

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

Uma abordagem do problema de distribuição em um contexto de e-commerce

Maria Luíza Teixeira Santos

Dissertação de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ciências de Computação e Matemática Computacional (PPG-CCMC)

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura: _____

Maria Luíza Teixeira Santos

Uma abordagem do problema de distribuição em um contexto de e-commerce

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestra em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional. *VERSÃO REVISADA*

Área de Concentração: Ciências de Computação e Matemática Computacional

Orientadora: Profa. Dra. Franklina Maria Bragion Toledo

Coorientadora: Profa. Dra. Mariá Cristina Vasconcelos Nascimento Rosset

USP – São Carlos
Junho de 2024

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,
com os dados inseridos pelo(a) autor(a)

S237a Santos, Maria Luíza Teixeira
Uma abordagem do problema de distribuição em um
contexto de e-commerce / Maria Luíza Teixeira
Santos; orientadora Franklina Maria Bragion Toledo;
coorientadora Mariá Cristina Vasconcelos Nascimento
Rosset. -- São Carlos, 2024.
65 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação
em Ciências de Computação e Matemática
Computacional) -- Instituto de Ciências Matemáticas
e de Computação, Universidade de São Paulo, 2024.

1. Otimização. 2. Logística. 3. Roteamento de
Veículos. I. Toledo, Franklina Maria Bragion,
orient. II. Rosset, Mariá Cristina Vasconcelos
Nascimento, coorient. III. Título.

Maria Luíza Teixeira Santos

**An approach to the distribution problem in an e-commerce
context**

Master dissertation submitted to the Institute of
Mathematics and Computer Sciences – ICMC-USP,
in partial fulfillment of the requirements for the
degree of the Master Program in Computer Science
and Computational Mathematics. *FINAL VERSION*

Concentration Area: Computer Science and
Computational Mathematics

Advisor: Profa. Dra. Franklina Maria Bragion Toledo
Co-advisor: Profa. Dra. Mariá Cristina Vasconcelos
Nascimento Rosset

USP – São Carlos
June 2024

AGRADECIMENTOS

À minha mãe, Ionara, e minha avó, Elenice, pelos ensinamentos, cuidados e amor incondicional desde sempre.

À minha tia, Caroline, pelo apoio durante todos os momentos.

À minha família, pelo carinho de sempre.

À minha amiga Ariadne, pelo companheirismo durante todos esses anos de amizade.

À minha orientadora, Franklina, pelos ensinamentos, paciência e apoio durante todo o desenvolvimento deste projeto.

À minha coorientadora, Mariá, pela disponibilidade e orientação durante a pesquisa.

Aos meus amigos, pelas conversas e momentos de descontração.

Ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC) por proporcionar a oportunidade de participar do programa de pós-graduação.

À Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP - pelo apoio financeiro concedido sob o processo 2022/01022-7 (bolsa mestrado) e à CAPES.

A todos que me apoiaram e compartilharam aprendizados ao decorrer dos anos, contribuindo para minha formação e crescimento pessoal.

*“Mathematical science shows what is. It is the language of unseen relations between things.
But to use and apply that language, we must be able to fully to appreciate, to feel,
to seize the unseen, the unconscious.”*
(Augusta Ada Byron King)

RESUMO

SANTOS, M. L. T. **Uma abordagem do problema de distribuição em um contexto de e-commerce**. 2024. 65 p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2024.

Atualmente, tornou-se notório o crescimento vertiginoso do comércio eletrônico (*e-commerce*) e, com isso, as empresas desse setor têm lidado com o surgimento de grandes desafios de planejamento de suas atividades. Apesar de vários estudos analisarem custos de transporte de mercadorias e entrega de pedidos, poucos abordam as múltiplas camadas presentes na distribuição logística da empresa da América Latina que se baseia esse estudo. Neste trabalho, buscou-se estudar o problema de planejamento de entrega de pedidos para um conjunto de localidades inspirado em uma empresa de comércio eletrônico. O objetivo central é a redução dos custos de transporte e de envio dos pedidos. Para isso, dois modelos matemáticos (entrega direta e roteamento) foram desenvolvidos com o intuito de representar o problema, sendo posteriormente avaliados com a utilização de um *solver* comercial de otimização. Para uma solução mais eficiente do problema, foi desenvolvida uma MIP-Heurística (*Proximity Search*). Os resultados obtidos mostraram que o roteamento das entregas permite redução de custo, que foi de cerca de 82% para algumas das instâncias avaliadas, em comparação ao modelo de entrega direta. A MIP-Heurística atingiu 22% de redução na solução em comparação com à solução obtida pelo *solver* limitado em uma hora. Desta forma, é esperado que a integração do *middle-mile* e *last-mile delivery* possibilite melhores resultados na cadeia logística do *e-commerce*, com entregas rápidas e redução de custos no *last-mile delivery*. Esses ganhos contribuem com avanços na literatura relacionada.

Palavras-chave: Logística, MIP-Heurísticas, Programação Linear Inteira, *Proximity Search*, Roteamento de Veículos.

ABSTRACT

SANTOS, M. L. T. **An approach to the distribution problem in an e-commerce context.** 2024. 65 p. Dissertação (Mestrado em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2024.

Nowadays, the frenetic growth of e-commerce is a well-known fact, and consequently, many companies have faced complex fulfillment challenges. Although many studies analyze shipping cost and order delivery, only a few works address the multi-echelon present in the logistics distribution of the Latin American company on which this study is based. In this work, we investigate a delivery planning problem of localities based on an e-commerce company. The main objective is to reduce transportation and delivery costs. For such, we formulated and evaluated two mathematical models (direct delivery and vehicle routing) using commercial optimization solvers. Then, a MIP-Heuristic (Proximity Search) method was developed to solve the problem more efficiently. The results show a reduction in transportation costs when routing deliveries, 82% for some instances compared to the direct delivery model. The MIP-Heuristic results showed a reduction of 22% when compared to the solver solution obtained within the one-hour time limit. Hence, the integration of middle-mile and last-mile delivery is expected to provide more efficient solutions on the e-commerce logistic supply chain, by achieving fast last-mile delivery and reducing shipping costs, and therefore contributing to the literature.

Keywords: Integer Linear Programming, Logistic, MIP-Heuristics, Proximity Search, Vehicle Routing.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Exemplo ilustrativo da estratégia <i>Warehousing</i>	24
Figura 2 – Exemplo ilustrativo da estratégia <i>Cross Docking</i>	24
Figura 3 – Processo de distribuição de acordo com ePowerTrucks (2021).	25
Figura 4 – Exemplos de soluções para um problema de entrega de pedidos.	27
Figura 5 – Camadas do planejamento da distribuição.	34
Figura 6 – Primeiro Cenário Estudado - Entrega Direta.	35
Figura 7 – Segundo Cenário Estudado - Entrega com possibilidade de roteamento.	36
Figura 8 – Ilustração do Modelo de Entrega Direta.	39
Figura 9 – Ilustração para o modelo com roteamento.	42
Figura 10 – Exemplo ilustrativo.	43
Figura 11 – Uma solução ótima para o <i>Toy Problem</i> considerando entrega direta.	45
Figura 12 – Uma solução ótima para o <i>Toy Problem</i> considerando a possibilidade de roteamento na entrega.	46
Figura 13 – Exemplo de instância.	48
Figura 14 – MIP-Heurística - 50 Clientes - Cenário 2.	59
Figura 15 – MIP-Heurística - 75 Clientes - Cenário 2.	59

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Critérios de inclusão e de exclusão utilizados.	26
Tabela 2 – Principais características dos trabalhos relacionados.	31
Tabela 3 – Custos de Transporte <i>Fulfillment Centers</i> → <i>Cross Dockings</i>	43
Tabela 4 – Custos de Transporte <i>Cross Dockings</i> → <i>Service Centers</i>	44
Tabela 5 – Custos de Transporte <i>Service Centers</i> → Clientes.	44
Tabela 6 – Custos de Transporte entre os Clientes.	44
Tabela 7 – Estoque Inicial dos Centros de Distribuição.	44
Tabela 8 – Demanda de Produtos por Cliente.	44
Tabela 9 – Resultados obtidos - Entrega Direta.	52
Tabela 10 – Resultados obtidos - Roteamento - 15 Clientes.	53
Tabela 11 – Resultados obtidos - Roteamento - 50 Clientes.	53
Tabela 12 – Resultados obtidos - Roteamento - 75 Clientes.	54
Tabela 13 – Resultados obtidos - MIP-Heurística - 50 Clientes.	58
Tabela 14 – Resultados obtidos - MIP-Heurística - 75 Clientes.	58

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	Questões de pesquisa	20
1.2	Estrutura da Monografia	20
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
2.1	Classificações de Sistemas de Entrega	23
2.2	Metodologia de busca	25
2.3	Resultados e Discussões	26
2.3.1	<i>Entrega Direta</i>	27
2.3.2	<i>Entrega com Roteamento de Veículos</i>	28
2.3.3	<i>Trabalhos correlatos</i>	29
2.4	Considerações	29
3	PROBLEMA ESTUDADO E MODELAGEM MATEMÁTICA	33
3.1	Modelagem Matemática	35
3.1.1	<i>Modelagem Entrega Direta</i>	37
3.1.2	<i>Modelagem com Roteamento</i>	40
3.2	Exemplo Ilustrativo - <i>Toy problem</i>	41
3.3	Experimentos Computacionais	47
3.3.1	<i>Especificações Técnicas</i>	47
3.3.2	<i>Geração de Instâncias</i>	47
3.3.3	<i>Resultados Computacionais</i>	49
3.3.3.1	<i>Considerações Finais</i>	51
4	MIP-HEURÍSTICA	55
4.1	<i>Proximity Search</i>	55
4.1.1	<i>Solução Inicial e Parâmetros</i>	56
4.1.2	<i>Experimentos Computacionais</i>	57
4.1.2.1	<i>Resultados Computacionais</i>	57
4.1.2.2	<i>Considerações Finais</i>	58
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	61
	REFERÊNCIAS	63

INTRODUÇÃO

O setor de comércio eletrônico (*e-commerce*) do Brasil vem apresentando um grande crescimento nos últimos anos. Segundo a Associação Brasileira de Comércio Eletrônico (ABCOMM), no primeiro semestre de 2020, o faturamento do setor cresceu 56,8% e o número de transações efetuadas aumentou cerca de 66% chegando a 105,6 bilhões (ABCOMM, 2021).

Um dos fatores mais atraentes para um consumidor, além dos preços baixos, é o prazo de entrega das mercadorias (ABCOMM, 2019). Muitas vezes um cliente prefere custear um valor mais elevado para que a entrega do produto seja realizada de maneira mais rápida e segura. Assim, além de buscar satisfazer os consumidores com preços atraentes, as empresas estão cada vez mais preocupadas em como gerenciar suas atividades logísticas para permitir uma rápida entrega de seus pedidos e, conseqüentemente, uma alta satisfação de seus clientes.

A localização dos centros de distribuição das empresas apresenta um impacto direto nos tempos e custos de transporte, que são fundamentais para a eficiência do processo logístico (PERL; DASKIN, 1985). A busca pelo cumprimento dos prazos de entrega faz com que sejam necessárias políticas de controle de estoque e de gerenciamento dos centros de distribuição. É importante destacar que há envios de encomendas que devem ser realizados da maneira mais rápida possível, podendo ser até no dia seguinte após realização do pedido pelo cliente (YAMAN; KARASAN; KARA, 2012).

Uma das formas de auxiliar essas tomadas de decisões é com a aplicação de técnicas de otimização para a modelagem e resolução de problemas associados ao gerenciamento dos processos logísticos das empresas. Assim, soluções não triviais de alta qualidade podem ser encontradas. Além disso, diferentes cenários podem ser simulados. Logo, o uso de otimização como ferramenta de apoio à decisão tem se mostrado eficaz em diferentes contextos, levando à redução de tempos e de custos nos processos logísticos.

Esta pesquisa tem como objetivo o desenvolvimento de soluções para um problema de *middle-mile* e *last-mile delivery*, onde serão consideradas quatro camadas de transporte

de mercadorias (três níveis), com *fulfillment center*, *cross docking*, *service centers* e clientes. Busca-se minimizar os custos de transporte de produtos, estes fazendo parte dos pedidos dos mais diversos clientes atendidos por cada *service center* da rede.

1.1 Questões de pesquisa

Inspirados no problema de distribuição de pedidos em um ambiente de comércio eletrônico, durante esta pesquisa de mestrado buscou-se responder as seguintes questões de pesquisa.

É possível resolver instâncias de dimensões reais do problema utilizando modelagem matemática e um *solver* comercial de otimização?

Embora problemas semelhantes tenham sido modelados na literatura, em nenhum dos trabalhos encontrados os autores abordam todas as hipóteses do problema estudado (descritas no Capítulo 3). Logo, modelos matemáticos e MIP-Heurísticas são apresentados e testes computacionais foram realizados para validação dos mesmos. Além disso, instâncias com diferentes dimensões foram geradas para que o potencial dos modelos fosse analisado. Pelos resultados obtidos, podê-se perceber que para dimensões reais faz-se necessário o uso de métodos de resolução heurísticos, uma vez que representando as instâncias utilizando o modelo matemático, o *solver* comercial de otimização utilizado conseguiu obter soluções comprovadamente ótimas para instâncias com poucos clientes, 1.000 clientes para problemas de entrega direta e 75 para os problemas com roteamento de veículos.

Qual a importância da possibilidade de roteamento para entrega de pedidos aos clientes?

Entre as abordagens de entrega de pedidos em problemas de distribuição de produtos em uma rede logística, destacam-se a entrega direta e o roteamento de veículos. Desta forma, buscou-se explorar a variação nos custos de transporte de entregas nestes dois cenários, para que pudesse ser analisada a importância (ou não) da viabilidade do roteamento de veículos em uma rede de transporte do cenário de comércio eletrônico. Os resultados obtidos para as instâncias estudadas mostraram que a abordagem de roteamento de veículos permitiu uma redução considerável, de pelo menos 49%, nos custos de entrega quando comparados com a abordagem de entrega direta, chegando a 82% para instâncias de 75 clientes.

1.2 Estrutura da Monografia

Este texto está estruturado como se segue. No Capítulo 2, uma revisão bibliográfica sobre o tema é apresentada. Uma descrição do problema estudado, assim como a modelagem

matemática desenvolvida e os experimentos computacionais, são apresentadas no Capítulo 3. A MIP-Heurística desenvolvida e seus experimentos computacionais foram descritos no Capítulo 4. Por fim, as considerações finais desta pesquisa são descritos no Capítulo 5.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica relacionada aos sistemas de entrega comumente encontrados na literatura. Primeiramente, buscou-se diferenciar os tipos de sistema de acordo com as suas características mais marcantes, com ilustrações e trabalhos propostos para cada um deles. Ao final, a revisão foi restringida ao problema de *middle-mile* e de *last-mile delivery* dentro do processo de transporte de mercadorias.

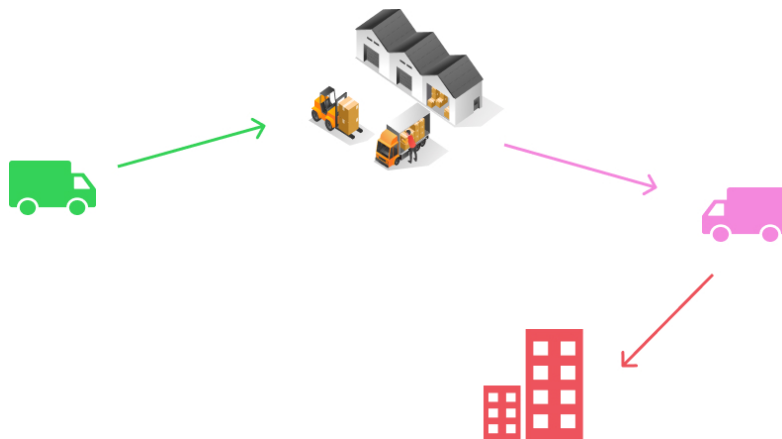
2.1 Classificações de Sistemas de Entrega

Na literatura, é possível observar distintas classificações de sistemas de entrega de mercadorias. Dentre elas pode-se destacar a proposta de [Buijs, Vis e Carlo \(2014\)](#) e de [ePowerTrucks \(2021\)](#).

