UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – USP
FACULDADE DE EDUCAÇÃO – FEUSP

ALAN KARDEC CARVALHO SARMENTO

O desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medida e o processo de significação na
atividade pedagógica

São Paulo
2019

ALAN KARDEC CARVALHO SARMENTO

O desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medida e o processo de significação na atividade pedagógica

Versão corrigida

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo no âmbito do convênio acadêmico celebrado pela Universidade de São Paulo – USP e pela Universidade Federal do Piauí – UFPI como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Educação.

Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura

São Paulo
2019

Autorizo a reprodução e a divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Catálogo da Publicação

Ficha elaborada pelo Sistema de Geração Automática a partir de dados fornecidos pelo autor

Bibliotecária da FE/USP: Nicolly Soares Leite - CRB-8/8204

SS246d
d

SARMENTO, ALAN KARDEC CARVALHO

O desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medida e o processo de significação na atividade pedagógica. / ALAN KARDEC CARVALHO SARMENTO; orientador Manoel Oriosvaldo de Moura. -- São Paulo, 2019.
301 p.

Tese (Doutorado - Programa de Pós-Graduação Educação Científica, Matemática e Tecnológica) -- Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, 2019.

1. Significação de Conceitos.. 2. Movimento Lógico-Histórico.. 3. Atividade Orientadora de Ensino.. 4. Prática Social das Medidas.. 5. Ensino de Matemática.. I. Moura, Manoel Oriosvaldo de, orient. II. Título.

SARMENTO, Alan Kardec Carvalho

O desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medida e o processo de
significação na atividade pedagógica

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, no âmbito do convênio acadêmico celebrado pela Universidade de São Paulo – USP e pela Universidade Federal do Piauí – UFPI, como requisito parcial para obtenção do título de Doutor em Educação. Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura.

Aprovado em: 11/11/2019

Banca Examinadora

Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura – FEUSP (Presidente)

Assinatura: _____

Prof. Dra. Maria do Carmo de Sousa – UFSCar

Assinatura: _____

Prof. Dr. Agnaldo Arroio - FEUSP

Assinatura: _____

Prof. Dr. Neuton Alves de Araujo – UFPI/Teresina

Assinatura: _____

Prof. Dr. Ademir Damazio – UNESC

Assinatura: _____

Ao meu pai Arlindo Sarmiento de Araújo Costa (In memoriam) e à minha mãe Ana Carvalho de Araújo Costa, pelo amor e dedicação incondicionais;

À minha esposa Maria Taís Mateus Carvalho Sarmiento e aos meus filhos Händel, Yule e Kalil. Minha força e razão de viver.

Ao inesquecível Prof. Dr. João Benício (Matemática - CCN/UFPI - In memoriam), saudades.

Ao Prof. Ori, que com sua sabedoria, nos ensinou mais que fazer uma pesquisa, nos ajudou a construir uma concepção de humanidade. Como prova do meu respeito e gratidão.

AGRADECIMENTOS

Este é um momento especial, quando temos a oportunidade de registrar nossa gratidão a todos aqueles que nos ajudaram nesta caminhada. No primeiro instante, agradecemos a Deus pela oportunidade impar de vivermos esta experiência, pela força e saúde que nos fizeram lograr êxito.

Agradecemos a todos os servidores e funcionários da FEUSP por meio do seu diretor, Prof. Dr. Marcos Garcia Neira, com especial atenção ao Prof. Dr. Agnaldo Arroio (coordenador do DINTER USP/UFPI), ao Prof. Dr. Afrânio Catani, à Profa. Dra. Claudia Gallian, à Profa. Dra. Maria Isabel e ao Prof. Dr. Nelio Bizzo que nos honraram com suas contribuições valiosas para nossa formação profissional no âmbito de suas disciplinas.

Aos membros da Banca de Qualificação, por aceitarem a tarefa de avaliar a presente Tese e oferecerem gentilmente suas ricas contribuições no sentido de refinar esse trabalho. Tarefa que cumpriram com despreendimento e espírito de colaboração, tendo em vista o desenvolvimento acadêmico e científico.

Muito especialmente, agradecemos ao Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura – o Prof. Ori – pelo companheirismo e dedicação, ao partilhar conosco seu tempo, seu conhecimento e sua experiência em prol deste projeto, colaborando com cortesia e fineza. Somos muito gratos pelo privilégio de tê-lo como orientador e antes de tudo, como exemplo de humanidade e competência profissional.

À Universidade Federal do Piauí por meio do Magníssimo Reitor Prof. Dr. José Arimatéia Dantas Lopes, do Prof. Dr. Welter Cantanhêde da Silva, Coordenador de programas de Pós-Graduação Stricto Sensu, do Prof. Dr. Helder Nunes da Cunha, Coordenador de programa de Pós-Graduação à época da implantação deste DINTER e da Profa. Dra. Germaine Elshout de Aguiar Coordenadora do DINTER USP/UFPI, pela dedicação e esforço para que esse programa existisse em sua plenitude.

Agradecemos aos colegas de curso pelo companheirismo e apoio diante das nossas necessidades e dificuldades. Guardaremos as boas lembranças desse convívio amistoso, proporcionado pelo mesmo objetivo, do qual surgiu o espírito de colaboração, de cumplicidade e de amizade.

Aos nossos alunos e colegas professores do Curso de Licenciatura em Ciências da Natureza (CCN/UFPI) que gentilmente nos apoiaram e nos incentivaram.

Ao Municipal de Lagoa Alegre, através do prefeito Sr. Carlos Magno Fortes Machado e do Secretário de Educação Prof. Francisco Ferreira de Carvalho, pela gentileza e atenção para conosco, ao nos permitir, por meio de parceria com a PREXC/UFPI, realizar a pesquisa nas escolas daquele município.

De modo especial, somos gratos ao Sr. Antônio Moraes Soares, presidente da Associação de Moradores de Lagoa Alegre, pela sua fundamental contribuição na concretização dessa pesquisa. Ele foi o nosso guia nas aventuras pelo interior do Município, nos ajudou a formar o grupo de colaboradores, constituídos pelos pequenos lavradores, com os quais trabalhamos e nos deu o suporte logístico necessário para esse fim.

Ao Seu Benedito Soares e D. Damiana de Moraes, pais do Seu Antônio, pelo acolhimento em sua aconchegante residência e pelos fartos e deliciosos almoços de sábado.

À professora Esp. Maria José da Silva Melo que atuou como coordenadora adjunta do curso de formação profissional, realizado em Lagoa Alegre. Na verdade ela se responsabilizou pela organização e logística do curso e auxiliou em outras situações, inclusive após o final do desse evento, fornecendo informações importantes para a realização da presente Tese.

Aos professores Edmilson Batalha Campo, Raimundo de Sousa Viana Filho e Carlos Alberto Mendes de Almeida, respectivos diretores das escolas Marcos Andrade, Alfredo Costa e Nossa Senhora das Graças, pela permissão para realização dos experimentos didáticos em suas escolas, nos recebendo com a cortezia.

Agradecemos especialmente aos treze lavradores do Município de Lagoa Alegre, apoiadores anônimos, pelo privilégio de ouvir suas narrativas que nos ajudaram a compreender seu jeito particular de viver. Obrigado pela inestimável colaboração e cumplicidade.

Nossa gratidão aos vinte e um professores participantes dessa pesquisa. Vocês contribuíram de maneira inestimável com nosso aprendizado, ao compartilhar conosco seus conhecimentos, sua generosidade e competência profissional. Mui especialmente, agradecemos aos professores que realizaram os Experimentos Didáticos e nos deram a oportunidade de aprender um pouco mais sobre o trabalho docente, a vida cotidiana dos professores e outras especificidade da prática docente. Obrigado pela dedicação, esforço e complacência que tiveram para conosco.

Aos estudantes das escolas Marcos Andrade, Alfredo Costa e Nossa Senhora das Graças, que participaram dos Experimentos Didáticos voluntariamente. Vocês nos estimularam a continuarmos lutando por uma escola cada vez melhor. Obrigado pela colaboração.

Ao amigo e colega Prof. Dr. Neuton Alves de Araujo, pelas muitas contribuições a esse trabalho. Obrigado por seu apoio e companheirismo na minha vida acadêmica. Que bom que tivemos a felicidade de encontrar você, uma pessoa amável, que tem prazer em compartilhar e colaborar com os demais. Muito grato por tudo.

Ao amigo, desde minha adolescência, Daniel Felix, à sua esposa Dirce e ao Victor, filho do casal. Esta família nos acolheu no aconchego de sua casa em todas as nossas estadias em São Paulo, mais do que isso, teve cuidado de nós e nos apoiou graciosamente.

Ao amigo e companheiro de viagens de campo, Helbert Campelo, por ter cuidado dos áudios e videograções e do apoio técnico durante a pesquisa empírica. Saiba que você foi o companheiro ideal, que fez mais que um trabalho técnico, na verdade nos incentivou. Obrigado.

Á amada companheira, parceira e esposa Taís Mateus, não há nada que possamos fazer ou dizer para representar nossa gratidão pelo que tens feito, só nos resta agradecer-te pelo amor, dedicação e companheirismo durante esses 27 anos de intensa cumplicidade. Aos queridos filhos, Händel, Yule e Kalil, pelo amor, e compreensão em minhas ausências, por conta deste trabalho. Ao Händel, queremos dá-lhe os créditos de pensar conosco em nossas conversas filosóficas, mostrou-se um grande entusiasta.

Aos meus pais Araujo (em memória) e Ana, por quem temos muito respeito e admiração pela forma como conduziram a nossa vida e nos educaram. Vocês nos ensinaram as melhores lições da vida. Muito obrigado.

Às irmãs Ester e Assunção e ao irmão Arlindo Neto, por tomarem conta de nossa mãe, liberando mais tempo para nos dedicarmos aos estudos. Vocês sempre foram nossos apoiadores. Obrigado pelo amor, respeito e admiração.

Aos tios Antônio Sarmento de Araujo Costa e Arline Vieira de Araujo Costa por influenciarem na nossa carreira profissional e acadêmica, colocando-se como uma referência de estudo e trabalho como valores fundamentais.

É bem provável que tenhamos esquecidos alguém, por isso dedicamos este parágrafo para agradecer aos apoiadores anônimos, aqueles que nos ajudaram de alguma forma, com uma palavra amiga, com uma fotocópia, ou coisa do tipo. Um favor, por menor que possa parecer, merece nosso reconhecimento e gratidão.

Nunca se encontrará, nunca se compreenderá o que é a invenção do homem se tomarmos a pura práxis fundada sobre uma consciência clara; é preciso que haja por trás disso elementos de ignorância para oferecer uma possibilidade de invenção. Assim, cabe dizer que há duas características essenciais e contraditórias da subjetividade: por elas, o homem se repete indefinidamente e o homem não cessa de inovar pelo fato mesmo de inventar a si próprio, já que há uma reação do que ele inventou sobre ele mesmo.

Jean Paul Sartre

RESUMO

O objetivo central desta pesquisa é investigar como estão relacionados o processo de significação, o desenvolvimento lógico-histórico e o modo de apropriação do conceito de medida no ensino de Matemática, em particular, nas coletividades agrícolas, a partir de uma análise histórico-epistemológica deste conceito. Teoricamente, esta pesquisa está baseada no Materialismo Histórico Dialético, na vertente da Teoria Histórico – Cultural/Teoria da Atividade. Participaram dessa pesquisa, na condição de colaboradores, lavradores e professores de Matemática. Empiricamente, a pesquisa se concretizou no Município de Lagoa Alegre do Piauí, através de três ações básicas: a) investigação das práticas sociais relacionadas às medidas nas lavouras b) realização de experimentos didáticos, por professores, com estudantes do Ensino Básico e c) realização de Experimento Formativo através de um curso de formação continuada para os professores de Matemática. Como técnica e instrumentos de produção de dados utilizamos entrevistas semiestruturadas, rodas de conversa e oficinas didáticas. No processo analítico os dados foram organizados segundo a natureza de seu conteúdo, estruturados em três níveis: isolados, episódios e cenas, tomando as Unidades de Pensamento Discursivo como elementos de análise na perspectiva vigotskiana. A pesquisa mostrou a importância do uso pedagógico do lógico-histórico do objeto, quando este é referência para evidenciar a relação entre as práticas sociais e a formação de conceitos; a análise do desenvolvimento lógico-histórico do conceito pode estruturar diversas ações em sala de aula a partir da exploração de aspectos da vida cotidiana, das práticas sociais e da cultura em que professores e alunos estão inseridos. Apontou também que as práticas sociais das medidas antropomórficas não se reduzem a práticas cotidianas isoladas dos alunos, indicando que é preciso levar em consideração seus sistemas simbólicos nos quais tais práticas estão subsumidas, por meio de uma análise no campo semântico de conceitos e procedimentos matemáticos que, didaticamente adaptados, podem ser incorporados aos currículos escolares atuais.

Palavras chaves: Significação de Conceitos. Movimento Lógico-Histórico. Prática Social das Medidas. Atividade Orientadora de Ensino. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

The main objective of this research is to investigate how the process of signification, the logical-historical development, and the appropriation mode of the concept of measurement in mathematics teaching are related, in particular, in agricultural cooperatives, from a historical-epistemological analysis of this concept. Theoretically, this research is based on Dialectical Historical Materialism, in the perspective of Historical-Cultural Theory / Activity Theory. They participated in this research, as collaborators, farmers and mathematics teachers. Empirically, the research was developed in Lagoa Alegre of Piauí, through three basic actions: a) investigation of social practices related to crop measures b) conducting a formative experiment through a professional improvement course for the teachers and c) conducting didactic experiments, by teachers, with basic education students. As technique and instruments of data production we used semi-structured interviews, conversation wheels and didactic workshops. In the analytical process the data were organized according to the nature of its content, structured in three levels: isolated, episodes, and scenes, considering Discursive Thought Units as elements of analysis in the vigotskiana perspective. The research showed the importance of pedagogical use of object history when this is a reference to highlight the relationship between social practices and the formation of concepts; The logical-historical analysis of the concept can structure several actions in the classroom from the exploration of aspects of everyday life, social practices, and of culture in which teachers and students are inserted, therefore, any effort to study a mathematical concept needs to consider its logical and historical aspects in the context of the cultural structure in which these knowledge are subsumed. It also pointed out that the social practices of anthropomorphic measures aren't isolated everyday practices of students, that it is necessary to take into account their symbolic systems in which such practices are included, through a semantic field analysis of mathematical concepts and procedures that, didactically adapted, can be incorporated into current curricula.

Keywords: Meaning of Concepts. Logical-Historical Movement. Social Practices. Measurement. Teaching Guiding Activity. Mathematics teaching.

LISTA DE QUADROS

Quadro 1	Descrição dos dados do curso de extensão PREXC/UFPL.....	130
Quadro 2	Conteúdo programático e cronograma do curso de extensão (Experimento Formativo)	132
Quadro 3	Descrição das principais diretrizes para realização do experimento didático.....	134
Quadro 4	Perfil dos sujeitos da pesquisa.....	146
Quadro 5	Distribuição dos Episódios e Cenas, segundo os Isolados de análise....	166
Quadro 6	Perfil profissional dos professores colaboradores.....	170
Quadro 7	Relatos de experiências dos professores.....	172
Quadro 8	Síntese do episódio 1: “O furo é exatamente não conhecer a prática”..	186
Quadro 9	Episódio 2 – cena 5: A pedra de corisco.....	192
Quadro 10	Episódio 2 – cena 6: a atividade de ensino mediada pela AOE.....	200
Quadro 11	Resumo do episódio 2: A AOE e o desenvolvimento do pensamento teórico.....	206
Quadro 12	Episódio 3 – cena 7: cubando a terra.....	209
Quadro 13	Episódio 3 – cena 8: medindo grãos.....	213
Quadro 14	Resumo do episódio 3: O particular e o geral: as medidas locais.....	215
Quadro 15	Resumo das tarefas de ensino.....	223
Quadro 16	Resumo das principais considerações feitas pelos professores sobre o processo de planificação das ações – cena 10.....	229
Quadro 17	Resumo do episódio 4: a elaboração do experimento didático: as SDA e as tarefas de estudo.....	234
Quadro 18	Resumo das reflexões sobre o experimento didático do prof. Derci.....	238
Quadro 19	Resumo das reflexões sobre o experimento didático dos professores Franc e Nilson.....	245
Quadro 20	Resumo da apresentação do experimento didático do professor Lair....	250
Quadro 21	Sínteses do episódio 5: Professores em atividade de ensino no experimento didático.....	254

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Cervídeo rupestre da toca do Boqueirão do Sítio da Pedra Furada – BPF - Parque da Serra da Capivara – PI.....	74
Figura 2	Protótipo Internacional do Metro de 1889 (1ª CGPM).....	99
Figura 3	Representação esquemática do Experimento Formativo.....	131
Figura 4	Representação esquemática do Experimento Didático.....	133
Figura 5	Representação esquemática da estrutura do método de análise.....	138
Figura 6	Representação esquemática dos Isolados definidos a partir do Experimento Formativos.....	139
Figura 7	Representação esquemática dos fatos geradores das cenas de análise...	141
Figura 8	Roça queimada e limpa.....	148
Figura 9	Caixa de madeira correspondente a meia quarta.....	158
Figura 10	Feirante medindo grãos com o prato.....	159
Figura 11	Configuração geral do processo de mediação das ações formativas.....	188
Figura 12	Fluxos das ações formativas com professores: isolado 1.....	217
Figura 13	A interdependência dos episódios do isolado 1: aprendizagens docentes no Experimento Formativo.....	220
Figura 14	A escola como coletividade educadora: relação dimensão planejadora – dimensão executora.....	233
Figura 15	Fachada da Escola Municipal Alfredo da Silva Costa.....	237
Figura 16	Fachada da Escola Municipal Marcos Andrade Pontes.....	243
Figura 17	Fachada da Escola Municipal Nossa Senhora das Graças.....	249
Figura 18	A interdependência dos episódios do isolado 2: Organização do ensino no Experimento Didático.....	258
Figura 19	O conceito de medida: interdependência entre desenvolvimento histórico, o movimento lógico e a formação da consciência no processo de significação.....	265

LISTAS DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AOE: Atividade Orientadora de Ensino

BPF: Boqueirão do Sítio da Pedra Furada

CGPM: Conferência Geral de Pesos e Medidas

COD: Código

CPDOC: Centro de Pesquisa e Documentação de História Contemporânea

ED: Experimento Didático

EF: Experimento Formativos

GE: Grupo de Estudo

GEPAPe: Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Atividade Pedagógica

GT: Grupo de Trabalho

IBGE: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

ID: Identificação

IDHM: Índice de Desenvolvimento Humano Municipal

INMETRO: Instituto Nacional de Metrologia Qualidade e Tecnologia

INT: Instituto Nacional de Tecnologia

MDH: Materialismo Histórico-Dialético

PDA: Problema Desencadeador da aprendizagem

PREXC: Pró-Reitoria de Extensão e Cultura

SDA: Situação Desencadeadora da Aprendizagem

SEMED: Secretaria Municipal de Educação de Lagoa Alegre

SI: Sistema Internacional de Unidades

S_i : Sujeito i ($i \in N$)

T H-C: Teoria Histórico-Cultural

TIC: Tecnologias da Informação e Comunicação

UFPI: Universidade Federal do Piauí

UPD: Unidades de Pensamento Discursivo

USP: Universidade de São Paulo

ZDP: Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	27
SEÇÃO 1: O LÓGICO-HISTÓRICO E SEU PAPEL NO PROCESSO DE SIGNIFICAÇÃO.....	33
1.1 Atividade e consciência.....	35
1.1.1 O drama da vida e a trilha da consciência.....	35
1.1.2 A significação e a consciência.....	38
1.2 O Lógico-Histórico e seu papel no processo de significação.....	43
1.2.1 A lógica matemática como lógica do pensamento.....	44
1.2.2 O lógico-histórico como princípio investigativo.....	48
1.2.3 O lógico-histórico como princípio explicativo da dinâmica da formação da consciência e do processo de significação.....	50
1.2.4 O lógico-histórico como princípio de organização no ensino de Matemática no contexto da Atividade Orientadora de Ensino.....	51
SEÇÃO 2: O LÓGICO-HISTÓRICO DO CONCEITO DE MEDIR: O GERAL E O PARTICULAR NO DESENVOLVIMENTO CONCEITUAL.....	59
2.1 As representações sociais das medidas: justiça, soberania e poder.....	61
2.1.1 A evolução do comércio e o desenvolvimento das medidas.....	65
2.1.2 A Ciência e o problema das medidas.....	68
2.2 O desenvolvimento das medidas: episódios históricos.....	71
2.2.1 Gênese e desenvolvimento das medidas na era lítica.....	71
2.2.2 As medidas e revolução agrícola.....	76
2.2.3 Medidas antropomórficas antigamente.....	79
2.2.4 O problema das medidas na Idade Média.....	83
2.2.5 A diversidade de medidas e as tentativas de unificação.....	88
2.2.6 A unificação e universalização das medidas: o sistema métrico decimal.....	95
2.2.7 As medidas no Brasil.....	101
SEÇÃO 3: O CAMINHO DA PESQUISA.....	107
3.1 O Materialismo Histórico-Cultural como método filosófico da pesquisa.....	107

3.2 A Teoria Histórico-Cultural e a Teoria da Atividade como fundamento teórico-metodológico da pesquisa.....	110
3.3 A estrutura e a organização geral da pesquisa.....	115
3.3.1 A investigação das práticas de medidas em Lagoa Alegre: os lavradores, o cenário da pesquisa e os mecanismos de apreensão dos dados.....	118
3.3.1.1 A Roda de Conversa.....	121
3.3.1.2 As entrevistas.....	125
3.3.2 Experimento Formativo como estratégia de pesquisa.....	127
3.3.2.1 Os participantes e o cenário do curso/experimento formativo.....	129
3.3.2.2 O Experimento Didático no contexto do Experimento Formativo.....	133
3.4 O método de análise dos dados como meio de apreensão da realidade.....	135

SEÇÃO 4: O PARTICULAR NO DESENVOLVIMENTO CONCEITUAL DE MEDIR: O TRABALHO NA ROÇA E A PRÁTICA SOCIAL DAS MEDIDAS NO PIAUÍ.....

4.1 A roça: os trabalhadores e seu trabalho.....	144
4.2 Transmissão dos conhecimentos.....	151
4.3 As medidas da roça e seus fundamentos gerais.....	153
4.3.1 Medidas de comprimento e de área na roça.....	154
4.3.2 As medidas de grãos.....	157
4.4 O que nos dizem as práticas Sociais de medição em Lagoa Alegre.....	161

SEÇÃO 5: A SIGNIFICAÇÃO E O MOVIMENTO LÓGICO HISTÓRICO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS NA ATIVIDADE PEDAGÓGICA: TECENDO AS RELAÇÕES.....

5.1 O campo de pesquisa.....	167
5.2 Caracterizando os professores colaboradores.....	169
5.3 Isolado 1: aprendizagens docentes no experimento formativo.....	171
5.3.1 Episódio 1: “O furo é exatamente não conhecer a prática”.....	172
5.3.1.1 Cena 1: “A experiência que gostei”.....	177
5.3.1.2 Cena 2: eu sou mesmo assim.....	181
5.3.1.3 Cena 3: Por que o senhor não usa o metro e resolve logo o problema?.....	183
5.3.1.4 Práticas docentes: compreender e intervir.....	185
5.3.2 Episódio 2: A AOE e o desenvolvimento do pensamento teórico.....	187

5.3.2.1 Cena 4: a interação do pesquisador.....	187
5.3.2.2 Cena 5: a pedra do corisco.....	190
5.3.2.3 Cena 6: a atividade de ensino mediada pela a AOE.....	198
5.3.2.4 Análise da qualidade das aprendizagens docentes: o que foi possível aprender?	205
5.3.3 Episódio 3: o particular e o geral: as medidas locais.....	208
5.3.3.1 Cena 7: cubando a terra.....	209
5.3.3.2 Cena 8: Medindo grãos.....	212
5.3.3.3 Os professores e as medidas locais.....	216
5.3.4 Síntese do isolado 1: das aprendizagens docentes no experimento formativo.....	217
5.4 Isolado 2: a organização do ensino no experimento didático.....	220
5.4.1 Episódio 4: A elaboração do experimento didático: as SDA e as tarefas de ensino	221
5.4.1.1 Cena 9: as tarefas de ensino: planificação de ações e operações.....	222
5.4.1.2 Cena 10: reflexão sobre o processo de planificação das ações: o que mudou?...	227
5.4.1.3 Síntese das análise sobre o episódio 4: a dimensão planejadora e a executora...	233
5.4.2 Episódio 5: professores em atividade de ensino no experimento didático.....	235
5.4.2.1 Cena 11: experimento didático do professor Derci.....	236
5.4.2.2 Cena 12: o experimento didático dos professores Franc e Nilson.....	242
5.4.2.3 Cena 13: o experimento didático do professor Lair.....	248
5.4.2.4 Síntese do episódio 5: a organização do ensino no experimento didático.....	252
5.4.3 Síntese isolado 2: a organização do ensino no experimento didático.....	257
 SEÇÃO 6: O PROCESSO DE SIGNIFICAÇÃO, O LÓGICO-HISTÓRICO E AS PRÁTICAS SOCIAIS NA OBJETIVAÇÃO DO CONCEITO DE MEDIDA.....	 261
 SEÇÃO 7: DE ESTAR A SER NA PESQUISA: EM MOVIMENTO DE DIGRESSÃO.....	 279
 REFERÊNCIAS.....	 282
APÊNDICES.....	289
ANEXOS.....	295

INTRODUÇÃO

Como resultado da engenhosidade da espécie humana, a Matemática desenvolveu-se seguindo o mesmo itinerário da construção do humano; partindo de necessidades da atividade humana, pavimentou sua vocação inicial nas atividades concretas do homem. Assim como a filosofia, as ciências naturais e as demais formas de conhecimento, a Matemática é fundamental na formulação do pensamento humano. Funciona como linguagem estruturante das ciências e das práticas sociais nas diferentes culturas; registra, organiza e desenvolve o pensamento, de sorte que ela está presente nas diferentes formas de saber fazer e de fazer saber.

A Matemática, como se sabe, é produto das abstrações realizadas pela mente humana a partir de sua experiência sensorial. Há, pois, uma inconsistência em pensá-la como um subproduto do pensamento de mentes privilegiadas, capazes de reduzi-la a um jogo lógico de combinação de regras e postulados ou de uma formalidade pura, constituída por uma linguagem complicada. A experiência humana está na gênese e no processo evolutivo da Matemática. Dessa perspectiva, a concepção idealista, ao considerar a possibilidade de distanciar a Matemática da experiência ou da percepção sensorial dos objetos ou, ainda, ao concebê-la como um sistema conceitual independente da realidade, como uma formação que se retroalimenta e progride, seguindo somente as suas próprias leis, esquece que a Matemática é patrimônio histórico-social da humanidade. Mas, se por um lado, é bem verdade que existem conceitos matemáticos que nascem a partir de outros e que não podem ser verificados na experiência sensorial ou na prática do cotidiano, por outro lado também é verdade que, em qualquer nível, o conhecimento matemático apresenta aspectos de natureza racional e sensorial, por ser essencialmente um produto histórico e humano.

Disso resulta uma questão tão antiga quanto importante: o que é a Matemática? A resposta a esta questão está essencialmente na possibilidade de se conhecer a sua história, de desvendar como ela se desenvolveu e como foi seu processo lógico de construção, de compreender as necessidades que motivaram e desafiaram o homem. Isso só pode ser concretizado mediante análise histórico-epistemológica.

Quando se pensa na complexidade do processo de elaboração do conhecimento matemático no contexto da atividade pedagógica, principalmente no ensino de Matemática no âmbito escolar, tomamos o estudo da história e a história do objeto como referência para pesquisas educacionais, visto que elas permitem o reconhecimento das práticas sociais mediadas por sistemas simbólicos como parte da consciência social, o que possibilita a demanda de novas metodologias, de materiais e de conteúdos escolares importantes para o ensino e que

tenham efeitos diretos na formação cultural e humana dos estudantes a partir da apropriação de conceitos. Essa concepção de Matemática e de seu ensino é fundamental neste estudo, dado que a presente Tese se apresenta como resultado de uma análise histórico-epistemológica do conceito de medida, segundo a perspectiva teórica da Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade. A intencionalidade do presente trabalho é contribuir com o ensino de Matemática, no sentido de oferecer subsídios teóricos, a partir da análise das relações entre o ensino e a aprendizagem estabelecidas com os processos de objetivação dos conhecimentos matemáticos, mais especificamente, do conceito de medida.

Assim, definimos como *objeto* de estudo o desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medida e suas relações com o processo de significação e com as práticas culturais dos pequenos lavradores relativas às formas de mensuração no contexto do ensino de Matemática. Considerando que os conhecimentos matemáticos sobre as medidas estão estruturados em uma teia de conceitos associados por diferentes nexos, tomamos a análise do desenvolvimento lógico-histórico das medidas, do processo de significação, das práticas culturais dos pequenos lavradores e o estudo do modos de apropriação de conceitos como caminho para desvendar a ligação entre a cultura das medidas dos pequenos lavradores e a objetivação do ensino de Matemática, na expectativa de oferecer sugestão de modelos de ensino, privilegiando a relação entre a cultura e cognição.

Como professor de Matemática, observamos que, na objetivação do currículo, o desenvolvimento histórico dos conceitos, inclusive o das práticas sociais historicamente situadas, de modo geral, são esquecidos ou tendem a funcionar como recurso à didática, quase sempre apresentando aos alunos pontos salientes da história da Matemática, ou resumos biográficos de suas personagens ilustres. Tal situação parte do pressuposto de que tal procedimento estimula o interesse do estudante pelo conteúdo matemático. É, portanto, uma ação que visa a encorajar o estudante. Por isso, por vezes, não é vista como uma ação pedagógica dirigida à aprendizagem do conteúdo de matemática, nem muito menos como forma de apropriação da significação ou meio de desenvolvimento de suas potencialidades.

Diante do exposto, temos motivos agudos para acreditar que o processo de apropriação das significações sociais, em particular, o do conceito de medida e o de produção de sentidos pessoais, depende da apropriação do seu desenvolvimento lógico-histórico em confronto com as práticas culturais, ou seja, na apropriação da forma de existência das medidas no mundo real, de suas propriedades, seus nexos e relações, desenvolvidos historicamente nas práticas sociais coletivas. Esse pressuposto nos levou à *hipótese*: O processo de construção das significações

sociais do conceito de medida está associado ao modo de apropriação do desenvolvimento lógico-histórico da medida pelo sujeito.

A partir dessa proposição, emergiu o seguinte *problema de pesquisa*: se a consciência do sujeito, como defendeu Leontiev (1983), é o reflexo do desenvolvimento histórico da sociedade, se é a partir da relação do indivíduo com a produção sócio-histórica da humanidade que se dá a apropriação da cultura humana, e se o desenvolvimento do psiquismo humano é produto da atividade de significação, então, como estão relacionados o processo de significação, o desenvolvimento lógico-histórico e o modo de apropriação do conceito de medida no ensino de Matemática no contexto das escolas pertencentes às coletividades, formadas predominantemente por pequenos lavradores, diante de um modo particular de realizar medições que constituem parte de suas práticas sociais? Assim, o estudo deste objeto transformou-se no motivo que orientou nossas ações e operações com vistas a obter repostas convincentes para essa problemática. E, dessa forma, pusemo-nos em atividade de pesquisa na acepção de Araújo e Moraes (2017, p. 56), quando afirmam: “[...] o problema da pesquisa se volta para o estudo de um objeto que tem em seu nascedouro um motivo que não é de ordem apenas individual, pelo contrário, ele deve está assentado em uma necessidade social, o que implica a compreensão da finalidade da investigação.”

O *objetivo central* deste estudo é, pois, investigar como estão relacionados o processo de significação, o desenvolvimento lógico-histórico e o modo de apropriação do conceito de medida no ensino de Matemática no contexto escolar de coletividades formadas predominantemente de pequenos lavradores, diante de um modo particular de realizar medições, formas de ação integrantes de suas práticas sociais. Especificamente, pretendemos:

- a) explicitar as relações entre desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medir e os processos de significação, considerando as práticas sociais relativas às medições nas lavouras, em coletividades formada principalmente por pequenos lavradores;
- b) analisar as medidas utilizadas por pequenos lavradores, no contexto das relações no mundo do trabalho, da vida cotidiana coletiva e, principalmente, das práticas sociais subsumidas nos sistemas simbólicos, com a finalidade de observar as relações entre desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medida e as formas de apropriação dele no ensino de Matemática;

O presente trabalho tem como base teórica e metodológica o Materialismo Histórico Dialético, na vertente da Teoria Histórico – Cultural/ Teoria da Atividade, inspirada nos estudos de Vigotski (1998, 2001), Leontiev (1985), Rubinstein (1979) Davidov (1999), Kopnin (1966), Cheptulin (1982), entre outros. Para o estudo das questões relativas à Educação Matemática,

apoiamo-nos em Caraça (2010), Moura (1997, 2000, 2010, 2017), Moretti (2014, 2015), Radford (1997, 2014), Panossian (2014), Sforne (2011), Fiorentini (2006), Duarte (2002), com destaque para os estudos teóricos desenvolvidos no âmbito do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Atividade Pedagógica - GEPAPe. Em relação ao estudo da História da Matemática, cujo foco foi o conceito de medida, fundamentamo-nos em estudos de Eves (2004), Kulla (1980), Dias (1998), Ifrah (1989), Chid (1978), Miguel e Miorim (2011), Bendick (ano n/d), Pucton (1780), Vasconcelos (1882, 1897), Manso (1839), entre outros materiais, como jornais e revistas.

O método geral deste estudo consistiu, portanto, em seguir o curso do desenvolvimento lógico e histórico do conceito de medida, até encontrar as características gerais da estrutura da atividade de medir, determinadas pelas condições históricas concretas subsumidas nas práticas culturais dos pequenos lavradores para, depois, a partir dessa estrutura, buscar os elos relacionais, de modo a evidenciar as ligações do movimento lógico-histórico do conceito de medida com o processo de significação e com as formas de apropriação, no ensino de Matemática na escola, confrontando com as práticas culturais dos pequenos lavradores.

Esse movimento não visava recontar a história concreta do processo de medir desde sua mais longínqua origem, seus fatos, ou desdobramentos, até os tempos atuais; nem mesmo contar as biografias de seus pretensos atores. Não se trata de um resumo histórico do processo de mensuração, mas de uma análise histórico-epistemológico, com base no desenvolvimento lógico-histórico do conceito das medidas, pois defendemos que a história está na base de qualquer estudo que procure evidenciar a essência de um objeto ou fenômeno. Em suma, a nossa proposta consistiu em estudar os princípios do desenvolvimento histórico do próprio conceito, dos aspectos lógicos desencadeadores de sua evolução, das diferentes formas de apropriação que caracterizam o processo de significação e, de posse desses dados, desenvolver processos analíticos que nos ajudem explicar como tais elementos estão relacionados com a atividade pedagógica.

No campo empírico, a pesquisa foi estruturada a partir de três ações principais:

- a) investigação das práticas culturais subjacentes às formas de mensuração das lavouras realizada por pequenos lavradores do Município de Lagoa (Piauí – Brasil);
- b) realização de um curso de formação continuada para professores que ensinam Matemática, em parceria com a Secretaria de Educação Municipal da cidade de Lagoa Alegre. (Essa ação funcionou como experimento formativo);
- c) realização de experimentos didáticos por professores participantes do curso de formação, com estudantes do Ensino Básico.

As ações, por sua vez, estruturam-se em diversas tarefas. Cada tarefa se caracteriza por apresentar uma única finalidade e condições específicas, que guardam em si o propósito de revelar indícios sobre o conjunto de relações entre os processos lógico-históricos, de significações e as formas de apropriação do conceito de medir.

O processo analítico considerou a perspectiva do Materialismo Histórico-Dialético, situada no campo do mundo objetivo, observando os seguintes princípios: (1) análise do processo em oposição a uma análise do objeto; (2) análise reveladora das relações dinâmicas ou causais, reais, em oposição à enumeração das características externas de um processo, isto é, uma análise explicativa e não descritiva; (3) análise do desenvolvimento que reconstrói todos os pontos e faz retornar à origem do desenvolvimento de uma determinada estrutura (VIGOTSKI, 1989, p. 74). Considerando a impossibilidade de apreender a realidade de uma só vez, optamos por reparti-la em isolados, que foram divididos em episódios e estes, em cenas (KOSIK, 1967; CARAÇA, 2010; MOURA 1997, 2004; CEDRO, 2000). Assim, o processo de análise foi estruturado, observando a complexidade da realidade repartida em isolados, compreendidos pelos episódios e encerradas no encadeamento das cenas, o que exigiu exposição, até certo ponto, precisa como condição para o entendimento do desenvolvimento do fenômeno.

A presente Tese está, assim, organizada em seis seções. Na primeira seção, intitulada “O lógico-histórico e seu papel no processo de significação”, procuramos refletir sobre o problema da significação no desenvolvimento psicológico do sujeito a partir de uma revisão teórica. O foco da seção foi, então, o estudo do processo de significação a partir do desenvolvimento lógico-histórico dos conceitos, como uma das formas de apropriação dos significados e produção de sentidos, analisando seus nexos com o ensino de Matemática no contexto escolar. A segunda seção, “O lógico-histórico do conceito de medir: o geral e o particular no desenvolvimento conceitual”, teve como objetivo explicitar o processo de desenvolvimento histórico do conceito de medir, a partir das formas de apropriações sucessivas dos conhecimentos sobre as medidas e dos movimentos sociais, no contexto das relações no mundo do trabalho, da vida cotidiana coletiva e, principalmente, das lutas de classe, tendo como finalidade analisar as relações de cunho lógico-histórico no conceito de medida. A terceira seção, “O caminho da pesquisa”, apresenta a descrição detalhada do processo metodológico com o intuito de que a comunidade científica, professores e a sociedade em geral tomem conhecimento do método adotado, incluindo procedimentos, recursos e fundamentação teórica. Isto nos autoriza pontuar que não importa somente o que produzimos, mas como o fazemos e, sobretudo, para o que fazemos, uma vez que não se separam do processo da pesquisa o método

e a intencionalidade, o conteúdo e a forma, o sujeito e o objeto. Na quarta seção, “O particular no desenvolvimento conceitual de medir: o trabalho na roça e a prática social das medidas no Piauí”, apresentamos o resultado da investigação das práticas culturais, relativas aos processos de medição nas lavouras dos pequenos lavradores de Lagoa Alegre, tomando como pressuposto básico que a atividade do homem é, primeiramente, uma atividade prática; somente mais tarde advém a atividade teórica, isto é, a atividade mental interna. Mas tal atividade inclui sempre, em seu interior, componentes psíquicos que refletem as condições em que as práticas culturais estão subsumidas (RUBINSTEIN, 1979). A quinta seção, “A significação e o movimento lógico histórico de conceitos matemáticos na atividade pedagógica: tecendo as relações”, tem como finalidade expor e discutir os principais resultados obtidos por meio das análises feitas com os materiais levantados a partir das ações efetivadas com os professores no experimento formativos e pelos professores nos experimentos didáticos. Finalmente, na sexta seção, “O processo de significação, o lógico-histórico e as práticas sociais na objetivação do conceito de medida”, apresentamos de forma mais detida a conclusão da pesquisa, revisitando de maneira breve o percurso desta investigação, explicitando e defendendo nossa tese e fazendo uma retomada das **sínteses**, visando ao reforço de nossas conclusões.

Para finalizar, entendemos como relevante este estudo, porque propõe, com certo ineditismo, a discussão do processo de ensino de Matemática, ao tomar ao movimento lógico-histórico o conceito de medida como referência para organização da atividade pedagógica em contexto escolar de análise epistemológica da história dos objetos, das formas de apropriação de significados e de produção de sentidos, diante dos sistemas simbólicos inerentes às práticas sociais de coletividades anônimas. Assim, esperamos que o presente estudo possa ser útil à melhoria do ensino de Matemática, na proporção em que ajude pesquisadores, professores e alunos a compreender o papel da história da matemática na atividade pedagógica.

SEÇÃO 1

O LÓGICO-HISTÓRICO E SEU PAPEL NO PROCESSO DE SIGNIFICAÇÃO

A lógica do desenvolvimento do pensamento tem como lei fundamental, a ascensão do simples ao concreto, do inferior ao superior e essa dinâmica do pensamento reflete as leis e determinam o desenvolvimento dos fenômenos do mundo objetivo.

Kopnin

O termo “significado” nos faz lembrar, de maneira imediata, o dicionário de palavras de determinado idioma, pois é nele que esperamos encontrar os “significados das palavras.” Uma rápida consulta ao dicionário e logo lemos o que representa determinada palavra em determinada língua. Mas, o termo *significado* pode nos levar a outras questões, tais como: qual é a gênese dos significados das palavras? Que relação existe entre seu significado e o pensamento? Os significados de uma palavra são imutáveis? As palavras dizem apenas o que os seus “significados”, constantes nos dicionários, nos informam? Finalmente, de que forma os sujeitos se apropriam dos significados? Ou melhor, como se desenvolve o processo de significação nos sujeitos? Estas são perguntas que requerem uma análise mais profunda.

Antes dos trabalhos de Vigotski, os estudos sobre pensamento e linguagem se desenvolveram na perspectiva da filosofia empirista e racionalista com explicações que, em geral, analisavam o *significado* como fenômeno da linguagem, ou como fenômeno da consciência, tomado isoladamente da vida do sujeito como se fosse uma coisa dada a priori. “A explicação sobre o sentido, ora em uma vertente racionalista, ora em uma vertente empirista, foca-se numa compreensão dualista do homem, que cinde sujeito-objeto, razão-emoção, subjetivo-objetivo” (ASBARH, 2017, p. 103).

Vigotski apresenta, em seus trabalhos, uma análise acerca dessas questões, nas quais destaca alguns pontos críticos. Ele chama a atenção, em específico para a análise psicológica da relação pensamento e linguagem realizada no contexto da concepção racionalista e da idealista, argumentando que tais análises tratam de modo separado essas categorias que, no seu entender, não podem ser estudadas separadamente, consideradas como objetos independentes um do outro, ou que seja uma ligação de natureza externa. Conforme Vigotski (2000), a relação entre o pensamento e a palavra formam uma unidade dialética, mas não uma identidade, porque possuem gêneses diferentes. De modo geral, ele refuta, no processo de análise, a decomposição em partes cada vez menores do objeto em estudo, já que uma divisão assim, poderia levar a

uma fragmentação do objeto de tal forma que as partes não preservem as propriedades da totalidade. Esse pressuposto o fez aplicar

[...] a análise que desmembra a unidade complexa do pensamento discursivo em unidades várias, entendidas estas como produtos da análise que, a diferença dos elementos, não são momentos primários constituintes em relação a todo o fenômeno estudado, mas apenas a alguns dos seus elementos e propriedades concretas, os quais, também diferentemente dos elementos, não perdem propriedades inerentes a totalidade e são suscetíveis de explicação, mas contém, em sua forma primária e simples, aquelas propriedades do todo em função das quais se empreende a análise (VIGOTSKI, 2000, p. 397).

No estudo da relação entre pensamento e palavra Vigotski (2000) explica que a chave para a solução do problema está na significação da palavra e a toma como a menor unidade que reflete a totalidade da unidade pensamento e linguagem, pois ela é indecomponível e não pode ser entendida como fenômeno exclusivo do pensamento ou exclusivo da linguagem. A palavra não pode ser compreendida sem seu significado, sem o qual, seria um som vazio. A palavra é um fenômeno do pensamento quando é a expressão na qual o pensamento se realiza e, por conseguinte, a palavra é um fenômeno da linguagem quando esta traz à luz o pensamento.

Consequentemente, podemos deduzir que o significado da palavra, que em seu aspecto psicológico é uma generalização, [...], constitui um ato de pensamento, no sentido estrito do termo. Mas, ao mesmo tempo, o significado é parte integrante da palavra, pertence ao domínio da linguagem da mesma maneira que ao do pensamento (VIGOTSKI, 1995, p. 7).

Para este autor o significado da palavra é a generalização de seus conceitos: “Generalização e significado da palavra são sinônimos” (VIGOTSKI, 2000, p. 398). Cada palavra encerra em si uma generalização, ou seja, representa um conceito. A palavra cadeira, por exemplo, separa o mundo em dois: aquilo que é cadeira e aquilo que não é. Nesse contexto o significado da palavra é a unidade entre o pensamento e a linguagem.

Aprofundando os estudos de Vigotski, Leontiev (1985) defendeu que o significado não é um dado a priori, nem surge automaticamente no sujeito. Antes, trata-se do processo que se desenvolve a partir das atividades práticas dos sujeitos, nas suas interações objetivas com o mundo que o cerca. Justamente por ser dinâmico, é mais adequado falar-se em processo de significação e não simplesmente significado. A questão da significação está relacionada com o desenvolvimento lógico-histórico dos conceitos e com o processo de formação da consciência humana.

Aprofundando um pouco mais, podemos afirmar que o processo de significação é pleno na apropriação do desenvolvimento lógico-histórico dos conceitos. Em seus estudos, Leontiev

(1985) conclui que a formação da consciência dos sujeitos se dá no mundo social, de fora para dentro. Mas as imagens que chegam ao interior do sujeito adquirem uma nova qualidade a saber: a significação, isto é, a transformação dos objetos em signos. Assim, a consciência se desenvolve em conformidade com o processo de significação, cuja formação pode estar associada à maneira de apropriação do movimento lógico-histórico dos conceitos.

1.1 Atividade, consciência e significação

Nesta subseção procuramos refletir sobre o problema da significação no desenvolvimento psicológico do sujeito a partir de uma revisão teórica com base nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade na perspectiva de Vigotski, Leontiev, Davidov, e seus interpretes. O foco é o estudo do processo de significação a partir do desenvolvimento lógico-histórico dos conceitos, como uma das formas de apropriação dos significados e produção de sentidos, analisando os elos com o ensino de Matemática.

Mas, antes de nos aprofundarmos nesta questão, é preciso analisar o problema da consciência como objeto de estudo da psicologia. Nos paradigmas racionalistas e empiristas a consciência é vista como algo imutável, resultante de uma atividade puramente interna, sem nenhuma relação com o mundo real do sujeito, como algo apriorístico. Vigotski se contrapõe a esta visão e defende que a consciência é produto da relação do sujeito com o mundo social e suas experiências no mundo concreto. Segundo ele, o par dialético *pensamento/linguagem* é a chave para a compreensão da natureza da consciência. A palavra consciente, no dizer de Vigotski (2000, p. 486), “é o microcosmo da consciência humana.” Logo, para explicarmos as formas complexas da consciência do homem é preciso sairmos dos seus limites biológicos e procurarmos suas origens no comportamento humano, nas suas formas de vida, primeiramente na vida social e nas condições de vida do homem. Por outras palavras, a explicação da origem da consciência humana está na história social de sua atividade ligada diretamente com o desenvolvimento de sua linguagem.

1.1.1 O drama da vida e a trilha da consciência

Na concepção materialista, a consciência é vista como propriedade da matéria e produto do desenvolvimento histórico da humanidade. Tomando por base os postulados de Leontiev (1985), de modo geral, podemos afirmar que a consciência humana é constituída pelos seguintes elementos: o conteúdo sensível da realidade objetiva, a significação social e o sentido pessoal. O primeiro é o mundo natural e social verdadeiro, que se encontra fora do sujeito, mesmo que

este ainda não se tenha conscientizado dele. Na relação do homem com o objeto, este se apresenta como um reflexo no plano interior do sujeito. Embora seja, de início, apenas uma imagem sensitiva, a qual mais tarde será transformada em objeto significado à medida que passa a possuir os significados presentes no mundo social que o cerca. Mas o significado por si, não completa o processo de conscientização, ainda há o movimento que amplia o conteúdo psicológico e lhe dá um caráter de individualidade, a saber: o movimento de significado a sentido. Tudo isso desencadeado pela atividade intencional do homem. Assim é a atividade do sujeito que realiza o movimento de conscientização do mundo objetal e seu combustível são as necessidades e os motivos orientadores da ação humana. Como explica Leontiev (1985, p. 101):

O reflexo psíquico da realidade regula e canaliza a atividade do sujeito, tanto externa quanto interna. Mas aquilo que se manifesta no mundo objetal ao sujeito como motivos, objetivos e condições de sua atividade, deve ser de um modo ou de outro percebido, representado, compreendido, retido na mente e reproduzido por sua memória; Isso se refere aos processos da atividade humana e ao próprio ser humano, ao seu estado, propriedades e características (Tradução nossa).

De forma mais detalhada, Leontiev (1985) postulou que na interação do sujeito com o mundo natural e cultural desencadeia-se o processo de apreensão do mundo objetal, na sua forma ideal como reflexo consciente. A consciência surge primeiramente dentro do sistema de relações objetivas no seu espaço cultural, onde se faz a transformação do objeto da atividade em seu produto. Leontiev (1985) explica este fenômeno assim: para o processo de significação se realizar, não basta que o produto da atividade perda para o sujeito suas propriedades e substâncias, é necessário que produza uma transformação tal neste produto, de modo que este possa se manifestar conscientizado pelo sujeito idealmente. Isto indica que não existe um psiquismo individual, fora desse sistema de relações e fora da consciência intersubjetiva.

A formação da consciência começa na relação do homem com o mundo objetal que se apresenta, em sua origem, na forma de imagem, revelando o mundo real para o sujeito por meio da atividade que, no primeiro momento, tem um caráter prático. Mais tarde, a atividade será objeto da consciência, quando esta assumir a função de regular as atividades internas e externas e o sujeito, por meio das ações dos outros, passa a ver suas próprias ações. Leontiev (1985) ainda explica que as ações externas se tornam meios de comunicação, dando significado às intenções dos sujeitos, constituindo-se uma premissa para o surgimento de operações e ações que se realizam na mente. A *consciência-imagem* se transforma em *consciência-atividade*. Em sua forma mais complexa, a consciência se emancipa, aparentemente, da atividade prática sensorial e agora passa a dirigi-la.

Rubinstein (1979), em sua análise sobre o assunto, esclarece que a atividade do homem condiciona a formação de sua consciência, suas conexões psicológicas e, portanto, seu processo de humanização. Dessa forma, as conexões da atividade do plano interior com o externo é um reflexo das condições em que a realizam e a regulam. O autor afirma que:

A atividade do homem é primariamente uma atividade prática, e somente mais tarde a atividade teórica e a atividade mental interna são separadas dela. Contudo a atividade prática do homem sempre inclui, em seu interior, componentes psíquicos que refletem as condições nas quais ela é realizada e a regulam (RUBINSTEIN, 1979, p. 334) (Tradução nossa).

A atividade prática, realizada no mundo objetal, é primária e a atividade mental, manifesta somente no plano interno, é secundária. No movimento de formação da consciência há, ao final, o regresso para o mundo real do conteúdo conscientizado, expresso na atividade regulada por ela. O processo de formação da consciência se dirige do mundo para o homem e volta para o mundo de forma significada, através da atividade que transforma seu motivo em produto. Este movimento constitui o histórico e o lógico e no lógico- histórico se refaz. Mas nunca volta ao ponto de partida, sempre avança em qualidade e quantidade no fluxo universal.

Trazendo esta discussão para o contexto da elaboração dos conceitos matemáticos, podemos dizer que, assim como outros conceitos matemáticos, o conceito de medida, faz parte da consciência humana e tem historicamente regulado muitas relações sociais, principalmente as de natureza econômica. O domínio dos processos produtivos passa pelo domínio dos processos de medição. O poder se manifesta na força daqueles que podem decidir sobre o que é e o que não é permitido nesse processo. O avanço da técnica, o aperfeiçoamento dos processos e a precisão dos instrumentos de medir são expressão do movimento lógico e histórico do conceito e conseqüentemente, de sua conscientização por meio da objetivação das medidas.

Já dissemos que a formação da consciência se desenvolve a partir da atividade prática refletida no plano interior da atividade mental, mas isto não quer dizer que a atividade prática se reduza a uma mera ação distante do próprio homem. Desde o início “[...] todas as atividades materiais fora do homem contêm em seu interior componentes psíquicos (fenômenos, processos) por meio dos quais aquele se regula” (RUBINSTEIN, 1979, p. 340) (Tradução nossa). Isto implica que os processos psicológicos internos não surgem apenas quando o mundo objetal é refletido na mente humana, mas também quando uma atividade se transforma na outra, “[...] trata-se da transformação nos processos psíquicos de um nível para outro mais elevado, de uma forma de existência a outra” (ibid. p. 340).

No desenvolvimento histórico da consciência ocorre uma transformação radical ao romper a união inicial da consciência social (Significados) com a consciência individual. (Sentidos), que só pode ser compreendida diante das análises dos nexos relacionais do sujeito com o coletivo social, no qual se encontra.

Segundo Rubinstein (1979, p. 341):

A consciência que nos cerca é sempre adquirida relacionando impressões imediatas a generalizações socialmente elaboradas, fixadas na palavra. Consciência é um conjunto de conhecimentos que é dividido no processo que leva à conscientização e que funciona nele. A consciência ou processos conscientes, como todos os processos psíquicos, desempenham funções reguladoras da atividade humana; esses processos são incluídos como tais reguladores, no processo da vida e na atividade do homem, de sua interação com o mundo (Tradução nossa).

Assim, a consciência individual pode ser caracterizada pelo conjunto de conhecimentos que vão sendo elaborados na relação da atividade prática externa com a atividade mental interior, colocando-se sempre em transformação as imagens sensitivas refletidas na mente do sujeito a partir das generalizações constituídas historicamente na consciência social, representadas na significação das palavras. No entanto a consciência individual não é uma reprodução autêntica da consciência social, pois a primeira se amplia ao dar o sentido pessoal e é justamente o sentido pessoal que engendra a mutabilidade do processo de significação. Mas, nem por isso, a consciência individual deixa de ser um produto coletivo. Na verdade, a consciência assume a função de regular a atividade prática que retorna ao mundo material e social.

As relações sociais, regradas pela consciência coletiva, são concretizadas nas formas de vida das diferentes culturas. Para exemplificar, mencionaremos uma representação da consciência coletiva na cultura rural do Piauí. A imagem do homem preparado para assumir uma família, por algum tempo, esteve ligada à sua competência na lavoura das pequenas roças. Os homens exibiam as mãos calejadas como prova de sua bravura e de sua experiência no trabalho braçal, as “mãos grossas”, como eles denominavam, eram o sinal que o jovem estava pronto para casar e constituir uma família. Isso indica que, o processo de conscientização reflete o processo de significação.

1.1.2 A significação e a consciência

As imagens sensitivas representam a forma geral do reflexo psíquico gerado pela atividade objetiva do sujeito, mas elas exigem do homem uma qualidade nova: sua significação.

As significações refletem o mundo na consciência do homem. Nelas estão contidas, de maneira transformada e representada no contexto semântico, a forma ideal de existência do mundo real, de suas propriedades, seus nexos e relações, descobertos nas práticas sociais conjuntas. As imagens sensitivas são geradas pela atividade prática do sujeito, elas são a forma geral do reflexo psíquico, mas, quando são ressignificadas pelos sujeitos, torna-se o reflexo do mundo na consciência. Leontiev (1978) ressalta que os conceitos não se formam diretamente na cabeça dos sujeitos. A maneira como se formam as imagens genéricas é resultado do processo de apropriação das significações historicamente elaboradas.

O processo de significação se desenvolve a partir da atividade externa, com os objetos sensíveis e com as relações interpessoais. Primeiramente o sujeito apreende as significações presentes diretamente nos objetos e domina as operações lógicas propriamente ditas, porém em sua aparente apresentação, nos seus aspectos mais sensíveis, mais exteriorizadas e de uma forma que ainda não pode ser comunicada. Posteriormente, no movimento da atividade mental individual, as operações lógicas, feitas sobre os objetos, adquirem sentidos e tornam-se conceitos abstratos. Este é um movimento que se dá no plano da consciência.

No início da formação da consciência, as significados e os sentidos pessoais aparecem fundidos e nesta condição está implícita a não coincidência entre eles, posteriormente, se tornará explícita. Os significados pertencem à consciência coletiva, são dados aos indivíduos na cultura que os cercam e os sentidos determinam o caráter individualizado do fenômeno, atribuído pelo sujeito.

Neste particular, a escola cumpre um papel importante ao assumir a responsabilidade de promover o desenvolvimento humano e das potencialidades de cada sujeito, possibilitando a apropriação de significados e a construção dos sentidos. Trata-se, portanto, de ajudar a produzir uma significação objetivamente conscientizada, diferente da significação pessoal dada pelo próprio sujeito, denominada de sentido pessoal. Observando que:

[...] as significações se manifestam para o sujeito em sua existência independente, tanto como objetos de sua consciência quanto como formas e mecanismos de conscientização, funcionando dentro dos processos que apresentam a realidade objetiva. Ao funcionar dessa maneira, as significações necessariamente se manifestam nas relações internas, que estabelecem vínculos entre essas e outras geratrizes da consciência individual. São nessas relações internas que eles adquirem apenas suas características psicológicas (LEONTIEV, 1978, p. 120). (Tradução nossa)

Nesse sentido, depreendemos que as significações se apresentam para o sujeito de forma independente, tanto no que diz respeito a qualidade do objeto, como a seus mecanismos de conscientização. Isto implica que elas se desenvolvem nas relações internas da atividade mental,

por meio de seus nexos com outros geradores de sentidos pessoais, onde adquirem suas características psicológicas.

Desta forma, na T.H-C as significações têm um caráter dual: o social e o psicológico. Como produto da sociedade, tem sua própria história, seu desenvolvimento lógico, sendo, portanto, resultados de uma consciência social, como vemos no caso das ciências em geral que, independente de suas formas de apreensão e transmissão, são marcadas pela natureza ideológica da sociedade (política, religião, filosofia, etc.). Logo, as significações estão sujeitas às leis históricas e sociais e não à sua própria lógica de desenvolvimento. Como fenômeno psicológico, a existência das significações depende da atividade e da consciência do indivíduo concreto, de suas experiências particulares, o que as individualizam e as subjetivizam, mas sem prejuízo ao seu caráter histórico-social e sua objetividade, uma vez que, mesmo dentro de sua dualidade, “as significações refletem para o indivíduo os objetos, independentemente das relações que estes tenham a ver com sua vida e com suas necessidades e motivos” (LEONTIEV, 1978, p. 125) (Tradução nossa) e encontram nos sentidos pessoais, uma força geradora de um sistema de consciência individual.

Nesse sentido, Leontiev (1978) ressalta que é indiferente o sujeito ter ou não consciência dos seus motivos, interesses, desejos ou gostos, pois a função destes consiste em valorizar a significação vital que tem para o sujeito as circunstâncias reais objetivas. Suas ações, diante destas circunstâncias, lhes conferem um sentido pessoal que, necessariamente não coincide com a compreensão de seu significado objetivo. É exatamente esta falta de coincidência que a torna estranha ao próprio sujeito.

Isso se manifesta mais claramente nas relações de trabalho, onde o resultado fica distribuído de maneira diferente entre os que recebem salários e os que são os donos dos produtos do trabalho dos outros. Para os primeiros, a atividade laboral pode significar a forma de garantia de sobrevivência, por meio de salários destinados a resolver suas necessidades vitais: alimentação, moradia, vestuário, etc., mas o sentido está associado à ideia de sofrimento, uma vez que o produto desse trabalho foi alienado. Na consciência individual se encontram os significados que inicialmente se encontravam fora do sujeito que agora se desenvolvem e simultaneamente se unem com os sentidos pessoais e assim, o reflexo da realidade exterior em movimento com as experiências individuais retorna à realidade de forma ressignificada.

Isso explica porque,

[...] diferente das significações, os sentidos pessoais, assim como a trama sensitiva da consciência, não têm uma existência própria “supra individual”, “não psicologia”. Se a sensibilidade externa relaciona na consciência do sujeito as significações com a realidade do mundo objetivo, o sentido pessoal as relaciona com a realidade de sua própria vida dentro deste mundo, com suas motivações (LEONTIEV, 1978, p. 125).

Nesse contexto, o sentido pessoal está sempre direcionado a algo. Isto é, o sentido pessoal se relaciona sempre com um objeto, não é possível o sentido “puro”, não direcionado a um objeto. De sorte que a transformação de um significado social em um sentido pessoal não é instantânea nem automática, pelo contrário, é processual e íntima, manifestando-se parcialmente nos estímulos reais dos sujeitos e em suas vivências. Em suma, a consciência individual é gerada pela atividade concreta do homem, que manifesta o drama da própria vida humana. Desse modo, a atividade intencional é a substância da própria consciência.

No processo de significação é essencial o fato de que os significados mudam no percurso desenvolvimento do objeto. O caráter dinâmico das significações decorre do movimento lógico-histórico refletido nas mudanças sofridas no contexto da relação sujeito-objeto, como acontece com a significação das palavras.

Vigotski refuta a imutabilidade do significado da palavra. Com base em seus estudos, ele mostrou que a palavra não tem uma mera função associativa entre esta e seu significado, fato que alimentou as teorias anteriores a dele. Para Vigotski (2000), a palavra não se reduz a um simples nominalismo das coisas, como defendiam os associacionistas, nem é possível separar o desenvolvimento da palavra do desenvolvimento da linguagem, como querem os estruturalistas.

A descoberta que o significado da palavra se desenvolve à medida do desenvolvimento da linguagem foi a chave para a compreensão da natureza e da origem da linguagem. No seu movimento de mudança, a palavra muda seu conteúdo concreto, sua natureza no interior do pensamento, seu caráter representativo e sua generalização em função da realidade do sujeito. Vigotski (2000, p. 408) ressalta:

[...] o significado da palavra é inconstante. Modifica-se no processo do desenvolvimento da criança. Modifica-se também sob diferentes modos de funcionamento do pensamento. É antes uma formação dinâmica que estática. [...] uma vez que o significado da palavra pode modificar-se em sua natureza interior, modifica-se também a relação do pensamento com a palavra.

No bojo da dinâmica do significado da palavra está o sentido dela como elemento peculiar à linguagem interior. Mais volátil que o significado, o sentido está relacionado com as experiências individuais do sujeito. Por este prisma, Vigotski (2000) destaca três

peculiaridades da relação entre o sentido e o significado da palavra, interligadas entre si: (1) predomínio do sentido da palavra sobre seu significado; o sentido é menos estável, isto é, apresenta várias zonas de instabilidade, e o significado é apenas uma das zonas de sentido, sendo esta a zona mais estável, a mais exata; (2) o sentido real de uma palavra é inconstante, em algumas situações ela aparece com um sentido, em outras situações com outro sentido, que depende do contexto do discurso; (3) o sentido das palavras, mais dinâmico e amplo que os seus significados, revela leis de sua unificação e sua fusão, diferentes daquelas observadas na unificação e fusão dos seus significados.

Ainda buscando esclarecer a diferença entre o sentido e o significado de uma palavra. Vigotski (2000, p. 465) declinou que:

[...] o sentido de uma palavra é a soma de todos os fatos psicológicos que ela desperta em nossa consciência. Assim, o sentido é sempre uma formação dinâmica, fluida, complexa, que tem várias zonas de estabilidade variada. O significado é apenas uma dessas zonas do sentido que a palavra adquire no contexto de algum discurso e, ademais, uma zona mais estável, uniforme e exata.

O sentido de uma palavra é inconstante, muda conforme o contexto do discurso, é mais volátil, enquanto que seu significado é mais estável, mais exato e permanece com certa estabilidade. O sentido tem a capacidade de enriquecer a palavra e, é justamente esta dinamicidade do sentido que movimenta o significado e o amplia. Assim, duas palavras podem ter o mesmo sentido em determinado contexto, ou também uma mesma palavra pode assumir sentidos diferentes em contextos diferentes, de modo que “a palavra só adquire sentido na frase, e a própria frase só adquire sentido no contexto do parágrafo, o parágrafo no contexto do livro, o livro no contexto de toda a obra de um autor” (Ibid. p. 466). Por esse prisma, apreendemos que o sentido da palavra está ligado diretamente às experiências de vida de cada sujeito com o mundo que o cerca, isto é, o sentido faz parte da estrutura interior do indivíduo e tem sua gênese nas experiências individuais do sujeito. Assim,

[...] para entender o discurso do outro, nunca é suficiente entender apenas umas palavras; precisamos entender o seu pensamento. Mas é incompleta a compreensão do pensamento do interlocutor sem a compreensão do motivo que o levou a emití-lo. De igual maneira, na análise psicológica de qualquer enunciado só chegamos ao fim quando descobrimos esse plano interior último e mais encoberto do pensamento verbal: a sua motivação (VIGOTSKI, 2000, p. 481).

Analogamente, os conceitos matemáticos estão sujeitos as mesmas leis e processos de desenvolvimento. Logo, a partir dessa reflexão, podemos depreender que:

- a) o pensamento não é só externamente mediado por signos como, também, internamente mediado por significados;
- b) o pensamento nunca é igual ao significado direto das palavras;
- c) o caminho entre o pensamento e a palavra é um caminho indireto, internamente mediatizado pelo sentido da palavra;
- d) o próprio pensamento não nasce de outro pensamento, mas do campo da nossa consciência que o motiva, que abrange os nossos afetos e necessidades, os nossos interesses, motivações e nossas emoções.

Poranto, a trama da consciência, em última análise, é formada no universo das significações que se expandem nos sentidos pessoais e nos significados socialmente encontrados. Sentidos e significados representam a ligação entre a linguagem interior, que nem sempre é expressa na palavra, com a linguagem exterior, onde o pensamento se realiza e se comunica. Disso concluímos que o processo de significação, por um lado, é um produto da atividade exterior do homem, é por assim dizer, um construto social, portanto é histórico; por outro, ele se desenvolve a partir da forma como a atividade mental relaciona os objetos psicológicos, ou seja, aquilo que já está conscientizado, e isto é a lógica do pensamento. Assim o lógico e o histórico, tornam-se uma unidade dialética, em cuja essência, está o processo de significação. Explicaremos isto como mais detalhes nos tópicos seguintes.

1.2 O Lógico-Histórico e seu papel no processo de significação

Por meio da lógica, a mente humana é capaz de apreender aquilo que os órgãos dos sentidos não conseguem captar e pode conhecer as propriedades, as leis, as relações do geral com o singular, os nexos entre os fenômenos a natureza e a sociedade. O processo lógico desencadeia o desenvolvimento histórico do objeto ou fenômeno ao mesmo tempo em que a história o revela para nós. Da contradição harmônica do lógico e do histórico resulta o lógico-histórico como processo, cuja apropriação, pelo sujeito, reflete-se na significação do objeto.

A lógica do desenvolvimento do pensamento tem como lei fundamental a ascensão do simples ao complexo, do inferior ao superior e essa dinâmica do pensamento reflete as leis que determinam o desenvolvimento dos fenômenos do mundo objetivo. “A lógica nos dá a conhecer a forma do desenvolvimento em seu aspecto puro, que assim, literalmente não se reproduz em nenhum processo histórico, no entanto, a forma lógica do desenvolvimento reflete qualquer processo histórico, porque ele é imprescindível para sua compreensão” (KOPNIN, 1978, 186).

A lógica é o fio condutor das abstrações. O ponto de partida para o movimento da lógica é a observação dos fenômenos reais (naturais ou sociais) e a atividade prática do homem no

mundo. Mas nem a observação, nem a prática são relações lógicas. “O empírico é sensorial por seu conteúdo e racional pela sua forma; o conteúdo sensorial se expressa por meios lógicos” (Ibid., p. 148).

O lógico é o meio pelo qual o homem adquire e desenvolve o seu conhecimento, tornando-o histórico. No contexto da TH-C, o lógico-histórico é uma das categorias teóricas que se relacionam com diversos aspectos do desenvolvimento humano, mas, especificamente, neste texto destacaremos os seguintes pontos: a) a lógica matemática como lógica do pensamento; b) o lógico-histórico como princípio investigativo; c) o lógico-histórico como princípio explicativo da dinâmica da formação da consciência em conformidade com a dinâmica do processo de significação e d) o lógico-histórico como princípio de organização no ensino de Matemática no contexto da Atividade Orientadora de Ensino (AOE).

1.2.1 A lógica matemática como lógica do pensamento

Partimos do pressuposto que a lógica matemática é, antes de tudo, a lógica do pensamento humano. É inconsistente, ao nosso ver, afirmar que os conceitos matemáticos se desenvolvem longe do mundo objetivo, apenas por processos mentalistas, mesmo reconhecendo a existência de conceitos matemáticos originados da própria lógica da matemática. Ou seja, não existe a Matemática pura, quando a palavra “pura” é empregada para retirar dela a natureza empírica da gênese de seus conceitos, pois a Matemática origina-se a partir do reflexo do mundo material na mente humana, começando pelos aspectos mais gerais e externos do objeto, captados sensorialmente. A partir dos processos de abstrações, resultantes da atividade interior, revelam-se as leis, os nexos e as relações do objeto com a fluência universal, seguindo o caminho da lógica do pensamento, que evolui sempre do mais simples para o mais complexo, do inferior para o superior, do abstrato ao concreto pensado (KOPNIN, 1978). Nesse sentido, a lógica matemática é a lógica do pensamento que se realiza mediada pela própria linguagem.

A natureza quantitativa e qualitativa dos objetos, revelada na imagem sensitiva e transformada por meio da atividade mental interior, através do movimento lógico, vai se separando do objeto dado para transformar-se em generalizações em forma de conceitos. A lógica simbólica matemática expressa tais conceitos e é a base para a geração deles. No entanto, mesmo que na constituição dos sistemas conceituais matemáticos existam conceitos originários a partir de outros conceitos e mesmo que muitos deles não possam ser reproduzidos em experimentos concretos, não significa que sejam desvinculados do mundo objetual, nem frutos do idealismo ingênuo, visto que são históricos.

Em sua trajetória, a Matemática não percorre uma trilha tranquila e perfeita, sem subidas e descidas, sem voltas, sem obstáculos. A história mostra com precisão seus reveses. Por exemplo, a crise dos incomensuráveis vivida pelos pitagóricos no séc. V a C. Tamanha foi a decepção deles ao descobrir os segmentos de retas, cujas medidas não poderiam ser dadas por um número racional, mais tarde chamados de incomensuráveis. Toda estrutura Matemática, à época, foi abalada. Eves (2004, p. 107) destaca que:

[...] a definição pitagórica de proporção, assumindo como comensuráveis duas grandezas quaisquer similares, fazia com que todas as proposições da teoria pitagórica das proporções se limitassem a grandezas comensuráveis, invalidando sua teoria geral das figuras semelhantes. Tão grande foi o “escândalo lógico” que por algum tempo se fizeram esforços para manter a questão em sigilo (Grifo nosso).

Os pitagóricos acreditavam, até então, que todos os números poderiam ser representados na forma $\frac{a}{b}$, mas foi no bojo do próprio e famosíssimo Teorema de Pitágoras, que se revelou outra verdade: a existência dos incomensuráveis. O autor citado ressalta ainda que não foi fácil, nem rápido a superação dessa crise. Levou mais de um século até que, com o notável trabalho de Eudoxo, ao revisar a Teoria das Grandezas Proporcionais, começou-se resolver a situação, elaborando a teoria dos incomensuráveis que coincide em essência com a moderna Teoria dos Números Irracionais dados por Richard Dedekind em 1872. Assim, tomando por base a linha do tempo da história da Matemática, o conceito dos números irracionais é recente e representa uma mudança qualitativa e quantitativa no sistema conceitual da Matemática.

Isso aponta que os conceitos matemáticos são sempre resultados do pensamento teórico-prático, das abstrações. Em suma, resultam da lógica do pensamento e, por isso mesmo, nenhum conceito, inclusive os matemáticos, nasce pronto. Eles se desenvolvem historicamente, se expandem em contínuo movimento, do qual resulta o que chamamos de processo lógico-histórico.

Os conceitos matemáticos são abstratos, não como negação do concreto, pois são concretos pensados e sempre retornam ao concreto prático, nem no sentido idealista que procura, em vão, separar a construção matemática do mundo real, defendendo a tese que a Matemática é um fenômeno do pensamento puro. O caráter abstrato dos conceitos matemáticos diz respeito à sua origem subjetiva, ancorada nos processos de abstrações (processos lógicos de separação e reconstrução da totalidade) do pensamento humano. Os conceitos matemáticos, por mais sofisticados que sejam, por mais idealistas que possam parecer, contêm componentes sensoriais e não são apenas racionais, justificados pela finalidade que têm de resolver problemas reais, seja na vida cotidiana, nas ciências ou nas artes.

A estrutura lógico-simbólica da Matemática, carece de significados, pois eles são mediadores do pensamento intersubjetivo e o pensamento nunca é igual ao significado direto da palavra, ou seja, do léxico matemático, pois a relação entre o pensamento e a palavra é sempre indireta e ligada pelos significados constituídos no mundo social. De acordo com Vigotski (2000), o próprio pensamento não nasce de outro pensamento, mas do campo da nossa consciência que o motiva, abrangendo as nossas necessidades, os nossos interesses e motivações, os nossos afetos e emoções. Sem suas significações a linguagem matemática (os signos matemáticos) não passaria de uma estrutura vazia.

Na perspectiva logicista, a lógica matemática é concebida como um conjunto de axiomas, postulados, princípios e leis associativas, geradores de teoremas, como verdades absolutas. Desse modo, ela fica restrita tão somente a conceitos intuitivos, dirigindo-se ao mundo como forma de descrição ou hipóteses a respeito da realidade. Nesse sentido, parece que a Matemática é uma dádiva de algum indivíduos privilegiados, seus processos de desenvolvimento são fenômenos do pensamento dessas mentes brilhantes. Parece então que não se trata de uma Matemática para explicar o mundo, mas o contrário, de um mundo encaixado na Matemática.

Ao reduzir a Matemática a uma lógica isolada, a construção de seu conteúdo é vista, pelos logicistas, como o resultado da aplicação do método axiomático, ou seja, da manipulação dos símbolos algébricos, observando leis e princípios dentro de seus algoritmos, sem a preocupação de comprovar sua consistência ou sua relação com o mundo que a cerca.

Semelhantemente, os formalistas advogam a tese de que a Matemática é, essencialmente, constituída pelas combinações dos sistemas simbólicos formais, onde seus signos são meros símbolos e suas proposições são apenas fórmulas derivadas das conexões feitas com estes símbolos, “por este ponto de vista a Matemática carece de conteúdo concreto e contém apenas elementos simbólicos ideais” (EVES, 2004, p. 682).

Na perspectiva dos formalistas permanece a preocupação de demonstrar a consistência da Matemática. Isto é, eles acreditavam na possibilidade de demonstrar que não haviam contradições nos resultados matemáticos oriundos dos cálculos realizados a partir do método axiomático. É como provar que dentro do sistema lógico formal seria impossível, partindo de axiomas verdadeiros e seguindo as regras do cálculo axiomático, chegar a teoremas contraditórios. Isto é análogo a provar que não poderia haver erro no interior de um jogo se forem respeitadas suas regras (EVES, 2004). E mais, que o cálculo realizado através do conjunto de símbolos e regras matemáticas não podem gerar fórmulas contraditórias, todavia Gödel (1931) conseguiu mostrar que é impossível provar a consistência da Matemática nos

moldes dos Formalistas, em outras palavras, não é possível abarcar todo conhecimento matemático num sistema lógico formal. “Ele demonstrou que no sistema [matemático] existem “indefiníveis” sendo a consistência do sistema um deles” (EVES, 2004, p. 683).

O ponto fraco destas concepções (logicistas e formalistas) acerca da Matemática é apoiarem-se na visão idealista, intuicionista ou racionalista do ponto de vista de sua origem, ao esvaziar os conteúdos matemáticos de seus significados sociais e principalmente de seu sentido pessoal. Fora do homem, os símbolos linguísticos da Matemática são instrumentos de trabalho, em seu interior, transformam-se em signos, revestidos de significados e sentidos, capazes de regular a atividade mental pelo processo de abstração. É justamente isso que transforma os fenômenos matemáticos em fenômenos cognitivos. Para Moura et. al. (2016) a certeza científica da Matemática limita-se às relações internas do fenômeno em si mesmo, da relação dos dados no interior do próprio fenômeno, mas quando as relações se abrem para a fluência da totalidade, não existe nada exato. Sendo assim:

Há sempre um erro na observação do mundo quântico, que se amplia à medida que aumenta o comprimento de onda emitida pelo observador ou pelos seus instrumentos. Não existe, portanto, nada “exato” na natureza. Nenhum resultado, nenhuma ciência, nem mesmo a Matemática são exatos. [...]. Os números são exatos em relação a si próprios, nas relações produzidas como eles e para eles. Nas relações entre a matemática e a totalidade universal não existe nenhuma exatidão (Ibid., 233).

Não são os conceitos primitivos (axiomas), postulados, regras e leis que determinadas pela lógica matemática, mas o contrário: é a lógica do pensamento (abstrações) que os determinam. Na verdade, a lógica expressa na linguagem matemática é a lógica do pensamento, por isto, não existe lógica matemática fora dele. A lógica aristotélica, mesmo sendo predominante, não é única. Da negação do princípio do *terceiro excluído*, novas lógicas foram construídas. Nas lógicas não-aritstotélicas uma proposição pode assumir mais de dois valores (verdadeiro ou falso). Em qualquer lógica matemática, o conhecimento surge como respostas às questões emergentes na atividade humana, cujo motivo coincide com o próprio objeto de desejo.

Como já dissemos, os processos lógicos, iniciados pelos reflexos da imagem sensitiva, mais tarde, ao separarem-se dela, transformam-se em abstratos concretos, por meio das generalizações que só a mente humana é capaz de fazer, antes do objeto retornar ao mundo concreto. E quando isso ocorre, chegam modificados, transformando o motivo em produto da atividade. No entendimento da T. H-C, não é apenas o objeto que se transforma, nesse movimento, o homem também se modifica. Kopnin (1978) explica que o objeto transformado

retorna ao homem da mesma forma, como reflexo da realidade. As propriedades, leis, nexos e relações, que antes não foram identificadas, revelam-se, ganhando novos significados e sentidos e expandido o sistema conceitual. Esse fluxo da atividade humana permite-nos afirmar que o desenvolvimento da Matemática segue a marcha do desenvolvimento humano, da mesma forma que o homem segue a marcha do desenvolvimento da Matemática. Por fim, não é exagero a afirmarmos que a lógica matemática, não é outra coisa, se não a lógica do pensamento humano.

A consciência da lógica matemática como reflexo da lógica do pensamento humano reconhece a Matemática como um produto da atividade do homem, que nela se encontra e a ela se destina. Essa tomada de consciência é fundamental para todos, principalmente para os educadores matemáticos à medida que as concepções deles têm implicações direta na atividade pedagógica, além disso ela é capaz de desfazer o mito da Matemática alienígena, fundamentada inteiramente na razão pura e inata; da Matemática como um conhecimento de poucos e para poucos privilegiados. Assim, ao aproximar a Matemática do homem, aproximamos também o homem à Matemática, a partir do princípio que ela está ao alcance de todos e isso é importante no processo de ensino.

1.2.2- O lógico-histórico como princípio investigativo

O objetivo do estudo de qualquer fenômeno ou objeto é revelar a sua essência “que representa precisamente o conjunto de todos os aspectos e ligações necessários e internos (leis), próprio do objeto, tomados em sua interdependência natural” (CHEPTULIN, 1982, p, 276). Para revelar a essência de um objeto é preciso reproduzir o processo histórico real de seu desenvolvimento, mas, por outro lado, isto é possível se conhecermos a essência do objeto estudado (KOPNIN, 1966). A princípio, esse argumento parece contraditório, mas quando admitimos a natureza dinâmica dos objetos ou fenômenos, podemos compreendê-lo. A reprodução do processo histórico a que se refere Kopnin (1966) não significa recontar a história dos objetos, dos atores ou cegamente, retratar literalmente seu percurso. Mas, essencialmente, significa que o objeto se reproduz nas vidas das pessoas. Por isso, só é possível reproduzir o desenvolvimento histórico do objeto se conhecermos sua essência que se revela somente na reprodução do desenvolvimento histórico do próprio objeto, ou seja pelo princípio da negação da negação se constrói novas sínteses, sempre provisórias.

