UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

FACULDADE DE EDUCAÇÃO

Contextualização: o sentido e o significado na aprendizagem de matemática

WANESSA APARECIDA TREVIZAN DE LIMA

São Paulo
2018

WANESSA APARECIDA TREVIZAN DE LIMA

Contextualização: o sentido e o significado na aprendizagem de matemática

Tese apresentada ao programa de Pós-Graduação em Educação da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutora em Educação.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Orientador: Prof. Dr. Oscar João Abdounur

São Paulo
2018

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE.

Catalogação na Publicação
Serviço de Biblioteca e Documentação
Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo

375.3 Lima, Wanessa Aparecida Trevizan de
L732c Contextualização: o sentido e o significado na aprendizagem de matemática / Wanessa Aparecida Trevizan de Lima; orientação Oscar João Abdounur. São Paulo: s.n., 2017.
185 p. ils.; apêndice

Tese (Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Educação. Área de Concentração: Ensino de Ciências e Matemática) - - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo.

1. Matemática (Estudo e ensino) 2. Música 3. Aprendizagem I. Abdounur, Oscar João, orient.

Bibliotecária Nicolly Leite – CRB/8-8204

LIMA, W. A. T. **Contextualização: o sentido e o significado na aprendizagem de Matemática.** Tese apresentada à Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo para obtenção do título de Doutora em Educação.

Aprovada em: ____/____/____

Banca Examinadora

Prof._____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof._____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof._____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof._____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Prof._____

Instituição: _____ Assinatura: _____

Ao Criador da vida, da Matemática, da Música e de todas as obras perfeitas que compõem a nossa existência.

Agradecimentos

Ao término de mais essa etapa da vida, olho para trás e percebo que não teria sido possível concluí-la sozinha. Agradeço a todos que participaram dela com ações, conselhos, incentivos.

Primeiramente, devo agradecer a Deus pela liberdade que nos concede de fazermos escolhas e pela sabedoria que não recusa em oferecer a quem deseja fazer as melhores escolhas.

À minha mãe Marcia, melhor amiga, melhor exemplo, engajada na arte de ser mãe e de participar de cada momento de nossa vida com palavras e atitudes de ensinamento e ânimo.

Ao meu pai Alencar, companheiro de todos os momentos, que nos inspira através de sua alegria e fé. À minha irmã Andressa que, com gestos, demonstra seu carinho e apoio.

Ao meu esposo Maurício, compreensivo e dedicado, parceiro nas ideias e reflexões, cúmplice em cada projeto de vida, sócio na missão de sermos pessoas cada vez melhores.

Ao meu filho Carlos Samuel que, com cada movimento em meu ventre, participou da etapa final deste trabalho, me trazendo a felicidade e a esperança necessárias para prosseguir.

A todos os familiares e amigos que, apesar de não mencionados, não foram esquecidos. Minha gratidão a vocês é eterna.

Ao meu orientador Oscar João e aos meus amigos professores Elio, Brolezzi, Zaqueu, Luzia e Marina que acompanharam de perto as discussões e atividades que compuseram este trabalho.

Ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo que me concedeu o afastamento e todo o apoio, essencial para a realização desse trabalho. E a todos os meus colegas de trabalho que dele fazem parte.

À Escola Estadual Helena Loureiro Rossi em Poá, SP, onde aprendi as primeiras lições e onde tive a oportunidade de retornar para aplicar a presente pesquisa. E aos profissionais, inclusive meus ex-professores que me receberam de braços abertos.

À banca examinadora por todas as críticas e contribuições.

Resumo

LIMA, Wanessa Aparecida Trevizan. **Contextualização: o sentido e o significado na aprendizagem de matemática**. 2018. 185 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.

Diante da afirmação recorrente entre alunos e pesquisadores de que a aprendizagem escolar dos conteúdos matemáticos são carentes de sentido e significado, temos elaborado propostas contextualizadoras para o ensino dessa disciplina. Na primeira parte deste trabalho, procuramos esclarecer a significação das palavras *sentido*, *significado* e *contextualização*, do modo como têm sido por nós interpretadas e a relação que essas palavras têm entre si. Para isso, nos embasamos em teorias da aprendizagem, as quais nos apontam caminhos para acreditar que a aprendizagem escolar pode ser relevante e significativa para os estudantes. A partir dessas teorias, argumentamos que a aprendizagem de um conteúdo escolar deve estar conectada às necessidades do indivíduo e a outros conteúdos, os quais compõem os contextos do conteúdo principal. Na segunda parte, através de uma pesquisa-ação, buscamos atingir o nosso objetivo de *investigar se determinada sequência didática, elaborada a partir de uma concepção específica de contextualização, contribui para conferir sentido e significado para a aprendizagem de um conteúdo matemático específico.* O conteúdo matemático escolhido foi Progressões Geométricas e a sequência didática contextualizadora foi a oficina Matemática e Música, aplicada a alunos do Ensino Médio numa escola estadual de São Paulo. Utilizamos, como ferramentas de investigação, entrevistas com os alunos e avaliações diagnósticas. As análises dos resultados contribuem para exemplificarmos a nossa concepção de práticas contextualizadoras, bem como atingirmos o objetivo da pesquisa-ação, acima enunciado.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Contextualização. Matemática e música. Progressões Geométricas. Aprendizagem Significativa. Teoria da Atividade.

Abstract

LIMA, Wanessa Aparecida Trevizan. **Contextualization: sense and meaning in learning mathematics.** 2018. 185 p. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2018.

Faced with the recurring affirmation between students and researchers that school learning of mathematical contents is short of sense and meaning, it was elaborated contextualized teaching purposes for that subject. In the first part of this work, we sought to clear the signification of the words sense, meaning and contextualization, the way that we have been making interpretations about them and the connection among those words. Thus, we based on learning theories that point us out some ways to believe that school learning can be relevant and meaningful for the students. Originating from those theories, we discuss that learning a school content must be connected to the needs of an individual and other contents that compose the contexts of the main content. In the second part, through an action research, we tracked down our objective of investigating if specific didactical sequence, elaborated from a particular conception of contextualization, contributes for giving sense and meaning for learning an explicit mathematical content. The chosen mathematical content was Geometrical Progression, and the didactical sequence was a workshop about Mathematics and Music, applied for high school students of a state school of Sao Paulo. We used, as investigations tools, interviews with students and diagnostic evaluations. The analysis of the results contributes to exemplify our conception of contextualized practices, as well as to reach the aim of action research, as proposed above.

Keywords: Contextualization. Mathematics Instruction. Mathematics and Music. Geometry Progression. Meaningful Learning. Activity Theory.

Lista de figuras

Figura 1- Mapa conceitual: Qual o tipo de aprendizagem que estamos valorizando. 13
Figura 2 - Mapa conceitual: Qual é a estrutura básica de uma atividade, segundo Leontiev? 22
Figura 3 - O aprendizado de altamente mecânico a altamente significativo. 56
Figura 4- Estrutura do conhecimento prévio. 61
Figura 5 - Modelo geral da qualidade da aprendizagem. 63
Figura 6 - Trajetória de uma aprendizagem com sentido e significado. 66
Figura 7 - Os contextos de um conteúdo. 78
Figura 8 - Mapa conceitual: Qual a relação entre as práticas contextualizadoras e a aprendizagem de um conteúdo? 87
Figura 9 - Aplicativo *Tuner – DaTuner (Lite!).* 102
Figura 10 - Notas musicais no piano. 107
Figura 11 - Correspondência entre nomes e símbolos das notas musicais. 107
Figura 12 - As teclas do piano separada pelas oitavas. 109
Figura 13 - Ciclo das notas musicais. 110
Figura 14 - Reta numérica com a sequência de frequências (em Hz) que resultam na nota Lá. 113
Figura 15 - Frequências das notas musicais com diferentes arredondamentos. 116
Figura 16 - L, V e E realizando a apresentação juntamente com a professora de Artes. 119
Figura 17 - Os contextos das Progressões Geométricas na sequência didática Matemática e Música. 138

Sumário

Introdução 11
Parte 1 - Nossa concepção do termo contextualização 16
Capítulo 1 - O sentido da aprendizagem 17
1.1 Teoria da Atividade 21
1.2 As necessidades do indivíduo 24
1.2.1 Necessidades imediatas 29
1.2.2 Necessidades atuais 33
1.2.3 Necessidades amplas 36
1.3 As necessidades e os conteúdos matemáticos 50
Capítulo 2- O significado da aprendizagem 53
2.1 A Teoria da Aprendizagem Significativa 54
2.1.1 Decisão por aprender significativamente 58
2.1. 2 Conhecimentos prévios 59
2.1.3 Material potencialmente significativo 62
2.2 Relação entre sentido e significado 65
Capítulo 3 - A contextualização na aprendizagem 73
3.1 Nossa concepção do termo contextualização 75
3.2 A diversidade de práticas contextualizadoras 88
Parte 2 - Resultados de uma sequência didática contextualizadora 96
Capítulo 4 - Sequência didática: Matemática e Música 97
Capítulo 5 - Resultados da entrevista e avaliação diagnóstica 121
5.1 Primeira entrevista 122
5.2 Segunda entrevista 127
5.3 Avaliação diagnóstica 133
Capítulo 6 - A contextualização em nossa sequência didática 138
Considerações finais 150
Referências bibliográficas 153
Leituras complementares 157
Recursos utilizados na sequência didática 159
APÊNDICE A - PROJETO DE OFICINA MATEMÁTICA E MÚSICA 160
APÊNDICE B - PRIMEIRA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 161
APÊNDICE C - TAREFAS PARA CASA (AULA 1) 162

APÊNDICE D - ATIVIDADE ESCRITA (AULA 2) 163
APÊNDICE E- TAREFAS PARA CASA (AULA 2) 164
APÊNDICE F - ATIVIDADE ESCRITA (AULA 3) 165
APÊNDICE G - TAREFAS PARA CASA (AULA 3) 166
APÊNDICE H - ATIVIDADE ESCRITA (AULA 4) 167
APÊNDICE I - TAREFAS PARA CASA (AULA 4) 168
APÊNDICE J - MÚSICAS COM NOTAS 169
APÊNDICE K - SEGUNDA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA 170
APÊNDICE L - TRANSCRIÇÃO DA PRIMEIRA ENTREVISTA 171
APÊNDICE M - TRANSCRIÇÃO DA SEGUNDA ENTREVISTA 177
APÊNDICE N – AUTORIZAÇÃO 184
APÊNDICE O – TERMO DE CONSENTIMENTO 185

Introdução

Temos nos deparado muitas vezes com a afirmação, por parte de alunos e professores, de que o conteúdo escolar geralmente não tem sentido e significado para os alunos. Essa afirmação, que se faz especialmente sobre os conteúdos matemáticos, tem sido recorrente também em pesquisas da área da Educação[1].

Ao longo de nossa trajetória docente em Matemática, temos desenvolvido práticas de ensino com a finalidade de envolver efetivamente cada um dos estudantes no processo de aprendizagem. O desenvolvimento dessas práticas e, sobretudo, a reflexão sobre os resultados obtidos a partir delas foram as motivações iniciais para a presente pesquisa.

Como sabemos, nossas práticas docentes refletem conhecimentos e crenças que mantemos implicitamente sobre a aprendizagem, sobre o papel do professor, sobre o conteúdo ensinado, sobre currículo, avaliação, entre outros. A fim de limitar nossa linha de pesquisa, enfatizamos, neste trabalho, nossos conhecimentos e crenças sobre a aprendizagem, buscando relacioná-los às práticas que serão propostas.

Em síntese, queremos defender aqui a importância de que a aprendizagem de cada conteúdo tenha sentido e significado para o indivíduo. Pois, somente assim, podemos dizer que ela ocorreu efetivamente e que pode ser proveitosa para o indivíduo e para a sociedade da qual ele faz parte.

É preciso esclarecer que estamos chamando de conteúdos, de forma ampla, todo o repertório de conhecimentos (científico, cultural ou social), habilidades, valores e atitudes que podem ser adquiridos e/ou desenvolvidos pelo ser humano. Consideramos conteúdo na Matemática: os conhecimentos (conceitos, propriedades, algoritmos), as habilidades (operações, raciocínio lógico-indutivo, raciocínio lógico-dedutivo), valores (juízo de valor a respeito da Matemática, de suas aplicações e de suas estratégias de validação) e atitudes

[1] Várias dissertações, teses e artigos trazem afirmações como essa. Por exemplo: “Essa dificuldade de os jovens construírem um sentido para seus estudos pôde ser vista durante a observação contínua dos grupos em estudo no contexto escolar. (SALATINO, 2014). “[...]nos preocupamos em compreender os motivos que impelem muitos alunos a enxergarem o conhecimento matemático como algo totalmente desprovido de significados de qualquer natureza”. (SPINELLI, 2011). “Com minha experiência, para uma boa quantidade de alunos, a matemática parecia uma coisa estranha, algo de que desejamos ficar o mais longe possível”. (CAMPOS, 2009).

(questionar, modelar, relacionar, validar) que sejam úteis para a formação matemática do indivíduo.

Utilizamos a palavra *sentido* com uma significação específica, a qual buscamos esclarecer ainda no primeiro capítulo. De acordo com uma definição dada por Michaelis (2017), sentido é “razão de ser, cabimento, lógica”.

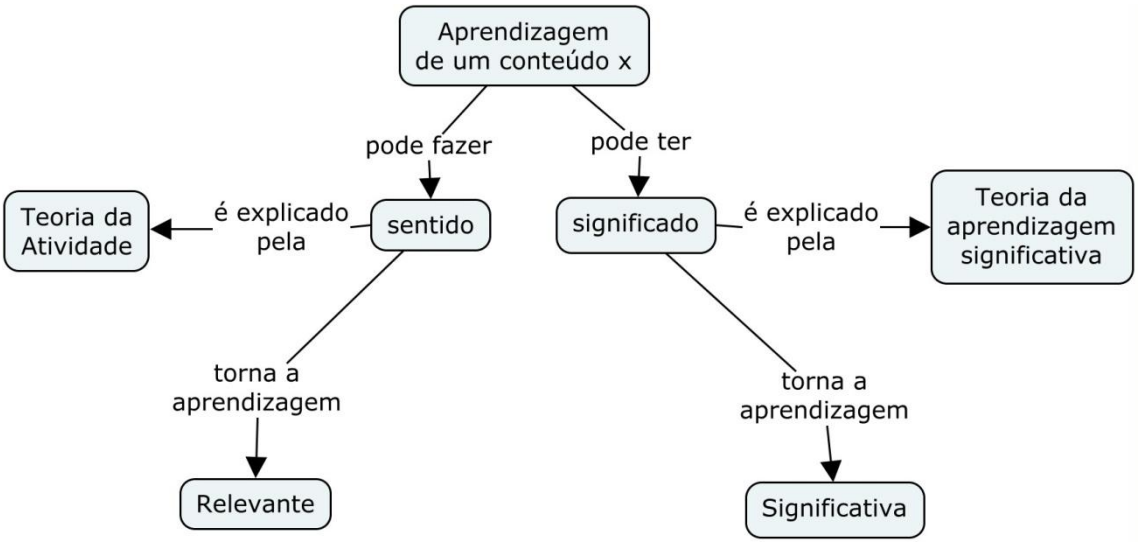
Entendemos que o sentido, ou razão de ser, da aprendizagem de um conteúdo para o indivíduo está na relação que essa aprendizagem tem com uma necessidade sua. A partir da Teoria da Atividade de Alexei Leontiev (1903 - 1979), compreendemos que a aprendizagem deve ter uma relação direta com as necessidades do indivíduo. E classificamos essas necessidades em três categorias, as quais chamamos de *imediatas, atuais e amplas*. Nesta ordem, essas três categorias são cada vez mais distantes do indivíduo, no que diz respeito à sua percepção delas.

Nesse primeiro capítulo, chamamos de *aprendizagem relevante* a aprendizagem de um conteúdo que tenha sentido para o aluno. Essa aprendizagem está relacionada à compreensão, por parte do aluno, do *para que serve* o conteúdo matemático, sendo este *para que serve* muito mais abrangente do que possa parecer numa primeira leitura.

A palavra *significado* também é por nós utilizada com uma significação específica, que buscamos esclarecer no segundo capítulo. Entendemos que a aprendizagem de determinado conteúdo possui significado para o indivíduo, ou é *significativa*, quando, o indivíduo é capaz de relacionar o novo conteúdo a outros que já possui de modo não arbitrário e não literal. Esse conceito é parte da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel (1918 - 2008) e refere-se a uma aprendizagem efetiva por parte do estudante. A aprendizagem significativa é aquela que de fato reestrutura a base conceitual do aluno, possibilitando a ele, inclusive, usar o conhecimento adquirido e/ou criar a partir dele.

O esquema a seguir sintetiza a organização dos capítulos 1 e 2, os quais, embasados por teorias da aprendizagem, caracterizam o tipo de aprendizagem que estamos valorizando na elaboração de nossas práticas.

Figura 1- Mapa conceitual: Qual o tipo de aprendizagem que estamos valorizando.



Fonte: Próprio autor

Temos chamado essas práticas, que buscam dar sentido e significado à aprendizagem, de práticas contextualizadoras. No entanto, estamos cientes da variedade de significações que o termo *contextualização* tem assumido na área de Educação e na Educação Matemática. No capítulo 3, então, tratamos de deixar clara a nossa concepção do termo, a qual é especialmente útil ao ensino de Matemática, mas que pode ser facilmente moldada para uso em outras áreas de ensino.

O objetivo de nossa pesquisa, descrita e analisada na segunda parte deste texto, é, resumidamente,

investigar se determinada sequência didática, elaborada a partir de uma concepção específica de contextualização, contribui para conferir sentido e significado para a aprendizagem de Progressões Geométricas.

Tendo esclarecido a nossa concepção dos termos sentido, significado e contextualização, propusemos uma prática contextualizadora e analisamos os seus resultados. Através de avaliações diagnósticas e entrevistas realizadas com os alunos, verificamos o impacto da sequência didática no sentido e significado de suas aprendizagens.

As escolhas por nós feitas nesta pesquisa-ação[2], como público-alvo, conteúdo matemático e metodologia de ensino são apresentadas e justificadas no capítulo 4. Nesse

[2] Sobre essa metodologia de pesquisa, ver Thiollent (2011).

capítulo, descrevemos o que ocorreu nas 6 aulas da oficina Matemática e Música, oferecida aos alunos do Ensino Médio de uma escola estadual de São Paulo.

No capítulo 5, analisamos as falas dos alunos participantes da oficina em dois diferentes momentos: antes e depois de terem participado. Antes da oficina, a entrevista teve o objetivo de testar nossa hipótese de que a aprendizagem escolar é, em geral, carente de sentido e significado. Depois da oficina, a entrevista visou testar a hipótese de que uma abordagem contextualizadora de fato contribui para aumentar o sentido e o significado da aprendizagem. Ainda nesse capítulo, analisamos as diferenças nas resoluções da avaliação diagnóstica antes e depois da oficina.

Por fim, no capítulo 6, com base na descrição e análise das aulas, das resoluções de atividades e das entrevistas, mostramos como nossa concepção de contextualização apareceu na sequência didática e de que forma contribuiu para que a aprendizagem tivesse sentido e significado para os estudantes.

Acreditamos que a primeira contribuição científica deste trabalho seja a própria explicitação de nosso entendimento sobre a contextualização. Por se tratar de um termo amplamente utilizado em Educação Matemática, para o qual não temos encontrado definição clara e precisa, acreditamos que explicitar a nossa concepção sobre ele contribui para futuras pesquisas que queiram utilizar-se da mesma.

Pretendemos que haja também uma contribuição prática desta pesquisa para o ensino, ao exemplificar o que vem a ser uma sequência didática contextualizadora, dentro dessa concepção. O exemplo por nós demonstrado na oficina Matemática e Música para alunos do Ensino Médio pode tanto ser replicado em outras instituições, como pode servir de inspiração para atividades similares envolvendo outros conteúdos e/ou outros níveis de ensino.

Por fim, outra contribuição prática e científica que vislumbramos neste trabalho está na análise dos efeitos dessa sequência na aprendizagem de determinado grupo de alunos. Além de testar nossa hipótese de que uma sequência didática contextualizadora contribui para conferir sentido e significado para a aprendizagem, a análise das entrevistas e resoluções desencadeia reflexões interessantes a respeito dos temas tratados na primeira parte desta tese.

Entendemos que a educação é uma prática determinada socialmente e que, institucionalizada, pode servir a funções e interesses diversos de acordo com o tipo de

sociedade em que ocorre. No entanto, esse entendimento não nos impede de olharmos para a educação e, em especial, para a educação escolar, com um olhar de esperança. Não a esperança de que ela irá transformar o mundo, mas sim a esperança de que essa pesquisa, assim como tantas outras, apontem direções (quem sabe procuradas por alguém) para tornar possível o acesso de cada indivíduo não somente a conteúdos úteis para a sociedade em que se encontra inserido, como também a conteúdos que lhe proporcionem verdadeiramente a liberdade de conhecer o que quiser, viver e ser o que quiser, sonhar e lutar pela sociedade que preferir, independente da alienação imposta por sua realidade.

Parte 1 - Nossa concepção do termo contextualização

Meu senhor me mostrou os interiores de todos os meus conterrâneos da Terra das Duas Dimensões ao me levar para a Terra das Três! - Edwin Abbott Abbott (Flatland)

Nesta primeira parte, tratamos de esclarecer o que entendemos por práticas contextualizadoras, as quais exemplificamos e analisamos na segunda parte. Nosso entendimento parte de uma convicção, justificada por teorias da aprendizagem, de que a aprendizagem escolar pode ser relevante e significativa.

Na Língua Portuguesa, as palavras *significativo* e *relevante* são, geralmente, usadas como sinônimas[3]. No entanto, neste trabalho estamos utilizando-as com significados nitidamente distintos. Em nenhum dos casos, estaremos julgando conteúdos específicos como pertinentes ou não ao ensino escolar. Essa é uma questão que, foge aos objetivos desta pesquisa. Enfatizamos que uma aprendizagem é relevante (capítulo 1), do ponto de vista do aluno, quando este é capaz de relacioná-la às suas necessidades imediatas, atuais ou amplas. E uma aprendizagem é significativa (capítulo 2) quando o estudante de fato se apropria do conteúdo em questão, no sentido abordado por Ausubel (1980). Notamos que os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997; BRASIL, 2000) fazem ampla utilização de ambos os termos. No entanto, utilizam-nos como sinônimos, com o significado mais próximo do que estamos chamando de relevante.

Como já dissemos, contextualização é um termo amplamente utilizado na área de Educação, entretanto não há consenso sobre o seu significado. Logo, pretendemos deixar claro o que estamos valorizando e que tipo de aprendizagem pretendemos que ocorra ao elaborar práticas contextualizadoras.

Vale ressaltar que não estamos pensando aqui em contextualização na área de avaliação, apesar de ser esse um tópico de grande importância. Por motivos de objetividade, abordaremos as contribuições dos contextos no processo de aprendizagem escolar e deixaremos para uma próxima pesquisa a aplicação das discussões aqui feitas no terreno da avaliação.

---

[3] De acordo com Michaelis (2017), o adjetivo *relevante* significa "2. De grande importância e interesse num contexto, importante, pertinente". O adjetivo *significativo* é definido como "3. Que contém ou sugere informação importante".

Capítulo 1 - O sentido da aprendizagem

A aprendizagem é um processo pelo qual o indivíduo adquire informações, habilidades, atitudes e valores a partir de seu contato com a realidade (OLIVEIRA, 1995, p.57). Esse contato com a realidade inclui a relação que estabelece com outras pessoas. De acordo com Vigotski (2001), a aprendizagem constitui-se em relações intrapsíquicas que decorrem de relações interpsíquicas. Ou seja, a aprendizagem é sempre uma atividade social e não apenas natural ou biológica.

A aprendizagem pode ocorrer independentemente da educação (intencional), pois todos nós aprendemos a andar, falar, entre outras habilidades e saberes, mesmo quando não havia a intenção de alguém no processo de aprendizagem. E continuamos aprendendo ao longo de toda a vida, motivados por nossa curiosidade, por nossas necessidades e direcionados por nossos interesses pessoais.

Quando pensamos em aprendizagem, logo nos lembramos da escola, a instituição criada em nossa sociedade para provocar aprendizagens intencionalmente. No entanto, poucas vezes paramos para refletir que a aprendizagem não é exclusividade da escola e que, se queremos refletir sobre ela, se queremos realmente compreender como aprendemos e o que nos leva a aprender, devemos nos desprender inicialmente daquilo que já está cristalizado nas instituições escolares e aprender com a aprendizagem que ocorre fora delas.

Temos ouvido reiteradas vezes, e constatamos nas entrevistas na segunda parte deste trabalho, que as aprendizagens escolares não fazem *sentido* para os estudantes como fazem as aprendizagens que ocorrem fora da escola.

De acordo com Bunge (2006), *sentido* é um termo polissêmico na linguagem ordinária, “como fica demonstrado pelas várias maneiras pelas quais a frase ‘Isto faz sentido’ pode ser lida: ‘Esta expressão está inteligível’, ‘Esta hipótese é plausível’. ‘Esta ação é adequada à sua meta’, etc”.

Estamos utilizando, neste trabalho, a palavra *sentido* de acordo com uma definição dada por Michaelis (2017): “razão de ser, cabimento, lógica”. Entendemos que para se envolver em uma atividade, seja de aprendizagem ou não, o indivíduo precisa ver nela sentido, razão de ser.

A observação de alguns fatos gerais em nosso cotidiano, levou-nos a perceber uma característica interessante da aprendizagem, a qual nos apontou um caminho para pensar no que seria o sentido da aprendizagem. Foram eles:

- As pessoas geralmente se interessam e procuram entender o mapa de um local com afinco apenas quando precisam transitar nele.
- Algumas pessoas começam a adquirir conhecimentos nutricionais repentinamente, quando começam fazer algum acompanhamento alimentar.
- Quando um indivíduo viaja para o exterior, seu interesse em aprender o idioma estrangeiro aumenta consideravelmente e, ainda que não esteja realizando curso daquele idioma, ele aprende a comunicar-se com o convívio.
- Observamos pessoas que pouco frequentaram a escola e que têm a noção de proporção muito mais desenvolvida que pessoas escolarizadas pelo simples fato de necessitarem utilizá-las em suas vidas.
- Entre várias questões de Interpretação de texto, um aluno geralmente acerta mais questões que remetem a situações já vivenciadas por ele.

A regra que parece reger todos os fatos mencionados acima e que já foi considerada por vários pesquisadores, entre eles Carraher; Schliemann (1989), é a de que *a aprendizagem decorre das necessidades do indivíduo*. Essa premissa, que procuramos embasar teoricamente a seguir, é fundamental para a compreensão do que estamos chamando de *sentido* da aprendizagem.

Essa premissa é endossada por Piaget, ao afirmar que

> toda ação, isto é, todo movimento, pensamento ou sentimento, corresponde a uma necessidade. Toda criança ou adulto só executa alguma ação exterior ou mesmo inteiramente interior quando impulsionada por um motivo e este se traduz sempre sob a forma de uma necessidade (uma necessidade elementar ou um interesse, uma pergunta, etc.). (1999, p. 16)

Corroboram com essa premissa outros pesquisadores atuais:

> os sujeitos, para realizarem uma atividade, precisam compreendê-la como aquilo que vai satisfazer suas necessidades. É preciso que essa atividade tenha um sentido pessoal, pois, de algum modo, foi desencadeada por um motivo que o moveu ou que pode movê-lo. (MOURA apud CEDRO, 2008, p. 17)

> os sentidos e significados, para o aluno, na sua relação com a Matemática podem ser gerados em uma situação de caráter prático-utilitário, em seu cotidiano de aluno e cidadão [...], por uma dúvida [...], por uma curiosidade [...] ou por uma situação que promova uma atitude investigativa. (SANTOS, 2014, p. 48)

As situações de caráter prático-utilitário e as que promovem atitude investigativa são exemplificadas por Santos (2014) com necessidades diversas que podem surgir para o aluno: calcular a capacidade de um recipiente, calcular a variação da inflação, projetar um modelo de porta-joias de uma dada forma geométrica. As próprias curiosidades mencionadas por ele podem ser compreendidas também como necessidades: compreender por que $3^0=1$. Desse modo, extraímos das citações acima que necessidades geram sentido para se aprender Matemática.

Santos (2014, p. 34-35) mostra também que as crianças aprendem Matemática a partir de suas brincadeiras, porque a necessidade de vencer o jogo, ou simplesmente progredir no modo de brincar, levam-na à observação e a novas aprendizagens.

Acreditamos que a escola tem muito a aprender com a aprendizagem que ocorre independente dela, isto é, com a aprendizagem que decorre das necessidades dos indivíduos. Entendemos por necessidades não apenas aquelas que estão relacionadas a tarefas concretas. Uma curiosidade puramente intelectual pode ser considerada necessidade.

A relação entre aprendizagens e necessidades pode ser percebida sobretudo em sociedades em que a escola não se faz presente. Em regimes tribais, a educação ocorre por meio de situações que forçam, direta ou indiretamente, situações de aprendizagem. Essa aprendizagem não ocorre em momentos e locais específicos, destinados a ela exclusivamente, mas em momentos de trabalho, lazer entre outros (BRANDÃO, 1989, p.19).

> Onde é necessário aprender habilidades especiais as crianças estão, em regra geral, ansiosas por saber o que os seus pais conhecem. O orgulho do trabalhador e o prestígio do bom artesão dominam sua vida e elas necessitam de muito pouco estímulo para procurá-los por si mesmas. (BRANDÃO, 1989, p.19-20)

Além de surgir a partir de necessidades do indivíduo, a aprendizagem que ocorre fora da escola tem outra característica importante: nela, o próprio indivíduo se interessa em buscar os recursos necessários para aprender, como exemplificado na citação anterior.

Para Ausubel (1980), algumas necessidades proporcionam aprendizagem mais que outras. Necessidades como fome, sede e dor contribuem muito pouco ou atrapalham. Necessidades de receber recompensa material pelo aprendizado podem contribuir. Mas, as necessidades intrínsecas, aquelas que se encontram orientadas para uma tarefa “tendem a dominar de modo crescente o quadro motivacional com o aumento da idade” (p. 334). Ele

afirma ainda que o prazer e o aumento da autoestima proporcionados pelo aprendizado fazem o indivíduo desenvolver o desejo de aprender cada vez mais.

Como já foi dito, há uma afirmação recorrente entre educadores, estudantes e pesquisadores de que o conteúdo escolar geralmente não faz sentido para os alunos. Nossa hipótese para tal afirmação é a de que os conteúdos escolares encontram-se desvinculados de necessidades. Somente o vínculo entre necessidades e conteúdos é capaz de trazer sentido para a ação de aprendizagem. E essas necessidades precisam ser do indivíduo, parte de sua realidade, percebidas e assimiladas[4] por ele.

Nesse trabalho, diremos que uma necessidade é *representativa* para a aprendizagem quando ela for capaz de levar o aluno a se interessar e se decidir por essa aprendizagem, ou seja, quando ela se tornar motivo eficaz da aprendizagem, conforme definição de Leontiev (1988) que apresentaremos adiante.

Há várias formas de aprender. Podemos aprender de acordo com o que é vigente (o que a Ciência afirma, ou o que a sociedade convenciona ser correto), esse é o significado mais usual do verbo. Podemos aprender o contrário do que é vigente é o que chamamos de concepções alternativas no segundo capítulo dessa pesquisa. Mas podemos aprender também o que ninguém aprendeu, a que chamamos de invenção, criação ou descoberta.

Nessa perspectiva, as invenções, criações e descobertas, mesmo científicas, seguem a mesma lógica da aprendizagem, surgindo também a partir de necessidades, nem sempre presentes no contexto imediato do indivíduo. Desse modo, a Ciência e a Filosofia avançam devido à sensibilidade de alguns indivíduos para a manifestação de necessidades, nem sempre imediatas.

Para Novak (1998), a criação de um novo conhecimento envolve um nível elevado de aprendizado significativo, pois ocorre quando o sujeito possui uma estrutura organizada de conhecimento e um forte comprometimento para buscar novos significados.

Vistos dessa forma, tanto o surgimento do conhecimento para o indivíduo, quanto a gênese do conhecimento entre a humanidade, são motivados por necessidades. Notam-se dois modos de motivação para a gênese do conhecimento matemático entre a humanidade: as motivações externas relacionadas a necessidades do homem a partir de sua relação com a

[4] Essa ideia de a necessidade tornar a ser do aluno é bem traduzida no conceito de *Devolução* de Brousseau (2008).

natureza e as práticas sociais e culturais; e as motivações internas inerentes ao próprio processo de sistematização desse conhecimento[5].

Como pode-se perceber, as necessidades que desencadeiam as aprendizagens podem ser de diversas naturezas. Trataremos delas com mais detalhes adiante. Apresentaremos, antes disso, a Teoria da Atividade, a qual nos esclarece a relação existente entre necessidade e atividade. Essa teoria foi proposta por Alexei Leontiev (1903-1979) e ele mesmo se encarregou de aplicá-la à atividade de aprender.

1.1 Teoria da Atividade

Alexei Leontiev foi um psicólogo soviético que, juntamente com Lev Vigotski (1896-1934), desenvolveu os conceitos integrantes do que conhecemos hoje por Teoria da Atividade.

O autor considera que as atividades humanas são a forma de relação do homem com o mundo, as quais são sempre intencionais, planejadas e orientadas por objetivos. Para Leontiev, as atividades são dirigidas por motivos, ou seja, fins a serem alcançados (OLIVEIRA, 1995, p. 96).

Basicamente, a vida é composta por diversas atividades, cada uma direcionada por um motivo. Essas atividades (direcionadas por um motivo) são a essência da humanidade. Um célebre exemplo de Leontiev pode nos ajudar a compreender o que são os conceitos de *atividade* e *motivo:*

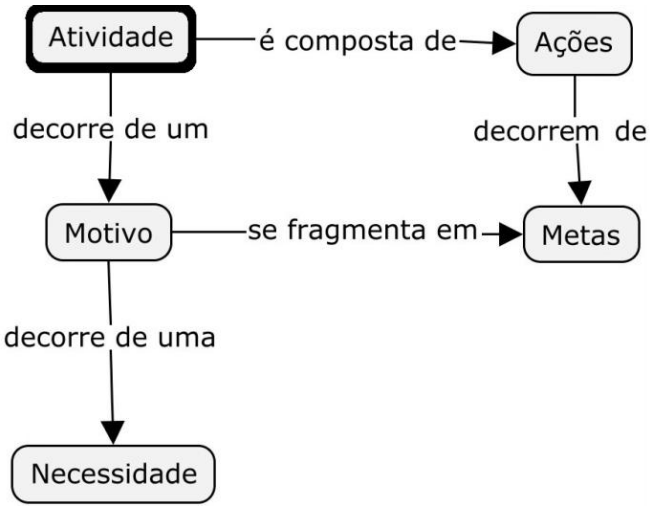
> Quando estão caçando, os membros de uma tribo têm, individualmente, metas separadas e estão encarregados de diversas ações. Alguns estão afugentando um bando de animais na direção de outros caçadores que abatem as feras, e outros membros têm outras tarefas. Essas ações têm metas imediatas, mas o real motivo está além da caçada. Juntas, essas pessoas têm em vista obter comida e roupa – permanecer vivas. Para entender por que ações separadas são significativas, é preciso compreender o motivo por trás da atividade como um todo. A atividade é guiada por um motivo. (LEONTIEV, 1978, p. 62-63)

Para ele, toda atividade surge de uma necessidade. No exemplo citado acima, a necessidade é obter comida e roupa através do bando de animais. Essa necessidade torna-se motivo da atividade quando passa a fazer parte dela, que nesse exemplo é a caçada. O motivo é o motor da atividade e a atividade é composta por diversas ações.

[5] Ver Fiorentini (1994, p.66-67) e Santos (2014, p. 45).

As ações por sua vez são geradas por metas específicas. O sentido delas está na atividade em que se encontram inseridas. No exemplo dado por Leontiev, as ações individuais (espantar o animal, abater a fera) só fazem sentido dentro da atividade de caça de que fazem parte.

Figura 2 - Mapa conceitual: Qual é a estrutura básica de uma atividade, segundo Leontiev?



Fonte: Próprio autor

Como mencionamos anteriormente, consideramos adequado pensar na aprendizagem escolar tomando por base a aprendizagem que ocorre independentemente desta instituição. Portanto, compreendemos que aprender é uma ação que geralmente se desenvolve para a conclusão de uma atividade mais ampla que o ato de aprender em si.

Cedro (2008, p. 36) diferencia uma aprendizagem que ocorre na atividade de uma aprendizagem que é em si uma atividade. Concordamos com o autor de que a aprendizagem dentro da instituição escolar pode ser encarada como uma atividade. No entanto, temos muito que observar na aprendizagem que ocorre na atividade, ou seja, a aprendizagem que é uma ação dentro de uma atividade maior.

Em nossa vida, o aprendizado de um conteúdo costuma ser meta, integrante de um motivo maior, portanto, a aprendizagem constitui-se em uma ação. Imaginemos um exemplo: a reeducação alimentar. Podemos dizer que necessidades de melhor saúde e estética tornaram-se motivos de uma atividade se desencadearam no indivíduo a atividade de reeducação alimentar, a qual é composta por diversas ações, entre elas mudanças de

hábito e aprendizagens de novos conteúdos. Nesse exemplo, a aprendizagem de um conteúdo específico é uma ação dentro de uma atividade mais ampla.

Outro exemplo: uma pessoa necessita construir uma maquete. Essa necessidade consistirá em motivo da atividade se desencadear o processo de construção, que é a atividade. Essa atividade é composta por diversas ações que envolvem possivelmente conteúdos já aprendidos e conteúdos ainda não aprendidos pelo indivíduo. Desse modo, a ação de aprendizagem pode também compor a atividade de construção da maquete. O aprendizado de proporções e escalas, por exemplo, pode tornar-se meta dentro do motivo maior: construção da maquete.

Como afirmado por Oliveira,

> A ação individual em si é insuficiente como unidade de análise: sem inclusão num sistema coletivo de atividade, a ação individual fica destituída de significado. O batedor que afugenta a caça, olhado isoladamente, parece estar realizando uma ação sem sentido, absurda até, considerando que seu objetivo é obter alimento. Mas sua ação passa a ter significado quando analisada como parte integrante de uma atividade coletiva, com função definida num sistema de cooperação social que conduz à obtenção daquele resultado. (1995, p. 98)

Do mesmo modo, a ação de aprendizagem não tem sentido em si, ela somente terá sentido se associada a um motivo mais amplo que não seja o aprendizado pelo aprendizado. Fora da escola, aprendemos razão e proporção para construir maquetes, para ampliar imagens, para tomar determinadas decisões relacionadas a consumo, entre outros inúmeros motivos possíveis de se imaginar.

Os conceitos da Teoria da Atividade, portanto, esclarecem a premissa de que *a aprendizagem decorre das necessidades do indivíduo.* Se compreendermos a aprendizagem de um conteúdo como ação, é imediato que ela apenas fará sentido para o indivíduo se gerada por uma necessidade que não seja o aprendizado em si.

No entanto, não há como negar que na escola a aprendizagem ocupa o lugar de atividade principal. E isso explica, em partes, a falta de sentido que tem para o aluno. O aprendizado de um conteúdo não costuma fazer parte de um projeto maior, mas apresenta-se isolado como sendo o objetivo final.

Leontiev (1988) explica esse fenômeno com os conceitos de *motivo eficaz* e *motivo compreendido*, os quais nos ajudam distinguir dois tipos de necessidade: aquela que desencadeia por si o processo de aprendizado e aquela que é oculta ou que, mesmo mencionada, não torna-se real motivo da atividade de aprender.

Motivos eficazes são os motivos que estimulam a atividade dando-lhe um sentido pessoal. Por outro lado, motivos compreensíveis, como o nome já diz, são compreendidos, mas não são eles que dão sentido à atividade para um indivíduo ou grupo.

Leontiev (1988) explica esses conceitos através de um exemplo. Supõe que um aluno esteja lendo um livro de História para se preparar para um exame. Um colega seu o alerta de que aquele livro não será necessário para o exame. Se o aluno imediatamente deixar o livro de lado, é provável que o conteúdo do livro seja um motivo apenas compreendido para a sua leitura. O motivo eficaz é a necessidade de ser aprovado no exame. No entanto, se continuar a leitura, ou mesmo se abandoná-la com relutância, significa que o processo de leitura está sendo guiado pelo próprio conteúdo, o qual é motivo eficaz da leitura.

Acreditamos, como Leontiev (1988), que é possível fazer com que o motivo eficaz da aprendizagem na escola não seja simplesmente ser aprovado num exame, mas sim necessidades reais do indivíduo que o levem a querer aprender. Quando uma necessidade do indivíduo coincide com o motivo eficaz da aprendizagem, há real possibilidade de ocorrer o interesse em aprender, a decisão por aprender, a busca por recursos e o aprendizado propriamente dito. Apenas nesse caso a aprendizagem fará sentido para ele.

Mas não é isso que temos presenciado na prática. Muitas vezes quando perguntamos aos alunos se é importante aprender conteúdos de Matemática, eles dizem que sim e costumam alegar que é importante, pois utilizarão em suas vidas. No entanto, este pode ser um motivo compreendido e não eficaz. Ou seja, se perguntarmos que conteúdo utilizarão em que situações, eles não saberão responder. Eles compreendem que existe a necessidade de se aprender determinados conteúdos de Matemática. No entanto, não é essa compreensão que os leva a aprender Matemática. Aprendem (ou não) a partir de necessidades artificiais criadas pela escola – avaliações, notas, promoções, principalmente.

1.2 As necessidades do indivíduo

Apesar do exemplo de necessidade dado por Leontiev, que citamos primeiramente, estar relacionado à sobrevivência, não é exatamente esse tipo de necessidade que estamos abordando aqui.

Quando consideramos a atividade de aprendizagem, estamos considerando as necessidades de forma mais ampla: necessidades objetivas e subjetivas; necessidades pessoais, sociais, culturais, intelectuais, entre outras, podem tornarem-se em motivos de aprendizagem. Nesse trabalho, consideraremos três categorias, ou três níveis, de necessidades:

- **Necessidades imediatas**
- **Necessidades atuais**
- **Necessidades amplas**

Como veremos a seguir, essas três categorias estão inter-relacionadas, já que um conteúdo não necessariamente atende a um único tipo de necessidade. Tratá-las separadamente é apenas uma forma de destacar a diversidade de necessidades que estamos considerando, o que é essencial para defender nossa concepção de contextualização.

As necessidades imediatas de um indivíduo restringem-se especificamente ao âmbito de sua vida pessoal na fase da vida em que se encontra. São facilmente identificadas pelo próprio indivíduo em suas experiências cotidianas. As necessidades imediatas têm um efeito também mais imediato sobre a aprendizagem, pois costumam se manifestar de forma espontânea para o indivíduo.

As necessidades atuais de um indivíduo referem-se às possíveis demandas da sociedade ao longo de sua vida e suas possíveis participações e interferências nos papéis que irá desempenhar, seja como profissional, cidadão ou outro. Podem ser inferidas a partir das tradições e tendências sociais.

As necessidades amplas não estão relacionadas diretamente ao nosso cotidiano ou, se estiverem, estão num nível de análise do cotidiano. São exemplos de necessidades amplas: compreensão do espaço que ocupamos no Universo, das leis e grandezas físicas, da lógica e do próprio comportamento humano em suas relações políticas, culturais e sociais.

As necessidades amplas costumam ser menos percebidas pelos indivíduos e por isso alcançam um número menor de pessoas. Como veremos adiante, a percepção dessas necessidades costuma diminuir com o amadurecimento do indivíduo, conforme vivencia o processo de alienação gerado pelas necessidades mais imediatas.

Em suma, as necessidades imediatas são necessidades do indivíduo particular, as necessidades atuais são as necessidades da sociedade que se manifestam no indivíduo e as

necessidades amplas são as necessidades do indivíduo genérico. Trataremos desses conceitos mais adiante.

Alguns autores mostram evidências da tricotomia por nós descrita. Vejamos o que afirma D'Ambrósio (1996). Acreditamos que as maiores preocupações desse autor estão sobre as necessidades imediatas e atuais, como procuraremos mostrar mais adiante. Apesar disso, ele mesmo reconhece a existência de três níveis de necessidades: "Vejo a educação como a estratégia mais importante para levar o indivíduo a estar em paz consigo mesmo e com seu entorno social, cultural e natural e a se localizar numa realidade cósmica" (p. 14). O mesmo autor afirma: "só faz sentido insistirmos em educação se for possível conseguir por meio dela um desenvolvimento pleno" (p. 10).

Santos (2014) classifica a realidade em três dimensões, as quais estão relacionadas de certa forma aos três níveis de necessidades por nós considerados: o real imediato, o real mediato e o real pensado/hipotetizado.

Vejamos um exemplo de como podem ser entendidas as três categorias de necessidades. As curiosidades são necessidades humanas muito emblemáticas como geradoras de aprendizagens. Imaginemos uma criança de quatro anos que possui várias curiosidades: Como faço para amarrar meu cadarço? O que é votar? Por que o céu é azul?

Essas perguntas denotam necessidades situadas em dimensões diferentes da realidade. A necessidade que gerou a primeira pergunta é imediata, trata-se de resolver um problema para facilitar sua vida naquele momento, na fase de desenvolvimento em que a criança se encontra. A segunda curiosidade é uma necessidade atual, que apesar de não ser útil na realidade imediata da criança de quatro anos, possivelmente será útil em sua vida, dentro do contexto social e temporal em que vive.

Já a terceira curiosidade possivelmente não lhe será útil (no sentido pragmático) em nenhum momento de sua vida e nem mesmo contribuirá para qualquer tomada de decisão, mas pessoas perguntam por que o céu é azul hoje, outras, há três mil anos, perguntavam por que o céu é azul e outras pessoas em diferentes épocas e lugares conseguiram encontrar elementos para responder essa pergunta: esse é um exemplo de necessidade ampla.

As necessidades amplas podem ser entendidas como o desejo de atualizar-se histórico-culturalmente a respeito daquilo que a humanidade já conseguiu explicar. No que diz respeito aos conteúdos científicos, em nosso tempo, esses se encontram organizados e sistematizados, apesar de serem passíveis de futuras modificações. Portanto, aprender

conteúdos a partir de necessidades amplas significa apropriar-se da estrutura do conhecimento do modo como se encontra organizado atualmente pela humanidade, possivelmente interessando-se em dar sequência a essa construção coletiva.

Apesar de identificarmos alguns conteúdos a uma categoria específica de necessidade, um mesmo conteúdo pode surgir a partir de várias necessidades. A habilidade de leitura, por exemplo, pode ser relacionada à necessidade de desempenhar-se bem em alguma tarefa específica, à necessidade de comunicar-se e viver em sociedade, ou ainda à necessidade de ter acesso a informações de maneira independente, possibilitando o acesso a documentos de diversas épocas e fontes. As necessidades aqui mencionadas podem ser compreendidas respectivamente como imediata, atual e ampla.

Um fator que interfere nas necessidades imediatas e atuais do indivíduo é a sua fase de desenvolvimento. Leontiev (1988) utiliza o conceito de atividade principal para sinalizar a mudança das necessidades no indivíduo de acordo com sua idade. A atividade principal, em determinado estágio de desenvolvimento, determina mudanças nos processos psíquicos da criança. Na fase que chama de pré-escolar, por exemplo, a atividade principal é o brinquedo. Grande parte de suas necessidades estão relacionadas ao brinquedo. No entanto, o mesmo autor afirma que

> embora os estágios do desenvolvimento também se desdobrem ao longo do tempo de uma certa forma, seus limites de idade, todavia dependem de seu conteúdo e, este, por sua vez, é governado pelas condições históricas concretas nas quais está ocorrendo o desenvolvimento da criança. (LEONTIEV, 1978, p. 65)

Sendo assim, as necessidades imediatas e atuais variam também de acordo com a situação histórica e social do indivíduo. Não podemos ignorar, por exemplo, o fato de que os alunos da atualidade possuem calculadoras em seus aparelhos celulares, os quais carregam para todos os lugares em todos os momentos. Nesse contexto, aprender o procedimento da divisão numérica tem se desprendido das necessidades imediatas e atuais, com as quais estava vinculado em outro momento histórico. O desenvolvimento da tecnologia naturalmente modifica os vínculos entre conteúdos e necessidades, quando se trata de necessidades atuais e imediatas.

