

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

**Roteamento de Estoque e Transporte de Carga Multimodal:  
Otimização Bi-objetivo com Considerações Ambientais e  
Econômicas**

**Ariane Alves da Silva Mundim**

Tese de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Ciências de  
Computação e Matemática Computacional (PPG-CCMC)



SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura: \_\_\_\_\_

**Ariane Alves da Silva Mundim**

**Roteamento de Estoque e Transporte de Carga Multimodal:  
Otimização Bi-objetivo com Considerações Ambientais e  
Econômicas**

Tese apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação – ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutora em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional. *VERSÃO REVISADA*

Área de Concentração: Ciências de Computação e Matemática Computacional

Orientadora: Profa. Dra. Maristela Oliveira dos Santos  
Coorientador: Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto

**USP – São Carlos  
Agosto de 2024**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi  
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,  
com os dados inseridos pelo(a) autor(a)

~~Alves da Silva Mundim, Arianne~~  
A474r Roteamento de Estoque e Transporte de Carga  
Multimodal: Otimização Bi-objetivo com Considerações  
Ambientais e Econômicas / Arianne Alves da Silva  
Mundim; orientadora Maristela Oliveira dos Santos;  
coorientador Reinaldo Morabito Neto. -- São Carlos,  
2024.  
195 p.

Tese (Doutorado - Programa de Pós-Graduação em  
Ciências de Computação e Matemática Computacional) --  
Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação,  
Universidade de São Paulo, 2024.

1. Problema de Roteamento de Estoque. 2.  
Problema de Transporte de Carga Multimodal. 3.  
Emissão de Dióxido de Carbono. 4. Métodos bi-  
objetivos. 5. Restrições Probabilísticas. I. Oliveira  
dos Santos, Maristela, orient. II. Morabito Neto,  
Reinaldo, coorient. III. Título.

**Arianne Alves da Silva Mundim**

**Inventory Routing and Multimodal Freight Transportation:  
Bi-objective Optimization with Environmental and Economic  
Considerations**

Thesis submitted to the Institute of Mathematics and Computer Sciences – ICMC-USP – in accordance with the requirements of the Computer and Mathematical Sciences Graduate Program, for the degree of Doctor in Science. *FINAL VERSION*

Concentration Area: Computer Science and Computational Mathematics

Advisor: Profa. Dra. Maristela Oliveira dos Santos

Co-advisor: Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto

**USP – São Carlos  
August 2024**



*Este trabalho é dedicado à minha família e a todas mães estudantes.*



# AGRADECIMENTOS

---

---

À Deus, pela perseverança que me deu para conseguir concluir esta etapa.

Ao meu esposo, Leandro, pelo incentivo, autoestima e por ser um exemplo pra mim, além de inúmeras ajudas.

À minha orientadora, Maristela, por estar ao meu lado em todos os momentos, pelos ensinamentos que me deu durante a trajetória de desenvolvimento desta tese. Ao Reinaldo, pela orientação, e contribuição com suas experiências. Ao Aldair Alvarez pelas colaborações.

Aos meus filhos, Manuela e André, que me motivam a ser uma pessoa melhor a cada dia.

À minha mãe, Zilândia, por todo apoio e suporte para que eu tivesse condições de concluir mais este ciclo. E a cada um com quem eu pude contar, para que eu pudesse terminar esta tese.

Aos familiares, amigos e todas as pessoas que foram rede de apoio, durante toda esta etapa.

Ao Laboratório de Otimização (LOt) pela estrutura disponibilizada. O suporte dos professores e colegas foram importantes para o desenvolvimento da minha pesquisa. Estendo meus agradecimentos ao Grupo de Pesquisa Operacional do Departamento de Engenharia de Produção da Universidade Federal de São Carlos, por me acolherem generosamente em várias reuniões do grupo e me proporcionarem uma experiência enriquecedora.

Expresso minha sincera gratidão à CAPES pelo suporte financeiro concedido, o qual foi essencial não apenas para a continuidade dos meus estudos, mas também por proporcionar estabilidade durante meus dois períodos de licença maternidade.

À Universidade de São Paulo (USP), ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC), aos professores que conheço deste instituto, responsáveis pela minha formação acadêmica e, à alguns deles, pelo meu crescimento pessoal.



*“O começo de todas as ciências  
é o espanto de as coisas  
serem o que são.”  
(Aristóteles)*



# RESUMO

MUNDIM, A. A. S. **Roteamento de Estoque e Transporte de Carga Multimodal: Otimização Bi-objetivo com Considerações Ambientais e Econômicas**. 2024. 195 p. Tese (Doutorado em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2024.

Um dos principais agentes responsáveis pelo aquecimento global são os gases de efeito estufa, especialmente o dióxido de carbono ( $CO_2$ ) associado à combustão de combustíveis. A maioria dos trabalhos na literatura aborda o transporte logístico de uma perspectiva econômica, dando pouca atenção ao trade-off existente com a sustentabilidade. Neste trabalho, desenvolvemos dois modelos matemáticos na perspectiva bi-objetiva, um para o problema de roteamento de estoque com frota heterogênea e outra para o problema de transporte de carga multimodal, onde minimizamos custos enquanto reduzimos simultaneamente as emissões de  $CO_2$ . Primeiramente, apresentamos uma equação veicular explícita que pode estimar estatisticamente as emissões de  $CO_2$  para diferentes veículos e tipos de combustíveis. Em seguida, aplicamos dois métodos bi-objetivo para o problema de roteamento de estoque, o  $\varepsilon$ -restrito aumentado e a métrica de Tchebycheff aumentada, para encontrar a fronteira de Pareto eficiente usando um método de *branch-and-cut*. Para o problema de transporte de carga multimodal, consideramos incerteza nos nós de origem, aplicamos restrições probabilísticas, e também analisamos o compromisso das funções objetivos utilizando o método do critério global e métrica de Tchebycheff aumentada. Experimentos computacionais foram conduzidos em instâncias adaptadas da literatura e outras geradas aleatoriamente, resolvendo os métodos bi-objetivo de forma exata. A análise dos resultados indica a capacidade da abordagem de equilibrar economia e sustentabilidade, onde, em média, soluções extremas mostram uma redução de mais de 50% nas emissões e um aumento de um pouco mais de 30% nos custos. Por fim, são apresentados e discutidos os resultados dos métodos de solução, aplicados nos dois problemas considerando a sustentabilidade. Detalhamos uma metodologia para estimar emissões de  $CO_2$ , refletindo a complexidade e a necessidade de equilibrar fatores econômicos e ecológicos em problemas logísticos.

**Palavras-chave:** Problema de Roteamento de Estoque, Problema de Transporte de Carga Multimodal, Emissão de Dióxido de Carbono, Métodos bi-objetivos, Restrições Probabilísticas.



# ABSTRACT

MUNDIM, A. A. S. **Inventory Routing and Multimodal Freight Transportation: Bi-objective Optimization with Environmental and Economic Considerations**. 2024. 195 p. Tese (Doutorado em Ciências – Ciências de Computação e Matemática Computacional) – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação, Universidade de São Paulo, São Carlos – SP, 2024.

One of the main agents responsible for global warming is greenhouse gases, especially carbon dioxide ( $CO_2$ ) associated with fuel combustion. Most works in the literature address logistics transportation from an economic perspective, giving little attention to the existing trade-off with sustainability. In this work, we develop two bi-objective mathematical models, one for the inventory routing problem with a heterogeneous fleet and another for the multimodal freight transportation problem, where we minimize costs while simultaneously reducing  $CO_2$  emissions. First, we present an explicit vehicular equation that can statistically estimate  $CO_2$  emissions for different vehicles and types of fuels. Next, we apply two bi-objective methods to the inventory routing problem, the augmented  $\varepsilon$ -constrained and the augmented Tchebycheff metric, to find the efficient Pareto frontier using a branch-and-cut method. For the multimodal freight transportation problems, we consider uncertainty in the origin nodes, apply probabilistic constraints, and also analyze the trade-off of the objective functions using the global criterion method and the augmented Tchebycheff metric. Computational experiments were conducted on instances adapted from the literature and others generated randomly, solving the bi-objective methods exactly. The analysis of the results indicates the approach's ability to balance economy and sustainability, where, on average, extreme solutions show a reduction of more than 50% in emissions and an increase of just over 30% in costs. Finally, the results of the solution methods applied to the two problems considering sustainability are presented and discussed. We detail a methodology for estimating  $CO_2$  emissions, reflecting the complexity and the need to balance economic and ecological factors in logistic problems.

**Keywords:** Inventory Routing Problem, Multimodal Freight Transportation Problem, Carbon Dioxide Emissions, Bi-objective Methods, Probabilistic Constraints.



# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

---

---

Figura 1 – Concentração de $CO_2$ na atmosfera. . . . .	24
Figura 2 – Emissões anuais de $CO_2$ fóssil: seis principais emissores. . . . .	25
Figura 3 – Emissões anuais de $CO_2$ fóssil: per capita (países selecionados). . . . .	25
Figura 4 – Problemas de planejamento da cadeia de suprimentos. . . . .	34
Figura 5 – Comparativo entre modais de transporte. . . . .	55
Figura 6 – Representação de multigrafos para uma rede de transporte intermodal. . . . .	61
Figura 7 – Correlação da base de dados para a) Gasolina. . . . .	85
Figura 8 – Correlação da base de dados para b) Diesel. . . . .	86
Figura 9 – Correlação da base de dados para c) Etanol. . . . .	86
Figura 10 – Fronteira de Pareto do $\varepsilon$ -GIRP com 5 pontos não dominados para a instância abs3 com 5 clientes e frota com 3 veículos. . . . .	107
Figura 11 – Interpretação geométrica da métrica dos trapézios. . . . .	111
Figura 12 – Ilustração da solução do $\varepsilon$ -GIRP para 10 clientes de frota disponível G/E85/D. . . . .	114
Figura 13 – Representação de multigrafos para uma rede de transporte intermodal. . . . .	118
Figura 14 – Fronteiras de Pareto para #origens e #destinos iguais a 50 e $\sigma = 0.1$ . . . . .	131
Figura 15 – Fronteiras de Pareto para #origens e #destinos iguais a 50 e $\sigma = 0.2$ . . . . .	132
Figura 16 – Fronteiras de Pareto para #origens e #destinos iguais a 50 e $\sigma = 0.3$ . . . . .	132
Figura 17 – Fronteiras de Pareto para #origens e #destinos iguais a 100 e $\sigma = 0.1$ . . . . .	133
Figura 18 – Fronteiras de Pareto para #origens e #destinos iguais a 100 e $\sigma = 0.2$ . . . . .	133
Figura 19 – Fronteiras de Pareto para #origens e #destinos iguais a 100 e $\sigma = 0.3$ . . . . .	134
Figura 20 – Fronteiras de Pareto para #origens e #destinos iguais a 500 e $\sigma = 0.1$ . . . . .	134
Figura 21 – Fronteiras de Pareto para #origens e #destinos iguais a 500 e $\sigma = 0.2$ . . . . .	135
Figura 22 – Fronteiras de Pareto para #origens e #destinos iguais a 500 e $\sigma = 0.3$ . . . . .	135
Figura 23 – Resultados para 1000 origens e 1000 destinos, com cinco níveis de confiabilidade em cada imagem. Consideramos um desvio de 10%. . . . .	137
Figura 24 – Resultados para 1000 origens e 1000 destinos, com cinco níveis de confiabilidade em cada imagem. Consideramos um desvio de 20%. . . . .	138
Figura 25 – Resultados para 1000 origens e 1000 destinos, com cinco níveis de confiabilidade em cada imagem. Consideramos um desvio de 30%. . . . .	139
Figura 26 – Área entre as fronteiras de Pareto com desvio de 0.3, para 50 origens. . . . .	140
Figura 27 – Área entre as fronteiras de Pareto com desvio de 0.3, para 100 origens. . . . .	140
Figura 28 – Área entre as fronteiras de Pareto com desvio de 0.3, para 500. . . . .	141
Figura 29 – Área entre as fronteiras de Pareto com desvio de 0.3, para 1000. . . . .	141

Figura 30 – Exemplo de pontos no espaço critério. . . . .	177
Figura 31 – Exemplo do Vetor Ideal e Vetor Nadir. . . . .	179
Figura 32 – Algumas abordagens clássicas para problemas multiobjetivos. . . . .	180
Figura 33 – Diferentes normas para minimização da distância para o ponto ideal. . . . .	183
Figura 34 – Soluções não dominadas para a Fronteira de Pareto. . . . .	188
Figura 35 – Conjuntos de vértices fixos da malha rodoviária, ferroviária e marítima. . . . .	192

# LISTA DE TABELAS

---

---

Tabela 1 – Variantes Estruturais do IRP. . . . .	37
Tabela 2 – Conjuntos e parâmetros do IRP. . . . .	45
Tabela 3 – Resumo da literatura de problemas de roteamento de estoque sustentáveis. . . . .	52
Tabela 4 – Conjunto de arcos do grafo direcionado . . . . .	62
Tabela 5 – Parâmetros . . . . .	62
Tabela 6 – Variáveis . . . . .	62
Tabela 7 – Resumo da literatura de problemas de transporte de carga multimodal. . . . .	67
Tabela 8 – Relação entre tipo de combustível e emissão de $CO_2$ em kg/L. . . . .	80
Tabela 9 – Resumo dos métodos computacionais . . . . .	94
Tabela 10 – Custos de transporte por modal extraído de Lopes <i>et al.</i> (2017). . . . .	96
Tabela 11 – Conjuntos e parâmetros do IRP. . . . .	100
Tabela 12 – Resultados do modelo $\varepsilon$ -GIRP, para uma frota com 3 veículos. . . . .	106
Tabela 13 – Resultados do modelo $\varepsilon$ -GIRP, para uma frota com 6 veículos. . . . .	108
Tabela 14 – Resultados do modelo $\varepsilon$ -GIRP, para uma frota com 12 veículos. . . . .	108
Tabela 15 – Resultados do modelo TA-GIRP, para uma frota com 3 veículos. . . . .	108
Tabela 16 – TA-GIRP comparado ao $\varepsilon$ -GIRP para 5 pontos. . . . .	111
Tabela 17 – TA-GIRP comparado ao $\varepsilon$ -GIRP para 20 pontos. . . . .	112
Tabela 18 – Estudo gerencial com abordagem multiobjetivo para 5 clientes. . . . .	113
Tabela 19 – Estudo gerencial com abordagem multiobjetivo para 10 clientes. . . . .	113
Tabela 20 – Conjunto de arcos do grafo direcionado . . . . .	117
Tabela 21 – Parâmetros . . . . .	118
Tabela 22 – Variáveis . . . . .	119
Tabela 23 – Resultado do Critério Global para instâncias de dimensões médias com incerteza probabilística. . . . .	127
Tabela 24 – Resultado do Critério Global para instâncias de dimensões maiores com incerteza probabilística. . . . .	128
Tabela 25 – Resultado com as instâncias com 50, 100 e 500 nós de origem e destino. . . . .	130
Tabela 26 – Resultado com as instâncias com 1000 nós de origem e destino. . . . .	136
Tabela 27 – Conjuntos e parâmetros do GIRP. . . . .	167
Tabela 28 – Exemplo de instância proposta para o GIRP. . . . .	169
Tabela 29 – Resultados computacionais para o modelo proposto, para 6 veículos e comparado com o modelo da literatura. . . . .	172

Tabela 30 – Resultados computacionais para o modelo proposto, para 18 veículos e alto custo de estoque, comparado com o modelo da literatura. . . . .	173
Tabela 31 – Resultados computacionais para o modelo proposto, para 30 veículos e alto custo de estoque, comparado com o modelo da literatura. . . . .	174
Tabela 32 – Conjuntos e parâmetros do SLIRP. . . . .	185
Tabela 33 – Pontos da Fronteira de Pareto para 30 instâncias. . . . .	189
Tabela 34 – Polígonos dos Países para gerar pontos aleatórios de Origem e Destino. . . .	193

# LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

---

---

ILS	<i>iterated local search</i>
IRP	<i>Inventory Routing Problem</i>
MILP	<i>Mixed Integer Linear Programming</i>
ND	<i>Network Design</i>
PRP	<i>Production Routing Problem</i>
SA	<i>Simulated annealing</i>



# SUMÁRIO

---

---

1	INTRODUÇÃO . . . . .	23
1.1	Organização da tese . . . . .	29
2	REVISÃO DA LITERATURA DE PROBLEMAS LOGÍSTICOS . . . . .	33
2.1	Problema de Roteamento de estoque . . . . .	33
2.1.1	<i>Descrição do problema e formulação matemática do IRP clássico</i> . . . . .	44
2.1.2	<i>Otimização Multiobjetivo para o IRP</i> . . . . .	47
2.2	Problemas de Transporte de Carga Multimodal . . . . .	53
2.2.1	<i>Estudos de otimização em redes de transporte</i> . . . . .	55
2.2.2	<i>Descrição dos problemas e formulações matemáticas</i> . . . . .	60
2.2.3	<i>Abordagens com incerteza e multiobjetivo para o problema de transporte de carga multimodal</i> . . . . .	63
2.2.4	<i>Aplicações de problemas multimodais</i> . . . . .	68
3	ESTIMADORES DA EMISSÃO DE DIÓXIDO DE CARBONO . . . . .	69
3.1	Sensores . . . . .	70
3.2	Alternativas numéricas de cálculo da emissão . . . . .	71
3.3	Proposta de formulação numérica . . . . .	79
3.4	Métodos de Aprendizado de Máquina . . . . .	82
3.4.1	<i>Dataset</i> . . . . .	84
3.4.2	<i>Algoritmos utilizados</i> . . . . .	87
3.4.3	<i>Validação e comparação com a formulação proposta</i> . . . . .	92
3.5	Emissão de gases para diferentes modais . . . . .	94
4	ABORDAGEM BI-OBJETIVA APLICADA AO GIRP . . . . .	97
4.1	Introdução . . . . .	97
4.2	Descrição dos Problemas e Formulações Matemáticas . . . . .	98
4.2.1	<i>Modelo matemático</i> . . . . .	98
4.2.2	<i>e-restrito aumentado para o modelo proposto (e-GIRP)</i> . . . . .	102
4.2.3	<i>O Método da Métrica de Tchebycheff Aumentado (TA-GIRP)</i> . . . . .	102
4.3	Experimentos computacionais, resultados e discussões . . . . .	104
4.3.1	<i>Resultados priliminares</i> . . . . .	105
4.3.2	<i>Métricas de Comparação</i> . . . . .	109
4.3.3	<i>Percepções gerenciais</i> . . . . .	112

<b>5</b>	<b>ABORDAGEM SUSTENTÁVEL PARA O PROBLEMA DE TRANSPORTE DE CARGA MULTIMODAL</b>	<b>115</b>
5.1	Introdução	115
5.2	Descrição do problema e formulação matemática	116
5.2.1	<i>Formulação matemática</i>	<i>118</i>
5.2.2	<i>Considerando a incerteza com restrições probabilísticas</i>	<i>120</i>
5.3	Métodos de solução multiobjetivo	122
5.3.1	<i>Método do critério global (CG-2TIMSI)</i>	<i>122</i>
5.3.2	<i>Método da Métrica de Tchebycheff Aumentado (TA-2TIMSI)</i>	<i>123</i>
5.4	Experimentos Computacionais e resultados	124
5.4.1	<i>Métricas de performance</i>	<i>124</i>
5.4.2	<i>Resultados</i>	<i>126</i>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>143</b>
6.1	Conclusão e Direções Futuras	143
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>145</b>
	<b>APÊNDICE A ESTUDO DO GIRP</b>	<b>165</b>
A.1	GIRP	166
A.1.1	<i>Método de resolução</i>	<i>168</i>
A.1.2	<i>Experimentos computacionais</i>	<i>169</i>
	<b>APÊNDICE B OTIMIZAÇÃO MULTI-OBJETIVO</b>	<b>175</b>
B.1	Conceitos e definições	176
B.2	Métodos clássicos	179
B.2.1	<i>Método da Soma Ponderada</i>	<i>180</i>
B.2.2	<i>O Método do e-Restrito</i>	<i>181</i>
B.2.3	<i>O Método da Métrica de Tchebycheff</i>	<i>181</i>
B.2.4	<i>Método do Critério Global</i>	<i>182</i>
B.3	Exemplo Bi-objetivo	184
B.3.1	<i>Descrição do problema e formulação matemática</i>	<i>184</i>
B.3.2	<i>Método de resolução, experimentos computacionais e resultados</i>	<i>186</i>
	<b>APÊNDICE C GERADOR DE INSTÂNCIAS</b>	<b>191</b>
C.1	Escolha dos vértices fixos	191
C.2	Determinação de Pontos de Origem e Destino em Polígonos Geográficos	192
C.3	Geração de Oferta e Demanda Equilibrada com Distribuição Uniforme	193
C.4	Geração dos arcos e cálculos	194

---

## INTRODUÇÃO

---

A redução das emissões de carbono tem recebido atenção considerável em muitos países do mundo para evitar o aumento da temperatura da Terra. Recentemente, o consumo excessivo de combustíveis fósseis é considerado a principal causa do aquecimento global, esta questão tornou-se um ponto focal do discurso acadêmico e público nas últimas décadas (MOSTAFAEIPOUR *et al.*, 2022).

