Capítulo 4:
O EXPERIMENTO DIDÁTICO

Lenin (apud KOPNIN, 1978, p.222, grifo do autor) determina o seguinte: "O movimento do conhecimento *no sentido* do objeto sempre se processa apenas dialeticamente: afastar-se, para acertar melhor ...".

Tentando nos afastar, lembramos que a aprendizagem escolar encontra-se 'encapsulada'. Isto é, há uma "descontinuidade entre a aprendizagem na escola e a cognição fora da escola" (ENGESTROM, 2002, p.175). Desse modo, a aprendizagem escolar tem um pequeno impacto na formação das crianças; e o tipo de conhecimento transmitido nas escolas não se mostra relevante para elas. E isso gera uma situação, em que as crianças apresentam uma falta de mobilização rumo ao conhecimento.

Após nos afastarmos para olhar o nosso objeto no contexto da aprendizagem escolar, recordamos que essa pesquisa tem como objetivo investigar as ações constituintes de um **espaço de aprendizagem**, a partir dos pressupostos teóricos da abordagem histórico-cultural e da Teoria da atividade. Sendo assim, tentando 'acertar', esse trabalho aponta que ***a organização dos espaços de aprendizagem*** constitui uma das formas de 'acerto', isto é, uma das formas que podem contribuir para a diminuição do 'encapsulamento' da aprendizagem escolar.

Na busca pelo 'acerto', organizamos um experimento didático desenvolvido no projeto Clube de Matemática. O experimento associou a abordagem histórico-cultural e a Teoria da atividade com o ensino escolar. De acordo com Hedegaard (2002, p.214), "O experimento didático é uma concretização da afirmação de Vygotsky de que o método genético formativo é um método de pesquisa necessário para investigar a formulação e o desenvolvimento dos aspectos conscientes da relação dos seres humanos com o mundo".

O experimento didático foi fundamentado na idéia do desenvolvimento de três contextos: da crítica, da descoberta e da prática social, a partir das atividades orientadoras de

ensino, que são aquelas que se estruturam de modo a permitir que os sujeitos interajam, mediados por um conteúdo, negociando significados, com o objetivo de solucionar uma situação-problema (MOURA, 1996, 2001). Para Moura (2001, p.155, grifo do autor):

> A *atividade orientadora de ensino* tem uma necessidade: ensinar; tem ações: define o modo ou procedimentos de como colocar os conhecimentos em jogo no espaço educativo; e elege instrumentos auxiliares de ensino: os recursos metodológicos a cada objetivo e ação (livro, giz, computador, ábaco, etc). E por fim, os processos de análise e síntese, ao longo da atividade, são momentos de avaliação permanente para quem ensina e aprende.

O conteúdo de ensino escolhido para as atividades orientadoras de ensino e, por conseqüência, do experimento didático foi às equações do primeiro grau. O desenvolvimento das atividades orientadoras de ensino teve como objetivo principal demonstrar que as equações do primeiro grau constituem uma das formas de linguagem matemática que possibilitam o controle do movimento das quantidades. Para elaboração e organização das atividades, partimos de um estudo do desenvolvimento histórico da álgebra e do conceito de equação do primeiro grau (veja o capítulo 3). A partir daí, estabelecemos os nexos conceituais, os 'germes' do conceito que constituíram os temas dos módulos de atividade:

- **Módulo 1 – O movimento das quantidades**: o objetivo geral desse módulo é propiciar às crianças a possibilidade de perceber e compreender o caráter mutável dos aspectos qualitativos e quantitativos na vida e no mundo.
- **Módulo 2 – O controle do movimento das quantidades**: nesse módulo, objetivamos a necessidade de a criança perceber que o movimento das quantidades pode ser representado por meio da linguagem.
- **Módulo 3 – Uma linguagem particular do movimento das quantidades**: esse módulo teve como objetivo mostrar às crianças que a linguagem das equações é uma forma particular (específica) de compreender o movimento mais amplo das quantidades.

Recordamos que o experimento didático foi desenvolvido dentro do projeto Clube de Matemática, que é um projeto semestral, desenvolvido em 16 encontros semanais com duração de quatro horas cada um. Esses encontros são divididos em módulos com quatro dias de trabalho para cada um, perfazendo um total de 4 módulos. Desses, três são dedicados ao desenvolvimento das atividades e um, ao (re)planejamento do trabalho e avaliação. Sabendo disto vejamos no quadro (quadro 4.1) a seguir os temas de cada dia de trabalho e a sua data de aplicação:

Os módulos de atividades		
Módulo de planejamento		
Dia 30/09/02		
Dia 06/08/02		
Dia 13/08/02		
Dia 20/08/02		
Módulo 1: O movimento das quantidades		
	Data	*Tema*
Dia 1	27/08/02	Conhecendo a si próprio e ao outro
Dia 2	03/09/02	Movimento das quantidades: os contrários (acréscimo e decréscimo)
Dia 3	10/09/02	Movimento das quantidades: os contrários (divisão em partes iguais e organização em colunas)
Dia 4	17/09/02	Avaliação e (re)planejamento do trabalho
Módulo 2: O controle do movimento das quantidades		
	Data	*Tema*
Dia 1	24/09/02	Uma forma de controlar os movimentos das quantidades
Dia 2	01/10/02	A escrita com palavras do movimento das quantidades
Dia 3	08/10/02	Os símbolos e a linguagem matemática
Dia 4	15/10/02	Avaliação e (re)planejamento do trabalho
Módulo 3: Uma linguagem particular do movimento das quantidades		
	Data	*Tema*
Dia 1	22/10/02	O uso da linguagem matemática para a compreensão dos movimentos das quantidades
Dia 2	29/10/02	A busca por uma resposta
Dia 3	05/11/02	A solução por tentativa
Dia 4	12/11/02	Avaliação do trabalho

Quadro 4.1: Os temas dos módulos

O experimento didático caracterizou-se pela realização de um planejamento geral para o semestre e de um plano para cada aula, que continha o objetivo do ensino, o conteúdo do ensino e os materiais utilizados. O planejamento do ensino se fundamentou em cinco princípios básicos.

Primeiro, cada aluno deve ser considerado quando se planeja para a classe como um coletivo. Esta necessidade surge, "pois na dinâmica do ensino podem aparecer elementos novos fornecidos pelos vários níveis de conhecimento no jogo da solução dos problemas colocados pelo objetivo pedagógico" (MOURA, 1996, p. 32). Usando os termos de Caraça (2002), o "inesperado" pode surgir no desenvolvimento das atividades. Moura (1996, p.215), aponta que:

> [...] a atividade deve manter uma dinâmica que permita a interação dos vários conhecimentos individuais com o objetivo de aprofundar cada vez mais os conceitos em jogo. Ela deverá permitir tornar coletivo aqueles conhecimentos adquiridos pelos vários sujeitos em suas realidades sociais específicas, de modo que todos possam

> perceber o conhecimento como conjunto de saberes que permite leitura e intervenção objetiva nas naturezas física e social.

Com essa visão do planejamento das atividades, Hedegaard (2002, p.215) reforça que a atividade planejada desta forma "visa desenvolver uma zona de desenvolvimento proximal para a classe como um todo, em que cada criança adquire conhecimento pessoal através das atividades compartilhadas entre o professor e as crianças e entre as próprias crianças".

O segundo princípio refere-se à organização coletiva do trabalho. Rubtsov (1996, p.134) determina que "a atividade de aprendizagem se apresenta, essencialmente, sob a forma de uma atividade desenvolvida em comum, na qual as tarefas são repartidas entre os alunos, ou entre alunos e professores. Essa forma coletiva de trabalho constitui uma das características da criação do contexto da prática social.

Terceiro, o conteúdo de ensino dos encontros deveria estar relacionado com o tema geral das atividades: as equações do primeiro grau. Essa integração dentro do planejamento foi obtida por meio da busca dos nexos conceituais do conteúdo de ensino abordado. Isso está relacionado à estratégia davydoviana de ascender do abstrato para o concreto e, por conseqüência, está vinculado ao contexto da descoberta. Com isso, ressaltamos a importância do conteúdo de ensino como um dos elementos que caracterizam os espaços de aprendizagem.

Quarto, a motivação e o interesse pelo conteúdo devem ser desenvolvidos nos alunos. A técnica principal de motivação desenvolvida no trabalho foi baseada no uso de atividades lúdicas. Rivina (1996, p.141) determina que:

> [...] a interação que ocorre no interior de uma atividade lúdica, aumenta, em muito, a motivação das crianças que estão em busca de solução para problemas matemáticos e acarreta uma maior atividade cognitiva, contribuindo para o desenvolvimento do pensamento criador de imagens ou metáforas, etc.

Quinto, possibilitar às crianças a capacidade de analisar criticamente e sistematicamente suas atividades práticas e suas conclusões internas, criando um contexto de crítica, que possa servir de fundamento para a criação de ferramentas para avaliação e análise da diversidade de problemas encontrados no mundo em que vivem.

Após descrevermos os princípios e a organização geral que nortearam o experimento didático, o próximo passo a ser feito, na seção seguinte, será o de descrever a forma como o experimento foi analisado.

4. 1 – OS EPISÓDIOS DE ENSINO

A partir de agora, analisaremos o experimento didático realizado dentro do projeto Clube de Matemática. Para esta análise, utilizaremos as unidades que compõem a estrutura de três níveis da atividade – atividade, ação, operação – e dos elementos que compõem o sistema atividade – sujeito, objeto, instrumentos, regras, comunidade, divisão do trabalho. Todos esses elementos constituem-se simultaneamente em uma macroestrutura e uma microestrutura da atividade. Leontiev (1983, p.89) aponta para o seguinte fato:

> A peculiaridade da análise que nos leva a sua estrita discriminação, não se vale da desarticulação dos elementos da atividade viva, e sim por que descobre as relações internas que a caracterizam, como as relações por trás das quais se ocultam transformações surgidas no curso do desenvolvimento da atividade, em seu movimento.

Portanto, o que faremos é descobrir as relações, as contradições internas da atividade de ensino via uma análise microestrutural desta e, ao mesmo tempo, tentaremos compreender as relações da mesma, por meio de uma análise global, de sua estrutura. A análise das relações sistêmicas internas da atividade possibilita ao investigador perceber a sucessão de transformações constantes presentes nela. Uma atividade pode perder, em alguma situação particular, o seu motivo original e, a partir daí, passar a ser considerada uma ação, que apresenta um conjunto de relações completamente diferentes, passando a ter contato com uma outra atividade (LEONTIEV, 1983).

Leontiev (1983, p.90) destaca o seguinte:

> A mobilidade dos distintos "componentes" do sistema da atividade se manifesta, por outro lado, no fato de que cada um deles pode fazer-se mais fracionado, ou, por contrário, compreender em si unidades que anteriormente eram relativamente independentes.

Percebemos, então, a importância da discriminação das unidades estruturadoras da atividade para a sua compreensão e análise. Sendo assim, analisaremos as atividades de ensino elaboradas nesse trabalho, para que, a partir daí, possamos descobrir quais são as ações constituintes do espaço de aprendizagem.

Para promovermos a análise destas ações, é necessária a definição dos princípios metodológicos que possibilitem a "descoberta da verdade". Segundo Kopnin (1978, p.83), esse processo dá-se, dentro da lógica dialética, da seguinte forma:

> Para demonstrar a veracidade de qualquer construção teórica, é necessário mostrar o caminho pelo qual o nosso pensamento chegou a ela, analisar o material factual, as leis e formas de sua elaboração, o método de construção de uma teoria [...]. O processo de obtenção da verdade não pode ser representado sob uma forma em que ela seria inicialmente descoberta e depois demonstrada. O processo de sua descoberta compreende a sua demonstração e vice-versa: a demonstração de uma teoria apresenta ao mesmo tempo com seu desenvolvimento, complemento, concretização.

De acordo com Araújo (2003, p. 52), "uma pesquisa, como construção teórica, demanda procedimentos rigorosos, preocupando-se em tomar o objeto no curso do desenvolvimento". Sendo assim, ao considerarmos que o objeto dessa pesquisa é os modos de ação que constituem o espaço de aprendizagem e não a elaboração de uma proposta de organização da aprendizagem, estamos estabelecendo a possibilidade de perceber o objeto dentro do seu desenvolvimento. E isto ocorreu por meio da participação efetiva no projeto Clube de Matemática.

Ao fundamentarmos a metodologia na lógica dialética, temos de atender algumas demandas; entre elas, destacamos a necessidade de abordar o objeto em todos os seus atributos, considerando todas as relações e mediações estabelecidas. Posto dessa forma, temos um problema a resolver dentro da pesquisa: como poderemos considerar todas as relações?

Para responder a essa questão, utilizaremos as idéias de Caraça (2002) como forma de superação e solução para o problema colocado. Estas idéias também se encontram presentes em outros autores (ARAÚJO, 2003; MOISES, 1999; MOURA, 2000).

Caraça aponta que a realidade apresenta duas características: a interdependência e a fluência. A noção de interdependência fundamenta-se na compreensão de que todos os objetos possuem uma relação entre si, "todas as coisas estão relacionadas umas com as outras; o mundo, toda esta *Realidade* em que estamos mergulhados, é um organismo vivo, uno, cujos compartimentos comunicam e participam, todos, da vida uns dos outros" (CARAÇA, 2002, p.103, grifo do autor). A idéia de fluência relaciona-se com a constatação de que o mundo está em permanente evolução, isto é, "todas coisas, a todo o momento, se transformam, tudo *flui*, tudo *devém*" (Caraça, 2002, p.103, grifo do autor).

Porém, de acordo com Caraça, as duas características da realidade – a interdependência e a fluência – causam sérios embaraços no momento em que pretendemos realizar um estudo de qualquer fato natural. Ele (2002, p.105, grifo do autor) postula o seguinte:

> Se tudo depende de tudo, como fixar a nossa atenção num objecto particular de estudo? Temos que estudar tudo ao mesmo tempo? Mas qual é o cérebro que o pode fazer? Por outro lado, se tudo *devém*, como encontrar, no mundo movente da fluência, os factos, os seres, os próprios objectos do nosso estudo?

Para dar conta dessa dificuldade, Caraça (2002, p.105) propõe um recorte dessa totalidade que constitui o que ele denominou de isolado: "um conjunto de seres e fatos abstraindo de todos os outros que com eles estão relacionados", que constitui, "uma secção da realidade, nela recortada arbitrariamente" (CARAÇA, 2002, p.105). A idéia de isolado surge como uma ferramenta metodológica de análise, pois, sabendo da impossibilidade de compreender de uma só vez a totalidade das relações, faz-se um recorte da realidade, que "compreenda nele todos os fatores dominantes, ou seja, todos aqueles cuja ação de interdependência influi sensivelmente no fenômeno a estudar" (CARAÇA, 2002, p.105). Em outras palavras, o isolado é uma microestrutura que oferece um retrato da macroestrutura.