Por fim, as necessidades, sobretudo as imediatas, sofrem influências também das experiências pessoais, que diferem muito de um indivíduo para o outro. As necessidades amplas são mais abrangentes. Pessoas de diferentes idades, nacionalidades ou experiências pessoais, podem estar conectadas por preocupações ou desafios que remetam à mesma

necessidade ampla. Na sequência, iremos explorar com maiores detalhes cada uma dessas três categorias de necessidades. Há ainda que se abordar a interação dinâmica entre elas.

Na medida em que ocorrem aprendizagens decorrentes de necessidades de um tipo os conteúdos aprendidos incorporam-se ao indivíduo e passam a satisfazer necessidades de outros tipos também. Por exemplo, um aluno pode aprender o cálculo do volume dos blocos retangulares no quinto ano do Ensino Fundamental a partir de uma necessidade atual. No entanto, tendo se apropriado desse conteúdo poderá acessá-lo por meio de uma necessidade imediata que venha a surgir.

No sentido inverso, conteúdos adquiridos por meio de necessidades imediatas também podem ser acessados mediante necessidades atuais: quando uma criança observa adultos discriminarem alguém por suas diferenças pode aprender um conteúdo atitudinal indesejável. Esse aprendizado surge para responder a uma necessidade imediata: como devo me comportar com pessoas diferentes de mim? No entanto, esse conteúdo será utilizado para o indivíduo, ao responder perguntas de sua realidade atual, como na interpretação de fatos sociais e políticos.

Outra evidência da relação dinâmica entre os três tipos de necessidades: há inúmeros exemplos de pesquisadores e profissionais diversos que, buscando repostas a questões de ordem pragmática, fazem uso de conteúdos desenvolvidos ou descobertos movidos por curiosidades inicialmente pouco aplicáveis. Por outro lado, muitas descobertas, que hoje pertencem ao arsenal de conhecimentos científicos teóricos da humanidade, foram possíveis a partir de perguntas e necessidades práticas.

Podemos recordar ainda que o desenvolvimento científico, em sua busca pela verdade, decorrente de necessidades amplas, está estreitamente relacionado ao desenvolvimento tecnológico, o qual encontra-se em grande parte na interface da Ciência com as necessidades mais imediatas.

Definitivamente, não há consenso entre os educadores atuais no que diz respeito a que necessidades e conteúdos a escola deve atender. Há quem acredite que

> o que deve ser transmitido são esses valores comuns, essas aspirações compartilhadas, como o sentido de liberdade, de justiça, de cooperação, de fraternidade, etc. que são ideias ou processos, mais do que conquistas definitivas e permanentes, aspirações que regulamentam a conduta positiva dos indivíduos. (DELVAL, 1998, p. 49)

Outro autor parece discordar:

> devemos lutar por uma educação que transmita aqueles conhecimentos que, tendo sido produzidos por seres humanos concretos em momentos históricos específicos, alcançaram validade universal e, dessa forma, tornam-se mediadores indispensáveis na compreensão da realidade social e natural o mais objetivamente que for possível no estágio histórico no qual encontra-se atualmente o gênero humano. (DUARTE, 2000, p.10)

Temos notado nos discursos e práticas de educação escolar diferentes tendências, que procuraremos classificar de acordo com os três tipos de necessidades. Enquanto algumas enfatizam necessidades mais imediatas, outras fazem o contrário. Da visão desses discursos e práticas como antagônicos, caminhamos no sentido de compreendê-los como complementares.

Concluímos que as necessidades imediatas, atuais e amplas devem ser indissociáveis no processo de formação do indivíduo. Entendemos que enfatizar apenas uma das três dimensões das necessidades, desconsiderando a existência das demais e a relação dinâmica que existe entre elas, pode trazer consequências preocupantes para os indivíduos e para a sociedade. No entanto, os discursos e práticas que enfatizam uma dimensão com exclusividade contribuem para destacar aspectos importantes dela.

Os autores que citaremos a seguir, todos valorizam a importância de uma educação cujos conteúdos estejam relacionados a necessidades do indivíduo. No entanto, essas necessidades são interpretadas por eles de diversos modos. Enquanto uns dão maior ênfase a realidades mais imediatas, outros justificam a pertinência de se valorizar realidades menos imediatas no ensino.

1.2.1 Necessidades imediatas

As necessidades imediatas de um indivíduo restringem-se especificamente ao âmbito de sua vida pessoal na fase da vida em que se encontra. Por sua natureza, essas necessidades são facilmente percebidas pelo indivíduo, o qual busca mais espontaneamente os conteúdos e os recursos para as aprendizagens relacionadas.

Algumas características de uma educação voltada para necessidades mais imediatas podem ser encontradas no documentário La educación prohibida (2012), o qual procura mostrar diversas experiências escolares inovadoras entre diferentes países. Entre as escolas apresentadas, podemos citar Colegio Mundo Montessori (Colômbia), Escuela Waldorf Libre Michael (Espanha) e Escuela Experimental Las Lengas (Argentina).

Como dito no início do filme, as pessoas apresentadas “têm ideias e opiniões diversas, a sua aparição não expressa necessariamente conformidade com todo o conteúdo do mesmo” (LA EDUCACIÓN, 2012). Apesar da diversidade de propostas e opiniões, notamos que todas têm em comum o foco nas necessidades imediatas. Além de valorizar o presente e o futuro mais que o passado, essa educação valoriza conteúdos procedimentais e atitudinais mais que os conceituais.

> Podemos viver sem saber logaritmo. Não podemos viver sem saber como nos relacionar com outras pessoas, ou sem saber caminhar, ou sem saber usar ferramentas. As crianças aprendem todas essas coisas brincando. Carlos Gonzalez, Espanha. (LA EDUCACIÓN, 2012, 31:11)

A educação voltada para as necessidades imediatas costuma também preocupar-se mais com as experiências que com os conteúdos da aprendizagem.

> Estudamos quando passeamos pela natureza para procurar as coisas, explorar, encontrar, ter experiências. Quando você trabalha e conecta as crianças à natureza, tudo flui. Montserrat Font Salas, Alemanha. (LA EDUCACIÓN, 2012, 44:16)

Essa educação oferece para a escola a facilidade de que não é preciso motivar os alunos. Como a ênfase está sobre as necessidades imediatas e, prioritariamente, sobre as necessidades trazidas pelos próprios alunos, espera-se que estes já se encontrem motivados.

> Estão no contexto cultural humano os números, as letras, as palavras. Então eles aprendem da mesma maneira que aprendem andar: porque há adultos que andam. [...] Digamos que o estímulo não é necessário. Não temos que motivar as crianças para nada. Se quiserem fazer algo que façam. Se não, não façam. Mas não temos que motivá-las para que façam algo onde se sairão bem. Juan Pere, Espanha. (LA EDUCACIÓN, 2012, 31: 50, 1:03:41)

No entanto, nem toda educação voltada para as necessidades imediatas se restringe às necessidades que surgem naturalmente na vida do aluno. Muitas dessas escolas inserem objetos (didáticos ou não) no meio em que o aluno convive a fim de que essas necessidades surjam.

A escola que valoriza as necessidades que surgem espontaneamente traz alguns benefícios para o indivíduo em formação. Primeiramente, porque conhece melhor o aluno e respeita seu desenvolvimento.

> O que é difícil é ajudar a produzir o desenvolvimento normal de uma pessoa. Se eu quero fazer isso, o primeiro passo é conhecer o ser humano intrínseco, que potencialidades traz. Carlos Wernicke, Argentina. (LA EDUCACIÓN, 2012, 27:57)

> Por que insistimos em matar sua espontaneidade [dos alunos] e castigar sua rebeldia se são essas as características que manifestam suas necessidades humanas intrínsecas de se desenvolver? (LA EDUCACIÓN, 2012, 34:41)

> O centro dessa educação é a criança. Então ela é pensada a partir de quais são suas necessidades. E não de quais são as nossas necessidades enquanto adultos. Ângela Camargo, Equador. (LA EDUCACIÓN, 2012, 28: 33)
>
> Sinceramente, eu creio que qualquer educação é boa se cuida da alegria e da vontade de viver da criança. Cristóbal Gutiérrez, Espanha. (LA EDUCACIÓN, 2012, 1:05:46)

Em segundo lugar, leva o aluno a manter-se conectado aos seus desejos, às necessidades que se manifestam a ele naturalmente sem imposição de alguém.

> Cada vez mais, à medida que as crianças vão crescendo, vão perdendo a curiosidade, o desejo de aprender. Uma criança de 12 anos dificilmente, quando sai da escola, pega um livro. [...] A criança começa a entender [na educação tradicional] que as ações do ser humano não começam tanto de uma forma interna, uma conexão com a natureza, de uma percepção, de uma necessidade diante da vida. Mas sim que são motivadas por alguma coisa exterior. Eu estudo para passar na prova. Não leio para aprender. Eu não me interesso pelos animais porque eu gosto deles. [...] Me obrigam a fazer uma série de coisas pelas quais eu não estou nenhum pouco interessado, mesmo que tentem me motivar exteriormente através de recompensas castigos, notas ou presentinhos. Minha necessidade pode ser outra, mas eu não posso atender essa necessidade porque estão me obrigando a fazer outra coisa. Com isso, eu vou perdendo cada vez mais a conexão com os meus próprios recursos, com a minha própria força vital. Jordi Mateu, Espanha. (LA EDUCACIÓN, 2012, 29:52, 50:03, 59:03)

As questões de autoridade costumam ser vistas de uma forma específica por essas escolas. Valoriza-se o diálogo e prioriza-se a liberdade de expressão por parte de todos os envolvidos na prática educativa- professores, alunos, coordenadores etc. Costuma-se também valorizar a participação de todos, principalmente os alunos, no planejamento curricular.

> Basta que [as crianças] tenham órgãos sensoriais e percebam. Basta que tenham cérebros e pensem raciocinem, imaginem, criem e fantasiem. [...] Se continuarem a fazer isso, amanhã vão ser cientistas, amanhã vão ser artistas. É só deixá-las. [...] Mas a escola consegue apenas silenciá-los. Carlos Calvo Munoz, Chile. (LA EDUCACIÓN, 2012, 29:33; 35: 42)

Tratando-se das necessidades imediatas vinculadas à Matemática, estas surgem naturalmente para o indivíduo. Assim como tem necessidade de aprender a falar e compreender a linguagem verbal, surge naturalmente na criança também a necessidade de desenvolver as noções numéricas e espaciais. Elas trazem consigo dúvidas diversas a respeito da Matemática que observam em sua realidade mais imediata (SANTOS, 2014).

Acreditamos ser função da escola atender às necessidades imediatas já existentes entre os indivíduos. Na Matemática, essa função corresponde a explorar as situações de suas vidas em que utilizam os números, as medidas, as operações e o reconhecimento de figuras geométricas e algumas de suas propriedades. Desse modo, o aluno torna-se apto a

reconhecer o potencial da Matemática para resolver problemas que surgem em seu cotidiano.

Alguns autores, como D'Ambrósio (1996), registram seu maior interesse por necessidades mais imediatas. Segundo ele, "interessa à criança, ao jovem e ao aprendiz em geral aquilo que tem apelo às suas percepções materiais e intelectuais mais imediatas. Por isso é que proponho um enfoque ligado a situações mais imediatas" (p. 29).

Por mais que seja possível inferir algumas necessidades imediatas dos estudantes de acordo com sua faixa-etária e com sua realidade local, um ensino que valoriza de fato essas necessidades deve estar aberto ao diálogo, para ouvir e atender as necessidades trazidas pelos próprios estudantes.

É importante ressaltar que as necessidades, ainda que imediatas, nem sempre precisam ser originalmente do aluno. É possível criar artifícios para que a necessidade relacionada ao cotidiano de um personagem histórico ou fictício, através de um processo de empatia, seja compreendida e assumida pelo aluno. Dessa forma, a necessidade se tornará *representativa* para sua aprendizagem. É possível que um jogo (ou desafio) trazido pelo professor crie no aluno a necessidade imediata de vencê-lo/resolvê-lo.

O enfoque em necessidades imediatas nos leva a perceber que o indivíduo, como sujeito de sua aprendizagem, tem necessidades próprias e a escola deve valorizá-las, assim como deve valorizar o bem-estar dos estudantes. O enfoque nessas necessidades nos leva a perceber que a escola não é apenas preparação para a vida, mas parte da própria vida.

Percebemos que atitudes da escola como as de proibição (proibir de brincar, proibir de usar o aparelho celular) e de coibição ("sua pergunta não faz sentido", "não estamos estudando isso agora") fazem parecer distante dos alunos aquilo que deveria fazer parte de sua vida naturalmente - a aprendizagem. É possível aprender brincando, é possível aprender perguntando, enfim, é possível aprender vivendo.

Por outro lado, estarmos atentos estritamente a esse enfoque nos impede de usufruir de todo o potencial que tem a educação e de oferecer aos estudantes conteúdos que a princípio não querem, mas podem passar a querer desde que suficientemente motivados e conscientes do *porquê* e *como* se aprende. Há conteúdos científicos, sociais, políticos, humanos e ambientais de cuja existência o indivíduo pode não se dar conta, mas que são essenciais para o seu bem-estar e o de sua sociedade.

1.2.2 Necessidades atuais

As necessidades atuais de um indivíduo referem-se às possíveis demandas da sociedade ao longo de sua vida. A realidade de cada indivíduo costuma, em nossa sociedade, ser fragmentada entre os diversos possíveis papéis a serem desempenhados por ele (cidadania, profissão, relações com o meio ambiente, relação com o outro, relação consigo).

A legislação brasileira costuma valorizar as necessidades atuais na aprendizagem, como podemos constatar nos trechos a seguir.

> As questões relativas à globalização, as transformações científicas e tecnológicas e a necessária discussão ético-valorativa da sociedade apresentam para a escola a imensa tarefa de instrumentalizar os jovens para participar da cultura, das relações sociais e políticas. A escola, ao posicionar-se dessa maneira, abre a oportunidade para que os alunos aprendam sobre temas normalmente excluídos e atua propositalmente na formação de valores e atitudes do sujeito em relação ao outro, à política, à economia, ao sexo, à droga, à saúde, ao meio ambiente, à tecnologia, etc. (BRASIL, 1997, p.34)

> Um ensino de qualidade, que busca formar cidadãos capazes de interferir criticamente na realidade para transformá-la, deve também contemplar o desenvolvimento de capacidades que possibilitem adaptações às complexas condições e alternativas de trabalho que temos hoje e a lidar com a rapidez na produção e na circulação de novos conhecimentos e informações, que têm sido avassaladores e crescentes. A formação escolar deve possibilitar aos alunos condições para desenvolver competência e consciência profissional, mas não restringir-se ao ensino de habilidades imediatamente demandadas pelo mercado de trabalho. (BRASIL, 1997, p.34)

Há no discurso de professores e alunos de escolas brasileiras uma justificativa dos conteúdos escolares predominantemente apoiada nas necessidades atuais, sobretudo as que se encontram relacionadas ao trabalho (PARO, 2011). Podemos ver isso claramente na entrevista realizada com alunos na segunda parte deste trabalho.

Mas enfatizar as necessidades atuais não se restringe apenas a enfatizar o mundo do trabalho. Para Skovsmose (2001), por exemplo, um dos objetivos da educação deve ser preparar para uma cidadania crítica, para uma vida (política) na sociedade. É central para o autor a questão da democracia. Segundo ele, a atitude democrática em uma sociedade não se resume às condições formais de eleição dos representantes, mas envolve condições materiais de distribuição de bens e serviços, condições éticas e condições relativas à possibilidade de participação e reação daqueles que são representados.

Skovsmose (2001, p. 20) distingue três principais vias para o ensino da Matemática:

- O estruturalismo, conforme o qual o conhecimento deve ser construído de acordo com as estruturas da própria Matemática.

- O pragmatismo, que enfatiza ilustrar ao aluno as várias aplicações da Matemática na Ciência e no cotidiano, não somente os resultados da Matemática, mas também seus métodos. Essa abordagem é geralmente orientada à resolução de problemas.

- A orientação-ao-processo, que enfatiza o processo de pensamento que conduz à atividade matemática. As situações propostas devem conduzir o aluno para a construção de ideias matemáticas.

Enquanto recusa completamente a primeira, critica as demais por apresentar problemas distantes dos problemas sociais fundamentais e relacionados aos próprios problemas dos alunos. Fica claro, portanto, sua identificação com as necessidades imediatas e atuais, com um enfoque específico nas questões sociais. Seus critérios para a seleção de problemas evidenciam isso:

> 1. Deveria ser possível para os estudantes perceber que o problema é de importância. Isto é, o problema deve ter relevância subjetiva para os estudantes. Deve estar relacionado a situações ligadas às experiências deles.
>
> 2. O problema deve estar relacionado a processos importantes na sociedade.
>
> 3. De alguma maneira e em alguma medida, o engajamento dos estudantes na situação-problema e no processo de resolução deveria servir com base para um engajamento político e social (posterior). (Skovsmose, 2001, p. 34)

É interessante notar que, para o autor, os problemas matemáticos são relevantes quando são problemas reais, isto é, situações da sociedade que de fato precisam ser interpretadas matematicamente, como por exemplo, os índices de desenvolvimento tão presentes na atualidade.

Segundo o autor, é responsabilidade da escola desenvolver o que ele chama de competência democrática, a qual se torna cada vez menos natural à medida que a sociedade evolui tecnologicamente. Essa competência é formada pelos conteúdos que possibilitam ao indivíduo participar do governo (não apenas pelo voto), sobretudo avaliando as decisões tomadas por seus representantes. Para isso, o ensino de Matemática é fundamental, mas a relação entre Matemática e cidadania não é trivial. O aluno precisa compreender a relação entre o conteúdo matemático e a sua utilização na sociedade.

D'Ambrósio (1996) também revela sua preocupação com um ensino que valorize o que estamos chamando de necessidades atuais. Seu enfoque é cultural. Segundo esse autor, a globalização e a crescente dominação de alguns grupos sobre outros na humanidade fazem

com que as culturas locais sejam relegadas a segundo plano. Isso se reflete, segundo ele no ensino, onde

> embora seja viva e praticada, a cultura popular é muitas vezes ignorada, menosprezada, rejeitada, reprimida e certamente diminuída. Isso tem como efeito desencorajar e mesmo eliminar o povo como produtor ou como entidade cultural. Isso não é menos verdade com a matemática. (D'AMBRÓSIO, 1996, p.105)

Para D'Ambrósio (1996), o conteúdo matemático trabalhado na escola, por ter sido produzido na Europa em determinado período histórico, não leva em consideração as necessidades particulares de cada grupo, de cada sociedade, como deveria ser. Por isso, a Etnomatemática[6] busca resgatar dos grupos sociais as suas necessidades e a relação que elas têm com conteúdos matemáticos.

O autor sugere uma educação que não seja "baseada na mera transmissão de explicações e teorias, ou adestramento em técnicas e habilidades" (D'AMBRÓSIO, 1996, p. 109). Para ele, é importante pensar o currículo a partir da cultura local, das necessidades e conteúdos locais.

É importante notar que os interesses dos indivíduos tomam rumos distintos de acordo com as suas experiências e as necessidades que conduzirão ao aprendizado em Matemática se manifestam de diferentes maneiras para diferentes indivíduos. Não é nada incomum encontrar pessoas que se contentam apenas com o desenvolvimento das noções mais básicas, aquelas que se encontram relacionadas a necessidades mais imediatas.

Mas a Matemática não é formada apenas por essas noções mais básicas. As necessidades às quais correspondem os conteúdos matemáticos encontram-se nos três níveis por nós considerados. Sendo assim, é preciso tratar também de uma Matemática desprendida da realidade imediata. Se a escola se propõe a fornecer uma boa formação em Matemática, ela tem a função de fazer antecipar necessidades atuais, por exemplo.

Há diversos conteúdos matemáticos que podem auxiliar o indivíduo nos diversos papéis que irá desempenhar na sociedade e na interpretação de fatos sociais, políticos, econômicos, culturais, entre outros. É importante que a escola não apenas apresente esses conteúdos, mas também a relação que eles têm com as necessidades atuais, de modo que o indivíduo, ao longo de sua vida, seja capaz de interpretar fatos, desempenhar atividades e tomar decisões utilizando as ferramentas matemáticas adequadamente.

---

[6] Sobre a Etnomatemática, ver D'Ambrósio (1996).

Resumindo, o enfoque nas necessidades atuais nos leva a refletir sobre a importância da educação na formação do indivíduo nos vários papéis que irá desempenhar na sociedade. Uma educação com esse enfoque preocupa-se não apenas com o bem-estar do indivíduo, mas com os impactos de sua formação nos diversos meios em que irá atuar. Por outro lado, o enfoque estrito nesse tipo de necessidades evidencia uma alienação diante da realidade vigente, ignorando as possibilidades de superá-la.

1.2.3 Necessidades amplas

As necessidades amplas não estão relacionadas diretamente ao nosso cotidiano ou, se estiverem, estão num nível de análise do cotidiano. Por exemplo: compreensão do espaço que ocupamos no Universo, das leis e grandezas físicas, da lógica e do próprio comportamento humano em suas relações políticas, culturais e sociais. Essas necessidades promovem o surgimento de conteúdos teóricos e/ou abstratos, nem sempre aplicáveis.

Notamos que as necessidades amplas desencadeiam uma série de outras necessidades que podem ir se tornando cada vez mais abstratas. Na busca por compreender por que o céu é azul, é possível que o indivíduo se questione “Como se formam as cores?” ou “Qual a natureza da luz?”. Em Matemática, algumas pessoas se perguntam “Quantos números racionais existem entre dois racionais distintos quaisquer?”, no entanto, essa pergunta não surge gratuitamente. É necessário que muitas perguntas sejam feitas e respondidas para que essa venha a surgir.

Devido a sua relação com a teoria e a abstração, e por ser mais difícil de ser constatada no cotidiano, essas necessidades são por vezes desconsiderada por educadores.

> não tem nenhuma utilidade, se o que queremos é contribuir para o aprimoramento do homem, que as crianças aprendam muita física ou muita história. O importante é que sejam capazes de refletir sobre o universo físico e sobre o universo social. O que precisam aprender é essa atitude diante das coisas e essa atitude somente será alcançada com a prática, exercitando em sala de aula o pensamento rigoroso e criativo diante de problemas novos. (Delval, 1998, p. 60)

Quanto ao trecho acima citado, devemos questionar que criatividade e que atitude de reflexão sobre os universos físicos e sociais podem ser desenvolvidos se forem desconsiderados os conhecimentos físicos e históricos até aqui produzidos e elaborados pelo gênero humano.

Diversos autores defendem as aprendizagens decorrentes das necessidades, provavelmente referindo-se às que estamos chamando de imediata e atual. No entanto, quando valorizamos as necessidades amplas no ensino, estamos valorizando o que alguns autores de linhagem marxista chamam de *educação crítica*, entre eles Duarte (1992) e Paro (2011).

Muitos que utilizam os termos *educação crítica* ou *ensino crítico* revelam uma preocupação estrita com as necessidades atuais na formação dos seres humanos, isto é, formar pessoas críticas é, para eles, uma atitude desvinculada dos conteúdos historicamente acumulados. Concordamos, entretanto, com os autores mencionados acima, segundo os quais se tornar crítico envolve a articulação de conhecimentos, habilidades, valores e atitudes de uma forma específica: desejando-se aproximar-se da verdade. Para tanto, os conteúdos historicamente acumulados têm seu valor.

Acreditamos que "o conhecimento deve ser crítico, se com esse termo estivermos entendendo a superação de uma visão ingênua do mundo. Nesse sentido, é crítico todo conhecimento que esteja comprometido com a verdade" (PARO, 2011, p.492).

A citação anterior nos ajuda a compreender que o ensino crítico não é apenas aquele que veicula conteúdos explicitamente políticos, pois nesse caso, como menciona o próprio autor, somente disciplinas como História e Sociologia contribuiriam para uma formação crítica dos indivíduos. Ao falarmos sobre ensino crítico, estamos preocupados com um ensino que leve os alunos a efetivamente se interessarem pela verdade e agir em busca dela.

Para um ensino comprometido com as necessidades amplas, o passado é visto não apenas como um acessório, mas como parte de um processo de acúmulo de conhecimento que, ainda que não tenha chegado ao fim, encontra-se no estágio mais avançado a que a humanidade conseguiu chegar: o mais próximo da verdade que conseguimos chegar.

Mas, enfim, qual a importância de se considerar as necessidades amplas na educação? Iremos apresentar três argumentos para justificar tal importância.

1. **Argumento cultural:** a importância da humanização. Sabemos que todos nascem sendo apenas natureza e se tornam humanos através da apropriação da cultura. A humanização é o processo pelo qual "nos apropriamos da cultura, de tudo o que nossos antepassados, ao fazerem a história, nos deixaram por herança (não genética, mas histórica)" (PARO, 2011, p. 496).

Paro (2001, p. 19) critica uma educação voltada excessivamente para o mercado de trabalho, como a que temos. O autor aponta para a exclusividade do trabalho abstrato em nossa sociedade capitalista, isto é, o trabalho que cria valor econômico em vez de utilidades das quais possa usufruir o próprio trabalhador. Esse trabalho é também chamado por ele de alienado, pois o seu produto não pertence a quem o produz, e sim ao proprietário dos meios de produção. Resumindo, a preparação para o trabalho, como vem sendo desenvolvida em nossa sociedade de classes, é a preparação para o trabalho alienado.

Em outra sociedade, em que o capitalismo não regesse a organização econômica, política e social dos indivíduos, seria possível pensar em uma preparação para o mundo do trabalho com características distintas dessa, que desenvolvesse nos indivíduos conteúdos importantes para desempenharem suas funções, já que o trabalho (não alienado) não é um mal a ser combatido, pelo contrário, é característica fundamental do gênero humano.

Para o autor acima citado, a educação deve ser vista como atualização histórico-cultural dos indivíduos, contribuindo para a participação política do indivíduo e sua capacidade de criar e transformar a sociedade, tendo por finalidade o *bem viver* de cada indivíduo de forma ampla.

O indivíduo tem o direito de gozar de seu direito à humanização, isto é, apropriar-se do que historicamente foi construído/aprendido pela humanidade. É claro que os elementos da cultura servem também a necessidades imediatas e atuais. Mas, enquanto as necessidades imediatas e atuais podem gerar argumentos que justifiquem diferentes conteúdos para diferentes grupos (de diferentes classes sociais, por exemplo), as necessidades amplas não podem embasar tais argumentos, pois não há argumento convincente que justifique maior acesso de um grupo a um corpo de conhecimentos não utilitários. Caminhamos assim em direção ao nosso próximo argumento.

2. Argumento social: igualdade de oportunidades. Tomando como ponto de partida a desigualdade social tal como se encontra instaurada em nosso país, podemos ressaltar a importância de se considerar as necessidades amplas no ensino das classes populares.

Sabemos que no Brasil não há um único tipo de escola. E a diferença social marca a principal linha divisória das escolas brasileiras: escolas públicas, constituídas em sua maioria por alunos desfavorecidos economicamente, e escolas particulares, constituídas pelos favorecidos. A partir dessa constatação, a Pedagogia Histórico-Crítica traz importantes contribuições para justificar a importância das necessidades que estamos

chamando amplas. Em nosso modo de ver, os autores dessa pedagogia questionam os fundamentos das pedagogias centradas exclusivamente nas necessidades mais imediatas.

Saviani (1999) e Duarte (2000) criticam os ideários pedagógicos centrados no *aprender a aprender* como responsáveis pelo esvaziamento dos conteúdos. Por trás dessa crítica está um princípio marxista de que o melhor do conhecimento científico, artístico e filosófico, produzido pela humanidade, deve ser socializado a todos.

Segundo Saviani (1999), ao longo da História, o Brasil experimentou três principais linhas pedagógicas: a pedagogia tradicional, a tecnicista e a pedagogia nova. A principal oposição se faz entre a pedagogia tradicional e a pedagogia nova, que se torna uma tendência predominante no Brasil a partir da década de 30.

Com a ascensão da burguesia brasileira nessa década e a igualdade contratual (todos são iguais perante a lei e as diferenças se dão por forma de concessões), passou a ser conveniente uma dupla educação no país - a educação das classes populares e a educação das classes dominantes. A educação das elites não sofreu com o surgimento da pedagogia nova, mas seu principal efeito nas classes populares foi o esvaziamento da educação das massas.

> Isto porque, realizando-se em algumas poucas escolas, exatamente aquelas frequentadas pelas elites contribuíram para o seu aprimoramento. Entretanto, ao estender sua influência em termos de ideário pedagógico às escolas da rede oficial, que continuaram funcionando -de acordo com as condições tradicionais, a Escola Nova contribuiu, pelo afrouxamento da disciplina e pela secundarização da transmissão de conhecimentos, para desorganizar o ensino nas referidas escolas. Daí, entre outros fatores, o rebaixamento do nível da educação destinada às camadas populares. (SAVIANI, 1999, p. 77)

Para esse autor, ambas, pedagogia tradicional e pedagogia nova são idealistas, pois acreditam que a educação pode mudar a realidade. De qualquer forma, a pedagogia tradicional estaria mais voltada para a igualdade entre os homens, por proporcionar a todos (igualmente) conteúdos historicamente acumulados. Por estar centrada na aprendizagem, a pedagogia nova ou pedagogia do *aprender a aprender*, beneficia apenas aqueles alunos que possuem maior motivação e maior acesso a recursos para a aprendizagem.

Em nossa concepção, os prejuízos atribuídos à pedagogia nova não decorrem da ênfase que se dá ao aluno e nem mesmo das contribuições da Psicologia para a Educação, mas decorrem do uso político que se faz desse discurso, assim como decorrem de um desprestígio equivocado das Ciências formais.

Por trás das concepções da Pedagogia Histórico-Crítica, está a oposição ao relativismo pós-moderno, segundo o qual toda a objetividade e verdade são tidas como mito, no qual predominam, segundo Duarte (2000, p. 83) as críticas à existência de um conhecimento universal, à razão e à distinção entre alta cultura e cultura cotidiana.

Como dito anteriormente, entendemos que, no âmbito das necessidades amplas, os seres humanos buscam por verdades das quais, por mais que estejam infinitamente distantes, aproximamo-nos cada vez mais.

> o papel do professor é de garantir que o conhecimento seja adquirido, às vezes mesmo contra a vontade da criança, que espontaneamente não tem condições de enveredar para a realização dos esforços necessários à aquisição dos conteúdos mais ricos e sem os quais ela não terá vez, não terá chance de participar da sociedade. (SAVIANI, 1999, p. 60)

A resistência aos conteúdos[7] por parte dos alunos, que se evidencia sobretudo nas escolas de classes populares, deve ser vista como um desafio, um dos maiores desafios do sistema brasileiro público de ensino. O convencimento pela aprendizagem deve ser um dos principais objetivos da escola, como instituição responsável por educar.

3. **Argumento filosófico:** a superação da alienação. Ao se apropriar da cultura, o homem é, contraditoriamente, levado à alienação, devido às relações de força existentes em nossa sociedade. A começar do produto de seu trabalho que é apresentado como algo independente dele.

A alienação pode ser compreendida como um distanciamento de tudo o que é natural. O homem encontra-se alienado da natureza, de si mesmo, da condição humana e dos outros homens. Essas alienações estão interligadas e, em decorrência delas, as próprias atividades humanas não têm sentido para os homens (CEDRO, 2008, p.21).

Como consequência, a alienação leva à compreensão de fatos econômicos, regras mercadológicas ou ideologias culturais, políticas e sociais como se fossem naturais, o que acaba minando a capacidade crítica do indivíduo e levando-o a aceitação de injustiças e atitudes que não consideraria normais se não fosse a alienação.

> Esse contexto de alienação, que permeia todas as esferas da vida dos indivíduos, acaba levando o homem a conceber as relações sociais como algo espontâneo, natural, eterno, ou seja, não consciente, não-intencional e sem contradições. Com isso surge a impressão de que existe uma ruptura entre o homem singular e a sociedade. (CEDRO, 2008, p. 21)

[7] Sobre a resistência aos conteúdos nas escolas de classes populares, ver Salatino (2014).

A alienação está relacionada à consciência e à valorização estritas das realidades mais imediatas, pois

> [...] a forma de conceber a realidade, pelo que ela se apresenta de imediato, não permite que o raciocínio rompa este limite restrito do imediatamente perceptível, e, com isso, o raciocínio fica cerceado ao imediatamente dado, às meras manifestações fenomênicas. Em consequência dessa visão restrita de realidade, a vida do homem singular é vista como algo diferente da totalidade social, já que todas as mediações entre esses dois polos não são imediatamente perceptíveis (OLIVEIRA, 2006, p. 14-15)

A partir do conceito de humanização dado anteriormente, podemos compreender outro significado para o mesmo termo. Para Duarte (1992), humanização se opõe a alienação, sendo ambas as formas de se apropriar dos conteúdos no interior das relações sociais de dominação. Para que o indivíduo se humanize, ou seja, torne-se de fato livre é preciso que ele tome consciência dessa alienação a que está submetido e busque superá-la.

Iremos a partir de agora explorar os conceitos de *individualidade em-si* e *para-si*, buscando explicitar melhor nosso argumento filosófico para a importância de se considerar as necessidades amplas na escola. Utilizaremos os conceitos tal como registrados por Heller (2008) e interpretados (em edição anterior) por Duarte (1992).

A vida cotidiana é a esfera social em que todo indivíduo inicia sua formação. No interior dela, o indivíduo amadurece ao assimilar a manipulação das coisas, o domínio da natureza, as mediações sociais e as formas de comunicação. No interior da vida cotidiana também o indivíduo faz várias escolhas. São características dessas assimilações e escolhas cotidianas, a espontaneidade, o pragmatismo, o economicismo, a ultrageneralização, entre outras explicadas por Heller (2008).

Entretanto, todo indivíduo é simultaneamente ser particular e ser genérico, ou seja, um ser único e ao mesmo tempo um elemento integrante do gênero humano. Para compreender melhor essa duplicidade, podemos pensar em alguns fatos: ao assimilar os conteúdos de sua época, o indivíduo assimila também o passado da humanidade, ainda que inconscientemente; também ao trabalhar, por motivos particulares, produz objetivações genéricas[8] (HELLER, 2008, p. 34).

---

[8] As objetivações genéricas em-si são as objetivações da vida cotidiana, como a linguagem, os costumes e os objetos. As objetivações genéricas para-si são os conteúdos das esferas superiores (ou não cotidianas), ou seja, da Arte, da Ciência, da Filosofia e da Política. No entanto, um conteúdo do âmbito das objetivações genéricas para-si mesmo sendo humanizador, ao ser apropriado em meio a relações alienadas, pode assumir a função de não-humanizador. Isso ocorre por exemplo com os conteúdos científicos que são utilizados para a guerra ou para a obtenção de lucro.

Na vida cotidiana, o indivíduo forma sua *individualidade em-si*, que Heller (2008) denominou de "muda unidade vital de particularidade e genericidade", ou seja, mesmo havendo a coexistência do indivíduo como ser particular e como humano genérico, não há relação consciente nem com a particularidade e nem com a genericidade e, portanto, não há consciência no indivíduo sobre os conteúdos de sua vida e da sociedade.

Como ressalta Duarte (1992), não se pode falar de eliminação da *individualidade em-si*, pois todos os indivíduos desfrutam dela, no entanto, a alienação ocorre quando essa se torna a finalidade da vida, quando a causa de seus conflitos é a particularidade, quando a vida orienta-se para o *Eu*, sob a naturalização da realidade, tal como é.

Para exemplificar, a alienação ocorre quando o indivíduo tem como finalidade de sua existência a sua ascensão social, sem compreender as injustiças que encontram-se por trás da desigualdade. E essa alienação é consequência, de certo modo, da *individualidade em-si*. "A *individualidade em-si*, na medida em que vive sob relações sociais de dominação, terá mais possibilidades de reproduzir a alienação do que a humanização" (DUARTE, 1992, p. 195).

A grande maioria da humanidade permanece na *individualidade em-si*, ou seja, na muda unidade vital de particularidade e genericidade, não elevando ambos os aspectos ao nível da consciência. "O fato de se nascer já lançado na cotidianidade continua significando que os homens assumem como dadas as funções da vida cotidiana e as exercem paralelamente" (HELLER, 2008, p. 38).

Como consequência dessas relações alienadas, "a vida dos indivíduos não necessariamente reflete a humanização já alcançada pelo gênero" (DUARTE, 1992, p. 158).

> Todo indivíduo forma-se, através dos processos de objetivação e apropriação, um ser genérico, um ser pertencente ao gênero humano. Entretanto, sob as relações sociais alienadas, a maioria dos seres humanos vive quase que exclusivamente no âmbito da genericidade em-si, não se tornando indivíduos para si, seres genéricos para si, não construindo sua individualidade enquanto uma singularidade que mantém uma relação consciente, livre e universal com o gênero humano. (DUARTE, 1992, p. 155)

Segundo Heller (2008), entretanto, existe a possibilidade do indivíduo adquirir consciência de sua natureza genérica, isto é, de considerar a si mesmo como elemento do gênero humano. Essa possibilidade é uma tendência, da qual se aproximam (segundo os exemplos da própria autora) revolucionários, cientistas e artistas, especialmente durante

suas atividades de luta, descoberta e criação. A Ciência, por exemplo, desantropocentriza o homem e possui metas muito mais humano-genéricas que particulares.

A autora enfatiza que não existe um limite rígido entre a atividade cotidiana e a práxis não cotidiana no indivíduo. Segundo ela, existem infinitos tipos de transição, pois mesmos os indivíduos exemplificados (revolucionários, cientistas e artistas) exercem ambas as formas de atividade.

Mais do que ter consciência de sua natureza genérica, o indivíduo pode relacionar-se conscientemente com essa natureza (o que é mais incomum). Essa tendência leva a um distanciamento do homem de suas próprias condições, de modo que sua própria particularidade pode ser vista como um dado relativo, ascendendo qualitativamente suas possibilidades de escolhas, formando sua *individualidade para-si*, na qual pode desenvolver livremente suas capacidades humanas.

Nessa tendência de desenvolvimento da *individualidade para-si* não há, portanto, eliminação da *individualidade em-si*, mas sim uma relação consciente do indivíduo com sua particularidade e com sua genericidade. Isso equivale a dizer que a vida cotidiana adquire um significado distinto para o indivíduo, o qual pode agora refletir sobre ela. Desenvolve-se a possibilidade de uma relação consciente com a vida cotidiana, mas também com os valores, a Ciência, a Arte e diversos conteúdos que não satisfazem necessariamente suas necessidades cotidianas. Então, o indivíduo "procura dirigir a sua vida tendo como referência o desenvolvimento histórico alcançado pelo gênero humano" (DUARTE, 1992, p. 193).

Essa tendência é também denominada por Heller (2008) como "condução da vida" e implica em engajamento moral, em auto-realização e em autofruição da personalidade. A finalidade da vida de um indivíduo *para-si* (ainda que esse não seja um estágio definitivo, mas um processo de ascensão) é "a busca de se relacionar conscientemente com sua vida, com sua individualidade, mediado pela também constante busca de relação consciente com o gênero humano" (DUARTE, 1992, p.199).

Os conflitos vivenciados por um indivíduo *para-si* são motivados não pelas necessidades da vida alienada, mas pelas necessidades da vida humana, são motivados pela própria consciência da alienação. Esse processo certamente gera contradições, muitas vezes, entre as necessidades particulares e as genéricas.

De acordo com Duarte (1992), não é possível uma superação total da alienação, pois isso dependeria de transformações nas relações sociais, no entanto, o indivíduo pode manter "uma relação cada vez mais consciente com as formas pelas quais, subjetiva e objetivamente, ele reproduz em sua vida, tanto a alienação quanto a humanização". O desenvolvimento (ou não desenvolvimento) da *individualidade para-si* depende das circunstâncias da vida e envolve fatores afetivos. Portanto, esse autor aborda a importância da educação escolar no processo de formação do indivíduo em uma sociedade como a nossa, em que a dominação se faz presente.

Em meio a relações de dominação, a necessidade do homem se reduz à manutenção de sua existência física, o que dificulta o desenvolvimento da *individualidade para-si*. Entre as funções da escola deve estar a de "tornar as objetivações genéricas *para-si* uma necessidade para o pleno desenvolvimento do indivíduo" (DUARTE, 1992, p. 200).

> Cabe ao processo educativo escolar um importante papel na mediação entre a relação objetivação-apropriação[9] que se realiza no cotidiano [...] e a relação objetivação-apropriação nas esferas não cotidianas. Esse papel fundamental do processo educativo escolar ressalta-se quando se compreende a individualidade para-si como um processo. (DUARTE, 1992, p. 200)

O autor critica insistentemente as práticas pedagógicas que valorizam sobremaneira as necessidades mais imediatas, as quais chegam ao ponto de desmerecer os conteúdos não aplicáveis na vida cotidiana.

> Quando o processo educativo se eleva ao nível da relação consciente com a genericidade, ele cria no indivíduo carecimentos cuja satisfação gera novos carecimentos de nível superior. A prática pedagógica tem sido concebida por muitas teorias pedagógicas como tendo por tarefa satisfazer carecimentos que vão se formando ao longo de cada fase da vida das pessoas. (DUARTE, 1992, p. 205)

Estando consciente de seu papel na superação da alienação por parte dos indivíduos, a escola deve preocupar-se sobretudo em fazer com que os indivíduos percebam suas necessidades amplas.

Há aspectos metodológicos associados à educação que valoriza as necessidades amplas, entre os quais se destaca a ênfase na estrutura do conhecimento e em sua lógica interna. Observa-se uma tendência de sistematização, ordenação e gradação do conhecimento.

---

[9] Objetivação e apropriação são "duas categorias que expressam a dinâmica do processo pelo qual o ser humano se auto-constrói ao longo da história". (Duarte, 1992) A produção de objetos e da linguagem são exemplos de objetivação, enquanto o conhecimento, a utilização e a transformação de objetos são exemplos de apropriação. A objetivação e a apropriação geram no homem novas necessidades que levam a novas objetivações e apropriações.

Esse ensino mais tradicional dos conteúdos costuma ser identificado a práticas autoritárias. No entanto, a aparente contradição entre ensino democrático e o ensino tradicional dos conteúdos é resolvida por Saviani (1999) de um modo que procuraremos resumir. Para ele, a desigualdade de classes é o ponto de partida, enquanto a igualdade e a democracia são pontos de chegada no processo educativo. Por considerar a desigualdade como ponto de partida, para ele não faz sentido em falar de democracia no processo educativo. Não é ela que garantiria a democracia nas práticas sociais. Democrático para ele é possibilitar às camadas populares conteúdos para que possam fazer valer seus interesses e se fortalecerem politicamente.

> uma relação pedagógica identificada como supostamente autoritária quando vista pelo ângulo do seu ponto de partida pode ser, ao contrário, democrática, se analisada a partir do ponto de chegada, isto é, pelos efeitos que acarreta no âmbito da prática social global. Inversamente, uma relação pedagógica vista como democrática pelo ângulo de seu ponto de partida não só poderá como tenderá, dada a própria natureza do fenômeno educativo nas condições em que vigora o modo de produção capitalista, a produzir efeitos socialmente antidemocráticos. (SAVIANI, 1999, p. 88)

Ainda para esse autor, é preciso conciliar as metodologias próprias da educação que valoriza necessidades mais imediatas com uma metodologia mais rígida, que respeite a estrutura dos conhecimentos acumulados historicamente.

> [Uma pesquisa articulada com os interesses populares] favorecerão o diálogo dos alunos entre si e com o professor, mas sem deixar de valorizar o diálogo com a cultura acumulada historicamente; levarão em conta os interesses dos alunos, os ritmos de aprendizagem e o desenvolvimento psicológico, mas sem perder de vista a sistematização lógica dos conhecimentos, sua ordenação e gradação para efeitos do processo de transmissão-assimilação dos conteúdos cognitivos. (SAVIANI, 1999, p. 79)

Acreditamos que esse ensino, ao mesmo tempo em que se encontra comprometido com uma série de conteúdos, os quais deseja que os indivíduos aprendam, por ser o mais próximo da verdade que a humanidade conseguiu chegar, se estiver consciente de que esses conteúdos não podem ser transmitidos diretamente, estará comprometido com uma metodologia que leve os alunos a quererem adquirir/construir esses conteúdos.

Em Matemática, as necessidades amplas estão relacionadas à compreensão de generalizações de estruturas, padrões e propriedades desvinculadas dos contextos imediatos e atuais. Essa dimensão da Matemática vem sendo desprezada em textos educacionais, o que não faz sentido sob o ponto de vista por nós adotado, já que a Matemática como produção humana, como Ciência formal, possui essa essência. Entendemos o conhecimento matemático como um bem humano, direito de todos.

Visto dessa forma, o ensino de Matemática deve contribuir não apenas para que o indivíduo satisfaça necessidades de seu cotidiano. Também não apenas para que o indivíduo possa agir e interpretar fatos em sua realidade atual. O ensino de Matemática contribui também para que o aluno se aproxime e deseje se aproximar da verdade. Para tal, é necessário valorizar o ensino dos conteúdos matemáticos do modo como se organizam e, especialmente, apresentar a demonstração matemática como um valor central da Matemática[10], essencial para uma formação crítica no sentido que adotamos aqui.

Como ressalta Matheus (2016), apesar da complexidade das discussões que envolvem a noção de verdade, "para lograr algum êxito, qualquer Ciência precisa estabelecer critérios que permitam distinguir o que é verdadeiro do que é falso. No caso da Matemática, faz-se essa distinção por meio da demonstração".

Além da demonstração, vivenciar o processo de descoberta também é essencial. Um ensino de Matemática que impõe aos alunos um resultado pronto, sem que eles mesmos tenham tido a oportunidade de questionar, conjecturar, testar hipóteses e se convencer desse resultado, sendo capazes de justificá-lo, contribui para que o indivíduo acredite sem questionar, atitude indesejável, que afasta o aluno de buscar a verdade, de tornar-se crítico.

> A criança que hoje é levada a aceitar passivamente um algoritmo ou uma regra sem compreender seu funcionamento, com base apenas na autoridade do professor ou da escola, tenderá a ser o mesmo indivíduo que, na vida adulta, aceitará preconceitos e injustiças sociais, também passivamente, sem perguntar seu significado e razão de ser. (PARO, 2011, p. 493).

Como já discutimos anteriormente, necessidades imediatas, atuais e amplas estão todas ligadas entre si. E podemos perceber implicações indiretas de uma em outra. Da forma como foi colocada, a demonstração matemática corresponde a necessidades amplas do indivíduo. No entanto, ela contribui para a formação do pensamento, para o desenvolvimento do raciocínio dedutivo, os quais são deixam de ser necessidades atuais, demandadas pela sociedade nas resoluções de problemas profissionais ou cotidianos. Ela contribui inclusive para a formação de valores relativos à democracia.

A democracia necessita de um tipo de pensamento sistemático, aberto e claro. Para isso pode contribuir a lógica dedutiva da Matemática. A Matemática dedutiva e os princípios democráticos são ambos considerados originários da Grécia Antiga e representantes de um novo padrão de racionalidade. Sendo assim, o modo de pensar

[10] Garnica (1996)

matemático pode contribuir para a formação dos valores democráticos no ensino (Skovsmose, 2007, p.69).

Concluindo o que temos falando sobre esse terceiro nível de necessidades, enquanto o enfoque nas necessidades imediatas valoriza o indivíduo e o seu bem-estar e o enfoque nas necessidades atuais valoriza os papéis desse indivíduo (cidadão, profissional, entre outros) na manutenção/transformação de sua sociedade, o enfoque nas necessidades amplas nos leva a valorizar o indivíduo como ser humano. A humanização é um conceito que, conforme abordamos, supera a sobrevivência biológica e as relações alienadas que estabelecemos em nossa realidade atual.