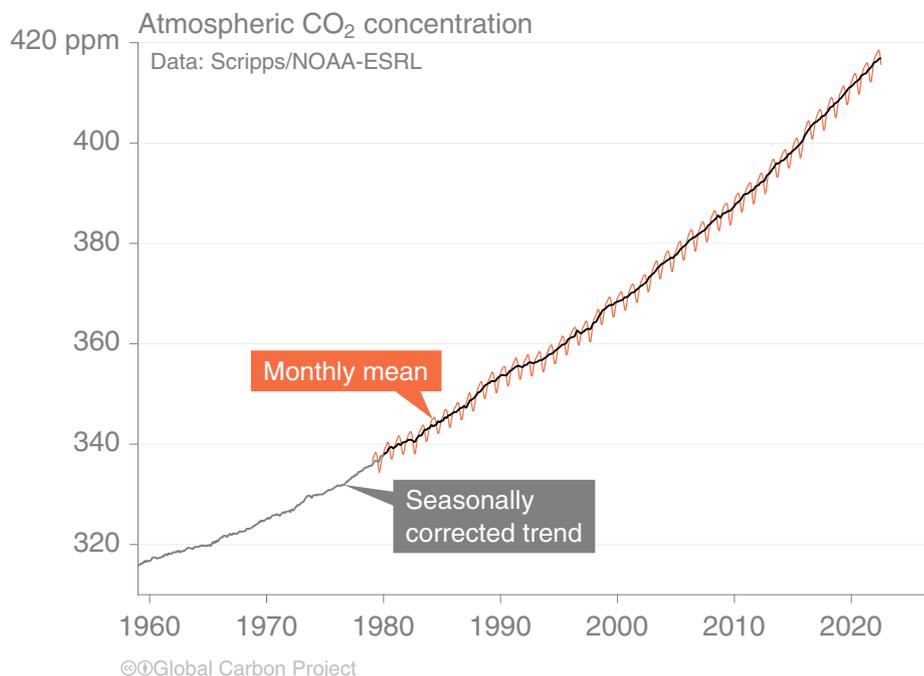
A Conferência das Partes (COP) é o principal órgão decisório da Convenção-Quadro das Nações Unidas sobre Mudança do Clima (UNFCCC), reunindo anualmente 198 países membros para avaliar os avanços na luta contra as mudanças climáticas e definir os futuros cursos de ação. Este encontro global é fundamental para coordenar esforços internacionais visando atingir o objetivo de limitar o aquecimento global a 1,5° Celsius acima dos níveis pré-industriais, conforme estabelecido no Acordo de Paris de 2015, uma meta cada vez mais urgente diante dos impactos climáticos que se tornam mais generalizados, rápidos e intensos.

As realizações dessas conferências refletem um compromisso renovado dos países membros da UNFCCC em enfrentar as mudanças climáticas de forma colaborativa e ambiciosa. Ao mesmo tempo, sublinham a necessidade contínua de ação e financiamento para garantir um futuro sustentável para todos, reiterando a importância da cooperação internacional na busca por soluções para um dos maiores desafios do nosso tempo.

Segundo a Universidade Britânica da Ânglia Oriental <sup>1</sup>, a queima de combustíveis fósseis em 2018 cresceu 2,7%, atingindo 37,1 bilhões de toneladas. O resultado disso é a concentração de dióxido de carbono ( $CO_2$ ) na atmosfera de 407 ppm (parte por milhão), contra 405 ppm registrado no ano de 2017. Esse valor equivale a 45% acima dos níveis pré-industriais. No ano de 2022, a concentração de  $CO_2$  na atmosfera chegou próximo de 420 ppm, como pode ser visto

---

<sup>1</sup> Universidade de East Anglia. (2018). Strong growth in global  $CO_2$  emissions expected for 2018. <<https://www.uea.ac.uk/about/-/strong-growth-in-global-co2-emissions-expected-for-2018>>. Acesso em: 14/01/19.

Figura 1 – Concentração de  $CO_2$  na atmosfera.

Fonte: Friedlingstein *et al.* (2022).

na Figura 1, que vem da atualização anual do orçamento global de carbono e tendências, que pode ser visto em <<https://robbieandrew.github.io/GCB2022/>> <sup>2</sup>.

A Organização Mundial da Saúde (OMS) afirma que se o mundo reduzir as emissões em 1% ao ano, evitaria cerca de 1 milhão de mortes por ano devido a doenças ligadas ao aumento da temperatura <sup>3</sup>.

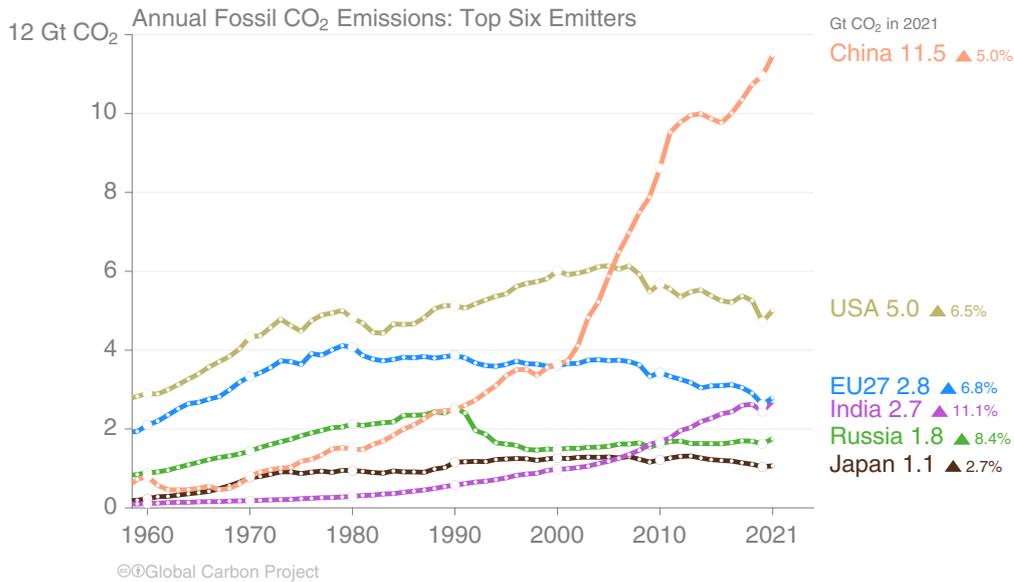
As emissões globais de  $CO_2$  fóssil foram 5,1% maiores em 2021 do que em 2020, por causa da recuperação global da pandemia de COVID-19, distribuído entre carvão (41%), petróleo (32%), gás natural (22%), cimento (5%) e outros (1%). Em comparação com o ano de 2020, as emissões de carvão, petróleo e gás em 2021 aumentaram 5,7%, 5,8% e 4,8%, respectivamente, enquanto as emissões do cimento aumentaram 2,1%.

Em 2021, as maiores contribuições absolutas para as emissões globais de  $CO_2$  fóssil foram da China (31%), dos EUA (14%), da UE27 (8%) e da Índia (7%), como pode ser visto na Figura 2. Essas quatro regiões respondem por 59% das emissões globais de  $CO_2$ , enquanto o resto do mundo contribuiu com 41%, incluindo aviação internacional e combustíveis marítimos (2,8% do total). As taxas de crescimento para esses países de 2020 a 2021 foram de 3,5% (China),

<sup>2</sup> Figures from the Global Carbon Budget 2022. Acesso em: 05/01/2023.

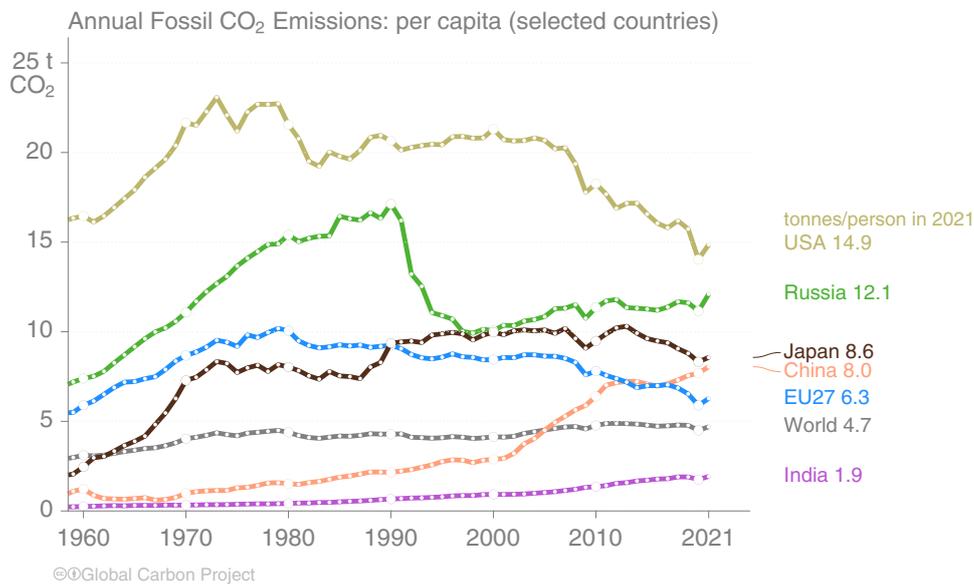
<sup>3</sup> OPAS/OMS Brasil. (2018). Benefícios para a saúde superam custos do cumprimento das metas de mudança climática. <[https://www.paho.org/bra/index.php?option=com\\_content&view=article&id=5815:beneficios-para-a-saude-superam-custos-do-cumprimento-das-metas-de-mudanca-climatica&Itemid=839](https://www.paho.org/bra/index.php?option=com_content&view=article&id=5815:beneficios-para-a-saude-superam-custos-do-cumprimento-das-metas-de-mudanca-climatica&Itemid=839)>. Acesso em: 14/01/19.

Figura 2 – Emissões anuais de  $CO_2$  fóssil: seis principais emissores.



Fonte: Friedlingstein *et al.* (2022).

Figura 3 – Emissões anuais de  $CO_2$  fóssil: per capita (países selecionados).



Fonte: Friedlingstein *et al.* (2022).

6,2% (EUA), 6,8% (UE27) e 11,1% (Índia), com 4,5% para o resto do mundo. Na [Figura 3](#) vemos que as emissões de  $CO_2$  fóssil per capita em 2021 foram de 1,3 tC (toneladas de carbono) por pessoa por ano para o globo, e foram 4,0 (EUA), 2,2 (China), 1,7 (UE27) e 0,5 (Índia) tC por pessoa por ano para os quatro maiores países emissores.

Globalmente, as maiores emissões de carbono do setor dos transportes provêm do tráfego rodoviário de passageiros e mercadorias, seguido das emissões da aviação e dos navios, sendo as

duas primeiras cerca de 3,6 vezes e 2,4 vezes superiores às emissões da aviação e dos navios (IEA, 2020), respectivamente. Em termos de fontes de energia, a gasolina e o diesel são as duas principais fontes de energia no setor de transporte global, representando mais de 60% do consumo total de energia (EIA, 2020). Assim, o maior desafio mundial é reduzir o consumo de energia proveniente do tráfego rodoviário e sua intensidade carbônica, principalmente formas de substituir a gasolina e o diesel por energia renovável o mais rápido possível. Obviamente, a conquista desse domínio será baseada principalmente no desenvolvimento de tecnologia. Sem inovação tecnológica transformadora, parece improvável que as emissões de carbono sejam significativamente reduzidas (ZHANG, 2023).

O setor de transportes, embora essencial para a economia, é um dos principais contribuintes para a emissão de gases poluentes. Ele responde a uma grande porcentagem das emissões globais de  $CO_2$ . Apesar da evolução tecnológica dos veículos, a emissão de gases mais que dobrou comparado aos últimos anos. Os dados são do Painel Intergovernamental de Mudanças Climáticas da Organização das Nações Unidas. O número inclui todos os veículos, mas não retira a necessidade dos gestores de logística tentarem alternativas para diminuir o quadro de emissões (NETO, 2010).

A área de Pesquisa Operacional está intimamente ligada à logística, pois muitos sistemas produtivos, industriais e gerenciais podem fazer uso de suas técnicas para alcançar um desempenho superior, auxiliando na tomada de decisão, fornecendo métodos e algoritmos para resolver essa complexa questão logística. Essa área inclui diversos problemas em logística, pois as empresas precisam otimizar o uso de veículos, encontrar rotas mais curtas, eficazes e minimizar os custos de transporte, tais como: Problema de Roteamento de Veículos (Vehicle Routing Problem - VRP), o Problema do Caixeiro Viajante (Traveling Salesman Problem - TSP), o Problema de Roteamento de Estoque (Inventory Routing Problem - IRP) e questões de Transporte de Carga Multimodal.

As atividades da cadeia de suprimentos como produção, transporte e estoque, contribuem para as emissões de gases poluentes que agravam o efeito estufa. No entanto, o transporte é o setor mais visível da cadeia de suprimentos que emite a maior parte do dióxido de carbono (DEKKER; BLOEMHOF; MALLIDIS, 2012). O Painel Intergovernamental sobre Mudanças Climáticas informou que o transporte foi responsável por 14% das emissões de gases de efeito estufa por setores econômicos em 2010 (TEAM; PACHAURI; MEYER, 2014).

Para integrar as preocupações ambientais e socioeconômicas do desenvolvimento, as empresas devem adotar veículos, equipamentos ou instalações mais eficientes em termos de consumo de combustível, ou ajustar as decisões operacionais para reduzir as emissões de carbono, o que pode proporcionar uma maior redução nas emissões de carbono com menor custo do que usar uma tecnologia de baixo consumo de energia (BENJAAFAR; LI; DASKIN, 2012). Felizmente, de acordo com Soysal *et al.* (2019), a quantidade de trabalhos que abordam questões sustentáveis na cadeia de suprimentos tem aumentado nos últimos anos.

A transição da gestão logística tradicional para a gestão logística sustentável tem afetado as aplicações práticas e, portanto, o foco de estudos acadêmicos relacionados na literatura (SOYSAL; BLOEMHOF-RUWAARD, 2017) sobre redução de emissão de  $CO_2$  é extensa e tem crescido nos últimos anos.

Nesta tese, nosso foco está na elaboração de abordagens sustentáveis baseadas em otimização para dois problemas fundamentais: (i) o problema de roteamento de estoque, que engloba as decisões de gestão de estoque, roteamento de veículos e planejamento de entregas; (ii) o problema do transporte de carga multimodal, no qual a eficiência no transporte de mercadorias é crucial para assegurar a entrega oportuna e econômica dos produtos aos clientes.

Antes de destacar as principais contribuições da tese, é importante fornecer definições mais detalhadas para os dois problemas abordados:

- **Problema de Roteamento de Estoque (Inventory Routing Problem - IRP):** O IRP surge no contexto do gerenciamento de estoque pelo fornecedor (Vendor Managed Inventory - VMI), uma prática empresarial que visa reduzir os custos logísticos e agregar valor aos negócios. O VMI permite que os fornecedores gerenciem os níveis de estoque e os pedidos de compra dos seus clientes, enquanto reduzem os custos logísticos e aprimoram a eficiência da cadeia de suprimentos, baseando-se em políticas específicas de estoque e da cadeia de suprimentos (ANGULO; NACHTMANN; WALLER, 2004; LEE; SEUNGJIN, 2008). Os fornecedores devem garantir que os clientes não enfrentem falta de estoque (*stockout*). De acordo com Coelho, Cordeau e Laporte (2013), essa prática é frequentemente descrita da seguinte maneira: os fornecedores economizam em custos de distribuição e produção, pois conseguem coordenar remessas para diferentes clientes. Os compradores/clientes também se beneficiam ao não precisar se preocupar com o controle de estoque. Dessa forma, o fornecedor precisa tomar três decisões: quando atender a um cliente específico; quanto entregar a esse cliente quando for atendido; e como combinar clientes em rotas de veículos.
- **Problema de Transporte de Carga Multimodal:** O transporte de carga, seja unimodal ou multimodal, é uma área crucial da logística que envolve o deslocamento eficiente de mercadorias por diferentes modos de transporte, como rodoviário, ferroviário, marítimo e aéreo. A necessidade de gerenciar e otimizar o transporte de mercadorias surgiu há séculos, mas ganhou destaque significativo durante o século XX com o crescimento acelerado do comércio global e das indústrias. As primeiras aplicações práticas desse problema envolveram o transporte de recursos, suprimentos e materiais durante a Segunda Guerra Mundial, quando a eficiência logística tornou-se crucial para as operações militares. O transporte de carga tem evoluído significativamente, impulsionado pelos avanços tecnológicos e pelo crescimento do comércio internacional. Esse progresso trouxe consigo desafios complexos, exigindo soluções inovadoras para a eficácia do transporte de mercadorias ao redor do

mundo. Reconhecendo a natureza inerentemente incerta e variável do transporte de carga multimodal, pesquisadores e profissionais da área têm, nos últimos anos, voltado sua atenção para a incorporação de análises de incerteza. Essa nova direção busca não apenas entender melhor os desafios existentes, mas também desenvolver estratégias mais robustas e adaptativas.