O conhecimento do processo histórico do objeto permite compreender a sua essência com maior profundidade através da identificação de seus nexos com o mundo, de suas relações e de suas propriedades. Em conformidade com a lógica, a análise histórica amplia a base teórica,

elevando o nível de conhecimento sobre o objeto, retornando ao mundo modificado em quantidade e em qualidade, dando origens a novos conceitos.

Numa visão planificada, poderíamos dizer que o movimento do pensamento é circular: do teórico (lógico) ao prático (histórico) e de volta ao teórico, mas o produto deste movimento nunca é o mesmo em cada giro, já que regressa ao mundo de modo diferente. Ao gerar novos conceitos, o processo de abstração revela propriedades, relações e nexos que no giro anterior não foram percebidos. Desta maneira, o conhecimento sobre a essência do objeto se amplia cada vez mais, determinando um novo lugar do objeto dado no sistema conceitual que também se amplia. Como assinalou Kopnin (1966), a unidade dialética do lógico e do histórico é o princípio metodológico fundamental para a construção de um sistema de conceitos e categorias de qualquer ciência, mas é, também, um meio eficaz para revelar a sua essência.

O desenvolvimento lógico-histórico e o método de investigação estão estreitamente relacionados. Para revelar a essência do objeto dado é preciso refazer o seu caminho histórico e, ao refazer sua trajetória, é possível compreender e explicar a natureza do objeto, seus nexos, propriedades e as leis de associação do singular e do geral. O processo histórico revela as contradições que foram as fontes das transformações sofridas pelo objeto em seu desenvolvimento. O conhecimento sobre o objeto em estudo se amplia à medida que avançamos na investigação histórica. Como ressalta Kopnin (1966, p. 185):

O histórico é a trajetória das mudanças sofridas pelo objeto, sua gênese e as etapas de seu desenvolvimento. É o objeto do pensamento e o reflexo do histórico, seu conteúdo. A missão do pensamento é reproduzir o processo histórico real em toda sua objetividade, complexidade e contradição. O meio pelo qual o pensamento se vale para cumprir sua missão é o lógico que reflete o histórico em forma teórica, isto é, reproduz a essência do objeto e a história de seu desenvolvimento em um sistema de abstrações.

Na investigação, o princípio histórico suporta o método da pesquisa, pois orienta a elaboração dos processos de apreensão dos fenômenos, a definição das formas de captação e de análise de dados, visto que estudar algo historicamente significa estudá-lo em movimento. A esse respeito Vigotski (1995, p. 67) propugnou:

Quando em uma investigação se abarca o processo de desenvolvimento de algum fenômeno, em todas as suas fases e transformações, desde que surge até que desaparece, isso implica colocar de manifesto sua natureza, conhecer sua essência, já que somente em movimento demonstra o que verdadeiramente ele é.

O lógico-histórico, como princípio investigativo, além de servir para orientar a elaboração do método de pesquisa, também pode ser útil na construção de uma estrutura para

as análises dos objetos ou fenômenos educativos. Nessa perspectiva, o processo de análise é essencialmente um processo lógico pelo qual o investigador busca explicitar a essência do objeto ou dos fenômenos e o faz através das múltiplas abstrações, identificando as relações historicamente constituídas no percurso do desenvolvimento do fenômeno ou objeto. A apreensão do objeto, a partir do movimento lógico-histórico revela, em seu interior, o processo de significação desencadeado até o momento atual.

Por isso, as pesquisas em Educação, por terem como finalidade oferecer o suporte teórico à atividade pedagógica capaz de alcançar seus propósitos, qual seja possibilitar a apropriação da cultura humana pelos estudantes, tendo em vista o desenvolvimento da personalidade e de suas máximas possibilidades. Poderiam valer-se também do movimento lógico-histórico dos conceitos para construir um campo teórico-epistemológico, constituindo-se em uma forma eficaz de produzir conhecimentos por ser, antes de tudo, uma análise histórico-epistemológica do objeto ou do fenômeno.

1.2.3 O lógico-histórico como princípio explicativo da dinâmica da formação da consciência e do processo de significação

A consciência, como produto histórico e social, se desenvolve a partir da atividade prática do sujeito imerso na realidade cultural que o cerca, ou seja, ela existe em forma de conhecimento do objeto, concretizado na apropriação dos significados sociais e na produção de sentidos pessoais. Assim, o sujeito começa a conhecer o objeto quando ele é capaz de ressignificá-lo, quando, pelas operações mentais, o transforma em um concreto pensado que em seu interior e passa a regular o seu pensamento e sua atividade, desse modo, “[...] a unidade do lógico e do histórico constitui uma premissa indispensável para compreender a trajetória do pensamento, para criar uma teoria científica” (KOPNIN, 1966, p. 188).

Já sabemos que o lógico e o histórico não são a mesmas coisas.

[...] O lógico expressa o histórico por meio das abstrações, com a particularidade de que se procura por todos os meios conservar o elo fundamental do processo histórico efetivo. A lógica do desenvolvimento tem como lei fundamental o movimento no sentido do simples ao complexo, do inferior ao superior e essa dinâmica do pensar reflete as leis que presidem o desenvolvimento dos fenômenos do mundo objetivo (Ibid., p. 185 e 186).

A unidade dialética definida pelo lógico-histórico nasce da síntese conceitual do que vem a ser o lógico e o histórico, lastreada no pressuposto que o homem, em seu devir, se repete indefinidamente, pela mesma razão que não para de inovar-se (SARTRE, 2015). Desse modo, cada indivíduo é, de maneira singular, uma síntese do desenvolvimento humano. Em sua

essência, o indivíduo traz em si o universal, mas, de modo algum, o reproduz, pelo contrário, o ressignifica. Assim, cada indivíduo da espécie humana é único pelos sentidos que dá aos fenômenos e objetos, mas é também uma síntese do desenvolvimento de toda humanidade, portanto, é também universal.

No contexto da dinâmica da formação da consciência, ao refazer o movimento lógico-histórico de um conceito, refaz-se também o processo conscientização, ao tempo em que se explicitam as significações construídas em sua trajetória. Este movimento permite explicar a formação da consciência em conformidade com a formação de significados. Assim, investigar o desenvolvimento lógico histórico permite alcançar um grau de conhecimento cada vez maior sobre os objetos e os fenômenos.

1.2.4 O lógico-histórico como princípio de organização no ensino de Matemática no contexto da AOE

A escola exerce um papel fundamental no processo de humanização, possibilitando aos estudantes a oportunidade de participar do processo de apropriação e posterior objetivação das significações sociais construídas ao longo do tempo, de forma organizada dentro de uma coletividade educadora. Por isso, devemos ter clareza que propiciar a chance de aprender os conteúdos sociais ao sujeito cognoscente, consiste em desenvolver ações planejadas com fins claramente definidos o que é, para a atividade pedagógica, a principal ocupação. A institucionalização do ensino tornou a escola um espaço complexo. Constituída por uma superestrutura altamente controlada, a escola, como *lócus* de formação, interessa a praticamente todos os segmentos sociais, principalmente quando se trata das questões políticas, filosóficas e ideológicas, nesse sentido, a escola é um campo de disputas.

Diante dessa complexidade, estão os professores, os alunos e os conteúdos curriculares como elementos fundamentais dessa superestrutura, pois da forma como tais elementos estão relacionados depende o resultado da escola. Assim, nesta subseção isolamos esse triângulo com a finalidade de focarmos a discussão do fenômeno ensino-aprendizagem, analisando as relações entre o professor, o conteúdo matemático e o estudante, a partir dos referenciais teóricos da Atividade Orientadora de Ensino (AOE), a qual vem se estabelecendo como uma proposta pedagógica de organização e desenvolvimento do ensino, respaldada na Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade.

A princípio, a atividade de ensino dirige-se para o estudante, no sentido de levá-lo a construir um novo conhecimento. Todavia há uma questão anterior a ser respondida: como se processa a apropriação do conhecimento pelo sujeito?

De forma geral, na lógica dialética, o objeto da aprendizagem pode aparecer em dois momentos distintos para o sujeito. Primeiramente, ele surge na sua relação do sujeito com o mundo (natural ou social). Ao contemplar o mundo ao seu redor, inicia-se o processo que gera um tipo de conhecimento, baseado na percepção sensorial, o chamado conhecimento empírico. Geralmente o sujeito apropria-se deste tipo de conhecimento de forma espontânea, com elaborações “[...] por meio da comparação dos objetos e das representações sobre estes, o que permite separar neles as propriedades iguais e gerais” (DAVIDOV, MARKOVA, 1987, p. 178). Posteriormente, o objeto pode surgir na mente humana como concreto pensado de forma teórica, elaborado a partir da análise das relações dentro do sistema, no qual ele se encontra. Ao analisar, o homem “[...] busca a relação real e específica entre as coisas que servem, ao mesmo tempo, de origem de outras manifestações do sistema.” (Ibid. 178). O conhecimento elaborado a partir da atividade mental sobre o objeto e fixado em uma linguagem específica, objetivado quando se cria uma teoria desenvolvida a partir da racionalização, das deduções e das explicações de suas relações gerais e particulares no sistema, é chamado de conhecimento teórico.

Naturalmente, aprendemos, primeiramente, os conhecimentos empíricos, seja de forma espontânea ou estimulada pelas necessidades originadas no próprio meio que nos cercam, ou, nas brincadeiras com amigos, na convivência familiar, e nas diversas relações que mantém em seu cotidiano. Ficamos nos questionando sobre o que poderia acontecer com o desenvolvimento psicológico dessas crianças, se forem privadas de se apropriarem dos conteúdos sociais em sua forma mais elevada. Nesse sentido, corroboramos com Davidov (1988) ao defender que interessa aos estudantes uma atividade pedagógica capaz de propiciar-lhes a possibilidade de adquirirem conhecimentos teóricos ou científicos, o que não é possível acontecer de forma espontânea, mas isso não significa negar a importância dos conhecimentos empíricos e das práticas sociais no processo de objetivação do ensino. Para nós, esses conhecimentos são o ponto de partida para conversão deles, pela a atividade mental, em conhecimentos teóricos. Nesse sentido, a atividade pedagógica é imprescindível.

Além das aprendizagens espontâneas dos estudantes, precisamos estar atentos às práticas culturais situadas no contexto dos sistemas simbólicos das diferentes sociedades, principalmente aquelas mais isoladas, procurando compreender suas implicações no processo educativo. Como explicamos anteriormente, o conhecimento matemático tem sua origem na dimensão prática e, lentamente, vai convertendo-se em um conhecimento racional, dedutivo e teórico. Esta é a lógica do próprio pensamento humano manifestada no movimento lógico-histórico dos conceitos matemáticos. Neste contexto, Childe (1965), ao falar da evolução da

Matemática, toma como exemplo o fatos ocorridos no antigo Egito e na Babilônia. Podemos entender como uma característica geral da própria história da Matemática. Assim, autor supra citado nos lembra que:

A Matemática [...] egípcia e babilônica, professadamente, visava a satisfação de necessidades específicas experimentadas pelas sociedades egípcia e babilônica. Pretendia solucionar problemas que realmente surgiam no curso das atividades comerciais e de construção. [...] A Matemática é, evidentemente uma consequência das necessidades econômicas da revolução urbana, tal como a escrita (Ibid., p. 188).

Por isso, a Matemática, como objeto, precisa ser apropriada pelos estudantes para que seja convertida em um “instrumento” e, assim, possuir uma função específica no mundo das relações sociais. Numa perspectiva ontológica, a tendência natural do homem é modificar os objetos, tornando-os em instrumentos capazes de resolver alguma necessidade, tais instrumentos transformar-se-ão em signos psicológicos reguladores da atividade mental. Este processo começa com a apropriação dos objetos ou fenômenos, mas quando o homem passa a conhecer as características e a lógica natural da matéria, que é abstraída pelo pensamento, esta torna-se um objeto, com finalidades bem definidas, ele realiza o processo objetivação.

Sobre este assunto Duarte (2008, p. 26) consigna que:

Para poder transformar um objeto natural em um instrumento [ou seja, objetivá-lo], o ser humano deve levar em conta, isto é, conhecer as características naturais do objeto, ao menos aquelas diretamente relacionadas às funções que terá o instrumento. Não importa aqui que tipo de conhecimento seja esse, podendo ser tanto um conhecimento científico das propriedades naturais do objeto, como um conhecimento meramente empírico, resultante de generalizações baseadas na prática. De qualquer forma é indispensável um certo nível de conhecimento do objeto em si.

Logo, no processo de objetivação, o instrumento transforma-se em signo e o objeto se transforma em concreto pensado.

Seguindo esta linha de raciocínio, podemos pensar na Matemática como um objeto análogo a qualquer outro. Isto é, os sujeitos precisam apropriar-se dela e transformá-la em um “instrumento” em condições de ser inserido na vida social e na atividade desses sujeitos, ou seja, precisa ser objetivada. Esta afirmação ganha outro sentido quando considerarmos a natureza histórica do processo de objetivação em seus três momentos distintos: a percepção sensorial do objeto, a redução do concreto ao abstrato e finalmente, a ascensão do abstrato ao concreto pensado, (DAVIDOV, 1988). Portanto os conhecimentos empíricos estão na base dos conhecimentos teóricos (científicos), de modo que um se desloca na direção do outro.

O processo e formação de conhecimentos teóricos sobre as estruturas matemáticas deve apoiar-se nas possibilidades formadas durante a contemplação daquelas [que originam os conhecimentos empíricos], porém isto será um procedimento especial que exige uma direção ativa que está longe do desenvolvimento espontâneo das crianças (DAVIDOVI; MARCOVA 1987, p. 185).

Daí, notamos a importância de compreendermos o papel do desenvolvimento lógico-histórico dos conceitos na organização do ensino, o qual poderia servir de base na produção de materiais e na elaboração de estratégias de ensino no contexto da atividade pedagógica, voltada para o desenvolvimento psíquico de cada pessoa, pois, enquanto processo psicológico, o lógico-histórico mobiliza o sujeito na direção da objetivação dos conteúdos (MOURA et al. 2016). Mas o processo de objetivação da Matemática, como uma atividade intencional, no âmbito escolar, só pode ocorrer por meio da mediação pedagógica, isso pressupõe uma relação de reciprocidade entre professor e estudante, tendo o conteúdo como objeto da atividade de aprendizagem.

Na perspectiva do ensino tradicional, o professor detém o controle de todo o processo de ensino, diferente da proposta da AOE, pois as relações que ela procura desenvolver estão nas situações pedagógicas em que professores e alunos estejam igualmente envolvidos: o professor desenvolvendo a atividade de ensino e o aluno a atividade de aprendizagem. Trata-se de um trabalho coletivo, onde cada participante assume funções distintas, mas com objetivos comuns.

A AOE toma os princípios ontológicos de construção do conhecimento como sua base estrutural, e reconstrói historicamente estes princípios, respeitando o modo de produção da cultura, ou seja, considera o desenvolvimento ontogenético do homem como princípio orientador da atividade pedagógica.

O conceito de AOE como fundamento para o ensino, é dinâmico. Não é um objeto, mas sim um processo, como tal, é voltado a apropriação dos conhecimentos teóricos, que explicam a realidade em movimento conforme seus personagens e relações, constituindo-se de forma dialética na relação em ter o ideal e o real e como processo de ação e reflexão (MOURA et al. 2010, p. 101).

A atividade pedagógica, como responsável pelo trabalho educacional sistemático e intencional, tem como motivo a objetivação da cultura humana historicamente construída. Para se concretizar, estrutura-se a partir da necessidade de organizar o ensino e procura desenvolver ações no sentido de contribuir com a formação da personalidade dos estudantes. Mas a atividade pedagógica se desdobra na relação entre o trabalho do professor, o conteúdo e o trabalho do estudante, constituindo-se em duas dimensões que são harmonicamente contrárias, posto que

se fossem antagônicas se anulariam. A AOE surge como síntese da unidade dialética entre a atividade de ensino e atividade de aprendizagem.

De acordo com Moura, idealizador dessa proposta, (2016, p. 32), a AOE pode ser entendida como uma “[...] atividade que respeita os diferentes níveis dos indivíduos e que define um objetivo de formação como problema coletivo, [...]. Ela orienta o conjunto das ações em sala de aula a partir de objetivos, conteúdos e estratégias de ensino, negociado e definido por um projeto pedagógico.” A AOE tem como característica não apenas os procedimentos adotados pelo docente, mas, principalmente, as necessidades e os motivos orientadores da atividade pedagógica. As bases da AOE estão fixadas na Teoria da Atividade (LEONTIEV, 1983) e sua estrutura é semelhante à de qualquer outra atividade humana, o que a distingue é sua finalidade dirigida ao ensino escolar.

O propósito da AOE é

[...] possibilitar ao estudante a necessidade de aprendizagem de determinado conceito, por meio de situações desencadeadora desta aprendizagem, na forma de histórias virtuais, jogos, ou situações do cotidiano. Tais situações devem contemplar o movimento lógico e histórico dos conceitos e são o ponto de partida de um processo de ensino e aprendizagem, desenvolvido coletivamente (PANOSSIAN, 2014, p. 36).

Na AOE, professor e aluno são colocados em atividade diferentes. O professor precisa entrar em atividade de ensino, por isso, sua necessidade deve ser diferente da do aluno, pode ser, por exemplo, organizar o ensino. **O objeto da atividade de ensino é o aluno**, o qual poderá vir a ser o motivo real da atividade. Por exemplo suponhamos um professor cujo motivo principal seja cumprir a carga horário de trabalho imposta, mesmo sendo um motivo compreensível, provavelmente, ele o levaria a realizar seu papel, obedecendo as exigências institucionais e seus procedimentos poderão estar voltados, tão somente, para o cumprimento de sua obrigação funcional. Assim, a aprendizagem dos alunos dependeria muito mais das condições objetivas próprias e todo processo de ensino seria desencadeado sob a necessidade de realizar uma incumbência. Neste caso, com base na Teoria da Atividade, não poderíamos afirmar que tal professor entrou em atividade de ensino.

Diferentemente, a necessidade do professor poderia ser organizar o ensino para propiciar a oportunidade de aprendizagem aos alunos, nesse caso, o objeto de sua atividade passaria a ser o próprio aluno, o qual viria a ser o seu motivo real, pois “[...], deve haver o motivo para aprender e para ensinar e que ambos devem convergir num mesmo ponto, de forma que as ações no processo educativo sejam realmente interativas no sentido de resolver um problema: construir conhecimento significativo” (MOURA, 1996, p. 40). Consequentemente,

o professor desenvolveria ações voltadas à aprendizagem de seus alunos, com os quais, passaria a constituir um coletivo de estudo, pois, existiria um motivo comum. Assim, com base na Teoria da Atividade, poderíamos afirmar que tal professor entrou em atividade de ensino.

Na AOE o professor considera o lógico-histórico dos conceitos e o modo histórico de construção de conteúdo. Para ele, o maior desafio é desenvolver um ensino de forma intencional e organizada, que seja, ao mesmo tempo, uma atividade para o professor e para o estudante, transformando-se em uma atividade coletiva. Isso implica dividir as ações para inserir o estudante na atividade de estudo, a qual vai criar a necessidade do conceito.

Na atividade de aprendizagem, o objeto do aluno são os conhecimentos teóricos, por isso, parte-se da necessidade de se conhecer algo. O conteúdo, assim pode ser o motivo comum entre ambos. Nessa perspectiva, a AOE é a unidade entre a atividade de ensino e a atividade de aprendizagem.

[O professor] de posse dos objetivos, dos conteúdos e conhecendo as possibilidades de aprendizagem de seus alunos, está munido de dados que lhe permite a elaboração da atividade que possa colocar o pensamento da criança em ação, partindo de situações-problema que sejam significativas. Estas são o que chamamos de problemas desencadeadores de aprendizagem (MOURA, 1996, p. 40).

A AOE pressupõe a realização de ações e operações em conjunto, isto implica professores e alunos direcionados pelo mesmo motivo, no sentido de encontrar a satisfação de uma necessidade. Na AOE os alunos desenvolvem diferentes operações no buscando apropriar-se de determinado conhecimento. Isto é, os motivos são comuns, as operações são diversificadas como acontece num trabalho coletivo.

Nesse contexto, o espírito de solidariedade, de compartilhamento deve aflorar, pois a aprendizagem depende do que cada um faz. “O processo de significação do conceito tem possibilidade de se realizar se o aluno tiver a dimensão de seu movimento histórico, chegando ao contexto atual das formas mais simples às mais desenvolvidas” (MOURA et al. 2017, p. 91).

A AOE parte de uma Situação Desencadeadora da Aprendizagem (SDA) cuja estrutura apresenta uma situação problema ou Problema Desencadeador da Aprendizagem (PDA). O papel do PDA é criar as necessidades de conhecer determinado conceito teórico e propiciar o motivo comum para professores e estudantes. Na situação problema, o aluno tem a possibilidade de perceber a dimensão histórica do conceito e como ele se desenvolveu logicamente. Nela deve estar explícita a necessidade que levou o homem a desenvolver tal conceito. Isto requer naturalmente, certo domínio dos conteúdos de ensino e da teoria pedagógica. A aula depende da mediação realizada pelo professor, ao planejar e coordenar a

execução das ações juntamente com os alunos, como jogos, experimentos, resolução de problemas, etc.

Mas um jogo, um problema, um experimento ou outra situação didática, por si mesmo, não são necessariamente desencadeadores da aprendizagem. Eles se tornam situações de aprendizagem de conceitos teóricos quando possibilitam criar a necessidade de aprender determinado conteúdo a partir de um motivo comum, podendo ser o próprio objeto da aprendizagem. Na AOE as ações isoladas ou individualizadas, não poderão criar motivos reais visto que somente por meio de ações articuladas e voltadas para um fim, as atividades poderão ser concretizadas.

Ao garantir que a atividade dos educandos vai ocorrer, prioritariamente, dentro de um coletivo, o professor procura concretizar o princípio ou lei de formação das funções psíquicas superiores. Portanto, na AOE o lógico-histórico pode servir para criar a necessidade do conceito, indispensável no estabelecimento do motivo. Este, por sua vez, pode ser o conteúdo que se apresenta como objeto da atividade, é aquilo que precisa ser apropriado pelos alunos. O conteúdo assume um papel fundamental, pois não é possível existir a AOE sem ele. O objetivo da AOE é realizar a mediação entre a atividade de ensino (professor) e a atividade de estudo (aluno), ou seja, é realizar a objetivação do ensino capaz de levar o aluno a apropriar-se do conteúdo em um nível mais abrangente e geral possível e atingir o nível de qualidade própria do pensamento teórico, onde o aluno possa produzir generalizações e representações através dos signos e dos mais variados sistemas simbólicos.

SEÇÃO 2

O LÓGICO-HISTÓRICO DO CONCEITO DE MEDIR: O GERAL E O PARTICULAR NO DESENVOLVIMENTO CONCEITUAL

A lógica concreta coroa e arremata a história do conhecimento, isto é a própria teoria do conhecimento como história da prática social. [...]. A lógica está fundamentada na história do conhecimento, na mesma medida que a história aparece inteligível. Se a história geral não for mais que um caos de relatos breves e violência, se a história do conhecimento não for mais que uma sucessão desligada de tentativas e doutrinas, seria inútil buscar uma lógica concreta.

Lefebvre

Como sugere a epígrafe acima, o papel da História é mais que informar sobre as coisas do passado, sobre o que certas pessoas ou civilizações fizeram. Isso é importante, mas o essencial é nos revelar o porquê de sermos o que somos e como chegamos até aqui, com o intuito de ajudar a desvendar os elementos constitutivos da consciência humana para um posicionamento em relação ao futuro. A história, em síntese, é a história de cada um. Ao se apropriar dos significados sociais elaborados culturalmente e dar-lhe sentido, o indivíduo se encontra na odisseia da humanidade para construir a própria história. Daí resulta entender que o papel da escola poderia ser ajudar a cada indivíduo nesta reconstrução histórica do próprio ser humano em busca de ser humano.

Assim, o objetivo da presente seção é explicitar o processo de desenvolvimento histórico do conceito de medida, a partir das formas de apropriações sucessivas dos conhecimentos sobre as medidas e dos movimentos sociais, no contexto das relações no mundo do trabalho, da vida cotidiana coletiva e principalmente das lutas de classe, tendo como finalidade analisar as relações entre desenvolvimento lógico-histórico deste conceito e as formas de apropriação das significações no ensino de Matemática.

Nesse sentido, Kulla (1988) defende que, se a história da metrologia tem de cumprir suas funções como ciência histórica auxiliar, deve ser tratada como parte diferenciada da problemática da história geral. De fato, pois a problemática da história da metrologia deve consistir em revelar um dos aspectos do desenvolvimento lógico do pensamento do homem na perspectiva da lógica do concreto e evolui qualitativamente, o que torna seu conteúdo mais significativo por mostrar o homem em seu processo de desenvolvimento mediante o lógico-histórico.

Ao revelar dados sobre o desenvolvimento histórico do conceito de medida e, mais amplamente, sobre o desenvolvimento humano e sobre a forma de produção e apropriação destes conhecimentos, poder-se-ão revelar os significados sociais das diferentes formas de medir, compreender o processo de elaboração de tal conceito até chegar ao que se sabe hoje e identificar as relações existentes entre desenvolvimento lógico-histórico e as formas de apropriação do conceito no ensino de Matemática. Porém, se pensarmos na possibilidade de fazer conversões das medidas primitivas para os padrões de medidas atuais, de fixar exatamente a nomenclatura das antigas medidas, recriar os sistemas antigos, ou reproduzir meios e processos com o objetivo de reforçar a conservação das medidas antigas em detrimento da aprendizagem do nível mais atual deste conceito, o trabalho seria infrutífero e não interessaria nem ao processo educativo, nem à atividade pedagógica.

Dessa perspectiva, pressupomos que nenhum conceito, inclusive os da Matemática, nasce pronto. Eles se desenvolvem historicamente, expandem-se, tomando a síntese como unidade entre lógico e o histórico, num processo evolutivo que se desenrola na atividade coletiva e intencional. Esse aspecto deve ser considerado como basilar para o ensino e a pesquisa de qualquer conceito científico. Portanto, é justificada a presença de um estudo histórico, que só poderia ser realizado no contexto cultural, em que se desvendem os dramas da vida em sociedade, as contradições no interior do movimento, no espaço e no tempo e apoiado no seguinte princípio: o homem se modifica ao modificar o mundo em que vive.

Esclarecemos ainda que, neste texto, a expressão “Sistemas de Medidas” refere-se a todos os elementos relacionados com medição, isto é, consideram-se, como elementos constituintes dos sistemas de medidas, os instrumentos, as unidades, os métodos, as técnicas de medir, as formas de conversões, as convenções e os aspectos sociais particulares que às vezes são mais importantes que as próprias dimensões das coisas. Todos estes elementos estão conectados, formam um complexo e atuam de modo articulado, sempre dirigidos a uma finalidade.

Neste trabalho, a natureza sistêmica não se caracteriza apenas pelos aspectos geométricos, pela relação matemática do conjunto de múltiplos e submúltiplo, pelas inter-relações entre grandezas diferentes, pelos organismos oficiais de medidas e por sua utilidade. O conceito de Sistema de Medidas é mais abrangente e engloba aspectos matemáticos, científicos e antropológicos. Assim, o Sistema Métrico Decimal e o Sistema Internacional de Medidas, por exemplo, estão compreendidos no conjunto dos Sistemas de Medidas, que por sua vez inclui também os Sistemas de Medidas Pré-métricos, desde os mais primitivos até os não convencionais ou oficiais, ainda em uso.

O que apresentaremos a seguir é resultado de um estudo bibliográfico baseado principalmente nos autores: Eves (2004), Child (1978), Kulla (1988), Dias (1998), Silva (2004), Moura e et al. (2016, 2017), Lefebvre (1970), Leontiev (1978), Kopnin (1966), Caraça (1998), Ifrar (1989), Boyer (2012) e Silva (2004).

2.1 Os significados sociais das medidas: justiça, soberania e poder

A mitologia, ao tentar explicar o surgimento das medidas, revela o valor social a elas atribuído e suas representações. A natureza mística e mítica das medições se constitui das crenças e das simbologias na formação da moral e da ética. O valor social das medidas, como um fenômeno antropológico, não pode ser captado apenas com a análise de sua funcionalidade e utilidade. É preciso conhecer as representações sociais expressas na realidade dos diferentes grupos sociais. A chave para explicar a origem e a diversidade das medidas está na compreensão dos seus significados e representações. Faz-se necessário, pois, analisar seu conteúdo social, que revela a verdadeira diferença sobre as medidas e o seu papel no desenvolvimento cultural da humanidade.

As medidas têm significados e representações sociais bem definidos. Eles fazem parte de um sistema simbólico, regulador das práticas sociais, e definem, além de comportamentos e valores, o tamanho das unidades, os instrumentos, os signos, as técnicas de medição, os sentidos pessoais e as diferenças territoriais, estas últimas evidenciadas nas múltiplas formas de transformação ao longo do tempo e na relação com a história geral da humanidade.

As medidas, ao longo da história, se manifestaram por meio de diferentes representações sociais. Por exemplo: a moral de nossos dias não admite como correta a variabilidade das medidas na relação de compra, venda ou troca, isto é, não se aceita uma medida para compra e outra para venda na mesma relação comercial. Na lógica do mercado, atualmente, o lucro decorre da diferença entre o preço de custo e o preço de venda. É, pois, incomum para nós outra lógica de aferir lucro. Logo, não se imagina que, numa relação de comércio, o preço permaneça invariável, enquanto variável seja a medida. Noutras palavras: tem-se como ilegítimo o uso de uma medida para comprar e outra para vender, de modo que o lucro venha dessa diferença.

Contudo, durante boa parte da Idade Média e início da Idade Moderna, o sistema cerealista funcionava sob lógica das diferentes medidas. A propósito, era a única forma possível de se obter ganho, sem cometer “pecado”, já que a majoração de preço era condenada pela autoridade eclesiástica.

De acordo com Pucton (1780), as medidas eram consagradas pela religião e pelas leis, pois a igualdade perfeita era tida como preceito divino. Daí, para gerar seus ganhos, os

comerciantes variavam suas medidas. Havia, portanto, diversas maneiras de resolver essa situação. Em algumas regiões da Europa, o utensílio de medir era o mesmo tanto para compra quanto para venda. A diferença, no entanto, estava no modo de medir: o comerciante, na venda, enchia o padrão até às bordas (medida rasa), ao comprar os cereais a medida era cheia de modo a extravasar pelas bordas (medida cogulada). Em outras regiões, os comerciantes tinham um padrão para compra (maior) e outro para a venda (menor). Esse era o método mais comum. Kulla (1988) apresenta como exemplo a “korzec”, utensílio de medir cereais com base em seu volume. Existiam “korzecs” de diversos tamanhos, variando conforme a utilidade e a região. Havia também medidas específicas para negociar com determinadas regiões.

É possível que alguns avaliem como caótica tal situação, o que dificultaria o comércio interno e, principalmente, o externo. Mas análise mais isenta demonstrará que, por muito tempo, esse sistema, que seria atualmente considerado injusto, foi bem conhecido e aceito à época. Foi um fenômeno social, restrito a uma época, no qual os sistemas de medidas assumem significado social bem diferente da situação atual. A lógica concreta das medidas no comércio medieval ligava-se à questão da justiça e do sagrado e, por muito tempo, dependeu da confiança entre as pessoas. Assim, o ganho dos cerealistas não dependia da usura (lucro em dinheiro), mas do acúmulo de cereais, o que caracteriza um traço das sociedades pré-capitalistas. Somente bem mais tarde, no prelúdio da Revolução Francesa, essa situação se tornaria problemática.

A utilização das diferentes medidas permitiu a existência desse tipo de comércio, por ser a única maneira de auferir ganhos sem contradizer o sagrado. Na mentalidade da sociedade pré-métrica, a diversidade de medidas foi essencial ao desenvolvimento do comércio. Mais tarde essa lógica mudaria completamente, a despeito da forte resistência à implantação, no século XVIII, do sistema métrico.

Sobre a origem das medidas, o que se pode dizer? É uma pergunta interessante e, até certo ponto, difícil resposta, pois não se sabe precisamente quando e onde tudo começou. De modo geral, é consenso entre a maioria dos pesquisadores que as medidas tiveram origem a partir das necessidades ligadas à sobrevivência humana, na atividade coletiva, no trabalho, na relação direta com a natureza e na experiência sensorial (LEONTIEV, 1978). Fazendo uso da lógica, as experiências sensíveis vão, aos poucos, tornando-se conceitos abstratos à guisa de poder de produzir conhecimento pela razão, deslocando-se do limite imposto pela experiência sensorial, que, simultaneamente, converteu-se em experiência sócio-histórica. (LURIA, 1984; LEFEBVRE, 1969).

Algumas lendas tentam explicar a origem das medidas, quase sempre baseadas numa divindade. Nesse sentido, Kulla (1988, p. 19) destaca:

Se para alguns [as medidas] foram inventadas por Caim, seguramente haveremos de encontrar exemplos em que a procedência das medidas se relaciona com lendas mais positivas. Segundo a tradição grega, foram inventadas pelo sábio Fidón de Argos, venerado por ele. Segundo os romanos, os fundamentos da medição de terras foram dados pela ninfa Vergoia, aparecida ao etrusco Aruns Veltimnus. Aqui vemos a procedência quase divinas das medidas.

Independentemente de sua origem, as medidas contribuíram para a formação da consciência humana ao estabelecer padrões de comportamento ético e moral. Ressalvadas as diferenças entre os distintos contextos sociais, as medidas eram símbolos de justiça, soberania e poder. A hierarquia social, durante algum tempo, principalmente na Idade Média, esteve associada mais ou menos ao poder de controle das medidas. Simbolicamente, a balança não servia apenas para medir a massa de um corpo. Foi signo concomitante da justiça terrena e da divina, representação do Arcanjo Miguel no juízo final, “[...], por isso ela é admirada continuamente pelos fieis nas fachadas das catedrais góticas, atributo de Amón, encarnação da justiça. ” (KULLA, 1988, 56).

A fidelidade nas medidas, em muitas sociedades, representou a justiça divina. A medida certa simbolizava a honestidade e coisa sagrada, por exemplo, na civilização judaica, que vivia sob governo teocrático. Sabemos que, para povo hebreu, a honestidade nos pesos e medidas era questão de obediência à ordem divina. Isso se evidencia com uma ligeira consulta ao pentateuco mosaico ou a outras citações bíblicas, como em Lev. 19: 35-36, Dt. 25: 13-15, Am. 8: 5.

Na tua bolsa não terás diversos pesos, um grande e um pequeno. Na tua casa não terás duas sortes de efa, um grande e um pequeno. Peso inteiro e justo terás. Efa inteiro e justo terás, para que se prolonguem os teus dias na terra, que te dará o Senhor teu Deus. Porque abominação é ao Senhor teu Deus, todo aquele que faz isso, todo aquele que faz injustiça. (Dt. 25: 13-15. ALMEIDA REVISTA E CORRIGIDA)

O efa era medida para líquidos, farinha, cevada, trigo e grãos torrados. Era equivalente a aproximadamente 22 litros. No texto bíblico, é o recipiente no qual a iniquidade, representada pela mulher, foi presa. Do relato do profeta Ezequiel, é possível entender-se tratar-se de um recipiente cilíndrico, bastante conhecido pelos judeus. O efa e o bato eram a mesma medida correspondente à décima parte do ômer. Peso e medidas eram atributos divinos, pois “Peso e balança justos pertencem ao Senhor; obra de suas mãos são todos os pesos da bolsa” (Pv. 16: 11) e até a forma de medir era estabelecida por divino. Pelo que se constata, medir, no contexto dos judeus, era questão sagrada; simbólico da mediação do relacionamento do povo com o seu Deus. A sacralização das medidas, na verdade, visava a garantir a lealdade nas relações comerciais entre as pessoas.

A conhecida história do julgamento de Osíris, no contexto da mitologia egípcia, revela uma forma singular de representação das medidas como símbolo de justiça. A balança, que pesava os corações dos mortos, garantia a todos um julgamento justo, para decidir sobre o destino deste no além-túmulo. Como se acreditava que havia outra vida após a morte aqui na Terra, os egípcios desenvolveram técnicas avançadas de mumificação.

Mas como saber quem merece ou não seguir para junto do deus Rá (Sol)? A balança de Osíris vai determinar. Assim, os mortos deveriam ser julgados no tribunal dos deuses, presidido pelo deus Osíris. Anúbis, um deus com cabeça de chacal, utilizava uma balança de dois pratos para pesar o coração do morto, tomando como contrapeso uma pena de avestruz. Se o peso do coração fosse inferior ao da pena, o deus Thoth anotava o nome, e o morto, então, poderia subir à barca de Osíris, a “barca de milhões de anos de Rá”, que atravessava a Tuat (lugar ruim) indo até ao território luminoso do deus Rá, onde seu espírito se uniria àquele deus, tornando-se também um astro. Porém se o morto tivesse pecado, o prato da balança com a pena pesava mais, o morto era condenado no julgamento, tornando-se um demônio.

É conhecido da história que na Grécia antiga cada *pólis* possuía seu próprio sistema de medidas. Em situação de guerra, os vencedores sempre impuseram aos vencidos seus padrões de medida, ao contrário dos romanos, que, ao manterem sua política de conquistas territoriais durante a chamada “*Pax Romana*”, permitiram aos povos dominados continuar com seus próprios padrões e formas de medir, como estratégia para evitar possíveis levantes. Na Idade Média as cidades disputavam o controle das medidas. “[...] onde se diz que há diferença nas leis para diferentes homens, é o mesmo que dizer: há diferentes medidas para os diferentes homens. As desigualdades ante a lei, quer dizer também leis desiguais quanto às medidas: ou seja, uns ditam e outros cumprem” (KULLA, 1988, p. 160). Ter-se o controle dos pesos e das medidas, em geral, representava prestígio e poder. A história mostra que, em todas as sociedades organizadas, o poder estava relacionado a quem dispunha dos padrões e dos modelos adotadas como medidas. A definição de quem deve controlar e estabelecer normas para padronização de medidas provoca, até hoje, disputas de poder entre as potências econômicas mundiais.

2.1.1 A evolução do comércio e o desenvolvimento das medidas

Conforme Dias (1998), a universalização das medidas não surgiu como uma consequência dos debates humanistas, ou das necessidades metrológicas do cotidiano e do comércio interno imediato, mas da expansão do comércio internacional e da dificuldade de lidar com muitos padrões de medidas. No entanto, para que essa padronização se tornasse real, além

de reunir condições políticas e sociais favoráveis, foi preciso haver a associação de diversos setores, como a comunidade científica, o setor comercial, o agrícola e o industrial. Assim, concordamos com Silva (2004, p. 21), quando este afirma que:

Os pesos e medidas foram, desde as primeiras civilizações, a linguagem básica do comércio e podem ser considerados, sem nenhuma dúvida, um dos principais fatores que sustentaram as sociedades por meio do estabelecimento das relações de troca no comércio, da padronização para medir a produção e do suporte dimensional para as ciências e a tecnologia.

Do século XVI ao século XVIII o comércio passou por profundas modificações causadas pelas ocupações da Europa no “Novo Mundo”, o que gerou não só um colapso nas antigas rotas comerciais relacionadas às cidades do mediterrâneo, mas também fortes mudanças sociais, grande desenvolvimento científico e alterações político-econômicas radicais. Tais transformações propiciaram o surgimento de novos empreendimentos, como a fabricação de barcos capazes de cruzar oceanos, a criação de bancos e empresas comerciais de alcance internacional, além da possibilidade de realização de grandes viagens ultramarinas.

Consequentemente, houve um progresso técniconológico com adoção de novos métodos de medir, novas escalas, novos padrões e novas ferramentas. A estrutura do Estado se fortaleceu e passou a ter o controle das medidas, ao definir regras que estabeleciam sanções e responsabilizando-se pela confecção e guardas dos padrões. Assim, foram criadas as casas de equilíbrio que existiram ao longo de toda a Idade Média até o início do século XIX, quando, então, as medidas utilizadas passaram a ser conferidas, legalizadas e normatizadas.

Essas normas tinham como finalidade garantir a fidelidade dos métodos de medição e a inalterabilidade das medidas. Neste sentido, aos inspetores de medição cabia o papel de acompanhar, registrar e aferir as medidas. Tais procedimentos surgiram em decorrência dos conflitos entre senhores e vassalos e entre estes e o Estado, que recebia seus tributos em grãos. Essa situação se aprofundou com o surgimento da burguesia nos séculos seguintes. Como vemos, havia um cuidado para não provocar grandes prejuízos nos negócios. “[...] introduzir mutações momentâneo nas medições, poderia abrir um vasto campo de fraude ou gerar a injustiça” (PUNCTON. 1780, p. 7). (tradução nossa) Apesar do regramento forte e da fiscalização, as fraudes foram inevitáveis. Isso produziu conflitos e prejuízos, principalmente para as classes mais pobres e para pequenos comerciantes das feiras-livres.

De fato, o período conhecido como “Era das Explorações” foi uma época de grandes transformações sociais. O comércio internacional se intensificou bastante, e os comerciantes europeus, após fortalecimento com os negócios na região da Ásia, começaram uma corrida em

busca de novas rotas comerciais, ou seja, novos fornecedores e consumidores. Eves (2004, p. 337) lembra que

[...]. O comércio com o mundo árabe estimulou uma demanda crescente, entre europeus ricos, de bens de consumos asiáticos, como especiarias e tecidos finos. Essa demanda rapidamente se tornou demasiado grande para poder ser atendida pelas quantidades relativamente pequenas desses bens que os europeus poderiam obter de seus vizinhos muçulmanos. Como consequência os mercadores puseram-se a procurar outros fornecedores.

Não se pode esquecer que a expansão comercial foi favorecida pelo Renascimento e, pouco mais tarde, construir-se-ia arcabouço teórico que daria sustentação ao liberalismo, por propiciar mudanças sociais, políticas e econômicas consideráveis, principalmente em favor da crescente burguesia.

Ao defenderem a propriedade privada (Jonh Locke, 1632-1704), os liberais puseram em proeminência o capitalismo como sistema econômico e estimularam a limitação dos poderes dos monarcas. Politicamente, as ideias liberais foram fonte de diversas revoluções burguesas tanto na Europa como na América, ampliando o espaço da burguesia nos negócios do Estado, na economia privada e na política em detrimento da aristocracia. Segundo Paucton (1780), a França, em séculos anteriores ao sec. XVIII, sentiu bastante os efeitos negativos das mudanças nas medições. Nesse século já havia uma consciência de que as medidas deveriam ser de tamanho imutável para sempre, não só em todo o Estado, mas também no mundo inteiro. Por serem sagradas as regras da justiça e a salvaguarda da propriedade privada, tais regras não poderiam variar. Lembramos que, nesse mesmo século, a França começa a emplacar o metro como medida invariável e universal. O autor chama a atenção para o seguinte fato:

Nos últimos séculos, a França sofreu bastante os efeitos de mudanças semelhantes. As medidas teriam que ter um tamanho que seja para sempre, não apenas em um estado, mas em todo o mundo; pois elas são o estado de justiça que não deve variar, é a salvaguarda da propriedade que deve ser sagrada (PAUCTON, 1780, p. 7). (Tradução nossa)

Deste modo, as medidas vão assumindo cada vez mais importância na gerência dos negócios do comércio internacional e do Estado. Os processos de medidas empíricos, aos poucos, transformam-se em processos geométricos. Silva (2004) ressalta que foram encontrados diversos documentos dos séculos XVI e XVII indicadores de que as medições das terras feitas por agrimensores passaram a mesclar os conceitos da geometria como as unidades empíricas antigas.

Diante dessa situação, na metade do século XIX aumentou o interesse de mudar a forma de medição de grãos, antes realizada com base no volume de recipientes padrão. Passaria, então,

a medição a ser por seu “peso”. A nova proposta não foi aceita imediatamente. Pelo contrário, foi necessário tempo considerável até que se completasse a transição. Desse âmbito, apoiamos-nos em Kulla (1988, p. 70), quando este pondera que “o costume de pesar cereais não foi imposta por decreto. Foi se generalizando aos poucos, muito lentamente, pressionado não pelo Estado, mas pelos comerciantes.” Agora, uma nova questão se estabelece, pois, ao se medirem grãos pelo peso, faz-se necessário um novo instrumento, que precisou ser aperfeiçoado: a balança com suas referências de peso e suas técnicas de uso.

A balança não era desconhecida no período medieval. Já se encontram registros do uso da balança na civilização egípcia, em 3600 a C. Silva (2004) lembra que o Museu de Louvre mantém em seu acervo, na sessão de egiptologia, documentos e figuras comprovam o uso da balança por aquela civilização. A balança aos poucos vai substituindo a forma de medir grãos. Aperfeiçoada, passa a ser utilizada na medição de outros materiais de alta densidade, por exemplo, a pesagem de pequenas quantidades de ouro. Contudo, até pouco tempo muitos produtos agrícolas, hoje comprados a quilograma, eram vendidos em unidades ou em recipientes como padrões de volume, reconhecidos pela comunidade, como era o caso dos grãos vendidos em litros ou, ainda, no antigo “prato”, itens comuns nas feiras-livres do Nordeste brasileiro e de outras regiões do País.

O conceito de medida transformou-se totalmente, e seu significado adquiriu conotação científica, passando progressivamente da qualidade de conceito empírico, baseado nas experiências do cotidiano, orientado para transformar-se em conceito científico, desenvolvido racionalmente como resultado do pensamento abstrato e representado pelo conjunto de signos e símbolos próprios da linguagem matemática, presentes na geometria, na aritmética e na álgebra. Contudo, a evolução dos sistemas de medidas ocorreu em conformidade com as condições sociais, políticas e econômicas de cada região e resultou das contradições e lutas de classes com diferentes interesses. “A rivalidade entre os poderes que representam as diversas classes sociais hierárquicas, depositárias de maiores ou menores privilégios, encontram sua expressão na luta pelo direito de estabelecer e controlar as medidas, juntamente com o direito de sancionar as leis a seu respeito” (KULLA, 1998, p. 24).

Mas foi a atividade científica, a industrial e, principalmente, a comercial que mais contribuíram nesse processo. Portanto, foi o surgimento do capitalismo que estimulou a expansão comercial e exerceu um papel fundamental na evolução das medidas, ao forjar a necessidade de obter medidas patronizadas como forma de facilitar o controle do mercado, o transporte de mercadorias e, principalmente os negócios internacionais. A internacionalização comercial também contribuiu com o processo de colonização, com o mercantilismo e com a

industrialização, o que gerou grande interesse na unificação das medidas. Nesse caso, o comércio internacional e o colonialismo foram decisivos para a unificação das medidas em âmbito regional para, depois, expandir-se internacionalmente.

As mercadorias importadas, quase sempre, são quantificadas segundo o sistema de medidas do país exportador. [...]. Assim, a partir do momento em que determinada região firmava-se como exportadora, seu sistema de medidas passa a ter grandes possibilidades de ser adotado pelas regiões importadoras e estabelecia-se, desta forma, uma forte condição para a expansão inter-regional dos sistemas de medidas (SILVA, 2004, p.75-76).

Porém, apesar da estreita relação entre o desenvolvimento comercial e o sistema de medida unificado e estável, precisamos compreender que o comércio por si só não poderia proporcionar o desenvolvimento alcançado pela Metrologia. É preciso ter clareza que tal desenvolvimento resulta da relação de todos os elementos que compõem o mundo objetivo do homem, isto é, a evolução que de fato acontece é, na verdade, a evolução do homem.

2.1.2 A Ciência e o problema das medidas

A prática das medidas sempre foi utilizada como meio de produzir conhecimento desde os tempos mais remotos. Aos poucos os problemas científicos vão se tornando cada vez mais sofisticados. Se inicialmente a Ciência cresceu à sombra dos interesses políticos e econômicos, ao longo do tempo se emancipou e passou a desenvolver-se por seus próprios fins. Assim, o progresso da Ciência implicou o progresso das medidas de tal modo, que o desenvolvimento da ciência, por muito tempo, se confundiu com o desenvolvimento das medidas.

Por volta de 3500 a. C., os povos da Mesopotâmia realizavam suas observações e medições dos fenômenos da natureza buscando construir um calendário empírico. Há indicações que, nessa mesma época, os egípcios utilizavam balanças e possuíam seu próprio sistema de medidas. (KULLA, 1988). A necessidade de produzir conhecimento acerca da natureza levou o homem a desenvolver meios de explicar os objetos/fenômenos, primeiramente mediante a observação natural, depois pela experimentação e, finalmente, pela transformação, por meio da atividade mental, das imagens sensitivas do mundo objetivo em um conteúdo abstrato, visto que é resultante do pensamento teórico, concretizado na atividade, uma vez que volta transformado ao mundo real.

A observação simples resultou numa ciência especulativa, fundamentada mais na descrição de elementos pelos seus aspectos qualitativos. Ciência e mitos se confundiam. Havia um estreito vínculo entre a Ciência e as divindades. Na era medieval, os dogmas religiosos eram mais fortes que os conhecimentos científicos, pois a religião exercia um controle excessivo

sobre a população e ditava as normas gerais de comportamento. Foi sob a égide do poder eclesiástico que muitos cientistas sofreram perseguições, mas a ciência encontrou na prática de contar e medir a possibilidade de descrever os fenômenos naturais e suas regularidades.

A ciência especulativa da escolástica procurava criar um meio termo entre razão e fé católica, mas perdeu força com o movimento renascentista, que orientou uma nova lógica de pensamento, rompeu com alguns entraves religiosos, trouxe à ciência uma nova luz e incentivou o espírito investigativo. Agora a ciência especulativa não fazia mais sentido diante da necessidade de descrever os fenômenos naturais, revelar suas regularidades e controlá-los. Em outras palavras, criam-se métodos científicos que incluem observar, medir, experimentar e repetir, sob determinadas condições, tendo como finalidade revelar as leis naturais e interpretadas nas leis matemática, bem como validá-las.

Do Renascimento em diante, a Ciência Moderna dedica-se à observação e experimentação. Assim, procura medir e testar, visando a explicar os fenômenos físicos do âmbito das variações quantitativas. Com isto, “[...], em todos os ramos do conhecimento, há esta tendência para o quantitativo, para a *medida*, de modo tal que pode afirmar-se que o estado propriamente científico de cada ramo só começa quando nele se introduz a *medida* e o estudo da variação quantitativa como explicação da evolução qualitativa ” (CARAÇA, 2010, p. 117). As medidas tornam-se imprescindíveis nos estudos científicos. Assim, para a Ciência Moderna, os fenômenos naturais só poderiam ser entendidos por intermédio de leis quantitativas, deduzidas a partir da mensuração de seus componentes e expressos na linguagem matemática. Nessa perspectiva, Silva (2004, p. 25-27) assinala que

As necessidades metrológicas da Física, da Química, das Ciências Naturais e da engenharia modernas exigem definições de unidades, normalizações, padrões muito mais elaborados do que os exigidos pelo comércio e pela produção. [...]. Atualmente a ciência e a tecnologia têm sido os principais responsáveis pelo aprimoramento da Metrologia.

Desta forma, a Ciência Moderna avança requisitando um sistema de medição que ofereça maior precisão e rigor, produzindo um sistema com especificações metrológicas cada vez mais complexas. Contudo, se por um lado o progresso científico, em grande parte, dependeu do progresso da Matemática, por outro lado boa parte da Matemática desenvolve-se à sombra da Ciência. Somente a partir do século XIX a Matemática começou a emancipar-se das bases científicas (EVES, 2004), quando os matemáticos, ao se empenharem na tarefa de refinar os conceitos, chegaram a generalizações complexas e ao aperfeiçoamento da linguagem, antes descritiva ou sincopada, mas agora simbólica e mais consistente, pautada nos princípios da

lógica aristotélica e capaz de apresentar respostas para problemas da própria Matemática, daí surgiu o que se conhece atualmente como Matemática pura.

Especificamente, a elaboração do sistema métrico decimal coube a uma comissão de cientistas da Academia Francesa de Ciências, que congregava pesquisadores do porte de Lavoisier, Lagrange, Delambre e outros. As organizações científicas de natureza diversa tinham de ser instituídas para dar conta da escala e da sofisticação crescente dos problemas metrológicos. Assim, a partir da década de 80 do século XIX, a história da metrologia pode ser escrita como a história do impacto da ciência sobre o conceito de medida, uma vez que

As medidas de massa e de capacidade deveria ter relação com o metro linear e seu processo de criação seguiu roteiro parecido com o caso do metro. O objetivo era a elaboração de um sistema de medidas que integrassem os diversos tipos de grandezas (DIAS, 1998, p. 75).

Avanços científicos ocorridos nas áreas da eletricidade, da ótica, da mecânica e da metalurgia marcaram o surgimento de novas áreas no campo da Física. Os estudos teóricos desenvolvidos e os resultados das pesquisas experimentais realizadas em laboratórios geraram condições reais para redefinir-se o metro com maior precisão, visando a atender às necessidades da própria ciência, da indústria em crescente expansão, do comércio globalizado e do controle estatal. A redefinição do metro no século XX foi feita com base em pressupostos científicos e tinha por finalidade criar condições para o surgimento de um Sistema Internacional de Unidades que pudesse representar medidas físicas determinadas por uma única grandeza, como medidas de distâncias, de massa e de capacidade, além de criar uma escala internacional de temperaturas e tempo e de representar medidas físicas que relacionam duas ou mais grandezas diferentes, tais como velocidade, força, medidas elétricas, optometria entre tantas outras relações possíveis.

O avanço científico-tecnológico confirmou a necessidade de se criar um sistema único de medidas, internacionalmente reconhecido. Assim, em 1952, torna-se real o ideal renascentista ao ser estabelecido o Sistema Internacional de Unidades (SI), constituído de 7 unidades básicas e com a possibilidade de formar unidades derivadas a partir de combinações de medidas diferentes. Com a institucionalização do SI, a barra de platina-irídio, que representava o metro como fração do meridiano terrestre, dá lugar a uma nova referência para o metro, que passa ser a “extensão equivalente 1.650.763,73 comprimentos de onda no vácuo da radiação correspondente à transição dos níveis $2p^6$ e $5d^5$ do átomo de criptônio 86.” (DIAS, 1998, p. 88). Essa nova definição, por um lado, trouxe mais exatidão nas comparações com o metro e ultrapassou a barreira da representação física dos padrões, representada pela barra de platina-irídio; por outro lado, é um resultado representativo do avanço científico em termos de

quantidade e qualidade até aquele momento. Posteriormente as tecnologias a *laser* permitiram realizar medidas com maior precisão. Passou-se a definir o metro como equivalente à distância percorrida pela luz no vácuo durante a fração de tempo igual a $1/299.792.458$ de segundo. Dessa forma, o metro pode ser determinado igualmente em qualquer lugar e a qualquer tempo em laboratórios, sem preocupação com o desgaste provocado pelo tempo e sem riscos de alteração. Enfim, o sonho nascido por volta do século XVII parece concretizar-se no século XX.

De modo geral, os outros padrões de medidas seguiram, a exemplo do metro, processo semelhante em seu desenvolvimento lógico-histórico. Contudo, por mais paradoxal que possa parecer, em algumas regiões é comum o uso dos padrões de medidas mais remotos como o palmo, o passo e a braça. Portanto, ao realizar a ação de medir as coisas, com qualquer padrão, seja ele antropomórfico ou não, o homem concretiza uma única tarefa, a saber: a obtenção de meios de comparação e controle do tempo, visando à própria sobrevivência.

2.2 O desenvolvimento das medidas: episódios históricos

A história das medidas é tão complexa quanto a história do próprio homem. Não pode ser resumida a uma simples descrição ou catalogação de “fatos”. Para compreender a História das medidas, urge compreender o contexto social das diferentes épocas e entender os significados e sentidos construídos ao longo do tempo. Assim, consideramos impossível abranger neste texto (ou em outro qualquer) a totalidade dessa história.

2.2.1 Gênese e desenvolvimento das medidas na era lítica

Ao dirigir-se o olhar às tecnologias presentes em celulares, arranha-céus, foguetes, satélites artificiais, ou, ainda, em robôs, tecnologia de guerra e em outros instrumentos criados recentemente, é difícil imaginar que durante séculos o homem tenha sobrevivido caçando pequenos animais selvagens, coletando frutos, sementes e raízes nas savanas africanas. Começando em tempo bem remotos, recordamos a vida dos caçadores das savanas, num período conhecido como Idade da Pedra, em que a caça e a pesca eram as atividades mais importantes para garantir a alimentação do homem. Durante muito tempo a única solução possível para o problema da escassez natural de alimentos era procurar outro lugar e permanecer por lá enquanto houvesse alimento.

A atividade da caça dependia da construção de armadilhas, de estratégias e de instrumentos preparados para essa finalidade, feitos de pedras e madeira. A natureza serviu primeiramente de inspiração para a elaboração de armas e, depois, de matéria prima. Assim, o

homem do Paleolítico pôs-se a construir facas, machados e raspadeiras de pedras. Seus instrumentos, de pedra, madeira ou osso, eram desenvolvidos para a caça e isso exigia algumas especificações técnicas, tamanho apropriado, corte afiado, pontiagudo, resistência e durabilidade. Abrigo não era tão problemático; havia sempre uma caverna disponível. Na presença de uma fogueira por perto era possível mantê-la aquecida. E nas paredes de cavernas registravam-se cenas da vida cotidiana, como as de caças, de festas e de fé.

Mesmo sem um padrão de medida definido, os instrumentos precisavam adaptar-se à força dos músculos humanos, ao tamanho da caça e à extensão do próprio corpo; precisavam ter condições de portabilidade e, sobretudo, precisavam garantir alguma segurança ao caçador à hora de atacar os animais. O tamanho desses instrumentos era uma qualidade importante para a eficácia da caçada, além do mais, em lugares que não se encontravam cavernas, ou estas eram de difícil acesso, a construção de barracas com madeira e pele de animais deveria adequar-se à medida da pele de animais utilizada para cobri-las.

O homem caçador, desde cedo, percebeu a quantidade das coisas. Intuitivamente sabia avaliar o mais ou o menos. A noção do número como uma propriedade externa ao objeto aos poucos toma a forma do conceito. Antes dois carneiros e dois homens eram “quantidades” diferentes. O pensamento, de imediato, não entendia a conservação do número, isso veio ocorrer bem depois, quando puderam compreender a quantidade como um objeto e a matéria como outro. As quantidades puderam ser representadas em marcas pintadas nas paredes das cavernas ou entalhadas em ossos. Para Ifrah (1989), quando o homem conseguiu contar de forma abstrata e a agrupar as coisas segundo uma base numérica, ele aprendeu a estimar, avaliar e medir grandezas diversas (pesos, comprimentos, áreas, volumes, capacidades, etc.). A partir daí, abriu-se um caminho para a elaboração de uma geometria baseada, inicialmente, nas medidas de comprimento, nas áreas e nos volumes, para depois tornar-se especulativa e axiomática.

Agora, já era possível ver-se a quantidade como um objeto separado das coisas. Dessa forma, dois carneiros e dois homens representam a mesma quantidade. Como é sabido, as marcas entalhadas em ossos representavam a quantidade de algo e poderiam ser o resultado da caça ou, quem sabe, a leitura da quantidade de indivíduos da comunidade.

A invenção dos números sempre manteve uma estreita relação com a invenção das medidas, desde sua gênese. Na verdade, em certo sentido, contar também é medir. Quando comparamos a cardinalidade de conjuntos enumeráveis estamos trabalhando no campo da dimensão desses conjuntos. Não é possível medir na ausência dos números. Se os números chegaram primeiro, foram as medidas que lhes permitiram a evolução. Daí em diante, levou muitos milhares de anos, até que surgisse uma representação gráfica dos números.

Várias civilizações criaram seus numerais. Os mais conhecidos são os símbolos numéricos egípcio, japonês, grego, romano, babilônico, maia e os Indo-arábicos. Segundo Ifrah (1989), somente no século XVIII é que o cálculo escrito se consolidou. Mesmo assim, persistiu o cálculo realizado com o ábaco ou com fichas. Embora os cientistas e matemáticos tivessem mostrado as vantagens do cálculo escrito, os comerciantes, os financistas e os mais conservadores tiveram dificuldades de abandonar o cálculo com o ábaco. Os algoritmistas tiveram dificuldade de serem aceitos até que os abacistas tornaram-se obsoletos, mas foi “a partir de então o cálculo e a ciência moderna puderam desenvolver-se sem entraves” (Ibid. p, 318).

Outro aspecto que se deve considerar é a dificuldade de encontrar materiais apropriados para fazer os registros dos numerais. Eves (2014, p. 38) lembra que “[...] o hoje comum papel de polpa industrializado só existe há menos de cem anos. O antigo papel feito de trapos era produzido manualmente e conseqüentemente era raro e escasso, isso sem falar que só foi introduzido na Europa no século XII”. Outro material utilizado para escrita foi o papiro egípcio, feito de junco aquático, parecido com o papel. Muito raro também! Além disso a escrita primitiva também era feita no pergaminho de pele de animais, em geral de carneiros e cordeiros (Eves, 2014). Nesse contexto, destacamos ainda as tábulas babilônicas, feitas de cerâmicas, onde era grafada, em baixos-relevos, a escrita cuneiforme.

Paralelamente à capacidade de produzir materiais cada vez mais especializados para a escrita, o homem seguiu aperfeiçoando seu processo de contagem e de representação simbólica dos números, inclusive com o desenvolvimento dos sistemas de numeração e computação aritmética. Da invenção do ábaco - primeiro instrumento computacional - até as máquinas de calcular mais sofisticadas passaram-se mais de mil anos. A forma da escrita dos numerais como o conhecemos hoje sofreu diversas modificações. Por volta de 1500 d. C., com a consolidação do sistema de numeração decimal e com a invenção da imprensa de tipo móvel, a grafia dos algarismos se estabilizou e os sistemas de numeração decimal passaram a ser universalizados.

Intuitivamente, porém, a medição já estava presente na mais remota fase da existência humana. Enquanto aprendia a comparar quantidades, o homem também percebia a diferença entre os tamanhos, as formas e as propriedades físicas das coisas. Prova disso é a existência de imagens rupestres em que as proporções das medidas de um objeto em relação às dimensões externa e interna dos objetos são respeitadas, a exemplo da imagem do cervídeo rupestre desenhada na toca do Boqueirão do Sítio da Pedra Furada – BPF – Parque da Serra da Capivara – PI, (Sítio arqueológico com datação mais antiga das américas) sugere que homem toma

consciência das proporções entre o animal adulto e seu filhote e revela sua percepção da proporcionalidade entre as medidas das partes de cada corpo em relação ao próprio corpo. Ao observar as duas imagens, desenhadas de forma praticamente homotéticas, podemos notar que o contorno da imagem maior é uma curva aberta simples, que protege a região do ventre materno delimitado por uma curva fechada simples, preenchida de cor avermelhada. A imagem do filhote, por sua vez, é preenchida pela mesma cor da região ventral da mãe. Parece tratar-se

Figura 1 – Cervídeo rupestre da toca do Boqueirão do Sítio da Pedra Furada – BPF – Parque da Serra da Capivara – PI

Foto: Alan Kardec (2001)

de uma representação da proteção materna. Este desenho nos induz a pensar que o homem tinha a percepção do corpo na harmonia proporcional do todo com as partes e com a fluência universal.

Para além da simples ação de comparar as dimensões dos objetos, desenhar formas realistas ou demonstrar uma determinada técnica gráfica, essa imagem nos incita a crer na capacidade do homem primitivo de estabelecer uma linguagem simbólica, reguladora de práticas sociais, visando a expressar sentimentos, afetos e emoções e dando-lhe um sentido particular e um significado coletivo.

A natureza não foi apenas o celeiro onde se encontravam alimentos. Ela também foi fonte de inspiração, com suas formas e dimensões. Disse ao homem como desenvolver seus artefatos na medida do seu corpo e forneceu a matéria prima para sua aventura na Terra. Assim, por exemplo, um galho de árvore tomava a forma de uma arma; deixava de ser apenas uma matéria inútil desprezada no chão. Ganhava uma finalidade, intencionalmente projetada, e tornava-se significativo para certa coletividade, que, dessa maneira vai-se apropriando das

propriedades qualitativas (forma, resistência, aspereza, etc.) e quantitativas (tamanho, peso, cardinalidade, tempo de duração, etc.). Na relação quantidade e qualidade é possível aprimorarem-se os instrumentos, que podem ter formas mais adequadas, ser mais resistentes, mais duradouros, mais confortáveis, mais leves, de tamanhos variados e apropriados a diferentes situações da vida cotidiana. Assim, o número e a medida são cada vez mais fundamentais na produção da vida humana.

Desde então, com armas mais eficazes, produzidas com materiais mais resistentes, como pedras e metais, com armadilhas e estratégias inteligentes, muita coisa mudou. Mais pessoas puderam alimentar-se, pois o esforço para conseguir alimento diminuiu bastante. O homem modificou, pois, a natureza de maneira mais conveniente, e o medo relativo a animais selvagens ficou mais controlado. Desse modo, não se modificaram apenas as estratégias de caça e as armas, elas também contribuíram para modificar o homem, transformando-o de tal maneira a levá-lo a outro modo de pensar o seu mundo. A ampliação das funções psicológicas desenvolveu a capacidade de realizar operações matemáticas mais complexas, a saber, comparar e classificar. Isso levou à percepção da possibilidade de incrementar o celeiro natural. E assim o homem revelava-se pronto para uma nova e longa etapa de sua história, que também o transformaria para sempre, de modo a jamais depender de uma vida nômade e coletora. Isso daria início à revolução agrícola.

Diante do exposto, é possível depreendermos o seguinte: medir, como uma atividade consciente, passou a existir com a finalidade de garantir a própria vida humana, a partir da necessidade de produção de alimentos, de proteção, de segurança, de comunicação e de expressão, que impulsionou o homem a criar instrumentos com finalidades específicas, como armas e armadilhas de guerra, controle dos espaços topológicos nas plantações, controle e distribuição da produção, instrumentos de trabalho na lavoura, instrumentos de caça e de pesca, objetos do uso cotidiano e outros. Ao contemplar a natureza à sua volta, o homem encontrou na madeira, na pedra, no osso, nos minerais, em suma, nos materiais orgânicos e/ou inorgânicos, a matéria-prima necessária para satisfazer sua pulsão criativa. Da relação direta com estes materiais e das condições objetivas em que o homem vivia, os instrumentos, com fins específicos, vai moldando e aperfeiçoando-os à medida que se tornavam reflexos do interior da mente humana. Cada instrumento deveria ter qualidades específicas para sua finalidade: peso, tamanho, *design*, etc. A busca por instrumentos mais econômicos, eficientes e confortáveis levou – e ainda leva! – ao contínuo aperfeiçoamento. Até mesmo a questão da precisão das medidas dependeu das reais condições históricas.

As tábulas babilônicas revelam a existência de um sistema de pesos e medidas utilizado nas relações comerciais. Próximo de 2000 a.C., os babilônicos já tinham conhecimento do cálculo de área do retângulo, do triângulo, bem como o cálculo do volume do cone e da pirâmide regular e estimavam o valor 3 para o chamado número *pi*. “Nos remotos tempos dos sumérios, existia uma unidade de medida grande, uma espécie de *milha babilônica*, igual a sete das milhas atuais” (EVES, 2014, p. 61). Assim como nessas civilizações, em outras cidades e aldeias, a atividade no sentido de transformar a natureza teve como fim a satisfação de necessidades individuais ou coletivas.

2.2.2 As medidas e revolução agrícola

Ao retratarmos a história por meio de episódios, corremos o risco de criar a falsa impressão de que a evolução cultural foi uma onda que carrou de forma simultânea todos os povos. Tal impressão precisa ser desconsiderada, já que não corresponde à verdade. Do ponto de vista mais geral, o desenvolvimento do homem pode ser analisado a partir do nível mais atual, o qual representa o mais alto grau de desenvolvimento. Mas, do ponto de vista particular, é preciso considerar na análise os aspectos singulares e universais. “Para muitos camponeses da Ásia, África e América do Sul, ainda hoje, o cultivo significa simplesmente abrir uma área na floresta ou a mata, escavá-la e em seguida colher” (CHILD, 1965, p. 82). Nesse sentido, Eves (2004, p. 22) destaca que

[...] algumas culturas persistiram na idade da Pedra em algumas partes do mundo até o século XIX ou XX. Quando conquistadores europeus chegaram ao sul da África, à Austrália e às américas entre os séculos XVI e XVII a maior do povo que se encontravam, vivia na Idade da Pedra.

Resolvida essa questão, começamos o presente tópico lembrando que, próximo do ano 3.000 a. C., a população humana já se havia expandido muito e não era mais possível uma vida nômade. Surgiram, então, as civilizações agrícolas, que produziam de forma rudimentar, na forma de lavoura intensiva. Progressivamente, as culturas iam sendo aperfeiçoada e novos instrumentos, feitos de ferro e bronze, aos poucos substituiriam aqueles feitos de pedra e madeira. A formação de grupos sociais mais densos dava lugar a manifestações artístico-religiosas, incluindo a música e a dança. Mas foi, sobretudo, o domínio de uma linguagem escrita que permitiu a produção e a transmissão da cultura, o que oportunizou a construção de uma identidade cada vez mais forte entre os diferentes grupos sociais. A passagem da condição de coletor e caçador para a de produtor de seu próprio alimento, que culminou com a revolução

agrícola, talvez tenha sido a maior e mais importante transformação ocorrida na história, seguida pela revolução industrial e, ultimamente, pela revolução tecnológica em curso.

Quando resultou impossível a vida baseada no extrativismo, o homem encontrou-se diante de muitas necessidades. Produzir alimentos foi a mais desafiadora. Logo que descobriu como plantar e produzir alimentos, notou que não precisava andar grandes distâncias para encontrá-los. Com isso, adota um novo estilo de vida, o qual favoreceu a expansão populacional. Paulatinamente a linguagem escrita toma forma, com as consequentes mudanças profundas que seriam testemunhadas. Contudo

O homem primitivo não precisava de um sistema de medida muito elaborado. Suas necessidades metrológicas certamente eram apenas para algumas indicações rústicas de posições, distâncias aproximadas e relações de grandezas como maior do que e mais pesado do que ou menor do que e mais leve do que. Entretanto, a partir do momento em que foi preciso cultivar a terra ou transferir os animais para pastagens mais férteis, houve também a necessidade de comunicar-se mais convenientemente em termos metrológicos e pode ter sido nesse momento que apareceram as primeiras unidades de medidas (SILVA, 2004, p. 38).

A agricultura propiciou também o surgimento de outras atividades paralelas, por exemplo, a do sacerdote, a do escriba e a do astrólogo, responsáveis por acompanhar e registrar os movimentos das águas que interferiam diretamente na atividade agrícola. Para produzir cada vez mais alimentos, houve necessidade de se criarem tecnologias que visassem ao melhoramento das práticas agrícolas. Nesse particular, a construção de barragens foi uma das formas encontradas para resolver o problema da escassez de chuvas, principalmente nas regiões próximas a desertos. A construção de canais de irrigação, por exemplo, contribuiu para que a produção de alimentos se tornasse mais eficiente. Além disso, a descoberta do metal permitiu substituir os arados de madeira. Assim, vão surgindo os artesões especializados em forjar o ferro e o bronze para produzir os instrumentos empregados na agricultura, os utensílios domésticos e as armas.

As margens dos rios eram os lugares estrategicamente escolhidos para a fixação das comunidades. O vale do rio Nilo, com suas cheias e vazantes, era propício à agricultura. Da mesma forma, os rios Tigre e Eufrates no Oriente Médio, o rio Amarelo, na China, e, ainda, o rio Indo, na Índia, alimentavam as populações que viviam em suas proximidades. (CARAÇA, 2010). Estes vales serviram de celeiros de alimentos e reserva de água. Forneciam as condições necessárias para a construção de aldeias, vilas e cidades. Eves (2004, p. 53) lembra que “no vale do Tigre e do Eufrates despontou primeiro a cidade de Ur, por volta de 3000 a.C. Embora pequenas para os padrões modernos, essas primeiras cidades se agigantavam, em face dos

antigos lugares do Neolítico. A cidade de Ur possuía cerca de 24.000 habitantes.” Por fim, nas aldeias, vilas e cidades organizadas, surgem os mercados e seus mercadores, que comerciavam por meio da troca de bens, o que modificou profundamente o modo de vida das pessoas.

O necessário conhecimento científico para a revolução [agrícola] fora transmitido na forma de transmissão artesanal, pelo ensinamento oral e pelo exemplo. O início da escrita e da Matemática e a padronização de pesos e medidas coincidem, no tempo, com a revolução. O sincronismo não é acidental. As necessidades práticas da nova economia, na realidade, tinham provocado as inovações (CHILD, 1965, 176).

A construção de barragens e de sistemas de irrigação, a criação de instrumentos agrícolas cada vez mais especializados e o comércio estimularam o desenvolvimento da Matemática. Como mencionamos, as medidas se desenvolvem principalmente em face da agrimensura. Ao lado da invenção dos números, a capacidade de realizar medições ficou ainda mais ampliada, se comparada ao período lítico. Os objetos matemáticos começaram a ser representados simbolicamente por nexos práticos, carentes de compatibilidade lógica. Aos poucos, a intuição matemática vai dando lugar a um processo de racionalização, mediante abstrações, e as ideias mais primitivas transformaram-se em preconceitos matemáticos cada vez mais complexos, mais abrangentes e mais generalizados. Sobre o surgimento da Matemática, Eves (2004, p. 57) defende que

[...] a Matemática surge como uma ciência prática para assistir a atividades ligadas à agricultura e à engenharia. Essas atividades requeriam o cálculo de um calendário utilizável, o desenvolvimento de um sistema de pesos e medidas para ser empregado na colheita, armazenamento e distribuição de alimentos, a criação de métodos de agrimensura para a construção de canais e reservatórios e para dividir a terra e a instituição de práticas financeiras e comerciais para o lançamento e a arrecadação de taxas e para propósitos mercantis.

Todavia, o pensamento matemático tem início com a percepção dos fenômenos quantitativos. Assim, a necessidade de contar ascende primeiro. Porém, a relação do homem com as quantidades amplia-se e transforma-se pela percepção das qualidades presentes nas propriedades intrínsecas de cada objeto. Fazer comparações quanto ao tamanho e à forma das coisas representou um salto qualitativo do pensamento matemático. Ao conhecer a lógica natural dos objetos, foi possível transformá-los em instrumentos para o trabalho e para a defesa. Foi precisamente o cultivo das lavouras que possibilitou a demarcação e medição da terra, o controle e distribuição dos grãos produzidos, a invenção de instrumentos agrícolas, as técnicas

de conservação e armazenagem, o comércio e, principalmente, o aparecimento das grandes civilizações urbanas.

Os primeiros nômades, ao se tornarem sedentários, construíram as primeiras cidades por volta de 6500 a. C., às margens dos rios Tigre e Eufrates, no oriente Médio; por volta de 5000 a. C., às margens do rio Nilo, no Norte da África. Foi nessa parte do mundo que nasceu a mais antiga civilização que se conhece. Após desenvolver a cerâmica, a metalurgia do cobre e a do bronze, foi possível ao homem criar e aperfeiçoar várias tecnologias. Aos egípcios e às civilizações mesopotâmicas dá-se o crédito pela invenção das técnicas de drenagem de áreas inundadas e de irrigação agrícola, pela organização e planificação do trabalho coletivo e pelas primeiras análises sobre o universo. Donos da mais antiga Mitologia, esses povos estabeleceram os princípios da matemática (aritmética, geometria e álgebra) e, mais tarde, elaboraram a primeira astronomia e a primeira escritura, enfim, a primeira tradição literária, que transformou profundamente a maneira de pensar e de agir dos homens, a propósito da promulgação de leis e da divulgação dos avanços científicos (SILVA, 2004).

Na revolução agrícola, o conhecimento matemático ganhou nova forma, embora se tenha conservado ainda muito próxima da experiência sensorial. As tábulas babilônicas mostram que se tratava de uma matemática como ciência prática, agrária e comercial. Contudo, é realmente notável que, ao final da revolução, já havia uma matemática bem desenvolvida, com uma álgebra retórica capaz de resolver equações quadráticas e uma geometria intimamente ligada à mensuração prática. O estágio de conhecimento matemático alcançado até o final da revolução deveu-se principalmente ao trabalho dos babilônicos e dos egípcios, provavelmente em consequência da economia mais desenvolvida desses povos (EVES, 2014).

2.2.3 Medidas antropomórficas antigamente

A necessidade de medir levou o homem, desde os primórdios, a desenvolver padrões de medidas tomando como referência o tamanho de partes do próprio corpo, denominadas medidas antropomórficas. Tais medidas são também antropocêntricas, pois indica o olhar do homem voltado para seu próprio corpo. Ao distinguir-se dos objetos ao seu alcance, procura compreendê-los independentes de si mesmo e, por isso mesmo, compara suas dimensões, passando a medi-los com o pé, braço, braços abertos, braços esticados para cima, o corpo inteiro, antebraço, dedo, mão aberta ou fechada, braços abertos, e passo. Quando se estuda um pouco da história da metrologia, constata-se que os pesos e medidas dos povos da antiguidade eram bastante semelhantes, o que pode indicar que tiveram uma única raiz: o próprio homem e suas necessidades. (SILVA, 2004) A questão da precisão das medidas não era um problema,

pois durante muito tempo as medidas antropocêntricas atenderam às necessidades relacionadas com as questões simples de medir a terra, de determinar a quantidade de sementes, de medir pequenas distâncias e de resolver questões mais ligadas às práticas cotidianas.

O sistema antropométrico de medidas era muito cômodo. As medidas eram compreendidas universalmente. Todos a respeitavam. As pequenas diferenças individuais- resultado dos diversos tamanhos das pernas e, por tanto, do passo; o que tinham maior ou menor distância entre os dedos o que influenciava no tamanho do palmo – não tinham maior importância; poucas vezes era necessário tal grau de exatidão e, em todo caso, a diferença podia ser resolvida com recíprocas concessões (KULLA, 1980, p. 32).

As medidas antropomórficas foram, durante muito tempo, a única maneira de realizar medições. Neste sistema, todas as grandezas eram comensuráveis, formando uma relação de múltiplos convencionados, sem serem fracionados. Todas as medidas eram representadas por números inteiros. Somente muito tempo depois, em face da inexistência de múltiplos e submúltiplos definidos por relações fracionadas, a medição de caráter antropomórfico se tornará um problema, quando, então, a questão da divisibilidade nas medidas passou a ser demanda imprescindível na precisão delas.

A grande diversidade de unidades de medidas gerava aparentemente uma situação caótica ou confusa, já que havia medidas com o mesmo nome, mas de tamanhos diferentes e vice-versa: medidas com tamanhos iguais e diferentes nomes. No entanto, é importante lembrar que tais medidas eram resultantes da atividade empírica de cada comunidade e que tais comunidades eram formadas por um número pequeno de pessoas. As medidas antropocêntricas não representavam um único sistema de medidas, mas vários sistemas com nomes e padrões diferentes. A diversidade de medidas só veio tornar-se um problema substantivo com a expansão comercial na sociedade pré-capitalista.

Num achado arqueológico de 1850 na região onde atualmente fica o Iraque, o de um tablete de argila, datado de aproximadamente, 2500 a. C., estava escrita uma tabela de medidas cuja unidade básica era o palmo e o côvado, o polegar e a linha como múltiplo do palmo. A tabela de conversão apresentava o seguinte: linha = $1/180$ do palmo; polegar igual a $1/3$ do palmo; côvados pequeno, médio e grande equivaliam, respectivamente, 3, 4 e 5 palmos. “[...] os tabletas [...], não indicava a dimensão da unidade palmo. Somente, alguns anos mais tarde, na mesma região, datadas como sendo de 2175 a. C., é que se estabeleceu que a unidade palmo equivaleria, aproximadamente, a 9,30 cm” (SILVA, 2004, p. 41).

Em meio a tal diversidade, algumas medidas se destacaram e se tornaram mais usadas até o século XVII. É o caso da *toesa*, que serviu de base para a definição do metro. Uma *toesa*

era a distância entre as extremidades dos dedos médios, quando os braços quando ficavam completamente estendidos na horizontal ou, ainda, a distância da ponta do dedo médio até ao solo, quando o braço estivesse levantado. Em outros lugares essa medida era denominada de braça Assim como a *toesa*, o *côvado*, fixado a partir da distância do punho ao cotovelo ou a partir da ponta do dedo médio, quando esticado, até ao cotovelo, ou ainda até ao ombro, também se destacava. Essas definições dependiam de cada região. Provavelmente essas tenham sido as medidas mais utilizadas (KULLA, 1980).