No entanto, o enfoque estrito às necessidades amplas pode também conduzir a desvios indesejáveis na educação. Se pensarmos no ensino de Matemática, e nos rumos mais tradicionais que ela tem tomado no Brasil, teremos um bom exemplo de esvaziamento dos métodos pelo conteúdo. Isso porque a supervalorização da estrutura matemática pode levar à desconsideração das necessidades imediatas e atuais e à desconsideração da própria estrutura lógica do estudante e sua relação com o saber.

Argumentamos a respeito dos impactos negativos que a exclusividade no tratamento de uma única dimensão das necessidades pode trazer aos estudantes e à sociedade. É importante que o ensino valorize necessidades imediatas, atuais e amplas. No entanto, a escola tem papéis diferentes no que diz respeito a cada uma delas, pois, como vimos, os graus de percepção dos indivíduos é diferente para cada uma e, além disso, os métodos de ensino divergem no que diz respeito ao tratamento de cada dimensão.

Um ensino que valoriza as três dimensões das necessidades é um ensino que enxerga as necessidades dos indivíduos, as necessidades da sociedade local-atual e as necessidades humanas de forma mais ampla. Sendo assim, nele há espaço para diversos conteúdos: ao mesmo tempo em que permite o desenvolvimento natural das potencialidades de cada indivíduo, valoriza as culturas populares e a organização local dos conhecimentos e, ainda, oportuniza o acesso ao que se tem de mais convergente na produção humana de cultura e conhecimento.

Um ensino que valoriza as três dimensões das necessidades deve ter abertura para diferentes metodologias e diferentes relações de autoridade entre professores e alunos, tendo por base o princípio básico de democracia, conforme já defendemos aqui. Acreditamos que

é possível (e desejável) que haja uma parte do planejamento mais participativo e outra mais rígida, que haja uma parte do currículo negociada com os alunos[11] e outra pré-determinada.

Concordamos com os autores que defendem a participação do aluno no próprio planejamento do currículo, mas não concordamos que isso deva ocorrer para todo o currículo. Especialistas e educadores não podem abrir mão de, cientes da relação entre necessidades e conteúdos, refletirem sobre que sociedade querem ajudar a construir. O aluno não tem condições de decidir isso sozinho, pois não tem ainda consciência das necessidades menos imediatas. Concordamos também com os autores que criticam o estruturalismo e sua exclusividade em necessidades amplas, no entanto, seguir prescrições e compreender a estrutura matemática é parte do todo que desejamos formar.

Para que a aprendizagem escolar faça sentido para o alunos, entendemos que ela deve estar relacionada a uma necessidade sua, seja ela imediata, atual ou ampla. O essencial aqui é a imprescindibilidade desse vínculo no próprio processo de aprendizagem. Ou seja, compreender que necessidades estão relacionadas a cada conteúdo não é uma atitude desejável apenas para professores e elaboradores de currículos, mas também para os estudantes. A aprendizagem deve ser relevante, não apenas do ponto de vista da escola, mas também do ponto de vista do estudante, para que haja interesse em aprender.

Está implícito na relação que se estabelece na escola que por trás de cada conteúdo há uma necessidade, ou seja, há algum motivo para se aprender aquele conteúdo. No entanto, em muitos casos, professores e alunos são desencorajados de se perguntarem sobre esse motivo.

Portanto, estamos chamando de aprendizagem relevante (do ponto de vista do estudante) aquela que surge do interesse por um conteúdo ainda não aprendido a partir da manifestação de uma necessidade. Com isso, podemos concluir que quando a aprendizagem de um conteúdo é relevante para o aluno, ele é capaz de relacionar essa aprendizagem a necessidades imediatas, atuais ou amplas. E, consequentemente, relacionar o conteúdo aprendido a outros conteúdos, inter-relacionados através dessa necessidade.

Para que a aprendizagem seja relevante, como já mostramos, é preciso que a escola se liberte das amarras disciplinares e deixe de valorizar exclusivamente conteúdos do tipo *conhecimento*. Isso porque a uma mesma necessidade estão relacionados vários conteúdos, de diversos tipos e de diversas disciplinas.

[11] Sobre outra concepção de currículo (não prescritivo), o chamado currículo em ação, ver Geraldi (1993).

Muitos são os objetivos utilizados para se justificar a relevância de determinados conteúdos: o preparo para exercer a cidadania, a conscientização para a sustentabilidade, o preparo para o mundo do trabalho, a humanização, entre outros. Entretanto, essas justificativas não são suficientes para desencadear a aprendizagem se forem apenas compreendidas pelos estudantes. As aprendizagens serão relevantes se esses motivos forem eficazes para a atividade de aprender e desse modo os próprios alunos serão capazes de justificar seus aprendizados.

O discurso pode promover motivos compreendidos, mas só a prática (refletida, planejada e discutida) pode fazer surgir motivos eficazes e aprendizagens relevantes. O aluno que aprende Matemática para ir bem na prova tem uma relação com o conteúdo matemático diferente do aluno que aprende as operações básicas para dar conta dos problemas que aparecem cotidianamente em sua vida, que aprende estatística para compreender melhor as informações veiculadas pela mídia e que aprende números complexos para sanar uma curiosidade sua com respeito às equações.

Com base em nosso referencial teórico e em nossa experiência docente, podemos afirmar que, ao vivenciar um processo de aprendizagem não relevante, o aluno não vê sentido para aquele conteúdo e, o que é mais grave, passa a não ver sentido para a aprendizagem escolar como um todo.

Acreditamos, no entanto, que uma aprendizagem relevante muda a visão do estudante com relação a um conteúdo especificamente e com relação ao conhecimento, como um todo. Perceber o sentido dos conteúdos que aprende contribui para que o aluno, em sua vida, escolha utilizá-los quando forem necessários ou ainda avance em seus estudos e crie algo novo a partir deles.

Quando a aprendizagem é relevante, até mesmo algumas metodologias geralmente questionadas podem adquirir sentido, como os exercícios de repetição. Na prática de esportes, algumas habilidades se desenvolvem pela repetição de um movimento. Nesse caso, o atleta geralmente sabe qual é o objetivo final e que a repetição visa à aquisição de uma habilidade específica, que ele sabe qual é. Ou ainda que o objetivo do treinador seja aquecimento, ou alongamento, isso geralmente é explicado para o atleta. Desse modo, diversas metodologias podem ser justificadas no ensino, mas apenas se estiver a serviço de uma aprendizagem relevante, tanto do ponto de vista da escola, quanto do ponto de vista do estudante.

Para concluir, é importante ressaltar algo que já foi dito implicitamente. Para que o conteúdo seja relevante do ponto de vista do aluno, é necessário que seja, antes disso, relevante do ponto de vista da escola. Desse modo, um currículo discutido e planejado a partir da relevância dos conteúdos, ou seja, da relação entre conteúdos e necessidades, é condição fundamental para uma aprendizagem escolar relevante, ou seja, que faça sentido para o aluno.

1.3 As necessidades e os conteúdos matemáticos

Para compreender a relação entre necessidades e conteúdos matemáticos, é fundamental discutir a especificidade do conhecimento matemático. Procuraremos distinguir duas formas de compreender a Matemática. Primeiramente, podemos pensar na Matemática como Ciência, que foi sendo construída e formalizada através dos séculos.

> Esse processo de construção [da matemática] foi longo e tortuoso. É obra de várias culturas e de milhares de homens que, movidos pelas necessidades concretas, construíram coletivamente a matemática que conhecemos hoje. De fato, assim como todo conhecimento, a matemática é também um conhecimento historicamente em construção que vem sendo produzido nas e pelas relações sociais. (Fiorentini, 1994, p.67)

Na Filosofia da Matemática têm surgido diferentes escolas de pensamento que buscam explicar a natureza desse conhecimento. Podemos citar o logicismo, o formalismo e o intuicionismo como escolas que traçam uma visão mais absolutista para a Matemática, tornando-a isenta de revisões e erros. Posteriormente, surgiu uma linha construtivista, que valoriza o envolvimento humano na construção desse conhecimento, tomando uma posição falibilista (SANTOS, 2014).

Para além da Matemática como Ciência, podemos pensar numa Matemática mais ampla, que engloba as suas aplicações e formas de pensar cotidianas. Skovsmose (2007, p.47-52) cita como exemplos da Matemática que está em todo lugar, a leitura automática do código de barras, a política de segurança do cartão de crédito, as operações de sistemas, as técnicas de construções de casa, as vendas e compras de mercadorias, a leitura de um jornal com suas informações e gráficos. Os conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais da Matemática são aprendidos e usados a todo o tempo em nossa sociedade, nem sempre com o rigor e a precisão da Matemática formal.

Outros autores apontam para a existência de duas formas de compreender a Matemática. Carraher; Schliemann (1989, p. 12-13), por exemplo, distinguem a Matemática como Ciência formal e como atividade humana. Como atividade humana, a Matemática é uma organização particular de conhecimentos considerados matemáticos. Mesmo a Matemática como Ciência formal foi elaborada a partir de induções e conjecturas sem prova, ou seja, da Matemática como atividade humana.

Encontramos essa diferenciação também em D'Ambrósio (1996), segundo o qual as duas formas de Matemática são a Matemática utilitária e Matemática teórica. Essas duas formas convivem desde há muito tempo. Segundo o autor, "desde o tempo dos gregos tem havido indivíduos capazes de reconhecer a relação entre as duas modalidades de Matemática, mas pouquíssimos são capazes de dominar ambas" (p.33).

Concordamos com Carraher; Schliemann (1989) de que é função da escola tanto apresentar os conteúdos da Matemática como atividade humana, quanto da Matemática formal. Isso, porque as realidades mais imediatas requerem do indivíduo que façam induções, conjecturas, que realizem operações numéricas por métodos que, mesmo que não tenham sido formalizados/justificados pela escola, satisfazem as suas necessidades cotidianas. A escola deve incentivar e aperfeiçoar essas atividades, contribuindo assim para a formação dos indivíduos.

Por outro lado, a compreensão de que cada procedimento informal pode ser relacionado, revisado ou confrontado com os conhecimentos matemáticos produzidos historicamente, é essencial para satisfazer necessidades menos imediatas do indivíduo, o que também é função da escola, como justificamos anteriormente. A nosso ver, a diferenciação dessas duas visões de Matemática e a noção de complementaridade entre elas é o que há de fundamental para o ensino dessa disciplina. Essa diferenciação está estreitamente relacionada às três dimensões das necessidades, conforme temos abordado.

Skovsmose (2007, p.28), ao descrever as tendências mundiais da Educação Matemática, diferencia o essencialismo do pragmatismo e de perspectivas sociopolíticas para o ensino. Para os essencialistas, em quem centraliza suas críticas, o conhecimento é o bem último. A estrutura matemática (para o estruturalismo) ou o modo matemático de pensar (intuicionismo) são importantes em si, independentemente das relações que estabelecem como o mundo exterior. Essa visão essencialista pode ser também compreendida como internalista, ou seja, os elementos necessários para se aprender

Matemática estão contidos no interior da própria Matemática - restrita, nesse caso, à Matemática teórica.

Fiorentini (1994), assim como Skovsmose (2007), diferencia as tendências mais internalistas daquelas que são mais externalistas.

No caso das tendências internalistas, tende-se a desconsiderar a Matemática como atividade humana e aborda-se a Matemática teórica. Dentro dessas, é possível distinguir dois diferentes focos:

- Foco no conhecimento matemático (conceitos, princípios, algoritmos) - com maior ou menor dogmatismo, dando mais ênfase ou menos às justificativas, mais ênfase ou menos na precisão da linguagem matemática, mais ênfase ou menos no entendimento dos conceitos, mais ênfase ou menos na destreza técnica.
- Foco no modo de pensar matemático - dando mais ênfase ao raciocínio lógico indutivo ou dando mais ênfase ao raciocínio lógico dedutivo.

Já nas tendências externalistas, há espaço também para a Matemática vista como atividade humana. Ainda assim, há variedade do que se valoriza em diferentes abordagens. Podemos citar, por exemplo:

- Desbravar problemas da realidade que fazem uso da Matemática;
- Explorar a Matemática não sistematizada que surge das práticas sociais (artesanato, feira, agricultura, construção de casas etc.);
- Ler o mundo e as informações que fazem uso de Matemática;
- Compreender o significado histórico das ideias;
- Desenvolver habilidades para serem usadas na sociedade tecnológica;
- Prover-se de competências críticas.

Em nossa concepção, deve haver na escola espaço para diferentes abordagens. O ensino da Matemática teórica, cuja importância na escola já justificamos, necessita de maior precisão e rigor. Já o ensino da Matemática como atividade humana não pode prescindir da participação do aluno e de maior liberdade no modo de raciocinar, ela envolve estimativa, incerteza e até mesmo a possibilidade de várias soluções para um mesmo problema.

Capítulo 2- O significado da aprendizagem

Entre a necessidade e o aprendizado há um longo caminho a percorrer. Nele surgem decisões e indecisões, hipóteses que são anuladas e validadas, recursos mais adequados e menos adequados, concepções corretas e concepções alternativas. Ainda que o indivíduo esteja inicialmente interessado em aprender determinado conteúdo, muitos fatores podem levá-lo a desistir. E desistir nem sempre implica não aprender, pode implicar um aprendizado mecânico para fazer uso do conteúdo de forma momentânea, sem a real compreensão de seu significado.

Vários autores têm se dedicado a explicar o processo de aprendizagem com a finalidade de aperfeiçoar o ensino escolar. Entre eles, David Ausubel (1918 - 2008), psicólogo cognitivista, que formulou a Teoria da Aprendizagem Significativa.

Neste capítulo, procuraremos fundamentalmente descrever a teoria de Ausubel, mas também apresentar algumas utilizações que autores mais contemporâneos têm feito dela e articulá-la às demais ideias que viemos desenvolvendo na presente tese. Não detalharemos demais os aspectos dessa teoria, pois ela já foi amplamente estudada e divulgada no Brasil, por exemplo, por Moreira (1999) e por Moreira; Masini (2001).

Na Teoria da Aprendizagem Significativa, a ênfase encontra-se em um tipo específico de conteúdo da aprendizagem - os conhecimentos, sobretudo conceitos e proposições. Entretanto, acreditamos que grande parte dessa teoria se aplica também a aprendizagens de habilidades, valores e atitudes.

Joseph Novak é um pesquisador que tem acrescentado à Teoria da Aprendizagem Significativa uma característica mais humanista, levando em conta o indivíduo como um ser completo e não apenas cognitivo. A leitura desse autor tem nos permitido extrapolar a ideia de Ausubel para além dos conteúdos conceituais. Para ele, “aprendizagem significativa pressupõe uma integração construtiva entre sentir, pensar e agir levando ao *empowerment* para o compromisso e a responsabilidade” (NOVAK, 1998, p.18).

Tendo aprendido um conteúdo significativamente, o indivíduo poderá fazer uso desse conteúdo para situações similares àquela em que ele seja necessário. No entanto, o mesmo conteúdo pode ser requerido em situações diversas. A aprendizagem significativa instrumentaliza o indivíduo para que possa utilizar o conteúdo conforme a necessidade. Essa

instrumentalização é chamada por Novak de *empowerment* e está relacionada também ao compromisso e responsabilidade que se tem no uso desse conteúdo.

É importante esclarecer que não nos referimos a *uso* apenas no sentido pragmático e cotidiano, mas também significando a utilização do novo conteúdo nos processos de pensamento e criação. Do modo como compreendemos o conceito de *empowerment,* ele ressalta a importância do sentido e do significado da aprendizagem para o indivíduo.

2.1 A Teoria da Aprendizagem Significativa

Todo indivíduo possui uma estrutura cognitiva a qual é formada pelos conhecimentos já adquiridos ao longo de sua vida. Quando um novo conhecimento interage com essa estrutura de forma não arbitrária e não literal, ocorrem mudanças na estrutura cognitiva do indivíduo, as quais caracterizam a *aprendizagem significativa* (AS) (AUSUBEL, 1980).

Entendemos por não literal a assimilação do novo conhecimento que é significada pelo estudante de modo que ele seja capaz de fazer novas relações entre o conhecimento aprendido e os seus conhecimentos prévios. De modo mais prático, podemos dizer que o novo conhecimento interage com os conhecimentos prévios de forma não literal quando o indivíduo é capaz de explicar o novo conhecimento com suas próprias palavras, suas próprias relações.

Entendemos por não arbitrária a interação do novo conhecimento com os conhecimentos prévios, quando estes são justamente os que têm alguma relevância para o novo conhecimento e então servem como subsunçores para o mesmo. Isso significa que, ao ser assimilado, o novo conhecimento não fica isolado na estrutura cognitiva do indivíduo, mas interage com os chamados subsunçores.

Os subsunçores são aqueles conhecimentos prévios que fazem parte da estrutura cognitiva do estudante e que possuem alguma relevância para *ancorar* o novo conhecimento de modo que esse adquira significado. É importante ressaltar que no processo da AS não apenas os novos conhecimentos adquirem significado, como também são ressignificados os próprios conhecimentos prévios. Por isso, a mudança da estrutura cognitiva caracteriza a AS.

Pode-se aprender algo significativamente mesmo estando errado do ponto de vista científico ou social. Esses aprendizados inválidos são normalmente chamados de concepções alternativas e abrangem as limitações e as inadequações do conhecimento. Por se tornarem parte da estrutura cognitiva do indivíduo, é muito difícil romper com as concepções alternativas, é preciso a mediação de outro indivíduo para perceber e convencê-lo a superar essas concepções (NOVAK, 2002).

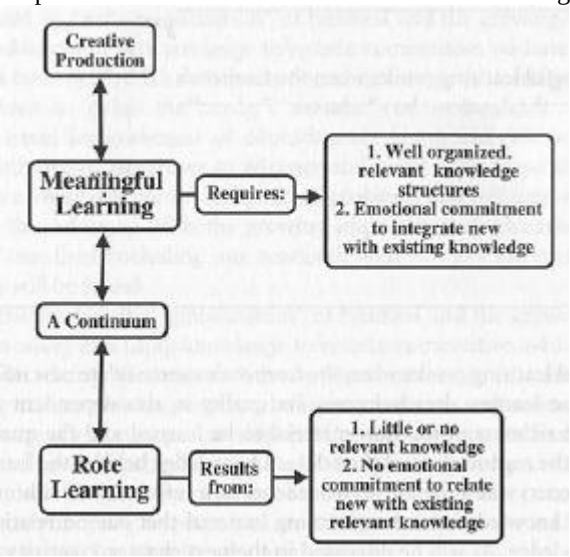
Na impossibilidade de encontrar subsunçores para os novos conhecimentos, por vezes, o indivíduo recorre a estratégias de memorização ou outras, de modo que o novo conhecimento seja lembrado a curto prazo e de forma arbitrária e literal. Essa aprendizagem é denominada *aprendizagem mecânica*.

O fato é que esse novo conhecimento, adquirido de maneira arbitrária, isolado na estrutura cognitiva, costuma ser esquecido a longo prazo. Se isso ocorrer, não haverá forma de recuperá-lo já que ele não se encontra conectado a outros conhecimentos ou a conexão é muito fraca. E, portanto, o indivíduo não poderá percorrer um caminho em sua estrutura cognitiva para recuperar esse conhecimento.

Mas, ainda que seja lembrado, será impossível relacioná-lo a outros conceitos e a outras situações, quando isso se fizer necessário, pois o conhecimento foi adquirido de maneira literal. Portanto, dizemos que a aprendizagem mecânica produz uma aprendizagem situada, isto é, uma aprendizagem que não é transferível a outras situações.

Aprendizagem significativa e mecânica não são opostas, são extremos de um *continuum*. Isso quer dizer que uma aprendizagem pode estar mais próxima de uma aprendizagem mecânica ou mais próxima de uma aprendizagem significativa, conforme a situação. Além disso, na prática, uma aprendizagem que se inicia mecânica pode tornar-se significativa com o tempo.

Figura 3 - O aprendizado de altamente mecânico a altamente significativo.



Fonte: Novak (1998, p. 24)

Em muitos casos, a aprendizagem mecânica é inevitável, pois é preciso recorrer a ela quando não há conhecimento prévio suficiente. No entanto, é essencial que ela se torne significativa.

Esclareceremos que não há aqui nenhuma crítica à memorização. Esta, como uma habilidade fundamental para o ser humano, pode ser valorizada como conteúdo no ensino. No entanto, o uso que se faz dessa memorização na escola, quando atrelada a uma cobrança por aprendizagens não significativas, é prejudicial na formação do indivíduo.

O fato é que a aprendizagem mecânica em nada se aproveitará na formação do estudante se não se transformar em AS. E o bom aluno, comprometido com um jogo escolar que propicia a aprendizagem mecânica não se comprometerá com a AS, impedindo que ela ocorra (NOVAK, 2002, p. 558).

Além dos inconvenientes já mencionados do aprendizado mecânico, podemos destacar o fortalecimento das concepções alternativas. O aluno tenta integrar um novo conhecimento a uma estrutura defeituosa e esse processo leva à elaboração ou fortalecimento do equívoco.

Outro inconveniente do aprendizado mecânico: o fato de ele não contribuir para mudanças significativas na estrutura cognitiva o torna ineficaz para conduzir a produções criativas. Ou seja, resolução de problemas inéditos (para o indivíduo ou para a sociedade) só pode ocorrer por meio da AS. Invenções, criações e descobertas são um passo além da AS como podemos ver na figura 3.

De acordo com Ausubel, a aprendizagem significativa pode ocorrer por recepção ou por descoberta. No primeiro caso, o conteúdo é apresentado ao indivíduo em sua forma final. No segundo caso, como o nome já diz, o próprio indivíduo descobre aquele conteúdo por si. É importante fazer essa distinção para se compreender que a aprendizagem significativa não está relacionada estritamente a métodos de investigação. Métodos de investigação podem produzir aprendizado mecânico ou significativo. Métodos mais tradicionais de exposição, do mesmo modo, podem produzir aprendizado mecânico ou significativo.

No caso do conteúdo matemático, há conteúdos que podem ser aprendidos por descoberta, como por exemplo, o Princípio Multiplicativo e a Proporcionalidade. E há outros conteúdos que costumam ser aprendidos por recepção, como a Lei dos Cossenos e as Expressões Algébricas das Cônicas no Plano Cartesiano, ainda que a demonstração seja apresentada de algum modo.

A aprendizagem, seja significativa ou mecânica, seja por recepção ou descoberta, não é vista por Ausubel como um fenômeno passivo, pelo contrário, aprender implica atividade por parte do indivíduo.

Ausubel descreveu alguns processos cognitivos que compõem a AS:

- Aprendizagem subordinada: quando o conhecimento prévio é mais geral que o novo conhecimento. Ocorre nesse tipo de aprendizagem o que Ausubel chama de diferenciação progressiva. Por exemplo: O aluno já conhece os números naturais e irá aprender o que são números pares. A diferenciação progressiva ocorre entre os conceitos de número natural, par e ímpar nesse caso.

- Aprendizagem superordenada: quando o novo conhecimento é mais geral que o conhecimento prévio. Nesse tipo de aprendizagem, ocorre a reconciliação integrativa. Por exemplo: O aluno conhece os números naturais e irá aprender os números inteiros.

- Aprendizagem combinatória: quando é preciso fazer uso de analogias. Por exemplo: O aluno compreende o princípio de Cavalieri pela analogia com uma pilha de folhas de papel.

São características da AS a flexibilidade e a longevidade. A flexibilidade refere-se à possibilidade do indivíduo utilizar o conhecimento em outras situações, além daquele em que aprendeu. A longevidade refere-se à possibilidade de recuperar o conhecimento em

longo prazo, pelo fato de este estar relacionado a outros conhecimentos da estrutura cognitiva. Sendo assim, independentemente da situação, tendo aprendido um conteúdo significativamente, o indivíduo pode recuperá-lo a longo prazo percorrendo um determinado caminho em sua estrutura cognitiva.

Desse modo, as vantagens da aprendizagem significativa são as seguintes: ela permite que o aluno domine o conteúdo a ponto de poder utilizá-lo em situações diversas, caso precise, e inclusive recuperá-lo depois de muito tempo.

Para Ausubel, a ocorrência da AS está condicionada pela existência de três elementos essenciais. São eles a decisão por aprender significativamente, os conhecimentos prévios e o material adequado.

2.1.1 Decisão por aprender significativamente

Esse é o elemento que conecta a teoria de Ausubel ao capítulo anterior, pois a necessidade leva o indivíduo a querer aprender, mas a decisão é um passo além do interesse. Após interessar-se por um conteúdo que ainda não aprendeu, o aluno decide ou não por aprendê-lo. Aprender ou não é uma decisão do indivíduo que ninguém pode tomar por ele. E é essa decisão que o levará a buscar os elementos necessários para aprender.

Já abordamos anteriormente a importância da escola no processo de convencimento do estudante pelo conhecimento e pela aprendizagem. Mas é preciso mais do que o simples interesse pelo conteúdo, é preciso que o aluno decida aprender.

No entanto, Ausubel (1980) nos esclarece que quando decide aprender (sim ou não), o aluno também decide como aprender (significativa ou mecanicamente). Mesmo a decisão por aprender pode conduzir a dois caminhos. Então, é papel da escola convencer o aluno a aprender e aprender significativamente, pois o aprendizado exclusivamente mecânico não favorece em nada a sua formação, pelo contrário, pode prejudicá-la.

Numa educação dirigida para a avaliação, como temos predominantemente no Brasil[12], se a aprendizagem mecânica for suficiente para se obter êxito, então o aluno abandonará pouco a pouco o desejo de aprender significativamente. Desse modo, a escola

[12] Ver Paro (2003).

deve refletir a respeito de suas práticas que conduzem à aprendizagem mecânica, eliminando-as e reformulando-as conforme necessário.

Concordamos que "não é fácil ajudar alunos que estejam habituados a uma aprendizagem mecânica a trocá-la por práticas de aprendizagem significativa. [...] é preciso ensinar a eles algo sobre os mecanismos do cérebro e a organização do conhecimento" (NOVAK, 2010).

Na citação acima, Novak reforça a necessidade de se discutir na escola não apenas a importância da aprendizagem, conforme abordamos no capítulo anterior, mas também o funcionamento desta. É importante que os alunos adquiram o hábito de pensar sobre o seu próprio modo de pensar. É importante que o aluno desenvolva a metacognição[13]. É importante que o aluno perceba a diferença entre aprender significativa e mecanicamente e que estratégias lhes garantem um aprendizado ou outro.

2.1. 2 Conhecimentos prévios

Os conhecimentos prévios são aqueles conhecimentos que já fazem parte da estrutura cognitiva do indivíduo, organizados hierarquicamente, os quais servem como subsunçores do novo conhecimento. Juntamente com o material adequado, sobre o qual discutiremos a seguir, os conhecimentos prévios são essenciais para que ocorra a AS.

O fato de serem os subsunçores essenciais para a aprendizagem do novo conhecimento dá origem à máxima de Ausubel - "Quanto mais sabemos, mais aprendemos".

A dependência dos conhecimentos prévios é ao mesmo tempo uma bênção e uma maldição. Uma benção, pois quanto mais sabemos sobre um campo do conhecimento, mais fácil será obter novos conhecimentos desse campo. Uma maldição, pois quando desejamos aprender um conteúdo de um campo em que temos pouco conhecimento ou no qual os conhecimentos encontram-se desorganizados, temos dificuldades e às vezes precisamos recorrer à aprendizagem mecânica. Ou seja, ainda que haja decisão pela aprendizagem significativa por parte do aluno, a falta de conhecimentos prévios pode impedir que ela ocorra (NOVAK, 1998, p.29-30).

[13] Sobre metacognição, ver Flavel (1973).

No caso de não possuir subsunçores suficientes para determinado conteúdo, o indivíduo deve primeiramente adquiri-los. É, portanto, responsabilidade da escola o preocupar-se com seus conhecimentos prévios, ativando-os caso já sejam existentes e promovendo sua aquisição caso ainda não sejam existentes (MOREIRA, 1999).

Falaremos adiante sobre organizadores antecipatórios, estratégia sugerida por Ausubel (1980) nos casos em que não há os subsunçores necessários para o aprendizado.

Em Matemática, a relação entre novos conhecimentos e conhecimentos prévios se faz necessária também quando há várias representações de um mesmo conceito, quando é possível representar um mesmo conceito em linguagem natural e em linguagem matemática, quando há correspondência entre aquilo que o aluno já conhece e o que irá aprender de maneira formal.

Grande parte dos conhecimentos que armazenamos em nossa estrutura cognitiva encontra-se na forma de proposições (relações entre conceitos) interligadas e organizadas hierarquicamente (NOVAK, 2010, p. 13), mas há outras formas de conhecimento que se encontram nas formas visuais, sonoras, entre outras.

A abordagem de Ausubel sobre a aprendizagem nos permite visualizar a estrutura cognitiva como uma complexa rede de conhecimentos que se encontram interligados. É muito comum, inclusive a representação gráfica dessa rede de conhecimentos em autores contemporâneos que utilizam referenciais ausubelianos, como Novak (1998); Hay, Kinchin e Lygo-Baker (2008). Podemos ver um exemplo na figura 4.

Na figura 4, encontram-se as três estruturas mais gerais de organização cognitiva. A estrutura radial apresenta simplicidade tanto em termos de hierarquia quanto das relações que se estabelecem. É própria de um iniciante no campo conceitual em questão.

A estrutura linear apresenta uma relação orientada a um objetivo. É própria de um especialista que busca organizar seus conhecimentos para explicitá-los a alguém. Já a estrutura de rede é mais complexa hierarquicamente e, quanto mais complexas as relações entre os conceitos, mais demonstra especialização por parte de quem a elabora.

Figura 4- Estrutura do conhecimento prévio.

	SPOKE	CHAIN	NETWORK
Structure			
Hierarchy	single level	as many levels as concepts (but often these are unjustified)	several justified levels
Additions	additions to the central concept does not interfere with others	cannot cope with additions near the beginning of the sequence	additions and deletions have varying effects as 'other routes' are often available through the map
Deletions	generally have no effect on the overall structure unless the central (organising) concept is deleted (which leads to complete collapse)	disrupt the sequence below the deletion	
Links	often simple	often compound (making sense only when the map is read as a whole)	often rich and complex showing deep understanding
General	these structures indicate 'learning readiness' they are flexible and amenable to change in the course of learning	these structures are 'active' they are common to enterprise or to clinical practice where specific sets of actions must be carried out in sequence	these structures are 'scholarly' they often include alternative 'viewpoints' and even contradictory ideas

Fonte: Hay; Kinchin; Lygo-Baker (2008, p.301)

Três aspectos dos conhecimentos prévios podem afetar a aprendizagem: (1) Riqueza do conhecimento prévio. Como já foi dito, uma grande quantidade de conhecimentos prévios relevantes para a aprendizagem de um conteúdo específico pode facilitar o processo de *ancoragem*. (2) A estrutura do conhecimento prévio. A forma como o conhecimento prévio é organizado interfere também na aprendizagem, pois algumas configurações permitem mudanças mais que outras. (3) A presença de concepções alternativas. Ao mesmo tempo em que o conhecimento prévio constitui um andaime para os novos conhecimentos, havendo nele concepções alternativas, pode tornar-se obstáculo. (HAY; KINCHIN; LYGO-BAKER, 2008, p.300-301).

2.1.3 Material potencialmente significativo

Acreditamos que é responsabilidade do professor a escolha de materiais adequados, ou potencialmente significativos, para promover a AS. Um material adequado leva em consideração os conhecimentos prévios do indivíduo, a estrutura hierárquica conceitual do assunto em questão, os subsunçores necessários para o novo conteúdo e a clareza necessária para facilitar a aprendizagem.

Pela proximidade que tem do aluno e pela natureza de sua função, o professor é o profissional mais indicado para selecionar o material. É claro que o currículo discutido a nível escolar e nos níveis mais elevados da educação deve ser um dos elementos a serem considerados pelo professor. Mas não é o único. São necessárias a clareza sobre o conteúdo a ser desenvolvido e a investigação sobre o que já é conhecido dos alunos para se concretizar um material potencialmente significativo.

Ausubel (1980) sugere o uso de organizadores antecipatórios[14] no ensino para preencher (quando há) a lacuna entre o novo conhecimento e os conhecimentos prévios dos alunos. Inexistindo no aluno os subsunçores para que determinado conteúdo se ancore, o professor pode oferecer um material introdutório (com maior grau de inclusividade) que oferecerá subsunçores provisórios para aquele conteúdo.

O grande benefício do uso dos organizadores antecipatórios é que "tornam desnecessária muita da memorização mecânica à qual os alunos tantas vezes recorrem porque se exige que aprendam detalhes de uma disciplina não familiar antes de terem disponível um número suficiente de ideias de esteio chaves" (Ausubel, 1980, p. 146).

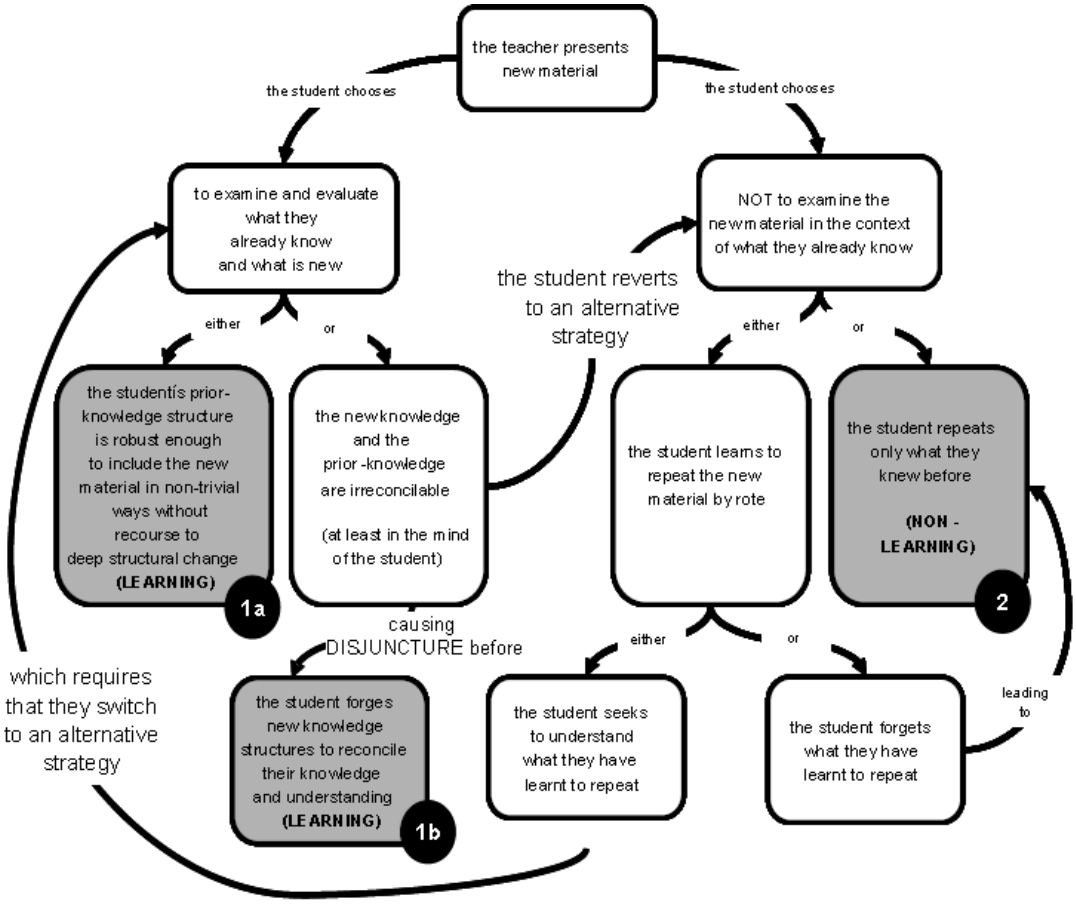
O fato de relacionarem o novo conhecimento aos conhecimentos obtidos por meio dos organizadores antecipatórios de forma significativa, bem como a conhecimentos prévios que possam servir de subsunçores, proporcionam aos alunos maiores possibilidades de AS que a memorização literal e arbitrária.

Vejamos agora um esquema esclarecedor dos possíveis caminhos da aprendizagem a partir de um material apresentado, que nos leva a compreender que a decisão por aprender significativamente pode ser alterada, dependendo de como seja esse material.

---

[14] Ver mais sobre esse conceito em Moreira (2008).

Figura 5 - Modelo geral da qualidade da aprendizagem.



Fonte: Hay; Kinchin; Lygo-Baker (2008, p.306).

Diante da oportunidade de aprendizagem através da apresentação de um material por parte do professor, o estudante pode decidir relacioná-lo (o novo material) ou não aos seus conhecimentos prévios.

Suponhamos que sim, o aluno optou por estudar o novo material, buscando estabelecer relações entre ele e seu conhecimento prévio, isto é, o aluno optou por aprender significativamente. Neste caso, podem ocorrer duas coisas. Primeiro, os conhecimentos prévios são ricos e organizados o suficiente para que a aprendizagem ocorra (1a). Segundo, a riqueza ou a organização dos conhecimentos prévios não é suficiente para ancorar o novo conhecimento, ou ainda há concepções alternativas que atrapalham a aprendizagem. Então, o aluno desiste de aprender significativamente ou ainda reorganiza seus conhecimentos prévios (o que o autor chama de *disjuncture*) para que ocorra o aprendizado (1b).

Disjuncture é um fenômeno bastante complexo. Quando o novo conhecimento e o conhecimento anterior são irreconciliáveis, ela pode ocorrer. Há perda de conexão entre

conhecimentos prévios. Relações tidas como certas para o aluno deixam de ser: o aluno percebe equívocos em seus conhecimentos prévios, os quais podem ser decorrentes de um aprendizado mecânico. Ele percebe que não é mais possível ir adaptando novos conhecimentos à sua estrutura conceitual, tal como se encontra. Então, através da mediação do professor, é possível identificar e superar essa fase, ocorrendo então o aprendizado.

Agora vamos supor que não, que o aluno opte por não estabelecer relações entre o novo conhecimento e o seu conhecimento prévio, ou ainda que o aluno tenha desistido de estabelecer essas relações. Neste caso, também podem ocorrer duas coisas. Primeiro, que o aluno simplesmente não aprenda (2). Segundo, que ele aprenda mecanicamente. E o aprendizado mecânico abre, por sua vez, dois caminhos: o não aprendizado (2) ou o desejo de aprender significativamente o que aprendeu mecanicamente, iniciando novamente o ciclo.

Como pudemos perceber, a opção pela aprendizagem significativa envolve uma atitude de perseverança no caso dos conhecimentos prévios não serem suficientes. Havendo perseverança por parte do aluno e favorecimento por parte da escola (na qual o tempo de aprendizagem costuma ser rígido e não respeitar as diferenças individuais), o aluno irá persistir até obter a aprendizagem significativa. Do contrário, o destino do indivíduo será (pelo menos nesse momento) o não aprendizado e, portanto, o desperdício de todo trabalho escolar.

É interessante notar na figura 5 a centralidade do material apresentado pelo professor. Quando consideramos esse elemento fundamental para a aprendizagem, estamos considerando ser função do professor ter conhecimento tanto sobre o corpo de conhecimento sobre o qual pretende ensinar, quanto sobre a rede conceitual de seus alunos no que diz respeito ao tema e sobre os recursos que podem potencializar a aprendizagem. Só assim será possível elaborar um material potencialmente significativo, com a ordenação e a clareza necessárias para que haja aprendizado.

Temos notado algumas dificuldades para se elaborar um material potencialmente significativo no sistema educativo, tal como se organiza no Brasil. Além da questão do tempo rígido escolar, que mencionamos anteriormente, a principal dessas dificuldades diz respeito ao grande número de alunos por professor, o que torna mais desafiador investigar os conhecimentos prévios de cada indivíduo. Outra dificuldade diz respeito aos materiais que vêm prontos para toda uma rede de ensino, engessando as possibilidades de o professor

desenvolver um material específico, ou adaptar o existente, voltando-se para os conhecimentos prévios de seus alunos.

Como já dissemos, deve ser tarefa do professor conhecer seus alunos e selecionar materiais potencialmente significativos. Quanto à diversidade de estruturas cognitivas dos alunos em uma sala de aula, Ausubel (1980) sugere como estratégia os próprios organizadores antecipatórios que, com maior grau de inclusividade com relação ao conteúdo, pode conquistar a disposição significativa para a aprendizagem de mais alunos.

> Não importa quão bem organizado seja o material de aprendizagem, ainda assim é razoável esperar que a aprendizagem e a retenção possam ser facilitadas para a maioria dos aprendizes pelo uso de organizadores antecipatórios num nível apropriado de inclusividade. [...] Para serem úteis, porém, os próprios organizadores devem obviamente ser passíveis de apreensão e devem ser apresentados em termos familiares. (Ausubel, 1980, p. 145)

Esperamos ter esclarecido nesse capítulo o que estamos chamando de significado da aprendizagem. Apresentamos também os pré-requisitos e as implicações de uma aprendizagem com significado para o indivíduo.

Resumidamente, aprendizagem significativa implica mudança na estrutura cognitiva do indivíduo. As principais evidências de AS são a articulação entre o novo conhecimento e os conhecimentos prévios com a modificação e integração de ambos e, como consequência disso, a possibilidade de recuperação do novo conhecimento a longo prazo e a aplicação desse conhecimento a outras situações. Para que ocorra a AS, os três elementos fundamentais são: decisão do aluno em aprender significativamente, conhecimentos prévios e material potencialmente significativo.

2.2 Relação entre sentido e significado

Como já dissemos, aprendizagens ocorrem o tempo todo na vida dos indivíduos e a escola pode aprender muitas coisas com a aprendizagem que ocorre fora dela. No primeiro capítulo, vimos que a ação de aprender faz sentido em muitos casos, por fazer parte de uma atividade maior para a qual se aprende. E, na escola, mesmo a aprendizagem sendo atividade principal, pode ter como motivo eficaz uma necessidade do indivíduo, o que trará sentido para essa aprendizagem.

Para que a aprendizagem escolar seja relevante para o indivíduo, isto é, faça sentido para ele, entendemos que ela deve estar relacionada a uma necessidade sua, seja ela imediata, atual ou ampla.

No segundo capítulo, estamos abordando outro aspecto desejável da aprendizagem de um conteúdo, o significado que ele adquire para o aprendiz. A aprendizagem de um conteúdo é significativa, quando esse conteúdo interage de forma não arbitrária e não literal com os conhecimentos prévios do indivíduo.

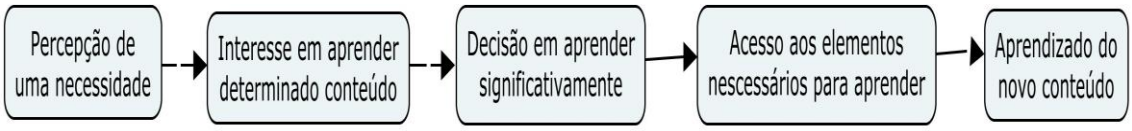
Segundo Novak (2010) há uma forte relação entre a aprendizagem que estamos aqui chamando de não relevante e o aprendizado mecânico. Já uma aprendizagem relevante potencializa a decisão do aluno em aprender significativamente, ou seja, uma aprendizagem com sentido possivelmente será uma aprendizagem com significado.

Outro autor destaca a relação entre o sentido e o significado na aprendizagem. Ao abordar os contextos culturais dos conteúdos, Bruner (2001) afirma que o sentido que eles dão à aprendizagem originam o seu significado.

> Produzir significado envolve situar encontros com o mundo em seus contextos culturais apropriados a fim de saber "do que eles tratam". Embora os significados estejam "na mente", eles têm origens e sua importância na cultura na qual são criados. (p. 16)

Assim, de acordo com o que vimos até aqui, a aprendizagem escolar terá sentido e significado para o aluno, se percorrer a seguinte trajetória.

Figura 6 - Trajetória de uma aprendizagem com sentido e significado.



Fonte: Próprio autor

A figura 6 nos ajuda a sintetizar o caminho para a aprendizagem escolar que propusemos com os dois primeiros capítulos dessa tese. O essencial, nesse esquema, é que o interesse em aprender determinado conteúdo decorre da percepção de uma necessidade por parte do aluno. E é esse interesse que poderá levá-lo a decidir aprender significativamente e buscar os recursos para que o aprendizado ocorra.

Para satisfazer uma mesma necessidade podem ser requeridos do indivíduo vários conteúdos: alguns já aprendidos, outros ainda não aprendidos; alguns em forma de conhecimento, outros de habilidades, outros de valores e outros de atitudes; alguns que estão

englobados em uma disciplina e outros que estão englobados em outra disciplina. Portanto, o conteúdo a ser ensinado está conectado a outros diversos conteúdos por meio da necessidade considerada.

Da mesma forma que uma mesma necessidade requer vários conteúdos, um mesmo conteúdo pode servir a diversas necessidades. Isso significa que um conteúdo pode se desenvolver a partir de uma necessidade, mas depois servir também a outras. Essa compreensão é essencial para a elaboração de nossa concepção dos contextos no próximo capítulo.

De acordo com a teoria de Ausubel, a decisão em aprender significativamente é um passo além do simples interesse em aprender. Essa decisão, no entanto, ainda não é suficiente para que a AS ocorra: é necessário o acesso a alguns elementos essenciais (conhecimentos prévios e material significativo).

É claro que a percepção da necessidade não leva imediatamente à aprendizagem. As etapas sucessivas da figura anterior nos mostram a complexidade dessa trajetória, a qual pode ser interrompida por diversos motivos. Por exemplo, se não houver a decisão do indivíduo em aprender ou se não houver os elementos necessários para aprender.

O esquema mostra que por trás de cada aprendizagem, sempre há uma intenção de aprender. De acordo com Ausubel (1980, p. 333), essa intenção nem sempre é explícita, o que nos leva a compreender que todo esse percurso do aprendizado e mesmo a decisão por aprender, nem sempre pode ser reconhecido pelo indivíduo ou marcado temporalmente.

Por depender do indivíduo, de seus conhecimentos prévios e de razões muito subjetivas que levam ao interesse e à decisão por aprender, o aprendizado não pode ser garantido por uma prática proposta no ensino. No entanto, acreditamos que o compromisso da escola e, particularmente, do professor no processo de ensino envolve muito mais que apenas apresentar o conteúdo. Baseando-nos na figura 6 e nas discussões feitas até aqui, um ensino realmente compromissado com a aprendizagem relevante e significativa tem como funções:

1. Valorizar as necessidades que se manifestem espontaneamente aos alunos;
2. Provocar nos alunos a percepção de necessidades imediatas, atuais e amplas que não lhe surjam espontaneamente;
3. Discutir a relevância de seus conteúdos;

4. Convencer os alunos sobre a importância da aprendizagem de cada conteúdo escolar a partir de sua relação com uma ou mais necessidades;
5. Promover a compreensão sobre o próprio funcionamento da aprendizagem;
6. Considerar os conhecimentos prévios dos alunos;
7. Dispor de material significativo para a aprendizagem e
8. Avaliar todo o processo de aprendizagem, tomando medidas para que ele não seja interrompido.

É possível um duplo entendimento para o quarto tópico, ambos são fundamentais. Primeiramente, é preciso convencer o aluno sobre a importância da ação de aprendizagem. Concordamos com Paro (2013) que a função mais básica da escola como educadora "é precisamente levar os educandos a quererem aprender". Paralelamente à aprendizagem, é preciso desenvolver uma consciência sobre a aprendizagem. As razões políticas, sociais e filosóficas da atividade de aprendizagem precisam ser debatidas na escola, com o grau de profundidade que lhe seja cabível.