Embora os problemas mencionados possam ser interpretados como desafios de otimização bi-objetivo, envolvendo a consideração dos custos operacionais e das emissões, é comum na literatura abordá-los como um problema de objetivo único, focando exclusivamente no objetivo econômico. No entanto, essa abordagem mono-objetivo restringe o alcance das soluções obtidas, pois muitas empresas, ao priorizarem exclusivamente o lucro ou o custo, não realizam uma análise completa. É fundamental reconhecer que uma perspectiva sustentável pode oferecer soluções eficientes que não comprometem os lucros, demonstrando que é possível equilibrar eficiência econômica com responsabilidade ambiental. A integração de abordagens multi-objetiva e probabilística amplia as possibilidades de exploração de soluções ótimas, adaptando-se a incertezas e variabilidades inerentes aos processos, o que aumenta a robustez das decisões.

O objetivo principal de nossa pesquisa é apresentar uma forma prática de considerar e modelar as emissões de poluentes, e propor abordagens bi-objetivo que possibilitem encontrar o equilíbrio entre metas econômicas e sustentáveis. Almejamos que esta tese sirva como uma base para pesquisadores que desejam construir soluções mais sustentáveis. Na literatura, observamos abordagens complexas para a modelagem das emissões, e nossa meta é simplificar esse processo sem comprometer a eficiência. Dessa maneira, novos estudos podem oferecer soluções que sejam tanto econômicas quanto sustentáveis. As abordagens multi-objetiva e probabilística facilitam a integração de vários objetivos e levam em conta a variabilidade dos dados, criando soluções mais realistas para cenários dinâmicos.

As principais contribuições deste trabalho são:

1. Revisão abrangente de abordagens sustentáveis, apresentando 7 formulações para a emissão de  $CO_2$ , da literatura especializada.
2. Uma expressão matemática que calcula as emissões de  $CO_2$  com base na distância percorrida e no consumo médio. A equação explícita veicular (EEV) que apresentamos, é aplicável a tipos diferentes de combustíveis, sendo adaptável a uma grande variedade de problemas de roteamento. Análise computacional da EEV, indicando um poder explicativo acima de 99%. Além disso, implementação e comparação com métodos de Aprendizado de Máquina.
3. Desenvolvimento de um modelo de otimização multiobjetivo para o IRP verde que visa a minimização tanto econômica quanto sustentável, para uma frota heterogênea. Aplicação

de um algoritmo de *branch-and-cut* (baseado em Alvarez *et al.* (2020)) para a resolução exata do problema.

4. Utilização dos métodos multiobjetivos  $\varepsilon$ -restrito aumentado e métrica de Tchebycheff aumentado, para obtenção da fronteira de Pareto do IRP verde. Percepções gerenciais sobre a utilização de múltiplos combustíveis.
5. Desenvolvimento de um modelo de otimização multiobjetivo para o Problema de Transporte de Carga multimodal com incerteza da quantidade ofertada pelos nós de origem. Utilização de restrições probabilísticas para modelar a incerteza.
6. Utilização dos métodos critério global e métrica de Tchebycheff aumentado para análise do *trade-off* das funções objetivo, do Problema de Transporte de Carga multimodal com incerteza.

## 1.1 Organização da tese

Nesta seção, apresentamos a estrutura da tese, proporcionando uma visão geral dos capítulos que a compõem. Descrevemos o conteúdo e os objetivos de cada capítulo seguinte, enfatizando as principais contribuições e o desenvolvimento realizado ao longo da pesquisa. Essa abordagem visa facilitar a compreensão do leitor sobre o fluxo lógico da tese e destacar como cada seção contribui para o corpo geral do trabalho.

No [Capítulo 2](#), realizamos uma revisão abrangente da literatura relacionada a problemas logísticos, com foco especial no problema de roteamento de estoque (Inventory Routing Problem), na [Seção 2.1](#) e no problema de transporte de carga multimodal, na [Seção 2.2](#). Neste contexto, não apenas destacamos esses problemas nas suas versões clássicas, mas também introduzimos formulações matemáticas detalhadas para cada um. Exploramos as abordagens mono e multiobjetivo aplicadas a esses problemas, apresentando o estado da arte e os modelos matemáticos relevantes da literatura. A partir desta análise detalhada, estabelecemos uma base teórica que direcionou a pesquisa realizada na tese.

No [Capítulo 3](#), conduzimos uma revisão abrangente sobre sustentabilidade, focando no estado da arte das metodologias para calcular e mitigar emissões de gases de efeito estufa, especialmente o dióxido de carbono ( $CO_2$ ). Investigamos e apresentamos tanto técnicas baseadas em sensores, na [Seção 3.1](#), quanto alternativas numéricas para a estimativa de emissões, na [Seção 3.2](#). Neste processo, introduzimos uma Equação Explícita Veicular (EEV), na [Seção 3.3](#), projetada para calcular emissões de  $CO_2$  de forma eficiente, sem demandar extensos recursos computacionais ou o uso de sensores veiculares, e adaptável a veículos com diferentes tipos de combustíveis. Na [Seção 3.4](#), a EEV foi validada empiricamente em um conjunto de dados com mais de 20.000 registros, apresentando uma precisão de erro médio absoluto de apenas 0,98%. Além disso, a eficácia da EEV foi comparada com métodos de Machine Learning (ML) na

estimativa de emissões. Concluimos o capítulo, com a [Seção 3.5](#) examinando como a literatura atual aborda a estimativa de emissões de  $CO_2$  no contexto do transporte multimodal.

No [Capítulo 4](#), pesquisamos soluções sustentáveis para o GIRP. Iniciamos com uma introdução do GIRP multiobjetivo, na [Seção 4.1](#). Na [Seção 4.2](#) descrevemos o problema, apresentamos o modelo matemático e em seguida descrevemos os dois métodos multiobjetivos aplicados, a saber: o método  $\varepsilon$ -restrito aumentado e o método da métrica de Tchebycheff aumentado. Para uma análise comparativa do desempenho dessas abordagens, na [Seção 4.3](#), utilizamos quatro métricas de avaliação distintas. Aprofundamos a análise com estudos adicionais que visam oferecer percepções gerenciais e elucidar as implicações práticas dos resultados obtidos, fornecendo fundamentos sólidos para um tomador de decisão.

No [Capítulo 5](#), exploramos soluções sustentáveis para o transporte de carga multimodal, uma prática em ascensão global que se caracteriza pela utilização de múltiplos modais de transporte, para otimizar o percurso da carga até seu destino. Após uma introdução ao problema, na [Seção 5.1](#), avançamos para a formulação de um modelo matemático, apresentado na [Seção 5.2](#), e nela apresentamos a modelagem do Problema Bi-objetivo de Transporte Intermodal Sustentável sob Incerteza (2TIMSI), explorando dois métodos de otimização multiobjetivo: o método do Critério Global e o método da métrica de Tchebycheff aumentada. Seguido pela apresentação dos resultados obtidos, na [Seção 5.4](#), realizamos uma avaliação comparativa baseada em três métricas distintas, realizamos uma análise que traz percepções importantes para a aplicação prática desses modelos no contexto do transporte multimodal sustentável.

No [Capítulo 6](#) é apresentada uma conclusão geral da tese. Além disso, apresentamos algumas perspectivas para pesquisas futuras a partir deste estudo.

No [Apêndice A](#), apresentamos um estudo de um modelo inicial do IRP verde, a função objetivo é a minimização de emissão de  $CO_2$ , por meio da EEV proposta. Com isso, tivemos o propósito de oferecer uma exposição sobre a inclusão das emissões de  $CO_2$  em um modelo de otimização inteira mista. Na [Seção A.1](#) apresentamos o modelo matemático, o método de solução na [Subseção A.1.1](#) e os resultados na [Subseção A.1.2](#).

O [Apêndice B](#) é um material de referência contendo conceitos relacionados à otimização multiobjetivo, os quais foram utilizados ao longo da tese. Na [Seção B.1](#) apresentamos conceitos e definições da área. Na [Seção B.2](#) descrevemos alguns métodos exatos para problemas multiobjetivos. E na [Seção B.3](#) exemplificamos a utilização de um dos métodos apresentados, em um problema do IRP, no caso particular do *single link*.

No [Apêndice C](#), descrevemos o processo de construção das instâncias do nosso gerador, que envolve quatro etapas principais. Na [Seção C.1](#), coletamos os vértices que compõem a rede modal, formando a base da estrutura. Em seguida, na [Seção C.2](#) definimos quais vértices desempenharão os papéis de pontos de origem e destino. Na terceira etapa, na [Seção C.3](#) geramos as quantidades de produtos disponíveis nos vértices de oferta, e determinamos as quantidades de

demanda associadas aos vértices de destino. Por fim, na [Seção C.4](#) descrevemos como é gerado as conexões de vértices das malhas.



---

# REVISÃO DA LITERATURA DE PROBLEMAS LOGÍSTICOS

---

Neste capítulo apresentamos uma revisão da literatura sobre os dois problemas logísticos estudados nesta tese: o problema de roteamento de estoque (IRP), na [Seção 2.1](#), e o problema de transporte de carga multimodal, na [Seção 2.2](#). Na literatura, ambos os problemas têm sido objeto de estudo e análise devido à sua relevância no contexto logístico. O IRP aborda a gestão eficiente de estoques e a roteirização de veículos de forma integrada, enquanto o problema de transporte de carga trata da melhor alocação e transporte de mercadorias entre diferentes locais e por diferentes modais.

## 2.1 Problema de Roteamento de estoque

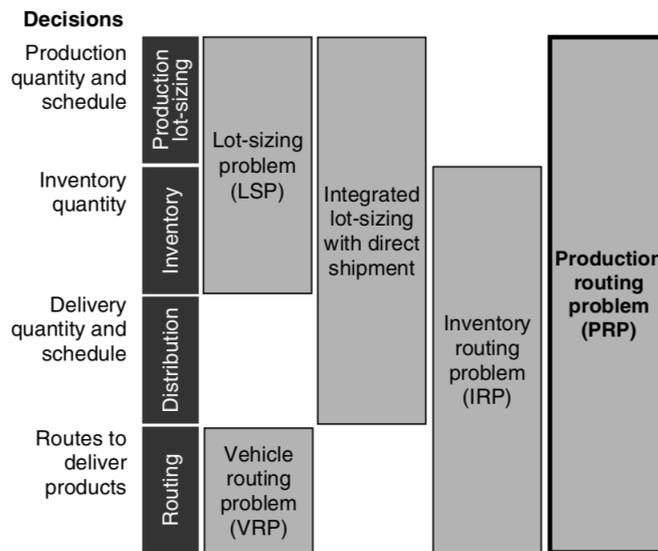
Esta seção é dedicada a fornecer uma introdução abrangente e uma revisão mais aprofundada da literatura relacionada ao Problema de Roteamento de estoque (*Inventory Routing Problem*, IRP). Na [Subseção 2.1.1](#), exploramos a essência do IRP, apresentando uma descrição do problema acompanhada da formulação matemática para a sua versão clássica. Posteriormente, na [Subseção 2.1.2](#), conduzimos uma análise dos estudos sobre IRPs com foco em objetivos múltiplos, destacando as principais abordagens no âmbito de otimização multiobjetivo.

O IRP é um tipo de problema integrado e é composto por dois subproblemas: (1) o roteamento de veículos, que realiza a distribuição de produtos e (2) o controle de estoque, que envolve as decisões de gerenciamento de estoque.

Uma breve distinção interessante das amplas categorias de problemas integrados é apresentada a seguir. Essas classes surgem no planejamento e gestão operacional da cadeia de suprimentos, e são representadas na [Figura 4](#) proposta por [Adulyasak, Cordeau e Jans \(2014\)](#).

De acordo com [Adulyasak, Cordeau e Jans \(2014\)](#), o primeiro problema é a versão

Figura 4 – Problemas de planejamento da cadeia de suprimentos.



Fonte: Adulyasak, Cordeau e Jans (2014).

integrada do problema de dimensionamento de lote (*lot sizing problem*) e o planejamento da distribuição com remessas diretas (*distribution planning with direct shipments*) (FEDERGRUEN; TZUR, 1999; JIN; MURIEL, 2009). Esse problema determina o dimensionamento dos lotes de produção em um horizonte de planejamento finito, visando minimizar os custos da produção total, do estoque e os custos de remessas diretas. Esse problema também pode ser visto como um problema de dimensionamento de lote de dois níveis ou um problema de um fornecedor e multi-clientes.

O segundo problema integrado, Figura 4, é o problema de roteamento de estoque (*Inventory Routing Problem - IRP*), que incorpora o aspecto de roteamento, mas desconsidera as decisões de dimensionamento de lote de produção (ANDERSSON *et al.*, 2010). No IRP, as quantidades de produção são tipicamente assumidas como sendo conhecidas antecipadamente. O problema consiste em determinar os valores a serem entregues aos clientes e os planos de distribuição, incluindo as decisões de roteamento ao longo do horizonte de planejamento.

O terceiro problema é a integração do problema de planejamento da produção, estoque e roteamento que está apresentado do lado direito da Figura 4. Este problema também é conhecido por muitos nomes diferentes: o problema integrado de produção e distribuição (*integrated production and distribution problem*) (CHANDRA; FISHER, 1994; FUMERO; VERCELLIS, 1999; BOUDIA; PRINS, 2009); o problema de produção integrada, inventário, distribuição e roteamento (*integrated production, inventory, distribution and routing problem*) (LEI *et al.*, 2006; BARD; NANANUKUL, 2009; BARD; NANANUKUL, 2010); ou o problema de roteamento de produção (*production routing problem*) ((RUOKOKOSKI; DÉCISIONS, 2010)). Adulyasak, Cordeau e Jans (2014) usam o nome problema de roteamento de produção (*production routing*

*problem*, PRP), pois destacam a analogia com o IRP. Portanto, o PRP considera decisões de produção, ou seja, quantidade de produção e decisões de preparações para produção; este problema é a junção do problema de dimensionamento de lote integrado com o problema com remessas direta com o IRP, envolvendo todas as decisões de planejamento de uma cadeia de suprimentos.

Desde [Bell et al. \(1983\)](#), diferentes variantes do IRP têm sido estudadas. [Bell et al. \(1983\)](#) introduziram um dos problemas pioneiros do IRP, e trataram da gestão integrada de estoques com um problema de roteamento de veículos, mostrando uma aplicação real para a distribuição de gases industriais, com exemplos ilustrativos do problema. [Dror, Ball e Golden \(1985\)](#) resolveram um IRP de longo prazo (*long-term*) usando uma estratégia de horizonte rolante (*rolling horizon strategy*), e mais tarde, [Dror e Ball \(1987\)](#) abordaram o mesmo problema reduzindo o horizonte de planejamento a um problema de período único, definindo custos que refletiam as decisões de longo prazo, os níveis de estoque de segurança e os subconjuntos de clientes a serem considerados. [Campbell e Savelsbergh \(2004\)](#) desenvolveram uma abordagem híbrida de duas fases para um IRP, minimizando apenas os custos de transporte. Em sua abordagem, o cronograma de visita e os tamanhos de entrega são determinados resolvendo um modelo linear inteiro enquanto as rotas de entrega são construídas por meio de algoritmos heurísticos. [Savelsbergh e Song \(2007\)](#) e [Savelsbergh e Song \(2008\)](#) focaram no IRP com movimentos contínuos (*continuous moves*), motivados por uma aplicação real que inclui rotas de coleta e entrega abrangendo vários períodos de planejamento. Os autores desenvolveram algoritmos heurísticos e híbridos para resolver o problema.

Os trabalhos [Bertazzi e Speranza \(2012\)](#) e [Bertazzi e Speranza \(2013\)](#) são revisões que apresentam uma visão geral do IRP. Os autores [Bertazzi e Speranza \(2012\)](#) trazem exemplos, classificam as características de um IRP e apresentam diferentes modelos e políticas para a classe de problemas em que a principal decisão é quando servir os clientes, que são problemas apenas com decisões ao longo do tempo. As contribuições estão no caso do link único (*single link*), ou seja, o problema onde os produtos são enviados de um fornecedor para um cliente com veículos capacitados, e nos IRPs com remessa direta.

No ano seguinte, os mesmos autores, [Bertazzi e Speranza \(2013\)](#) descreveram as razões pelas quais os IRPs são importantes, relacionando o IRP com os problemas de roteamento clássicos, como os problemas do caixeiro viajante e de roteamento de veículos. Apresentaram e discutiram o problema básico desta classe, onde apenas um veículo está disponível. Em seguida, consideraram a extensão deste problema para o caso multi-veículo.

[Archetti e Speranza \(2015\)](#) mostraram a importância do IRP comparando com a solução na gestão tradicional e integrada, ou seja, a solução obtida resolvendo primeiramente um problema de gerenciamento de estoque e, em seguida, um problema de roteamento de veículos. Por meio de um estudo computacional, resultou que a economia média relacionada à integração está em torno de 24% do custo total.

Os IRPs podem ser classificados de acordo com dois esquemas: o primeiro refere-se às variantes estruturais presentes nos IRPs, enquanto o segundo está relacionado à disponibilidade de informações sobre a demanda. Esse esquema de classificação é de acordo com [Coelho, Cordeau e Laporte \(2013\)](#), que é diferente do proposto em [Andersson \*et al.\* \(2010\)](#), ao separar a estrutura do problema da disponibilidade de informações, enquanto [Andersson \*et al.\* \(2010\)](#) combinam ambos.

