos”.

**“Professor 2:** O colégio está situado em um bairro de classe alta e média-alta. As ruas do entorno são arborizadas e há uma praça bem em frente ao portão principal, onde os alunos costumam se reunir na saída do colégio para brincar e as famílias ficam conversando enquanto acompanham seus filhos. Há outras praças próximas ao colégio, como a Praça das Corujas e a Praça Panamericana. Próximo ao colégio há uma padaria, restaurantes diversos, bancos, supermercado, entre outros comércios e serviços”.

**“Professor 3:** É uma comunidade em situação de vulnerabilidade, a maioria mora na favela chamada Monte Cristo e estão sempre mudando de endereço. Temos problemas recorrentes com crianças que passam fome. Fica próximo a estação Calmon Viana, tem supermercado grande, farmácia, restaurante, posto policial, igrejas, bares, pista de corrida, parque, shopping, quem vê de fora não imagina que uma escola ao lado do parque mais famoso do município (Parque Max Feffer) sofre esse tipo de situação, eu mesma antes de ir pra essa escola imaginava outro tipo de clientela”.

**“Professor 4:** Minha comunidade escolar é bem carente de quase tudo... mas em relação ao que está sendo solicitado posso dizer que teve um crescimento nos últimos 10 anos, com aparecimento e abertura de comércio ... como supermercado, farmácia, açougue... o que vejo muito crescer é o comércio na própria residência onde abrem um lugar e passam a vender doces e salgados... passou a ser uma rua de movimento porque tem um posto de saúde e uma creche”.

**“Professor 5:** A UMEI Jacy Pacheco fica numa parte do bairro do Barreto chamado Buraco do Boi. Esse apelido advém da História do lugar, que diz que exatamente onde localiza-se a escola ficava o matadouro dos bois da fazenda do senhor Barreto, fazendeiro que posteriormente deu nome ao bairro. Este bairro fica na Zona Norte da cidade de Niterói. Uma das partes que possui um dos menores IDHs da cidade. O lixo é uma GRANDE questão da localidade, que fica às margens da Baía de Guanabara, que foi aterrada para a passagem da BR101 e outras construções”.

Fonte: Respostas fornecidas pelos professores durante a atividade 2.

As descrições fornecidas pelos professores sobre os bairros onde suas escolas estão inseridas revelam uma diversidade de realidades que apresentam tanto semelhanças quanto diferenças. Uma semelhança entre os relatos é a presença de infraestrutura básica próxima às escolas, como mercados, farmácias, postos de saúde e estabelecimentos comerciais. Isso demonstra a importância da proximidade de serviços essenciais para a comunidade escolar, independentemente do perfil socioeconômico do bairro.

Por outro lado, as diferenças aparecem ao considerar o contexto socioeconômico e ambiental de cada localidade. Enquanto alguns bairros são descritos como de classe alta e média-alta, com ruas arborizadas e espaços públicos bem cuidados, outros enfrentam desafios como a vulnerabilidade social, a presença de favelas e problemas ambientais, como a questão do lixo.

As notícias selecionadas pelos professores foram organizadas em um quadro (Quadro 4) refletindo a diversidade de desafios e aspectos da vida urbana enfrentados por comunidades em diferentes regiões. Ao analisar os títulos das reportagens, podemos observar diferentes temas que abrangem desde questões básicas de infraestrutura até preocupações com educação, saúde pública, meio ambiente e desenvolvimento urbano.

Quadro 4 – Notícias selecionadas da atividade 2

Temática	Título da notícia
Abastecimento de Água	<ul style="list-style-type: none"><li>● "Moradores do Jardim Cumbica, Vila Paraíso e Jardim Ansalca</li></ul>

	ficarão sem água"
Infraestrutura de Transporte	<ul style="list-style-type: none"> <li>● "O que falta para o monotrilho da linha 15 chegar na cidade de Tiradentes?"</li> </ul>
Obras de Melhoria Urbana	<ul style="list-style-type: none"> <li>● "Prefeitura inicia obras de melhoria em três bairros da cidade"</li> <li>● "Prefeitura de Itapeverica da Serra intensifica ações em bairros com maior número de casos ativos de covid-19"</li> <li>● "Buraco do Boi recebe projeto de descarte consciente de Niterói"</li> <li>● "Itapeverica da Serra: Praça no Jacira ganha limpeza e nova iluminação"</li> <li>● "SP anuncia investimento de R\$203 milhões para ampliar saneamento na represa de Guarapiranga"</li> <li>● "Reconstrução de sarjeta evita empoçamento em rua da Zona Noroeste em Santos"</li> </ul>
Educação	<ul style="list-style-type: none"> <li>● "Folha lança ferramenta online para ajudar pais a comparar colégio e optar"</li> </ul>
Saúde Pública	<ul style="list-style-type: none"> <li>● "Vacina contra covid: moradores enfrentam filas em único posto aberto no final de semana no DF"</li> <li>● "Brasil registra primeiros casos de infectados por covid-19 e gripe ao mesmo tempo"</li> </ul>
Meio Ambiente	<ul style="list-style-type: none"> <li>● "Pico do Jaraguá" - Informações sobre o Parque Estadual.</li> <li>● "Moradores do Jardim Monte Cristo reclamam de acúmulo de lixo em torno"</li> </ul>

Fonte: Respostas fornecidas pelos professores.

Nessa atividade identificamos que um dos temas recorrentes é o abastecimento de água, evidenciado pela reportagem sobre os moradores que

ficaram sem água nos bairros do Jardim Cumbica, Vila Paraíso e Jardim Ansalca. Essa questão básica de infraestrutura reflete os desafios enfrentados por muitas comunidades urbanas em garantir acesso a recursos essenciais. Além disso, questões relacionadas à infraestrutura de transporte também são abordadas, como no caso do monotrilho da linha 15 e sua chegada à cidade de Tiradentes. Essas reportagens destacam a importância do transporte público e da mobilidade urbana para o desenvolvimento e a conectividade das cidades.

Outro aspecto abordado é o das obras de melhoria urbana, como iniciativas da prefeitura para melhorar a infraestrutura e o ambiente urbano em diversos bairros. Essas ações visam não apenas melhorar a qualidade de vida dos moradores, mas também promover o desenvolvimento e o bem-estar das comunidades locais.

A educação também é um tema presente, com a reportagem sobre a ferramenta on-line lançada pela Folha para auxiliar os pais na escolha de escolas para seus filhos. Isso destaca a importância da educação como um elemento para o desenvolvimento humano e social das comunidades urbanas.

Questões de saúde pública, meio ambiente e desenvolvimento sustentável também são abordadas em várias reportagens, evidenciando a interconexão entre diferentes aspectos da vida urbana. Desde a vacinação contra a Covid-19 até iniciativas de limpeza e conservação de áreas naturais, essas reportagens refletem a complexidade e os desafios enfrentados pelas cidades na busca por um desenvolvimento urbano sustentável e equitativo.

As notícias destacam uma variedade de eventos municipais e relacionados aos bairros. A prefeitura de Itapeverica da Serra está intensificando ações contra a Covid-19 e realizando melhorias em bairros específicos, como o Jacira. Além disso, há investimentos em saneamento na represa de Guarapiranga, anunciados pelo governo de São Paulo.

Por outro lado, as notícias dos bairros apontam para questões mais localizadas. Por exemplo, os moradores do Jardim Cumbica, Vila Paraíso e Jardim Ansalca enfrentaram interrupção no fornecimento de água. Em Niterói, o bairro Buraco do Boi recebe um projeto de descarte consciente, enquanto em Santos, a reconstrução de sarjetas evita o empoçamento em uma rua da Zona Noroeste. Em São Paulo, há informações sobre o Parque Estadual Pico do Jaraguá, e moradores do Jardim Monte Cristo reclamam do acúmulo de lixo.