[Buijs, Vis e Carlo \(2014\)](#) apontam quatro estratégias principais no processo de entrega de mercadorias. A primeira é a entrega direta, ou seja, a carga é transportada diretamente do fornecedor para o cliente. Esse tipo de entrega é comum em marcas que não apresentam uma loja física ou *warehouse*. Já a estratégia conhecida como *milk-run* visa definir uma sequência de coletas e entregas em uma única rota, onde um motorista é responsável por retirar produtos e levá-los aos clientes ou para *warehouses*. As estratégias de *warehousing* e *cross docking* utilizam armazéns a partir dos quais as entregas são realizadas. Por um lado, no *warehousing*, as mercadorias estão armazenadas e são entregues aos clientes. Além de considerar os processos de entrega, a distribuição de itens em uma *warehouse* passa por estudos e análises estruturais e organizacionais, visando um maior aproveitamento de espaço e de alocação de mercadorias, como destacam [Boysen, de Koster e Weidinger \(2019\)](#), [Ashayeri e Gelders \(1985\)](#) e [Fan e Wang \(2018\)](#). Já no *cross docking*, as mercadorias são recebidas de diferentes fornecedores, consolidadas e enviadas para os clientes, no menor tempo possível de armazenamento ([BELLE; VALCKENAERS; CATTRYSSSE, 2012](#)). As Figuras 1 e 2 ilustram a distribuição de mercadorias utilizando as estratégias *warehousing* e *cross docking*. Estas duas estratégias são frequentemente

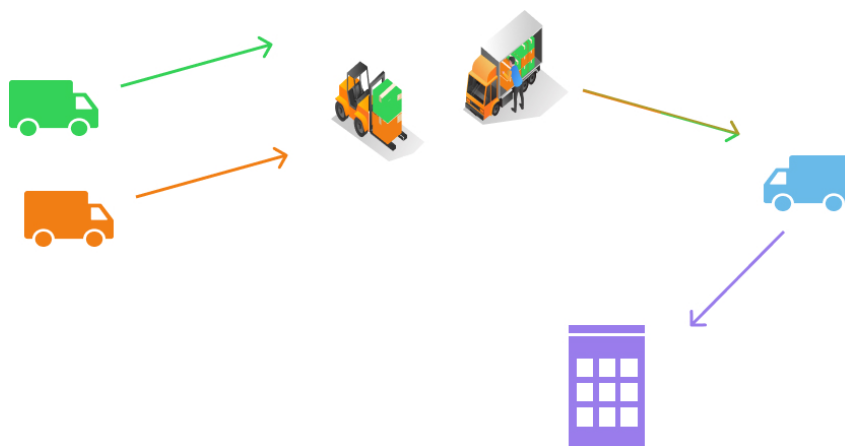
utilizadas para tratar cargas com demanda estável e constante, como acontece no ramo de supermercados (p.e., caso de estudo da rede de varejo *Walmart* (MOHTASHAMI, 2015)).

Figura 1 – Exemplo ilustrativo da estratégia *Warehousing*.



Fonte: Elaborada pela autora utilizando imagens extraídas de Freepik (2023), Vecteezy (2023) e VectorStock (2023).

Figura 2 – Exemplo ilustrativo da estratégia *Cross Docking*.

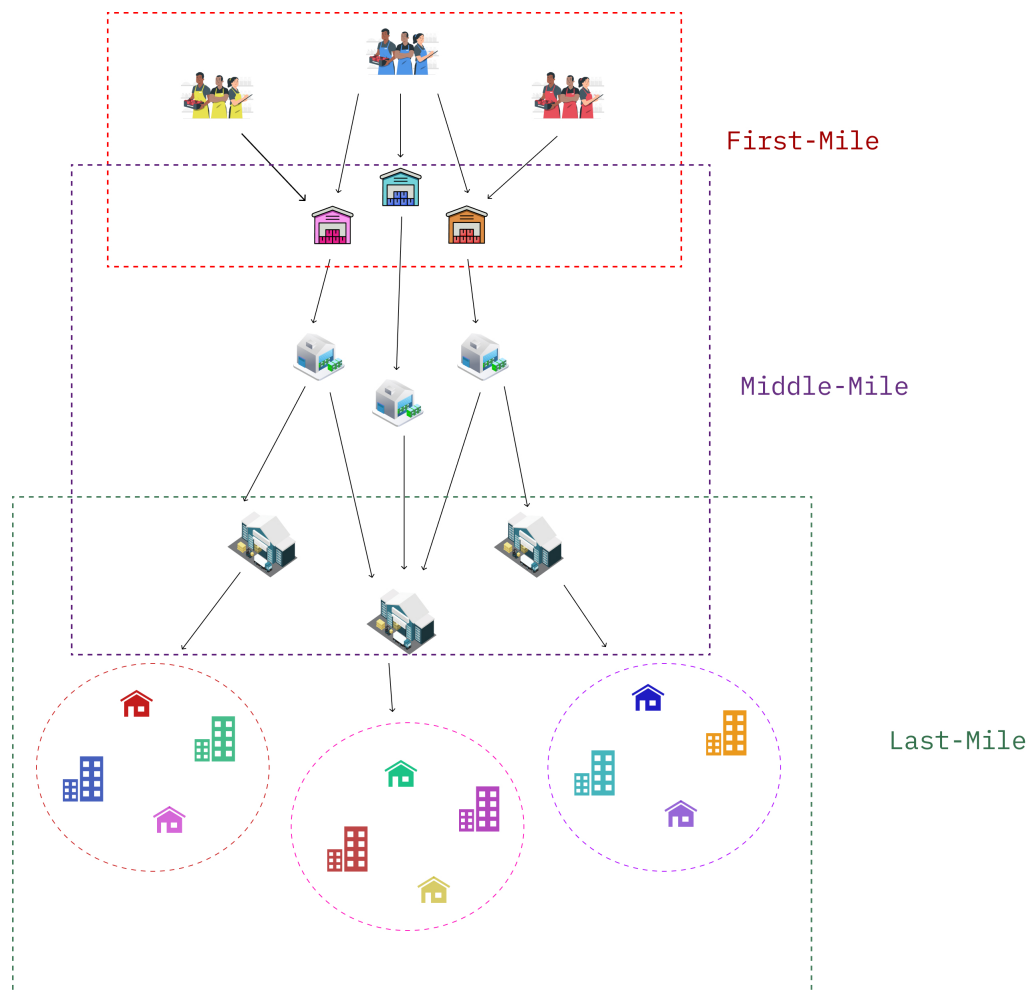


Fonte: Elaborada pela autora utilizando imagens extraídas de Freepik (2023), Vecteezy (2023) e VectorStock (2023).

Segundo ePowerTrucks (2021), a distribuição de encomendas/pedidos pode ser dividida em três processos: *first-mile*, *middle-mile* e *last-mile*. Na Figura 3, são ilustradas estas etapas de distribuição. O *first-mile* se refere à logística de entrega do produto da fábrica para uma *warehousing* ou centro de distribuição. No processo de *middle-mile*, o produto sai da *warehousing*/centro de distribuição e segue em direção a um *hub* de distribuição. Já no *last-mile*, sendo esta a etapa final do percurso, o produto sai deste último *hub* e segue até o cliente final.

Vale a pena ressaltar que as estruturas e características de cada uma dessas etapas podem ser diferentes de acordo com as organizações empresariais e institucionais de cada caso particular. Assim, diferentes estruturas de armazenamento ou estratégias logísticas podem ser consideradas.

Figura 3 – Processo de distribuição de acordo com ePowerTrucks (2021).



Fonte: Elaborada pela autora utilizando imagens extraídas de Freepik (2023), Vecteezy (2023) e VectorStock (2023).

Conforme a classificação de ePowerTrucks (2021), o problema estudado nesta pesquisa se enquadra como um problema de distribuição logística *middle-mile* e de *last-mile delivery*, logo esta revisão bibliográfica está restrita aos trabalhos da literatura que abordam estes problemas.

2.2 Metodologia de busca

Como destacado anteriormente, esta revisão bibliográfica tem como foco os trabalhos da literatura que abordam problemas de logística *middle-mile* e *last-mile delivery*. As bases de dados escolhidas para realizar a revisão bibliográfica foram *Web of Science* e *Scopus*. Para realização da busca, as seguintes palavras-chave foram utilizadas: *cross-docking*, *logistics* e *last-mile*. Além das palavras-chave, houve a inserção dos critérios de inclusão e de exclusão descritos na Tabela 1. De acordo com a busca realizada na plataforma *Scopus*, 279 artigos foram encontrados, enquanto no *Web of Science*, 219 artigos foram selecionados.

Tabela 1 – Critérios de inclusão e de exclusão utilizados.

Critérios de Inclusão

E-commerce
Order-fulfillment
Supply Chain
Middle-mile delivery

Critérios de Exclusão

Non-linear
Drones
Uncertainty
Stochastic
Outras Estratégias - Como "Simultaneous Delivery and Pickup"

Fonte: Elaborada pela autora.

Para restringir as pesquisas encontradas, realizou-se primeiramente a leitura dos resumos de cada um dos artigos encontrados, descartando os artigos de congressos e de revistas consideradas predatórias, o que resultou na seleção de 42 artigos. Destes artigos, foram lidas a introdução e a conclusão, o que indicou que diretamente relacionado ao problema estudado temos apenas seis artigos, que são discutidos a seguir.

2.3 Resultados e Discussões

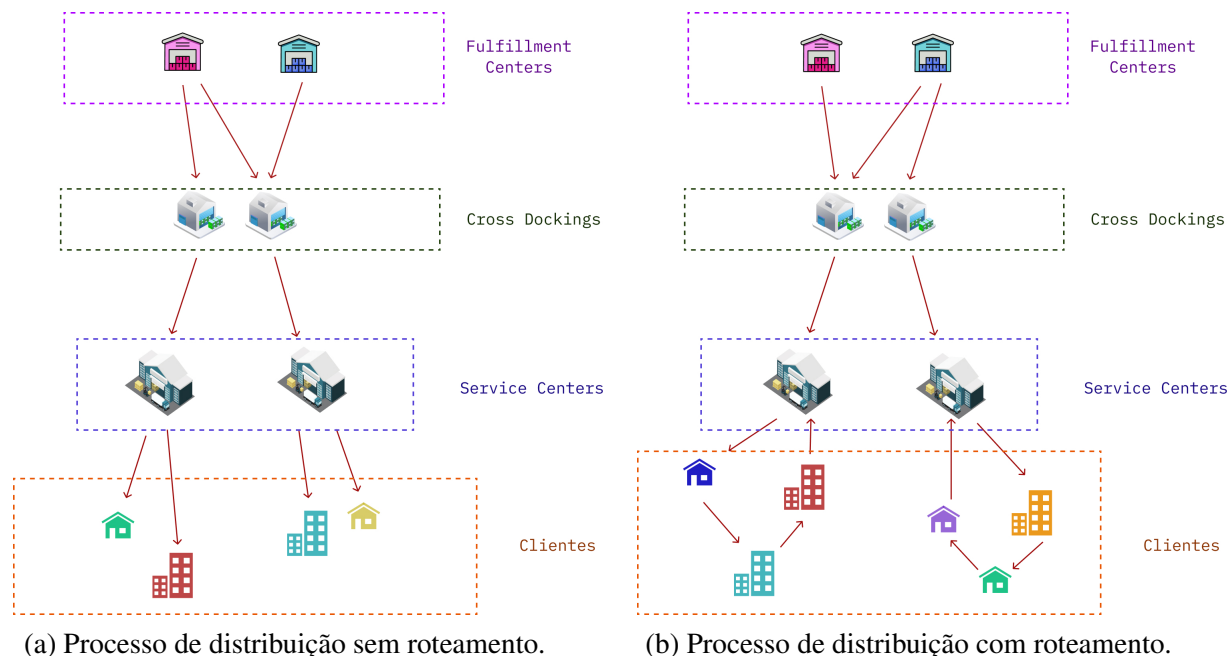
As pesquisas apontam que algumas características no processo de entrega, como a rapidez e a eficiência, são os principais alicerces para uma maior satisfação dos clientes e provável retorno dos mesmos às lojas utilizadas (GAGGERO-VÁSQUEZ; MERCADO-DANERI; CHAVEZ-UGAZ, 2022; MA; KUANG; HUANG, 2021). Além disso, Vakulenko *et al.* (2019) destacam que a entrega gratuita, a entrega realizada no mesmo dia, a entrega com horário estabelecido e a retirada do pedido em locais preestabelecidos são questões igualmente relevantes para os consumidores.

Os seis trabalhos resultantes da busca realizada abordam os problemas de *middle-mile* e *last-mile* de forma integrada, respeitando características particulares do problema estudado. No entanto, dependendo da complexidade do problema resultante e das instâncias a serem resolvidas, essa integração pode dificultar a busca de boas soluções.

Considerando os artigos selecionados, destacam-se as duas formas de entrega abordadas pelos autores: entrega direta (Figura 4a) e com roteamento de veículos (Figura 4b). A seguir

descrevemos as abordagens propostas na literatura para estes dois problemas.

Figura 4 – Exemplos de soluções para um problema de entrega de pedidos.



Fonte: Elaborada pela autora utilizando imagens extraídas de Freepik (2023), Vecteezy (2023) e VectorStock (2023).

2.3.1 Entrega Direta

Akyüz *et al.* (2022) e Zhang *et al.* (2019) abordam o problema considerando entregas diretas e frotas homogêneas. Akyüz *et al.* (2022) consideram a consolidação dos produtos de um pedido em uma única loja e deste estabelecimento diretamente para cada cliente. Os autores estudam o problema em tempo real, ou seja, a cada pedido recebido um planejamento é realizado. É proposto um modelo matemático e uma heurística para tratar o problema. Por se tratar de um modelo complexo, os autores trabalharam com a ideia de relaxação do mesmo e utilizaram a heurística desenvolvida para melhorar os resultados obtidos pelo modelo, fazendo com que as soluções fossem mais próximas do desejado.

Zhang *et al.* (2019) investigam o problema de entrega direta aos clientes respeitando uma data limite. Também é analisada a chegada de produtos aos centros de distribuição. Os resultados obtidos mostraram que uma baixa capacidade nos centros de distribuição pode levar a problemas de consolidação de pedidos, além de que os centros de distribuição alocados nos arredores da cidade são mais benéficos para consolidação de pedidos quando comparados aos localizados no centro das cidades.

2.3.2 Entrega com Roteamento de Veículos

Grande parte dos artigos selecionados apresentam o estudo com as entregas dos pedidos baseada no roteamento de veículos, com algumas características que diferem uns dos outros. [Pichka et al. \(2018\)](#), [Zhou et al. \(2018\)](#), [Rautela, Janjevic e Winkenbach \(2021\)](#) e [Li et al. \(2019\)](#) abordam o problema considerando frotas heterogêneas e dois níveis de distribuição, ou seja, de armazéns/ para centros de distribuição, ou centros de distribuição para centros de serviço, e destes para os clientes, ou para centros de coleta de mercadorias. No entanto, [Jiang et al. \(2019\)](#) consideram apenas um nível, a entrega dos centros de distribuição para os clientes ou para *parcel lockers*, em uma mesma rota.

[Pichka et al. \(2018\)](#) estudam um problema de roteamento de veículos com dois níveis, onde o primeiro nível engloba rotas entre armazéns e centros de distribuição (chamados na literatura de *hubs* ou satélites), enquanto no segundo são definidas as rotas entre os centros de distribuição e os clientes. No entanto, os autores abordam a distribuição de um único produto. Um modelo matemático para o problema integrado de dois níveis é proposto e com base neste modelo uma heurística híbrida foi desenvolvido para resolução do problema. Para as instâncias consideradas de larga escala (50/100 clientes), a heurística obteve soluções melhores em qualidade e em tempo quando comparado aos resultados obtidos utilizando o modelo matemático.

No trabalho de [Rautela, Janjevic e Winkenbach \(2021\)](#), os autores consideram uma característica adicional do problema permitindo que os centros de distribuição transfiram produtos para centros de serviço, os quais repassam para os centros de coleta e entrega ou para os clientes, buscando assim minimizar o custo total da operação. Um modelo matemático para tratar o problema integrado foi desenvolvido. Para analisar a eficiência desta abordagem, vários cenários foram estudados, considerando a inclusão e exclusão de pontos de coleta e de entrega. Como resultado, para uma empresa de *e-commerce* de São Paulo, os autores mostraram que o cenário com a inclusão dos *hubs* como ponto de entrega e retirada diminuem o custo do processo, além de reduzir o número de entregas não efetuadas e o congestionamento de veículos nas rotas estabelecidas. Em resumo, melhoram o serviço ao cliente.