O trabalho de [Coelho, Cordeau e Laporte \(2013\)](#) é uma revisão que apresenta pesquisas sobre contribuições científicas para o estudo do IRP e se refere às versões básicas/clássicas do IRP, nas quais a maior parte do esforço de pesquisa se concentrou, e às extensões das versões básicas, que são mais elaboradas. As versões básicas são apresentadas na [Tabela 1](#). Elas podem ser classificadas de acordo com sete critérios: horizonte de tempo, estrutura, roteamento, política de estoque, decisões de estoque, composição da frota e tamanho da frota.

Na [Tabela 1](#), o tempo refere-se ao horizonte considerado pelo modelo do IRP. Pode ser finito ou infinito. O número de fornecedores e clientes podem variar e, portanto, a estrutura pode ser: individual ou um para um, quando houver apenas um fornecedor atendendo a um cliente; um para muitos, o caso mais comum de um fornecedor e vários clientes; e muitos para muitos, com vários fornecedores e vários clientes. O roteamento pode ser direto quando houver apenas um cliente por rota, múltiplos quando houver vários clientes na mesma rota ou contínuo quando não houver depósito central, como em aplicações marítimas. As políticas de estoque definem regras pré-estabelecidas para reabastecer os clientes. Os dois mais comuns são a política de nível máximo (*maximum level*) e a política de pedido até o nível (*order-up-to level*). Sob uma política de inventário de nível máximo, o nível de reabastecimento é flexível, mas limitado pela capacidade disponível em cada cliente. Sob uma política de pedido até o nível, sempre que um cliente é visitado, a quantidade entregue é aquela para preencher sua capacidade de estoque. As decisões de estoque determinam como o gerenciamento de inventário é modelado. Se for permitido que o estoque se torne negativo, ocorrerão pedidos em atraso e a demanda correspondente será atendida posteriormente; se não houver pedidos em atraso, a demanda extra será considerada como vendas perdidas. Em ambos os casos, pode haver uma penalidade pela falta de estoque. Em contextos determinísticos, também é possível restringir o estoque para não ser negativo. Finalmente, os dois últimos critérios se referem à composição e tamanho da frota. A frota pode ser homogênea ou heterogênea, e o número de veículos disponíveis pode ser fixo em um, fixo em muitos ou sem restrições.

Tabela 1 – Variantes Estruturais do IRP.

Critério	Opções possíveis		
Horizonte de tempo	Finito	Infinito	
Estrutura	Um para um	Um para muitos	Muitos para muitos
Roteamento	Direto	Múltiplos	Contínuos
Política de estoque	Nível máximo	Pedido até o nível	
Decisões de estoque	Vendas perdidas	Pedido em atraso	Não negativo
Composição da frota	Homogênea	Heterogênea	
Tamanho da frota	Única	Múltipla	Irrestrita

Fonte: Coelho, Cordeau e Laporte (2013) adaptado de Andersson *et al.* (2010)

A segunda classificação refere-se ao momento em que as informações sob demanda se tornam conhecidas. Se estiver totalmente disponível para o tomador de decisão no início do horizonte de planejamento, o problema será determinístico; se sua distribuição de probabilidade é conhecida, é estocástica, o que gera o problema estocástico de roteamento de estoque (*stochastic inventory-routing problem*, SIRP).

Archetti e Ljubić (2022) mostraram as formulações do IRP agregadas, que são modelagens onde as variáveis não têm índice associado a veículos, conhecidas também por formulações compactas. Além disso, estudaram a ligação entre formulações agregadas e desagregadas, ou seja, formulações onde as variáveis possuem um índice relacionado a veículos, e vêm que são equivalentes em termos do valor da relaxação linear correspondente. Além disso, propõem diferentes abordagens de solução exata com base nas formulações agregadas e as comparam com métodos exatos de última geração para o IRP. Os resultados mostram que as abordagens baseadas em formulações agregadas são competitivas em termos de qualidade de limitantes superiores e inferiores.

Alvarez *et al.* (2020) e mais recentemente Schenekemberg *et al.* (2023) também abordam formulações compactas. Alvarez *et al.* (2020) estudam um IRP no qual as mercadorias são perecíveis. Neste problema, tem-se um único fornecedor responsável por entregar um produto perecível a seus clientes durante um horizonte de planejamento finito. Os autores introduziram diferentes formulações matemáticas para o problema, duas com índice de veículo e duas sem, e propõem algoritmos *branch-and-cut* para resolvê-las. Além disso, propõem uma heurística híbrida. Os resultados mostram as diferentes vantagens das formulações introduzidas e mostram que o método híbrido é capaz de fornecer soluções de alta qualidade.

Schenekemberg *et al.* (2023) estudam os problemas de roteamento de produção e estoque, que consideram uma cadeia de suprimentos de um único produto. Eles apresentam formulações de dois e três índices, implementam um algoritmo de *branch-and-cut* baseado em cada formulação e introduzem um algoritmo matheurístico de busca local para resolver o problema. Mais adiante citaremos novamente este artigo.

Abdelmaguid, Dessouky e Ordóñez (2009) propuseram uma extensão do IRP com *backlogging* e as decisões do roteamento de veículos multiperíodos tomadas para um conjunto de clientes que recebem unidades de um único item de um depósito com suprimento infinito. Eles consideram um caso em que a demanda de cada cliente é determinista e pequena em comparação com a capacidade do veículo, e os clientes estão localizados perto, de modo que uma estratégia consolidada de envio é apropriada. Foram desenvolvidas heurísticas construtivas e de melhoria para obter uma solução aproximada para este problema e demonstrar sua eficácia através de experimentos computacionais, comparando com os limitantes inferior e superior encontrados pelo software comercial CPLEX.

Cordeau *et al.* (2015) resolveram o IRP com múltiplos produtos e períodos (*multi-product multi-vehicle* IRP, MMIRP) no qual vários produtos são reabastecidos para um conjunto de clientes de um fornecedor comum e demandas deterministas ocorrem nos clientes para cada produto, onde os produtos diferentes têm que ser entregues por uma frota de veículos em um horizonte de planejamento finito. A política é a de nível máximo, em que, para cada período e para cada produto, o valor entregue a um cliente não pode exceder um determinado nível máximo de armazenamento. Para resolver esse problema, decompõem o processo de decisão em subprocessos de planejamento e roteamento e tentaram integrar as duas partes utilizando um modelo de programação linear inteira mista. Mais precisamente, desenvolveram um algoritmo heurístico de três fases com base em uma decomposição do processo de decisão do fornecedor. Na primeira fase, os planos de entrega são determinados usando um método baseado em Relaxação Lagrangiana. Na segunda fase, as sequências de entrega para os veículos são especificadas. Em particular, um procedimento heurístico simples é empregado para construir as rotas. A entrega fracionária é permitida. A terceira fase utiliza programação linear inteira mista para melhorar a solução de forma integrada. Os experimentos computacionais mostraram que a heurística é eficaz em instâncias com até 50 clientes e 5 produtos.

Uma abordagem exata para o IRP foi proposta em 2007 por Archetti *et al.* (2007) para o caso de veículo único. Nos anos posteriores, a literatura tem focado no caso com múltiplos veículos. As abordagens exatas são baseadas principalmente em esquemas de *branch-and-cut* (B&C), como em: Solyali e Sural (2011) Adulyasak, Cordeau e Jans (2014), Coelho e Laporte (2013a), Coelho e Laporte (2013b), Coelho e Laporte (2014), Archetti *et al.* (2014), Avella, Boccia e Wolsey (2015), Avella, Boccia e Wolsey (2018), Manousakis *et al.* (2021) e Schenekemberg *et al.* (2023). Apenas uma contribuição propõe um algoritmo *branch-and-price*, ou seja, Desaulniers, Rakke e Coelho (2016) propõem uma complexa decomposição do problema.

Archetti *et al.* (2007) utilizam a política determinística de pedido até o nível, ou seja, toda vez que um cliente é visitado, a quantidade entregue pelo fornecedor é tal que o nível máximo de estoque é atingido. As remessas do fornecedor para os clientes são realizadas por um veículo de capacidade determinada. Os autores derivam novas desigualdades válidas adicionais

usadas para fortalecer a relaxação linear do modelo. Foi implementado um algoritmo *branch-and-cut* (B&C). Em seguida, compararam a solução ótima do problema com a solução ótima de dois problemas obtidos, relaxando de diferentes maneiras a política de pedido até o nível. Os resultados computacionais são apresentados em um conjunto de instâncias de problemas gerados aleatoriamente, que tornou o *benchmark* da literatura, e utilizada nesta tese. Esse artigo se tornou uma grande referência na área, sendo que até a data de 14/10/2023 já foi citado por 552 trabalhos.

Solyali e Sural (2011) abordam um problema onde um fornecedor usa um veículo com limitação de capacidade. Cada cliente apresenta uma demanda dinâmica externa e é controlado pela política de pedido até o nível. Eles propõem um algoritmo do tipo B&C e uma heurística baseada em uma rota a priori usando uma formulação forte. De acordo com os autores, o estudo foi o primeiro a considerar uma formulação forte para a parte de reabastecimento de estoque de IRP. Os resultados computacionais revelaram que o novo algoritmo B&C e a heurística apresentam melhor desempenho do que os observados na literatura.

Outro algoritmo *branch-and-cut* para a solução de IRPs com múltiplos produtos e múltiplos veículos é proposto por Coelho e Laporte (2013a). Eles definiram, modelaram e resolveram exatamente o problema. Também consideraram a inclusão de recursos de consistência (conceito definido por Coelho, Cordeau e Laporte (2012)) que são significativos em um ambiente de vários produtos e ajudam a melhorar a qualidade do serviço oferecido; estes recursos referem-se a um conjunto de estratégias e políticas implementadas para garantir um serviço de alta qualidade e eficiência operacional, através da regularidade e previsibilidade nas operações de entrega. Os autores propõem um grande conjunto de instâncias e dados que foram disponibilizados online.

Coelho e Laporte (2013b) propuseram um B&C para a solução exata de várias classes de IRPs. Especificamente, resolvem o IRP com múltiplos veículos com frota homogênea e heterogênea, o IRP com opções de transbordo e o IRP com recursos de consistência adicionados. Realizaram uma extensa análise computacional em instâncias de *benchmark*, propostas em Archetti *et al.* (2007), que já foram usadas em centenas de trabalhos.

Coelho e Laporte (2014) desenvolveram uma formulação exata que incluiu várias desigualdades válidas bem conhecidas para algumas classes de IRPs. Propuseram três novas desigualdades válidas baseadas na relação entre demanda e capacidades disponíveis. Os experimentos computacionais confirmaram o desempenho do algoritmo. Usaram dois conjuntos de dados disponíveis com novas soluções identificadas em 2013.

Archetti *et al.* (2014) apresentam e comparam formulações para o IRP. Desigualdades válidas também são apresentadas. As formulações são testadas em um grande conjunto de instâncias de dados da literatura. Uma das conclusões mais significativas é que as formulações que usam variáveis indexadas a veículos são superiores às formulações agregadas mais compactas.

Avella, Boccia e Wolsey (2015) exploram uma abordagem para o IRP onde a política

de reabastecimento é definida antecipadamente. Eles consideram duas políticas específicas, a pedido até o nível, que determina que as entregas devem elevar o estoque do cliente até um limite superior predeterminado, e a política de nível máximo, assegurando que o estoque não exceda um nível máximo em cada período. Além disso, os autores introduzem duas novas categorias de restrições, denominadas desigualdades de corte, e implementam um algoritmo B&C para testar a eficácia dessas reformulações focadas em cenários de um único item. Os autores apresentam resultados computacionais obtidos em instâncias de teste com 50 clientes e 6 períodos de tempo, envolvendo um único produto e um único veículo, demonstrando a eficiência das propostas de reformulação no contexto de IRP.

Avella, Boccia e Wolsey (2018) apresentam reformulações do IRP sob a política de reabastecimento de nível máximo, derivada de uma subestrutura de período único. Os autores definem uma família genérica de desigualdades válidas e, em seguida, introduzem duas subclasses específicas para as quais o problema de separação, de gerar desigualdades violadas, pode ser efetivamente resolvido. Um algoritmo *branch-and-cut* foi implementado para demonstrar a força das reformulações de período único. Os resultados computacionais foram para as instâncias de *benchmark*.

Uma nova formulação matemática para o IRP com um dado conjunto de clientes para atender em um horizonte multiperíodo foi proposta por Desaulniers, Rakke e Coelho (2016). E também desenvolveram um algoritmo *branch-price-and-cut* para resolvê-la. Este algoritmo incorpora novos e conhecidos conjuntos de desigualdades válidas, incluindo uma adaptação das desigualdades de capacidade bem conhecidas, bem como um algoritmo de rotulagem *labeling algorithm ad hoc* para resolver os subproblemas de geração de colunas. Por meio dos experimentos computacionais, 640 instâncias da literatura envolvendo dois a cinco veículos, mostraram que o algoritmo *branch-price-and-cut* supera um algoritmo B&C de última geração no mercado em instâncias com quatro e cinco veículos. Neste conjunto de instâncias, 238 ainda estavam abertas e provaram a otimalidade para 54 delas. Os resultados computacionais, nos quais o algoritmo *branch-and-price* é comparado com o B&C proposto em Coelho e Laporte (2013b), mostram que nenhum método está dominando o outro, com *branch-and-price* apresentando melhor desempenho para instâncias com maior número de veículos e vice-versa.

O trabalho de Manousakis *et al.* (2021) estudam o IRP com política de estoque nível máximo. Uma nova formulação de fluxo de duas mercadorias é introduzida junto com um novo conjunto de desigualdades válidas. Com base nisso, é proposto um algoritmo B&C. A abordagem da solução proposta superou os resultados das abordagens heurísticas da época, especialmente para instâncias difíceis de resolver. Os autores relataram 116 novos limitantes superiores de 640 problemas de um conjunto de dados de *benchmark* bem conhecido. Além disso, apresentaram novos limitantes inferior e superior para o mesmo conjunto de dados com um número maior de veículos. Finalmente, os autores melhoraram 139 limitantes superiores de 200 problemas maiores difíceis de resolver da literatura IRP.

Recentemente, [Schenekemberg et al. \(2023\)](#) introduziu uma abordagem denominada "Three-Front Parallel *branch-and-cut* Algorithm"(3FP-B&C), que representa um avanço na literatura de IRP. O 3FP-B&C combina formulações de dois e três índices, juntamente com um algoritmo matheurístico de busca local. Os resultados do estudo demonstram que essa abordagem supera outras soluções da literatura. Para instâncias de pequeno porte, o 3FP-B&C encontra 949 soluções ótimas conhecidas da literatura, além disso prova a otimalidade de 153 da literatura pela primeira vez. Por fim, o 3FP-B&C encontra os melhores limites inferiores para 1169 de 1316 instâncias, superando todos os algoritmos exatos anteriores. Uma análise comparativa de cada frente de pesquisa revela os ganhos da abordagem integrada. Até onde sabemos, é atualmente o melhor método de resolução para o IRP.

Em termos de abordagens heurísticas, contribuições recentes são [Archetti et al. \(2012\)](#), [Coelho, Cordeau e Laporte \(2012\)](#), [Santos et al. \(2016\)](#), [Archetti, Boland e Speranza \(2017\)](#), [Alvarez, Munari e Morabito \(2018\)](#), [Chitsaz, Cordeau e Jans \(2019\)](#) e [Archetti et al. \(2021\)](#).

[Archetti et al. \(2012\)](#) consideram um IRP em tempo discreto em que um fornecedor precisa atender a um conjunto de clientes em um horizonte multiperíodo. Uma restrição de capacidade para o estoque é fornecida para cada cliente e o serviço não pode causar qualquer situação de falta de estoque. Duas políticas de reabastecimento diferentes são consideradas: as políticas de ordem até nível (*order-up-to-level*) e de nível máximo (*maximum-level policies*). Um único veículo com uma determinada capacidade está disponível. O custo de transporte é proporcional à distância percorrida, enquanto o custo de manutenção de estoque é proporcional ao nível do estoque nos clientes e no fornecedor. O objetivo é minimizar a soma dos custos de estoque e transporte. Os autores apresentam uma heurística que combina um esquema de busca tabu com modelos de programação linear inteira mista. A eficácia da heurística é comprovada em um conjunto de instâncias de referência para as quais a solução ótima é conhecida.

Para evitar soluções inconsistentes para os IRPs multiveículos (MIRP), [Coelho, Cordeau e Laporte \(2012\)](#) introduziram o conceito de consistência nas soluções desses problemas, aumentando assim a qualidade do serviço. Desenvolveram modelos de programação linear inteira mista para o IRP multiveículo com e sem requisitos de consistência, e propuseram uma metaheurística para resolver as versões do problema. Essa heurística aplica um esquema de busca de grande vizinhança adaptável (*adaptive large neighborhood search*, ALNS) no qual alguns subproblemas são resolvidos com exatidão. O algoritmo proposto gera soluções que oferecem um bom compromisso entre custo e qualidade. Foram analisados o efeito de diferentes políticas de inventário, decisões de roteamento e tamanhos de entrega.

[Santos et al. \(2016\)](#) estudaram um MIRP, no qual o fornecedor entrega um tipo de produto ao longo de um horizonte de planejamento finito, usando uma frota homogênea de veículos. Eles minimizaram o custo total de armazenamento e transporte. Para resolver o MIRP, propuseram um algoritmo baseado na metaheurística de busca local iterativa (*iterated local search*, ILS), usando uma variável de vizinhança descendente aleatória (*random variable neighborhood*

*descent*, RVND) na fase de busca local. Além disso, os autores combinaram esse algoritmo com um procedimento exato baseado em programação matemática para resolver especificamente o gerenciamento de estoque como um subproblema e uma nova heurística construtiva é apresentada. Para validar nossa abordagem, foram realizados testes computacionais em 560 instâncias de bases de dados, obtendo resultados bastante competitivos em comparação aos algoritmos mais conhecidos.

Archetti, Boland e Speranza (2017) Consideram o problema de roteamento de estoques, no qual um fornecedor deve reabastecer um conjunto de clientes por meio de uma frota limitada de veículos capacitados em um horizonte de tempo discreto. O objetivo é minimizar o custo total da distribuição que compreende o custo de estoque no fornecedor e nos clientes e o custo de roteirização. Apresentam uma matheurística que combina uma busca tabu e formulações de programação matemática. Quando comparado com dois métodos exatos em 640 instâncias pequenas, a matheurística encontra 192 (48%) ótimos sobre as 402 instâncias com ótimos conhecidos e melhora 125 limites superiores. Testado em 240 grandes instâncias (com até 200 clientes) para as quais não são conhecidas soluções ótimas, ele melhora a melhor solução para 220 (92%) das 240 instâncias.