Caraça em nenhum momento desconsidera a realidade. Para Araújo (2003), o sentido de isolado feito por Caraça aproxima-se da idéia de análise de unidades, como proposto por Vygotsky (1998, p.5) quando esse aborda as questões referentes ao método de pesquisa:

> Com o termo unidade queremos nos referir a um produto de análise que, ao contrário dos elementos, conserva todas as propriedades básicas do todo, não podendo ser dividido sem que as perca. A chave para a compreensão das propriedades da água são as moléculas e seu comportamento, e não seus elementos químicos. A verdadeira unidade da análise biológica é a célula viva, que possui as propriedades básicas do organismo vivo.

Apesar de Vygotsky e Caraça apontarem para o estabelecimento de um método de análise que possa compreender a essência do fenômeno a ser investigado, o próprio Caraça determina que esse instrumento apresenta uma vulnerabilidade. Essa debilidade surge no momento de recortar o isolado, pois nem sempre conseguimos "compreender nele todos os fatores dominantes, isto é, todos aqueles cuja ação de interdependência influi no fenômeno a ser estudado" (CARAÇA, 2002, p. 105). A esse fato, demonstrado na história da ciência, Caraça chamou-o de inesperado, que são os fatores dominantes na situação investigada, mas que foram relevados no momento de formação do isolado. Por isso, há a necessidade de compreender o isolado como um elemento móvel constituinte de uma estrutura mais ampla de relações: um sistema de isolados[13].

Essa compreensão do isolado como um sistema, que surgiu a partir da discussão sobre as idéias de Caraça, faz-nos estabelecer a seguinte relação com a nossa pesquisa. Dada a complexidade do objeto de investigação, consideramos que o isolado é "o instrumento que permite perceber o fenômeno no seu movimento, isto é, possibilita percebemos o processo de

[13] Para uma análise sobre o sistema de isolados, veja Araújo (2003).

aprendizagem" (ARAÚJO, 2003, p.55). E mais, o isolado "é assumido como metodologia de análise, como regularidade do pensamento ao atuar sobre a complexidade da realidade e não como uma concepção desta" (MOURA, 2000, p.81).

A estrutura dos isolados é configurada sobre o que Moura (1992, 2000) chama de episódio de ensino. Os episódios de ensino são definidos "como aqueles momentos em que fica evidente uma situação de conflito que pode levar à aprendizagem do novo conceito" (MOURA, 1992, p.77). Em outras palavras são aqueles momentos que apresentam coerência, consistência, originalidade e objetivação. Para Moura (2000, p.60), "os episódios são reveladores sobre a natureza e qualidade das ações" e ainda "poderão revelar se trata de ações coordenadas pelos motivos individuais ou coletivos, se visam a concretização da atividade (...) se articulam análise e síntese na avaliação das ações".

Tendo como instrumento o conceito de isolado e, mais especificamente, o episódio de ensino, o experimento didático foi analisado por meio da seleção de episódios que revelassem as ações constituintes do espaço de aprendizagem. Em outras palavras, buscamos selecionar episódios que revelem o nosso objeto: as ações constituintes do Clube de Matemática que o caracterizam como um espaço de aprendizagem, isto é, se esse ambiente permite o estabelecimento dos contextos: crítico, da descoberta e da prática social.

Dessa forma, na análise dos episódios de ensino, buscamos identificar nas atividades de aprendizagem a presença de algumas das seguintes ações que, para Davydov (1982, 1988b e 1999), Rubtsov (1996) e Semenova (1996), estão presentes em tal atividade:

- A transformação de uma situação ou de um objeto com o intuito de enfatizar as relações fundamentais do sistema a ser analisado;
- A concretização da relação encontrada por meio do uso de objetos, desenhos, símbolos, maquetes, mapas e outros;
- A transformação do modelo dessa relação, com a finalidade de estudar as suas propriedades essenciais;
- A valorização e a invenção de um conjunto de problemas concretos e práticos, que serão resolvidos com o uso da forma geral de solução, isto é, os modos de ação gerais;
- O controle das ações anteriores e a avaliação da aquisição da forma geral de resolução, considerada como sendo o resultado da resolução da atividade de aprendizagem.

Conjuntamente com essas ações, observamos também a reflexão e a análise – elementos constituintes da consciência. Consideraremos que a reflexão "consiste na descoberta, por parte do sujeito, das razões de suas ações e de sua correspondência com as

condições do problema" e a análise "visa levantar o princípio ou modo universal para sua resolução, a fim de poder transferi-lo para toda uma classe de problemas análogos" (SEMENOVA, 1996, p.166). O conjunto desses fatores contribui, assim, para a realização de uma "análise qualitativa que permitisse identificar as ações mobilizadoras do desenvolvimento psíquico" (SFORNI, 2003, p.99) e, conseqüentemente, para a caracterização dos contextos (da crítica, da descoberta e da prática social) como atributos típicos do espaço de aprendizagem.

A partir de agora, passaremos a descrever e analisar o experimento didático por meio de um relato diário das atividades, permeado pelos episódios de ensino e pelos registros das crianças.

4. 1. 1 - Módulo 1: O movimento das quantidades

O início

O primeiro dia do módulo 1 foi destinado ao estabelecimento de um contato inicial com as crianças. Esta etapa do trabalho é importante para a "criação de um contexto social do ambiente de trabalho que corresponda às necessidades pedagógicas de forma adequada, para que as interações entre os sujeitos possibilitassem o movimento de construção do conceito" (BERNARDES, 2000, p. 34). Em outras palavras, estamos nesse primeiro dia criando as condições para a criação de um contexto de prática social, em que a participação dos sujeitos é efetiva e significativa. Sendo assim, todas as ações desenvolvidas durante esse primeiro dia de trabalho tiveram o objetivo de possibilitar às crianças um momento de expressão de suas características pessoais e a valorização das relações de interação entre os alunos e entre o professor e os alunos.

Dia 1: Conhecendo a si próprio e ao outro			
	Ações/tarefas	**Descrição**	**Objetivo**
1	Apresentação do professor e da proposta de trabalho	Conhecendo um pouco o professor e os seus objetivos	Conhecer a proposta de trabalho a ser desenvolvida
2	Confecção dos crachás	Confeccionar os crachás para uma melhor identificação	Conhecer as crianças
3	Dança das cadeiras cooperativas	Jogo cooperativo	Conhecer o grupo e desenvolver o espírito de coletividade
4	Auto-retrato	Elaborar um auto-retrato	Conhecer o grupo

Quadro 4.2: As ações e os objetivos do primeiro dia (módulo 1)

O dia começou com uma apresentação do professor responsável[14] pelo desenvolvimento da proposta e com os esclarecimentos sobre como seria feito o trabalho com as crianças, deixando claras as diferenças que estariam ocorrendo em relação a outras participações das crianças em anos anteriores dentro do projeto. Por exemplo, todos os encontros seriam filmados, teríamos a presença de um único professor[15] e não um grupo de estagiários.

Após isso, iniciamos o trabalho com a confecção de crachás para a identificação das crianças. Esse momento é criado para que elas possam demonstrar e liberar sua expressão criativa na elaboração de uma forma de identificação que melhor agrade a eles.

Tendo fim essa etapa, passamos a desenvolver uma brincadeira que teve como objetivo principal enfatizar para as crianças a necessidade do trabalho coletivo. Na 'dança das cadeiras cooperativas', o objetivo é fazer com que todas as crianças participantes da brincadeira sentem numa única cadeira. A atividade é organizada da seguinte forma: um conjunto de cadeiras equivalente ao número de participantes é disposto no centro da sala e os participantes devem dançar em volta das cadeiras ao som de uma música, quando ela é interrompida todos devem sentar-se. Após isso, uma cadeira é retirada do jogo e todos os participantes reiniciam o processo, deve-se ir repetindo isto até sobrar uma única cadeira. Vejamos um episódio (episódio 1) relacionado a essa tarefa.

[14] O próprio autor deste trabalho.
[15] Devemos esclarecer que contamos com o auxílio de uma estagiária em três encontros.

Episódio 1: *A transformação de uma situação*

Após a organização das cadeiras no centro da sala, os alunos estão todos em pé próximos às cadeiras.
Prof: Olha lá, prestem atenção. Como é a brincadeira das cadeiras normal? Todo mundo vai dançando em volta da cadeira, quando a música parar todos devem tentar sentar. Aí quem fica em pé, perde. Geralmente é assim. Só que nós vamos fazer diferente.
Dani: Como?
Prof.: Nós somos em quanto?
Dani: Dez.
Prof.: Mas nós temos quantas cadeiras?
Alunos: Nove.
Prof.: Então alguém vai ficar em pé. Só que vocês, cada um de vocês, vai pensar numa forma de colocar esta pessoa que está em pé sentada junto com vocês.
Dani: Como?
Lu: É fácil!
Dani: Como assim?
Lu: É só sentar no colo, no cantinho da cadeira, entre as cadeiras.
Dani: É mesmo!
Prof.: Pode ser. Vocês escolham a melhor forma de resolver esta situação.
Após algum tempo, resta somente uma cadeira. Todas as crianças estão andando em volta da cadeira. Enquanto a música toca, Andi vai girando a cadeira.
Prof.: A cadeira não quer dançar. Deixe a cadeira parada.
Andi continua a girar a cadeira e de repente senta. Todos os outros sentam também causando uma grande desordem.
Prof.: A musica acabou? Vocês não estão ouvindo?
As crianças começam a empurrar-se e a cair no chão, causando assim uma certa balbúrdia na sala.
Prof.: Assim não! Vocês vão se machucar. Esqueçam a cadeira. Todo mundo vai ter que sentar.
Todos levantam e Li põe a cadeira mais para o centro da sala.
Pouco depois o professor para a música. Andi é a primeira a se sentar e todos os outros tentam se acomodar. Os alunos começam a cair. Art não senta e fica observando em pé ao lado da cadeira.
Prof.: Todos têm que sentar.
Os alunos se levantam.
Lu: Vamos todo mundo sentar um em cima do outro.
Art: Não vai dar assim. Vamos organizar. Os maiores primeiro e alguns sentam na pontinha em cada lado da cadeira.
Os alunos ouvem e concordam com Art. Instantaneamente, após a fala de seu colega, a aluna Dani II começa a organizar os seus colegas, pegando-os pelo braço e ajudando-os a se sentarem. Eles caem pela primeira vez, pois alguns estão brincando com a situação. Mas repetem e acabam conseguindo sentar.
Prof.: Todos sentados?
Alunos: Sim!
Prof.: Isto aí. Pronto acabou!

Nesse episódio selecionado, percebemos que o aluno *Art* realiza uma ação de transformação de uma situação dada ao refutar a idéia proposta pelo seu colega, *Lu*, e propor uma solução para a situação criada pelo professor, de que todos deveriam sentar. Essa é uma das ações determinadas por Davydov, Rubtsov e Semenova que caracterizam o processo de aprendizagem. Ao propormos situações em que as crianças possam desenvolver as ações de aprendizagem, estamos criando as condições para o seu desenvolvimento psíquico, o que vai ao encontro da proposta do Clube de Matemática de ser um espaço que forneça uma base psicológica necessária para a formação dos sujeitos. O desenvolvimento de ações – como a realizada pelo aluno *Art* e pela aluna *Dani II* ao organizar os seus colegas para a solução da situação proposta – caracteriza o Clube de Matemática como um *espaço de aprendizagem*, por este estar contribuindo para a formação de um contexto crítico e de descoberta nas crianças.

No episódio 1, o objetivo principal era o de conhecer o grupo. Para a consolidação dessa meta, foi proposto às crianças a resolução de uma situação-problema de forma coletiva. Nós queríamos mostrar aos alunos a "necessidade de valorizar todos os indivíduos e de reconhecer a importância de todos dentro de uma atividade" (BROTTO, 1997, p. 85). Na ação da aluna *Dani II*, a concretização dessa necessidade fica evidente, pois, após ouvir *Art*, passa a organizar os seus colegas de forma que possam conseguir concretizar o objetivo da ação proposta. Além disso, por meio da ação desta aluna, o grupo se superou ao estabelecer um sentido de confiança mútua, libertando-se do medo de perder (ao ter pressa de sentar, atitude presente nas ações da aluna *Andi*), da tensão e preocupação (ficar atento à parada da música) e de uma visão de carência (ao ficar andando juntinho da cadeira).

Dando continuidade a proposta do dia, que era conhecer os alunos e permitir o estabelecimento de uma forma de organização coletiva do trabalho que evidencie e caracterize o contexto de prática social, desenvolvemos uma ação com o auto-retrato.

No trabalho com o auto-retrato, tentamos oferecer um momento para que as crianças possam intensificar o contato consigo próprio por meio da observação (oferecemos espelhos a cada uma das crianças), tentando, assim, fazer com que mostre a todos a forma como ele percebe a si mesmo. De acordo com Pillar e Vieira (1992, p.123), a atividade do auto-retrato propicia "a intensificação do contato consigo mesmo; a exacerbação da observação das formas, volumes, etc e facilita a interpretação plástica do rosto, por meio de linhas, manchas,...". Com isto, estamos propiciando às crianças momentos em que elas possam perceber a importância da observação criteriosa, como uma ação, que possibilita a descoberta das relações fundamentais de um sistema a ser analisado ou de uma situação a ser

resolvida. Aqui, novamente, esta ação pode ser caracterizada como uma das ações de aprendizagem já citadas e contribui para a formação de um contexto de descoberta, uma das características dos espaços de aprendizagem. Além disso, estamos demonstrando o uso de uma forma de linguagem: o desenho. Esta ação foi organizada da seguinte forma: inicialmente, foi exposta pelo professor uma apresentação contendo exemplo de alguns auto-retratos (veja anexo), elaborados por grandes pintores da história mundial; após isso, os alunos receberam espelhos e passaram a fazer seus auto-retratos. Na figura 4.1, encontramos dois dos trabalhos mais representativos feitos pelos alunos.

Figura 4.1: Dois auto-retratos

O segundo dia

O segundo dia do módulo 1 foi destinado ao trabalho com dois dos tipos de movimento de controle das quantidades: o acréscimo e o decréscimo. Para isso, foram desenvolvidas duas ações: a primeira foi a utilização de uma forma adaptada do conhecido jogo Mancala e, depois, fizemos a construção de um disco de cores, denominado Disco de Newton.