Os professores, ao abordarem temas como os apresentados nas notícias mencionadas, demonstram reconhecer possibilidades para uma aplicação prática, uma vez que a Educação Matemática Crítica envolve o estudo e a reflexão sobre questões sociais e contextuais. Ao discutir a falta de água em determinados bairros, a necessidade de investimentos em saneamento, ou mesmo a situação da pandemia, os professores podem utilizar esses exemplos para engajar os alunos em discussões sobre matemática contextualizada. Problemas como o planejamento de recursos, análise de dados estatísticos sobre casos de doenças, ou até mesmo a gestão de investimentos públicos, fornecem oportunidades valiosas para desenvolver habilidades matemáticas enquanto se discute questões sociais relevantes. Portanto, a integração de notícias do cotidiano nas aulas de matemática não só contextualiza o aprendizado, mas também promove a conscientização crítica e o engajamento dos alunos com o mundo ao seu redor.

### 5.3 INTERDISCIPLINARIDADE

Abordar a matemática de forma interdisciplinar, utilizando reportagens que abordam diferentes temáticas da vida cotidiana, pode ser uma estratégia para enriquecer o aprendizado dos alunos e ampliar o diálogo. Ao explorar as diversas áreas do conhecimento em conjunto com a matemática, os estudantes são incentivados a desenvolver habilidades de análise crítica, resolução de problemas e aplicação prática dos conceitos matemáticos em situações reais.

Uma das temáticas sugeridas pelos professores nas reportagens é o abastecimento de água, onde os alunos podem aplicar conceitos matemáticos através do estudo de gráficos e tabelas que representam o consumo de água em diferentes regiões. Além disso, problemas envolvendo proporção permitem aos estudantes explorar a relação entre a disponibilidade de água e o número de moradores em determinados bairros, desenvolvendo assim sua capacidade de análise quantitativa.

Outra temática é a infraestrutura de transporte, na qual os alunos podem utilizar conceitos geométricos e de medidas para calcular distâncias e tempos de viagem entre diferentes pontos da cidade, considerando o possível impacto da chegada do monotrilho. A análise de custos também permite aos estudantes avaliarem o custo-benefício da implementação do monotrilho em comparação com

outros meios de transporte, desenvolvendo sua capacidade de análise financeira e tomada de decisão.

As obras de melhoria urbana também proporcionam oportunidades para o ensino interdisciplinar da matemática. Através da análise estatística dos casos de Covid-19 em diferentes bairros, os alunos podem calcular médias, medianas e modas, desenvolvendo habilidades estatísticas. O cálculo da porcentagem do investimento anunciado permite ampliar o saneamento na represa de Guarapiranga em relação ao orçamento total da cidade e permite aos alunos aplicar conceitos de porcentagem e proporção em contextos reais.

A educação e a saúde pública são outras áreas em que a interdisciplinaridade pode ser explorada. A análise de dados sobre a qualidade das escolas, juntamente com a probabilidade de escolha de uma determinada escola com base nos critérios fornecidos, proporciona aos alunos aplicar conceitos matemáticos em contextos educacionais. Da mesma forma, a criação de gráficos de linha para representar a evolução do número de infectados por Covid-19 e gripe ao longo do tempo, juntamente com o cálculo da probabilidade de uma pessoa ser infectada por ambas as doenças ao mesmo tempo, permite aos alunos aplicar conceitos de estatística e probabilidade em contextos de saúde pública.

Por fim, a temática do meio ambiente oferece oportunidades para os alunos explorarem a matemática. A análise de dados sobre o acúmulo de lixo em torno do Jardim Monte Cristo e a proposição de soluções para o problema, incluindo medidas de reciclagem e descarte consciente, permitem aos alunos aplicar conceitos matemáticos em contextos de preservação ambiental.

#### 5.4 CONCEPÇÃO DE CONVITE PARA O DIÁLOGO

Na atividade 2, os professores participantes do 21º Encontro USP-Escola foram desafiados a refletir sobre a questão: "Você já realizou ou planejou alguma prática de ensino de matemática que interagiu e dialogou com o território onde a escola se insere? Se sim, pode descrevê-la?" Essa provocação foi importante para incentivá-los a investigar a interseção entre a matemática e o contexto em que estão inseridos, ressaltando algumas das preocupações da Educação Matemática Crítica.

Dos vinte e cinco professores que participaram da pesquisa, onze admitiram não terem abordado a questão mencionada anteriormente. Enquanto alguns

poderiam ter respondido afirmativamente caso a pergunta estivesse relacionada a palavra “cotidiano”, conforme destacado na fundamentação teórica, “(...) o território usado é o chão mais a identidade”, (SANTOS, 2002, p. 49). Dessa forma, é importante ressaltar que o conceito de território vai além das experiências do dia a dia.

Ao observar as respostas de dois professores específicos, podemos notar uma variedade de abordagens e perspectivas sobre a integração da matemática com o território onde a escola está inserida.

**“Professor A:** Fiz um trabalho da faculdade na disciplina de Geografia, na qual foi necessário realizar uma atividade para o primeiro ano do ensino fundamental e que tivesse caráter interdisciplinar. Nesse caso escolhi a disciplina de matemática e artes para compor a disciplina de geografia. A atividade foi sobre tipos de moradia, na qual inicialmente foi apresentado aos alunos os tipos de moradia, e após algumas atividades em sala de aula aconteceria um passeio pelo bairro para que as crianças pudessem perceber os tipos de moradia que eles mais identificassem no bairro. Os alunos fizeram uma maquete da escola e do seu entorno, mencionando as ruas próximas, praças e também a distância entre cada esquina.”

O Professor A relatou uma experiência ao dialogar com o território durante o desenvolvimento da atividade interdisciplinar de Geografia, Matemática e Artes para os alunos do primeiro ano do Ensino Fundamental. Ao escolher o tema dos tipos de moradia, ele reconheceu a importância de conectar os conceitos abstratos ao ambiente local dos alunos. No entanto, não ficou claro se a experiência foi concretizada com os alunos ou se foi um trabalho realizado como parte de uma das disciplinas da graduação.

Essa experiência de inserir o passeio pelo bairro, onde os alunos puderam observar e identificar os tipos de moradia presentes em sua comunidade permitiu que eles relacionassem os conceitos discutidos em sala de aula com o ambiente em que vivem. Ao incentivar os alunos a construir uma maquete detalhada do entorno da escola, o professor estimulou a observação atenta e a análise do território local. Isso não apenas fortaleceu a compreensão dos alunos sobre os conceitos geográficos e matemáticos envolvidos, mas também promoveu uma maior conscientização sobre o ambiente ao seu redor.

No relato fornecido, é evidente que faltaram detalhes importantes, como o processo de diálogo que ocorreu entre o professor e seus alunos durante a atividade. Uma questão que poderia ter sido levantada para estimular a reflexão dos alunos é: "Todas as moradias são iguais?" Esta questão abre espaço para uma discussão



significativa sobre as diferentes formas de moradia presentes na comunidade dos alunos. Ao questionar se todas as moradias são iguais, o professor poderia promover um diálogo que levaria os alunos a considerar as diversas características das moradias, como tamanho, estrutura, localização e recursos disponíveis.

Por meio desse questionamento, os alunos seriam incentivados a analisar criticamente as diferenças sociais e econômicas que podem influenciar as condições de moradia das pessoas em suas comunidades.

**“Professor B:** Elaborei uma atividade utilizando o mapa de ruas que mostra a localização do colégio e seu entorno, para que as crianças descrevessem trajetos de deslocamento; localizassem quais ruas são paralelas e quais são perpendiculares.”

A resposta do Professor B demonstra uma abordagem criativa e prática para integrar a matemática com o território. Ao utilizar o mapa de ruas que mostra a localização do colégio e seu entorno, o professor criou uma atividade que permite aos alunos explorarem conceitos matemáticos de forma contextualizada. Ao descrever trajetos de deslocamento e localizar quais ruas são paralelas e quais são perpendiculares, os alunos não apenas aplicam conceitos matemáticos, como direção, distância e ângulos, mas também desenvolvem habilidades de observação e análise espacial.