Visando reduzir os custos de transporte e a emissão de carbono em um processo de transporte de mercadorias, [Jiang et al. \(2019\)](#) propõem um modelo matemático baseado no Problema do Caixeiro Viajante (*Traveling Salesman Problem (TSP)*) para tratar o problema. Para o estudo realizado, durante o processo de entrega de mercadorias, através de um único depósito, pode haver a entrega diretamente ao cliente e/ou para algum *parcel locker*, para que os respectivos clientes busquem as suas encomendas. Os autores propuseram também uma metaheurística *Iterated Local Search (ILS)* para resolver instâncias de maior porte. Os resultados obtidos para instâncias reais mostraram que quando se utiliza os *parcel lockers*, o custo total pode ter uma redução de 4,5% à 51,2%, enquanto a redução de emissão de carbono varia entre 18,7% e 51,2%, se comparado a não utilização dos mesmos.

Zhou *et al.* (2018) analisaram a transferência de produtos de depósitos para centros de distribuição, de onde estes são enviados aos clientes. Cada cliente pode escolher como receber o produto, podendo ou não retirar sua encomenda em algum dos locais de retirada disponíveis. Para resolução do problema um algoritmo genético híbrido foi proposto. Os resultados obtidos mostraram uma redução em cerca de 16% nos custos de transporte.

Li *et al.* (2019) analisaram um problema de roteamento de veículos em dois níveis (*Two-Echelon Capacitated Vehicle Routing Problem - 2E-CVRP*) considerando a alocação e distribuição dos pedidos realizados por clientes em um cenário do *e-commerce*. O primeiro nível é composto por armazéns e centros de distribuição; o segundo é composto pelos centros de distribuição e pelos clientes. Deve ser realizada apenas uma única entrega por cliente e não é possível realizar trocas de produtos entre os armazéns. Para resolução do problema, desenvolveu-se um modelo matemático e uma metaheurística ALNS (*Adaptive Large Neighborhood Search*). A ALNS obteve soluções melhores do que a resolução das instâncias quando representadas pelo modelo e resolvidas pelo *solver* de otimização CPLEX 12.5.1, chegando a uma melhoria de cerca de 37% em alguns dos casos. Vale destacar que o tempo máximo da execução do ALNS foi de dois minutos, para instâncias pequenas, enquanto para o *solver* foi estabelecido um tempo limite de oito horas.

2.3.3 Trabalhos correlatos

Além da abordagem com utilização de veículos comuns, novos formatos vêm sendo estudados no cenário logístico atual, como o uso de drones (RAJ; SAH, 2019) e de robôs (BOYSEN; SCHWERDFEGER; WEIDINGER, 2018). Apesar de mais lentos que os drones, os robôs são capazes de transportar mais itens, entre 20~30kg, enquanto os drones são capazes de portar apenas 2~8kg (SIMONI; KUTANOGLU; CLAUDEL, 2020). O uso de drones e robôs não está no escopo deste trabalho de pesquisa, mas um exemplo de sua aplicação pode ser encontrado em Salama e Srinivas (2020).

2.4 Considerações

Distintos cenários logísticos são cada vez mais frequentes. Cada cenário engloba características particulares das empresas em que ocorrem. No contexto do *e-commerce*, além de ter como objetivo a redução dos custos de envio, as empresas estão cada vez mais preocupadas com o aumento da satisfação de seus clientes, principalmente com a realização de um rápido envio de mercadorias.

A literatura encontrada sugere que mais estudos a respeito de *middle-mile delivery* precisam ser realizados, principalmente quando se trata de múltiplos depósitos e da geração de rotas. Tendo como base as estratégias utilizadas nos processos de *middle-mile delivery* e de *last-mile delivery*, o presente trabalho busca propor modelos matemáticos e utilizar métodos

heurísticos para resolução de um problema nesse segmento inspirado numa empresa do setor de *e-commerce*, no qual a utilização de veículos heterogêneos e a entrega de pedidos de maneira direta e por meio de roteamento de veículos são analisadas.

Na Tabela 2, é apresentado um resumo dos trabalhos aqui evidenciados e suas principais características. Também, são descritas as características do problema estudado.

Tabela 2 – Principais características dos trabalhos relacionados.

Artigos	Modelagem Matemática	Método Heurístico	Frota	Troca entre Depósitos	Níveis de Transporte	Tipo de Entrega
Pichka et al. (2018)	✓	✓	Heterogênea		2	Roteamento
Zhou et al. (2018)	✓	✓	Heterogênea		2	Roteamento
Li et al. (2019)	✓	✓	Heterogênea		2	Roteamento
Zhang et al. (2019)	✓	✓	Homogênea		1	Direta
Rautela, Janjevic e Winkenbach (2021)	✓		Heterogênea		2	Roteamento
Akyüz et al. (2022)	✓	✓	Homogênea	✓	1	Direta
Esta Pesquisa	✓	✓	Heterogênea		3	Direta/Roteamento

Fonte: Elaborada pela autora.

PROBLEMA ESTUDADO E MODELAGEM MATEMÁTICA

O problema abordado foi inspirado no processo de entrega de pedidos de uma empresa de comércio eletrônico. O desafio é determinar um planejamento para o sistema de distribuição de mercadorias em que os custos de operação precisam ser levados em consideração tanto para sua minimização quanto para garantia de agilidade na distribuição das encomendas.

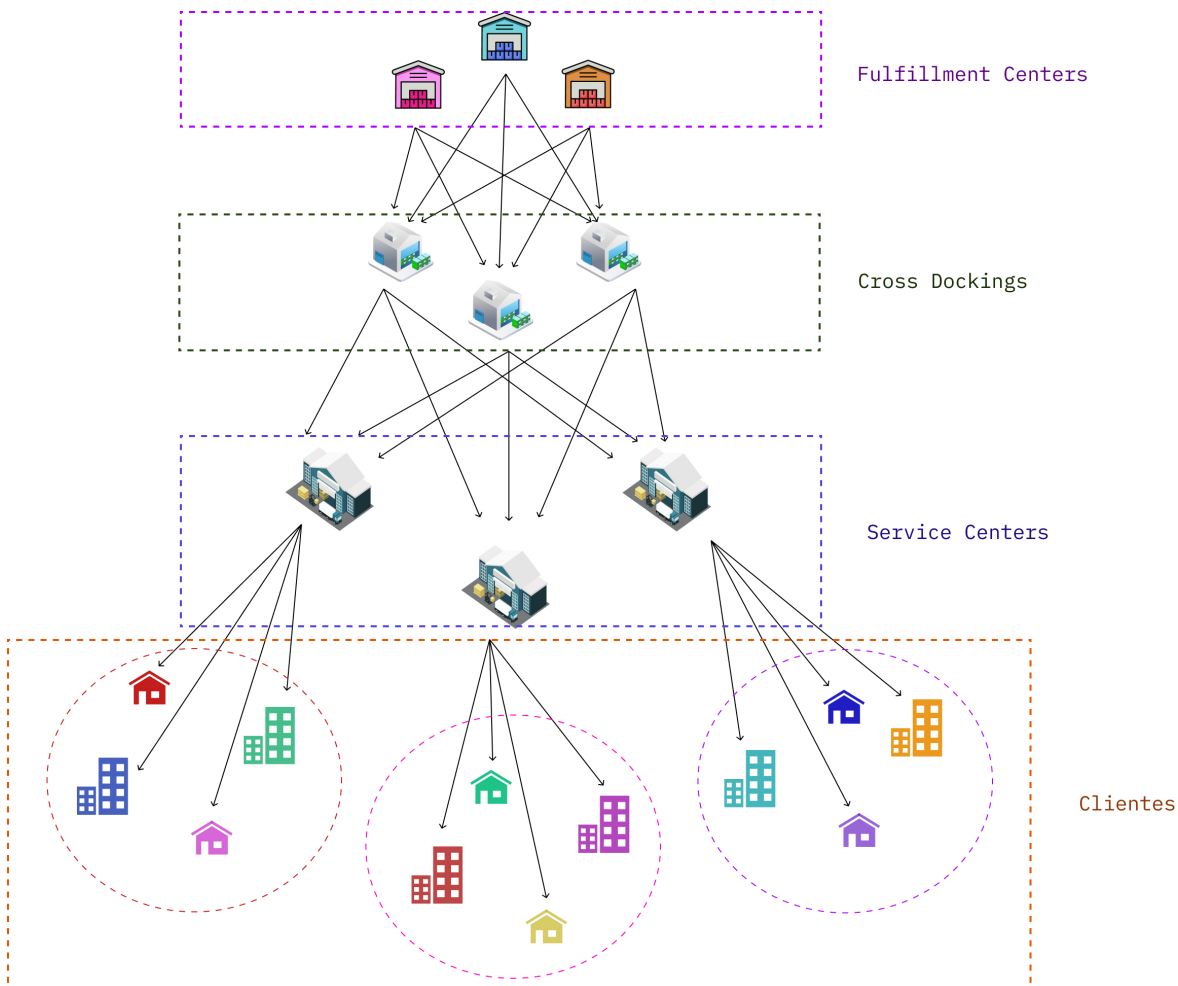
De forma geral, o problema consiste em tomar decisões sobre quando, como e por qual armazém os produtos serão enviados até a chegada aos centros de serviço (em inglês, *service centers*), sendo estes os responsáveis pela distribuição das encomendas aos clientes. Essas decisões devem ser definidas visando minimizar os custos de distribuição e a rapidez na rede de distribuição, refletindo diretamente no aumento da satisfação dos clientes.

As seguintes hipóteses foram assumidas para o planejamento da distribuição:

- a rede de transporte é formada por quatro camadas ilustradas na Figura 5:
 - *Fulfillment Center*: Armazéns onde os produtos ficam estocados até que uma compra seja realizada.
 - *Cross Docking*: Consolidação dos pedidos dos clientes para serem enviados aos *Service Centers*.
 - *Service Center*: Separação de pedidos para entrega, geralmente, em veículos urbanos.
 - *Clientes*: Última camada da rede, onde cada cliente é atrelado a um pedido (compra).
- a distribuição dos itens é realizada em três níveis: *fulfillment centers* (armazéns) para os *cross dockings*; dos *cross dockings* para os *service centers*; e destes para os clientes;
- o planejamento da entrega é realizado diariamente;
- os custos de envio entre as localidades são conhecidos;

- os custos de transporte são definidos para cada tipo de veículo;
- os envios dos pedidos dos *service centers* aos clientes são realizados por meio de entrega direta ou por roteamento.

Figura 5 – Camadas do planejamento da distribuição.



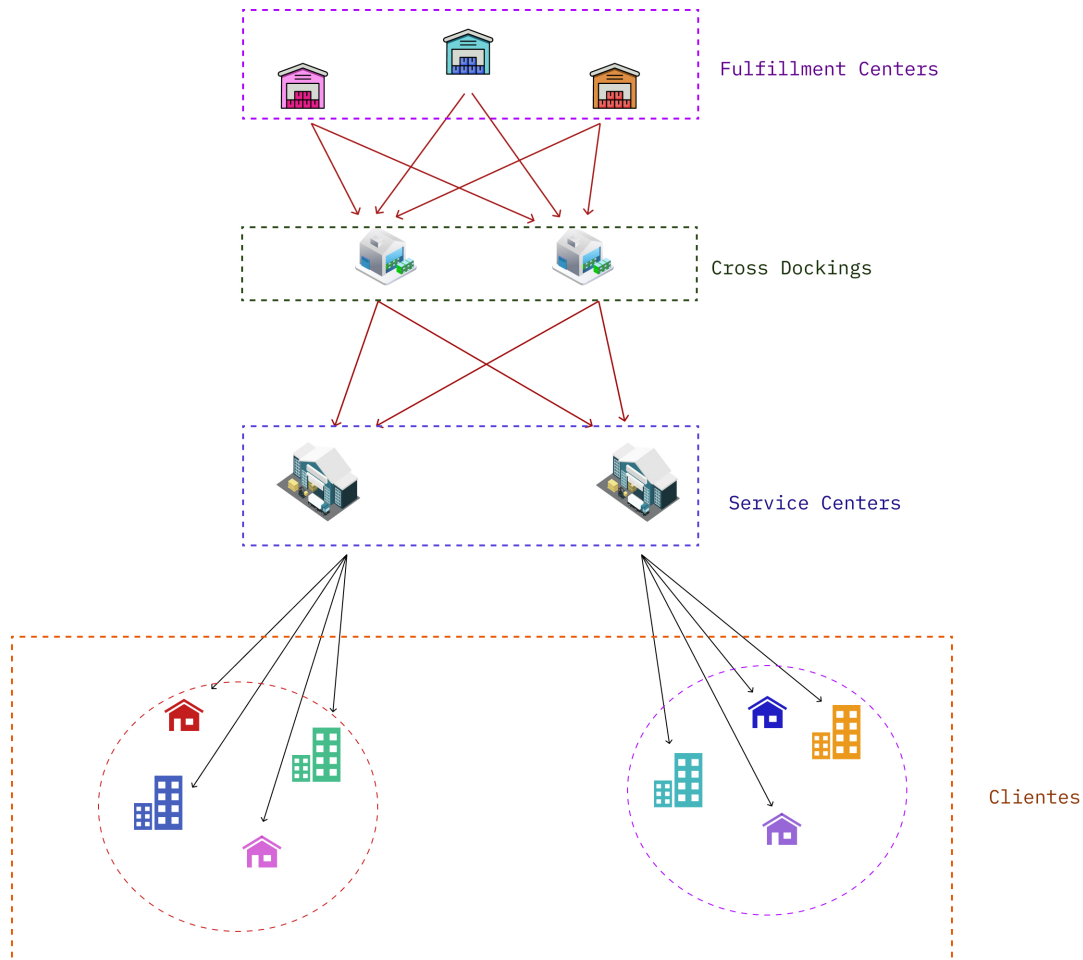
Fonte: Elaborada pela autora utilizando imagens extraídas de Freepik (2023), Vecteezy (2023) e VectorStock (2023).

Em linhas gerais, quando a empresa recebe um pedido, os produtos passam por um processo de transporte até que o cliente receba a encomenda solicitada. Primeiramente, os produtos de cada pedido são transportados de um ou mais *fulfillment centers* para um *cross docking*. A partir deste, o pedido do cliente é consolidado e segue para os *service centers*, sendo estes os locais de integração de pedidos de uma determinada região. Em seguida, os pedidos são entregues para os clientes.

Nesta pesquisa, dois cenários distintos são analisados. No primeiro cenário, a entrega para os clientes é realizada de maneira direta, conforme ilustrado na Figura 6. No segundo cenário, poderá haver rotas de entrega dos *service centers* para grupos de clientes, conforme ilustrado na Figura 7. Vale ressaltar que em ambos os cenários não é permitida a troca de

produtos entre localidades da mesma camada, como *fulfillment centers* → *fulfillment centers*, *cross dockings* → *cross dockings* e *service centers* → *service centers*.

Figura 6 – Primeiro Cenário Estudado - Entrega Direta.



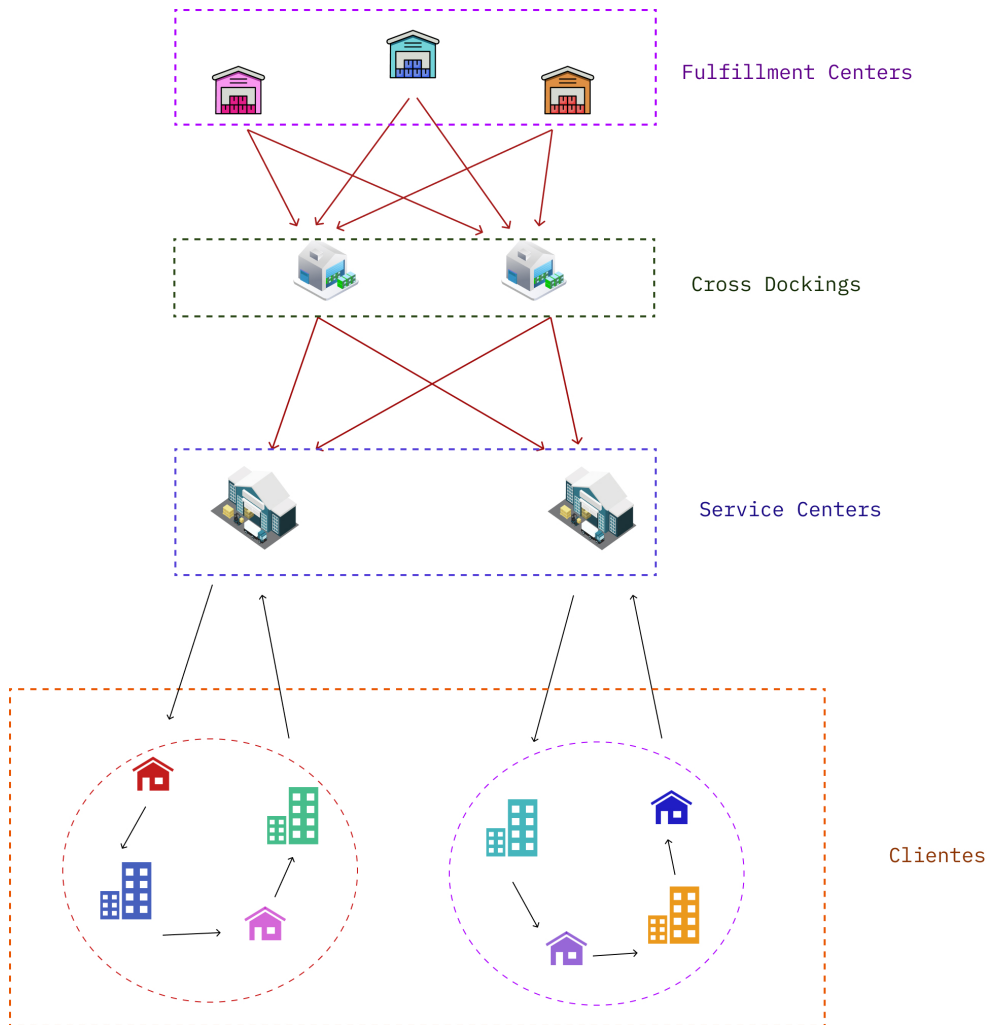
Fonte: Elaborada pela autora utilizando imagens extraídas de Freepik (2023), Vecteezy (2023) e VectorStock (2023).