Em segundo lugar, é preciso convencer o aluno sobre o aprendizado de cada conteúdo. Sobre esse ponto, concordamos com Ausubel (1980, p.335) quando afirma: "Somente temas relevantes para áreas de interesse no campo psicológico do indivíduo podem ser significativa e eficientemente incorporados e integrados à estrutura cognitiva em bases a longo prazo". Acreditamos, desse modo, que a escola deve primeiramente conhecer os interesses do indivíduo e, em segundo lugar, dada a relevância de seus conteúdos, ser capaz de interferir nesses interesses.

Associada a essa função da escola, está a de promover a sensibilidade no indivíduo com relação às três dimensões de suas necessidades: imediata, atual e ampla. Desse modo, a escola estará contribuindo para que continue havendo aprendizagem (num sentido completo), independente dela.

As reflexões de Salatino (2014) nos levam a acreditar que essa função da escola é sobretudo um desafio nas redes públicas de ensino do Brasil, onde não há expectativas quanto ao futuro. Há, no entanto, razões sociais e políticas, mencionadas no primeiro capítulo deste texto, para não abrirmos mão desse desafio.

O *aprender a aprender*, tão criticado pela Pedagogia Histórico-Crítica, aplicado a alunos de classes populares, supõe que as necessidades se manifestam a esses da mesma forma que se manifestam às elites. Essa é uma falácia que, se não enfrentada pela escola,

continuará reproduzindo o esvaziamento da educação para essas classes. As classes populares necessitam mais do ensino escolar que as elites, no que diz respeito a essa função (4) que estamos atribuindo a ela.

E, tratando-se de necessidades menos imediatas, a resistência é obviamente muito maior. É preciso despertar a consciência do indivíduo para a existência dessas necessidades. Essa é a tarefa mais difícil a nosso ver, pois para o indivíduo se justifica, muitas vezes, apenas aprender aquilo que irá utilizar naquele momento, ou no máximo aquilo que irá utilizar em algum momento.

De acordo com Skovsmose (2007), os obstáculos de aprendizagem não devem ser procurados apenas no passado do indivíduo, mas também em seu presente e em seu futuro. Para ele, a dificuldade de um aluno na aprendizagem de um conteúdo pode ter origem não em seu passado, mas nas

> oportunidades que o real sistema político e social tornam-lhe disponíveis. Em particular, o sistema do *apartheid* arruinou o futuro da criança negra e isso pode destruir o estímulo de estudantes negros para aprender. Quando uma sociedade "arruína o futuro" de alguns grupos de crianças, então estão estabelecidos os obstáculos de aprendizagem. (SKOVSMOSE, 2007, p. 47)

Sabemos que a aprendizagem escolar está relacionada com vários fatores sociais e não apenas os didáticos. Não podemos, entretanto, utilizar essas reflexões para abster a escola de sua responsabilidade de ensinar. Apesar das condições externas, que podem dificultar sobremaneira a manifestação das necessidades nos estudantes, acreditamos que é função da escola estimulá-la, o máximo que puder.

Apresentamos razões para defender a manifestação de necessidades imediatas, atuais e amplas na escola. No entanto, essas razões não estão claras para o aluno. A escola deve preocupar-se em convencer para a aprendizagem, discutindo e negociando com ele racionalmente a respeito da atividade de aprendizagem para que ele decida aprender.

Retornando ao desafio que se coloca nessa função da escola, o desafio do convencimento pela aprendizagem por cada conteúdo, inclusive os vinculados a necessidades não imediatas, encontramos provisoriamente duas saídas. A primeira delas, mais usual, seria a substituição dessas necessidades por regras de avaliação, prêmio e punição que se desenvolvem através da escola, gerando o fenômeno da artificialidade sobre o qual falaremos a seguir.

A segunda saída seria adotar práticas contextualizadoras para uma aprendizagem relevante, conforme defenderemos a seguir, aliadas à discussão em sala de aula a respeito da relevância de cada aprendizagem.

A importância do conteúdo e os objetivos do ensino não podem ser segredos do professor. Muito pelo contrário, eles precisam ser discutidos e negociados com o aluno. Assim como a metacognição, o aluno precisa desenvolver o que Novak (1996) chamou de meta-conhecimento, isto é, conhecer o conhecimento, sua origem, sua epistemologia e as necessidades a ele relacionadas.

Sobre a forma como a aprendizagem tem sido tradicionalmente tratada na escola, em contraponto ao esquema por nós elaborado na figura 6, podemos descrever pelo menos três fenômenos frequentes:

1. Fenômeno de inversão, isto é, a tentativa de ensinar o conteúdo antes mesmo da manifestação de uma necessidade que o desencadearia. Um exemplo: algumas crianças aprendem a ler antes mesmo de ingressar na escola. Sob o ponto de vista por nós adotado, ocorreu a ela a manifestação de uma dessas necessidades, independentemente da ação da escola, o que a levou a buscar os instrumentos necessários para que a aprendizagem ocorresse. Por outro lado, algumas crianças resistem ao aprendizado desse conteúdo, mesmo estando na escola. Em muitos casos, essa resistência se deve ao fenômeno de inversão, a escola tenta impor um conteúdo sem se preocupar com a manifestação da necessidade.

Em Matemática, isso ocorre com frequência. Pretende-se que a motivação para estudar Trigonometria seja simplesmente compreender Trigonometria. Diferentemente do que ocorre em nossa vida, em situações como essas os conteúdos aparecem desvinculados de necessidades. Para o ensino de Trigonometria, por exemplo, é possível partir de diversas necessidades, algumas mais outras menos imediatas.

Carraher; Schliemann (1989) mostram que alunos considerados com dificuldade na aprendizagem da Matemática escolar conseguem se desempenhar muito bem em situações da vida que exigem cálculo. Isso porque nas situações escolares, desvinculadas de necessidades, ensinam-lhes procedimentos que não têm nenhum sentido. É a necessidade que gera sentido para a aprendizagem e que leva o aluno a buscar recursos para aprender. Oferecer recursos antes que os alunos busquem por eles caracteriza o *fenômeno de inversão*.

No ensino de Matemática, esse fenômeno se manifesta sobretudo nas questões de linguagem. A representação formal de conceitos e proposições, antes mesmo de ser

entendida pelo aluno como uma necessidade, é imposta a ele como se fosse um conteúdo independente das noções intuitivas que ele mesmo já possui.

> A matemática "aprendida" elimina a assim chamada matemática "espontânea". Um indivíduo que lida perfeitamente bem com números, operações, formas e noções geométricas, quando enfrenta uma abordagem completamente nova e formal para os mesmos fatos e necessidades, cria uma barreira psicológica, que cresce como uma barreira entre os diferentes modos de pensamento numérico e geométrico (D'AMBRÓSIO apud SKOVSMOSE, 2001, p. 48-49)

Santos parece estar fazendo referência a esse fenômeno quando escreve:

> O estranhamento que cedo se instaura nas aulas de Matemática e se estende por toda a vida escolar do aluno decorre, em grande parte, de práticas voluntárias ou não que enfatizam inicialmente os aspectos formais da Matemática e da sua linguagem, que antecipam, precocemente, definições, modelos de resolução de problemas e operações que passam ao largo da exploração e problematização de conhecimentos, experiências e raciocínios que as crianças demonstram ter . (SANTOS, 2014, p. 41)

Notamos que na citação acima o autor não está criticando propriamente a ênfase nos aspectos formais da Matemática, mas sim em se enfatizar "inicialmente" ou "precocemente" esses aspectos. A formalidade decorre de uma necessidade inerente à Matemática. É preciso que o aluno perceba essa necessidade antes de ser introduzido à linguagem formal.

Ainda sobre o fenômeno da inversão no que diz respeito à formalidade matemática, Fiorentini (1994) identifica que historicamente foi necessário o surgimento da linguagem formal, precisa e rigorosa da Matemática. No entanto, o tratamento direto desses aspectos ocultam os processos (as necessidades) que levaram a essa sistematização. Para o autor, "começar o ensino de um tópico específico de matemática pelo produto de sua gênese, isto é, pelas definições acabadas, dissociadas do verdadeiro processo de formação do pensamento [...] significa sonegar ao aluno o acesso efetivo a esse conhecimento" (p. 67).

2. Fenômeno da anulação, isto é, por determinar um currículo e escolher as necessidades do indivíduo que serão atendidas, a escola termina por anular as necessidades que surgem naturalmente para ele, inibindo e desestimulando suas próprias perguntas.

Como consequência disso, não há articulação entre aquilo que o indivíduo aprende em sua vida e aquilo que aprende na escola. Desse modo, um mesmo conteúdo pode ser visto pelo estudante como dois conteúdos distintos- o escolar e o que aprendeu em sua vida.

Carraher; Schliemann (1989) nos fazem ver com facilidade também o *fenômeno de anulação* nas aulas de Matemática, quando trata das crianças que se desempenhavam bem no cálculo da feira e se desempenhavam mal nos cálculos escolares. Quando as

necessidades dos alunos não são levadas em consideração, perde-se a oportunidade de vincular o conteúdo escolar a conteúdos já aprendidos em sua vida, dando-lhes sentido para a aprendizagem.

3. Fenômeno da artificialidade. O que seria o nosso sistema atual de provas e notas, promoções e reprovações, senão a forma mais simples que encontramos até hoje de produzir necessidades artificiais que substituam as necessidades reais, principalmente as que são menos imediatas? Mas o que isso tem de nocivo?

Como vimos, o motivo para se aprender um conteúdo escolar, inclusive de Matemática, pode ser apenas compreendido e não eficaz. Quando perguntamos a um aluno porque aprende determinado conteúdo e ele não sabe responder ou diz que é para ir bem na prova ou no vestibular, o que é bastante comum, constatamos que não houve motivo eficaz para aquela aprendizagem, ou seja, não houve um interesse real movido por uma necessidade evidente, o que muito dificilmente conduzirá a uma aprendizagem significativa.

Capítulo 3 - A contextualização na aprendizagem

Nos primeiros dois capítulos tratamos de esclarecer o nosso principal compromisso ao propor uma prática contextualizadora no ensino de Matemática. Esse compromisso se resume em proporcionar uma aprendizagem com sentido e significado para os estudantes. Nesse terceiro capítulo, iremos então enunciar a nossa concepção para o termo contextualização e sua importância para a aprendizagem.

Conhecemos outros autores que já têm se detido na explicação desse conceito[15]. No entanto, é grande a variedade de entendimento entre eles e entre os demais textos (oficiais, acadêmicos) que fazem uso do termo. Consideramos essencial, portanto, esclarecer a que estamos nos referindo como contextualização.

Embora tenhamos respaldado nossa concepção de contextualização nas teorias da aprendizagem, há por trás dessa concepção uma visão específica sobre o ensino, que inclui uma visão crítica da escola e do papel do professor.

Uma visão crítica da escola, primeiramente, porque não estamos considerando a instituição escolar isolada da sociedade. Acreditamos que as aprendizagens devem ser pensadas em termos do proveito que terão para cada indivíduo e para a sociedade.

Não acreditamos que as avaliações internas, externas e os vestibulares devam ser o fim da atividade escolar, pois eles mesmos foram criados a partir da existência da escola. A justificativa da existência e da atividade da escola deve ser encontrada fora dela, como já dissemos, nas necessidades do indivíduo e da sociedade.

Predomina entre alguns autores da Sociologia a visão de que a educação serve à sociedade, quer seja para conservá-la quer seja para transformá-la. Durkheim (1952) já dizia que a educação é para a sociedade "o meio pelo qual ela prepara, no íntimo das crianças, as condições essenciais da própria existência" (p. 32), portanto, tem por objetivo "suscitar e desenvolver, na criança, certo número de estados físicos, intelectuais e morais, reclamados pela sociedade política, no seu conjunto, e pelo meio especial a que a criança, particularmente, se destine" (p.32).

Por outro lado, as necessidades da sociedade (expectativas e exigências sociais refletidas no indivíduo) podem ser vistas como apenas uma parcela das necessidades

[15] Ver, por exemplo, Calliari (2001), Tufano (2001), Vasconcelos (2008), Spinelli (2011), Maioli (2012)

individuais. Há necessidades humanas mais abrangentes que essas. “Afinal, quem poderia negar que a educação deve servir ao homem, deve servir para educá-lo, torná-lo melhor, desenvolver nele tudo o que tem, e tudo a que tem direito?” (BRANDÃO, 1989, p. 66). Como buscamos defender na seção 1.2, é possível que a escola, enquanto forma o indivíduo para atender às expectativas de sua sociedade, forme-o também para além de sua sociedade, isto é, permita desenvolver sua humanidade no sentido de ser ele mesmo, independentemente dos condicionantes e alienações de sua realidade imediata.

Desse modo, ao nos preocuparmos com uma aprendizagem que tenha sentido para o indivíduo, estamos nos posicionando a favor de um ensino que tenha como ponto de partida e de chegada as necessidades do indivíduo e da sociedade e que considere essas necessidades como motores do próprio processo de aprendizagem.

Em segundo lugar, adotamos uma visão crítica da escola pois suas regras e tradições cristalizadas não são vistas como definitivas. Acreditamos, como Paro (2011, p. 506), que “a concepção global da escola precisa mudar se quisermos que ela seja adequada a uma educação comprometida com a formação de sujeitos humano-históricos, portadores de cultura e que usufruem dos bens culturais como direito universal”.

Temos no Brasil uma Base Nacional Comum Curricular em fase de implementação, que de modo algum pretende delimitar conteúdos e métodos a serem desenvolvidos nos estabelecimentos de ensino. Temos também uma Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) desde 1996, que delega a cada estabelecimento de ensino a responsabilidade de discutir e formular o seu planejamento. Sendo assim, há respaldo na legislação para que a escola estabeleça seus objetivos e métodos, levando em consideração a sua realidade e as convicções dos profissionais e da comunidade como um todo.

Quanto ao papel do professor, não acreditamos ser o de mero especialista de uma área de conhecimento específico, muito menos o de aplicador/reprodutor de materiais didáticos produzidos por outros profissionais. Coerente com a nossa visão de aprendizagem, esperamos de um profissional do ensino:

- a busca por uma compreensão cada vez mais complexa de sua área de conhecimento e das relações que cada conteúdo tem com a História, com a sociedade e com outras áreas do conhecimento;

- a constante reflexão sobre a relevância dos conteúdos ensinados para os indivíduos e para a sociedade, levando em consideração as necessidades imediatas, atuais e amplas, conforme abordamos;
- a percepção e a criatividade necessárias para adequar-se às principais mudanças da sociedade (por exemplo, no que diz respeito à tecnologia) que afetam as relações dos alunos (entre si, com o professor e com o conhecimento);
- uma atitude de investigação sobre a realidade social e cognitiva de seus alunos;
- o compromisso com uma aprendizagem relevante para os alunos e significativa;
- a valorização de um planejamento de ensino que leve em consideração os itens anteriores, propondo objetivos e métodos coerentes.

Segundo a lei acima citada, cabe aos docentes, "I - participar da elaboração da proposta pedagógica do estabelecimento de ensino; II – elaborar e cumprir plano da trabalho, segundo a proposta pedagógica do estabelecimento de ensino; III – zelar pela aprendizagem dos alunos;..." (BRASIL, 1996, art. 13)

Em nossa realidade de ensino, apesar das dificuldades e limitações que se enfrentam nas maiores redes de ensino público, há a possibilidade do professor, compromissado com a aprendizagem de seus alunos, se desprender das tradições cristalizadas e de uma visão estritamente internalista de escola, para propor novas práticas, mais contextualizadoras, como procuramos fazer em nossa pesquisa-ação.

3.1 Nossa concepção do termo contextualização

Localizamos a origem do verbo contextualizar no latim *contextére*, cujo significado é entrelaçar, reunir, tecer, compor. Utilizamos esse verbo normalmente como sinônimo de "produzir um texto em que se encontre determinada palavra ou expressão, de modo a ampliar o entendimento de seu uso ou eliminar dúvidas acerca de sua aceitabilidade" (MICHAELIS, 2017).

Certamente, o uso desta palavra no ensino trata-se de uma adaptação desse sentido, pois não é necessariamente uma palavra ou expressão que desejamos contextualizar. É preciso, antes de tudo, decidir o que se deseja contextualizar em se tratando do ensino de

Matemática. Seria possível pensar, por exemplo, em contextualizar a aprendizagem: em que momento e em que local ela ocorre [16].

No entanto, parece prevalecer uma vertente que deseja contextualizar o próprio conteúdo matemático no processo de aprendizagem. Entre tais autores podemos citar Spinelli (2011). Adaptando a definição anterior para o verbo contextualizar, o significado dessa palavra no ensino pode ser compreendido como "produzir algo em que se encontre o conteúdo matemático de modo a ampliar o entendimento de seu uso ou eliminar dúvidas acerca de sua aceitabilidade". Mas o que é esse *algo* que cerca o conteúdo e amplia seu entendimento e sua aceitabilidade? Que tipos de contexto podemos considerar para o conteúdo matemático no processo de aprendizagem? Que elementos mantêm relação com o conteúdo matemático e são essenciais para a sua compreensão?

Spinelli (2011) cita uma definição que de fato nos leva a uma intuição do que sejam os contextos no ensino de Matemática. Nessa definição, contexto é "o conjunto de circunstâncias e detalhes que acompanham um fato e contribuem para aclará-lo" (DELTA-LAROUSSE, 1974 apud SPINELLI, 2011, p. 60).

Poderíamos então definir contexto no ensino de Matemática como sendo o conjunto de circunstâncias e detalhes que acompanham um conteúdo matemático e contribuem para aclará-lo. Desse modo, tudo o que contribui para a compreensão de um conteúdo matemático poderia ser considerado como contexto, quer seja um fato, uma experiência, um texto, um material de ensino, ou um outro conteúdo. Trata-se de uma definição bastante abrangente de contexto.

Ponte (2012) refere-se aos contextos das tarefas matemáticas. Para ele, contexto é "o universo experiencial associado a cada tarefa, que pode remeter para um campo da vida quotidiana em que o aluno tem maior ou menor experiência pessoal, ou remeter para o universo matemático" (p.1).

Ricardo (2005) ao estudar o uso do termo contextualização nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), admite que

> O entendimento do que seja a contextualização [no PCN] não é menos nebuloso do que as competências e a interdisciplinaridade. Nesse caso, com um agravante: ao contrário das noções anteriores, a discussão sobre contextualização é escassa na literatura atual. Isso faz com que lhe seja atribuída uma compreensão rasteira que a confunde e a reduz ao cotidiano. Este que está circunscrito nas proximidades físicas do aluno. (p. 213)

[16] Por exemplo, Lacasa, 1994.

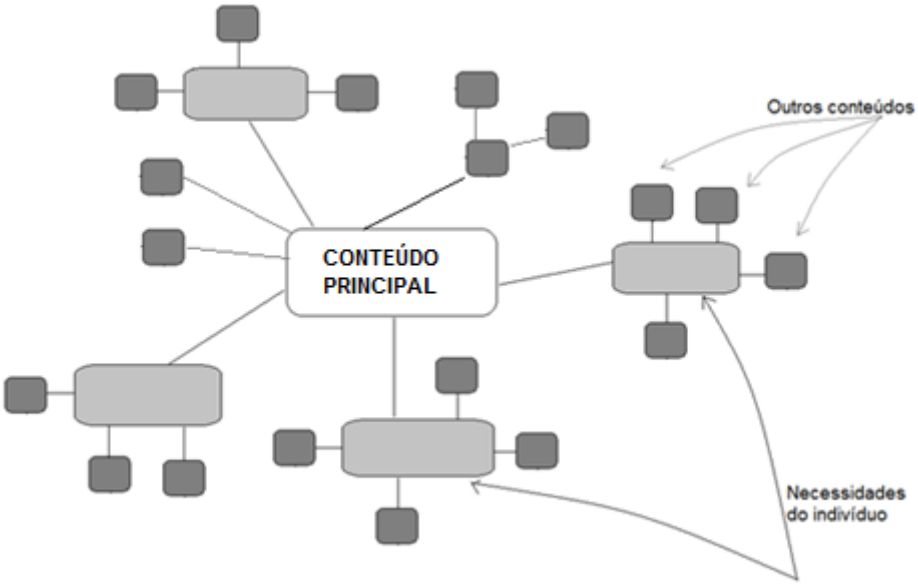
Desejamos explicitar nosso entendimento do termo contextualização, considerando tudo o que foi abordado nos capítulos 1 e 2. Esses capítulos, com suas reflexões sobre a aprendizagem, nos levam primeiramente a concluir o que não iremos considerar como contextualização no ensino de Matemática:

- Contextualização não é a redução do conteúdo ao cotidiano do aluno. Conforme discutimos anteriormente, as necessidades do indivíduo não se restringem àquelas que podem ser percebidas por ele de modo imediato. Se acreditamos que é papel da escola, levar o aluno a perceber outras dimensões de suas necessidades, essa associação direta entre contextualização e cotidiano pode ser descartada.
- Contextualização não é oposta à abstração. Associar contexto àquilo que é concreto é outra tendência da qual desejamos desviar-nos. Conforme já abordamos também, as necessidades amplas nos levam a definições e generalizações, que produzem conteúdos abstratos, os quais são predominantes na disciplina de Matemática. Se os conteúdos matemáticos são abstratos, seria incoerente impor que seus contextos não pudessem ser.
- Contextualização não se opõe à formalidade e ao rigor. Para uma boa comunicação a respeito de uma área de conhecimento é importante conhecer sua linguagem. Além disso, já discutimos aqui a importância de se conhecer as formas de validação de uma ciência. Desse modo, não vemos sentido em propor uma prática educativa que valorize estritamente o raciocínio lógico, ou os processos cognitivos de construção do conhecimento em detrimento da formalização deste.

A nosso ver, a aplicação do termo contextualização no ensino deveria se opor sim a um isolamento do conteúdo, ou a um esvaziamento das relações entre um conteúdo e sua História, entre um conteúdo e outros conteúdos, ou entre um conteúdo e suas aplicações de maneira geral.

Com base no que viemos argumentando até aqui, convém defender uma prática educativa que valorize o sentido e o significado da aprendizagem. Nessa perspectiva, os contextos de um conteúdo matemático são as necessidades do indivíduo (imediatas, atuais e amplas) e outros conteúdos relacionado a este, inclusive por meio dessas necessidades.

Figura 7 - Os contextos de um conteúdo.



Fonte: Próprio autor

Sendo assim, estamos chamando de contextualização uma prática de ensino que, comprometida com uma aprendizagem relevante e significativa, considere as necessidades do aluno e as relações que o conteúdo ensinado tem com essas necessidades e com outros conteúdos. Dito de outra forma, no ensino, contextualizar é levar os alunos a aprenderem um conteúdo, sendo capazes de relacioná-lo às suas necessidades (imediatas, atuais e amplas) e a outros conteúdos interligados a este, inclusive por meio das necessidades.

Essa prática não pode ser atribuída a outro profissional, senão ao professor. Seu envolvimento com o conteúdo e com os alunos reais lhe confere condições para elaborar uma prática realmente contextualizadora. Por mais que manuais didáticos, como livros e apostilas, se autodenominem contextualizadores, essa concepção de contexto não é exatamente a que adotamos.

Próximo de nossa concepção, mas sob a perspectiva do aluno, Machado (2009) considera a *contextuação* (como ele denomina) uma capacidade a ser desenvolvida no aluno, a capacidade de "referir os conteúdos das disciplinas escolares a contextos específicos, dar vida aos conceitos e às teorias estudadas na escola" (p.55). Entendemos que o autor aponta a contextualização como resultado de uma aprendizagem relevante e significativa.

Notamos no PCN certa compatibilidade com o nosso entendimento de contextualização, no trecho a seguir.

> O tratamento contextualizado do conhecimento é o recurso que a escola tem para retirar o aluno da condição de espectador passivo. Se bem trabalhado permite que, ao longo da transposição didática, o conteúdo do ensino provoque aprendizagens significativas que mobilizem o aluno e estabeleçam entre ele e o objeto do conhecimento uma relação de reciprocidade. A contextualização evoca por isso, áreas, âmbitos ou dimensões presentes na vida pessoal, social e cultural, e mobiliza competências cognitivas já adquiridas. As dimensões de vida ou contextos valorizados explicitamente pela LDB são o trabalho e a cidadania. As competências estão indicadas quando a lei prevê um ensino que facilite a ponte entre a teoria e a prática (BRASIL, 2000, p.78).

O que foi dito em termos genéricos sobre o tema pode ser adequado à nossa forma de defini-lo, se considerarmos que a expressão "bem trabalhado" corresponde a "partindo das necessidades dos alunos e do levantamento de seus conhecimentos prévios, bem como do fornecimento de recursos adequados".

Ainda podemos depreender do trecho acima que os contextos da aprendizagem podem estar na vida pessoal, social e cultural dos indivíduos, o que de fato condiz com a nossa interpretação de contextos, como necessidades e conteúdos que favorecem a aprendizagem e que não necessariamente fazem parte da realidade imediata.

Segundo esse trecho, a LDB valoriza os contextos relacionados ao trabalho e à cidadania, o que já havíamos comentado na seção 1.2.2. As necessidades atuais são as mais valorizadas em nossa legislação.

Levando em consideração tudo o que vimos até aqui, nossa sugestão para a prática da contextualização envolve as seguintes etapas:

1. Partir de uma necessidade (imediata, atual ou ampla) trazida pelos alunos para eleger um conteúdo a ser ensinado. Ou, partindo de um conteúdo que pretende-se ensinar, definir uma necessidade a ele relacionada.
2. Compreender a relação necessidade-conteúdo, explorando o *leque de conteúdos* que envolvem essa relação. Esse *leque de conteúdos* pode incluir a compreensão de processos históricos, de fenômenos sociais ou culturais e, provavelmente, envolverá áreas de conhecimentos distintos e conteúdos de tipos distintos (conhecimentos, habilidades, valores e atitudes).
3. Elencar os conhecimentos prévios essenciais para a aprendizagem significativa do conteúdo em questão, bem como os conteúdos relacionados a ele por meio da necessidade escolhida.
4. Sondar a rede de conhecimentos prévios dos alunos para elaborar os organizadores antecipatórios que lhes permitam estabelecer as relações necessárias.

5. Elaborar material potencialmente significativo, partindo da necessidade escolhida, incluindo os organizadores antecipatórios e selecionando os recursos adequados.

6. Levar cada aluno a perceber e assumir essa necessidade para percorrer a trajetória da aprendizagem que propusemos na figura 6.

7. Aplicar a sequência didática, tendo o cuidado de avaliar o resultado de cada atividade, reformulando-a quando necessário.

8. Relacionar o conteúdo em questão a outras necessidades do indivíduo, seja por meio de atividades complementares ou refazendo todas as etapas novamente.

Sobre a **primeira etapa**, é preciso lembrar que as necessidades que surgem mais espontaneamente para o indivíduo e que são mais facilmente identificadas por ele geralmente são as necessidades imediatas. É possível ao currículo escolar ter alguma abertura para que possam integrar-se a ele as necessidades do aluno ainda que manifestadas em situações extraescolares, para que não sejam menosprezadas as necessidades percebidas por ele e, mais que isso, para que tenha liberdade de buscar na escola os elementos necessários para concluir essa aprendizagem.

Ainda que os alunos não tragam perguntas e necessidades explicitamente, é possível detectá-las a partir da observação: do que os alunos almejam, de como se comunicam, de como se relacionam. Para tal, é preciso uma ampliação de visão do professor com relação ao seu papel e à posição que ocupa na relação didática.

No entanto, essas necessidades não devem ser a única preocupação no ensino. Para promover uma formação mais completa dos indivíduos, é preciso antecipar necessidades que surgirão (ou não) para o indivíduo no tempo longo do conhecimento, intensificando assim a atividade de aprender.

> O ponto essencial é que agora não existem apenas deveres para com os pais e os professores, mas que há, objetivamente, obrigações para com a sociedade. Estes são deveres de cujo cumprimento dependerá sua situação na vida, suas funções e papéis sociais e, por isso, o conteúdo de toda sua vida futura. A criança está consciente disso? (LEONTIEV, 1988, p.61)

É fundamental a pergunta de Leontiev sobre a consciência da criança sobre uma realidade distinta de sua realidade imediata. Ensinar à criança algo que ela precisará (ou não) utilizar no futuro é um processo nenhum pouco natural. A antecipação das necessidades atuais exige do professor conhecimento e criatividade.

Como já foi dito, as necessidades imediatas se manifestam de maneira mais espontânea no indivíduo. Portanto, se a escola limitar-se a essa dimensão da formação

humana, sua existência se justificará apenas pela intensificação das oportunidades de aprendizagem que podem ocorrer espontaneamente.

Mas nem todo conteúdo pode ser vinculado a uma necessidade imediata e, além disso, a visão estrita da realidade imediata conduz à alienação, a uma visão parcial da realidade, como já mostramos. A escola é, para muitos, a única chance de se ampliar a visão sobre a realidade.

A criança ao conhecer o mundo apresenta várias curiosidades, algumas que podem ser sanadas com menor, outras com maior nível de profundidade naquela fase de desenvolvimento. No entanto, com o passar do tempo, percebemos que os indivíduos, devido sua rotina e a relação estável que vai estabelecendo com o mundo, perdem o hábito de fazer perguntas. É mais comum encontrarmos crianças perguntando por que o céu é azul do que adultos.

Nas classes populares, sobretudo, o empenho pela sobrevivência afasta os indivíduos das realidades menos imediatas. Ausubel (1980) afirma que as motivações orientadas para a tarefa "tendem a dominar de modo crescente o quadro motivacional com o aumento da idade" (p. 334). Entendemos assim, que, com o passar do tempo, a relação entre necessidades e conteúdos se torna mais importante para os indivíduos e, por serem mais distantes da realidade imediata do indivíduo, as necessidades amplas vão sendo desconsideradas com o tempo.

As atividades que decorrem de necessidades amplas são geralmente atividades intelectuais. É função da escola incentivar e estimular essas atividades, sobretudo a habilidade de questionamento; quer sejam sobre questões naturais, sociais, científicas ou outra. Como já dissemos, a escola é, para muitos, a única oportunidade de perceber a realidade ampla, ou, nas palavras de Heller (2008) desenvolver sua *personalidade para si*. Acreditamos que uma abordagem adequada dessa dimensão da realidade pode gerar no indivíduo a habilidade de continuar percebendo necessidades não imediatas ao longo de sua vida.

Sobre a **segunda etapa**, podemos ressaltar a importância da interdisciplinaridade em uma prática contextualizadora. A interdisciplinaridade é mais que um mero modismo e deve ser tratada com seriedade. Ela está estreitamente relacionada às reflexões que viemos fazendo até aqui. Se a aprendizagem de conteúdos encontra-se relacionada a necessidades e

essas necessidades não são, em geral, particulares de uma disciplina, não é possível promover aprendizagens relevantes através de uma visão isolada das disciplinas.

Concordamos que "as informações e os conhecimentos usualmente só ganham interesse por parte do educando se estiver no contexto de toda a cultura" (PARO, 2001, p. 488). Isso quer dizer que, se a escola insistir em fragmentar os conteúdos, separando conhecimentos de habilidades, valores e atitudes, e separando Matemática de Linguagens, Arte e Ciências, não haverá interesse em aprender e, portanto, não haverá aprendizado.

> são esses "novos" conteúdos [arte, ética, política, cuidado pessoal, uso do corpo, etc.]– pelo envolvimento com a subjetividade do "aprendente" que eles exigem e propiciam – que contribuirão para que a apropriação dos conhecimentos tradicionais [como matemática] possam ser apreendidos com mais eficácia. (PARO, 2011, p. 504)

Da forma como entendemos contextualização, é possível que ela ocorra no ensino mesmo em uma abordagem estritamente internalista da Matemática. Nesse caso, o sentido aos conteúdos será dado a partir das necessidades que surgem de outros conteúdos matemáticos. E o significado, da mesma forma, será dado pelos próprios conteúdos internos à Matemática. A questão é que, dessa forma, será muito mais difícil o convencimento do aluno pela aprendizagem. Assim, dificilmente uma abordagem totalmente internalista poderá possibilitar uma aprendizagem relevante. A História, o cotidiano, a sociedade e outras Ciências oferecem recursos abundantes para que a aprendizagem em Matemática tenha sentido para o aluno.

Além disso, após as reflexões desenvolvidas nesta tese, essa abordagem da Matemática no ensino estaria incompleta. Da mesma forma, estaria incompleta uma abordagem da Matemática estritamente externalista.

Em nossa interpretação, o ensino de Matemática que tem predominado na atualidade, além de internalista, tem tido menos ênfase nas justificativas, menos ênfase no entendimento dos conceitos e mais ênfase nos algoritmos e na destreza técnica, apesar das pesquisas e das diretrizes oficiais, que não orientam dessa forma. "[A Matemática] provoca sentimentos contraditórios, diante de resultados negativos advindos de sua aprendizagem na escola. [...] frutos na maioria de um ensino descontextualizado, centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados" (NUNES; MENDES; VISSICARO, 2016, p.2). De fato, o sentido e o significado dos conteúdos matemáticos são prejudicados em uma abordagem de ensino como essa.

A **terceira e quarta etapas** da contextualização estão relacionada à Teoria da Aprendizagem Significativa, segundo a qual a aprendizagem de um novo conteúdo depende dos subsunçores adequados para ocorrer. A partir do conhecimento que o professor tem sobre o conteúdo que pretende ensinar, é possível elencar os pré-requisitos necessários para o seu aprendizado e, então, realizar uma avaliação diagnóstica da rede de conhecimentos de seus alunos.

Estamos considerando que diversos conteúdos constituem o contexto do conteúdo matemático que pretende-se ensinar. Alguns destes conteúdos estão relacionados ao conteúdo principal por meio da necessidade abordada, outros estão relacionados como subsunçores necessários. É preciso sondar o conhecimento dos alunos a respeito de todos esses conteúdos e, quando necessário, elaborar organizadores antecipatórios que permitam ancorar o conteúdo em questão.

Para relacionar o conteúdo às necessidades do indivíduo e aos outros conteúdos, é necessário garantir que o aluno tenha domínio sobre eles. De nada adiantará fazer uma ponte entre um conteúdo matemático e um conteúdo de Geografia, se o aluno não tiver domínio deste; ou a ponte entre dois conteúdos matemáticos, se o aluno não tiver conhecimento prévio sobre um deles.

O material, mencionado na **quinta etapa**, somente pode ser elaborado pelo professor da turma. Ainda que materiais didáticos massificados como livros e apostilas sejam utilizados como fontes de inspiração e consulta, eles não podem ser considerados manuais responsáveis pelo planejamento das aulas. O professor é o profissional mais indicado para realizar esse planejamento, já que pode conhecer o plano de ensino de sua escola, os conhecimentos prévios de seus alunos, seus interesses e os recursos de que poderá dispor para ensinar.

Para elaborar uma sequência didática contextualizadora é preciso que o professor tenha o perfil que descrevemos anteriormente: que busque uma visão abrangente da área de conhecimento que leciona e de cada conteúdo que pretende ensinar, que tenha compromisso com uma aprendizagem relevante e significativa para seus alunos e que busque conhecer os interesses e conhecimentos prévios de seus alunos.

Além disso, é preciso ter a sensibilidade para perceber as mudanças da sociedade (que afetam as relações dos alunos (entre si, com o professor e com o conhecimento). De acordo com Serres (2013), a humanidade passou por três grandes revoluções que afetaram a

forma como as pessoas aprendem. A primeira delas foi a invenção da escrita, a passagem de uma forma de comunicação essencialmente oral para a possibilidade de registro da comunicação/ informação. A segunda revolução foi a criação da imprensa, através da qual houve certa massificação do acesso à informação. A terceira revolução, que estamos vivendo atualmente no século XXI, é a revolução digital, a qual interfere nas relações das pessoas entre si e na relação das pessoas com o conhecimento, em sua forma de aprender e de obter informações.

De acordo com esse autor, a escola está prestes a sofrer transformações inevitáveis decorrentes dessa revolução. Um professor atento a essas mudanças, pelas quais nossa sociedade tem passado, certamente estará mais preparado para elaborar sequências didáticas contextualizadoras e, consequentemente, promover aprendizagens relevante e significativas para os alunos atuais.

A **sexta etapa**, de certa forma, faz parte da quinta. Pois levar o aluno a perceber uma necessidade e interessar-se por ela exige uma reflexão, que abrange a relação com os próprios alunos e a fase de planejamento da sequência didática.

Como já dissemos, a percepção de uma necessidade, o interesse e a decisão por aprender são inerentes aos alunos. Isso não isenta o professor da responsabilidade de influenciá-los e convencê-los da importância de aprender.

A trajetória da aprendizagem (figura 6) inicia-se com a percepção de uma necessidade. Ainda que a necessidade tenha sido trazida por parte dos alunos da turma, é preciso estendê-la a todos. Como argumentamos é mais fácil para os alunos perceber e assumir as necessidades imediatas, independentemente de terem sido trazidas à aula por eles mesmos ou não. Então, nessa etapa, algumas estratégias podem ser adotadas:

- Substituir algumas necessidades por outras mais imediatas é uma estratégia possível para conduzir à aprendizagem relevante e significativa. É preciso compreender que a necessidade que torna a aprendizagem relevante do ponto de vista da escola não necessariamente precisa ser a mesma que a torna relevante do ponto de vista do aluno. Por exemplo, desenvolver o raciocínio lógico pode ser relevante do ponto de vista da escola por uma série de necessidades contidas nas realidades atual e ampla dos estudantes. No entanto, ao apresentar um jogo que provoque nos estudantes o aprendizado do mesmo conteúdo (raciocínio lógico), pode manifestar-se no aluno uma necessidade imediata, a qual, como vimos, pode ser mais eficiente para fazer surgir o interesse. Nesse caso, os motivos eficazes

da aprendizagem serão necessidades imediatas, mas o professor pode citar as necessidades atuais e amplas, as quais se tornarão para os alunos motivos compreendidos, segundo a classificação de Leontiev (1988).

- Simular necessidades atuais e amplas. Nem sempre é possível pensar em uma necessidade imediata vinculada a um conteúdo. Além disso, como já foi dito, é desejável despertar no aluno o interesse para necessidades de outra natureza. Nesse caso, um caminho possível é a narrativa ou a simulação seja de um evento histórico ou de uma situação cotidiana (de um profissional, por exemplo) que faça despertar uma necessidade menos imediata.

- Criar sequências didáticas em que o conteúdo não seja apresentado como fim, em que se destaque uma necessidade desencadeadora de uma atividade, que por sua vez faça uso de diversos conteúdos. Havendo uma necessidade real, pela qual o aluno tenha sido suficientemente motivado, ele desejará percorrer todo a trajetória da aprendizagem e por fim satisfazer essa necessidade.

- Ainda que as necessidades tenham sido artificiais, ou seja, que os motivos eficazes da aprendizagens tenham sido intrínsecos à realidade da escola (provas, notas etc.), é possível ainda mostrar as necessidades relacionadas ao conteúdo posteriormente. Apesar de não contribuir para o processo de aprendizagem em seu ponto de partida, essa atitude pode contribuir para que o aluno compreenda o sentido daquele conteúdo e o sentido da aprendizagem como um todo.

Na **sétima etapa**, ao se aplicar a sequência didática, tudo o que foi planejado precisa ser cuidadosamente observado e, havendo necessidade, replanejado. Como já foi dito, o tema avaliação não faz parte de nossos objetivos. No entanto, faremos aqui uma breve consideração. Se é essencial que uma sequência didática possibilite aprendizagens relevantes e significativas, é essencial que haja também uma avaliação para dimensionar essas metas. Ou seja, é necessário buscar critérios para avaliar se a aprendizagem de cada indivíduo em determinado conteúdo foi relevante e significativa. Nesse sentido, seria interessante discutir futuramente a contextualização nas práticas de avaliação.

Conhecemos alguns trabalhos a respeito de avaliação de aprendizagens significativas[17] exclusivamente de conceitos, nos quais, através de mapas conceituais, busca-se avaliar a relação que os alunos estabelecem entre um conceito aprendido e outros

[17] Sobre Avaliação de Aprendizagem Significativa usando mapas conceituais, ver Hay (2007).

conceitos já conhecidos anteriormente. Acreditamos, no entanto, que é preciso avançar também nas reflexões sobre avaliação de aprendizagens relevantes.

Sobre a **oitava etapa**, podemos destacar que para que os alunos percebam a importância do conteúdo de maneira não situada, isto é, independente de uma situação específica ou de uma necessidade específica, é preciso que ele seja relacionado a outras necessidades, de preferência de dimensões distintas (imediatas, atuais e amplas).

Desse modo, o indivíduo, durante sua vida, será capaz de utilizar o conteúdo aprendido para diferentes necessidades que se manifestem. Devemos evitar "a condução de um planejamento por apenas um tipo de contexto, sob pena de não estimularmos os alunos a perceberem que o conhecimento que constroem não se aplica unicamente aos limites do contexto estabelecido" (SPINELLI, 2011, p. 30).

Acreditamos que a contextualização deve ser praticada no ensino de cada conteúdo escolar, pois além de promover aprendizagem relevante e significativa do conteúdo em questão, ela motiva a atividade de aprender como um todo.

Notamos que a contextualização, do modo como estamos considerando aqui, encontram-se presentes dentre os objetivos do PCN para o Ensino Médio. O documento declara ser objetivo para o aluno no ensino de Matemática:

> • aplicar seus conhecimentos matemáticos a situações diversas, utilizando-os na interpretação da ciência, na atividade tecnológica e nas atividades cotidianas; [...].
> • estabelecer conexões entre diferentes temas matemáticos e entre esses temas e o conhecimento de outras áreas do currículo;
> • reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações; [...]. (BRASIL, 2000, p. 42)

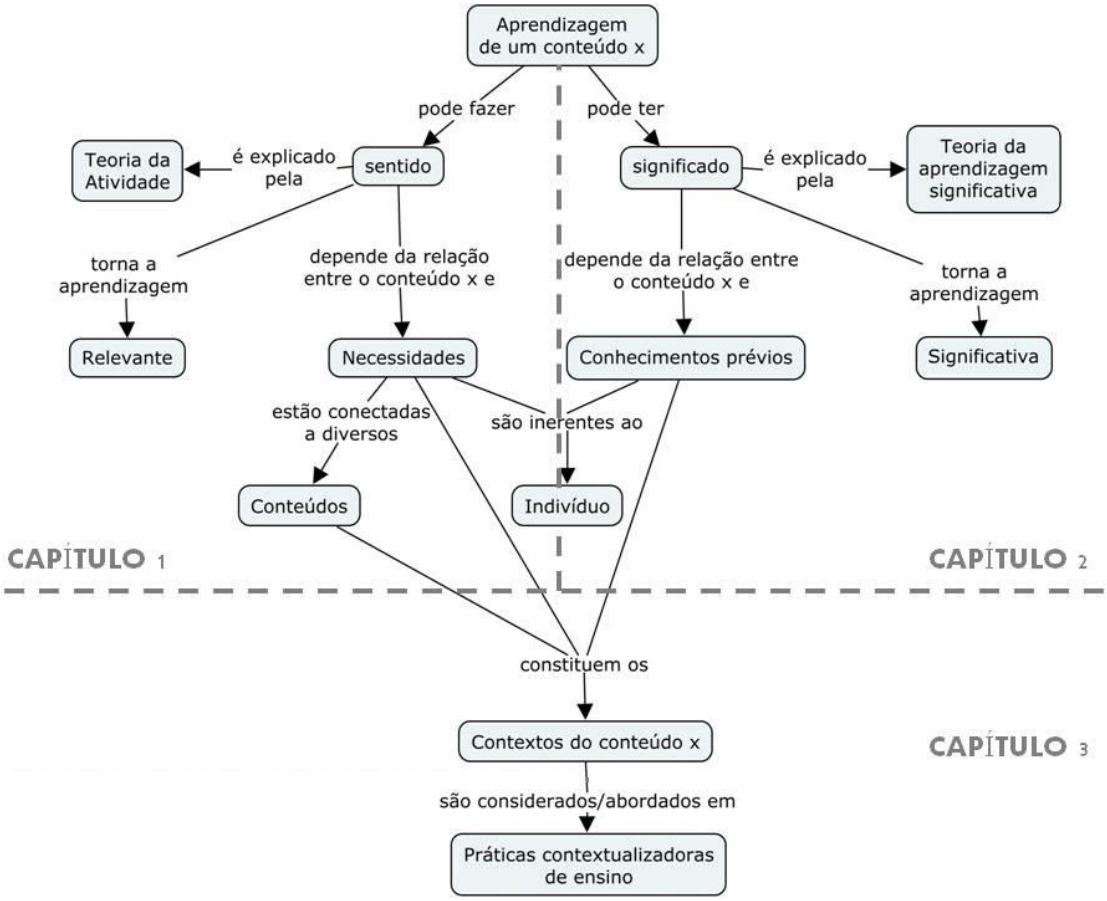
Nos dois primeiros objetivos, podemos notar implicitamente uma preocupação com o que estamos chamando de aprendizagem relevante. O autor do texto considera importante não apenas aprender os conteúdos matemáticos, mas relacioná-los a necessidades do indivíduo, ou seja, utilizá-los na interpretação/atuação de situações diversas (da Ciência, da tecnologia, do cotidiano, da própria Matemática e de outras disciplinas). Sendo assim, inferimos que o PCN permite e incentiva a prática da contextualização para uma aprendizagem relevante conforme vimos destacando. Há uma preocupação no texto também com a interdisciplinaridade e a intradisciplinaridade, as quais contribuem para uma compreensão mais sistêmica do conteúdo em termos de suas relações relevantes.

No último objetivo notamos uma preocupação implícita com o que estamos

chamando de aprendizagem significativa. Ao sugerir que sejam relacionadas diferentes representações de um mesmo conceito, o documento orienta investir em uma aprendizagem significativa, por meio da qual o aluno possa fazer relações convenientes em sua estrutura cognitiva entre um conceito e suas diversas representações.

Passemos agora a uma síntese, através do mapa conceitual a seguir, da nossa concepção de práticas contextualizadoras e de sua contribuição para a aprendizagem.

Figura 8 - Mapa conceitual: Qual a relação entre as práticas contextualizadoras e a aprendizagem de um conteúdo?



Fonte: Próprio autor

Podemos notar na figura 8 que, ao relacionar o conteúdo escolar com as necessidades e conhecimentos prévios do aluno, as práticas contextualizadoras contribuem para que a aprendizagem desse conteúdo tenha sentido e significado para ele.

3.2 A diversidade de práticas contextualizadoras

Na seção anterior percebemos o quão abrangente pode ser uma definição para o termo *contextualização* e restringimos o seu significado do modo como nós o compreendemos. Ainda assim, é muito abrangente o conjunto de práticas que podem ser denominadas contextualizadoras.

Diversas propostas que têm surgido no ensino de Matemática se aproximam das ideias por nós apresentadas. Tanto em seus embasamentos teóricos, quanto nas descrições das práticas temos notado uma preocupação com o sentido e o significado da aprendizagem dos conteúdos dessa disciplina. Podemos citar, por exemplo, a Resolução de Problemas, os Projetos, a Modelagem Matemática[18], as Ilhas Interdisciplinares de Racionalidade[19], a Atividade Orientadora de Ensino[20] e as Situações Potencialmente Adidáticas[21].

Fugiria dos objetivos deste trabalho argumentar sobre o potencial contextualizador de cada uma dessas propostas. No entanto, consideramos importante ressaltar que diferentes práticas podem ser consideradas contextualizadoras de acordo com a abordagem que adotamos e, de modos distintos, contribuírem para que a aprendizagem de Matemática tenha sentido e significado para os alunos.

Fugiria de nossos objetivos também uma classificação sistemática dos tipos de contextualização. Entretanto, julgamos necessário exemplificar algumas diversidades relacionadas a esse tipo de prática, apenas para não correr o risco de limitar a compreensão do que sejam as práticas contextualizadoras.

Spinelli (2011) sugere quatro principais grupos para a contextualização no ensino de Matemática, de acordo com a sua natureza. Acrescentamos uma quinta categoria à lista elaborada por esse autor. Entendendo o contexto como necessidades e conteúdos (ver seção anterior), a contextualização pode ser:

- De aplicação cotidiana - quando os contextos do conteúdo matemático encontram-se no cotidiano do aluno ou no cotidiano de um grupo muito específico, por exemplo, engenheiros ou biólogos.