Alvarez, Munari e Morabito (2018) investigam o IRP com foco em duas funções objetivo: a tradicional, que busca minimizar a soma dos custos de estoque e transporte, e uma alternativa, que visa minimizar a razão logística, um indicador do custo total de viagem por quantidade entregue, introduzindo um novo desafio devido à sua não linearidade. Para abordar esses objetivos, propõem o uso de algoritmos metaheurísticos, especificamente o ILS e o recozimento simulado (*simulated annealing*, SA), destacando-se pela inovação em tratar a razão logística no IRP. Através de experimentos computacionais, demonstram que essas abordagens oferecem soluções de alta qualidade em tempos de execução competitivos, melhorando os resultados para instâncias conhecidas e marcando um avanço importante na resolução de IRPs.

Chitsaz, Cordeau e Jans (2019) apresentam um modelo geral para o problema de roteamento de montagem *assembly routing problem* (ARP), que consiste em planejar simultaneamente a montagem de um produto acabado em uma fábrica e o roteamento de veículos que coletam materiais de fornecedores para atender às necessidades de estoque impostas pela produção. Os autores formularam o problema como um programação linear inteiro misto e desenvolveram uma matheurística de decomposição trifásica que se baseia na solução iterativa de diferentes subproblemas. A primeira fase determina um cronograma de preparação, enquanto a segunda fase otimiza as quantidades de produção, os cronogramas de visita de fornecedores e as quantidades de remessa. A terceira fase resolve um problema de roteamento de veículos para cada período no horizonte de planejamento. O algoritmo é flexível e mostra como ele também pode ser usado para resolver dois conhecidos problemas de distribuição de saída relacionados ao ARP: o problema de roteamento da produção e o problema de roteamento de estoque. Usando a mesma configuração de parâmetro para todos os problemas e instâncias, obtiveram 781 novas soluções

mais conhecidas de 2.628 instâncias de teste IRP e PRP padrão.

Archetti *et al.* (2021) estudam um problema de roteamento de estoque cujo objetivo é determinar um plano de distribuição ótimo para reabastecer um conjunto de clientes roteando uma frota limitada de veículos capacitados em um horizonte de planejamento discreto. Cada cliente consome uma quantidade de produto por período e tem uma capacidade máxima de estoque. O objetivo é minimizar o custo total de distribuição que compreende os custos de roteamento e manutenção de estoque. É apresentada uma matheurística que utiliza as informações obtidas por uma busca tabu para construir uma sequência de problemas de programação linear inteira mista de pequeno porte. Extensos experimentos computacionais são conduzidos em um grande conjunto de instâncias de *benchmark*. Os resultados mostram que a matheurística supera outros algoritmos de última geração em termos de qualidade média de solução.

Benoist *et al.* (2011) e Singh, Arbogast e Neagu (2015) resolveram diferentes IRPs aplicando algoritmos heurísticos para problemas de distribuição real na indústria de gás a granel. Benoist *et al.* (2011) apresentam uma nova abordagem prática de solução baseada em busca local randomizada para um IRP da vida real. O modelo considera janelas de tempo, regulamentos de segurança dos motoristas, ordens e outras restrições mais realistas. Uma característica da abordagem de busca local é a ausência de decomposição do estoque e roteamento, possibilitada por um algoritmo de atribuição de volume rápido. Além disso, graças a uma grande variedade de vizinhanças randomizados, uma simples melhoria é usada em vez de metaheurísticas complexas. Para atingir economias a longo prazo, os autores propõem uma nova função objetiva substituta para o modelo de curto prazo, baseada em limitantes inferiores de longo prazo. Um estudo computacional mostra que a solução é eficaz, eficiente e robusta, proporcionando economias a longo prazo superior a 20%, em média, em comparação com soluções construídas por especialistas em planejamento ou mesmo algoritmo construtivo.

Singh, Arbogast e Neagu (2015) resolvem o IRP que ocorre na distribuição de gás industrial, onde os gases industriais liquefeitos são distribuídos para os clientes. Consideram um problema de vários períodos com vários produtos assumindo taxas de demanda determinísticas e o modelo proposto é formulado como um programa linear misto-inteiro. Os autores fazem uma abordagem incremental baseada na decomposição do conjunto de clientes no problema original em subproblemas. O menor subproblema consiste no cliente que precisa ser entregue com mais urgência junto com um conjunto de seus vizinhos. Eles resolvem cada subproblema com o número de clientes crescendo sucessivamente, fornecendo a solução do sub-problema previamente resolvido como uma solução inicial. Cada subproblema é então resolvido com um método heurístico de busca local randomizada. Também propõem uma heurística de busca local para uma solução ótima de longo prazo. O principal objetivo deste trabalho é desenvolver uma metodologia de solução apropriada para instâncias de problemas reais em grande escala, particularmente na distribuição de gás industrial.

A literatura de IRPs é vasta e diversificada, integrando uma variedade de critérios em

uma única função objetivo, conforme discutido na revisão anterior. Nesta tese, focamos na variante determinística do IRP, caracterizada por um horizonte de tempo finito, uma estrutura de distribuição de um para muitos, múltiplas rotas de entrega, uma política de estoque de nível máximo, restrições de estoque não negativo e uma frota heterogênea. Quanto à metodologia de solução, esta tese emprega um algoritmo *branch-and-cut* padrão, com o objetivo de obter soluções ótimas para o IRP, integrando essas perspectivas inovadoras com rigor metodológico.

Adicionalmente, esta tese expande a análise para uma abordagem multiobjetivo do IRP, incluindo a consideração pela redução das emissões de gases poluentes, um aspecto vital para a sustentabilidade. Uma discussão detalhada sobre IRPs multiobjetivos e sustentáveis será fornecida na [Subseção 2.1.2](#).

### 2.1.1 Descrição do problema e formulação matemática do IRP clássico

O modelo do IRP apresentado nesta subseção é baseado em [Coelho, Cordeau e Laporte \(2013\)](#) e [Alvarez, Munari e Morabito \(2018\)](#). Será apresentada uma descrição do problema, e em seguida sua modelagem matemática. Este problema e modelagem matemática serão utilizados no decorrer desta tese, por isso, frequentemente, modelo será referenciado.

Considerando um IRP na sua variante básica, como definido pela literatura, sob a suposição de que os custos de viagem são simétricos, o problema é definido em um grafo não direcionado  $\mathbb{G} = (\mathbb{V}, \mathbb{A})$ , onde  $\mathbb{V} = \{0, \dots, n\}$  é o conjunto de vértices e  $\mathbb{A} = \{(i, j) \mid i, j \in \mathbb{V}, i < j\}$  é o conjunto de arestas. O vértice 0 representa o fornecedor e os vértices restantes de  $\mathbb{V}' = \mathbb{V} \setminus \{0\}$  representam  $n$  clientes. O fornecedor tem um frota heterogênea composta por  $K$  veículos, denotado pelo conjunto  $\mathbb{K} = \{1, \dots, K\}$ , sendo que cada veículo  $k \in \mathbb{K}$  têm características únicas, como a capacidade  $cap^k$ . Cada veículo é capaz de realizar uma rota por período de tempo para entregar os produtos do fornecedor a um subconjunto de clientes. A distância euclidiana é considerada para  $p_{ij}$ , onde os pontos  $(X_i, Y_i)$  e  $(X_j, Y_j)$  estão no plano. Como feito na literatura, os custos de transporte correspondem a distância Euclidiana arredonda para o inteiro mais próximo, ou seja,  $\lfloor p_{ij} \rfloor = c_{ij}$ , para todas as arestas  $(i, j)$ . Tanto o fornecedor quanto os clientes têm custos unitários de manutenção de estoques  $h_i^t$  em todo final de período de tempo,  $i \in \mathbb{V}$ , e cada cliente tem uma capacidade de armazenamento  $C_i$ ,  $i \in \mathbb{V}$ . O tamanho do horizonte de planejamento é  $T$  e, a cada período de tempo  $t \in \mathbb{T} = \{1, \dots, T\}$ , a produção/quantidade de produto  $m$  disponibilizada no fornecedor é  $r^t$ . Assumimos que o fornecedor possui estoque suficiente para atender à demanda total do cliente durante o horizonte de planejamento, e toda a demanda também deve ser satisfeita, ou seja, *backlogging* não é permitido, os estoques não podem ser negativos.  $I_0^0$  e  $I_i^0$  são definidas como os estoques iniciais, no fornecedor e no cliente  $i \in \mathbb{V}$ , respectivamente. No início do horizonte de planejamento, o tomador de decisões conhece a demanda  $d_i^t$  de cada cliente  $i$  para cada período de tempo  $t$ .

O modelo usa as variáveis  $x_{ij}^{kt}$  iguais ao número de vezes que a aresta  $(i, j)$  com  $i < j$  é usada na rota do veículo  $k$  no período  $t$ . Quando  $i = 0$ : significa que o veículo está partindo do depósito. Se  $x_{ij}^{kt} = 2$ , isso indica uma viagem de ida e volta do depósito para o cliente  $j$  e de volta ao depósito dentro do mesmo período de tempo  $t$ . Quando  $i \neq 0$ : implica que o veículo não está saindo do depósito, mas sim de um cliente ou outro ponto. Neste caso,  $x_{ij}^{kt}$  pode ser 0 ou 1, indicando se o veículo  $k$  viaja ou não do ponto  $i$  para o ponto  $j$  no tempo  $t$ .

Quanto as demais variáveis, temos as variáveis binárias  $y_i^{kt}$  iguais a 1 se e somente se o nó  $i$  (o fornecedor ou um cliente) for visitado pelo veículo  $k$  no período  $t$ .  $I_i^t$  o nível de estoque no vértice  $i \in \mathbb{V}$  no final do período  $t \in \mathbb{T}$ .  $q_i^{kt}$  é a quantidade de produto entregue do fornecedor usando o veículo  $k$  para o cliente  $i$  no período de tempo  $t$ .

A [Tabela 2](#) resume toda a notação anteriormente introduzida.

Tabela 2 – Conjuntos e parâmetros do IRP.

Conjuntos:	
$\mathbb{V}$	Conjunto de todos os vértices
$\mathbb{A}$	Conjunto de arestas
$\mathbb{V}'$	Conjunto de clientes
$\mathbb{K}$	Conjunto dos veículos
$\mathbb{T}$	Conjunto dos períodos de tempo
Parâmetros:	
$cap^k$	Capacidade de cada veículo
$c_{ij}$	Custos de transporte entre o nó $i$ e $j$
$h_i^t$	Custo de estoque no nó $i$ no final do período $t$
$C_i$	Capacidade de armazenamento no cliente $i$
$r^t$	Quantidade disponibilizada no fornecedor no período de tempo $t$
$I_i^0$	Estoque inicial no nó $i$
$d_i^t$	Demanda do cliente $i$ no período de tempo $t$

Fonte: Elaborada pelo autor.

O IRP visa determinar quando os clientes serão visitados, a quantidade de produto que será entregue em cada cliente e quais as rotas devem ser realizadas para realizar essas entregas. O objetivo é minimizar o custo total de estoque e a distância percorrida. Os custos de estoques são cobrados ao final de cada período, tanto no fornecedor quanto nos clientes. Supõe-se que a capacidade de armazenagem do fornecedor não seja limitada. Logo, o problema com frota heterogênea é formulado da seguinte maneira e denominado por IRP:

$$\text{Minimizar } F_{IRP} = \sum_{i \in \mathbb{V}} \sum_{t \in \mathbb{T}} h_i^t I_i^t + \sum_{i \in \mathbb{V}} \sum_{j \in \mathbb{V}, i < j} \sum_{k \in \mathbb{K}} \sum_{t \in \mathbb{T}} c_{ij} x_{ij}^{kt} \quad (2.1)$$

Sujeito a

$$I_0^t = I_0^{t-1} + r^t - \sum_{k \in K} \sum_{i \in \mathbb{V}'} q_i^{kt}, \quad t \in \mathbb{T}, \quad (2.2)$$

$$I_i^t = I_i^{t-1} + \sum_{k \in K} q_i^{kt} - d_i^t, \quad i \in \mathbb{V}', t \in \mathbb{T}, \quad (2.3)$$

$$I_i^{t-1} + \sum_{k \in K} q_i^{kt} \leq C_i, \quad i \in \mathbb{V}', t \in \mathbb{T}, \quad (2.4)$$

$$q_i^{kt} \leq C_i y_i^{kt}, \quad i \in \mathbb{V}', k \in K, t \in \mathbb{T}, \quad (2.5)$$

$$\sum_{i \in \mathbb{V}'} q_i^{kt} \leq cap^k y_0^{kt}, \quad k \in K, t \in \mathbb{T}, \quad (2.6)$$

$$\sum_{j \in \mathbb{V}, i < j} x_{ij}^{kt} + \sum_{j \in \mathbb{V}, j < i} x_{ji}^{kt} = 2y_i^{kt}, \quad i \in \mathbb{V}, k \in K, t \in \mathbb{T}, \quad (2.7)$$

$$\sum_{i \in \mathbb{S}} \sum_{j \in \mathbb{S}, i < j} x_{ij}^{kt} \leq \sum_{i \in \mathbb{S}} y_i^{kt} - y_g^{kt}, \quad \mathbb{S} \subseteq \mathbb{V}', k \in K, t \in \mathbb{T}, \forall g \in \mathbb{S}, \quad (2.8)$$

$$\sum_{k \in K} y_i^{kt} \leq 1, \quad i \in \mathbb{V}', t \in \mathbb{T}, \quad (2.9)$$

$$I_i^t \geq 0, \quad i \in \mathbb{V}, t \in \mathbb{T}, \quad (2.10)$$

$$q_i^{kt} \geq 0, \quad i \in \mathbb{V}', k \in K, t \in \mathbb{T}, \quad (2.11)$$

$$x_{0j}^{kt} \in \{0, 1, 2\}, \quad j \in \mathbb{V}', k \in K, t \in \mathbb{T}, \quad (2.12)$$

$$x_{ij}^{kt} \in \{0, 1\}, \quad i, j \in \mathbb{V}' : i < j, k \in K, t \in \mathbb{T}, \quad (2.13)$$

$$y_i^{kt} \in \{0, 1\}, \quad i \in \mathbb{V}, k \in K, t \in \mathbb{T}. \quad (2.14)$$

A função objetivo 2.1 minimiza o total de custos de estoques nos clientes e no fornecedor, mais a distância percorrida do roteamento realizado no horizonte de planejamento. As restrições 2.2 e 2.3 definem os estoques no fornecedor e nos clientes, respectivamente. As restrições 2.4 impõem que o nível de estoque após a entrega nos clientes não possa exceder sua capacidade de armazenamento. As restrições 2.5 permitem que um veículo realize uma entrega a um cliente específico apenas se esse cliente for visitado pelo veículo. Restrições 2.6 garantem que a capacidade de cada veículo seja respeitada. As restrições 2.7 garantem a conservação de fluxo. As restrições 2.8 são as restrições de eliminação de subciclo. O conjunto 2.9 define que cada cliente pode ser visitado no máximo uma vez em cada período. O domínio das variáveis de decisão está definido nas restrições 2.10 - 2.14.

### 2.1.2 Otimização Multiobjetivo para o IRP

A otimização multiobjetivo em IRP adquire uma nova complexidade ao incorporar preocupações ambientais juntamente com os tradicionais objetivos econômicos. Este enfoque não apenas reflete a crescente demanda por práticas sustentáveis nas cadeias de suprimentos, mas também destaca a importância de abordar questões ambientais como parte integrante da otimização logística.

Esta tese, ao explorar o IRP sob abordagem multiobjetivo, destaca em particular os esforços para balancear eficiência operacional com a redução das emissões de gases poluentes, uma questão vital para a sustentabilidade. Através da revisão de trabalhos que avaliam simultaneamente os custos e as emissões de  $CO_2$ , esta pesquisa propõe uma análise do *trade-off* na logística, promovendo decisões que são não apenas economicamente viáveis, mas também ecologicamente responsáveis. Assim, ao integrar considerações ambientais na análise multiobjetivo do IRP, contribuímos para o desenvolvimento de estratégias logísticas alinhadas com objetivos de sustentabilidade, reforçando a necessidade de operações industriais mais sustentáveis e responsáveis no cenário global.

A literatura de métodos multiobjetivo é escassa quando comparada a literatura de artigos mono-objetivos. Todavia, existem bons trabalhos que estudam o IRP com a perspectiva multiobjetivo, tais como [Azuma, Coelho e Zuben \(2011\)](#), [Yang et al. \(2016\)](#), [Franco, López-Santana e Méndez-Giraldo \(2016\)](#), [Timajchi, Hashem e Rekik \(2018\)](#), [Arab, Ghaderi e Tavakkoli-Moghaddam \(2018\)](#), [Rahbari, Naderi e Mohammadi \(2018a\)](#) e [Rau, Budiman e Widayana \(2018\)](#). Nessa seção faremos uma descrição mais detalhada desses trabalhos.

O trabalho de [Azuma, Coelho e Zuben \(2011\)](#) apresenta uma abordagem multiobjetivo para resolver uma versão do IRP com um produto, um fornecedor,  $n$  clientes e um veículo, minimizando os custos de estoque e os custos de transporte. Os autores apresentam uma abordagem multiobjetivo em um conjunto de IRPs da literatura e propõem um método baseado no conhecido SPEA2<sup>1</sup> (*Strength Pareto Evolutionary Algorithm*) e inclui aspectos associados principalmente à representação das soluções, operadores genéticos e busca local. Os experimentos foram realizados e os resultados obtidos foram comparados com a melhor solução encontrada para a versão de objetivo único de cada problema.

[Yang et al. \(2016\)](#) estudam uma formulação tri-objetivo do IRP com um fornecedor,  $n$  clientes, um produto e um veículo, onde o custo de falta de estoque é um objetivo e os demais são os custos de estoque e os custos de transporte. A demanda é modelada como uma variável aleatória. Algoritmos evolutivos de otimização multiobjetivo (NSGA-II<sup>2</sup> e SMS-EMOA<sup>3</sup>) e um novo método baseado em inteligência de enxame (swarm intelligence) foram usados para

<sup>1</sup> Método proposto por [Zitzler, Laumanns e Thiele \(2001\)](#).

<sup>2</sup> NSGA-II, nondominated sorting genetic algorithm, algoritmo proposto por [Deb et al. \(2002\)](#).