Dia 2: Movimento das quantidades: os contrários (acréscimo e decréscimo)			
	Ações/tarefas	**Descrição**	**Objetivo**
1	Mancala	Atividade com uma adaptação do jogo Mancala	Levar a criança a perceber por meio do jogo o movimento dos contrários (acréscimo e decréscimo)
2	Disco de Newton	Construção de um disco de cores	Levar a criança a perceber a diferença entre a qualidade e a quantidade por meio de movimentos de acréscimo e decréscimo

Quadro 4. 3: As ações e os objetivos do segundo dia (módulo 1)

Os Mancalas constituem uma família de jogos em que o tabuleiro consiste de duas, três ou quatro fileiras de buracos, nos quais são distribuídas pedrinhas. A família dos Mancalas é muito antiga e sua origem é incerta. Esse jogo espalhou-se por vários continentes e tornou-se muito popular na África. Uma de suas versões mais comuns é jogada no tabuleiro tradicional egípcio, com duas fileiras de seis buracos e um buraco maior que ocupa as duas fileiras em cada ponta. Os seis buracos de baixo são do jogador e o buraco maior da direita é a sua mancala ou seu depósito de pedras capturadas. O objetivo do jogo é capturar o maior número de pedras.

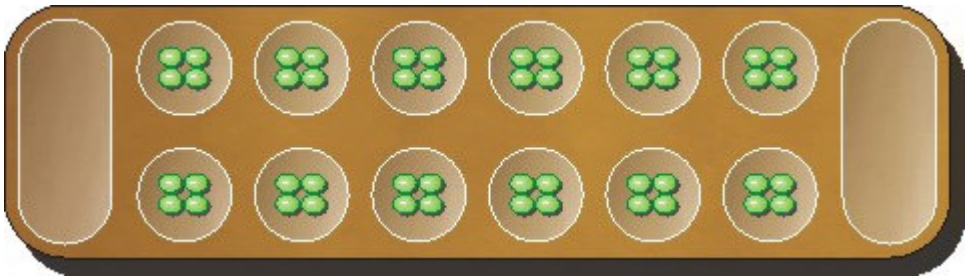


Figura 4.2: O tabuleiro egípcio do Mancala

Esse é um jogo que tem como princípio básico a distribuição. Por isso, a idéia de fazer uma adaptação das suas regras para se adequarem a nossa proposta de trabalho (as atividades estão relacionadas nos anexos). Esta atividade orientadora de ensino foi elaborada de forma que exigisse da criança a formação de um esquema estratégico para a captura das peças do adversário, e de um modo de ação em que o uso da sua peça especial (que acrescenta ou retira duas pedras na casa do tabuleiro) tornasse o elemento decisivo para apanhar as peças do adversário. Analisando a função desta pedra especial, observamos que ela cria uma mudança quantitativa-qualitativa ao jogo, uma idéia de fluência dos objetos, da variabilidade das coisas por meio do acréscimo e decréscimo.

Para servir de base para a análise dos episódios referentes ao segundo dia de trabalho, façamos uma caracterização e análise do sistema atividade do professor e dos alunos por meio dos modelos propostos por Engestrom (1987) e esquematizado na figura abaixo (figura 4.3).

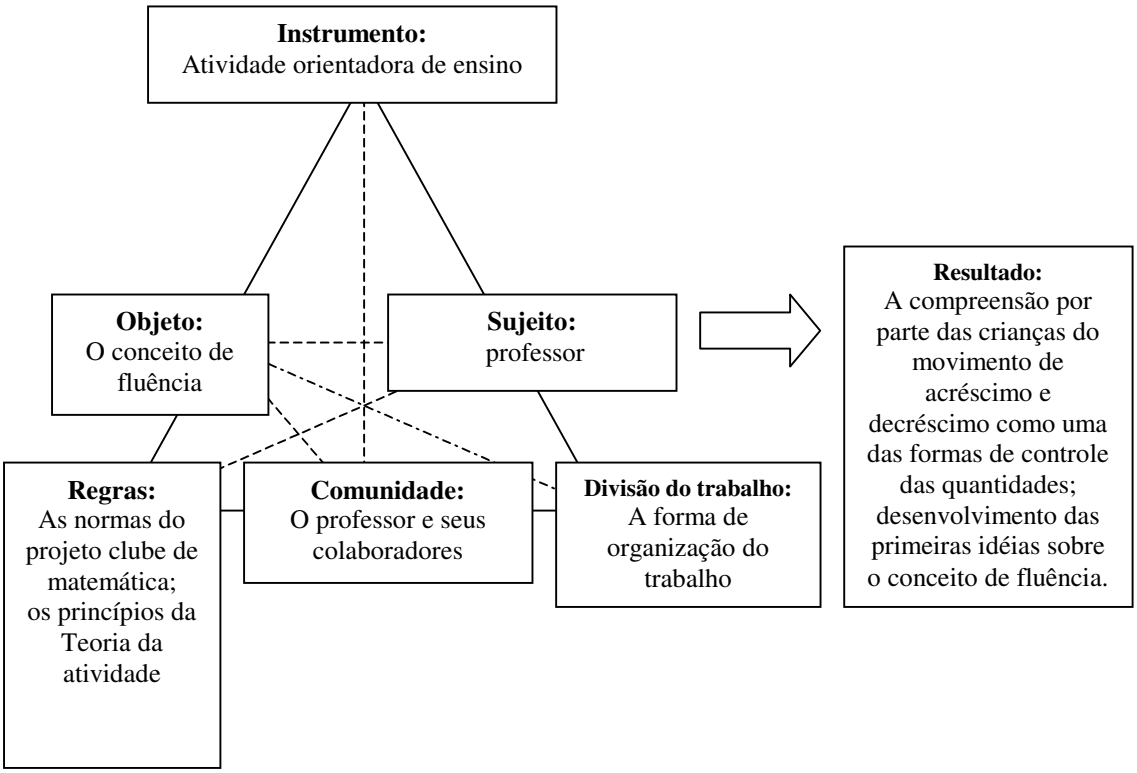


Figura 4.3: O sistema de atividade do professor

Analisemos inicialmente a atividade de ensino do professor: impelido pela necessidade de promover a aprendizagem dos seus alunos, ele organiza a atividade de aprendizagem de forma que permita as crianças, por meio das interações entre seus pares, um primeiro passo em direção à apropriação das noções de fluência relacionadas aos movimentos de acréscimo e decréscimo das quantidades. Esta organização caracteriza-se principalmente pela utilização da atividade orientadora de ensino baseada numa adaptação do jogo Mancala.

O sistema atividade dos alunos pode ser caracterizado da seguinte forma na figura 4.4:

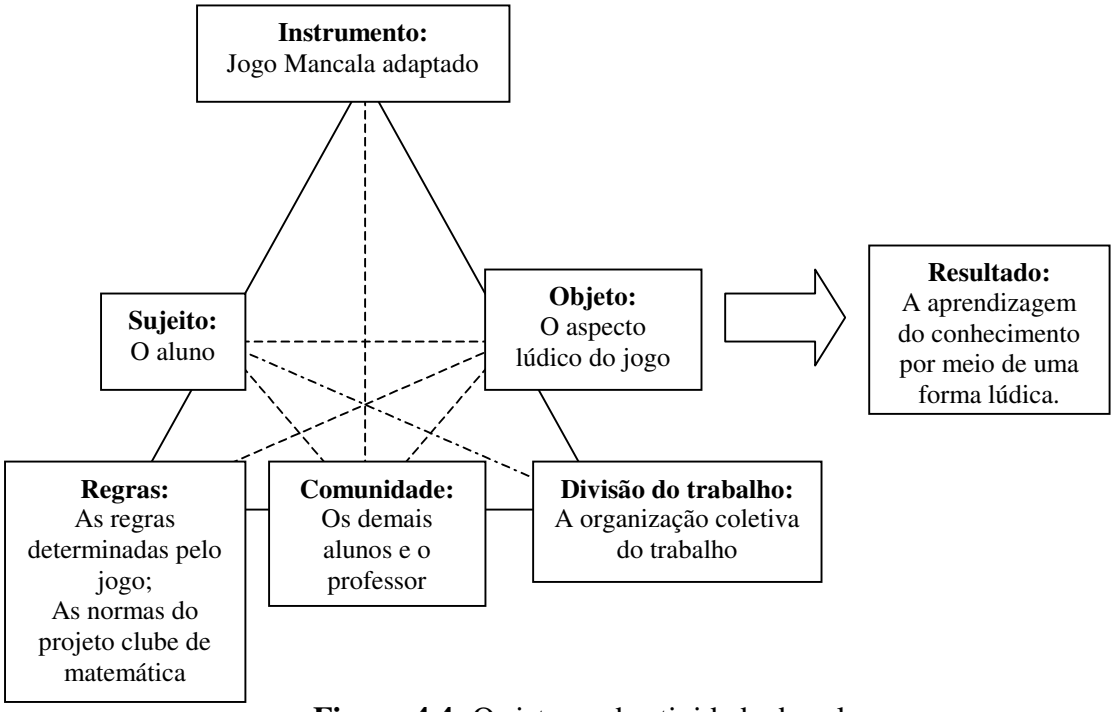


Figura 4.4: O sistema de atividade dos alunos

Fazendo uma análise comparativa entre esses dois sistemas de atividade, podemos perceber alguns elementos de distinção entre eles e também observar que os objetos que determinam a atividade são bem distintos. Enquanto as crianças não estão preocupadas com qual conhecimento matemático elas lidarão, pois o objetivo principal delas é desenvolver atividades lúdicas, o professor, por sua vez, está objetivando o desenvolvimento do conceito de fluência e conseqüentemente a idéia de variabilidade. Por estarem intrinsecamente conectados aos objetos, os resultados das atividades também diferem nos dois sistemas.

Outros aspectos que merecem destaque são as regras, a divisão do trabalho e a comunidade. Esses são elementos que apresentam sutis diferenças entre si, as quais caracterizam a atividade de cada um dos sujeitos. Enquanto a comunidade, onde os alunos estão inseridos, está interagindo com eles no momento de execução da atividade, para o professor, esta interação somente será possível em outro momento, por exemplo, nas reuniões de (re)planejamento. As regras para os sujeitos se referem tanto às regras do jogo, como aos princípios teóricos da abordagem histórico-cultural e da Teoria da atividade e as normas que regulam o projeto Clube de Matemática. A divisão do trabalho pauta-se na organização coletiva das ações, tanto por parte dos alunos, como do professor e seus colaboradores.

Considerando que os dois sistemas de atividade estão em interação, vejamos um modelo na figura 4.5:

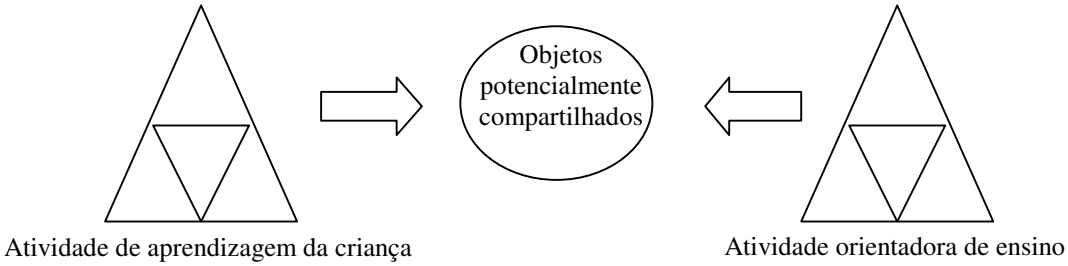


Figura 4.5: Dois sistemas de atividade interagindo

Podemos fazer a seguinte análise: se classificarmos a atividade das crianças como uma atividade central de um sistema, podemos perceber as contradições que permeiam a atividade delas. Relembremos aqui (veja o capítulo 1 para mais detalhes) que, de acordo com Engestrom (1998), existem quatro contradições: as primárias encontram-se dentro de cada elemento constituinte da atividade; as secundárias se referem às contradições entre os elementos da atividade; as terciárias situam-se entre o motivo/objeto da atividade central e de uma atividade culturalmente mais avançada; e finalmente as quaternárias, que se referem a tensões externas entre a atividade central e as demais atividades.

Dessa forma, podemos considerar que existe uma contradição terciária entre atividade do professor (atividade central culturalmente mais avançada) e a atividade dos alunos (atividade central). Essa contradição está presente, pois o objeto e o motivo das crianças que participam do Clube de Matemática estão relacionados ao jogo, a diversão com seus colegas; enquanto que para o professor o objeto e o motivo da sua atividade estão vinculados à aprendizagem da criança, isto é, ao desenvolvimento da atividade de estudo, que constitui uma atividade culturalmente mais avançada.

A contradição entre a atividade do professor e dos alunos surge, imediatamente, na apresentação da atividade orientadora de ensino. De acordo com Bernardes (2000, p. 78): "A apresentação da atividade orientadora de ensino tem a função de possibilitar a aproximação do aluno ao contexto a ser investigado, ou seja, apresentar o problema-desencadeador como uma questão significativa para o grupo". E mais, esta fase "se configura como uma etapa de preparação, de motivação e engajamento dos participantes no contexto sócio-histórico".

Para Bernardes (2000, p.78):

> [...] o significado da enunciação, ou seja, da situação-problema a ser investigada, fica imerso num contexto amplo e difuso que envolve relações exteriores à própria formulação lingüística da enunciação. Requer, portanto, um aprofundamento contextual e necessita de momentos de aproximação e de reflexão sobre o assunto.

Esses momentos de aproximação, reflexão e aprofundamento contextual estão presentes no episódio abaixo, que exemplifica a contradição terciária entre a atividade do professor e a atividade dos alunos. Neste, que se refere à apresentação inicial da atividade orientadora de ensino, desenvolvida por meio da adaptação do jogo Mancala, o professor tenta explicar para as crianças as regras do jogo, que constituem os fatores essenciais para a compreensão e desenvolvimento dos modos de ação, enquanto as crianças estão mais preocupadas em jogar o mais rapidamente possível.