O professor poderia refletir sobre questões e enriquecer ainda mais o diálogo com os alunos. Uma dessas questões diz respeito à equidade no acesso à educação. O professor poderia questionar se todas as crianças têm acesso igualitário ao conhecimento e à prática matemática em diferentes áreas do território. Isso poderia levar a uma discussão sobre desigualdades na distribuição de recursos educacionais e como isso impacta a compreensão e o aprendizado da matemática.

Além disso, seria relevante explorar as conexões entre a matemática e o ambiente local. Os alunos poderiam ser incentivados a investigar como os conceitos matemáticos são aplicados no contexto do seu território. Por exemplo, poderiam explorar como a geometria é usada na arquitetura das casas ou como a análise estatística pode ser aplicada para entender padrões de tráfego em determinadas ruas.

Outro ponto de reflexão seria a análise crítica das estruturas sociais refletidas no território. O professor poderia questionar como as características do território, como a distribuição de ruas paralelas e perpendiculares, refletem nas estruturas sociais existentes, como segregação espacial ou divisões socioeconômicas. Isso

poderia levar os alunos a uma reflexão sobre as desigualdades sociais e como a matemática pode ser usada para analisá-las criticamente.

As respostas dos professores refletem não apenas sua compreensão da importância de integrar o território no diálogo em sala de aula, mas também suas estratégias para convidar os alunos a participarem desse processo de aprendizado. A proposta da atividade, que consistia em formular e elaborar um convite utilizando uma reportagem como subsídio para uma aula de matemática, revela como os professores estão mobilizando o território para enriquecer o ensino e promover um diálogo.

Ao elaborar atividades que envolvem o mapeamento do território local, como a criação de um mapa do bairro com os estudantes visitando suas próprias casas, os professores estão convidando os alunos a explorarem o ambiente em que vivem. Essas atividades não apenas promovem uma compreensão mais da matemática, mas também incentivam os alunos a refletirem sobre as dinâmicas sociais, econômicas e culturais presentes em seu próprio território.

Dessa forma, ao promover o diálogo sobre a importância do território e explorar questões como diversidade, desigualdade e relações de poder, os professores estão capacitando os alunos a se tornarem agentes ativos em seu ambiente local. Eles não estão apenas ensinando matemática, mas também estão promovendo uma compreensão mais ampla do mundo ao redor dos alunos e os preparando para se envolverem de forma crítica e responsável na sociedade.

## 5.5 ANÁLISE DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Na atividade 3, os professores foram convidados a mobilizar os conhecimentos adquiridos durante o curso ministrado, elaborando um planejamento em sequência didática. Eles foram orientados a escolher um recorte ou foco específico do território escolar, com o objetivo de integrar os conceitos de matemática ao contexto local. Além disso, deveriam selecionar uma ou duas abordagens pedagógicas apresentadas durante o minicurso, visando enriquecer a experiência de aprendizagem dos alunos.

Do total de participantes, somente oito professores elaboraram uma sequência didática de forma individual, mas optamos por analisar apenas uma delas nesta dissertação. As principais temáticas escolhidas por eles se referiam à COVID-

19, produção de lixo, consumo de água e a história do bairro. A maioria optou pela abordagem dos cenários para investigação e interdisciplinaridade.

De forma geral, percebemos que elaborar sequências didáticas com atividades investigativas e dialógicas pode ser um desafio para muitos professores. Observamos que muitos estão acostumados a um formato mais tradicional de aula, baseado em livros didáticos e resoluções de exercícios. A elaboração dessas atividades pode exigir um estudo sobre novas abordagens pedagógicas, exploração de diferentes áreas e atualizações. Além disso, a preparação dessas aulas demanda um repensar dos materiais didáticos e das estratégias de avaliação. Outro desafio encontrado pelos professores na elaboração da sequência didática foi que, durante a realização do curso, talvez não tenha ficado clara a diferença entre cotidiano e território. Poderíamos ter feito mais exemplos sobre como transformar exercícios em atividades investigativas no território, percorrendo assim diferentes ambientes de aprendizagem.

A sequência didática (Quadro 5) elaborada pela Professora C foi pensada no ensino de matemática territorialmente referenciado para alunos do terceiro ano do Ensino Fundamental, com foco na promoção de comportamentos conscientes em relação ao meio ambiente. Conforme destacado por Valle (2022, p. 185), "um ensino de matemática territorialmente referenciado significa, portanto, um movimento no sentido articular um projeto em que a matemática escolar seja capaz de interagir com as características locais, respondendo às problemáticas sociais e ambientais".

A escolha desta sequência didática em particular se deu devido ao seu poder de mobilizar cenários para investigação. Segundo Skovsmose (2014), "o momento em que um cenário para investigação é apresentado aos alunos é um momento de abertura de possibilidades de sentidos". Dentro das diversas sequências didáticas apresentadas pelos professores, esta se destacou por proporcionar um ambiente rico em elementos que estimulam a curiosidade e o interesse dos alunos pelo estudo do território. As abordagens escolhidas foram: cenários para investigação e interdisciplinaridade.

Quadro 5 – Sequência didática realizada pela Professora C

<b>Planejamento em Sequência Didática</b>
Turma(s) ou ciclo(s): Turmas de 3º ano do 1º ciclo do Ensino Fundamental

Título da Sequência didática: CONSUMO CONSCIENTE É PRECISO MUDAR	
<p><b>Intenção</b> Nossa expectativa de aprendizagem</p>	<p>Após essa sequência didática espera-se que os estudantes sejam capazes de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Discutir e motivar comportamentos favoráveis à vida saudável;</li> <li>• Associar a importância da manutenção de hábitos de higiene saudáveis à prevenção de doenças causadas por microrganismos;</li> <li>• Relacionar a produção de lixo doméstico ou da escola aos problemas causados pelo consumo excessivo e construir propostas para o consumo consciente, considerando a ampliação de hábitos de redução e uso e reciclagem / descarte de materiais consumidos em casa na escola e ou no entorno;</li> <li>• Entender que o uso indiscriminado dos recursos naturais colabora com o aquecimento global, causando outros prejuízos ambientais irreversíveis;</li> <li>• Ler, escrever, compor, decompor e comparar números naturais em situações-problema e suportes diversos;</li> <li>• Observar que os diversos materiais possuem um tempo de decomposição e assim compreender marcadores de tempos tais como: século, ano, mês e dia.</li> </ul>
<p><b>Estratégia(s) que será(ão) utilizada(s):</b>  <input checked="" type="checkbox"/> Cenários de investigação <input type="checkbox"/> Modelagem Matemática <input type="checkbox"/> Etnomatemática <input type="checkbox"/> Geotecnologias  <input checked="" type="checkbox"/> Interdisciplinar com CIÊNCIAS, GEOGRAFIA e LÍNGUA PORTUGUESA</p>	
<p><b>Conteúdos</b></p>	<p>Produção, circulação e consumo; Impactos das atividades humanas; Ser humano, saúde e higiene; Impactos e riscos ambientais; Leitura, escrita, comparação e ordenação de números naturais; Composição e decomposição de números; Leitura, interpretação e representação de dados em tabelas de dupla entrada e gráfico de barras; Calculando com ajuda da Reta Numérica; Resolução de situações-problema envolvendo as ideias da adição e da subtração; Conhecendo as medidas de tempo: século, ano, meses e dias; Conhecendo o Sistema Monetário Brasileiro.</p>
<p><b>Procedimentos metodológicos</b> Etapas que antecedem a atividade e etapas que compõe a aplicação da atividade</p>	<p><b>PRIMEIRA PARTE:</b> Separação do material que será utilizado: livro de literatura infantil, PPT com imagens do lixo descartado de maneira errada na comunidade, notícia de jornal sobre programa de coleta seletiva do lixo instalado na comunidade pela prefeitura, textos informativos, organização do material de papelaria/Arte para criação de cartazes e do Jornal Mural, organização do equipamento áudio visual que será utilizado nas aulas (notebook, Datashow, caixa de som, tomada e extensão), seleção de vídeos do You Tube para aprofundamento.</p> <p><b>SEGUNDA PARTE:</b>  Esta sequência didática levará 5 dias para ser aplicada. Conterá com um primeiro momento de SENSIBILIZAÇÃO, por meio de uma leitura literária e do uso de fotos do descarte incorreto do lixo na comunidade do entorno da escola, em seguida de DIAGNÓSTICO, onde será feita uma sondagem de conhecimentos prévios dos estudantes por meio da dinâmica</p>