<sup>3</sup> SMS-EMOA, S metric selection - evolutionary multiobjective optimization algorithms, algoritmo proposto por [Emmerich, Beume e Naujoks \(2005\)](#).

calcular a aproximação da fronteira de Pareto 3D. Os resultados fornecem informações sobre a forma da superfície ótima. Além disso, os desempenhos dos diferentes métodos algorítmicos são comparados e devido à consistência nos resultados, pode-se concluir que uma aproximação quase ótima da fronteira de Pareto pode ser encontrada para problemas de tamanho praticamente relevante.

Franco, López-Santana e Méndez-Giraldo (2016) apresentam um algoritmo multiobjetivo incorporado à geração de colunas para resolver um *green* IRP bi-objetivo, minimizando também a emissão de gases de efeito estufa. O problema consiste em  $n$  clientes,  $k$  veículos idênticos, um fornecedor e um produto. Em contraste com o IRP clássico, na logística ecológica, é incluída uma minimização das emissões de  $CO_2$ . Para resolver o problema bi-objetivo, os autores propuseram o uso do método NISE<sup>4</sup> (Noninferior Set Estimation) combinado com a geração de colunas para reduzir a quantidade de variáveis no problema. Neste trabalho, os autores consideram que a emissão de  $CO_2$  é conhecida, mas não oferecem qualquer estimativa de cálculo ou ideia de como estimar esse valor.

Timajchi, Hashem e Rekik (2018) abordaram o IRP para itens farmacêuticos perigosos e em deterioração em uma rede de assistência médica, considerando  $n$  hospitais/clientes, um fornecedor, um produto e  $k$  veículos. A demanda de cada hospital foi assumida como determinística, mas o período de tempo varia ao longo de um horizonte de planejamento finito. A demanda pode ser satisfeita por meio de uma rede de suprimento, permitindo a opção de transbordo. O modelo bi-objetivo proposto é inteiro misto, onde uma função objetivo visa minimizar o custo total da cadeia de suprimentos, incluindo custos fixos e variáveis de transporte, custos de manutenção de estoque, custos de escassez e custos de transbordo, e a outra função objetivo minimiza a perda máxima esperada de acidentes na distribuição ao longo de todos os períodos. A questão foi identificar a ligação entre a taxa de deterioração e o benefício trazido pela política de transbordo em termos de perdas econômicas e de acidentes. Vários exemplos numéricos foram gerados, resolvidos e comparados com as soluções de um algoritmo híbrido genético. Os resultados mostraram que a opção de transbordo não só pode ser usada para aumentar o desempenho da rede de abastecimento econômico através da economia de rotas, mas também pode ajudar o sistema a evitar rotas de risco.

Arab, Ghaderi e Tavakkoli-Moghaddam (2018) consideram um IRP de vários períodos e produtos, com um fornecedor. O problema é modelado para minimizar dois objetivos, a primeira função objetivo inclui custos fixos de roteirização, envio e entrega, e custos de manutenção sofridos pelos clientes, a segunda função objetivo minimiza os riscos de transporte nas rotas tomadas pelos veículos, onde estes riscos estão associadas a cada rota de transporte, e são diferenciadas por período e produto. Para calcular o risco de transporte, os autores se baseiam na literatura, mas simplifica a aplicação usando números aleatórios. No artigo, os produtos são

<sup>4</sup> NISE, método descrito por Cohon (1978) e por Cohon, Church e Sheer (1979) que permite obter uma aproximação para o conjunto das soluções não-dominadas em problemas multi-objetivos, determinado as que se encontram em vértices do contorno convexo das soluções não-dominadas.

entregues aos varejistas por alguns veículos heterogêneos e a falta de estoque é considerada inadmissível. Para validar esse novo modelo bi-objetivo, o método do  $\varepsilon$ -restrito é usado. O NSGA-II e um algoritmo competitivo imperialista multi-objetivo (*multi-objective imperialist competitive algorithm*, MOICA - proposto por [Enayatifar et al. \(2013\)](#)). são usados e desenvolvidos para resolver vários problemas de teste. Além disso, os resultados computacionais são comparados e o desempenho dos algoritmos precedentes é analisado.

No artigo de [Rahbari, Naderi e Mohammadi \(2018a\)](#) é abordado um IRP, no qual os veículos capacitados distribuem produtos de vários fornecedores para um varejista para atender à demanda de produtos. A demanda associada ao cliente é assumida como variável no tempo e determinista. O transbordo é considerado no modelo, pois é um recurso que pode ser considerado hoje na gestão da cadeia de suprimentos. A primeira função objetivo representa a minimização da soma dos custos de manutenção de estoque, custo de transporte e custo fixo dos veículos, enquanto a segunda função objetivo representa a minimização do custo das emissões de gases de efeito estufa, dadas por um valor fixo para os gases produzidos pelo tipo de veículo multiplicada pela distância. O modelo proposto é um programa linear inteiro misto implementado e resolvido utilizando o resolvidor GAMS(*General Algebraic Modeling System*).

O estudo de [Rau, Budiman e Widyadana \(2018\)](#) propõe um modelo de problema de roteamento de inventário cíclico verde multi-objetivo (*multi-objective green cyclic inventory routing problem*) para capturar a influência da gestão de transporte e estoque no custo e questões ambientais. O IRP proposto considera viagens cíclicas únicas e múltiplas, tempo de manuseio e frota capacitada com consumo de combustível dependente do peso, para modelar atividades de logística mais abrangentes. Uma otimização discreta de enxame de partículas de múltiplos enxames (*particle swarm optimization*, PSO - proposto por [Kennedy e Eberhart \(1995\)](#).) e uma heurística são propostas para produzir o conjunto de soluções aproximadas da fronteira de Pareto. Os resultados mostraram que as atividades de gerenciamento de estoque contribuem consideravelmente, de 17% a 22% para o custo total e a taxa de emissão. Além disso, o desempenho de várias rotas é melhor que o método de rota única.

Nos últimos anos, a abordagem multiobjetivo tem sido amplamente estudada por pesquisadores. O artigo de [Misni, Lee e Jaini \(2021\)](#) integra três níveis diferentes de planejamento de decisão no projeto de rede da cadeia de suprimentos: problema de alocação de localização para planejamento estratégico, gerenciamento de planejamento de estoque para planejamento tático e roteamento de veículos para planejamento operacional. Um problema de *location-inventory-routing problem*, LIRP, baseado no modelo econômico de quantidade de produção com preocupações ambientais é considerado. Este estudo visa minimizar o custo total das instalações operacionais, estoque e distância percorrida pelos veículos como primeiro objetivo e minimizar o custo de emissão de  $CO_2$  como segundo objetivo. Devido à complexidade do problema, um procedimento de classificação não dominado é aplicado em um algoritmo de recozimento simulado de harmonia híbrida multi-objetivo (MOHS-SA) para encontrar o *trade-off* (compromisso)

entre esses dois objetivos. Experimentos computacionais indicam que o algoritmo MOHS-SA proposto pode produzir soluções Pareto-ótimas para problemas multiobjetivos.

[Nasr et al. \(2021\)](#) estudam um problema em cadeias de suprimentos de ciclo fechado sustentáveis (CLSCs), que são projetadas para minimizar o desperdício, circulando de volta (consertando, revendendo ou desmontando peças) produtos anteriormente descartados na cadeia de valor. Este estudo apresenta um novo modelo fuzzy de dois estágios de seleção de fornecedores e alocação de pedidos em um CLSC. Os autores utilizam o método *fuzzy best-worst* (BWM) para selecionar os fornecedores mais adequados de acordo com critérios econômicos, ambientais, sociais e circulares; e utilizam um modelo de programação linear de inteiro misto multiobjetivo (MOMILP) para projetar uma rede CLSC de vários produtos, vários períodos e roteamento de estoque-localização, programação de veículos e descontos por quantidade. No MOMILP proposto, os custos totais da rede, os efeitos ambientais indesejados e as vendas perdidas são minimizados enquanto as oportunidades de emprego e compras sustentáveis de fornecedores são maximizadas. Uma abordagem de programação de objetivos difusos é proposta para transformar o MOMILP em um modelo de objetivo único.

[Rabbani, Mokarrari e Akbarian-saravi \(2021\)](#) apresentam um modelo de otimização multiobjetivo para um sistema sustentável de gerenciamento de resíduos sólidos urbanos. As funções objetivo minimizam I) o custo líquido total, II) as emissões de gases de efeito estufa e III) o tempo total de coleta e tratamento de resíduos. O modelo é implementado em um estudo de caso e é resolvido usando o AUGMECON2 ( $\epsilon$ -restrito aumentado e melhorado). Os autores consideram que os valores das emissões de  $CO_2$  vêm da literatura, e não oferecem estimativa de cálculo de como estimar esse valor.

[Rahbari et al. \(2022\)](#) estudam um LIRP para materiais perigosos e gerenciamento de resíduos em dois níveis da cadeia de suprimentos considerando uma frota de veículo heterogêneos buscando minimizar o risco da cadeia de suprimentos, os custos da cadeia de suprimentos e reduzir as emissões de gases de efeito estufa. É apresentado um algoritmo meta-heurístico para resolver os problemas de otimização multiobjetivo denominado algoritmo de otimização multiobjetivo da viúva negra (MOBWO). O desempenho do algoritmo meta-heurístico proposto foi comparado com algoritmo multi-objetivo simulated annealing (MOSA) e algoritmo genético de ordenação não dominada II (NSGA II). Os resultados demonstraram que o algoritmo NSGA II em problemas de teste de pequena e média escala apresenta melhor precisão, mas o MOBWO tem melhor desempenho nos problemas de teste de grande escala em comparação com os outros dois algoritmos.

Entre os estudos revisados, [Franco, López-Santana e Méndez-Giraldo \(2016\)](#) e [Rabbani, Mokarrari e Akbarian-saravi \(2021\)](#) empregam métodos exatos para abordar o IRP multiobjetivo. Enquanto [Franco, López-Santana e Méndez-Giraldo \(2016\)](#) aplica o método NISE em conjunto com a técnica de geração de colunas, [Rabbani, Mokarrari e Akbarian-saravi \(2021\)](#) adotam a abordagem do método  $\epsilon$ -restrito aumentado. Ambos os trabalhos assumem valores fixos e

previamente conhecidos para as emissões de  $CO_2$ .

Nossa pesquisa de doutorado se distingue ao investigar diversos *trade-offs* associados ao IRP verde, utilizando dois métodos de otimização multiobjetivo, o  $\varepsilon$ -restrito aumentado e Tchebycheff aumentado. Diferentemente dos métodos que consideram as emissões de  $CO_2$  como constantes, examinamos como variações no  $\varepsilon$  podem influenciar a obtenção de soluções ótimas de Pareto, permitindo uma análise mais profunda dos compromissos entre eficiência operacional e impacto ambiental.

Conforme mostrado na [Tabela 3](#) apresentamos um resumo da revisão dos trabalhos que estudam o IRP e suas variantes, na logística verde; nela temos as referências, destacando o problema principal do artigo, se a frota é homogênea ou heterogênea, se abordam a sustentabilidade como restrição e/ou objetivo, se o artigo considera otimização multi-objetivo, se o(os) objetivo(os) é econômico e/ou sustentável, se os termos usados para mensurar a emissão de  $CO_2$  são lineares ou não-lineares, quais combustíveis são usados pela frota e qual o método de resolução.

Nesta tese estudamos o IRP multiobjetivo sustentável, com frota heterogênea em capacidade e diferentes tipos de combustíveis, que estima a emissão de  $CO_2$  por meio de uma equação explícita linear, considerada como uma dos objetivos a serem minimizados além dos custos operacionais. Como método de solução aplicamos o  $\varepsilon$ -restrito aumento.

Tabela 3 – Resumo da literatura de problemas de roteamento de estoque sustentáveis.

Referências	Problema Principal	Frota		Sustentabilidade		M. O.	Objetivos		Tipo da expressão	Tipos de combustíveis				Método de Resolução
		Ho.	He.	Rest.	Obj.		E	Sus.		D	G	E	Des.	
Nasir, Hsieh e Wang (2014)	IRP		✓		✓		✓		Linear				✓	MILP
Treitl, Nolz e Jammernegg (2014)	IRP	✓		✓	✓		✓		Linear	✓				CPLEX
Soysal <i>et al.</i> (2015)	IRP	✓			✓		✓		Não-Linear	✓				CPLEX
Franco, López-Santana e Méndez-Giraldo (2016)	IRP		✓		✓	✓	✓	✓	Linear				✓	Geração de coluna e NISE
Cheng <i>et al.</i> (2017)	IRP		✓		✓		✓	✓	Não-Linear	✓				B&C
Rahbari, Naderi e Mohammadi (2018b)	IRP		✓	✓	✓	✓	✓		Linear				✓	MILP e SA
Balamurugan <i>et al.</i> (2018)	IRP	✓			✓			✓	Linear				✓	Algoritmo evolutivo
Alinaghian <i>et al.</i> (2021)	IRP		✓		✓		✓		Não-Linear	✓				Busca Tabu aumentada e heurísticas
Rabbani, Mokarrari e Akbarian-saravi (2021)	LIRP		✓		✓		✓	✓	Não-Linear				✓	$\epsilon$ -restrito
Rahbari <i>et al.</i> (2022)	LIRP		✓		✓	✓	✓	✓	Linear				✓	MOBWO, MOSA e NSGA II
Esta tese	IRP		✓		✓	✓	✓	✓	Linear	✓	✓	✓		$\epsilon$ -restrito e Tchebycheff

Ho: Homogênea, He: Heterogênea, Rest: Restrição, Obj: Objetivo, E: Econômico, Sus: Sustentável, D: Diesel, G: Gasolina, E: Etanol, Des: Desconhecido.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Nesta tese, dedicamos o [Capítulo 4](#) à aplicação de dois métodos multiobjetivo ao IRP verde, e complementamos a pesquisa com o [Apêndice B](#). Este material suplementar oferece uma visão abrangente dos conceitos fundamentais em otimização multiobjetivo, incluindo um estudo sobre a aplicação do método  $\varepsilon$ -restrito em um contexto bi-objetivo. Esse enfoque não apenas enriquece a compreensão teórica da otimização multiobjetivo, mas também demonstra sua aplicabilidade em desafios no IRP.

## 2.2 Problemas de Transporte de Carga Multimodal

Esta seção apresenta uma revisão bibliográfica focada em problemas de transporte de carga multimodal. Inicialmente, introduzimos o conceito central do problema. Prosseguimos, na [Subseção 2.2.1](#), com estudos de otimização no contexto de redes de transporte. Na [Subseção 2.2.2](#), exploramos alguns problemas específicos e suas formulações matemáticas. Na [Subseção 2.2.3](#) exploramos abordagens que incorporam tanto a incerteza quanto objetivos múltiplos no contexto do problema de transporte de carga multimodal. Com o objetivo de aprofundar a revisão bibliográfica sobre transporte multimodal, na [Subseção 2.2.4](#), destacamos algumas aplicações práticas relevantes ao problema em questão.

Dada a importância do Brasil no contexto global do transporte de *commodities* e seu impacto nas emissões de  $CO_2$  em todo o mundo, consideramos relevante estudar a aplicação de modelos sustentáveis no contexto de múltiplos modos de transporte.

Esse desafio de transporte de carga multimodal envolve um aspecto da gestão da cadeia de suprimentos, especialmente em uma economia cada vez mais globalizada, tornando essencial para a economia mundial, permitindo a movimentação de bens e entre diferentes regiões e países; ainda garantindo o fluxo eficiente e a disponibilidade oportuna de matérias-primas e produtos acabados ([CRAINIC, 2003](#)).

A crescente demanda pela multimodalidade no transporte de carga é uma consequência da separação geográfica entre produtores e consumidores. Esse cenário resultou no aumento das transações internacionais, tornando o transporte unimodal tradicional por estradas uma solução menos eficaz e, em alguns casos, inviável, especialmente para o transporte intercontinental, onde é necessária a combinação de modalidades adicionais. Nesse contexto, o transporte eficiente e eficaz se torna crucial, uma vez que os custos de transporte representam uma parcela significativa na cadeia de suprimentos ([GHIANI; LAPORTE; MUSMANNO, 2004](#)).

O transporte de carga multimodal envolve a utilização de diferentes tipos de modais sob um único contrato de transporte, enquanto o transporte intermodal utiliza múltiplos modais para transportar mercadorias do ponto de origem ao destino, frequentemente envolvendo diferentes operadores logísticos. Em diversos países, incluindo o Brasil, o transporte de carga é regulamentado pela Agência Nacional de Transportes Terrestres (ANTT). É uma atividade complexa que requer um planejamento e organização eficientes para garantir a segurança e

eficácia no transporte de bens e mercadorias. Conforme [SteadieSeifi et al. \(2014\)](#), seguiremos as duas principais definições de transporte multimodal:

- O transporte de cargas multimodal é definido como o transporte de mercadorias que é realizado através de uma sequência de, no mínimo, dois modos de transporte distintos. As mercadorias podem ser transportadas em várias unidades de transporte (engradados, paletes, gaiolas, contêineres) ou como embalagens soltas carregadas diretamente nos meios de transporte, como veículos, embarcações, aeronaves. Esta é a definição mais ampla e geral, pois destaca as principais características do transporte de mercadorias com múltiplas modalidades. Uma definição mais específica e frequentemente usada é a intermodalidade.
- O transporte intermodal de cargas é definido como o transporte de mercadorias por uma sequência de pelo menos dois modais diferentes sem alterar a unidade de carga durante a cadeia de transporte. No transporte intermodal, as mercadorias são carregadas em uma unidade de carga, como um contêiner, no local de origem e transferidas entre diferentes modos de transporte até chegar ao destino final, onde são descarregadas. Essa estratégia visa aproveitar as economias de escala e acelerar as operações de transbordo, mas é importante observar que essa modalidade requer instalações e equipamentos adequados para o correto manuseio das unidades de transporte.

Os dados do EUROSTAT ([EUROSTAT, 2021](#)) destacam a dominância do transporte rodoviário na UE, complementado por ferrovias e vias navegáveis interiores, evidenciando as tendências e desafios do setor de transporte de mercadorias, incluindo a movimentação nos portos europeus. No Brasil, o transporte de carga teve um aumento significativo em 2021 em relação ao ano anterior, com um crescimento de 38% no primeiro quadrimestre de 2021 em comparação com o mesmo período de 2020, segundo notícia no site Terra<sup>5</sup>. Além disso, o setor de transportes no Brasil cresceu 11,4% em 2021, de acordo com dados do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). O transporte rodoviário de cargas é o modal mais utilizado no Brasil, representando cerca de 62% do movimento de mercadorias em 2021. O setor portuário brasileiro também teve um crescimento de 4,8% em 2021, movimentando 1,2 bilhão de toneladas de mercadorias<sup>6</sup>.