[18] Almeida (2012)
[19] Lucchesi (2010)
[20] Moura (2010)
[21] Lima (2015)

- Interdisciplinar - quando os contextos do conteúdo matemático situam-se no corpo de conhecimentos considerados de outra disciplina.
- Histórica - quando os contextos do conteúdo matemático encontram-se em alguma passagem histórica.
- Intradisciplinar - quando os contextos do conteúdo matemático situam-se entre outros conteúdos matemáticos.
- Lúdica - quando os contextos do conteúdo matemático surgem a partir de uma atividade lúdica, como jogos, músicas e danças.

Além dessa variedade, mencionaremos muitas outras que temos observado e praticado. Primeiramente, as necessidades podem ser imediatas, atuais ou amplas, conforme descrevemos no primeiro capítulo. Nesse espectro reside, em nosso modo de ver, a maior diversidade das práticas contextualizadoras.

A contextualização também pode ter uma variedade temporal. Ela pode ser pontual, quando os contextos são considerados rapidamente e as demais atividades não estão relacionadas a eles, ou duradoura, quando a contextualização se estende por uma sequência didática mais longa que engloba várias aulas e uma diversidade de atividades.

Contextualizações pontuais vêm sendo há muito tempo abordados e questionados na literatura[22]. Exames de avaliação têm trazido à tona discussões sobre contextualização sob essa perspectiva. Nacionalmente, podemos citar o ENEM[23] (Exame Nacional do Ensino Médio) e internacionalmente, o PISA[24] (Programme for International Student Assessment). Neste estudo, iremos priorizar contextualizações duradouras.

Também pode ocorrer da contextualização ser induzida, o que é mais comum, quando a necessidade é trazida pelo professor, ou espontânea, quando as necessidades se manifestam espontaneamente ao aluno. Nesse caso, o contexto não surge necessariamente na escola, mas pode ter lugar nela desde que o planejamento tenha abertura para o que não se encontra pré-determinado no currículo. É possível estimular o surgimento de

---

[22] Ver Spinelli (2011). Virgens (2014) trata da contextualização em problemas da escola primária em diferentes concepções didáticas-pedagógicas de ensino. Skovsmose (2007, pp. 38-42) também traz contribuições importantes para essa discussão, em uma perspectiva cultural. Palm (2009) discute e analisa a autenticidade das situações-problema.

[23] Sobre contextualização no ENEM ver Machado (2009).

[24] Ponte (2012) refere-se aos quatro grupos de questões do PISA, classificando-as de acordo com o modo de contextualização, os quais são situações pessoais, situações educacionais ou profissionais, situações públicas e situações científicas.

necessidades espontâneas, por exemplo, destinando uma aula da semana para as questões matemáticas que surgem fora da escola, ou mesmo dentro, mas não previstas pedagogicamente.

Dependendo da forma de abordagem do contexto, a contextualização ainda pode ser vista como meio ou vista como fim. No caso da contextualização ser vista como meio, o objetivo principal do ensino encontra-se na aprendizagem do conteúdo e o contexto é apenas o meio para que o objetivo seja alcançado. Em geral, os currículos costumam ser centrados nos conteúdos, o que faz essa categoria ser a mais comum. Nesse caso, o objetivo principal é o próprio contexto (necessidade) e os conteúdos são ferramentas desenvolvidas para solucioná-lo.

A abordagem dos contextos pode ser anterior, concomitante ou posterior à abordagem do conteúdo. Também os contextos podem estar relacionados predominantemente a objetos concretos ou abstratos.

Em uma sequência didática contextualizadora, a aprendizagem pode ocorrer por descoberta ou recepção, conforme mencionamos no capítulo 2. Além disso, os recursos utilizados podem envolver simulações, narrativas (reais e fictícias), problemas (reais ou fictícios), entre outros.

Os contextos também podem ser:

- Autênticos: quando a necessidade pode surgir em situações da vida real. Por exemplo, a necessidade de se repartir objetos em quantidades iguais, por meio da qual se pode explorar o conceito de divisão; os problemas de crescimento das bactérias, pelo qual se podem explorar Progressões Geométricas; ou a necessidade de se medir altura com um teodolito, possibilidade para o ensino de Trigonometria.
- Aparentes: A necessidade aparenta ser autêntica, mas na verdade é inventado com fins didáticos. É o caso de grande parte dos problemas que envolvem sistemas. “Se eu comprar 2 canetas e 3 lápis pagarei 13 reais. Se eu comprar 3 canetas e 2 lápis, pagarei 12 reais. Qual o preço individual das canetas e dos lápis?” Na realidade, ninguém nunca se deparou com um problema assim, mas ele foi inventado aparentando ser um problema autêntico apenas para ilustrar o sistema linear a que se refere.
- Inventados: Nesse caso, as necessidades em questão nitidamente não existem na realidade e são inventadas com fins didáticos. É o caso, por exemplo, dos jogos didáticos.

Poderíamos classificar os contextos ainda como:

- Gerais: Quando o contexto poderia estar contido na própria realidade imediata do aluno. Por exemplo, explorar divisão a partir da repartição de objetos. Essa é uma necessidade que de fato pode surgir na realidade imediata de um aluno, mesmo na fase pré-escolar.
- Específicos: Quando a realidade em que surgem as necessidades é restrita a um grupo específico de profissionais ou está relacionado a um período específico da História. Por exemplo, a observação do crescimento das bactérias no estudo das Progressões Geométricas ou a utilização do teodolito para medir altura através da Trionometria ou o uso de Logaritmo para facilitar cálculos são eventos que dificilmente surgirão como necessidade imediata para um aluno da escola básica.

Os contextos variam também em seu grau de proximidade com o aluno:

- Próximos: estão ou estiveram no campo sensorial do aluno.
- Representados: estão representados por meio de esquema ou imagem.
- Imaginados: não está representado de nenhuma forma, apenas descrito ou citado.

Um mesmo experimento pode variar em seu grau de proximidade do aluno. Por exemplo, o uso de um teodolito para medir a altura de um prédio pode ser apresentado para os alunos para contextualizar o ensino das razões trigonométricas. Caso o teodolito seja de fato construído experimentalmente o contexto será próximo. Caso seja explorado em um projeto de pesquisa com imagens ou assistido num vídeo sem de fato ter sido construído, trata-se de um contexto representado. O teodolito pode ainda ser descrito em um exercício-problema de modo que a representação do mesmo fica a cargo da imaginação do aluno. Nesse caso, o contexto é apenas imaginado.

Por fim, as tentativas de contextualização nem sempre têm feito surtir o efeito esperado. Nesse sentido, podemos classificar as práticas contextualizadoras como:

- Benéficas para a aprendizagem - quando possibilitam que a aprendizagem seja relevante e significativa
- Indiferentes – Não contribui, mas também não prejudica o processo de

aprendizagem. Um exemplo de contexto indiferente é o problema[25] do SARESP 2007 aplicado à 6ª série: "O Teatro Martins Pena tem 243 poltronas. O número de poltronas do teatro equivale a (A) 3^4 (B) 3^5 (C) 3^6 (D) 3^7". Neste caso, a única necessidade que podemos extrair como contexto do problema é saber a que potência de 3 equivale o número 243. A pretensão de que o teatro Martins Pena seja um contexto para o problema é enganosa. Ou seja, o problema aparenta ter um contexto, mas na verdade não tem.

- Prejudiciais – Algumas complicações podem ser trazidas por práticas que se dizem contextualizadoras, geralmente pela incompreensão do que seja contextualizar:

- O vício de ignorar o contexto. É muito comum em tentativas de contextualização pontual, o aluno adquirir o hábito de ignorar o texto e extrair apenas os números que o problema traz. Algumas questões de Matemática trazem textos enormes sob o pretexto de serem contextualizadoras, mas esses textos em nada contribuem para a compreensão do problema. O aluno, que tem como objetivo responder a questão, percebe que não precisaria ter lido todo o texto e assim adquire o hábito de ler apenas a pergunta. Esse hábito é prejudicial, pois em outras situações será importante compreender todo o contexto do problema para analisá-lo. Isso pode acontecer também em tentativas de contextualizações duradouras. É importante que esteja claro de que modo os contextos irão contribuir para o sentido e o significado da aprendizagem.

- O desvio de atenção. Quando a necessidade que motivaria a aprendizagem não é adequada ao conteúdo ou não é compreendida pelo aluno, a atenção do aluno desvia-se apenas para a compreensão dessa necessidade, a qual não conduzirá ao aprendizado.

- A incompreensão. Quando a tentativa de contextualização não leva em conta os conhecimentos prévios dos alunos, ou quando a aprendizagem dos próprios conhecimentos prévios se deu de forma mecânica, os elementos trazidos como contexto, por não serem compreendidos, impedirão a associação desejada e a aprendizagem do novo conteúdo.

- O conhecimento geral[26]. Ao tentar aproximar o novo conhecimento de conteúdo que os alunos dominam com muita segurança, podemos levá-los a reforçar concepções alternativas e estabelecer relações equivocadas entre conhecimentos, com tanta segurança

[25] SARESP (2007).

[26] BACHELARD (1996), ao tratar dos obstáculos epistemológicos, contribui para a percepção dos prejuízos que o pensar contextualizado pode trazer para a ciência, os quais adaptamos para a aprendizagem. Ressaltamos aqui apenas dois de seus obstáculos: o conhecimento geral e o obstáculo verbal.

que será difícil voltar atrás.

- Obstáculo verbal. Quando a contextualização é confundida com a utilização de metáforas e utilização de objetos concretos para se referir a objetos abstratos, a compreensão do objeto abstrato por parte do aluno pode ser muito reduzida.

- Imediatismo. Ao enfatizar apenas necessidade da realidade imediata, os alunos deixam de valorizar as necessidades atual e ampla.

- Pragmatismo. Ao enfatizar apenas necessidades práticas da realidade imediata.

Acreditamos que diferentes tipos de contextualização produzem diferentes resultados. Por exemplo, pesquisas têm mostrado que quanto mais autêntica a necessidade for para o indivíduo, mais eficiente será para promover sentido e, consequentemente, significado para a aprendizagem. Carraher; Schliemann (1989, p. 45) propuseram alguns problemas aritméticos a 16 crianças da terceira série em Recife. Esses problemas foram apresentados de três formas diferentes para os alunos:

- Situação simulada de venda em que a criança desempenhava o papel de vendedor de uma loja, com objetos reais (o que chamamos de contexto próximo);
- Problemas verbais com pequenas histórias (contexto representado ou imaginado);
- Exercícios de computação (sem contexto).

A média de acertos (de 0 a 10) foi de 5,7 para a situação simulada de venda; 5,6 para os problemas verbais e 3,8 para as questões sem contexto. Não houve diferença significativa de acertos entre os diversos tipos de contexto, mas houve diferença entre os exercícios que tinham contexto e os que não tinham.

Concluiu-se que a diferença de resultados é produto “do significado que o problema tem para a criança no momento em que ela se engaja na sua solução” (CARRAHER; SHLIEMANN, 1989, p. 64). Em outras palavras, o contexto do problema traz à criança uma necessidade e, portanto, um maior comprometimento com a solução. Os autores perceberam que, quando a resolução era oral, o significado do problema (por exemplo, o valor do troco) era preservado durante toda a resolução, diferentemente dos exercícios sem contexto, em que o resultado não era sequer questionado.

Em outra situação, Carraher; Schliemann (1989, p. 23) propuseram problemas parecidos ao anteriores, mas agora as situações eram outras. As cinco crianças e adolescente do Ensino Fundamental resolveram questões aritméticas:

- No contexto em que naturalmente já resolviam problemas cotidianamente: na feira, na barraca de cocos e junto ao carrinho de pipoca.
- Como um teste formal com situações-problemas;
- Como um teste formal, com exercícios de computação, sem contexto.

As porcentagens de acerto desses problemas foram, nessa ordem, 98,2%; 73,7% e 36,8%. Dessa vez, a diferença nos resultados foi bem significativa. Na primeira situação, a necessidade era genuinamente autêntica, pois era uma situação de suas vidas. Dar o troco correto ou dar o troco errado faria uma grande diferença em suas vidas reais. Assim, essa necessidade levou a um maior engajamento na resolução do problema. Para os autores, "as situações em que os problemas são resolvidos e as finalidades na resolução de problemas têm impacto sobre a representação que fazemos da solução a partir de nossa própria estratégia de resolução de problemas" (CARRAHER; SCHLIEMANN, 1989, p.17).

Além disso, concluiu-se que problemas apresentados em situações formais de ensino remetem a procedimentos formais, aprendidos desvinculadamente de raciocínios já existentes nos indivíduos, os quais por não fazerem sentido são repetidos de maneira descompromissada. Este estudo revela, portanto, a importância da contextualização para que a aprendizagem seja relevante e significativa.

Esse estudo torna evidente ainda o que chamamos de fenômeno de inversão na escola, pois acredita-se que "em primeiro lugar, devemos ensinar às crianças as operações aritméticas isoladas de qualquer contexto, para depois apresentar essas mesmas operações no contexto de problemas" (CARRAHER; SCHLIEMANN, 1989, p. 34). Essa sequência não se justifica de acordo com os argumentos dos autores da pesquisa, e nem de acordo com os argumentos utilizados no decorrer da presente tese.

As duas pesquisas citadas anteriormente contribuem para pensarmos que, independentemente da forma de contextualização, quanto mais a necessidade for representativa para o aluno, mais compromisso haverá de sua parte na busca da resposta certa.

Desse ponto de vista, é claro que as necessidades extraescolares, que decorrem das situações da vida, têm um potencial muito maior para gerar aprendizagens que as necessidades apresentadas ou simuladas na escola. No entanto, podemos buscar contextos mais autênticos e próximos dos alunos para tornar a aprendizagem o mais representativa possível.

Esse argumento apenas reforça a importância de uma aprendizagem relevante. Antes de preocupar-se com a aprendizagem, a escola deve preocupar-se com o nível de representatividade dos contextos (ou o nível de assunção das necessidades) por parte dos alunos.

Parte 2 - Resultados de uma sequência didática contextualizadora

O aluno aprende significativamente matemática quando consegue atribuir sentido e significado às ideias matemáticas – mesmo aquelas mais puras - e, sobre elas, é capaz de pensar, estabelecer relações, justificar, analisar, discutir e criar. - Dário Fiorentini

Tendo esclarecido nossa concepção do termo contextualização no ensino de Matemática, propusemos nessa segunda parte do trabalho mostrar uma prática contextualizadora por nós desenvolvida numa escola estadual de São Paulo através da oficina Matemática e Música, em conjunto com a professora de Artes do Ensino Médio.

Além de exemplificar o que temos dito na primeira parte, visamos com essa oficina atingir o nosso objetivo de pesquisa:

investigar se determinada sequência didática, elaborada a partir de uma concepção específica de contextualização, contribui para conferir sentido e significado para a aprendizagem de um conteúdo matemático específico.

Primeiramente, descrevemos a sequência didática, narrando os acontecimentos das seis aulas que integraram a oficina, bem como seus preparativos. Procuramos justificar cada uma das decisões tomadas, tanto em termos de ensino, quanto de pesquisa.

Depois, através de entrevista com os alunos e avaliação diagnóstica, buscamos investigar se teve sentido e significado a aprendizagem dos alunos sobre o conteúdo matemático escolhido, Progressões Geométricas.

E, por fim, mostramos as relações entre a primeira e a segunda parte desse trabalho, explicando por que a oficina Matemática e Música pode ser considerada uma prática contextualizadora e de que modo ela contribuiu para que a aprendizagem fosse relevante e significativa para os alunos participantes.

Apresentamos também as possibilidades e desafios que, provavelmente, uma proposta como essa traria à sala de aula convencional, do modo tradicional como encontra-se organizada a instituição escolar atualmente, em sua organização do tempo, do espaço e dos conteúdos disciplinares.

Capítulo 4 - Sequência didática: Matemática e Música

A partir de um contato com a professora de Artes do Ensino Médio da Escola Estadual Helena Loureiro Rossi, situada na cidade de Poá - SP, tivemos a ideia de elaborar a sequência didática que apresentaremos adiante. Apesar de Música ser uma das quatro modalidades da Arte trabalhadas no Ensino Básico, de acordo com a legislação (BRASIL, 2016) e, apesar desta professora gostar e conhecer o suficiente dessa modalidade, suas aulas são voltadas exclusivamente para as Artes visuais.

Podemos dizer que a sequência didática, que descreveremos a seguir, nasceu do interesse dessa professora em proporcionar atividades diferenciadas, relacionadas à Música no contra-turno, e do nosso interesse particular em realizar a presente pesquisa para investigar se uma sequência didática, elaborada a partir de nossa concepção de contextualização, pode contribuir para conferir sentido e significado para a aprendizagem de um conteúdo matemático.

A Matemática faz parte da História da Música em vários aspectos. Chama-nos a atenção, entretanto, a importância das Progressões Geométricas (PG's) e dos Logaritmos no chamado temperamento da escala cromática, em nossa cultura Ocidental. Acreditamos que a necessidade histórica de estabelecer um padrão para a sequência de notas musicais pode ser percebida pelos alunos como uma necessidade ampla que o leve a querer compreender a Progressão Geométrica e alguns conceitos a ela relacionados, como os conceitos de termo geral e interpolação geométrica.

Sendo assim, elaboramos a sequência didática Matemática e Música, levando em consideração os pressupostos elencados na primeira parte dessa tese, visando alcançar o nosso objetivo de

investigar se determinada sequência didática, elaborada a partir de uma concepção específica de contextualização, contribui para conferir sentido e significado para a aprendizagem de Progressões Geométricas.

No terceiro bimestre de 2017, a sequência didática, por nós nomeada de oficina Matemática e Música foi primeiramente proposta à diretora da escola, a qual nos recebeu com entusiasmo, encaminhando-nos à coordenadora para acerto de detalhes.

A coordenadora solicitou que apresentássemos o projeto (Apêndice A) primeiramente aos professores na Aula de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPC), da qual participavam parte dos professores de Ensino Médio da escola. Os professores aceitaram o projeto, mas ao contrário da professora de Artes, não acreditaram que teriam alunos interessados em participar. Segundo eles, a maioria dos alunos da escola não se interessam em aprender nenhum conteúdo.

As professoras de Matemática da escola, presentes na ATPC, confirmaram que os alunos do primeiro ano do Ensino Médio haviam estudado Progressões Geométricas no primeiro bimestre do ano letivo. Num primeiro momento, pareceu-nos que isso seria um ponto negativo para a pesquisa, pois desejávamos introduzir o conteúdo a alunos que ainda não o tinham estudado. No entanto, essa situação deu-nos parâmetros para comparar, através da fala dos alunos, o aprendizado dentro da rotina escolar e o aprendizado através dessa sequência didática pretensamente contextualizadora.

A coordenadora e os demais professores manifestaram interesse em saber qual a relação entre Matemática e Música, o que explicamos muito resumidamente. Então, a coordenadora assinou a AUTORIZAÇÃO (Apêndice N) para realizarmos o projeto na escola.

A coordenadora também solicitou que acrescentássemos no TERMO DE CONSENTIMENTO (Apêndice O) da pesquisa, que seria assinada pelos pais dos participantes, uma autorização para que os alunos frequentassem a escola no contra-turno durante os dias de oficina.

Fizemos a reserva da sala de vídeo, onde ocorreria a oficina. Dentre as salas disponíveis (biblioteca, informática e sala de vídeo), essa oferecia o ambiente mais propício para atividades, pois possuía quadro negro, TV com entrada HDMI, cadeiras, mesas e bastante espaço vazio.

Na semana seguinte à ATPC, passamos nas quatro salas do primeiro ano convidando os alunos para participarem do projeto, ao que se inscreveram 13 alunos. Ainda na mesma semana, passamos novamente nas salas reforçando as datas e horários das oficinas e entregando os TERMOS DE CONSENTIMENTO para que trouxessem assinados pelos seus pais ou responsáveis. Nesse dia, mais 5 alunos se inscreveram, totalizando 18.

As oficinas seriam realizadas na sala de vídeo da escola durante 3 semanas consecutivas, de segunda e quarta-feira das 14 às 16 horas. Um total de 6 aulas, 12 horas.

Passaremos agora a narrar os acontecimentos nas aulas da oficina. Optamos, neste texto, por apresentar a sequência didática de forma narrativa, buscando esclarecer ao leitor a forma como ela se concretizou efetivamente. Antes, contudo, podemos resumir o objetivo principal planejado para cada uma das seis aulas da oficina.

Aula 1: Conhecer a física do som, os elementos da onda sonora e os quatro principais parâmetros sonoros: timbre, intensidade, duração e altura.

Aula 2: Compreender a altura do som e sua relação com a frequência da onda sonora. E conhecer as doze notas musicais da escala cromática.

Aula 3: Identificar a sequência de frequências que resultam na nota Lá como uma Progressão Geométrica (PG).

Aula 4: Descobrir a razão da PG formada pelas frequências das notas musicais da escala cromática.

Aula 5: Construir um garrafofone (ou piano de garrafas) com as sete notas naturais e tocar algumas músicas no instrumento construído.

Aula 6: Compartilhar os conhecimentos adquiridos através de uma apresentação com o garrafofone para os alunos do Ensino Fundamental.

Na **aula 1** compareceram conosco três alunos inscritos, um ouvinte e a professora de Artes. Nessa aula, como em todas as demais, levamos slides com tópicos, definições e ilustrações e um teclado para a realização das dinâmicas.

Apesar da pouca quantidade de alunos, a aula foi realizada, conforme planejado. A professora de Artes não participou do planejamento da sequência didática, apenas de sua execução, com interferências durante a explanação e respostas a algumas perguntas feitas pelos alunos. Durante as dinâmicas, ela participava juntamente com os alunos.

O objetivo dessa primeira aula era de que os alunos compreendessem basicamente a física do som e seus quatro principais parâmetros: timbre, intensidade, duração e altura. Com isso, iríamos nas aula seguintes enfatizar apenas a altura do som e sua relação com a frequência sonora, medida em Hertz.

Iniciamos a aula com as apresentações. Os alunos disseram, entre outras coisas, suas motivações para participarem do projeto. Dois deles estavam lá porque gostavam muito de Música e um porque gostava de Matemática.

Perguntamos a eles o que é Música. E eles responderam a seu modo frases como “É uma arte”; “É uma forma de expressar os sentimentos”. Então apresentamos uma definição do dicionário, segundo o qual Música é “Arte de expressar ideias por meio de sons, de forma melodiosa e conforme certas regras” (MICHAELIS, 2017).

Nos referimos ao som como a matéria prima da Música e perguntamos, então, o que é som. Os alunos, pensando exclusivamente em sons musicais, deram respostas parecidas às que tinham dado antes, como “É uma forma de expressar sentimentos”. Então, questionamos se os ruídos que estávamos ouvindo de veículos passando na rua, carteiras sendo arrastadas na escola, etc. não eram também sons. Os alunos tentaram reformular suas respostas, mas de modo algum mencionaram ondas, vibrações ou a própria captação pelos ouvidos. Apresentamos a seguinte definição: “Sons são ondas produzidas pela vibração de um corpo qualquer, transmitida por um meio [...], que são captadas pelos nossos ouvidos e interpretadas pelos nossos cérebros” (SEED/PR, 2017a).

Escolhemos apresentar aos alunos as definições do site acima, devido ao vocabulário simples por ele apresentado, com uma linguagem bastante compreensível para os alunos.

Explicamos sucintamente a física do som, a forma como é emitido e recebido pelos seres humanos e a sua representação através de ondas. Em seguida, perguntamos se todo som é igual, ou o que muda de um som para o outro. Os alunos tiveram dificuldade de compreender essa pergunta, e mesmo depois de terem-na compreendido não souberam responder. Apenas uma das alunas mencionou que cada som tem sua característica própria.

Então, realizamos a **dinâmica do timbre**. Nessa dinâmica, todos os participantes ficam em roda virados para fora da roda, de olhos fechados. O professor, dentro da roda, troca alguns de lugar e, em seguida, cutuca um aluno que deve cantar uma música pré-determinada. Depois todos podem adivinhar quem foi a pessoa que cantou.

A música escolhida para cantarem foi *Ciranda, cirandinha*, conhecida de todos. A dinâmica foi repetida cerca de 7 vezes e, em todas elas, os alunos acertaram quem havia cantado. Explicamos para os alunos que cada voz tem sua característica própria, o que chamamos de timbre. Foi o timbre que permitiu-nos identificar a pessoa que estava cantando.

De acordo com a referência que estávamos usando, timbre é “a “cor” do som. Cada objeto ou material possui um timbre que é único, assim como cada pessoa possui um timbre próprio de voz, tão individual quanto as impressões digitais” (SEED/PR, 2017a). Na

ilustração, era possível ver diferentes ondas, cada uma representando o som de um instrumento diferente.

Em seguida realizamos a **dinâmica da intensidade**. O grupo deve cantar uma música, enquanto o instrutor faz movimentos com a mão de levantar e abaixar. Quanto mais alta a mão, mais forte a voz deve ser emitida. Quanto mais baixa a mão, mais fraco o som. Depois o grupo pode ser dividido em dois, um irá se guiar pela mão direita e outro pela mão esquerda.

Os alunos se divertiram bastante nessa dinâmica, a qual foi praticada novamente com a música *Ciranda, cirandinha*. Então, foi dito a eles que essa é outra característica que diferencia um som de outro som, a intensidade. E mostramos com ilustrações que a intensidade altera a amplitude da onda. Intensidade é

> a força do som. É uma propriedade do som que permite ao ouvinte distinguir se o som é fraco (baixa intensidade) ou se o som é forte (alta intensidade) e ela está relacionada à energia de vibração da fonte que emite as ondas sonoras. Ao se propagar, as ondas sonoras transmitem energias que se espalham em todas as regiões. Quanto maior é a energia que a onda transporta, maior é a intensidade do som que o nosso ouvido percebe. É semelhante ao que habitualmente chamamos de volume. (SEED/ PR, 2017a)

A atividade seguinte foi a **dinâmica da duração**. A mesma nota é tocada no teclado várias vezes, alternando-se a sua duração: curta, média ou longa. Ao ouvir um som curto, os alunos devem sentar de cabeça baixa. Ao ouvir um som de média duração, os alunos devem sentar-se normalmente. E quando o som é longo, os alunos ficam de pé.

Essa dinâmica, como a anterior, foi acompanhada de muitas risadas. Através dela, os alunos compreenderam que a duração é outra característica que diferencia um som de outro som. A duração "é o tempo que o som permanece em nossos ouvidos, isto é, se o som é curto ou longo. É a característica que revela o tempo de emissão de um som. Depende do tempo que duram as vibrações do objeto que os produz" (SEED, PR, 2017a).

Esclarecidos os três parâmetros do som, fomos ao teclado e pedimos aos alunos que identificassem qual dos três estávamos variando. Usando sempre a mesma tecla, variávamos ora o timbre, ora a intensidade e ora a duração. Os alunos mostraram ter compreendido os conceitos, pois acertaram todas as variações.

Em seguida, dissemos aos alunos que havia mais um parâmetro do som que ainda não havíamos abordado. Nenhum deles soube responder qual era. Então, perguntamos se haviam reparado que a tecla apertada no teclado era sempre a mesma. Após a dica, uma

aluna respondeu: “Já sei. Existem sons mais finos e mais grossos”. “Isso mesmo”, respondemos, enquanto tocávamos todas as teclas da mais grave à mais aguda.

Explicamos que esse parâmetro do som é chamado de **altura**. “É por meio da altura que podemos distinguir um som agudo (fininho, alto), de um grave (grosso, baixo). A altura de um som musical depende do número de vibrações. As vibrações rápidas produzem sons agudos e as lentas, sons graves” (SEED/ PR, 2017a). Mostramos através de imagens que quando se varia a altura, se varia a frequência das ondas.

Através de um trecho de vídeo[27], tentamos esclarecer a diferença entre altura e intensidade, enfatizando que as palavras alto e baixo referem-se à variação da altura do som (e, portanto, da frequência), enquanto as palavras forte e fraco referem-se à variação da intensidade (chamada popularmente de volume).

Dissemos aos alunos que a ênfase nas demais aulas da oficina seria dada sobre a altura especificamente, mas que há muita Matemática também nos outros parâmetros do som. Pedimos que os alunos realizassem uma avaliação diagnóstica individualmente e por escrito (Apêndice B). E distribuímos a folha de tarefas para casa (Apêndice C), na qual se pedia que os alunos instalassem em seus aparelhos celulares o aplicativo gratuito *Tuner – DaTuner (Lite!)* que mede a frequência do som e também que navegassem em alguns sites para adquirirem mais conhecimento sobre o que foi falado em aula.

Figura 9 - Aplicativo *Tuner – DaTuner (Lite!).*

Fonte: TUNER – DATUNER (LITE!) *(*2017)

[27] Disponível em SEED/PR (2017b).

Devido ao pequeno número de alunos participantes na aula 1, resolvemos passar em todas as salas, perguntando aos alunos inscritos por que não compareceram na primeira aula, o que todos responderam com razões particulares. A maioria alegou trabalho ou compromisso familiar. Entregamos a folha de tarefas para casa a todos eles e incentivamos que comparecessem na aula seguinte.

A maioria dos alunos abordados, disseram que iriam na aula seguinte. Alguns deles perguntaram se poderiam levar seus próprios instrumentos musicais, o que respondemos que sim.

Na segunda aula vieram dois dos alunos presentes na aula anterior mais quatro novos alunos e dois ouvintes. Desses alunos, apenas quatro permaneceram até o fim do projeto, aos quais nos referiremos por suas iniciais: E, V, L e D.

A aluna E interessou-se pela oficina por gostar muito de Música. Apesar de não conhecer a teoria musical e não tocar nenhum instrumento, compreendemos que o “gostar de Música” significava “gostar de ouvir músicas”, sobretudo dos estilos Rock e Popular. A aluna aprendera tocar algumas músicas na flauta doce, em sua escola, quando estava no Ensino Fundamental I.

A aluna V, amiga de E, tinha muitas coisas em comum com ela. Esteve presente em todas as aulas desde a primeira, demonstrou-se bastante curiosa e participativa e gosta muito de ler. Diferentemente de E, V nunca tocou nenhum instrumento, mas gosta de cantar. Inclusive, na primeira aula cantou uma música para os demais.

A aluna L começou a frequentar a oficina a partir da segunda aula. Seu pai é professor de Música e, desde os 5 anos de idade, L começou a aprender tocar piano. Ela tem noção de canto e também de outros instrumentos musicais que começou aprender por curiosidade, como guitarra, violão, bateria, flauta doce, violino e sanfona. Ela disse que treina piano todos os dias até hoje. Também se interessou pela oficina por gostar de Música.

O aluno D também começou a oficina a partir da segunda aula. Igualmente aos demais, gosta de Música e por isso quis participar da oficina. Ele toca violão há cinco anos. Também começou a aprender flauta transversal há dois anos e toca em uma orquestra há menos de um ano.

A **aula 2** iniciou-se com a retomada da aula anterior. Como parte dos alunos não estiveram na primeira aula, explicamos novamente a física do som, a representação gráfica e

os quatro parâmetros do som, mas dessa vez sem as dinâmicas. As duas alunas que estavam na primeira aula, E e V, ajudaram a explicar o que haviam entendido.

Sobre as tarefas para casa, apenas E e V navegaram nos sites indicados, mas não quiseram comentar nada sobre o que leram. Outro aluno instalou o aplicativo solicitado em seu aparelho celular. Tínhamos, portanto, dois celulares com o aplicativo, o nosso e o desse aluno. Esse mesmo aluno levou para a oficina também um violão e uma flauta transversal.

O uso do aplicativo *Tuner – DaTuner (Lite!)* foi essencial nessa aula, cujo objetivo era compreender a altura do som e sua relação com a frequência da onda sonora. Os instrumentos levados voluntariamente contribuíram igualmente para a dinâmica da aula.

Dividimos a turma em dois grupos por afinidade. As três meninas formaram um grupo: E, V e L, juntamente com a professora de Artes. E os cinco meninos formaram outro grupo: D, e os outros quatro que não permaneceram frequentes. Pedimos para que os alunos analisem o que acontece com a medida do aplicativo (em Hz) diante de vários sons. Não dissemos, entretanto, de que se tratava essa medida.

Os alunos emitiam sons com a voz, e também exploravam os instrumentos: teclado, violão e flauta. Como em ambos os grupos havia alunos com noção musical, eles rapidamente perceberam do que se tratava a medida e passaram a explorarem sons graves e agudos. O grupo das meninas interessou-se em descobrir qual o número mais alto que conseguiam alcançar com suas vozes e, posteriormente, com assobios. Os dois grupos começaram a interagir quando os meninos garantiram que a flauta emitia sons mais agudos que as vozes das meninas, o que elas provaram não ser verdade.

No grande grupo, sentados em roda, perguntamos qual parâmetro do som estava sendo medido com aqueles números. Os alunos reconheceram que era a altura. Perguntados, os alunos afirmaram corretamente que quanto maior a frequência, mais agudo é o som.

Explicamos que Hertz (Hz) é a unidade de frequência que utilizamos, representando a quantidade de vibrações por segundo e apresentamos gráficos de ondas para comparar maiores e menores frequências. Os alunos se mostraram surpresos com a explicação e todos eles disseram que não conheciam essa medida.

Aplicamos então, a dinâmica **Direto ao ponto**, permitindo antes que os alunos treinassem por 5 minutos. Nessa dinâmica, o professor diz uma frequência (em Hz) e um representante de cada grupo tenta chegar o mais próximo possível dessa frequência com sua

voz emitida de maneira firme, com o mínimo de oscilação. Cada um tem três tentativas alternadamente. O objetivo é que o aluno assimile, através do uso de sua voz, a relação entre a medida de frequência e a altura do som.

Repetimos a dinâmica por três vezes e houve bastante entusiasmo por parte dos alunos, com o desejo de vencer a prova. Alguns alunos tiveram dificuldade de assimilar o som anterior para emitir um som mais agudo ou mais grave conforme a necessidade para atingir a frequência estipulada. Notamos também que, em algumas vezes, intensidade era confundida com altura, pois para emitir um som mais agudo, o aluno aumentava a intensidade do som. Aproveitamos cada um desses equívocos para esclarecer os conceitos estudados.

Realizamos então nova dinâmica: **Sons graves/ sons agudos**. Dessa vez, o grupo das meninas disputaria entre si, quem produziria o som mais agudo com a voz. E o grupo dos meninos, quem produziria o som mais grave. O objetivo didático dessa dinâmica é similar ao da anterior.

Comentamos com os alunos que não nos referimos à altura do som utilizando um número, mas utilizando um nome. Nos referimos a cada variação da altura como sendo uma nota musical. Conversamos sobre a medida ser contínua e as notas serem atribuídas de forma discreta. Todos os alunos já conheciam os nomes das notas naturais, mas deixamos nessa etapa seus comentários em aberto.

Então, realizamos uma terceira dinâmica, utilizando o aplicativo. A dinâmica **Dissonantes/ Consonantes**. Primeiramente, dois voluntários vão à frente e emitem sons nas frequências 293 e 494, sustentando o máximo que puderem. Em seguida, três outros voluntários vão à frente para emitir sons nas frequências 110, 220 e 440 Hz.

Após a emissão desse segundo conjunto, os demais alunos até aplaudiram. Perguntamos a eles o que havia de interessante nesse segundo conjunto de frequências. E eles responderam dizendo que os sons “se completam”, “combinam”, “se encaixam” ou ainda “são harmoniosos”. Explicamos através dessa dinâmica o que são sons dissonantes e consonantes[28]. E dissemos que as frequências 110, 220 e 440 Hz fornecem sons altamente consonantes. E quanto às frequências escolhidas para esse segundo conjunto? O que há de

[28] **Consonância:** Reunião de sons (acorde ou intervalo) que gera distensão; harmonia. **Dissonância:** Na música tonal, intervalo (ou acorde) sem resolução harmônica em consonância [...] (Michaelis, 2017)

interessante na sequência (110, 220, 440)? Fizemos essas perguntas aos alunos e, enquanto alguns arriscavam responder que havia a relação de metade e dobro, L perguntou se a frequência 330 não seria também parte dessa sequência. Verificamos que não. A aluna havia levantado a hipótese de que seria uma Progressão Aritmética (PA) de razão 110, apesar de não usar essa nomenclatura.

Explicamos aos alunos que quando a frequência de um som é o dobro da frequência de outro som, ambos são altamente consonantes, o que nos leva a considerá-los como sendo a mesma nota. Mostramos os gráficos de duas ondas, sendo a frequência de uma o dobro da frequência da outra para que os alunos percebessem a que se deve a alta consonância entre esses sons. Perguntamos que outras frequências resultam na nota Lá e os alunos prontamente passaram a multiplicar por dois cada termo da sequência, obtiveram 880 mentalmente e precisaram utilizar a calculadora para obter 1760, 3520 etc.

Perguntamos então se haveria frequências inferiores a 110 Hz que também resultassem na nota Lá. Prontamente os alunos dividiram 110 por dois, obtendo 55. Utilizando a calculadora, obtiveram também 27,5 e 13,75. Repetimos as mesmas perguntas para a nota Dó, a partir da frequência aproximada de 131 Hz, obtendo a sequência (... 65,5;131, 262, 524, ...).

Então, repetimos a dinâmica anterior, agora com as frequências 131, 262 e 524 Hz. Três voluntários emitiram essas frequências com suas vozes simultaneamente. Os alunos perceberam que esses sons são realmente muito consonantes.

Comentamos que desde o século VI a.C., Pitágoras já havia percebido essa relação de dobro e de metade. Os alunos ficaram intrigados sobre como Pitágoras teria percebido isso, pois calculamos a frequência do som com um aplicativo eletrônico, que obviamente não existia na época de Pitágoras.

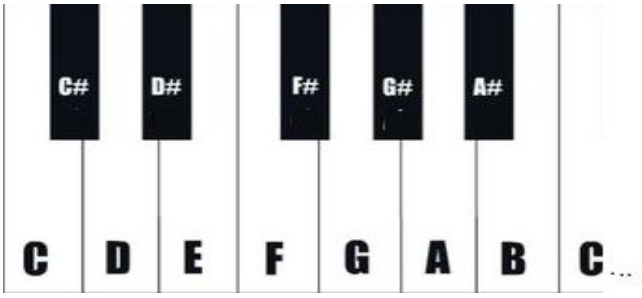
A partir desse questionamento, que não estávamos esperando, pedimos emprestado o violão que um dos alunos havia trazido e explicamos a experiência do monocórdio de Pitágoras. Mostramos que a mesma corda que emite a nota Mi, se pressionada ao meio emite a nota Mi uma oitava acima. Com o uso do aplicativo, confirmamos que reduzindo-se o comprimento da corda a metade, a frequência do som dobra.

Voltamos então ao assunto em que estávamos antes de iniciar a última dinâmica. Entre o Lá 220 e o Lá 440, quantas notas existem? Isto é, em nossa cultura, quantas notas foram criadas num intervalo de uma oitava? As respostas foram variadas. V e E, alunas que

não tocam nenhum instrumento, responderam sete. Os demais ficaram divididos entre sete e doze.

Explicamos que não está errado responder sete notas, se estivermos pensando apenas nas notas naturais, mas a escala cromática completa na atualidade possui doze notas e isso é peculiar da nossa cultura. Com a imagem de um piano, mostramos os nomes das 12 notas musicais e seus respectivos símbolos, conforme aparecem no aplicativo por nós utilizado.

Figura 10 - Notas musicais no piano.



Fonte: Próprio autor

Figura 11 - Correspondência entre nomes e símbolos das notas musicais.

Dó	**Dó#**	**Ré**	**Ré#**	**Mi**	**Fá**	**Fá#**	**Sol**	**Sol#**	**Lá**	**Lá#**	**Si**
C	C#	D	D#	E	F	F#	G	G#	A	A#	B

Fonte: Próprio autor

Pedimos que os alunos respondessem as atividades de revisão desta aula (Apêndice D), podendo usar calculadora e tirar dúvidas com as professoras no decorrer da tarefa. Antes de entregarem a atividade, pedíamos que refizessem os itens que não estivessem corretos. Os alunos se empenharam na atividade e não se comunicaram entre si, conforme havíamos pedido.

A maior dificuldade surgiu para a maioria dos alunos na questão 1d, em que pedia-se para assinalar como verdadeiro ou falso:

d. As frequências 20Hz e 200 Hz correspondem à mesma nota.

Os alunos garantiam que essa afirmação era verdadeira. Então, pedíamos que calculassem com calma o dobro de 20, 40, 80, 160 até que percebessem que 200 não faz parte dessa sequência.

Percebemos certa dificuldade por parte de todos alunos ao realizar cálculos mentais. Então, para que a sequência prosseguisse continuamos permitindo o uso de calculadora, estimulando o cálculo mental em um ou outro caso, conforme a oportunidade surgia. Em alguns casos, os alunos tinham iniciativa de iniciar os cálculos manualmente, incentivamos que fizessem do modo que achassem melhor.

Passamos para os alunos também a tarefa para casa (Apêndice E) que consistia em memorizar os nomes e os símbolos das 12 notas musicais, bem como resolver os seguintes desafios:

1. *Multiplicando 440 Hz por 2 obtemos 880 Hz, multiplicando novamente por 2 obtemos 1760 Hz (todas essas frequências correspondem à nota Lá). Quantas vezes é possível continuar multiplicando esse número por 2?*
2. *Dividindo 440 Hz por 2 obtemos 220 Hz, dividindo novamente por 2 obtemos 110 Hz (todas essas frequências correspondem à nota Lá). Quantas vezes é possível continuar dividindo esse número por 2?*

Em todas as folhas de tarefas para casa, havia um texto com uma curiosidade para que os alunos lessem em casa.

Assim que terminava cada uma das aulas, os alunos não queriam ir embora e ficavam explorando os instrumentos musicais. As alunas V e E arriscavam tocar a música *Dó - Ré - Mi - Fá* no teclado, mas por várias vezes confundiam as teclas e iniciavam por Fá em vez de Dó. Os demais colegas as alertavam. Como sabiam tocar instrumentos, os demais executavam várias músicas de seus gostos ao término das aulas.

O objetivo principal da **aula 3** era identificar a sequência de frequências que resultam na nota Lá como uma Progressão Geométrica (PG). Iniciamos essa aula pelos desafios deixados na tarefa para casa. Quanto ao desafio 1, todos concordaram que esse processo era infinito, que é possível multiplicar 440 por dois infinitamente. No entanto, os alunos L e D tiveram a intuição de que, sonoramente, esse processo não deveria ser infinito. Disseram eles com suas palavras: “uma hora as notas param”.

Mostramos, através dos slides, os limites da frequência audível para os seres humanos (e também para outros animais como cães, gatos e golfinhos). Aproveitamos também para explicar os conceitos de ultrassom e infrassom. Todos os alunos se

surpreenderam ao saber que o exame de ultrassom era realizado por meio de sons com frequências muito altas.

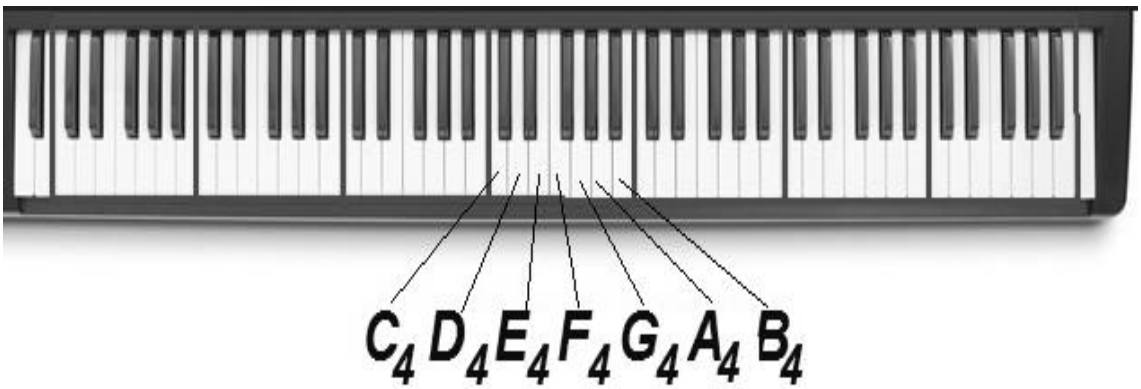
Devido ao espectro de frequência audível para os seres humanos (o qual varia de uma pessoa para outra, mas que pode ser limitado por 20 Hz e 20.000 Hz), está correto pensar na sequência de frequências que resultam em Lá como sendo finita (27,5; 55; 110; 220; 440; 880; 1760; 3520; 7040; 14080). No entanto, é importante perceber que infinitas frequências resultariam em Lá se não fosse a nossa limitação fisiológica.

Ao discutir o desafio 2, uma dificuldade extra apareceu entre os alunos. Seria possível dividir um número por dois infinitamente? Para a aluna L, uma hora o termo da sequência "chegaria em zero". Para o aluno D, a partir de um ponto, os termos passariam a ser negativos.

Pedimos ao aluno D que projetasse a calculadora na TV e mostrasse o que estava dizendo. O aluno dividiu 440 por 2, depois dividiu o resultado por 2 e assim sucessivamente até que os alunos percebessem que o número estava ficando cada vez menor, cada vez mais próximo de zero. Para não fugir demais dos objetivos da oficina, gastamos um curto período de tempo discutindo essa questão e depois voltamos ao tema. Os alunos ficaram bastante admirados com a ideia de uma sequência infinita que tende a zero.

Mostramos aos alunos a imagem de um piano com suas 88 teclas, separadas pelas oitavas, conceito que foi melhor explicado nesse momento. Perguntamos a eles quantas notas Lá possui um piano, o que responderam corretamente como sendo 8. Então, passamos a adotar a notação do aplicativo para diferenciar as notas em suas oitavas. A identificação da oitava é colada subscrita após o símbolo da nota (figura 12).

Figura 12 - As teclas do piano separada pelas oitavas.



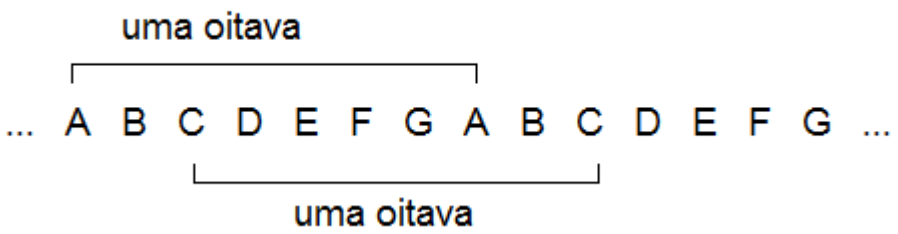
Fonte: Próprio autor

Retomando o exercício 2 da atividade escrita da aula anterior, conversamos sobre a importância da nota A_4 como parâmetro para as demais notas. A_4 é inclusive o símbolo do aplicativo por nós utilizado nas aulas. Sabendo que a frequência do A_4 foi definida como 440 Hz, pedimos que os alunos dissessem a frequência do A_0 ao A_7. Como a sequência (27,5; 55; 110; 220; 440; 880; 1760; 3520; 7040; 14080) ainda estava na lousa, bastou a eles ler a sequência eliminando os dois últimos termos.

Na aula anterior, um dos alunos havia perguntado o motivo pelo qual o símbolo A corresponde à nota Lá e não ao Dó. Aproveitamos este momento para retomar a pergunta. Os próprios alunos levantaram como hipótese o fato de o A_4 ser a nota referência e o fato de Lá ser a primeira nota do piano.

No entanto, lembramos aos alunos que as notas musicais são um ciclo infinito e, portanto, "a primeira nota" poderia ser considerada como sendo qualquer uma. Conforme o texto de curiosidade passado na aula anterior (Apêndice E), os nomes que usamos para as notas musicais são recentes (sec. XI). Antes disso, e ainda hoje em alguns países, os nomes das notas eram A, B, C, D, E, F e G.

Figura 13 - Ciclo das notas musicais.