O povo egípcio conseguiu um estágio de desenvolvimento tecnológico surpreendente, como o provam suas grandes obras arquitetônicas, como as pirâmides, os templos e outros monumentos. Deixou um acervo incrível de registros feitos nas inscrições em seus monumentos e nos papiros. Os egípcios utilizavam um sistema metrológico considerado avançado e mais sofisticado do que o de qualquer civilização que lhe era contemporânea . Assim como na Mesopotâmia, a medida padrão do Egito era o *côvado*. Segundo Silva (2004), havia outra medida egípcia, baseada no côvado, chamada de *remem* que “correspondia à metade do comprimento de um quadrado de lado igual a sete palmos” (ibid., 43). Por causa das conhecidas cheias do Nilo, eles foram obrigados a desenvolver técnicas de agrimensuras para resolver o problema de demarcação necessária de terras após cada cheia. Isso propiciou o aperfeiçoamento das formas de medir e dos seus registros.

Os hieróglifos, provavelmente de 3600 a. C., trazem figuras da balança de dois pratos, indicando o “peso” como medida de massa. Os padrões de medidas de massa egípcios eram feitos de pedra ou metal. Em sua pesquisa, Silva (2004) constatou que o museu do Louvre dispõe de uma porção de exemplares desses padrões. Além disso, no Louvre encontra-se uma régua de madeira, da 18ª dinastia egípcia, utilizada como padrão de comprimento. Talvez o intenso comércio entre os egípcios e os povos da mesopotâmia tenha incentivado o progresso desse povo e de seu respectivo sistema metrológico.

O povo do antigo Egito dominava um sistema de numeração avançado, de base decimal, que permitia uma contagem além de um milhão. Ifrah (1985) destaca que fazer operações aritméticas, como adição e subtração, era-lhe uma tarefa fácil. Mas os egípcios foram além: eles desenvolveram métodos de cálculos que permitiram a solução de muitos problemas, apesar de rígidos e lentos. “Os métodos de cálculo com algarismos do Egito dos faraós tiveram, assim, o mérito de evitar que os calculadores recorressem à sua memória” (Ibid. 171). O nível de conhecimentos matemático egípcio condicionou o desenvolvimento de seu sistema de medidas. Adicionalmente, outros povos, como os gregos, os romanos, os maias desenvolveram seus

padrões de medidas, inicialmente com base na medida do próprio corpo, para depois adotaram padrões mais estáveis.

Além das medidas antropomórficas, havia a medição por quantidade de grãos, às vezes utilizada para medir o tempo do trabalho e determinar o pagamento dos trabalhadores; às vezes, a situação se invertia e a área destinada para o plantio servia para estimar a quantidade de grãos e a safra esperada. Este tipo de medida também era utilizado para determinar a área a ser plantada, suficiente para a sobrevivência da família por determinado período, incluindo a criação animal. Havia também padrões referentes à distância que um homem poderia realizar em um dia, por exemplo, a distância percorrida, a área de terra que um homem poderia semear e o volume de grãos que poderia semear.

Assim, não estava em jogo apenas a funcionalidade dos processos de medidas, mas os significados atribuídos no contexto social, que determinavam as relações econômicas, a divisão social do trabalho, a distribuição do poder e a satisfação de necessidades básicas. Nesse sentido, o desenvolvimento das medidas se dá em meio a contradições e conflitos entre os diferentes ambientes sociais. Assim, para o senhorio dos latifúndios feudais interessava manter o *status quo*, pois ditavam as regras em questões de medidas. Eles tinham que enfrentar a insatisfação crescente dos colonos, que viam com desconfiança a interferência do Estado nos negócios e estavam interessados em tomar o controle da situação. Para completar, o comércio torna-se proeminente e começa a expandir-se cada vez mais. Segundo Kulla (1988, p. 49):

As necessidades de consumo da família dos colonos, a exigência de assegurar a reprodução dos animais de tração, as aspirações ocultas ou abertas do grande latifúndio feudal e, finalmente, a política do Estado, todos estes elementos com diversas forças e diferentes proporções, existiam em todos os países. A ação do Estado será mais eficaz, quando este é mais forte. [...]. A unidade básica de extensão territorial será diferente em um regime censitário que em lugares onde impera o regime de serviços.

Com as pressões exercidas pela sociedade pré-capitalista, no século XVIII, as reformas metrológicas tornaram-se inevitáveis. Com isso, a substituição das medidas vigentes por um modelo artificial e convencional era apenas uma questão de tempo. A transformação dos sistemas antropomórficos de medidas em um sistema convencional e universal, representada no sistema métrico decimal francês, revela a natureza histórica do desenvolvimento conceitual que ocorre em decorrência das diversas transformações sociais, não é, sob qualquer hipótese, um movimento isolado. Ao contrário, segue o movimento da fluência universal, no curso das transformações geradas no particular pelas tensões presentes no geral e, do mesmo modo, das transformações sofridas pelo geral pressionadas pelo que acontece no particular.

Portanto, no processo de desenvolvimento do homem, o movimento lógico-histórico do conceito de medir está condicionado pela forma de vida assumida em cada época. De modo geral, quase em todos os lugares, as medidas estavam relacionadas a aspectos de natureza ética, tais como justiça, honestidade, solidariedade e de crenças religiosas. Além disso, dependia do domínio dos conhecimentos matemáticos relativos à aritmética, à geometria e à álgebra e, finalmente, do grau de desenvolvimento científico. Os sistemas antropomórficos cumpriram muito bem o seu papel. Foram muito úteis ao homem em seu trabalho, permitindo-lhe solucionar problemas do cotidiano, resolver questões ligadas ao comércio e criar grandes obras de engenharia e de arte, que permanecem até nossos dias. Na verdade, essas medidas ainda desempenham um papel importante na vida de muitas comunidades e devem ser entendidas como uma etapa histórica no desenvolvimento do conceito de medir pelas quais muitas comunidades ainda não passaram totalmente, mas permanecem nelas até hoje.

2.2.4 O problema das medidas na Idade Média.

O problema das medidas sempre esteve relacionado com as necessidades e interesses dos diferentes grupos sociais e suas condições objetivas de vida. As condições em que viviam algumas colônias, feudos ou províncias durante toda Idade Média foram determinantes na elaboração dos métodos e das técnicas e na definição das unidades e dos padrões de medir. Por exemplo, o número de habitantes de uma colônia, a forma de organização política, as peculiaridades regionais são alguns fatores que influenciaram na evolução das medidas. Por toda a Idade Média, até a introdução do sistema métrico, praticamente em toda a Europa eram adotadas duas bases para medidas: aquelas baseadas no tempo de trabalho humano ou na quantidade de grãos para semear a terra (KULLA. 1980).

Desse modo, então, eram realizadas as medidas de grandes ou pequenas distâncias, da área das regiões cultivadas, do volume de grãos, da produção etc. As unidades de medidas, as definições gerais e as técnicas de medir variavam muito de uma região para outra. Na Polônia, por exemplo, início do século XVII, assim como em quase toda a Europa cristã, eram usados o *arpente* (França), *Journou* (Borgônia), *Journal à charrú*, *Journal à foucher* (Bretânia), todos equivalentes à superfície de terra que dois bois bons de trabalho poderiam arar em um dia. Na Alemanha chamava-se *Morgeland* a área arada por um dia de trabalho do homem.

O trabalho humano foi por muito tempo a forma de comparação para definir uma determinada área agrícola. As pequenas diferenças entre as unidades não importavam muito, pois havia maneiras sociais de compensação. Por exemplo, à medida calculada de grãos era colocado um excedente compensatório. É importante ressaltar que essa forma de medir estava

associada à vida cotidiana de cada pessoa e, por isso, tinha um sentido pessoal para cada uma delas. Assim estavam relacionadas não só à quantidade de terra, mas à quantidade de terra que se podia trabalhar, à quantidade de frutos na colheita, à quantidade de trabalho de uma pessoa.

O uso do sistema de medidas pela quantidade de sementes coexistiu com o sistema baseado na capacidade de trabalho em toda a Europa e em outros continentes, por tempo que não foi possível determinar, embora não existisse nenhuma relação métrica entre ambos. De alguma forma, a utilização de um ou outro estava relacionada com o solo, o clima e o relevo. Em certas situações um deles era mais adequado. A medida pela quantidade de semente parece ser mais adequada, já que as distâncias entre uma cova e outra, onde eram depositadas as sementes, equivalia a um passo, e o número de sementes deixadas em cada cova deveria ser o mesmo.

É interessante ressaltar que a qualidade do terreno, onde se fazia a semeadura, era considerado nos resultados e no planejamento do trabalho. Neste sentido, Kulla (1988, p. 39) nos chama a atenção para um manual francês que explica esse processo: “[...] quando a terra é de qualidade mediana a medida agrária é 1/5 (um quinto) maior que a terra boa; quando a terra é ruim, sua medida é 1/6 (um sexto) maior que a mediana”. Esse sistema permitia nivelar a produção nos diferentes tipos de solos. Assim, para efeito de comparação, interessava a equivalência na quantidade de grãos produzidos e não necessariamente a quantidade de terra semeada. Esses dois sistemas foram, e ainda são, bem-sucedidos em regiões pequenas e de baixa densidade populacional. Quando essa realidade muda e a quantidade de habitante cresce muito, a qualidade dos sistemas de medidas sofre mudança radical. No entanto, é importante entender o significado social desses sistemas, já que eles estão na base dos sistemas de medidas mais sofisticados da atualidade. A esse respeito, Kulla (1988, 165) afirma que

As medidas feudais não são tão imprecisas, como às vezes supomos e as diferenças que apresentam, como também os métodos de medição, possuem um profundo significado social. Mas não existe espaço para a arbitrariedade de interpretação, pois empregam regras morais fortes que mesmo não escritas eram obrigatórias. Qualquer infração de regras constitui um ataque às normas vigentes e é repelida fortemente.

O uso do sistema de medidas agrárias por quantidade de trabalho presume o homem como medida de todas as coisas. Mas, se antes apenas as partes do próprio corpo serviam como referências para as medidas, agora se considera uma nova qualidade para referenciá-las: a força de trabalho, a agilidade as especificações do solo, clima e o relevo. A questão da precisão das medidas ainda não é um problema, pois as diferenças encontradas, decorrentes do método e dos

instrumentos utilizados, não representavam um ataque à moral, porém isso não quer dizer que os métodos de medição permitissem qualquer forma de arbitrariedade.

Particularmente, a balança sempre foi alvo de muita desconfiança. Desde sua origem até hoje, tem sido utilizada para uma grande diversidade de situações. Durante muitos séculos, na Europa e em outros continentes, o uso da balança foi mais frequente entre os mercadores. No entanto, antes de sua existência e paralelo a ela, os grãos, as farinhas, os líquidos eram medidos pelo seu volume. Mas o uso das medidas de volume é mais sensível e fácil de controlar, além do fácil acesso. É ideal para o uso cotidiano.

Embora nas feiras-livres houvesse padrões de medidas de volume bem conhecidos, antes do século XVI já havia registros de tentativas de padronizar as medidas de volume tomando a *korzec* - recipiente cilíndrico, modelo tonel - como medida padrão. Porém isso não foi fácil em decorrência da dificuldade de se produzi-lo. O *korzec* popular deveria ter as mesmas medidas do padrão definido em lei, apesar da dificuldade técnica de construir o cilindro naquele século. Por isso, inicialmente este recipiente tomava a forma de um prisma. Outra dificuldade era encontrar e extrair metal em quantidade. A solução foi liberar o uso da madeira, desde que fosse inserido o símbolo real. Outras colônias utilizavam recipientes para medir grãos e secos em medidas de ferro, cobre e madeira, todas decoradas com ferragens e símbolos reais. Kulla (1988, p. 59) cita um edito prussiano do ano de 1796, com o qual se ordena:

A medida para secos deve ser um círculo perfeito. [...]. Todas as medidas da madeira para grãos devem estar sustentadas por ferragens de tal forma que se cruzem no fundo e cheguem à borda superior do contorno. Devem também levar aros de ferros em cima e em baixo. E para que não percam, com o tempo e o uso, sua forma circular e não diminua sua capacidade, deve-se distender seu contorno com uma vara fixada no meio do fundo e apoiada sobre a base de ferro, unindo-a por cima com as ferragens da borda. A dita vara deve ter a mesma posição e altura da borda superior do contorno.

Existia uma grande variedade de *korzec*, mas as relações volumétricas entre eles eram estáveis e conhecidas. Nesse sentido, os processos são regidos por costumes bem arraigados e inspecionados pelo poder estatal, além de contar com a vigilância e o controle social, que levava em consideração a maneira correta de verter os grãos, atentando, inclusive para a altura e a inclinação da vasilha, de modo que o resultado da medição não fosse tão diferente do real, em virtude da gravidade. Até mesmo a posição das mãos era levada em consideração. As medidas dos grãos eram uma espécie de moeda de troca, com a qual se pagavam os tributos, os salários dos trabalhadores do campo e os ganhos dos produtores. Assim, já era comum no séc. XVI a presença de inspetores, cujo trabalho era acompanhar, registrar e fiscalizar a medição com o

devido cuidado para não prejudicar nenhuma das partes envolvida. Funcionava, portanto, como um juiz de medição, zelando pela fidelidade das medidas e pela moralidade social.

As inspeções se caracterizam por uma exatidão cada vez maior na concretização das medições, mesmo assim, não eram poucos os conflitos entre a comunidade e os senhores feudais, pois estes sempre procuravam aumentar sua arrecadação e usavam como artifício mudanças nos métodos de medição ou alterações no *korzec*. Tanto que, quando o pagamento de tributos com trabalho no lugar de grãos quase se generalizou, a tendência de aumentar o tamanho da “vara” – medida de comprimento – tornou-se cada vez mais forte, principalmente entre a nobreza. (KULLA, 1988). Ao aumentar a medida da vara, aumentava-se o trabalho dos camponeses. A diferença no tamanho das varas de medir a terra não seria feita de modo arbitrário. Havia a tutela legal do Estado, que estabelecia por decreto o tamanho da “vara” embora a comunidade considerasse tal situação injusta.

As disputas seculares no campo das medidas entre as diferentes classes sociais eram cada vez mais crescentes no século XVIII. Tais mudanças favoreceram o processo de unificação das medidas, nesse mesmo século. Para resolver o problema da medida da terra destinada ao plantio, os tribunais decidiram unificar o tamanho da “vara” para todas as regiões, que deveria ser selada por uma comissão designada para referendar e produzir vários exemplares da “vara”, de modo que uma delas ficaria com os senhores feudais e várias cópias seriam entregues às comunidades.

Estas regras anteciparam em pouco tempo o surgimento do metro e fortaleceram a corrente dos que defendiam uma medida padrão universal, não só para Europa, mas para todas as regiões do mundo. No conflito dos interesses das diferentes classes sociais, constituiu-se uma nova síntese do conceito de medir. No entanto, as alternativas adotadas no sentido de solucionar tais conflitos nem sempre surtiram o efeito desejado, pois se tratava de conciliar interesses contraditórios que envolviam usos e costumes fortemente arraigados. Por exemplo: o senhor feudal procurava receber os grãos em medidas grandes e entregá-los em pequenas. O cometimento de abusos pelos senhores feudais foi mais intenso no século XVIII, mas o temor desses abusos é tão antigo quanto a existência dos latifúndios e crescia à proporção que o regime tributário se tornava mais rígido, visto que os nobres detinham o poder decidir sobre o valor e o método de suas medidas. Ter a prerrogativa do direito para estabelecer e controlar as medidas em seus latifúndios era um símbolo da soberania para a nobreza feudal. De acordo com Kulla (1988, p. 25), “a soberania metrológica e o direito de estabelecer independentemente as unidades de medidas e de efetuar seu posterior controle, constitui até certo grau a simbólica legitimidade e a soberania em geral.”

As lutas pelo controle das medidas ocorreram também nos espaços urbanos, principalmente nos mercados, que representam bem as contradições e a dramaticidade de uma sociedade cada vez mais complexa. No mercado se encontravam o homem do campo, o burguês, o nobre e o padre. Era a porta de entrada para vida social, para se estabelecer novas e fortes relações pessoais e comerciais. Ele era o palco dos negócios, em que os valores dos produtos e a distribuição destes eram definidos. O mercado também significava o lugar perfeito para demonstração de poder. Tornava-se, pois, importante influenciar na forma de redistribuição dos alimentos, designar valores, classificar os produtos e ter o direito de fiscalizar as medidas praticadas. Os mercados funcionavam como uma vitrine, onde todos, da cidade e do campo, estavam expostos.

Na disputa de classes, os nobres defendiam o camponês, pois tinham interesse em sua produção. A aspiração da nobreza era estabilizar as medidas, mas os burgueses, por seu turno, defendiam, de forma bastante ambígua, essa estabilização. Eles queriam que certas medidas fossem aumentadas e outras fossem estabilizadas. Mais que isso: queriam liberdade para arbitrar sobre as medidas. Contudo, no final do século XVIII, já havia muitas legislações metrológicas, mas, por esse tempo, alguns problemas causavam desconforto aos vendedores no mercado. Por exemplo: quem deveria fazer a medida? O vendedor ou o comprador? Como seriam feitas as medições de grãos, do tipo medida rasa ou medida cogulada? Os nobres e os vendedores disputavam o controle das medições, dada a importância do controle de tal situação.

As medidas tornam-se cada vez mais importantes nas complexas relações sociais, seja no comércio, seja na agricultura ou na relação com o cidadão com os governos. Qualquer alteração nos padrões de medidas poderia representar ganho para alguns e prejuízo para outros. Aos poucos, ia-se estabelecendo a necessidade da estabilidade das medidas, de suas técnicas e de seus instrumentos. As garantias de imutabilidade que todos buscavam tinham a ver com o controle social, a supervisão das autoridades e as sanções da Igreja. O controle social tornou-se indispensável para dar credibilidade aos métodos e aos instrumentos de medidas. A exposição pública das medidas em feiras-livres foi uma forma de controle, que pôde teoricamente ser realizada por toda população. A estabilidade das medidas dependia também dos materiais utilizados na confecção dos instrumentos. A utilização de materiais cada vez mais resistentes dificultava as fraudes. Desse modo, era comum a exposição dos padrões à vista de todos os cidadãos nas feiras-livres, nos portos e outros ambientes onde se realizava o comércio.

Com a utilização de padrões feitos de metais, principalmente o cobre, e com a definição de métodos mais rigorosos de confecção e conservação dos instrumentos de medir, essas dificuldades foram aos poucos sendo resolvidas. As alternativas de controle social realizado

pela população em geral, pelo poder eclesiástico e pelo senhorio ocasionaram muitos conflitos e criaram as condições necessárias para o movimento em defesa da padronização e universalização das medidas, que culminou com a criação do sistema métrico decimal iniciado na França no século XVIII. As lutas pelo controle das medidas representam a luta pelo poder político, pela soberania e pela hegemonia entre as diferentes classes.

Neste contexto, a luta pela estabilidade das medidas crescia cada vez mais em importância, pela decorrência do forte crescimento do comércio, pela iminência de uma revolução industrial, pela necessidade de combater os riscos de fraudes nos negócios, pelas questões de justiça e, principalmente, pela transformação dos significados das medidas. Assim, deixar as medições sob poder da população foi uma condição que permitiu acompanhar a fidelidade dos padrões, que sempre sofriam modificações, ora em razão do material com o qual eram feitos, ora em função do próprio processo de confecção. Fora isso, havia interesse social nos processos de medidas como garantia de trocas justas e de preços justos.

As medidas, tomadas como dádiva divina, situavam-se na condição de controle e sanções da igreja, razão por que os padrões originais, em algumas regiões, estavam guardados em locais sagrados para o povo. Segundo Kulla (1988), os judeus conservavam os padrões nos templos, os romanos conservam no Capitólio em Santa Sofia. Além de conferir às medidas uma natureza sagrada, tal procedimento era também uma forma de proteger os padrões dos abusos dos senhores feudais.

Ao tempo em que as funções do Estado se expandem, as medidas vão, paulatinamente, passando para o controle institucional, de tal forma que os padrões originais passam a ser conservados pelo próprio poder estatal, guardados sob a tutela do Estado. Para isso são construídos locais apropriados com a finalidade de conservar e proteger tais padrões. O Estado moderno passa a ser o depositário das medidas. Assim, com o tempo as definições e especificações, os materiais utilizados, as medidas de conservação e de segurança obedecerão a critérios científicos, não totalmente impermeáveis à influência política, contudo.

2.2.5 A diversidade de medidas e as tentativas de unificação

Como já dissemos, as medidas antropomórficas propiciaram uma grande diversidade de padrões. Aparentemente isso criou uma situação caótica, todavia, pelo menos durante a fase mais remota, uma análise mais aprofundada poderá apontar justamente o contrário, principalmente se considerarmos as diferenças geográficas, a formação social e cultural e o desenvolvimento econômico dessas civilizações.

A questão da exatidão não era problemática, uma vez que o alcance social das medidas, os significados e as relações que por elas eram regidas limitavam-se a resolver as questões mais ligadas à vida cotidiana de pequenas cidades. Se compreendermos por que surgiram tantas medidas, poderemos compreender como se deu o processo de unificação e padronização consolidado no decurso da Revolução Francesa.

É certo que lutas entre as diferentes forças que buscavam preservar os interesses de determinados grupos sociais sempre foram travadas. “A luta entre as forças opostas, algumas das quais, às vezes defendiam mudanças nas medidas e outras defendiam sua inalterabilidade. A igreja, a corte senhorial, os diversos estratos da população com cidania, todos dissimulada ou abertamente exerceram suas pressões” (KULLA, 1988, p. 78). Os movimentos pró mudanças nem sempre tiveram êxitos e quando logravam algum êxito, não eram aceitas pacificamente. Eis por que muitas delas levaram muito tempo para se consolidar. Ainda hoje, as técnicas, os parâmetros de medidas seculares permanecem. Às vezes, são mais utilizados que as medidas oficiais.

No século XVII, registra-se impressionante a quantidade de medidas existentes. Praticamente, cada cidade, cada colônia, cada região, mesmo quando próximas, tinha seus próprios sistemas de medidas, seja para a terra, seja para grãos ou para líquidos. Às vezes apresentavam diferentes técnicas; às vezes, diferentes padrões e nomenclatura.

Contudo, os senhores feudais sempre exerceram mais influência na adoção das medidas, pois havia uma dominação senhorial. Com o passar do tempo, a situação ficava cada vez mais complicada, o que dificultava bastante o comércio interno e o externo. Kulla (1988) assinala a existência de uma fantástica diversificação metrológica, bastante ampla, inclusive nas pequenas regiões, o que levou, ao final do século XVIII, a várias tentativas de unificação e universalização das medidas.

O sistema metrológico universal, como o conhecemos hoje, surgiu no decorrer da Revolução Francesa. Durante a Idade Média, apesar da infinidade de medidas existentes, suas denominações, magnitudes, instrumentos, suas divisões e métodos de medir eram muito claros, pois havia um regramento, as vezes escrito, às vezes consensual, que funcionava como meio para gerenciar conflitos. Os modos de verter os grãos, as especificações minuciosamente detalhadas de construção dos instrumentos, o severo controle estatal e as constantes disputas, revelam a dimensão da importância das medidas.

Em face do aumento da população e das mudanças qualitativas nas condições objetivas de vida das comunidades, porém, surgiram novas necessidades no sentido de promover mudanças na forma de medir. No século III, na Europa, já havia menção à possibilidade medir

grãos pelo peso. No antigo Egito, por volta do ano 3000 a. C., já era utilizada a balança de dois pratos. Todavia, vale lembrar, as tentativas de unificar as antigas medidas foram sempre alvo de muitas desconfianças. Muitas vezes foram sabotadas e rejeitadas por medo demasiado de que os novos métodos de medir pudessem piorar as coisas.

Mesmo assim, boa parte da Idade Média foi marcada, ao longo dos séculos, pelas diversas tentativas de unificação e universalização das medidas, a despeito de forças que atuavam contra a tendência unificadora. No contexto sociológico, as transformações das medidas se deram na batalha entre a tendência conservadora e a unificadora. Tais tendências estão relacionadas com as condições objetivas dos grupos. A conservadora foi mais forte até parte do século XIX. Contudo, a concretização do projeto de unificação das medidas sempre foi uma pretensão de três setores da sociedade: o Sistema Comercial, a Igreja e o Estado. lateralmente, interessava à população, que nutria uma grande desconfiança desses setores, principalmente na cobrança dos impostos pelo Estado e dos dízimos pela Igreja.

A unificação e universalização das medidas, na visão do setor comercial, poderiam facilitar o comércio internacional, seja na importação ou exportação de diversos produtos, seja na logística de transporte e controle do movimento. Para a Igreja, a principal preocupação era o controle e a coleta dos dízimos e a conservação de seus latifúndios (KULLA, 1980).

O Estado interessava-se pela unificação das medidas em virtude da cobrança dos tributos. Ele foi o maior responsável pelas tentativas reformadoras, buscando a unificação das medidas sob influência dos outros setores interessados, incluindo os senhores feudais. Segundo Kulla (1988), os senhores feudais assumiam uma posição ambígua, pois defendiam a unificação das medidas agrárias, com o intuito de proteger suas posses, sem, contudo, unificar as medidas de secos e molhados. A população, de modo geral, resistia a tais mudanças. Acreditava que qualquer mudança seria para pior; traria prejuízos para a vida econômica dos mais pobres.

As tentativas de unificação das medidas, por meio de reformas estatais, ocorreram a partir do século XIII. Em 1268, na Checoslováquia, algumas feiras estipularam suas próprias medidas, válida em uma longa extensão, como aconteceu com a feira de Champanha (KOSHIBA; PEREIRA, 1987). A Espanha fez pelo menos cinco tentativas unificadoras, sendo a primeira em 1261.

Os movimentos para unificação das medidas se desdobraram em três grandes fases: a carolíngia, a renascentista e a iluminista. Porém, o maior impulso pela unificação ocorreu no princípio do capitalismo, no contexto da Revolução Francesa em 1791 e estabelecida em 1799, com a implantação do sistema métrico decimal, que definiu o metro como padrão de medida de comprimento (KULLA, 1980; BENDICK, n/d; SILVA, 2004).

Todavia, alguns países demoram adotar esse sistema, como a antiga URSS, cuja adesão se deu em 1918. Antes disso, a Rússia havia tentado unificar suas medidas com reformas realizadas pelo Czar Ivan, o terrível. E foram várias, por todos século XVIII, mas as medidas tradicionais continuaram bastante fortes, de sorte que essas reformas não atingiram seus objetivos. O Japão, em 1958, aderiu à metrologia francesa. Os Estados Unidos utilizam um sistema de medidas misto. Quanto à situação do Brasil, trataremos mais adiante.

As reformas estatais, no sentido de unificar as medidas, revelaram-se ineficientes, seja por conta da resistência popular, seja pelas questões políticas ou pela falta de condições objetivas. A unificação das medidas representava, para a população em geral, pôr em desuso as medidas locais, a desconfiança em relação às autoridades estatais, inclusive as eclesiástica e senhoril, além da perda da identidade, já que unificaria também diversas regiões e a forma de relação do público com o poder. Kulla (1988, p. 154) defende a tese de que “[...], as pessoas conservavam a herança de gerações, o sonho de uma medida justa, por outro lado, o seu interesse pelas medidas limitava-se a uma pequena região: uma aldeia, uma localidade vizinha, uma paróquia que recebia os dízimos e do senhor feudal, que recebia os tributos.”

Para os reis absolutistas, na Idade Moderna, a grande diversidade de medidas representava uma desordem na administração, o que obrigava impor rigidez no controle da arrecadação dos tributos. Mas a história revela que um édito real não era o bastante para modificar a situação; era preciso reunir condições social, política, científica e econômica, que só foram evidenciadas no apogeu da Revolução Francesa.

As transações comerciais das corporações do templo e a administração de suas rendas por um serviço público necessita de pesos e medidas padronizados, de um sistema de notação numérica e regras para facilitar a contagem, tal como necessitam da escrita. [...]. A padronização dos pesos e medidas, portanto, como linguagem e escrita, repousa numa convenção. Pesos e medidas, como palavras e caracteres têm de ser autorizados pelo uso social (CHILD, 1978, p. 189).

Mais próximo do final do século XVIII, a exigência de unificação e estabilização das medidas tornou-se mais evidente. Assim, os argumentos sustentados pelos comerciantes e pelos nobres perdiam forças, e o desejo de mudança passava a ser mais forte, principalmente por parte da população, que antes era a principal opositora. Embora com interesses bem diversos, os diferentes setores passaram a defender a unificação das medidas.

Em geral, a exigência de unificação e estabilização das medidas atendia aos interesses dos diversos segmentos sociais; cada um com suas razões. Nesse sentido, destacamos: a) a rejeição da população em geral e dos comerciantes aos privilégios da nobreza no tocante ao

controle das medidas; b) os interesses da burguesia emergente ligados a expansão comercial e c) os interesses das comunidades científicas pelo desenvolvimento das Ciências e da Matemática. Esses pontos foram decisivos para a concretização da unificação e universalização das medidas do Sistema Métrico Decimal.

Como já dissemos, o poder de decidir sobre as questões metrológicas era, antes de tudo, uma prova da soberania; cabia aos nobres e, mais tarde, aos reis absolutos. Era uma condição política especial dentro de uma determinada região. O pagamento das rendas e tributos, bem como o pagamento do trabalho, dependia não só dos padrões de medidas adotados, mas também dos métodos de medição, e disso dependia o ganho dos nobres e a sobrevivência da população em geral. Em virtude de tal situação, no final do século XVIII, a quantidade de medidas chegou a um número incalculável.

Cada região tinha o seu próprio sistema de medida, às vezes com mais de um método em uso. Às vezes, vendia-se por uma medida e comprava-se por outra; às vezes, utilizavam-se medidas rasas e outras vezes, medidas coguladas. Em alguns lugares, para medir grãos, usava-se o peso, em outros, o volume. De sorte que essa variedade de medidas, no final do século XVIII, deixava camponeses e comerciantes muito vulneráveis aos abusos de autoridade praticadas pelos senhores feudais, reis e autoridades eclesiásticas.

Desde a Alta Idade Média, os senhores feudais, que mantinham a guarda dos padrões (e sempre que queriam, alteravam as medidas!), criaram situações propícias a falsificações e enganos. Mais tarde os reis requisitaram para si esses privilégios e tomaram posse do poder de definir as medidas e suas regras. Eram constantes os litígios entre os camponeses e os nobres, pois “[...] os possuidores de privilégios aproveitam os incontáveis câmbios e complicações que imperam na esfera das medidas, e aplicavam as medidas que mais lhes convinham” (KULLA, 1988, 334). Aos camponeses e comerciantes interessava muito mais a estabilização das medidas. Em alguns lugares, isso era mais importante que a unificação. Não estranha admitir que essa situação causava certo medo e desconfiança, levando a adesão dos camponeses e comerciantes ao novo sistema metrológico, como esperança de ser possibilidade real de mudar as relações com o senhoril e estabelecer novas regras, a partir da retirada do direito dos nobres do poder de decidir sobre as medidas.

O fim dos privilégios dos senhores feudais e da nobreza sobre as medidas significaria uma conquista social que poria fim aos abusos que cometiam contra a população pobre. Estabeleceria, então, uma nova ordem metrológica.

O segundo aspecto que favoreceu a unificação das medidas diz respeito aos interesses ligados à expansão comercial. A situação metrológica no fim do século XVIII é ambígua para

a realidade comercial da época. Por um lado, criava um tipo de comércio que se beneficiava com as diferenças entre as medidas praticadas nas diferentes províncias, aldeias e cidades; por outro lado, não era fácil fazer a contabilidade numa situação de instabilidade métrica. Era uma situação de risco e de insegurança nas relações comerciais externas.

A unificação dos pesos e medidas era indispensável para a existência do livre comércio. Nos séculos anteriores (séculos XV, XVI e XVII), a expansão marítima criou rotas comerciais importantes. Além do intenso tráfico negreiro, os navios transportavam novos produtos, principalmente do continente americano para a Europa, sobretudo metais preciosos, com destaque para o ouro, “[...] o que em 1520 eram pequenos postos comerciais em costas distantes por volta de 1700 eram cidades comerciais efervescentes, cercadas de uma hinterlândia de agricultores, caçadores de peles e comerciantes” (EVES, 2004, p. 339). A grande diversidade de medidas gerava muitas dificuldades ao comércio. As relações comerciais não estavam mais restritas aos mercados e feiras-livres ou a entrepostos comerciais. Pelo contrário, havia uma intensa movimentação de leva e traz de mercadorias em dimensões continentais. De fato, já havia um comércio mais ou menos globalizado.

Os problemas comerciais são, como se sabe, sensíveis à dinâmica das medidas, marcadas pela instabilidade metrológica, que passou a incomodar, pois criava dificuldades para a vida das pessoas no trabalho, nos negócios e na cotidianidade. Além disso, criava problemas para os grandes comerciantes, principalmente no que diz respeito ao comércio internacional de exportação e de importação. Acreditava-se que a unificação das medidas seria a solução para enfrentar tais dificuldades por permitir que todos soubesse a quantidade por que estão pagando ou recebendo. Uma medida única, universal, traria alívio a muitos cidadãos, que, não conhecendo as diversas medidas, não poderiam conhecer a diferença dos preços nas diferentes regiões.

Como podemos constatar, para muitas pessoas a tese da unificação das medidas era o meio mais apropriado para dar ao comércio a possibilidade de um grande desenvolvimento, pois simplificava os cálculos, os registros contábeis, os contratos e o controle dos negócios. Esperava-se também que o cidadão comum compreendesse de forma mais rápida os processos de medição, sem a necessidade de grandes estudos preparatórios.

Contudo, a argumentação da classe dos comerciantes tem por base a ideologia do livre comércio e por finalidade o fortalecimento do regime capitalista, que se consolidava cada vez mais com a expansão do comércio internacional. Tanto que as mudanças que se seguiram não afetaram apenas as práticas cotidianas das medidas ou seu conteúdo, mas afetaram,

principalmente, a forma de pensar. Consolida-se, assim, um novo nível de desenvolvimento conceitual, uma nova visão de mundo e uma nova consciência.

Desse âmbito, além, para completar, as ciências matemáticas atingiram certo nível de desenvolvimento favorável ao processo de unificação das medidas. A Baixa Idade Média, principalmente durante os séculos XI e XII, foi marcada como um período de transmissão dos conhecimentos matemáticos e científicos dos gregos para a Europa Ocidental. “Isto ocorreu de três maneiras principais: pelas traduções latinas feitas por intelectuais cristãos que se deslocavam até centros de saber mulçumanos, pelas relações entre o reino normando da Sicília e o Oriente e através do intercâmbio comercial entre a Europa Ocidental e o mundo árabe” (EVES, 2004, p. 291). O contato com os mulçumanos permitiu aos cristãos ocidentais obter conhecimentos sobre a aritmética, geometria e álgebra dos gregos e dos árabes.

Mais tarde, com o surgimento das primeiras universidades no século XIII (Cambridge, Nápoles, Oxford e outras), a produção matemática se intensificou. No entanto, a matemática produzida até aquele momento era predominantemente baseada nas experiências empíricas e resultava da interpretação dos fenômenos naturais observados, caracterizada como agrária e comercial. Assim, a matemática desenvolveu-se, inicialmente, sob a forte influência do comércio, da navegação, da agrimensura e, principalmente, da astronomia (EVES, 2004; CHILD, 1978; KULLA 1988). A astronomia contribuiu sobremaneira para o crescimento da matemática, de tal maneira que, ao final do século XVI, foram fincadas as bases da álgebra e os cálculos aritméticos já estavam consolidados. Era possível encontrar a solução de equações cúbica e quadrática, os números negativos começaram a ser compreendidos e aceitos e, finalmente, a trigonometria avançou bastante com a elaboração de tábuas trigonométricas, de modo a se tornar um conhecimento sistematizado (EVES, 2004). Aos poucos a matemática deixa de ser apenas o resultado das experiências diretas com a natureza e passa a apresentar-se como resultado do pensamento teórico e das abstrações que se realizam por meio da lógica do pensamento humano. A Matemática torna-se fundamental para o desenvolvimento científico em curso. Por exemplo: realizar medidas de distâncias inacessíveis, utilizando processos teóricos sofisticados e linguagem matemática sistematizada.

Após o século XIV, a Europa torna-se o centro da atividade Matemática, incentivada pela expansão comercial e pela navegação. Desse modo, a álgebra retórica começa a despontar como uma álgebra sincopada, com uma linguagem matemática incipiente. Muitos símbolos, como hoje os conhecemos, não existiam, e ainda estaria distante o tempo em que se usariam letras para representar números, o que viria a acontecer na segunda metade do século XV, quando o simbolismo algébrico aparece mais nitidamente, com o símbolo ($=$), indicando a

igualdade, e letras utilizadas para representar incógnitas. Do mesmo modo, a aritmética ganha força e surgem símbolos como (-) e o (+), indicando excesso ou falta (no futuro viriam a indicar subtração e soma, respectivamente).

No Século XV, a invenção da imprensa acelerou a difusão dos conhecimentos dada a produção de livro de forma mecanizada, provocando uma revolução, de modo que, no século XVI, era nítida a mudança social, em virtude da presença da imprensa de Gutenberg. Se no século XIV a atividade matemática foi acanhada, os séculos XVI e XVII serão períodos especialmente importantes para a história da Matemática, por sua efervescência e substancial desenvolvimento. Nesses séculos, aparecem os logaritmos, as leis do movimento planetário, a geometria pura. A linguagem algébrica é aperfeiçoada e toma a forma mais parecida com a álgebra atual; são realizados avanços nas teorias da probabilidade, na teoria dos números, com destaque para a fantástica criação do cálculo. Ao longo desses séculos, a ciência especulativa e a matemática prática praticamente deixam de existir, dando espaço para uma ciência experimental, com um vasto sistema conceitual já desenvolvido. Segundo Eves (2004, p. 340), “o grande ímpeto dado à Matemática no século XVII foi partilhado por todas as atividades intelectuais e se deveu, em grande parte, aos avanços políticos, econômicos e sociais da época”.

Portanto, com a eclosão da Revolução Francesa na segunda metade do século XVIII, as transformações sociais ocorridas até esse momento tornariam a humanidade completamente diferente em relação à Alta Idade Média. Criou-se aí o cenário ideal para o desenvolvimento das novas medidas, tanto do ponto de vista político, quanto do social, do econômico e do científico. É nesse contexto que as medidas pré-métricas vão perdendo força e dando lugar ao sistema métrico decimal. O arcabouço teórico-científico-matemático do período, pouco antes da Revolução Francesa, deu condições à criação do metro.

2.2.6- A unificação e universalização das medidas: o sistema métrico decimal

O processo de desenvolvimento do conceito de medir se manifesta na forma como se deu a definição do metro linear. A princípio, as medidas eram de livre criação e uso dos grupos sociais. A complexidade das relações oriunda do crescimento populacional exigiu certo controle sobre as medições. A expansão comercial levantou a necessidade de uma unidade de medida única, universal e estável, com padrões de natureza física invariantes, resistentes e inextensíveis capazes de suportar condições naturais extremas. O pretexto principal para justificar a padronização das medidas foi a expansão comercial, prejudicada pela dificuldade de conviver com uma infinidade de tipos comparativos de medidas, sem precisão e baseadas em referências antropomórficas. Dias (1998, p. 14) esclarece que “[...] com a expansão do

comércio internacional, além da questão do câmbio, vinha também à cena a dificuldade de com inúmeras unidades de medidas em que eram expressas as mercadorias comercializadas em dezenas de postos do Mediterrâneo, no Oceano Índico e na América.”

Assim, é importante realçar que a universalização das medidas não surgiu como consequência dos debates humanísticos, nem das necessidades do comércio interno de imediato, mas da expansão do comércio internacional, da dificuldade de lidar com muitas unidades de medidas e, para completar, do desenvolvimento científico e do contexto político propício à criação do Metro. O processo de universalização das medidas se deu da combinação dos interesses comercial, agrícola e industrial e do desejo ardente da burguesia de passar do sistema econômico feudal para o sistema capitalista.

As tentativas para se obter um padrão de medida por meio de uma grandeza invariante, implicou a negação dos padrões de medidas antropomórficas, que têm suas origens em épocas mais remotas da evolução cultural do homem, suficiente para, de modo prático, resolver os problemas cotidianos das civilizações antigas, atendendo, até certo momento, às necessidades econômicas do comércio e da produção de bens em pequena escala ou de produção artesanal. Quando a expansão das cidades já dava indicativos da necessidade de uma grande mudança nos padrões de medidas, em virtude dos problemas do comércio e da necessidade de superar uma produção, predominantemente artesanal, em algum momento ter-se-ia que simplificar o processo de conversão de unidades, sob pena de se dificultarem fortemente as relações comerciais externas.

Nesse sentido, começaram a aparecer sugestões. Em 1670, Gabriel Morton “[...] criou um sistema de unidade básica seria constituída por uma fração da circunferência da Terra. A partir desta unidade básica. Morton deduziu um conjunto de medidas lineares, sujeita as relações decimais” (DIAS, 1998, p.17). Outra ideia consistia em utilizar um pêndulo e tomar como referência a distância percorrida durante um segundo em Paris. Mas essa proposta esbarrou nas dificuldades de se determinar exatamente o tempo de um segundo e, além do mais, se o pêndulo fosse levado para outro lugar, próximo à linha do equador, por exemplo, o resultado seria diferente. A saída foi adotar um padrão fundamental da física, que pudesse ser reproduzido em qualquer época e lugar. Assim, uma fração do meridiano terrestre, como defendeu Morton, pareceu uma boa alternativa, mas impossível de ser realizada naquele momento.

A Revolução Francesa entrou diretamente em confronto contra os privilégios dos senhores feudais, e a criação de um padrão de medida novo e universal atendia aos interesses

liberais revolucionários. Logo nos primeiros anos da Revolução, foi encomendada a elaboração de um sistema universal de medidas à Academia de Ciências de Paris.

Mais de dois séculos após a ideia de Gabriel Morton, o projeto aprovado pela Assembleia Nacional determinava a fração do meridiano terrestre como medida fundamental. Decidiu-se, então, utilizar o meridiano de Dunquerque até Barcelona, cuja medição já havia sido realizada, necessitando apenas de verificação, mas havia certa pressa e alguns setores sociais não podiam aguardar a conclusão dos trabalhos científicos. Foi providenciada, então, uma tábua de conversão de medidas, visando à livre circulação de mercadorias.

Provisoriamente, o metro foi definido igual a 36 polegadas e, em 1793, estabeleceram-se múltiplos e submúltiplos em escala decimal. Este valor foi calculado considerando a *décima milionésima parte do quarto do meridiano*, mantendo-se ainda uma nomenclatura tradicional, incluindo nome das antigas medidas. (DIAS, 1998; EVES, 2004)

A primeira década da Revolução Francesa foi um período de muita instabilidade política. O ciclo de transformações pretendidas pelos revolucionários não se completara, e o ambiente de disputas pelo poder incluía a execução de líderes antagônicos aos que estavam no poder, como aconteceu em 1794 aos líderes jacobinos. A situação política favoreceu o clima de perseguição ao grupo de cientistas que faziam parte da comissão responsável pela criação do novo sistema de medidas, a exemplo de Lavoisier, que foi condenado à morte na guilhotina. Esta situação afetou significativamente os trabalhos da comissão e atrasou a realização do projeto francês de uniformizar os padrões de medidas.

Quando o cenário político se apresentou mais estável, continuaram-se os trabalhos da primeira comissão. Com base nas medições do meridiano, no final do século XVIII, o valor do metro foi definido como sendo a fração $1/10.000.000$ da quarta parte do meridiano terrestre, fixado como 36 *polegadas* ou 11,44 linhas de toesa. Estabeleceu-se o peso de referência, ainda que provisório, dadas as dificuldades técnicas de definir com precisão seus parâmetros. De acordo com os cálculos de Lavoisier, o peso provisório do quilograma ficou fixado em 18.841 do marco médio da pile de Carlos Magno.

Mas ainda não tinha sido resolvida a questão da precisão das medidas. Foi, então, realizada nova medição do meridiano terrestre entre Duquerque e Barcelona, encontrando-se 5.130.740 toesas (medida de comprimento tradicional na França) para o equivalente a $\frac{1}{4}$ do meridiano. A partir desse resultado foi redefinido um valor para metro na comparação com a toesa, passando para 11, 296 linhas da toesa. “A cada progresso nas técnicas de medição da Terra corresponderia uma alteração no valor da décima milionésima parte do quarto de meridiano”. (DIAS, 1998, p.27). O Metro caracterizou-se pela possibilidade de apresentar, a

partir de sua unidade básica, medidas maiores ou menores, por meio de seus múltiplos e submúltiplos na escala decimal.

No passado havia várias bases numéricas que geravam diversos métodos de conversão para unidades de dimensões fisicamente iguais. Desse modo, funcionavam, em uma mesma cidade, sistemas de múltiplos e submúltiplos com a base duodecimal, vigesimal e sexagesimal, com maior frequência. Para Kulla (1988, p. 109-110), “é compreensível, portanto, porque é tão raro encontrar grupos decimais e tão frequentemente os duodecimais, vigesimais e até mesmo quadragesimais e sexagesimais. A verdade é que eles são grandes grupos, difíceis de serem apreendidos pela imaginação, mas a sua divisibilidade, [...] é fantástica”.

Hoje, é razoável admitir que a diversidade de sistemas métricas causava dificuldades nas relações de negócios, principalmente entre regiões que adotavam sistemas diferentes. Tal situação provocou mudanças radicais dos sistemas. Com o tempo, as medidas e os sistemas foram sendo modificados para satisfazer outras necessidades. Provavelmente, a escala decimal tenha sido escolhida por ser mais acessível e ser compatível com o sistema de numeração decimal, já em vigor. Para Ifrah (1989, p. 55 – 56):

A base dez apresenta, evidentemente, uma vantagem nítida sobre bases tão grandes quanto a trigésima ou sexagesimal, por exemplo, pois corresponde a uma ordem satisfatória para a memória humana: os nomes de números ou os símbolos de base por ela exigidos são na verdade pouco numerosos, sendo que a tabela de adição ou de multiplicação pode ser facilmente aprendida de cor. Do mesmo modo, ela é superior a bases pequenas, como dois ou três, pois permite evitar um esforço considerável de representação.

O certo é que poderia ser qualquer outra base, mas a decimal tem uma ligação histórica com o fato de que o homem aprendeu a contar com os dez dedos da mão. O apego à base dez deve-se à anatomia das nossas mãos. Dez é, pois, um número antropomórfico. Agora, de forma definitiva, faltava apenas a construção de protótipos que servissem de comparadores. Essa tarefa coube a Lenoir, que confeccionou, com uma precisão milesimal, 12 cópias em ferro e 2 em platina, depositadas nos arquivos franceses (Figura 02).

Porém, após a completa organização do sistema métrico decimal, depois de quase dez anos de muita perturbação política, a aplicação prática do metro sofreu fortes resistências da

população. Sua implantação foi o resultado da persistência do governo, apoiado pelos grandes comerciantes.

Figura 2 – Protótipo Internacional do Metro de 1889 (1ª CGPM)

Fonte: arquivo / IPEM-SP

As dificuldades encontradas para a implantação do novo padrão de medida, não só na França, mas em toda a Europa e em outros continentes, inclusive nas regiões colonizadas, se apresentavam nos diversos setores da sociedade.

Não foi fácil, nem rápido, até que o sistema métrico fosse implantado. Somente a exigência legal de uso compulsório do metro não foi suficiente para conseguir a adesão das pessoas. Relacionamos, pois, a seguir algumas dessas dificuldades:

- a) a criação de uma medida única dependia das condições social, política e científica;
- b) as diversas tentativas de unificação das medidas, mesmo para uma área geográfica pequena, por exemplo, uma aldeia, fracassaram, causando descrédito popular em novas tentativas;
- c) a rejeição popular, motivada pela desconfiança que se nutria contra a nobreza e pelo baixo grau de instrução, (quase todos analfabetos), o que dificultava a compreensão das propostas;
- d) a população estava acostumada com os padrões vigentes, de forma que romper com esse costume requeria uma mudança drástica na forma de pensar sobre as medidas e tal

mudança não poderia acontecer de uma hora para outra. Foi preciso muito tempo até que se completasse esse processo;

- e) a represália popular que utilizavam as propostas de mudanças no sistema de medidas para obter moeda de troca em função de outros interesses geradores de muitos conflitos populares, por exemplo, o fim da escravidão (Kulla, 1988);
- f) o uso mesclado das medidas tradicionais com o sistema métrico decimal francês: a população utilizava as novas medidas em negócios oficiais, mas continuou utilizando as medidas tradicionais, principalmente nas situações agrárias;
- g) a questão dos pequenos comerciantes.

Antes do século XVIII, alguns comerciantes, com representação na Assembleia francesa, defendiam firmemente a permanência das medidas tradicionais, pela mesma razão que a população em geral as renegava. Para os pequenos comerciantes, as diferenças de medidas criavam as condições adequadas ao comércio, por gerarem os ganhos necessários para cobrir as despesas com transportes e lucros, pois as diferenças de medidas sempre foram um incentivo para o comércio entre províncias e cidades. Assim, o fim das diferenças nas medidas passou a representar o fim de certas atividades comerciais.

Os nobres incomodavam-se com o fim dos privilégios de controlar as medidas, pois limitava o privilégio de justiça que exerciam sobre os pesos e medidas. Mais que isso: retirava-se deles o direito de aplicação da balança pública, obrigando-os a gastar grandes somas em dinheiro para adaptar-se ao novo sistema. Isso afetava a soberania de cada reino. Todos argumentavam que um novo sistema exigiria a realização de um inventário de bens territoriais e, conseqüentemente, novos acordos com os censitários (KULLA, 1988; DIAS; 1998).

Todavia, o novo sistema foi sendo implantado aos poucos. Assim, finalizados as discussões nas instâncias legislativas e os acertos com os setores da economia, o *metro* passou a ser uma exigência de uso compulsório; porém, como já dissemos, seu uso na vida cotidiana levaria ainda várias décadas. O processo de uniformização se desenvolveu de forma lenta e gradual, e sua implantação sofreu rejeição em diversos setores. Em alguns países, como é o caso dos Estados Unidos, ainda hoje se utilizam outros padrões de medidas como a jarda, a milha, ou a polegada. Legalmente, o metro não é a medida oficial deles. Porém, em suas relações internacionais adotam tabelas de conversão pela equivalência das medidas.

A transição dos sistemas tradicionais para o métrico decimal francês, além de demorada, foi negociada, passando por diversas reformas. Inicialmente a unidade de comprimento foi chamada de *vara* e a unidade de capacidade seria a *canada* com múltiplos e submúltiplos

decimais. Assim 10 *canadas* correspondiam a 1 *alqueire* para o caso dos gêneros secos, como os grãos, e a 1 *almude* para líquidos, nomes já bem conhecidos.

A adoção de nomes popularizados pode ter sido uma estratégia para diminuir a rejeição da população ao novo sistema. Para concretizar a internacionalização do sistema métrico, a França teria que ter sustentação política e apoio da comunidade científica, que cumpriu o papel de ratificar os procedimentos técnicos adotados na definição do metro e na sua construção. As constantes verificações sobre a medida do meridiano apontavam, porém, resultados diferentes para seu comprimento e consequentemente afetava a definição do metro e, por efeito dominó, os demais padrões de medida, incluindo as medidas de capacidade e de massa.

Havia uma preocupação com a precisão dos protótipos do metro. O material de sua fabricação precisava ser resistente, de modo que sua extensão fosse inalterada, homogênea e sofresse o mínimo de desgaste possível com o uso contínuo. Essas razões levaram à criação do Bureau Internacional de Pesos e Medidas (BIPM), reunindo as nações signatárias em torno da organização do sistema métrico decimal universal. O Bureau, entre outras atribuições, era responsável pela produção e guarda dos protótipos comparadores das medidas, pela aferição das cópias, pelos estudos com fins de aperfeiçoamento do sistema e pela realização da Conferência Geral de Pesos e Medidas (CGPM). Desse modo, muitas transformações já haviam acontecido:

No campo político, com o estabelecimento do controle governamental sobre o uso dos pesos e medidas através de legislação própria e com sua difusão internacional. No campo científico, com a prevalência gradual da simplicidade e coerência do sistema métrico decimal e com a constituição de um campo de conhecimento específico: a metrologia (DIAS, 1998, p. 32).

O sistema métrico, aos poucos, foi sendo aceito como um modelo racional, perfeito e bom para todos, rompendo com as tradições das medidas antropomórficas. Todavia, a unificação e universalização desse sistema de medidas não esgotaram as medidas antropomórficas mais primitivas, que ainda continuam sendo utilizadas e, em situações particulares, com maior frequência que o metro. A criação do sistema métrico decimal francês é um exemplo poderoso da capacidade humana de resolver problemas no sentido de garantir sua sobrevivência.

2.2.7 As medidas no Brasil

Uma das obras mais importantes sobre a história da metrologia no Brasil, que nos ajudou na construção desta seção, deve-se a José Luciano de Mattos Dias, publicada em 1988, sob o

título *Medida, normalização e qualidade: aspectos da história da metrologia no Brasil*. Produzida e publicada em parceria com o Instituto Nacional de Metrologia Qualidade e tecnologia (INMETRO) e realizado pelo Centro de Pesquisa e Documentação de História Contemporânea (CPDOC), da Fundação Getúlio Vargas. A obra apresenta a história das ações de governo no que diz respeito às questões metrológicas no Brasil desde o séc. XIX, fazendo referência a alguns episódios da história geral das medidas com a perspectiva de apresentar a política governamental no desenvolvimento da metrologia brasileira.

Até o momento, não conseguimos dados acerca das formas como eram realizadas as medidas antes da chegada dos colonizadores europeus às terras que hoje formam o Brasil. O estilo de vida dos nativos, que se tem conhecimento pela historiografia, indica que não havia a necessidade de um sistema de medidas complexo. É possível acreditar que provavelmente adotassem um estilo de vida próximo do que era a vida na antiguidade, baseada na caça, na pesca e na coleta, com uma produção agrícola voltada para subsistência e produção de instrumentos de forma artesanal.

Tendo em vista suas necessidades mais imediatas, é provável que os nativos tenham desenvolvido um sistema de medida próprio, baseado em padrões antropomórficos, como era na região das antigas civilizações. Esse é um aspecto importante no estudo das medidas no âmbito brasileiro, pois propicia a oportunidade de analisar os impactos culturais causados pela colonização europeia no que diz respeito à questão das medidas.

No século XVI, quando se iniciou o processo de colonização das Américas, existiam muitos padrões de medidas. Quanto mais geograficamente isolada era a região e mais restrita sua atividade econômica, mais específicas eram as medidas utilizadas. Assim como no resto do mundo, no Brasil colonial os padrões de medidas não eram uniformes. Pelo contrário, era a verdadeira babel das medidas.

Com a exploração do ouro, a fiscalização do governo português nas regiões das minas se intensificou em virtude da cobrança do quinto real, ou seja, a coroa cobrava o imposto correspondente a 20% de todo ouro extraído. As preocupações dos colonizadores também aumentaram quanto à necessidade de fiscalizar os instrumentos de medidas nas feiras-livres, na tentativa de exercer certo o controle de algumas atividades econômicas. Para isso, o governo central mantinha inspetores encarregados de fiscalizar a aplicação correta dos pesos e medidas, da taxa dos preços de alimentos, da distribuição dos gêneros alimentícios e do funcionamento dos mercados locais, denominados almotacés.

A atividade comercial se intensificou bastante com a vinda da Família Real, em 1808. Consequentemente, a presença estatal se intensificou na alfândega e nas feiras, representada

pela figura do medidor da alfândega e do juiz de balança (DIAS, 1998). O problema que o governo queria resolver estava relacionado com a questão do controle, pois com uma infinidade de padrões de medidas, fazer conversões não era tarefa fácil. Além do mais, o governo central temia a sonegação de impostos e a corrupção de seus agentes. Por isso, decidiu exercer maior controle, criando também a função de *afferidor*, para desempenhar o papel de calibrador dos instrumentos utilizados.

Assim como na Europa, e em outros lugares do mundo, no Brasil do século XIX, a burguesia sentiu a necessidade da uniformização dos padrões de medidas. Tanto lá como cá, a expansão do comércio internacional dependia de uma medida aceita nas relações diplomáticas. Além disso, a criação de um padrão de medida universal coincidia com os interesses liberais da Revolução Francesa. Nesse sentido, acreditava-se que a adoção de um padrão de medida uniforme reduziria sensivelmente as dificuldades nas relações comerciais internacionais, sufocava os privilégios dos senhores feudais e dava ao Estado o poder necessário no controle das questões metrológicas.

Contudo, a medida uniforme representou uma forma de pôr fim aos diferentes sistemas, mas ela não foi aceita pacificamente, pois alguns defendiam que a uniformização das medidas poderia acontecer respeitando-se suas proporções por meio de regras de conversão, como aconteceu nos Estados Unidos, que defenderam a existência de vários sistemas, exigindo-se a uniformidade no interior de cada sistema e a conservação de suas proporções para efeito de comparações entre os diversos sistemas diferentes. Esse argumento, por um lado representava certo conservadorismo, disfarçado como defesa das diferentes formas sociais de medir. Por outro lado, a uniformidade de proporções implicava lidar diariamente com as dificuldades da conversão e a fragmentação do poder representado pelo controle das medidas.

De alguma forma, a proposta dos Estados Unidos influenciou as primeiras tentativas de unificação dos padrões de medidas brasileiros. Inicialmente não se queria propor um novo sistema de medidas, tido como impraticável naquele momento, mas criar uma forma de uniformizar o sistema vigente, relacionando com o sistema métrico. Todavia, em 1834, aparece a primeira proposta de criação de um sistema de medida à brasileira, tomando como unidade fundamental para comprimento a *vara*, equivalente a onze décimos do metro francês, ou seja, $1/36363636$ do meridiano terrestre, seguido da *braça* (2 *varas*), do palmo ($1/5$ da *vara*) e da polegada ($1/8$ do *palmo*), completando com, a *milha* e a *légua* (6 km), utilizada na medida de grandes distâncias (DIAS, 1988).

A *canada* ($0,2$ da $[vara]^3$ ou $128[pol.]^3$ aprox. 2,27 litros) passou a ser a principal unidade para medir líquidos e o *alqueire* ($0,1[vara]^3 * 27,25 = 1774 [pol.]^3$, isto é, pouco mais

de 38 litros). Como submúltiplo do alqueire, era utilizada a *quarta* (0,25 *alqueire*). Segundo Dias (1988), embora não esteja registrado nos anais do Congresso Nacional, o fim da votação deste projeto, em 1836, revela a existência de um comércio forte com a presença dos portugueses no Brasil, mas não ficou clara a relação do projeto brasileiro com os conceitos franceses do sistema métrico decimal e com as medidas vindas do período colonial.

Conforme esse autor, o debate político sobre a adoção de um sistema de pesos e medidas, iniciou ainda na primeira década da independência. Era um reflexo da reação mundial ao projeto francês, que criou o sistema métrico decimal, pois “ havia uma clara percepção das vantagens científicas e econômicas de um sistema decimal de medidas, sustentado por constantes fundamentais da física, ao lado de avaliações bem concretas sobre o custo e resistências a transformações mais profundas em práticas multisseculares.” (Ibid., 47)

Este debate retornaria na década de 50 do séc. XIX. Em meio às aspirações de independência, já protagonizadas pelas colônias espanholas, os setores sociais brasileiros, com ideologias nacionalistas, procuravam criar um sistema cada vez mais longe do adotado pelos portugueses. A necessidade de exercer o controle estatal sobre as medidas e a pressão de setores da economia nacional e da internacional levaram o governo de D. Pedro II a implantar o sistema métrico gradualmente, tornando obrigatório o uso do sistema de medidas francês nas repartições públicas, incluindo, como obrigatório, o sistema métrico decimal no currículo de Matemática, em todas as escolas e níveis de ensino. A escola teria o papel de gerar a mudança de mentalidade da população e, assim, os padrões de medidas legais seriam utilizados na esfera da vida cotidiana.

Aos poucos, como estratégia de transição, substituíram-se todos os pesos e medidas, até então em uso no império, pelo novo sistema métrico. Mas essa transição nunca se fez por completo. Ainda hoje é comum o uso das unidades pré-métricas, principalmente nas feiras-livres e nas regiões rurais das pequenas cidades brasileiras.

Durante muito tempo, o metro, como unidade padrão, ficou restrito ao uso oficial, mesmo com manuais detalhados de conversão de medidas. Certamente, a transição de um sistema de medida para outro não se completaria de uma hora para outra, apenas pela força de uma lei. Era preciso haver transformações sociais profundas para a consolidação do sistema francês de medidas, e tais transformações de deram de forma lenta. Nas feiras-livres, no comércio, nos anúncios de vendas e até mesmo em documentos oficiais de cartórios, continuava a existir o registro das medidas tradicionais, e seu uso permanecia lado a lado com o novo padrão até sua total predominância (EVES, 2004).

É importante compreender que não se tratava apenas da troca pura e simples de uma técnica de medir por outra, porquanto o que estava sendo transformado eram as relações do homem com o mundo, os modos de fazer e saber. Antes de tudo, tratava-se de uma transformação psicológica, representada nas práticas sociais significativas. Isto é, de uma mudança profunda na qualidade de ser, em decorrência da ruptura de um paradigma vigente a partir da negação de um valor simbólico representativo da identidade social dos colonizados na luta contra os colonizadores.

Por isto mesmo, o governo teve que enfrentar a resistência popular, que desconfiava das iniciativas do governo. Temiam aumento de imposto e fraudes, o que os deixava inseguros, dificultando o processo de mudança das medidas, pois teriam que romper com uma prática tradicional em suas vidas cotidianas, nas transações comerciais e na compra e venda de terras, já que não era fácil compreender o novo método de medir a partir do metro. Assim, “[...]. Um ciclo de revoltas espontâneas, em centros urbanos e em áreas rurais, assumiria o nome geral de quebra quilos, conhecidas que eram pela destruição dos padrões de medidas oficiais”. (DIAS, 1988, 64). Estabeleceu-se, então, uma luta entre diferentes setores da sociedade. Todos, de alguma forma, defendiam seus interesses. De um lado os comerciantes e industriais, reagindo às resistências populares, que, por sua vez, nutriam desconfianças e tinham dificuldades de aceitar o sistema oficial. Na prática, o novo sistema, vigorou apenas na esfera oficial. Para a maioria das pessoas, continuou valendo a forma tradicional de medir.

Mas a persistência do governo e o apoio dos setores comercial e industrial vão aos poucos minando a resistência popular, que passa a utilizar as medidas padronizadas do sistema métrico decimal. Dias (1988) lembra que na última década do governo imperial as medidas brasileiras estavam em sintonia com os padrões e interesses econômicos mundiais, apesar das dificuldades de divulgação e reprodução dos padrões oficiais. Contudo, o projeto dos setores econômicos de obter uma medida compatível com os seus interesses concretizou-se com a adesão do Brasil, em 1921, à Convenção do Metro e com a reestruturação do sistema de medidas na década de 30, no governo de Getúlio Vargas, a partir da criação do Instituto Nacional de Tecnologia. A história das medidas nos revela um emaranhado de situações que coloca o homem diante da necessidade de construir uma solução para um problema fundamental: viver na coletividade. Isto é vital. Antes de ser uma forma de comparar grandezas, é o resultado de um processo de desenvolvimento humano, que engloba as dimensões psicológica e física do homem.

SEÇÃO 3 O CAMINHO DA PESQUISA

Estudar algo historicamente significa estudá-lo em movimento. Esta é a exigência fundamental do método dialético. Quando numa investigação se abarca o processo de desenvolvimento de algum fenômeno em todas as suas fases e mudanças, desde que surge até que desapareça, isso implica manifestar sua natureza, conhecer sua essência, já que somente em movimento demonstra o corpo que existe. Assim, pois a investigação histórica da conduta não é algo que complementa ou ajuda o estudo teórico, mas consiste em seu fundamento.

Vigotski

A expressão de Vigotski na epígrafe acima caracteriza bem a natureza da investigação a que nos propomos realizar. Como podemos ver, a epígrafe chama a atenção para o caráter dinâmico dos fenômenos, pois é em movimento que ele manifesta sua essência. Nesse sentido, a pesquisa social, realizada historicamente, é fundamental na construção de uma teoria social, por isso requer alguns cuidados especiais em seu desenvolvimento.

A pesquisa social, algumas vezes malvista pelo viés positivista, tem sua validade questionada em virtude do próprio objeto de estudo: o homem e suas relações, que são sempre provisórias, distintas e em constante devir. O problema da generalização, da quantificação, da experimentação, além da não neutralidade do pesquisador, são algumas das acusações mais comuns (injustas, a meu ver!) que tentam invalidar seus resultados.

Nesse sentido, uma explicação do processo metodológico torna-se importante, tanto para o pesquisador como para a comunidade científica e para a sociedade em geral. Como pesquisadores, não importa somente o que produzimos, mas como o fazemos e, principalmente, para o que fazemos, pois não se separa do processo da pesquisa o método e a intencionalidade, o conteúdo e a forma, o sujeito e o objeto. Isso justifica a presente seção, cuja finalidade é apresentar uma explicação do processo metodológico adotado neste estudo.

3.1 O Materialismo Histórico-Dialético como método filosófico da pesquisa

O Materialismo Histórico-Dialético (MHD), considerando a natureza histórica dos fenômenos naturais e sociais, rejeita o mundo estático e o assume em constante mudança, cujo motor são suas próprias contradições que se desdobram em sínteses provisórias, evoluindo para novas sínteses cada vez mais elaboradas. No bojo destas contradições, estruturam-se os conhecimentos humanos, como respostas às necessidades originadas de sua relação com o mundo natural e social que o cerca.

Nesse contexto, a pesquisa terá papel fundamental se não buscar apenas construir uma teoria social visando a descrever os conhecimentos acumulados em textos filosóficos. De nada adiantaria se não buscasse romper com as estruturas sociais opressivas para melhorar a vida das pessoas (MAY, 2001).

Ao admitir o mundo em movimento, o MHD situa a pesquisa em lugar privilegiado, pois a ela caberá estabelecer uma teoria capaz de explicar a realidade e seus mecanismos de transformação social, compreender as conexões entre o todo e as partes e entre cada uma delas, além de promover a crítica ao status quo das estruturas sociais. Os pesquisadores desta linha ocupam-se em evidenciar os processos de desenvolvimento da humanidade, na perspectiva de que não importa apenas compreender a realidade, mas é preciso modificá-la. Não aceitam apenas estar no mundo passivamente; ao contrário, é primordial atuar nele.

O presente estudo está baseado na Teoria Histórico-Cultural (THC)/Teoria da Atividade, cujos fundamentos foram fincados pelo Materialismo Histórico-Dialético, fundamentados nas concepções filosóficas de Marx e Engels, que versam sobre a sociedade, o trabalho humano, mediado pelos instrumentos e a relação dialética entre o homem e a natureza e o social. Para aprofundamento sobre o Materialismo Histórico-Dialético, indicamos a obra de Davidov (1988), de Lefebvre (1974), Duarte (2002), Kopnin (1996), Cheptulin (1982).

O referido método tem como característica principal apresentar o fenômeno em estudo de tal modo que permita a sua apreensão em sua totalidade, por meio de uma série de aproximações contínuas cada vez mais abrangentes para que este se torne acessível ao indivíduo. Dessa perspectiva, estudar certa realidade e checar a sua essência pressupõe analisar aspectos e elementos contraditórios em seu interior, observando as relações existentes entre tais elementos, considerando que formam uma totalidade, a qual está sempre em movimento.

Nesse sentido, temos como finalidade tornar evidentes as relações internas entre cada elemento da realidade e o todo e entre si mesmo, partindo do pressuposto que tudo se transforma o tempo todo, originado as mudanças qualitativas. Em outras palavras, esse método nos ajudará a investigar as formas gerais do nosso objeto de estudo, a relação entre seus elementos internos, a natureza desses elementos, observando os aspectos contraditórios, respeitando a relação dialética entre eles e as ligações gerais da realidade como geradores do movimento conceitual e, por fim, considerar a sua totalidade como forma de compreender as leis do reflexo desta realidade na consciência dos homens.

Na lógica dialética de Marx, o movimento se dá através das unidades dos opostos, ou seja, do princípio da contradição, isto é, na interpenetração dos contrários. Lanner de Moura et. al.(2016, p. 103) explicam que “na contradição um par expande-se até o terno (terceiro incluído

ou excluído). O terceiro incluindo (ou excluído) revelar-se-á com o seu contrário, gestando um novo terceiro incluído e assim sucessivamente”. Assim, ao longo das sucessivas gerações, o trabalho humano segue produzindo o movimento conceitual, no qual o pensamento tece o plano de ação da humanidade para tratar da sobrevivência coletiva da espécie sob a forma de comunidade. Isso justifica o movimento conceitual, que de modo geral é gerado pela coexistência dos elementos contraditórios na totalidade de determinado sistema e pela luta dos contrários encontrados no interior de cada fenômeno, cujo resultado é o desenvolvimento e o pensamento humano, “Em princípio tudo que é contradição é bom para estimular a intuição que identifica novas conexões. A contradição é o fundamento de todas as áreas do pensamento” (LANNER DE MOURA et. al, 2016, p. 86).

A esse respeito, Triviños (1987) lembra que no MHD destacam-se as seguintes categorias: o particular, o movimento e a relação; o singular o particular e o geral; a qualidade e a quantidade; a causa e o efeito; o conteúdo e a forma; a essência e o fenômeno; o necessário e o contingente. Tudo isso tem como princípios: a) a lei da transformação da quantidade em qualidade; b) a lei da unidade dos contraditórios, a unidade da realidade concreta é a unidade de contrários e c) a lei da negação da negação. No conflito de contrários, um contrário nega o outro e é, por sua vez, negado por um nível superior de desenvolvimento que preserva algo de ambos os termos negados

Dessa forma, na lógica dialética, o movimento conceitual se dá pela sucessão de três momentos: tese, antítese e síntese, em que “síntese e análise são contrárias que compõem o processo humano de produção do concreto pensado.” (LANNER de MOURA et. al, 2016, p. 166). O Materialismo Dialético surge como uma nova filosofia, que não quer apenas pensar o mundo, mas transformá-lo de modo que na contramão da dialética surge a metafísica, para a qual o mundo é praticamente estático, cujas eventuais mudanças só ocorrem na superfície em que as ideias que transformam o mundo emanam da mente. No método Histórico-Dialético, pelo contrário, as ideias surgem depois, na relação do homem com a natureza. Dessa perspectiva, como ressalta Araújo (2016, p. 95):

[...], o homem é visto como um ser concreto, histórico e singular, que se constitui na relação com a sua realidade e na dinâmica das relações entre condições objetivas e subjetivas, condições estas que se revelam no movimento histórico da vida social de forma dinâmica, criada pelo homem coletivamente e ao mesmo tempo criadora desse homem.

Para o MHD, é a realidade que cria as ideias e não o contrário, de modo que a atividade é o seu princípio explicativo (VIGOTSKI, 1998). Na verdade, para uma investigação científica,

o ponto de partida não é a ideia em si, mas, exclusivamente, o objeto, o fenômeno externo, pois a análise crítica tomará por base a comparação, de um fato, com outro fato e não com uma ideia.

Nessa abordagem teórica, as coisas nunca podem ser analisadas isoladamente. Qualquer fenômeno só pode ser compreendido se for considerado o ambiente circundante com o qual está relacionada. Lakatos (1971, p. 75) lembra que, no método Dialético, “as coisas não são analisadas na qualidade de objetos fixos, mas em movimento. Nenhuma coisa está “acabada” mas sempre em vias de se transformar e desenvolver; o fim de um processo é sempre o começo do outro. Na análise dialética também é considerado a relação quantidade e qualidade.

Não se deve considerar que quantidade e qualidade são características intrínseca em cada coisa, mas que quantidade se reveste em qualidade e vice-versa. Nesse sentido, Caraça (2010, p. 106) entende que a qualidade é constituída “[...] pelo conjunto de relações em que um determinado ser se encontra com os outros seres de um agregado. [...]. Não se pode falar de qualidades intrínsecas dum ou objeto, de qualidade que residem no objeto em si. As qualidades são relações orientadas; se os consequentes mudam, mudam as relações.”

Daí é possível concluir que a qualidade de um ser depende da situação em que este se encontra no contexto analisado. Enquanto a quantidade é um dado objetivo atribuído aos seres com massa, e somente em relação a eles pode-se considerar esse atributo. A variação da quantidade implica a mudança de qualidade e vice-versa. Por exemplo, a matéria assume diferentes qualidades (sólido, líquido, gasoso), dependendo das quantidades de pressão e temperatura a que a substância está submetida. Dessa forma, “a mudança das coisas não pode ser indefinidamente quantitativa; transformando-se, em determinado momento, em mudança qualitativa” (LAKATOS, 2010, p. 76).

3.2 A Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade como fundamento teórico-metodológico da pesquisa

Para compreender a proposta metodológica apresentada neste trabalho, é necessário responder, mesmo que parcialmente, a duas perguntas chave: (1) O que é a teoria da atividade?, (2) O que é atividade e qual é sua estrutura? Isso é de fato imprescindível, porque a concepção desta pesquisa está fortemente influenciada pelos pressupostos desta teoria, principalmente nos fundamentos estabelecidos pelo grupo de Vigotski, Leontiev e Davidov e por alguns outros principais expoentes. Segundo Leontiev (1983, p. 82), “a ideia da análise da atividade como método na psicologia científica do homem foi formulada nos primeiros trabalhos de L. S. Vygotsky”. Mas antes disso a atividade já aparece nos estudos de Marx como sendo o principal

elemento de construção da consciência, passando a ser o princípio central nesta filosofia. Libâneo (2004, p. 8) reitera que na base desta teoria está a ideia que:

[...] o condicionamento histórico-social do desenvolvimento do psiquismo humano, que se realiza no processo de apropriação da cultura mediante a comunicação com outras pessoas. Tais processos de comunicação e as funções psíquicas superiores envolvidas nesses processos se efetivam primeiramente na atividade externa (interpessoal) que, em seguida, é internalizada pela atividade individual, regulada pela consciência.

Esse mesmo autor lembra que a história da Teoria da Atividade pode ser estabelecida em três gerações. A primeira geração está concentrada nos trabalhos de Vigotski, com a formulação do conceito da atividade como mediação, da relação do sujeito com a realidade por meio dos instrumentos materiais e culturais. A segunda geração é marcada pelos trabalhos Leontiev, avançando no conceito de atividade, como ação coletiva e ação individual, ao tempo em que estabelece a estrutura da atividade. A terceira geração, da qual Davidov faz parte, surge a partir dos anos 70, expandindo as ideias vigotskiana para um modelo do sistema da atividade coletiva, a Teoria da Atividade passa a dialogar com a questão das diversidades culturais. No Brasil, o Grupo de Estudos sobre Teoria da Atividade, da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (USP), coordenado pelo professor Manoel Oriosvaldo de Moura, [GEPAPe] realiza encontros de estudos e debates sobre pesquisas nessa linha.

Desse modo, a Teoria da Atividade, epistemologicamente, caracteriza-se por:

- a) adotar como princípio para a investigação dos fenômenos psicológicos a relação do homem com a realidade cultural e natural;
- b) compreender que o desenvolvimento humano ocorre de forma processual em seu percurso histórico e em permanente movimento e transformação resultante de sínteses cada vez mais elaboradas, desenvolvidas na relação dialética de todos os fenômenos da vida;
- c) reconhecer a atividade como princípio explicativo para o processo de formação da consciência humana, considerando atividade-consciência uma unidade dialética;
- d) considerar a atividade como forma de analisar as questões relacionadas com o processo de alienação realizada nas sociedade de classe do mundo capitalista, uma vez que “é impossível trabalha-se com a teoria da atividade de modo coerente com seus pressupostos básicos se essa questão da alienação, produzida pela sociedade de classe não estiver no centro das análises teóricas e práticas que venha a ser desenvolvidas” (DUARTE, 2002, p. 287).

Leontiev é um dos mais importantes teóricos da formulação da Teoria da Atividade. Desenvolveu seu pensamento teórico avançando no conceito de atividade. Para o referido autor:

El análisis de la actividad constituye el punto decisivo y el método principal del conocimiento científico del reflejo psíquico, de la conciencia. En el estudio de las formas de la conciencia social está el análisis de la vida cotidiana de la sociedad, de las formas de producción propias de esta y del sistema de relaciones sociales; en el estudio de la psiquis individual está el análisis de la actividad de los individuos en las condiciones sociales dadas y en las circunstancias concretas que les ha tocado en suerte a cada uno de ellos (Ibid., 1985, p. 17).

As categorias importantes na Teoria da Atividade são a consciência, a personalidade, os sentidos pessoais, os significados sociais e a atividade humana. Esta última, sem dúvida, a mais importante neste estudo, porque é o princípio explicativo do processo de elaboração da psique humana, suas funções e sua relação com o mundo exterior e interior e consequentemente com o processo de construção do conhecimento.

Em síntese, para a Teoria Histórico-Cultural, que pavimentou as bases da Teoria da Atividade, é mediante a atividade que o homem se constitui como tal. Na relação com a natureza e com o social, mediada pelos signos materiais e culturais, o homem providencia sua própria sobrevivência, transformando-a e, ao mesmo tempo, transformando-se. Assim constitui sua consciência de ser e atuar no mundo.

Com isso, partimos do princípio postulado pela Teoria da atividade ao defender que a consciência não antecede a experiência; pelo contrário, primeiro surge a atividade que desencadeia a formação da consciência e nisto se distingue a lógica dialética da lógico formal. Como ressaltou Libâneo (2007, p. 7),

[...], na base da ideia de atividade externa está um princípio central da filosofia materialista dialética: o condicionamento histórico-social do desenvolvimento do psiquismo humano, que se realiza no processo de apropriação da cultura mediante a comunicação com outras pessoas

A formação da consciência desenvolve-se historicamente por intermédio das relações que o homem estabeleceu com o seu meio social e natural. Na busca pela sobrevivência, o homem precisou providenciar os meios necessários para prover sua existência na Terra. Desde encontrar alimentos, abrigo e segurança, até os modos mais sofisticados de viver, sempre o fez e sempre o fará por meio de atividade que exerce com alguma finalidade pré-definida. A atividade foi a forma encontrada pela humanidade de relacionar-se com a natureza e com seu semelhante, o que a torna mediadora desta relação, já que as relações homem-natureza e homem-cultura não podem acontecer de modo direto. É por meio da atividade que os processos

psíquicos se desenvolvem, dando lugar à internalização dos fenômenos e, conseqüentemente, a construção da consciência e da personalidade.

Conforme Leontiev (1985), é preciso primeiramente uma necessidade para desencadear a atividade, mas não é a necessidade em si mesma capaz de orientar a atividade. O que dá a orientação concreta da atividade é seu objeto, pois a necessidade se objetiva nele. É justamente o objeto da atividade que Leontiev chamou de *motivo real*; é aquilo que estimula o homem a entrar em atividade. Assim:

En realidad, siempre estaremos en presencia de actividades específicas, cada una de las cuales responde a determinada necesidad del sujeto, tiende hacia el objeto que satisface dicha necesidad desaparece al ser satisfecha y se reproduce nuevamente – puede darse incluso, ante condiciones completamente distintos (Ibid., p. 82).

Como foi explanado por Leontiev (1985), uma atividade tem início com a necessidade que é orientada para satisfazê-la. Uma vez satisfeita, encerra-se o ciclo desta atividade. O *motivo real*, segundo elemento que figura na estrutura da atividade proposta por Leontiev, é o que distingue uma atividade de outra, podendo ser material ou ideal. “La actividad no puede existir sin un motivo; la actividad “no motivada” no entraña una actividad privada de motivo, sino una actividad con un motivo subjetivo y objetivamente oculto” (LEONTIEV, 1985, p. 83).