	<p>“tempestade mental”, posteriormente virá a etapa do DESENVOLVIMENTO, onde as crianças lidarão com o material escrito (notícia de jornal, textos informativos) e faremos as sistematizações necessárias. A CONCLUSÃO da sequência didática se dará com a confecção de cartazes que serão afixados pela escola e no entorno da escola e com a construção de um jornal mural onde serão compartilhadas as aprendizagens sobre o lixo, a maneira correta de descartá-lo, o uso consciente dos recursos naturais, o que é e como fazer a coleta seletiva do lixo, entre outros saberes.</p>
<b>Intervenção Estratégias</b>	
<b>Objetivos específicos para cada etapa</b>	
<b>Quantidade de aulas</b>	<b>Diagnóstico</b>
1 AULA	<p>Acolhimento e sensibilização à proposta da turma e realização da Leitura Compartilhada: DONANA E TITONHO, de Ninfa Parreiras e André Neves; Indagação às crianças sobre o que elas acharam da história, se elas conhecem e/ou já viram pessoas que trabalham fazendo o que Donana e Titonho fazem; (<b>anotar o que as crianças forem falando</b>);</p> <p>Mostrar às crianças um PPT com fotos do descarte equivocado do lixo na comunidade;</p> <p>Perguntar às crianças como elas e suas famílias descartam o lixo e o que elas acham do modo como o lixo está sendo descartado na comunidade. O que pode ser feito para melhorar essa situação na comunidade? (<b>anotar o que as crianças forem dizendo</b>);</p> <p>Proposta de fazer um GLOSSÁRIO: O que é LIXO? O que é RECICLAGEM? Todo lixo é igual?</p>
<b>Quantidade de aulas</b>	<b>Desenvolvimento</b>
2 AULAS	<p>Na aula passada, nós vimos como o lixo tem sido descartado de maneira equivocada no entorno da escola. E se nós ensinássemos às pessoas da nossa comunidade como é a forma correta de descarte?</p> <p>Distribuição da notícia de jornal: <b>“Buraco do Boi recebe projeto de descarte consciente de Niterói”</b> (leitura, interpretação, destaque de palavras-chave e registro das ideias principais do texto).</p> <p>Aprofundamento de conceitos como: LIXO, RECICLAGEM, COLETA SELETIVA DE LIXO, MEIO AMBIENTE, RECURSOS NATURAIS, POLUIÇÃO, DOENÇAS, em textos informativos.</p> <p>Sistematizando nossas aprendizagens: em uma ficha de registro, as crianças serão estimuladas a observar que o lixo não é igual, que possui categorias para que se já reciclado. Também vão aprender que cada tipo de lixo tem um tempo de decomposição no meio ambiente por meio da leitura e observação de um cartaz contendo materiais diferentes com seus respectivos tempos de decomposição. Após essa atividade iremos comparar os tempos de decomposição.</p> <p>Como atividade de casa cada criança irá registrar em seu caderno quantos sacos de lixo sua família produz por dia ou por semana. Com os resultados elaboraremos juntos uma tabela e depois um gráfico de barras para observarmos o consumo e a produção de lixo da turma. O <i>start</i> para essa atividade será a seguinte pergunta: quanto de lixo somos capazes de produzir em um dia ou uma semana, em nossa casa.</p> <p>No dia seguinte trabalharemos os dados e iremos comparar com a produção de lixo da nossa escola. Faremos esse registro conversando</p>

	com as pessoas que cuidam da limpeza da nossa escola.
<b>Quantidade de aulas</b>	<b>Fechamento</b>
2 AULAS	Ao longo desses dias aprendemos muito sobre, lixo, descarte correto, consumo consciente, etc. Agora chegou a hora de compartilharmos nossos saberes com os demais colegas e com os funcionários da escola, bem como com nossas famílias e demais pessoas da nossa comunidade. Como encerramento dos nossos estudos da semana faremos CARTAZES e confeccionaremos um JORNAL MURAL. Teremos uma aula para definirmos como serão nossos cartazes e a mensagem que eles irão ter e como dividiremos nosso Jornal Mural em partes. Para tanto, dividiremos a turma em algumas duplas, onde cada uma ficará responsável por um ou dois cartazes e um grupo maior que ficará responsável pelo Jornal Mural. Também precisaremos escolher o nome para o nosso Jornal Mural.
<b>Indicação</b>	
<b>Indicadores de avaliação</b>	<b>Instrumentos de avaliação</b>
PARTICIPAÇÃO ORAL  CAPACIDADE DE RELACIONAR CONHECIMENTOS TEÓRICOS E SITUAÇÕES COTIDIANAS  CAPACIDADE DE SÍNTESE	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Testes orais;</li> <li>• Fichas de registro;</li> <li>• Produção dos cartazes e do Jornal Mural;</li> <li>• Realização de pesquisas;</li> <li>• Apresentação de ideias e argumentações.</li> </ul>
<b>Referências</b>	<p><a href="https://www.canalkids.com.br/meioambiente/">https://www.canalkids.com.br/meioambiente/</a> (data de acesso: 18/01/2022)</p> <p><a href="https://www.youtube.com/watch?v=lr0jvAm0u1Q">https://www.youtube.com/watch?v=lr0jvAm0u1Q</a> (Música do Palavra Cantada: Se não serve se recicla; data de acesso: 18/01/2022)</p> <p>PARREIRAS, Ninfa. NEVES, André. Donana e Titonho. São Paulo: Edições Paulinas, 2018.</p> <p><b>Buraco do Boi recebe projeto de descarte consciente de Niterói.</b> O DIA Niterói. <a href="https://odia.ig.com.br/rio-de-janeiro/o-dia-niteroi/2020/10/6013675-buraco-do-boi-recebe-projeto-de-descarte-consciente-de-niteroi.html">https://odia.ig.com.br/rio-de-janeiro/o-dia-niteroi/2020/10/6013675-buraco-do-boi-recebe-projeto-de-descarte-consciente-de-niteroi.html</a></p>

Fonte: Dados da pesquisa (2022).

Após a leitura da sequência didática é possível reconhecer atividades que exploram o território dos alunos com temas como a importância do descarte correto do lixo e a sensibilização para questões ambientais.

No desenvolvimento da primeira aula, a professora realizaria o acolhimento da turma e introduziria a proposta do dia, que incluiria a leitura compartilhada do livro "Donana e Titonho", de Ninfa Parreiras e André Neves. Durante a leitura, ela incentivaria a participação dos alunos, questionando sobre suas impressões da

história e se conheciam pessoas que realizam atividades semelhantes às dos personagens. Em seguida, abriria espaço para que os alunos expressassem suas experiências pessoais relacionadas ao tema, anotando as observações e contribuições de cada um.

Quando a professora demonstra preocupação em anotar o que as crianças estão falando, isso revela um cuidado durante o planejamento das atividades. Em vez de adotar uma abordagem tradicional de diálogo, na qual as intervenções dos alunos são frequentemente desconsideradas, ela demonstra uma concepção valiosa ao valorizar e registrar o que é dito pelos alunos.

Essa prática não se baseia em um modelo de comunicação padrão "sanduíche", onde os alunos apenas respondem a perguntas ou são direcionados a seguir um roteiro predeterminado. Da mesma forma, também não se enquadra na ideia de adivinhação, na qual as respostas dos alunos são pouco valorizadas ou não são levadas em consideração. Pelo contrário, a abordagem escolhida pela professora enfatiza a importância do que é dito pelas crianças, pois reconhece que essas contribuições são inesperadas, muitas vezes desconhecidas e, portanto, merecem ser registradas e valorizadas.