Fonte: Próprio autor

Em seguida, fizemos a resolução da atividade da aula anterior (Apêndice D), ressaltando as principais dificuldades que os alunos enfrentaram durante a sua resolução. Depois, lançamos aos alunos o seguinte desafio:

Qual o próximo número da sequência?

- *(1, 3, 5, 7, ___)*
- *(30, 25, 20,15, ___)*
- *(2, 8, 32, 128, ___)*
- *(1,5; 3; 4,5; 6; ___)*

- *(40, 20, 10, 5, ___)*
- *(1, 1, 2, 3, 5, 8, ___)*

Os alunos lembraram que alguns itens desse desafio estavam na avaliação diagnóstica e buscaram resgatar o modo como haviam pensando neles. Após discutirmos a resolução de cada item, definimos Progressões Aritméticas e Progressões Geométricas, como se segue:

Progressões Aritméticas (PA): Sequências em que cada termo é obtido do anterior por meio da adição de uma parcela constante.

Progressões Geométricas (PG): Sequências em que cada termo, a partir do segundo, é obtido pela multiplicação do termo anterior por uma constate real, chamada razão.

Então, voltamos ao desafio anterior, buscando classificar cada sequência como PA ou PG. E, por fim, determinamos a razão de cada uma delas.

- *(1, 3, 5, 7, 9) PA, r=2*
- *(30, 25, 20,15, 10) PA, r= -5*
- *(2, 8, 32, 128, 512) PG, q=4*
- *(1,5; 3; 4,5; 6; 7,5) PA, r=1,5*
- *(40; 20; 10; 5; 2,5) PG, q=0,5*
- *(1, 1, 2, 3, 5, 8, 13) nem PA nem PG*

Não houve tanta dificuldade em compreender que a razão da segunda sequência era um número negativo. A maior dificuldade foi obter a razão da quinta sequência. Por meio de perguntas e dicas, levamos os alunos a concluírem que para obter a razão na PA basta subtrair um termo do anterior. E para obter a razão na PG basta dividir um termo pelo anterior. Desse modo, os alunos puderam concluir que a razão da quinta sequência era q=0,5 e não q=2, como queriam concluir.

Retomamos a sequência das frequências que resultam na nota Lá, (... 55, 110, 220, 440, 880, 1760, 3520, ...), e perguntamos aos alunos se essa sequência é uma PA ou uma PG. Pedimos também que identificassem a razão (PG, q=2).

Os alunos lembravam que haviam aprendido esses conceitos na escola, mas várias explicações, como a forma de obter a razão da PA ou PG, pareciam novas para eles.

Realizamos, em seguida, a dinâmica da **Escada Musical**. Nessa dinâmica, o instrutor pronuncia o nome da nota no tom correspondente e os alunos devem repetir. Com ajuda do teclado, todos repetem "Dó - Dó# - Ré - Ré# - Mi – Fá - Fá# - Sol - Sol# - Lá - Lá# - Si".

Repetimos a dinâmica por três vezes, pedindo aos alunos que se imaginassem subindo um degrau a cada nota. Depois, perguntamos se os degraus tinham todos a mesma altura. Ou seja, se parecia ser sempre a mesma a distância entre duas notas consecutivas. Os alunos responderam que sim. Perguntamos então se a sequência de frequências das notas era uma PA ou uma PG. Todos responderam tratar-se de uma PA.

Mesmo tendo classificado a sequência (... 55, 110, 220, 440, 880, 1760, 3520, ...) como PG, a intuição mais forte agora estava relacionada à dinâmica da Escada Musical. Portanto, tinham convicção de que a sequência de notas musicais era uma PA. Dissemos que responderíamos a essa pergunta apenas na aula seguinte, o que deixou os alunos bastante intrigados. Alguns deles disseram que iriam pesquisar essa informação na Internet, assim que chegassem em casa.

Assim como nas outras aulas, passamos a atividade escrita para fazerem individualmente (Apêndice F). Apesar de terem uma ou outra dúvida, os alunos demonstraram terem compreendido os conceitos abordados na aula. Identificavam com facilidade se uma sequência era PA ou PG e encontravam sua razão.

Em um dos exercícios, os alunos deveriam localizar os termos das sequências na reta numérica, percebendo assim que os termos da Progressão Aritmética são igualmente espaçados, enquanto os da Progressão Geométrica não são. A sequência de frequências que resultam na nota Lá, (... 55, 110, 220, 440, 880, 1760, 3520, ...), também foi posta sobre um reta numérica para que os alunos percebessem que tratava-se de uma PG, mas isso não foi comentado por eles.

Entregamos, então, a folha de tarefas para casa (Apêndice G), na qual pedia-se:

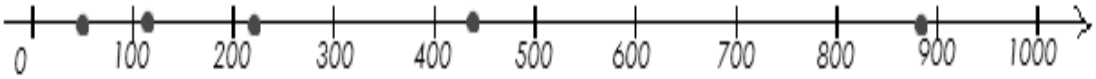
1. *Trazer garrafas de vidro (redondas) na próxima aula.*
2. *Treinar com o afinador cantar "Dó – Mi - Sol", pronunciando os nomes das notas em suas respectivas frequências.*

O objetivo da **aula 4** era descobrir a razão da PG formada pelas frequências das notas musicais da escala cromática. Iniciamos a aula refazendo no grande grupo a atividade escrita da aula anterior. Os alunos, de modo geral, demonstraram bastante segurança para

identificar as sequências como PA ou PG, para determinar as razões e localizar os termos na reta numérica.

Ao resolver o último exercício e posicionarmos os termos da sequência (... 55, 110, 220, 440, 880, 1760, 3520, ...) na reta numérica, relembramos que as frequências que resultam na nota Lá formam uma Progressão Geométrica. Tocamos essas frequências no teclado e argumentamos que, apesar da sensação sonora ser de uma PA, as frequências formam uma PG.

Figura 14 - Reta numérica com a sequência de frequências (em Hz) que resultam na nota Lá.



Fonte: Próprio autor

Argumentamos também, através da reta numérica, que se a sequência de notas Lá não é uma PA, a sequência de todas as notas da escala cromática também não poderia ser. Costumamos dizer que as notas musicais da escala cromática são “igualmente espaçadas” devido à sensação sonora que essas frequências nos causam, no entanto, as frequências (em Hz) das notas formam uma PG.

Repetimos a dinâmica Escada Musical e comentamos a respeito das consequências de que as notas tenham a mesma distância entre si, como transportar uma música de um tom para outro. Mas afinal, qual seria a razão da Progressão Geométrica formada a partir das notas musicais da escala cromática? Caminharíamos agora em direção a essa resposta.

Propusemos aos alunos, inicialmente, o seguinte desafio:

Na Progressão Geométrica (55, 110, 220, 440,...) qual é

a. *o sexto termo?*

b. *o décimo termo?*

c. *o décimo segundo termo?*

Para responder ao item a, todos os alunos multiplicaram 440 por 2, obtendo 880, e 880 por 2, obtendo 1760. Fizeram esse cálculo manualmente. Para resolver o item b, perguntaram se poderiam utilizar calculadora, o que respondemos afirmativamente. Então, pelo mesmo procedimento, multiplicando os resultados sucessivamente por 2, obtiveram o décimo termo, 28.160.

Propusemos então um novo modo, mais prático, de obter um termo qualquer a partir de um primeiro. Explicamos que se o primeiro termo, $a_1 = 55$ então

$a_2 = 55 \cdot 2$,

$a_3 = 55 \cdot 2^2$,

$a_4 = 55 \cdot 2^3$ etc.

Os próprios alunos chegaram à conclusão de que $a_6 = 55 \cdot 2^5$, $a_{10} = 55 \cdot 2^9$. E assim resolveram o item c do seguinte modo: $a_{12} = 55 \cdot 2^{11}$= 112.640.

Chegamos, desse modo, ao termo geral da PG: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$. Os alunos lembraram de já terem visto essa fórmula na escola.

O desafio seguinte foi:

Interpole termos nas Progressões Geométricas:

a. *(1, ___, ___, 27)*

b. *(3, ___, ___, ___, 48)*

c. *(2, __, ___, ___, ___, 64)*

Os alunos gastaram bastante tempo na resolução dos itens a e b desse desafio e fizeram-na por tentativa. Escolhiam um número natural aleatoriamente e tentavam utilizá-lo como razão. Depois de chegarem às respostas, propusemos também um modo mais prático para a resolução desse desafio, a partir do conceito de termo geral.

a. $a_4 = a_1.q^3$

$27 = 1 \cdot q^3$

$q^3 = 27$

$q = \sqrt[3]{27}$

$q = 3$

b. $a_5 = a_1.q^4$

$48 = 3 \cdot q^4$

$q^4 = 16$

$q = \sqrt[4]{16}$

$q = 2$

Os alunos eram estimulados a resolverem as raízes com e sem a calculadora. Havia dificuldade em ambos os casos, já que nunca haviam utilizado raízes na calculadora e nem mesmo tinham o hábito de calcular raízes de índice diferente de dois.

Propusemos o item c e os alunos resolveram do modo sugerido, chegando a q=2. Então, finalmente, propusemos o desafio central dessa aula:

Sabemos que entre o Lá 220Hz e o Lá 440 Hz existem 11 notas. Determine a razão dessa sequência para que seja uma Progressão Geométrica.

(220, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, 440)

Rapidamente, com a calculadora, chegaram ao resultado 1,059463094. Nenhum deles considerou parar em $\sqrt[12]{2}$. E, mesmo vendo o resultado na calculadora, questionaram se estaria certo por não ter dado um número inteiro.

Várias considerações foram feitas então. Primeiramente, sobre a irracionalidade do número $\sqrt[12]{2}$. Os alunos não tinham ideias sobre a representação decimal dos números irracionais, nem era claro para eles que a calculadora arredondava os números com expansão decimal infinita. Depois, conversamos sobre as possibilidades de arredondamento e convencionamos arredondar esse número em sua segunda casa decimal, obtendo 1,06.

Contudo, mostramos as seguintes tabelas para explicar as diferenças causadas pelo arredondamento. Mesmo na segunda tabela, em que usamos q=$\sqrt[12]{2}$, as frequências encontram-se arredondadas. Isso porque quando multiplicamos um número irracional por um número racional diferente de zero, o produto é irracional. Sendo assim, apenas a nota Lá possui frequências racionais.

Figura 15 - Frequências das notas musicais com diferentes arredondamentos.

$q=1{,}06$

Nota musical	Frequência (Hz)
Do	260,4
Do#	276,1
Re	292,6
Re#	310,2
Mi	328,8
Fa	348,5
Fa#	369,4
Sol	391,6
Sol#	415,1
La	**440**
La#	466,4
Si	494,4
Do	524,0
Do#	555,5
Re	588,8
Re#	624,1

$q=\sqrt[12]{2}$

Nota musical	Frequência (Hz)
Do	261,6
Do#	277,2
Re	293,7
Re#	311,1
Mi	329,6
Fa	349,2
Fa#	370,0
Sol	392,0
Sol#	415,3
La	**440**
La#	466,2
Si	493,9
Do	523,3
Do#	554,4
Re	587,3
Re#	622,3

Fonte: Próprio autor

Com esses cálculos prontos, pudemos explicar o *temperamento da escala musical*, utilizado na América, Europa e em muitos outros países, o qual podemos dizer de maneira simples que é a divisão da oitava em doze “partes iguais”.

Repetimos a dinâmica da Consonância da aula 2 para lembrá-los de que dois sons, em que um tem o dobro da frequência do outro, são muito consonantes. E, portanto, duas notas com essa característica recebem o mesmo nome, são considerados como sendo a mesma nota. Por exemplo, se definirmos o 440 Hz como sendo a nota Lá, o que foi convencionado recentemente entre os músicos, 220 Hz também é a nota Lá. No entanto, a quantidade de notas a serem colocadas entre um Lá e outro (ou seja, a quantidade de notas em uma oitava) é uma questão cultural. Nem todas as culturas utilizam 12 notas.

Além disso, o temperamento da escala cromática foi feito apenas entre os séculos XVII e XVIII, quando já havia sido inventado o Logaritmo. Antes disso, foram utilizadas muitas outras escalas, mesmo em nossa cultura ocidental.

A atividade escrita, nessa aula, (Apêndice H) consistia em refazer as tabelas da figura 15. Os alunos podiam escolher a razão exata da PG ($q=\sqrt[12]{2}$) ou a razão aproximada (q=1,06). Inicialmente, todos os alunos preferiram adotar $q=\sqrt[12]{2}$, mas, como dois alunos não tinham calculadora científica, eles tiveram que adotar q= 1,06.

Nessa atividade, eles tiveram a oportunidade de entender o princípio do arredondamento. E depois, conferiram suas tabelas com as tabelas dos slides (figura 15).

A tarefa de casa dessa vez (Apêndice I) era:

1. *Trazer garrafas de vidro (redondas).*
2. *Treinar com o afinador cantar a música Dó – Ré – Mi - Fá.*

Na **aula 5**, tínhamos como objetivo, construir um garrafofone com as sete notas naturais e tocar algumas músicas no instrumento construído. No total, tínhamos oito garrafas, sendo quatro garrafas de 1 litro, uma garrafa de 700 ml e três garrafas de 600 ml. Com o auxílio do aplicativo *Tuner – DaTuner (Lite!)*, os alunos exploraram as garrafas, verificando que notas musicais emitiam ao serem batidas com uma caneta. Os alunos experimentavam os sons com as garrafas vazias e com diferentes níveis de água.

Percebemos que o som ficava mais grave, conforme se aumentava o volume de água na garrafa. Percebemos também que as garrafas de 1 litro vazias todas emitiam a nota E_7 e que as demais emitiam outras notas. Mesmo garrafas de 600 ml, não emitiam todas a mesma nota, provavelmente pela variação do formato e da espessura do vidro.

Primeiramente, demos aos alunos a missão de formar com as garrafas as 7 notas naturais de uma mesma oitava, o que eles concluíram não ser possível com o material que tínhamos. Então sugerimos a eles que verificassem qual o som mais agudo que conseguiam obter. Todas as garrafas foram esvaziadas e testadas. A nota mais aguda era o $F\#_7$, obtida com uma garrafa de 600 ml vazia.

Lembramos aos alunos que, devido ao temperamento de nossa escala musical, seria possível transportar as notas, isto é, obter uma sequência similar a C – D – E – F – G – A - B, começando por outra nota. Como a nota mais aguda que tínhamos era $F\#_7$, teríamos que transportar o B_7 para esta nota, ou seja, "voltar" 5 notas da escala cromática. Pedimos aos alunos que fizessem isso e eles obtiveram as novas notas para as garrafas: G_6 - A_6 - B_6 - C_7 - D_7 - E_7 - $F\#_7$.

Nessa ordem, as garrafas usadas foram: 1 litro, 1 litro, 600 ml, 600 ml, 700 ml, 1 litro e 600 ml. Os alunos levaram bastante tempo até que conseguissem afinar as garrafas desse modo.

Levamos algumas músicas simples (em Dó) para que tocassem (Apêndice J). Como duas alunas (E e V) não tinham familiaridade com partitura, optamos por apresentar o nome de cada nota a ser tocada, lado a lado.

Os alunos demonstraram bastante empolgação com o novo instrumento criado por eles e por serem capazes de tocarem aquelas músicas utilizando garrafas. Na aula seguinte, faríamos a apresentação de uma das músicas para os alunos de Ensino Fundamental da escola, mas não conseguimos definir qual música seria. Os alunos sugeriram músicas mais complexas que aquelas trazidas para a aula, músicas que eles gostavam e ouviam. Então, o roteiro da apresentação ficou pendente.

Marcamos as notas nas garrafas com fita adesiva, identificando o nível da água para que no outro dia pudéssemos montar o garrafofone mais facilmente. Então, guardamos as garrafas na secretaria da escola e fomos todos embora com a tarefa de pensar na apresentação da aula seguinte.

Na **aula 6** tínhamos por objetivo compartilhar os conhecimentos adquiridos através de uma apresentação com o garrafofone para os alunos do Ensino Fundamental. Apenas o aluno D não pôde comparecer nesse dia, mas depois assistiu a gravação da apresentação que fizemos.

Ao chegarmos na aula não tínhamos claro como seria a apresentação. As alunas insistiam que apresentássemos a música *Trem-Bala* de Ana Vilela. Então, juntamente com a professora de Artes, fizemos os registros das notas dessa música (em Dó) para que as alunas pudessem tocar no garrafofone.

A aluna L chegou atrasada devido a um campeonato de Karatê de que estava participando. Quando chegou, tocou com facilidade a música, “de ouvido”, sem necessidade de usar as anotações que tínhamos feito. Para tocar essa música, faltava uma única nota, que ela tentou formar com a garrafa que sobrara. No entanto, não foi possível. Como essa nota era tocada uma única vez durante a música, foi feita uma adaptação, tocando essa nota em outra oitava.

Elaboramos, então, o roteiro de apresentação:

1. A aluna E faria a apresentação dos participantes da oficina.
2. A aluna V explicaria o que foi a oficina Matemática e Música.
3. A aluna E explicaria o que era o garrafofone.
4. A aluna E tocaria a música *Dó - Ré - Mi - Fá* no garrafofone para que a plateia adivinhasse de que música se tratava.
5. Ao acertarem a música, L tocaria no teclado para V cantar *Dó – Ré – Mi - Fá*.
6. A aluna V tocaria a música *Brilha, Brilha, Estrelinha* no garrafofone para que a turma adivinhasse de que música se tratava.
7. Ao acertarem a música, L tocaria no teclado para V cantar *Brilha, brilha, Estrelinha*.
8. A aluna L tocaria a música *Trem-bala* no garrafofone para que a turma adivinhasse de que música se tratava.
9. Ao acertarem a música, a professora de Artes tocaria no teclado para V cantar *Trem-bala*.
10. Ficaríamos à disposição para que os alunos do Ensino Fundamental fizessem perguntas e interagissem também tocando músicas no garrafofone.

Realizamos dois ensaios antes de convidar as turmas do Ensino Fundamental para assistirem a apresentação. Repassamos as músicas várias vezes para que a aluna V treinasse cantar a música no mesmo tom que estava sendo tocada no teclado.

Figura 16 - L, V e E realizando a apresentação juntamente com a professora de Artes.

Fonte: Arquivos do próprio autor

No horário de intervalo do período vespertino, fomos a sala dos professores e perguntamos quais salas seria mais conveniente trazer para a apresentação na sala de vídeo. Os professores decidiram trazer duas salas: uma do oitavo e outra do nono ano.

Ambas as turmas interagiram adivinhando as músicas, cantando junto e tocando o garrafofone. Mas ambas não participaram com perguntas. Então, improvisamos, fazendo e respondendo perguntas, como “de que modo o garrafofone foi feito?”.

Assim encerramos a oficina. Duas semanas depois, voltamos à escola para aplicar a segunda avaliação diagnóstica e a segunda entrevista com os quatro alunos participantes. Eles disseram que gostaram muito de participar da oficina e inclusive pediram para que houvesse uma continuação da oficina.

Capítulo 5 - Resultados da entrevista e avaliação diagnóstica

Nesse capítulo, analisamos os resultados da oficina Matemática e Música, descrita no capítulo anterior, visando a conclusão do objetivo de nossa pesquisa, o qual enunciamos como sendo:

investigar se determinada sequência didática, elaborada a partir de uma concepção específica de contextualização, contribui para conferir sentido e significado para a aprendizagem de Progressões Geométricas.

Para identificar se a aprendizagem teve sentido para os alunos, utilizamos como parâmetros:

- o reconhecimento, por parte do aluno, da relação entre o conteúdo (Progressões Geométricas) e alguma necessidade específica.
- a referência ao motivo durante a descrição do processo de aprendizagem do conteúdo.

Para identificar se a aprendizagem foi significativa para os alunos, utilizamos os parâmetros presente na Teoria da AS, de Ausubel:

- Interação não arbitrária do conteúdo (Progressões Geométricas) com seus subsunçores;
- Apropriação não literal do conteúdo;
- Lembrança do conteúdo a longo prazo;
- Aplicação do conteúdo em outros contextos.

Utilizamos, para isso, dois instrumentos: a entrevista e a avaliação diagnóstica. Ambos aplicados em dois momentos: antes e depois da oficina.

Na elaboração do roteiro da entrevista, levamos em consideração que a "a função do roteiro é auxiliar na definição da problemática e ajudar a hierarquizar assuntos ou temas, separando o que é central do que é periférico na investigação" (ZAGO, 2003).

As entrevistas foram gravadas e transcritas, pois consideramos que "esse registro tem uma função importante na organização e análise dos resultados pelo acesso a um material mais completo do que as anotações podem oferecer e ainda permitir novamente escutar as entrevistas, reexaminando o seu conteúdo" (ZAGO, 2003, p. 299).

Sobre a análise das entrevistas consideramos que a interpretação constitui o elemento decisivo, “toda entrevista é de uma riqueza profunda e de uma complexidade infinita [...], a análise do conteúdo é uma redução e uma interpretação do conteúdo e não uma restituição de sua integridade ou de sua verdade oculta” (KAUFMANN, 2013, p. 40).

Após o encerramento da oficina, esperamos duas semanas para aplicar a segunda entrevista e a segunda avaliação diagnóstica. Pois gostaríamos que os alunos resgatassem lembranças e conhecimentos adquiridos em uma memória de prazo não tão curto.

5.1 Primeira entrevista

Antes da oficina, a entrevista teve o objetivo de testar nossa hipótese de que a aprendizagem escolar é, em geral, carente de sentido e significado. Inicialmente, pretendíamos que os alunos falassem sobre o conteúdo escolar Progressões Geométricas, mas como tinham estudado esse conteúdo no início do ano, alegaram que não se lembravam dele. Esse fato, por si só, já nos traz um dado interessante, pois como vimos no capítulo 2, a não lembrança a longo prazo é uma característica do aprendizado mecânico.

No entanto, para cumprir o objetivo dessa primeira entrevista, seria interessante que os alunos comparassem um conteúdo aprendido fora da escola a um conteúdo aprendido na escola, sobre o qual fossem capazes de dizer algo. Então, permitimos a eles escolherem um conteúdo de Matemática aprendido no ano vigente e a partir desse conteúdo, realizamos a primeira entrevista.

As perguntas da primeira entrevista, cuja transcrição encontra-se no Apêndice L, foram:

1. Cite um conteúdo que você aprendeu esse ano na escola.
2. Explique como foi a aprendizagem desse conteúdo.
3. Por que é importante você aprender esse conteúdo?
4. Você sabe dizer para que serve esse conteúdo?
5. O que é [conteúdo aprendido na escola]?
6. Cite um conteúdo que você aprendeu fora da escola.
7. Explique como foi a aprendizagem desse conteúdo.
8. Por que é importante você aprender esse conteúdo?

9. O que é [conteúdo aprendido fora da escola]?

10. O que você sabe melhor [conteúdo aprendido na escola] ou [conteúdo aprendido fora da escola]?

11. E você acha que isso sempre acontece? O que você aprende fora da escola você aprende melhor? Por quê?

Na primeira pergunta, em que pedíamos para os alunos escolherem um conteúdo escolar de Matemática, a aluna L escolheu o conteúdo Logaritmo, enquanto os demais escolheram Função Quadrática. Na sexta pergunta, os conteúdos aprendidos fora da escola foram: cuidar dos animais (aluna V), desenhar (aluna E), tocar violão (aluno D) e dançar (aluna L).

Nas perguntas 2 e 7, pedimos aos alunos que explicassem o processo de aprendizagem desses conteúdos. Ao falar sobre o conteúdo escolar, os alunos não mencionaram a motivação pela aprendizagem e nem a atitude de busca pelos recursos. Em vez disso, citaram ações praticadas durante as aulas, provavelmente orientadas pela professora: “você tem que substituir e vai ter que calcular”, “saber o que utilizar em cada momento”, “relembrar a regrinha de três”, “treinar bastante”.

Ao explicar o processo de aprendizagem dos conteúdos aprendidos fora da escola, conforme esperávamos, os alunos mencionaram motivações para tais aprendizagens, geralmente relacionadas a questões emocionais, bem como deixaram claro sua busca ativa para obtenção dos recursos.

A aluna V começou a aprender cuidar dos animais porque estava se sentindo muito sozinha. A aluna E desenha para expressar seus sentimentos. O aluno D começou a tocar porque admirava outras pessoas que via tocando. E a aluna L começou a dançar, pois as jovens de sua igreja ou cantam ou dançam.

Todos os alunos, ao descreverem as aprendizagens ocorridas fora da escola, explicitaram atitude e iniciativa pela aprendizagem. Vejamos as falas dos alunos V, E, D e L, respectivamente:

- “Quando eu via alguma coisa errada eu ia atrás. Eu buscava informação com meus amigos que eram mais velhos, eles me ajudavam.”
- “eu fui me aprimorando. Assistindo desenho, fazendo com card. Comecei a copiar”.

- “eu comecei a pegar mais por visão. Aí depois eu fiz umas aulas em casa na Internet, vendo as escalas, vendo os nomes das notas”.
- “Eu entrei lá pro grupo de dança e as meninas começaram me ensinar os passos”.

Ainda sobre a aprendizagem fora da escola, todos os alunos mencionaram um grupo social que teve influência sobre ela. V citou os amigos; E, a família; L, a igreja e D mencionou amigos e a igreja.

A questão 3 tratava da importância de se aprender o conteúdo matemático determinado. Dois alunos não souberam dizer por que é importante aprender aquele conteúdo. A aluna V disse que acredita que utilizará Função Quadrática em sua profissão (veterinária ou advogada) e a aluna L disse que utilizará esse mesmo conteúdo no vestibular.

Na questão 4, queríamos saber se os alunos sabiam a importância do conteúdo de maneira geral, não necessariamente relacionando às suas vidas. Os quatro alunos não souberam dar nenhum exemplo.

Já quando o conteúdo era aquele aprendido fora da escola, questão 8, os alunos sabiam explicar sua importância. Nas respostas dos alunos V, E, D e L, respectivamente, apareceram os seguintes trechos:

- “Tipo ajudar eles [os animais].”
- “Como eu tinha uma ideia de ser engenheira ou arquiteta, isso ia ser essencial”; “Estou desenhando um quadro: se esse quadro ficar aqui pra sempre, vai ficar tipo um legado meu”.
- “Se você tocar bem assim com a alma, dá pra você sentir alguma coisa”.
- “Eu acho muito bonito o jeito que a gente se expressa na dança”.

Percebemos que a importância do conteúdo escolar não é clara para os alunos, pois dois não souberam explicá-la e os outros dois associaram-na a justificativas que viemos chamando de artificiais (criadas pelo próprio sistema escolar), como o vestibular, e justificativas vagas, como de que os conteúdos serão utilizados em sua profissão, independente de que profissão seja essa. Ao dizer que Função Quadrática será utilizada em sua profissão de veterinária ou advogada, a aluna V não percebe relação direta entre essas coisas, o que é confirmado em sua resposta da questão 4.

Diferentemente, quando se trata de um conteúdo aprendido fora da escola, sua importância é explicada pelos alunos. A aluna E menciona que utilizará o conteúdo em sua profissão, mas dessa vez porque ela entende que há uma relação direta entre o conteúdo (habilidade de desenhar) e as profissões (engenharia e arquitetura). Os demais alunos, para justificar a importância dos conteúdos extraescolares, utilizaram argumentos relacionados à utilidade prática ou à expressão de seus sentimentos.

Concluímos, que, no caso dos conteúdos escolhidos pelos alunos, os conteúdos aprendidos fora da escola têm para eles mais sentido que os conteúdos escolares - matemáticos no caso.

Na questão 5, perguntamos à aluna L o que é Logaritmo, o que ela disse não saber responder, apesar de em outra resposta tê-lo definido como "função inversa da Exponencial". Aos demais alunos perguntamos o que é Função Quadrática, pois esse é o conteúdo que haviam escolhido.

A aluna V não soube explicar o que é Função Quadrática. Em vez disso, citou algumas nomenclaturas relacionadas (raízes, zeros e vértices) e, em seguida, explicou passo a passo um procedimento, que identificamos como sendo o procedimento para se obter as raízes através da fórmula de Bháskara. A aluna E não soube responder essa questão. E o aluno D deu uma resposta imprecisa: "É pra achar o x_1, o x_2", se referindo às raízes da função.

As falas dos alunos na questão 5 não respondiam ao questionamento feito. Além disso, algumas frases não tinham clareza, como "Função Quadrática você vai dividir a altura pelo valor que você achou na equação" e "É pra achar o x_1, o x_2. Aí você consegue achar uma base pra fazer o resto da conta". Essas frases demonstram que a aprendizagem do conteúdo não foi significativa para os alunos.

Já na questão 9, apesar de não definir precisamente os conteúdos aprendidos fora da escola, os alunos sentiram-se à vontade para explicar com suas próprias palavras e frases claras do que se trata o conteúdo mencionado. Para V, cuidar dos animais significa "dar carinho, dar atenção, não maltratá-los. É cuidar deles como se estivesse cuidando do seu próprio filho". Para E, o desenho significa "uma representação do meu sentimento, uma coisa que vem de mim (...). Desenhar é um sentimento que está saindo no papel". Para L, dançar significa "uma maneira de você se expressar. Você está dizendo o que você sente com a dança, de maneira... não falada". Apenas o aluno D não quis definir o que é tocar

violão e, em vez disso, reforçou que essa habilidade serve para a expressão de seus sentimentos.

Então, na questão 10, pedimos aos alunos que dissessem o que sabem melhor: o conteúdo aprendido na escola ou o conteúdo aprendido fora da escola. Então reforçamos nossa hipótese de que o conteúdo aprendido fora da escola (a partir do vínculo com uma necessidade e da busca ativa dos recursos para aprender) possui mais sentido e significado para os alunos. Todos reconheceram que sabem melhor aquele conteúdo que aprenderam fora da escola.

Essa resposta não seria suficiente, pois não impusemos restrição ao conteúdo extraescolar, enquanto o conteúdo escolar escolhido por eles foi limitado (aprendido na disciplina de Matemática no ano vigente). Então, acrescentamos a pergunta 11: "Você acha que isso sempre acontece? O que você aprende fora da escola você aprende melhor? Por quê?"

Dois alunos responderam que sim e dois alunos responderam que não. A aluna L disse que nem sempre o que aprende fora da escola é aprendido melhor e, ao exemplificar, comparou um conteúdo aprendido na escola básica com o mesmo conteúdo aprendido em uma instituição de ensino profissionalizante.

A aluna V também disse que nem sempre o que aprende fora da escola aprende melhor, mas, ao exemplificar um conteúdo aprendido na escola, mencionou suas expectativas quanto à oficina de Matemática e Música que estava por começar. Ela disse: "Você vai me ensinar aula de Música e eu consigo me apegar a isso. Se eu conseguir me apegar a isso, eu consigo aprender mais".

A aluna E argumentou que a aprendizagem se dá melhor fora da escola devido à liberdade para aprender o que se quer e a seu próprio modo. De acordo com ela, a atividade escolar está relacionada a um cumprimento de ordens dadas e fiscalizadas por outras pessoas.

O aluno D disse que aprende mais fora da escola, devido ao fácil acesso à informação. Em sua casa, ele pode pesquisar na Internet, sempre que tem uma dúvida. Inclusive, foi assim que aprendeu tocar violão. No entanto, na escola o acesso à informação é dificultado, a sala de informática fica fechada e a biblioteca não é frequentada por questão de hábito.

De modo geral, as respostas dadas pelos alunos nessa primeira entrevista, antes da oficina, confirmou a hipótese por nós levantada de que o conteúdo escolar seria carente de sentido e significado para esses alunos, se comparado a um conteúdo aprendido fora da escola, pelo qual eles tenham sido motivados e para o qual eles mesmos tenham buscado os recursos necessários para aprender.

5.2 Segunda entrevista

Depois da oficina, a segunda entrevista com os alunos, transcrita no Apêndice M, visou testar a hipótese de que uma abordagem contextualizadora de fato contribui para aumentar o sentido e o significado da aprendizagem. As perguntas foram as seguintes:

1. O que é Progressão Aritmética? E Progressão Geométrica?
2. Progressões Geométricas são importantes? Por quê?
3. É importante aprender Progressões Geométricas na escola? Por quê?
4. Explique como foi o aprendizado das PG's durante a oficina.
5. Você sabia que existia relação entre Matemática e Música antes da oficina?
6. Cite uma relação existente entre Matemática e Música.
7. Por que você decidiu fazer a oficina?
8. Cite um ponto positivo e um negativo da oficina.
9. Em que o uso do aplicativo auxiliou na aprendizagem?
10. E o uso dos slides?
11. E as atividades escritas de final de aula?
12. E os instrumentos musicais?
13. E a calculadora?
14. Qual a diferença entre aprender PG na escola e aprender na oficina?

Notamos nas respostas para a primeira pergunta que os alunos se sentiram à vontade para explicar os conceitos de Progressão Aritmética e Progressão Geométrica, diferentemente do que ocorreu na entrevista anterior. Na primeira entrevista, como não lembravam desses conceitos, permitimos na que os alunos escolhessem conteúdos de Matemática aprendidos recentemente na escola, os quais eles não souberam definir e explicar com suas próprias palavras.

Após a oficina, os alunos foram capazes de explicar com suas próprias palavras os conceitos de PA e PG. Apesar das respostas não terem rigor, o fato dos alunos se sentirem à vontade para explicar um conceito com suas próprias palavras dão indícios de que o aprendizado foi não literal, e possivelmente, significativo. Apesar da imprecisão de suas falas, a segunda atividade diagnóstica ajudou a demonstrar que os alunos compreenderam bem os conceitos. Vejamos as falas dos alunos V, D e L, respectivamente:

- "PA ela vai somando e volta subtraindo. PG ela vai multiplicando e volta dividindo".
- "A PA é a sequência de números que sempre vai dar a mesma razão. Se você subtrai um número do anterior, voltando dá sempre a mesma razão. A Progressão Geométrica, ela vai multiplicando e volta dividindo com a mesma sequência de números.
- "PA é Progressão Aritmética, né? Ela usa a soma e a subtração pra construir uma sequência. A PG tem sequência também, só que ela usa multiplicação e divisão, né?"

Como vimos no capítulo 2, são indícios de aprendizado significativo o aprendizado não literal e a lembrança a longo prazo. Como os alunos explicaram os conceitos com suas próprias palavras e isso foi feito duas semanas após o término da oficina, há grande possibilidade de que o aprendizado tenha sido significativo.

Outra evidência do aprendizado significativo é a aplicação dos conhecimentos em diferentes contextos. Verificamos isso através da avaliação diagnóstica, que será apresentada mais adiante.

Na segunda questão, pedimos que os alunos dissessem se PG's são importantes e por quê. Novamente o resultado foi diferente da primeira entrevista, em que nenhum dos alunos souberam justificar a importância do conteúdo matemático. Dessa vez, três dos quatro alunos, justificaram a importância do conteúdo pelo contexto utilizado na oficina.

Observemos as falas dos alunos V, D e L novamente:

- Porque na Música eles usam muito a PA, a PG, as duas.
- Ela consegue fazer você descobrir o número seguinte. Se você tem um padrão de quatro números, você consegue descobrir o quinto, multiplicando. No caso da PG você multiplica e você consegue descobrir o número seguinte. Na Música, a diferença de uma nota para outra tem a mesma relação de números. Aí dá pra discernir qual que é a outra nota e assim por diante.

- Tudo o que está na Matemática é importante, né? A gente descobriu até o... Como é que fala? A gente descobriu o Sistema Temperado pela PG, né?

Novamente, apesar da imprecisão da linguagem utilizada pelos alunos, percebemos nitidamente, durante a entrevista e durante o desenvolvimento dos alunos nas atividades em geral, que os contextos do conteúdo matemático contribuíram para que a aprendizagem do conteúdo Progressões Geométricas tivesse sentido para eles.

De qualquer modo, percebemos que uma única oficina não foi suficiente para que os alunos se referissem à importância do conhecimento, sem mencionar necessidades mais imediatas. Assim, ao perguntarmos, na questão 3, por que é importante aprender PG na escola, os alunos continuaram dizendo que os conteúdos escolares são importantes para prestar vestibulinho, vestibular, concurso e para cursar a faculdade.

Apenas a aluna V complementou sua resposta para a questão 3 com o seguinte trecho: “Mesmo que a gente não encontre. Ah sei lá... “que nem” quando eu comecei a aula de Música. Eu não sabia o que aula de Música tem a ver com Matemática. Depois eu descobri que a Música tem a ver com PA e PG.” Compreendemos que, ao dizer que o conteúdo é importante mesmo que “a gente não encontre”, a aluna está caminhando no sentido de compreender as necessidades mais amplas. Para ela parece ter sido importante simplesmente descobrir que “Música tem a ver com PA e PG”.

Na primeira entrevista, quando perguntamos sobre a trajetória da aprendizagem do conteúdo matemático, os alunos não mencionaram suas motivações para a aprendizagem e nem mesmo a busca pelos recursos. Nessa segunda entrevista, as motivações foram citadas. Dois dos quatro alunos, E e D, mencionaram que aprenderam PG através da Música.

Segundo o aluno D: “A professora conseguiu ensinar a gente assim... Ela chamou a atenção da gente pela Música e conseguiu ensinar a Matemática através dela, querendo mostrar que tudo o que a gente for fazer envolve a Matemática de verdade”. A expressão “envolve a Matemática de verdade” nos revela que a Música, através da problematização levada para a oficina, constituiu-se motivo eficaz para a aprendizagem do aluno, e não somente compreendido. Os alunos não apenas ouviram falar que a Matemática é usada na Música, mas vivenciaram essa experiência.

Na quinta questão perguntamos se os alunos já sabiam que existia relação entre a Matemática e a Música. As duas alunas que não tocam instrumentos, V e E, afirmaram que

nunca tinham pensado a respeito. Os outros dois alunos, D e L, sabiam que havia alguma relação entre a Matemática e as notas musicais, mas não sabiam que relação era essa. Ao explicar a relação aprendida entre Matemática e Música, V disse: “Eu descobri que na Música a gente usa Progressão Geométrica, Aritmética e Logaritmos.”

Acreditamos que as relações que os alunos foram capazes de estabelecer em suas estruturas cognitivas entre o conteúdo Progressões Geométricas e outros conteúdos matemáticos, a necessidade do temperamento na Música e outros conteúdos da Música, fortaleceram a aprendizagem de modo que pudesse ser considerada como relevante e significativa.

Durante o trabalho, defendemos que a aprendizagem relevante de conteúdos específicos, contribui para que os alunos passem a valorizar a aprendizagem e o conhecimento como um todo. Ao responder a questão 7, a aluna V disse que passou a gostar de Matemática com a oficina. E a aluna E declarou que com a oficina pôde ter um exemplo de que “Matemática e Música têm mais do que as pessoas pensam, são mais desenvolvidas”.

Pedimos na questão 8 que os alunos apontassem pontos positivos e negativos da oficina. Como ponto negativo, o aluno D destacou a curta duração da oficina. E L fez uma autocrítica com respeito à sua apresentação final para o Ensino Fundamental. As demais alunas não souberam mencionar nenhum ponto negativo.

Como ponto positivo V e E citaram o garrafofone. O aluno D disse “A diversidade de coisas que eu aprendi sobre o ouvido humano, sobre Matemática e Música. Esses são pontos positivos bastante longos.” E a aluna L ressaltou: “Ah, eu gostei dos cálculos. Por mais que eu demorei pra fazer direito [...] é bom a gente fazer porque a gente aprende”.

Notamos que, ao responder a pergunta 4, os alunos não mencionaram os recursos utilizados na aprendizagem. Isso porque numa situação de aula, mesmo na oficina, os recursos não são buscados por eles mesmos, mas sugeridos pelo professor. É possível dar maior liberdade para que os alunos busquem seus próprios recursos, mas essa não foi a escolha feita nessa sequência didática especificamente. Mas entendemos que o fato dos alunos terem identificado uma necessidade como motivo eficaz para a aprendizagem os levou a aceitarem e se interessarem pelos recursos oferecidos.

Fizemos então uma série de perguntas a respeito dos recursos utilizados em aula, procurando verificar se os alunos reconheciam a importância de cada um deles para a aprendizagem.

O aplicativo *Tuner – DaTuner (Lite!)*, utilizado nas aulas, de acordo com os alunos, contribuíram para compreender que: instrumentos musicais, garrafas e outros objetos emitem notas musicais; sons mais graves correspondem a frequências mais baixas e sons mais agudos, a frequências mais altas e também para perceber que, como disse a aluna L, “a gente nunca está em silêncio”.

Os conhecimentos trazidos pela projeção de slides, de acordo com os alunos, foram a diferenciação de sequências entre PA, PG e nem PA nem PG e o entendimento dos ultrassons.

As atividades escritas, realizadas ao final de cada aula, foram úteis para eles nas revisões dos erros e auto-verificação da aprendizagem.

A calculadora, segundo a nossa interpretação das falas, ajudou-os a lidar com os números irracionais em sua forma decimal, a superar algumas dificuldades que têm com o cálculo mental e a aprender utilizar o próprio recurso, pois muitas coisas eles não sabiam.

Os instrumentos musicais, como recurso de aprendizagem, ajudaram-nos a reconhecer a sequência de notas, o Lá 440 Hz como parâmetro de afinação e como gerador de sentido para os cálculos que foram feitos. A aluna L reconheceu que “se os instrumentos não estivessem lá não ia fazer sentido a gente fazer todas essas contas”. Com essa fala, reforçamos que a escolha dos recursos é essencial para definir que tipo de contextualização será feita. A proximidade e autenticidade dos contextos dependem da escolha dos recursos para a aprendizagem.

De modo geral, os recursos que oferecemos durante a oficina foram reconhecidos pelos alunos como geradores de sentido e significado para a aprendizagem.

Por fim, perguntamos aos alunos “Qual a diferença entre aprender PG na escola e aprender na oficina?”. Optamos por transcrever literalmente as falas a seguir (alunos V, E, D e L, respectivamente).

- “Em uma eu aprendo porque um dia eu vou utilizar. Na Música, eu aprendi porque eu realmente quis, eu queria conhecer e saber”.
- “Na escola é mais barulhento. Na oficina é só nós. Aí melhora o entendimento, porque a gente está prestando atenção e está envolvendo Música, uma coisa que a gente gosta”.

- “Foi bem diferente. Porque na escola é aquele negócio: aprende assim, assim, assim. Na oficina, já foi mais divertido porque foi uma maneira lúdica de aprender, a gente trouxe instrumentos. E aquelas brincadeirinhas tipo de fazer competição, de ver quem conseguia fazer mais alto, ajudou bastante entender melhor a questão da PA e da PG. Porque na escola mesmo a gente aprende só pra passar de ano, essas coisas geralmente né? Ali não, a gente aprendeu por vontade própria. A gente falou: não, a gente quer aprender, nos inscrevemos no curso. É que foi pouco tempo, eu queria ter aprendido mais”.
- “Na escola a gente aprende tudo detalhadinho, dependendo do professor. A professora que estava ensinando na turma, ela ensinou tudo passo a passo. E eu não lembro mais, mas depois é só olhar o caderno que eu lembro. Agora, aqui a gente só revisa, né? A gente revisou como é que faz, PA e PG”.

Vamos analisar as respostas à luz das discussões feitas na primeira parte deste trabalho. Na primeira resposta, a aluna se refere aos conteúdos escolares como úteis, mas essa utilidade é motivo apenas compreendido para a aprendizagem e não eficaz, pois ela mesma não saberia explicar em que consiste essa utilidade. Já a aprendizagem na oficina surgiu a partir de um motivo compreendido. Ela disse: “eu aprendi porque eu realmente quis, eu queria conhecer e saber”. A necessidade, nesse caso não está associada a alguma utilidade ou pragmatismo possível para o conhecimento, mas a um querer conhecer efetivo, uma necessidade ampla que tornou-se motivo eficaz da aprendizagem.

Na segunda resposta, a aluna destaca a importância da colaboração, o fato de todos os presentes estarem atentos e convergentes para a mesma atividade. Ela destaca também que o contexto da aprendizagem de PG envolve um tema que ela gosta (Música). Os contextos que possuem alguma proximidade emocional com os alunos certamente são privilegiados como motivos eficazes para a aprendizagem.

Na terceira resposta, o aluno reconheceu que a contextualização tornou a aprendizagem mais divertida. Reconheceu que os organizadores antecipatórios (dinâmicas musicais) contribuíram para ancorar o novo conhecimento. Identificou que os motivos eficazes da aprendizagem escolar costumam ser artificiais (passar de ano) e que, na oficina, os motivos estavam relacionados com o desejo de aprender. E, ainda, demonstrou interesse em aprender mais sobre o tema.

A quarta resposta evidenciou, no trecho “depois é só olhar o caderno que eu lembro”, uma aprendizagem escolar mecânica (literal) do conteúdo Progressões

Geométricas. Apesar de, nessa fala, ela não identificar nenhuma diferenciação entre a aprendizagem escolar convencional e a aprendizagem contextualizada, as outras respostas e mesmo a atividade diagnóstica mostrou uma aprendizagem relevante e significativa da aluna durante a oficina.

5.3 Avaliação diagnóstica

A avaliação diagnóstica, assim como a entrevista, foi aplicada antes e depois da oficina, com algumas modificações (Apêndices B e K, respectivamente). Em ambos os casos, os alunos foram orientados a responderem apenas o que soubessem e deixarem em branco as demais questões. O único instrumento que poderia ser consultado era a calculadora e os alunos não podiam conversar entre si.

O objetivo de tal avaliação foi identificar se os alunos eram capazes de aplicar os conceitos e procedimentos relacionados às Progressões Geométricas em um contexto diferente da Música, para verificarmos se o aprendizado foi não situado.

A **questão 1** da avaliação diagnóstica, antes e depois da oficina, foi a seguinte:

Antes da oficina	Depois da oficina
Qual o próximo número da sequência? *a. (1, 3, 5, 7, ___)* *b. (30, 25, 20, 15, ___)* *c. (2, 8, 32, 128, ___)* *d. (1,5; 3; 4,5; 6; ___)* e. *(40, 20, 10, 5, ___)*	*Qual o próximo número da sequência?* *a. (0, 4, 8, 12, ___)* *b. (32, 27, 22, 17, ___)* *c. (1, 5, 25, 125, ___)* *d. (0,5; 3; 5,5; 8; ___)* e. *(600, 300, 150, 75, ___)*

Antes da oficina, a aluna V deixou os itens c e e em branco, justamente os itens em que havia PG. A aluna sabia identificar a lógica de construção da sequência quando se tratava de uma PA, mas o mesmo não ocorria para a PG. Depois da oficina, entretanto, a aluna soube resolver todos os itens.

A aluna E preencheu todos os itens na primeira avaliação, no entanto, todos de modo incorreto. Os números escolhidos por ela foram aleatórios, respectivamente, 11, 35, 12, 7 e 1. Na segunda avaliação, a aluna forneceu como respostas 16; 8,5; 250; 11 e 37,5. Apenas os itens a e e estavam corretos, o que corresponde a uma PA e uma PG, respectivamente.

Nos demais itens, entretanto, pudemos identificar uma falta de atenção na identificação do tipo de sequência e/ou da razão correspondente.

O aluno D, na primeira avaliação errou apenas o item e, o qual respondeu com 0. Na segunda avaliação, não houve erro.

A aluna L, antes da oficina, errou apenas o item e, o qual respondeu com 0,5. Assim, como no aluno D, notamos certa resistência na aluna L em lidar com números decimais antes da oficina. Após a oficina, não houve erros. Notamos, portanto, um avanço nas respostas de todos os alunos na questão 1.

A **questão 2** foi a mesma, antes e depois da oficina:

Escreva uma sequência de oito números, começando por 2, em que cada um dos demais termos sejam o triplo do anterior.

(____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____)

Nessa questão a aluna V preencheu apenas o primeiro termo da sequência com o número 2 e os demais termos deixou em branco. Após a oficina, por desconhecer o significado da palavra *triplo*, a aluna preencheu a sequência como uma PA de razão 3, em vez de PG, obtendo (2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23).