Na sequência aparecem os objetivos que precisam estar de acordo com os motivos da atividade. “los objetivos no se inventan, no son planteados por el sujeto a su arbitrio. Los objetivos están dados dentro de circunstancias objetivas. [...], proceso de formación del Objetivo consiste en su concreción, en la discriminación de las condiciones necesarias por a su logro.”. (Ibid., p. 86). São eles que vão orientar as ações, determinando sua forma e seu caráter. As ações estão subordinadas aos objetivos, pois, se por um lado são os motivos que estimulam as ações, por outro, são os objetivos que as dirigem, o que nos leva a concluir que a atividade não pode existir de outra maneira, a não ser por meio das ações ou conjunto de ações. As operações formam o modo de execução de uma ação, por outras palavras, as ações se objetivam nas operações. Isso implica que, se uma mesma operação pode fazer parte de várias ações, a recíproca também é válida, isto é, uma determinada ação pode se concretizar em várias operações. Elas estão sempre subordinadas às condições existentes, enquanto as ações estão subordinadas aos objetivos. Assim, embora não seja costume diferenciar ação e operação, na análise psicológica da Teoria da Atividade elas não são a mesma coisa: ações e operações têm origens distintas, dinâmicas distintas e funções distintas (LEONTIEV, 1985).

O fluxo geral da atividade começa com a necessidade originada a partir da relação do sujeito com o objeto. Este, por sua vez, passa ser o motivo que estimula a atividade, uma vez motivada, surge o objetivo, dando origem a ações, fato essencial para a existência da atividade. O ciclo se completa com desenvolvimento das operações, determinadas pelas condições reais.

Ao escrever a esse respeito, Davidov (1988) defende que as emoções também fazem parte da estrutura interna da atividade. Davidov reforça essa ideia quando explica que por detrás das ações humanas estão as necessidades e emoções, antecedendo a ação, as relações com os outros, as linguagens. Ou seja, as ações humanas estão impregnadas de sentidos subjetivos, projetando-se em várias esferas da vida dos sujeitos, obviamente também na atividade dos alunos, na compreensão das disciplinas escolares, no envolvimento com o assunto estudado. Para Davidov (1988), as necessidades e emoções estão na origem da atividade, antecedendo as ações. Isso indica que nas ações humanas manifestam os sentidos subjetivos inerente ao próprio homem.

Uma das características das pesquisas com abordagem dialética é a ausência de uma preocupação excessiva com a questão da representatividade probabilística, pois os fenômenos sociais ocorrem em um universo muito amplo e estão sempre em movimento, sendo impossível comportá-los em sua totalidade em uma única investigação. Ao pesquisador social não interessa apenas compreender ou descrever os fenômenos com o mero objetivo de situá-los no contexto da teoria social, ou como tentativa de comprovar ou refutar hipóteses ou, ainda, gerar uma nova teoria, imprescindível na relação pesquisa-teoria social. O pesquisador dialético está mais interessado em explicar o fenômeno, isto é, “assinalar as causas e as consequências dos problemas, suas contradições, suas relações, suas qualidades, suas dimensões quantitativas, se existem, e realizar por meio da ação um processo de transformação da realidade” (TRIVIÑOS, 1987, p. 125).

Ainda sobre a pesquisa da perspectiva da TH-C/Teoria da atividade, é importante explicar que o conhecimento desenvolve-se partindo do concreto manifesto na realidade de forma caótica em um dado momento para realizar o movimento da pesquisa, produzindo as abstrações necessárias, que darão origem aos conceitos para, por meio do trabalho, retornar ao começo e chegar ao concreto pensado, que volta ao mundo real de modo transformado.

Nesse contexto, a pesquisa é também uma atividade, com todos os seus elementos estruturais, representado pela necessidade ontológica de conhecer o objeto, que se dá pela possibilidade de apreensão da realidade. Tal possibilidade “[...] equivale a conhecer não somente as coisas existentes e suas propriedades, mas também as possíveis, as que se originam em virtude das leis do movimento” (KOPNIN, 1966, p. 359), que exige examinar a gênese do

fenômeno, seu desenvolvimento histórico e analisá-lo em seu devir. Esse processo de investigação concretiza-se pelo estudo do movimento Lógico-Histórico e pela análise de suas relações com o momento presente e com o futuro a partir da prática ativa do homem na realidade que é criada e transformada pela práxis como condição para a determinação da existência humana.

Dessa perspectiva, Lefebvre (1974, p. 34) escreve que “[...] a pesquisa deve apropriar-se em pormenor da matéria, do objeto estudado, deve analisar e descobrir as relações internas dos seus elementos entre si.” Para isso, deve-se considerar como princípio da investigação a realidade social, uma vez que o objeto de estudo está ligado com os processos de trabalho desenvolvido na vida cotidiano dos sujeitos, que evidenciam formas particulares de existência do conceito.

Em particular, este estudo considera a realidade concreta dos sujeitos e sua relação com as práticas sociais das medidas nas pequenas lavouras, em busca de elementos que as distinguem da natureza geral da realidade humana e do modo particular de lidar com as medidas, mas também exprimem semelhanças gerais evidenciadas no confronto das diferentes formas de operar com as medidas historicamente determinadas.

Por fim, ao abordarmos o desenvolvimento do conceito de medida a partir dos pressupostos teóricos da T. H-C/Teoria da Atividade, estamos preocupados em chegar à sua essência, compreendendo que a realidade é um todo estruturado que se desenvolve e se transforma na práxis humana e conhecê-la, como diz Kosik (1963), significa conhecer cada fenômeno como parte de uma totalidade e o conhecimento de cada parte vem a ser o conhecimento do lugar dela na totalidade, que “procede do todo às partes e das partes ao todo; do fenômeno à essência e da essência ao fenômeno; da totalidade às contradições e das contradições à totalidade” (Ibid. p, 62).

3.3 A estrutura e a organização geral da pesquisa

A pesquisa como atividade deve ser plenamente estruturada a partir de uma necessidade coletiva, que tem como função desencadear o processo investigativo. Na atividade de pesquisa, é imprescindível a “identificação com o objeto; indicação dos objetivos formativos (sociais) e investigativos (científicos); definição das operações de investigação, consideradas as condições objetivas de realização da pesquisa” (CEDRO; NASCIMENTO, 2017, p. 57). A pesquisa se faz na unidade dialética conteúdo/forma, representada no objeto e nos procedimentos metodológicos respectivamente. Por isso, é impositivo ao pesquisador social ter clareza do método filosófico, dos fundamentos lógicos e dos conceitos fundamentais, sobre os quais está

estruturada e organizada a pesquisa. Isso implica apontar o detalhamento dos elementos específicos da pesquisa e da relação entre o singular e o geral como forma de organizar e de sistematizar a construção de um novo conhecimento. Como escreveu Kopnin (1966, p. 26):

El método científico del pensamiento debe dirigir nuestro pensamiento de acuerdo con la naturaleza del propio objeto. Si el pensamiento sigue un camino que contradice las leyes del mundo objetivo, no podrá ni abarcarlas ni comprenderlas. [...]. El conocimiento tiene por misión aprehender las propiedades y leyes objetivas propias e inherentes al objeto.

Mediante o método de pesquisa adotado, buscamos evidenciar no objeto os elementos internos que o constituem e as relações entre tais elementos com a totalidade da realidade que cercam os sujeitos. Mas, isso só é possível no processo de abstração realizado por meio do movimento do pensamento que, no primeiro instante, capta a realidade como um todo desordenado, impossibilitada de apreendida em sua a essência, ora camuflada. Contudo, mediante operações mentais, o pensamento realiza sucessivas abstrações até penetrar nas qualidades do objeto, impossíveis de serem captadas pelos órgãos dos sentidos e torna-se capaz de produzir um conhecimento novo, apriximando-se cada vez mais da essência deste objeto. Somente por meio de nossa capacidade de abstração é que podemos apreender a essência dos objetos e criar seu reflexo como um concreto pensado, por quê.

[...] ao fixar-se somente nas observações mais imediatas, o pensamento não capta as conexões mediadoras desse processo que não são imediatamente visíveis e, conseqüentemente, não terá nem as condições mínimas de perceber as distorções que isso trará, no processo de pensamento que quer captar a realidade (OLIVEIRA, 2001, p. 6).

A esse respeito, Araújo (2015, p. 99) ressalta que, para tornar possível a apreensão da essência do fenômeno “[...] faz-se necessário decompor o todo, identificar suas partes fundamentais, observar o que é secundário para que, finalmente, compreendida sua coerência interna, esse todo seja novamente reconstituído em outro formato (nesse caso, o concreto pensado, o racional).” Como já mencionamos, o *objetivo geral* da pesquisa é investigar como estão relacionados o processo de significação, o desenvolvimento lógico-histórico e o modo de apropriação do conceito de medida no ensino de Matemática no contexto escolar de comunidades formadas predominantemente de pequenos lavradores, diante de um modo particular de realizar medições, formas de ação integrantes de suas práticas sociais. Nesse sentido, todas as nossas ações foram orientadas pelo motivo que desencadeou o presente objetivo de pesquisa. Como postulou Leontiev (1994), não existe atividade sem motivo. Se queremos entrar em atividade de pesquisa, é preciso ter clareza sobre ele.

Recordemos que o presente estudo considerou como hipótese o seguinte: O processo de construção das significações sociais do conceito de medida está no modo de apropriação do desenvolvimento lógico-histórico da medida, pelo sujeito, o que sustenta uma organização do ensino e uma atividade pedagógica fundamentada metodológica e epistemologicamente no movimento lógico-histórico.

A organização geral do processo investigativo que adotamos, configurou-se da seguinte forma: primeiramente, realizamos o estudo teórico, procurando levantar dados bibliográficos para subsidiar a tese. Particularmente, focamos nosso esforço no estudo da Teoria H-C/Teoria da Atividade e do método da pesquisa, no estudo do desenvolvimento lógico e histórico do conceito de medida e no estudo da atividade pedagógica dos professores de Matemática, tomando como referência a atividade orientadora de ensino - AOE.

Concomitantemente ao estudo teórico, realizamos a pesquisa empírica, que se concretizou por meio de duas ações principais. Damos início a esta etapa com a investigação das práticas sociais relativas às medidas realizadas pelos pequenos lavradores do município piauiense de Lagoa Alegre – Brasil. Tal procedimento criou as condições objetivas para conhecer as medidas como um fenômeno da vida social, manifesto no modo particular de medir as lavouras e seus produtos, o qual reflete as leis gerais desse fenômeno e ocupa lugar na sua evolução histórica e social, para, assim, tornar possível revelar o papel de tais práticas sociais na edificação da teoria do conhecimento sobre esse conceito.

Dando prosseguimento, realizamos a segunda ação de pesquisa, concretizada por meio de um Experimento Formativo com professores de Matemática que atuam no Ensino Básico do referido município. De modo geral, este experimento teve dupla finalidade: se por um lado, funcionou como ação formativa, por outro serviu como uma ação de pesquisa. Como uma ação formativa, esse experimento propiciou a oportunidade de estudar conteúdos relativos à atividade pedagógica, destacando-se o estudo da AOE, do desenvolvimento do pensamento teórico, da teoria da atividade e do desenvolvimento lógico histórico do conceito de medida. O experimento também permitiu conhecer as medidas utilizadas nas lavouras pelos trabalhadores rurais daquele município. Também foram realizadas oficinas com o propósito de elaborar e analisar propostas didáticas voltadas para o ensino do conceito de medida. A esse respeito, devemos explicitar que as propostas apresentadas levaram em consideração as práticas de medidas locais, utilizadas pelos pequenos lavradores e os fundamentos do desenvolvimento lógico-histórico desse conceito como princípio metodológico de ensino. Por fim, algumas das propostas de ensino desenvolvidas como tarefas no curso da formação foram concretizadas

pelos professores, nas suas próprias escolas, a título de ser um Experimento Didático, como detalharemos mais adiante.

Como uma ação de pesquisa, o Experimento Formativo serviu de estratégia para a obtenção de dados, visando a revelar o fenômeno em seu próprio processo de desenvolvimento. Partimos da realidade social dos sujeitos para captar os indícios dos modos de apropriação do conceito de medida, tanto no contexto do cotidiano dos pequenos lavradores como dos professores, procurando determinar as relações essenciais constituintes do fenômeno. Antes, consideramos a possibilidade de uma análise preliminar sobre as condições de trabalho dos sujeitos com o intuito de orientar um plano de ações feito recortando o fenômeno da totalidade e procurando não perder de vista a constatação de seus nexos relacionais com o todo da qual é parte. Tal análise só poderia ser feita “[...] em relação com o contexto social, com os sujeitos e com o objeto envolvido, uma vez que os conceitos matemáticos são vivos, frutos da produção histórica e humana em constante movimento” (ARAUJO, 2015, p. 102).

Ao definirmos as ações e operações, observamos alguns aspectos determinantes no processo investigativo como a exequibilidade, a coerência, as inter-relações e as formas de articulação entre elas, no sentido de obter as respostas para o problema delimitado. Procuramos, a partir do diálogo com o nosso arcabouço teórico, da dinâmica das ações e operações e de suas conexões, revelar as relações entre movimento lógico-histórico de conceito, a apropriação dos significados, produção de sentidos e a atividade pedagógica, sempre com foco no conceito de medida. Consideramos que, no contexto da atividade, a ação e a operação se relacionam de tal forma que cada operação se forma como uma ação subordinada a um objetivo que representa sua própria orientação; posteriormente, uma ação vai ser incorporada a outra ação (LEONTIEV, 1978).

3.3.1 A investigação das práticas de medidas em Lagoa Alegre: os lavradores, o cenário da pesquisa e os mecanismos de apreensão dos dados

A finalidade dessa ação foi investigar as práticas sociais e seus significados no contexto dos sistemas simbólicos que envolvem as formas de medidas adotadas pelo pequenos lavradores. Assim, levamos em conta o processo produtivo nas roças, que tem início com o preparo da terra, seguido pelo manejo das culturas, colheita, estocagem e fechando com a comercialização dos produtos. Consideramos também pertinente investigar como se deram as formas de apropriação desse conteúdo historicamente elaborado e objetivado ao longo da vida social, visando explicar a relação singular-particular-universal no contexto do desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medida (OLIVEIRA, 2001).

Nesse sentido, a autora mencionada acima, tratando da relação homem-sociedade como inerente à relação homem-genericidade (homem-gênero), informa-nos que, para ser compreendido em sua complexidade, “[...] é preciso considerar que todo esse processo [de objetivação e apropriação] entre o indivíduo (o singular) e o gênero humano (o universal) se concretiza na relação que o indivíduo tem com a sociedade (o particular)” (Ibid., p. 27). Isso reflete a concepção de homem na TH-C como um ser social que se desenvolve na síntese complexa do universal concretizada historicamente e socialmente por meio do trabalho.

Em suma, buscamos identificar relações das práticas sociais de medidas dos lavradores e suas conexões no fluxo universal do desenvolvimento histórico para, enfim, revelar sua essência. (CARAÇA, 1952). Nesse sentido, procuramos estabelecer as operações a partir da decomposição desta ação em partes menores, como ressaltou Leontiev (1978, p. 79). “A decomposição de uma ação supõe que o sujeito que age tem a possibilidade de refletir psiquicamente a relação que existe entre o motivo objetivo da ação e o seu objeto. Senão, a ação é impossível e vazia de sentido para o sujeito”. Nessa perspectiva, definimos previamente as metas que nos orientariam no processo de decomposição da ação em curso, ficando assim definidas:

- a) Levantar dados acerca das condições em que os lavradores viveram e ainda vivem, considerando episódios de suas histórias de vida da infância até o presente momento, com foco nos aspectos ligados ao trabalho nas lavouras, à escola e à vida social;
- b) Investigar como os sujeitos se apropriaram das formas de medir grandezas como comprimentos, líquidos, sólidos, massa, pequenas e grandes distâncias;
- c) Levantar dados sobre o processo de transmissão dos conhecimentos relativos às práticas sociais, mais especificamente, relativos ao trabalho na roça com ênfase no conceito de medida;
- d) Conhecer as técnicas de medição utilizadas pelos pequenos lavradores de Lagoa Alegre, bem como os instrumentos, as unidades de medidas e as relações entre elas, conversões e cálculos, respeitando os termos locais;
- e) Obter dados que permitam analisar os sentidos desenvolvidos pelos sujeitos ao trabalho da roça, à vida cotidiana e à vida social, focando nos aspectos relativos às formas de medir.

Definidas as metas, tratamos de providenciar as condições objetivas e subjetivas que possibilitassem a realização da pesquisa empírica. Para isso, realizamos duas visitas técnicas ao local da pesquisa, com o intuito de iniciar as primeiras aproximações, sondar o ambiente e conhecer as condições existentes. O processo de preparação, por meio visitas, mostrou-se

profícuo, pois foi possível definir detalhes importantes como organizar um cronograma dos eventos, acertar o local dos encontros e tomar outras providências. Com a ajuda de um guia, foi possível circular pela área urbana, até a algumas localidades, de difícil acesso e mais isolados da área rural, para convidar os lavradores a participar desta parte da pesquisa.

Sobre a escolha dos sujeitos, esclarecemos que não se baseou em critérios estatísticos ou probabilístico, já que o objeto deste estudo se encontra na própria forma de vida dos sujeitos, em suas experiências e modos de aprendizagens. Nesse contexto, cada indivíduo é o representante legítimo de um conhecimento historicamente e socialmente construído, à medida que a consciência se constituiu no universo em que está inserido e, portanto, traduz, de forma singular aquilo que é geral em seu universo experiencial, na relação singular-particular-geral.

Na consciência, a imagem da realidade não se confunde com a do vivido pelo sujeito: o reflexo e como «presente» ao sujeito. [...] A consciência humana distingue a realidade objetiva do seu reflexo, o que a leva a distinguir o mundo das impressões interiores e torna possível com isso o desenvolvimento da observação de si mesmo (LEONTIEV, 1978, p. 69)

Fazendo conexão com a citação acima, Oliveira (2001, p. 33) chama a nossa atenção para a necessidade de se considerarem “[...] as manifestações fenomênicas mais imediatas dos fatos da realidade em que se pretende atuar, mas considerá-las como ponto de partida e de chegada da investigação”. Disso podemos deduzir que para se chegar à essência do fenômeno não se deve fixar nos limites dessas manifestações, mas ultrapassá-los e conhecer as raízes, que estão escondidos no mais profundo subterrâneo e não podem ser percebidos imediatamente. Assim, tal ação visou a explicar em que se diferem e em que se assemelham as práticas das medidas dos lavradores de Lagoa Alegre com as diversas etapas do processo geral de formação das medidas, ou seja, buscamos evidenciar os elementos que exprimem semelhanças e diferenças configuradores de uma identidade cultural, manifesta no confronto das práticas de medidas particulares com o geral e, portanto, distingui-la.

Fica claro que o critério primordial na seleção dos participantes foi ser um pequeno lavrador(a). Além disso, consideramos o tempo de experiência nas lavouras como condições necessárias, por isso evitamos convidar pessoas muito jovens e/ou com pouca experiência no trabalho das lavouras. Tais exigências deram-se em virtude do objetivo da pesquisa, pois era importante que os indivíduos tivessem algumas características comuns que os distinguíssem como lavradores e evidenciassem as suas condições no contexto do seu trabalho (a lavoura), do modo de vida, e da relação homem-sociedade subsumida nas circunstâncias socioeconômicas da própria realidade social dos sujeitos. Dessa forma, foi possível obter a adesão de treze

lavradores, que, voluntariamente, deram-nos permissão para realizar as videograções das interações que seriam estabelecidas por ocasião da investigação, como podemos verificar no APÊNDICE C – Termo de Livre e Esclarecido e adesão à pesquisa para lavradores.

A amostra considerada reflete a realidade cultural do homem do campo no presente cenário. Seus traços evidenciam as marcas mais profundas do serviço e da vida social nas lavouras e da relação com a natureza. As formas de aprender e ensinar as medidas e as similaridades nas diferentes formas de vida, incluindo a linguagem, os costumes, as crenças e concepções, representam particularidades realizada na mediação da relação universalidade-singularidade, pois é por meio dela que a universalidade se concretiza na singularidade (OLIVEIRA, 2001). Como enfatiza a autora citada, “[...] a cuidadosa identificação e caracterização da particularidade é condição *sine qua non* para compreender-se como se dá essa concretização da universalidade no vir-a-ser da singularidade” (Ibid., p. 41). Isso explica por que se compreende que a particularidade não pode ser descartada, pois sem ela não seria possível compreender o fenômeno em questão.

A necessidade de identificar as particularidades das formas de vida dos lavradores de Lagoa Alegre, do trabalho nas lavouras, das práticas das medidas e dos processos de formação de seus conhecimentos levou-nos a adotar, como mecanismos de investigação a roda de conversa e as entrevistas com os lavradores, esses instrumentos/técnicas de produção de dados foram complementados com a observação simples, como detalhado a seguir.

3.3.1.1 A Roda de Conversa

Nas pesquisas teórica que adotamos, os investigadores estão comprometidos com a melhoria de vida das pessoas, procurando sempre contribuir com o processo de mudança inerente ao movimento absoluto da história da humanidade. Desse modo, o investigador é o sujeito que precisa conhecer as contradições nas relações estabelecidas interna e externamente. Para isso, precisa aproximar-se cada vez mais da realidade, não apenas para conhecê-la, mas para atuar como agente de transformação. Assim, a pesquisa, como atividade, busca atender a uma necessidade ontológica de conhecer e de encontrar a verdade acerca dos fenômenos naturais e sociais. Nesse contexto, partimos da necessidade de explicar o fenômeno que desencadeou o motivo e este, por sua vez, orientou as ações e operações desenvolvidas. Tais ações e operações se concretizaram como forma e mecanismos de coleta de dados, visando a determinar algumas abstrações e generalizações acerca do fenômeno em questão. Mas seu papel principal foi possibilitar a apreensão dos dados, imprescindível no processo de investigação, que tem como intenção apreender a realidade. Como escreveu Araújo e Morais (2017, p. 61):

[...] este momento inicial da investigação que cria as condições para uma análise do fenômeno em seu movimento interno (em suas dimensões singulares e gerais mediadas pela particularidade), [...], que pode incluir um processo de coleta de dado, mas não se confunde e/ou se esgota nele.

Desse modo, tomamos a Roda de Conversa como principal mecanismo de levantamento de dados, partimos do pressuposto de que essa técnica se baseia no diálogo, na fala e na escuta e desafia o pesquisador a motivar os participantes que falem que escutem, pois, como disse Freire (1996, p.131), “[...] no processo da fala e da escuta, a disciplina do silêncio a ser assumida com rigor e a seu tempo pelos sujeitos que falam e escutam é “*sine qua*” da comunicação dialógica.”

A Roda de Conversa sistematizou o processo de colaboração, provocando uma reflexão crítica sobre as práticas sócio culturais, historicamente desenvolvidas no espaço rural, mais especificamente no contexto do município de Lagoa Alegre. Tal ação considerou as condições concretas de vida dos lavradores numa comunidade rural e orgânica, com sua forma de organização, seu processo de apropriação e de transmissão da cultura geral. Nosso interesse voltou-se mais para os aspectos culturais que envolvem as práticas das medidas nas pequenas lavouras, o que inclui as técnicas, os instrumentos, a relação com a produção e o comércio local e com a vida cotidiana, observando alguns aspectos da vida social presentes nos sistemas simbólicos. Abordamos, também, a questão das transformações socioeconômicas que vêm interferindo na formação das comunidades rurais. Como bem explicou Lefebvre (1970), a comunidade rural não é imutável, pelo contrário está em contínua transformação, que não segue leis próprias, mas se modifica de muitas maneiras em conformidade com as leis gerais da economia, da vida urbana e da moderna tecnologia e em certas condições pode até desaparecer por completo. Esse movimento, como propriedade fundamental na formação das comunidades rurais, produz mudança sensíveis, na medida em que interfere na vida social e cultural das comunidades rurais, o que tem por base as transformações econômicas e tecnológicas da vida urbana.

Com esse raciocínio de Lefebvre (1970), subentende-se que uma investigação social, interessada em estudar as comunidades rurais, não pode fazê-lo separando-a totalmente e perdendo de vista as ligações do fenômeno em estudo com a totalidade urbana. Necessário se torna, pois, lançar mão de mecanismos de coleta de dados que evidenciem tais ligações. Nesse sentido, a roda de conversa se mostrou útil, pois possibilitou as condições favoráveis para evidenciar aspectos singulares, manifestos nas particularidades das práticas de medidas desenvolvidas nas comunidades rurais pelos pequenos lavradores, por meio de seus

instrumentos e técnicas de medidas, das formas de apropriação e de transmissão desses conhecimentos.

Isso foi possível porque, na dinâmica da roda de conversa, há o entrelaçamento das falas e, portanto, o discurso de cada um é ao mesmo tempo um discurso coletivo que resulta em um texto gerado a partir do confronto das informações. Essa técnica sugere menos riscos ao processo de análise decorrente de uma posição isolada de determinado indivíduo. Ao refletir sobre a relação do indivíduo na coletividade, Moura (2003, p. 141) explica que é “[...] no coletivo que deverá sentir o resultado do impacto das ações dos sujeitos que estão concretizando o projeto coletivo”, donde podemos depreender que o entrelaçamento das falas em uma conversa, na verdade, propicia a concretização do pensamento do sujeito no texto coletivo no qual tem sua origem.

A questão das múltiplas falas durante o desenrolar da roda de conversa exigiu uma forma dinâmica de registro, que permitisse captar as suas diferentes nuances. Na conversa autêntica acontecem pequenas e grandes variações no ritmo, nas expressões corporais e na tensão psicológica à qual está submetido cada um dos participantes. Nessas condições, a gravação em áudio e vídeo, com duas câmeras, uma fixa e outra móvel, deu uma resposta satisfatória. Enfrentamos o desafio de produzir um material com o apoio de uma pessoa que atuou como operador de câmera. A experiência nos indicou a importância dessa medida, pois, até certo ponto, o processo de gravação depende da sensibilidade do operador que precisa captar nas imagens as ações, reações e emoções (expressões corporais) que podem ser detalhes importantes durante a análise.

A Roda de Conversa, em discussão, aconteceu em 27 de janeiro de 2018, na cidade de Lagoa Alegre. Teve duração de 4 horas aproximadamente e contou com a participação de 11 lavradores das diversas localidades do município. Além destes, incluíram-se também o mediador, o pessoal de apoio e alguns curiosos, totalizaram 23 pessoas presentes neste evento.

Antes de começarmos a conversa propriamente dita, tomamos algumas providências como preparar o ambiente, ligar e testar equipamentos, acolher e acomodar os participantes. Ainda na fase preparatória, fizemos alguns esclarecimentos preliminares no que diz respeito ao estudo em curso, à técnica de coleta de dados que seria utilizada, à finalidade da pesquisa, ao destino do conteúdo produzido e à natureza colaborativa da livre participação, ao tempo que nos comprometemos utilizar os dados, apenas para os fins da pesquisa. A gravação foi autorizada, e todos os participantes foram informados de que a conversa seria gravada. Os equipamentos de gravação foram dispostos em pontos visíveis, sem câmeras escondidas. Para

efeito de comprovação da adesão e da autorização para gravação da conversa, solicitamos a assinatura de um termo como o que está no APÊNDICE C.

A Roda Conversa, como instrumento de coleta de dados em uma pesquisa social, por ser orientada para um determinado fim, precisa ser orgânica, sistematizada e teoricamente consistente, daí, se por um lado possibilita a coerência do seu conteúdo com o objetivo da pesquisa, por outro lado carece de “[...] um esforço grande para passar do nível meramente descritivo ou narrativo para o nível em que se buscam interpretações articuladas e justificadas e sistematizações cognitivas” (ALARCÃO, 2011, p. 49). Assim, é preciso minimizar os riscos de polarização, de concentração ou de competição no contexto das interações. Na tentativa de minimizar a força de tais riscos, tomamos alguns cuidados, como elaborar um plano de ações e roteiro para roda de conversa com pequenos lavradores de Lagoa Alegre (APÊNDICE A), orientar e negociar com os participantes quanto à forma de participação e uso da palavra, prestar atenção nos entrelaçamentos das falas inerentes à natureza da conversa em grupo e, principalmente, procuramos sentir a cada momento o clima da conversa e propor intervenções no sentido de promover a fluência do diálogo, a articulação entre os sujeitos e a liberdade de expressão.

Como podemos notar, o roteiro estruturou a técnica da roda de conversa em três partes. Na primeira parte, cada participante teve a oportunidade de apresentar-se, de modo geral, informando o nome, a idade, o estado civil, o tempo de trabalho como lavrador, local de nascimento, mas foi franqueada aos participantes a possibilidade de acrescentar outras informações que julgassem importantes.

A segunda parte da conversa considerou que a consciência deveria ser entendida como produto da relação entre o homem e sua experiência histórica e social. Por isso, teve como prioridade os relatos de histórias da vida dos lavradores, com abordagem dos aspectos relacionados aos costumes, às crenças, às condições econômicas, à vida familiar, ao trabalho nas lavouras e à vida cotidiana. Não foi difícil perceber que os relatos dos lavradores lhes deram a oportunidade para realizar o movimento dinâmico, dialético entre o fazer e o pensar sobre o fazer, pela prática democrática de falar e de escutar (FREIRE, 1996).

Na terceira parte da conversa, os participantes se detiveram no detalhamento das práticas das medidas desenvolvidas nas lavouras, incluindo as formas de medida da terra, as grandezas, os instrumentos e técnicas. Além disso, foram explicados pelos lavradores as formas de medidas de distância, área, volume e capacidade, por meio de exemplos, demonstrações e relatos de experiência. Falaram também sobre os significados sociais, as formas de apropriação e de transmissão dessas práticas.

É pertinente destacar que, a despeito da possibilidade real de assimetrias entre participantes de uma roda de conversa, a exemplo da polarização do debate, desrespeito à liberdade de expressão e falas recolhidas, a experiência em Lagoa Alegre demonstrou, até certo ponto, uma prática democrática do direito à fala e ao silêncio, com respeito aos diferentes pensamentos. Por sua vez, as tensões e conflitos que foram surgindo, próprios da busca por soluções aos questionamentos apresentados, foram-se resolvendo ao longo da conversa, na disponibilidade dos sujeitos para dialogar.

3.3.1.2 As entrevistas

A entrevista tem o objetivo de produzir informações pertinentes para um objeto de pesquisa. Além de permitir a obtenção mais direta e imediata dos dados, serve para aprofundar o estudo, complementando outras técnicas de coleta de dados e gerar “[...] compreensões ricas das biografias, experiências, opiniões, valores, aspirações, atitudes e sentimentos das pessoas” (MAY, 2001, p. 145). A entrevista é uma técnica por excelência e está entre as mais utilizadas por pesquisadores sociais de todas as áreas. “Por sua flexibilidade é adotada como técnica fundamental de investigação nos mais diversos campos e pode-se afirmar que parte importante do desenvolvimento das ciências sociais nas últimas décadas foi obtida graças à sua aplicação”. (GIL, 2008, p. 109).

De acordo com os níveis de estruturação das perguntas, as entrevistas podem ser estruturadas, abertas ou semiestruturadas. Neste estudo, consideramos mais adequada a utilização da entrevista do tipo semiestruturada. Isso se deve ao tipo de pesquisa, seu objeto e objetivos e a outras razões a considerar como possibilidade de obter dados consistentes, referentes aos mais diversos aspectos da vida social dos indivíduos na coletividade, evidenciando comportamentos, atitudes, práticas culturais. Além disso, a entrevista possibilita, sem desvio do foco, abordar outros aspectos relacionados ao assunto, solicitar mais esclarecimentos, apresentar novas questões originadas a partir das respostas e nos dá possibilidade de deixar o entrevistado livre para prestar os esclarecimentos que julgar importantes além da facilidade de registro por meios de tecnologias de gravação e registro. Falando sobre este assunto, May (2001, p. 148) ressalta que: “[...] o entrevistador que pode buscar tanto o esclarecimento quanto a elaboração das respostas dadas, pode registrar informação qualitativa sobre o tópico em questão. Isso permite que ele tenha mais espaço para sondar além das respostas e, assim, estabelecer o diálogo com o entrevistado”. Ainda falando sobre entrevistas, esse autor diz categoricamente que:

As entrevistas não começam simplesmente quando a primeira pergunta é feita. A preparação através de leituras e do trabalho exploratório inicial, o entendimento da situação na qual está se inserindo, o esclarecimento de quaisquer ambiguidades que as pessoas possam ter sobre a pesquisa, a explicitação da cooperação delas e ser sensível a considerações éticas, políticas e teóricas no processo, formam uma parte central da prática [do pesquisador] (Ibid., p. 158).

No caso desta pesquisa, a entrevista foi aplicada excepcionalmente a duas pessoas, que não puderam participar da roda de conversa, em decorrência de problemas relacionados ao dia e horário estabelecidos pelo grupo. Um deles preferiu conceder a entrevista rural, no próprio local de trabalho, onde estava fazendo uma roça; e o segundo justificou que não gostava de encontros com muitas pessoas. Além disso, não poderia estar disponível no local e horário combinados. As entrevistas focalizaram as experiências vividas no próprio cotidiano da vida rural. O ponto central foram os conhecimentos empíricos sobre as medidas utilizadas nas lavouras, com seus elementos qualitativos e quantitativos como os instrumentos de medir, as grandezas dimensionais e as práticas sociais em seu contexto cultural, incluindo, entre outros aspectos, os processos de produção, armazenamento, transporte e comercialização dos produtos, além de episódios históricos da vida cotidiana, que incluem os costumes, as crenças e a vida social.

Antes da realização das entrevistas, fizemos o planejamento dos procedimentos, começando pelo levantamento de informações preliminares mediante um trabalho exploratório no ambiente concreto em que viviam esses lavradores, combinando algumas características, como idade, sexo, trabalho, vida cotidiana e outras singularidades, inclusive com observações sobre a região onde estão radicados.

Finalmente, preparamos um roteiro com a finalidade de organizar a conversa no sentido de manter o foco da pesquisa, avaliar e controlar o tempo de realização da entrevista. Ao elaborar esse roteiro, procuramos fazê-lo de forma não fechado, nem totalmente diretivo. Pelo contrário, buscamos fazer constar o registro das perguntas básicas, tópicos a serem tratados na conversa, aspectos relevantes que não podiam ser esquecidos. Mas, durante a realização da entrevista, foi surgindo a necessidade de apresentar novos questionamentos para obter esclarecimentos, aprofundamento ou abordagem de conteúdos que não estavam previstos no roteiro.

Assim como na roda de conversa, as entrevistas foram gravadas digitalmente em vídeo e áudio, com a autorização dos entrevistados. Por fim, ressaltamos que as entrevistas, realizadas no ambiente natural de trabalho do lavrador, ou seja, na própria lavoura, ampliaram as

possibilidades de análise, porque, a medida que o entrevistado respondia às perguntas, era demonstrado, *in lócus*, o processo de medição e outros detalhes da vida nas roças. Além disso, salietamos que estar no *lócus* de trabalho é psicologicamente envolvente, por ser este um lugar simbólico para o lavrador, ajundando-o a desencadear diversas lembranças. A entrevista apresentou como vantagem a possibilidade e uma interação mais direta e demorada com cada sujeito.

3.3.2 Experimento Formativo como estratégia de pesquisa

O Experimento Formativo (EF), em meio às transformações sofridas pelos conceitos em geral, permite investigar o processo de surgimento de uma nova estrutura psicológica mediada por uma atividade dirigida para esse fim. Na medida em que é possível estudar as particularidades da atividade pedagógica no curso da própria atividade de ensino, o EF possibilita observar o desenvolvimento dessa atividade e a buscar o desenvolvimento dela. “A essência deste método é expressa no estudo dos processos de transição para novas formas da psique, no estudo das condições da emergência de um ou de outros fenômenos psíquicos e na criação da experiência das condições, necessário para que eles surjam” (DAVIDOV; MÁRKOVA, 1987, p. 326, tradução nossa).

O Experimento Formativo com professores importa ao processo de investigação da relação entre o sistema conceitual da disciplina e a atividade pedagógica, por ser capaz de revelar os aspectos fundamentais dessa relação. Esse método apresenta algumas vantagens na comparação com outros tipos de método de pesquisa social, a exemplo da entrevista, pois permite a intervenção direta do pesquisador nos processos pedagógicos investigados, possibilita experimentar diretamente na realidade escolar, com as próprias disciplinas escolares, propostas didáticas a fim de estudar e testar novas formas de ensino. Como destacou Davidov (1987), o Experimento Formativo torna-se mais rico quando se observam aspectos, detalhes e etapas isoladas da gênese dos fenômenos psicológicos e pedagógicos que estão sendo pesquisados e da aprendizagem que emerge durante esse processo, quando se examinam, com mais detalhes, as condições em que se geram as novas aprendizagens. Assim:

[O Experimento Formativo] permite superar o estudo das particularidades psicológicas isoladas dos estudantes para examinar as características integrais de seu desenvolvimento psíquico, das tendências desse desenvolvimento, das transições de uma nova formação para outra e também da dinâmica das relações do estudante com as pessoas ao seu redor (DAVIDOV, 1987, p. 327).

Mais especificamente, o EF com professores de Matemática, ao se constituir no espaço de formação continuada, propiciou as condições para a investigação do fenômeno em estudo, isto é, possibilitou investigar as relações entre o desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medida e o processo de significação deles em contexto escolar, além de possibilitar novas aprendizagens sobre o conceito de medida e sobre a atividade pedagógica. Nessa pesquisa, o EF transcorreu de maneira articulada com o currículo escolar, fundamentado nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade, tomando a Atividade Orientadora de Ensino (AOE) como mediadora das atividades de ensino e de aprendizagem.

É importante lembrar que o termo significação, utilizado nesse texto, é tomado como sendo a “[...] generalização da realidade que é cristalizada e fixada num vetor sensível, ordinariamente a palavra ou a locução. É a forma ideal, espiritual da cristalização da experiência e da prática sociais da humanidade” (LEONTIEV, 1978, p. 100). Desse prisma, compreendemos que a significação pertence ao mundo dos fenômenos históricos, porque se desenvolve num processo de apropriação dos significados historicamente construídos pela humanidade e que as ferramentas e os signos andam juntos na atividade prática, mas o processo de significação se desenvolve por meios de ações dirigidas a uma finalidade que realiza algum objetivo determinado por uma necessidade.

Iluminando com esse mesmo raciocínio a questão do EF como atividade pedagógica, podemos inferir que a *atividade de ensino*, nele presente, deve-se desenrolar em ações específicas para desencadear a *atividade de aprendizagem*, e elas devem coexistir em perfeita unidade dialética (MOURA e et.al, 2017). Diante disso, a atividade de ensino do professor é despertada pela necessidade de organizar o ensino de modo a provocar a atividade de aprendizagem do aluno. Tendo em vista o objeto da atividade de ensino, o professor precisa desenvolver ações e operação, visando à apropriação das significações.

[A atividade de ensino] é a que possibilita a reconstituição histórica da significação, isto é, do processo que reificou em linguagem a síntese das atividades humanas significativas nos processos interativos para as soluções de problemas advindos do convívio entre homens ao satisfazerem as suas necessidades (MOURA, 2017, P. 74).

Isso torna o ensino escolar um modo privilegiado de apropriação de significados do conteúdo social.

No contexto da produção de dados no EF, buscamos, a partir da atividade pedagógica dos professores, produzir elementos que possibilitassem revelar as relações entre o processo de significação e o lógico-histórico do conceito de medida. Nesse sentido, a referida metodologia se desenvolveu tendo em vista as seguintes finalidades:

- a) diagnosticar o que os sujeitos sabem sobre o conceito de medida;
- b) propiciar a oportunidade de novas aprendizagens sobre o conceito de medida a partir da AOE;
- c) estudar as particularidades da atividade de ensino dos professores de Matemática, principalmente no que diz respeito ao ensino das medidas, visando a desenvolvê-la;
- d) experimentar, diretamente na realidade escolar dos próprios professores, propostas didáticas para o ensino de Matemática – conceito de medida – por eles elaboradas no contexto do Experimento Formativo, considerando movimento lógico-histórico dos objetos ou fenômenos como base metodológica;
- e) analisar, com os professores, a possibilidade de uma organização do ensino de Matemática fundamentada metodológica e epistemologicamente no movimento lógico-histórico de conceitos.

Para que essas finalidades pudessem ser alcançadas, o EF procurou possibilitar aos professores, participantes desta pesquisa, a oportunidade de apropriarem-se de novos conteúdos sobre as medidas, elaborar e experimentar novas Situações Desencadeadoras da Aprendizagem (SDA) para o ensino de Matemática e analisar alguns aspectos da atividade pedagógica, desenvolvida a partir dessas situações, tais como a coerência entre objetivos e os conteúdos, entre as metodologias e as condições objetivas das escolas envolvidas. Assim, esse método configurou-se como ensino e como pesquisa e caracterizou-se como ensino com pesquisa e pesquisa com ensino. Nesse sentido, a unidade entre a dimensão pedagógica do Experimento Formativo e sua dimensão investigativa constitui-se um par dialético, pois a prática pedagógica e a pesquisa são fenômenos coincidentes, embora sejam distintos (ARAÚJO; MORAIS, 2017). A unidade *atividade pedagógica – investigação*, resulta em um novo grau de desenvolvimento do conhecimento social e da prática ao evidenciar a interdependência entre a significação e a produção de novos conhecimentos por meio de suas propriedades e ligações, que manifestam necessariamente a contradição própria da luta dos contrários.

3.3.2.1 Os participantes e o cenário do curso/experimento formativo

O Experimento Formativo concretizou-se como um curso de extensão da UFPI, vinculado à Pró-reitoria de Extensão e Cultura (PREXC), em parceria com a Secretaria de

Educação do Município de Lagoa Alegre, como se pode verificar observando o comprovante de Cadastro de Curso de Extensão PREXC/UFPI (ANEXO A) e a Carta de Anuência da Secretaria Municipal de Educação de Lagoa Alegre – SEMED (ANEXO B). A seguir apresentamos o Quadro 1 que sintetiza os dados do curso e sua configuração.

Quadro 1 – Descrição dos dados do curso de extensão PREXC/UFPI (EF)	
Dados do curso	Configuração
Nome	A construção do pensamento teórico mediante conceitos matemáticos: um estudo do conceito de medir.
Modalidade	Aperfeiçoamento
Carga horária	40 h
Período de realização	15/9/2018 a 24/11/2018
Local de realização	Unidade Escolar Alfredo Costa e Centro de Formação de Professores do município de Lagoa Alegre
Horário	Sábado, das 8 às 12 horas
Número de participantes	24 iniciantes e 21 concludentes
Comissão organizadora	2 coordenadores e 2 monitores
Fonte: Elaboração do autor (2018)	

Basicamente, o EF configurou-se pela realização das seguintes ações:

- estudo teórico-prático, relatos de experiências, experimentos didáticos e avaliação e discussão dos resultados. O estudo teórico-prático contemplou conteúdos sobre as medidas locais de Lagoa Alegre, a AOE e o movimento lógico-histórico das medidas;
- realização de oficina didática, visando à realização de Experimento Didático (ED), que consistia na elaboração de um plano de ensino, aplicação nas escolas de Ensino Básico e avaliação
- apresentação e discussão dos resultados dos experimentos didáticos focados nos aspectos mais relevantes, do ponto de vista dos professores, de suas práticas docentes (Figura 3).

Para a instalação do referido curso, a SEMED responsabilizou-se pela divulgação, organização, logística e inscrições dos professores interessados. Reafirmamos que não houve nenhuma forma de premiação ou incentivo aos participantes, como bolsas, redução de carga horária, ajuda de custo ou de qualquer outra natureza, o que resultou numa participação

voluntária. Além disso, ficou claro aos interessados que a adesão ao curso não implicava necessariamente uma adesão à pesquisa, pois essa dependia de uma manifestação voluntária.

Figura 3 – Representação esquemática do Experimento Formativo

Fonte: Elaboração do autor (2019)

Visando a obter a adesão dos professores cursistas à pesquisa, entregamos-lhes uma carta-convite munida de esclarecimentos e informações pertinentes. Feito o convite, formalizamos a adesão dos interessados por meio da assinatura do Termo de Livre e Esclarecido e Adesão à Pesquisa (APÊNDICE D). Disto resultou o seguinte: todos os inscritos no curso, 24 (vinte e quatro) professores anuíram sua adesão à pesquisa; destes, 3 (três) desistiram. Finalizaram, portanto, com direito a certificado, 21 (vinte e um) professores, dos quais, 4 (quatro) realizaram o Experimento Didático (ED) com nosso acompanhamento. Os encontros com os professores ocorreram em dois locais, conforme a disponibilidade no dia marcado. Assim, sete encontros aconteceram na biblioteca da Unidade Escolar Alfredo Costa (UEAC).

Neste espaço dispomos de mesas e acentos adequados, refrigeração, projetor de slides, boas condições de luminosidade e pouca interferência de ruídos externos que representaram condições satisfatórias para a realização do curso como o proposto, favorecendo o andamento das atividades e, em particular, a gravação digital em áudio e vídeo. Os demais encontros aconteceram no Centro de Formação Professora Chagas Rocha de Lagoa Alegre, que fica próximo a UEAC, ambos disponibilizados pela SEMED. Um dos objetivos do Experimento Formativo com os professores de Matemática foi experienciar-lhes diretamente a realidade escolar, além das situações de ensino do conceito de medida, elaboradas como uma ação articulada com o currículo de cada escola.

No Quadro 2, apresentamos o conteúdo programático e o cronograma de estudos do curso de extensão que corresponde ao Experimento Didático.

Quadro 2 – Conteúdo programático e cronograma do curso de extensão (Experimento Formativo)

Data	Etapa	Conteúdo
15/9 AULA 01	Abertura do curso e avaliação diagnóstica	Apresentação da proposta de curso e apresentação dos participantes; Aplicação de um questionário diagnóstico (parte 1); Análise de algumas situações de ensino vivenciadas pelos professores relativas aos conceitos de grandezas e medidas;
22/9 AULA 02	Estudo teórico-prático: as medidas locais de Lagoa	A vida cotidiana e social dos lavradores de Lagoa Alegre: Professores conversam sobre o trabalho nas lavouras, abordando aspectos da vida cotidiana e social e as medidas por eles utilizadas.
29/9 AULA 03	Alegre e a AOE	Estudo Teórico sobre AOE a partir da exploração de uma situação didática como exemplo de AOE, com conceito de medida.
06/10 AULA 04	Estudo teórico-prático: movimento Lógico-	Episódios históricos do conceito de medida: As medidas e seus significados sociais; As medidas na antiguidade; As medidas antropomórficas e as tentativas de unificação.
20/10 AULA 05	Histórico do conceito de medida e seu ensino	Estudo teórico, elaboração e discussão de SDAs: Após estudo teórico sobre SDA, no contexto da AOE, os professores elaboram e apresentam algumas situações de ensino para discussão com a turma.
27/10 AULA 06		Episódios históricos do conceito de medida As medidas e a Revolução Francesa O sistema métrico decimal A construção do pensamento teórico conforme Davidov.
03/11 AULA 07		Episódios históricos do conceito de medida As medidas no Brasil
10/11 AULA 08	Apresentação dos	Os professores apresentam seus experimentos didáticos para análise e discussão com turma – primeira parte.
17/11 AULA 09	experimentos didáticos	Os professores apresentam seus experimentos didáticos para análise e discussão com turma – segunda parte.

	realizados nas escolas	
24/11 AULA 10	Finalização do Experimento	Análise da atividade formativa desenvolvida

Fonte: Elaboração do autor (2018)

3.3.2.2 O Experimento Didático no contexto do Experimento Formativo

O Experimento Didático consistiu em três tarefas básicas, como veremos: a) elaboração de uma atividade de ensino, voltada para o conceito medida, com base nos pressupostos teóricos da AOE e nas medidas locais de Lagoa Alegre; b) aplicação, pelos professores, em suas próprias turmas, da atividade de ensino desenvolvida como descrita no item anterior e c) apresentação da experiência didática realizada nas escolas, para discussão dos resultados com os demais participantes do curso, O que chamamos de *Experimento Didático (ED)*. A figura 4 sintetiza esquematicamente o fluxo do desenvolvimento do ED.

Figura 4 – Representação esquemática do experimento didático

Fonte: Elaboração do autor (2019)

Com o intuito orientar os professores nesta fase da pesquisa, discutimos com eles as diretrizes gerais para a construção do Experimento Didático (Quadro 3), contemplando os momentos de planejamento/elaboração, aplicação e avaliação dos resultados. Na fase de planejamento, foram formados cinco grupos de trabalho (GT) com a finalidade de elaborar as AOE. Para isso, a formação dos GT levou em consideração as afinidades pessoais e o nível de ensino ou turmas dos próprios professores. Após a elaboração da AOE, os GTs passaram a apresentá-las para os colegas que puderam discutir pontos específicos e sugerir alterações. Esse

movimento serviu para colocar a turma a par da produção de cada grupo e, conseqüentemente, resultar em uma proposta de ensino coletiva.

Quadro 3 – Descrição das principais diretrizes para realização experimento didático

Finalidades	Produzir um plano de ensino a partir dos pressupostos teóricos da AOE, voltados para o conceito de medida, observando as medidas locais e suas correlações com as medidas do Sistema Métrico Decimal (SMD) através do movimento lógico-histórico das medidas.
	Definir estratégias de ensino adequadas à realidade de cada escola, respeitando o projeto e o planejamento global da SEMED.
	Estabelecer um fórum de discussão, visando a analisar os aspectos teóricos das propostas, aprimorá-las e avaliar até que o ponto elas possibilitam ao aluno apropriar-se do conceito de medida.
Planejamento	Formação dos grupos de trabalho (GT), variando de 3 a 5 pessoas
	Leitura e discussão dos textos-resumos que abordavam a AOE e a história das medidas, apresentando exemplos de SDA.
	Descrição clara do problema desencadeador da aprendizagem, do material didático das ações dos professores e dos alunos e de outros aspectos.
	Apresentação do material produzido para análise da turma, visando avaliar e reelaborar a proposta.
	Análise do processo de avaliação presente nos planos, identificando os elementos que permitam refletir sobre a eficiência das propostas.
Execução nas escolas	Desenvolver as atividades conforme o plano, observando as condições de cada situação e do momento que são determinantes na concretização de qualquer atividade humana.
	Certifica-se da autorização dos gestores escolares.
	Supervisão do pesquisador, atuando como observador não participante.
	Registro digital do experimento em áudio gravações.
Avaliação	Apresentação e discussão da experiência com os professores, sujeitos da pesquisa.

Fonte: Elaboração do autor (2019)

Na fase de aplicação, pelo menos um dos professores de cada GT deveria, em sua própria turma aplicar a AOE e acompanhar os desdobramentos na turma para, posteriormente, fazer o relato aos colegas de curso. Como pesquisadores, tomamos a iniciativa de acompanhar o trabalho de 3 GTs, na condição de observadores. Mais adiante voltaremos com mais detalhes sobre esta ação.

Na última fase do ED, os professores relataram a experiência para a turma. Esse foi o momento destinado também a avaliação e reflexões dos grupos em busca de entender os resultados e produzir sentidos. Os dados oriundos dessa dinâmica foram objeto de análise neste estudo. A dinâmica encontra-se exposta na seção 5 desta tese.

O ED consistiu em uma atividade elaborada, aplicada e avaliada conjuntamente com professores como sujeitos em atividade de ensino. Na condição de investigadores, tivemos a oportunidade de atuar realizando a mediação e coordenando essas ações, o que incluiu acompanhar a aplicação das AOE nas escolas, visando a realizar observações e levantamentos de dados para a pesquisa. Nesse sentido, o ED foi fundamental como ação de ensino e de pesquisa, ao possibilitar a vivência na realidade escolar de uma proposta de ensino contemplando conteúdos originados nas práticas sociais do pequenos lavradores

3.4 O método de análise dos dados como meio de apreensão da realidade

Conforme dito, o presente trabalho fundamenta-se na Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade. Desse modo, ao realizar a análise do material produzido, observam-se os significado sociais como uma construção histórica e respeitam-se o indivíduo e sua subjetividade como ser que atribui sentidos ao mundo. Dessa perspectiva, a análise busca evidenciar as relações do objeto ou fenômeno no fluxo universal. A respeito dessa análise, Kopnin (1978, p. 113) destacou que:

Em primeiro lugar, a análise conduz a novos resultados no campo da ciência. [...]. Em segundo lugar, a aplicação acertada de categorias dialéticas à análise de uma situação concreta que se forma no desenvolvimento da sociedade, à ciência e cultura no todo, reforça a própria dialética enquanto método de pensamento. Em terceiro, isto é o principal, essa análise permite desenvolver a própria lógica dialética, porquanto não é um sistema fechado, [...]. A dialética não teme quaisquer fatos da ciência que não caibam nas construções teóricas anteriores. Ao analisar e apreender a nova realidade, ela muda até a si mesma, precisa, concretiza as suas categorias.

A propósito da fala de Kopnin (1978), podemos depreender que ele se distancia do tipo de análise idealista, baseada em princípios metafísicos, e a situa no campo do mundo objetivo. Neste sentido, se a análise procura produzir novos conhecimentos, é possível que, em algum

momento, sejam necessárias mudanças no próprio arcabouço teórico do Materialismo Dialético, pois as categorias dialéticas, quando aplicadas a situações concretas, podem gerar transformações na própria teoria materialista.

Uma análise teoricamente estruturada pressupõe a adoções de princípios fundamentais na concepção de um processo analítico. Para Vigotski (1989, p. 74), os princípios que deveriam reger a análise são: (1) análise do processo em oposição a uma análise do objeto; (2) uma análise que revela as relações dinâmicas ou causais, reais, em oposição à enumeração das características externas de um processo, isto é, uma análise explicativa e não descritiva; (3) uma análise do desenvolvimento que reconstrói todos os pontos e faz retornar à origem do desenvolvimento de uma determinada estrutura.

A forma como Vigotski (1989) propõe a análise indica a necessidade de considerar as relações do fenômeno com a totalidade, observando-o em processo, isto é, a análise não pode ser pautada isoladamente. O pesquisador não deve deter-se na enumeração das características externas ou na descrição do fenômeno. A análise deve considerar o lógico e o histórico para perceber os momentos de mudanças sofridas pelos objetos e em que condições se deram tais mudanças, e suas conexões com fluência universal. A análise, como ressaltou Kopnin (1978), busca aprender uma nova realidade com vista à construção de uma ciência e de uma consciência humana dirigida a uma vida cada vez melhor.

Essas são as linhas gerais de uma análise que se propõe a revelar a essência do objeto ou dos fenômenos, que busca a passagem da aparência à essência, revelando as relações do objeto com a totalidade, caracterizada na interdependência e fluência universal. Isso implica que, somente no movimento dos fenômenos, é que podemos apreender sua essência. Desse âmbito, tudo está ligado com tudo. Mas, se tal afirmação é verdadeira, como poderemos compreender tamanha complexidade? Ou melhor, como apreender o fenômeno em sua totalidade diante da dimensão que ocupa o tempo e o espaço? Para uma possível resposta a essas questões, primeiramente precisamos compreender o que é totalidade. Neste sentido, Caraça (2010) pode nos ajudar a obter uma noção do que vem a ser uma totalidade. O autor explica que a realidade apresenta duas características básicas: a interdependência e a fluência, ou seja, todos os objetos estão relacionados entre si e em constante movimento. A totalidade se manifesta por meio dessas duas características e não pode ser entendida como o conjunto de todas as coisas.

Para Lanner de Moura e et al. (2016), a totalidade é concreta e está presente em todas as suas partes, isto é, as partes da totalidade, também são uma totalidade, “Qualquer que seja a parte do universo em que o trabalho humano está em atividade, ela é idêntica, em si, à totalidade.

[...]. O próprio homem é parte real da totalidade. É, também, totalidade” (ibid. p. 113-114). Porém, não podemos confundir uma parte real da totalidade, que não se diferencia da própria totalidade com a parte abstraída pela mente humana, que não é idêntica à parte real, visto ser um recorte artificial da fluência universal, denominada Isolado. O Isolado é abstrato. É a forma possível de o homem trabalhar. Consiste em “destacar desta totalidade um conjunto de seres e fatos, abstraídos de todos os outros que com eles estão relacionados” (CARAÇA, 2010, p. 105). O Isolado é, portanto, uma parte da realidade, recortada arbitrariamente.

A necessidade de compreender determinada realidade nos coloca diante do desafio de reconhecer como totalidade o momento extraído do espaço-tempo em que se encontra o todo estruturado, sem perder sua interdependência e sua fluência no universo, pois ele é a única totalidade que realmente existe. Assim uma totalidade, que é parte de outra totalidade, é parte do universo. Como tal, conserva seus aspectos gerais e se diferencia pelas particularidades na mediação entre o singular e o universal. A esse respeito, alinhamo-nos com Kosik (1967, p. 55-56), para ele:

[...], a totalidade não significa todos os fatos. Totalidade significa: realidade como um todo estruturado e dialético, no qual pode ser compreendido racionalmente qualquer fato. Reunir todos os fatos não significa conhecer a realidade e todos os fatos juntos não constituem a totalidade. [...]. A dialética da totalidade concreta não é um método que pretenda ingenuamente conhecer todos os aspectos sem exceção e oferecer um quadro total da realidade com seus infinitos aspectos e propriedades, se não, é uma teoria da realidade e de seu conhecimento como realidade. (Tradução nossa)

Neste estudo, consideramos como totalidade o processo de significação das medidas, entendido como conteúdo social e histórico, estruturada como conhecimento da realidade que vem sendo construída pelo homem. Assim, o recorte que tomamos da totalidade também é uma totalidade, em que estão presentes o trabalho do humano e seus sistemas simbólicos. Nesse contexto, esforçamo-nos para explicar as relações do processo de significação com a forma de apropriação desse conteúdo social, considerando o movimento lógico-histórico de conceitos e afunilando para o estudo da realidade escolar como *locus* privilegiado de aprendizagem.

Aqui cabe explicar o significado da relação adotada como fundamento nesta análise. Cada coisa e cada fenômeno estão ligados com outra coisa qualquer, de tal modo que, ao agirem uma sobre a outra, a modificação sofrida por uma delas pode acarretar, ou não, modificação na outra. Isso implica não somente a existência de uma interdependência entre elas, mas também de certa independência de cada coisa. Disso decorrem duas formas de relações, conhecidas como ligação e separação (isolamento). Assim, quando os objetos formam uma relação de tal modo que as transformações sofridas por um deles provocam alguma transformação no outro, trata-

se de uma relação do tipo *ligação*. No entanto, se isso não acontecer, trata-se de uma relação do tipo *isolamento* (CHEPTULIN, 1982). Desse modo, a separação absoluta dos objetos nega a sua interdependência e, portanto, pode falsear a concretização da realidade. Isto é: “no mundo, todos os fenômenos estão, ao mesmo tempo, ligados e isolados. Eles estão ligados sob certas relações e não estão sob outras; neles são produzidos tanto mudanças que supõem outras correspondentes em outros fenômenos, como mudanças que não implicam absolutamente em correspondentes” (Ibid., p. 177).

Disso surge a necessidade de se fazer uma análise dos fenômenos, considerando os dois tipos de relação: isolamento e ligação. É dessa perspectiva que o termo “relação” se encaixa no que propomos estudar. Essa orientação nos levou à compreensão de que, se não podíamos analisar todos os elos do fenômeno, então era preciso particionar essa totalidade, respeitando a interdependência que conserva as suas características gerais e revela as particularidades do objeto. Diante do exposto, emerge a necessidade de estruturar a análise de modo a preservar a fidedignidade do conteúdo do material levantado e o espírito da pesquisa, como meio de gerar conhecimentos.

O processo analítico, como ilustrado na Figura 5, foi estruturado, sem perder de vista o objetivo desta pesquisa, dividindo-se arbitrariamente a totalidade em três níveis começando pelos *isolados* no primeiro nível, que foram divididos em *episódios* e estes, por sua vez, foram decompostos em *cenas*. Dessa forma, o processo de análise que se inicia como a decomposição da totalidade em isolados, episódios e cenas completa-se com a reconstituição dessas partes, constituindo-se em uma nova síntese.

Figura 5 – Representação esquemática da estrutura do método de análise

Fonte: Elaboração do autor (2019)

A definição de cada isolado manifesta, a princípio, o resultado inicial de uma análise preliminar, pois, ao recortar a totalidade, consideramos que tal separação é parte de uma estrutura complexa de relações, visto que isolado não é o mesmo que isolamento absoluto, não

é o encapsulamento de partes do conteúdo. Trata-se de uma abstração que visa a contralar o processo de apropriação do fenômeno. Por isso, Caraça (2010) considera a possibilidade de surgir a necessidade de tomar um isolado como um elemento de outro isolado mais abrangente, porque o fato do isolado ser parte de um sistema de relações que constitui a totalidade não significa que seja idêntico a ela.

O isolado, embora arbitrário, segue determinado pela necessidade humana de controlar ações e fenômenos. É definido segundo as conexões que o sujeito faz com o universo. É, portanto, uma síntese que o homem faz, ao se colocar à parte da fluência universal, das conexões existentes no fenômeno com a totalidade em determinado momento. Para esta pesquisa, a decomposição da totalidade em partes (isolados) respeitou o movimento da própria pesquisa e deram origem aos dados de análise a partir das conversações com os lavradores de Lagoa Alegre (entrevistas e roda de conversas) e do curso de formação dos professores de Matemática no contexto do Experimento Formativo.

Desse modo, os isolados surgiram a partir das ações formativas, que propiciaram aos professores a oportunidade e novas aprendizagens e para novas atividades de ensino desenvolvidas no contexto do Experimento didático, como potencial para revelar indícios das relações entre o processo de significação e o movimento lógico-histórico de conceitos (Figura 6). A organização dos isolados respaldou-se na concepção de que o objeto se revela no movimento. Mas é sempre um recorte artificial em “direção da produção das abstrações essenciais do fenômeno, entendendo esse processo de abstração como processo do pensamento teórico” (ARAÚJO; MORAES, 2017, p. 63).

Figura 6 – Representação esquemática dos Isolados definidos a partir do Experimento Formativo

Fonte: Alan Kardec (2019)

Os isolados, como partes integrantes da totalidade, são compostos por elementos que podem ser destacados, sem perda das generalidades presentes no todo. Chamamos a esses elementos de episódios.

Os *episódios* estão submetidos às tensões no interior dos isolados. São abstrações com potencial de evidenciar as transformações do objeto na passagem de um nível de qualidade a outro. Por isso, podemos compreendê-los como um sistema de engrenagem da dinâmica do movimento interno de cada *isolado*. Os episódios preservam sua interdependência como parte dos isolados, mas também manifestam certa independência e por isso não podem ser sobrepostos. Os episódios são constituídos pelas *cenas*, que são as menores unidades na estrutura de análise. As cenas estão interligadas e constituem o material de análise propriamente dito. Nelas encontra-se a força interna que move o processo analítico.

Assim, os *isolados* são os conteúdos de análise que foram separados artificialmente da totalidade. No entanto, a forma como será revelada a essência deles dar-se-á por meio dos *episódios* de ensino e/ou de aprendizagens, entendidos como os momentos que apresentam os desafios que podem levar à aprendizagem de um novo conceito (MOURA, 2004). A tentativa de construir um modo de analisar as interdependências em isolados [...] poderá resultar em frases (escritas ou faladas), gestos e ações. Esses itens poderão revelar interdependência entre os elementos de uma ação formadora.

O Episódio, como estratégia de análise, leva em conta as relações do objeto estabelecidas na unidade dialética que se faz entre particular-geral e singular-universal. Eles não são definidos a partir de um conjunto de ações lineares”. (Ibid., p. 276). A esse respeito, Cedro (2008, p. 113) ressalta que os episódios “são aqueles momentos que apresentam coerência, consistência, objetivação e são reveladores da natureza e da qualidade das ações dos indivíduos”. Logo, os episódios surgem das interações com o objeto, a partir das ações do homem na condição de sujeitos da atividade e são revelados nas múltiplas *cenas* que se sucedem no decorrer da experiência humana. Grosso modo, as cenas são os elementos que materializam o conteúdo de análise. Delas emergem as expressões vivas do e no pensamento, manifestas na espontaneidade dos discursos entrelaçados pelos momentos de silêncio e fala, nas frases escritas, no movimento e na relação intersíquica de seus atores, sob condições mais ou menos controladas, reveladas no próprio *set*.

Contudo, na pesquisa, as cenas não são dadas a priori, como num *set* de gravações hollywoodiano, mas dependem do contexto das interações como fatos geradores submetidos às condições objetivas do campo e a certas regras de controle, já que são resultados de um conjunto de ações intencionalmente programadas.

Logo, as cenas representam a menor unidade considerada na análise ao preservar seus elos de ligações com o exterior. Assim, não podem mais ser divididas sem perder as propriedades da totalidade. Ao tecermos a totalidade em questão, começamos por recompor as

cenas que formam os episódios e estes, uma vez recompostos, tecem os isolados, que constituem uma parte da totalidade, que como tal se manifesta. Assim, o processo de análise se completa quando, particionada a totalidade, voltamos e a recompomos, quando se coloca o

Figura 7 – Representação esquemática dos fatos geradores das cenas de análise

Fonte: Elaboração do autor (2019)

objeto em movimento (figura 7).

Dessa forma, o processo de abstração torna-se possível, mas resguardamos em mente que a totalidade nunca poderá ser compreendida completamente. Quando melhor fazemos, aproximamo-nos cada vez da realidade concreta. Isso se dá por causa do contínuo movimento da matéria. Portanto, sempre será necessário reexaminar cada objeto/fenômeno para que se observem as mudanças sofridas no decorrer do tempo.

O desdobramento da totalidade, considerada nesta pesquisa, em *isolados* e estes em *episódios*, criou a necessidade de encontrar os dados objetivos para concretizar a análise em questão. Nesse sentido, das *cenas* capturadas nos áudios e nas videograções, realizados no decorrer do curso de extensão e no momento de aplicação das atividades de ensino nas escolas, originou-se o material de análise.

As *cenas* emergentes desses fatos, como momentos ou ações desenvolvidas pelos atores da pesquisa, realçaram determinados eventos com potencial de responder ao problema em questão, pois nos ajudaram a explicitar situações, acontecimentos e circunstâncias flagrantes. Em outras palavras: puderam trazer a lume algo que só foi possível captar naquele momento exato, justamente por ser resposta de uma provocação realizada pelo próprio movimento da pesquisa. A complexidade da realidade repartida em *isolados*, compreendidos *nos episódios* e encerradas no encadeamento *das cenas*, exige uma exposição, até certo ponto, precisa como condição para o entendimento do fenômeno.

SEÇÃO 4

O PARTICULAR NO DESENVOLVIMENTO CONCEITUAL DE MEDIR: O TRABALHO NA ROÇA E A PRÁTICA SOCIAL DAS MEDIDAS NO PIAUÍ

Não tenho sabença, pois nunca estudei,
Apenas eu sei o meu nome assiná.
Meu pai, coitadinho! Vivia sem cobre,
E o fio do pobre não pode estudá.

Meu verso rastêro, singelo e sem graça,
Não entra na praça, no rico salão,
Meu verso só entra no campo e na roça
Nas pobre paioça, da serra ao sertão.

Patativa do Assaré (grifo nosso)

Quando se chega na roça, um vai brocando, outro vai fazendo o aceiro e outro já vai com a braça medindo a terra. Eu sempre ia medindo o aceiro enquanto outro ia tomando nota para depois cubar. [...]. Tudo é difícil na roça. O bom disto tudo é chegar da roça se deitar e dormir. (S03. Dados da pesquisa empírica, grifo nosso).

Os versos de Patativa do Assaré e o pensamento de um dos participantes da pesquisa retratam bem a história de vida dos pequenos lavradores piauienses. Nessa epígrafe, destacamos as palavras *roça*, *paioça*, *braça* e *cubar*. Certamente elas estão distantes do vocabulário cotidiano de quem vive nos centros urbanos hoje. Mas elas nos servem para ilustrar quanto os conceitos são históricos. Originam-se, normalmente na atividade prática, na relação com a realidade. Elas também nos mostram que as comunidades rurais têm suas especificidades linguísticas e sua própria identidade cultural, regulada pelos sistemas simbólicos próprios.

Desse modo, o estudo do processo histórico do desenvolvimento dos conceitos precisa ser considerado desde a gênese, pois nele se revela o consecutivo processo de significação. Se desejarmos desenvolver nos sujeitos suas máximas possibilidades por meio da desenvolvimento do pensamento teórico, os conhecimentos adquiridos na vida cotidiana, precisarão ser considerados como ponto de partida da atividade pedagógica. Assim, a organização do ensino escolar deve orientar-se a partir do desenvolvimento lógico e histórico dos conceitos.

É preciso considerar que o conhecimento se origina primeiramente na atividade prática. Somente mais tarde surge a atividade teórica. Mas, “a atividade prática do homem inclui sempre, em seu interior, componentes psíquicos que refletem as condições em que tal atividade se realiza e a regulam.” (RUBINSTEIN, 1979, p. 334). Porém, há uma possibilidade de

melhorar estas condições pela transformação que se faz no mundo natural e social, mediante a atividade como mediadora da consciência humana.

Isso posto, passamos a tratar, nesta seção, sobre a vida dos trabalhadores rurais. Assim, temos como objetivo central refletir sobre as práticas culturais das medidas adotadas pelos pequenos lavradores em sua atividade laboral, observando tais práticas no contexto dos sistemas simbólicos sociais subsumidos nos trabalhos das lavouras, na vida cotidiana e na vida social. Procuramos enfocar os aspectos sociais relativos ao trabalho nas roças, atentos às formas de produção e transmissão de conhecimentos e, principalmente, na prática das medidas e sua importância do ponto de vista dos pequenos lavradores. O texto busca costurar um diálogo entre a história geral das medidas e os relatos de vida dos lavradores, com a pretensão de produzir um esboço teórico, criado a partir dos conhecimentos deles sobre as medidas e que sirva para revelar a história de uma comunidade anônima, cujos saberes ficaram marginalizados no contexto da grande história. Mas que também possa dar suporte teórico a educadores matemáticos na organização do ensino e na pesquisa.

4.1 A roça: os trabalhadores e seu trabalho

O trabalho na roça cumpre uma função social importante, por ser a principal fonte de produção de alimentos para os lavradores. Está entre as atividades econômicas mais antigas. Caracteriza-se por ser de pequeno porte, tendo como fim a agricultura de subsistência e a produção familiar. Tecnicamente, é um trabalho artesanal, feito com ferramentas simples, em sua maioria, de controle manual e que comporta um saber fazer baseado na experiência. O manejo da terra se resume em desmatar, arar e carpir. Praticamente não existe a rotatividade de culturas ou um período de quarentena dedicado ao descanso do terreno. A figura masculina, emanada da realidade social das roças, representa o modelo de família patriarcal. Cabe ao homem, tradicionalmente, o trabalho pesado das lavouras. Normalmente, as mulheres se responsabilizam pelos afazeres domésticos, incluindo os cuidados com as crianças. Porém, muitas vezes têm-se ocupado das lavouras, principalmente, na época das colheitas. No que diz respeito ao papel da mulher na família dos lavradores atualmente, prevalece uma situação mesclada. Se por um lado as mulheres de mais idade mantêm o padrão tradicional, por outro a situação vem-se transformando para as jovens, que têm uma participação mais ativa na sociedade e assume uma posição mais equitativa em relação aos homens.

A situação que vivenciamos em Lagoa Alegre revela ser mais comum o modelo de família tradicional, em que os homens são os responsáveis pelas lavouras, talvez por ser um trabalho que exige muito esforço físico, principalmente durante a fase de preparação das roças;

ou talvez por influência religiosa ou, ainda, pela cultura machista, que procura pôr a mulher em situação de submissão ao homem. Até bem pouco tempo, na divisão do trabalho das comunidades rurais do Piauí, cabiam à mulher os serviços domésticos, o cuidado com os filhos, a criação de pequenos animais e aves, enquanto ao homem cabia o “trabalho braçal” na roça, o manejo de animais de grande porte e os negócios. Tal situação refletiu bastante na formação da amostra de sujeitos desta pesquisa, constituída apenas de pessoas do sexo masculino. Outro aspecto relevante a considerar diz respeito ao baixo nível de escolaridade dos trabalhadores da roça. O grupo com o qual conversamos era constituído de pessoas de pouca ou nenhuma leitura. Alguns sabiam ler e escrever pequenos textos (Quadro 04, na página seguinte).

Como já mencionado neste texto, a agricultura foi uma das primeiras atividades humanas. Nasceu da necessidade primordial de produzir alimentos. Aos poucos, foi pondo fim à vida nômade de homens coletores e caçadores. As mais remotas plantações eram feitas em pequenas áreas e produziam, basicamente, o necessário para o sustento das pequenas populações reunidas em suas aldeias. As remotas técnicas dependiam do uso de instrumentos produzidos artesanalmente, feitos de madeira e, bem depois, de ferro, de modo que o melhoramento dos instrumentos influenciou no aumento da produção.

Quando o homem deixa a coleta e a caça como atividade principal, e passa a produzir seu próprio alimento, dá início à revolução agrícola, talvez a maior e mais importante transformação ocorrida na história da humanidade. Conforme Silva (2004, 38), [...] “a partir do momento em que foi preciso cultivar a terra ou transferir os animais para pastagens mais férteis, houve também a necessidade de comunicar-se mais convenientemente em termos metrológicos. Tudo faz crer que nesse momento apareceram as primeiras unidades de medidas.” Porém, nas sociedades primitivas, o modelo de agricultura correspondia a desmatar a área de cultivo, retirar ou queimar o mato e semear, tomando-se alguns cuidados durante o crescimento da planta até a colheita. Neste sentido, Eves (2004, p. 22) destaca que

[...] algumas culturas persistiram na idade da Pedra em algumas partes do mundo até o século XIX ou XX. Quando conquistadores europeus chegaram ao sul da África, à Austrália e às Américas entre os séculos XVI e XVII a maior parte do povo que se encontrava, vivia na Idade da Pedra. Mas nas regiões próximas aos grandes rios, em 6500 a.C. algumas civilizações desenvolveram a irrigação das lavouras.

Quadro 04: Perfil dos pequenos lavradores participantes da pesquisa

Nº	Sujeito	Idade	Reside na cidade a...	Escolarização	Ocupação atual
1	S1	72	Mais de 25 anos	Ler e escrever	Aposentado e comerciante
2	S2	75	Mais de 25 anos	Analfabeto	Aposentado
3	S3	75	Desde que nasceu	Assina o nome	Aposentado
4	S4	57	A muito tempo	Ler e escrever	Aposentado
5	S5	83	Desde que nasceu	Ler e escrever	Aposentado
6	S6	79	40 anos	Ler e escrever	Aposentado
7	S7	75	Mais de 30 anos	Assinar o nome	Aposentado e lavrador
8	S8	68	40 anos	Ensino Médio	Agente de saúde e <i>cantador</i>
9	S9	43	Mais de 30 anos	6ª série (5º ano E.M.)	Músico
10	S10	-	Mais de 30 anos	Assina o nome	Aposentado
11	S11	77	Mais de 60 anos	Ler e escrever	Aposentado
12	S12	68	Mais de 50 anos	Analfabeto	Aposentado
13	S13	-	Mais de 30 anos	Ler e escrever	Lavrador

Fonte: Elaboração do autor (2017)

A despeito do predomínio das lavouras mecanizadas do agronegócio, subsiste em muitas localidades piauienses a agricultura de horta de cultivo artesanal, parecida com o modelo que encontramos na região de Lagoa Alegre do Piauí. Quase toda a produção agrícola desta cidade

vem das roças. Isso faz do lavrador figura emblemática, transforma-o em elemento da identidade cultural piauiense, apesar de o Piauí ter sua origem ligada mais à pecuária.

Desde o século XVII, o Piauí passou a ser ocupado por grandes fazendas de gado, principal atividade econômica da Província. No período das Bandeiras, o Piauí surge como uma região de bons pastos e boa água para os animais, o que torna a agricultura uma atividade econômica secundária, cuja finalidade era a produção de alimentos para os trabalhadores das grandes fazendas de gado. Talvez isso possa explicar por que durante muito tempo o Piauí permaneceu com uma agricultura voltada para a subsistência, marcada pelo modelo de produção desenvolvido nas roças. Segundo Aguiar e Monteiro (2005), foi a partir de 1970 que houve uma ocupação acelerada do cerrado piauiense, com a implantação de megaprojetos agrícolas, tornando-se ainda mais intensa na década de 90, quando se implantou o modelo de monocultura com a exploração, principalmente da soja, concentrada mais na mesorregião do sudoeste do Estado, especialmente nos municípios de Uruçuí e Bom Jesus. No restante do Estado, mesmo com uma sensível melhoria nos modelos de produção, é comum a presença de roças nas pequenas propriedades.

A forma de cultivo nas pequenas lavouras quase não mudou. É praticamente a mesma do período colonial. Apesar da modernização em algumas regiões brasileiras, o modelo de produção adotado no Brasil, e particularmente no Piauí, pode ser considerado conservador, “porque não houve modificação na questão fundiária e o acesso à terra, ou seja, ocorreu apenas mudança na base técnica, sem tocar na concentração e na posse da terra” (AGUIAR; MONTEIRO, 2005, p. 163). Assim, grande parte dos pequenos lavradores não são os proprietários das terras onde trabalham; geralmente são arrendatários ou cuidadores (vaqueiros). Eles precisam pagar renda sobre a produção.

A cobrança da renda varia de acordo com a região, com o produto e com o proprietário. Alguns cobram a renda após a colheita, geralmente 25% da produção; às vezes o valor da renda é negociado antecipadamente. Às vezes a cobrança é baseada numa estimativa de produção e não é considerada justa por alguns lavradores. Porém, o mais comum ainda é o pagamento da renda ocorrer após a colheita. Como bem o podemos observar pela fala de S08, que nos relatou que “o pagamento de renda variava, muitos cobravam 2 quartas por linha de roça do que a terra desse, outros proprietários, perversos, cobravam 3 quartas por linha de roça. Alguns proprietários esperavam a roça dar certo, outros cobravam na “rama”, ou no “pé do toco” [ou seja, o pagamento era realizado antecipadamente e independentemente do resultado da colheita]”. Neste caso, o lavrador teria que assumir os riscos de um provável fracasso.

Como já mencionamos, a construção de uma roça começa pelo desmatamento e pela queimada (Figura 8), e esta última segue alguns procedimentos básicos. Por exemplo, é indispensável construir o aceiro, isto é, a faixa de terras que percorre todo o perímetro do terreno, cuja finalidade é evitar a propagação do fogo, por terra, para as regiões adjacentes.

Normalmente a queimada é feita em regime de parcerias, considerando os riscos de incêndio em outras áreas, pois isso a decisão do momento certo de queimar depende de

Figura 8: Roça queimada e limpa pronta para medição

Foto: Alan Kardec (2018)

circunstâncias naturais como a intensidade e direção dos ventos, temperatura e tempo. Ao final das queimadas costumam sobrar muitos galhos e troncos reutilizáveis, que, neste caso, normalmente são separados e classificados em lenha ou estacas de cerca.

O processo de preparação da roça inclui a medição dos aceiros e determinação da área ou *cubação*. Mais adiante explicaremos esse procedimento. O preparo do solo, na maioria das vezes, consiste praticamente em revirá-lo com enxada ou arado. Depois disso, aguardam-se as primeiras chuvas para semear. O período chuvoso do verão, curiosamente chamado de *inverno*, é marcado para a realização das roças. Assim, bom “inverno”, na roça, é precipitação de chuvas tranquilas que molham suavemente a terra, sem provocar grandes erosões, do mesmo modo que “verão” é o período anual de estiagem, geralmente prolongada, fenômeno conhecido como seca. Para o lavrador piauiense só existem duas estações por ano: o inverno e o verão. A cultura das

lavouras, em algumas regiões nordestinas, depende fortemente dos ciclos das chuvas, principalmente, nas pequenas lavouras, onde a irrigação é pouco frequente.