Com a observação das imagens, a professora conduz uma discussão sobre como os alunos e suas famílias descartam o lixo e o que eles acham do modo como o lixo está sendo descartado na comunidade. Nesse contexto, a professora inaugura um movimento dialógico ao caminhar nessa direção. Isso ocorre porque, como afirmamos na fundamentação teórica deste trabalho, "dialogar é estar com o outro, é mover-se em direção ao outro" (MILANI, 2017). Ela não inicia a sequência dizendo como o lixo deveria ser descartado, mas demonstra, por meio de imagens, descartes inapropriados, buscando sensibilizar os alunos para questões ambientais e de sustentabilidade.

Mais uma vez, ela registraria as ideias e opiniões dos alunos, demonstrando seu cuidado em valorizar as contribuições de cada um. A primeira aula seria finalizada com a criação de um glossário com os alunos, explicando o que é lixo, reciclagem e levantando a questão se todo lixo é igual.

Nas próximas aulas, a professora planejou abordar questões ambientais e sociais, pensando no território dos alunos e em como poderiam refletir criticamente. Uma das possibilidades de engajamento seria fazê-los refletir sobre o tema do

descarte inadequado de resíduos, usando a seguinte pergunta: "E se nós ensinássemos às pessoas da nossa comunidade a maneira correta de descartar?"

A pergunta "E se nós ensinássemos às pessoas da nossa comunidade como é a forma correta de descarte?" abre um leque de possibilidades para identificarmos a presença de *atos dialógicos* (ALRØ; SKOVSMOSE, 2010). Como vimos anteriormente, os atos dialógicos não ocorrem em uma sequência fixa; eles podem ser observados em diferentes contextos e associações.

Utilizando o movimento da imaginação pedagógica e o raciocínio exploratório (SKOVSMOSE, 2015), o ato dialógico de *estabelecer contato* poderia surgir se um dos alunos respondesse: "Talvez as pessoas pudessem usar menos plástico e mais coisas que podem ser reutilizadas, como garrafas de vidro, não é?", e outro aluno afirmasse: "Eu concordo! Se usarmos menos plástico, podemos evitar que os animais se machuquem e que o nosso planeta fique sujo. "

No diálogo entre os alunos sobre a importância de reduzir o uso de plástico e reutilizar materiais, podemos observar a atenção de um aluno pelo outro. A escuta ativa é evidenciada pela resposta do segundo aluno, concordando com a ideia apresentada. Ao finalizar sua afirmação com a *tag question* "não é", o aluno não apenas reforça o entendimento mútuo, mas também estimula o contato ativo ao convidar o colega a confirmar sua perspectiva.

Outras questões poderiam ser imaginadas e discutidas:

- 1) Qual é o impacto ambiental do descarte inadequado de resíduos em nossa comunidade?
- 2) Como a reciclagem e a reutilização de materiais podem contribuir para a redução da quantidade de resíduos enviados para aterros sanitários?
- 3) Quais são os principais desafios enfrentados pelas pessoas ao tentarem adotar práticas sustentáveis de descarte de resíduos?
- 4) Quantos tipos diferentes de resíduos você acha que as pessoas da nossa comunidade produzem diariamente?
- 5) Se cada pessoa da nossa comunidade separasse corretamente o papel, plástico e metal para reciclagem, quantos recipientes de coleta precisaríamos em cada rua?



Após discutir algumas questões, a próxima etapa envolveria a distribuição de uma notícia de jornal sobre um projeto de descarte consciente no "Buraco do Boi", em Niterói (RJ) (Figura 9). Segundo Skovsmose (2010), folhear jornais pode ser uma fonte de ambientes de aprendizagem dos tipos (5) e (6). Os alunos leriam o texto, destacariam palavras-chave e registrariam as ideias principais, imaginando como essa iniciativa poderia ser aplicada em seu próprio entorno.

Figura 9 – Notícia de jornal (on-line)



Fonte: <https://odia.ig.com.br/rio-de-janeiro/o-dia-niteroi/2020/10/6013675-buraco-do-boi-recebe-projeto-de-descarte-consciente-de-niteroi.html>

A professora poderia sugerir outros questionamentos, tais como:

- 1) O que mudou na coleta de lixo na comunidade de Buraco do Boi com a instalação dos contêineres Molok?
- 2) Como os contêineres semienterrados ajudam a tornar a coleta de lixo mais eficiente?
- 3) Por que é importante separar o lixo orgânico do lixo reciclável seco?
- 4) Como o Projeto Clin está ensinando as pessoas sobre o novo modelo de descarte de lixo?
- 5) O que você acha que podemos fazer para ajudar na coleta seletiva de lixo na nossa escola ou comunidade?
- 6) Se um contêiner Molok enche completamente em 2 dias, quantos litros de lixo são descartados por dia nesse contêiner?

- 7) Se um aluno separa corretamente o lixo em sua casa e coloca 3 sacos de lixo orgânico e 2 sacos de lixo reciclável seco para serem coletados, quantos sacos de lixo ele colocou no total?

Ao discutir as questões propostas sobre a notícia, a professora poderia estimular o ato dialógico *posicionar-se*. Nesse cenário, os alunos teriam a oportunidade de expor suas opiniões e pontos de vista sobre o tema. Durante a discussão, eles poderiam compartilhar suas percepções sobre a importância de separar corretamente o lixo, os impactos positivos da reciclagem para o meio ambiente e a comunidade, bem como as medidas que podem ser adotadas para promover práticas sustentáveis em suas próprias casas e escolas.

Além disso, a professora poderia incentivar os alunos a analisar e resolver problemas matemáticos relacionados às quantidades de lixo, capacidade dos contêineres Molok e tempo de decomposição de materiais.

Em seguida, os conceitos sobre lixo, reciclagem, coleta seletiva do lixo, meio ambiente, recursos naturais, poluição e doença seriam aprofundados por meio de textos informativos, estimulando os alunos a pensarem criticamente sobre as consequências do descarte inadequado de resíduos e a importância da sustentabilidade.

Após as discussões feitas, os alunos seriam estimulados a preencher uma ficha de registro, observando que o lixo não é igual e que cada tipo possui categorias para reciclagem, imaginando como seria realizar essa classificação na prática.

Como atividade para casa, os alunos seriam convidados a registrar em seus cadernos quantos sacos de lixo suas famílias produzem por dia ou por semana, e juntos elaborariam uma tabela e um gráfico de barras para observar o consumo e a produção de lixo da turma, refletindo sobre o impacto ambiental e as possíveis soluções.

No dia seguinte, os dados seriam trabalhados e comparados com a produção de lixo da escola, imaginando como seria realizar esse registro e conversar com as pessoas responsáveis pela limpeza da escola para discutir possíveis melhorias e intervenções.

Como encerramento dos nossos estudos da semana, a professora organizaria a confecção de cartazes e a criação de um jornal mural. Ela planejará

uma aula para definir como seriam os cartazes, a mensagem que cada um deles transmitiria, e como o jornal mural seria dividido em partes. Para isso, ela dividiria a turma em algumas duplas, onde cada uma ficaria responsável por um ou dois cartazes, e um grupo maior que ficaria responsável pelo jornal mural. Além disso, a professora orientaria os alunos a escolherem um nome para o jornal mural, incentivando a reflexão sobre qual título melhor representaria o trabalho desenvolvido ao longo das aulas e as questões ambientais e sociais discutidas.

## 6 UMA POSSIBILIDADE DE CENÁRIOS PARA INVESTIGAÇÃO E O DIÁLOGO EM AULAS DE MATEMÁTICA A PARTIR DO TERRITÓRIO

O cenário para investigação foi intitulado “Cidade verde: A Matemática do Espaço Sustentável” e pensado com o objetivo de potencializar o diálogo e a investigação em diferentes territórios. A partir da análise das produções realizadas pelos professores, durante a formação continuada, apresentamos um conjunto articulado de atividades que abordam esses aspectos e a temática ambiental. Em sua pesquisa recente, Skovsmose (2023) destaca a evolução na percepção da natureza, passando de uma visão de recursos infinitos a uma compreensão de recursos limitados e ecossistemas frágeis, que exigem uma abordagem mais cuidadosa e sustentável por parte dos seres humanos:

Em 1848, quando a noção de justiça social foi cunhada, não havia consciência das questões ecológicas. A natureza era considerada um recurso infinito que nós, seres humanos, precisávamos controlar e dominar para extrair seus recursos e melhorar a vida humana. Essa perspectiva sobre a natureza mudou, e agora reconhecemos a natureza como sendo tanto limitada quanto frágil” (SKOVSMOSE, 2023, p. 56, tradução nossa).