Outro ponto relevante em um sistema de distribuição com possibilidade de armazenamento é a definição dos níveis de estoque de acordo com as demandas. Nesta pesquisa, assume-se que os estoques são suficientes para atender aos pedidos, ou seja, a venda só é finalizada caso os produtos estejam disponíveis em estoque.

3.1 Modelagem Matemática

Como destacado, para o problema estudado, assume-se por hipótese que os pedidos dos clientes possam ser encaminhados diretamente ou com utilização de rotas de entregas para grupos de clientes. Os *cross dockings* recebem os itens dos *fulfillment centers*, onde há a consolidação dos pedidos que são encaminhados para os *service centers* e, posteriormente, para os clientes finais. Vale a pena ressaltar que a frota é própria e que apenas um veículo pode sair de um *cross docking* para um *service center*. Dois modelos foram desenvolvidos, sendo o primeiro

Figura 7 – Segundo Cenário Estudado - Entrega com possibilidade de roteamento.



Fonte: Elaborada pela autora utilizando imagens extraídas de Freepik (2023), Vecteezy (2023) e VectorStock (2023).

referente à entrega direta (apresentado na Seção 3.1.1), e o segundo modelo com a possibilidade de roteamento para a entrega dos pedidos (apresentado na Seção 3.1.2).

3.1.1 Modelagem Entrega Direta

O modelo de entrega direta é descrito por (3.1) – (3.14). Os conjuntos, os parâmetros e as variáveis são dados a seguir.

Conjuntos	
B	conjunto de produtos, $B = \{1, 2, \dots, B \}$, em que $ B $ é a cardinalidade de B ;
FC	conjunto de <i>fulfillment centers</i> , $FC = \{1, 2, \dots, N \}$, em que $ FC $ é a cardinalidade de FC ;
CD	conjunto de <i>cross dockings</i> , $CD = \{1, 2, \dots, CD \}$, em que $ CD $ é a cardinalidade de CD ;
SC	conjunto de <i>service centers</i> , $SC = \{1, 2, \dots, SC \}$, em que $ SC $ é a cardinalidade de SC ;
GSC	conjunto de nós-artificiais, em que cada nó corresponde a um <i>service center</i> do conjunto SC , $GSC = \{ SC + 1, SC + 2, \dots, 2 \times SC \}$. Esses nós são utilizados para representar o retorno dos veículos aos <i>service centers</i> ;
CF	conjunto de clientes finais, $CF = \{ GSC + 1, GSC + 2, \dots, GSC + O\}$, em que O é o número de clientes;
V	conjunto de veículos disponíveis, $V = \{1, 2, \dots, Q\}$, em que Q é o número de veículos disponíveis;
V_ℓ	conjunto de veículos disponíveis no <i>cross-docking</i> ℓ , $V_\ell \subset V, V_{\ell_1} \cap V_{\ell_2} = \emptyset, \forall \ell_1, \ell_2 \in CD$ em que $\ell_1 \neq \ell_2$;
VS_k	conjunto de veículos disponíveis no <i>service center</i> k , $VS_k \subset V, VS_{k_1} \cap VS_{k_2} = \emptyset, \forall k_1, k_2 \in SC$ em que $k_1 \neq k_2$.
Parâmetros	
$cr_{h\ell}$	custo para ir do <i>fulfillment center</i> h para o <i>cross docking</i> ℓ ;
$cd_{v\ell k}$	custo para ir do <i>cross docking</i> ℓ para o <i>service center</i> k utilizando o veículo v ;
cf_v	custo fixo de utilização do veículo v ;
ck_i	custo para ir do <i>service center</i> k para o cliente i ;
ce_{ij}	custo para ir do cliente i para o cliente j ;
I_h^b	estoque do produto b no <i>fulfillment center</i> h ;
q_i^b	quantidade de produtos do tipo b demandada pelo cliente i ;
p_i	peso do pedido do cliente i ;
Cap_v	capacidade do tipo de veículo v .
Variáveis de Decisão	
$\alpha_{h\ell}$	é igual a 1 se existe um veículo que parte do <i>fulfillment center</i> h para o <i>cross docking</i> ℓ , caso contrário é igual a 0;
$\beta_{v\ell k}$	é igual a 1 se o veículo v sai do <i>cross docking</i> ℓ para o <i>service center</i> k , caso contrário é igual a 0;
x_{ki}	é igual a 1 se um veículo vai do <i>service center</i> k para o cliente i , caso contrário é igual a 0;
$z_{h\ell}^b$	quantidade do item b entregue do <i>fulfillment center</i> h para o <i>cross docking</i> ℓ ;
$y_{i\ell k}$	é igual a 1 se o pedido do cliente i é enviado do <i>cross docking</i> ℓ para o <i>service center</i> k ;

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{h \in FC} \sum_{\ell \in CD} cr_{h\ell} \alpha_{h\ell} + \sum_{\ell \in CD} \sum_{v \in V_\ell} \sum_{k \in SC} cd_{v\ell k} \beta_{v\ell k} + \\ & + \sum_{k \in SC} \sum_{v \in V_k} \sum_{i \in CF} (cf_v + 2 c_{ki}) x_{ki} \end{aligned} \quad (3.1)$$

s.a

Restrições de transporte de produtos

$$\sum_{\ell \in CD} z_{h\ell}^b \leq I_h^b \quad \forall b \in B, \forall h \in FC \quad (3.2)$$

$$z_{h\ell}^b \leq I_h^b \alpha_{h\ell} \quad \forall b \in B, \forall h \in FC, \forall \ell \in CD \quad (3.3)$$

$$\sum_{h \in FC} z_{h\ell}^b \geq \sum_{i \in CF} \sum_{k \in SC} q_i^b y_{ilk} \quad \forall b \in B, \forall \ell \in CD \quad (3.4)$$

$$\sum_{i \in CF} p_i y_{ilk} \leq \sum_{v \in V_\ell} Cap_v \beta_{v\ell k} \quad \forall \ell \in CD, \forall k \in SC \quad (3.5)$$

$$\sum_{v \in V_\ell} \beta_{v\ell k} \leq 1 \quad \forall \ell \in CD, \forall k \in SC \quad (3.6)$$

$$\sum_{\ell \in CD} \sum_{k \in SC} y_{ilk} = 1 \quad \forall i \in CF \quad (3.7)$$

Restrições de Entrega Direta

$$\sum_{i \in CF} x_{ki} \leq |VS_k| \quad \forall k \in SC \quad (3.8)$$

$$\sum_{\ell \in CD} y_{ilk} = x_{ki} \quad \forall k \in SC, \forall i \in CF \quad (3.9)$$

Domínio das Variáveis

$$\alpha_{h\ell} \in \{0, 1\} \quad \forall h \in FC, \forall \ell \in CD \quad (3.10)$$

$$z_{h\ell}^b \in \mathbb{Z}^+ \quad \forall b \in B, \forall h \in FC, \forall \ell \in CD \quad (3.11)$$

$$y_{ilk} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in CF, \forall \ell \in CD, \forall k \in SC \quad (3.12)$$

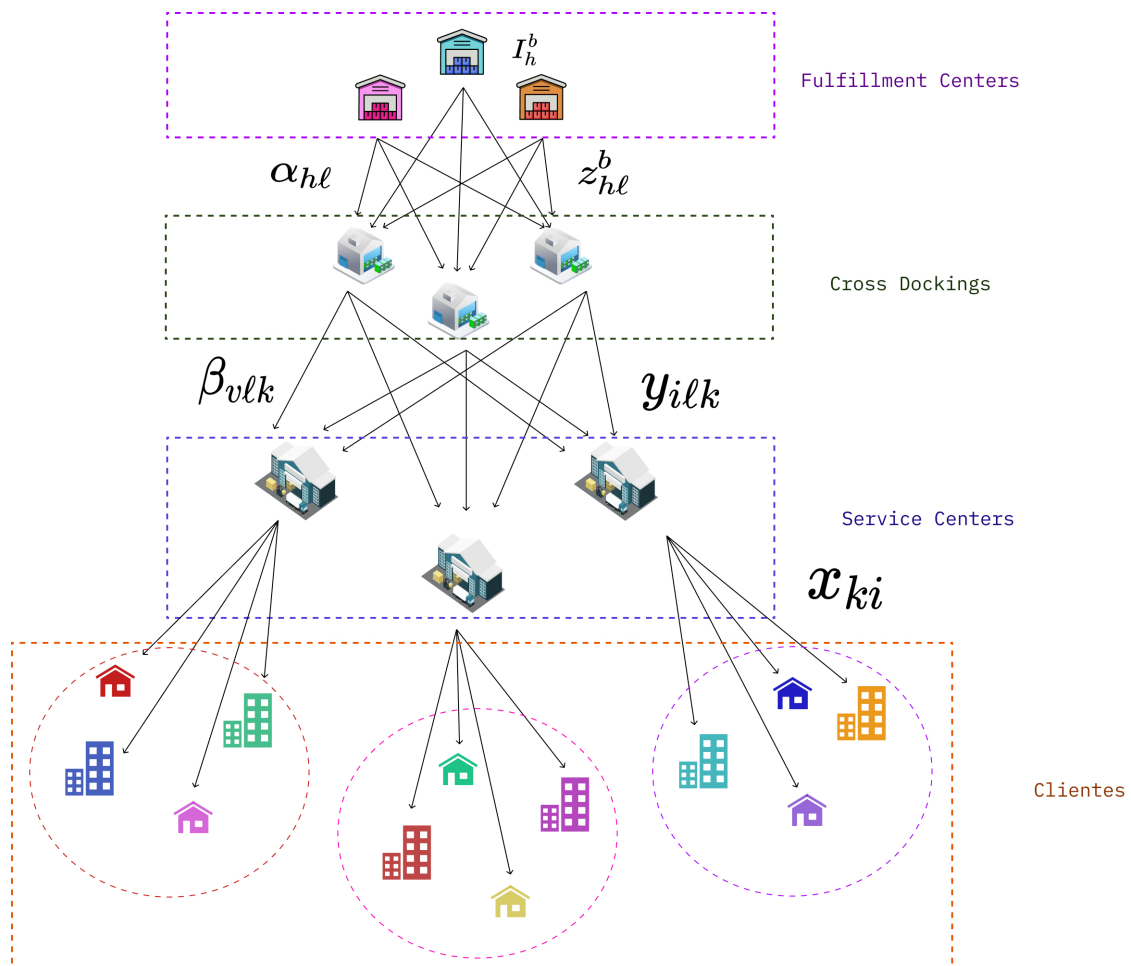
$$\beta_{v\ell k} \in \{0, 1\} \quad \forall \ell \in CD, \forall k \in SC, \forall v \in V_\ell \quad (3.13)$$

$$x_{ki} \in \{0, 1\} \quad \forall k \in SC, \forall i \in CF \quad (3.14)$$

A função objetivo (3.1) representa a minimização da soma dos custos de transporte entre *fulfillment centers* e *cross dockings*, *cross dockings* e *service centers* e *service centers* e clientes, além do custo de utilização dos veículos selecionados para as entregas. As restrições (3.2) garantem que a quantidade de produtos enviados dos *fulfillment centers* não ultrapasse a quantidade disponível em seus estoques. O conjunto de restrições (3.3) assegura que se houve transporte entre um determinado *fulfillment center* h e um *cross docking* ℓ , seu custo de transporte é contabilizado. As restrições (3.4) estabelecem que, para que pedidos sejam consolidados em um determinado *cross docking* ℓ , o *cross docking* ℓ precisa ter recebido todos os itens demandados

nestes pedidos. As restrições (3.5) indicam que a quantidade de pedidos enviados do *cross docking* ℓ para o *service center* k precisa respeitar a capacidade do veículo v utilizado. O conjunto de restrições (3.6) garante que apenas um veículo pode sair do *cross docking* ℓ para o *service center* k . As restrições (3.7) garantem que um pedido i só pode ser transportado entre um *cross docking* ℓ e um *service center* k . O conjunto de restrições (3.8) indica que a quantidade de entregas realizadas por um *service center* k está limitada à sua quantidade de veículos disponível. As restrições (3.9) asseguram que o *service center* k que está com o pedido do cliente i será o mesmo que realizará a entrega. O domínio das variáveis é definido em (3.10) – (3.14). Para facilitar a compreensão do modelo, na Figura 8 é exemplificado o fluxo de transporte com suas variáveis.

Figura 8 – Ilustração do Modelo de Entrega Direta.



Fonte: Elaborada pela autora utilizando imagens extraídas de Freepik (2023), Vecteezy (2023) e VectorStock (2023).

3.1.2 Modelagem com Roteamento

Nesta modelagem do problema, a distribuição dos pedidos aos clientes pode ser realizada utilizando rotas. O modelo é descrito por (3.15) – (3.26), além dos conjuntos, dos parâmetros, das variáveis e das restrições (3.2) - (3.9) e (3.10) - (3.13), oriundas do modelo (3.1) – (3.14). Para incorporação do roteamento no modelo apresentado abaixo, as variáveis x do modelo anterior foram alteradas e novas variáveis, δ e w , foram adicionadas, como descrito a seguir.