A técnica de semear depende do tipo de cultura. Consiste basicamente em abrir as “covas”, deitar as sementes e cobri-las com terra fofa. Na maioria das lavouras essa tarefa é realizada artesanalmente, com o uso da enxada, a exemplo da semeadura do milho e do feijão. Por sua vez, o plantio do arroz pode ser feito com uso do *chacho*, uma espécie de escavadeira manual para pequenos buracos, ou com uma *máquina de plantar arroz* manual. As distâncias entre “covas” são definidas com o passo ou pela extensão de uma *braçada*. A este respeito, S12 nos ensinou que existem duas formas de distribuição das sementes no solo, uma conhecida como *batalha*, na qual as sementes são distribuídas de forma aleatória, sendo indicada para regiões onde se faz combinações de culturas, como arroz e milho ou arroz e abóbora ou arroz com melancia. A outra forma de distribuição, denominada *carreira*, consiste em plantar formando fileiras, com os espaçamentos mais ou menos equidistantes. É a forma mais comum nas monoculturas.

Findo o processo de semeadura, o trabalho se concentra em manter o terreno limpo, isto é, livre de “matos”, principalmente os que concorrem com as plantas e prejudicam o seu crescimento. Isto exige a capinação, ou seja, a retirada das ervas daninhas com a utilização de uma enxada. Para limpar uma roça, o lavrador precisa de habilidade com a enxada e dispor de certa técnica, pois procura retirar as ervas daninhas, evitando-se o corte das plantas. Atualmente, é comum o uso de veneno, que promete destruir tais ervas, sem prejudicar a plantação.

Quando surgem os primeiros pendões do arroz ou do milho, a preocupação é proteger a lavoura do ataque das aves, de animais de grande porte, como o gado, e de insetos, como lagartas e gafanhotos.

Na fase da colheita, a organização do trabalho se dá no sentido de evitar prejuízos provocados pelas condições de armazenamento e principalmente pelo atraso. Os frutos devem ser colhidos no tempo certo, evitando problemas com a quantidade e a qualidade. Assim como na fase da queimada, a colheita geralmente é feita com a colaboração voluntária de amigos e vizinhos e/ou com a contratação de ajudantes diaristas. Nas palavras de S06, “[...] a roça, você faz assim: brocar a mata; queimar os galhos secos, semear e limpar o mato na capina. Aqui as culturas mais comuns são arroz, milho, feijão e mandioca. Na colheita do arroz precisa de muita gente para ajudar. Na farinhada também precisa de muita gente.” Conforme S08, para realizar o trabalho na roça “[...] você pega os ferros, [machado, foice, enxada, facão e outros] amola, a foice e o machado, derruba a mata, separa a semente para plantar. Tem que saber qual é a [fase

da] lua; não plante mandioca, nem arroz e nem milho na lua nova, por que não dá. A única coisa que dá em lua nova é o feijão”. Corroborando as falas anteriores, S11 informa que: “[...] com 16 anos eu disse: ‘pai, agora eu faço sozinho’. Fui para o mato, derrubei, queimei, cortei o mato para fazer a cerca, carreguei no ombro, cavei os buracos e plantei, estaqueei e fui tecer a cerca feita toda de madeira. ”

Uma das características da agricultura de subsistência é a dependência dos ciclos das chuvas. Nas pequenas lavouras raramente se utiliza a irrigação, por isso é importante fazer previsões do tempo. Os pequenos lavradores se orientam pelos sinais percebidos na natureza. Servem como indicadores das condições futuras do tempo. Poderíamos dizer que se trata de uma previsão meteorológica empírica. Por exemplo, o aparecimento da flor do mandacaru é sinal de chuva; a posição da lua no céu pode indicar como será o “inverno”, assim como o movimento das nuvens, o comportamento das aves e outras “*ciências*”. Segundo S05 “[...], os lavradores não são ricos porque não sabem das chuvas, as chuvas, é com Deus, mas cada qual tem sua *ciência*, eu me preparava pelo nevoeiro e pelo ensino dos mais velhos, nunca fiquei sem nada durante o verão [seca].”

Algumas crenças povoam o imaginário do lavrador. Por exemplo, S08 lembra-nos de uma crença popular entre os lavradores de Lagoa Alegre, segundo ele, “[...], quando você queima a terra, no mesmo dia você tem que plantar a semente de abobora ou de melancia para a raposa não entrar na roça, se não, ela [a roça] não dá nada.” As crenças e saberes originados na observação da natureza são resultantes de um conhecimento elaborado por meio da comparação das propriedades externas dos fenômenos, baseadas somente nos reflexos sensoriais, naquilo que é possível enxergar como características físicas e seu comportamento, tendo na palavra o modo único de representação e fixação. A transformação do conhecimento empírico em teórico implica realizar abstrações, esforçando-se para sair dos limites das representações sensoriais (DAVIDOV E MARKOVA, 1987). A partir do conhecimento, elaborado na vida prática.

A concretização do conhecimento teórico requer sua conversão mediante uma teoria desenvolvida pela dedução e explicação das manifestações particulares do sistema, a partir de sua fundamentação geral. [...] O conhecimento teórico se expressa através dos procedimentos da atividade mental, logo por meio de diferentes sistemas simbólicos e de signos, em particular mediado pela linguagem artificial e natural. (Ibid., p. 178)

Os conhecimentos empíricos elaborados a partir das observações e relações do homem com o mundo social e natural precisam ser transformados em conhecimentos teóricos por meio

de teorias desenvolvidas de deduções da lógica do pensamento e ancoradas em diferentes sistemas simbólicos.

A partir desses pressupostos teóricos, podemos inferir que os conhecimentos matemáticos, oriundos da atividade das roças, podem ser caracterizados como empíricos, pois são resultados de uma tradição prática que se perpetuou na transmissão pela tradição oral, com poucas conexões com os sistemas conceituais da Matemática, marcada pela ausência um sistema simbólico capaz de produzir generalizações. Entretanto tais conhecimentos estão na gênese de diversos conceitos teóricos de Matemática, revelados no processo lógico e histórico dos fenômenos ou objetos. Como ressaltou Leontiev (1983, p. 67), “a atividade de cada pessoa individualmente, depende do lugar que ocupa na sociedade, das suas condições objetivas e de como se forma nas condições em que historicamente se encontra.”

4.2 Transmissão dos conhecimentos

Por fim, a atividade agrícola é um sistema de atividades socialmente desenvolvido, com todas as características comuns a qualquer atividade e, como tal, é parte constituinte da consciência humana. Nesse contexto, as significações relativas ao trabalho na roça, manifestas por meio de uma linguagem própria, como reflexo de um conhecimento, fazem parte da identidade de uma cultura e de uma sociedade. O ponto chave para explicar o processo de significação do conceito de medida pelos pequenos lavradores é compreender o modo de apropriação e objetivação desse conceito no contexto das suas relações com o conteúdo social extramatemática.

Neste sentido, a nossa investigação aponta que, de modo geral, os conhecimentos objetivados pelos lavradores vêm sendo transmitidos, principalmente, pela tradição oral. A ausência de um sistema de signos ou símbolos matemáticos apropriados impossibilita a criação de uma linguagem escrita capaz de produzir generalizações. Esse fato nos leva a deduzir que os conhecimentos dos lavradores sobre medidas não podem ser considerados espontâneos, no sentido que não houve uma intenção social em sua transmissão. A análise histórico-epistemológica indica que as crianças, desde muito cedo, eram ensinadas pelos pais para a compreensão e uso das medidas. Na verdade, elas tinham que aprender toda a dinâmica do trabalho na roça. Como podemos notar nas narrativas seguintes: “Aprendi acompanhando meu pai desde os cinco anos. Levei os meus filhos [para a roça] a partir dos cinco anos para ensinar” (S06). “Eu me criei na roça, não teve como estudar e fazer universidade. [...] meu pai era o rendeiro do babaçu e o medidor da roça, eu tinha que pesar o coco, queria ser um letrado, saber das coisas (S08).” No mesmo sentido, S05 completa:

Comecei com 5 anos, porque era muito malino. Minha mãe mandava meu pai me levar para roça. [...]. Comecei a encoivarar um garranchinho por ali, fazer um buraco aqui e aos 7 anos já estava botando minha rocinha. Aprendi observando o pai, desde muito cedo ele me levava para a roça. [...]. Ensinei os meninos, só não as meninas. Levando para roça comigo mandando fazer sua roça. Todos eles trabalham [na roça] até hoje.

Parece-nos clara a intenção educativa dos pais. Das falas dos lavradores também podemos depreender que o trabalho da roça se destinava mais aos homens. Talvez essa seja a razão pela qual os meninos fossem obrigados a acompanhar e ajudar os pais nas lavouras. Todos os participantes da roda de conversa afirmaram ter aprendido o trabalho da roça com o pai, ainda na infância.

Aprender construir e cuidar de uma roça era praticamente uma obrigação para homem, visto que, além de responder a uma necessidade de sobrevivência, os lavradores eram donos de um saber socialmente valorizado. As famílias se formavam em torno de lavouras e da criação de gados e aves. O saber cultivar a terra e o cuidar do gado são qualidades indispensáveis socialmente para distinguir o homem segundo seu caráter e comportamento. Daí a nossa defesa de que os conhecimentos dos pequenos lavradores não são espontâneos, mesmo que se trate de conhecimentos empíricos, uma vez que tais conhecimentos têm-se perpetuado pelo ensinamento intencional, pela experiência e pelo exemplo.

A relação dessas pessoas com escola estava associada às condições do trabalho na roça. Suas vidas dependiam da atividade nas lavouras. Desde a infância estavam imersos nessa situação, visto que muito cedo começaram a trabalhar. Era difícil deixar o campo e se dirigir para a escola. Isto pode explicar o baixo nível de escolaridade dos pequenos lavradores. Vários são analfabetos; alguns conseguem apenas assinar o próprio nome; poucos sabem ler e escrever e, raramente, alguém tem o Ensino Médio ou equivalente.

Os depoimentos destacados abaixo nos ajudarão a compreender tal situação. “Sou analfabeto puro, só conheço o caminho da roça. ”, disse S02. No mesmo sentido, S12 afirma: “não sei nem assinar o nome, nunca fui a uma escola.” Havia poucas escolas e as oportunidades para uma instrução escolar se concentravam nas cidades, principalmente nos grandes centros, e poucos tinham a oportunidade de estudar. Observemos o que nos disseram S03 e S05 em seus relatos, respectivamente: “Naquele tempo não tinha história de escola não, tinha que trabalhar na roça.”; “Aprendi a ler e escrever muito pouquinho. Não fui a escola, aprendi mesmo em casa. Neste tempo quase não tinha professor”.

Em síntese, podemos concluir que normalmente o menino acompanhava o pai na produção das lavouras com a finalidade de aprender o ofício. Imerso neste ambiente, muito

cedo ele executava pequenas tarefas, começando pelas mais elementares até adquirir condições de realizar todo o trabalho. O processo de transmissão dá-se, por conseguinte, de forma intencional e prática, pois, na medida em que a criança observa, os adultos vão realizando as tarefas, explicando os procedimentos e treinando-a, exigindo que realize pequenos serviços.

Atualmente a situação é diferente, pois em praticamente todas as localidades brasileiras existem escolas públicas que oferecem, pelo menos, o Ensino Fundamental. As roças estão se esvaziando ou se transformando. Porém, o conhecimento mobilizado e elaborado no interior das roças é um produto histórico e social, que se desenvolveu a partir da atividade prática dos lavradores.

A escola, imersa no mundo natural e social das diferentes comunidades, deve considerar as condições reais em que se encontram os alunos. Os educadores matemáticos poderiam considerar a possibilidade de realizar atividades pedagógicas que pudessem refletir os conhecimentos e as práticas sociais da realidade em que a escola está inserida, dando atenção a suas particularidades para revelar as singularidades em relação com aquilo que é geral. Em outras palavras, à educação matemática caberia investigar os nexos conceituais entre os conhecimentos socialmente valorizados de determinada coletividade para, a partir de um processo de negociação de significados, procurar objetivar os conhecimentos matemáticos sistematizados pela linguagem e signos específicos forjados na lógica matemática.

4.3 As medidas da roça e seus fundamentos gerais

A história revela que o desenvolvimento das medidas se deu em sincronia com o desenvolvimento geral da humanidade e sempre buscou resolver problemas originados em alguma necessidade e tal sincronia não é por acaso. Conhecer o contexto e os elementos históricos que criaram tais necessidades é fundamental para compreender-se o processo de significação dos conhecimentos elaborados. Dizendo de outro modo: no estudo do desenvolvimento lógico e histórico dos conceitos, as necessidades são referências históricas de mudanças. Uma nova necessidade possibilita o surgimento de outro conhecimento a partir da busca de uma solução que venha satisfazê-la. A necessidade dirige-se a um objeto, transformando-se no motivo que pode desencadear uma nova atividade. Neste sentido, Leontiev (1983, p. 70) defende a seguinte tese: “Na psicologia da necessidade, é necessário, desde o princípio, partir da seguinte distinção: distinguir a necessidade como uma condição interna, como uma das premissas indispensáveis da atividade e distinguir a necessidade como o que dirige e regula a atividade concreta do sujeito em um meio objetal. ”

As necessidades humanas, como elemento constitutivo da pesquisa, nos indicam o percurso da investigação. Por exemplo: “[...]. A partir do momento em que foi preciso cultivar a terra ou transferir os animais para pastagens mais férteis, houve também a necessidade de comunicar-se mais convenientemente em termos metrológicos e pode ter sido nesse momento que apareceram as primeiras unidades de medidas.” (SILVA, 2004, p. 38). Nesse contexto, os processos de medidas desenvolvidos pelos trabalhadores rurais são também respostas a necessidades relacionadas à produção de alimento nas lavouras. Os padrões de medidas pré-métricos são prioritariamente utilizados nas práticas dos lavradores, ou seja, na concretização de suas roças. Em outras situações, como na construção de casas e no comércio, eles preferem utilizar as medidas do sistema métrico decimal.

A seguir, como esboço de uma análise preliminar, procuramos explicar a forma como os trabalhadores da roça realizam as medidas nas lavouras.

4.3.1 Medidas de comprimento e de área na roça

No contexto da grande diversidade de medidas, principalmente na Europa e na Ásia, destaca-se a *toesa*, definida pela distância entre as pontas dos dedos das mãos com os braços esticados horizontalmente, ou pela distância entre a ponta do pé e a pontas dos dedos da mão de uma pessoa adulta, em pé, com os braços esticados para cima. Kulla (1980) afirma que a *toesa*, mais tarde chamada de *braça*, foi a medida mais utilizada a partir do século XVII e serviu de base para a definição do metro.

Ao adotar, no Brasil, o sistema metrológico francês, na década de 30 do século XIX, os portugueses alteraram o padrão original e definiram, como unidade de comprimento, a *vara*. A versão brasileira do “metro” correspondia a onze décimos do padrão da medida francesa, ou seja, $1 \text{ vara} = 1,1 \text{ metro}$ e um *palmo* como $1/5$ da *vara*. Daí em diante, a *braça* brasileira passou a corresponder a 2 *varas* (2,2 metros). Tomando essa definição de *palmo*, podemos facilmente deduzir que uma *braça* é equivalente a 10 *palmos*. (DIAS, 1988).

Essas definições coincidem com os padrões de medidas encontrados na cidade de Lagoa Alegre e em muitas outras regiões do Piauí. Como indicado anteriormente, foi a partir da chegada dos portugueses que tais medidas foram implementadas no Brasil com as mesmas denominações populares. Provavelmente foi uma estratégia para reduzir a rejeição popular. A proposta portuguesa para o Brasil incluía o alqueire e a quarta como padrões de medidas de grãos, a primeira equivalendo aproximadamente a 36 litros e a segunda, a 9 litros. Entretanto, no Piauí, a *quarta* equivale a 25 *pratos*. O prato é uma caixa cúbica, geralmente feita em

madeira, com capacidade aproximada de 2 litros, utilizada para medir grãos, principalmente nas feiras-livres e pequenos comércios. Disso podemos deduzir que uma quarta equivale a 50 *litros*. A pesquisa não encontrou elementos históricos ou explicação dos pequenos lavradores que justificassem a diferença entre a *quarta* introduzida por Portugal e a *quarta* que eles utilizam como medida de grãos. A medida alqueire não costuma ser utilizada nas lavouras piauienses.

A *braça* e a *quarta* são unidades antigas, cujas bases estão ligadas aos padrões de medidas pré-métricos que sofreram algumas transformações e se adequaram às necessidades locais. Esses padrões são conhecidos desde o início da Idade Média, com muitas variantes. Como sabemos, no contexto das medidas pré-métricas, existiam medidas com nomes iguais e com valores diferentes e vice-versa. No sistema de medidas em estudo, além dos padrões *braça*, *palmo* e *quarta*, encontramos a *carga* e a *linha de roça* ou *tarefa*. Quanto aos últimos padrões de medida, tudo indica que se originaram no Brasil, e seu uso é bem comum nas regiões rurais do Piauí, sendo um importante elemento da identidade cultural dessa região.

Com base nos relatos dos sujeitos, podemos deduzir que a *braça* é um tipo especial de medida na região, muito importante no trabalho das pequenas lavouras. Observando os relatos dos lavradores, chegamos à compreensão de que eles sabem como utilizar o metro e suas variações e, em diversas situações, são forçados a trabalhar com o sistema métrico decimal, mas, normalmente nas lavouras, preferem utilizar a *braça*, a *linha de roça*, a *quarta*, o *prato*, a *carga* em detrimento do metro, ou do metro quadrado, quilograma ou mesmo o litro. Observe o que nos disse S08 e S05:

O metro é uma coisa que serve para você conferir a medida na venda de uma propriedade. O lavrador sempre usa a *braça* que continua valendo. A renda continua na *braça*.” (S08).

Eu uso a *braça* e não o metro, é mais rápido para passar é mais rápido, para o lavrador é melhor. (S05).

No caso das lavouras, o uso do metro é secundário, e a *braça* é o padrão mais importante para medir comprimento nas roças. A *braça* não é um padrão estável. Varia segundo o tamanho de quem realiza a medida. Contudo, essa diferença nos parece importante, pois poderia ser resolvida através das concessões ajustadas socialmente. A *braça* é utilizada na definição da *linha de roça* ou *tarefa*, uma área de 625 *braças quadradas* ou 625 *quadrinhos*.

Outra unidade de medida importante é o *palmo*, definido como a distância entre as pontas dos dedos polegar e mindinho, com a mão aberta, ao máximo. A *braça*, por vezes, funciona como um múltiplo do palmo, ou seja, uma *braça* é igual a 10 *palmos*. Desse modo, o

palmo poderia ser uma forma de aferir a braça. Assim, a utilização do palmo torna desnecessário o uso de frações nas medidas pré-métricas

Nas medições de grandes distâncias, a unidade mais utilizada é a *légua*, que correspondente a 6 quilômetros. Mais uma vez os relatos nos dizem que não se tratava de uma medida exata, porém comunicava uma distância que normalmente poderia ser percorrida em uma hora de viagem. Assim duas informações estavam subentendidas nessa medida: distância e tempo.

As roças costumavam ter a forma de quadrilátero. Porém, algumas vezes a topologia do terreno nem sempre permitia a demarcação de um quadrilátero. Isso poderia tornar as medições mais difíceis. De acordo com S03:

[...] quando uma roça é cheia de canto, cheia de defeito, o sujeito manda *CUBAR*. Quando se chega na roça, um vai brocando outro vai fazendo o aceiro e outro já vai com a braça medindo a terra, eu sempre ia medindo o acero, outro tomando nota para depois cubar.

Conforme os participantes, *cubar* um terreno não é uma tarefa fácil. Poucas pessoas sabem como fazer a *cubação* de um terreno; os que sabem são bastante requisitados e não costumam ensinar a técnica de cubação, pois o cálculo da “área” implicava realizar operações de soma, multiplicação e divisão com as medidas dos limítrofes das roças. Assim, se o lote separado para a roça fosse um quadrilátero qualquer, com lados medindo a, b, c e d , o cálculo da cubação “ C ” era dado pelo produto das médias aritméticas dos lados opostos do quadrilátero. Ou seja, $C = \left(\frac{a+c}{2}\right) \cdot \left(\frac{b+d}{2}\right)$. Obtendo o número de “*quadrinhos*” é possível converter na unidade *linha de roça* ou *tarefa*, bastando dividir por 625. Se convertido em metros quadrados, encontraremos para uma tarefa a área aproximadamente de 3000 m². Se a roça tivesse mais de quatro lados, eram feitas marcações que permitissem o cálculo da área pela fórmula dada.

O termo *cubação* parece-nos bem apropriado para esta situação, já que a fórmula acima não expressa a medida da área da superfície do terreno, uma vez que não são levadas em conta as irregularidades superficiais do terreno. Ou seja, a fórmula utilizada era a mesma para qualquer tipo de terreno. Logo, não poderia determinar a medida exata da superfície, mas, por gerar um valor de comparação entre diferentes terrenos em função das medidas dos lados, possibilita ao lavrador fazer algumas avaliações quantitativas, em virtude da necessidade de controle e planificação das ações. Em tais circunstâncias, a medida exata, de imediato, não representava um problema.

Os papiros Moscou¹ e Rhind² trazem algumas fórmulas de mensuração utilizadas para o cálculo de áreas de terras e volumes de grãos. O documento citado comprova que a fórmula utilizada pelos egípcios, para o cálculo da área de um quadrilátero qualquer, era $\frac{(a+c) \cdot (b+d)}{4}$, onde a , b , c e d representam as medidas dos lados do quadrilátero, com os pares de lados de medidas a , c e b , d topologicamente opostos, (EVES, 2004). Observamos que se trata de fórmula idêntica à utilizada pelos lavradores piauienses para “cubação” das roças. Entretanto não podemos afirmar categoricamente que os lavradores estão reproduzindo a fórmula do cálculo de área encontradas nos papiros de Mouscou e de Rhind ou que se trata de uma elaboração própria da tradição regional. Por certo, temos que os sujeitos desta pesquisa não souberam informar a origem da fórmula em questão e nem o porquê do uso de potências de base cinco para a definição da *tarefa* ou *linha de roça* ($625 = 5^4 (\text{braças})^2$), diferente da base dez, adotada no cálculo de área do Sistema Internacional de Unidades.

Destacamos também que, em outras regiões do Piauí, a “área” das roças pode ser determinada a partir de uma *unidade* de volume. De forma similar ao que era feito antigamente com o alqueire, os lavradores utilizam o litro de grãos como referência. Na prática eles, ao dizerem que fizeram uma *roça de arroz de 3 litros*, informam que a roça corresponde a uma “área” para a qual foram utilizados 3 litros de sementes de arroz. Isso só faz sentido, porque as técnicas usadas pelos lavradores são praticamente as mesmas, principalmente na definição de distâncias entre “covas”, o que permite avaliar a extensão plantada. Portanto, era uma informação, mesmo sem precisão métrica completa, já que não havia a necessidade de exatidão nas medidas.

4.3.2 As medidas de grãos

Na região de Lagoa Alegre, existem diversos padrões para medir grãos. Um dos principais é a *quarta* (Figura 9). Como já dissemos, essa medida, apesar de ter o mesmo nome da *quarta* de origem europeia, não representa a mesma quantidade. A *quarta*, apesar de dar uma indicação fracionária, parece-nos que assume o papel de uma unidade de medida. Uma quarta é uma caixa geralmente feito de madeira em forma de um prisma reto retangular que corresponde a 50 litros. Porém, por uma questão de praticidade, costumava-se utilizar uma caixa menor equivalente a de *meia quarta*.

¹ Também chamado de papiro de Golenischev, tem origem egípcia, datado de 1850 a.C., é um texto matemático com 25 problemas e se encontra no Museu de Belas-Artes de Moscou.

² Também chamado de papiro de Ahmes tem origem egípcia, datado de 1650 a.C., contém 85 problemas matemáticos copiados em escrita hierática pelo escriba Ahmes e se encontra no Museu Britânico.

Figura 9: Caixa de madeira correspondente a *meia quarta*

Medidas internas $(26 \times 30 \times 33)cm$

Fonte: Alan Kardec (2017)

Além da quarta, destaca-se também o prato, bastante utilizada na medição de grãos, principalmente nas feiras-livres. Assim como a quarta, o prato também é uma caixa de madeira com capacidade de aproximadamente 2 litros. O prato é entendido como um submúltiplo da quarta. Assim, para se obter uma quarta, é preciso contar 25 pratos. Nem sempre os lavradores tinham em mãos uma caixa correspondente à quarta, por isso o prato agilizava bastante pela praticidade e pelo baixo custo.

Havia uma dificuldade em relação ao uso da caixa de madeira correspondente a uma quarta por conta do “peso” e do tamanho, considerado grande. Por isso outra alternativa era a utilização da meia quarta. Por ser menor, era de fácil manuseio. O prato, antes da chegada da balança, era muito comum nas feiras-livres do Piauí, pois não se levava em conta a quantidade de grãos, nem sua massa, mas apenas seu volume. Normalmente, para garantir uma medida justa, a forma de cogulada de medir era a mais utilizada. Para verter os grãos, o feirante precisava baixar bem a coluna e fazer uma espécie de funil com as mãos, de modo que todos os grãos fossem vertidos para o vasilhame do comprador (Figura 10). Quando era necessário medir grande quantidade de grãos, utilizava-se a quarta como unidade de medida, mas a medição era feita com o prato.

A utilização do jumento como meio de transporte da produção agrícola, há alguns anos, fez surgir um padrão de volume múltiplo da quarta, denominado carga. A palavra carga pode indicar a qualidade do que está sendo transportado, por exemplo, uma carga d'água, ou uma carga de farinha, mas pode também indicar uma quantidade volumétrica equivalente a 2 quartas, o que lembra 50 pratos, distribuída igualmente em duas partes, para manter o equilíbrio durante a viagem.

Figura 10: Feirante medindo a quantidade de feijão com um *prato*

Medidas internas(17 × 17 × 7,5)cm

Fonte: Graça Mateus (2017)

O princípio da conservação de volume para medições de grãos, pela própria natureza espacial da matéria, é captado pela mente sensorialmente, o que pode indicar a prevalência inicial das medições de grãos pelo seu volume. Podemos notar essa situação observando a fala de S12 ao levantar o seguinte questionamento: “[...] uma quarta de goma, de milho e de arroz tem uma diferença, como que se entende isto?” É interessante realçar que, a princípio, ninguém tentou responder a ele. Contudo, foram revelados indícios que nos permitiram inferir que os pequenos lavradores que fizeram parte da pesquisa ainda não compreenderam que volumes iguais e matérias distintas possuem quantidade da massa diferentes, e isso é levado em consideração, principalmente nos negócios. Por isso, “às vezes dava confusão, era um mal-entendido, mas ninguém paga renda com uma carga de goma, antes é melhor vender para o comerciante e pagar a renda com o dinheiro” (S08). Nesse sentido, S07 completou:

Uma carga de goma é 80 kg, feijão é 80 kg, o arroz é 60 kg a farinha é 60 kg. A rapadura era vendida em unidade e uma carga correspondia a 50 unidades. Sempre existia balança onde eu morei, ele [o comerciante] media tudo no prato. Agora, só o café e o açúcar eram pesados no quilo, em uma balança de dois pratos.

O uso dos padrões de volume, como a *quarta* e o *prato*, tinha um custo baixo, e todos poderiam construí-los, o que facilitou sua permanência no contexto social de Lagoa Alegre. Porém, o processo de mudança para a balança ocorreu de modo lento. Com isso, ambas as formas de medir grãos permaneceram juntas por muito tempo. Provavelmente pela dificuldade de encontrar a balança e suas referências de peso, constatamos nessa região pesos feitos de pedras, utilizados como padrões para medições realizadas em balanças artesanais de dois pratos.

Assim como *quarta* e o *prato*, a *carga* baseava-se no conceito de volume. Mas, a partir da obrigatoriedade da utilização de balanças no comércio e, principalmente, nas feiras-livres, a concepção de *carga* sofre mudança, uma vez que a base dessa medida deixaria de ser o volume, passando a valer o conceito de quantidade de massa e, conseqüentemente, a compreensão desse processo dependeria do conceito de densidade.

Por muito tempo as medidas baseadas no conceito de volume permaneceram como a forma mais justa de medir, pois a correspondência nas vendas ou trocas de gêneros, observando volumes iguais, foi compreendida primeiro, diferente das medidas de massa, que variavam devido à densidade de cada matéria. No entanto, as medidas baseadas na massa substituem aos poucos aquelas baseadas no volume. A compreensão da questão do conceito de densidade depende de uma abstração cognitiva mais complexa, ao separar qualitativamente e relacionar quantitativamente, por meio de um quociente, duas propriedades da matéria: o volume e a massa.

A partir da primeira metade do século XIX, aumentou o interesse pelo uso da balança para medir grãos. Essa proposta não foi aceita imediatamente. Pelo contrário, foi necessário bastante tempo para que ela se popularizasse. Na verdade, a mudança dos padrões de volume para padrões de massa foi motivo de muitas revoltas e desentendimentos entre os comerciantes e os órgãos controladores do governo. “O costume de pesar cereais não foi imposto por decreto. Foi se generalizando aos poucos, muito lentamente, pressionados não pelo estado, mas pelos comerciantes” (KULLA, 1988, p. 70).

Atualmente, o uso da balança tornou-se mais frequente que a medida por volume. Porém, observando as falas dos sujeitos, fica claro o uso mesclado dos dois tipos de medidas, seja pelo volume, seja pelo “peso”. Isso nos indica que o processo de mudança da medição de grãos por volume para massa, na região de Lagoa Alegre, vem ocorrendo lentamente.

4.4 O que nos dizem as práticas sociais de medição em Lagoa Alegre

As práticas de medição nas pequenas lavouras, relatadas pelos moradores de Lagoa Alegre, permitem-nos traçar alguns paralelos com o desenvolvimento lógico-histórico das medidas e analisar alguns aspectos sociais e epistemológicos. Não sabemos ao certo quando o homem começou a utilizar as medidas, mas supor que houve um tempo anterior à prática da medição, apesar de parecer óbvio, implica duas deduções razoáveis: a) as medidas são uma criação humana; b) as medidas resultam de um longo e lento processo de desenvolvimento histórico, progressivo e contínuo e a forma como as conhecemos atualmente é decorrente do processo de significação.

Em Lagoa Alegre, a prática das medições nas pequenas lavouras está vinculada a outras práticas sociais, como as festas de cantorias, a religiosidade, o comércio, os encontros sociais, etc. Formam um complexo sistema simbólico regulador do comportamento e dos costumes. Para os lavradores daquela comunidade, as formas antropomórficas de medição expressam uma consciência forjada no trabalho das roças e nas relações sociais, que têm resistido às mudanças e às tensões externas dos sistemas de medidas cientificamente elaborados. Eles se ressentem dos efeitos das transformações sobrevindas de suas práticas sociais de medida, sobretudo pela iminência do desaparecimento completo delas, em virtude do próprio movimento modernização progressiva dos sistemas métricos. Assim, é fato que o sistema de medição dos pequenos lavradores é um conteúdo social organizado e legitimado nas relações. Pela forma como vem sendo conscientizada e reproduzida, a possibilidade de desaparecer é real.

Uma análise sobre a natureza psicogenética dos conhecimentos dos pequenos lavradores de Lagoa Alegre nos levou a compreensão de que se trata de um conhecimento empírico, pois o ponto de partida para sua apropriação foi o contato direto com os fenômenos naturais e sociais do mundo em que viviam e a atividade prática da lavoura e do comércio. Tal conhecimento resulta principalmente da observação dos aspectos externos dos objetos e de abstrações simples do que é sensorialmente observado. Mas nem a observação nem a prática são relações lógicas, pois “o empírico é sensorial por seu conteúdo e racional pela sua forma; o conteúdo sensorial se expressa por meios lógicos” (KOPNIN, 1978, p. 148).

Entretanto, o sistema de medidas dos pequenos lavradores pode ser viabilizado na escola se observados os seguintes aspectos: a) como conceito teórico pode ser alcançado pela teoria matemática mediante uma análise histórico-epistemológica; b) como conteúdo de ensino, a teoria da aprendizagem, mais especificamente a didática da matemática, é capaz de elaborar propostas de ensino com o intuito de estudar aspectos históricos e lógicos relacionando às

formas de mensurações particulares com o conteúdo geral das medidas, sem comprometer a aprendizagem dos sistemas métricos mais modernos e aperfeiçoados e c) como conteúdo cultural, convergimos para o pensamento de que é no espaço cultural que se cria a Matemática, cuja finalidade maior é propiciar a oportunidade de uma vida plena em sociedade.

Nesse sentido, sentimo-nos autorizados a concluir que tais medidas fazem parte dos sistemas semióticos com significados culturais desencadeadores de uma forma particular de existência de determinados grupos sociais. Por isso, a escola, como parte da sociedade, poderia ser sensível aos efeitos dos sistemas simbólicos sobre a vida das pessoas nos processos cognitivos.

Fazendo um paralelo das práticas de medições nas lavouras de Lagoa Alegre com a história geral das medidas, deduzimos que as antigas medidas revelaram ao homem a proporcionalidade do próprio corpo e permitiram-lhe o desenvolvimento de um conhecimento especial sobre si mesmo e sobre o outro, além da elaboração mais sofisticada do conceito de número. A esse respeito, a história da Matemática nos leva a crer que, inicialmente, a contagem representava para o homem quantidades discretas, como a quantidade de animais do rebanho. Com a invenção da medida, o número adquire nova significação a partir da ideia de continuidade e de densidade, como características que possibilitam a superação das limitações impostas pelos inteiros e sua cardinalidade. Antes, as abstrações limitavam-se à cardinalidade dos números. A partir da invenção das medidas, foi possível abstrair que entre dois pontos quaisquer de um segmento de reta existem infinitos pontos, e cada ponto pode ser representado por um número. Portanto, foi possível deduzir que, em um determinado intervalo, existem infinitos números, mais tarde conhecidos como Números Reais. Assim, a ilusão da medida exata de um segmento é desfeita. Podemos, então, afirmar que toda medida, por mais precisa que seja, sempre é aproximada (IFRAH, 1989).

Desse modo, a natureza das medidas está relacionada com as práticas sociais dos sujeitos, seus problemas e suas necessidades. No caso específico de Lagoa Alegre, as medidas usadas atenderam às práticas comerciais da localidade e aos negócios em geral. O comércio de gêneros alimentícios concretizava-se basicamente nas feiras-livres e em pequenos estabelecimentos comerciais. Normalmente os comerciantes abasteciam suas vendas com produtos adquiridos na própria região, utilizando a mesma forma de medir dos lavradores, ou seja, o prato, a quarta, o saco, etc. e de forma idêntica os vendiam.

Contudo, o contato dos lavradores com os centros urbanos, principalmente com o comércio mais desenvolvido das grandes cidades, impõe-lhes a necessidade de adquirir o domínio de novas aprendizagens sobre o conceito de medir. Assim, aos poucos, as medidas

peculiares, vão dando lugar às medidas padronizadas do sistema métrico decimal. Podemos compreender isso a partir do relato de S08. Ele nos lembra que:

[...] os grãos eram medidos no litro até na década de 60, depois passou para a balança e aí uma quarta virou 30kg [...]. A cera de carnaúba foi o primeiro produto que deu dinheiro na região, era vendido na arroba [equivalente a] 15 quilos. A légua equivale a 6 km. O metro é uma coisa que serve para você conferir a medida [por exemplo] na venda de uma propriedade. O lavrador sempre usa a braça que continua valendo. A renda continua sendo calculada na braça.

Ratificando a fala de S08, S04 afirmou que somente depois da década de 70 tomou conhecimento do uso da balança. Segundo S07, o comerciante media os gêneros alimentícios, como arroz, feijão, farinha e outros, no *prato*; porém o café e o açúcar eram vendidos somente “pesados” na balança. Na prática, o sistema métrico decimal estava estabelecido legalmente, mas o uso mesclado do antigo e do novo padrão está associado, segundo Dias (1988), à dificuldade relacionada à falta de recursos para a divulgação do sistema e ao uso secular das medidas tradicionais.

Como já vimos, o metro como unidade padrão, por muito tempo, ficou restrito ao uso oficial. O processo de transição de um sistema de medida para outro não se completaria rapidamente apenas pela força de uma lei. Foi preciso acontecerem transformações sociais profundas para a consolidação do sistema métrico decimal. Apesar da força da lei, nas feiras-livres, no comércio, nos anúncios de vendas e inclusive nos documentos oficiais de cartórios, continuava a existir o registro das medidas tradicionais. Dias (1988) ressalta que a adoção do metro francês aconteceu, primeiramente, com a adesão do Brasil, em 1876 à Convenção do Metro, mas rompida em 1880 e reestabelecida em 1921. Mas foi com a reestruturação do sistema de medidas na década de 30, no governo de Getúlio Vargas, a partir da reorganização do Instituto Nacional de Tecnologia (INT) pelo decreto lei de número 592, que o Brasil implementa, pelo menos do ponto de vista legal, o sistema de medida definido pela CGPM - Conferência Gerais de Pesos e Medidas - tornando obrigatório o uso dessas medidas em qualquer tipo de documento. Todavia, a administração das questões metrológicas do Brasil ainda seguiria de forma precária e elementar, baseada muito mais nas legislações dos grandes municípios, como São Paulo e Rio de Janeiro.

Nas regiões próximas aos grandes centros econômicos, a implantação do novo sistema de medida, sob a gestão do INT, contou com formação de metrologistas técnicos para fiscalizar e aferir instrumentos. Em 1942, foi promulgado um decreto regulamentando o ensino da metrologia a partir de um curso específico. O currículo constava de “matemática, física aplicada

à metrologia, noções de desenho, técnicas de aferição de instrumentos de medidas e trabalhos práticos de oficinas” (DIAS, 1988, 120). Nas regiões mais distantes do centro administrativo, a aplicação da lei demorou a ocorrer, principalmente nos pequenos municípios e suas regiões interioranas. Desse modo, essas regiões continuaram, por muito tempo, utilizando o sistema de medida tradicional. Segundo Dias (1988, 126):

[...] a legislação continuava tendo sua aplicação compulsória apenas nas capitais dos estados e no Distrito Federal (Rio de Janeiro), [...] estando a sua vigência no resto do território condicionada à criação dos serviços estaduais e municipais de fiscalização. Em 1949, apenas seis estados além do Distrito Federal, possuíam tais serviços.

Provavelmente, o uso das medidas pré-métricas pelos lavradores de Lagoa Alegre, até agora, esteja relacionado com a situação descrita anteriormente. Assim, as medidas tradicionais permanecem lado a lado com as medidas oficiais, mesmo que em situações bem específicas de suas práticas sociais, como no comércio, na produção agrícola e nos negócios. Nesse sentido, Leontiev (1978) nos ensina que a significação depende da dinâmica das práticas sociais. Ou seja, sua origem é o mundo social e os sentidos, por sua vez, estão relacionados com a realidade de cada sujeito. “[...]. Se a sensibilidade externa relaciona na consciência do sujeito as significações com a realidade do mundo objetivo, o sentido pessoal as relaciona com a realidade de sua própria vida dentro deste mundo, com suas motivações” (Ibid., p. 125).

Portanto, o modo de apropriação do conceito de medir experimentado pelos lavradores de Lagoa Alegre se desenvolveu na trama da vida cotidiana, impulsionada pelas necessidades oriundas da própria atividade agrícola, do comércio local e do contato com as diferentes formas de medir, seja com uso de medidas tradicionais, seja com o uso das medidas oficiais. Sobretudo, o processo de significação das medidas se deu na ausência do ensino escolar sistematizado, capaz de desenvolver uma linguagem apropriada e generalizadora, útil para a resolução de problemas mais complexos, de tal modo que, do ponto de vista da transmissão dos conhecimentos relativos às práticas sociais nas lavouras, os lavradores aprenderam e ensinaram, por meio da tradição oral, da observação e da reprodução essencialmente prática das técnicas de medir, limitadas pela ausência de uma teoria.

Dessa forma, a possibilidade de que esse conteúdo possa integrar-se ao ensino escolar depende, a princípio e em grande parte, do sentido que os professores vão imprimir a essas formas tradicionais de medir em suas práticas docentes e dos objetivos formativos a alcançar, que são consequência da história de formação profissional vivenciada pelos docentes, já que o currículo oficial de matemática não inclui tais medidas ou modos de medir.

SEÇÃO 5

A SIGNIFICAÇÃO E O MOVIMENTO LÓGICO HISTÓRICO DE CONCEITOS MATEMÁTICOS NA ATIVIDADE PEDAGÓGICA: TECENDO AS RELAÇÕES

Quando em uma investigação se abarca o processo de desenvolvimento de algum fenômeno, em todas as suas fases e transformações, desde que surge até que desaparece, isso implica colocar de manifesto sua natureza, conhecer sua essência, já que somente em movimento demonstra o que verdadeiramente ele é.

Vigotski

A compreensão de Vigotski (2000) sobre o processo de investigação, revelada nessa epígrafe, remete-nos para o entendimento de que o movimento lógico-histórico é um dos princípios investigativos por meio do qual a possibilidade de conhecer determinado objeto ou fenômeno se evidencia na investigação do desenvolvimento histórico do próprio fenômeno, partindo de sua origem para chegar ao estado mais recente, isto é, ao último estágio dele e, assim, pôr em manifesto a sua essência.

Com esse pensamento, damos prosseguimento à exposição da tese. Até o momento, apresentamos um estudo teórico acerca do assunto em questão, baseado na Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade, focalizando o conceito de significação e de movimento lógico-histórico no processo de conscientização, explicitando, em consonância com a história das medidas, o processo lógico de desenvolvimento conceitual. Além disso, procuramos demonstrar, com base em dados por nós coletados, como se desenvolveram as medidas utilizadas pelos lavradores de Lagoa Alegre do Piauí.

Considerando que a explanação do método de pesquisa adotado já foi empreendida, inclusive com o detalhamento do processo de apreensão e análise dos dados, a partir de agora, apresentaremos os indícios e/ou evidências obtidos empiricamente, os quais nos ajudaram a explicar como se dá a relação *movimento lógico-histórico de conceitos matemáticos – significação na atividade pedagógica*, que é o nosso objetivo central.

A respeito da organização e da exposição da presente seção, seguimos a mesma lógica que norteou o processo empírico, acompanhando a cronologia histórica da pesquisa. O procedimento analítico, como já dissemos, foi organizado a partir dos isolados que se desdobraram nos episódios e nas cenas, os quais são constituintes da totalidade considerada. Disso resultou uma estrutura analítica complexa, como podemos ver no Quadro 5, que mostra a interdependência dos isolados, dos episódios e das cenas.

Quadro 5 – Distribuição dos episódios e das cenas, segundo os isolados de análise

Isolados	Episódios	Cenas
ISO.1 Aprendizagens docentes no Experimento Formativo	EP. 1 – “O furo é exatamente não conhecer a prática”	Cena 1 – A experiência que eu gostei
		Cena 2 – Eu sempre faço assim.
		Cena 3 – “Professor! Por que o senhor não pega o metro e resolve logo esse problema?”
	EP. 2 – O conceito de AOE e o pensamento teórico	Cena 4 – A interação do pesquisador
		Cena 5 – O corisco não cai duas vezes no mesmo lugar. Será?
		Cena 6 – A atividade de ensino mediada pela a AOE
ISO. 2 A organização do ensino nos Experimentos Didáticos	EP. 3 – O particular e o geral: as medidas locais	Cena 7 – Cubando a terra: a braça e a linha de roça
		Cena 8 – Medindo grãos: o prato, a quarta e a carga
	EP. 4 – A elaboração do experimento didático: as SDA e as tarefas de ensino	Cena 9 – As tarefas de ensino: planificação das ações e operações
		Cena 10 – Reflexão sobre o processo de planificação das ações: o que mudou?
	EP. 5 – Professores em atividade de ensino no Experimento Didático	Cena 11 – O Experimento Didático do professor Derci
		Cena 12 – O Experimento Didático dos professores Franc e Nilson
		Cena 13 – O Experimento Didático do professor Lair

Fonte: Elaboração do autor (2019).

A finalidade desta seção é revelar e discutir os resultados obtidos por meio das análises realizadas sobre o material coletado durante o Experimento Formativo com os professores de Matemática, dialogando com os autores que nos deram sustentação teórico-prática e com pequenos lavradores, como parte da fonte primária do conteúdo estudado. Assim, enquanto

mediamos esse diálogo, na condição de pesquisador, habilitamo-nos a realizar inferências, procurando apresentar argumentos no sentido de explicar o fenômeno em questão.

Diante da quantidade de dados levantados em mais de 50 horas de atividades, superando o total de 30 horas de gravações de áudios e filmagens, reputamos oportuno examinar o material para detectar aquilo que era relevante para a pesquisa, tendo em vista a necessidade de encontrar resposta para o problema estabelecido.

Inspirados em Vigotski (2000), procuramos realizar uma análise dividindo as falas dos sujeitos em Unidades de Pensamento Discursivo (UPD), uma vez que estas são constituintes das relações e das propriedades inerentes ao fenômeno estudado e, por isso, reveladoras de propriedades e características concretas que são passíveis de explicações, pois encerram um sentido completo. Assim, em função dessas unidades, concretizamos a análise que mostra os aspectos semânticos dos textos e das frases para compreender o pensamento nelas contido, sabendo que

[...] o pensamento não se exprime na palavra, mas nela se realiza. [...]. Todo pensamento procura unificar alguma coisa, estabelecer uma relação entre coisas. Todo pensamento tem um movimento, um fluxo, um desdobramento, em suma, o pensamento cumpre alguma função, executa algum trabalho, resolve alguma tarefa (VIGOTSKI, 2000, p. 409).

No âmbito da pesquisa em foco, encontramos nas UPDs os elementos representativos do conteúdo conscientizado historicamente na tradição do ensino de Matemática, na concepção do processo cognitivo, na cultura escolar em geral e nas práticas sociais, constituídas nas relações de trabalho dentro e fora da escola, enquanto alunos e professores.

Para organizar a apresentação das UPDs, estabelecemos como código um número sequencial de quatro algarismos, em ordem crescente, a partir de 1101, de modo que o primeiro algarismo da esquerda indica o isolado, o segundo, o episódio, e os dois últimos algarismos designa a ordem em que a UPD aparece no quadro.

Dessa forma, em qualquer momento, durante a exposição da tese, é possível reportarmos a determinada unidade ou à unidade associativa formada por elas, utilizando esses números como chamadas.

5.1 O campo de pesquisa

Segundo o IBGE (BRASIL, 2018), o município de Lagoa Alegre do Piauí teve uma população estimada, em 2018, de 8.504 pessoas. Em 2010, o Índice de Desenvolvimento

Humano Municipal (IDHM) foi avaliado ao equivalente a 0,550. O município fica localizado a 99 km de Teresina, na região Centro-Norte piauiense, compreendendo uma área correspondente a 395 km², tendo como limites: ao norte, os municípios de Miguel Alves, União e Cabeceiras do Piauí; ao sul, José de Freitas e União; a leste, José de Freitas e Cabeceiras do Piauí; e a oeste, União e Miguel Alves. O acesso à cidade dá-se pela rodovia PI-111 (via União) ou pela PI-366 (via José de Freitas).

Tabela 1 – Perfil agropecuário do lavrador de Lagoa Alegre

Categoria	Especificação	Unidades
Condição legal do produtor	Condomínio, consórcio ou união de pessoas	340
	Produtor individual	456
Sexo do produtor	Masculino	713
	Feminino	83
	Não se aplica	2
Escolaridade do produtor	Nunca frequentou escola	274
	Classe de alfabetização	148
	Alfabetização de jovens e adultos	8
	Antigo primário (elementar)	202
	Antigo ginásial (médio 1º ciclo)	51
	Ensino Fundamental ou 1º grau	46
	Ensino médio ou 2º grau	49
	Técnico do 2º grau	4
	Superior - graduação	14
Idade do produtor	Menor que 30 anos	41
	De 30 a menos de 60 anos	511
	De 60 anos ou mais	244
Assistência técnica	Recebe	27
	Não recebe	771

Fonte: Adaptado de IBGE (BRASIL, 2018).

A escolha deste município como campo de pesquisa justifica-se, em parte, porque constatamos a existência de uma prática social particular de uso das medidas por pequenos lavradores, o que poderia funcionar como laboratório para investigação de um tipo especial de

mensuração, comum às sociedades formadas por pequenos lavradores do Piauí. Além disso, outros aspectos foram decisivos para que esta pesquisa fosse realizada no referido município, a saber: a) o perfil agropecuário do município (Tabela 1); b) o panorama educacional (Tabela 02); c) as condições favoráveis de acessibilidade; e d) o acolhimento do projeto e a hospitalidade dos munícipes.

Tabela 2 – Panorama educacional de Lagoa Alegre

Categoria	Frequências
Taxa de escolarização de 6 a 14 anos de idade [2010]	97,8 %
IDEB – Anos iniciais do ensino fundamental (Rede pública) [2017]	4,1
IDEB – Anos finais do ensino fundamental (Rede pública) [2017]	4,2
Matrículas no ensino fundamental [2018]	1.518
Matrículas no ensino médio [2018]	466
Docentes no ensino fundamental [2018]	67
Docentes no ensino médio [2018]	20
Número de estabelecimentos de ensino fundamental [2018]	10
Número de estabelecimentos de ensino médio [2018]	1

Fonte: adaptado de IBGE (BRASIL, 2018).

Visando o estudo da questão das medidas pré-métricas na atualidade e a sua relação com o ensino de Matemática, consideramos necessário perscrutar conteúdos extramatemáticos em um ambiente social em cujo quadro cultural fosse possível evidenciar a importância das medidas.

Nesse sentido, o município de Lagoa Alegre mostrou-se profícuo, por suas características peculiares, reunindo as condições necessárias para o desenvolvimento desta pesquisa.

5.2 Caracterizando os professores colaboradores

No Quadro 6, apresentamos uma descrição acerca do perfil profissional dos professores participantes do Experimento Formativo, visando a observar alguns aspectos relativos à formação profissional, ao histórico como professor de matemática, e a elementos de identidade de cada participante o que, naturalmente, reflete na prática docente.

Quadro 6 – Perfil profissional dos professores colaboradores

Nome	Sexo	Faixa etária	Experiência (anos)	Atuação profissional	Graduação - Conclusão	Pós-Graduação
Derci* ³	M	35-40	24	Fund. e Médio	Licenciatura em Física/2008	Esp. em Psicopedagogia
Vane	F	45-50	23	Fundamental	Normal Superior/2005	Esp. em Psicopedagogia
Samir	M	25-30	8	Fundamental	Licenciatura em Física/2010	-
Franc*	M	20-25	2	Fundamental	Cursando Lic. em Matemática	-
Anjo	M	50-55	26	Fund. e Médio	Licenciatura em Matemática/2012	Esp. em ensino de Matemática
Lair*	M	25-30	13	Fundamental	Pedagogia	Esp. em Doc. Superior
Dane	M	30-35	5	Fund. e Médio	Licenciatura em Matemática/2015	-
Nilson*	M	35-40	5	Fundamental	Licenciatura em Matemática/2016	Esp. em Doc. Superior
Same	M	20-25	1	Fundamental	Lic. em Ciências da Natureza ⁴	-
Jomária	F	30-35	10	Fundamental	Pedagogia/	Esp. em Doc. Superior
Josan	M	50-55	25	Fundamental	Licenciatura em Matemática/2005	Esp. Em Psicopedagogia
Vagne	M	30-35	8	Fundamental	Cursando	-

Continuação

³ *Professores que realizaram Experimento Didático nas escolas.⁴ Cursando – ingresso 2018 – Educação do Campo.

Ismar	F	45-50	5	Inf. e Fund.	Pedagogia/2017	Esp. em Doc. Superior
Regina	F	35-40	15	Fundamental	Normal Superior/2002	-
Tás	M	40-45	10	Fundamental	Licenciatura em Matemática/2011	Esp. em Doc. Superior
Helen	F	35-40	14	Fundamental	Normal Superior/2005	Esp. em Gestão escolar
Ismael	M	35-40	1	Fundamental	Pedagogia/2017	Esp. em Doc. Superior
Tícia	F	25-30	1	Fundamental	Pedagógico Nível médio	
Luca	M	20-25	1	Fundamental	Pedagógico Nível médio	
Mel	F	50-55	1	Infantil	Pedagogia/2018	Esp. em Doc. Superior

Fonte: elaboração do autor (2019).

Complementando as informações disponibilizadas na seção 3, onde explicitamos a metodologia adotada e descrevemos como se processou a constituição do grupo de colaboradores, neste ponto, oferecemos mais informações sobre os professores, com o intuito de possibilitar uma compreensão mais acurada em relação às significações, a partir de alguns elementos que configuram a forma de apropriação e de vivência da docência, os quais aparecem refletidos nos discursos que foram passíveis de análise. Como explica Vigotski (2000, p. 481),

a compreensão efetiva e plena do pensamento alheio só se torna possível quando descobrimos a sua eficaz causa profunda afetivo-volitiva. [...]. Para entender discurso do outro, nunca é necessário entender apenas umas palavras; precisamos entender seu pensamento. Mas é incompleta a compreensão do pensamento do interlocutor sem a compreensão do motivo que levou a emití-lo.

Dito isso, passaremos a pormenorizar os principais resultados obtidos na pesquisa empírica, seguidos das respectivas discussões, produzidas com base no estudo teórico que empreendemos. Para garantir a objetividade dessa exposição, preferimos discorrer tomando cada isolado como macroreferência do texto, respeitando a interdependência no esquema *isolados-epsódios-cenas*.

5.3 Isolado 1: Aprendizagens docentes no Experimento Formativo

As questões relativas às aprendizagens dos professores ao longo do experimento formativo são abordadas neste *Isolado*, que se desdobrou em três episódios, quais sejam: a) análise de práticas docentes anteriores ao curso de formação, concernentes ao ensino de medidas; b) análise das qualidades das aprendizagens docentes sobre a AOE como possibilidade de organização do ensino; c) análise da qualidade das aprendizagens dos professores sobre o *movimento lógico-histórico* do conceito de medida das práticas sociais, relacionadas às *medidas locais* dos lavradores de Lagoa Alegre.

5.3.1 Episódio 1: “O furo é exatamente não conhecer a prática”⁵

A necessidade primordial que dá origem à pesquisa está no próprio problema que se pretende resolver. Contudo, ao delineá-la, outras necessidades emergem, determinando o próprio curso da pesquisa. Nesse sentido, a nossa inserção no ambiente da pesquisa originou a necessidade de compreendermos a nova situação em que nos encontrávamos. Por isso, ao iniciar os trabalhos, preferimos aplicar um questionário, com o intuito de levantar alguns elementos que nos orientassem na organização de uma roda de conversa direcionada para a realização do estudo preliminar, a fim de esclarecer como os professores colaboradores normalmente trabalham o conceito de medida nas escolas.

A partir desse questionário, foi possível extrair os pontos de maior interesse para a pesquisa e direcionar a conversa para os aspectos mais relevantes, atinentes às práticas docentes. Os resultados dessa ação renderam mais do que o esperado, pois além de permitirem conhecer as principais práticas docentes desses professores, reorientaram o experimento formativo, oferecendo uma visão panorâmica das condições nas quais seria desenvolvido o restante da pesquisa.

Quadro 7 – Relatos de experiências dos professores

COD	ID	UPD
1101	Derci	Toda vez que dou aula eu não começo diretamente, eu procuro saber se o aluno tem noção, qual é a noção que o aluno tem do assunto que vamos estudar, para depois a gente traçar realmente como será aula.

⁵ Expressão proferida por um dos professores colaboradores ao longo da primeira roda de conversa.

Continuação

1102		<p>[Em uma aula] eu pedi para uns cinco ou seis alunos vir ao quadro fazer uma linha do tamanho de um metro e uma aluna se recusou.</p> <p>— Mas porque você não quer vir?</p> <p>— Não sei.</p> <p>— Você não sabe que tamanho é o metro? Que tamanho é um metro para você?</p> <p>— Não sei não.</p> <p>— Eu quis pegar mais informações.</p> <p>— Será que a largura dessa sala é um metro?</p> <p>— Eu não sei</p> <p>— Era uma aluna do primeiro ano do Ensino Médio.</p> <p>— Será que daqui para sua casa dá um metro?</p> <p>(Ela morava na zona rural, A distância de 10 ou 12 km, afirma o professor).</p>
1103		Daí eu pude notar a dificuldade que eu iria ter na aula para fazer com que ela compreendesse o que era o sistema decimal de unidades, principalmente as medidas de comprimento.
1104		Depois dessa experiência que me encontrei e daí para frente em toda aula que vou ensinar medida de comprimento eu faço isso. Foi uma experiência que gostei.
1105	Lair	Na aula eu utilizei a fita métrica para, primeiramente realizar essa questão da aplicação, de medir com o metro, com a fita métrica.
1106		Pedi a um aluno para riscar o metro no quadro. Ele segurou na ponta da fita eu, na outra e risquei. Daí, orientei, dando a explicação sobre os centímetros e o metro; que 100cm equivale a um metro.
1107		Daí em diante, dividi em intervalos de 10cm em 10cm e marquei o tamanho dos centímetros.
1108		Foi isso que eu fiz.
1109		Depois disso, fomos medir a largura e o comprimento da sala de aula, só não deu para medir a altura da parede, mas medimos outras realidades, como a largura de uma rua e daí por diante.

Continuação

1110	Anjo	[...]. No livro didático encontrei um problema em que um homem grande e outro pequeno foram comprar cordas na medida de comprimento jarda (distância da ponta do nariz a ponta dos dedos). Do [homem] grande tinha um tanto de corda e do [homem] pequeno tinha menos, mas com a mesma quantidade [de jardas]. Começou a discussão, pois os dois tinham a mesma quantidade [de jardas], mas as cordas vieram menos para um deles.
1111		Eles [os alunos] abordaram a situação, lembrando de quando eles vão jogar futebol e o campo não estar marcado, só botavam o maior para medir o campo, na hora do pênalti, porque ia dar uma maior distância do goleiro.
1112		Medi a jarda do [aluno] maior e do menor para mostrar a diferença. Expliquei que essa foi a necessidade que fez surgir SI. Para resolver essas divergências o rei determinava o comprimento [padrão], mas como ficava quando o rei era pequeno? [...].
1113		Nessa aula eu trabalhei o passo, o pé e medindo tudo para depois calcular as diferenças. Eu acho que quando se trabalha as diversas diferenças [das medidas pré-métricas] e se o aluno entender e depois venha comparar com a medida padrão do SI, tem como ele aprender.
1114	Tina	Quando eu trabalhei as medidas primeiro eu comecei com a questão histórica.
1115		[...]. Pedir para cada aluno medir com o palmo, tanto a porta o quadro as paredes da sala e todos fizeram.
1116		Primeiramente fomos trabalhar as medidas incluindo o palmo, a passada depois eu escolhi quatro alunos de tamanhos de pés diferentes e pedi para eles contarem as passadas de uma parede para outra com o objetivo de que eles descubram por que as medidas eram diferentes. [...] e porque o metro foi criado.
1117		Após eles terem compreendido essa diferença, (014) peguei uma régua para mostrar o centímetro e chegar na questão do metro. Depois, eu os levei lá no postinho de saúde para medirmos a altura de cada um [dos alunos].

Continuação

1118		[...]. Eles anotaram as medidas e nós voltamos para a sala, onde fizemos um gráfico para eles verem as diferenças em relação às medidas.
1119		Depois disso eu mostrei para eles que havia vários outros instrumentos de medida como a fita, a trena utilizada pelo pedreiro. [...]. Eu gosto de trabalhar assim, eu trabalho a geometria e a álgebra, eu nunca trabalho só a geometria e eu não gosto de trabalhar as medidas juntas tipo o litro, o quilograma e o metro.
1120	Ivan	Eu propus dividir uma roça entre dois alunos um maior e outro menor. Coloquei essa questão: a roça o que um medir o outro vai ser obrigado a cuidar.
1121		O [aluno] menor achou ruim porque tinha a braça pequena e o [aluno] maior achou bom.
1122		Por isso falou: — Mas aí vou me dar mal, porque ele é grande e a braça dele é maior, então eu vou cuidar de uma roça maior.
1123		Eu perguntei para o aluno mais alto: — E você, está achando ruim? — Eu, não! A minha roça vai ser menor, vou ter menos trabalho.
1124		Eu perguntei para o aluno menor: — Qual seria a solução para aquele problema? — Professor, por que o senhor não pega a medida de sua braça?
1125		—Tudo bem! Seria uma solução, mas não teria uma solução melhor?
1126		Um aluno de fora da cena interrompe com a seguinte pergunta: —Professor! Por que o senhor não pega o metro mesmo e resolve logo esse problema?
1127		O que eu coloquei foi uma situação para resolver uma diferença, o que eu consegui fazer foi com que eles [os alunos] entendessem que realmente a braça, a linha de roça, o palmo, são medidas relacionadas ao corpo humano e cada um vai ter uma medida diferente.

Continuação

1128		Dáí eles levaram logo a questão para a medida do metro padronizado que realmente vai ter que trabalhar.
1129	Vane	Quando trabalho este conteúdo, [medidas] eu não abordo essas medidas [pré métricas] porque minha convivência com elas foi muito pouco, muito distante, então o que eu faço? Eu abordo como está no livro didático.
1130	Same	Eu sempre gosto de trazer para sala de aula questões problemas, porque a situação problema ela te dá tantos dados para você responder à questão e as n possibilidades daquilo acontecer. [...]. A forma como eu adotei para trabalhar com o ensino da matemática com situações problemas é que elas te dão um vasto mundo e um grande amplitude para você pensar construir.
1131	Vando	A maior parte dos alunos quando chegam no Ensino Médio, tem dificuldade na questão da conversão de uma unidade em outra. Essa é a maior dificuldade que eles encontram. Quando estou lecionando no ensino médio, procuro ser o mais simples possível para explicar a questão de mover a vírgula para esquerda ou para direita, acrescentar ou retirar zero. É o que eu faço mais.
1132	Derci	Quando você usa a braça, o palmo o pé, percebe-se que os alunos vão dizer: mas nessa época era ruim porque cada um tem uma braça de tamanho diferente o objetivo era esse aí: mostrar que naquela época não era bom, dava muita confusão, porque um queria medir pelo maior e outro pelo menor.
1133	Josan	Com relação a medida de comprimento que é o caso da braça que se usa na zona rural eles [os alunos] ficaram sem querer acreditar. [...] Na questão também do palmo e eles não concordaram vendo a questão dos tamanhos da diferença, não foi bem aceito.
1134		Eu peguei outra medida, a arrouba, aí foi bacana demais, porque muito alunos trabalham na coleta da palha de carnaúba ⁶ para retirar o pó.

Fonte: Elaboração do autor (2019).

Nesse primeiro episódio, buscamos evidenciar os principais traços das práticas docentes dos professores colaboradores, concernentes ao ensino de medidas, principalmente à forma de apropriação de conceitos dispensada aos estudantes, e ao sentido atribuído pelos próprios

⁶ A carnaúba (*Copernicia prunifera*) produz um pó sobre as folhas, usado na fabricação de cera, matéria-prima de inúmeros produtos industriais. Ver Carvalho; Gomes (2008).

professores a essas práticas. Por conseguinte, os professores passaram a relatar algumas situações de ensino, das quais separamos alguns pontos (Quadro 7) que consideramos mais relevantes para serem discutidos.

5.3.1.1 Cena 1: “A experiência que gostei”

“*Foi uma experiência que gostei*” (1104). A expressão destacada como título da primeira cena aparece nos relatos de experiência docentes do professor Derci, onde ele fala sobre o ensino de medidas. Dando início à análise dos dados propriamente dita, procuramos evidenciar nessa cena os principais traços característicos do ensino de medida intentado pelos colaboradores de nosso estudo. O foco da análise não está direcionado para os aspectos gerais dos relatos, mas para as singularidades expressas como particularidades de cada situação.

O primeiro aspecto que observamos nas práticas de ensino é o que chamaremos de *protagonismo do professor*. Os relatos de aula dão indícios de que as situações de aprendizagem foram, prioritariamente, resolvidas pelo professor. Assim, termos como “eu expliquei”, “eu fiz”, “eu realizei” etc., aparecem frequentemente nos discursos desses sujeitos, como vemos nas UPDs 1105, 1107, 1112 e 1133, entre outras. Diante dessa realidade, percebemos que há uma preocupação em “orientar, dando a explicação” (1106).

Ademais, a aula expositiva é recorrente e faz parte da tradição pedagógica. Discutindo essa matéria, Freire (1992, p. 119) insiste na crítica a aulas expositivas, que se reduzem a uma tentativa infértil de transferência de conhecimentos acumulados pelo professor, que ele classificou como “[...] aulas verticais, em que o professor ou professora, autoritariamente, faz o impossível do ponto de vista da teoria do conhecimento, quer dizer transfere conhecimento”.

A questão relevante aqui é a forma de mediação praticada pelos professores, suscetível de várias interpretações. Na perspectiva da TH-C, a mediação é a forma encontrada pelo homem para se relacionar com a natureza e com o mundo social, dada a impossibilidade de isso ocorrer diretamente.

Assim, podemos dizer que a atuação do professor enquanto promotor de interações consiste em criar condições objetivas capazes de propiciar aos estudantes a possibilidade de apropriar-se dos conhecimentos. Naturalmente, isso envolve um conjunto de ações coordenadas e compartilhadas entre o professor e o aluno, distinguindo claramente a incumbência de cada uma das partes. Complementando esse raciocínio, concordamos que:

do ponto de vista do desenvolvimento psíquico, a primeira [aprendizagem] somente se realiza quando a ação docente envolve a disponibilização dos conteúdos escolares como elementos mediadores da ação dos estudantes, isto

é, de modo que eles sejam capazes de realizar conscientemente as ações mentais objetivadas nos conhecimentos historicamente produzidos (SFORNI, 2008, p. 504).

Na mediação pedagógica, as ações do professor não podem ser confundidas com um simples apoio ao estudante com vistas a facilitar a aprendizagem, mas devem propiciar as condições necessárias para a concretização desta. Isso parte do pressuposto de que o aluno é ativo quando é colocado em atividade. Tanto no ensino como na aprendizagem, há ações planejadas a partir da necessidade de ensinar que são próprias do professor, e de aprender, pertencentes ao estudante. Então, a mediação entre ensino e aprendizagem realiza-se na concretização dessas ações, executadas com determinados fins.

Considerando o que foi dito acima, à luz dos dados expostos no Quadro 7, julgamos relevante ponderar a questão do *ensino de medida com enfoque experimental*, que parte da ideia segundo a qual o ato de medir é uma ação capaz de conduzir naturalmente à apropriação do conceito pelos estudantes. Como podemos contemplar nos discursos dos professores colaboradores, especialmente em 1105, 1106, 1109, 1115, 1116, 1117, 1118 e 1119, o enfoque experimental de ensino parece seguir uma tendência que tem suas origens na teoria da epistemologia genética de Piaget, onde, em linhas gerais, as abstrações estão relacionadas diretamente às experiências.

Mas até que ponto o ato de medir, como experiência sensível, conduz à apropriação do conceito de medida? Essa pergunta nos instiga a uma nova indagação: como estão relacionados a ação mental sobre medidas e a ato de medir? O interesse pelas respostas essas perguntas leva-nos a examinar o entendimento que temos das expressões *ato de medir* e *ação mental sobre medidas*. Porém, considerando a estrutura analítica adotada neste trabalho, compreendemos que um exame especial dessas questões é oportuno no momento das argumentações finais da tese.

Não obstante, temos razões para acreditar que o ato de medir é indispensável na realização da ação mental sobre medidas, ou seja, na formação de representações gerais e conexões com o fluxo do conhecimento humano universal. Isto é uma condição *sine qua non* no surgimento do conceito, que foi historicamente criado para atender à necessidade de conhecer a realidade imediata por meio das propriedades externas dos objetos ou fenômenos. Assim, pensar teoricamente sobre medidas não nega, de forma alguma, o ato de medir, mas o engloba e o supera ao transformá-lo, dada a força generalizadora do conceito.

Nessa perspectiva, a experiência laboral das pessoas representa o primeiro degrau na construção do conhecimento científico. Logo, a reprodução da experiência adquire cada vez mais a possibilidade de tornar o objeto ou fenômeno conhecido, de ser uma imagem mental

generalizada. Mas esse caráter cognitivo depende de um processo de abstração desenvolvido intencionalmente, já que a mera reprodução não tem o poder de se transformar, por si mesma, em um conteúdo teórico, por ser uma reprodução mecânica e automatizada.

Por esse ângulo, o desafio para a atividade pedagógica é criar, a partir do ato de medir, ações com as quais, necessariamente, o estudante possa dar um salto de qualidade na direção da formação do conceito e expressar um nível de abstração capaz de identificar as relações e conexões internas das propriedades qualitativas e quantitativas das medidas que não são possíveis apenas mediante ações empíricas.

Recorrendo à TH-C, podemos afirmar que isso ocorre quando o aluno, por intermédio da atividade mental, passa das ações realizadas no exterior às ações situadas no plano verbal, quando é possível reproduzir as medidas na forma de conhecimento teórico, que “[...] se expressa nos procedimentos da atividade mental e logo em diferentes sistemas simbólicos e de signos, em particular por meio da linguagem artificial e natural” (DAVIDOV; MÁRCOVA, 1987, p. 179).

Passaremos, a partir de agora, a examinar a forma pela qual os professores interpretam as contradições nas diferentes medidas pré-métricas, diante da diversidade de referências próprias dessas medidas. Tomaremos por base as UPDs 1112, 1113, 1116, 1127, 1128, 1132 e 1133, que apresentam algumas semelhanças, a exemplo de indícios reveladores de uma maneira particular de lidar com a questão em apreço.

Das repetidas leituras que fizemos relativas aos discursos dos professores colaboradores e do confronto com o que nos diz a Teoria, pudemos chegar a algumas conclusões que subjazem às práticas docentes analisadas:

- a) de modo geral, ao abordar a questão das diversidades de medidas pré-métricas, o objetivo é correlacionar o surgimento do sistema métrico decimal ao problema das diversidades dessas medidas;
- b) muitas vezes, a estratégia de ensino consiste em desenvolver ações no sentido de mostrar que existe uma diferença entre as medidas antropométricas, decorrente da variação no tamanho natural de partes do corpo humano que são usadas como referências, a exemplo do tamanho do braço, da mão e do pé, gerando uma grande diversidade de padrões comparativos que, conseqüentemente, são concebidos como caóticos. Nesse contexto, o sistema métrico decimal, sobretudo o metro, desponta como exemplo de medida padronizada, capaz de solucionar os conflitos emergentes alusivos a tais diferenças;

- c) prevalece a crença de que se o estudante entender o problema das diferenças – próprio das medidas antropométricas –, poderá aprender as medidas padrões do sistema métrico decimal como conteúdo privilegiado, passando a ser ensinado nas escolas;
- d) os modelos de ensino examinados, ao que parece, abordam alguns aspectos históricos do conceito, mas o fazem de forma anacrônica, porquanto desconsideram o contexto social, político, econômico e científico que explicam o fenômeno da diversidade de medidas, e como se deu o movimento de passagem de um nível qualitativo a outro. Podemos resumir afirmando que se trata de uma abordagem isolada, do ponto de vista histórico e social;
- e) parece existir uma confusão entre o conceito de medida e o ato de medir, quando o ensino ocorre mesclando treinamento de habilidade e transmissão da cultura, com enfoque dado ao ato de medir enquanto técnica.

Como já mencionamos na segunda seção, durante muito tempo, o sistema formado pelas medidas naturais era muito cômodo, compreendido universalmente e respeitado. As pequenas diferenças individuais – resultado de diversos padrões, que influenciavam a medição – não tinham maior importância, pois “poucas vezes era necessário tal grau de exatidão e, em todo caso, a diferença podia ser resolvida com recíprocas concessões” (KULLA, 1980, p. 32).

O entendimento em torno das medidas naturais, na verdade, funcionou durante boa parte da Antiguidade e da Idade Média e, diante da impossibilidade de aferir lucro por meio da usura – o que era proibido pela autoridade eclesiástica – o comércio girava em torno dessas dissemelhanças, de tal modo que os ganhos dependiam justamente da diversidade das medidas.

Uma releitura da segunda seção desta tese evidencia que as disputas seculares no campo das medidas entre as diferentes classes sociais eram cada vez mais crescentes no século XVIII, e favoreceram o processo de unificação delas, uma vez que nesse mesmo século, “[...] a rivalidade entre os poderes que representam as diversas classes sociais hierárquicas, depositárias de maiores ou menores privilégios, encontram sua expressão na luta pelo direito de estabelecer e controlar as medidas, juntamente com o direito de sancionar as leis a seu respeito” (KULLA, 1980, p. 24).

Mas foi a atividade científica, a industrial e, nomeadamente, a comercial que mais contribuiu para a universalização das medidas, que não surgiu como consequência dos debates humanísticos nem das necessidades do comércio interno, de imediato, mas, como já falamos em outra oportunidade, da expansão do comércio internacional, da dificuldade de lidar com muitas unidades, e do contexto científico e político – elementos que propiciaram a criação do

metro. Portanto, foi resultado de uma combinação de interesses comerciais, agrícolas, industriais, e do desejo ardente da burguesia de passar do sistema econômico feudal para o sistema capitalista, o que pressionou as forças contrárias à universalização das medidas.

Quando promovemos uma avaliação anacrônica da situação das diversidades de medidas como caóticas, por um lado, desconsideramos que conceito está em movimento, que se desenvolve e não é um dado pronto e acabado; por outro lado, tal situação aparece como uma questão isolada, perdendo as conexões entre o geral e o particular, o que dificulta o entendimento acerca dos elementos lógicos e históricos que propiciaram as suas mudanças qualitativas de um nível a outro.

A análise histórica desfaz a tese de imutabilidade do conceito e revela a sua dinâmica e as suas conexões com o desenvolvimento do próprio homem. Ao reviver de forma condensada a experiência humana de construção das medidas, o estudante poderá chegar à essência do conceito, porque o processo de ensino que considera o fenômeno desde a sua origem e revela as crises que culminaram com as mudanças qualitativas em níveis cada vez mais avançados e de forma progressiva, entra em consonância com o surgimento das próprias leis, das causas e dos efeitos que vão constituindo os fundamentos desse conceito.

5.3.1.2 Cena 2: “Eu sempre faço assim”

É evidente que os conhecimentos profissionais dos professores não provêm de uma única fonte e, de alguma forma, são idiossincráticos porque estão relacionados com sua própria história de vida e com sua carreira PROFISSIONAL. Vale chamar a atenção para os saberes docentes, cuja fonte é a própria prática, que marca fortemente a habilidade de cada um. A propósito, Tardif (2006, p. 21) estudou esse fenômeno e chegou à conclusão de que “os saberes oriundos da experiência de trabalho cotidiano parecem constituir o alicerce da prática e das competências profissionais, pois essa experiência é, para o professor, a condição para a aquisição e produção de seus próprios saberes profissionais”.

A consciência constituída pelos saberes oriundos do cotidiano escolar repousa no próprio trabalho e não sobre o trabalho, como um fazer mecânico que cristaliza o saber usar ou fazer uso (MOURA, 2016). A consciência resultante da reflexão sobre a ação manifesta-se na *práxis*, na transformação do saber fazer em teoria, isto é, em um fazer saber.

Diante do exposto, procuramos identificar nos relatos dos professores colaboradores se havia alguma ação particularmente valorizada, marcante e especial que representasse um conhecimento oriundo na experiência e nela cristalizado. À primeira vista, não nos pareceu muito evidente, embora algumas expressões parecessem explicitar o caso.

Mas prestando atenção ao conteúdo dos discursos, manifestaram-se alguns indícios a partir da própria situação relatada, como podemos ver em 1101, 1119, 1129, 1130, 1131 e 1132, eles apontam para a presença de saberes adquiridos pelos professores no curso da atividade laboral. Todavia, isso não é uma situação estranha, pelo contrário: a experiência coloca o sujeito diante da possibilidade de aprender e esse é o ponto central nessa questão. Isto é: o que interessa é a análise do caráter cognitivo da experiência e da vida cotidiana nas relações que implicam as práticas sociais.

Essa conjuntura nos leva a concluir que na atividade laboral dos professores encontra-se, em primeiro plano, a possibilidade de construção dos conhecimentos teóricos acerca dos processos educativos. Não obstante, na reprodução automática da própria experiência, adquire-se cada vez mais a capacidade de materializar formas e modelos de ensino aderentes à prática, sem que passem pela reflexão crítica e pelo cadinho da teoria.

Com efeito, a experiência formadora tem caráter cognitivo e depende de um processo de abstração que questiona intencionalmente a própria experiência e a coloca em movimento, em resposta à mera reprodução, incapaz de transforma-se, por si mesma, em conhecimento científico. Sobre esse assunto, Moura (2016, p. 182-183) lembra que

o trabalho humano criou a receita e o algoritmo para cristalizar um fazer, de modo que ele possa ser repetido na ação produtiva, tantas vezes quantos forem os valores de uso necessários para o consumo. Trata-se do saber fazer congelado e registrado na sua forma instantânea e imediata, a qual permite a repetição sem consciência, aspecto mecânico inerente a toda e qualquer atividade do trabalho humano; é a versão mais simplificada do saber.

Portanto, as decisões dos professores sobre o que e como fazer no cotidiano escolar engendra um processo de modelação e criação de identidade. Isso pode ser entendido, de início, como um obstáculo à sua formação, mas ressaltamos que essas decisões não são dadas *a priori*. Por mais que elas pareçam isoladas e personalíssimas, não os são: elas têm uma origem fora do próprio docente e podem ser examinadas, sendo esse um grande desafio para quem lida com a formação desse profissional.

5.3.1.3 Cena 3 – “Por que, o senhor não pega o metro e resolve logo esse problema?”

Trataremos agora da terceira e última cena do quadro (Quadro 7, UPD. 1120 - 1128). De início, presumimos oportuna uma releitura da aula protagonizada pelo Prof. Ivan, com a participação de dois estudantes, em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da zona rural. Um esboço da situação de ensino em tela indica que:

- a) a intencionalidade do professor – parece-nos – era mostrar a debilidade das medidas pré-métricas que, por sua natureza, geram conflitos nas relações sociais, diante da possibilidade de resolver o problema com uma unidade padrão e universal (1127 e 1128);
- b) para satisfazer essa intencionalidade, o professor recorre, como estratégia, à proposição de um problema onde os atores são expostos a uma situação artificial de conflito direto de interesses (1120);
- c) a conversa dos atores revela que a origem do conflito se deu em função do critério de distribuição do trabalho, imposto como uma condição inegociável, tornando-se o próprio problema, cuja solução não dependia das medidas em si, nem da forma como elas seriam implementadas (1121-1123);
- d) os estudantes indicaram duas soluções para o conflito, ambas satisfatórias, mas a orientação para o resultado único cria a necessidade da hierarquização pelo valor de uso. Assim, o metro é entendido como a solução final para a questão da diversidade de medidas (1124 e 1126);
- e) a dinâmica da aula, à primeira vista, apresenta caráter condutivo, que depende do contexto em que o diálogo é estabelecido;
- f) considera aspectos históricos das medidas;
- g) apresenta um problema a partir de uma situação virtual;
 - tem um objetivo claro;
 - tem ações definidas para os alunos;
 - tem estratégia clara.

Em momento anterior, discutimos a questão da diversidade de medidas e a consequente variação dos valores comparativos em decorrência de sua origem natural. Na oportunidade, recorreremos à história das medidas para justificar as transformações por elas sofridas até chegar a ser o que é.

Neste momento, discutiremos as singularidades dessa situação de ensino sob a ótica da T. H-C/Teoria da Atividade, para depois fazer uma conexão com a nossa tese. A despeito de outras aprendizagens possíveis na situação apresentada, enfocaremos a nossa análise na possibilidade de apropriação do conceito de medida. Um dos primeiros pontos que carecem de exame diz respeito à intencionalidade que orientou a estratégia de ensino adotada, determinando o motivo e o plano interno das ações individuais do professor e dos alunos, tendo em vista a necessidade de encontrar um resultado.

A esse respeito, Moura *et al.* (2017, p. 84) assinala que “[...] a intencionalidade do professor para realizar o ensino é seu ponto de partida como trabalhador que estabelece seu plano de ação mediante o conhecimento sobre o objeto idealizado.”

Mas para satisfazer a intencionalidade, o professor, a partir de seus pressupostos teóricos, define as estratégias, escolhe o caminho que quer percorrer e como vai realizar suas ações. Assim, a atividade de ensino realiza-se pela orientação do professor e de seu objetivo que, em tese, é a aprendizagem do aluno.