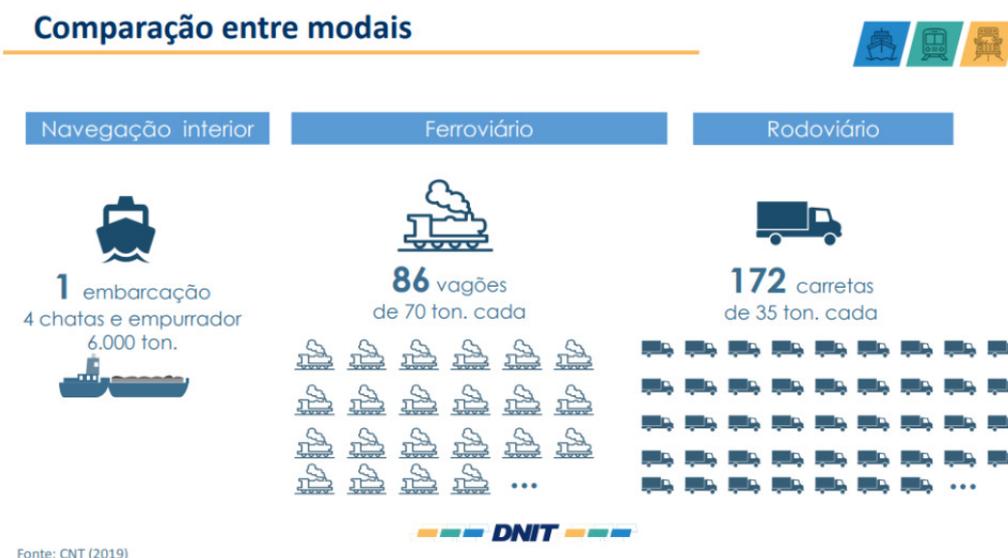
No Brasil, a regulamentação sobre a capacidade de carga para caminhões é estabelecida pela Resolução nº 12/98 do CONTRAN (Conselho Nacional de Trânsito), uma medida essencial para assegurar a segurança de motoristas, pedestres e usuários da rede rodoviária nacional. Esta legislação define limites específicos para as capacidades de transporte, estipulando, por exemplo, que uma carreta não pode exceder o peso de 35 toneladas.

<sup>5</sup> Link: <<https://bitlybr.com/mscTP>> Acesso em: 02/07/2023.

<sup>6</sup> Setor portuário movimentou 1,2 bi toneladas em 2021 e cresceu 4,8%. <<https://bitlybr.com/VPbih>> Acesso: 07/02/2023.

Para ilustrar a significância destas restrições de capacidade, a [Figura 5](#) compara as diferentes capacidades de transporte de carga, conforme determinado pelo DNIT (Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes). Uma análise desta figura revela que para transportar a carga equivalente a de uma única embarcação, seriam necessárias 172 carretas. Tal comparação destaca não apenas as diferenças substanciais nas capacidades de transporte entre os modais, mas também enfatiza o impacto social e os riscos associados ao transporte de carga por carretas.

Figura 5 – Comparativo entre modais de transporte.



Fonte: [Morais et al. \(2023b\)](#).

Como descrito em [Morais et al. \(2023b\)](#), a literatura sobre transporte multimodal pode ser dividida em dois grupos distintos. O primeiro grupo concentra-se na caracterização detalhada da rede multimodal, identificando suas ineficiências, ou apontando as vantagens e ganhos competitivos como discutido em [Caixeta-Filho e Péra \(2018\)](#). O segundo grupo, foco desta tese, está preocupado em propor modelos de otimização para a rede de transporte. Esses modelos visam aprimorar a rede por meio da abertura de novos terminais e pela determinação de estratégias para melhorar o fluxo de mercadorias.

### 2.2.1 Estudos de otimização em redes de transporte

Dentro dos trabalhos de otimização, [Martins \(2012\)](#) diz que multimodalidade consiste em um caminho possível para a redução dos custos logísticos. Porém, dentro dos trabalhos que cobrem a ineficiência, [Wanke e Fleury \(2006\)](#) explicam que o setor de transportes brasileiro tem problemas de ordem estrutural, muito pela falta de planejamento de desenvolvimento integrado, o que compromete o desenvolvimento econômico e social do país. Isso aponta uma necessidade de investimentos em infraestrutura, seja em expansão, implementação, ou ainda, otimização das operações. Vale destacar que, apesar de separadas, essas literaturas se complementam e juntas podem encontrar soluções mais eficientes, como por exemplo na melhor forma de considerar a instalação de um terminal de transferência de carga ou transbordo.

Almeida, Seleme e Neto (2013) estudam como melhorar a competitividade do escoamento de *commodities*. Os autores apresentam, por meio de simulações de cenários, a alternativa logística para a exportação do grão com a utilização de portos no Oceano Pacífico e utilização da rodovia Transoceânica.

Faretto e Oliveira (2019) desenvolvem um sistema de avaliação de desempenho capaz de medir a eficiência das rotas logísticas para exportação da soja brasileira com base nos aspectos econômico, social e ambiental. Os resultados mostram fatores positivos da utilização da intermodalidade no escoamento da produção através da conexão de regiões produtoras aos portos tradicionais de exportação.

Plaza *et al.* (2020) destacam que se faz necessário implementar centros de integração logística, tanto para equilibrar a matriz de transporte (reduzindo os custos logísticos envolvidos), quanto para aumentar sua eficiência econômica de longo prazo. Branco *et al.* (2022) destacam que os gargalos de infraestrutura e a baixa produtividade do transporte têm aumentado os custos de frete, bem como as emissões de  $CO_2$ . Segundo Guimarães *et al.* (2017), para que as estruturas de integração possibilitem uma otimização dos custos logísticos, é preciso localizá-las em pontos estratégicos do território nacional.

Archetti, Peirano e Speranza (2022) classificam os problemas de otimização em redes de transporte em três categorias: operacionais, táticos e estratégicos. Os problemas operacionais lidam com operações diárias ou rotineiras e são facilmente identificáveis. Por outro lado, os problemas estratégicos concentram-se no planejamento de decisões de investimento, principalmente relacionadas a infraestruturas. Os problemas táticos abordam a otimização do uso de infraestruturas já existentes, incluindo a escolha de serviços e modos de transporte, a determinação de suas capacidades e o planejamento de itinerários e frequências. Alguns problemas podem ter natureza tática ou estratégica, dependendo principalmente do horizonte de tempo considerado. A fronteira entre essas categorias nem sempre é clara, e nem todos os estudos se encaixam facilmente nas categorias táticas ou estratégicas.

Macharis e Bontekoning (2004) formalizaram algumas classes de problemas sendo uma delas a de operações de infraestrutura de rede, que têm por objetivo planejar mudanças físicas e prever seus impactos nos fluxos do sistema. Para cada classe, o horizonte de planejamento foi utilizado para definir subclasses dos problemas. Os problemas de decisões de infraestrutura da rede intermodal concentram grande número de trabalhos. Dentre os principais modelos utilizados estão os de localização de instalações (*facility location*) e *design* de rede (*Network Design*, ND).

O problema de *Network Design* surge quando a escolha da maneira mais eficiente de movimentar mercadorias por meio de uma rede impacta diretamente o *design* da própria rede. Ao mesmo tempo, o desenho da rede influencia a seleção dos serviços utilizados para transportar as cargas.

O problema de *Network Design* é amplamente estudado no contexto do transporte inter-

modal. Geralmente, a abordagem consiste na versão denominada *Design* de Rede de Custo Linear, Capacitado e de Múltiplas Mercadorias (do inglês *linear cost, capacitated, multi-commodity network design* MCND). No trabalho de [Crainic \(2000\)](#) é fornecida uma revisão dos modelos matemáticos iniciais de ND.

A formulação básica, do MCND, apresentada por [Crainic \(2000\)](#), tem como objetivo selecionar os arcos da rede que permitem a satisfação da demanda de transporte, ao mesmo tempo que se minimiza o custo total, dado pelos custos fixos e variáveis. Esta formulação é amplamente utilizada, e exemplos de estudos que se expandem a partir dessa formulação incluem [Limbourg e Jourquin \(2009\)](#), [Sörensen, Vanovermeire e Busschaert \(2012\)](#), [Ambrosino e Sciomachen \(2014\)](#), [Ambrosino e Sciomachen \(2016\)](#), [Tonneau et al. \(2015\)](#), [Karimi e Bashiri \(2018\)](#) e [Ishfaq e Sox \(2012\)](#).

[Limbourg e Jourquin \(2009\)](#) apresentam um modelo MIP não linear para resolver um problema de mediana p-hub e construir uma rede de centros de distribuição (hub-and-spoke).

Em seguida, [Sörensen, Vanovermeire e Busschaert \(2012\)](#) propõem uma formulação matemática diferente para o problema de localização de terminais intermodais, resolvendo-o por meio de duas heurísticas que empregam uma abordagem de duas fases. Ambas as heurísticas iniciam com um processo construtivo e melhoram a solução com busca de melhorias locais. [Lin, Chiang e Lin \(2014\)](#) mostram que o modelo de [Sörensen, Vanovermeire e Busschaert \(2012\)](#) é complexo e demorando, propondo uma adaptação no modelo para torná-lo mais eficiente.

[Ambrosino e Sciomachen \(2014\)](#) apresentam um estudo de um problema de localização de portos seguindo itinerários de único centro de distribuição, onde propõem um modelo de programação matemática com base em um grafo multimodal ponderado de dois níveis, aplicado a uma situação do mundo real no norte da Itália. Em seguida, [Ambrosino e Sciomachen \(2016\)](#) introduzem características para modelar limites de capacidade nos centros de distribuição e apresentam o problema de localização de centro de distribuição multimodal com capacidade. Um aspecto notável é que o número de centros de distribuição a serem localizados não é um parâmetro fixo, como no problema clássico de mediana p-hub, mas sim uma variável de decisão. Além disso, são permitidas entregas fracionadas, o que é geralmente não considerado nos problemas de localização de terminais intermodais.

No ano seguinte, [Ambrosino e Sciomachen \(2017\)](#) realizaram uma investigação em que o desafio era identificar o conjunto ótimo de investimentos, a fim de otimizar o aumento da proporção de transporte ferroviário em relação ao rodoviário, por meio de uma formulação de programação linear inteira mista que se concentra na otimização do fluxo de bens na rede e na quantia de investimentos necessários.

Em [Ishfaq e Sox \(2012\)](#), é apresentado um problema de *design* de rede que considera atrasos nos centros de distribuição e emprega uma abordagem de Busca Tabu para sua resolução. Por outro lado, [Bouchery e Fransoo \(2015\)](#) incorporam elementos ambientais, como emissões de

carbono e custos de externalidades, em seu modelo não linear. A otimização do problema de *design* de rede de serviços se baseia em duas métricas distintas de distância, nomeadamente, as abordagens de Manhattan e Euclidiana.

Foi proposta uma formulação equivalente baseada em caminhos para o MCND pelo mesmo autor, Crainic (2000). E são usadas em Arnold, Peeters e Thomas (2004), Uddin e Huynh (2015), Uddin e Huynh (2016), Lin e Lin (2016), Fotuhi e Huynh (2018) e Laaziz e Sbihi (2019).

Arnold *et al.* (2001) apresentaram pela primeira vez modelos de programação matemática para o problema de transporte de carga com localização de terminal multimodais. Posteriormente, Arnold, Peeters e Thomas (2004) desenvolveram outro modelo para melhorar o modelo anterior, diminuindo o número de variáveis 0-1. Esse problema da mediana p-hub denomina os terminais como arcos em vez de nós para reduzir o número de variáveis de decisão.

Uddin e Huynh (2015) buscaram um planejamento antecipado e otimizado da alocação de tráfego entre ferrovias e rodovias em uma ampla rede intermodal. Eles propõem um modelo com uma função objetivo não linear e restrições lineares, recorrendo a um algoritmo de projeção de gradiente para determinar a solução ideal. Uma abordagem semelhante é empregada para decidir como redirecionar o tráfego diante de eventos disruptivos em Uddin e Huynh (2016), onde um modelo de programação não linear é aproximado por meio de uma formulação de programação linear inteira mista que faz uso de um algoritmo de aproximação da média amostral. O intuito desse estudo é identificar trajetos otimizados para envios em uma rede durante situações de interrupção. Experimentos são conduzidos com base em uma rede real nos Estados Unidos, com os resultados evidenciando que uma abordagem intermodal é mais rápida, economicamente mais viável e resiliente quando comparada às soluções unimodais atualmente adotadas por operadores logísticos.

Lin e Lin (2016) mostram que o modelo de Lin, Chiang e Lin (2014) pode ser melhorado separando a seleção de terminais intermodais da rota dos fluxos de transporte, propondo um modelo de dois estágios.

Fotuhi e Huynh (2018) abordam o problema de expansão da rede de transporte intermodal de carga, considerando múltiplos períodos. Em cada período, o objetivo é determinar as localizações dos novos terminais intermodais, a quantidade de capacidade a ser adicionada aos terminais existentes e os elos ferroviários existentes. O problema de planejamento em múltiplos períodos tem a complexidade adicional de determinar em qual período uma melhoria específica deve ser feita, dada uma verba limitada para cada período de tempo. Um modelo matemático robusto probabilístico é proposto para abordar essas decisões e incertezas na rede. Devido à complexidade desse modelo, é proposto um algoritmo híbrido de *simulated annealing* (SA), para resolver o problema, e sua aplicabilidade é demonstrada por meio de dois exemplos numéricos.

Laaziz e Sbihi (2019) estudam o problema de uma empresa de transporte de cargas que precisa otimizar uma rede que combina ferrovias e rodovias para gerenciar de forma eficaz um

grande volume de remessas. Embora não se utilizem dados reais, o modelo de programação linear inteira mista efetivamente resolve instâncias de tamanho real.

Recentemente, [Crainic, Gendron e Akhavan Kazemzadeh \(2022\)](#) apresentaram uma definição formal do problema de *design* de redes multicamadas e propuseram uma classificação para esses problemas.

O problema de *design* de redes multicamadas envolve a consideração simultânea de várias decisões de design, interconectadas em um ambiente de rede com múltiplas camadas. Cada conjunto de variáveis de *design* é definido em uma rede específica que compõe uma camada. Cada camada de rede possui seus próprios nós, potenciais arcos com custos de seleção fixos e possíveis capacidades limitadas, e demandas de múltiplos produtos que precisam ser roteadas dentro da camada selecionando/abrindo os arcos apropriados.

O *design* de redes multicamadas é caracterizado por restrições de acoplamento entre camadas que garantem que um arco em uma determinada camada esteja relacionado a um subconjunto de arcos, geralmente formando um caminho ou ciclo, em outra camada.

[Arnold, Peeters e Thomas \(2004\)](#), [Amaral, Almeida e Morabito \(2012\)](#), [Kienzle et al. \(2021\)](#) e [Bilegan, Crainic e Wang \(2022\)](#) são exemplos que demonstram a aplicação dos conceitos de *design* de redes multicamadas no contexto do transporte de carga multimodal.

[Bilegan, Crainic e Wang \(2022\)](#) estudaram sistemas de transporte de carga baseados em consolidação intermodal, onde são consideradas várias classes de clientes, serviços, tarifas e operações. O problema inclui duas camadas de recursos, ou seja, duas classes de veículos com capacidades e velocidades diferentes, além de camadas de serviço e *multicommodity*. O objetivo é maximizar a receita líquida total ao selecionar a demanda extra e determinar a rede de serviços programados juntamente com a circulação de recursos.

[Kienzle et al. \(2021\)](#) abordam o problema de planejamento de blocos/containers para o transporte ferroviário intermodal e propõem um *framework* de modelagem geral para projetar o plano tático de médio prazo e ajustar um plano dado a novas informações para horizontes de tempo mais curtos.

Um estudo que adota uma abordagem semelhante ao MCND por caminhos e utiliza um grafo estruturado por camadas é o modelo proposto por [Amaral, Almeida e Morabito \(2012\)](#), que consiste em uma extensão do trabalho de [Arnold, Peeters e Thomas \(2004\)](#). O diferencial da abordagem de [Amaral, Almeida e Morabito \(2012\)](#) é que sua formulação pode ser usada para múltiplos modos de transporte, no trabalho inicial era um sistema rodo-ferroviário.

Nesta tese, o foco é a modelagem do transporte intermodal, uma situação comum do Brasil em que as rotas possuem a flexibilidade de utilizar distintos meios de transporte. A vasta extensão territorial do país contribui para a configuração complexa de sua rede de infraestruturas, abarcando sistemas rodoviários, ferroviários e hidroviários interligados. [Amaral, Almeida e Morabito \(2012\)](#) apresentam resultados para o modelo de fluxo multimodal, onde demonstram

a aplicabilidade do modelo para apoiar decisões na prática e como a utilização de diferentes modais pode reduzir custos logísticos.

Dentro dessa perspectiva, nosso modelo matemático visa a otimização do transporte intermodal, abrangendo transporte rodoviário, ferroviário e marítimo. Além disso, consideramos a abertura de terminais multimodais utilizando um grafo estruturado por camadas proposto por [Arnold, Peeters e Thomas \(2004\)](#).

A relevância deste estudo destaca-se na proposta de um modelo bi-objetivo e na incorporação da incerteza na oferta dos pontos de origem. Uma revisão bibliográfica de trabalhos que utilizam abordagens com incerteza e multiobjetivo são apresentados na [Subseção 2.2.3](#)

## 2.2.2 Descrição dos problemas e formulações matemáticas

[Amaral, Almeida e Morabito \(2012\)](#) consideram rotas de exportação entre regiões no interior do território brasileiro e outros países. Das regiões de plantio, a soja flui unidirecionalmente, utilizando os modais e os terminais multimodais disponíveis, incluindo-se os portos, de onde quantidades provenientes de diferentes regiões podem atender a qualquer região de demanda. Como os terminais multimodais são capacitados, podem surgir gargalos de fluxo, o que também difere da formulação de [Arnold, Peeters e Thomas \(2004\)](#). No entanto, mantém-se a representação como um modelo de  $p$ -medianas, pela menor necessidade de dados a serem utilizados no modelo. Os custos de transporte e transbordo são admitidos como sendo lineares, não considerando, portanto, economias de escala.