Episódio 2: *A contradição entre a atividade do professor e atividade das crianças*

No inicio da filmagem, o professor estava explicando a atividade por meio de uma apresentação audiovisual (ver anexo) veiculada por um projetor multimídia.
Com as peças do jogo na mão, o professor passa a explicar a função das pedras especiais do Mancala adaptado.
Prof.: Vai ter três, mas vai valer só uma pedrinha, por que esta aqui ta tirando dois, tá!
Lu: Mas quando acaba o jogo?
Prof: Calma aí! Então, expliquei isto. Entenderam isto? Uma vale dois a mais e a outra vale dois a menos. Entenderam?
Lu: A preta vale o que?
Prof.: Dois a menos.
Dani: Oh! Wellington vai poder ...
A aluna Dani não conclui a frase.
Lu: E a azul?
Prof.: A azul, dois a mais.
Ju: E a branca?
Aqui deve ser esclarecido que por motivos alheios a nossa vontade, um dos tabuleiros tinha pedras de cor diferente daquelas utilizadas na apresentação e nos demais tabuleiros.
Prof.: É igual à preta.
Ju: A preta é o que?
Prof.: Dois a menos.
Silêncio na sala.
Prof.: Tudo bem?
Dani: Wellington, por acaso, vai poder mudar de lugar?
Prof.: Espere aí, tenha calma!
Prof.: Então, olha lá. Vocês entenderam esta parte?
Nenhum dos alunos responde e o professor continua.
Prof.: Então, vamos continuar aqui.Como é que começa o jogo. O jogo é o seguinte.
Pede para a aluna Li abrir um tabuleiro e pega-o nas suas mãos.
Prof.: O jogo começa da seguinte forma: você vai ter que distribuir as suas pedrinhas, as suas fichinhas nas seis casinhas, a gente vai jogar somente com um lado. Só um lado do tabuleiro. Então, eu tenho que distribuir. Quem começa o jogo? Vocês têm que tirar para ou ímpar para começar o jogo. Então, a primeira pessoa distribui as fichinhas aqui. Tem que colocar pelo

menos uma em cada. Tá! Pelo menos uma em cada! Entenderam este começo? Pelo menos uma em cada! Depois que eu coloquei, é a vez do meu adversário colocar. Tudo bem? Por exemplo, se eu coloquei uma em cada, vou fazer aqui. Uma, uma, uma...
O professor passa a colocar as pedras no tabuleiro, que está na sua mão, de uma forma que as crianças possam ver.
Lu: Mas...
O aluno Lu não conclui e fica em silêncio.
Dani: É assim. É para colocar todas. Tem que colocar todas?
Prof.: Se você quiser pode colocar todas no início, mas de preferência eu acredito que não seja interessante. Você vai perceber quando for jogar.
Lu: Wellington, venha aqui!
Prof.: Espere aí. Vamos olhar, aqui tem um exemplo. Vai ficar melhor com um exemplo.
O professor vai até o projetor e avança a apresentação até um exemplo elaborado por ele.
Lu: Nossa!
O aluno Lu fica assustado com o exemplo mostrado pelo professor
Prof.: Olha aí. Aqui tem um exemplo.

No episódio, percebemos uma tensão, uma contradição entre os sujeitos da atividade. A contradição está presente na tentativa do professor em estabelecer os nexos da tarefa a ser desenvolvida pelas crianças. De acordo com Bernardes (2000, p.79), "a apresentação da situação-problema configura-se como uma tentativa de chamar a consciência do sujeito à possibilidade de se reorganizar dentro de uma perspectiva mais ampla e complexa". Esta possibilidade de reorganização configura-se dentro da atividade, por meio da compreensão das regras do jogo e, posteriormente, da elaboração de esquemas estratégicos, de formas gerais de resolução da situação-problema. Um dos fatores que contribui para esta transformação é a criação de um contexto de prática social dentro do espaço de aprendizagem.

Esse contexto de prática social é estabelecido por meio das mediações sociais e instrumentais realizadas entre as crianças. Essas mediações surgem por via da organização do trabalho numa perspectiva coletiva. Por exemplo, na presente atividade, as crianças foram arranjadas em cinco duplas, que se distribuíram em três mesas (uma dupla ficou sentada numa única mesa, enquanto as outras duas duplas se dividiram igualmente em duas mesas).

Quando falamos em mediação, estamos considerando "em termos genéricos, o processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação" (OLIVEIRA, 1997, p.26). Essa mediação tanto pode ser instrumental, como social. De acordo com a abordagem histórico-cultural, a linguagem constitui o grande sistema de mediação instrumental, porém não o único. A mediação social pode ser explicada por meio da diferenciação com a mediação instrumental: "O caminho do objeto para a criança e desta para o objeto, passa através de outra pessoa [...]. O caminho através de outra pessoa é a via central de desenvolvimento da inteligência prática" (ALVAREZ e DEL RIO, 1996, p. 85).

A importância da mediação social na aprendizagem é explicitada por Alvarez e Del Rio (1996, p.85): "Empregar conscientemente a mediação social implica dar, em termos educativos, importância não apenas ao conteúdo e aos mediadores instrumentais (o que é se ensina e com quê), mas também aos agentes sociais (quem ensina) e suas peculiaridades".

Esta importância dada aos agentes sociais (que tanto pode ser o professor, como outra criança) no processo de aprendizagem constitui o que Vygotsky chamou de Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). As ZDP´s, de acordo com Engestrom (1987), constituem o caminho para a expansão do sujeito, para a sua aprendizagem e, conseqüentemente, o seu desenvolvimento psicológico.

A importância da mediação entre os sujeitos, como elemento de superação das contradições, pode ser percebida no próximo episódio de ensino. Nele, constatamos que as crianças, que no primeiro momento não haviam apropriado a enunciação da atividade (ver o episódio 2), após a intervenção do professor, passaram a ver a tarefa de uma forma significativa.

A partir dessa apropriação da enunciação, as crianças puderam desenvolver a atividade de forma a chegar aos resultados desejados pelo professor, que são a compreensão por parte das crianças do movimento de acréscimo e decréscimo como uma das formas de controle das quantidades e o desenvolvimento das primeiras idéias sobre o conceito de fluência. Esses resultados são obtidos por meio do desenvolvimento das ações de aprendizagem. Vejamos o episódio 3, no qual podemos perceber as seguintes ações das crianças: o controle das ações e a avaliação da aquisição de uma forma geral de resolução.

Episódio 3: *O controle das ações e a avaliação da aquisição da forma geral de resolução*

Art: Depois que a gente distribuiu tudo, o que eu faço? Eu ganhei dele estas peças aqui e ele estas...
Prof.: Continua!!!!
Art: Mas não entendo!!! Como continua?
Prof.: Tira as peças dele, pega as suas pedras. Troque aquelas que você ganhou por pedras suas.
O professor passa a trocar as peças junto com os alunos.
Prof.: Pronto, coloquem as peças aqui para contar.
Apontando um lugar ao lado do tabuleiro.
Eles continuam a jogar.
Após algum tempo.
Art, em voz alta:
Art: Wellington!!!
O professor em outra mesa olha para eles.
Art: Tô vencendo de lavada!!!
O professor dá um sorriso.

Prof.: Isto aí!! Continuem jogando.

No episódio, percebemos que as crianças haviam iniciado o jogo sem uma compreensão adequada da enunciação da atividade (veja o episódio 2), por isso suas ações anteriores à intervenção do professor careceram de sentido. Após a mediação do professor, que possibilitou a eles os esclarecimentos de suas dúvidas, percebemos que esta situação mudou. Constatamos, aqui, que a atividade ganhou sentido e significado para o aluno e, além disso, o aluno *Art* conseguiu criar um modo de ação geral, um esquema estratégico que possibilitou a ele a conquista de seguidas vitórias sobre o seu companheiro. Essa forma geral de solução do problema é caracterizada pelas reflexões e análises contidas nessa pequena ação do aluno *Gu* em relação aos movimentos realizados pelo *Art*, que está no episódio abaixo:

Episódio 4 : *A forma geral de resolução*
Gu, que estava brincando sobre a mesa com a última peça, olha para o tabuleiro.
Gu: Aqui tem quatro?
Olhando para uma casinha do tabuleiro.
Pega na mão do Art, para ver quantas peças ele ainda tem. Com um ar de preocupado, fica observando o tabuleiro.
Art termina de colocar as suas peças e abre um tímido sorriso olhando para o Gu.
Gu faz um comentário.
Gu: Acho que você vai ganhar.

Essa forma geral de resolução somente surge nas ações dos alunos a partir do momento em que percebem a mudança qualitativa gerada pelos acréscimos e decréscimos. Esta mudança qualitativa é gerada pela compreensão do papel da peça especial, que é percebida no episódio abaixo. Nas ações do aluno *Gu*, percebemos os primeiros indícios da compreensão da idéia de fluência, um dos conceitos principais para o desenvolvimento da aprendizagem das equações do primeiro grau.

Episódio 5: A *mudança qualitativa*
Gu coça a cabeça e passa a observar o tabuleiro.
Art ri e passa a observar os movimentos do Gu.
Gu bate a mão na mesa, enquanto pensa num local mais adequado para colocar a sua ficha especial. Coloca a pedra numa casinha. Pega-a de volta. Fica com ela na mão passando por cima do tabuleiro. Vira para a câmera, com a pedra na mão. Coça a cabeça. Volta seu olhar para o tabuleiro. Passa a contar as pedras numa das casinhas. Olha para frente um pouco.
Após isto, Gu coloca a sua pedra numa casinha.
Rapidamente Art coloca a sua pedra numa casinha e passa a verificar quem ganhou as peças. Aponta para as casinhas do tabuleiro.
Art: Eu!!!
Pega as fichinhas da casinha para ele.
Art: Empate, empate, você !!!!
Gu pega as fichas para ele.

Art: Eu, eu!!!

Observando os episódios 2, 3, 4 e 5, constatamos, por meio do desenvolvimento do Mancala adaptado, o surgimento de ações das crianças que caracterizam o espaço de aprendizagem e que vão ao encontro do objetivo das tarefas que é o de compreender o movimento qualitativo dos acréscimos e decréscimos das quantidades.

O segundo momento do segundo dia

Como forma de dar continuidade a este trabalho, passamos ao segundo momento que foi destinado à construção de um disco de Newton, que é um disco de cartão ou de zinco com cerca de 30 centímetros de diâmetro em que estão presentes todas as cores do espectro na ordem em que elas ocorrem naturalmente. A função do disco de Newton é demonstrar que as sete cores do espectro, reunidas, formam a cor branca. Isto acontece quando colocamos esse disco em um movimento bastante rápido de rotação, pois assim a retina recebe a impressão das sete cores quase que simultaneamente, fazendo com que o disco pareça branco.

Figura 4.6: Disco de Newton

A construção do disco de Newton é uma experiência clássica dentro da Física, porém, com esta ação, não estávamos preocupados com os conceitos físicos que permeiam esse experimento e sim estávamos interessados em demonstrar às crianças que o acréscimo e o decréscimo são movimentos da quantidade que possibilitam o surgimento de novas qualidades aos objetos. Quando falamos em qualidade e quantidade, estamos utilizando as idéias de Caraça (2002, pp.93-108):

> Ao conjunto de relações em que um determinado ser se encontra com os outros seres dum agregado chamaremos as qualidades desse ser. As qualidades [...], a respeito das quais se fazem juízos de mais que, menos que, maior que, menor que, diremos que admite variação segundo a quantidade.

Esses movimentos estão presentes no momento de construção do disco (vejam exemplos na figura 4.7), mais exatamente na ação de pintá-lo, que é constituída pela escolha

das cores, a criação de novas tonalidades etc. Nessa ação, deixamos de lado o rigor físico, que exigiria a utilização de uma fonte de luz branca e de um aparelho para girar o disco (a utilização destas ferramentas possibilitaria a obtenção do resultado físico do experimento) e enfatizamos a construção do mesmo. Entretanto, esta falta de rigor no desenvolvimento do experimento físico não acarretou em problemas na compreensão do objetivo da tarefa, pois as crianças, apesar de não conseguirem obter a cor branca em seus discos, conseguiram observar outras tonalidades. O que possibilitou a constatação da mudança qualitativa do disco de Newton, que era o objetivo desta tarefa.

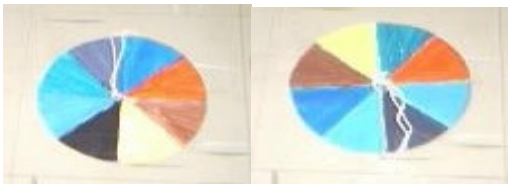


Figura 4.7: Dois discos de Newton

O terceiro dia

No terceiro dia, concluímos o módulo, desenvolvendo ações que trabalhassem com os movimentos de divisão e a organização em linhas e colunas. Para isso, fizemos uso do jogo de varetas e da construção de objetos com massa de modelar.

Dia 3: Movimento das quantidades: os contrários (divisão em partes iguais e organização em colunas)			
	Ações/tarefas	**Descrição**	**Objetivo**
1	Jogo de varetas	Atividade com o jogo de varetas	Utilizar os conceitos envolvidos nas operações de divisão e multiplicação dentro do jogo
2	Modelagem	Construção de uma obra coletiva com os objetos modelados individualmente	Levar a criança a perceber a mudança qualitativa no processo de elaboração de uma obra coletiva composta por pequenas obras individuais

Quadro 4.4: As ações e os objetivos do terceiro dia (módulo 1)

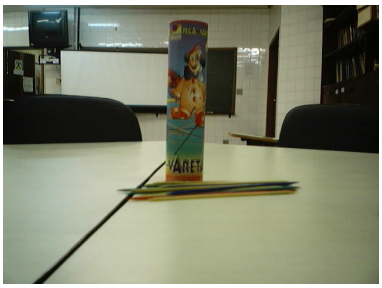


Figura 4.8: O Jogo de Varetas

O jogo de Varetas é bastante utilizado dentro da educação matemática. Aqui, ele foi utilizado com o objetivo do desenvolvimento dos nexos conceituais de dois dos movimentos de controle das quantidades: a idéia da organização em agrupamentos e da divisão. Nessa ação, não foram feitas adaptações na estrutura geral do jogo, pois as regras foram as habituais, com exceção da pontuação que foi alterada. O que se enfatizou foi o registro do jogo por parte das crianças, o qual foi feito numa folha de papel sulfite.

A ênfase na forma de registro do jogo está relacionada à importância da ação de aprendizagem referente ao estabelecimento das relações encontradas num sistema, por meio de modelos, esquemas, desenhos, maquetes e outros. Garnier, Bednarz e Ulanovskaya (1996, p. 211) determinam que "o modelo (esquema, desenho, etc) não é a cópia ou a reprodução de uma determinada realidade, mas sim uma construção, um estabelecimento de relações que permite dar conta do sistema estudado". Além disso, o modelo "remete-nos a uma representação simplificada do objeto considerado, que permite o seu estudo". E este "modelo de conteúdo ajuda-nos a compreender melhor o objeto com que estamos lidando".