A situação didática em discussão, ao que tudo indica, enfatiza um único aspecto inerente ao momento histórico do conceito que serviu de fundo para a cena. A propósito, para que a aprendizagem se concretize, Moura *et al.* (2017, p. 94, grifo nosso) menciona que “[...] as ações do professor na organização do ensino devem criar, no estudante, a necessidade do conceito, *fazendo coincidir os motivos da atividade com o objeto de estudo.*”

Ainda sobre a situação didática em tela, é evidente o papel central do professor como criador das tensões nos alunos – o que conduziu estes à solução do problema e os colocou em atividade – e a clara demonstração de agir orientado para um fim, evidenciando a intencionalidade que o mobiliza em direção ao objetivo, fazendo coincidir o objeto (conteúdo) com o motivo.

Confrontando a presente situação com a perspectiva de ensino enquanto atividade, vislumbramos que a atividade pedagógica considera a tríade professor-conteúdo-aluno, da qual professores e alunos são sujeitos; já o conteúdo é o objeto que deveria coincidir com o motivo de ambos, e pela mediação da atividade de ensino pode transformar-se em signo, o meio pelo qual o aluno pode dirigir suas operações mentais e canalizá-las para a solução de problemas (VIGOTSKI, 2000).

Como vimos, a intencionalidade que orienta o professor a agir para um fim determina o papel que deve ser desempenhado pelo conteúdo e, conseqüentemente, pela forma da ação. Mas o papel do *conteúdo*, representado pelos processos de significação de conceitos, é sensível às mudanças sofridas pela sua *forma*, simbolizado pelos modos de apropriação. Logo, conteúdo e forma estão ligados organicamente. conforme Cheptulin (1982, p. 268): “Ele [o conteúdo] determina a forma e suas mudanças acarretam mudanças correspondentes da forma. Por sua vez, a forma reage sobre o conteúdo, contribui para seu desenvolvimento ou o refreia”.

Dito isso, interessa-nos, neste momento, reconstituir a totalidade abstraída pelo processo consciente em busca do conhecimento, concretizado somente a partir da abstração sobre a realidade, realizando o movimento do todo em direção às partes (análise), e destas em direção

ao todo (síntese). Como bem explicou Lefebvre (1974, p. 36), “[...] a análise só divide os elementos para reencontrar as suas conexões, as suas relações internas no todo.”

5.3.1.4 Práticas docentes: compreender e intervir

Na complexidade do processo de formação do professor estão imbricados componentes oriundos de diversas procedências. Formozinho (2009) sobreleva as seguintes: a) o desempenho do ofício de aluno; b) a prática docente dos professores na graduação; c) a experiência do cotidiano escolar; d) a formação curricular nos cursos de formação. Então, os resultados demonstrados a partir das análises sobre o ensino de medidas nos permitem inferir que:

- a) as formas de ensino apresentam motivos compreensíveis, de tal modo que há uma disposição volitiva e emocional no sentido de buscar a melhor maneira de realizar o trabalho docente, limitado pelas próprias condições objetivas de trabalho;
- b) o ensino das medidas *é orientado para a prática de medir*, tendo como prioridade o desenvolvimento da habilidade e da técnica; as situações de ensino analisadas apresentam-se, em nossa perspectiva, insuficientes para possibilitar o aparecimento, nos alunos, *de uma ação mental sobre medidas*, capaz de produzir abstrações que levem à formação do pensamento teórico;
- c) o papel das medidas pré-métricas, no contexto escolar, é desvendar as diferenças naturais decorrentes da diversidade de padrões como justificativa para o surgimento do sistema métrico decimal, particularmente, do metro;
- d) o papel da história é dar conhecimento aos mais jovens a respeito das medidas pré-métricas, evitando que elas caiam no esquecimento;
- e) aparentemente, algumas práticas docentes ocorrem de maneira repetitiva, como reprodução automática da própria experiência, originada no cotidiano escolar.

Portanto, concluímos que as formas de ensino com enfoque no treinamento de habilidades, na exposição do aluno a materiais manipulativos, por si só, não são suficientes para tornar o discente capaz de transformar as ferramentas e os símbolos em signos, e desenvolver sentidos a eles, ou seja, produzir significação, que representa o grau mais elevado de domínio do conceito, fundamental na realização de operações físicas e mentais.

A seguir, apresentamos um quadro com uma síntese do episódio 1, fazendo um paralelo com as cenas analisadas. (Quadro 8).

Quadro 8 – Síntese do episódio 1: “O furo é exatamente não conhecer a prática”

CENA 1 – A experiência que gostei	CENA 2 – Eu faço sempre assim	CENA 3 – Professor! Por que o senhor não pega o metro e resolve logo esse problema?
<p>- A questão relevante é a forma de mediação realizada pelos professores, marcada, prioritariamente, pela recorrência acentuada de aula expositiva e pelo ensino de medidas com enfoque experimental, o que indica que é dada ênfase ao ato de medir em detrimento da ação mental sobre medidas.</p> <p>- Parece existir uma confusão entre o conceito de medida e o ato de medir, que se traduz em um ensino mesclando treinamento de habilidade e transmissão da cultura, com enfoque dado à medida enquanto técnica.</p> <p>- Quase sempre as medidas pré-métricas aparecem para justificar a origem do metro, a pretexto das diferenças oriundas de sua própria natureza., evocam-se alguns</p>	<p>- Há evidências de que a consciência constituída pelos conhecimentos oriundos do cotidiano escolar repousa no próprio trabalho como um fazer mecânico e repetitivo, cristalizando-se como <i>modus operandi</i> e não sobre o trabalho resultante da reflexão sobre a ação, a fim de transformá-la em conhecimento teórico manifesto na <i>práxis</i>.</p>	<p>- Há evidências de que a estratégia adotada na situação apreciada nessa cena resulta da intencionalidade do professor em mostrar o que ele considerou como debilidade das medidas pré-métricas diante dos conflitos sociais ocorridos, originando o sistema métrico decimal, a qual determinou o plano interno das ações individuais do professor e dos alunos, no sentido de encontrar um resultado único.</p> <p>- A dinâmica de aula revela que a situação se estabelece considerando aspectos históricos das medidas, no contexto de um problema virtual, com objetivo e ações definidas claramente.</p> <p>- Aparentemente, a dinâmica da aula apresenta caráter condutivista, explorando um aspecto isolado da história das medidas, ficando evidente o papel central do professor como criador das tensões que conduziram os alunos à solução do problema.</p>

Fonte: elaboração do autor (2019).

5.3.2 Episódio 2: A AOE e o desenvolvimento do pensamento teórico

O presente episódio faz parte do isolado que trata das aprendizagens docentes no contexto do Experimento Formativo, cujo objetivo é averiguar a qualidade dessas aprendizagens. No decorrer desse episódio, foram emergindo dados com o potencial de mostrar como estão relacionados o processo de significação e as formas de apropriação de conceitos que adiante serão imprescindíveis para a compreensão de uma proposta didática a partir do movimento lógico-histórico do conceito.

Assim, nesta parte, perscrutaremos como se deu o estudo da AOE enquanto mediação da atividade pedagógica.

5.3.2.1 Cena 4: a interação do pesquisador

Nesse episódio, examinamos qualitativamente as possíveis aprendizagens dos professores ao longo do curso. Par tanto, começaremos explicando a nossa atuação nas ações formativas, a fim de produzir uma imagem o mais próximo possível da realidade vivenciada *in locus*.

Uma lei importante para a TH-C diz que a relação do sujeito com a realidade nunca é direta, mas sempre ocorre de forma mediada (VIGOTSKI, 2000). Isso nos leva a deduzir que para concretizar nossas relações na vida social, necessitamos de nos apropriar da cultura que vem sendo construída ao longo da história como resultado de atividades humanas, visando à satisfação de necessidades objetivas e subjetivas. Por essa razão, precisamos de pessoas, instrumentos, signos e condições criadas que nos possibilitem estabelecer relações para realizá-las. Nessa acepção, o professor é parte da atividade que representa a própria mediação entre o sujeito cogniscente e a cultura. Na verdade, nesta subseção, importa-nos esclarecer o nosso papel na concretização das ações formativas, desenvolvidas no contexto do curso de formação ou experimento formativo.

A relevância da mediação pedagógica consiste em ser o elo entre o sujeito e a realidade que precisa ser apropriada e, como tal, realiza-se orientada por uma finalidade. No curso de formação em apreço, atuamos no sentido de organizá-lo com foco nas aprendizagens dos professores, considerando os aspectos teóricos e práticos da atividade pedagógica, em conformidade com o conteúdo apresentado no cronograma disposto no Quadro 3. A Figura 11 ilustra a configuração geral do processo de mediação em relação às ações formativas.

Dando início pela etapa de estudos teórico-práticos, optamos por realizar rodas de conversa com os professores como principal estratégia com vistas ao levantamento de dados.

No papel de promover as interações, procuramos manter o foco na temática, aprofundar as discussões a partir dos textos, explorar as situações emergentes com questões suscitadas pela própria conversa.

Em linhas gerais, a roda de conversa foi assim organizada:

- a) entrega antecipada do material de estudo (textos impressos) para possibilitar uma leitura prévia do conteúdo;
- b) apresentação da temática, com a exposição dos principais pontos de concentração das discussões;
- c) apresentação do problema desencadeador das discussões;
- d) utilização de ilustrações, como imagens, fotos, esquemas e quadros;
- e) intervenções didáticas, visando a equacionar a participação de cada um dos professores, segundo a manifestação espontânea ou provocada;
- f) síntese e considerações finais sobre a temática.

Figura 11 – Configuração geral do processo de mediação das ações formativas

Fonte: Alan Kardec (2019)

Apesar do caráter diretivo da roda de conversa, trata-se de um espaço de livre expressão dos sujeitos. Por um lado, isso é uma vantagem em relação às outras estratégias de pesquisa, à medida que o participante se sente apoiado para manifestação livre do pensamento; por outro lado, pode criar algumas dificuldades, sobretudo no sentido de manter foco na temática e levar as discussões para os níveis mais elevados dos conceitos.

Além do estudo teórico, os professores participaram de uma oficina com o escopo de realizar a planificação das ações de ensino que foram desenvolvidas durante o experimento

didático. A oficina desdobrou-se em duas partes: estudo teórico sobre a AOE; elaboração do plano de ensino.

Na primeira parte, posicionamo-nos de forma similar ao que vínhamos fazendo nas rodas de conversa. Contudo, fizemos a análise de um caso retratando o ensino de medidas tendo a AOE como referência teórica. Na oportunidade, o nosso interesse era possibilitar aos professores, precipuamente, entrar em contato com os princípios teóricos da AOE, identificando seus elementos característicos e realizando a crítica. Dessa forma, esta parte configurou-se como um momento de reflexão e análise sobre esse assunto.

Na segunda parte, passamos à planificação das ações do experimento didático. Nosso papel foi apresentar as situações desencadeadoras de aprendizagem a partir de cinco sugestões de tarefas e discutir com os professores os fundamentos teóricos destas, levando em consideração aspectos práticos do ensino de medida na realidade escolar em que viviam e acompanhar o processo de elaboração do plano de ações.

Nesse seguimento, formamos cinco Grupos de Trabalho (GT), onde cada um escolheu uma das tarefas sugeridas para servir de apoio no processo de elaboração do plano. As orientações preliminares, com as observações sobre a finalidade daquele trabalho, ajudaram na compreensão da necessidade do planejamento, orientado pelos princípios teóricos da AOE. Desse momento em diante, coube a nós acompanhar os GTs, procurando atender às suas demandas – normalmente dúvidas relacionadas à AOE e às tarefas em execução.

Uma vez elaborados os planos de ações, os GTs passaram a apresentá-los para a turma, com o propósito de compartilhar o trabalho e possibilitar a discussão com o coletivo de professores em torno dos planos que, em virtude das observações e dos comentários da turma, sofreram algumas modificações.

Por fim, combinamos a data, o local e o horário em que seriam realizados os experimentos didáticos. Com isso, foi possível, em caráter de observação participante, acompanhar a execução de três tarefas. Nossa postura diante dessa situação considerou os seguintes elementos:

- a) inicialmente, observamos o desempenho dos professores no desenvolvimento da tarefa, atentos às reações dos alunos diante da nova situação;
- b) gravamos o experimento apenas em áudio;
- c) à medida que éramos chamados, realizávamos algumas inserções, procurando não ser diretivos;

- d) procuramos minimizar os efeitos de nossa presença, considerada estranha à rotina escolar e, particularmente, à sala de aula, reduzindo a nossa participação direta e mantendo certa distância dos alunos.

Assumimos essa postura em virtude da necessidade imposta pela própria pesquisa, já que buscávamos obter dados confiáveis e, por isso, era conveniente causar o menor impacto possível na situação configurada.

Para finalizar o experimento didático, os professores retornaram às rodas de conversa para compartilhar com os colegas o que entenderam como resultados da experiência. Nesse sentido, buscamos organizar a situação de modo que os professores apresentadores pudessem dialogar com seus pares, evitando a transformação daquele momento em mero relatório descritivo. Nossa participação buscou indicar pontos críticos, possibilitar o envolvimento da turma e oportunizar uma avaliação no sentido de identificar os aspectos considerados positivos e aqueles entendidos como não satisfatórios.

Para concluir, ressaltamos que o processo de mediação, como forma humana de relação com a realidade, é determinante para a definição dos resultados de sua humanização. O professor, na qualidade de promotor das interações no processo de ensino, assume um papel decisivo na apropriação da realidade que se completa em seu dever. Desse modo, o mediador é, por sua vez, igualmente sujeito da aprendizagem e, nessa condição, constitui-se professor, na mediação realizada pelos próprios alunos.

5.3.2.2 Cena 5: O corisco não cai duas vezes no mesmo lugar. Será?

Um dos objetivos da atividade de ensino é desenvolver as máximas possibilidades no educando (DAVIDOV, 1988, 1987). Para isso, é necessária a construção do pensamento teórico. Nesse ensejo, consideramos conveniente estudar, no decorrer do curso formativo, a natureza dos conceitos científicos e empíricos, bem como a relação entre eles, a fim de subsidiar teoricamente os professores no que diz respeito ao processo de formação de conceitos matemáticos em suas práticas docentes. Neste percurso, tomamos conhecimento de que naquela região, era comum a crença na existência da *pedra de corisco* como algo natural e, ao mesmo tempo, extraordinário e supersticioso, a qual utilizamos como pano de fundo para abordar a questão mencionada.

Parece-nos que raios e trovões sempre impressionaram o homem, causando medo e admiração. Portanto, são um ambiente naturalmente fértil para o exercício da observação e da racionalização. Pelo que estudamos, eles sempre representaram uma ameaça para os seres humanos e, por isso, há mais de 3000 anos, o homem tem acompanhado as tempestades (O

PANORAMA, 1839). Disso resultaram muitas lendas e crenças, até o surgimento de um conhecimento científico que nos desse condições para uma convivência mais segura com esse fenômeno. Uma explicação secular para os incêndios de árvores e até mesmo de florestas em virtude das tempestades está na imagem do corisco. Vasconcelos,⁷ investigando a forma como a sabedoria popular portuguesa do século XIX explicava este fenômeno, assim se manifestou:

O raio é uma pedra (ou uma cunha de ferro) que cai e se afunda sete varas ou braças, levando sete annos (cada anno sobe uma braça) a vir á superfície. [...] Na occasião em que a pedra cae (a versão - da pedra é mais vulgar que a do metal), dá muitos saltos no chão, deixando a terra esganhada. A pedra de raio ou é posta nos telhados ou dentro de casa, para livrar fie raio. Quando troveja, ella começa a saltar muito no sitio em que a teem guardada (VASCONCELOS, 1882, p. 62-63). (Texto original)

Para o referido autor, as pedras de raios ou de coriscos eram vistas como amuletos, com poderes especiais para proteger a casa de ataques de novos raios. Elas eram tão populares que Vasconcelos (1882) relata a presença delas em oratórios, ao lado da imagem de Maria, em igrejas e em outros ambientes considerados sagrados. Segundo a crença, quase sempre os coriscos eram encontrados nas raízes de árvores, com a forma de uma machadinha ou uma cunha de pedra de dupla face, mas eram também encontradas pedras redondas. Além disso, dentes de tubarões fossilizados eram igualmente tidos como pedras de corisco.

Corroborando o autor em tela, “[...] a crença em pedras de raio existiu na Hispanha antiga, existe na França, na Inglaterra, na Itatia, no Japão, no *Brazil etc.*” (Vasconcelos, 1882, p. 63). A formação das pedras de corisco era explicada pela ação do frio e do calor. De acordo com a publicação “O Panorama⁸” (1839, p. 341), [...] por muito tempo, os consideraram como efeito da vingança e da cólera da divindade. Em muitos templos, consagraram-se pedras meteóricas como sinais do poder de Deus, e ainda agora há, em França, igrejas onde se conservam algumas como relíquias. Para o homem instruído, os globos de fogo são uns fenômenos ordinários, cuja origem é ainda mistério, mas que nada apresentam que milagroso seja. Contudo, é importante lembrar que, nessa época, para a comunidade científica, aquilo que o povo chamava pedras de raio, pedras de trovão, ou corisco, eram instrumentos de pedra, mais provavelmente do Neolítico, como cunhas e machadinhas de pedra polida. Estudos mais

⁷ Escritor português do século XIX, etnógrafo, médico e arqueólogo. Para saber mais, consulte a revista Boletim da Sociedade de Geografia de Lisboa, série de janeiro a dezembro de 2008. Disponível em: www.researchgate.net/profile/Joao_Cardoso19/publication/299747935_Jose_Leite_de_Vasconcelos_1858-1941_o_medico_o_humanista_e_o_homem/links/5704db8308ae74a08e24c1eb/Jose-Leite-de-Vasconcelos-1858-1941-o-medico-o-humanista-e-o-homem.pdf. Acesso em: 25/07/2019

⁸ Jornal semanal literário e científico da Sociedade Propagadora dos Conhecimentos Úteis de Portugal do século XIX. A publicação consultada é uma coletânea de artigos de 1839, da livraria da Universidade de Michigan, EUA.

recentes consideram com pedra de trovão ou corisco aquelas formadas pela fução de minerais e rochas sob a ação dos raios, muito comuns em regiões desérticas, chamadas *fugurito*.⁹

A partir do Quadro 9, passamos à análise da cena que transcorreu em um ambiente de estudos teórico-práticos onde os professores conversaram sobre a existência ou não da pedra de corisco, das superstições que a cercam, da veracidade da história ali relatada e da passagem para a explicação científica desse fenômeno.

Como dissemos, o foco não é estudar o fenômeno da pedra de corisco *per si*, mas, por intermédio da discussão sobre ele, evidenciar as características do conhecimento empírico e científico, suas relações internas, tendo em vista a significação de conceitos na atividade de ensino. A história do corisco, contada pelos professores, é muito semelhante à narrativa de Vasconcelos (1882, 1897), indicando, possivelmente, que não se trata de mera coincidência, mas de uma ligação, em sua essência, com a própria origem dessa crença. Se nos detivermos atenciosamente aos relatos dos professores, perceberemos uma forte ligação entre o conhecimento originado espontaneamente e aquele produzido cientificamente.

Quadro 9 – Episódio 2 – cena 5: A pedra de corisco

COD	ID	UPD
1201	Pesquisador	No contexto da exposição afirmamos que o papel da escola e promover o desenvolvimento do pensamento científico como o nível mais elevado de desenvolvimento e isso se dá através da apropriação de conceitos. Consequentemente temos a necessidade de caracterizar o pensamento empírico e o pensamento científico o que nos levou a levantar a discussão sobre o corisco. A situação tinha como objetivo evidenciar as características do pensamento teórico e empírico.
1202	Lair	Meu padrinho encontrou um objeto diferente. Ele disse que caiu do céu, nos raios. Quando esse objeto caiu sobre a terra, deu um estrondo que derrubou uma palmeira.
1203		No dia seguinte ele foi lá e encontrou uma espécie de machadinha de pedra e guardou. Ele disse que era um corisco.
1204	Anjo	Meu pai contou esta história: Havia várias pessoas sentadas na frente da casa da avó dele, com a criançada brincando no terreiro.

⁹ Sugestão de consultas sobre pedra de trovão ou fulgurito: <http://www.cprm.gov.br/publi/que/Redes-Institucionais/Rede-de-Bibliotecas---Rede-Ametista/Canal-Escola/Minerais-de-Origem-Pouco-Comum-3531.html>. Acesso em: 27/07/2019

Continuação

1205		Era um período do verão ¹⁰ , não chuvoso. Aí, de repente! Apareceram nuvens carregadas. Ele falou que ouviu um barulho, como de um trovão. O barulho era pouco mais forte que um foguete [fogo de artifício]
1206		Todo mundo caiu ali. De repente, todos correram para dentro da casa.
1207		No dia seguinte, eles acharam somente um galho de pau d'arco no chão (gravação com ruídos) [...] que eles acreditaram que esse corisco caiu pertinho.
1208		Quando se encontra [um corisco] numa palmeira, tem que esperar sete anos, porque ele racha [a raiz] e entra até no chão.
1209		Porque, de acordo com o que a gente ver, o corisco entra arregaçando de cima para baixo.
1210	Derci	Eu fui criado na localidade Tirania e a gente ouvia dos pais que o corisco era uma pedra, um pedaço de rocha de aproximadamente 1000g ou um pouco menor que caia de cima para baixo e entrava de chão à dentro e sete anos depois ela subia e era encontrada.
1211		Depois, de formado em Física, estudando sobre isso, acabei vendo que na verdade não é bem assim
1212	Anjo	Dizem que o corisco não cai duas vezes no mesmo lugar.
1213		Existem pessoas que encontram a pedra no buraco [feito pelo próprio corisco], que tem a forma de um funil ao contrário.
1214		Existem pessoas que encontraram essa pedra e conduziam dentro de casa como forma de proteção contra raios. [amuleto].
1215	Josan	A Dona Sonha e a irmã dela morreram por causa de um raio. O raio caiu próximo a casa delas e elas foram atingidas [pelo corisco] e morreram. Também um dia morreu um rapaz no campo jogando bola foi atingido por um raio.
1216	Franc	A história do corisco é hereditária. Normalmente essas são histórias passadas de pais para filho.

¹⁰ Para muitos nordestinos, principalmente os habitantes das regiões rurais, o verão é o período do ano que não costuma chover, também chamado de seca, enquanto o inverno é o período chuvoso do ano.

Continuação

1217		Dizem que essa pedra é muito bonita e quando ela cai, após sete anos a pessoa pode ir ao mesmo local ela estará lá.
1218	Dercir	Quando a água evapora, ao chega a certa altura, ela se condensa formando as nuvens nessa região da atmosfera que está muito ativa, as nuvens se movimentam produzindo duas coisas: o som e corrente elétrica.
1219		Essa movimentação libera corrente elétrica ou som. Se você tem o barulho, isso é o trovão. [...inaudível], mas se for corrente elétrica formada por eletrização por atrito, as partículas, quando chegam aproximadamente a um milhão de volts, ocorre a disparada de partículas da nuvem para a terra.
1220		Se for um valor menor que esse, não acontece nada, porque o ar é isolante, ele suporta a rigidez da corrente. O raio é a luz que agente ver, é exatamente essas as partículas cortando o ar.
1221		O raio não cai verticalmente, ele cai assim (desenha um semicírculo no ar) e atinge um ponto mais próximo como no topo de uma árvore como a palmeira. Tem também os raios que partem da :terra para as nuvens.
1222	Pesquisador	O que acontece primeiro o trovão ou raio?
1223	Derci	O som viaja no ar a 348 m/s, como esse fenômeno acontece na atmosfera, então ele demora um certo tempo para chegar até nós enquanto a luz viaja a 300.000 km/s, então ele viaja muito mais rápido e chega primeiro.
1224	Anjo	Um colega meu que tem medo da tempestade, me dizia que quando a gente escuta o trovão é porque a gente escapou de um raio.
1225	Lair	Permanecer dentro do carro durante uma tempestade, é isolante?
1226	Derci	A borracha é isolante, pense que o eletricitista sempre usa um calçado de borracha porque ela isola. No carro o volante é de borracha, os pneus também são de borrachas. Quando um raio atinge o carro a energia se dissipa e não atinge as pessoas
1227	Pesquisador	Que diferença existe entre o pensamento que se baseia na história do corisco e com a explicação científica do raio. Como isso interfere na vida de cada um? Como vocês veem essa situação?

Continuação

1228	Derci	Quando eu era criança, eu ia para roça com meu pai e aparecia uma chuva ele me dizia: “vamos passar a chuva debaixo dessa palmeira.” Eu fiz isso demais!
1229		Isso é muito perigoso, hoje eu sei que os raios, geralmente são disparados para os pontos mais altos, então debaixo da palmeira é maior o risco de ser atingido.
1230	Jotan	O raio e o corisco são as mesmas coisas?
1231	Derci	Segundo a crença o corisco é a pedra que cai e o raio é a descarga elétrica, mas nem todo raio tem descarga elétrica.
1232	Nilson	O pensamento teórico com o empírico eles nem sempre estão juntos é porque os antepassados não tinham escola.
1233		Falando em chuva: [...]. Quando a lua está mais para o lado esquerdo dizem que o “inverno” vai ser bom, é conhecida por lua pendida, é mais uma observação da experiência e [concluem] que vai chover no outro mês.
1234		Por isso que existe a questão do pensamento teórico para comprovar da mesma forma não deixar de lado o empírico.
1235	Verônica	Será que haveria tanto curiosidade por parte de Vigotski se não existisse o pensamento empírico?

Fonte: elaboração do autor (2019).

Não é possível garantir, a partir do breve apontamento que acabamos de fazer sobre a crença na existência do corisco, dos registros históricos acerca do processo de colonização brasileira e dos relatos dos próprios professores de Matemática, que essa crença possa ter chegado ao Brasil e, conseqüentemente, até Lagoa Alegre, por intermédio dos europeus, mas não seria esdrúxulo considerar essa possibilidade.

A estratégia de produção de conhecimentos por meio da observação das peculiaridades dos objetos ou fenômenos é, a nosso ver, o ponto de partida da história do conceito que se desdobra em diversos estágios evolutivos do conhecimento, determinando níveis gradativamente mais avançados do pensamento racional, podendo transformar-se em um conhecimento científico que, como tal, desenvolve-se ampliando a capacidade humana de resolução dos problemas.

A cena em destaque revela que os conhecimentos empíricos sobre as tempestades:

- a) são mesclados pela realidade dos raios e seus riscos, e o misticismo patenteado no uso da pedra de corisco como amuleto de proteção (1204 a 1209 e 1215);
- b) são baseados na comparação dos aspectos realçados pelos órgãos do sentido, como o fulgor da luz, o barulho do trovão, o incêndio de árvores, a aparência das pedras etc., que refletem apenas as suas propriedades mais externas (1209);
- c) propagam-se oralmente e, portanto, fixo na palavra, sem uso de um sistema simbólico ou de signos de uma linguagem artificial e específica (1202, 1204, 1210 e 1216);
- d) estão orientados pela necessidade de compreender um fenômeno natural, criada a partir da necessidade primordial de proteção e segurança (1210, 1214, e 1228);
- e) são explicados por meio de exemplos utilizados como comprovação e não determinam um tipo de generalização (1203, 1215 e 1224).

Por outro lado, segundo as UPDs de 1218 a 1230, a explicação dos fenômenos, à luz da ciência, indica o seguinte:

- a) as pedras de coriscos, como foram descritas por alguns professores, não existem;
- b) para explicar a formação dos raios, é preciso considerar suas relações dentro de um sistema complexo de fenômenos naturais, e não de modo isolado em determinada classe particular destes;
- c) a explicação científica expressa-se a partir de uma linguagem específica, composta por diversos signos e símbolos, com terminologia própria e generalizante, tornando-a mais complexa;
- d) permitem encontrar soluções adequadas para a maioria dos problemas, como o controle da situação, as formas de proteção e segurança, a reprodução controlada do objeto etc.;
- e) procura salientar a essência do objeto, possível apenas quando o pensamento extrapola os limites das impressões sensoriais.

Nesse sentido, o estudo corrobora os pressupostos de Márkova e Davidov (1987, p. 178-179) quando, escrevendo sobre o assunto em voga, ratificam que

a análise busca a relação real e especial entre as coisas que servem, simultaneamente, como base genética das outras manifestações do sistema. Essa relação atua como forma geral ou essência do todo reproduzido mentalmente. [...]. Formalmente, a propriedade geral e as propriedades particulares dos objetos estão situadas no mesmo plano. No conhecimento científico, em transformação, se fixa a conexão entre a relação realmente geral e suas diferentes manifestações, a conexão do geral e o particular. (tradução nossa).

Da assertiva acima, inferimos que o processo de elaboração dos conhecimentos científicos não se baseia na ruptura de elos entre as propriedades particulares e gerais dos objetos. Pelo contrário: tal construção se dá ao evidenciá-los na ligação entre o geral e o particular, sendo capaz de revelar a sua essência.

Considerando esta tese, notamos que a explanação da presente situação suscitou a necessidade de explicar quais são as conexões existentes entre esses tipos de conhecimentos, o processo de significação e as formas de apropriação de conceitos em contexto escolar. Tal explicação é fulcral na pesquisa. A relação entre conhecimentos empíricos e científicos é, para Vigotski (2000), parte de um assunto muito mais abrangente, determinado pela relação entre o ensino escolar e o desenvolvimento do sujeito. Assim, o primeiro ponto a sublinhar é que o ensino escolar deve estar voltado para o desenvolvimento do pensamento teórico e para a produção de conhecimentos científicos.

Nesse contexto, qual é o lugar ocupado pelos conhecimentos empíricos? Qual é o papel deles no processo de ensino? Começamos a construir as respostas com a seguinte afirmação de Kopnin (1978, p. 138):

o homem, no processo de pensar, depende de todo o conhecimento anterior, estabelecido e fixados em certas formas e categorias. [...]. Mas em alguns casos, o pensamento avança baseando-se em noções e categorias já existentes e dentro de seus limites e, em outros, o pensamento chega, baseado em noções e categorias anteriores etc., em novos resultados por princípio; o salto na dinâmica do pensamento ocorre, novas categorias são formadas.

A afirmação citada aponta que o conhecimento, em qualquer nível, é resultante da relação entre o *sensorial* e o *racional*. Tais categorias dialéticas não são fases distintas do processo de desenvolvimento do conhecimento, mas dele constuintes. Desse modo, o sensorial é a fonte de nosso conhecimento, e o conteúdo racional o transforma gradativamente pelas sucessivas abstrações. Disso resulta que o conhecimento se desenvolve historicamente do sensorial ao racional, e sua manifestação revela-se em forma de conhecimentos empíricos ou científicos como qualidades distintas em diferentes etapas históricas do conceito (KOPNIN, 1978).

O autor enfatiza, ainda, que o conhecimento é empírico pelo seu conteúdo e científico pela sua forma, e o pensamento teórico é o meio pelo qual surgem os novos conhecimentos. Eis porque o conceito não é uma coisa pronta, mas um processo em contínuo desenvolvimento, assim como o é, também, a sua significação.

A descoberta do conceito como algo histórico é vital para compreender a relação entre as formas de apropriação e o processo de significação. A natureza histórica do conhecimento indica que ele passou por diversas etapas, desde a sua gênese até a situação atual, alcançando, paulatinamente, níveis cada vez mais avançados, seguindo o seu curso guiado pela necessidade de dar resolutividade aos problemas emergentes na complexidade da vida humana. Isso implica que durante o processo de desenvolvimento, estabelece-se uma hierarquia entre os graus de formação do conhecimento, isto é, um nível mais elevado de conhecimento pressupõe a subordinação de outros níveis anteriores, historicamente situados.

Do ponto de vista epistemológico, o estudo da história e a história da evolução do conceito desvelam a lógica do desenvolvimento dele próprio, compreendida nas leis de organização do pensamento que reflete o histórico de forma racional, “isto é, [o sujeito] reproduz a essência do objeto e a história de seu desenvolvimento em um sistema de abstrações” (KOPNIN, 1978, p. 184).

Assim, o histórico do conhecimento mostra o conteúdo objetivo do pensamento (a história) e o lógico, sua estrutura racional, capaz de converter esse conteúdo em conceito científico e originar novos conhecimentos, constituintes da inter-relação entre conhecimento e desenvolvimento humano.

Do âmbito da organização do ensino, a história dos conceitos e seu desenvolvimento lógico constituem um princípio geral, útil para alicerçar a atividade pedagógica que envolve o processo de reflexão, a análise e a planificação das ações de professores e alunos. Mais especificamente, orienta e regula as formas de apropriação dos conceitos assumidos pelos professores, caracterizadas na *práxis* docente.

5.3.2.3 Cena 6: A atividade de ensino mediada pela AOE

Estamos concluindo a análise do segundo episódio que enfoca, no contexto da formação, as aprendizagens dos professores sobre a AOE. A cena em epígrafe surge das interações decorrentes do estudo do texto *A AOE como mediadora na atividade de ensino e de aprendizagem*, de Moura *et al.* (2010), realizado em 29 de setembro de 2018.

Considerando que o objetivo desse encontro foi possibilitar uma oportunidade para que os professores pudessem se apropriar dos conceitos de atividade de ensino e atividade de aprendizagem no âmbito da TH-C, concebendo a AOE como mediadora entre tais atividades, buscamos estudar os principais aspectos que caracterizam essa teoria.

Nesse sentido, alguns aspectos da atividade pedagógica suscitaram maior interesse dos professores, configurando, portanto, uma demanda formativa do próprio grupo, porque tais

assuntos trazem consigo elementos fundamentais para uma *práxis* docente bem-sucedida – sobre os quais nos deteremos nessa análise.

Começaremos descrevendo como os professores reagiram e o que disseram sobre a relação entre aprendizagem e desenvolvimento humano – ponto crucial para a compreensão do papel social da escola e do professor. Dentro da perspectiva teórica adotada, o binômio desenvolvimento-aprendizagem forma uma unidade dialética.

Assim, a aprendizagem produz desenvolvimento ao tempo em que depende dele. O desenvolvimento da *psique* humana resulta da relação entre o sujeito e a realidade, mediada pelos conhecimentos historicamente produzidos quando objetivados no processo de significação, que depende da forma de apropriação da cultura. Isso posto, depreendemos que a atividade pedagógica se apresenta como forma disciplinada e orgânica, propulsora do desenvolvimento humano.

Diante desse ponto de vista, aprendizado não é desenvolvimento; entretanto, o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer. Aliás, “[...]o aprendizado é um aspecto necessário e universal do processo de desenvolvimento das funções psicológicas culturalmente organizadas e especificamente humanas” (VIGOTSKI, 1998, p. 118).

Da cena em análise (Quadro 10, UPD. 1237-1246), o professor Same ressalta o quão acessível está o conhecimento em decorrência das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), definindo uma nova postura do professor ante o desafio de ensinar. Para ele, o conhecimento precisa ser inovador e o seu ensino deve ser uma troca de experiência entre professor e aluno (1239). Ele aponta a expansão do conhecimento humano, aparentemente, sem conseguir fazer uma conexão com o desenvolvimento do psiquismo humano.

Observando as falas dos professores – no Quadro 10, veremos as principais falas desses sujeitos, registradas nessa cena –, notamos uma tomada de consciência, provavelmente incipiente, sobre a natureza da relação entre desenvolvimento e conhecimento, ilustrado na fala de Josan (1240-1245). Seu relato descreve uma faceta do processo de desenvolvimento que ilustra a forma como a realidade objetiva o condiciona. As partes grifadas do trecho em foco indicam marcas de aprendizagens fomentadas pelos estudos realizados. Em síntese, o quadro descrito sinaliza uma qualidade essencial do desenvolvimento, que é o movimento progressivo, ou seja, “as transformações que conduzem à passagem do inferior ao superior do simples ao complexo” (CHEPTULIN, 1982, p. 167).

Nesse contexto, manifesta-se a questão da natureza biológica do desenvolvimento da *psique* humana, traduzida pelas palavras do professor Ben. Ao apontar que na fase gestacional, a criança “*ainda não tem um aprendizado, está se adaptando ao meio*” (1246), ele provocou o seguinte questionamento: até que ponto o desenvolvimento da *psique* humana está subordinado à sua natureza biológica?

Esse ponto é inescusável dentro da TH-C, que procura explicar o desenvolvimento das funções psicológicas superiores a partir da relação dialética determinada pela sua natureza cultural e biológica. Para Vigotski (2000, p. 54), o desenvolvimento humano não depende somente de fatores biológicos, mas das condições ambientais em que o sujeito se encontra. Isso nos mostra que os fatores biológicos e culturais não são dissociados, mas coexistem na natureza do próprio desenvolvimento, que “transforma-se, do biológico ao sócio histórico”, por intermédio do uso dos signos.

Nenhuma adaptação acontece por si só, uma vez que toda adequação responde a uma necessidade. “[...], a pulsão dinâmica de satisfação das necessidades e a pulsão de adaptação à realidade não podem ser consideradas como coisas separadas que se opõem mutuamente. Uma necessidade só pode ser verdadeiramente satisfeita através de uma certa adaptação à realidade” (VIGOTSKI 2000, p. 27). Portanto, as estruturas psicológicas condicionadas pelos determinantes biológicos sustentam as estruturas psicológicas que se originam com as interações sociais. Daí se conclui que o desenvolvimento da *psique* humana se assenta em condicionantes biológicos, mas neles não se detém, todavia os engloba e os supera por meio dos processos sociais de construção da cultura. A natureza biológica se manifesta pelas funções psicológicas elementares, enquanto a natureza social e cultural determina as funções psicológicas superiores.

Quadro 10 – Episódio 2 – Cena 6: a atividade de ensino mediada pela AOE

COD	ID	UPD
1236	Mediação	Reflexão sobre a relação entre aprendizagem e desenvolvimento, explorando sobre o tema nas perspectivas piagetiana e vigotskiana e estudo sobre significação no contexto da AOE.
1237	Same	Hoje o conhecimento está acessível a todo mundo, não há mais aquela busca incessante.
1238		Antes você procurava as bibliotecas, a determinadas pessoas que tinha o conhecimento.

Continuação

1239		Colocando o que estamos estudando agora, o conhecimento é para ser inovador e o ensino deve ser uma troca de experiências entre professor e aluno.
1240	Josan	Quando criança, morava com meus pais, tios e irmão. Ficava sempre procurando fazer uma coisa diferente, não tinha um brinquedo para comprar. Eu sempre construía meus brinquedos carrocinha, carrinhos, de outras coisas.
1241		Com meus filhos [a situação] foi diferente, me surpreendia com o que eles faziam, com o que eles falavam. Já com minha neta de dois anos, ela é mais esperta [...].
1242		A gente ver que a coisa vai evoluindo e as crianças vão chegando na escola com um patamar de aprendizagem lá em cima. Há 20 anos, passávamos tempo pensando o que íamos ensinar, [hoje] não tenho mais possibilidade de acompanhar essa meninada.
1243		
1244		Na minha infância, a minha relação era com os brinquedos. Meu pai era um homem da roça, era vaqueiro e eu brincava de vaqueiro.
1245		Com meus filhos o ambiente era outro, cheio de livros, eu era professor. Minha filha começou a ler ainda muito pequena. Já com minha neta! na hora que pega no computador; o que ela assiste, aprende logo.
1246	Bem	Estudando sobre o fator biológico [no desenvolvimento], [li que] a criança ainda no ventre da mãe recebe as sensações pela via umbilical e tudo que é influência do meio sobre a grávida, repassa alguma coisa para a criança. Mas ela [a criança] ainda não tem um aprendizado, está se adaptando ao meio, por isso que muita gente diz que a criança chega assim explosiva.
1247	Mediação	Argumentação no sentido de construir o conceito de significação, evitando confundir interação com adaptação ao meio por meio de uma relação do desenvolvimento das bases de numeração.
1248	Verônica	A pessoa vai aprendendo a pensar e ela ver as coisas ela pode fazer aquilo, ou não e descobre que pode fazer de outro jeito, que pode criar outra forma de fazer.

Continuação

1248		Vou contar uma experiência de trabalho com turmas multe seriadas do primeiro ao quinto ano. Os coordenadores planejam com a gente o conteúdo e diziam: vai, te vira, a turma é tua.
1249		Quando cheguei nessa turma, tinham alunos na terceira série que não liam, que não conheciam o alfabeto e [...] a partir daí eu fui até me humanizando mais, deixando o programa de lado e atendendo a necessidade deles.
1250		Eles fizeram eu perceber que não estava obrigada a cumprir o que a coordenação mandava, preferir atender à necessidade deles.
1251		Eu aprendi isso que a gente tem olhar para aqueles que tem mais dificuldade. Nós professores costumamos trabalhar muitas vezes pela aqueles que tem mais facilidade.
1252	Pesquisador	A memorização da tabuada e uso da calculadora surgiu da necessidade formativa da própria turma, quando estudávamos a atividade de ensino no contexto da AOE.
1253		— Eu não sou contra usar as tecnologias, essa questão é problemática tão destacada assim. Por exemplo: Os alunos hoje não querem mais memorizar a tabuada.
1254		No Ensino Médio, pergunto quanto é 8×7 . Eles sabem, mas só vai se pegar na calculadora, aí fica difícil (Anjo).
1255	Anjo e Derci	— O ser humano só grava [na memória] aquilo que ele acha é importante e aluno não acha a tabuada importante (Derci). — Mas aí que está, a tabuada é interessante (Anjo).
1256		— Eles não sabem dessa importância, nós é que sabemos (Derci). — O jovem é assim, agora o nosso papel é tirar isso da cabeça dele e colocar o que é importante (Anjo).
1257		— Eu tenho muita dificuldade com aluno que não sabe a tabuada, é complicado. Eu tinha um aluno que reclamava dizendo “professor o senhor estar fazendo conta direto?” se não for assim como é que vocês vão aprender? Hoje a gente não trabalho dessa forma porque existe outros meios mais interessantes (Anjo).

Continuação

1258	Pesquisador	Analisando a possibilidade de a AOE mostrar a necessidade que gerou os conceitos e seus saltos qualitativos, os professores se manifestam sobre a questão.
1259	Derci	Hoje, encontramos na sala de aula, muitos alunos que parecem não ter a necessidade [de aprender], quando vou para uma turma assim, o que fazer para motivar?
1260		Eu não gosto de dizer: o assunto de hoje é esse. Eu acho que não provoca a curiosidade, e começo fazendo várias perguntas sobre o assunto. O objetivo era despertar a necessidade de aprender.
1261		Depois eu uso o conhecimento teórico para explicar cada fenômeno, mas depois que estejam querendo saber, é a questão da necessidade.
1262	Same	Faz sentido essa questão da necessidade. Há uma diferença entre o alunado da zona urbana e da zona rural. [...].
1263		Na minha experiência como professor tanto na zona rural como urbana, vejo que [na zona urbana], por exemplo, a questão da informática, os celulares; atrapalham muito. Eles [os alunos] não veem a necessidade de valorizarem-se academicamente.
1264		A prioridade muda na zona rural. A necessidade deles de aprender, se torna diferente, porque lá, as únicas atividades que a pessoa tem, fora da escola, é trabalhar na roça ou na construção.
1265		Então o fato de as necessidades mudarem na sala de aula, de não ser tanto para aprender, mas para entrar no mercado de trabalho, mudam as coisas.
1266		Na maioria das escolas os alunos veem assim como um tanto faz. Isto desestimula você como professor, como educador e até como aluno, por que aquela necessidade de você ser diferente, ser a mudança, realmente não vai existir.

Fonte: elaboração do autor (2019).

Do ponto de vista de uma intervenção pedagógica, essa compreensão indica que as aprendizagens não dependem exclusivamente de aspectos biológicos, que pode existir em um momento oportuno, o qual deve ser esperado, para se começar a ensinar, e estar condicionado somente por tais aspectos.

À vista disso, a qualidade das aprendizagens depende da adequação dos processos de ensino, os quais devem considerar a possibilidade de promover o desenvolvimento do sujeito. Em suma, há uma dependência relativa aos condicionantes biológicos e às formas de apropriação da cultura, sugerindo que o processo de ensino deve estar orientado para o desenvolvimento: “isso não significa que há uma relação direta entre o ensino e o desenvolvimento, mas sim que o ensino é uma forma necessária e relevante para o desenvolvimento” (MOURA *et al.*, 2010, p. 91).

Dando continuidade à discussão sobre a necessidade de planificação das ações de professores e alunos no contexto da AOE, a conversa tendeu para o apontamento de experiências relativas às práticas docentes. Separamos três situações que nos chamaram a atenção porque configuram um *modus operandi* do trabalho docente e, conseqüentemente, uma forma de apropriação e significação de conceitos na realidade escolar.

A primeira situação, destacada nas UPD de 1248 a 1251, de modo particular, evoca a questão da importância dos conteúdos escolares representados, principalmente, pelo currículo. É evidente que a prescrição de um programa oficial de ensino é uma exigência decorrente do caráter institucional da escola. Todavia, a objetivação do currículo oficial é afetado pelas condições reais em que se encontram professores e alunos e, por vezes, o professor acaba “*deixando o programa de lado*” (1249) e adequando-se à realidade, a partir de uma interpretação própria do currículo, e a faz em virtude de uma necessidade profissional de organizar o ensino, pois é seu dever fazer com que os alunos se apropriem dos conteúdos escolares, que são essenciais para a manutenção da vida.

A esse respeito, Sacristán (1998, p. 131) faz um alerta, ao afirmar que

considerar que o ensino se reduz ao que os programas oficiais ou os próprios professores/as dizem que querem transmitir é uma ingenuidade. Uma coisa é o que dizem aos professores/as o que devem ensinar, outra é o que eles acham, ou dizem que ensinam e outra diferente é o que os alunos/as aprendem.

Assim, o professor exerce, em certa medida, o poder de decisão sobre o que concretamente deverá ser apreendido pelos alunos, diminuindo a força do currículo oficial, ao imprimir suas concepções e seus modos de ser, e atuar nas práticas docentes, fazendo uso de certo nível de autonomia. Esse momento é crucial, do ponto de vista dos sistemas de ensino, pois os professores que não participaram da elaboração do currículo são os responsáveis pela sua objetivação.

De modo geral, as ações e operações na atividade pedagógica, como toda atividade humana, dependem das condições sociais em que o professor tem de atuar. No Quadro em

análise (Quadro 10, UPD. 1259-1266), tomaremos a expressão *necessidade* como palavra-chave par a análise desse aspecto da atividade pedagógica. Na teoria da atividade, a necessidade é um elemento estruturante de qualquer ação. Ao organizar suas ações, o professor o faz buscando satisfazer uma necessidade educativa, diante do dever de ensinar os conteúdos escolares. Da mesma forma, a necessidade de aprender determina o motivo dos alunos. Ensinar e aprender são, portanto, necessidades que orientam a atividade pedagógica.

Nos relatos de experiências mencionados, existem elementos que nos levam a pressupor na formação de uma consciência sobre o papel da *necessidade* como aspecto relevante do processo de ensino e aprendizagem. Dizem os professores: É preciso “[...] *despertar a necessidade de aprender*” (1260). “*Então o fato de as necessidades mudarem na sala de aula, [...] mudam as coisas*” (1265). Assim, chegamos ao entendimento de que a prática docente faz parte de um saber-fazer, configurando um jeito especial de ser e agir nos espaços escolares.

Parafraseando Moura *et al.* (2016, p. 188), podemos assentir que o professor, ao desenvolver o seu trabalho, o faz no âmbito da relação *arte-técnica*, a partir de um *saber-fazer* que lhe é inerente. A maneira de ser ou de agir dos professores define a sua arte, mas são os valores que guiam a técnica. O que distingue a arte do professor de sua técnica é que na primeira, o resultado não depende exclusivamente da receita e do algoritmo, do puro fazer mecânico; e a segunda, mesmo guiada por valores sociais, imputa o sucesso do resultado à correta execução de operações. Vistos de modo isolado, a arte e a técnica redundam na reprodução do fazer mecânico. Do contrário, o movimento contínuo do par *arte-técnica* como unidade dialética produz a *práxis* docente.

Sumariando, a investigação indicou um salto qualitativo nas aprendizagens sobre a atividades pedagógica, à medida que foi possível identificar alguns aspectos característicos da AOE e colocar em confronto as relações *desenvolvimento-conhecimento*, *conteúdo-curriculo* e *necessidade-contingência*. Essas aprendizagens refletirão na compreensão de que professor e aluno são sujeitos em atividade quando desenvolvem um trabalho estruturado em torno de uma necessidade que os leva a organizar suas ações de forma deliberada para atingir seus objetivos, diante das condições objetivas em que se encontram e da possibilidade de transformarem a prática docente em uma *práxis*.

5.3.2.4 Análise da qualidade das aprendizagens docentes: o que foi possível aprender?

As ações que deram origem ao presente episódio foram concretizadas no sentido de possibilitar a apropriação, pelos professores, de conceitos relativos à atividade pedagógica. A seguir, no Quadro 11, apresentamos um resumo das análises desse episódio.

Quadro 11 – Resumo do episódio 2: A AOE e o desenvolvimento do pensamento teórico

CENA 4 – A interação do pesquisador	CENA 5 – A pedra de Corisco	CENA 6 – A atividade de ensino mediada pela AOE
<p>Objetivo: esclarecer o papel da mediação na concretização das ações formativas.</p> <p>- De modo geral, a mediação consistiu em organizar, orientar e acompanhar as ações formativas.</p> <p>-Ações:</p> <p>Rodas de conversas com os professores nos estudos teóricos</p> <p>- Oficina com o objetivo de realizar a planificação das ações de ensino nos GTs;</p> <p>-Acompanhamento dos GTs na elaboração e apresentação das tarefas de ensino; planeamento do experimento didático.</p> <p>- Acompanhamento da execução do ED;</p> <p>- Acompanhamento da apresentação dos experimentos didáticos.</p>	<p>Objetivo da análise: evidenciar as características dos conhecimentos empíricos e científicos, suas leis e propriedades.</p> <p>Aprendizagens:</p> <p>- Reconhecimento de que o corisco é uma crença;</p> <p>-Identificação das principais características dos conhecimentos empíricos e dos conhecimentos científicos.</p> <p>- Constatação de que os conhecimentos empíricos se formam no espectro sensorial, enquanto os científicos são resultantes das abstrações no espectro racional.</p> <p>-Reconhecimento de que o conhecimento, em qualquer nível, é resultante da relação entre o sensorial e o racional, e que tais categorias não são fases distintas do desenvolvimento, do conhecimento, mas dele constituintes;</p> <p>- Entendimento de que a história dos conceitos e seu desenvolvimento lógico é um princípio geral útil para alicerçar a atividade pedagógica, que orienta e regula as formas de apropriação dos conceitos.</p>	<p>Objetivo: analisar a qualidade das aprendizagens sobre o conceito de AOE.</p> <p>Aprendizagens:</p> <p>- Constatação de que o caráter histórico e lógico do conhecimento humano se revela na relação dele com o seu desenvolvimento;</p> <p>- Reconhecimento de que os fatores biológicos e culturais não são dissociados, mas coexistem na natureza do próprio desenvolvimento da <i>psique</i> humana, que se transforma do biológico ao sócio histórico por meio do uso dos signos;</p> <p>- Reconhecimento de que na relação conteúdo-curriculo o professor decide sobre o que concretamente deverá ser apreendido pelos alunos, diminuindo a força do currículo oficial.</p> <p>- Reconhecimento de que é preciso criar no aluno a necessidade de aprender o conceito, que ela se concretiza na apropriação dos conteúdos geradores dos objetivos e motivos, orientando as ações e operações dentro das reais condições de trabalho.</p>

Fonte: elaboração do autor (2019).

Nesse contexto, foram abordados diversos temas, com destaque para os seguintes:

- a) a relação entre conhecimentos teóricos-conhecimentos empíricos, com foco no em seu processo de formação, suas propriedades e suas leis;
 - b) a relação necessidade-contingência, no âmbito da TH-C, nas práticas docentes;
 - c) o professor como responsável pelo ensino e o desafio de decidir sobre o que os alunos devem aprender, diante das circunstâncias e da exigência do currículo escolar;
 - d) o desenvolvimento da *psique* humana: aspectos biológicos e culturais;
- as dificuldades enfrentadas pelos professores no contexto do ensino e da aprendizagem.

Desse modo, chegamos ao final da análise do segundo episódio, compreendendo que a introdução ao estudo da atividade pedagógica no enfoque da TH-C evidenciou algumas carências formativas, as quais sugeriram mudanças na organização inicial. Entretanto, o objetivo/motivo que orientou as ações e operações não foram afetados.

Em suma, podemos, a título de conclusão, inferir que as ações desenvolvidas possibilitaram aos professores o seguinte entendimento:

- a) as aprendizagens e o desenvolvimento psicológico não dependem exclusivamente de aspectos biológicos, o que existe é uma interdependência relativa aos condicionantes biológicos e às formas de apropriação da cultura, sugerindo que o processo de ensino deve estar orientado para o desenvolvimento;
- b) a significação da realidade é um processo que se realiza a partir de uma situação concreta e que se desenvolve progressivamente do mais simples ao mais complexo, daí porque o estudo histórico-epistemológico dos conceitos nos indica que a atividade cultural e social é fundamental para a compreensão dos processos de produção do conhecimento;
- c) do ponto de vista da atividade pedagógica, a AOE estabelece-se como mediação da atividade de ensino e de aprendizagem, sua concepção baseia-se na teoria da atividade e, portanto, estrutura-se como tal, partindo de uma necessidade que se desdobra em objetivos, motivos, ações e operações, limitadas pelas reais condições. Como princípio de organização do ensino, a AOE respeita a natureza histórica de formação dos conceitos.

Isso posto, passaremos à exposição das análises do terceiro e último episódio do primeiro isolado. Nele, trataremos dos conhecimentos pretéritos dos professores acerca das medidas locais e das aprendizagens resultantes do estudo do movimento lógico-histórico do conceito de medida.

5.3.3 Episódio 3: O particular e o geral: as medidas locais

O movimento da matéria supõe o desenvolvimento progressivo dos fenômenos em diferentes estágios de evolução. Em determinado estágio, podemos ver as características que se conservam na nova formação (o geral). Elas são os elos com a formação anterior. Mas o geral não é suficiente para explicar um estágio superior, que exprime uma forma modificada e apresenta aspectos, características e propriedades novas. Por consequência, podemos dizer que o geral está nos diferentes estágios do desenvolvimento histórico da matéria, por isso, ele atua como condicionante, mas é o particular que distingue uma formação de outra.

Dessa forma, o estudo de certa formação compreende o reestabelecimento dos momentos que culminaram no surgimento de uma nova formação. A correlação do particular e do geral, como escreve Cheptulin (1982, p. 196), “representa uma correlação do todo e da parte, em que o particular é o todo e o geral é a parte.”

As medidas, como qualquer outro fenômeno social, formaram-se em diferentes estágios. O estudo de determinado estágio de desenvolvimento de conceito implica conhecer as diferenças e singularidades no confronto com os estágios anteriores. Sendo um estágio intermediário, significa, também, encontrar o seu lugar real no contexto do desenvolvimento lógico e histórico, e sua correlação com estágios inferiores e superiores, que no processo de ensino escolar, por sua natureza, encontra-se em transformação de conteúdo orgânico a didático.

Com essa consciência, ao analisar este episódio, elencamos como finalidades: explicar em que se assemelham e se diferem as formas de medir de Lagoa Alegre; colocar em evidência as características que as distinguem, em comparação com as medidas do sistema métrico decimal; e confrontar essas informações com o ensino do conceito de medir nas escolas, tendo o em vista o objetivo central, que é *investigar como estão relacionados o processo de significação, o desenvolvimento lógico-histórico e o modo de apropriação do conceito de medida no ensino de Matemática, em particular, com os pequenos lavradores de Lagoa Alegre.*

Dito isso, esclarecemos que o presente episódio aconteceu em setembro de 2018 e retrata o momento de aprendizagem dos professores sobre as medidas praticadas pelos lavradores de Lagoa Alegre.

Na proposta inicial, dois lavradores deveriam realizar uma palestra para os professores de Matemática, mas isso não foi possível. Conversando com a turma, identificamos que os professores Anjo e Derci poderiam realizar essa ação, justamente por ter raízes plantadas na cultura das roças. Portanto, o episódio surge a partir dessa palestra.

5.3.3.1 Cena 7 – Cubando a terra: a braça e a linha de roça

Neste ponto específico, nosso objetivo é analisar os conhecimentos dos professores sobre as medidas locais de Lagoa Alegre. A partir do exposto no Quadro 12, podemos capitular o conteúdo dessa cena da seguinte forma:

- a) de 1301 a 1304: definição da linha de roça, da braça e de seu fabrico;
- b) de 1305 a 1308 e de 1317 a 1319: relação entre o proprietário da terra e o rendeiro;
- c) de 1309 a 1313: cálculo da área da roça (cubagem) e técnica de medição;
- d) de 1314 a 1316: o medidor de terra como ocupação profissional.

Para os professores, a definição da braça é mesma assumida pelos lavradores, isto é, trata-se da distância da ponta do dedão do pé à ponta do dedo da mão de uma pessoa adulta em pé e com o braço levantado, sendo mais utilizada para medir os aceiros.¹¹

Quadro 12 – Episódio 3 – cena 7: cubando a terra

COD	ID	UPD
1301	Pesquisador	Esta ação tem como finalidade possibilitar apropriações relativas às práticas sociais de medidas locais desenvolvidas pelos lavradores, observando a vida cotidiana das roças.
1302	Anjo	A linha de roça, é um quadrado de 25 braças por 25, multiplicando dá 625 braças quadradas
1303		Por exemplo: Se a roça não desse um lance de 25 braças, digamos 20, tinha que dividir 625 por 20 para ver qual seria a medida do outro lado, contanto que desse 625 braças quadradas
1304		A braça podia ser feita com uma vara ou talo de buriti do tamanho de um homem em pé com o braço esticado para cima. Mas tinha aquela que corresponde à distância dos braços abertos, era mais utilizada para medir corda, linha, cordão etc.
1305		Os proprietários [de terra], às vezes não sabiam fazer a roça. Viviam da renda. O morador tinha que pagar tantas quartas de gênero por linha de roça.
1306		As vezes tinha conflito porque tinha diferença nas medidas.

¹¹ Faixa de terreno limpo, preparado para evitar a propagação do fogo. Limite do roçado. (Dicionário de Termos expressões populares (CABRAL, 1972).

Continuação

1307		O lavrador media a terra que cercava, mas o patrão recebia pela parte que foi limpa (desmatada) que sempre era maior que a cercada.
1308		Para medir, a terra era marcada, no mato, com um cordão. Uma pessoa media e outra anotava.
1309		Às vezes, quando o patrão não ia, pessoalmente acompanhar a medida, mandava um encarregado que costumava puxar para o lado do patrão, gerando conflito.
1310	Pesquisador	Como se faz a “cubagem” da roça?
1311		Para um terreno de 4 lados, soma-se os lados opostos e divide por dois, depois multiplica os resultados da divisão.
1312		O fato de somar os lados opostos e dividir por dois serve para aproximar o cálculo da área pelo retângulo ou quadrado, feito para facilitar a conta
1313		A cubagem era feita por duas pessoas, uma para medir a terra e outro para anotar os dados, no final eram feitos os cálculos.
1314		No passado eram poucas as pessoas que sabiam cubar a terra. Eram trabalhadores que viviam disso, por isso não ensinavam a outros.
1315	Derci	Somente os grandes proprietários de terra tinham uma pessoa responsável pela cubação de roça.
1316		Muitos sabiam avaliar, medir etc., mas cubar eram poucos. A pessoa que sabia cubar a terra tinha um saber especial, era uma raridade.
1317		Certa vez eu fui procurado para cubar uma roça porque o dono estava achando que a terra demarcada era maior que o combinado e o lavrador estava achando pouco
1318		Eu disse: meça o os quatro aceiros – certo que o terreno não tinha exatamente quatro aceiros – tinha uma disputa por conta de uma curva.
1319		Para resolver, você pode aproximar a curva por uma reta, deixando uma parte fora e outra dentro para compensar.

Fonte: elaboração do autor (2019).

Na seção 4, explicitamos, a partir do olhar dos lavradores de Lagoa Alegre, a atividade social de medir no contexto das roças. Na comparação com os relatos dos professores, não

notamos grandes diferenças. A braça também é definida pela distância entre as pontas dos dedos médios de uma pessoa adulta com os braços abertos, melhor para medir cordas e semelhantes.

Não temos como afirmar categoricamente que a definição de braça de Lagoa Alegre tenha vindo da Europa e seja uma reprodução do que acontecia na época, embora essa hipótese possa ser ventilada. Na realidade, nem sabemos ao certo quando o homem começou a medir usando o corpo como referência, mas a forma descrita pelos professores e pelos lavradores investigados nos remete a como a braça era conhecida na França, cujo nome era *toesa*, onde era utilizada para medir o meridiano de Duquerque até Barcelona, e servia de base para a definição do metro francês (aproximadamente a metade de uma toesa). No Brasil, o metro começa com o nome de *vara*, equivalente a onze décimos do metro francês, compatível com dez palmos, o que fez com que a braça fosse tomada como 2,2 m., valor utilizado nas conversões da medida da braça em metro (ver seções 3 e 4).

Na passagem da braça para a *vara* de medir e desta para o metro, conservam-se os princípios e as propriedades gerais do conceito de medida, ou seja, toda medida depende de um estalão comparativo e de uma magnitude resultante de uma comparação entre os objetos de mesma grandeza. O que se difere é o fato de que a braça não é um estalão estável, mas, antes de tudo, um conteúdo social que não se baseia especificamente no valor de uso da coisa medida; é um padrão natural, com significações que variam com o cenário geográfico, etnográfico e temporal da história.

A diferença da braça, em comparação do sistema métrico, mostra-se igualmente no fabrico do próprio instrumento de medir. Nesse caso, o estalão pode ser espelhado em uma vara retirada do talo da folha de buriti ou outra espécie de palmeira ou planta que possa servir de suporte para essa medida. Essa facilidade pode explicar, em parte, porque ela continua aceita como padrão nas roças. Segundo os pequenos lavradores, as maneiras de medir uma roça por meio de medidas antropomórfica variam bastante, conforme a região. Há lugares em que a unidade de medida de área é quadro, em outros, tarefa. Em Lagoa Alegre e adjacências, essa unidade é chamada de *linha de roça*, calculada no processo chamado de *cubagem* ou *cubação*. Normalmente, a palavra *cubagem* é usada para indicar a avaliação do volume de um sólido ou a capacidade de um espaço, mas nesse contexto específico, cubar um terreno significa encontrar a sua área, independentemente das condições de relevo, considerando-se apenas as medidas de seu contorno, aceiros ou lances.

A cubagem segue uma fórmula matemática aplicável somente para quadriláteros. Assim, para situações em que o terreno não seja um quadrilátero, é necessário fazer uma decomposição da figura, de modo que seja possível a aplicação da fórmula geral para cubagem,

definida pelo produto da média aritmética dos lados opostos de um quadrilátero qualquer, algebricamente representada pela expressão $K = \frac{(a+c)}{2} \cdot \frac{(b+d)}{2}$, onde a, b, c e d são as medidas dos lados consecutivos de um quadrilátero qualquer e K é a cubagem. Sobre a origem dessa fórmula em Lagoa Alegre, não temos informações precisas a respeito, mas essa mesma fórmula foi encontrada no papiro de Rhind¹² (EVES, 2004). Provavelmente, tenha chegado até nós com os portugueses, durante o período colonial.

O sistema pré-métrico de Lagoa Alegre engloba medidas de grandes distâncias (légua) e pequenas (o palmo, o pé e a braça), áreas (linha de roça, quadrinho) e volumes (prato, quarta e carga). É obvio que, pela sua natureza, as medidas antropomórficas não apresentam um grau de elevada precisão ou exatidão, mas essa questão não consistiu em um problema, pois havia formas de compensação compreensivas. A exatidão só se tornou um problema quando a terra passou a ser avaliada pelo critério valor de uso. Os conflitos entre proprietários e rendeiros, como o exposto no Quadro 12 (1307), não parecem ser consequência da falta de precisão dessas medidas, mas do modo de produção estabelecido entre o dono da terra e dono da força de trabalho. Logo, a motivação para as disputas girava em torno dos ganhos que ambos queriam auferir, o que, de alguma maneira, estava ligado à questão das medidas (KULLA, 1998).

A técnica deubar a terra, como um saber privilegiado, materializada no uso de uma fórmula matemática, revela a forma restrita de disseminação do conhecimento na ausência da escola. A descrição do professor Derci (1312) ilustra essa situação. Para alguns, saber realizar a cubagem era uma ocupação econômica viável, já que os proprietários de grandes quantidades de terras precisavam dessas pessoas. Tratava-se de uma agrimensura artesanal, empírica. Parece que esse conhecimento vem se disseminando pela tradição oral, como podemos ver em 1315.

5.3.3.2 Cena 8 – Medindo grãos: o prato, a quarta e a carga

Dando continuidade, nesta cena, retratamos como é/era feita a medição de grãos. Os dados sobre os quais realizamos a análise se encontram no Quadro 13, a seguir. Mas vale lembrar, inicialmente, que antes da balança, os grãos já eram medidos pelo seu volume, prática comum nas feiras livres da Antiguidade. Para exemplificar, lembramos da *Korsec*, que era uma medida de volume popular, regulamentada em lei e controlada pelas autoridades. Havia vários tipos de *Korsec* no século XVI, e com diferentes definições, mas, de certo modo, era um padrão de medida estável em determinadas regiões (KULLA, 1988).

¹²Documento egípcio de cerca de 1 650 a.C., onde um escriba de nome Ahmes escreve a solução de vários problemas de aritmética, frações, cálculo de áreas, volumes, geometria e outros.

Quadro 13 –Episódio 3 – cena 8: medindo grãos

COD	ID	UPD
1320	Pesquisador	Como era feita a medida de grãos?
1321	Anjo	Meu tio usava o prato medir gêneros.
1322		O prato era uma vasilha feita de madeira, uma caixa.
1323		Quando o óleo [de cozinha industrializado] começou a ser vendido por aqui, em vasilhames de 900 ml, as pessoas notaram que prato de madeira correspondia a dois litros.
1324		Por isso, deixaram a prato de madeira de lado e o substituíram pelo litro de óleo que, na verdade cabia 900 ml, então eles mediam dois “litros” coculado ¹³ para compensar essa diferença.
1325		Isso, porque era difícil fazer um prato de madeira, não existiam máquinas, era feito manual, no serrote. Dava muito trabalho.
1326	Pesquisador	E as outras medidas, como ficaram, se dependiam do prato?
1327	anjo	Daí meia quarta que era 15 pratos, passou a ser medida com 30 litros e a quarta que antes se media com 30 pratos, passou a ser medida 60 litros e uma carga são duas quartas.
1328		Assim era medido o feijão, o milho, a farinha, o arroz. Quem fazia uma roça pequena tirava uma quarta ou uma quarta e meia. Quem fazia uma roça grande tirava 15 quartas ou mais
1329		Quem tinha roça grande guardava o gênero no paiol que era forrado com palha de coco e cabia até 40 quartas.
1330		Meu pai media gêneros no prato de madeira, sempre com “coculo” e acrescentava mais uma mão cheia. Mas sabe em que ele se baseava? Com à medida que medires, com ela serás medido.
1331		Tinha quem batesse com a mão [no fiel da balança]. Se fosse uma coisa para dá 100 kg, só daria noventa e poucos.
1332		[Meu pai] dizia: se você mede com falta, na sua medida também faltará. Se você mede para alguém no coculo, a sua também será coculada.

Fonte: elaborado pelo autor (2018).

De modo geral, as medidas pelo volume apresentam os seguintes aspectos:

- a) a comparação pelo volume alinha-se com o processo de contagem;
- b) a confecção artesanal dos padrões de medidas era mais simples que a balança;
- c) mecanismos de uso simples;
- d) ausência de uma escala complexa;
- e) a questão da exatidão, pouco requisitada e resolvida por meio de incremento nas medidas, ainda não era um problema para o comércio.

Todavia, isso não implica ausência de regras e de controle. Em diversos lugares, os padrões de volumes tinham parâmetros definidos em leis e/ou costumes sociais, os quais deveriam ser respeitados por todos. Particularmente, na região que estamos estudando, segundo o relato dos professores (1321-1326), na ausência das balanças, as medidas com padrões volumétricos eram realizadas por meio do *prato* (aproximadamente 2 litros) e de seus múltiplos.

Para os professores, uma *quarta* equivale a 30 pratos e a *carga*, duas quartas). A *carga* tinha como referência a relação com o transporte de tração animal. Para a realização do transporte, os grãos eram colocados em dois sacos contendo uma quarta do gênero.

Em conformidade com os lavradores, uma *quarta* corresponde a 25 pratos (50 litros). Na verdade, coexistiam as duas situações.

Assim como *Korsec*, a definição da quarta variava. O professor Derci lembrou que “existia uma medida que é metade da meia quarta daqui, quatro delas daria uma quarta, é uma caixa de madeira que é um quarto da nossa quarta, que também era batizada de quarta” (12,5 litros). Isso nos trouxe à lembrança que, por volta dos séculos XVIII e XIX, a medida de capacidade era realizada com uma unidade chamada *alqueire* (aproximadamente 27 litros), que tinha como submúltiplo a quarta ($\frac{1}{4}$ de *alqueire*), ou seja, pouco menos de 7 litros).

Na medida dos grãos, o lavrador ou feirante nivelava a vasilha antes de enchê-la completamente até o transbordo, técnica de medir chamada de *coculo*. Normalmente, havia o acréscimo de uma “*mão-cheia*¹⁴” como forma de garantir a correta medida. Esse incremento tinha ou tem um sentido subjetivo de honestidade, justiça e fé. Nesse caso, os aspectos morais das medidas aparecem na própria técnica e no comando do conjunto de operações que se desencadeiam em um saber fazer social (MOURA, 2017).

¹³ Variação do termo *cogulo*, que significa *medida em excesso, extravasada*.

¹⁴ Excedente medido usando as duas mãos juntas, como um recipiente.

Quadro 14 – Resumo do episódio 3: O particular e o geral: as medidas locais

CENA 7 – Cubando a terra: a braça e a linha de roça	CENA 8 – Medindo grãos: o prato, a quarta e a carga
<ul style="list-style-type: none"> - A braça é a distância da ponta do dedão do pé à ponta do dedo médio da mão de uma pessoa adulta em pé e com o braço levantado, equivalente a dez palmos. - A braça também é definida pela distância entre as pontas dos dedos médios de uma pessoa adulta com os braços abertos, mas a primeira definição é a mais comum. - Uma braça corresponde a 2,2m. - A linha de roça é uma unidade de medida de área de um terreno correspondente a um quadrado, cujo lado mede 25 braças, isto é, 625 braças quadradas. - O processo de cálculo da área de um terreno é chamado de cubagem ou cubação. - Aoubar um terreno, determina-se a sua área, independentemente das condições de relevo, que não precisa ser plano, considerando-se apenas as medidas de seu contorno, aceiro ou lances. - A cubagem só pode ser realizada em terrenos quadriláteros e é definida pelo produto da média aritmética dos lados opostos de um quadrilátero qualquer. - A técnica deubar a terra, como um saber privilegiado, dissemina-se pela tradição oral e era uma capacidade rara. 	<ul style="list-style-type: none"> - As medidas de grãos eram/são feitas com padrões volumétricos, tais como o prato, a quarta, a meia quarta e a carga. - O prato é uma caixa de madeira na forma de um paralelepípedo reto, de aproximadamente 2 litros; - Assim como o prato, a quarta é uma caixa de madeira que contém 30 pratos.¹⁵ - Em função da dificuldade de manuseio da quarta, é comum utilizar-se a meia quarta. - A carga tem como referência a relação com o transporte, por meio de animais. Normalmente, eram carregadas, por viagem, duas quartas de gênero, colocado em sacos, um em cada lado do animal. - A técnica de medir grãos consistia em nivelar a vasilha, enchê-la completamente até o transbordo ou cogulo; - A mão-cheia representa uma compensação em decorrência da pouca precisão dessas medidas e tem relação com a honestidade, justiça e fé.

Fonte: elaborado pelo autor (2019).

¹⁵ Em algumas regiões, uma quarta equivale a 25 pratos.

Finalizando o terceiro episódio, apresentamos uma síntese das apropriações dos professores, concernentes às medidas locais do Município de Lagoa Alegre. Esse é um ponto importante neste estudo, porquanto a análise desses conhecimentos, a partir do ponto de vista dos professores, evidencia os elementos de ligação com as práticas de medidas dos lavradores, já descritos na seção 4 desta tese.

5.3.3.3 Os professores e as medidas locais

A análise desse episódio sugere que:

- a) existe uma sintonia entre lavradores e professores de matemática quanto aos conhecimentos sobre as medidas locais de Lagoa Alegre, o que configura uma prática social;
- b) existe um modo particular de mensuração em Lagoa Alegre, representada pelas singularidades dos padrões, das técnicas, dos instrumentos de medidas e de seus significados como um conteúdo social valorizado;
- c) o processo de mensuração das roças de Lagoa Alegre representa, historicamente, certo estágio de desenvolvimento do conceito de medida e, portanto, seus nexos com os estágios mais recentes podem ser evidenciados;
- d) os professores, ao estabelecerem a correlação entre o geral e o particular das medidas, mostram a capacidade de traçar um campo de relações de acordo com as regras estruturais da própria realidade.

Sobre as medidas nas pequenas lavouras de Lagoa Alegre, podemos deduzir que são formas de controle das quantidades originadas de problemas reais da vida cotidiana daqueles que fazem parte dessa cultura; são conhecimentos historicamente elaborados e correspondem a um saber fazer que realça uma produção específica em sua forma particular de existir. Nesse sentido, tais práticas sociais configuram um conhecimento matemático, e não uma simples mecânica da mensuração, pois a matemática não está na medida *per si*, pois esse conhecimento não apenas coexiste na cultura, mas resulta da própria atividade social dos indivíduos (RADFORD, 1997).

Recorrendo aos estudos de Moura (2017, p. 286), compreendemos que a matemática oriunda das medidas surge com pensamento teórico sobre elas, e isso “exige que o sujeito que conta [mensura] a faça intencionalmente, em resposta ao controle de quantidades de um problema que lhe é significativo”.

Desse jeito, a matemática está no conjunto de abstração das medidas, assim como a braça está na abstração de certo comprimento. Ainda em conformidade com Moura (2017, p.

301), “abstrair não é ignorar; é conhecer profundamente um processo, a ponto de produzir modelos mentais com base nele sem recorrer à sua concretude.”

No entanto, mesmo que a mensuração, em si mesma, não seja a matemática, ela é um dos pilares sobre os quais ela se apoia, pois de alguma forma, “todas as mensurações envolvem raciocínio abstrato. Ao medir o comprimento das coisas, ignoramos suas cores, materiais, desenhos, texturas etc., para nos concentrarmos em seu comprimento” (CHILDE, 1965, p. 189).

É, portanto, uma etapa do desenvolvimento do conceito de medida, visto que os conceitos matemáticos não se constroem diretamente na cabeça dos sujeitos. A maneira como se formam as imagens genéricas ou conceitos é resultado do processo de apropriação das significações historicamente elaboradas (LEONTIEV, 1988). Tal constatação reforça a necessidade dos professores de conhecerem a própria realidade em seu caráter singular, imediato e empírico, que é o ponto de partida para suas relações com os conteúdos de ensino.

Figura 12 – Fluxos das ações formativas com professores de matemática do isolado 1

Fonte: elaboração do autor (2019).

5.3.4 Síntese do isolado 1: das aprendizagens docentes no experimento formativo

No primeiro isolado, demonstramos as aprendizagens docentes decorrentes do curso, realizado como experimento formativo, objetivando a apropriação, por professores de matemática, de alguns conceitos básicos da TH-C/ Teoria da Atividade e da AOE, além de fundamentos históricos sobre as medidas em geral e sobre as medidas particulares de Lagoa Alegre.

Convém lembrar que neste estudo, a AOE não funcionou apenas como um processo de organização do ensino, mas também como instrumento de investigação, dada a sua estrutura geral, que considera o desenvolvimento histórico dos conceitos como elemento fundamental no

ensino escolar. Esse experimento desdobrou-se por meio de um conjunto de ações formativas de natureza teórico-prática, como podemos observar na Figura 12.

No processo analítico, consideramos a divisão do isolado 1 em três episódios interdependentes, os quais têm como linha transversal as aprendizagens docentes mediadas pelas reflexões sobre a própria prática e sobre os conteúdos específicos, mencionados anteriormente.

Tais aprendizagens foram fundamentais nos passos seguintes deste estudo, tendo em vista a produção de propostas didáticas novas, reputando o movimento lógico-histórico do conceito a partir de um processo próprio e tradicional de medir, sobre o qual se desenvolve um modo particular, conectado historicamente com a invenção e evolução das medidas.

O conhecimento das formas de trabalho dos professores, resultante da reflexão sobre suas atividades práticas no processo de ensino do conceito de medidas é um dos elos entre a prática de ensino e a *práxis* docente. Por esse ângulo, a partir das narrações dos professores, desnudamos que o processo de ensino, baseado no *ato de medir*, está orientado para a prática da mensuração, com vistas a um resultado prático.

Ademais, abalizamos que o sistema de medidas adotado pelos lavradores de Lagoa Alegre representa um conteúdo social relevante. Contudo, não constituem interesse por parte do currículo escolar já que, de modo geral, este é um estrato, dividido e classificado conforme uma escala crescente de valor, consoante o seu uso, negando a natureza histórica do próprio conceito.

Nesse sentido, chamamos a atenção para dois fatos importantes, a seguir explicitados. Em primeiro lugar, a existência de uma correspondência entre o desenvolvimento lógico-histórico e a sua significação de conceitos, concretizada na própria existência do movimento, com seus mecanismos de transformação de um estágio a outro. Porém, tal correspondência não corresponde a um processo revisionista da história do conhecimento em si mesmo. A ideia de que a criança refaz de maneira condensada toda a história humana encontra algumas dificuldades práticas. Talvez a principal delas se expresse na impossibilidade de colocar a criança do presente momento em uma situação indêntica à da idade média européia, por exemplo.

Corroborando Vigotski (2000), o comportamento da criança surge do entrelaçamento de fatores biológicos e culturais. Então, se as culturas mudam, torna-se impossível repetir a filogênese na ontogênese. Assim, a questão da correspondência que levantamos evidencia, na verdade, uma relação de interdependência entre o o lógico-histórico e a significação de conceitos.

Como esclarece Kopnin (1978, p. 186),

a lógica nos dá a conhecer a forma do desenvolvimento em seu aspecto puro, que assim, literalmente não se reproduz em nenhum processo histórico, no entanto, a forma lógica do desenvolvimento reflete qualquer processo histórico, porque ele é imprescindível para sua compreensão.

Em segundo lugar, na concepção mecanicista da prática de ensino, de modo geral, a consciência dada opera com a cotidianidade, que se supõe fora do contexto histórico, como se fosse um pacote solto: isso é o mesmo que dizer que não considera o conceito como algo que se desenvolve, que progride. Ao ignorar a historicidade dos conceitos, o aprendizado fixa-se no resultado representado pelo saber usar, senão vejamos: “[...]. A fixação no resultado final antecipado implica a fixação do ponto de partida no *saber usar*. Esta imobilização cristaliza o *saber usar* no *fazer uso*. E entre estes dois pontos fixos, o *fazer uso* e o *resultado*, estabelece-se a linha do fazer mecânico” (LANNER DE MOURA, 2017, p. 181, grifo do autor).

Outra particularidade do isolado 1, como já observado, é que nele analisamos a qualidade das aprendizagens docentes decorrentes dos estudos teórico-práticos em diversas ações formativas. De modo geral, do estudo da T.H-C/ Teoria da Atividade e AOE, alguns aspectos se mostraram mais relevantes, do ponto de vista dos professores. Sobrelevamos, dentre outros, os seguintes: a relação entre os *conhecimentos teóricos-conhecimentos empíricos*; a relação entre o *conteúdo social e currículo escolar*; a AOE como possibilidade de organização do ensino; e a relação entre *sensorial* e o *racional* na formação da consciência.

Nesta etapa, dedicada aos estudos com os professores, ainda aludimos a algumas questões relativas ao processo de medição local praticado pelos lavradores, a fim de estabelecer a correlação entre o geral e o particular no processo de desenvolvimento das medidas, de modo a reconhecê-las como um dos seus estágios evolutivos no campo de relações do homem com a própria realidade e com a construção do conhecimento.