A aluna E, antes da oficina, preencheu com uma PA de razão 2 e, depois da oficina, com uma PA de razão 3. Também desconhecia o significado da palavra *triplo*.

O aluno D preencheu com uma PA de razão 3, antes da oficina. E após a oficina respondeu corretamente com uma PG de razão 3.

A aluna L acertou a questão antes e depois da oficina.

Nessa questão não notamos um avanço significativo por parte de todos os alunos, pelo fato de alguns desconhecerem o significado da palavra *triplo*.

A **questão 3** também foi a mesma antes e depois da oficina:

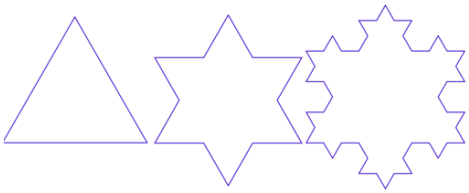
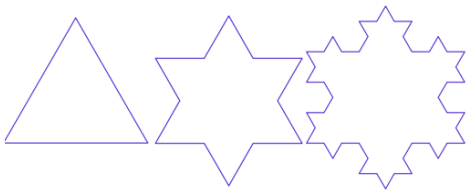
Escreva uma sequência de oito números, terminando por 64, em que cada termo seja o dobro do anterior.

(____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____)

As alunas V e E, que haviam deixado a questão em branco antes da oficina, foram capazes de respondê-la corretamente após a oficina. O aluno D, que na primeira prova preenchera o primeiro termo com 0 em vez de 0,5, na segunda prova preencheu todos corretamente. A aluna L respondeu a questão corretamente em ambos os casos.

O avanço nessa questão reforça a hipótese de que o erro da questão anterior foi apenas uma questão de vocabulário.

A **questão 4** teve uma pequena alteração na segunda versão da prova:

Antes da oficina	Depois da oficina
Observe as figuras e responda:  *a. Qual é a quantidade de lados de cada uma dessas figuras?* *b. Quantos lados terá a quinta figura dessa sequência?*	*Observe as figuras e responda:*  *a. Qual é a quantidade de lados de cada uma dessas figuras?* *b. Quantos lados terá a sexta figura dessa sequência?*

No item a, a aluna V equivocou-se ao contar os lados um a um. Deu como resposta "4, 12 e 46". O item b ela deixou em branco. Após a oficina, entretanto, a aluna acertou os dois itens da questão.

O mesmo ocorreu com a aluna E, que forneceu como resposta do item a: "2, 6 e 18" e deixou o item b em branco. Após a oficina, também acertou os dois itens da questão.

O aluno D, no item a, somou os lados de todas as figuras, obtendo 63. E no item b calculou o número de lados da quarta figura em vez da quinta. Após a oficina, acertou todos os itens.

Nessa questão, a aluna L acertou o item a, mas se confundiu, obtendo o número de lados da quarta figura no item b, em vez da quinta. Ela respondeu 192, assim como o aluno D. Após a oficina, acertou ambos os itens.

Notamos nessa questão uma dificuldade de interpretação por parte de todos os alunos, a qual manifestou-se apenas antes da oficina. Acreditamos que após a oficina houve um maior comprometimento por parte de todos na resolução da questão, o que facilitou o seu entendimento.

A **questão 5** foi a mesma para ambas as versões da prova:

Esta folha sulfite, em que foi impressa a avaliação, tem o tamanho A4. Isso significa que sua largura é de 210mm. Você pode conferir com uma régua. Agora observe:

- *Para obter a largura de um papel de tamanho A3, basta multiplicar a largura do A4 por* $\sqrt{2}$ *e aproximar para o número inteiro mais próximo.*
- *Para obter a largura de um papel de tamanho A2, basta multiplicar a largura do A3 por* $\sqrt{2}$ *e aproximar para o número inteiro mais próximo e assim sucessivamente.*

Obtenha as larguras dos papéis de tamanho:

Papel	A6	A5	A4	A3	A2	A1	A0
Largura (mm)			210				

vezes $\sqrt{2}$ vezes $\sqrt{2}$

A aluna V conseguiu obter uma aproximação da largura dos papéis de tamanho A3, A2, A1 e A0, multiplicando cada termo da sequência por 1,41. Não sabia, entretanto, como obter a largura dos papéis de tamanho A5 e A6, as quais deixou em branco. Na segunda avaliação, ela usou a mesma aproximação para $\sqrt{2}$, mas dessa vez conseguiu obter todas as larguras.

A aluna E também obteve apenas as larguras dos papéis de tamanho A3, A2, A1 e A0, no entanto, em vez de $\sqrt{2}$, ela usou como razão o número 2. Após a oficina, ela usou a razão 1,41, como aproximação de $\sqrt{2}$ para obter essas larguras. No entanto, para obter as larguras de A5 e A6, ela confundiu-se e utilizou novamente a razão 2.

Os alunos L e D usaram em ambos os casos como aproximação de $\sqrt{2}$ o número racional 1,4 e obtiveram uma aproximação de todas as larguras pedidas.

Na questão 5, percebemos um avanço significativo nas respostas das alunas V e E, pois dado um termo da PG e sua razão são capazes agora de encontrarem os termos anteriores.

A **questão 6** também diferenciou-se nas duas versões de prova:

Antes da oficina	Depois da oficina
Na sequência a seguir, cada termo é obtido multiplicando-se o termo anterior por um determinado número. Que número é esse?	*Na sequência a seguir, cada termo é obtido multiplicando-se o termo anterior por um determinado número. Que número é esse?*
200 *240* *288* *345,6*	*200* *320* *512* *819,2*

As alunas V e E não souberam responder essa questão antes da oficina. Após a oficina, ambas acertaram. Os alunos D e L acertaram em ambos os casos.

Em todos os enunciados das questões, optamos por não utilizar vocabulário específico como razão, termo, entre outros. Isso porque a primeira avaliação seria aplicada antes da oficina e o vocabulário específico poderia ser um obstáculo a mais no entendimento da questão.

Assim, investigamos se o raciocínio dos alunos evoluiu durante a oficina com relação às sequências, ao identificar o tipo de sequência, obter termos anteriores e posteriores e descobrir a razão da PG. Concluímos que houve avanço. E, por terem aplicado os conceitos aprendidos em contextos que não eram o da Música, comprovamos que o aprendizado foi não situado e, com as outras evidências, concluímos que tenha sido significativo.

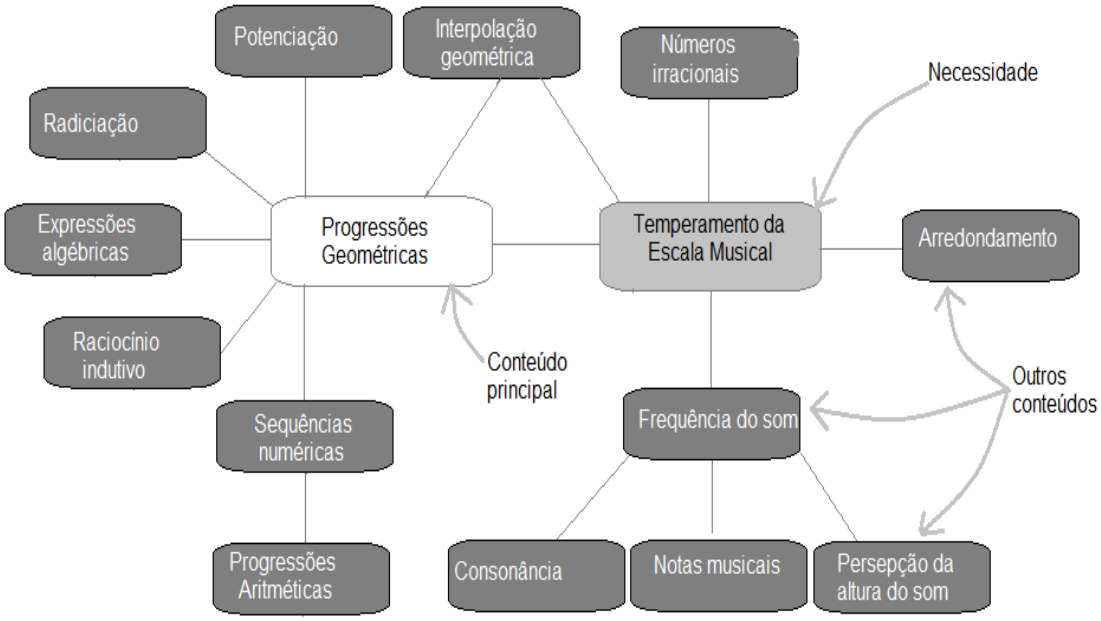
Capítulo 6 - A contextualização em nossa sequência didática

Entendemos que contextualização é uma prática de ensino, planejada e aplicada por um professor com o objetivo de proporcionar a seus alunos uma aprendizagem relevante e significativa de um determinado conteúdo. Essa prática, como o nome sugere, leva em consideração as relações que o conteúdo a ser ensinado tem com seus contextos.

Procuramos elucidar na seção 3.1, através da figura 7, que os contextos da aprendizagem de um determinado conteúdo são as necessidades e outros conteúdos. Esses conteúdos estão relacionados diretamente com o conteúdo principal por serem os subsunçores necessários para a sua aprendizagem ou estão relacionados a ele por meio das necessidades em questão.

Refizemos a figura 7, agora preenchendo os espaços com o conteúdo principal e os contextos utilizados em nossa sequência didática, a oficina Matemática e Música.

Figura 17 - Os contextos das Progressões Geométricas na sequência didática Matemática e Música.



Fonte: Próprio autor

Na figura 17 estão ilustrados alguns dos contextos do conteúdo principal, Progressões Geométricas, abordados na oficina. Podemos notar que alguns conteúdos estão relacionados diretamente às Progressões Geométricas, enquanto outros estão relacionados a elas por meio da necessidade abordada. Se a necessidade fosse outra, talvez não seriam

abordados os conteúdos Frequência do som, Notas musicais, Arredondamento dos números e Números irracionais.

Defendemos que uma aprendizagem relevante, ou com sentido para o estudante, está relacionada a uma necessidade sua, que pode ser imediata, atual ou ampla.

No caso da necessidade por nós eleita, temperamento da escala musical, ela pode ser enunciada de diversas maneiras. Do ponto de vista histórico, a necessidade central é estabelecer o temperamento da escala musical; do ponto de vista didático, compreender o temperamento da escala musical; do ponto de vista matemático, descobrir a razão da PG que descreve as frequências das notas na escala temperada.

De qualquer modo, ela pode ser considerada uma necessidade ampla, pois não está relacionada ao cotidiano dos alunos e nem mesmo a demandas da sociedade nos papéis futuros que irão desempenhar, possivelmente. Trata-se de uma necessidade que surgiu na História da Música e que pode ser assumida pelo aluno como uma curiosidade intelectual e cultural, tornando-se representativa para ele.

Não adianta dizer ao aluno que ele vai utilizar Progressões Geométricas em seu cotidiano, a menos que a necessidade despertada pela contextualização seja uma necessidade imediata. Tampouco adianta dizer que esse conteúdo desperta habilidades de que dependerá no mundo do trabalho, se a contextualização feita não ressalta essa necessidade. Argumentos como esses geram motivos compreendidos, mas não eficazes para a aprendizagem. Em vez disso, fizemos os alunos perceberem uma necessidade, relacionada à Música, para a qual é imprescindível a aprendizagem das Progressões Geométricas.

Durante as entrevistas, os alunos reconheceram como motivo da aprendizagem não necessariamente o temperamento da escala musical, mas uma necessidade abrangente: aprender Matemática através da Música. Não esperávamos que os alunos enunciassem o motivo eficaz da aprendizagem com a necessidade, tal como nós a enunciamos na elaboração da sequência didática. O mais importante é que eles, do seu modo, mencionaram uma necessidade não artificial para aprender, um motivo orientado para a tarefa. E que souberam justificar *para que servem* Progressões Geométricas e por que aprenderam esse conteúdo, conforme verificamos na entrevista.

É possível referir-se ao contexto da aprendizagem, nesse caso, como sendo a Música. É comum referir-se a uma disciplina, ou um tema como sendo o contexto da aprendizagem. Como vimos anteriormente, os PCN’s fazem isso, referem-se à cidadania e ao trabalho

como contextos possíveis para a aprendizagem. Dentro de nossa concepção, mencionar uma grande área como contexto não está incorreto, é apenas uma imprecisão. Temos considerado uma prática como contextualizadora, quando percebemos claramente uma necessidade inserida nessa grande área que está relacionada ao conteúdo a ser ensinado. E essa necessidade está clara para o aluno.

Temos apontado a importância de o conteúdo ser relevante primeiramente para o professor, para que possa proporcionar aprendizagem relevante para o aluno. O professor precisa ver sentido no ensino e na aprendizagem do conteúdo. Em nosso caso, compreendemos a PG como um padrão presente em diversos contextos, dos quais escolhemos um para abordar com os alunos.

Como ressaltamos na seção 1.2.3, há argumentos culturais, sociais e filosóficos para levar os alunos a explorarem suas necessidades amplas. Como *argumento cultural*, dissemos que os indivíduos têm o direito de gozar de seu direito à humanização, isto é, apropriar-se do que historicamente foi construído/aprendido pela humanidade. No caso de nossa sequência didática, os alunos passaram a apreciar e a conhecer não apenas o conteúdo matemático, o padrão e a representação das PG's, mas também um modo específico de raciocínio, bem como os diversos conceitos relacionados à Música.

Apresentamos também o *argumento socia*l para se trabalhar as necessidades amplas, segundo o qual é menor a motivação dos alunos das classes desfavorecidas perante conteúdos teóricos e/ou abstratos oferecidos pela escola. Notamos isso em nossa pesquisa através do pequeno número de alunos que frequentaram a oficina. De 100 alunos convidados, 18 se inscreveram, 7 começaram a frequentar e apenas 4 concluíram a oficina. Apesar das causas por eles apresentadas para a desistência (compromissos de ordem pessoal), acreditamos que a pequena demanda deve-se também a uma cultura escolar, que leva os alunos a realizarem apenas atividades escolares que valem nota, como temos constatado em outras pesquisas[29]. Não havia uma necessidade imediata vislumbrada por eles para se realizar a oficina.

Sobre o *argumento filosófico*, ressaltamos a importância de que os indivíduos desenvolvam uma relação consciente com a vida cotidiana, mas também com os valores, a Ciência, a Arte e diversos conteúdos que não satisfazem necessariamente suas necessidades

[29] Lima (2015)

cotidianas. Por isso, ao exemplificar a contextualização nesse trabalho, priorizamos uma necessidade não imediata.

Argumentamos também que o ensino de Matemática contribui especialmente para que o aluno se aproxime e deseje se aproximar da verdade, estabelecendo uma relação consciente com sua genericidade. Nesse sentido, o processo de descoberta de um procedimento, como o que tivemos na oficina sobre o termo geral da PG e a interpolação geométrica, é um valor central no ensino de Matemática, pois leva o aluno a querer entender, em vez de apenas acreditar em tudo o que lhe ensinam.

Tendo percebido e assumido a necessidade, os alunos se interessaram em aprender os conceitos relacionados à PG. Após decidirem por essa aprendizagem e terem acesso aos elementos necessários para aprender (organizadores antecipatórios e material significativo), ocorreu o aprendizado das PG`s.

Essa trajetória, descrita no parágrafo anterior, foi por nós denominada de trajetória da aprendizagem relevante e significativa e está ilustrada na figura 6 da seção 2.2. Acreditamos que a necessidade, como motivo eficaz da aprendizagem, é essencial para desencadeiar os processos que definem uma aprendizagem significativa.

Ainda na seção 2.2 comentamos a respeito de alguns fenômenos frequentes no ensino escolar. Primeiramente, o *fenômeno da inversão***,** isto é, a tentativa de ensinar o conteúdo antes mesmo da manifestação de uma necessidade que o desencadearia. Após a segunda aula da oficina, em conversa com a professora de Artes, essa nos relatou que achou interessante a ordem das atividades nas aulas, pois eram criadas situações para que o aluno desejasse primeiramente entender um conceito, depois esse conceito era apresentado. Isso foi feito através das dinâmicas musicais, em que explorávamos uma propriedade do som e depois falávamos sobre ela. Foi feito também através da simples atitude de pedir a eles que definissem Música e som com suas próprias palavras, antes de apresentarmos as nossas definições.

Acreditamos que não há utilidade em oferecer recursos antes que os alunos queiram aprender. Portanto, o fenômeno da inversão deve ser evitado na abordagem de cada novo conceito, de cada novo procedimento, de cada atitude que se busca introduzir.

Segundo palavras da professora, a tradição escolar costuma agir ao contrário disso. Primeiramente, os conceitos/procedimentos são apresentados e depois exemplificados. É

justamente o que apareceu nas pesquisas de Carraher; Schliemann (1989) e que nós chamamos de fenômeno da inversão.

Tratamos também do *fenômeno da anulação*, isto é, por determinar um currículo e escolher as necessidades do indivíduo que serão atendidas, a escola anula as necessidades que surgem naturalmente para ele, iniubindo suas próprias perguntas.

Apesar da necessidade central de nossa sequência didática ter sido escolhida por nós, de certo modo deixamos uma parte do planejamento em aberto para que os alunos decidissem o que fazer, o que aprender. No final de cada aula, os alunos interagiam entre si, os que sabiam tocar instrumentos e os que não sabiam, e aprenderam muitas coisas com isso. As curiosidades que surgiam nesses períodos não tinham sido previstas no planejamento da oficina, no entanto, elas também foram capazes de gerar aprendizado.

Também os próprios alunos puderam trazer seus próprios instrumentos e apresentar para os demais o que já sabiam. Seus talentos foram valorizados e apreciados durante a sequência didática. Inclusive, o violão de um dos alunos foi útil em uma explicação que surgiu a partir de uma pergunta, não prevista, na aula 2.

Outra parte do planejamento deixada em aberto para construção coletiva com os alunos foi a apresentação para o Ensino Fundamental, na aula 6 da oficina. Percebemos que, por terem participado do planejamento, escolhido a dinâmica e as músicas da apresentação, os alunos fizeram-na com bastante entusiasmo.

Por fim, tratamos do *fenômeno da artificialidade*. Acreditamos que o nosso sistema atual de provas e notas, promoções e reprovações é a forma mais simples que encontramos até hoje de produzir necessidades artificiais que substituam as necessidades reais. Na oficina, não houve necessidade de recorrer a esse fenômeno, pois a necessidade de compreender a relação entre Matemática e Música, ou a necessidade de compreender o temperamento da escala musical foi o motivo eficaz da aprendizagem.

Na seção 3.1 mencionamos oito etapas fundamentais para a prática contextualizadora, em nossa perspectiva. A seguir, iremos revisitá-las, associando-as com as ações da oficina Matemática e Música.

1. Partir de uma necessidade (imediata, atual ou ampla) trazida pelos alunos para eleger um conteúdo a ser ensinado. Ou, partindo de um conteúdo que pretende-se ensinar, definir uma necessidade a ele relacionada.

Fizemos a segunda escolha. Em nosso caso, elegemos simultaneamente o conteúdo (Progressões Geométricas) e a necessidade a ele relacionada (temperamento da escala musical). Justificamos essa escolha no capítulo 4, em que procuramos deixar claros nossos objetivos didáticos e de pesquisa.

2. Compreender a relação necessidade-conteúdo, explorando o leque de conteúdos que envolvem essa relação. Esse leque de conteúdos pode incluir a compreensão de processos históricos, de fenômenos sociais ou culturais e, provavelmente, envolverá áreas de conhecimentos distintos e conteúdos de tipos distintos (conhecimentos, habilidades, valores e atitudes).

Apesar de não termos ainda mencionado, o planejamento da sequência-didática envolveu uma longa pesquisa a respeito da relação que queríamos estabelecer entre a Matemática e a Música. A partir de alguns conceitos iniciais que já conhecíamos, foi feita uma pesquisa extensa para se compreender alguns conceitos e fatos de áreas de conhecimento distintos de nossa formação, como História, Artes, Física e Biologia.

Um projeto contextualizador como o que nos propusemos a desenvolver exige dedicação e disponibilidade, por parte do professor, para o aprendizado de novos conteúdos e novas relações entre os conteúdos. É claro que cada professor tem seus conhecimentos, gostos e interesses pessoais que podem favorecer uma área ou outra para a contextualização.

Os alunos, por mais de uma vez, comentaram a respeito da integração de conteúdos de diversas disciplinas em uma mesma oficina. Para eles, isso parecia ser novo, pelo menos dessa forma. Diversos conteúdos, independentemente da área disciplinar, precisaram ser abordados para que os alunos pudessem compreender o temperamento da escala musical.

Além de integrar diversas disciplinas, para realizar a oficina, foi necessário valorizar diversas formas de conteúdo (conhecimentos, habilidades, valores, atitudes) que encontram-se interligados. A habilidade de perceber a variação da altura do som, por exemplo, estava relacionada aos conteúdos conceituais que abordamos na oficina. Se valorizássemos apenas conteúdos conceituais, não teríamos trabalhado essa habilidade fundamental para a compreensão do assunto.

3. Elencar os conhecimentos prévios essenciais para a aprendizagem significativa do conteúdo em questão, bem como os conteúdos relacionados a ele por meio da necessidade escolhida.

Ao elaborar a sequência didática, percebemos que alguns conteúdos (conhecimentos, habilidades, entre outros) eram essenciais como subsunçores para a compreensão dos conceitos e procedimentos de PG's que queríamos abordar. Alguns deles aparecem na figura 17: Sequências, Progressões Aritméticas, Potenciação, Radiciação, Expressões Algébricas, Raciocínio Indutivo.

Outros conteúdos estavam relacionados às PG's, indiretamente, devido à necessidade escolhida. Alguns deles encontram-se ilustrados também na figura 17: frequência do som, notas musicais, percepção da variação da altura, consonância, arredondamento de números e número irracionais.

4. Sondar a rede de conhecimentos prévios dos alunos para elaborar os organizadores antecipatórios que lhes permitam estabelecer as relações necessárias.

Devido ao tempo da pesquisa, e por termos tido pouco tempo com os alunos antes da oficina, pouco sabíamos sobre suas redes de conhecimentos prévios. No entanto, fizemos a suposição de que alguns alunos não teriam nenhum conhecimento musical e de que alguns teriam dificuldades também com os pré-requisitos de Matemática.

Então, elaboramos alguns organizadores antecipatórios para levar os alunos a se desenvolverem com relação aos conteúdos acima listados. Podemos citar como organizadores antecipatórios as dinâmicas musicais realizadas na primeira aula, que permitiam a compreensão da altura do som, por diferenciação progressiva, entre os outros parâmetros do som. Também a atividade escrita, em que os alunos posicionaram na reta numérica os termos de PA's e PG's percebendo assim a configuração dessas sequências, em termos de localização na reta.

5. Elaborar material potencialmente significativo, partindo da necessidade escolhida, incluindo os organizadores antecipatórios e selecionando os recursos adequados.

Na teoria de Ausubel (1980), o material significativo é um dos elementos essenciais para que ocorra a aprendizagem significativa. A clareza dos objetivos, da escolha dos recursos, assim como a coerência com os conhecimentos prévios dos alunos, podem interferir em suas decisões de aprender significativamente.

Ao elaborar a sequência didática, incluímos os organizadores antecipatórios, as atividades de descoberta que levaram os alunos a encontrar a razão da PG, $\sqrt[12]{2}$, e precisamos pensar nos recursos materiais que seriam utilizados durante todo o processo.

O uso da calculadora foi inicialmente pensado pela característica dos números a serem trabalhados na oficina, em grande parte irracionais. Durante a oficina, entretanto, esse recurso tornou-se essencial para superar momentaneamente as dificuldades dos alunos com os cálculos mentais e manuais.

O uso do aplicativo *Tuner – DaTuner (Lite!)* foi essencial para grande parte das dinâmicas realizadas, inclusive para a construção do garrafofone. Pelo que notamos, os alunos não têm o hábito de utilizarem seu aparelhos celulares com fins didáticos, esse instrumento que a maioria deles possui, é geralmente proibido na escola. No entanto, utilizamos vários recursos dos celulares: o aplicativo acima mencionado, a calculadora e ainda ouvimos músicas que tinham gravadas em seus aparelhos. Todos esses recursos estavam relacionados à dinâmica das aulas da oficina.

Apesar de todos os alunos participantes possuírem aparelhos celulares, apenas um deles conseguiu instalar o aplicativo pedido. O professor precisa estar atento e ter um segundo plano em casos como esse. Se não puder ele próprio (ou a escola) oferecer os recursos, ele precisa saber até que ponto poderá contar com os alunos.

Enfim, cada recurso teve sua importância, pensada durante a elaboração da oficina e reconhecida pelos próprios alunos durante a entrevista, como vimos na seção 5.2.

6. Levar cada aluno a perceber e assumir essa necessidade para percorrer a trajetória da aprendizagem que propusemos na figura 6.

A necessidades amplas podem parecer muito distantes dos alunos, conforme temos dito. Então na seção 3.1 apresentamos algumas estratégias para fazer essa aproximação. Dentre as estratégias sugeridas, adotamos a seguinte: *Criar sequências didáticas em que o conteúdo não seja apresentado como fim, em que se destaque uma necessidade desencadeadora de uma atividade, que por sua vez faça uso de diversos conteúdos*.

De fato, aprender Progressões Geométricas não apareceu para os alunos como fim da oficina Matemática e Música, apesar de ser esse o nosso objetivo como professores de Matemática. Os conceitos musicais e matemáticos desempenharam o mesmo nível de importância para satisfazer a necessidade central de compreender o temperamento da escala

cromática, ou nas palavras dos alunos, de compreender a relação existente entre Matemática e Música.

7. Aplicar a sequência didática, tendo o cuidado de avaliar o resultado de cada atividade, reformulando-a quando necessário.

Durante a aplicação da sequência didática, muitas situações imprevistas surgiram, atividades foram repensadas e replanejadas para que ocorressem conforme descritas no capítulo 4.

8. Relacionar o conteúdo em questão a outras necessidades do indivíduo, seja por meio de atividades complementares ou refazendo todas as etapas novamente.

Devido ao curto tempo da oficina, trabalhamos com apenas uma contextualização. Dentro de um projeto de ensino mais amplo, abordaríamos outros contextos para esse mesmo conteúdo. Mesmo porque o contexto favorece alguns aspectos do conteúdo, mais do que outros. Nossa prática favoreceu a diferenciação entre PA e PG, o termo geral e a interpolação geométrica. Para trabalhar outros aspectos do conteúdo, seria interessante partir para outros contextos. De qualquer modo, trabalhamos outros contextos de modo breve na avaliação diagnóstica.

Se essa oficina estivesse inserida num projeto de ensino mais amplo, além de aplicar o conteúdo a outros contextos, daríamos continuidade à formalização do conteúdo e trabalharíamos a precisão da linguagem relacionada ao tema. Também discutiríamos as respostas dadas por eles mesmos na entrevista, visando desenvolver o metaconhecimento e a meta-cognição. Ainda nos aprofundaríamos em questões que geraram interesse nos alunos, mas que foram tratadas de modo superficial, como as Sequências convergentes e o fato do produto de um número irracional por um racional não nulo ser um número irracional. No entanto, com a limitação do tempo, os objetivos que propusemos para a oficina, tanto em termos de ensino quanto de pesquisa, foram alcançados.

Na seção 3.2 procuramos deixar claro que a contextualização não é uma prática única, mas que existem diversas práticas contextualizadoras capazes de gerar sentido e significado para a aprendizagem de um conteúdo matemático. Dentre as diversas características possíveis, adotamos em nossa sequência didática, uma contextualização:

- *Interdisciplinar*, pois os contextos considerados para o ensino das PG's situam-se no corpo de conhecimentos considerados de outra disciplina.

- *Duradoura*, pois a contextualização se estendeu por uma sequência didática de 6 aulas, duração total de 12 horas com uma diversidade de atividades.
- *Induzida*, pois a necessidade principal, temperamento da escala musical, foi trazida para a aula pelo professor e não pelos alunos.
- *Vista como fim*. Nesse caso, o objetivo principal é o próprio contexto (necessidade) e os conteúdos são ferramentas desenvolvidas para solucioná-lo.
- *Concomitante à abordagem do conteúdo*, pois a necessidade surgiu implicitamente antes de abordamos o conteúdo PG, mas foi melhor compreendida através do próprio conteúdo.
- *Predominantemente relacionada a objetos abstratos* (Música, altura do som, frequência, números irracionais, sequências numéricas).
- *Relacionada à aprendizagem por descoberta*, pois os alunos foram levados a descobrir a razão da PG relacionada ao temperamento da escala musical.
- *Realizada predominantemente através de problemas*.
- *Com contextos específicos*, pois essa necessidade não faz parte da realidade cotidiana do aluno.
- *Com contextos autênticos*, pois o temperamento da escala musical é um problema real que surgiu na História da Música.
- *Com contextos próximos*, pois desenvolvemos atividades que permitiram aos alunos vivenciar experiências reais com os contextos. A medição da frequência sonora de suas próprias vozes, por exemplo, contribuiu para que o contexto não fosse apenas representado e aparecesse como algo distante do aluno.

É claro que nenhum contexto é tão representativo como aquele que surge naturalmente para o aluno, em sua vida, em suas necessidades cotidianas. Mas acreditamos que quanto mais *autêntico* e *próximo* é um contexto, mais ele se torna representativo para a aprendizagem, como já argumentamos na seção 3.2. Desse modo, dentre todas as características citadas anteriormente, nos preocupamos sobretudo com as duas últimas.

O contexto de fato contribui para que o conteúdo tenha sentido e assim adquira significado para o aluno. Percebemos isso, por exemplo, no problema de obtenção de termos anteriores da PG, dado um termo e sua razão. Antes da oficina, não sabiam como fazer. Mas diante de um contexto representativo, em que precisavam saber frequências inferiores a 440

Hz que correspondessem à nota Lá, os alunos tiveram a ideia de dividir pela razão, obtendo 220 Hz, 110 Hz, 55 Hz e assim sucessivamente.

Sem dúvida, o fato de o contexto estar relacionado a algo que eles gostam (Música), contribuiu bastante para que se tornasse representativo. Os alunos se interessaram em participar da oficina e em participar de cada atividade, em grande parte, devido ao interesse que têm pela Música.

No capítulo 3 mencionamos nossa visão crítica a respeito da escola e do professor, diante das possibilidades que temos atualmente para praticar a contextualização. Apesar da legislação brasileira apoiar essa prática e incentivar um planejamento atento às necessidades do indivíduo e da sociedade, as tradições cristalizadas na cultura escolar são um grande desafio para a contextualização no ensino.

O primeiro desafio é o tempo escolar. Os professores precisam dar conta de uma lista de conteúdos e, por isso, uma proposta contextualizadora parece inviável. Em nossa sequência didática, além da PG, outros conteúdos, inclusive de outras disciplinas, inclusive relacionados à habilidades e valores, precisaram ser trabalhados para que a contextualização fosse feita. A escola convencional não tem esse tempo para oferecer. Assim, uma prática como essa pode parecer para o professor e para outros envolvidos no processo de ensino e aprendizagem como um desperdício de tempo no ensino das PG's.

A organização da escola, sua divisão em aulas e em disciplinas, também constitui um desafio para dinâmicas como essa. Cada professor costuma trabalhar isoladamente sua disciplina e, inclusive, não tem tempo suficiente para discutir o planejamento das aulas com seus pares.

As principais redes de ensino de nosso país não costumam valorizar o tempo de planejamento do professor. Com uma carga elevadíssima de aulas por semana, torna-se difícil para ele preparar propostas contextualizadoras, que demandam muito tempo, conforme já mencionamos. Essa realidade fortalece o hábito docente já mencionado de seguir rigorosamente prescrições de materiais didáticos.

Desde o início desse trabalho, estamos valorizando uma aprendizagem com sentido e significado para os alunos. Por isso, o formato da escola, das aulas, o papel do professor, sua formação e sua valorização, entre outras coisas, precisam ser repensadas.

Como já dissemos, para elaborar uma sequência didática contextualizadora é preciso que o professor busque uma visão abrangente da área de conhecimento que leciona e de cada conteúdo que pretende ensinar, que tenha compromisso com uma aprendizagem relevante e significativa para seus alunos e que busque conhecer os interesses e conhecimentos prévios de seus alunos.

Além disso, é preciso ter a sensibilidade para perceber as mudanças da sociedade (que afetam as relações dos alunos (entre si, com o professor e com o conhecimento). Mencionamos a terceira revolução da aprendizagem, que, de acordo com Serres (2013), estamos vivenciando na atualidade, a revolução digital. A sala de aula que ainda temos hoje não condiz com essas transformações: alunos sentados trabalhando individualmente; professores do mesmo modo isolados uns dos outros, transmitindo seu conteúdo de modo linear e expositivo; o mesmo ambiente sempre, no mesmo formato; lousa como recurso principal.

Para realizar a oficina foi necessário pensar num ambiente e em dinâmicas de aula muito diferentes do que foi descrito no parágrafo anterior. Nossa proposta contextualizadora, apesar de poder ser adaptada e aplicada em pequena escala, se levada em consideração por um projeto de ensino mais abrangente implica mudanças no espaço, no tempo escolar e nas concepções que temos a respeito da escola.

Considerações finais

Na primeira parte desse trabalho, buscamos esclarecer o que estamos chamando de contextualização, a partir de uma visão específica das aprendizagens escolares, as quais, acreditamos, devem ter sentido e significado para os alunos. Contribuíram com as nossas reflexões, sobretudo, a Teoria da Atividade de Leontiev e a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel.

Entendemos que contextualização é uma prática de ensino, planejada e aplicada por um professor com o objetivo de proporcionar a seus alunos uma aprendizagem relevante e significativa de um determinado conteúdo. Essa prática, como o nome sugere, leva em consideração as relações que o conteúdo a ser ensinado tem com seus contextos.

Entendemos que podem se tornar contextos de um determinado conteúdo, as necessidades do indivíduo e outros conteúdos. Esses, por sua vez, podem estar relacionados diretamente com o conteúdo principal por serem os subsunçores necessários para a sua aprendizagem ou podem estar relacionados a ele por meio das necessidades em questão.

No entanto, não é possível definir a contextualização como uma única prática. As práticas contextualizadoras têm características diversas. Elas podem ser subdivididas, principalmente, entre as que estão voltadas para a realidade imediata, as voltadas para a realidade atual e as voltadas para a realidade ampla, entre outras diferenciações. Acreditamos que essa diversidade pode e deve ser aproveitada no ensino de Matemática.

As práticas contextualizadoras contribuem para uma aprendizagem relevante (com sentido para o aluno) pois permitem ao aluno relacionar o conteúdo às suas necessidades e contribuem para uma aprendizagem significativa pois permitem a ele relacionar o conteúdo a outros que são os seus subsunçores. Acreditamos que uma aprendizagem relevante possibilita uma aprendizagem significativa.

Quando o aluno pergunta para que serve determinado conteúdo, se as necessidades que o justificam não são imediatas, realmente será difícil justificar. Praticar a contextualização significa então criar um ambiente em que essa pergunta não surja. Acreditamos que a pergunta do tipo *para que serve* surge não pela natureza não pragmática do conteúdo, como poderia parecer, mas pela não relevância da aprendizagem, do modo como definimos.

Para aprender um conteúdo de Matemática, assim como para aprender qualquer conteúdo, é preciso algo mais do que querer - recursos materiais e cognitivos devem dar o suporte necessário para que a aprendizagem ocorra. Se não estiver disposto a relacionar conteúdos (conhecimentos, habilidades, atitudes e valores) de forma significativa e se os recursos apresentados não potencializarem essa relação possível, a aprendizagem não ocorrerá ou ocorrerá mecanicamente. Nesse sentido, praticar a contextualização é estabelecer sintonia entre indivíduos, conteúdos e recursos para que a aprendizagem ocorra.

Na segunda parte deste trabalho, exemplificamos nossa concepção de práticas contextualizadoras através da oficina Matemática e Música. E buscamos atingir o objetivo dessa pesquisa, o qual enunciamos como sendo

investigar se determinada sequência didática, elaborada a partir de uma concepção específica de contextualização, contribui para conferir sentido e significado para a aprendizagem de Progressões Geométricas.

Verificamos que a aprendizagem teve sentido para os alunos através dos parâmetros:

- *o reconhecimento, por parte do aluno, da relação entre o conteúdo (Progressões Geométricas) e alguma necessidade específica.* Na entrevista, quando perguntamos por que as PG's são importantes, três dos quatro alunos deram como exemplo o contexto musical. De acordo com uma das alunas, "A gente descobriu o sistema temperado pela PG". Os alunos perceberam que o conteúdo matemático está relacionado efetivamente a um elemento cultural e compreenderam que relação é essa.
- *a referência ao motivo durante a descrição do processo de aprendizagem do conteúdo.* Antes da oficina, ao falar da aprendizagem de um conteúdo escolar, nenhum dos alunos mencionaram suas motivações. No entanto, após a oficina, ao descrever a aprendizagem das PG's, dois dos quatro alunos mencionaram que sua motivação foi a Música. Concluímos então que a contextualização cumpriu então o seu papel de gerar sentido para a aprendizagem.

Verificamos também que a aprendizagem foi significativa para os alunos, utilizando os parâmetros presente na Teoria da AS, de Ausubel:

- *Interação não arbitrária do conteúdo (PG's) com seus subsunçores.* Antes da oficina, os alunos não souberam falar nada a respeito das PG's. Após a oficina, ao tentarem definir o conceito, os alunos mencionaram subsunçores, entre os quais podemos destacar a

Progressão Aritmética. A explicação do que significa PG era dada a partir da comparação com as PA's.

- *Apropriação não literal do conteúdo*. Uma das alunas disse que saberia explicar PG's, do modo como aprendeu na escola, se pegasse o caderno, o que seria uma explicação literal do conteúdo e não significativa. Apesar da imprecisão da linguagem que utilizaram, percebemos na segunda entrevista que os alunos buscaram explicar o conceito de PG com suas próprias palavras, o que não ousaram antes da oficina. A falta de clareza das frases após a entrevistas, como "Na PG você vai multiplicando e volta dividindo", foi compensada com a resolução correta dos exercícios na segunda avaliação diagnóstica.
- *Lembrança do conteúdo a longo prazo.* Antes de realizar a primeira entrevista, percebemos que os alunos não se lembravam do conteúdo Progressões Geométricas. Tinham estudado esse conteúdo no primeiro trimestre e, agora, no terceiro trimestre não sabiam falar nada a respeito. Devido ao tempo da pesquisa, não pudemos esperar mais que duas semanas após o término da oficina para realizar a entrevista e a avaliação diagnóstica. No entanto, verificamos através dos nossos instrumentos de investigação que, passado esse tempo, os alunos permaneceram lembrando daquilo que tinham aprendido.
- *Aplicação do conteúdo em outros contextos.* Testamos esse parâmetro através da avaliação diagnóstica, na qual não utilizamos o contexto musical para avaliar o conhecimento dos alunos sobre PG's. Entre a primeira e a segunda avaliação houve grande avanço por parte dos alunos, tanto na compreensão desse conteúdo, quanto na compreensão de outros conteúdos abordados, como números irracionais e arredondamento. Percebemos que os alunos, após a oficina, foram capazes de aplicar seus conhecimentos a outros contextos.

Concluímos, desse modo, que nossa compreensão do que sejam práticas contextualizadoras contribuiu para a elaboração de uma sequência didática capaz de conferir sentido e significado para a aprendizagem dos alunos. Apenas uma aprendizagem com essas características pode ter algum proveito para o indivíduo e para a sociedade da qual ele faz parte.

Referências bibliográficas

ABDOUNUR, Oscar João. Matemática e música: o pensamento analógico na construção de significados. São Paulo: Escrituras, 1999.

AUSUBEL, D. P. Algunos aspectos psicológicos de la estrutuctura del conocimiento. Buenos Aires: El Ateneo, 1973.

_____; NOVAK, J.; HANESIAN, H. Psicologia educacional. Rio de Janeiro: Editora Interamericana, 1980.

BRANDÃO, C. R. O que é educação. 24° ed. São Paulo: Brasiliense, 1989.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros curriculares nacionais para o Ensino Médio. Brasília: MEC/SEMTEC, 2000.

BRASIL. Lei de Diretrizes e B. Lei nº 9.394/96, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/L9394.htm>. Acesso em: 3 de ago. de 2017.

BRASIL. Lei 13.278 de 2 de maio de 2016. Altera o § 6o do art. 26 da Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que fixa as diretrizes e bases da educação nacional, referente ao ensino da arte. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/CCIVIL_03/_Ato2015-2018/2016/Lei/L13278.htm>. Acesso em: 3 de ago. de 2017.

BRUNER, J. A cultura da educação. Porto Alegre: Artmed, 2001.

BUNGE, M. Dicionário de filosofia. São Paulo: Perspectiva, 2006.

CAMPOS, G. P. S. Matemática e Música: práticas pedagógicas em oficinas interdisciplinares, 2009. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal do Espírito Santo. Espírito Santo, 2009.

CARRAHER; D. W.; SCHLIEMANN, A. D.; CARRAHER; T. N. Na. Vida Dez na Escola Zero. 3 ed. São Paulo: Cortez Editora, 1989.

CEDRO, W. L. O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de Matemática: uma perspectiva histórico-cultural. 2008. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2008.

D'AMBRÓSIO, U. Educação matemática: Da teoria à prática. Campinas, SP: Papirus, 1996.

DELVAL, J. Crescer e pensar: a Construção do Conhecimento na Escola. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

DUARTE, N. A formação do indivíduo e a objetivação do gênero humano. 1992. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Campinas. São Paulo, 1992.

_____. Vigotski e o “aprender a aprender”: crítica às apropriações neoliberais e pós modernas da teoria vigotskiana. Campinas, SP: Autores Associados, 2000.

DURKHEIM, É. Definição de educação. In: _____. Educação e sociologia. 3. ed. Tradução de Lourenço Filho. São Paulo: Melhoramentos, 1952. p. 29-36

FIORENTINI, D. Rumos da pesquisa brasileira em educação matemática: o caso da produção científica em cursos de pós-graduação. 1994. Tese (Doutorado em Educação) - Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas. São Paulo, 1994.

GARNICA, A. V. Fascínio da técnica, declínio da crítica: um estudo sobre a prova rigorosa na formação do professor de matemática. Zetetiké, Campinas, v. 4, n.5, p. 7-28, 1996.

HAY, D; KINCHIN, I; LYGO-BAKER, S. Making learning visible: the role of concept mapping in higher education. In: Studies in Higher Education, v. 33, n. 3, p. 295 - 311., jun.2008.

HELLER, A. O cotidiano e a história. São Paulo: Paz e Terra, 2008.

KAUFMANN, J. C. A Entrevista Compreensiva – um Guia para Pesquisa de Campo. Petropólis: Vozes/ Edufal, 2013.

LA EDUCACIÓN prohibida (filme). Direção: Germán Doin. Argentina: Eullam Producciones, 2012 (145min).

LEONTIEV, A. N. O desenvolvimento do psiquismo. Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

_____. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil, In: VYGOTSKY, L. S. (et. al). Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem. São Paulo: Ícone, 1988.

MACHADO, N. J. Educação: Competência e Qualidade. São Paulo: Escrituras Editora, 2009.

MARX, K. O capital: crítica da economia política: livro primeiro: o processo de produção do capital: volume I. Tradução de Reginaldo Sant’Anna. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1998.

MATHEUS, A. R. Argumentação e prova na matemática escolar, 2016. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2016.

MICHAELIS. Moderno Dicionário da Língua Portuguesa. Disponível em: <http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php>. Acesso em: 21 fev. 2017.

MOREIRA, M. A. Teorias de aprendizagem. São Paulo: EPU, 1999.

_____; MASINI, E. F. S. Aprendizagem Significativa: A Teoria de David Ausubel. São Paulo: Ed. Centauro, 2001.

NOVAK, J. D.; GOWIN, B. D. Aprender a Aprender. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 1996.

NOVAK, J. D. Learning, creating, and using knowledge: concept maps as facilitative tools in schools and corporations. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1998.

_____. Meaningful learning: the essential factor for conceptual change in limited or appropriate propositional hierarchies (liphs) leading to empowerment of learners. Science Education, v. 86, n. 4, p. 548-571, 2002.

_____; CANÃS , A. J. A teoria subjacente aos mapas conceituais e como elaborá-los e usá-los. Práxis Educativa, Ponta Grossa, v.5, n.1, p. 9-29, jan.-jun. 2010.

NUNES, C. F.; MENDES, A. B.; VISSICARO, S. P. História da Matemática no Ensino Fundamental: Algumas propostas de atividade. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2016, São Paulo. Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/>. Acesso em: 15 fev. 2017.

OLIVEIRA, M. K. Vygotsky: Aprendizado e desenvolvimento: um processo Sócio-histórico. São Paulo: editora Scipione, 1995.

OLIVEIRA, B. Fundamentos filosóficos marxistas da obra Vigotskiana: a questão da categoria de atividade e algumas implicações para o trabalho educativo. In: MENDONÇA, S; MILLER, S. (orgs.). Vigotski e a escola atual: fundamentos teóricos e implicações pedagógicas. Araraquara, SP: Junqueira , Martin, 2006.

PARO, V. H. Escritos sobre educação. São Paulo: Xamã, 2001, p. 13-31.

_____. O professor como trabalhador: implicações para a política educacional e para a gestão escolar. In: ALMEIDA, L. C.; PINO, I. R; PINTO, J. M. R.; GOUVEIA, A. B. (Org.). *IV Seminário de Educação Brasileira*: PNE em foco: políticas de responsabilização, regime de colaboração e Sistema Nacional de Educação. Campinas-SP: Cedes, v. 1. [livro eletrônico]. p. 957-971. 2013.

_____. O currículo do ensino fundamental como tema de política pública: a cultura como conteúdo central. *Ensaio*: Avaliação e Políticas Públicas em Educação. Rio de Janeiro, v. 19, n. 72, p. 485-508, 2011.

PIAGET, J. Seis estudos de psicologia. 24. ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1999.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M. O papel do contexto nas tarefas matemáticas. Interacções, n.22, p. 196-216, 2012.

RICARDO, E. C. Competências, Interdisciplinaridade e Contextualização: dos Parâmetros Curriculares Nacionais a uma compreensão para o ensino das ciências. 2005. Tese

(Doutorado em Educação Científica e Tecnológica)- Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina. Santa Catarina, 2005.

SALATINO, A. T. Entre laços e redes de sociabilidade: Sobre jovens, celulares e escola contemporânea. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2014.

SANTOS, V. M. Ensino de matemática na escola de nove anos: dúvidas, dívidas e desafios. São Paulo: Cengage Learning, 2014.

SAVIANI, D. Escola e democracia: teorias da educação, curvatura da vara, onze teses sobre educação e política! 32. ed. Campinas, SP: Autores Associados, 1999.

SERRES, M. Tradução Jorge Bastos. Polegarzinha uma nova forma de viver em harmonia, de pensar as instituições, de ser e de saber. Rio de Janeiro: Editora Bertrand Brasil, 2013.

SKOVSMOSE, O. Educação matemática crítica: A questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001.

SKOVSMOSE, O. Educação crítica: incerteza, matemática, responsabilidade. São Paulo: Cortez, 2007.

SPINELLI, W. A construção do conhecimento entre o abstrair e o contextualizar: o caso do ensino da matemática. 2011. Tese (doutorado) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2011.

THIOLLENT, M. Metodologia da pesquisa-Ação. 18. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

VIGOTSKI, L. S. A construção do pensamento e da linguagem. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

ZABALA, A. A prática educativa: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZAGO, N. A entrevista e seu processo de construção: reflexões com base na experiência prática de pesquisa. In: ZAGO, N. et all. (org). Itinerários de Pesquisa – Perspectivas qualitativas em Sociologia da Educação. Rio de Janeiro: DP&A, 2003.

Leituras complementares

ALMEIDA, L. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Básica. São Paulo: Contexto, 2012.

BACHELARD, G. A formação do espírito científico**.** Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.