Variáveis de Decisão

x_{vij}	é igual a 1 o veículo v vai do <i>service center</i> /cliente i para o <i>service center</i> /cliente j , caso contrário é igual a 0;
δ_{vi}	é igual a 1 se o pedido do cliente i está no veículo v , caso contrário, é igual a 0;
w_{vi}	peso total dos pedidos enviados ao cliente i no veículo v .

$$\begin{aligned}
\min \quad & \sum_{h \in FC} \sum_{\ell \in CD} cr_{h\ell} \alpha_{h\ell} + \sum_{\ell \in CD} \sum_{v \in V_\ell} \sum_{k \in SC} cd_{v\ell k} \beta_{v\ell k} + \\
& + \sum_{k \in SC} \sum_{v \in V_k} \sum_{i \in CF} (cf_v + c_{ki}) x_{vki} + \\
& + \sum_{v \in V} \sum_{i \in CF} \sum_{j \in CF \cup SC} ce_{ij} x_{vij}
\end{aligned} \tag{3.15}$$

s.a

Restrições de transporte de produtos

$$(3.2) - (3.7)$$

Restrições de Roteamento

$$\sum_{v \in VS_k} \delta_{vi} = \sum_{\ell \in CD} y_{i\ell k} \quad \forall i \in CF, \forall k \in SC \tag{3.16}$$

$$\sum_{j \in CF \cup \{k+|SC|\}, i \neq j} x_{vij} = \delta_{vi} \quad \forall i \in CF, \forall k \in SC, \forall v \in VS_k \tag{3.17}$$

$$\sum_{j \in CF \cup \{k\}} x_{vj, k+|SC|} = 1 \quad \forall k \in SC, \forall v \in VS_k \tag{3.18}$$

$$\sum_{j \in CF \cup \{k+|SC|\}, i \neq j} x_{vij} - \sum_{j \in CF \cup \{k\}, j \neq i} x_{vji} = 0 \quad \forall i \in CF, \forall k \in SC, \forall v \in VS_k \tag{3.19}$$

$$\sum_{j \in CF \cup \{k+|SC|\}, i \neq j} x_{vij} = 1 \quad \forall i \in SC, \forall v \in V_k, k = i \tag{3.20}$$

$$w_{vj} \geq w_{vi} + p_j - \text{Big}M (1 - x_{vji}) \quad \forall k \in SC, \forall i \in CF \cup \{k+|SC|\}, \\ \forall j \in CF, i \neq j, \forall v \in V_k \tag{3.21}$$

$$w_{vi} \leq \text{Cap}_v \delta_{vi} \quad \forall k \in SC, \forall v \in VS_k, \forall i \in CF \tag{3.22}$$

$$w_{v, k+|SC|} = 0 \quad \forall k \in SC, \forall v \in VS_k \tag{3.23}$$

Domínio das Variáveis

(3.10) – (3.13)

$$\delta_{vi} \in \{0, 1\} \quad \forall v \in V, \forall i \in SC \cup GSC \cup CF \quad (3.24)$$

$$x_{vij} \in \{0, 1\} \quad \forall v \in V, \forall i, j \in SC \cup GSC \cup CF \quad (3.25)$$

$$w_{vi} \geq 0 \quad \forall k \in SC, \forall v \in V_k, \forall i \in GSC \cup CF \quad (3.26)$$

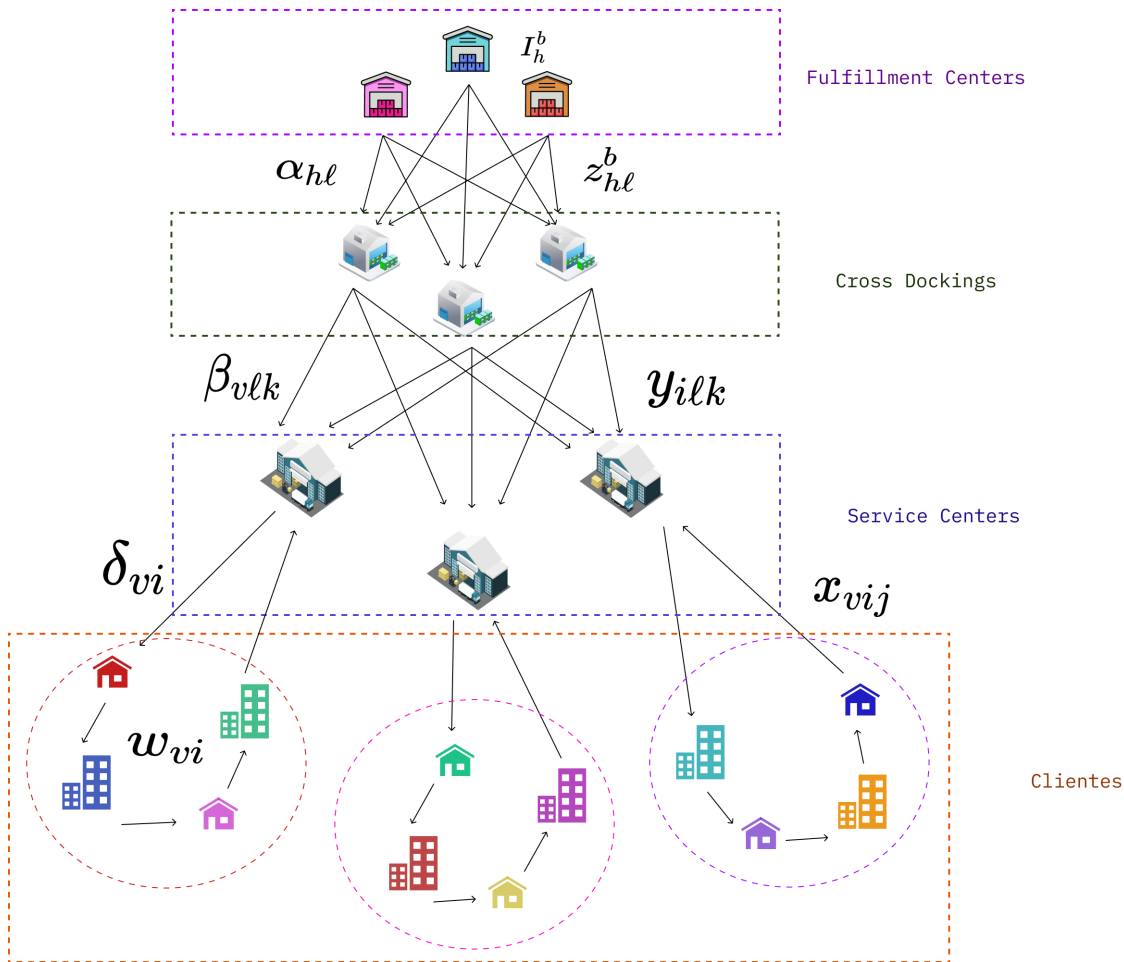
A função objetivo (3.15) é similar à do modelo anterior, no entanto, além de minimizar a soma dos custos de transporte entre *fulfillment centers* e *cross dockings*, *cross dockings* e *service centers* e *service centers* e clientes, também minimiza os custos de transporte entre clientes. As restrições (3.2) - (3.7) representam o transporte de produtos. As restrições (3.16) garantem que o pedido do cliente i precisa estar designado a algum veículo v do *service center* k encarregado de realizar sua entrega. As restrições (3.17) garantem que o veículo v saia do cliente i para algum outro cliente ou para um nó-artificial que representa o *service center* responsável pelo veículo v . O conjunto de restrições (3.18) garante que o veículo v retorne ao seu *service center* de origem. As restrições (3.19) estabelecem a existência de um fluxo (entrada e saída) do veículo v para um determinado cliente i . As restrições (3.20) indicam que os veículos podem deixar o *service center* uma única vez. O conjunto de restrições (3.21) garante que o veículo v transporte todos os pedidos da sua rota. As restrições (3.22) garantem que a capacidade do veículo v seja respeitada. O conjunto de restrições (3.23) impõe que o veículo retorne vazio ao seu *service center*. O domínio das variáveis é definido em (3.10) - (3.13), (3.24), (3.25) e (3.26). Obs.: o valor do *BigM* pode ser limitado a $2 \cdot Cap_v$, uma vez que o veículo nunca atingirá uma capacidade superior a esse valor dentro da rota. Para melhor entendimento, a Figura 9 exemplifica o fluxo de transporte com as variáveis correspondentes do modelo apresentado nesta seção.

3.2 Exemplo Ilustrativo - Toy problem

Para ilustrar os modelos apresentados, foi proposto um pequeno exemplo (Figura 10) com as seguintes características:

- 2 *fulfillment centers*: FC A e FC B;
- 2 *cross dockings*: CD A e CD B;
- 2 *service centers*: SC A e SC B;
- 6 clientes/destinos finais: Cliente 1, Cliente 2, Cliente 3, Cliente 4, Cliente 5 e Cliente 6;
- 2 produtos, com os respectivos pesos: Produto 1 - 13Kg e Produto 2 - 20Kg;
- 3 tipos de veículos (tipo 1, tipo 2 e tipo 3) com as respectivas capacidades: 100Kg, 500Kg e 1000Kg.

Figura 9 – Ilustração para o modelo com roteamento.



Fonte: Elaborada pela autora utilizando imagens extraídas de Freepik (2023), Vecteezy (2023) e VectorStock (2023).

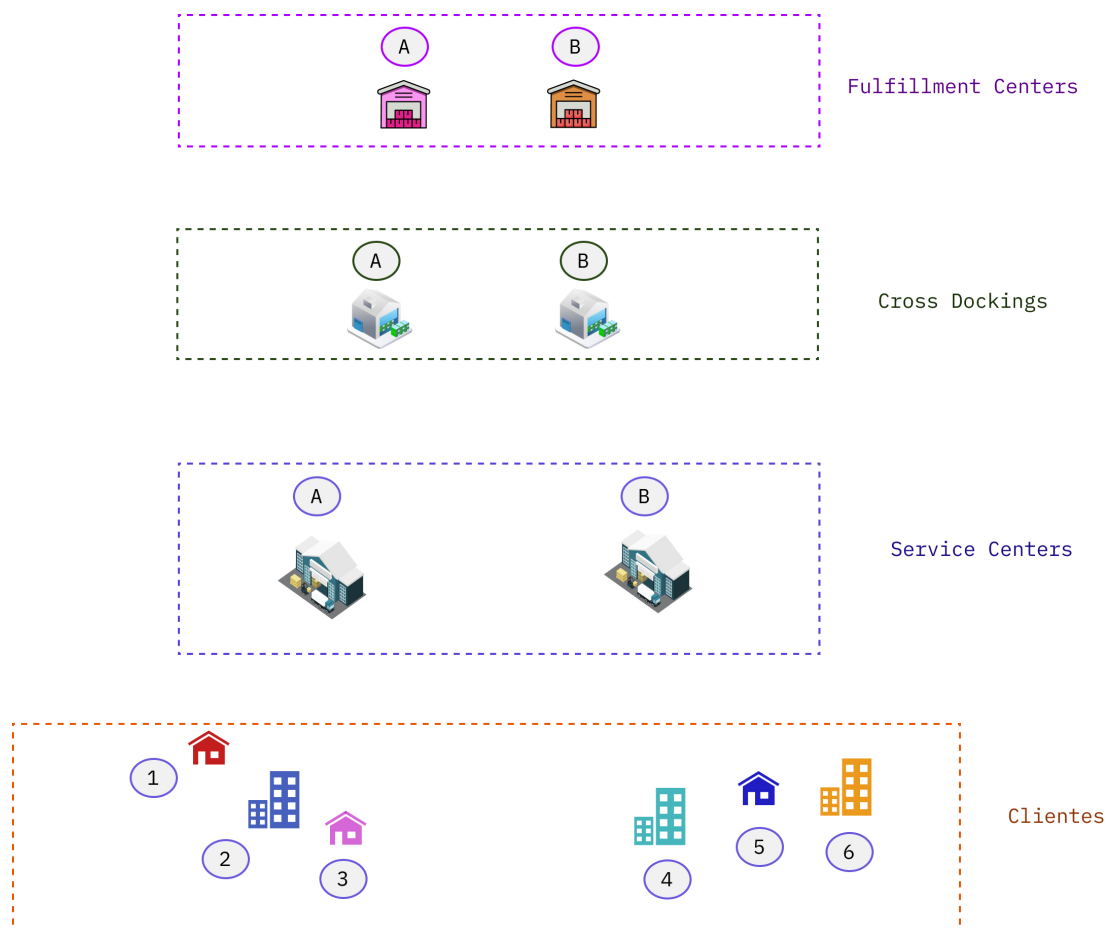
Os custos de transporte entre as camadas são apresentados nas Tabelas 3 a 6; os valores dos estoques iniciais para cada centro de distribuição são apresentados na Tabela 7. Por fim, a quantidade de produtos solicitados pelos clientes pode ser visualizada na Tabela 8. Vale ressaltar que os custos das rotas são estabelecidos de acordo com os tipos de veículos utilizados. Neste exemplo, os valores da tabela são multiplicados por 10, 20 e 40, valores estes associados aos custos individuais de cada um dos três veículos: 1, 2 e 3, respectivamente.

O valor da solução ótima para o exemplo apresentado considerando a entrega direta para os clientes (Modelo (3.1) - (3.14)) é igual a 1.175, e as rotas realizadas são apresentadas na Figura 11. Como pode-se observar, na solução ótima obtida são realizadas as seguintes transferências de produtos: FC A \rightarrow CD A, FC B \rightarrow CD A e FC B \rightarrow CD B, CD A \rightarrow SC A e CD B \rightarrow SC B. Já a entrega direta é dada por: SC A \rightarrow Cliente 1, SC A \rightarrow Cliente 2, SC A \rightarrow Cliente 3, e SC B \rightarrow Cliente 4, SC B \rightarrow Cliente 5, SC B \rightarrow Cliente 6.

No entanto, quando é considerada a possibilidade de roteamento na entrega para os clientes (Modelo (3.15) - (3.26)), o valor da solução ótima encontrada é igual a 529, uma redução

de cerca de 55% quando comparada à solução anterior (Modelo (3.1) - (3.14)). São realizadas as seguintes transferências de produtos: FC A \rightarrow CD B e FC B \rightarrow CD B e CD B \rightarrow SC B, como ilustrado na Figura 12. Já para as entregas para os clientes, houve a criação de apenas uma rota de entrega em um *service center*: SC B \rightarrow Cliente 1 \rightarrow Cliente 2 \rightarrow Cliente 3 \rightarrow Cliente 4 \rightarrow Cliente 5 \rightarrow Cliente 6 \rightarrow SC B. Como esperado, poder utilizar rotas de entrega (Modelo (3.15) - (3.26)) pode colaborar de forma significativa para redução dos custos de transporte.

Figura 10 – Exemplo ilustrativo.



Fonte: Elaborada pela autora utilizando imagens extraídas de Freepik (2023), Vecteezy (2023) e VectorStock (2023).

Tabela 3 – Custos de Transporte *Fulfillment Centers* \rightarrow *Cross Dockings*.

	CD A	CD B
FC A	4	5
FC B	7	4

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 4 – Custos de Transporte *Cross Dockings* → *Service Centers*.

	SC A	SC B
CD A	6	8
CD B	7	4

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 5 – Custos de Transporte *Service Centers* → Clientes.

	Cliente 1	Cliente 2	Cliente 3	Cliente 4	Cliente 5	Cliente 6
SC A	2	3	4	5	6	7
SC B	7	7	7	4	4	4

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 6 – Custos de Transporte entre os Clientes.

	Cliente 1	Cliente 2	Cliente 3	Cliente 4	Cliente 5	Cliente 6
Cliente 1	0	2	3	6	7	8
Cliente 2	2	0	2	5	6	7
Cliente 3	3	2	0	4	5	6
Cliente 4	6	5	4	0	1	2
Cliente 5	7	6	5	1	0	1
Cliente 6	8	7	6	2	1	0

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 7 – Estoque Inicial dos Centros de Distribuição.

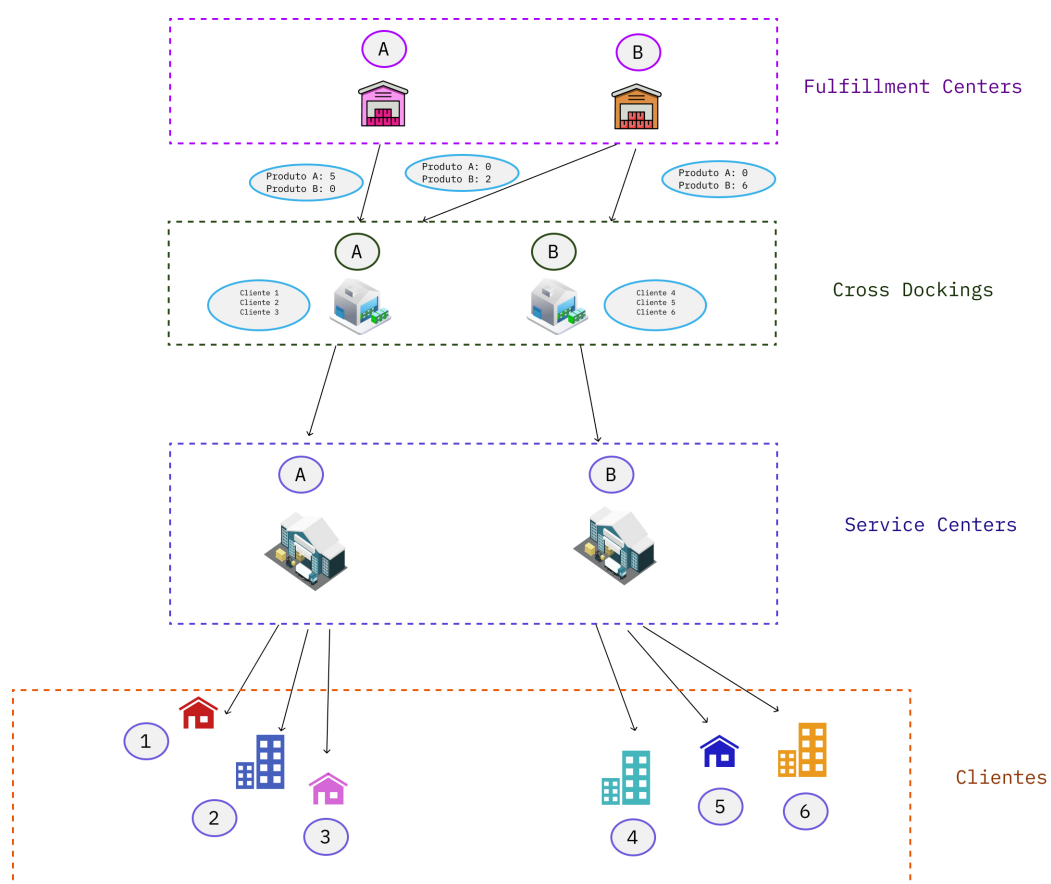
	Produto 1	Produto 2
FC A	5	0
FC B	0	8

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 8 – Demanda de Produtos por Cliente.