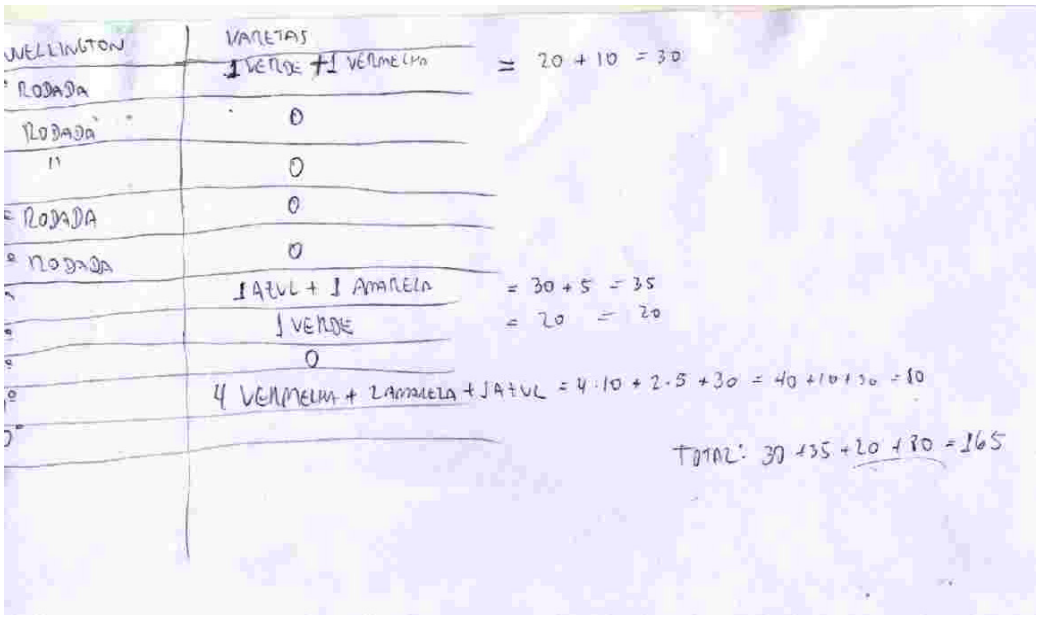
No episódio abaixo (episódio 6), encontramos um momento de interação do professor com os alunos, em que o objetivo da mediação do professor é demonstrar a importância da realização dos registros, do estabelecimento das relações envolvidas na atividade desenvolvida com o jogo de varetas. Na interação do professor, evidenciamos a tentativa de fornecer uma autonomia às crianças por meio do desenvolvimento de um contexto crítico. Esse fato se dá quando o professor deixa claro ás crianças que cada uma deve fazer o seu registro independentemente.

Episódio 6: *A concretização da relação encontrada por meio do uso de objetos, desenhos, símbolos, maquetes, mapas e outros.*
Após explicar a atividade, o professor senta numa das mesas junto com Dani II, Bi e Li para jogar com elas.
Dani II solta as varetas na mesa e as meninas decidem que o professor começará a partida.
O professor acata a decisão das alunas e se levanta da cadeira para iniciar o jogo. Por alguns segundos ele observa as varetas. Ele tenta retirar uma das varetas pegando-a pelas pontas e não consegue, vira o rosto para as meninas e diz:
Prof.: Mexeu, Li?
Li: Não.
O professor escolhe uma vareta de cor vermelha e a retira, depois faz o mesmo com uma verde. Para um pouco a sua jogada e passa observar novamente as varetas. Tenta retirar uma vareta amarela, mas comete um erro.
Alunas: Mexeu!
O professor senta e inicia os seus registros. Li inicia a sua vez de jogar.
Dani II observa o professor e Bi diz:

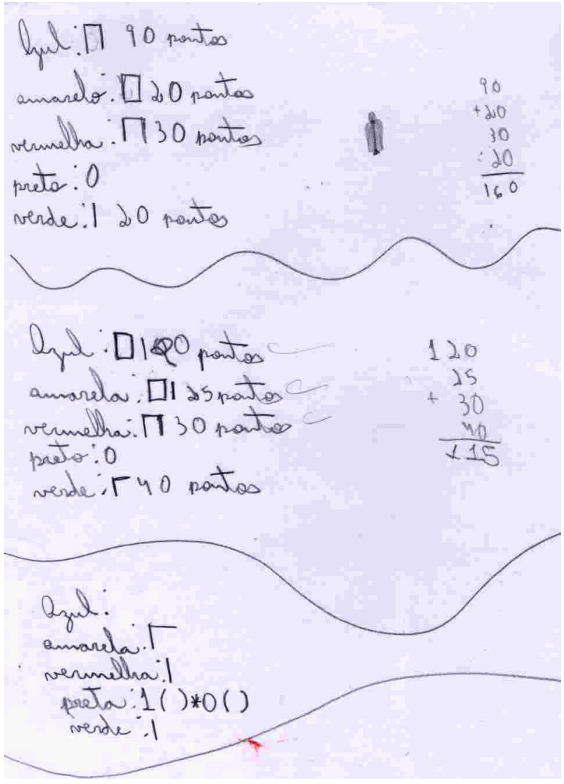
Bi: Tem que ir anotando?
Prof.: Sim.
Bi: Por rodada?
Li pára sua jogada por um instante, olha para o professor e diz:
Li: Para que?
Prof.: Para facilitar o controle.
Li: Não vou fazer desse jeito.
Prof: Então, faça da melhor forma que você puder.
Dani II: Mas, eu pensei que...
Prof.: Eu vou fazer assim, vocês escolham as suas formas de registro.
O jogo continua o seu desenvolvimento.

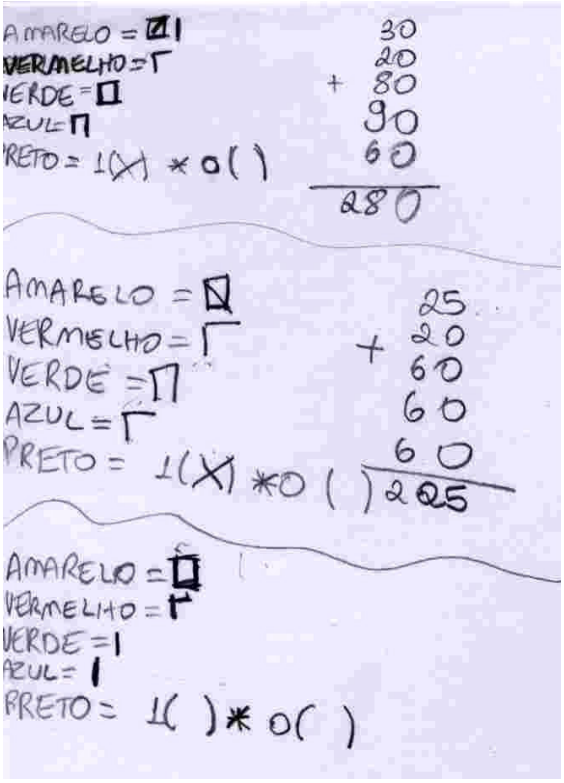
Após esse momento de interação entre o professor e os alunos, percebemos nos registros a influência positiva da mediação do professor. Primeiro, estabelecendo a comparação entre o registro do professor (registro 1) e o realizado por duas crianças (registro 2), percebemos a autonomia das alunas ao fazerem registros totalmente diferentes do professor. Destacamos que no registro (registro 3), feito pela aluna *Dani II,* encontramos uma representação da pontuação por meio de um código de cores, fato que indica a criação de um tipo inicial de linguagem simbólica. Finalmente, no registro das crianças, constatamos a presença marcante da idéia multiplicativa como forma de assinalar os pontos obtidos na partida, o que vai ao encontro do objetivo da atividade que era o de promover o trabalho com os conceitos envolvidos na multiplicação.

Registro 1:

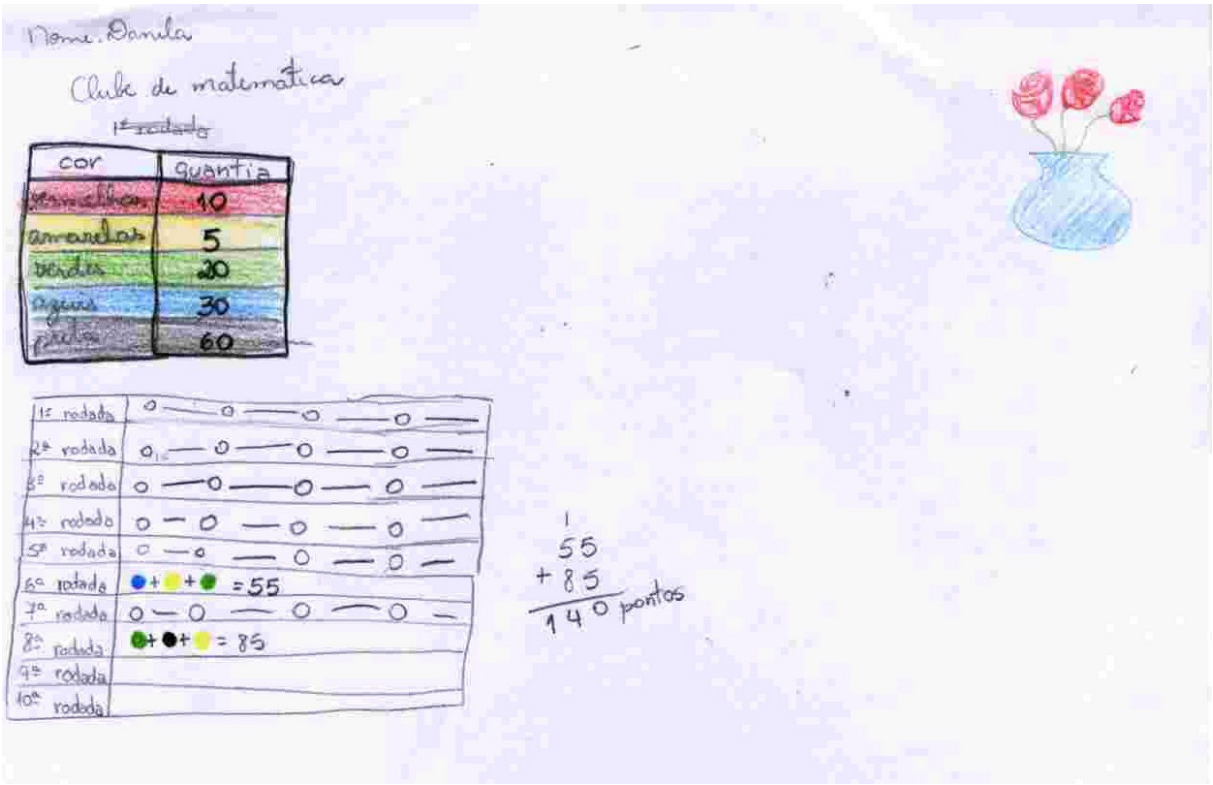


Registro 2:





Registro 3:



Na ação seguinte, orientamos as crianças para a construção coletiva de uma escultura, feita de massa de modelar. Cada um dos alunos foi orientado a criar individualmente quantos objetos desejasse, com uma quantidade de massa e, após isso, reuniríamos todos numa única obra. O objetivo dessa ação foi mostrar a mudança qualitativa de um objeto por meio da organização, da divisão, ou seja, as obras individuais das crianças passaram a ter uma nova qualidade, deixaram de ser objetos individuais e isolados para serem elementos que compõem um trabalho artístico maior. De acordo com Lima e Moura (2001), esta mudança qualitativa é chamada de salto, que é a nuança que gera mudança de qualidade, transformação de essência que determina um novo movimento. A nuança é a fluência gradativa, é a mudança no interior da mesma qualidade, é o movimento sem salto, é a variação sem transformação da essência, é a mudança que não muda a determinação, é a alteração que não altera a qualidade.

4. 1. 2 - Módulo 2: O controle do movimento das quantidades

O primeiro dia (módulo 2)

No primeiro dia do módulo 2, foram desenvolvidas duas ações que objetivaram a percepção da necessidade de quantificar e de registrar os movimentos das quantidades. A primeira ação desenvolvida foi o jogo Moinho ou Trilha. Na seqüência, desenvolvemos uma atividade denominada de Robozinho.

Dia 1: uma forma de controlar os movimentos das quantidades			
	Ações/tarefas	**Descrição**	**Objetivo**
1	Jogo da Trilha ou Moinho	Atividade com o jogo Trilha ou Moinho	Perceber as mudanças qualitativas dentro do jogo
2	Robozinho	Adaptação da atividade do Robozinho	Estabelecer uma forma de representação para expressar os movimentos quantitativos

Quadro 4.5: As ações e os objetivos do primeiro dia (módulo 2)

Trilha ou Moinho é um dos mais famosos dos jogos da família conhecida como Morris, da qual faz parte também o Jogo da Velha. Tabuleiros do jogo foram encontrados no

Egito (cerca de 1400 a.C), Sirilanka (10 d.C) e no navio viking Gokstad (900 d.C). Durante o século XIV, tabuleiros sofisticados já apresentavam um formato de uma caixa baixa com as tampas presas por dobradiças, da qual um lado era usado como tabuleiro de xadrez, o outro, como tabuleiro de trilha e, quando aberta, o seu interior servia como tabuleiro de gamão.

O objetivo do jogo é conseguir reduzir o numero de peças de seu oponente a duas, ou bloquear todas as peças dele de forma que não possam mais se movimentar. Nesse tipo de jogo, o posicionamento inicial é fundamental para o desempenho do jogador durante a fase de movimentação; a tal ponto que uma partida pode ser perdida ou ganha em função desse posicionamento estratégico.

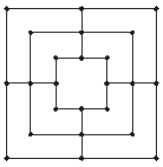
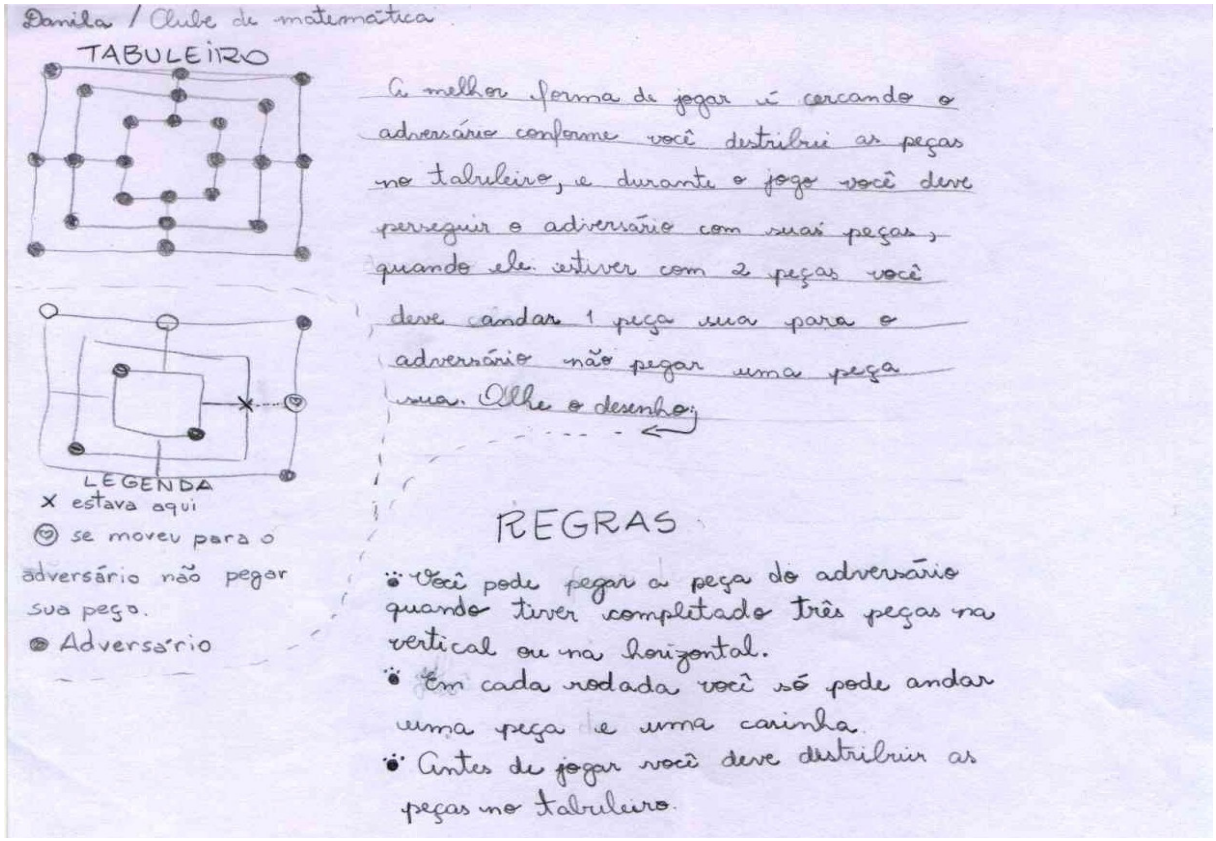


Figura 4.9: O tabuleiro do jogo Trilha ou Moinho

Nessa ação, fizemos uso das regras habituais para mostrar que o controle e a organização favorecem as mudanças qualitativas que conduzem ao sucesso no jogo.