BROUSSEAU, G. Introdução ao estudo da Teoria das Situações Didáticas : conteúdos e métodos de ensino. Tradução : Camila Bórgea. São Paulo: Ática, 2008.

CALLIARI, L. R. A Contextualização na Matemática uma alternativa para o ensino. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2001

FLAVEL, J. H. Metacogitive aspects of problem solving. In the nature of intelligence. L. B. Resnick (Ed.), Hillsdale, NJ: Erlbaum, 1973.

GERALDI, C. M. G. A produção do ensino e pesquisa na educação: estudo sobre o trabalho docente no curso de Pedagogia- FE/ UNICAMP. 1993. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas. São Paulo, 1993.

HAY, D. B. Using concept maps to measure deep, surface and non-learning outcomes. Studies in Higher Education, v.32, n.1, p. 39-57, fev. 2007.

LACASA, P. Aprender en la escuela, aprender en la calle. Madri: Aprendizaje Visor, 1994.

LIMA, W. A. T. Ensinando matemática por meio de situações potencialmente adidáticas: estudo de casos envolvendo análise combinatória. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo. São Paulo, 2015.

LUCCHESI, I. L. A ilha de racionalidade e a construção da autonomia no ensino de matemática. 130p. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). PUCRS. Porto Alegre, 2010.

MAIOLI, M. A contextualização na matemática do Ensino Médio. 2012. 211 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2012.

MOREIRA, M. A. Organizadores Prévios e Aprendizagem Significativa. Revista Chilena de Educação Científica, v. 7, n. 2, p. 23-30, 2008. Disponível em: <https://www.if.ufrgs.br/~moreira/ORGANIZADORESport.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2017.

MOURA, M. O. Atividade orientadora de ensino: unidade entre ensino e aprendizagem. Revista Diálogo Educacional, Curitiba, v. 10, n. 29, p. 205-229, jan./abr., 2010.

PALM, T. Theory of authentic task situations. In L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren & S. Mukhopadhyay (Eds.), Words and worlds: Modeling verbal descriptions of situations. Rotterdam: Sense, p. 3-19, 2009.

PARO, V. H. Reprovação escolar: renúncia à educação. 2. ed. São Paulo: Xamã, 2003.

SARESP. Matemática e questionário.6ª série Ensino Fundamental, 2007.Disponível em: <http://saresp.fde.sp.gov.br/2007/Arquivos/Provas%202007/Matem%C3%A1tica/6%C2%AA%20s%C3%A9rie%20EF/1_Manh%C3%A3/Prova-MAT-6EF-Manha.pdf.> Acesso em: 15 mar. 2014.

TUFANO, W. Contextualização.ln: FAZENDA, Ivani C. Dicionário em Construção: Interdisciplinaridade. São Paulo: Cortez, 2001.

VASCONCELOS, M. B. F. A Contextualização e o Ensino de Matemática: Um Estudo de Caso. 2008. 249 p. Dissertação (Mestrado em Educação Popular, Comunicação e Cultura) – Universidade Federal da Paraíba. João Pessoa, 2008.

VIRGENS, W. P. A resolução de problemas de aritmética no Ensino Primário: um estudo das mudanças no ideário pedagógico, 1920-1940, 2014. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Escola de Filosofia, Letras e Ciências Humanas. Universidade Federal de São Paulo, Guarulhos, 2014.

Recursos utilizados na sequência didática

A BOA MÚSICA. O Que é o Sistema Temperado. Disponível em: <http://www.aboamusica.com.br/2011/11/o-que-e-o-sistema-temperado.html>. Acesso em: 3 ago. 2017.

BRASIL ESCOLA. A Importância da música no processo de ensino-aprendizagem. Disponível em: < http://educador.brasilescola.uol.com.br/sugestoes-pais-professores/a-importancia-musica-no-processo-ensinoaprendizagem.htm>. Acesso em: 3 ago. 2017.

CANAL FÍSICA 10. Ondas – Aula 08.0 – Propriedades fisiológicas do som – Parte 01. Disponível em: < https://www.youtube.com/watch?v=Br8zvf_3NPs>. Acesso em: 3 ago. 2017.

MENESES, J. Um Teste divertido de Audição. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=YfAbzNKoq5w>. Acesso em: 3 ago. 2017.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. A Matemática da música (vídeo). Disponível em: <http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=20816>. Acesso em: 3 ago. 2017.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Música das esferas (vídeo). Disponível em: <http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=22062>. Acesso em: 3 ago. 2017.

SEED/PR (Secretaria Estadual de Educação do Estado do Paraná). Compreendendo a música. Disponível em: <http://www.arte.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=136#Harmonia>. Acesso em: 3 ago. 2017a.

SEED/PR (Secretaria Estadual de Educação do Estado do Paraná). Intensidade. Disponível em: <http://www.arte.seed.pr.gov.br/modules/video/showVideo.php?video=6368>. Acesso em: 3 ago. 2017b.

SUPER INTERESSANTE. De onde vêm os nomes das notas musicais? Disponível em: <https://super.abril.com.br/cultura/de-onde-vem-os-nomes-das-notas-musicais>. Acesso em: 3 ago. 2017.

TUNER – DATUNER (LITE!). Disponível em: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.bork.dsp.datuna&hl=pt_BR>. Acesso em: 3 ago. 2017

VOCÊ OUVE BEM? Teste seus ouvidos - Faixas de Frequência. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=HkzVxwghiik>. Acesso em: 3 ago. 2017.

APÊNDICE A - PROJETO DE OFICINA MATEMÁTICA E MÚSICA

Escola: E.E. Helena Loureiro Rossi

Objetivo geral:

- Levar os alunos a atribuírem sentido e significado para o conteúdo matemático Progressões Geométricas a partir de uma sequência didática contextualizadora, envolvendo conceitos musicais.

Objetivos específicos:

- Compreender conceitos musicais, tais como os quatro principais parâmetros do som (timbre, intensidade, altura e duração), oitava, entre outros.
- Associar as notas musicais às teclas de um piano e à variação de sua própria voz.
- Reconhecer a sequência de notas da escala cromática e suas frequências sonoras como uma Progressões Geométrica.
- Diferenciar as Progressões Geométricas de outras sequências, bem como compreender algumas de suas propriedades.
- Desenvolver atitudes importantes como de cooperação e autonomia no desenvolvimento das atividades.
- Produzir um instrumento musical com materiais recicláveis, a partir dos conceitos estudados no decorrer das aulas.

Público-alvo: Alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

Métodos e atividades: Exposição oral, discussões, atividades escritas, dinâmicas vocais, produção de instrumento musical com materiais recicláveis.

Espaço e recursos: Sala de vídeo, projetor de slides, lousa e autorização dos pais para atividade no contra-turno.

Objetivo de pesquisa: Durante a oficina serão coletados dados para a pesquisa "Contextualização: o sentido e o significado na aprendizagem de Matemática", que tem por objetivo investigar se determinada sequência didática, elaborada a partir de uma concepção específica de contextualização, contribui para conferir sentido e significado para a aprendizagem de Progressões Geométricas.

Instrumentos de análise: Resoluções de atividades escritas e gravação de entrevistas com os alunos, com garantia de anonimato**,** mediante assinatura de autorização pelo responsável.

Pesquisadora responsável: Wanessa Aparecida Trevizan de Lima (IFSP/ FE-USP)

Orientador da pesquisa: Oscar João Abdounur (IME-USP)

APÊNDICE B - PRIMEIRA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

UTILIZE CALCULADORA, SE NECESSÁRIO!

1. Qual o próximo número da sequência?

a. (1, 3, 5, 7, ___)
b. (30, 25, 20, 15, ___)
c. (2, 8, 32, 128, ___)
d. (1,5; 3; 4,5; 6; ___)
e. (40, 20, 10, 5, ___)

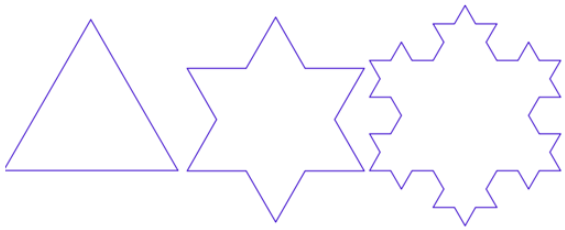
2. Escreva uma sequência de oito números, começando por 2, em que cada um dos demais termos sejam o triplo do anterior.

(____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____)

3. Escreva uma sequência de oito números, terminando por 64, em que cada termo seja o dobro do anterior.

(____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____)

4. Observe as figuras e responda:



a. Qual é a quantidade de lados de cada uma dessas figuras?
b. Quantos lados terá a quinta figura dessa sequência?

5. Esta folha sulfite, em que foi impressa a avaliação, tem o tamanho A4. Isso significa que sua largura é de 210mm. Você pode conferir com uma régua. Agora observe:

- Para obter a largura de um papel de tamanho A3, basta multiplicar a largura do A4 por $\sqrt{2}$ e aproximar para o número inteiro mais próximo.
- Para obter a largura de um papel de tamanho A2, basta multiplicar a largura do A3 por $\sqrt{2}$ e aproximar para o número inteiro mais próximo e assim sucessivamente.

Obtenha as larguras dos papéis de tamanho:

Papel	A6	A5	A4	A3	A2	A1	A0
Largura (mm)			210				

vezes $\sqrt{2}$ vezes $\sqrt{2}$

6. Na sequência a seguir, cada termo é obtido multiplicando-se o termo anterior por um determinado número. Que número é esse?

200	240	288	345,6

APÊNDICE C - TAREFAS PARA CASA (AULA 1)

1. Baixar aplicativo em celular, se tiver:

- Para celulares Android:

Baixe o aplicativo **Tuner – DaTuner (Lite!)** no Google Play;

- Para iPhones:

Baixe o aplicativo **Fine Chromatic Tuner** pela App Store.

2. Navegar nos sites sugeridos:

a. Vídeo de Física sobre as propriedades fisiológicas do som:

http://bit.ly/propriedadesdosom

b. Site para compreender melhor as definições relacionadas a som e a Música:

http://www.arte.seed.pr.gov.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=136#Harmonia

c. Vídeos que explicam a relação entre Matemática e Música:

http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=20816

http://www.dominiopublico.gov.br/pesquisa/DetalheObraForm.do?select_action=&co_obra=22062

d. Vídeos para fazer teste de audição:

https://www.youtube.com/watch?v=YfAbzNKoq5w

https://www.youtube.com/watch?v=HkzVxwghiik

APÊNDICE D - ATIVIDADE ESCRITA (AULA 2)

UTILIZE CALCULADORA, SE NECESSÁRIO!

1. Verdadeiro ou falso? Justifique.

a. As frequências 100Hz e 200 Hz correspondem à mesma nota.

b. As frequências 312Hz e 156 Hz correspondem à mesma nota.

c. As frequências 80Hz e 320 Hz correspondem à mesma nota.

d. As frequências 20Hz e 200 Hz correspondem à mesma nota.

e. As frequências 100Hz e 25 Hz correspondem à mesma nota.

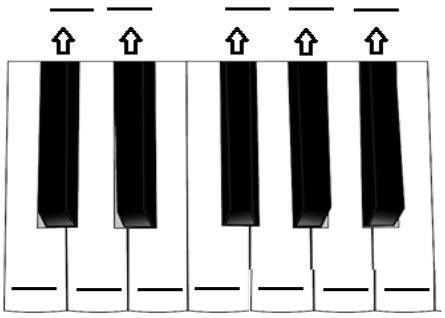
2. Em 1936, a nota Lá que se encontra à direita do Dó central do piano passou a ser internacionalmente afinada a 440 Hz. Em 1955, a Organização Internacional para Padronização tornou essa afinação padrão através da ISO 16. O Lá 440 é, desde então, referência para a afinação de todos os instrumentos musicais. Complete, em ordem crescente, a sequência de frequências consecutivas que resultam na nota Lá.

		440 Hz		

3. Agora complete, em ordem crescente, a sequência de frequências consecutivas que resultam na nota Dó.

		261,6 Hz		

4. A que nota corresponde cada tecla do piano?



APÊNDICE E- TAREFAS PARA CASA (AULA 2)

1. Resolver o desafio. Multiplicando 440 Hz por 2 obtemos 880 Hz, multiplicando novamente por 2 obtemos 1760 Hz (todas essas frequências correspondem à nota Lá). Quantas vezes é possível continuar multiplicando esse número por 2?

2. Resolver o desafio. Dividindo 440 Hz por 2 obtemos 220 Hz, dividindo novamente por 2 obtemos 110 Hz (todas essas frequências correspondem à nota Lá). Quantas vezes é possível continuar dividindo esse número por 2?

3. Memorizar os nomes e os símbolos das 12 notas musicais.

Dó	Dó#	Ré	Ré#	Mi	Fá	Fá#	Sol	Sol#	Lá	Lá#	Si
C	C#	D	D#	E	F	F#	G	G#	A	A#	B

CURIOSIDADE

De onde vêm os nomes das notas musicais?

Quem batizou as notas musicais foi o monge beneditino italiano Guido d'Arezzo. Ainda no século 11, ele nomeou a escala ao se inspirar num hino a São João Batista, composto por outro monge, Paolo Diacono, três séculos antes. (Veja os versos abaixo.) Para entender a lógica, basta pular o primeiro verso e depois pegar a primeira sílaba de cada frase para reconhecer as notas – (Ut), Re, Mi, Fa, Sol, La e S. O Si ele adaptou, juntando as primeiras duas letras de Sancte e Iohannes. Cinco séculos depois, incomodado com o som da primeira sílaba, o músico Giovanni Maria Bononcini incrementou uma mudança. Excluiu o Ut e trocou pelo Do, de Dominus (Senhor). E, com essa benção celestial, sacramentou a nomenclatura das notas musicais.

"**Ut** queant laxis… **re**sonare fibris… **mi**ra gestorum… **fa**muli tuorum… **so**lve polluti…**la**bii reatum… **S**ancte **I**ohannes."

Letra e música

Desde a Antiguidade, o padrão era usar letras para as notas. (O nosso sistema que é exceção, aliás. Começou com a loucura do monge e se espalhou principalmente para os países latinos.) Em países anglófonos, as notas são representadas por letras: C, D, E, F, G, A e B (ou H). Essa é uma das designações mais antigas, que nós usamos também em cifras. Mas o alfabeto grego arcaico, por exemplo, também já foi usado.

Fontes

Curso Completo de Teoria Musical e Solfejo, de Belmira Cardoso e Mário Mascarenhas; Enciclopédia Britânica; Barsa.

https://super.abril.com.br/cultura/de-onde-vem-os-nomes-das-notas-musicais/

APÊNDICE F - ATIVIDADE ESCRITA (AULA 3)

UTILIZE CALCULADORA, SE NECESSÁRIO!

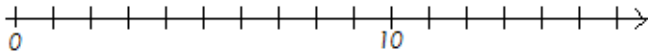
1. Verifique se cada sequência é uma Progressão Aritmética, Progressão Geométrica ou nenhuma das duas.

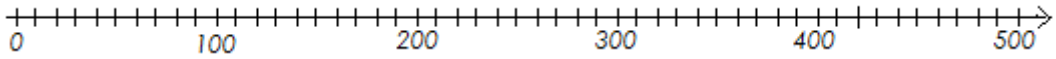
a. (0, 3, 6, 9, 12, 15, ...)
b. (100; 150; 225; 337,5; 506,25...)
c. (60, 51, 40, 31, 20, ...)
d. (500; 100; 20; 4; 0,8; 0,16; ...)
e. (89, 78, 67, 56, 45, ...)
f. (1, 2, 2, 4, 8, 32, 256, ...)

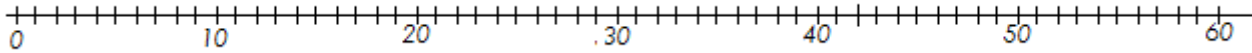
2. Quais as razões das Progressões Aritméticas do exercício anterior?

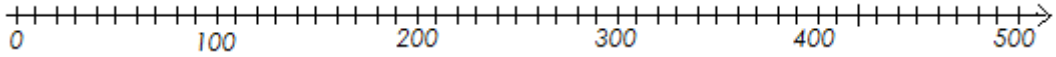
3. Quais as razões das Progressões Geométricas do exercício 1?

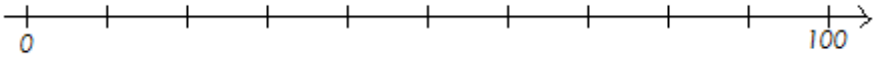
4. Localize os termos de cada sequência do exercício 1 na reta real correspondente.

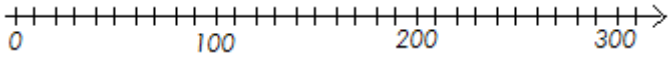
a. 

b. 

c. 

d. 

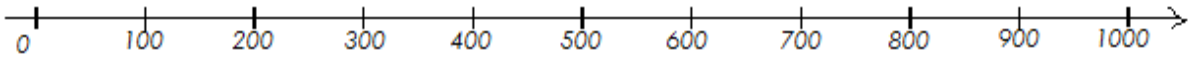
e. 

f. 

5. O que ocorre com as posições dos termos das Progressões Aritméticas na reta real?

6. O que ocorre com as posições dos termos das Progressões Geométricas na reta real?

7. Como vimos, a sequência de frequências (em Hz) correspondentes à nota Lá forma a seguinte PG de razão 2 (..., 55, 110, 220, 440, ...). Localize os termos dessa sequência na reta real abaixo.



APÊNDICE G - TAREFAS PARA CASA (AULA 3)

1. Trazer garrafas de vidro (redondas).

2. Treinar com o afinador cantar “Dó – Mi - Sol”, pronunciando os nomes das notas em suas respectivas frequências.

CURIOSIDADE

A importância da música no processo de ensino-aprendizagem

A música é reconhecida por muitos pesquisadores como uma espécie de modalidade que desenvolve a mente humana, promove o equilíbrio, proporcionando um estado agradável de bem-estar, facilitando a concentração e o desenvolvimento do raciocínio, em especial em questões reflexivas voltadas para o pensamento filosófico.

Segundo estudos realizados por pesquisadores alemães, pessoas que analisam tons musicais apresentam área do cérebro 25% maior em comparação aos indivíduos que não desenvolvem trabalho com música, bem como aos que estudaram as notas musicais e as divisões rítmicas, obtiveram notas 100% maiores que os demais colegas em relação a um determinado conteúdo de matemática.

Com base em pesquisas, as crianças que desenvolvem um trabalho com a música apresentam melhor desempenho na escola e na vida como um todo e geralmente apresentam notas mais elevadas quanto à aptidão escolar.

A valorização do contato da criança com a música já era existente há tempos, Platão dizia que “a música é um instrumento educacional mais potente do que qualquer outro”.

Hoje é perfeitamente compreensível essa visão apresentada por Platão, visto que a música treina o cérebro para formas relevantes de raciocínio.

Por Elen Campos Caiado
Graduada em Fonoaudiologia e Pedagogia
Equipe Brasil Escola

http://educador.brasilescola.uol.com.br/sugestoes-pais-professores/a-importancia-musica-no-processo-ensinoaprendizagem.htm

APÊNDICE H - ATIVIDADE ESCRITA (AULA 4)

UTILIZE CALCULADORA , SE NECESSÁRIO!

1. Sabemos que entre o Lá 220 Hz e o Lá 440 Hz existem 11 notas. Determine a razão dessa sequência para que seja uma Progressão Geométrica.

(220, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, ___, 440)

2. Escreva a razão, encontrada no exercício anterior, em sua forma decimal arredondada na segunda casa.

3. Decida qual dos dois números (razão exata ou arredondada) irá utilizar para completar a tabela abaixo. Justifique sua decisão.

4. Complete a tabela com as frequências das notas musicais.

Nota musical	Frequência (Hz)
Do	
Do#	
Re	
Re#	
Mi	
Fá	
Fá#	
Sol	
Sol#	
La	**440**
La#	
Si	
Do	

APÊNDICE I - TAREFAS PARA CASA (AULA 4)

1. Trazer garrafas de vidro (redondas).

2. Treinar com o afinador cantar a música *Dó – Ré – Mi - Fá*.

CURIOSIDADE

O que é o Sistema Temperado

Ao longo do tempo, propuseram-se mais de 100 sistemas de afinação. Desses sistemas, não mais de 20 terão sido usados mais amplamente. Na Idade Média, por exemplo, o sistema utilizado era o pitagórico. [...] Os pitagóricos optaram pela escala heptatônica [7 notas], julga-se, por estar ela em concordância com a estética da época. [...]

O Sistema Temperado é o sistema de afinação que possibilita dividir o intervalo de uma oitava em doze semitons iguais. Um dos primeiros a apontar para esta possibilidade foi o matemático Simon Steven, que, no século XVI, dividiu a oitava em doze partes iguais com uma aproximação bastante razoável. Este sistema, todavia, só foi devidamente fundamentado por Andreas Werkmeister, em 1691. É também por então que se começam a usar os logaritmos para determinar as notas musicais e o intervalo entre elas.

Diga-se que o intervalo de quinta e o de quarta do Sistema Temperado não são, em termos acústicos, perfeitos como o são no Sistema Pitagórico; mas os novos intervalos correspondentes não diferem muito.

A real introdução do Temperamento se deu no início do século XVIII. Sim, porque foi exatamente para mostrar que a proposta de Werkmeister não só era viável, mas não comprometia de modo algum a qualidade e a beleza da música, que Johann Sebastian Bach compôs *O Cravo Bem Temperado*, um conjunto de peças que cobrem as doze tonalidades, no modo maior e no modo menor. [...]

A proposta **era igualar os semitons em partes perfeitamente iguais**, com o que vemos, mais uma vez, o expresso pela matemática implicado na música. [...]

Alguns autores afirmam que, com o Sistema Temperado, houve um grande prejuízo da afinação em detrimento da harmonia. De fato, os sistemas naturais (como o de Pitágoras e o de Zarlino) se fundamentam em cálculos acústicos e definem com precisão tanto o número de vibrações para cada nota como as relações entre elas. [...]

Em outras palavras, os Sistemas Naturais seriam, por um lado, mais afinados, mas, por outro lado, mais complexos, enquanto o Sistema Temperado seria, entre outras qualidades, mais prático. [...]

O objetivo deste pequeno artigo já foi alcançado: mostrar que a beleza musical, como toda e qualquer beleza, é objetiva, e fundada, por sua parte, no expresso pela matemática. [...]

http://www.aboamusica.com.br/2011/11/o-que-e-o-sistema-temperado.html

APÊNDICE J - MÚSICAS COM NOTAS

Brilha brilha estrelinha

Dó- Dó- Sol- Sol	Lá-Lá- Sol	Fá-Fá-Mi-Mi	Ré-Ré-Dó
Sol-Sol-Fá-Fá	Mi-Mi-Ré	Sol-Sol-Fá-Fá	Mi-Mi-Ré
Dó-Dó-Sol-Sol	Lá-Lá-Sol	Fá-Fá-Mi-Mi	Ré-Ré-Dó

Asa Branca

Dó-Ré-Mi-Sol	Sol-Mi-Fá-Fá	Dó-Ré-Mi-Sol	Sol-Fá-Mi
Dó-Dó-Ré-Mi-Sol	Sol-Fá-Mi-Dó-Fá	Fá-Mi-Ré-Ré-Mi	Ré-Ré-Dó-Dó

Aquarela do Brasil

Dó-Ré	Dó-Ré-Mi-Ré-Dó-Ré	Dó-Ré-Mi-Ré-Dó-Ré	
Dó-Ré-Mi-Fá-Sol-Lá-Si	Dó+-Lá-Dó	Lá-Sol-Mi-Dó	Dó+-Lá-Dó+
Lá-Sol-Mi-Dó Fá-Lá-Lá	Dó+-Lá-Dó+	Lá-Sol-Mi-Dó	Lá-Sol-Sol-
Mi-Ré	Mi-Lá	Mi-Ré	
Mi-Lá	Lá-Lá	Lá-Lá-Dó+- Dó+-Lá	
Lá-Sol-Sol-Fá-Sol-Sol	Sol-Sol-Dó+-Dó+-Lá	Lá-Sol-Sol-Fá-Sol-Sol	
Sol-Sol-Dó+-Dó+-Lá	Lá-Sol-Sol-Fá-Lá	Mi-Ré	

When the saints go marching in

Dó-Mi-Fá-Sol	Dó-Mi-Fá-Sol	Dó-Mi-Fá-Sol-Mi	Dó-Mi-Ré
Mi-Mi-Ré-Dó-Dó	Mi-Sol-Sol-Fá	Fá-Mi-Fá-Sol-Mi	Dó-Ré-Dó-Dó

APÊNDICE K - SEGUNDA AVALIAÇÃO DIAGNÓSTICA

UTILIZE CALCULADORA , SE NECESSÁRIO!

1. Qual o próximo número da sequência?

a. (0, 4, 8, 12, ___)
b. (32, 27, 22, 17, ___)
c. (1, 5, 25, 125, ___)
d. (0,5; 3; 5,5; 8; ___)
e. (600, 300, 150, 75, ___)

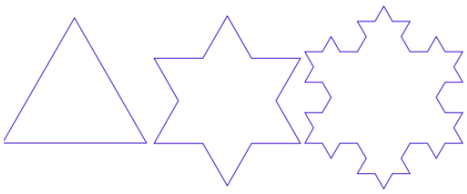
2. Escreva uma sequência de oito números, começando por 2, em que um termo seja sempre o triplo do anterior.

(____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____)

3. Escreva uma sequência de oito números, terminando por 64, em que cada termo seja o dobro do anterior.

(____, ____, ____, ____, ____, ____, ____, ____)

4. Observe as figuras e responda:



a. Qual é a quantidade de lados de cada uma dessas figuras?
b. Quantos lados terá a sexta figura dessa sequência?

5. Esta folha sulfite, em que foi impressa a avaliação, tem o tamanho A4. Isso significa que sua largura é de 210mm. Você pode conferir com uma régua. Agora observe:
   - Para obter a largura de um papel de tamanho A3, basta multiplicar a largura do A4 por $\sqrt{2}$ e aproximar para o número inteiro mais próximo.
   - Para obter a largura de um papel de tamanho A2, basta multiplicar a largura do A3 por $\sqrt{2}$ e aproximar para o número inteiro mais próximo e assim sucessivamente.

Obtenha as larguras dos papéis de tamanho:

Papel	A6	A5	A4	A3	A2	A1	A0
Largura (mm)			210				

vezes $\sqrt{2}$ vezes $\sqrt{2}$

6. Na sequência a seguir, cada termo é obtido multiplicando-se o termo anterior por um determinado número. Que número é esse?

200	320	512	819,2

APÊNDICE L - TRANSCRIÇÃO DA PRIMEIRA ENTREVISTA

Pergunta	**Aluna V**	**Aluna E**	**Aluno D**	**Aluna L**
1. Cite um conteúdo que você aprendeu esse ano na escola.	Função Quadrática.	Função Quadrática.	Função Quadrática.	Logaritmo.
2. Explique como foi a aprendizagem desse conteúdo.	Bom precisei de ter muita paciência comigo mesma e... Não sei te explicar o que literalmente aconteceu, mas precisei de muita ajuda e precisei utilizar muito a sabedoria. Tipo assim: o que utilizar em cada momento.	Como a professora ensinou passo a passo, eu fui aprendendo mais rápido do que qualquer pessoa da sala. Geralmente, você tem que substituir e vai ter que calcular. Isso que acabou me motivando. Eu achei fácil. Melhor que qualquer outra função que ela passou pra mim. Tipo Função Exponencial, Inequação, entendeu?	Ah, foi bastante coisa. Eu precisei relembrar a regrinha de três que eu aprendi o ano passado. Fórmula de Bháskara, soma e produto e um monte de coisa. Foi complicadinho.	Ele é o inverso da função exponencial. Então, se você não sabe função exponencial, você não acerta, não aprende fazer Logaritmo. [E você sabe função exponencial?] Sei. Eu precisei treinar bastante. Com muita ajuda eu consegui fazer alguns sozinhos.
3. Por que é importante você aprender esse conteúdo?	Eu vou precisar dela no futuro, principalmente porque eu vou trabalhar num cargo que precisa muito de Matemática. No caso é veterinária ou então eu gostaria se ser advogada, essas coisas.	Não sei explicar.	Não sei explicar.	Ah, cai muito em vestibular, essas coisas que a gente faz pra poder fazer curso, faculdade, essas coisas que importam bastante.
4. Você sabe	Não.	Não faço nem	Ah,	Ah, eu não

dizer para que serve esse conteúdo?		ideia. Acho que é pra medir altura, ou alguma coisa assim...	professora... Pra que serve? Eu não faço a mínima ideia.	vou saber explicar.
5. O que é [conteúdo aprendido na escola]?	Função Quadrática é assim: ela tem suas definições como raízes, zeros, vértice da parábola. Geralmente na conta é tipo assim: aparece $f(x)=ax^2+bx+c=0$. Então, a gente tipo assim: na conta não vai aparecer exatamente isso. O que vai aparecer é x^2 igual essas coisas... Aí o que a gente vai ter que fazer? Separar isso em a. Porque o a é sempre x^2. O b é sempre aquele segundo número lá da conta do f(x) com o x do lado e o c é sempre aquele número depois do x. Quando não tiver nenhum número depois do b, você tem que colocar o zero. Aí você utiliza a	Função Quadrática você vai dividir a altura pelo valor que você achou na equação. É o que eu acho. É difícil explicar para uma pessoa que não entende, ou que se faz de desentendida. Aí fica difícil pra mim.	É pra achar o x_1, o x_2. Aí você consegue achar uma base pra fazer o resto da conta.	Eu não consigo explicar.

	fórmula de delta ou soma e produto.			
6. Cite um conteúdo que você aprendeu fora da escola.	Cuidar dos animais.	Desenhar.	Tocar violão.	Dançar.
7. Explique como foi a aprendizagem desse conteúdo.	Isso foi um momento sentimental. Eu estava me sentindo muito sozinha. Antigamente eu não era tão assim. Aí eu comecei ter paciência com as coisas. Aí eu fui aprendendo a lidar com aquilo e comecei me apaixonar pelos animais. Comecei me adaptar, a pedir ajuda e foi indo. Fui aprendendo com as pessoas em volta. Fui atrás também. Quando eu via alguma coisa errada eu ia atrás. Eu buscava informação com meus amigos que eram mais velhos, eles me ajudavam.	No prezinho, eu já estava desenhando. Eu fazia esboço na escola. Tipo desenho de palitinho, depois eu fui me aprimorando. Assistindo desenho, fazendo com card. Comecei a copiar. Isso é de família. Meu irmão também desenha. Meu pai desenha. Meus desenhos eles não inspiram alegria, eles inspiram raiva. Para as pessoas, parece que eu estou alegre, essas coisas assim. Muitas vezes eu desenho porque eu estou com raiva, ou porque eu estou muito tensa, ansiosa, esses “bagulho” assim. Se eu for explicar pra pessoa porque eu desenho, ou eu vou explicar raiva ou ela não vai entender. Por exemplo, passei raiva o dia inteiro na escola e curso. Chego em casa, se eu for desenhar, vai ser desenho alegre.	Foi bem complexo, porque eu não gostava muito de estudar. Aí depois de um tempo que eu via todo mundo tocando aí eu comecei a pegar mais por visão. Aí depois eu fiz umas aulas em casa na Internet, vendo as escalas, vendo os nomes das notas. [Você foi em busca do conhecimento?] Fui.	No começo eu ficava dura, porque eu prefiro lutar do que dançar. Eu aprendi na minha igreja, mesmo. Eu entrei lá pro grupo de dança e as meninas começaram me ensinar os passos, a como fazer direitinho. Porque elas fazem balé. Eu fiz, mas só quando eu era criança. Aí eu fui reaprendendo as coisas que eu tinha esquecido completamente. Aí agora eu sei dançar.

		Aí você vai pensar que eu passei o dia inteiro sorrindo, sem me conhecer.		
8. Por que é importante você aprender esse conteúdo?	Para o meu futuro. Como eu comecei me apaixonar por animais, ai eu comecei ter a ideia de que eu quero ser veterinária. Tipo ajudar eles.	Como eu tinha uma ideia de ser engenheira ou arquiteta, isso ia ser essencial e a Matemática também. Eu estava pensando de três profissões pra mim: arquiteta, engenheira ou militar. E o desenho sempre foi parte da minha vida. Se eu não desenhasse, minha mãe achava que eu estava doente.	Porque eu gostei do som do violão. Ele é bem bonito, assim. Se você tocar bem assim com a alma, dá pra você sentir alguma coisa.	É que assim... é muito da minha igreja. Ou a gente canta, ou a gente dança. Eu gosto de fazer os dois tanto cantar, quanto dançar. Eu acho muito bonito o jeito que a gente se expressa na dança.
9. O que é [conteúdo]?	Dar carinho, dar atenção, não maltratá-los. É cuidar deles como se estivesse cuidando do seu próprio filho.	O desenho é uma representação do meu sentimento, uma coisa que vem de mim, sabe? Desenhar é um sentimento que está saindo no papel. Estou desenhando um quadro: se esse quadro ficar aqui pra sempre, vai ficar tipo um legado meu.	Eu toco mais por religião. E às vezes eu toco em casa assim pra mim. Se eu estou triste... para expressar meus sentimentos.	Dançar é uma maneira de você se expressar. Você está dizendo o que você sente com a dança, de maneira... não falada.
10. O que você sabe melhor [conteúdo aprendido na escola] ou [conteúdo aprendido fora da escola]?	Cuidar dos animais.	Desenho. Geralmente, a “Bháskara” estava me deixando mais confusa, envolvendo mais equações tudo ao mesmo tempo. Pra mim, o Ensino Médio está bem difícil, por ter esses quebra-cabeças.	Tocar violão.	Dançar, com certeza.
11. E você	Não. Isso	Eu acho que sim,	Tem muitas	Não. Não é

acha que isso sempre acontece? O que você aprende fora da escola você aprende melhor? Por quê?	depende da pessoa que me ensina. Um exemplo: você está aqui. Você vai me ensinar aula de Música e eu consigo me apegar a isso. Se eu conseguir me apegar a isso, eu consigo aprender mais.	porque geralmente dentro da escola você não tem tanta liberdade de pegar, chegar, fazer o "bagulho" e... Não, as pessoas dão ordem e você tem que cumprir. Lá fora não. Você faz, você pensa o que vai fazer, repensa. Porque tipo você vai fazer um desenho. Tem gente que chega, critica. Lá fora não, os outros não estão nem ligando pra você, se você vai fazer um desenho ou não.	coisas que sim. Eu, como sou aluno, eu falo mesmo. Eu não sou aquele aluno nota dez, né? Às vezes eu não presto atenção nas aulas... Aí se eu tenho alguma dúvida, eu acabo procurando na Internet. Então, eu acabo sabendo mais fora da escola que dentro da escola. [Mas dentro da escola você não pode buscar conheciment o também?] Fora da escola é mais fácil, parece. Porque assim, tipo... A sala de informática agora não está tendo um acesso mais amplo para os alunos. A biblioteca eu entrei poucas vezes e foi pra fazer pesquisa que eu poderia fazer em casa mesmo. Eu	sempre não. Por exemplo, eu fiz JUCIP*. Aí o professor de lá, de Comunicação. Ele ensinou pra gente algumas coisas de Notação Científica. Aí ele estava explicando lá de um jeito que eu não entendia nada. Mas eu lembrei das aulas que eu tive aqui na escola, que me ajudou a entender lá. Em todo lugar a gente aprende alguma coisa, né? O essencial para aprender é prestar atenção e treinar. Eu normalmente presto mais atenção nas matérias que eu me interesso, pra falar a verdade. Eu entrei no Ensino Médio agora. As matérias novas que pra mim são Filosofia e

			prefiro fazer em casa as coisas...	Sociologia, eu presto atenção nelas porque eu acho interessante. Como Física, Química, que eu amo essas matérias. Por mais que o professor não explique nada com nada, eu presto atenção. Artes também. Na escola, tudo o que passa tem coisa interessante. Não necessariamente tudo, mas alguma coisa é interessante.

* JUCIP- Juventude Cívica Poaense

APÊNDICE M - TRANSCRIÇÃO DA SEGUNDA ENTREVISTA

Pergunta	Aluna V	Aluna E	Aluno D	Aluna L
1. O que é Progressão Aritmética e Progressão Geométrica?	PA é uma Progressão Aritmética e PG é Progressão Geométrica. PA ela vai somando e volta subtraindo. PG ela vai multiplicando e volta dividindo.	PA é a que soma e PG é a que volta dividindo.	A PA é a sequência de números que sempre vai dar a mesma razão. Se você subtrai um número do anterior, voltando dá sempre a mesma razão. A Progressão Geométrica, ela vai multiplicando e volta dividindo com a mesma sequência de números.	PA é Progressão Aritmética, né? Ela usa a soma e a subtração pra construir uma sequência. A PG tem sequência também, só que ela usa multiplicação e divisão, né?
2. Progressões Geométricas são importantes? Por quê?	Porque na Música eles usam muito a PA, a PG, as duas.	Porque vamos usar futuramente para fazer cálculo na faculdade.	Eu acho que são. Ela consegue fazer você descobrir o número seguinte. Se você tem um padrão de quatro números, você consegue descobrir o quinto, multiplicando. No caso da PG você multiplica e você consegue descobrir o número seguinte. Na Música, a diferença de uma nota para	Tudo o que está na Matemática é importante, né? A gente descobriu até o... Como é que fala? A gente descobriu o sistema temperado pela PG, né?

			outra tem a mesma relação de números. Aí dá pra discernir qual que é a outra nota e assim por diante.	
3. É importante estudar Progressão Geométrica na escola? Por quê?	Sim. Porque a gente vai utilizar um dia, né? Fora daqui. Não importa qual seja o nosso objetivo. A gente vai utilizá-la um dia. Mesmo que a gente não encontre. Ah sei lá... "que nem" quando eu comecei a aula de Música. Eu não sabia o que aula de Música tem a ver com Matemática. Depois eu descobri que a Música tem a ver com PA e PG.	Pra ter um melhor desenvolvimento. Vai fazer uma prova de faculdade, vai utilizar isso, igual eu.	Acho bastante importante, matéria escolar a gente tem que estudar bastante porque pode cair em concurso, Vestibulinho. E é uma matéria que você pensa que é fácil, mas é bastante útil.	Sim. Porque eu acho que cai bastante no vestibular, né? Aí você tem que saber.
4. Explique como foi o aprendizado das Progressões Geométricas durante a oficina.	A professora teve que ter muita paciência com a gente. Ela foi explicando de um jeito mais fácil e a gente foi pegando o jeito da coisa.	Usar a Música. Cada nota estar dividindo para aumentar a nota.	Foi através da Música. A professora conseguiu ensinar a gente assim... Ela chamou a atenção da gente pela Música e conseguiu ensinar a Matemática através dela, querendo mostrar que	A gente sabe que na PG a gente divide né? Na PG a gente divide e na PA a gente soma. A gente foi fazendo um monte de conta.

			tudo o que a gente for fazer envolve a Matemática de verdade.	
5. Você sabia que existia relação entre Matemática e Música antes da oficina?	Não. Eu achava que você ia explicar ou Música ou Matemática. [Separado?] É.	Não. [Nunca tinha ouvido falar?] Não.	Não desse jeito. Eu sabia sobre os números, que cada nota correspondia a um valor de numeração. Mas eu não sabia que eram vibrações, ou que se pegasse uma nota e multiplicasse por um número ia dar a seguinte nota e assim por diante.	Ah, eu já... Tinha minhas dúvidas. Porque quando eu estudava no Xidieh** , eu tinha um professor de Música lá que dava aula pra gente. Ele falava disso, mas não com as contas assim, né, porque quarto ano, terceiro ano, ele não ia passar PA e PG pra gente, né?
6. Cite uma relação existente entre Matemática e Música.	Sim. Eu descobri que na Música a gente usa Progressão Geométrica, Aritmética e Logaritmos.	A Matemática meio que explica o modo de tudo. Aí a Música ela é tipo acrescentada na Matemática. Quanto mais aumenta as notas, mais a Matemática é desenvolvida.	[Já explicou]	É o que eu já falei.
7. Por que você decidiu fazer a oficina?	Porque eu sou uma pessoa apaixonada por Música... E Matemática, agora.	Por causa do meu desenvolvimento na escola e pra ter um exemplo que Matemática e Música tem mais do que as pessoas pensam, são mais	Primeiramente, eu quis fazer porque era um curso de Matemática e eu estou bastante ruinzinho em Matemática. Aí eu falei: acaba sendo um melhorado	Eu achei interessante assim... Mais pra ver o que que a gente aprende agora na escola na Matemática teria a ver com a Música. Porque exatamente eu não sabia que PA e PG tinha a ver

		desenvolvidas.	pra mim. Porque eu estou precisando e eu já entendo um pouquinho de Música e dá pra aprender cada vez mais.	com a Música.
8. Cite um ponto positivo e um negativo da oficina.	Olha, não teve nenhum negativo. Mas positivos foram desde o começo ao fim. Principalmente a parte da Música, do final. A parte das garrafas foi uma coisa que eu nunca imaginava tocar.	Eu não tenho lado negativo. Eu gostei de fazer a oficina. [Tem uma coisa que você gostou mais?] Tocar o garrafofone.	O ponto positivo é bem grande. A diversidade de coisas que eu aprendi sobre o ouvido humano, sobre Matemática e Música. Esses são pontos positivos bastante longos. E ponto negativo, a única coisa que tem é que foi pouco tempo.	Ah, eu gostei dos cálculos. Por mais que eu demorei pra fazer direito, eu enrolo "pra caramba", é bom a gente fazer porque a gente aprende. Eu não lembrava fazer PA e PG, não. [E foi nesse ano que você aprendeu?] Foi nesse ano. No começo do ano e eu não lembrava. [E um ponto negativo?] Eu sou uma pessoa difícil de não gostar das coisas. Talvez quando a gente foi apresentar. Eu preciso melhorar o meu jeito de falar em público. [Mas ficou tão legal.] Eu não gostei não.
9. Em que o uso do aplicativo auxiliou na aprendizagem?	Ele ajudou a achar as notas musicais em qualquer coisa que eu fizesse. Independente de ser uma garrafa, piano, violão.	Se você der uma nota, tipo gritar um "a" e ele for bem grave, o número vai dar bem baixo. Depende do tom de voz que você fizer no	Ajudou a eu entender que cada som corresponde um número. Que quanto mais grave você fala, menor o número vai	Eu entendi que a gente nunca está em silêncio. Isso é muito triste. Eu que tanto procuro o silêncio.

		aplicativo.	ser. Ou quanto mais alto você falar, maior vai ser.	
10. E o uso dos slides?	Ajudou a compreender um pouco mais sobre a Música e a Matemática, relacionadas uma na outra.	Eu um melhor entendimento.	Ajudou a entender melhor a PG, aquela sequência também que não era nem PG nem PA. Eu entendi bem melhor com os slides.	A gente viu o ultrassom, né? Que é feito pelo som. Eu achei interessante. Eu não sabia não. Que demais!
11. E as atividades de final de aula?	Ajudou a entender, a compreender um pouco mais.	Abriu minha visão que eu estava errando em alguma coisa, então tem que sempre procurar melhorar.	Ajudou, porque você aprende vendo é uma coisa, você escuta assim...Aí você passa para o papel, você está vendo o que você sabe de verdade.	Me ajudaram a lembrar PA e PG, se não eu não ia lembrar não.
12. E os instrumentos musicais?	Ajudaram descobrir as notas, a como fazer tudo certinho, a nota da minha voz. Como utilizar a minha voz pra cantar, essas coisas. Eu aprendi que quando tiver duas teclas pretas é Dó. Quando tiver as outras, é o resto das notas.	O teclado mostrou subtrair, dividir. É mais fácil de você ter um entendimento.	Ajudou bastante a entender aquele negócio da Música. O Lá 440 que é o Lá de afinação.	Na verdade ajudou, né? Porque se os instrumentos não estivessem lá não ia fazer sentido a gente fazer todas essas contas.
13. E a calculadora?	A fazer as contas, a entender melhor. Eu descobri algumas coisas na calculadora	É pra ver o melhor resultado que cabe bem nas notas.	Ajudou bastante, porque são números bastante grandes.	A calculadora ajuda, porque eu sou... (sinal com a mão).

	que nem eu mesma sabia.		Números decimais ainda, aí fica um pouco complicado. Aí você com calculadora, acaba “estourando”...	
14. Qual a diferença entre aprender PG na escola e aprender na oficina?	Em uma eu aprendo porque um dia eu vou utilizar. Na Música, eu aprendi porque eu realmente quis, eu queria conhecer e saber.	Na escola é mais barulhento. Na oficina é só nós. Aí melhora o entendimento, porque a gente está prestando atenção e está envolvendo Música, uma coisa que a gente gosta.	Foi bem diferente. Porque na escola é aquele negócio: aprende assim, assim, assim. Na oficina, já foi mais divertido porque foi uma maneira lúdica de aprender, a gente trouxe instrumentos. E aquelas brincadeirinhas tipo de fazer competição, de ver quem conseguia fazer mais alto, ajudou bastante entender melhor a questão da PA e da PG. Porque na escola mesmo a gente aprende só pra passar de ano, essas coisas geralmente né? Ali não, a gente aprendeu por vontade própria A gente falou: não, a gente	Na escola a gente aprende tudo detalhadinho, dependendo do professor. A professora que estava ensinando na turma, ela ensinou tudo passo a passo. E eu não lembro mais, mas depois é só olhar o caderno que eu lembro. Agora, aqui a gente só revisa, né? A gente revisou como é que faz, PA e PG.

			quer aprender, nos inscrevemos no curso. É que foi pouco tempo, eu queria ter aprendido mais.	

** Escola Municipal de Educação Básica Roberto Elias Xidieh

APÊNDICE N – AUTORIZAÇÃO

Eu compreendo os direitos dos participantes da pesquisa intitulada “Contextualização: o sentido e o significado na aprendizagem de matemática”, orientada por Oscar João Abdounur, e que tem como pesquisador/a responsável Wanessa Aparecida Trevizan de Lima, aluna da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, os quais podem ser contatados pelo e-mail wanessatrevizan@yahoo.com.br ou telefone (11) 96734-0477. Na qualidade de responsável por esta instituição, autorizo a participação dos alunos do Ensino Médio. Compreendo como e porque esse estudo está sendo realizado. Os responsáveis pela pesquisa garantem o sigilo, assegurando a privacidade dos sujeitos quanto aos dados envolvidos na pesquisa. Receberei uma cópia assinada deste formulário de consentimento.

Nome, Cargo, Local, Data e Assinatura do responsável.

APÊNDICE O – TERMO DE CONSENTIMENTO

Eu, _____, RG _____, declaro saber da participação de meu (minha) filho(a) _____ na pesquisa "Contextualização: o sentido e o significado na aprendizagem de matemática" desenvolvida na Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo pelo(a) pesquisador(a) Wanessa Aparecida Trevizan de Lima orientada pelo professor doutor Oscar João Abdounur, que podem ser contatados pelo e-mail wanessatrevizan@yahoo.com.br ou telefone (11) 96734-0477. **As aulas serão realizadas nos dias 25, 27/09/17; 2, 4, 9 e 11/10/17 das 14h às 16h na Escola Estadual Helena Loureiro Rossi**. O presente trabalho tem por objetivo observar o envolvimento de alunos com uma oficina de de Matemática e Música e os instrumentos utilizados serão: resolução de atividades e gravação de voz, utilizados apenas para os fins da pesquisa. Compreendo que tenho a liberdade de retirar o meu consentimento em qualquer fase da pesquisa, sem penalização alguma. A qualquer momento posso buscar maiores esclarecimentos, inclusive relativos à metodologia do trabalho. Os responsáveis pela pesquisa garantem o sigilo que assegure a privacidade dos sujeitos quanto aos dados envolvidos na pesquisa. Declaro compreender que as informações obtidas só podem ser usadas para fins científicos, de acordo com a ética na pesquisa e que esta participação não comporta qualquer remuneração.

_____

Data, Local.

_____

Nome e Assinatura do responsável.