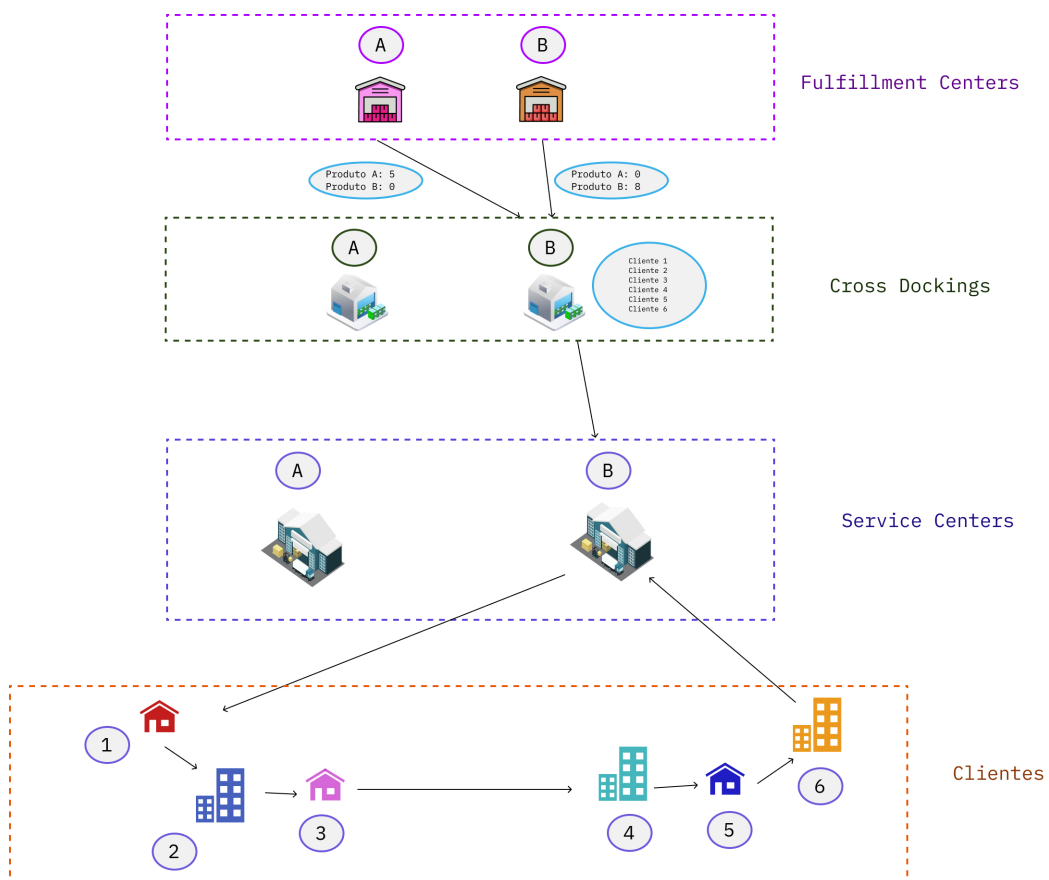
	Produto 1	Produto 2
Cliente 1	0	2
Cliente 2	3	0
Cliente 3	2	0
Cliente 4	0	1
Cliente 5	0	2
Cliente 6	0	3

Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 11 – Uma solução ótima para o *Toy Problem* considerando entrega direta.

Fonte: Elaborada pela autora utilizando imagens extraídas de Freepik (2023), Vecteezy (2023) e VectorStock (2023).

Figura 12 – Uma solução ótima para o *Toy Problem* considerando a possibilidade de roteamento na entrega.



Fonte: Elaborada pela autora utilizando imagens extraídas de Freepik (2023), Vecteezy (2023) e VectorStock (2023).

3.3 Experimentos Computacionais

As abordagens de resolução propostas para o problema estudado foram avaliadas utilizando experimentos computacionais. Buscou-se gerar instâncias próximas da realidade e analisar o desempenho computacional dos modelos matemáticos a cada instância executada.

Nesta seção, as especificações técnicas do computador utilizado são descritas na Seção 3.3.1 e as instâncias geradas são detalhadas na Seção 3.3.2. Finalmente, os resultados computacionais obtidos são apresentados na Seção 3.3.3.

3.3.1 Especificações Técnicas

Os experimentos computacionais foram realizados em um computador com sistema Pop!_OS 22.04 (2022), processador Intel Core i7 8a. Geração CPU 3.20GHz, placa de vídeo dedicada NVIDIA GeForce GTX 1050TI e 16GB de Memória RAM.

Os modelos desenvolvidos foram descritos utilizando linguagem de programação Python 3.11 (2022) e a aplicação web Jupyter Notebook (2020). As instâncias foram resolvidas utilizando o *solver* de otimização *Gurobi 10.0.3* (2023) em sua configuração padrão, através da API do próprio *Gurobi*.

3.3.2 Geração de Instâncias

As instâncias utilizadas foram geradas a partir de endereços do município de São Paulo-SP e região metropolitana extraídos da base de dados da *Olist* (2022). O cálculo da distância entre os endereços (em quilômetros) foi realizado utilizando a fórmula de *Haversine*.

A base de dados apresenta endereços de clientes e de vendedores, assim como informações sobre os pedidos realizados (item e quantidade solicitada). Foram geradas cinco instâncias com 1.000 clientes. A partir destas instâncias, foram obtidas instâncias com 15, 50, 75, 100, 250 e 500 clientes.

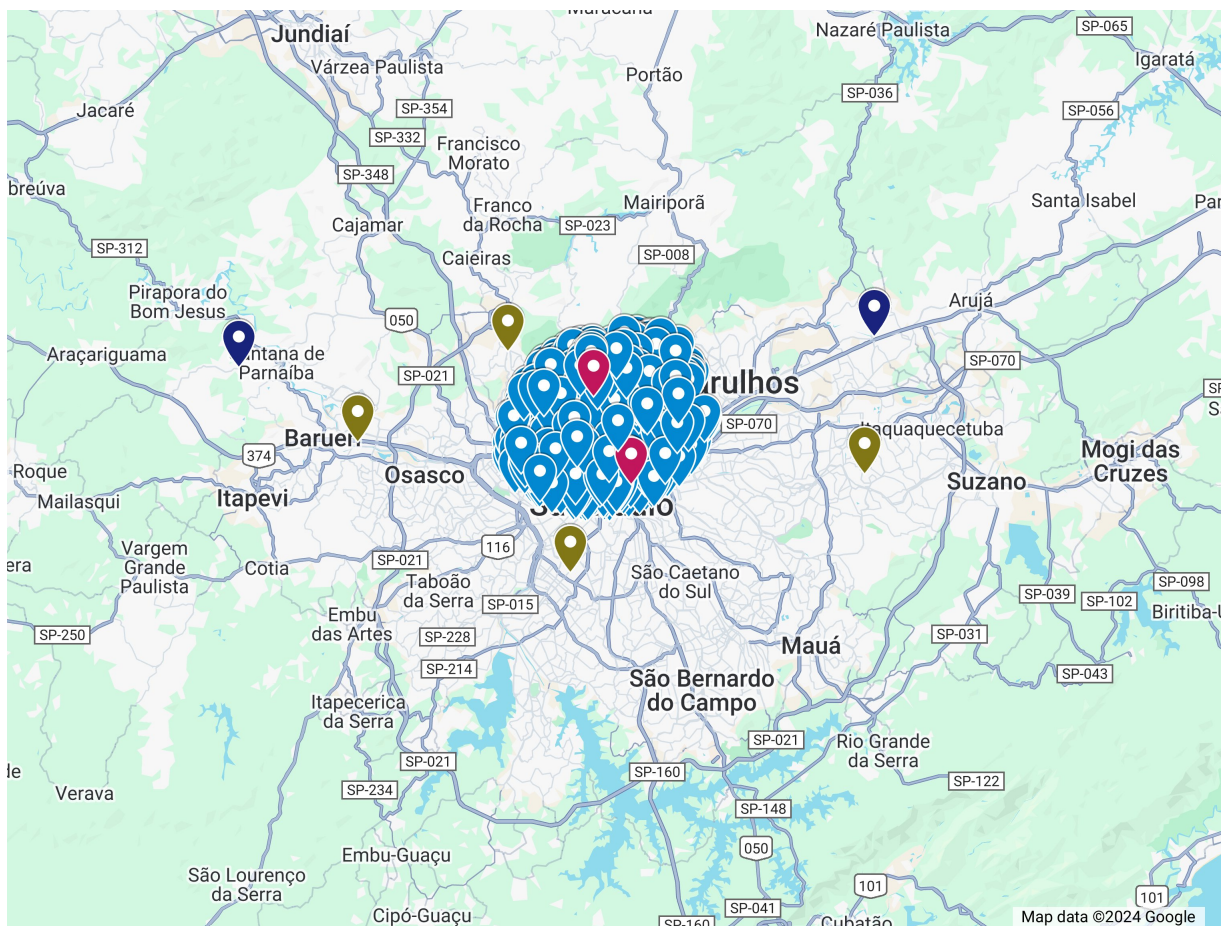
Para todas as instâncias, foram selecionados 2 *fulfillment centers*, 4 *cross dockings* e 2 *service centers*. As localizações dos *fulfillment centers*, dos *cross dockings* e dos *service centers* permanecem fixas para todas as instâncias. Para composição dos pedidos, vinte produtos foram selecionados, com pesos variando entre 1 ~ 5kg. Para cada pedido, realizou-se um sorteio de apenas dois destes produtos, com a quantidade podendo variar entre 1 e 3 itens para cada produto sorteado, seguindo a distribuição apresentada por *Hübner, Holzapfel e Kuhn* (2015). De acordo com os autores, dois a quatro itens são os valores mais recorrentes em compras do *e-commerce*.

A definição dos clientes para cada um destes grupos se baseia na seleção dos *service centers*. Para cada *service center* selecionado, é realizada uma seleção dos clientes localizados até no máximo 10km de distância deste *service center*, dentre todos os clientes disponíveis. Estes clientes são então filtrados, para cada um dos dois *service centers* selecionados, formando assim

dois conjuntos de clientes. O conjunto final de clientes para essa instância se dá pelo sorteio de 1000 clientes oriundos dos dois conjuntos de clientes já explicados, além da intersecção dos clientes destes dois conjuntos já formados. Esse sorteio é realizado respeitando as proporções da cardinalidade de cada um desses conjuntos. Já para a seleção dos clientes para cada subgrupo, são sorteados clientes referentes à quantidade solicitada para cada subgrupo (15, 50, 75, 100, 250, 500 e 1000).

Na Figura 13, é ilustrada a seleção dos endereços para geração de uma das instâncias. Os marcadores azuis-claros representam os clientes finais que estão no máximo a 11km dos *service centers* (marcadores em vermelho). Quatro *cross dockings* foram posicionados (marcadores em marrom), e dois *fulfillment centers* (marcadores em azul-marinho). Essas posições foram escolhidas de acordo com análise do mapa da região, buscando se aproximar das localizações reais de *cross dockings* e *fulfillment centers* já existentes.

Figura 13 – Exemplo de instância.



Fonte: Elaborada pela autora com coordenadas representadas no Google Maps (2023).

Para definição dos níveis de estoque de cada item nos *fulfillment centers* uma matriz de ocorrência é gerada, sendo que um item pode estar em apenas um *fulfillment center*. O nível de estoque de cada item para cada instância é igual à demanda total dos clientes.

Consideram-se dois tipos de veículos: médio e grande. Suas capacidades são, respectivamente, 12.000Kg e 75.000Kg. Os veículos grandes são utilizados para transferências entre *fulfillment centers* \rightarrow *cross dockings*. A quantidade de cada tipo de veículo obedece a seguinte abordagem: para os veículos médios, a quantidade é igual ao número total de pedidos mais um veículo médio para cada relação *cross docking* \rightarrow *service center*, e é considerado apenas um veículo grande para cada relação *fulfillment center* \rightarrow *cross docking* e *cross docking* \rightarrow *service center*.

Vale ressaltar que os valores dos custos de envio entre *service center* \rightarrow *cliente* e *cliente* \rightarrow *cliente* já apresentam o acréscimo do valor do veículo de médio porte utilizado caso a rota tenha sido escolhida.

As instâncias geradas foram disponibilizadas no repositório do GitHub¹ com acesso público. Neste repositório, são descritos os dados disponíveis e as instruções sobre como utilizá-los.

3.3.3 Resultados Computacionais

Inicialmente, cinco instâncias foram geradas, de acordo com as características já detalhadas na Seção 3.3.2. Para os testes computacionais foram considerados todos os subgrupos de clientes (conforme Subseção 3.3.2) para o Modelo de Entrega Direta. Para o Modelo com Roteamento, foram considerados apenas os subgrupos de 15, 50 e 75 clientes, uma vez que a complexidade do problema não permitiu a representação do modelo e a resolução das instâncias maiores no sistema computacional utilizado. As instâncias foram resolvidas considerando três cenários:

- **Cenário 1 - Fixo**

Este cenário foi inspirado no contexto de uma empresa de *e-commerce* em que há uma designação prévia de cada cliente ao *service center* mais próximo. Desta forma, para o Modelo (3.1) - (3.14), as variáveis x_{ki} já têm os seus valores fixados, enquanto para o Modelo (3.15) - (3.26), inserimos as seguintes informações:

Conjuntos
CS_k conjunto de clientes atendidos pelo <i>service center</i> k , $CS_k \subset CF, CS_{k_1} \cap CS_{k_2} = \emptyset, \forall k_1, k_2 \in SC$ em que $k_1 \neq k_2$.

Restrições de definição de cliente \rightarrow *service center*

$$\sum_{v \in VS_k} \delta_{vi} = 1 \quad \forall k \in SC, \forall i \in CS_k \quad (3.27)$$

¹ <<https://github.com/marialuizats/instancias-mestrado>>

O conjunto de restrições (3.27) indica que o pedido do cliente i precisa estar em um veículo v do *service center* k para o qual este cliente foi atribuído.

- **Cenário 2 - Parcialmente Flexível**

Dados os conjuntos de clientes para cada *service center* específico, cada cliente deverá receber o seu pedido obrigatoriamente do *service center* estabelecido. Para o conjunto de clientes da intersecção, não há nenhuma atribuição, fazendo com que os clientes sejam atendidos pelo *service center* escolhido na execução da instância.

- **Cenário 3 - Flexível**

Nenhuma atribuição cliente \rightarrow *service center* é previamente definida. Desta forma, a definição de por qual *service center* será realizada a entrega de cada cliente é uma variável de decisão do problema.

Na Tabela 9, são apresentados os resultados obtidos considerando o Problema de Entrega Direta. A coluna Clientes indica a quantidade de clientes, enquanto a coluna Instância indica a instância resolvida. Já a coluna Solução E.D. (Entrega Direta) apresenta o valor da melhor solução encontrada, a coluna Gap apresenta a *gap* de otimalidade (3.28), e, por fim, a coluna Tempo indica o tempo computacional em segundos.

$$gap = \frac{|\text{Limitante Primal} - \text{Limitante Dual}|}{|\text{Limitante Primal}|}. \quad (3.28)$$

Para todas as instâncias, foram encontradas soluções ótimas em baixos tempos de resolução. Ao analisar os resultados obtidos para cada instância, em todos os cenários apresentados os valores foram exatamente iguais. Esse comportamento já era esperado, uma vez que este modelo acaba por priorizar a distância entre a rota direta de *service center* \rightarrow cliente. Desta forma, a utilização dos diferentes cenários não interferiu nos valores ótimos a serem encontrados.

Para o problema em que é permitida a entrega aos clientes utilizando rotas, os resultados computacionais são reportados nas Tabelas 10, 11 e 12, que correspondem às instâncias com 15, 50 e 75 clientes, respectivamente. Vale destacar que, neste caso, foi possível tratar apenas instâncias com até 75 clientes. Nas tabelas, são reportados para cada instância o valor da melhor solução obtida considerando o tempo limite de 3.600 segundos, o *gap*, o tempo em segundos e a redução em relação à solução obtida para o problema considerando a entrega direta, dada por:

$$RFO = \frac{\text{Solução E.D.} - \text{Solução RT.}}{\text{Solução E.D.}} \times 100\%. \quad (3.29)$$

Para as instâncias com 15 clientes (Tabela 10), uma solução comprovadamente ótima foi obtida para todas as instâncias dos Cenários 1 e 2. No entanto, para o cenário mais flexível (Cenário 3), uma solução comprovadamente ótima foi obtida apenas para as instâncias 2 e 3.