No registro (registro 4) feito pela aluna *Dani II*, percebemos duas ações de aprendizagem: primeiro, constatamos uma ação de concretização das relações encontradas na atividade por meio do uso de objetos, desenhos, símbolos, maquetes, mapas e outros. Segundo, de posse do modelo das relações, a aluna promove o controle das ações anteriores e a avaliação da aquisição da forma geral de resolução, ao explicar a "melhor forma de jogar".

Registro 4: *Algumas ações de aprendizagem*


Danila / Clube de matemática

TABULEIRO

A melhor forma de jogar é cercando o adversário conforme você distribui as peças no tabuleiro, e durante o jogo você deve perseguir o adversário com suas peças, quando ele estiver com 2 peças você deve andar 1 peça sua para o adversário não pegar uma peça sua. Olhe o desenho.

LEGENDA
X estava aqui
se moveu para o adversário não pegar sua peça.
Adversário

REGRAS

- Você pode pegar a peça do adversário quando tiver completado três peças na vertical ou na horizontal.
- Em cada rodada você só pode andar uma peça e uma carinha.
- Antes de jogar você deve distribuir as peças no tabuleiro.

A melhor forma de jogar é cercando o adversário conforme você distribui as peças no tabuleiro, e durante o jogo você deve perseguir o adversário com suas peças, quando ele estiver com 2 peças você deve andar 1 peça sua para o adversário não pegar uma peça sua. Olhe o desenho.

O Segundo momento do primeiro dia (módulo 2)

O segundo momento do dia foi destinado ao estabelecimento de uma linguagem escrita e oral que pudesse expressar as mudanças de qualidade e quantidade dentro do problema proposto para as crianças. Para isso, desenvolvemos a seguinte ação que é chamada de Robozinho[16]. Esta tarefa consiste em fazer com que um robô hipotético (uma das crianças) conclua algumas tarefas (veja os detalhes no anexo). Esse robô somente reconhece alguns comandos especiais e a atividade é desenvolvida num tabuleiro feito no piso da sala (figura 4.10).

[16] Esta atividade foi desenvolvida pela estagiária do Clube de Matemática Vanessa Pantarotto.

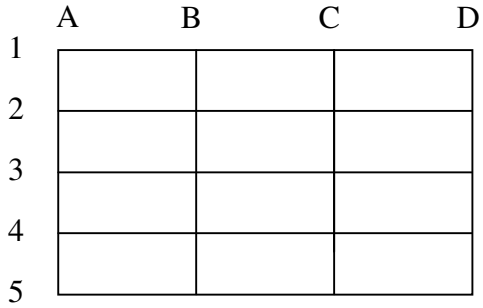


Figura 4. 10: O tabuleiro do Robozinho

O objetivo desta ação é promover o uso da linguagem oral e da escrita para o controle dos movimentos quantitativos do robô. No desenvolvimento da atividade, foram organizados dois grupos (quatro alunos em cada um) em dois tabuleiros distintos com uma série de objetivos a serem alcançados. Cada aluno desenvolveu individualmente os comandos para o seu robô e depois testou com um colega, sendo que era necessário que o aluno tivesse escrito os seus comandos e que conduzisse oralmente o seu colega para a execução da tarefa desejada.

O primeiro episódio (episódio 7) relacionado a esta tarefa se caracteriza por estar conexo ao contexto da crítica.

Episódio 7: O c*ontexto da crítica*

Em uma das mesas os meninos continuam a fazer a atividade, enquanto o professor vai à mesa onde estão sentadas as alunas Bi, Dani II, Niela e Lene e a estagiária para esclarecer algumas dúvidas.
Após o professor sair da mesa e retornar a mesa dos meninos, a Lene levanta-se da mesa e vai sentar numa cadeira ao lado do mapa feito no piso. Após sentar-se, ela passa a observar atentamente o mapa. Durante um minuto e meio, Lene fica observando e, ao mesmo tempo, vai desenhando o seu movimento na sua folha; para isso, ela vai fazendo movimentos silenciosos com sua boca, como se estivesse repassando cada um dos pontos por onde o robozinho passará. Ao terminar, ela retorna para a mesa.

A ação da aluna *Lene* caracteriza a criação de um contexto da crítica a partir do momento em que ela tem a oportunidade de elaborar e implementar na prática um modo alternativo, um novo esquema de executar o trabalho. De acordo com Engestrom (2002, p.192-193), "os alunos têm de aprender algo que ainda não está ali; eles adquirem sua atividade futura enquanto a vão criando". A criação dessa nova atividade se dá em momentos como o exposto no episódio 7, em que a aluna está envolta em um processo de análise, que visa a criação de um modo geral de ação. Em outras palavras, ela está motivada e mobilizada

para a descoberta de um princípio de resolução do problema proposto, que possa ser transferido para toda uma classe de situações semelhantes.

No episódio abaixo (episódio 8), podemos caracterizar o contexto da descoberta a partir das ações do aluno *Gu* e da interação com o professor. No episódio, constatamos a presença marcante da experimentação, da busca por uma solução, da tentativa da descoberta das condições de origem dos conceitos envolvidos na atividade. No caso da presente atividade, da apropriação significativa da linguagem utilizada pelo Robozinho.

Episódio 8: *O contexto da descoberta*

Dois minutos após o episódio 7.
O Gu terminou sua atividade e mostrou para o professor.
Prof.: Vamos testá-lo.
Gu vai para a posição A1 do mapa. Ele está direcionado para o ponto A5.
Gu: Andar dois.
Prof.: Dois para onde?
Gu faz um movimento com o braço, apontando para frente do seu corpo.
Prof.: Que direção é esta?
Gu: Para frente.
Prof.: Você escreveu aí?
Gu não responde e retorna para a mesa.

Finalmente, no episódio 9, encontramos o último contexto, o da prática social. Esse contexto que se caracteriza pelo envolvimento, pela interação, pela prática social, atribui a aprendizagem um aspecto marcadamente participativo de todos os sujeitos envolvidos no processo. No episódio, percebemos na interação entre a estagiária e a aluna *Dani* momentos de reflexão, em que o sujeito descobre as razões das suas ações, momentos de análise em busca da solução geral e momentos de transformação e compreensão da situação.

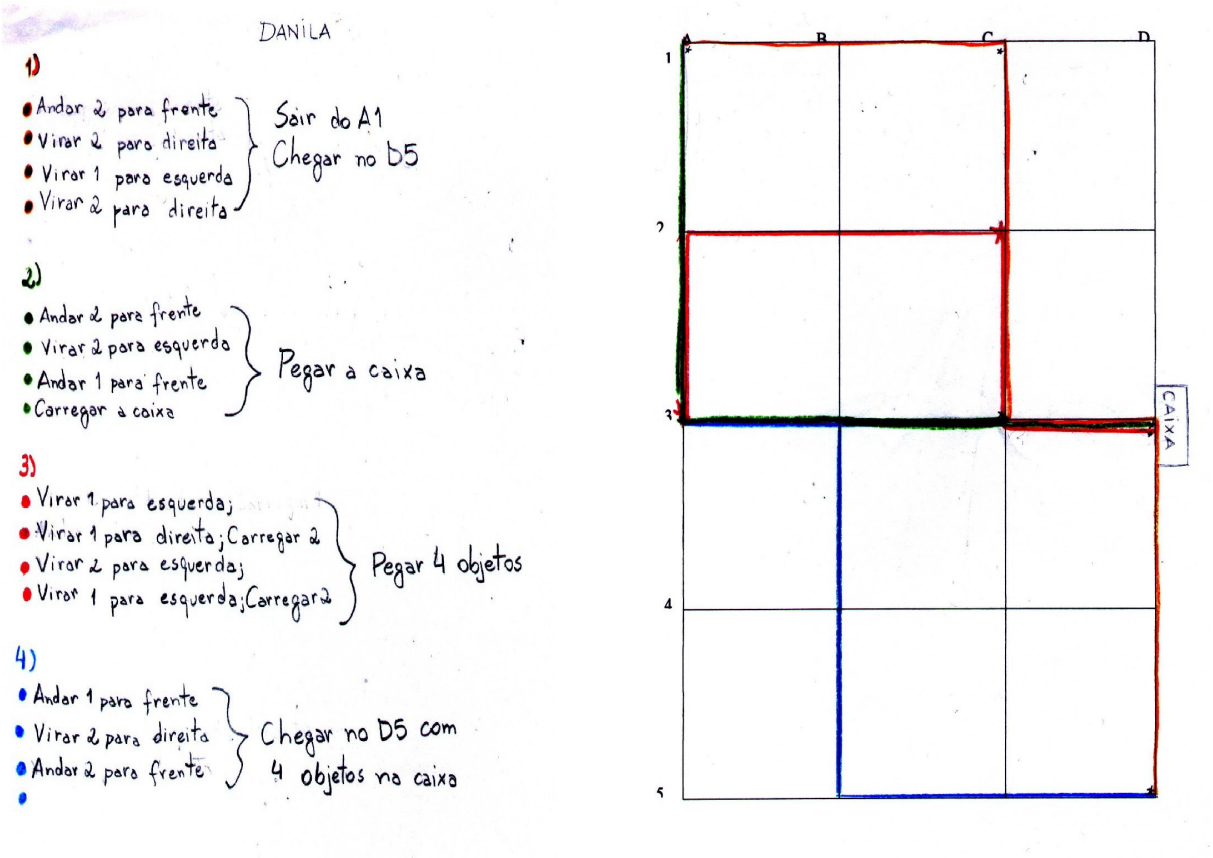
Episódio 9: *O contexto da prática social*

Interação da Dani com a estagiária. As duas estavam sentadas numa mesa ao lado do mapa fazendo a atividade conjuntamente.
A estagiária levanta com a finalidade de testar os comandos do robô, simultaneamente Dani acompanha-a ate o ponto A1.
Estagiária: Pra frente dois
E vai até o ponto C1. Dani faz o mesmo movimento e ficam as duas próximas ao ponto.
Estagiária: Aí, direita dois.
Dani vai a direção do ponto C3.
Estagiária: Isso, isso! Vamos voltar para escrever.
Retornam as duas para a mesa para escrever os comandos.
Após um minuto, a estagiária está sentada na mesa escrevendo, enquanto isso, Dani levanta-se e vai em direção do ponto D3.

Estagiária: E agora?
Dani pensa um pouco e faz um movimento com os braços esquerdo e direito, como se estivesse escolhendo qual é o caminho a ser percorrido.
Dani: Pra lá. É esquerda dois.
Dani caminha em direção do ponto D5.
Estagiária: Isto! Esquerda dois.
Dani retorna para junto da mesa e escreve o comando. Após isso, retorna saltitante para o ponto onde estava.
Dani: Daqui, frente um.
A estagiária escreve o comando.
Estagiária: Frente um.
Dani: Direita um.
Estagiária: Espere aí! Volta lá onde você estava.
Dani retorna para o ponto D5.
Estagiária: Ah! Não, está certo.
Dani vai para o ponto C5.
Dani: Direita um.
Estagiária: Espera aí.
A estagiária escreve o comando.
Dani: Frente um. Direita um.
Estagiária: Direita! Não!
Dani: Direita! Sim!
Estagiária: Ah! É direita!
A estagiária escreve o comando.
Dani: Frente um. Pegar as peças.
Dani abaixa-se e pega o objeto no piso. Ela o mostra para a estagiária e devolve-o ao lugar onde estava anteriormente.
Dani: Direita dois.
Dani fica girando o corpo sobre o ponto A1, a fim de descobrir qual comando será necessário. Mostra o braço esquerdo para a estagiária
Dani: Virar para a esquerda.
Gira o corpo e dá um passo para esquerda e vai parar no ponto B1. Dá dois passos e vai para o ponto B3.
A estagiária olha para a folha.
Estagiária: Mas, aí você está dando volta demais. Não é melhor você fazer direita um, frente um e pegar os dois objetos? Ali, você já pegou o triângulo e o quadrado. Porque assim você está dando uma volta desnecessária.
Dani vai em direção ao ponto B4. Retorna para A1 e começa a fazer os comandos que a estagiária disse, mas pára um pouco.
Dani: Como é mesmo? Repete.
Estagiária: Direita um.
Dani: Frente um.
Estagiária: Espera aí, agora já está complicado de novo.
Dani vai em direção da estagiária e observa a folha. Depois disso, retorna para o ponto B1.
Dani: Para frente um, esquerda um, pegar os dois objetos, frente um.
Estagiária: Não, agora tá certo, só precisava de quatro objetos. Não precisa pegar este último.
Dani volta para a mesa para finalizar a atividade.
Estagiária: Agora está certo, só precisa arrumar aqui.
Dani pega a folha e começa a arrumá-la.

Para encerrar a análise dessa atividade, podemos ver no registro (registro 5) da aluna *Dani II* a compreensão e concretização do objetivo da atividade, que era a utilização de uma forma de linguagem como modo de descrever os movimentos quantitativos do Robozinho.

Registro 5: O registro da atividade



Com a análise dos episódios referentes à atividade do Robozinho, percebemos o surgimento de ações relacionadas aos três contextos (da crítica, da descoberta, da prática social) que caracterizam os espaços de aprendizagem. Engestrom (2002, p.193) aponta que esses contextos apresentam forças cognitivas, sociais e motivacionais distintas entre eles:

> O contexto da crítica enfatiza os poderes de resistir, questionar, contradizer e debater. O contexto da descoberta enfatiza os poderes de experimentar, modelar, simbolizar e generalizar. O contexto da prática social enfatiza os poderes da relevância social e da aplicabilidade do conhecimento, do envolvimento da comunidade e da prática guiada.