Nesse ensejo, para favorecer a compreensão acerca da forma como os episódios estão interligados, de tal modo que as mudanças em um acarretaram mudanças em outro, elaboramos a Figura 13, que ilustra a interdependência dos episódios no isolado 1.

Em síntese, as reflexões sobre as práticas docentes e os estudos teórico-práticos subsidiaram a concretização das etapas seguintes da pesquisa, pois quando os professores colaboradores desenvolveram ações de aprendizagem e de ensino, tomando o lógico-histórico como uma premissa para a atividade pedagógica, consideraram essas novas aprendizagens.

Figura 13 – A interdependência dos episódios no isolado 1: aprendizagens docentes no experimento formativo

Fonte: elaboração do autor (2019)

Finalizando essa parte, observamos que em virtude da complexidade da relação *movimento lógico-histórico dos fenômenos – processo de significação – ensino escolar*, objeto desta investigação, a situação concreta de aprendizagem vivenciada pelos professores colaboradores, no contexto dessas ações formativas, atende a uma necessidade investigativa relativa ao estudo da história do objeto (conceito), e da história de seu desenvolvimento conecta-se com a produção do conhecimento e com objetivação pelo sujeito cognoscente no processo de significação. Além disso, pressupõe a formação de uma base para a concretização do ensino em circunstâncias reais.

5.4 Isolado 2: a organização do ensino no Experimento Didático

Nesta subseção, o nosso objetivo é esclarecer como foi realizada a organização da atividade de ensino direcionada à concretização do *experimento didático* realizado pelos professores colaboradores, em parceria com seus alunos. Vale ressaltar que a planificação das ações e operações de professores e alunos, visando a propiciar a aprendizagem conceitual, pressupõe a existência de diferentes modos de organização do ensino, e que a qualidade das aprendizagens está atrelada a tais modos.

A esse respeito, Moura, Sforzi e Lopes (2017, p. 97) aduzem que

a organização da atividade direcionada a um fim assume a qualidade de atividade orientadora pelo seu caráter mediador da atividade de aprendizagem, nas relações criadas entre o sujeito, o objeto e as ações desenvolvidas para solucionar o problema na situação desencadeadora da aprendizagem.

Tendo isso em vista, compreendemos que a atividade pedagógica deve ser organizada com vistas a um fim específico, de modo a criar condições reais de aprendizagem. No entanto, o processo de organização de ensino não é algo que se aprende espontaneamente. Ao contrário: entendido como atividade, presume uma organização fundamentada na *práxis* docente, que inclui a dimensão teórico-prática, isto é, a articulação do par dialético *teoria e prática*.

Seguindo com a mesma dinâmica do processo de análise adotado, desdobramos o presente isolado em dois episódios específicos: o primeiro ocorre com o processo de elaboração das situações desencadeadoras da aprendizagem, constituídas como tarefas de ensino, estruturado em duas cenas; e o segundo demarca o momento em que os professores executam o seu plano de ação, organizado em três cenas.

5.4.1 Episódio 4 – A elaboração do experimento didático: as SDA e as tarefas de ensino

Este episódio retrata o momento em que os professores elaboram os planos de ensino. Mais precisamente, a criação de situações didáticas específicas para o ensino de medidas, fundamentada nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural/Teoria da Atividade e na AOE.

Partimos do pressuposto de que se queremos captar as relações entre o movimento lógico-histórico dos conceitos e o processo de significação, é preciso considerar a atividade pedagógica e a atividade de pesquisa como fenômenos distintos, que se desenvolvem simultaneamente. Naquela, podemos encontrar as interconexões entre um conceito e outro, ou com um sistema de conceitos, fornecendo ao pesquisador dados capazes de produzir conhecimentos sobre o objeto de estudo.

Dada a intenção de explicar a relação *movimento lógico-histórico de conceitos – significação*, o desafio colocado aos professores colaboradores foi criar situações de ensino envolvendo o conhecimento sobre medidas utilizadas pelos pequenos lavradores. Assim, o experimento didático pretendia colocar os alunos em uma atividade de aprendizagem por meio da qual pudessem vivenciar a necessidade humana que desencadeou as mudanças dos sistemas de medidas pré-métricos para o métrico, para fins de apropriação do conceito de medida.

Vale ressaltar que a significação, entendida como “[...] generalização da realidade que é cristalizada e fixada num vetor sensível, ordinariamente a palavra ou a locução é a forma ideal, espiritual da cristalização da experiência e das práticas sociais da humanidade” (LEONTIEV, 1978, p. 100), e pode ocorrer de diversas maneiras, porque pertence ao mundo dos fenômenos históricos e se desenvolve em um processo de apropriação, pelos sujeitos, dos significados historicamente construídos.

Nessa acepção, a atividade de ensino, desde a sua concepção, é vista como uma das formas em que se desdobra o processo de significação de conceitos, porque ela “[...] é a que possibilita a reconstituição histórica da significação, isto é, do processo que reificou em linguagem a síntese das atividades humanas significativas nos processos interativos para as soluções de problemas advindos do convívio entre homens ao satisfazerem as suas necessidades” (MOURA *et al.*, 2017, p. 74).

5.4.1.1 Cena 9 – As tarefas de ensino: planificação de ações e operações

A cena em análise, com duração de aproximadamente 4 horas, transcorreu no dia 20 de outubro de 2018. Em uma manhã de sábado, reunimo-nos com os professores colaboradores, com o intuito de elaborar um plano de ensino, prevendo a sua execução nas escolas públicas do município de Lagoa Alegre. De modo geral, a etapa de planejamento consistiu em três momentos. No primeiro, oferecemos as explicações preliminares sobre processo de elaboração do referido experimento didático. Na sequência, passamos ao estudo teórico-prático, discutindo alguns exemplos de tarefas de estudo, na perspectiva da AOE, a partir dos quais foi possível analisar os elementos característicos desta, principalmente o problema desencadeador da aprendizagem. Outrossim, discutimos aspectos específicos de cada tarefa, como o conteúdo, as metodologias de ensino e a definição das ações de professores e alunos. Finalizamos esse momento organizando a turma em cinco GT's, com a finalidade de concretizar o experimento didático.

No segundo momento, os GT's elaboraram seus planos de ensino. Enquanto isso, pudemos acompanhar os grupos, procurando esclarecer pontos específicos – em sua maioria, de natureza teórico-metodológica. Por último, cada GT apresentou à turma o seu plano de ensino. Esse foi um momento importante porque possibilitou aos colegas tomarem conhecimento das tarefas elaboradas em todos os GT's. Destarte, as interações entre os participantes, no sentido de buscar o aperfeiçoamento das ações, viabilizaram modificações nos planos, favorecendo uma experiência coletiva de trabalho.

Se por um o lado, o *experimento didático* caracterizou-se como uma ação formativa no espaço de aprendizagem, por outro, assumiu um intenção particular no contexto da pesquisa, produzindo dados capazes de revelar indícios pertinentes ao fenômeno investigado (ARAÚJO; MORAIS, 2017). Pensado nisso, dentre as cinco SDAs elaboradas, destacamos três, com o intuito de acompanhar a seu desenvolvimento. A escolha observou as questões colocadas pelos professores em termos de possibilidades e limites diante das condições reais de trabalho e,

sobretudo, a decisão voluntária de alguns professores e gestores escolares. Em virtude disso, apresentamos a seguir um resumo somente dessas experiências.

Quadro 15 – Resumo das tarefas de ensino

Grupo de trabalho 1	
Tarefa	Aquisição da relação do número como magnitude das medidas para comparação de grandezas da mesma espécie
PDA	<p>Seu Manoel é morador de uma área rural e sobrevive da lavoura. Ele é responsável por todo trabalho, que vai deste a broca (desmatamento), preparo, semeadura, limpa, colheita, armazenagem e comercialização e faz todo seu trabalho do modo como aprendeu com seus pais, assim, para medir o</p> <div data-bbox="539 891 1216 1191" data-label="Figure"> </div> <p>comprimento da roça utiliza a “braça”, para a área, utiliza a “tarefa ou linha de roça.” Este ano, pretende plantar 12 (doze) linhas com arroz. Queremos que vocês o ajudem a resolver o seguinte problemas. Seu Manoel precisa cercar a região plantada, para isso vai construir uma cerca de arame com cinco fios: Assim, o desafio é desenhar um retângulo com medidas que cabem no terreno representado pela figura acima e que tenha área equivalente a 12 linhas. Sabendo que existem vários resultados possíveis, é interessante encontrar aquela que representa maior economia. Não esqueça que o arame é vendido em metros e que uma linha corresponde a um quadrado de lado com 25 braças. Vamos começar?</p>
Ações do professor	<ul style="list-style-type: none"> - Orientar os alunos na elaboração da entrevista com lavradores, visando a apropriação da definição de braça, a linha de roça, a quarta, etc. - Mediar a discussão, na sala de aula, os resultados da pesquisa; - Mediar as operações dos alunos nos grupos de estudo; - Orientar a realização de experimentos com medidas na sala de aula, utilizando os padrões.

Continuação

Ações dos alunos	<ul style="list-style-type: none"> - Conversar com os lavradores para obter informações sobre as medidas que eles utilizam na roça e expor para a turma o resultado da entrevista; - Resolver, em grupo, o PDA e expor para a turma as respostas encontradas, identificando a mais econômica; - Analisar a razoabilidade das soluções apresentadas, considerando as diversas possibilidades, buscando encontrar uma que represente o ótimo.
Grupo de trabalho 2	
Tarefa	Obtenção, emprego e representação gráfica e literal das medidas como expressão generalizada dos significados de medida de superfície.
PDA	Seu José Carlos vive na propriedade rural, cujo proprietário é um dos grandes latifundiários da região. Todo os anos ele faz roça nessa propriedade. Seu José costuma utilizar a braça para medir os aceiros e a linha como unidade de área do terreno. Neste ano ele fez três tipos de roça na mesma propriedade, a primeira com a forma quadrada com aceiro medindo 50 braças, a segunda foi um retângulo com 25 X 50 braças e a terceira de forma triangular com base medindo 50 e os demais lados de 25 braças. Sabendo que uma linha de roça corresponde a área de um quadrado de lado igual a 25 braças. Realize a cubação dos terrenos.
Ações do professor	<ul style="list-style-type: none"> - Preparar a situação desencadeadora da aprendizagem, observando os aspectos prático-teóricos diante das condições possíveis de serem estabelecidas; - Promover as interações entre os alunos durante a realização de suas ações; - Orientar os alunos na execução das ações;
Ações dos alunos	<ul style="list-style-type: none"> - Utilizar um segmento de reta como medida, tomando um seguimento representativo para uma braça, desenhar um quadrado correspondente a uma linha de roça, mostrando que este compreende 625 braças quadradas; - Converter a unidade BRAÇA em METRO a partir da equivalência $1 \text{ braça} = 2,2 \text{ metros}$, fazer a correspondência entre linha de roça e metro quadrado; - Modelação e representação gráfica e literal das medidas: o comprimento do mesmo segmento de reta de medida AB, passará a ter um valor genérico, representado por uma letra (representação literal). Por intermédio da operação multiplicação, elaborar um modelo matemático capaz de determinar a área do quadrado e do retângulo

Continuação

Grupo de trabalho 3	
Tarefa	Apropriação do conceito de medida, em particular de comprimento, a partir da necessidade que gerou a mudança das medidas realizadas com a braça e o palmo para o metro.
PDA	Embora não tendo sido explicitado, podemos deduzir que a situação de ensino girava em torno da necessidade de compreender a relação entre o sistema de medidas local e o sistema métrico decimal, tendo em vista a aparente confusão decorrente dos diferentes tamanhos de braça e palmo.
Ações do professor	Explicar as ações previstas, cujo foco está nas diferenças entre as medidas métricas e pré-métricas; Orientar na elaboração da entrevista aos lavradores a ser realizada pelos alunos; Orientar na realização das medições com a vara de medir (braça), com o palmo e com o metro;
Ações dos alunos	Conversar com lavradores, buscando conhecer a braça como padrão de medida na roça; Apresentar para os colegas o que descobriu com as entrevistas aos lavradores; Realizar medições usando a vara de medir (braça), o palmo e o metro;

Fonte: elaborado pelo autor (2019).

Considerando o contexto desta pesquisa, é oportuno esclarecer o que significa o termo *tarefa de estudo*. Segundo Leontiev (1978), essa expressão indica um devir, um fim para o qual se dirigem as ações. Por isso, a definição das ações é consequência das tarefas estabelecidas. As operações, por sua vez, correspondem aos elementos de materialização da atividade e buscam atender, de forma específica, a alguma necessidade, mas para ser exequíveis, dependem de determinadas condições e determinados materiais.

Levando para o contexto da educação, o mesmo autor destaca que “o enfoque vital e sincero da educação é aquele que encara as tarefas educativas e as instrutivas, partindo das exigências que se estabelecem ao homem” (LEONTIEV, 1978, p. 185), o que implica reputar a própria realidade do sujeito cognoscente, com conteúdo oriundo de suas próprias relações vitais.

Outrossim, é pertinente esclarecer o seguinte:

- a) as tarefas deveriam estar direcionadas à apropriação do conceito de medida, considerando a relação entre as grandezas comprimento, área e volume, do sistema de medidas locais, utilizado pelos lavradores do município de Lagoa Alegre, e o sistema métrico decimal;
- b) foi facultado aos GT's a possibilidade de efetuar transformações nas tarefas estudadas, de modo a obter uma nova tarefa, ou produzir tarefas inéditas, observando a mesma finalidade;
- c) o processo de (re)elaboração das SDAs considerou as condições reais das escolas e das turmas de alunos dos próprios professores colaboradores;
- d) o referido encontro foi registrado por meio de videogravação, parte da qual foi transcrita, principalmente as falas dos professores durante a apresentação dos GT's (cena 10);
- e) a superação de uma prática docente cristalizada pelo cotidiano de ensino exige uma nova conscientização, demandando um esforço maior, que não seria possível em tão pouco tempo e em uma única aproximação, carecendo de uma ação formativa, mais intensa e mais demorada.

O processo de sistematização das ações de ensino e aprendizagem como atividade coletiva exige um modo de agir, que coloca os sujeitos diante de um motivo comum, de tal modo que as ações e operações são diferentes, mas, e conseqüentemente, os objetivos são os mesmos. Esse foi um dos desafios enfrentados nesta pesquisa, isto é, estabelecer um modo de organizar o ensino que supere as práticas individualistas de planejamento, onde cada professor, de forma isolada, realiza o seu próprio plano, muitas vezes, visando a cumprir uma mera formalidade burocrática da escola.

No trabalho de planejamento realizados nos GT's, preocupamo-nos com a questão do isolamento e buscamos possibilitar, por meio das interações entre os professores, uma experiência de trabalho coletivo.

Ao discutirem conjuntamente os planos de ensino, os colaboradores demonstraram uma tomada de consciência acerca da necessidade do trabalho escolar como um movimento coletivo, desde a sua concepção até a objetivação do ensino, pelo entendimento de que educar é função da coletividade e, como tal, deve buscar a satisfação de necessidades coletivas.

Nessa perspectiva, a educação escolar:

[...] deverá levar [o estudante] à apropriação de conhecimentos que lhes permitirão ser identificados como parte dessa comunidade. [...]. Assim, é na comunidade que se encontram os objetos do professor como sujeito da

atividade de ensino responsável pelo processo de inclusão dos novos sujeitos na comunidade que deve acolhê-lo (MOURA, SFORNI, LOPES, 2017, p. 89).

Desse modo, o plano de sistematização das ações passou a ser um instrumento de organização do ensino capaz de articular objetivos, ações e operações, tanto dos professores como dos alunos. Nesse sentido, é possível produzir a aprendizagem dos conteúdos escolares relacionados com a realidade deles, mas uma realidade forjada nas múltiplas relações dadas em situações reais e na fluência universal (geral) como sinônimo de totalidade, onde a realidade se expande em oposição ao sentido de uma realidade encapsulada, presa na esfera *espaço-tempo*, inerte, que separa os sujeitos em grupos de primeira e de segunda classe, pois todos somos parte da mesma totalidade, e estamos todos nela e ela está em todos nós (MOURA *et. al.* 2016).

5.4.1.2 Cena 10 – Reflexão sobre o processo de planificação das ações: o que mudou?

No item anterior, informamos que após o fechamento dos trabalhos nos GT's, os professores fizeram a exposição das tarefas de ensino, com o intuito de dar conhecimento dos fatos à turma e refletir coletivamente sobre o material produzido. Tal circunstância gerou a presente cena, cuja análise buscou, de modo geral, compreender os sentidos atribuídos pelos professores ao processo de planejamento de ensino adotado.

Em nosso ponto de vista, essa situação mostrou-se fecunda, ao criar condições necessárias para a expressão de possíveis mudanças qualitativas no modo de entender e agir dos professores, diante do desafio de planificar as ações e operações de ensino e aprendizagem a partir de uma atividade sujeita à dinâmica coletiva.

Consideramos válido destacar que o processo de exposição das tarefas se deu sob a seguinte pauta, não necessariamente na ordem apresentada abaixo:

- a) apresentação das SDAs, observando a presença ou não de elementos característicos da AOE, tais como:
 - a SDA permite a interação dos sujeitos, a partir de uma necessidade comum que cria o motivo de solucionar a situação-problema;
 - o PDA possibilita ao aluno perceber a dimensão histórica do conceito e a necessidade que o gerou ou que provocou transformações nele;
 - os materiais necessários para a execução do *experimento didático*;
- b) descrição das ações e operações previstas para professores e alunos;
- c) reflexão sobre o processo desencadeado, o qual resultou nas tarefas em análise.

Como podemos observar, o resumo das tarefas apresentado no Quadro 15 contempla os pontos salientados nos itens a) e b) do parágrafo anterior. Por isso, compreendemos não ser necessário repeti-los. A nossa preocupação, nesta cena, é em investigar até que ponto o processo adotado contribuiu com a aprendizagem dos professores, então buscamos mostrar de que maneira isso influenciou na objetivação do experimento didático. Com essa finalidade, separamos a fala de três professores, a fim de exemplificar como os professores colaboradores reagiram a essa situação (Quadro 16).

Parece óbvio que o professor não é o único responsável pela organização do ensino no âmbito da escola. Na verdade, ele está subordinado às exigências curriculares elaboradas no plano institucional, mas possui um papel fundamental porque, em última instância, é o agente de decisões no âmbito do plano pedagógico e da concretização do ensino.

Nas perspectivas conservadoras, o plano de ensino é um elemento da estrutura interna da escola e atende a uma necessidade de controle e fiscalização. Nessa conjuntura, os professores são levados a seguir modelos elaborados que possibilitem a racionalização de suas decisões, e seguir a estrutura interna da própria disciplina.

Esse enfoque, como indicam as conversas, parece coerente para o trabalho individualizado e coincide com o processo de planejamento descrito pelos professores, como observamos nas unidades 2401, 2408, 2410, 2413 e 2414.

Assim, o planejamento caracteriza-se como uma elaboração pessoal que reflete as possibilidades de cada professor, e com “diferentes graus de compromisso ético profissional” (SACRISTÁN, 1998, p. 274), para dar respostas aos problemas que são coletivos. Considerando que as formas de apropriação dos conhecimentos influenciam a qualidade das aprendizagens, o primeiro passo a ser dado na direção da construção de uma situação de ensino é a elaboração do plano de ações, dirigida a um determinado fim.

Nessa perspectiva, o plano de ensino é um documento que deve ser produzido coletivamente, tendo em vista que surge a partir da necessidade concreta de ensinar um conteúdo historicamente produzido pelo homem por meio do trabalho.

Assim, o plano enquanto estrutura de organização do ensino, é condicionante dos processos de significação porque circunscreve o par *conteúdo-forma* organicamente ligados, isto é, de maneira que dependem um do outro (CHEPTULIN, 1982). Nessa concepção, esse plano não poderia ser reduzido a um “documento de gaveta”, mas deve ser um documento de registro de intenções, de controle do processo de ensino e, precipuamente, deve cumprir o papel de organizar e orientar os escolares (gestores, professores, alunos e outros) no desempenho de sua atividade.

Quadro 16 – Experimento didático: resumo das principais considerações feitas pelos professores sobre o processo de planejamento do ensino – cena 10

COD	ID	UPD
2401	Derci	No começo do ano sempre acontecem as reuniões, onde cada professor colocava todo o conteúdo [de estudo] para que, no final, se possa focar em um ponto. [...], cada professor fazia o seu planejamento por área e entregava para a direção para a coordenação acompanhar.
2402		Mas quando fizemos [o plano] com você, eu percebi que teve diferença porque a gente focou mais no passado [história] para que os alunos pudessem fazer uma pesquisa e se informar sobre o assunto que a gente ia trabalhar.
2403		Na sala de aula a gente chega com um plano pronto, e continua a partir daí. A partir desse curso eu pude dizer aos alunos tal dia não vamos realizar um trabalho.
2404		O que eu aponto como diferença é o fato de termos realizado um planejamento coletivo. Eu sempre sentia falta de um trabalho coletivo.
2505		De alguma coisa sobre isso eu já sabia, e esse estudo serviu para ampliar os meus horizontes, talvez eu não tivesse a consciência do que estivesse fazendo.
2406	Nilson	Para mim foi um aprendizado, nos ajudou bastante, o que nós fizemos nesse curso não era uma coisa à parte, mas estava interligado com o que estávamos fazendo na sala de aula.
2407		O interessante é que já tem as ações planejadas para o professor e também para os alunos. (Falando sobre a AOE).
2408		Para mim foi um aprendizado em cima dessa linha que o senhor nos repassou sobre o planejamento, [pois foi possível] trabalhar com a pesquisa junto com os alunos, tivemos momentos para conversar com eles e repassar orientações. [...], é uma coisa que nas escolas não é trabalhada.
2409		Eu acho que tivemos algumas dificuldades, principalmente pelo tempo, se nós tivéssemos mais tempo, a gente poderia organizar melhor, também que só uma parte dos alunos foi contemplada, só o fato de uma parte da escola conhecer, já seria um ponto negativo, bom seria toda escola participando, mas a gente reconhece que esse trabalho não daria para contemplar todos as turmas.

Continuação

2410		Eu acho que seria importante se a secretaria de educação tivesse um coordenador de área para fazer desse jeito aí, ia facilitar. Um coordenador para todos os professores.
2411		O planejamento em conjunto facilitou, nós nos sentamos, planejamos, aplicamos a AOE, orientamos os alunos a fazerem uma pesquisa baseada no cotidiano, então isso veio ajudar bastante ele [o plano] orientou com finalidades claras.
2412		No nosso caso [Novo Mais Educação] os professores se reuniram e procuram saber o que estava sendo trabalho nas escolas, como isso estava sendo feito e procurando saber quais eram os pontos que estavam ficando a desejar.
2413		No ano passado, antes do início das aulas, os professores se reuniram na mesma sala, mas a divisão foi feita. Quem ensinava o 7º ano discutia só com professores do 7º ano; 9º ano com 9º ano etc. É um planejamento coletivo? Dessa forma eram 2 ou 3 professores, mas falando da mesma coisa, só daquilo que lhe convinha ao seu ano.
2414	Same	A forma de planejamento coletivo como se colocou aqui mostra que tem uma abrangência maior [...] o planejamento individual tem certas lacunas, já o planejamento coletivo tem a possibilidade de suprir essas lacunas.
2415		Considerando a forma como fizemos o planejamento no curso encontramos alguma diferença? Sim; quando você faz o planejamento em conjunto há uma diferença, onde as dúvidas devem ser supridas.
2416		Fizemos um resgate das nossas origens, do nosso cotidiano. Esse resgate, através do planejamento, fez com que eu como professor e como aluno repensasse a minha forma tanto de ensinar quanto de aprender.

Fonte: elaborado pelo autor (2019).

Se os planos não são apenas exigências burocráticas, assevera Sacristán (1998, p. 280),

[...] são recursos para dar a conhecer o que se faz dentro das aulas e das escolas. Se depois de experimentados, sua realização é valorizada, serão um bom recurso para fazer uma avaliação dos processos educativos, tendo em vista uma melhoria e busca de apoio, mais do que com a motivação de fiscalização.

No contexto desta pesquisa, buscamos realizar um plano de ensino submetido a uma dinâmica coletiva de trabalho, superando os limites do isolamento em contraste com os enfoques conservadores da racionalidade técnica ou da tradição academicista, por exemplo. Na percepção dos professores colaboradores – conferir as unidades 2402, 2403, 2404, 2410, 2413, 2414 e 2415 –, o planejamento individual tem certas lacunas, que só podem ser supridas se feito na coletividade da escola.

Com efeito, Libâneo (1994, p. 222) defende que

a escola, os professores e os alunos são integrantes da dinâmica das relações sociais; tudo o que acontece no meio escolar está atravessado por influências econômicas, políticas e culturais que caracterizam as sociedades de classe. Isso implica que os elementos do planejamento escolar [...] tem um significado genuinamente político.

Isso sinaliza que, de modo geral, todo plano de ensino guarda em si os pressupostos teórico-filosóficos de quem o elaborou, ainda que ele não tenha clareza disso. Podemos ir além e dizer que o plano de ensino encarna a idiosincrasia do processo formativo sob o qual cada professor foi – ou está sendo – submetido ao longo de sua trajetória de profissionalização. Portanto, não é exagero afirmar que os planos de ensino refletem a profissionalização dos professores.

No enfoque que estamos defendendo, a forma de ensino procura configurar-se como um processo de significação, respeitando o desenvolvimento lógico-histórico dos conceitos. Isso pressupõe a atividade pedagógica como uma busca pela satisfação da necessidade humana de compartilhar com as novas gerações os significados historicamente elaborados, cujo logro é entendido como uma condição garantidora da própria sobrevivência da humanidade. Nesse enfoque, conhecer o processo lógico-histórico da produção da cultura é fundamental para entender o papel do ensino como mediador da relação do sujeito com o objeto ou com o fenômeno.

Nessa lógica, “para se apropriar dos objetos ou dos fenômenos que são o produto do desenvolvimento histórico, é necessário desenvolver em relação a eles uma *atividade* que se reproduza, pela sua forma, os traços essenciais da atividade encarnada, acumulada no objeto” (LEONTIEV, 1978, p. 268).

Disso podemos deduzir que a atividade à qual o referido autor se referiu pode ser representada pela atividade de ensino, quando esta respeita o processo histórico de significação

dos conceitos como mecanismo para compreender a necessidade que lhe deu origem e provocou as mudanças por ele sofridas durante a sua evolução.

Isso nos conecta com as falas dos professores (Quadro 16), que evidenciam:

- a) a tomada de consciência da necessidade de uma prática planejadora em coletividade (2404, 2505, 2410, 24015), capaz de gerar uma reorientação do entendimento do papel no projeto educativo;
- b) o reconhecimento do ensino com pesquisa, realizada pelos alunos, como uma possibilidade real e exitosa (2402, 2411);
- c) indícios de mudanças no sentido de orientação das práticas docentes, como a valorização das conversas entre os agentes educativos (2402, 2408, 2411, 2416).

Tais deduções nos autorizam a dizer que o plano e a concretização do ensino estão organicamente ligados, o que significa claramente que mudanças no plano acarretam vicissitudes no processo de ensino e vice-versa, e sem as quais o processo educativo se deteriora, tornando-se refém da improvisação. A ação planejadora consciente realiza uma educação contínua e não tenciona os sujeitos pelos “resultados” advindos dos processos mecânicos da educação bancária (FREIRE, 1996), mas possibilita a apropriação dos conteúdos escolares com base no princípio ativo da fraternidade, do cuidado recíproco, da colaboração, e não se pode entender isso como utopia ou devaneio, mas como um desestímulo ao individualismo, à “meritocracia” e ao isolamento por falta de afeto que engendra as relações humanas.

Segundo Moura (2016, p. 217), o estímulo à individualismo contra a comunidade não alcança a educação, porque esta se atinge quando se produz o ser humano. O máximo que isso pode alcançar é *o resultado* “baseado na programação do homem, na redução do movimento corpóreo ao seu aspecto mecânico”. A tentativa de formar o sujeito no isolamento é, na verdade, uma contraeducação.

Tomando a escola como uma coletividade de educação, concebemos que os seus componentes devem operar de forma integrada e visam não unicamente a um produto imposto pelos sistemas de resultados institucionalizados que alimentam a estatística, mas atingem um nível mais amplo quando dão oportunidade para que a educação aconteça orientada para produção do humano.

Concluindo, a escola como coletividade que educa se assume como tal a partir do próprio ato de se idealizar, de planificar suas ações e de concretizar o ensino e a aprendizagem de maneira integralizada e articulada como uma prática consciente e contínua.

5.4.1.3 Síntese das análises sobre o episódio 4: a dimensão planejadora e a dimensão executora

Como vimos no presente episódio, procuramos apropriar-nos dos aspectos teórico-práticos que caracterizam a relação entre a dimensão planejadora e a dimensão executora no contexto do ensino escolar – ver esquema apresentado na Figura 14.

Figura 14 – A escola como coletividade educadora: relação dimensão planejadora – dimensão executora

Fonte: elaborado pelo autor (2019).

Nesse sentido, entendemos que o instrumento de mediação dessa relação é o plano de ações educativas como resultado do trabalho coletivo dos agentes escolares, o qual tem como pressuposto básico a concepção de que a função da escola se concretiza quando ela é, intencionalmente, uma coletividade educadora.

A organização do ensino é fundamental para o êxito do trabalho do professor. A objetivação do ensino que se dá por meio desse plano, no enfoque da teoria da atividade, sintetiza a estrutura própria da atividade humana, isto é, tem claros o objetivo, o motivo – revelado por meio das tarefas de estudo –, as ações e as operações, que correspondem tanto aos alunos quanto aos professores, sem se esquecer de observar as condições reais necessárias para a sua execução e, principalmente, precisa superar o isolamento e o individualismo para tornar-se um processo de educação pautado na formação humana.

Nessa perspectiva, o plano coletivo, de ação coletiva, no contexto escolar, é um produto da capacidade do docente de abstrair as regularidades do fenômeno educativo em suas múltiplas conexões. Parafraseando Moura *et al.* (2016, p. 79), no tocante a isso, podemos afirmar que “a mente do professor, que sabe abstrair, captura os ciclos relativos do fenômeno educativo, converte-os em regularidades e sistematiza-os em *planos de ação coletiva*, comprovados e testados na prática.” Daí surge o plano que representa o desejo consciente de quem o realiza.

No nosso entendimento, a dimensão planejadora implica a dimensão executora e vice-versa, de tal forma que uma condiciona a outra. Por isso, só poderemos explicar as práticas docentes considerando o seu processo de concepção e idealização.

Segundo o exposto no Quadro 17, podemos concluir que o modo de ensino que busca o desenvolvimento da significação, respeitando os aspectos lógico-históricos do conceito, parte do reconhecimento da escola como uma coletividade educadora e tem como pressuposto a condição de apresentar, na dimensão planejadora, uma expectativa de ações educativas constituídas como instrumentos orientadores da atividade pedagógica, resultantes do trabalho coletivamente produzido.

Quadro 17 – Resumo do episódio 4: a elaboração do experimento didático: as SDA e as tarefas de estudo

CENA 9 – Elaborando as SDA: as tarefas de ensino	CENA 10 – Reflexão sobre o processo de planificação das ações
<ul style="list-style-type: none"> - A partir das reflexões sobre o que é uma SDA e uma tarefa de estudo no contexto da atividade de ensino, inspirados em modelos teóricos de AOE, os GTs elaboram situações de ensino que foram executadas como experimentos didáticos. - As tarefas de estudo visavam à apropriação do conceito de medida, considerando a relação entre as grandezas comprimento, área e volume do sistema de medidas locais e o sistema métrico decimal de medidas. - A superação de uma prática de ensino, cristalizada pelo cotidiano escolar, exige uma nova conscientização sobre a necessidade 	<ul style="list-style-type: none"> 1- A análise dos dados nos levou às seguintes conclusões: <ul style="list-style-type: none"> - O plano de ensino é um elemento da estrutura interna da escola e o formato atual atende mais a uma necessidade de controle e fiscalização; - Os professores são levados a seguir modelos elaborados que possibilitem a racionalização de suas decisões ou seguirem a estrutura da própria disciplina que leciona; - Na percepção dos colaboradores o planejamento individual tem certas lacunas, que só podem ser supridas se feito na coletividade; - Os dados evidenciam uma tomada de consciência da necessidade de uma prática planejadora em coletividade; - Os professores reconhecem o ensino com pesquisa, realizado pelos alunos, como uma possibilidade real e exitosa;

<p>da transformação da escola em um coletivo de educação.</p> <p>- Estabelecer um modo de organizar o ensino que supere as práticas individualistas de planejamento, confrontando os enfoques conservadores como o academicista e o plano para racionalização técnica do ensino, constituiu-se em um grande desafio.</p> <p>- O trabalho de planejamento realizados nos GTs e sua consequente apresentação ao plenário da turma, propiciou uma experiência de um trabalho coletivo, visando a sistematização das ações no contexto do experimento didático</p>	<p>- Os dados evidenciam mudanças na orientação das práticas docentes como valorização das conversas entre os agentes educativos e o respeito à realidade cultural e à vida cotidiano dos alunos;</p> <p>2- Das discussões teóricas podemos deduzir que:</p> <p>- A forma de planejar o ensino encontrada, parece coerente com os enfoques academicista e da racionalização técnica das ações;</p> <p>- O plano e a concretização do ensino estão organicamente ligados, mudança em um, acarreta alteração no outro;</p> <p>- A ação planejadora consciente realiza uma educação contínua e não tenciona os sujeitos pelos “resultados” advindos dos processos mecânicos da educação bancária;</p> <p>- A escola educa quando possibilita a apropriação dos conteúdos escolares no princípio ativo da fraternidade, do cuidado recíproco e da colaboração, desestimulando o individualismo e o isolamento oriundo da falta de afeto que engendra as relações, quando produz e reproduz o humano.</p>
--	--

Fonte: elaboração do autor (2019).

5.4.2 Episódio 5 – Professores em atividade de ensino no Experimento Didático

Dando prosseguimento à análise do segundo isolado, passamos a refletir sobre a fase de execução do experimento didático realizado pelos professores colaboradores em três escolas da rede pública municipal de Lagoa Alegre. Estabelecemos como objetivo explicar como se deu o desenvolvimento do experimento didático, procurando designar as conexões que possam evidenciar as relações entre o processo de significação do conceito de medida e seu

desenvolvimento lógico-histórico. De modo mais específico, essa análise desenrolou-se no sentido de:

- a) descrever como foi realizado o experimento didático;
- b) observar como os conhecimentos sobre medidas, presentes na realidade dos estudantes, foram considerados pelos professores colaboradores;
- c) verificar se existe alguma evidência de que a história das medidas influenciou no processo de organização do ensino;
- d) verificar se existem indícios ou evidências de tomada de consciência, por parte dos professores, da necessidade de interação entre as práticas regionais de medidas e o sistema métrico decimal;
- e) observar se existem elementos no experimento didático que o caracterizem como uma AOE;
- f) verificar se o experimento didático evidenciou os nexos que estabelecem relações entre o movimento lógico-histórico do conceito de medida e seu processo de significação na atividade pedagógica.

Na trama desse episódio, frisamos três cenas que retratam o momento da apresentação oral do relatório do experimento didático para os colegas de turma. A possibilidade de discutir juntamente com os colegas essa experiência foi importante para a pesquisa, visto que os professores puderam explicitar suas dúvidas, apresentar seus posicionamentos e produzir uma avaliação daquilo que foi feito, destacando o pontos que ele consideravam importantes. Foi um momento de crítica e autocrítica sobre o trabalho docente.

5.4.2.1 Cena 11: o Experimento Didático do professor Derci

O professor Derci realizou o experimento didático em uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal Alfredo Costa (Figura 15), localizado na zona urbana do município de Lagoa Alegre.

A execução desse experimento foi dividida em dois momentos. Inicialmente, o professor apresentou o plano de ensino e, a partir das conversas com os alunos, decidiu realizar uma pesquisa com o objetivo de conhecer as medidas praticadas pelos lavradores nas roças. Para isso, elaboraram um roteiro de entrevista, sendo essa a primeira operação realizada no experimento. Com a responsabilidade de realizar essa pesquisa, os alunos formam Grupos de

Estudo (GE), dividem as responsabilidades e seguem para as entrevistas, procurando, principalmente, parentes, amigos e vizinhos.

Figura 15 – Fachada da Escola Municipal Alfredo da Silva Costa

Fonte: Antônio Soares (2019).

No segundo momento, os alunos, em sala de aula, cumpriram a apresentação, com os resultados das entrevistas. Segundo o professor Derci, essa foi uma oportunidade onde ele pôde acrescentar informações e conversar sobre aspectos não relatados pelos alunos. Nesse sentido, a lacuna principal foi caracterizada pela falta de explicação, por parte dos lavradores entrevistados, sobre o processo de cubagem da terra, o que criou a necessidade de esclarecimentos por parte do professor.

Em seguida, os alunos, juntamente com o professor, iniciaram o estudo da SDA (Quadro 15, GT 1), mantendo a mesma formação dos GE's que realizaram as entrevistas. Após a discussão do PDA, passaram a buscar uma solução para o problema, enquanto os alunos discutiam em torno das estratégias e se debruçavam sobre o problema, o professor assistia, ajudando-os e interagindo no processo de apropriação do conceito de medida.

Por fim, os GEs relataram para os colegas as possíveis soluções do problema que passou a ser o objeto de discussão, no sentido de avaliar a razoabilidade das respostas e analisar por que alguns alunos não conseguiram solucionar o problema ou apresentaram respostas incompletas..

Dando prosseguimento, expomos no Quadro 18 um resumo da apresentação do experimento didático realizado pelo prof. Derci, e seguimos investigando os dados, buscando revelar os princípios gerais e os aspectos particulares que configuram as singularidades do supracitado experimento. Com base no relato do professor Derci (UPD. 2503-2505) e nos

nossos estudos teóricos, formamos a convicção de que, em linhas gerais, esse experimento representou um esforço intencional e orientado para a constituição de um conhecimento sobre medidas, a partir de uma AOE.

Como tal, procurou integrar conhecimentos historicamente situados, expressos na atividade social, de modo a realçar o vínculo cultural entre os diferentes processos de medidas do passado e do presente, cujos elos são as leis e os princípios inerentes às medidas e à sua essência, sem representar uma negação aos alunos da possibilidade de apropriarem-se das formas mais avançadas de pensar sobre medidas. Trata-se de uma ação que procura respeitar a Matemática como um produto histórico, onde o conhecimento novo é resultado de transformações sucessivas de outro conhecimento anterior. Observando a estrutura interna do experimento didático em pauta, notamos que os alunos precisaram examinar a própria realidade para elaborar uma síntese dos conhecimentos sobre o sistema de medidas utilizado pelos lavradores.

Quadro 18 – Resumo das reflexões sobre o experimento didático do prof. Derci

COD	ID	UPD
2501	Derci	Eu notei que, com relação às medidas do campo, eles [os alunos] não sabiam quase nada, acho que eles não costumam conversar [sobre isso] ou não vão para as roças com os pais.
2502		Por isso, juntamente como ele, preparamos um questionário para uma entrevista com os lavradores, naturalmente eles foram procurar os pais, ou os vizinhos para que descobrissem o que é uma braça, uma quarta, uma linha de roça, mas a tarefa eu mantive em sigilo, não falei para eles o que exatamente nós iríamos fazer na aula de quarta-feira, o PDA eu só coloquei nessa aula.
2503		Esse momento da entrevista com lavradores foi uma preparação para que os alunos compreendessem o que são as medidas da roça, dessa forma eles não entraram no problema sem informação, os alunos chegaram sabendo alguma coisa através das entrevistas que eles fizeram.
2504		Aproveitando a oportunidade, eu expliquei para eles e completei algumas informações que não estavam nas respostas do questionário.
2505		[No dia do experimento], preparei os slides com a situação [SDA] que realizamos aqui [no curso], apresentei para os alunos.

Continua

2506		<p>Apresentação do PDA a turma</p> <p>Os desafios eram: a) desenhar um retângulo para 12 linhas na figura. [...]. b) elaborar um plano para construir uma cerca em volta do terreno com cinco fios de arame, indicando a quantidade de arame necessário em metros. c) analisar a razoabilidade dos resultados.</p>
2507		<p>Falando sobre as soluções encontradas</p> <p>Os alunos do grupo 1, fizeram vários cálculos, eles não conseguiram apresentar um resultado para o problema, alegando que o tempo foi pouco, mas eles chegaram a pontuar quantas braças quadradas tem as 12 linhas, quantas braças quadradas tinha o terreno onde se colocaria a roça. Eles chegaram bem próximo da solução do problema.</p>
2508		<p>O grupo 2 conseguiu apresentar uma possibilidade, tanto de demarcação da roça, quanto de valor gasto para cercar a roça. Acredito se tivesse mais tempo eles teriam encontrados outras, porque depois de encontrar uma as outras ficam mais fácil.</p>
2509		<p>O grupo 3 - Nesse grupo houve uma divisão de tarefa e eles conseguiram apresentar quatro possibilidades. Isso quer dizer que quando se divide as responsabilidades a tendência do trabalho é andar mais rápido.</p>
2510		<p>O grupo 4 ficou na mesma situação do grupo 1. Chegaram à conclusão que as 12 linhas são 7500 braças quadradas, e que o terreno tinha 103 linhas aproximadamente, mas que eles não conseguiram mentalizar como seria esse retângulo para formar as 12 linhas.</p>
2511	Anjo	<p>Quando você fala sobre a limitação do tempo na verdade, foi o tempo que não foi suficiente ou tem a ver com a questão dos conhecimentos [prévios] deles?</p>
2512	Derci	<p>Os grupos que conseguiram encontrar a solução, [seus membros] trabalharam mais sincronizados e apresentaram raciocínio mais rápido. Eu acho que os dois grupos que reclamaram do tempo ou porque não compreenderam a situação ou só foram compreender mais tarde, ou então porque não tiveram conhecimento prévio</p>

Continuação

2513		Avaliando o processo Dessa maneira, eu nunca tinha trabalhado. Essa foi a primeira turma que eu trabalhei dessa forma, mas, às vezes, [em outros momentos] eu informava para os alunos o que era uma braça, mas colocando as medidas do Sistema Internacional de Unidades (SI), mostrando como eram feitas as medidas do passado.
2514		Pode ser que daqui para frente, a gente já se preparou mais, isso melhora o ensino das medidas. Eu quero que melhore mais ainda.
2515		Depois disso, em outra aula, nós conversamos sobre isso [os conteúdos estudados]. Eles mostraram que aprenderam, para eles esse assunto é novo.
2516	Franc	O senhor observou se, entre aqueles que não conseguiram fazer a tarefa dentro do tempo, ficaram desanimados?
2515		Não. Claro que todos gostariam de ter resolvido dentro do tempo.
2518		Eu penso que teve um grupo que se sentiu culpado por não ter dado tempo para fazer a questão, acharam que perderam muito tempo tentando achar a resposta.
2519	Derci	Eles estavam empolgados, mas no meio do caminho tiveram alguma coisa que os atrapalhou. Pode ter sido a [falta da] divisão de tarefa.
2520		Eu notei que os grupos onde todos ficaram sempre fazendo a mesma coisa, todo mundo no mesmo lugar, não conseguiram.

Fonte: elaborado pelo autor (2019).

Para isso, eles tiveram de conversar com pessoas de fora da escola, compartilhar o problema e dividir o trabalho, unir-se em torno da necessidade de encontrar soluções, definir estratégias e realizar múltiplas interações, mediadas pelo conteúdo e desencadeadas pela necessidade de objetivar significados, possibilitando a formação de uma coletividade educativa.

Assim, estavam claros os objetivos, as ações, as operações e a divisão do trabalho. Nessa conjuntura, apoiados em Moura *et al.* (2010), podemos inferir que o presente experimento pode ser considerado uma AOE, pois apresenta traços de uma atividade capaz de criar nos estudantes um motivo para a aprendizagem, sobretudo porque

[...] na AOE ambos, professor e estudante, são sujeitos em atividade e como sujeitos, se constituem indivíduos portadores de conhecimentos, valores e afetividade, que estarão presentes no modo como realizarão as ações, que tem por objeto um conhecimento de qualidade nova. [...]. A AOE toma a dimensão

de mediação as se constituir como um modo de realização de ensino e de aprendizagem dos sujeitos que, ao agirem num espaço de aprendizagem, se modificam e, assim também, se constituirão em sujeitos de qualidades novas (MOURA *et al.*, 2010, p. 97).

Ainda falando do trabalho do professor Derci, destacamos o papel fundamental do PDA desse experimento, ao apresentar para o aluno (UPD. 2506) o desafio de resolver um problema impregnado na experiência humana, atravessado pela necessidade indutora de transformações, que historicamente vêm constituindo o conceito. Logo, ao revelar uma faceta do processo lógico de elaboração das medidas, coloca-se como uma ponte na relação intercultural.

Da presente cena também pudemos deduzir (UPD. 2513-2515) que existem indícios de conscientização por parte do professor Derci acerca importância da AOE como um modo possível de realizar o ensino e a aprendizagem de Matemática, e da necessidade de considerar a maneira como a vida social e a realidade cultural interferem na formação dos indivíduos, a exemplo das medidas de Lagoa Alegre.

Epistemologicamente, essas medidas revelam um conceito em desenvolvimento, que foi, em algum momento da história, o mais alto nível de razão Matemática, sobre o qual o homem era capaz de operar e que mostra como uma estrutura social é organizada e como as relações entre os indivíduos e com o mundo são, por elas, legitimadas (RADFORD, 2014).

Assim, quando o professor reconheceu que algo melhorou e pode melhorar ainda mais, ele se identificou como partícipe de um saber, configurado na prática das medidas como prática social, pertinente à sua própria realidade, com a qual a escola não dialogava. Todavia, como diz Radford (2014, p. 62), “[...] a prática social não é o único elemento que devemos considerar.” É preciso, inclusive, considerar que a prática social constitui um sistema semiótico de significações, pois

[...] é através da prática social que os indivíduos satisfazem suas necessidades vitais e é através da prática social que produzem suas ideias (matemática ou outras). É claro que a prática social não opera de maneira autônoma, por ela mesma; a prática social está imersa num sistema simbólico que a organiza de uma outra forma (RADFORD, 2014, p. 62).

Esses sistemas simbólicos, também chamados de *sistemas semióticos*, por sua vez, segundo Radford (2014), cumprem a função de validar os conhecimentos oriundos das práticas sociais, produzir significados, regular ações e condutas de natureza ética e moral, e configurar as relações dos indivíduos em sua realidade social. Isso dá uma nova qualidade ao estudo das práticas sociais quando as coloca como elementos que integram um complexo maior,

configurado pelos sistemas simbólicos que se manifestam no contexto da ação e da relação do indivíduo com o seu semelhante e com a sua comunidade.

Avançando nas análises, vamos refletir sobre as estratégias de busca pela solução do PDA, delineadas pelos alunos. Em princípio, é provável que tais soluções dependeram do nível de compreensão dos discentes acerca das leis e dos princípios inerentes às medidas, e dos elos entre o lógico-histórico e a significação que determinou o processo geral de medir, definido pela tríade comparação de grandezas – unidade de medida – número como expressão do resultado.

Considerando o relato do professor Dercir, principalmente o que está nas unidades 2508-2513, podemos deduzir que na turma se manifestaram diferentes ZDPs (VIGOTSKI, 2000), reveladoras de múltiplos níveis de capacidade e autonomia, o que ensejou a mediação do professor de maneira diferentes nos GE's e de colegas que se sentiram capazes de orientar os pares.

Em síntese, o experimento em análise demonstra que a prática de ensino a partir da AOE é adequada para o estudo do conceito de medida, no enfoque que toma o desenvolvimento lógico-histórico como meio de produzir significação. Isso porque ela possibilitou ao professor compreender os limites da proposta como forma de produzir o desenvolvimento de conceitos teóricos e, sobretudo, permitiu que ele explicasse o processo de produção do conhecimento sobre medidas como uma concepção cultural, um dos principais problemas do ensino de Matemática. Para mais, alerta para a necessidade de pensar a formação do professor contemplando o estudo no domínio da história da Matemática e a análise de seu papel no ensino.

5.4.2.2 Cena 12 – O Experimento Didático dos professores Franc e Nilson

Os alunos participantes desse experimento faziam parte do 9º ano do ensino fundamental da Escola Municipal Marcos Andrade Pontes (Figura 16), localizada na zona rural do município. O desafio colocou os professores diante da necessidade de realizar um ensino com outras qualidades, exigindo uma postura diferente. A preparação da aula experimental abrangeu uma fase de estudos do sistema de medidas dos lavradores, com destaque para a braça, a linha de roça, as medidas de volume e o cálculo da área dos terrenos ou cubação (UPD. 2521-2522).

Essa ação ajudou os alunos a conversar sobre os conteúdos fundamentais que seriam tratados na aula experimental. O motivo, quando coincide com o que é objetivado, impulsiona os sujeitos a agirem (LEONTIEV, 1983). Isso pode nos ajudar a compreender por que os alunos,

por iniciativa própria, retornaram para a escola com outros colegas, a fim de continuarem os estudos sobre essas medidas (2527).

Na aula experimental, os alunos foram organizados em GE para resolver o PDA (ver Quadro 15, GT 2) que, primeiramente, solicitava a determinação da área de três terrenos representados pelo quadrado, retângulo e triângulo, expressando como resultado o número de linhas de roça correspondente a cada terreno.

Figura 16 – Fachada da Escola Municipal Marcos Andrade Pontes

Fonte: Maria José (2019).

Em seguida, o PDA instava os alunos a representar graficamente o número de linhas de roça correspondente aos terrenos. Esse problema foi posto para que os alunos respondessem no GE e, enquanto isso acontecia, os professores interagiam com eles, procurando auxiliá-los. Foi escolhido um aluno de cada GE para explicar a estratégia e a solução do problema. Na sequência, os professores conduziram as discussões sobre o conteúdo, principalmente sobre o processo de cubação de terrenos.

A atividade de ensino procurou construir uma situação dentro do contexto teórico da AOE. A elaboração da situação-problema (PDA) buscou integrar as medidas locais e as oficiais, visando a realçar a necessidade que levou à produção de uma medida única e universal (2528, 2529). Nesse sentido, corroboramos Moretti (2014, p. 33-34), ao defender que

[...] a situação-problema não é entendida como exercício de aplicação de conceitos apresentados previamente pelo professo. A situação-problema, como entendida aqui, pressupõe uma primeira aproximação do estudante com

o conceito envolvido na situação proposta de forma que, constituindo-se a situação proposta de fato como problema e, - portanto como necessidade - para o sujeito que aprende, seja possível a ele apropriar-se do produto da construção histórica da cultura humana.

Da afirmação acima, podemos depreender que a situação-problema deve ser uma situação que representa uma necessidade e que para ser resolvida, implique a realização de ações que oportunizem aos estudantes a apropriação de elementos essenciais do conceito. Deve basear-se, pois, na mesma necessidade que impeliu o homem a encontrar soluções.

Tal situação representa uma chance de envolver o estudante no trabalho coletivo e colocá-lo em direção ao conhecimento, considerando que a “[...] estrutura da atividade orientadora é a da própria gênese do conceito: o problema desencadeador, a busca de ferramentas intelectuais para solucioná-lo, surgimento das primeiras soluções e a busca de otimização destas soluções” (MOURA, 1992, p. 68).

Dessa forma, a tarefa de estudo indica a finalidade para a qual devem se dirigir ações, e precisa ter estreita relação com a situação-problema, de modo que faculte a articulação dessas atividades desenvolvidas por professores e alunos. Nesse caso, a tarefa presumida sugere que o PDA deveria indicar a necessidade da criação de uma linguagem, representada por meio de um sistema simbólico, capaz de refletir as generalizações como forma de superar o pensamento empírico. Assim, concluímos que a tarefa logrou êxito em parte, pois as respostas dadas foram analisadas pelos professores e nenhuma delas indicou uma representação simbólica capaz de generalizar a solução daquela situação-problema.

Já abordamos nesta tese a respeito das medidas dos lavradores enquanto prática social, em uma situação bem determinada e historicamente situada, com o intuito de diferenciar claramente essas práticas de meras ações do cotidiano, apropriadas de forma espontânea. A cena revela elementos que reforçam a defesa das medidas como uma prática social (UPD. 2522, 2523, 2527, 2536 e 2537).

Isso leva-nos a crer na existência de um sentimento de pertencimento dessa prática à realidade social e cultural deles (UPD. 2522 – a 2523). Trata-se de um conhecimento social que se individualiza por intermédio de uma forma especial de produzir significações, determinadas pela tradição oral e pela experiência social que opera subordinada a um sistema simbólico (RADIFORD, 2014).

Quanto às interações promovidas pelos professores, notamos que durante a explicação do cálculo de área dos terrenos, eles tomaram por referência a definição de área do quadrado, a partir da fórmula $A = l^2$, com “l”, indicando a medida do comprimento do lado e tomando o m^2 como estalão. Esse fato serviu de analogia para a explicação do significado de braça e linha

de roça (UPD. 2524-2525). A princípio, a proposta deveria encaminhar uma ação no sentido de tomar os sistemas de medidas anteriores como fundamento para a construção dos sistemas de medidas atuais.

A seguir, podemos encontrar um resumo do relatório desse experimento realizado pelos professores Franc e Nilson (Quadro 19).

Quadro 19 – Resumo das reflexões sobre o experimento didático dos professores Franc e Nilson

COD	ID	UPD
2520	Nilson	Antes de começar, eu pensava nos alunos: será que eles vão se sair bem? Vão apresentar direitinho ou não, vão ficar sentados e calados? Por isso nós os preparamos, foi um desafio.
2521		Tivemos dificuldades com a carga horária de outubro, com muitos feriados nos dias das aulas de matemática, então decidimos usar o horário do Mais Educação ¹⁶ para nos reunirmos com os alunos.
2522		Na aula [preparatória], primeiramente perguntamos o que é a braça. Eles responderam certinho, quase me deram uma aula sobre o assunto.
2523		Quando eu falei em linha de roça, um aluno já levantou a mão e respondeu: “é um quadrado de 25 braças. A gente marca um toco, mede 25 braças põe outro toco, puxa 25 e vai até completar um quadrado.”
2524		Vocês sabem o que é uma cubação? Eles não souberam responder.
2525		Na segunda parte, pedi para os alunos fazerem a representação gráfica. Eu desenhei um quadrado e coloquei a medida do lado em metro mesmo – 10 metros – (não usei a braça) expliquei para eles que para encontrar a área temos que multiplicar 10 vezes 10 igual a 100, a gente diz que aquele quadro ali cabe 100 quadrinho de 1m ² , isso não é diferente de uma linha que cabe 625 quadrados de uma braça ou quadrinhos.
2526	Derci	Na minha aula, também eles não sabiam cubar, como eu já falei, eram poucas as pessoas que cubavam os terrenos isso porque dependia de uma confiança e quem sabia não ensinava os trabalhadores.

¹⁶ Programa do MEC, que busca melhorar a aprendizagem em Língua Portuguesa e Matemática dos alunos do 3º ao 9º ano do ensino fundamental das escolas públicas, por meio de acompanhamento pedagógico, cultural e artístico.

Continuação

2527	Anjo	Os alunos de zona rural têm o conhecimento da prática [das medidas da roça]. Eles já têm a experiencia. Na cidade pouca gente prática sobre isso.
2528	Franc	Na tarefa, temos um problema desencadeador, nós mostramos para os alunos o PDA e pedimos que explicassem para os colegas que faltaram [segunda-feira].
2529		Na terça-feira, os alunos voltaram, no período da tarde, para estudar o problema.
2530	Jomária	Eu achei muito interessante eles irem ao quadro explicar a respostas. [...]. Levar um aluno ao quadro é complicado, muitos não querem ir porque acham que, se errar, os colegas vão taxar e tem a questão do nervosismo.
2531		Eu percebi que eles estavam interagindo, discutindo se estava ou não certo, um perguntando ao outro.
2532	Anjo	Eles fizeram a exposição na frente; no quadro? Isso é positivo porque [...], quando está só a gente eles não querem ir ao quadro!... É muita vantagem.
2533	Dane	Eu percebi que os alunos que trabalharam tanto com o professor Derci como com os professores Franc e Nilson não tiveram medo de ir al quadro e [correr o risco] de errar.
2534		Eu tenho problema nas aulas de matemática. [...]. No meu caso, os alunos não têm uma compreensão completa do problema, então quando jogo perguntas relacionada a tal coisa, eles ficam meio oprimidos, ficam com medo de responder, porque não têm segurança.
2535		Quando trago para eles pensamento concreto eles têm medo de tentar.
2536	Franc	Quando começamos a estudar este assunto, eles sabiam o que era a braça e a linha de roça. Mas quando falamos na cubação, os alunos ficaram nas alturas, sem saber o que era, depois que os ensinamos, ficaram empolgados.
2537		Alguns disseram que iam fazer a cubação das roças dos pais e não precisavam gastar mais dinheiro pagando alguém para realizar a cubação.

Fonte: elaborado pelo autor (2019).

Esse fato chamou a nossa atenção e levantou a necessidade de analisar se a inversão da ordem cronológica dos fatos tem alguma implicação no ensino e na aprendizagem do conceito. Pelo visto, naquela situação, os professores tomaram o metro e o metro quadrado como determinantes da braça e da linha de roça, ratificando a relação entre o fundamento e o fundamentado, de tal modo que o elemento determinante da relação são as medidas do sistema métrico mais recente, enquanto no outro polo, as medidas mais antigas encontram-se de forma condicionada. Isso ocorre quando nessa relação se estabelece, em seu nível inicial, uma identidade, mas esta resulta do modo como o conteúdo é distinguido – nesse caso, somente pela forma, sem distinção do que é o fundamento real e o fundamentado.

Cheptulin (1982) considera essa situação uma tautologia, porque exprime, sob a forma de fundamento, aquilo que, em regra, é expresso como fundamentado, ou seja, trata-se de um fundamento formal. O autor explica que

o fundamento formal está ligado aos graus iniciais do desenvolvimento do conhecimento, quando o sujeito conhecedor evidencia e fixa as características, propriedades e relações singulares e gerais, qualitativas e quantitativas e as considera como coexistentes. [...] o fundamento real reflete a causa real que condiciona o aparecimento do fundamento, podemos então, partido dele, explicar e destacar o fundamentado. Extrair o fundamentado de um fundamento real dado, nada mais é do que estabelecer a identidade entre o fundamento e o fundamentado (CHEPTULIN, 1982, p. 218, grifo nosso).

Desse modo, a revelação das causas internas dos fenômenos designa o fundamento e permite definir o fundamentado, aquilo que é condicionado e aquilo que é condicionante no fenômeno. Assim, podemos estabelecer uma identidade entre ambos. Nesse aspecto, a história do objeto e de seu desenvolvimento assume o papel de necessário.

Como sabemos, as causas que deram origem ao metro e às suas variações surgiram a partir dos fatos históricos que incidiram sobre as medidas antropomórficas, provocando mudanças internas nas estruturas dos sistemas de medidas. Esse ponto é importante na reflexão dos processos de ensino, porquanto o conteúdo do fundamentado, determinado por uma causa interna e deduzido dela mesma, é essencial, enquanto o conteúdo do fundamento, introduzido por circunstância exteriores, não é essencial. Logo, entre o que é determinado e o que é determinante há sempre uma identidade, mas não, necessariamente, como uma tautologia, pois a descoberta das causas do fenômeno implica a passagem do fundamento formal para o fundamento real, que determina e explica parte do conteúdo do fundamentado, já a outra parte pode ser explicada como novo fundamento real (CHEPTULIN, 1982).

Não obstante, a escolha de um dos elementos da relação como fundamento ou fundamentado dependerá de elementos subjetivos, vinculados ao motivo do professor em sua atividade docente, e não propriamente do objeto em si mesmo.

Como podemos observar, nessa cena, surgiram indícios de que o experimento afetou o comportamento de professores e alunos, pois provocou, por intermédio de interações múltiplas, no contexto da aula, a articulação de ações a partir das conversas que tiveram, com o objetivo estabelecer um caminho para encontrar a solução para a situação-problema. Facultou, ainda, a superação do medo de falar em público, pelo menos naquele momento, o que resultou em um salto qualitativo nas interações entre eles, ao discutirem as respostas dadas com os colegas da turma, despertando nos alunos a possibilidade de utilizar os conhecimentos ali obtidos em situações reais da vida cotidiana (UPD. 2530-2534 e 2537).

Isso indica o logro de uma organização de ensino que foi estruturada com a intenção de permitir a interação entre alunos e professores, mediada por um conteúdo; possibilitar aos alunos a apropriação de novos conteúdos; de propiciar o compartilhamento de significados; e realizar ações com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema dentro de certas condições reguladoras.

5.4.2.3 Cena 13 – O experimento didático do professor Lair

Esse experimento didático foi desencadeado a partir da seguinte tarefa de estudo: apropriação do conceito de medida, em particular, de comprimento, dada a necessidade que gerou a mudança das medidas realizadas com a braça e o palmo para o metro. O presente experimento foi realizado na Escola Municipal Nossa Senhora da Graças, localizada na Zona Rural de Lagoa Alegre, denominada Pedra Branca (Figura 17).

Quando a pesquisa foi realizada, a escola atendia a 76 alunos do ensino fundamental, em classes multisseriadas. No caso em questão, a turma era composta por alunos de 1º, 2º e 3º ano. Contudo, para a realização do experimento, o professor preferiu trabalhar apenas com os alunos do 3º ano (UPD. 2543 e 2552, Quadro 20). Antes do experimento propriamente dito, o professor providenciou, juntamente com os alunos, um roteiro de entrevista, com o fito de levantar informações sobre as medidas utilizadas pelos lavradores em Lagoa Alegre (UPD. 2541). Em sala de aula, foi solicitado aos alunos que relatassem as entrevistas (UPD. 2442).

Nesse momento, eles explicaram como eram realizadas as medições dos terrenos e dos grãos pelos lavradores e, assim, foi possível fazer a conexão dessas práticas sociais, culturalmente significadas, com o conhecimento novo que deveriam apreender. Foi, por isso mesmo, um momento de reconstituição de parte da história das medidas, salutar para o êxito da

tarefa, já que os alunos deveriam perceber a necessidade que motivou a criação do sistema métrico decimal.

No lance seguinte, o professor, usando uma trena, mediu os palmos de alguns alunos como forma de chamar a atenção deles para a questão da necessidade de um padrão de medida que em determinado momento da história, apareceu. Em seguida, mostrou aos alunos uma vara, equivalente a uma braça, e explicou por que essas medidas provocaram alguns problemas em certa época, realçando o fato de que o tamanho da braça variava de acordo com o tamanho da pessoa e, conseqüentemente, gerava dificuldades nas relações comerciais, principalmente no comércio internacional, sendo essa uma das principais razões que levaram à definição do metro como medida padrão. Mas frisou, também, que essa mudança não foi fácil, porque dependia da aceitação das pessoas e, assim, as duas formas de medir continuaram juntas e em alguns lugares ainda coexistem, como é o caso de Lagoa Alegre.

Figura 17 – Fachada da Escola Municipal Nossa Senhora das Graças

Fonte: Maria José (2019).

Na sequência da aula, com uma trena, as crianças acompanharam e ajudaram na medição da *vara de medir*, na qual estava figurada a braça, que deveria corresponder a 2,2m¹⁷ (UPD. 2542, 2544-2547). Em seguida, o professor colocou os alunos para realizarem medições na própria sala, utilizando, ao mesmo tempo, a braça e a trena.

¹⁷ Valor de referência do INMETRO para a conversão da braça em metro. Ver seção 3.

Essa operação deixou as crianças diante de algumas situações problemáticas, e talvez a principal delas tenha sido ver que, naquelas condições, a medição com a braça não parecia muito prática, já que as dimensões das paredes da sala de aula eram pequenas para aquele padrão de medida (a braça), o que os levou a medir as frações da braça com a trena e, ao final, a partir do princípio multiplicativo, realizaram a conversão da braça em metro (UPD. 2548).

Quadro 20 – Resumo da apresentação do experimento didático do professor Lair

COD	ID	UPD
2538	Lair	Embora a gente tenha falado em outras medidas pré-métricas, o assunto principal que trabalhado nessa aula foi a braça.
2539		O objetivo geral dessa atividade foi, além de conhecer a braça, realizar medições usando a braça e o palmo e a trena.
2540		Para trabalhar esse conteúdo, foi retirado, nas imediações da escola, uma vara de talo de buriti que foi medida com a trena para determinar o tamanho padrão de uma braça que é 2 metros e 20 centímetros.
2541		Uma semana antes, elaboramos um questionário para eles entrevistarem alguém da roça, com o objetivo conhecerem a braça.
2542		A princípio, foram realizadas medições das alturas de cada um pelo próprio alunos. Eles foram anotando todos os resultados.
2543		Essa turma é multiseriada (1º, 2º e 3º ano) e tem 39 alunos, mas eu dei prioridade aos do 3º ano, que são 11 alunos e levei para uma sala distinta, onde foi desenvolvido esse trabalho.
2544		[Os alunos] usaram a braça para medir a sala. Infelizmente, estávamos numa sala muito pequena, metade da sala que foi dada para formar outra turma, [por isso] só deu para trabalhar a largura da sala com a vara, mas, como houve uma sobra, foi preciso medir o restante com a trena.
2545		As ações planejadas [para alunos] foram as seguintes: realizar medições usando a vara e o palmo e a trena; explicar as divergências causada pela diferença de tamanho [do padrão] que variava de pessoa para pessoa e identificar o tamanho padrão da braça em metros e centímetros.

Continua

2546		Na atividade, o palmo foi medido utilizando a trena. [...]. Então eles fizeram a medida do palmo de cada um com o [próprio] palmo.
2547		Eu frisei para eles várias vezes que a braça era 2 metros e 20 cm. E assim eles mediram a largura da sala que deu 2 braças e mais o restante que foi medido com a trena e deu 1 metro e 58 centímetros.
2548		Depois disso, eu fiz a seguinte pergunta: qual é a largura da sala em metro? Eles calcularam fazendo 2 vezes 2m e 20cm. que deu 4m e 40cm e somaram mais 1m e 58cm, que deu pouco mais de 7m de largura
2549		Depoimentos dos alunos sobre a realização da entrevista. Lembrando que esses depoimentos foram dados logo após a execução das medidas. Mesmo tímido falaram alguma coisa.
2550	Nilson	Você fez o questionário só para os 11 alunos e os outros como ficaram?
2551	Lair	Na sala tem dois quadros e eu fico sozinho nela para dá assistência a 39 crianças de série diferentes, em um quadro eu escrevo o conteúdo de uma turma o outro quadro (Maior) eu faço uma divisão com uma linha vertical, assim eu obtenho três quadros um para cada série. Eu ocupei o primeiro e segundo ano enquanto o terceiro ano elaborava o questionário. Cada turma estava com sua tarefa.
2552		Eu destaquei esses alunos porque se tratava de três turmas distintas num mesmo espaço. Varia muito o interesse dos alunos em virtude das diferenças [individuais] [...]. Assim eu selecionei essas pessoas para controlar melhor a execução do trabalho

Fonte: elaborado pelo autor (2019).

Nesse sentido, como bem explicou Caraça (2016, p. 31),

Em princípio, a unidade pode escolher-se como se quiser, mas na prática, o número que se obterá como resultado da medição condiciona a escolha da unidade. Isso depende da natureza das medições que estão sendo feitas. [...] Uma mesma grandeza tem, portanto, tantas medidas quantas unidades com as quais se faça a medição.

Assim, fica evidente que para se medir alguma coisa, precisamos compreender a relação entre o objeto a ser medido, o instrumento e o padrão comparativo, componentes de relação essencial do conceito de medida, como condicionante desse processo.

Avançando no processo de análise, entendemos que essa situação abre uma janela para discutirmos a relação entre a aprendizagem de conceitos matemáticos escolarizados e o conjunto de conhecimentos significados na cultura, fruto de uma prática social e histórica, como no caso das medidas antropomórficas.

Partimos de pressuposto de que os significados culturais, já internalizados pelo sujeito no âmbito das práticas sociais, são a base sobre a qual se constroem os conceitos científicos. A aprendizagem de conceitos, consoante Laner de Moura (1995, p. 16), “fundamenta-se num conjunto de significados previamente desenvolvidos, que têm sua origem nas experiências. [...] Este conhecimento media a aprendizagem do novo.”

Quando, no ensino escolar, os professores ignoram os conhecimentos que o sujeito internalizou nas práticas sociais, desconsidera a interdependência desses saberes com a outra parte dele que foi escolarizada. Assim,

quando [o estudante] é solicitado a definir o conceito científico, quase sempre nas explicações se sobrepõe o significado cultural que tem deste, apesar de todo trabalho de ensino sobre o conceito. [...]. No caso em que o ensino é desenvolvido de forma que os significados culturais de um conceito possam servir de mediadores para a apropriação de conceitos científicos, os conceitos científicos terminarão adquirindo significados concretos, aproximando-se dos significados culturais (LANER DE MOURA, 1995, p. 18-19).

O conceito, como construto histórico, evolui em consequência das necessidades humanas que estão em transformação contínua, da mesma maneira que o homem muda em decorrência do que acontece fora de si. A significação dos conceitos decorre, ainda, do mesmo movimento que o produz.

As diferentes formas de significação importam ao processo de evolução do conceito e determinam o seu ritmo. Se atentarmos para o fato de que o processo de significação ocorre em diferentes situações e formas tais como, por exemplo, pela tradição oral, pela escrita, pela operação dos sistemas simbólicos sobre o sujeito, poderemos entender por que existem tantas situações diferentes em termos de nível de desenvolvimento científico em certas épocas e determinados lugares.

Em particular, a atividade pedagógica no ensino de Matemática é uma forma poderosa para a produção de significações, e as formas de ensino que estão impregnados pela própria história do conceito incidem diretamente na transformação dos sentidos atribuídos pelo sujeito, pela tomada de consciência das sucessivas necessidades que foram resolvidas a partir do desenvolvimento desse conceito. Vigotski (2000) nos faz compreender que na mente do sujeito,

os significados culturais, aprendidos fora da escola, não podem ser separados daqueles que foram recebidos na escola.

5.4.2.4 Síntese do episódio 5: a organização do ensino no experimento didático

No presente episódio, tivemos a finalidade principal de retratar a realização dos experimentos didáticos com vistas à produção de dados que nos ajudassem a compreender e explicar a relação entre o desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medida e o processo de significação. Os dados examinados revelam que as cenas 11, 12 e 13 apresentaram similaridades e singularidades. Dessa forma, a análise indicou como a T H-C influenciou o experimento em suas diversas fases: preparação, execução e avaliação.

Em linhas gerais, podemos afirmar que:

- a) os experimentos didáticos foram organizados observando os aspectos teóricos da AOE;
- b) as tarefas de estudo desafiaram os alunos a agirem coletivamente, elaborando estratégias em busca de solução para a situação-problema;
- c) na produção das situações-problema foram considerados alguns aspectos históricos do conceito de medida, incluindo elementos históricos, expressos pelas medidas locais;
- d) foram criadas as condições básicas para propiciar as interações dos alunos com os lavradores, visando a promover a apropriação dos conhecimentos sobre medidas inerentes ao trabalho realizados por eles nas roças;
- e) os experimentos suscitaram a tomada de consciência, por parte dos professores, da necessidade de considerar as práticas sociais pertinentes à realidade dos alunos no processo de ensino e aprendizagem;
- f) cada situação de ensino desencadeou o processo de apropriação do conceito de medida, a partir do movimento histórico e lógico dele como forma de produzir significação, tendo por essência a necessidade que gerou transformações, configurando um salto de qualidade do próprio conceito.

Os professores concretizaram seus experimentos a partir de uma AOE preparada no contexto do curso de formação, cujo conteúdo foi pautado pela Teoria H-C/ Teoria da Atividade. No entanto, não podemos esquecer que o ensino pode ser afetado pelas concepções dos professores sobre a Matemática e o seu ensino, consubstancializadas ao longo da vida profissional (SARMENTO, 2017).

Dito isso, iniciamos nossas considerações observando que a medição, no âmbito dos experimentos, enquanto operação mecânica, pode ter caracterizado aquilo que denominamos de *fazer medida*, concretizada pela comparação entre corpos extensos de mesma grandeza com

o uso de alguns padrões, como a *braça* e o *metro*, a *linha de roça* e o *metro quadrado*. O *fazer medida* está condensado no próprio ato de medir, como uma ação externa e reguladora da atividade mental. Em primeira instância, essa operação depende da combinação de três componentes, quais sejam: a comparação entre grandezas; a escolha da unidade de medida; o número que exprime o resultado da operação. Nesse sentido, devemos considerar a interdependência entre os dois últimos componentes, posto que um depende do outro (CARAÇA, 1998). No Quadro 21, ilustramos as sínteses que conseguimos elaborar com base nos dados, segundo cada uma das cenas que foram analisadas:

Quadro 21 – Sínteses do episódio 5: Professores em atividade de ensino no experimento didático

Cena 11 – O ED do professor Derci	Cena 12 – O ED dos professores Franc e Nilson	Cena 13 – O ED do professor Lair
<p>1- Sobre o experimento julgamos que:</p> <ul style="list-style-type: none"> - o professor integrou conteúdo da prática social de medidas com os do currículo escolar; - a tarefa realçou o vínculo cultural entre os processos de medidas do passado e do presente; - a tarefa permitiu compreender a Matemática como um construto histórico e humano; - o experimento revelou a necessidade de pensar a formação do professor contemplando estudo no domínio da história da Matemática e a análise de seu papel no ensino; 	<p>1- A partir do experimento verificamos que:</p> <ul style="list-style-type: none"> - surgiu a necessidade de uma preparação dos alunos através de estudos prévios sobre medidas; - a tarefa integrou o sistema métrico decimal e as medidas locais na atividade de ensino; - o PDA indicou a necessidade de um sistema simbólico como linguagem; - a tarefa foi cumprida em parte, uma vez que os alunos não conseguiram apresentar uma expressão matemática para a área de regiões retangulares; - na interação dos fatos históricos, a escolha, pelo 	<p>1- Este experimento nos mostrou que:</p> <ul style="list-style-type: none"> - a tarefa de estudo propiciou aos alunos a percepção da necessidade que gerou a criação do sistema métrico decimal; - a tarefa colocou os alunos em conexão uma forma singular de medir, inerente à própria cultura - a história da Matemática norteou a elaboração da tarefa numa perspectiva sociocultural;

Continuação

<p>2- Na objetivação do ensino julgamos que a situação vivenciada:</p> <ul style="list-style-type: none"> - propiciou aos alunos conversarem com os lavradores e elaborarem uma síntese sobre as medidas utilizadas por eles; <p>3- permitiu desenvolver coletivamente estratégias para resolver a o PDA;</p> <ul style="list-style-type: none"> - permitiu aos alunos realizarem múltiplas interações dentro e fora da escola; - ajudou os alunos na construção de novos significados, considerando aspectos históricos do conceito de medida. <p>4- Sobre possíveis mudanças, os dados mostram indícios de:</p> <ul style="list-style-type: none"> - conscientização do professor, sobre a necessidade de considerar a forma como as práticas sociais e a realidade interferem na aprendizagem; - reconhecimento pelo professor da importância da AOE como um modo de ensino de Matemática; - 	<p>professor, do que é o fundamento e o fundamentado, dependerá mais de elementos subjetivos do que propriamente do objeto ou fenômeno em si mesmo.</p> <p>Sobre a objetivação do ensino podemos inferir que a tarefa:</p> <ul style="list-style-type: none"> - colocou os alunos em atividade de aprendizagem; - Propiciou aos alunos agirem coletivamente em busca de uma solução para o PDA; - Propiciou aos alunos a oportunidade de compartilharem significados oriundos da prática social inerente à realidade cultural deles; - permitiu que professores e alunos interagissem em torno do conteúdo; - possibilitou a apropriação, pelos alunos, de conhecimentos sobre o conceito de área e perímetros. 	<ul style="list-style-type: none"> - a situação de ensino tem características da AOE. <p>2 sobre a objetivação do experimento, consideramos que:</p> <ul style="list-style-type: none"> - os alunos realizaram diversas interações no sentido de resolver uma situação problema específica; - os alunos, com a ajuda dos professores elaboraram estratégias de aprendizagem; - o professor deu ênfase à concreção das medidas pelos alunos, utilizando ao mesmo tempo, a vara e a trena; - a história das medidas serviu para explicar o porquê da mudança dos sistemas naturais para o métrico; - a atividade colocou os alunos diante da necessidade de trabalhar coletivamente. <p>3- A situação de ensino:</p>
---	--	--

Continuação

<p>- reconhecimento que a aprendizagem dos alunos melhorou e pode melhorar ainda mais com essa forma de ensino;</p> <p>- tomada de consciência pelo professor de que é partícipe de uma prática social, pertinente à própria realidade, com a qual a escola não dialoga.</p> <p>5- Sobre as respostas dadas pelos alunos à PDA julgamos que:</p> <p>dependeram da compreensão das leis e princípios gerais das medidas, evidenciadas pela tríade comparação de grandezas – unidade de medida – número como resultado;</p> <p>- refletiu o movimento lógico-histórico como modo de produzir significação;</p> <p>- refletiram como resultado de uma organização e estratégias coletivas.</p>	<p>3- Sobre possíveis mudanças, os dados mostram indícios de que o experimento:</p> <p>- provocou nos alunos e professores o sentimento de pertencimento a uma realidade social e cultural ignorada;</p> <p>- Estimulou o reconhecimento, pelos professores, de que a concretização do ensino a partir da AOE, exige postura diferente do modo tradicional de ensinar;</p> <p>- ajudou os alunos na superação do medo de apresentarem-se para a turma;</p> <p>- despertou nos alunos a vontade de utilizar os conhecimentos, sobre medidas locais, em algumas situações da vida cotidiana</p>	<p>- ajudou os alunos a compreenderem porque as medidas antropomórficas continuam em uso;</p> <p>- mostrou para os alunos algumas dificuldades relativas ao uso das medidas antropomórficas;</p> <p>- Mostrou para os alunos que as escolhas dos instrumentos e das unidades de medida dependem das circunstâncias e da natureza do que está sendo medido.</p>
---	---	--

Fonte: elaborado pelo autor (2019).

Somente quando o sujeito se torna capaz de desprezar, no plano mental, as demais propriedades do objeto, esvaziando-o de toda a matéria para separar e combinar o termo *comparação-unidade de medida-número*, de modo a produzir uma representação simbólica do real, ele realiza uma abstração como resultado do esforço mental de converter um *fazer medida* em um *saber sobre medida*.

Quando esse saber se transforma em instrumento do pensamento e retorna ao mundo real em forma de signos, capaz de realizar operações com medidas, sem a sua necessária concreção, converte-se em um *pensar medidas* e, a partir desse ponto, a operação mecânica pode transformar-se em uma operação matemática. Assim, a operação mecânica (técnica de medição) das medidas expressa um modo de fazer para transformar-se em uma operação matemática (ação teórica), sofrendo sucessivas abstrações, decorrentes da relação sujeito-objeto, sintetizada no esquema fazer-saber-pensar.

Talvez os experimentos didáticos não tenham induzido o desfecho das etapas psicológicas da aprendizagem. Podemos estar sendo levados a essa dedução por não termos visto a utilização de uma linguagem própria da Matemática, principalmente do domínio algébrico, como estratégia para estruturar e generalizar a resolução das situações problemas apresentadas aos alunos.

Nesse sentido, sobressairam-se as estratégias empíricas de resolução, como teste de hipóteses, de tentativa e erro, e de apelo ao pensamento aritmético. Mas, provavelmente, em função do tipo de prática a que os alunos foram submetidos para resolverem problemas que, do ponto de vista da situação histórica das medidas, encontram-se à margem dos conteúdos escolares, e por ser uma situação diferente de ensino, o comportamento de professores e alunos tenha sido influenciado.

Contudo, os experimentos demonstraram um momento de passagem de uma qualidade a outra das medidas, resultante de um longo período de acumulação de elementos, gerado em decorrência das transformações sociais, nomeadamente de natureza política, econômica e científica que, no curso da história, desencadearam um processo de ruptura com os sistemas naturais de medida e, ao declinar o século XVIII, vão lentamente dando lugar ao sistema artificial representado pelo metro e suas variações enquanto modalidade qualidade de medida.