Para as Instâncias 1, 4 e 5, os *gaps* foram de 4,2%, 6,2% e 7,7%, respectivamente. Para todas as instâncias, há redução do valor da função objetivo com relação à entrega direta. Esta redução é de pelo menos 49%, evidenciando assim a melhoria na redução dos custos com o uso do roteamento de veículos. Além disso, pode-se observar que o Cenário 1 sempre apresenta soluções ótimas com valores mais elevados, uma vez que cada cliente é atribuído *a priori* ao *service center* mais próximo. Conforme esperado, o Cenário 3 apresentou a maior redução de custos, visto que, neste cenário, não é apresentada uma atribuição prévia dos clientes aos *service centers*.

Considerando as instâncias com 50 clientes (Tabela 11), com tempo limite de uma hora, nenhuma solução comprovadamente ótima foi obtida, apresentando um *gap* médio de cerca de 15%. Também pode-se observar que para todas as instâncias a redução dos custos ficou acima dos 73%. Em relação aos cenários, o comportamento é semelhante às instâncias com 15 clientes.

Para as instâncias com 75 clientes (Tabela 12), assim como para as instâncias com 50 clientes, nenhuma solução comprovadamente ótima foi obtida no tempo limite estabelecido. O *gap* médio ficou em torno de 27%, enquanto a redução dos custos foi de pelo menos 68%. Vale a pena ressaltar que para nenhuma das instâncias o Cenário 3 obteve melhores soluções no tempo limite estabelecido, apresentando, no entanto, *gaps* superiores aos outros Cenários estudados. Para duas das instâncias (Instâncias 1 e 3), o Cenário 1 apresentou soluções melhores; para as demais, o Cenário 2 obteve resultados superiores. Estes resultados são decorrentes do Cenário 3 ter mais flexibilidade em comparação aos demais.

3.3.3.1 Considerações Finais

Pelos resultados apresentados na seção anterior, observa-se que, ao permitir a utilização de rotas de entrega, há uma redução considerável do valor dos custos de transporte do problema estudado. No entanto, a abordagem com entrega direta, menos complexa ao nível de tomada de decisões, apresenta soluções de maneira mais rápida, sendo bastante eficiente para empresas ou serviços com foco na rapidez e na agilidade dentro do processo de entrega de mercadorias.

Os diferentes cenários considerados buscavam avaliar o compromisso entre a flexibilidade do problema e sua resolução. As soluções obtidas pelo modelo de entrega direta evidenciam que, por não ter outra opção além de utilizar um veículo por cliente, as distâncias para transporte direto entre *service center* → cliente são os únicos custos associados a entrega dos produtos na última camada. Desta forma, os valores encontrados em todos os cenários permaneceram iguais.

O impacto direto dos diferentes cenários pode ser observado no desempenho das instâncias em que rotas de entrega são permitidas, onde as soluções encontradas apresentam valores diferentes para cada um dos cenários. Para instâncias menores, com 15 e 50 clientes, o Cenário 3 apresenta melhores soluções no tempo limite estabelecido. Pode-se perceber que o problema se torna mais complexo ao aumentar a quantidade de clientes, conforme análise dos resultados obtidos para as instâncias de 75 clientes (Tabela 12). Para obtenção de melhores resultados em um tempo computacional razoável, indica-se a utilização de métodos heurísticos (por exemplo,

Tabela 9 – Resultados obtidos - Entrega Direta.

Cientes	Instância	Solução E.D.	Gap (%)	Tempo (s)
15	1	4074,7	0	<1
	2	3817,5	0	<1
	3	4085,1	0	<1
	4	4921,5	0	<1
	5	3937,1	0	<1
50	1	12809,5	0	<1
	2	13938,3	0	<1
	3	13037,5	0	<1
	4	13993,9	0	<1
	5	13227,9	0	<1
75	1	18818,7	0	<1
	2	20410,3	0	<1
	3	19749,1	0	<1
	4	20356,7	0	<1
	5	20673,5	0	<1
100	1	25813,1	0	<1
	2	26982,7	0	<1
	3	25643,1	0	<1
	4	26461,9	0	<1
	5	26349,9	0	<1
250	1	63770,7	0	<1
	2	64938,3	0	<1
	3	65073,9	0	<1
	4	64831,5	0	<1
	5	67333,1	0	<1
500	1	132501,0	0	<1
	2	129575,0	0	<1
	3	129586,0	0	<1
	4	133977,0	0	<1
	5	131673,0	0	<1
1000	1	265228,0	0	< 3
	2	262873,0	0	< 3
	3	263979,0	0	< 3
	4	267247,0	0	< 3
	5	265889,0	0	< 3

Fonte: Elaborada pela autora.

MIP-Heurísticas), uma vez que os modelos matemáticos não foram capazes de obter soluções para instâncias com mais de 75 clientes.

A elevada diferença entre os *gaps* dos Cenários 2 e 3 e a breve distinção nos valores das soluções encontradas indicam que, possivelmente, o Cenário 2 apresenta um melhor desempenho na exploração de nós com melhores soluções, quando comparado com o Cenário 3. Desta forma, a escolha do Cenário 2 para utilização de um método de resolução pode ser uma boa alternativa

Tabela 10 – Resultados obtidos - Roteamento - 15 Clientes.

Instância	Cenário	Solução RT.	Gap (%)	Tempo (s)	RFO (%)
1	1	2068,47	0,0	18	49,2
	2	2068,47	0,0	53	49,2
	3	1693,27	4,2	3600	58,4
2	1	1917,27	0,0	2	49,8
	2	1742,67	0,0	43	54,4
	3	1571,67	0,0	858	58,8
3	1	2017,87	0,0	21	50,6
	2	1781,87	0,0	3407	56,4
	3	1584,27	0,0	21	61,2
4	1	2356,47	0,0	116	52,1
	2	2128,07	0,0	3529	56,8
	3	1706,67	6,2	3600	65,3
5	1	1908,47	0,0	3	51,5
	2	1821,67	0,0	157	53,7
	3	1463,67	7,7	3600	62,8

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 11 – Resultados obtidos - Roteamento - 50 Clientes.

Instância	Cenário	Solução RT.	Gap (%)	Tempo (s)	Redução na F.O. (%)
1	1	3202,07	19,0	3600	75,0
	2	3464,47	29,4	3600	73,0
	3	2589,87	18,5	3600	79,8
2	1	3263,67	15,7	3600	76,6
	2	3057,27	15,1	3600	78,1
	3	2533,87	12,8	3600	81,8
3	1	3009,87	5,9	3600	76,9
	2	3684,67	31,0	3600	71,7
	3	2463,87	9,5	3600	81,1
4	1	2941,67	15,1	3600	79,0
	2	2997,27	23,3	3600	78,6
	3	2463,07	20,1	3600	82,4
5	1	3178,47	7,8	3600	76,0
	2	3258,27	18,4	3600	75,4
	3	2713,87	15,4	3600	79,5

Fonte: Elaborada pela autora.

para obtenção de boas soluções de maneira mais rápida.

Tabela 12 – Resultados obtidos - Roteamento - 75 Clientes.

Instância	Cenário	Solução RT.	Gap (%)	Tempo (s)	Redução na F.O. (%)
1	1	3606,47	24,2	3600	80,8
	2	5001,67	47,1	3600	73,4
	3	5795,07	61,1	3600	69,2
2	1	3974,07	27,7	3600	80,5
	2	3520,47	22,9	3600	82,8
	3	5635,47	58,0	3600	72,4
3	1	3591,87	20,8	3600	81,8
	2	3585,47	24,6	3600	81,8
	3	5207,27	54,3	3600	73,6
4	1	3722,07	27,4	3600	81,7
	2	3629,27	27,0	3600	82,2
	3	5926,67	62,2	3600	70,9
5	1	3633,87	18,9	3600	82,4
	2	3769,27	25,1	3600	81,8
	3	6621,67	62,4	3600	68,0

Fonte: Elaborada pela autora.

MIP-HEURÍSTICA

Conforme análise dos resultados apresentados no Capítulo 3, observou-se a necessidade de desenvolver um método de resolução heurístico para tratar instâncias do problema de distribuição com roteamento com mais de 75 clientes, utilizando o Cenário 2 (Parcialmente Flexível). Visando obter soluções de boa qualidade em tempo computacional razoável, optou-se por desenvolver uma MIP-heurística *Proximity Search* para o problema estudado, pois esta tem se mostrado eficaz na resolução de outros problemas de otimização linear inteira (BERNARDES, 2019; FISCHETTI; MONACI, 2015).

4.1 *Proximity Search*

Proximity Search é um método de resolução para problemas de otimização linear inteira (MIP, do inglês *Mixed Integer Programming*) (FISCHETTI; MONACI, 2014) baseado em modelagem matemática. A partir de uma solução inicial, o método busca soluções melhores por meio da inserção de restrições de corte quanto a qualidade da solução do problema e no uso de funções objetivo de proximidade. Esse método assemelha-se a uma busca local (GILL; MURRAY; WRIGHT, 1981), em que se limita a área de busca por novas soluções até que uma solução melhor seja encontrada. No Algoritmo 1, é ilustrada a MIP-Heurística *Proximity Search*.

Primeiramente, inicializa-se o algoritmo com uma solução factível (\tilde{x}) que é a melhor solução conhecida até o momento (x^*). Nos passos seguintes, busca-se sua melhoria, para tanto, algumas alterações no modelo matemático são realizadas. No Passo 3, é inserida uma restrição de corte (4.1) que impõe a busca de soluções pelo menos θ por cento melhor que a melhor solução conhecida. A função objetivo é substituída pela minimização da função de proximidade dada pela Equação (4.2), ou seja, busca-se uma solução melhor o mais próximo possível da melhor solução conhecida (Passo 4). A função de proximidade é definida pela Distância de *Hamming* da nova solução em relação à melhor solução conhecida. No Passo 5, o problema adaptado é resolvido respeitando um critério de parada preestabelecido, como tempo limite, até

Algoritmo 1 – Proximity Search**Entrada:** Uma solução inicial factível $(\tilde{x}), \theta$

- 1: $x^* = \tilde{x}$
- 2: **Repita**
- 3: Insira a restrição de corte ao modelo matemático.
- 4: Substitua a função objetivo pela função de proximidade.
- 5: Resolva o modelo matemático até que uma condição definida previamente seja atingida.
- 6: Atualize a melhor solução x^* , se uma melhor solução foi obtida.
- 7: **Se** x^* foi atualizada **Faça**
- 8: Refine o modelo original resolvendo-o com as variáveis binárias de x^* fixas.
- 9: **Fim Se**
- 10: Faça $\tilde{x} = x^*$, e/ou atualize o θ .
- 11: **Até** Número máximo de iterações/tempo limite atingido

que uma primeira solução factível seja encontrada. Se uma solução de melhor qualidade for obtida, atualiza-se a melhor solução (x^*) que, em seguida, é refinada (Passo 8). O valor de θ e a solução atual são atualizados (Passo 10) e o processo é repetido até que o número máximo de iterações ou o tempo limite estabelecido sejam atingidos.

$$f(x) \leq (1 - \theta) f(\tilde{x}) \quad (4.1)$$

$$\Delta(x, \tilde{x}) = \sum_{j \in J: \tilde{x}_j=0} x_j + \sum_{j \in J: \tilde{x}_j=1} (1 - x_j) \quad (4.2)$$

4.1.1 Solução Inicial e Parâmetros

Para cada instância do problema estudado, a solução inicial para a MIP-Heurística foi obtida utilizando o modelo de roteamento e obtendo uma solução considerando o tempo limite de 600 segundos para instâncias com até 50 clientes e para as demais um tempo limite de 900 segundos.

O valor inicial do parâmetro θ é igual a 1/4 do *gap* em relação à solução inicial. A cada nova iteração, caso uma solução factível e melhor que a atual não seja encontrada, o θ é reduzido pela metade; caso seja encontrada uma solução, o θ permanece o mesmo. Como o primeiro valor de θ é sempre o mais elevado, para a primeira iteração do método na qual se busca por uma solução factível de melhor qualidade, foi estabelecido um tempo limite de 240 segundos, enquanto para as demais o tempo estabelecido foi de 120 segundos. Vale ressaltar que a execução de cada iteração é interrompida assim que a primeira solução factível é obtida.

O tempo limite total da MIP-Heurística é 3.600 segundos, o mesmo tempo imposto para os testes computacionais realizados no Capítulo 3. Além disso, caso o θ atinja um valor inferior

a 0,01, seu valor é fixado em 0,01 e esta iteração é realizada tendo como tempo limite o restante de tempo do algoritmo (3.600 - tempo atual segundos).

A configuração do *solver* Gurobi (2023) se manteve na sua forma padrão, com exceção do parâmetro *MIPFocus*, definido com o valor 1, uma vez que o objetivo era de encontrar boas soluções de maneira rápida.

4.1.2 Experimentos Computacionais

Para obtenção dos resultados, as especificações técnicas da máquina utilizada e detalhes sobre a geração de instâncias são as mesmas informadas na Seção 3.3. Vale ressaltar que o Cenário 2 (Parcialmente Flexível) foi selecionado para realização dos experimentos computacionais, conforme descrito no Capítulo 3.

4.1.2.1 Resultados Computacionais

Nas Tabelas 13 e 14, são apresentados os resultados obtidos considerando as instâncias com 50 e 75 clientes, respectivamente. A coluna Clientes indica a quantidade de clientes, enquanto a coluna Instância indica a instância resolvida. A coluna Solução P.S. (*Proximity Search*) apresenta o valor da melhor solução encontrada pela MIP-Heurística, a coluna Solução RT apresenta o valor da solução encontrada pelo *solver* em sua configuração padrão considerando o modelo com roteamento, e, por fim, a coluna Redução na F.O. indica a redução da solução encontrada pela MIP-Heurística e a solução obtida utilizando o Modelo com Roteamento, dada por:

$$RFO = \frac{\text{Solução RT} - \text{Solução P.S.}}{\text{Solução RT}} \times 100\%. \quad (4.3)$$

Para todas as instâncias com 50 Clientes, com exceção da Instância 5, os resultados obtidos pela MIP-Heurística foram melhores que as soluções RT, com destaque para a Instância 3, com 15,14% de melhoria. A Instância 5 apresentou uma leve piora, com o valor da solução da MIP-Heurística sendo um pouco mais elevada do que a RT (-0,61%).

No Gráfico 14, é apresentada a relação Solução X Tempo da MIP-Heurística *Proximity Search* para as instâncias com 50 clientes. Pode-se observar que apenas para a Instância 1, o algoritmo obteve melhoria a partir da solução inicial, dentro do tempo limite estabelecido (3.600 segundos). Mesmo para esta instância, pode-se observar que a melhoria chegou ao seu limite antes dos 2.000 segundos.

Já para as instâncias com 75 Clientes, a análise dos resultados mostrou indicações de redução um pouco diferentes. Apenas duas instâncias apresentaram resultados melhores (Instâncias 1 e 4), com destaque para a Instância 1, com 22,54% de melhoria. As demais

instâncias apresentaram soluções piores quando comparadas às soluções RT, com até 5,3% de aumento.

No Gráfico 15, é ilustrada a relação Solução X Tempo da MIP-Heurística *Proximity Search* para as instâncias de 75 clientes. Ao contrário das instâncias com 50 clientes (Gráfico 14), pode-se observar que para todas as instâncias o algoritmo conseguiu obter melhorias a partir solução inicial. Para algumas instâncias, como a Instância 3 e a Instância 4, ficam evidentes as alterações nos valores das soluções no decorrer das iterações.

Tabela 13 – Resultados obtidos - MIP-Heurística - 50 Clientes.

Clientes	Instância	Solução PS	Solução RT	Redução na F.O. (%)
50	1	3.074,87	3.464,47	11,25
	2	3.008,27	3.057,27	1,60
	3	3.126,87	3.684,67	15,14
	4	2.981,47	2.997,27	0,53
	5	3.278,07	3.258,27	-0,61

Fonte: Elaborada pela autora.

Tabela 14 – Resultados obtidos - MIP-Heurística - 75 Clientes.