O estabelecimento de um processo de aprendizagem caracterizado pelo surgimento dessas forças pode certamente contribuir para o fim do 'encapsulamento' da aprendizagem escolar e possibilitar aos sujeitos da atividade o desenvolvimento potencial das

suas personalidades em todos os seus aspectos, inclusive enfatizando o caráter criativo que deve permear o ensino escolar.

O segundo e terceiro dias (módulo 2)

No segundo dia desse módulo de atividades, tivemos como tema: a escrita com palavras do movimento das quantidades. A ação desenvolvida foi a de criar um diário para o controle de movimentos quantitativos. Para isso, fizemos uso de um jogo de tabuleiro chamado Dinheiro do mês.

Dia 2: a escrita com palavras do movimento das quantidades			
	Ações/tarefas	**Descrição**	**Objetivo**
1	Dinheiro do mês	Criação de um diário para o registro dos acontecimentos no jogo Dinheiro do mês	Levar a criança a perceber que o registro, feito somente com palavras, causa alguns problemas quando utilizado em situações de controle dos movimentos das quantidades.

Quadro 4.6: As ações e os objetivos do segundo dia (módulo 2)

O jogo Dinheiro do mês, produzido e distribuído no Brasil pela empresa Estrela, é um jogo de tabuleiro que simula a vida de um trabalhador assalariado durante um mês. Nesse período, ele tem uma série de tarefas a fazer, por exemplo: pagar contas, fazer compras, receber correspondência etc. O objetivo do jogo é chegar ao fim do mês com uma quantidade maior de dinheiro que os seus adversários.

Figura 4.11: O jogo Dinheiro do Mês

O jogo Dinheiro do Mês foi utilizado dentro da atividade orientadora de ensino como cenário para a criação de uma história virtual. De acordo com Araújo (2003, p.64), "A história virtual tem sido compreendida como um recurso teórico-metodológico que se

apresenta como uma situação desencadeadora de aprendizagem". Moura (1996b, p. 20) define a história virtual da seguinte maneira:

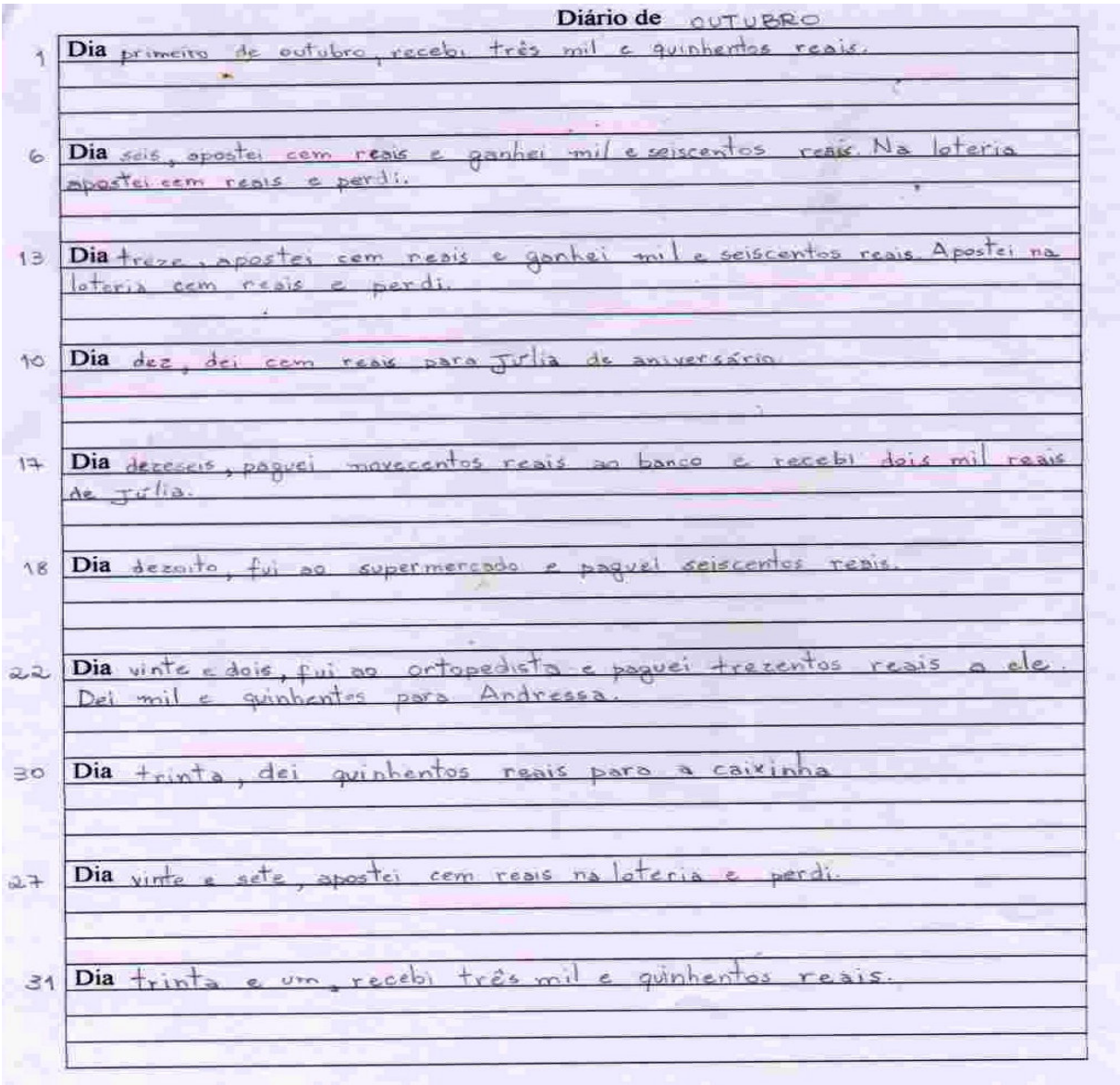
> São as situações-problema colocadas por personagens de histórias infantis, lendas ou da própria história da matemática como desencadeadoras do pensamento da criança de forma a envolvê-la na construção de soluções que fazem parte do contexto da história. Dessa forma, contar, realizar cálculos, registrá-los, poderá tornar-se para ela uma necessidade real.

A dimensão histórica é considerada dentro da atividade orientadora de ensino como uma das formas de perceber o processo sócio-cultural do conceito; nesse sentido, significa conceber o conceito inserido em uma história na qual homens e mulheres, diante de necessidades objetivas, buscam e elaboram soluções. Porém, "considerar a unidade lógico-histórica no ensino de matemática implica perceber o movimento histórico do conceito não apenas como história da matemática". Ao fazermos isto, estamos "correndo o risco converter-se em um próprio conteúdo matemático" (ARAÚJO, 2003, p.43).

Tendo em mente a dinâmica histórica do conceito, elaboramos uma atividade orientadora de ensino no formato de uma história virtual, em que uma personagem tem a necessidade de registrar os movimentos quantitativos, que, de acordo com Lima e Moura (2001), surge com o desenvolvimento do trabalho humano. A partir desse desenvolvimento, os movimentos que precisam ser administrados passam a se tornar cada vez mais intensos. As trocas comerciais aumentam de velocidade a tal ponto que escrevê-las se tornou algo demorado que atrapalha a vida. Surge então a necessidade da criação de um novo instrumento, de uma nova forma de controle das quantidades.

Tentando mostrar esta necessidade, propomos a atividade de criação de um diário (ver anexo), no qual o sujeito deveria registrar os movimentos quantitativos presentes na dinâmica do jogo. Para esse registro, não era permitido a ele utilizar qualquer símbolo matemático, era permitido somente o uso de palavras. Vejamos no registro 6 como a aluna *Dani II* elaborou o seu registro.

Registro 6: *O controle dos movimentos quantitativos*



Diário de OUTUBRO

1 Dia primeiro de outubro, recebi três mil e quinhentos reais.

6 Dia seis, apostei cem reais e ganhei mil e seiscentos reais. Na loteria apostei cem reais e perdi.

13 Dia treze, apostei cem reais e ganhei mil e seiscentos reais. Apostei na loteria cem reais e perdi.

10 Dia dez, dei cem reais para Júlia de aniversário.

17 Dia dezesseis, paguei novecentos reais ao banco e recebi dois mil reais de Júlia.

18 Dia dezoito, fui ao supermercado e paguei seiscentos reais.

22 Dia vinte e dois, fui ao ortopedista e paguei trezentos reais a ele. Dei mil e quinhentos para Andressa.

30 Dia trinta, dei quinhentos reais para a caixinha

27 Dia vinte e sete, apostei cem reais na loteria e perdi.

31 Dia trinta e um, recebi três mil e quinhentos reais.

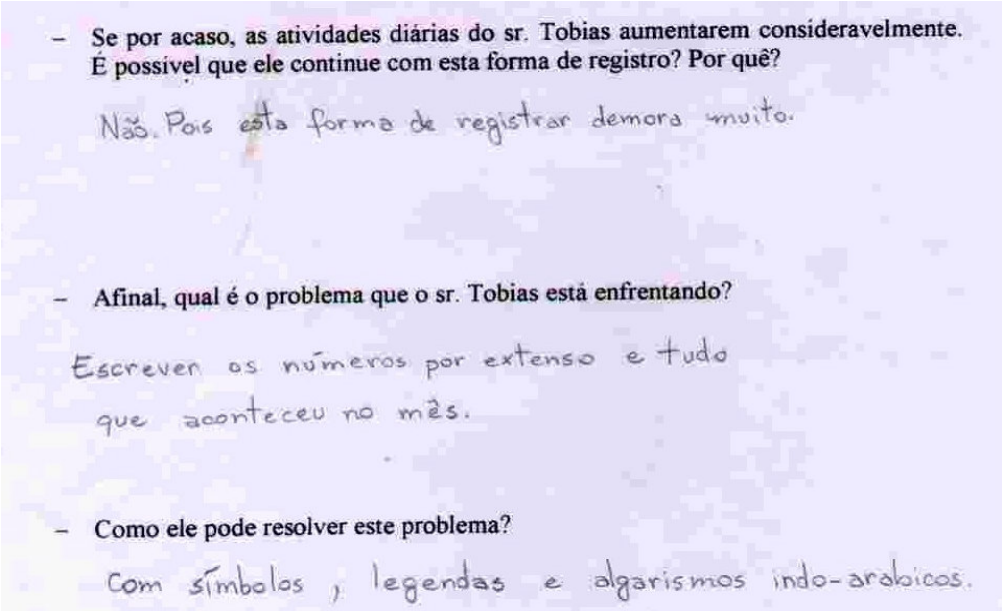
Após o desenvolvimento do jogo e o registro das ações, foi solicitada à criança a reflexão sobre três questões, que foram elaboradas com o objetivo de ser um primeiro passo a realização de uma síntese teórica sobre a insuficiência do instrumento utilizado na atividade:

- Que problema esta forma de registrar o movimento diário de sua vida traz para o sr. Tobias[17]?
- Se por acaso as atividades diárias do sr. Tobias aumentarem consideravelmente, é possível que se continue com esta forma de registro? Por quê?
- Afinal, qual é o problema que o sr. Tobias está enfrentando?

Vejamos nas respostas da aluna Dani II (registro 7) a síntese elaborada por ela, que demonstra a compreensão do objetivo da atividade.

[17] Sr. Tobias foi a personagem criada dentro da história virtual.

Registro 7: *A compreensão da insuficiência do instrumento de controle dos movimentos das quantidades*



– Se por acaso, as atividades diárias do sr. Tobias aumentarem consideravelmente. É possível que ele continue com esta forma de registro? Por quê?

Não. Pois esta forma de registrar demora muito.

– Afinal, qual é o problema que o sr. Tobias está enfrentando?

Escrever os números por extenso e tudo que aconteceu no mês.

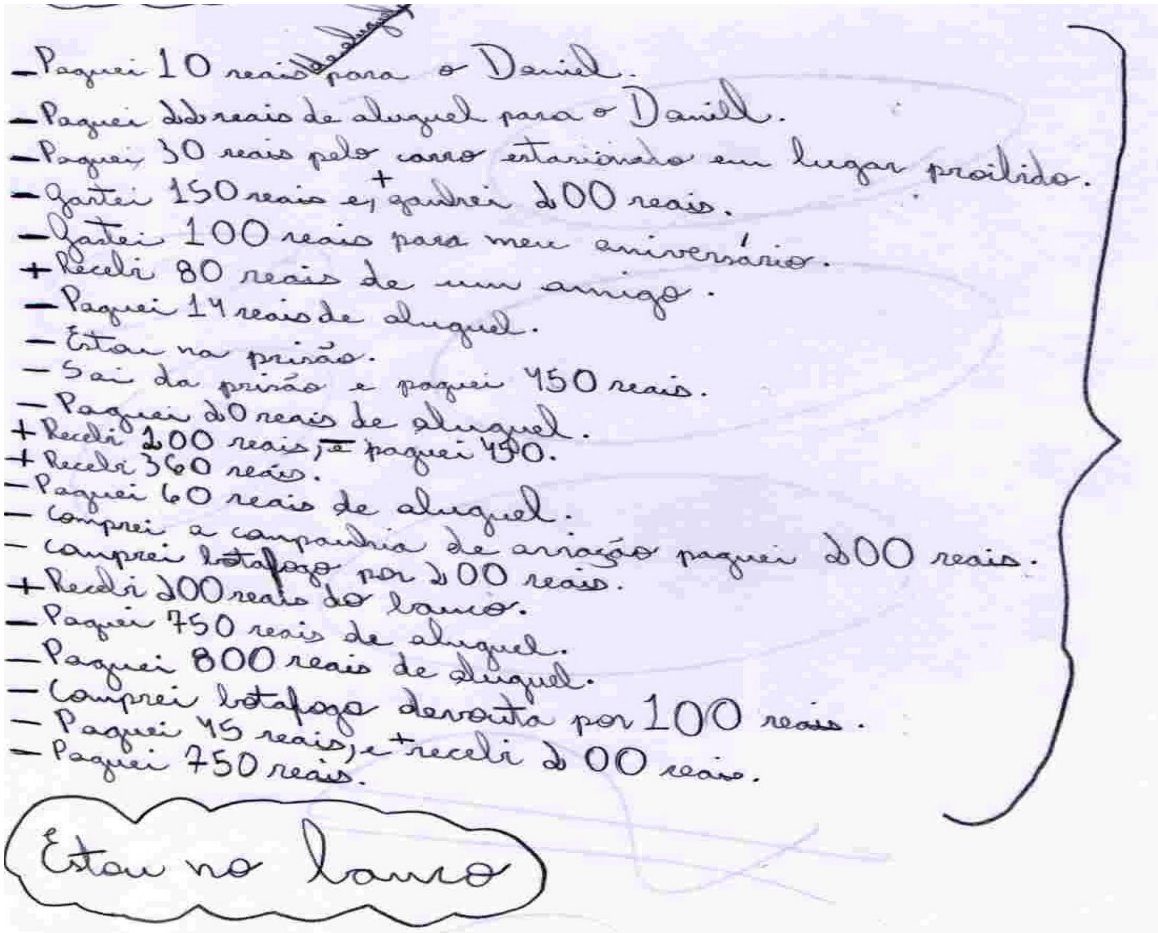
– Como ele pode resolver este problema?