Ao escolher a cidade de Taubaté (SP), onde resido e tive experiências como docente, busquei uma temática que pudesse ser adaptada e contextualizada em diferentes realidades, proporcionando aos professores a oportunidade de se apropriarem e se inspirarem para criar suas próprias práticas pedagógicas, mesmo pertencendo a outros bairros e cidades. É importante destacar que durante a oficina "Etnomatemática e Territórios Educativos", esse cenário para investigação foi sugerido aos professores participantes.

O cenário planejado ilustra o ambiente de aprendizagem (6), pois envolve investigações com um grau maior de realidade, e tem como foco a temática ambiental. Preocupa-se com a relação entre o número de habitantes e a disponibilidade de metros quadrados de área verde de uma cidade ou bairro, conforme “estabelecida pela Organização Mundial da Saúde (OMS), que recomenda que as cidades tenham um mínimo de 12 m<sup>2</sup> de área verde por habitante, bem distribuídos nas áreas urbanas, a fim de contribuir para o bem-estar social”, (LOPES & GUERRA, 2016, p. 5).

Precisamos reconhecer o que constitui uma área verde. O termo "áreas verdes" abrange diversos tipos de espaços urbanos que se caracterizam por serem

abertos e acessíveis, visando promover a saúde e o lazer, tanto de forma ativa quanto passiva. Esses locais permitem a interação das atividades humanas com o meio ambiente (DEMATTÊ, 1997).

Assim, esses espaços estão focados na preservação ambiental e no cuidado com o meio ambiente. “Ressalta-se que uma cidade sustentável deve apresentar um bom índice de áreas verdes e que atenda às necessidades da população, tais como lazer, recreação e outros”, (LOPES & GUERRA, 2016, p. 5).

Para iniciar, propõe-se o uso de notícias relacionadas ao desmatamento, queimadas e reflorestamento. Essas notícias podem ser oportunidades para discutir questões sobre conservação, sustentabilidade e impacto humano no meio ambiente. A ideia é conscientizar os alunos e trazer, para dentro da sala de aula, a discussão sobre problemas ambientais tais como, a importância da arborização nos centros urbanos e os benefícios que ela pode oferecer nas perspectivas do bem-estar físico e emocional das pessoas.

Figura 10 – Exemplo 1 de notícia



Fonte: <https://taubate.sp.gov.br/novo/category/noticias/meio-ambiente-e-bem-estar-anim>

Figura 11 – Exemplo 2 de notícia

## PREFEITURA DE TAUBATÉ REALIZA CAMINHADA E PLANTIO PRÓXIMO AO RIO PARAÍBA

22 de setembro de 2021 Destaque home, Meio Ambiente e Bem-Estar Animal, Notícias, Saúde 0



Nesta quinta-feira, dia 23 de setembro é comemorado o Dia do Paraíba do Sul. A Secretaria de Meio Ambiente realiza uma Caminhada ecológica e plantio de mudas de árvores nativas próximo ao Rio Paraíba do Sul. O evento conta com a participação de membros do Conselho Municipal de Meio Ambiente, ...

[Ver mais](#)

Fonte: <https://taubate.sp.gov.br/novo/category/noticias/meio-ambiente-e-bem-estar-anim>

Figura 12 – Exemplo 3 de notícia

## PREFEITURA REALIZA AÇÕES AMBIENTAIS EM ESCOLAS EM COMEMORAÇÃO AOS “DIAS VERDES”

2 semanas ago Destaque home, Meio Ambiente e Bem-Estar Animal, Notícias 0



A Prefeitura de Taubaté, por meio da Secretaria de Meio Ambiente e Bem-estar Animal (Semabea) e Secretaria de Educação (SEED), realizam ações em parceria com a Coordenadoria Nacional da Casa da Amizade para comemoração aos “Dias Verdes”, em apoio ao projeto “Reflorestando o Brasil”. A Casa de Amizade de Taubaté, ...

[Ver mais](#)

Fonte: <https://taubate.sp.gov.br/novo/category/noticias/meio-ambiente-e-bem-estar-anim>

Algumas questões poderiam ser discutidas, tais como:

- 1) Qual a importância das áreas verdes nos centros urbanos?
- 2) O desmatamento influencia o aumento da temperatura?
- 3) E as queimadas?
- 4) O que acontece com os animais que vivem em áreas que estão sendo desmatadas?
- 5) Há alguma relação entre o desmatamento e o efeito estufa?

Para realizar o cálculo da área verde ao redor da escola, cada aluno receberia um mapa da região entorno da escola e uma folha para efetuar os cálculos. Eles deveriam observar as áreas verdes no mapa e marcá-las usando apenas linhas retas para formar polígonos fechados. Utilizando uma malha quadriculada e a escala fornecida pelo mapa, os alunos calculariam áreas de cada polígono formado pelas linhas traçadas. É importante notar que as áreas de cada polígono correspondem à área verde na região.

Os alunos poderiam fazer uma pesquisa junto à prefeitura do município para estimar o número de habitantes na região próxima à escola. Em seguida, calculariam a quantidade de área verde disponível por habitante, utilizando o conceito de razão e proporção, seguindo as diretrizes estabelecidas pela Organização Mundial da Saúde (OMS).

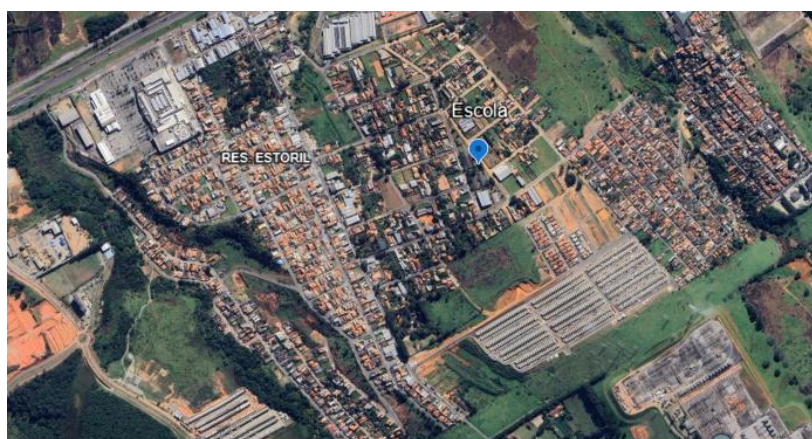
Nas imagens abaixo, podemos observar a imagem de satélite, por meio do Google Earth, do bairro ao redor da escola nos anos de 2009 e 2023. É possível notar que houve um aumento no número de construções e a redução da área verde ao longo desse período. Diante dessa transformação, surge uma questão importante para investigação: será que foram plantadas mais árvores?

Figura 13 – Bairro onde a Escola está localizada no ano de 2009



Fonte: <https://earth.google.com/web>

Figura 14 – Bairro onde a Escola está localizada no ano de 2023



Fonte: <https://earth.google.com/web>

O aumento das construções e a diminuição da área verde levantam dúvidas sobre o cuidado com o meio ambiente e a compensação adequada para a perda de espaços naturais. A simples análise das imagens não fornece uma resposta definitiva, sendo necessário investigar mais a fundo as práticas de arborização e preservação ambiental adotadas na região ao longo dos anos.