5.4.3 Síntese isolado 2: A organização do ensino no experimento didático

Um dos traços principais desses experimentos é o fato de que nele encontramos evidências acerca de como estão ligadas a dimensão planejadora e a dimensão executora da atividade pedagógica. Apresentamos a seguir uma ilustração da interdependência entre os episódios no contexto do isolado 2 (Figura 18).

Em nosso estudo, o momento do planejamento resguardou a possibilidade de um ensino autêntico, ao orientar as ações e decisões dos professores e dar mais segurança durante a execução, à medida que pode antecipar a atividade pedagógica, evitando a improvisação, mas sem amarrar os professores. A esse respeito, Moura (1992, p. 71) assim se manifestou:

Não é o roteiro que amarre o professor, pelo contrário, [o plano] deveria dar-lhe segurança para melhor acompanhar o processo de aprendizagem do aluno, pois está munido de um plano que anteciparia a atividade pedagógica a ser desenvolvida, permitindo-lhe uma ação mais segura.

No trabalho ora desenvolvido, as decisões sobre a AOE foram tomadas coletivamente, e o plano munuiu o professor de um instrumento capaz de ajudá-lo no desenvolvimento das ações, reduzindo a possibilidade de improvisos. Assim, quando ele iniciou o experimento didático, já havia uma preparação psicológica desencadeada a partir dos estudos teóricos realizados no curso, consolidada no plano de ensino que continha o que deveria ser enfatizado e como seria desenvolvido a aula experimental.

O processo de desenvolvimento dos experimentos principiou com a preparação dos alunos, colocando-os em contato com os lavradores, visando à construção e ao conhecimento sobre as medidas praticadas nas roças. Em sala de aula, primeiramente, os alunos faziam uma síntese das conversas com lavradores e, na segunda parte, eram desafiados a resolver uma situação-problema.

Figura 18 – A interdependência dos episódios do isolado 2: Organização do ensino no

Episódio 4 – A elaboração do experimento didático: as SDA e as

Episódio 5 – Professores em atividade de ensino no experimento didático

Fonte: elaborado pelo autor

Esse foi o momento em que os alunos, em grupos de estudo, interagiram entre si, definindo estratégias para a resolução do problema levantado. No momento seguinte, os alunos apresentavam suas respostas para a turma, quando os professores tiveram a oportunidade de ressaltar os aspectos mais importantes da atividade. Foi a situação-problema que facilitou a

interação entre professores e alunos. Na última parte da aula, os docentes procuraram sondar estes quanto aos efeitos do experimento sobre a aprendizagem deles.

No contexto desse experimento, a história do conceito serviu para a construção da situação-problema que, em sua estrutura, comportou elementos da prática social dos lavradores de Lagoa Alegre, ou seja, na elaboração do problema, os professores seguiram a lógica da história do desenvolvimento do conceito, buscando ressaltar os aspectos históricos que geraram a necessidade de promover mudanças no sistema de medidas. Dessa forma, o problema permitiu sistematizar o conteúdo estudado, porque ele é, como escreve Moura (1992), a razão de ser do próprio conteúdo. Por essa razão,

[...] o conteúdo é o problema em desenvolvimento. O problema é criação de conteúdo para o sujeito, na medida em que este lhe fornece a possibilidade de sistematizar o conhecimento para resolver novos problemas que façam uso da matemática, para fazer novas leituras e escrever novas soluções” (MOURA, 1992, p. 52).

Como podemos observar, o conceito, visto como histórico, comporta um processo de transformação gradual e cada estágio do desenvolvimento é resultado de sucessivas mudanças sofridas por ele ao longo do tempo. O estudo da história do desenvolvimento do objeto cria, por sua vez, as premissas indispensáveis para a compreensão mais profunda de sua essência, razão por que, “enriquecidos com a história do objeto, devemos retomar à definição de sua essência, corrigir, completar e desenvolver os conceitos que o expressam” (KOPIN, 1978, p. 187).

Daí, o processo de ensino, na esfera escolar, que respeita a historicidade das medidas, preserva, antes de tudo, o processo de desenvolvimento do homem. Tal afirmação se sustenta em um pressuposto aparentemente óbvio: o conceito de medida é histórico. Mas isso não é um dado, *a priori*, do próprio conceito. Na verdade, a historicidade do conceito de medida é consequência da historicidade do próprio homem, porque a evolução resulta da busca por respostas às necessidades que vão surgindo de acordo com o ritmo de desenvolvimento humano.

Contudo, isso não é o mesmo que defender a recapitulação da história do objeto ou do fenômeno. Pelo contrário: abraçamos a ideia de que a função da história do conceito, como meio de produzir significação no ensino escolar, em parte, é revelar como se deu o desenvolvimento do homem e ajudar a conhecer o fato que gerou a mudança nele, como resultado de seu aprimoramento contínuo. Isso nos induz ao estudo dos processos de formação de conceitos, pois “no seu processo de produção com significados culturais intrínsecos à cultura nas quais estão inseridos, uma vez que ontogeneticamente o pensamento humano está submetido a uma realidade cultural” (MORETTI; RADFORD, 2015, p. 6).

Destarte, compreender essa realidade requer o estudo da história do conceito e de seu desenvolvimento, com o propósito de aproximar-se cada vez mais da essência do objeto ou fenômeno, de revelar a lógica lhe é intrínseca, encarnada no modo de pensar humano e de constituir um arcabouço teórico capaz de engendrar um conhecimento sobre esse conceito. “[...] tal conhecimento permite a elaboração de situações desencadeadoras de aprendizagem que potencialmente coloque o estudante diante da necessidade do conceito ao demandarem um pensar teórico sobre a prática e o reconhecimento de determinadas formas de conhecimentos histórico e culturalmente significados” (MORETTI; RADFORD, 2015, p. 9).

Com efeito, a história das medidas é o próprio o processo de significação com o qual o sujeito se apropria do conhecimento construído pela humanidade. Em relação às medidas desenvolvidas pelos lavradores no município de Lagoa Alegre, esse estudo nos mostrou que tal prática podem auxiliar na compreensão dos fundamentos epistemológicos, uma vez que podem ajudar a explicar como se realiza a produção de conhecimentos matemáticos a partir de uma concepção histórica.

SEÇÃO 6

O PROCESSO DE SIGNIFICAÇÃO, O LÓGICO-HISTÓRICO E AS PRÁTICAS SOCIAIS
NA OBJETIVAÇÃO DO CONCEITO DE MEDIDA

Iniciaremos o desfecho desta Tese retomando, de forma abreviada, o percurso feito até aqui, visando uma reconstrução do todo, que ao longo do trabalho, principalmente no processo de análise, foi sendo fragmentado para propiciar a explicação do fenômeno a partir do isolamento de suas partes. Nesse sentido, relembramos que o trabalho investigativo girou em torno do seguinte objetivo: *investigar o desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medida e sua relação com o processo de significação, na atividade pedagógica, no contexto do ensino de Matemática.*

De modo geral, o estudo evidenciou que existe entre o movimento lógico-histórico do conceito de medida, o processo de significação e a formação da consciência uma relação de interdependência, demonstrada pela constatação de que: a) os significados são culturais, pertencem à consciência coletiva, disponíveis aos indivíduos no contexto cultural onde se desenvolvem; b) tais significados convergem para as práticas sociais, das quais originam-se, entre outras coisas, as ideias matemáticas, retonando ao mundo social em forma de novas significações; c) na consciência individual, em constante devir, forjada na vida cultural, os significados sociais se revelam e se transformam pelos sentidos que o sujeito vai atribuir ao objeto, resultantes das formas de apropriação do movimento lógico-histórico dos conceitos.

O estudo sobre o desenvolvimento lógico-histórico das medidas, a partir da pesquisa bibliográfica empreendida, observando os aspectos gerais da história, nos ajudou a compreender as principais necessidades que propiciaram os sucessivos saltos de qualidade na evolução cultural das medidas e demonstrou que a história dos conceitos poderia auxiliar na compreensão da interdependência entre o desenvolvimento lógico-histórico, as formas de apropriação e o processo de significação das medidas. Dessa maneira, a análise histórico-epistemológica desse objeto nos levou a um novo entendimento a respeito dos significados culturais sobre medidas subjacentes às práticas sociais, principalmente aquelas concretizadas no contexto das comunidades marginalizadas, revelando a maneira como tais significados surgiram, como se modificaram e em que bases estão fundamentados.

Nessa perspectiva, a história também exerceu o triplo papel de subsidiar a análise do processo de elaboração e transformação dos conhecimentos matemáticos, de conferir-lhe autenticidade e legitimidade e de reestabelecer o vínculo entre as partes cindidas pela própria

história, ou seja, os estudo dos conceitos a partir do movimento lógico-histórico constituiu-se em uma análise histórico-epistemológica da Matemática (RADFORD, 1997).

A partir do estudo teórico mencionado e da pesquisa empírica, procuramos estabelecer um diálogo entre o ensino escolar do conceito de medida e as formas de medir adotadas pelos lavradores da região do município de Lagoa Alegre. Com isso, foi possível elaborar uma proposta didática considerando os pressupostos teóricos da AOE, apresentada como uma alternativa ao ensino tradicionalmente desenvolvido pelos professores daquele município. Tal proposta didática considerou a possibilidade de integrar os conhecimentos originados da prática social relativa às medições tradicionais nas lavouras, fazendo uso da relação entre o geral e o particular no desenvolvimento histórico e lógico das medidas para gerar uma outra forma de apropriação de significados em situação escolar.

A pesquisa junto aos lavradores nos ajudou a construir um esboço teórico sobre o modo como eles realizam as medições no âmbito das lavouras, observando a forma de apropriação e de transmissão desses conhecimentos e seus significados no contexto dos sistemas simbólicos daquela sociedade.

Por fim, a análise e discussão dos dados e as reflexões a partir do entrelaçamento das vozes representantes dos diferentes lugares de fala: pesquisadores, lavradores e professores, completou o processo de síntese que culminou com a tese.

Dessa forma, o processo investigativo nos deu respaldo para apontar algumas conclusões, inferências e indícios que poderão ser confrontados com os argumentos apresentados nesta monografia. Assim, estamos convencidos da veracidade da tese: *na objetivação do ensino do conceito de medida, o processo de significação é o reflexo do modo que ocorre a apropriação do desenvolvimento lógico-histórico desse conceito pelo sujeito cognoscente e da negociação dos significados culturais subjacentes às medidas, adquiridos no contexto das práticas sociais particulares, como mecanismos que conduzem o processo de formação de uma consciência sobre as medidas.*

De modo geral, o estudo da história das medidas nos revelou um emaranhado de situações que colocou o homem diante da necessidade de construir uma solução para um problema fundamental: é preciso viver em coletividade, isso é vital. Nesse contexto, as medidas são mais do que uma simples comparação entre grandezas, na verdade, elas cooperam para concretização da vida em sociedade porque estruturam uma forma de relação do homem com o mundo físico e social. De maneira mais específica, o presente estudo nos permitiu deduzir que:

- a) no processo de significação do conceito de medida, o sujeito cognoscente não reproduz a história com todas as suas variações, já que ele desenvolve um sistema complexo de

abstrações, capaz de produzir significados e atribuir sentidos, isto é, a ontogenia não recapitula a filogenia;

- b) considerando os conhecimentos sobre medidas, tanto aqueles classificados como empíricos como os científicos, estão situados em estágios distintos do desenvolvimento conceitual, pois o sensorial e o racional são elementos constituintes do conhecimento em qualquer nível de desenvolvimento em que ele se encontre;
- c) o estudo do desenvolvimento lógico-histórico configura-se como um requisito indispensável para explicar como foram gerados os conhecimentos sobre as medidas, a partir da concepção de que os fenômenos ou objetos evoluem do mais simples ao mais complexo e do mais inferior ao superior, caracterizando-se como um estudo baseado em uma análise histórico-epistemológica dos conhecimentos matemáticos sobre as medidas;
- d) o ensino de Matemática, com base na história das medidas e no estudo da história de seu desenvolvimento, não deveria ter como objetivo ser uma recapitulação através da exposição de narrativas de fatos, focada em datas, personagens, e realizações isoladas, nem buscar a conservação de formas e operações tradicionais a pretexto de fixar o sujeito em algum lugar da história, mas possibilitar aos professores e aos alunos compreenderem que esse conceito tem uma história, que se desencadeiou na busca por soluções às sucessivas necessidades, oriundas da necessidade primordial de garantir a própria existência, o que inclui os fatos históricos da grande história e da história marginalizada da Matemática;
- e) a análise do desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medida pode estruturar diversas ações em sala de aula a partir da exploração de aspectos da vida cotidiana, das práticas sociais e dos sistemas simbólicos da cultura em que professores e alunos estão inseridos, em situações de ensino capazes de estabelecer relações entre o singular e o universal.

Diante dessas considerações, somos impelidos a apresentar outros argumentos no esforço de elucidar a nossa tese. Mas reconhecemos que não é simples colocar em uma única moldura o processo de significação do conceito de medida se considerarmos, ao mesmo tempo, sua natureza ontofilogenética, as dimensões histórica e lógica e sua relação com a formação da consciência, sobretudo se queremos evidenciar o papel que estes elementos desempenham na objetivação do ensino do conceito de medida no âmbito escolar. Nesse sentido, elaboramos uma ilustração (Figura 19), a partir de investigação, com o intuito de representar nossa compreensão

sobre a forma de ligação entre a história, o desenvolvimento lógico e a formação da consciência sobre medida em seu processo de significação.

Antes, gostaríamos de esclarecer que esta Figura traz nossas inferências com base na análise histórico-epistemológica, incluindo o estudo das práticas sociais dos lavradores de Lagoa Alegre que subjazem as concepções culturais a respeito das medidas subsumidas por eles e nos estudos da T. H-C, principalmente nos postulados de Vigotski referentes à formação de conceitos. Nesse sentido, consideramos as categorias mais gerais que marcaram o desenvolvimento do conceito de medida no contexto da própria evolução cultural do homem.

A Figura em questão está estruturado observando o sentido horizontal e vertical como sendo uma representação do par tempo-espaço respectivamente. Assim, nas linhas horizontais representamos o movimento histórico (primeira linha), o movimento lógico (segunda linha) e o processo de formação de consciência sobre as medidas (terceira linha). Nas linhas verticais colocamos os elos que representam as conexões e os mecanismos de transformação. Isso posto, consideramos que:

- a) a ligação existente entre o processo histórico, o movimento lógico e a formação de uma consciência sobre medidas caracteriza uma relação de interdependência conectadas por uma série de fenômenos psicológicos e diferentes tipos de operações mentais;
- b) os elos entre o movimento histórico e o movimento lógico indicam a relação entre os diferentes estágios de desenvolvimento e vão evidenciando o caminho percorrido pelo processo de formação de conceito;
- c) os elos entre o movimento lógico-histórico e o processo de formação da consciência conectam suas diferentes etapas evolutivas e conduzem o processo de produção de conhecimento;
- d) a análise histórico-epistemológica sobre as medidas, por não estar restrita somente na história desse fenômeno, evidencia uma interdependência entre a história das medidas e a epistemologia da Matemática que pode, não só nos revelar como o conhecimento matemático foi elaborado, mas, também, nos permitir saber como a humanidade se apropriou desse objeto.

Com essa configuração, a leitura dessa Figura deveria ser realizada observando a natureza dinâmica dos seus elementos, isto é, partindo do pressuposto que o sistema está em movimento em resposta às tensões provocadas pelas partes em relação à totalidade (movimento interno) e pela totalidade em relação à fluência universal (movimento externo) e vice e versa.

Figura 19 – O conceito de medida: interdependência entre desenvolvimento histórico, o movimento lógico e a formação da consciência no processo de significação

Fonte: elaboração do autor (2019)

No contexto de uma análise histórico-epistemológica precisamos reconhecer a complexidade dos sistemas simbólicos como reguladores das práticas sociais, pois eles nos mostram que o conhecimento se desenvolve na atividade sociocultural. Enquanto, por um lado, a história revela a trama do conceito desde sua gênese e mostra a forma lógica de organização do pensamento matemático, por outro, “o lógico é o histórico liberto das causalidades que o perturbam. [...]. O lógico reflete não só a história do próprio objeto, como também a história de seu conhecimento” (KOPININ, 1978, p. 184 e 186).

Na objetivação do ensino em contexto escolar, a relação entre o lógico e o histórico nos remete à relação entre o coletivo e o individual e dessa relação surge uma consciência sobre o objeto, que em última instância, representa certo nível de objetivação.

Caminhando para o desfecho deste trabalho, prosseguimos com a nossa argumentação procurando explicar alguns elementos essenciais desta tese. Nesse sentido, destacamos os seguintes pontos: a) o ato de medir e a formação de conceitos; b) as medidas como uma prática social no contexto dos sistemas simbólicos e c) as implicações da tese no ensino de Matemática. Por fim, numa tentativa de nos afastar do objeto, fixando-nos na dimensão dos sentidos e sentimentos, dando voz à emoção e revelando algumas de nossas aprendizagens, como segue.

a) considerações sobre o ato de medir a formação de conceitos

No decorrer dos estudos teórico-práticos com os professores de Matemática, de forma recorrente, apareceram considerações sobre a importância da aula experimental com medidas, suscitando a seguinte questão: até que ponto o ato de medir, como experiência sensível, conduz à apropriação do conceito de medida?

O ato de medir, em primeira instância, representa a busca por um número que permita uma certa comparação do estalão ou norma com o objeto que está sendo medido, é uma manifestação concreta da experiência. A concretização dele parte de uma necessidade de conhecer o objeto e se desdobra envolvendo o manuseio de instrumentos físicos e uma certa técnica que possibilita o controle da própria ação de medir e de seus resultados. Até esse estágio, só poderiam ser medidas as coisas tangenciáveis, limitando-se à produção de uma medida direta dos objetos. Com isso, as distâncias inacessíveis, ou a massa da terra, por exemplo, não poderiam ser medidas. Contudo, o ato de medir, em qualquer situação, expressa certo nível de raciocínio abstrato que vai se aperfeiçoando com o progresso da linguagem. Mas, a ação de medir, por si mesma, não abrange todas as relações compreendidas pelo conceito de medida.

Por ser uma ação exterior e isolada em relação ao próprio objeto, para transformar-se em um conceito, o ato de medir precisa converter-se em um concreto pensado e generalizado

no âmbito da sua complexidade. Essa conversão acontece em decorrência da operação mental, que desenvolve abstrações capazes de transformar a ação exterior em uma ação interior por meio de uma ligação simbólica, de tal forma que o sujeito não precise mais realizar sua concreção para exercer o controle sobre suas ações e passe a pensar teoricamente sobre medidas, isto é, o sujeito torna-se capaz de elaborar um plano para controlar suas ações, havendo uma mudança de sentido na direção da atividade, indo do interior do homem para o mundo físico que está em seu exterior. Nessa perspectiva, o ato de medir, é a maneira pela qual o equipamento psicológico transforma as medidas em um conteúdo do pensamento, de sorte que o objeto não é apenas isolado de seu complexo, mas é também generalizado pelos seus atributos; abstraído dessa forma, converte-se em um conceito. A esse respeito, escreve Davidov e Márkova (1987, p. 179):

O conhecimento empírico, em cuja base se encontra a observação, reflete somente as propriedades externas dos objetos e, por isso, se apoia totalmente nas representações visuais. O conhecimento teórico, que surge sobre a base da transformação dos objetos, reflete suas relações e propriedades internas. Durante a reprodução do objeto em forma de conhecimento teórico, o pensamento sai dos limites das representações sensoriais. (Tradução nossa)

Assim, a capacidade de pensar teoricamente as medidas somente é possível quando o ato de medir ascende à condição de conceito, quando o reflexo do objeto sobre o sujeito revela-se pela suas leis gerais, ou seja, quando a essência própria da mensuração se manifesta como conteúdo do e no pensamento, idealizado pela ligação entre as propriedades internas e externas do próprio objeto, capaz de voltar ao mundo concreto de modo intelectualmente projetado. Esse nível de abstração possibilita a concepção das medidas das coisas independente dos objetos a partir de suas relações gerais e da compreensão da estrutura deles pela reprodução mental, externada no plano verbal e simbólico, mediatizados pelos signos como expressão universal para obter a representação do particular processo (DAVIDOV, 1988).

Trazendo essa discussão para o âmbito do ensino escolar, Lanner de Moura (1995, p. 81), estudando sobre o ato de medir, evidenciada na expressão numérica da medida, revela-nos que este “[...] não expressa um nível de abstração a ponto de conceber essas propriedades intelectualmente, independentes do objeto e poder representá-las por uma qualidade de unidade pertinente e universais.” Tal constatação nos faz acreditar que se o ato de medir, como uma ação exterior isolada, não conduz, por si mesmo, a ascensão ao conceito de medir, sem ele isso também não é possível. Moura; Sforzi; Araujo (2011, p. 45), escrevendo sobre os conceitos, de modo geral, dizem-nos que “os conceitos tornam-se instrumentos nossos, quando conseguimos pensar com eles, estabelecer relações entre seu significado social e sentido pessoal que

lhe atribuímos. [...] nos apropriamos deles se neles estão presentes ações mentais objetivadas.” Com efeito, o ato de medir como processo empírico se projeta na direção da construção do conceito teórico que surge quando o objeto se apresenta ao sujeito através de suas relações e conexões internas e externas e o pensamento supera as limitações impostas pelas representações sensoriais.

Nesse sentido, a atividade pedagógica pode exercer o papel de auxiliar os estudantes a produzirem tais abstrações e de acelerar o processo de transformação da experiência laboral humana em um conteúdo teórico que aparecerá na forma de conceito. Enquanto conceito, essa experiência, sensorialmente delimitada, retorna ao mundo objetivo transformada, agora como uma atividade mental, generalizada e conectada com a sua forma universal. Sobre isto, Davidov (1988, p. 126) declarou que “a ação de construção e transformação do objeto mental constitui um ato de sua compreensão e explicação, o descobrimento de sua essência. [...] expressar o objeto em forma de conceito significa compreender sua essência”. Isso ocorre quando o estudante, pela atividade mental, passar das ações realizadas no exterior às ações situadas no plano verbal, quando é possível reproduzir as medidas na forma de conhecimento teórico, que “[...] se expressa nos procedimentos da atividade mental e logo em diferentes sistemas simbólicos e de signos, em particular por meio da linguagem artificial e natural” (DAVIDOV E MÁRKOVA, 1987, p. 179).

Logo, o desafio para a atividade pedagógica é criar, a partir do ato de medir, ações com as quais, necessariamente, o estudante possa dar um salto de qualidade na direção da formação do conceito e expresse um nível de abstração capaz de perceber as relações e conexões internas das propriedades qualitativas e quantitativas das medidas, o que não é possível apenas com ações empíricas.

b) as medidas como uma prática social no contexto dos sistemas simbólicos

Os conceitos desenvolvem-se em conformidade com a atividade laboral do homem, como respostas às suas necessidades. Eles existem objetivamente em forma de trabalho, de resultados como manifestações particulares das leis universais. Por isso, sempre se transformam por meio das interações, cada vez mais amplas, com as leis gerais.

A afirmação acima sugere que os conceitos, de modo geral, precisam ser estudados dentro de sua concepção histórico-cultural, observando os condicionantes sociais nas quais os sujeitos estão inseridos, uma vez que o pensamento humano é forjado na realidade social (MORETTI; RADFORD, 2015). Por exemplo, ao avaliarmos de forma anacrônica a situação das diversidades de medidas em algum momento da Idade Média como caótica, por um lado,

desconsideramos que conceito está em movimento, que se desenvolve e não é um dado pronto e acabado. Por outro lado, tratamos tal situação como uma questão isolada, esquecendo das suas conexões entre o geral e o particular o que dificultaria o entendimento dos elementos lógicos e históricos que propiciaram as suas mudanças qualitativas de um nível a outro. Nesse ponto de vista, a análise histórica desfaz a tese da imutabilidade do conceito e revela sua dinâmica e suas conexões com o desenvolvimento do próprio homem.

Com efeito, o estudo da história das medidas tem nos ajudado a compreender que a maneira como elas são conhecidas pelos lavradores de Lagoa Alegre resultam de uma produção cultural relacionada com a história geral das medidas, visto que corresponde a uma etapa do seu desenvolvimento conceitual, sem a qual não haveria os diversos sistemas de medidas. Igualmente, sem o conhecimento dessa história, seria impossível afirmar como estas medidas chegaram até nós. Além disso, a história, como estamos reivindicando, nos permite compreender as sucessivas mudanças como decorrentes de respostas às necessidades desafiadoras, levando o homem a superar os próprios limites, por isso o educador matemático pode, sem perda de generalidade, reconhecer tais medidas no contexto dos sistemas simbólicos implicados.

Nossa pesquisa sobre as formas de medidas praticadas pelos lavradores de Lagoa Alegre nos levou a reconhecer a complexidade das interações no trânsito dos significados sociais vigentes aos novos significados. No contexto da vida cotidiana dos lavradores, as medidas antropomórficas são carregadas de sentidos, concebidas como uma identidade cultural representativa do ponto de vista de valores e comportamentos. Para exemplificar, lembramos que os lavradores conhecem bem as medidas métricas, sabem utilizá-las e as utilizam, mas em outras situações, pois nas lavouras, elas são desprezadas.

O estudo que realizamos em Lagoa Alegre nos revela a história de uma coletividade anônima, até certo ponto marginalizada, diferente das narrativas da grande história, porém no cerne desta afirmação reside um fato fundamental para a compreensão dos processos de significação: a história marginalizada está no bojo da grande história, que muitas vezes não alcança os objetos e a vida cotidiana de grupos sociais anônimos, em parte porque depende da multiplicidade de fontes, principalmente o contato direto com as pessoas como fontes orais de pesquisa. A esse respeito, Pizzeti (2003, p. 18) escreve:

[...] as fontes orais são difíceis de recolher, de tabular, de interpretar porque são fontes em que o relacionamento entre quem elabora a pergunta e quem a responde, o modo pelo qual é recebida a pergunta e elaborada e transcrita a resposta, comportam tantos e tais problemas metodológicos e interpretativos que transformam aqueles que deles se ocupam em um especialista, por necessidade, multidisciplinar.

Mas, no âmbito do ensino de Matemática, quando tratamos de produzir novas significações, precisamos reconhecer a importância da análise epistemológica feita com base na mente coletiva e na psicologia social, capaz de desvendar os significados subjacentes nas práticas sociais e, por meio da atividade pedagógica, produzir ações de ensino compatíveis com os currículos escolares mais modernos.

A história das medidas, traçada a partir das narrativas dos pequenos lavradores, desvenda um saber peculiar, denotado na atividade prática de medir as roças e seus produtos com seus próprios instrumentos e técnicas, pode ser útil, na sala de aula, no momento de elaborar as propostas didáticas, quando se tem claros os objetivos que se deseja alcançar, visto que alunos e professores daquela região, em maior ou menor nível, estão impregnados pela cultura das lavouras e daquelas práticas de medidas.

Ao reconstruir alguns aspectos da experiência humana relativos ao desenvolvimento das medidas, o estudante poderia chegar à essência do conceito, porque o processo de ensino que considera o fenômeno desde sua origem e revela as crises que culminaram com as mudanças qualitativas em níveis mais avançados e de forma progressiva, entra em contato com o surgimento das próprias leis, das relações de causalidade e dos seus nexos que vão constituindo os fundamentos desse conceito.

c) implicações da tese no ensino de Matemática

Ao organizar o ensino, o professor é responsável pela interação entre o conteúdo e o aluno com o intuito de produzir aprendizagem de conceitos, processo que se inicia com a apropriação do conteúdo social, pelo aluno e se completa com a sua objetivação. Em nosso entendimento, a objetivação é o estágio mais avançado do processo de significação, pois representa a manifestação da capacidade humana de transformar a coisa apropriada em um objeto e direcioná-lo para resolver suas necessidades. Podemos, sem nenhuma forma de exagero, afirmar que a aprendizagem se completa com a objetivação. Isto é, quando o indivíduo compreende as relações e as vinculações do objeto em sua complexidade. O fenômeno da objetivação manifesta-se na capacidade do sujeito de transformar o objeto segundo suas

necessidades e isso exige o desenvolvimento de competências e habilidades importantes das atividades mais simples da vida cotidiana às mais complexas incluído as de caráter científico.

Contudo, esse nível de aprendizagem demanda a construção de conceitos teóricos que têm o poder de examinar cientificamente os fenômenos naturais e sociais. Em nível empírico, os conceitos não permitem a transformações mais profundas no objeto, nem o exame científico dos fenômenos porque suas capacidades são limitadas, decorrente da própria origem baseada na percepção sensorial. Falando sobre isso, Davidov (1988), defendeu que o conhecimento empírico separa e fixa os objetos em seus aspectos externo, sem vinculações, independentes e isolados, como existindo por si mesmo, que não é derivada ou geradora de outra coisa, ao contrário, os conhecimentos científicos compreendem a complexidade das relações fenomênicas, suas transformações e seu trânsito no sistema conceitual.

No caso da *objetivação* do conceito de medida, ela pode ser verificada:

- a) quando o sujeito se torna capaz de desprezar, no plano mental, as demais propriedades do objeto, esvaziando-o de toda matéria, para separar e combinar o terno *comparação-unidade de medida-número*, de modo a produzir uma representação simbólica do real;
- b) quando o sujeito realiza abstrações como resultado de seu esforço mental com a finalidade de converter o *fazer medida* em um *saber sobre medida*;
- c) quando esse saber se transforma num instrumento do pensamento e retorna ao mundo real em forma de signos, que capacitam os alunos a realizarem operações com medidas concretamente ou sem sua necessária concreção, convertendo-o em *pensar teórico sobre as medidas*;
- d) quando o sujeito transforma a operação mecânica em uma operação matemática, ou seja, quando essa operação sofre sucessivas abstrações decorrentes da relação do sujeito com o objeto, sintetizado no esquema *fazer-saber-pensar teórico*, e a operação mecânica (técnica de medição) das medidas, expressa no modo de fazer, possa se transformar em uma operação matemática (construção teórica).

Sendo assim, nesta tese defendemos que na objetivação do conceito de medida, no âmbito escolar, o processo de significação, ou seja, de apropriação de significados e desenvolvimento de sentidos, está ligado a dois aspectos indissociáveis: *a) a maneira como se dá a apropriação do desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medida pelos alunos e b) a negociação dos significados sociais subjacentes às medidas, adquiridos no contexto das práticas sociais*. A objetivação, em seu grau mais alto, depende do entrelaçamento destes dois aspectos.

Para justificar a afirmação anterior, primeiramente destacamos a significação como reflexo da maneira como ocorre apropriação do movimento lógico-histórico pelos estudantes. Nesse particular, lembramos que existem diversas perspectivas teóricas que se apresentam como delineadores de projetos educativos, a exemplo do Ensino Tradicional, do Movimento de Matemática Moderna, do Formalismo, do Construtivismo, da Teoria Histórico-Cultural e outras, as quais constituem diferentes tendências de ensino de Matemática com destaque para: a) a tendência formalista clássica; b) a tendência empírico-ativista; c) a tendência tecnicista; d) a tendência construtivista; e f) a tendência sócio-etnocultural (FIORENTINI, 1995). Isto nos revela diferentes maneiras e propostas pedagógicas, apoiadas em concepções distintas de ensino e de Matemática.

A partir deste estudo pudemos compreender a importância do uso pedagógico da história das medidas. Assim, o ensino de Matemática pautada na história social e na forma como se desenvolveram as medidas poderia:

- a) facilitar a compreensão da Matemática por parte de estudantes e professores;
- b) ajudar no desenvolvimento do pensamento dos alunos, pois a história revela o aspecto lógico do conceito e a trama vivida pelo homem a qual o levou à produção das medidas, o que favorece o pensar teórico;
- c) propiciar a elaboração de *situações-problemas* as quais, ao evidenciarem as necessidades que tencionaram as diferentes sociedades e culturas, onde ocorreram as transformações no conhecimento, colocam os estudantes diante de desafios que, para serem resolvidos, “impliquem na análise da objetivação de elementos essenciais do conceito” (MORETTI, 2014, p. 34);
- d) permitir professores e alunos o reconhecimento das *práticas sociais* como partes integrantes do processo de produção histórica e cultural dos significados e que tais práticas são regidas por sistemas simbólicos cristalizados na cultura em que subjaz o conhecimento sobre medidas;
- e) contribuir para desmistificar o conhecimento matemático, ao propicia o reconhecimento de que a Matemática – em particular as medidas – é uma construção humana e histórica, presente na atividade social dos indivíduos na cultura em que estão inseridos;
- f) favorecer à epistemologia da Matemática, pois fornece informações sobre o desenvolvimento do conhecimento matemático no interior das diferentes culturas, revelando como os significados surgiram e como eles se transformaram.

Como apontou Kopnin (1978), o estudo da história do objeto cria os princípios indispensáveis para a compreensão da essência do conceito, isso porque, “enriquecidos da

história do objeto, *devemos retomar mais uma vez a definição de sua essência, corrigir, completar e desenvolver os conceitos que expressam*” (Ibid. p. 186, grifo nosso). O uso pedagógico da história das medidas, como podemos ver, não têm implicações apenas nas práticas docentes, aquelas desenvolvidas na sala de aula, mas ele também afeta outros aspectos da atividade pedagógica relativos à tomada de consciência, sobre a natureza das medidas e à formação do sujeito como um ser histórico.

Do ponto de vista da T.H-C, baseados nos estudos de Vigotski e seus companheiros, a formação da consciência e o desenvolvimentismo das funções psicológicas são explicadas a partir do entrelaçamento da formação biológica das funções elementares e da formação socio-cultural das funções superiores. No centro dessa questão está o fato de que o desenvolvimento da consciência ocorre mediada pela atividade, cujo processo se desencadeia através de diversos tipos de instrumentos usados como ferramentas ou signos que integram, regulam e transformam as nossas funções cognitivas (memória, atenção, linguagem, percepção, etc.). Disso resulta o caráter lógico-histórico das formações sociais.

Desse modo, o estudo da história do objeto corporifica a própria atividade humana que o transformou e por ele foi transformado. Isto indica a existência de uma ligação entre a história do desenvolvimento do objeto e a nossa cognição, fundamental no processo de objetivação do conceito e na interdependência entre o pensamento individual e o pensamento social. Nesta perspectiva, a história das medidas compreende uma categoria ontológica, porque revela uma extensão do modo de ser do homem e uma das várias maneiras de sua existência. Além disso, a interação entre a história sócio-cultural das medidas e a elaboração do conhecimento teórico-prático, a partir de uma análise histórico-epistemológico, poderia levar o aluno à tomada de consciência da forma lógica como foram pensadas as medidas. A este respeito Radford (2015, p. 254) escreveu:

O saber como um conjunto de processos de reflexão e ação cultural e historicamente constituídos [...] é algo que sempre tem um antecedente, isto é, para pensar algo, sempre há uma possibilidade já constituída para pensar-lo. Isso não quer dizer que continuemos a repeti-lo; isso significa que esse saber tem uma trajetória, uma história, o estudo de suas condições de possibilidades, transformação, de generalização, de refinamento, dá-nos uma ideia da densidade epistemológica do saber, que pode ser muito importante no momento de desenhar atividades didáticas e interpretar o que se passa na sala de aula.

Para melhor compreensão, daremos como exemplo o episódio histórico, ocorrido na segunda metade do século XVIII, que mostra as principais tensões sociais anteriores ao surgimento do metro. Este episódio poderia ser usado para esclarecer aos alunos as condições

ciêntíficas e sociais em que se deu a unificação das medidas. O professor poderia utilizar essa situação para desenvolver ações de ensino que confrontem os alunos com a necessidade experimentada naquele século e evidenciar as relações históricas com as práticas sociais de hoje, como ocorre em Lagoa Alegre. Todavia é importante não confundir com uma forma de paralelismo entre a filogênese e a ontogênese e não pretender recriar as mesmas condições do passado, mas provocar a apropriação da lógica inerente à própria história das medidas.

Na parte “b” de nossa tese sugerimos *a negociação dos significados culturais subjacentes às medidas, adquiridos no contexto das práticas sociais particulares*, adquiridos no contexto das práticas sociais como parte do processo de objetivação de conceitos no âmbito escolar. A esse respeito, precisamos esclarecer alguns aspectos.

O termo *negociação* não tem o mesmo significado atribuído no contexto teórico positivista nos moldes do pensamento capitalista. Na negociação de significados o professor não precisa anular os significados sociais que o aluno adquiriu na cultura em que ele se encontra, isto é, não se trata de extinguir tais significados, mas de provocar uma transformação qualitativa deles, isto presume coexistência de saberes, como bem frisou Freire (1996), não existe um saber mais importante que outro, o que existem são saberes.

Devemos ter em mente que a aprendizagem não está restrita apenas às formas de interações entre professor e aluno no âmbito escolar. Existem, portanto, condicionantes sociais que se fazem presentes nos alunos através das práticas sociais, mediadas pelas representações simbólicas que são internalizadas por eles enquanto sujeitos cognoscentes, criadores e recriadores de significados no espaço cultural do qual fazem parte. Isto sugere a necessidade do professor, em sala de aula, observar os sistemas simbólicos extramatemáticos que regem as práticas sociais no ambiente cultural de seus alunos como importantes na hora de desenvolver a atividade pedagógica. Mas esclarecemos que, por se tratar de uma negociação de conceitos e significados, devemos buscar a construção de novos conceitos e novos significados e isto não está atrelado à ideia de “respeito”, tolerância ou, simplesmente, negação dos conhecimentos inerentes à atividade social, cuja origem nos remete à análise de um processo linguístico e semântico dinâmicos, representados pela sistemas simbólicos subjacentes aos significados das diferentes formas de medidas.

O reconhecimento da Matemática como uma formação histórica a coloca como um produto cultural, integrante de uma rede de conhecimentos no contexto geral da ciência, isto implica uma interdependência, não só com o conjunto das áreas científicas, mas com todas as formas de conhecimentos. Pensar assim nos ajuda a compreender que existe uma ligação da matemática com todas expressões culturais, com a arte, com a religião, com os costumes e com

comportamentos individuais impregnados pelas práticas sociais subsumidas nos diferentes quadros culturais. A Matemática, além de estar intimamente ligada à conjuntura particular das diversas culturas, a elas se adequa.

O conhecimento matemático é mais que meramente concomitante com o seu ambiente cultural, na verdade, o conteúdo e a forma do conhecimento matemático é adequadamente e intimamente definido pela cultura em que se desenvolve e está integrado. Consequentemente, qualquer tentativa de estudar a cultura deve levar em conta o composto extra matemático em que o conhecimento matemático está inserido (RADFORD, 1997, p. 32). (Tradução nossa)

Do ponto de vista educacional, isso implica que no ensino de Matemática, os conhecimentos subjacentes às práticas sociais das medidas podem se constituir em material educativo, observando o contexto cultural, no qual elas estão inseridas, o que exige uma abordagem didática capaz de transformá-las e integrá-las aos conteúdos curriculares. Do ponto de vista instrucional, o conteúdo matemático originado destas práticas podem ser utilizados para levantar problemas desencadeadores da aprendizagem impregnados pela cultura e pela história que criem a necessidade do conceito e evidenciem a satisfação das necessidades oriundas da atividade dos sujeitos em sociedade.

Outrossim, quando o professor decide levar em conta os conhecimentos matemáticos sobre medidas oriundos da atividade cultural de uma determinada coletividade, ele deve estar aberto à *negociação dos significados* subjacentes aos saberes adquiridos nas práticas sociais da realidade cultural dos alunos, precisa ter em mente que não se trata reproduzir tais conhecimentos, mas de provocar uma transformação qualitativa deles, o que presume coexistência de saberes. Nesse sentido, é preciso estar atento aos sistemas simbólicos de significação social que regem a relação entre as práticas sociais e os processos de significação conceitual e, consequentemente, é necessário reconhecer os alunos como sujeitos pertencentes a certa cultura, a qual está impregnada nos costumes, nos comportamentos e na vida cotidiana, participe da consciência individual deste sujeitos. Negociar significados, em última instância, exige estudar o conceito dentro do quadro social no qual os alunos estão inseridos, visto que os conhecimentos se desenvolvem na cultura. Assim, o ensino de Matemática não se resume na transmissão do conteúdo curricular oficial que vem uniformizado e desprendido das culturas singulares, principalmente das coletividades anônimas.

Nesse sentido, corroboramos com Radford (1997) ao defender que qualquer esforço de estudar um conceito matemático precisa considerar aspectos da estrutura cultural na qual estes conhecimentos estão colocados. Daí, defendemos que o professor leve em consideração os

conhecimentos provenientes das práticas sociais ao processo de ensino escolar por meio das conexões históricas e lógicas dessas práticas com os conteúdos escolares em qualquer nível, com a finalidade de facilitar a compreensão do conceito de medida por parte do aluno.

Entretanto precisamos distinguir uma mera ação didática, baseada na reprise mecânica da história e da cultura das medidas daquela que pretende produzir materiais/conteúdos com referência nos elementos fornecidos pela história. Em princípio, o que deve orientar a atividade do professor é a intencionalidade clara de agir para um fim, pois isto é determinante no papel que deve ser desempenhado pelo *conteúdo* e consequentemente, pela maneira como se desencadeará a atividade de ensino. Por conseguinte, o papel do *conteúdo*, no contexto dos processos de significação de conceitos, é sensível às mudanças sofridas pela *forma* de apropriação dele na atividade pedagógica, visto que o *conteúdo* e a *forma* estão ligados organicamente. Logo, nesta relação o conteúdo determina a forma e as mudanças nele acarretam mudanças correspondentes da forma e vice e versa (CHEPTULIN, 1982).

Outro aspecto a considerar diz respeito às questões relacionadas às análises histórico-epistemológicas das práticas culturais e dos sistemas simbólicos de coletividades anônimas. Esse é um ponto crucial em nosso estudo porque obter conhecimentos sobre a cultura, especialmente sobre as práticas sociais relativas aos conceitos matemáticos, passa ser uma necessidade do professor. Nesse sentido, as práticas sociais das coletividades anônimas não se reduzem às práticas cotidianas isoladas dos alunos, mas as englobam, de modo que o que se busca vai além das práticas da vida cotidiana, indo ao ponto de conhecer os sistemas simbólicos e desvendar, no contexto destas coletividades, suas particularidades e suas singularidades, pois a Matemática está impregnada pela cultura e pelas práticas sociais.

Desta forma, o principal papel da análise histórico-epistemológica, no que diz respeito à educação matemática é, segundo Radford (1997), o de construir os antigos significados ou campos semânticos, conceitos e procedimentos matemáticos resultantes das práticas sociais, e, através de um processo de adaptação didática, incorporá-los aos currículos escolares vigentes. Tal análise poderia oferecer subsídios para a elaboração de materiais úteis ao ensino de Matemática em sala de aula. Desse modo, a história, pode ser vista como um “laboratório epistemológico para explorar o desenvolvimento do conhecimento matemático” (Ibid., p 26). Assim, no contexto da educação matemática:

As análises histórico-epistemológicas podem nos prover com informações interessantes sobre o desenvolvimento do conhecimento matemático dentro de uma cultura ou de diferentes culturas e prover-nos com informações sobre o caminho no qual os significados surgiram e se modificaram (RADFORD, 1997, p. 32, tradução nossa).

Nesta perspectiva, os conhecimentos subjacentes às práticas sociais das coletividades anônimas cumprem um papel importante no processo de ensino ao se constituírem material e conteúdo escolar, quando estão integrados ao fluxo histórico do conceito. Mas é certo que isto exigirá do professor a capacidade de fazer com que os conhecimentos gerais e particulares dialoguem uma vez que o pensamento dos alunos se move do geral para o particular.

Desse modo, o cerne da questão é considerar o movimento lógico-histórico na objetivação do ensino de conceitos matemáticos, observando a estrutura cultural em que os estudantes estão inseridos. Nesta perspectiva, temos claramente dois aspectos importantes a serem observados na atividade pedagógica a respeito dos conhecimentos matemáticos: a) a estrutura social que envolve os estudantes como aporte das práticas sociais singulares das coletividades anônimas com seus conhecimentos particularmente valorizados e b) os conhecimentos matemáticos sistematizados cientificamente como um conteúdo histórico e tradicional universalmente valorizados. Essa realidade cria a necessidade, por parte do professor, de ampliar seus conhecimentos disciplinares, principalmente no que depender do estudo da cultura das coletividades anônimas. Por um lado, esta situação poderia ser vista como um obstáculo, já que o interesse pela história cultural destes grupos sociais ainda é incipiente e geralmente é esquecido, principalmente quando se refere aos conhecimentos matemáticos. Por outro lado, poderemos compreender que estamos diante de uma janela importante para pesquisas futuras no campo da História, Educação e Educação Matemática.

SEÇÃO 7

DE ESTAR A SER NA PESQUISA: EM MOVIMENTO DE DIGRESSÃO

Querida Kitty, nas últimas semanas desenvolvi um enorme gosto por árvore genealógicas e pelas linhagens das famílias reais. Concluí que assim que você começa a busca, tem de cavar cada vez mais fundo no passado, o que leva a descobertas ainda mais interessantes. [...]. Hoje de manhã me perguntei se você já se sentiu como uma vaca, tendo de ruminar notícias velhas sempre e sempre até ficar tão cheia dessas monotonias a ponto de bocejar e desejar secretamente que Anne descubra alguma coisa nova.

Anne Frank¹⁸

Ao escrever para sua amiga imaginária Kitty, Anne Frank revela um aspecto intrínseco ao processo de constituição do humano: a necessidade de conhecer oriunda do reflexo do objeto sobre o sujeito. Explicando melhor; o trecho destacado nos mostra que há uma pulsão questionadora que indaga a essência do real originada da necessidade de conhecer o objeto e transformá-lo para um determinado fim, mediada pela atividade. Assim, somos impelidos a ações que nos colocam em confronto com a realidade objetiva e nessa contradição emerge uma forte relação entre o sujeito e o objeto, onde ambos se transformam ao final. No seio dessa relação, essencialmente, estão as tensões determinantes de toda dinâmica dessa busca que ora chamamos de pesquisa. São, justamente essas tensões, as responsáveis pela transição do pesquisador da condição de *estar a ser* na pesquisa.

Em nosso caso, este trânsito foi percebido enquanto tomávamos consciência, como sujeitos, das reais mudanças sofridas, decorrentes da ação do objeto sobre nós e vice-versa, o que somente foi possível quando nos afastamos dele, sem, contudo rompermos seus elos.

Nesta conjuntura, para além do que conseguimos evidenciar e argumentar em torno da tese em questão, surgiram outras aprendizagens que afetaram de maneira especial nossas emoções e sentimentos, marcadas pelo envolvimento psicológico resultante da imersão, principalmente na realidade social dos lavradores, dos professores e dos estudantes, que se constituíram na esfera das relações intersíquicas. Como participantes da própria investigação, a afeição decorrente do envolvimento na pesquisa e motivada pela objetivação da busca por uma resposta, nos colocou em uma situação privilegiada diante do problema em estudo e, inevitavelmente produziu em nós, transformações de natureza cognitiva e psicológica.

No percurso de *estar a ser*, o método reflete-se pelo seus pressupostos teórico, estruturando o caminho do pensamento. Nesse sentido, a aproximação com a teoria histórico-

¹⁸ Anne Frank foi uma adolescente judia que registrou, em um diário, escrito em 1944, a catástrofe da Segunda Guerra Mundial. Seu diário está entre os documentos mais duradouros e lidos produzidos no século XX.

cultural/teoria da atividade, a princípio conflitante com as formas de pensar forjadas por outros paradigmas teóricos, possibilitou-nos olhar os fenômenos sociais por um lente desconhecida até aquele momento. Talvez essa tenha sido uma das grandes dificuldades enfrentadas por nós, uma vez que apropriar-se dessa teoria demanda esforço concentrado, principalmente quando presumimos uma mudança de paradigma.

A TH-C/Teoria da Atividade, ao compreender o homem em seu processo de humanização, mediado pela atividade social, coloca em cheque o pensamento que conserva a ideia de uma natureza social e cultural estáticas, baseadas em princípios inatistas e predominantemente biológicos, foi adequada ao tipo de estudo que empreendemos, pois nos fez levar em conta os aspectos sociais dentro dos sistemas simbólicos dos pequenos lavradores e dos professores no contexto do quadro cultural deles.

Nesse contexto, observamos que os pequenos lavradores de Lagoa Alegre temiam o risco iminente do desaparecimento das formas de medidas impregnadas na cultura deles e de seu simbolismo social. A possibilidade de criar uma reserva histórica de seus conhecimentos os deixaram motivados e isso refletiu na forma como eles se envolveram emocionalmente com esta pesquisa. Disto pudemos compreender o quanto as significações, inerentes às práticas culturais das medidas nas lavouras, eram importantes, sobretudo porque tais práticas pertenciam a um contexto maior delineados por vários elementos sociais, a exemplo das cantorias, das lendas e crenças, dos costumes etc., constituintes do sistema simbólico que regravava a vida cotidiana e cultural daquela sociedade.

Esta possibilidade também apareceu como uma preocupação dos professores de Matemática e dos estudantes daquele município. Eles evidenciaram a necessidade de abordar, no currículo escolar de Matemática, as medidas adotadas pelos lavradores, contudo demonstraram dificuldades de realizar a transformação didática destes conteúdos e por isto, limitavam-se a mencioná-las nas aulas rapidamente, visando, segundo eles mesmos, “fazer um resgate histórico para não cair no esquecimento”. Nesse aspecto, a pesquisa nos mostrou a necessidade da construção de um arcabouço teórico abarcando tais conhecimentos.

Tal constatação nos desafiou a formular, ainda que possivelmente incipiente, um esboço teórico, capaz de auxiliar os professores na construção da atividade pedagógica. Isso

exigiu esforço no sentido de obter conhecimento inerente às medidas adotadas pelos pequenos lavradores no seu trabalho, realizar uma análise histórico-epistemológica destes conhecimentos, visando a produção de um subsídio teórico para educadores matemáticos e evidenciar caminhos que pudessem levar a propostas didáticas voltadas ao ensino das medidas no âmbito escolar.

De modo particular, reconhecemos que a presente pesquisa, indelevelmente, tem nos ensinado a pesquisar a partir dela própria, quando tomamos a consciência de seu caráter metalinguístico, sobretudo porque nos induziu a sempre buscar pensar de modo coerente, ao desafiar a nossa sensibilidade na condição de pesquisadores e voltar-se para si mesma, transformando-nos em seus sujeitos. Por assim dizer, pressupomos que a pesquisa se coloca ao construir seu própria caminho e no final, produz, como resultado principal, a possibilidade da abertura de novas janelas para pesquisas futuras, de tal forma que, em seu movimento contínuo, o fenômeno revele-se, e assim, possamos refinar o nosso conhecimento sobre ele.

Por isto, consideramos importantes recomendar, aos que tem interesse pela Educação Matemática, atenção especial à problemática do lógico-histórico dos conceitos como forma de organização da atividade pedagógica, pois ela requer uma reflexão crítica capaz de elucidar os caminhos que precisamos seguir, seja no campo da pesquisa, seja no campo do ensino de Matemática.

Portanto, ao entregarmos este estudo à comunidade acadêmica, principalmente aos educadores matemáticos e à sociedade em geral, reconhecemos que demos continuidade a um conjunto de estudos, cuja gênese se deu a partir da necessidade do homem de se constituir como tal. Temos a clareza que não partimos do zero absoluto, pelo contrário, esta pesquisa é testemunha da natureza histórica e social do desenvolvimento do conhecimento sobre determinado objeto. Nesse sentido, esperamos ter trazido uma nova síntese que possa permitir, no bojo da ciência, o surgimento de novos questionamentos com os quais possamos avançar em direção às melhorias dos processos educativos, cujo propósito seja proporcionar uma formação libertadora e humanizadora.

REFERÊNCIAS

- AGUIAR, T. de S. A. de; MONTEIRO, M. do S. L. **Modelo agrícola e desenvolvimento: a ocupação do cerrado piauiense**. Revista ambiente e sociedade v. 8, n. 2, p. 161 – 178, jul/dez 2005. Disponível em <<http://dx.doi.org/10.1590/s1414-753x200500200009>>. Acessado em 15/04/2019.
- ALMEIDA, M. I. de. **Formação de professores do Ensino Superior: desafios e políticas institucionais**. São Paulo: Cortez, 2012.
- ANASTASIOU, L. das G. C. Ensinar, aprender, apreender e processos de ensinagem. In: ANASTASIOU, L. das G. C.; ALVES, L. P. (Org.) **Processos de ensinagem na universidade: pressupostos para as estratégias de trabalho em aula**. Joinville: Univille, 2003.
- ARAUJO, E. S.; MORAIS, S. P. G. Dos princípios da pesquisa em educação como atividade. In: MOURA, M. O. de. (Org.). **Educação escolar e pesquisa na Teoria Histórico-Cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017.
- AZEVEDO, Fernando de. **A Cultura Brasileira: introdução ao estudo da cultura no Brasil**. Melhoramentos, Brasília, DF, 1976.
- BENDICK, J. **História dos pesos e das medidas**. São Paulo: Melhoramentos, ano n/d.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. Brasília. MEC/SEF, 2001.
- CABRAL, Tomé. **Dicionário de termo e expressões populares**. Fortaleza: Instituto Cultural do Cariri, 1972.
- CARAÇA, B. de J. **Conceitos fundamentais de Matemática**. Lisboa: Gradiva, 2016.
- CATANANTE, I. T; ARAÚJO, E. S. Os limites do cotidiano no ensino da matemática para a formação de conceitos científicos. **Revista Poiésis, Tubarão**. Volume Especial, p. (45 - 63), Jan/Jun, 2014. Disponível em: <<http://www.portaldeperiodicos.unisul.br/index.php/Poiesis/index>>. Acessado em: 15/05/2019.
- CEDRO, W. L.; NASCIMENTO, C. P. Dos métodos e das metodologias educacionais na Teoria Histórico-Cultural. In: MOURA, M. O. de. (Org.). **Educação escolar e pesquisa na Teoria Histórico-Cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017.
- CHEPTULIN, A. **A dialética Materialista: categorias e leis da dialética**. São Paulo: Alfa-ômega, 1982.
- CHILDE. G. **A evolução cultural do homem**. Zahar Editores: Rio de Janeiro, 1978.
- CONTRERAS, J. **A autonomia do professor**. São Paulo: Cortez, 2002.
- DAVIDOV, V. MÁKOVA A. **El desarrollo del pensamiento en la edad escolar**. In SHUARE, M. La psicologia evolutiva y pedagogica en la urss: antologia. Moscú: Editorial Progreso, 1987.

DAVYDOV, V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**: investigaciones psicológica, teórica y experimental. Progreso: Moscú, 1988.

_____. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Editorial pedagógico: Moscou 1982

DIAS, J. L. de M. **Medidas, Normalização e Qualidade**: aspectos da história da metrologia no Brasil. Rio de Janeiro: Ilustrações, 1998.

DUARTE, N. A teoria da atividade como uma abordagem para a pesquisa em educação. **Revista Perspectiva**, Florianópolis, v. 20, n. 02, p.279-301, jul./dez. 2002.

_____. **Sociedade do conhecimento ou sociedade das ilusões?** Quatro ensaios crítico-dialéticos em filosofia da educação. Campinas, SP: Autores Associados, 2008.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Unicamp, 2004.

FIORENTINI, D. Alguns modos de ver e conceber o ensino da Matemática no Brasil. **Revista Zetetiké**. Ano 3, n. 4, nov., p. (1 – 37). Campinas: FE CEMPEM, 1995. Disponível em: < <http://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646877/15035>>. Acessado em 14/07/2019.

FIORENTINI, Dário; LORENZATO, S. Investigação em Educação Matemática: **percurso teóricos e metodológicos**. Campinas: Autores Associados, 2006

FORMSINHO, J. (Coord.) **Formação de professores**: aprendizagem profissional e acção docente. Porto: Porto Editora, 2009.

FRANK, A. **O diário de Anne Frank**. Rio de Janeiro: Record, 1999.

FRANCO, M. A. S. Práticas pedagógicas nas múltiplas redes educativas. In: NILDA, A.; LIBÂNEO, J. C. (Org.). **Temas pedagógicos**: diálogos entre didática e currículo. São Paulo: Cortez, 2012.

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

_____. Papel da Educação na humanização. **Revista da FAEEBA**. Salvador, ano 6, n. 7, p. 9 - 32, 1997.

FURINGHETTI, F.; RADFORD, L. **Historical conceptual developments and the teaching of mathematics**: rethinking phylogenesis and ontogenesis. In: Handbook of international research in mathematics education. New York: Routledge, 2002. p. 631-654. Disponível em: < <file:///C:/Users/CCN%20II/Downloads/2002HandbookPostprint.pdf> > acessado em 30/06/2019.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. São Paulo: Atlas, 2008.

GIROUX, H. A. **Os professores como intelectuais**: rumo a uma pedagogia crítica da aprendizagem. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

GOMES, M. V. A necrópole visigótica do Poço dos Mouros (Silves). *Revista portuguesa de Arqueologia*. volume 5. número 2. 2002, p.339-39. Disponível em <

http://www.patrimoniocultural.gov.pt/media/uploads/revistaportuguesadearqueologia/5_2/13.pdf> Acessado em 30 de março de 2018.

IBIAPIANA, I. M. L de M.; RIBEIRO, M. M. G. e FERREIRA, M. S. (Orgs.). **Pesquisa em educação**: múltiplos olhares. Brasília: Líder Livro Editora, 2007.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Disponível em: <<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/pi/lagoa-alegre/panorama>>. Acessado em 04 de jul. de 2019.

IFRAH, G. **Os números**: a história de uma grande invenção. São Paulo: Globo, 1989.

KOLL, M. de O. Vygotsky, **Aprendizado e desenvolvimento**: um processo sócio histórico. São Paulo: Scipione, 2010.

KOPNIN, P. V. **Logica dialectica**. México: Editorial Grijalbo, 1966.

KULLA, W. **Las medidas e los hombres**. Madrid: Siglo Veintiuno España Editores S.A, 1980.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. **Metodologia científica**: ciência e conhecimento científico, métodos científicos, teoria, hipóteses e variáveis. São Paulo: Atlas, 1992.

LANER DE MOURA, A. R. **A medida e a criança pré-escolar**. 1995, 221 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995.

_____, [et al]. **Educar com a Matemática**: fundamentos. São Paulo: Cortez. 2017.

LEFEBVRE, H. **O marxismo**. São Paulo: Difusão Europeia do Livro, 1974.

LEONTIEV, A. N. **Actividad, consciencia e personalidad**. Havana: Editorial Pueblo y Educación, 1983.

LIBÂNEO, J. C. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a Teoria Histórico-cultural da Atividade e a contribuição de Vasili Davidov. **Revista Brasileira de Educação**. Set /Out /Nov /Dez 2004 No 27. p. 5 – 24.

_____, Políticas educacionais no Brasil: Desfiguramento da escola e do conhecimento escolar. **Cadernos de Pesquisa**. v. 46. n. 159. p. 38-62. Jan/Mar, 2016.

MACHADO, N. J. **Matemática e realidade**: das concepções às ações docentes. São Paulo: Cortez, 2013.

_____. **Matemática e educação**. São Paulo: Cortez, 2012.

MANSO, A. M. J. P.; MASSA, J. B.; PEDRA, M. A. **Aerolithes, ou pedras que cahem do ar**. O panorama, jornal literário e instructivo da Sociedade propagadora dos conhecimentos uteis de Portugal. Lisboa, 26 de outubro de 1839. p. 341. Coletânea com publicações de janeiro a dezembro de 1839. Disponível em: <https://archive.org/details/bub_gb_AOI6AAAAMAAJ?q=O+panorama%2C+jornal+liter%C3%A1rio+e+instructivo+da+Sociedade+propagadora+d>

os+conhecimentos+uteis+de+Portugal.+Lisboa%2C+26+de+outubro+de+1839>. Acessado em 25 de março de 2018.

MAY, T. **Social Research: issues, methods end process**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. A. **História na educação matemática: propostas e desafios**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

MONTEIRO, H. de M. **A revolta de Quebra-quilos**. São Paulo: Ática, 1995.

MORETTI, V. D.; RADFORD, L. História do Conceito culturalmente significanda e a Organização da Atividade de Ensino de Matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2015 Pirenópolis. **Anais eletrônicos**. Pirenópolis: UEG, 2015, p. 1- 12. Disponível em: < http://www.sbembrasil.org.br/visipem/anais/story_html5.html >. Acessado em 07/06/2019.

MORETTI, V. D. O problema Lógico-Histórico: aprendizagem conceitual e formação de professores de Matemática. **Revista do programa de Pós-Graduação em Educação – Mestrado – Universidade do Sul de Santa Catarina**. Jan/Jun/2014. V. 8. Número Especial, p. 29 - 44. Disponível em < <http://www.portaldeperiodicos.unisul.br/index.php/Poiesis/issue/view/127> >. Acessado em 12/06/2019.

MOURA, M. O. **A construção do signo em situação de ensino**. 1992. 158 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação e Educação. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.

_____, A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural. (Org.). Brasília: Liber livro, 2010.

_____; SFORNI, M. S de F.; ELAINE, S. A. Objetivação e apropriação de conhecimentos na Atividade Orientadora de Ensino. **Revista Teoria e Prática da Educação**. Jan/Abr/2011. V. 14. Nº 1, p. 39 – 50. Disponível em < <http://periodicos.uem.br/ojs/index.php/TeorPratEduc/article/view/15674> >. Acessado em 12/06/2019.

_____; SFORNI, M. S.de F.; LOPES, A. R. L. V. A objetivação do ensino e o desenvolvimento do modo geral da aprendizagem da atividade pedagógica. In: MOURA, M. O. de. (Org.). **Educação escolar e pesquisa na Teoria Histórico-Cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017.

OLIVEIRA, B. A dialética do singular-particular-universal. In: ABRANTES, A. A.; SILVA, N. R. da; MARTINS, S. T. F. (Orgs.). **Método histórico-social na psicologia social**. Petrópolis: Vozes, 2005.

PANOSSIAN, M. L. **O movimento histórico e lógico dos conceitos algébricos como princípio para construção do objeto de ensino da álgebra**. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2014.

PIZZETTI, S. Os fundamentos epistemológicos e metodológicos do conhecimento histórico: algumas reflexões entre passado e futuro. *Revista História Social*. Campinas, n. 10, p. (13 – 34), 2003. Disponível em: < <https://www.ifch.unicamp.br/ojs/index.php/rhs/issue/view/29> >. Acessado em 15/06/2019.

PAUCTON, A. J. P. *Métrologie ou traité des mesures, poids et monnaies: des anciens Peuples et des Modernes*. Paris: Vve Dessaint, 1780. Disponível em: < https://books.google.com.br/books?id=ZgU9uUup_8oC&pg=PA958&lpg=PA958&dq=Sieur+Paucton&source=bl&ots=p8Lx3NIoky&sig=ACfU3U2gBI_pFbpqkJ34up4j6yPMKI7SZQ&hl=ptBR&sa=X&ved=2ahUKewjclZyd6cjjAhX5ILkGHXfcABMQ6AEwDHoECAgQAQ#v=onpage&q=Sieur%20Paucton&f=false >. Acessado em: 25/03/2018.

RADFORD, L. Educação, educação matemática e teoria cultural da objetivação: uma conversa com Luís Radford. [Entrevista concedida a] Vanessa Dias Moretti, Maria Lúcia Panossian e Manoel Oriosvaldo de Moura. **Revista Educação e Pesquisa**. São Paulo, v. 41, n. 1, p. (243-260), jan./mar. 2015. Disponível em: < <http://www.educacaoepesquisa.fe.usp.br/wp-content/uploads/2015/02/v.-41-n.01-Livro-1.pdf> >. Acessado em 12/07/2019.

_____. **Cultura e historia**: dos conceptos difíciles y controversiales en las aproximaciones contemporáneas en la educación matemática. In: MENDES, I. A., FARIAS, C. A. (Org.). *Práticas socioculturais e educação matemática*. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014, p. (49 – 68).

_____. On Psychology, Historical Epistemology, and the Teaching of Mathematics: Towards a SocioCultural History of Mathematics. For the leaning of mathematics an **International Journal of Mathematics Education**. V. 17 n. 1 February 1997. p. 26 – 33. Disponível em < file:///E:/MATERIAL%20BIBL_OGR%C3%81FICO%20PARA%20A%20S ESS%C3%83O%205/103_RadfordOnPsychologyHistoricalEpistemologyTeaching Mathematics.pdf > Acessado em 01/07/2019.

ROSA, J. E.; DAMAZIO, A. O ensino de Matemática no primeiro ano escolar: uma articulação entre a proposição gepapiana e a davidoviana. In: MOURA, M. O. de. (Org.). **Educação escolar e pesquisa na Teoria Histórico-Cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017.

RUBINSTEIN, S. L. **El desarrollo de la psicología**: principio y método. Habana: Editorial Pueblo e educación, 1979.

RUÉ, Joan. **El aprendizaje em Autonomía**: posibilidades y límites. Cadernos de Pedagogia Universitária. São Paulo: Pró-Reitoria de Graduação da USP; 2007.

ROYS, O. A. **Acepção e função da aula no mundo contemporâneo**. In: MARCON, T. Educação e universidade, práxis e emancipação: uma homenagem a Elli Benincá. Passo Fundo: Ediup. 1998. P. 265 – 278.

SACRISTÁN, J. **Currículo e diversidade**. In: SILVA, T. T.; MOREIRA, A. F. B. (Org.). *Territórios Contestados: o currículo e os novos mapas políticos e culturais*. Petrópolis, RJ: Vozes, 1995, p. 82 -113.

_____. **O currículo**: os conteúdos do ensino ou uma análise prática. In: SACRISTÁ, J. G.; GÓMEZ PÉREZ, A. L. *Compreender e transformar o ensino*. Porto Alegre: Artmed, 1998. p. 129 – 148.

SANTIGOSA, A. S.; RODRÍGUEZ, M. A M. **La construcción de significados en el marco de una Psicología Cultural**: el Pensamiento Narrativo. In: PEREZ, M. C.; GARRIDO, J. D.

R. (Orgs) Vygotski en la Psicología Contemporánea: cultura, mente e contexto. Buenos Aires: Miño y Dávila, 2005.

SARMENTO, A. K. C. As concepções de professores de matemática da escola fundamental acerca da matemática e de seu ensino. 2011. 183f. **Dissertação** (Mestrado em Educação) – Program de Pós-Graduação em Educação, Dentro de Ciências da Educação, Universidade Federal do Piauí, 2011.

_____. **Ensino de Matemática**: os professores e suas concepções. Teresina: Edufpi, 2017.

SARTRE, J. P. O que é subjetividade? Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 2015.

SHÖN, D. A. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992, p. (77 – 92).

SILVA, Irineu da. **História dos pesos e medidas**. São Carlos: EdUFSCar, 2004.

SILVA, T. T. da. **Documentos de identidade**: uma introdução à teoria dos currículos. Belo Horizonte: Autêntica. 2010.

SECRETO, M. V. **(Des)medidos**: A revolta do quebra-quilos 1875 – 1876. Rio de Janeiro: Mauad, 2011.

SOUSA, F. D. de; MORETTI, V. D.; PANOSSIAN, M. L. Relação entre o movimento histórico e lógico de um conceito, desenvolvimento do pensamento teórico e conteúdo escolar. In: MOURA, M. O. de. (Org.). **Educação escolar e pesquisa na Teoria Histórico-Cultural**. São Paulo: Edições Loyola, 2017.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 1987.

VASCONCELOS, J. L. de. Tradições populares de Portugal. Porto: Livraria portuense de Clavel, 1882.

_____. As religiões da Lusitânia na parte que principalmente se refere a Portugal. Lisboa:

Imprensa Nacional, 1897. Disponível em: < https://archive.org/details/religioesdalusit_01vasc >. Acessado em 08/02/2019.

VIGOTSKI, L. S. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. São Paulo: Martins Fontes; 1998.

_____. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes. 2000.

_____. **A construção do pensamento e da linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

_____. Pensamento y Lenguaje In: Obras escogidas Tomos II. Local: editora, 1934. Disponível em: <<http://www.taringa.net/perfil/vygotsky>>

YOUNG, M. **Para que servem as escolas?** Educ. Soc., Campinas, vol 28, n. 101, p. 1287-1302, set/dez. 2007. Disponível em: <<http://www.cedes.unicamp.br>>. acessado em 05/04/20

APÊNDICES

Apêndice A – Plano de ações e roteiro para roda de conversa com pequenos lavradores de
Lagoa Alegre

Data do evento: 27/01/2018

1- Finalidades principais

- a) Levantar dados acerca das condições concretas em que vivem os participantes, identificando aspectos importantes de suas vidas a partir dos relatos orais. Neste estudo são indispensáveis conhecer o nome, origem, idade, episódios da infância e adolescência abordando os aspectos ligados ao trabalho, escola e as formas aprendizagens do referido trabalho;
- b) Investigar como os participantes se apropriaram das formas de medir as diversas grandezas como líquidos, sólidos, pequenas e grandes distâncias, áreas, volumes e medidas diversas;
- c) Levantar dados sobre o processo de transmissão dos conhecimentos relativos as práticas sociais, mais especificamente, relativos ao trabalho na roça com ênfase no conceito de medir;
- d) Observar as técnicas de medição utilizadas pelos sujeitos, bem como a construção dos seus instrumentos e as unidades de medidas;
- e) Analisar os sentidos atribuídos pelos sujeitos ao trabalho da roça, relativas ao processo de medição;

2- Organização da roda de conversa (Roteiro)

PRIMEIRA PARTE

Tema: Apresentação dos sujeitos

Informações básicas. Nome ou apelido, idade, se sabe ou não sabe ler, profissão, quanto tempo mora na cidade e a quanto tempo trabalha ou trabalhou na roça e outras informações que os participantes julgarem importantes.

SEGUNDA PARTE

Tema da conversa: A vida na roça.

Falar como é a vida na roça, as dificuldades, as coisas boas, os problemas do trabalho nas lavouras, as questões econômicas e familiares, como você aprenderam trabalhar na roça? Ensinaram os filhos? Nessa parte devemos abordar sobre:

- a) as condições concretas da vida na roça; (o cenário em que se desenrola a vida na roça, as possibilidades e limitações, as condições econômicas, a integração como a natureza a vida social);
- b) a construção e transmissão dos conhecimentos singulares no e do trabalho da roça; (como apreender a fazer o trabalho da roça e como ensinam às gerações futuras, como desenvolvem suas técnicas de medição e constroem seus instrumentos de medidas, quais as unidades de medidas que servem de comparação nos diversos tipos de medidas – distância, área, volume, capacidades, quais as dificuldades apresentadas na prática da medição.

TERCEIRA PARTE

Tema: A prática das medidas

Nessa parte abordamos sobre o processo de significação do conceito de medir na realidade particular do trabalhador da roça. Os lavradores relatam como são realizadas as medidas na rotina das lavouras, quais são os instrumentos e os artefatos, as técnicas e o sentido que eles atribuem a essas práticas.

3- Principais perguntas norteadoras da roda de conversa

- 1- Por favor me conte um pouco sobre suas experiências na infância e juventude. (Foco compreender o processo de apropriação dos processos de medir, outras perguntas serão feitas com o intuito de obter mais informações sobre o conteúdo)
 - 1.1 Como o Senhor/a aprendeu fazer esta tarefa?
 - 1.2 Quem ensinou o Senhor/a?
 - 1.3 O senhor/a frequentou alguma escola? Os professores lhe ensinavam estas coisas por lá?
 - 1.4 Na região onde a senhor/a morava todos faziam assim, ou somente uma pequena parte?
- 2 Eu gostaria que o/a senhor/a me explicasse como se fazia para medir a área de plantação, e o tamanho da cerca?
- 3 Como se media pequenas distâncias, e as grandes distâncias?

- 4 O senhor/a acredita que é possível medir a distância da terra ao sol? Por quê?
- 5 Quando era época da colheita dos grãos (arroz, feijão, milho) como eles eram armazenados? Eram pesados, como eram medidos e negociados?
- 6 O senhor usava o quilo?
- 7 O senhor/a lembra a primeira vez que usou o metro? Houve reação das pessoas?
- 8 Nas feiras livres, como eram medidos os alimentos? Eram pesados como?
- 9 E a água, o leite da vaca, o querosene, como estas coisas eram medidas?
- 10 O senhor/a ensinou estas coisas aos mais jovens.? Deu muito trabalho ensinar estas coisas?
- 11 Como o senhor/a ensinava para os mais jovens?
- 12 O que o senhor/a acha destas mudanças de vender e comprar tudo no quilo? É melhor? Ou não?
- 13 Os mais jovens da região sabem fazer estas medidas como o senhor/a? O que senhor/a acha disso?
- 14 O que estas mudanças significam para o senhor/a

ANEXOS

ANEXO A – Carta de anuência da SEMED de Lagoa Alegre firmando parceria com a PREXC/UFPIU para realização do curso de extensão

ESTADO DO PIAUÍ
PREFEITURA MUNICIPAL DE LAGOA ALEGRE - PMLA
SECRETARIA MUNICIPAL DE EDUCAÇÃO - SEMED

CARTA DE ANUÊNCIA

Lagoa Alegre do Piauí 27 de julho de 2018

A Secretaria Municipal de Educação do Município de Lagoa Alegre concede permissão ao Professor M. Sc. Alan Kardec Carvalho Sarmiento da Universidade Federal do Piauí para a realização do curso de extensão intitulado **A construção do pensamento teórico através dos conceitos matemáticos: um estudo do conceito de medir**, conforme projeto apresentado a esta Secretaria.

Assinatura

Francisco Ferreira de Carvalho
Secretário de Educação

ANEXO B – Cadastro de curso de extensão junto à PREXC/UFPI (Cópia do e-mail)

29/01/2019 E-mail de Universidade Federal do Piauí - CADASTRO DE CURSO DE EXTENSÃO – CFOPS- (23111.053222/2018-33)<https://mail.google.com/mail/u/0?ik=efab05efaa&view=pt&search=all&permthid=thread-f%3A1608889317760362332&simpl=msg-f%3A16088893...>

1/1 Alan Kardec Carvalho Sarmiento <alankardec@ufpi.edu.br>

CADASTRO DE CURSO DE EXTENSÃO – CFOPS- (23111.053222/2018-33)

1 mensagem

Coordenadoria de Formação Continuada <cfor.prex@ufpi.edu.br> 15 de agosto de 2018 15:06

Para: alankardec@ufpi.edu.br

Prezado Prof. Me. Alan Kardec Carvalho Sarmiento.

Informamos que o Curso de Extensão " **A CONSTRUÇÃO DO PENSAMENTO TEÓRICO ATRAVÉS DOS CONCEITOS MATEMÁTICOS: UM ESTUDO DO CONCEITO DE MEDIR.** " encontra-se cadastrado nesta Coordenadoria.

Observações gerais:

1. A Proposta de Curso de Extensão para **CADASTRO** na CFOPS/PREXC deve ser encaminhada com **antecedência mínima de 15 (quinze) dias da data de realização**, pois não será emitido certificado de curso de extensão realizado sem o devido cadastramento.
2. O RELATÓRIO FINAL apresentado até 30 (trinta) dias após o término da atividade deve conter na relação de ministrantes e participantes o número do CPF e da matrícula (no caso de aluno da UFPI).
3. A Pró-Reitoria de Extensão, através da Coordenadoria de Programas e Cursos de Formação Profissional e Políticas Sociais - CFOPS, COMUNICA aos Coordenadores de Curso de Extensão, que não existe mais a necessidade de cobrança da TAXA DE EMISSÃO DE CERTIFICADO, tendo em vista que, os referidos certificados passaram a ser expedidos em FORMATO ELETRÔNICO, necessitando para tanto, OBRIGATORIAMENTE, da informação do CPF de todos que deverão recebê-los

(coordenadores, comissão organizadora, ministrantes, participantes, etc.) e da matrícula (alunos da UFPI), nos Relatórios de Atividade. Informamos, na oportunidade, que os referidos Relatórios devem ser encaminhados à CFOPS/PREXC, **apenas via online (cfor.prex@ufpi.edu.br) em formato Word.**

Prof. Prof. Dr. Marcos Antônio Tavares Lira

Coordenadoria de Programas e Cursos de Formação Profissional e Políticas Sociais - CFOPS
Pró-Reitoria de Extensão e Cultura
Universidade Federal do Piauí

Fone: (86) 3215 5886

ANEXO C – Modelo do termo de adesão à pesquisa assinada pelos professores

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – USP
FACULDADE DE EDUCAÇÃO – FEUSP
Programa de Doutorado em Educação
Orientador: Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura

Doutorando: Alan Kardec Carvalho Sarmento

TERMO DE ADESÃO À PESQUISA (MODELO 1)

Eu _____ RG _____, residente
no seguinte endereço, _____

após ter lido a carta convite para participar da pesquisa que está sendo desenvolvida pelo doutorando Alan Kardec Carvalho Sarmento e orientada pelo Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura, junto à Faculdade de Educação da USP – FEUSP, na linha Ensino de Ciências e Matemática, **intitulada:** O desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medir e sua significação na atividade pedagógica, tendo como **problema norteador** o seguinte: Que relações existem entre o desenvolvimento lógico-histórico do conceito científico de medir, o processo de significação e o modo de apropriação deste conceito no contexto escolar e como **objetivo geral** é investigar o desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medida e suas relações com o processo de significação, no ensino de Matemática.

Reconheço-me como esclarecido de que minha participação nesta pesquisa será voluntária e, portanto, estou consciente que não haverá nenhuma forma de retribuição financeira ou qualquer outra forma de incentivo, podendo a qualquer momento me desvincular da mesma. Sei que minha participação consiste na realização de um curso de formação continuada, resolução de questionários e na permissão para acompanhamento de práticas docentes no que diz respeito ao conceito de medir, por mim desenvolvida. Esclareço também que fui informado, que em hipótese alguma, meu nome será revelado ou dado qualquer indício que porventura permita identificar-me, ficando resguardado o anonimato e o sigilo dos dados, sendo permitida a utilização destes apenas para os interesses relacionados à pesquisa.. Nestas condições, declaro minha adesão à pesquisa qualificada acima, ao tempo que autorizo gravação em áudio e vídeo das ações de pesquisa na qual participarei.

Lagoa Alegre do Piauí, 15 de setembro de 2018

_____ Assinatura

ANEXO D – Modelo do termo de adesão à pesquisa assinada pelos pequenos lavradores

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO – USP
 FACULDADE DE EDUCAÇÃO – FEUSP
 Programa de Doutorado em Educação
 Orientador: Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura

Doutorando: Alan Kardec Carvalho Sarmento

TERMO DE ADESÃO À PESQUISA (MODELO 2)

Eu _____ RG _____, residente no seguinte endereço, _____, aceito participar da pesquisa que está sendo desenvolvida pelo doutorando Alan Kardec Carvalho Sarmento e orientada pelo Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura, junto à Faculdade de Educação da USP – FEUSP, na linha Ensino de Ciências e Matemática, **intitulada:** O desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medir e sua significação na atividade pedagógica, tendo como **problema norteador** o seguinte: Que relações existem entre o desenvolvimento lógico-histórico do conceito científico de medir, o processo de significação e o modo de apropriação deste conceito no contexto escolar e como **objetivo geral** é investigar o desenvolvimento lógico-histórico do conceito de medida e suas relações com o processo de significação, no ensino de Matemática, ao tempo que autorizo gravação em áudio e vídeo das ações de pesquisa das quais participarei.

Reconheço-me como esclarecido de que minha participação nesta pesquisa será voluntária e, portanto, estou consciente que não haverá nenhuma forma de retribuição financeira ou qualquer outra forma de incentivo, podendo a qualquer momento me desvincular da mesma. Sei que minha colaboração consiste na participação de roda de conversas e/ou cessão de entrevistas. Esclareço também que fui informado, que em hipótese alguma, meu nome será revelado ou dado qualquer indício que porventura permita identificar-me, ficando resguardado o anonimato e o sigilo dos dados, sendo permitida a utilização destes apenas para os interesses relacionados à pesquisa.

Lagoa Alegre do Piauí, 27 de janeiro de 2018

Assinatura