Com símbolos, legendas e algarismos indo-arabicos.

Com esta ação, mostramos às crianças a insuficiência da forma de registro das quantidades utilizada na atividade, ou seja, o uso das palavras como meio de controle das quantidades causa alguns transtornos na realização desta tarefa, por não otimizá-la. Sendo assim, as crianças perceberam a necessidade da criação de um novo instrumento para o controle das quantidades. A criação desse novo instrumento foi o objetivo do terceiro dia do segundo módulo.

No registro 8, feito pelo aluno *Ka*, encontramos este instrumento: a criação de uma linguagem matemática simbólica, no qual encontramos símbolos numéricos não-numerais, os símbolos, que não são os numerais, mas que expressam movimentos numéricos.

Registro 8: *A linguagem matemática simbólica*



Para o desenvolvimento dessa atividade, utilizamos, novamente como cenário, um jogo de tabuleiro, só que agora o jogo escolhido foi o Banco Imobiliário. Esse jogo de tabuleiro, fabricado e distribuído no Brasil pela empresa Estrela (um clássico mundial, é conhecido como Monopoly nos países de língua inglesa), consiste basicamente na simulação de um mercado imobiliário, no qual o objetivo de cada jogador é ter o monopólio de todos os imóveis do tabuleiro.

Dia 3: os símbolos e a linguagem matemática			
	Ações/tarefas	**Descrição**	**Objetivo**
1	Banco Imobiliário	Atividade desenvolvida com o jogo Banco Imobiliário	Usar os símbolos matemáticos como uma forma de registro mais eficiente no movimento das quantidades

Quadro 4.7: As ações e os objetivos do terceiro dia (módulo 2)

Figura 4. 12: O Banco Imobiliário

Com a utilização do Banco Imobiliário, oferecemos às crianças a possibilidade de comprovar a eficácia da resposta dada por elas para o questionamento sobre qual seria a forma utilizada para resolver a situação posta no último encontro. Dessa forma, estávamos criando condições reais para o estabelecimento de uma das ações de aprendizagem, que é a avaliação da forma geral de resolução de uma situação-problema. A proposta de atividade foi fazer, de forma livre, o registro dos acontecimentos do jogo da forma mais rápida e precisa, mas enfatizamos sempre a questão da utilização de uma forma precisa e rápida que não atrapalhasse o andamento do jogo.

4. 1. 3 - Módulo 3: Uma linguagem particular do movimento das quantidades

O primeiro dia (módulo 3)

O primeiro dia do terceiro módulo foi destinado ao trabalho com a linguagem matemática. Nesse dia, fizemos uso do jogo de tabuleiro Senha e de uma adaptação desse jogo.

Dia 1: o uso da linguagem matemática para a compreensão dos movimentos das quantidades			
	Ações/tarefas	**Descrição**	**Objetivo**
1	Senha	Atividade com o jogo Senha	Desenvolver estratégias e familiarização com o jogo
2	Códigos secretos	Adaptação do jogo Senha, com o uso de números e cores.	Desenvolver uma situação em que as equações apareçam implicitamente

Quadro 4.8: As ações e os objetivos do primeiro dia (módulo 3)

O Senha é um jogo de tabuleiro, distribuído e produzido pela empresa Estrela, que tem como objetivo descobrir no menor número de tentativas uma seqüência secreta de cores criada por um dos jogadores. É um jogo que exige o desenvolvimento de modos de ação para concretizar a solução da questão posta pelo adversário.

Figura 4. 13: O tabuleiro do jogo Senha

O uso do Senha foi feito com o único objetivo de familiarizar as crianças com o jogo, para que o objetivo da próxima atividade pudesse ser alcançado sem maiores entraves referentes às regras do jogo.

Com o desenvolvimento dessa 'base', passamos a segunda tarefa do dia. Ela foi denominada de códigos secretos e consistiu de uma adaptação do Senha. Para essa atividade, fizemos uso da temática da espionagem, como pano de fundo para a criação de uma história, que possibilitasse o surgimento de situações com expressões numéricas.

A atividade foi organizada da seguinte maneira: inicialmente, as crianças foram dividas em dois grupos, uns seriam considerados 'os agentes federais' e os outros seriam chamados de 'terroristas'. A função dos 'agentes' seria descobrir o código utilizado pelos 'terroristas', para se evitar que acontecessem atentados na cidade de São Paulo. Após essa

organização, os alunos dividiram-se em duplas (um ‘agente’ e um ‘terrorista’), cada uma com um tabuleiro do jogo Senha, a função do ‘terrorista’ era criar uma seqüência de cores. Para cada uma das cores, foi estabelecido um valor numérico. Os procedimentos do ‘terrorista’ para criar o código secreto eram os seguintes: criar uma seqüência de cores, de acordo com o seu desejo; transformá-la em uma expressão numérica utilizando as operações de adição e subtração, entregues em um cartão de ‘codificação’; encontrar o valor numérico da expressão, e finalmente oferecer ao ‘agente’ uma dica, que seria o valor numérico da expressão. O ‘agente’ poderia fazer o seguinte para descobrir o código: utilizar as peças coloridas do Senha, sem estabelecer relação com a dica numérica, ou tentar descobrir os valores numéricos de cada cor, já que ele possuía uma tabela contendo alguns valores relacionados às cores. Essa tabela, de acordo com o contexto do jogo, foi conseguida por meio do ‘serviço secreto’. Para cada código descoberto pelos ‘agentes’, eles recebiam uma dica sobre o local onde ocorreria o ‘atentado’. Se o lugar fosse descoberto, um dos ‘terroristas’ seria ‘p reso’ e passaria a ajudar os ‘agentes’.

O objetivo dessa atividade foi o de possibilitar às crianças o contato com as expressões numéricas. De acordo com Lima e Moura (2001), a expressão numérica é o numeral que representa um determinado movimento quantitativo, em outras palavras, ele descreve uma história que conta o movimento quantitativo. No registro 9, encontramos exemplos dos registros elaborados pelas crianças durante a atividade.

Registro 9: *As expressões numéricas*

Rodada	Seqüência de cores	Seqüência numérica	Dica
1	amarelo, verde, azul e vermelho	4+8+8+6	14
2	amarelo, verde, vermelho e azul	4+8-6+2	8

Rodada	Seqüência de cores	Seqüência numérica	Dica
1	VERDE - VER - AM - AZ	5-3-1-0 = 1	1
2	VERDE - AM - VER - VERDE	5-3+1+5 = 8	8
3	AZ - AM - VER - AZ	2X4+6+2 = 16	16
4	VER - AM - VERDE - AZ	3X2-6+9 = 9	9

O segundo dia (módulo 3)

O segundo dia desse módulo teve como objetivo a busca por respostas para situações numéricas surgidas para o controle do movimento das quantidades. A primeira atividade desenvolvida foi chamada de Descubra (ver anexo) e teve como objetivo a busca por solução de uma situação numérica posta pelos alunos e a escrita não-formal das primeiras

equações do primeiro grau. A atividade seguinte foi o jogo de Dardos[18], utilizado com a finalidade de propiciar algumas situações que oferecessem o surgimento de equações.

Figura 4.14: O jogo de Dardos

Dia 2: a busca por uma resposta			
	Ações/tarefas	**Descrição**	**Objetivo**
1	Descubra	Encontre o valor	Resolver equações por meio de tentativas
2	jogo de Dardos	Atividade com o jogo de Dardos	Propiciar situações com o envolvimento das equações

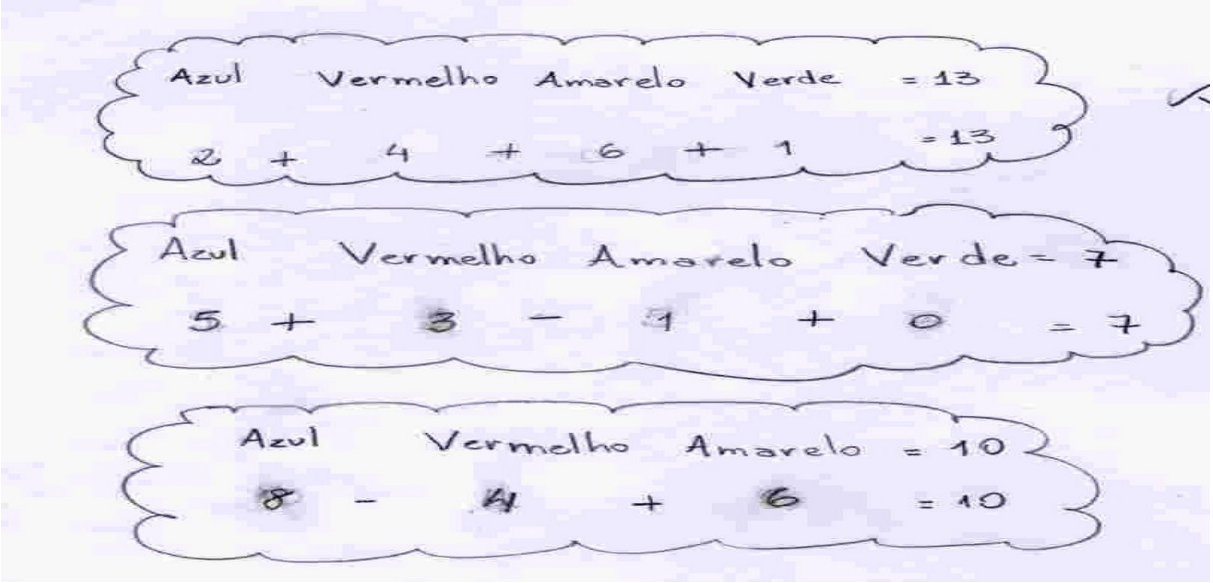
Quadro 4.9: As ações e os objetivos do segundo dia (módulo 3)

A tarefa denominada Descubra foi organizada sobre os princípios das atividades de ensino desenvolvidas no primeiro dia desse módulo e portanto, baseou-se sobre a idéia da construção de combinações de cores. Porém, dessa vez, não fizemos uso de peças coloridas, somente estabeleceram-se tabelas com as cores e os respectivos valores. A dinâmica do jogo foi a seguinte: organizados em duplas, cada um dos jogadores recebe uma folha contendo tabelas com cores e valores. A tabela do jogador desafiante não contém algum dos valores das cores. Já a do desafiado contém todos os valores das cores. Após a escolha de quem será o desafiado e o desafiante, o jogador desafiado deve criar uma combinação de cores, estabelecer a expressão numérica correspondente e oferecer o resultado ao seu adversário. Cabe ao adversário descobrir o valor numérico da cor que falta por meio de tentativas. Para cada valor descoberto, o jogador recebe 10 pontos. Após três rodadas, o jogador desafiante deve trocar de mesa e passar a ser o desafiado em outra mesa. Após todas as crianças terem jogado em todas as mesas, encerra-se a partida e faz-se a soma dos pontos para descobrirmos o vencedor.

O objetivo dessa tarefa foi o de estabelecer soluções para as equações elaboradas pelas crianças por meio de tentativas. No registro 10, encontramos, depois de organizado pela aluna *Dani II*, as suas respostas a uma das passagens em que ela era a jogadora desafiante.

[18] Por problemas técnicos com a fita de vídeo, que continha os dados referentes a esta atividade, não foi possível analisar esta parte do trabalho.

Registro 10: *Os Registros numéricos*



O último dia

O último dia de atividades foi dedicado ao desenvolvimento das ações finais referentes ao conceito de equação do primeiro grau, as quais foram concentradas num material escrito (ver anexo), que teve o objetivo de sintetizar todo o trabalho realizado até aquele momento. Para encerrar, após o término da primeira ação, fizemos um momento livre de recreação para as crianças, no qual elas puderam jogar e usar os materiais do laboratório livremente.

Dia 3: a solução por tentativa			
	Ações/tarefas	**Descrição**	**Objetivo**
1	Equações	Atividade final com as equações	Escrever a solução de equações por tentativa
2	Jogos	Atividade recreativa	Encerrar com um momento de recreação

Quadro 4.10: As ações e os objetivos do terceiro dia (módulo 3)

Na tentativa de promover uma síntese final sobre as equações do primeiro grau, foi elaborado um material escrito contendo algumas questões: descobrir o valor que está faltando em cada uma das tabelas; escrever todas as equações possíveis para os resultados indicados e achar o valor desconhecido; e, finalmente, descobrir o valor da região do alvo do jogo de Dardos e escrever a equação correspondente em cada uma das situações dadas.

No registro 11, encontramos as respostas dadas à primeira questão pela aluna *Dani II*; já no registro 12, temos as respostas do aluno *Gu* dadas à segunda questão.

Registro 11:

Descubra o valor da cor que está faltando em cada situação posta para você.

Cor	Valor
Azul	2
Verde	?
Vermelho	4

Seq. de cores	Equação	Resposta
Azul e verde	Azul + □ = 5	2+3=5
verde e azul	□ - Az = 1	3-2=1
Vermelho e verde	V + ? = 7	4+3=7
Vermelho e verde	V - ? = 1	4-3=1

Cor	Valor
Azul	5
Verde	?
Vermelho	6

Seq. de cores	Equação	Resposta
Azul e verde	5 + verde = 12	= 5+7=12
Vermelho e verde	? + 6 = 13	= 7+6=13
verde e azul	Vd – 5 = 2	= 7-5=2
Vermelho e verde	Vd – 6 = 1	= 7-6=1

Cor	Valor
Azul	3
Verde	?
Vermelho	9

Seq. de cores	Equação	Resposta
Azul, azul e verde	3 + 3 – vd = 1	3+3-5=1
Azul, verde e azul	3 + vd – 3 = 5	3+5-3=5
Vermelho, verde e azul	9 + vd – 3 = 11	9+5-3=11
Vermelho, verde e verde	9 + vd + vd = 19	9+5+5=19

Cor	Valor
Azul	2
Verde	?
Vermelho	3

Seq. de cores	Equação	Resposta
	3 + vd – 2 + vd = vd + 9	17
	2 + vd + 3 = 13	8
	3 = vd – 3 – 2	8
	9 = vd + 3 – 2	8

Registro 12:

a) **Resultado 10:**

1+V+6 | 6+1+V
1+6+V | 6+V+1
V+1+6
V+6+1

b) **Resultado 2:**

1+V-2=2

c) **Resultado 8:**

1+6+V=8

d) **Resultado 16:**

V+6+1+1=16

e) **Resultado 1:**

6+1-V=1