Imagine se os alunos fossem convidados a refletir sobre as possíveis transformações da cidade de Taubaté (SP). E se a cidade tivesse a proporção de área verde adequada em todos os seus bairros? Essa provocação levaria os estudantes a considerarem cenários em que cada localidade da cidade estivesse repleta de espaços verdes bem distribuídos. E se cada bairro contasse com parques, praças e áreas arborizadas, proporcionando um ambiente mais saudável e equilibrado para seus moradores? E se a população do município aumentasse, o plantio de árvores seria suficiente?

Os alunos seriam convidados a imaginar um país onde a preservação ambiental e a promoção de espaços naturais fossem prioridades em todos os níveis de planejamento urbano. E se cada município brasileiro fosse caracterizado por sua riqueza em áreas verdes, estimulando a conexão com a natureza, a prática de atividades ao ar livre e a conscientização ambiental?

Essas reflexões são essenciais para incentivar os estudantes a compreenderem a importância da natureza em nosso território e a refletirem sobre o papel de cada um na promoção de um ambiente mais sustentável. Skovsmose (2023) enfatiza que abordar questões ambientais na sala de aula de matemática não é apenas uma forma de aprendizado, mas também uma oportunidade de promover a



conscientização e o engajamento dos alunos em temas relevantes para a justiça social e ambiental. Ao explorar as possibilidades do cenário “Cidade verde: a matemática do espaço sustentável” onde a área verde é valorizada e presente em todas as esferas, os alunos desenvolvem uma consciência ambiental crítica e se tornam agentes de mudança em seus bairros ou cidades.

Por fim, gostaríamos de sugerir aos professores a produção de um mapa da cidade como representação cartográfica em um estudo sobre o território, com a divisão entre os bairros, indicando por meio de uma legenda quais bairros têm a quantidade mínima de área verde por habitante, de acordo com a OMS, e quais bairros não têm. Este recurso é fundamental em termos de uma produção em aulas de matemática, pois pode contribuir para que as pessoas que moram nas respectivas cidades reivindiquem seu direito a uma melhor qualidade de vida, com ar mais saudável. Esta compreensão evidencia uma leitura crítica da realidade na qual os alunos estão inseridos, utilizando ferramentas analíticas proporcionadas pela matemática.

A produção desse mapa poderia contribuir inclusive para que muitos municípios brasileiros reconhecessem como suas áreas verdes têm sido mantidas preservadas ou mesmo prejudicadas. Isso permitiria a conscientização da população sobre mais um direito e uma necessidade emergente na atualidade.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Buscamos através desse estudo investigar como o diálogo, o território e a Educação Matemática Crítica podem potencializar as aulas de matemática. Ao propor a superação do paradigma do exercício e do padrão “sanduíche” de comunicação, enfatizamos a necessidade de estimular a curiosidade, a criatividade e o pensamento crítico dos alunos por meio de cenários para investigação.

Por meio do diálogo em diferentes ambientes de aprendizagem, buscamos estimular reflexões e discussões sobre temas que não eram abordados nas aulas de matemática. Isso não significa que as aulas de matemática precisam ter somente questões investigativas contextualizadas territorialmente, mas é importante reconhecer a importância dessa abordagem crítica em relação às diferentes temáticas.

Assim, a pergunta que orientou a pesquisa foi: como o território pode potencializar o diálogo em aulas de matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica?

A partir da análise teórica, discutimos conceitos como Educação Matemática Crítica, cenários para investigação, diálogo e território, reconhecendo a relevância dessas abordagens para promover os cursos de formação continuada, visando alcançar o objetivo geral e os objetivos específicos propostos.

Foram realizados três cursos de formação: o primeiro, realizado no II ENOPEM como projeto piloto, intitulado "Matemática e Território: Perspectivas Críticas e Abordagens para os Anos Iniciais"; o segundo curso foi organizado com a mesma temática, considerando as experiências do curso anterior, e realizado no 21º Encontro USP-Escola. Além disso, dentro da mesma linha de pesquisa, promovemos a oficina "Etnomatemática e Territórios Educativos".

Os dados das produções dos professores foram observados com foco no curso ministrado no 21º Encontro USP-Escola, onde obtivemos o maior resultado das produções. A análise de dados consistiu em uma abordagem qualitativa, que se inspirou em elementos da pesquisa-ação, “no qual os pesquisadores e os participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo” (THIOLLENT, 1986, p. 14).

Outro aspecto metodológico ao qual estivemos atentos consistiu nos procedimentos explicitados por Ole Skovsmose (2015) em seu texto "Pesquisando o

que não é, mas poderia ser". Neste contexto, conduzimos nossa análise do conteúdo produzido pelos professores ao longo dos cursos com uma questão: de que forma o diálogo referente ao território, ou originado a partir dele, ainda não está presente, mas poderia estar?

Após a análise das atividades desenvolvidas pelos professores, identificamos desafios, pontos de melhoria e potencialidades, que incluíram o reconhecimento do território, o uso de notícias com ênfase em uma abordagem crítica e formas de questionamentos que estimularam o diálogo.

Na elaboração da sequência didática proposta para os professores, percebemos alguns desafios, como a criação de atividades investigativas. Muitos professores ainda estão habituados ao ensino tradicional e ao uso predominante do livro didático. No entanto, a Professora C demonstrou o potencial da literatura infantil para iniciar diálogos significativos com as crianças sobre diversos temas importantes, incluindo questões ambientais.

Ao iniciar sua sequência didática com a leitura compartilhada de "Donana e Titonho", de Ninfa Parreiras e André Neves, a Professora C cria um ambiente de acolhimento e sensibilização, permitindo que as crianças se conectem emocionalmente com a história. Por meio de histórias cativantes e personagens envolventes, os livros infantis conseguem capturar a atenção das crianças e estimular sua imaginação, ao mesmo tempo em que abordam questões relevantes de maneira acessível e compreensível.

Após a leitura, o diálogo sobre o que as crianças acharam da história e se conhecem ou já viram pessoas que trabalham como Donana e Titonho abre espaço para que compartilhem suas experiências e percepções. Ao compartilhar suas experiências e sugestões, as crianças se sentem valorizadas e envolvidas no processo de aprendizagem, desenvolvendo seu pensamento crítico e senso de responsabilidade ambiental.

Esse método evidencia como a literatura infantil pode ser uma ferramenta poderosa para sensibilizar as crianças sobre questões ambientais e promover uma aprendizagem significativa, superando os desafios do ensino tradicional e fomentando um ensino mais investigativo.

Outra potencialidade reconhecida na abordagem da professora é o uso de notícias para fazer com que os estudantes reflitam sobre seus territórios e

aprofundem o tema abordado. Ao apresentar um PowerPoint com fotos do descarte inadequado de lixo na comunidade, a professora consegue ilustrar a gravidade do problema de maneira visual e impactante. Essa estratégia não apenas sensibiliza as crianças sobre o impacto negativo do lixo no meio ambiente, mas também promove uma discussão crítica sobre a realidade de suas comunidades.

Perguntar às crianças como elas e suas famílias descartam o lixo e o que elas acham do modo como o lixo está sendo descartado na comunidade estimula o engajamento dos estudantes no diálogo. Esse tipo de questionamento não apenas envolve os alunos, mas também os incentiva a pensar criticamente sobre suas próprias práticas e as da comunidade, propondo soluções para melhorar a situação.

Propusemos um cenário para investigação intitulado "Cidade Verde: A Matemática do Espaço Sustentável", que abordasse essas questões, além de focar nas questões ambientais. A proposta visa potencializar diálogos sobre temas ambientais no território, um aspecto urgente no século XXI. A preocupação com as questões ambientais é essencial porque enfrentamos desafios globais, como as mudanças climáticas, a poluição e a degradação dos recursos naturais, que afetam diretamente a qualidade de vida e a saúde pública. Entender e abordar essas questões é fundamental para garantir um futuro sustentável para as próximas gerações.

Este cenário investigativo não só amplia a compreensão dos alunos sobre a importância da sustentabilidade, mas também contribui para o aprimoramento do trabalho dos professores, proporcionando uma educação mais integrada e crítica. Essa pesquisa surge de indagações e reflexões sobre a própria prática profissional da pesquisadora, a partir de sua experiência pedagógica em sala de aula e contato com professores dos anos iniciais e finais. Ressaltamos a importância de promover cursos de formação continuada com essa temática e esperamos que este trabalho seja utilizado como material de suporte para a formação de outros professores.