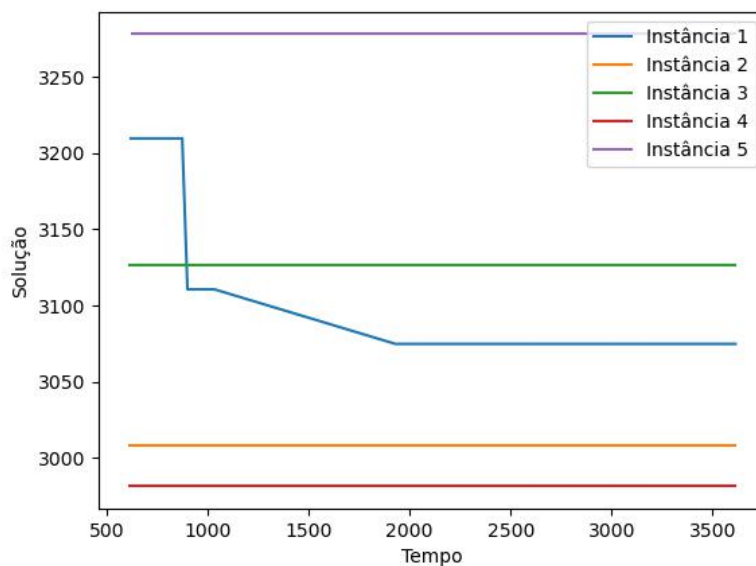
Clientes	Instância	Solução P.S.	Solução RT.	Redução na F.O. (%)
75	1	3.874,27	5.001,67	22,54
	2	3.603,67	3.520,47	-2,36
	3	3.773,27	3.585,47	-5,24
	4	3.479,47	3.629,27	4,13
	5	3.899,27	3.769,27	-3,45

Fonte: Elaborada pela autora.

4.1.2.2 Considerações Finais

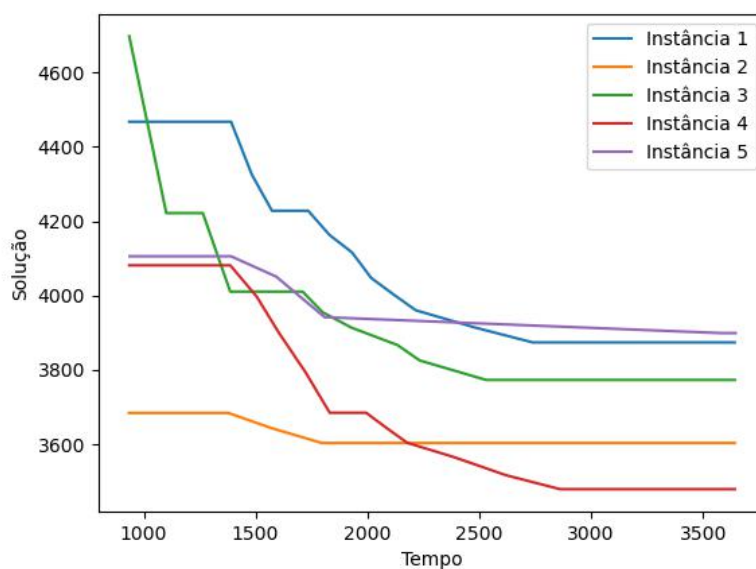
A MIP-Heurística desenvolvida neste Capítulo provou-se eficaz para melhoria dos resultados para várias das instâncias testadas, chegando a 11% de redução nas soluções para instâncias com 50 clientes, e 22% para instâncias de 75 clientes. Apesar de não alcançar melhorias para todas as instâncias, os resultados obtidos são promissores.

Figura 14 – MIP-Heurística - 50 Clientes - Cenário 2.



Fonte: Elaborada pela autora.

Figura 15 – MIP-Heurística - 75 Clientes - Cenário 2.



Fonte: Elaborada pela autora.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta Dissertação investigou o problema de distribuição de mercadorias e entregas de pedidos no setor do *e-commerce*, com foco no *middle-mile* e *last-mile* delivery. Múltiplas camadas da logística de distribuição foram analisadas, baseado na estrutura de uma empresa de *e-commerce* da América Latina. Buscou-se resolver o problema através de modelos matemáticos e métodos de resolução, além de gerar instâncias próximas aos detalhes de pedidos realizados na realidade.

Na primeira etapa desta pesquisa, modelos matemáticos foram desenvolvidos para representar o problema de entrega de pedidos a clientes, problemática frequente na área do *last-mile-delivery* no setor de *e-commerce*. O primeiro modelo busca realizar entregas de forma direta entre as quatro camadas da logística de distribuição de pedidos: *fulfillment center* → *cross docking* → *service center* → clientes, enquanto o segundo modelo apresenta todas as características do modelo anterior com o acréscimo da permissão do roteamento dos veículos na última camada (*service center* → clientes), buscando uma diminuição nos custos de entrega dos pedidos.

Visando gerar instâncias mais próximas da realidade, dados de um serviço de *e-commerce* brasileiro foram utilizados (OLIST, 2022). A disponibilidade de estoque foi selecionada através de uma probabilidade do item estar contido ou não nos *fulfillment centers*, com a quantidade total disponibilizada sendo a demanda total dos itens. Os itens dos pedidos dos clientes foram gerados seguindo a proposta de Hübner, Holzapfel e Kuhn (2015) e os veículos selecionados tinham capacidade de 12.000Kg e 75.000Kg.

Como esperado, a possibilidade de utilizar rotas para entregar os pedidos possibilitou redução nos custos de entrega das mercadorias aos clientes, acima de 49% para instâncias de 15 clientes, 71% para instâncias com 50 clientes, e 68% para instâncias com 75 clientes. No entanto, os experimentos computacionais mostram que se faz necessário o desenvolvimento de métodos de resolução para obter melhores resultados para instâncias com um maior número de entregas,

como as de 50 e 75 clientes, uma vez que, apesar de apresentar boas soluções, não foi possível obter soluções comprovadamente ótimas no tempo limite estabelecido (uma hora).

Foi desenvolvida uma MIP-Heurística *Proximity Search* (FISCHETTI; MONACI, 2014) para tratar o problema. Considerando o mesmo tempo limite de uma hora, melhorias significativas foram obtidas. Para as instâncias de 50 clientes, a redução da função objetivo chegou a 15,14%, enquanto para 75 clientes, a redução chegou a 22,54%, ambas para a Instância 1.

Mesmo obtendo boas soluções para instâncias com 50 e 75 clientes, os experimentos computacionais mostram que o modelo desenvolvido apresenta uma alta complexidade de resolução, principalmente para instâncias maiores que as utilizadas nesta pesquisa. Logo, o computador utilizado se torna um fator bastante relevante na resolução de instâncias, assim como na criação de modelos matemáticos. Desta forma, máquinas computacionais com baixas configurações tendem a ser bastante limitadas na obtenção de boas soluções em tempos limites relativamente baixos. Portanto, para pesquisas futuras, sugere-se: i) realizar novos testes computacionais em computadores mais eficientes; e ii) desenvolver outros métodos de resolução para comparação das soluções obtidas.

Dentre os métodos a serem investigados, sugere-se avaliar o uso de outras MIP-Heurísticas e/ou metaheurísticas (p.e. Zhang *et al.* (2019), Zhen *et al.* (2022), Akyüz *et al.* (2022), Giménez-Palacios *et al.* (2022)) que têm sido utilizadas com sucesso na resolução de problemas de distribuição de mercadorias.

REFERÊNCIAS

ABCOMM, A. B. de C. E. **Fulfillment: entenda a importância desta estratégia.** 2019. <https://abcomm.org/noticias/fulfillment-entenda-a-importancia-desta-estrategia/>. Acessado em: 02 de fevereiro de 2022. Citado na página 19.

_____. **Faturamento do e-commerce cresce 56,8% neste ano e chega a R\$41,92 bilhões.** 2021. <https://abcomm.org/noticias/faturamento-do-e-commerce-cresce-568-neste-ano-e-chega-a-r-4192-bilhoes/>. Acessado em: 30 de novembro de 2021. Citado na página 19.

AKYÜZ, M. H.; MUTER, İ.; ERDOĞAN, G.; LAPORTE, G. Minimum cost delivery of multi-item orders in e-commerce logistics. **Computers & Operations Research**, v. 138, p. 105613, 2022. Citado nas páginas 27, 31 e 62.

ASHAYERI, J.; GELDERS, L. Warehouse design optimization. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 21, p. 285–294, 1985. Citado na página 23.

BELLE, J. V.; VALCKENAERS, P.; CATTRYSSSE, D. Cross-docking: State of the art. **Omega**, Elsevier, v. 40, n. 6, p. 827–846, 2012. Citado na página 23.

BERNARDES, E. D. **Planejamento operacional integrando cross-docking e roteamento de veículos para um sistema de distribuição.** Tese (Doutorado) — Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo. Tese de Doutorado em Ciências de Computação e Matemática Computacional., 2019. Citado na página 55.

BOYSEN, N.; de Koster, R.; WEIDINGER, F. Warehousing in the e-commerce era: A survey. **European Journal of Operational Research**, v. 277, p. 396–411, 2019. Citado na página 23.

BOYSEN, N.; SCHWERDFEGER, S.; WEIDINGER, F. Scheduling last-mile deliveries with truck-based autonomous robots. **European Journal of Operational Research**, v. 271, p. 1085–1099, 2018. Citado na página 29.

BUIJS, P.; VIS, I. F.; CARLO, H. J. Synchronization in cross-docking networks: A research classification and framework. **European Journal of Operational Research**, v. 239, p. 593–608, 2014. Citado na página 23.

COMPANY, F. **Freepik.** 2023. Disponível em: <<https://www.freepik.com/>>. Citado nas páginas 24, 25, 27, 34, 35, 36, 39, 42, 43, 45 e 46.

EPOWERTRUCKS. **What Does First, Middle, Last Mile Delivery Mean?** 2021. <https://www.epowertrucks.co.uk/news/what-does-first-middle-last-mile-delivery-mean/>. Acessado em: 04 de setembro de 2023. Citado nas páginas 13, 23, 24 e 25.

FAN, J.; WANG, G. Joint optimization of dynamic lot and warehouse sizing problems. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 267, p. 849–854, 2018. Citado na página 23.

FISCHETTI, M.; MONACI, M. Proximity search for 0-1 mixed-integer convex programming. **Journal of Heuristics**, v. 20, 2014. Citado nas páginas 55 e 62.

- _____. Proximity search heuristics for wind farm optimal layout. **Journal of Heuristics**, v. 22, 2015. Citado na página 55.
- FOUNDATION, P. S. **Python Language Reference**. 2022. Disponível em: <<https://www.python.org>>. Citado na página 47.
- GAGGERO-VÁSQUEZ, M.; MERCADO-DANERI, V.; CHAVEZ-UGAZ, R. The impact of the global context on last-mile delivery and the relationship with the e-commerce channel. In: **2022 Congreso Internacional de Innovación y Tendencias en Ingeniería (CONIITI)**. [S.l.: s.n.], 2022. p. 1–4. Citado na página 26.
- GILL, P.; MURRAY, W.; WRIGHT, M. **Practical Optimization**. [S.l.]: Academic Press, 1981. Citado na página 55.
- GIMÉNEZ-PALACIOS, I.; PARREÑO, F.; ÁLVAREZ-VALDÉS, R.; PAQUAY, C.; OLIVEIRA, B. B.; CARRAVILLA, M. A.; OLIVEIRA, J. F. First-mile logistics parcel pickup: Vehicle routing with packing constraints under disruption. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 164, p. 102812, 2022. Citado na página 62.
- HÜBNER, A.; HOLZAPFEL, A.; KUHN, H. Operations management in multi-channel retailing: an exploratory study. **Operations Management Research**, v. 8, 2015. Citado nas páginas 47 e 61.
- INC., E. **Vecteezy**. 2023. Disponível em: <<https://www.vecteezy.com/>>. Citado nas páginas 24, 25, 27, 34, 35, 36, 39, 42, 43, 45 e 46.
- JIANG, L.; CHANG, H.; ZHAO, S.; DONG, J.; LU, W. A travelling salesman problem with carbon emission reduction in the last mile delivery. **IEEE Access**, v. 7, p. 61620–61627, 2019. Citado na página 28.
- JUPYTER, P. **Jupyter Notebook**. 2020. Disponível em: <<https://jupyter.org/index.html>>. Citado na página 47.
- LI, X.; LI, J.; ANEJA, Y.; GUO, Z.; TIAN, P. Integrated order allocation and order routing problem for e-order fulfillment. **IIE Transactions**, Taylor Francis, v. 51, 2019. Citado nas páginas 28, 29 e 31.
- LLC., G. **Google My Maps**. 2023. Disponível em: <<https://www.google.com/maps/d/>>. Citado na página 48.
- MA, H.; KUANG, H.; HUANG, M. A last-mile delivery problem with alternative delivery options based on prospect theory. In: **2021 33rd Chinese Control and Decision Conference (CCDC)**. [S.l.: s.n.], 2021. p. 4202–4207. Citado na página 26.
- MEDIA, V. **VectorStock**. 2023. Disponível em: <<https://www.vectorstock.com/>>. Citado nas páginas 24, 25, 27, 34, 35, 36, 39, 42, 43, 45 e 46.
- MOHTASHAMI, A. Scheduling trucks in cross docking systems with temporary storage and repetitive pattern for shipping trucks. **Applied Soft Computing**, v. 36, p. 468–486, 2015. Citado na página 24.
- OLIST. **Brazilian E-Commerce Public Dataset by Olist**. 2022. Acessado em: 29 de março de 2023. Disponível em: <https://www.kaggle.com/datasets/olistbr/brazilian-ecommerce?resource=download&select=olist_products_dataset.csv>. Citado nas páginas 47 e 61.

- OPTIMIZATION, L. G. **Gurobi**. 2023. Disponível em: <<https://www.gurobi.com>>. Citado nas páginas 47 e 57.
- PERL, J.; DASKIN, M. S. A warehouse location-routing problem. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 19, p. 381–396, 1985. Citado na página 19.
- PICHKA, K.; BAJGIRAN, A. H.; PETERING, M. E.; JANG, J.; YUE, X. The two echelon open location routing problem: Mathematical model and hybrid heuristic. **Computers Industrial Engineering**, v. 121, 2018. Citado nas páginas 28 e 31.
- RAJ, A.; SAH, B. Analyzing critical success factors for implementation of drones in the logistics sector using grey-dematel based approach. **Computers Industrial Engineering**, v. 138, p. 106118, 2019. Citado na página 29.
- RAUTELA, H.; JANJEVIC, M.; WINKENBACH, M. Investigating the financial impact of collection-and-delivery points in last-mile e-commerce distribution. **Research in Transportation Business & Management**, p. 100681, 2021. Citado nas páginas 28 e 31.
- SALAMA, M.; SRINIVAS, S. Joint optimization of customer location clustering and drone-based routing for last-mile deliveries. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, Elsevier, v. 114, p. 620–642, 2020. Citado na página 29.
- SIMONI, M. D.; KUTANOGLU, E.; CLAUDEL, C. G. Optimization and analysis of a robot-assisted last mile delivery system. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, Elsevier, v. 142, p. 102049, 2020. Citado na página 29.
- SYSTEM76, I. **Pop!_OS**. 2022. Disponível em: <<https://pop.system76.com/>>. Citado na página 47.
- VAKULENKO, Y.; SHAMS, P.; HELLSTRÖM, D.; HJORT, K. Online retail experience and customer satisfaction: the mediating role of last mile delivery. **The International Review of Retail, Distribution and Consumer Research**, Taylor & Francis, v. 29, p. 306–320, 2019. Citado na página 26.
- YAMAN, H.; KARASAN, O. E.; KARA, B. Y. Release time scheduling and hub location for next-day delivery. In: **INFORMS. Operations Research Vol. 60**. [S.l.], 2012. p. 906–917. Citado na página 19.
- ZHANG, Y.; SUN, L.; HU, X.; ZHAO, C. Order consolidation for the last-mile split delivery in online retailing. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 122, p. 309–327, 2019. Citado nas páginas 27, 31 e 62.
- ZHEN, L.; BALDACCI, R.; TAN, Z.; WANG, S.; LYU, J. Scheduling heterogeneous delivery tasks on a mixed logistics platform. **European Journal of Operational Research**, v. 298, p. 680–698, 2022. Citado na página 62.
- ZHOU, L.; BALDACCI, R.; VIGO, D.; WANG, X. A multi-depot two-echelon vehicle routing problem with delivery options arising in the last mile distribution. **European Journal of Operational Research**, v. 265, 2018. Citado nas páginas 28, 29 e 31.