O objetivo é pensar o território como um facilitador do diálogo em aulas de matemática e contribuir para o aprimoramento das práticas pedagógicas dos professores, incentivando o uso de abordagens mais participativas e contextualizadas no ensino da matemática.

## REFERÊNCIAS

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e aprendizagem em Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2010. 135 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática). Tradução de Orlando de A. Figueiredo.

BIOTTO FILHO, D. Quem não sonhou em ser um jogador de futebol?: trabalho com projetos para reelaborar foregrounds. 2015. 234 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) -Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2015.

BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

D'AMBROSIO, **Ubiratan. Por que se ensina matemática**. Disciplina à distância/SBEM, 2000. Disponível em: [https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5793818/mod\\_resource/content/1/Ubiratan%20DAmbrosio%20-%20Por%20que%20se%20ensina%20matem%C3%A1tica.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/5793818/mod_resource/content/1/Ubiratan%20DAmbrosio%20-%20Por%20que%20se%20ensina%20matem%C3%A1tica.pdf)

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática – elo entre as tradições e a modernidade** – 6. ed., 1. reimp. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2020.

D'AMBROSIO, U. O Programa Etnomatemática: uma síntese. **Acta Scientiae**, v.10, n. 1, p. 7– 16, 2008.

D'AMBRÓSIO, U. Etnomatemática se ensina? **Bolema**, Rio Claro, v. 3, n. 4, p.13-16, 1988.

DEMATTÊ, M.E.S.P. **Princípios de paisagismo**. Jaboticabal: Funep, 1997. 104p.

FAUSTINO, A. C. Como você chegou a esse resultado? O diálogo nas aulas de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental. 2018. 232f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) -Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. São Paulo: Paz e Terra, 2012.

GADOTTI, M. Interdisciplinaridade – atitude e método. 1999. Disponível em: [http://www.paulofreire.org/moacir\\_gadotti/artigos/portugues/filosofia\\_da\\_educacao](http://www.paulofreire.org/moacir_gadotti/artigos/portugues/filosofia_da_educacao).

KOGA, D. Aproximações sobre o conceito de território e sua relação com a universalidade das políticas sociais. **Serviço Social em Revista**, Londrina, v. 16, n. 1, p. 30-42, 26 dez. 2013.

LACERDA, D. H.; **Cenários para investigação no ensino fundamental sob a perspectiva da educação matemática crítica**. 2020. 140 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande – FURG, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas, Santo Antônio da Patrulha, Rio Grande do Sul, 2020.

LOPES, A. F. A.; GUERRA, M. E. A.; As Áreas Verdes por Habitante no Contexto da Sustentabilidade Urbana: Um Estudo de Caso na Cidade de Prata/MG. In: **7º Congresso Luso Brasileiro para o Planejamento Urbano, Regional, Integrado e Sustentável**. Maceió, 2016.

MILANI, R. “Sim, eu ouvi o que eles disseram”: o diálogo como movimento de ir até onde o outro está. **Bolema**. Rio Claro, v. 31, n. 57, p. 35 - 52, abr. 2017.

MILANI, R.; SILVA, M. T.; SAULLO, C. R. R. H. Educação matemática crítica: possibilidades de ação em sala de aula. **Educação Matemática em Revista**, v. 18, n. 34, p. 5-13, nov., 2011.

MILANI, R. Transformar Exercícios em Cenários para Investigação: uma Possibilidade de Inserção na Educação Matemática Crítica. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 13, n. 31, p. 1-18, 7 maio 2020.

MARCONE, R.; MILANI, R. Educação matemática crítica: um diálogo entre sua gênese nos anos de 1970 e suas discussões em 2017 no Brasil. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 9, n. 20, p. 261–278, 2021.

MILANI, R. Diálogo: lugares, movimentos e significados. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 15, n. 39, p. 1–21, 2022.

MILANI, R; SILVA, E. S. Atividades Investigativas na Formação Inicial de Professores de Matemática sob a perspectiva da Educação Matemática Crítica. **Revista Paranaense de Educação Matemática**. Campo Mourão, v. 11, n. 26, p. 455 - 476, jun-ago. 2018.

MOLL, J.; BARCELOS, R. G de.; DUTRA, T. Cidades que educam e se educam: reconstruindo o olhar sobre a educação a partir dos territórios e das pessoas. **Retratos da Escola**, [S. l.], v. 16, n. 36, p. 713–717, 2022. Disponível em: <https://retratosdaescola.emnuvens.com.br/rde/article/view/1702>. Acesso em: 5 dez. 2023.

MOREIRA, D. A etnomatemática e a formação de professores. "**Discursos: perspectivas em educação**". ISSN 0872-0738. n. 2, p. 27-38, 2004.

OGLIARI, L. N.; BELLO, S. E. L. Práticas da cozinha de merendeiras escolares: Textos e contextos etnomatemáticos. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática: perspectivas socioculturales de la Educación Matemática**. San Juan de Pasto, Colômbia, v. 10, n. 3, p. 19-38, out. 2017.

PASTORIO, L. H. A.; PASTORIO, E.; MOLL, J. Diferentes territórios educativos e as políticas públicas: um diálogo necessário. In: Jaqueline Moll; Lucí Bernardi (Orgs.). (Org.). **Cidades Educadoras: novos olhares para o desenvolvimento humano na escola e para além dela? Aportes reflexivos do XI SINCOL**. 1ed.Frederico Westphalen: URI, 2021, v., p. 199-221.

ROCHA, M. F.; NUCCI, J. C. Índices de vegetação e competição entre cidades. **Geosp – Espaço e Tempo** (O-nline), v. 22, n. 3, p. 641-655, dez. 2018. ISSN 2179-0892. Disponível em: <<https://www.revistas.usp.br/geosp/article/view/133554>>. doi: <http://dx.doi.org/10.11606/issn.21790892.geosp.2018.133554>.

SANTOS, M. **Por uma Geografia Nova**. São Paulo: Hucitec, Edusp, 1978.

SANTOS, M. **A natureza do espaço**. São Paulo: EDUSP, 2002.

SILVA, G, H, G, da; LIMA, I. M. da S.; RODRÍGUEZ, F. A. G. (Orgs.). **Educação matemática crítica e a (in)justiça social: práticas pedagógicas e formação de professores**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2021. (Série Educação Matemática; Coordenação Celi Espasandin Lopes, vol. 17).

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Critical Mathematics Education**. New York: Springer, 2023.

SKOVSMOSE, O. **Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade**. Tradução de Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

SKOVSMOSE, O. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas, SP: Papyrus, 2008 (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

SKOVSMOSE, O. **Um convite à educação matemática crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. Campinas, SP: Papyrus, 2014 (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

SKOVSMOSE, O. Pesquisando o que não é, mas poderia ser. In D'AMBROSIO, B. S.; LOPES, C. E., **Vertentes da subversão na produção científica em Educação Matemática**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2015a, p. 63-90.

THIOLLENT, M. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez, 1986.



THIOLLENT, M. J. M.; COLETTE, M. M. Pesquisa-ação, formação de professores e diversidade. **Acta Scientiarum. Human and Social Sciences**, v. 36, n. 2, p. 207-216, dez. 2014.

TRIPP, D. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, dez. 2005.

VALLE, J. C. A. **Contribuições à reflexão curricular a partir de Ubiratan D'Ambrosio: por um ensino de matemática territorialmente referenciado**. Em: Andreia Lunkes Conrado; Gustavo Alexandre de Miranda; Zaqueu Vieira Oliveira. (Org.). Ubiratan Incomensurável. 1ed.São Paulo. Livraria da Física. 2022.v. 1, p. 173-194.

VALLE, J. C. A. **Paulo Freire e Educação Matemática: há uma forma matemática de estar no mundo**. São Paulo: Livraria da Física, 2022.