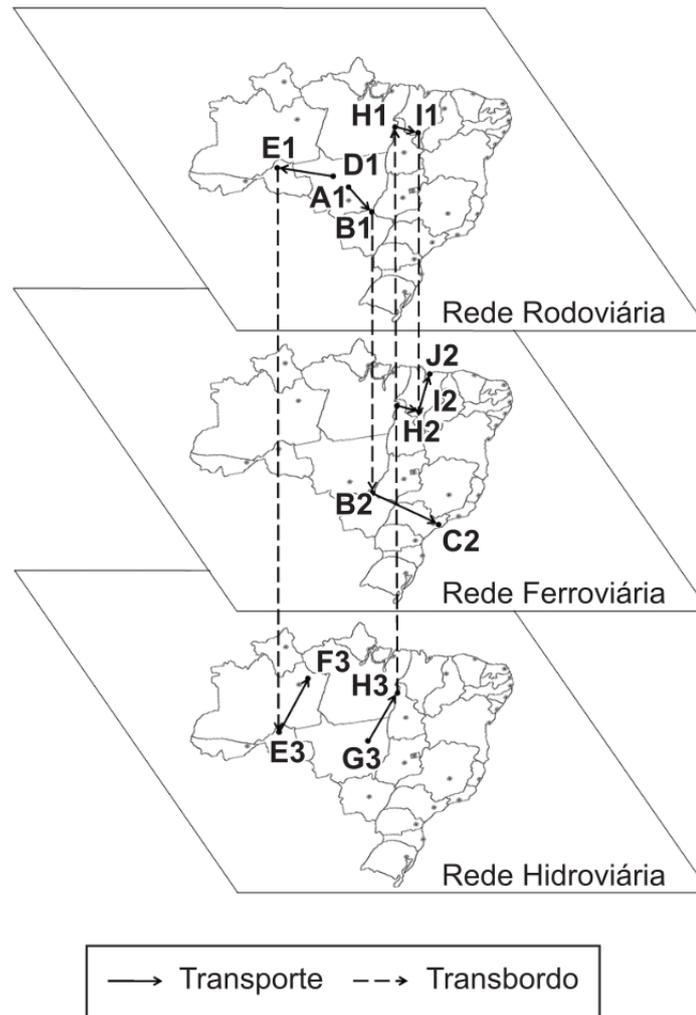
Essa abordagem envolve um grafo estruturado por camadas, como pode ser visto na [Figura 6](#) em que cada modal de transporte é retratado como um subgrafo. Essa estruturação especial do grafo possibilita resolver problemas maiores em um tempo consideravelmente reduzido.

Inicialmente, consideramos um grafo direcionado  $G = (V, A)$ , no qual  $V$  e  $A$  denotam respectivamente o conjunto de vértices e o conjunto de arcos. Esse grafo é estruturado em camadas, porém não é um grafo completo.

Os vértices compreendem nós de oferta, nós de demanda e nós intermediários correspondentes a cada modal de transporte. A quantidade de vértices é especificada da seguinte maneira: existem  $n_0$  nós de origem,  $n_1$  nós rodoviários,  $n_2$  nós ferroviários,  $n_3$  nós hidroviários e  $n_4$  nós de destino. Com essa disposição, o conjunto de vértices  $V$  pode ser definido pela união de todos os tipos de nós:  $V = V_0 \cup V_1 \cup V_2 \cup V_3 \cup V_4$ , onde:

- $V_0$  = conjunto de vértices de oferta.
- $V_m$  = conjunto de vértices que representam os pontos de cada rede modal,  $m = \{ 1 \text{ rodoviária, } 2 \text{ ferroviária, } 3 \text{ hidroviária} \}$

Figura 6 – Representação de multigrafos para uma rede de transporte intermodal.



Fonte: [Amaral, Almeida e Morabito \(2012\)](#).

- $V_4$  = conjunto de vértices de demanda.

O conjunto de arcos  $A$  pode ser definido pela união de todas as arestas que ligam dos vértices pertencentes a  $V$ . Os conjuntos de arcos são divididos em 13 seguintes grupos, organizados na Tabela 4.

Para facilitar a descrição do modelo considere alguns conjuntos dos arcos descritos na Tabela 4:

- $T = T_{12} \cup T_{13} \cup T_{21} \cup T_{23} \cup T_{31} \cup T_{32}$ .
- $M1 = A'_{01} \cup A_1 \cup A'_{14} \cup T_{12} \cup T_{13}$ .
- $M2 = A_2 \cup A'_{24} \cup T_{21} \cup T_{23}$ .
- $M3 = A_3 \cup A'_{34} \cup T_{31} \cup T_{32}$ .

Tabela 4 – Conjunto de arcos do grafo direcionado

Conjunto	Descrição
$A_1$	Arcos que ligam os vértices da rede modal rodoviária.
$A_2$	Arcos que ligam os vértices da rede modal ferroviária.
$A_3$	Arcos que ligam os vértices da rede modal hidroviária.
$A'_{01}$	Arcos que ligam os vértices $V_0$ ao conjunto de vértices $V_1$ .
$A'_{14}$	Arcos que ligam os vértices $V_1$ ao conjunto de vértices $V_4$ .
$A'_{24}$	Arcos que ligam os vértices $V_2$ ao conjunto de vértices $V_4$ .
$A'_{34}$	Arcos que ligam os vértices $V_3$ ao conjunto de vértices $V_4$ .
$T_{12}$	Candidatos a terminais multimodais que ligam os vértices $V_1$ aos vértices de $V_2$ .
$T_{13}$	Candidatos a terminais multimodais que ligam os vértices $V_1$ aos vértices de $V_3$ .
$T_{21}$	Candidatos a terminais multimodais que ligam os vértices $V_2$ aos vértices de $V_1$ .
$T_{23}$	Candidatos a terminais multimodais que ligam os vértices $V_2$ aos vértices de $V_3$ .
$T_{31}$	Candidatos a terminais multimodais que ligam os vértices $V_3$ aos vértices de $V_1$ .
$T_{32}$	Candidatos a terminais multimodais que ligam os vértices $V_3$ aos vértices de $V_2$ .

A formulação do problema requer a definição de parâmetros e variáveis, que complementam as informações dos conjuntos já apresentados. A seguir, apresentamos os parâmetros na Tabela 5 e variáveis na Tabela 6.

Tabela 5 – Parâmetros

Parâmetro	Descrição
$c_{ij}$	Custo de transporte do vértice $i$ ao vértice $j$ (em reais)
$f_{ij}$	Custo de abertura de um terminal intermodal no arco $(i, j)$ (em reais)
$p$	Número máximo de terminais multimodais
$a_i$	Quantidade disponível no vértice de oferta $i$
$b_j$	Quantidade demandada no vértice $j$
$u_{ij}$	Capacidade de transbordo no arco $(i, j) \in T$

Tabela 6 – Variáveis

Variável	Descrição
$x_{ij}$	Fluxo de produtos pelo arco $(i, j) \in A$
$y_{ij}$	1 se o terminal intermodal $(i, j) \in T$ é instalado, 0 caso contrário

O objetivo é minimizar os custos operacionais. A função 2.15 representa a minimização destes custos de transporte da quantidade transferida entre os arcos e, o custo associado aos terminais multimodais abertos. Como temos uma frota terceirizada esse custo de traslado é conhecido e determinístico. Para o custo de abertura de um terminal no arco  $(i, j)$  temos uma estimativa não estocástica pré-calculada.

$$\text{Minimizar } \phi = \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}x_{ij} + \sum_{(i,j) \in T} f_{ij}y_{ij} \quad (2.15)$$

As restrições 2.16 garantem que a quantidade enviada de um nó de oferta é menor ou igual a quantidade disponível no mesmo.

$$\sum_{j|(i,j) \in A'_{01}} x_{ij} \leq a_i \quad i \in V_0 \quad (2.16)$$

As restrições 2.17 garantem a conservação do fluxo nos nós intermediários.

$$\sum_{i|(i,k) \in A} x_{ik} = \sum_{j|(k,j) \in A} x_{kj}, \quad k \in V - \{V_0 \cup V_4\} \quad (2.17)$$

As restrições 2.18 garantem que as quantidades transportadas possam atender a necessidade do nó de demanda.

$$\sum_{i|(i,j) \in A'_{14} \cup A'_{24} \cup A'_{34}} x_{ij} = b_j \quad j \in V_4 \quad (2.18)$$

As restrições 2.19 garantem que só existe fluxo em um terminal intermodal se o mesmo for aberto, além disso respeita a capacidade do transbordo.

$$x_{ij} \leq u_{ij} y_{ij} \quad (i, j) \in T \quad (2.19)$$

A seguir, é apresentado o domínio das variáveis.

$$x_{ij} \geq 0, \quad (i, j) \in A, \quad (2.20)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad (i, j) \in T. \quad (2.21)$$

Estudaremos este modelo mais adiante, no [Capítulo 5](#), e o utilizaremos como base para nosso problema de otimização multiobjetivo e consideração de incerteza.

### 2.2.3 Abordagens com incerteza e multiobjetivo para o problema de transporte de carga multimodal

O transporte de carga é uma das principais fontes de emissão de gases de efeito estufa, especialmente de dióxido de carbono ( $CO_2$ ). Como resultado, há uma crescente preocupação das empresas em reduzir suas emissões de  $CO_2$  e melhorar a sustentabilidade de suas operações de

transporte de carga. Nesse contexto, o número de trabalhos que consideram a sustentabilidade vem aumentando nos últimos anos.

No trabalho de [Xu, Chen e Yang \(2016\)](#), é realizada uma revisão de modelos sustentáveis em redes rodoviárias, onde são abordadas as dimensões essenciais do desenvolvimento sustentável, abrangendo aspectos econômicos, ambientais e sociais. Os autores destacam três lacunas que carecem de atenção na literatura: a necessidade de modelagens realistas que considerem a incerteza, o desenvolvimento de algoritmos capazes de abordar simultaneamente as três dimensões sustentáveis (através da modelagem multi-objetivo) e aplicações práticas, com instâncias de tamanhos mais realistas e que forneçam ferramentas que auxiliem os tomadores de decisão na visualização da sustentabilidade. Por sua vez, o estudo conduzido por [Günay, Okudan Kremer e Zarindast \(2021\)](#) contribui para preencher uma dessas lacunas, ao apresentar uma abordagem de otimização multiobjetivo voltada para o transporte público em uma rede sustentável. Este estudo incorpora a incerteza nos níveis de demanda e na satisfação do usuário.

Essa perspectiva multimodal está presente em várias aplicações. Como por exemplo, o trabalho de [Wang et al. \(2015\)](#) que propôs um modelo, com carro e ônibus, sustentável com incerteza na demanda e na emissão para o problema de transporte. Em [Archetti, Peirano e Speranza \(2022\)](#), os autores chamam a atenção para a falta de trabalhos que considerem incerteza.

Conforme ressaltado por [Barrico e Antunes \(2006\)](#), a definição de robustez, seja para uma solução robusta ou um método robusto, não possui uniformidade na literatura de otimização multiobjetivo. A perspectiva consensual é que uma solução robusta deve apresentar bom desempenho mesmo em condições (ligeiramente) divergentes, denotando imunidade a pequenas variações nas condições para as quais foi concebida. Dentro desse contexto de busca pela robustez, emergem diversas discussões e áreas bem fundamentadas. As principais abordagens para monoobjetivo incluem: análise de sensibilidade, otimização estocástica e otimização robusta.

Na análise de sensibilidade, uma área discutida há décadas [Ward e Wendell \(1990\)](#), oferece percepções valiosas sobre a influência das mudanças nos dados sobre a solução ideal. Ela proporciona ao tomador de decisões uma compreensão da estabilidade da solução e de como pequenas alterações podem afetar o resultado global. Em particular, [Koltai e Tatay \(2011\)](#) explora as nuances dessa análise em soluções degeneradas. Esta área busca responder questões sobre as variações marginais nos parâmetros dos coeficientes da função objetivo e nos valores do lado direito das restrições.

A otimização estocástica e a otimização robusta, embora distintas em abordagem, compartilham semelhanças. Ambas representam abordagens para lidar com a incerteza em problemas de otimização, reconhecendo a natureza incerta e almejando soluções eficazes. No entanto, cada uma segue uma trajetória diferente na busca soluções eficazes.

Na otimização estocástica, a incerteza é representada por meio de variáveis aleatórias e processos estocásticos, onde essa incerteza geralmente segue uma distribuição de probabilidade

conhecida. Uma das formas comuns de considerar essa incerteza é através de restrições probabilísticas, também conhecidas como *chance-constrained programming* ou restrições de chance, uma técnica proposta por [Charnes e Cooper \(1959\)](#) e [Miller e Wagner \(1965\)](#).

Por outro lado, a otimização robusta difere da otimização estocástica na maneira como lida com a incerteza. Em vez de depender de distribuições de probabilidade e modelos estatísticos específicos para representar a incerteza, a otimização robusta busca encontrar soluções ótimas que sejam resilientes diante de qualquer realização possível dessa incerteza. Essencialmente, a otimização robusta visa soluções que sejam eficazes mesmo no pior cenário possível dentro de um conjunto conhecido de incertezas. O trabalho de [Bertsimas e Sim \(2004\)](#) desempenhou um papel crucial ao fornecer uma abordagem passo a passo sobre como construir modelos robustos e tratáveis computacionalmente, consolidando e impulsionando a aplicação da otimização robusta.

Quando extrapolamos esses conceitos bem fundamentados, no caso mono-objetivo, de robustez para a otimização multiobjetivo, observamos uma área carente de trabalhos abrangentes e de qualidade. [Deb e Gupta \(2006\)](#) apresentou uma introdução à otimização multi-objetivo robusta, destacando a sensibilidade das soluções próximas à fronteira ótima de Pareto. O autor propôs definições e técnicas de resolução que possibilitam uma análise de sensibilidade para soluções situadas na fronteira ou em fronteiras mais robustas (menos eficientes) do espaço de soluções. Classificamos esse trabalho, como um estudo de sensibilidade para problemas multi-objetivo, mas que não pode cobrir a incerteza de otimização estocástica ou otimização robusta.

É comum em trabalhos que lidam com problemas multi-objetivos incorporar incerteza ao modelo por meio de restrições probabilísticas de [Charnes e Cooper \(1959\)](#) e [Miller e Wagner \(1965\)](#). Essa abordagem se concentra em assegurar que um conjunto de restrições possua uma probabilidade, associada a um nível de confiança, de manter-se viável. Ao optar pela programação com restrições probabilísticas, torna-se viável quantificar a relação entre a viabilidade do problema e o grau de confiança associado.

[Wang et al. \(2015\)](#) para modelarem a incerteza, na demanda e na emissão de  $CO_2$ , usam os níveis de confiança das restrições probabilísticas. Para modelar a sustentabilidade, utilizam um fator de conversão para a emissão de modal em cada arco. Outro trabalho que usa restrições probabilísticas é [Günay, Okudan Kremer e Zarindast \(2021\)](#) que estuda um problema de otimização multiobjetivo para o transporte público, considerando incerteza dos níveis de demanda e satisfação do cliente. Os autores usam métricas baseadas no valor médio, desvio absoluto de números difusos e violações de restrições.

[Wu et al. \(2020\)](#) propõe um algoritmo para coleta e transporte de resíduos que minimiza uma ponderação entre os custos operacionais e a emissão de  $CO_2$ , que é baseada no consumo de combustível. O algoritmo proposto utiliza as meta-heurísticas de recozimento simulado e enxame de partículas, bem como a modelagem de incerteza de [Charnes e Cooper \(1959\)](#).

Nesta tese, nosso foco é a modelagem do transporte multimodal, uma situação comum do Brasil em que as rotas possuem a flexibilidade de utilizar distintos meios de transporte. O Brasil desempenha um papel significativo como exportador de *commodities* agrícolas e minerais. [Amaral, Almeida e Morabito \(2012\)](#) apresentam diversos resultados para o modelo de fluxo multimodal, onde demonstram a aplicabilidade do modelo para apoiar decisões na prática e como a utilização de diferentes modais pode reduzir custos logísticos.

A relevância deste estudo, destaca-se na proposta de um modelo bi-objetivo e na incorporação da incerteza na oferta dos pontos de origem. Tratamos a incerteza na oferta dos pontos de origem, reconhecendo que ela não é completamente conhecida por meio de restrições probabilísticas, especificamente, o método de restrições de chance proposto por [Charnes e Cooper \(1959\)](#).

Conforme mostrado na Tabela (7) apresentamos um resumo da revisão dos trabalhos, que têm características mais próximas do nosso trabalho, que abordam o problema de transporte de carga multimodal e suas variantes, na logística verde; nela temos as referências, destacando o problema principal do artigo, se o artigo considera otimização multiobjetivo, se o(os) objetivo(os) é econômico e/ou sustentável, se o artigo considera incerteza no problema e qual é o método de solução empregado.

Nesta tese estudamos o problema de transporte de carga multimodal multiobjetivo sustentável, com modais ferroviários, hidroviários e rodoviários, que estima a emissão de  $CO_2$ , considerada como uma dos objetivos a serem minimizados além dos custos operacionais. Utilizamos restrições de chance para tratar a incerteza na disponibilidade de produtos no nós de origem. E como método de solução aplicamos um método de otimização multiobjetivo, a métrica de Tchebycheff aumenta.

Tabela 7 – Resumo da literatura de problemas de transporte de carga multimodal.

Referências	Problema Principal	M. O.	Objetivos		Incerteza	Modais			Método de Resolução
			E.	Sus.		R	F	H	
Arnold, Peeters e Thomas (2004)	<i>design</i> de rede		✓			✓	✓		Heurística
Amaral, Almeida e Morabito (2012)	localização de instalações e fluxo		✓			✓	✓	✓	MILP
Wang <i>et al.</i> (2015)	<i>design</i> de rede		✓	✓	Restrições de chance	✓			Enxame de partículas
Laaziz e Sbihi (2019)	<i>design</i> de rede		✓		Restrições de chance	✓	✓		MILP
Wu <i>et al.</i> (2020)	VRP		✓	✓	Restrições de chance	✓			Enxame de partículas com SA
Günay, Okudan Kremer e Zarindast (2021)	<i>design</i> de rede	✓	✓	✓	Programação fuzzy	✓			MILP
Esta tese	localização de instalações e fluxo	✓	✓	✓	Restrições de chance	✓	✓	✓	Método do critério global e Tchebycheff aumentado

Ho: Homogênea, He: Heterogêna, Rest: Restrição, Obj: Objetivo, E: Econômico, Sus: Sustentável, R: Rodoviário, F: Ferroviário, H: Hidroviário, A: Aeroviário.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Dentro dessa perspectiva, nosso modelo matemático, apresentado no [Capítulo 5](#), visa a otimização do transporte intermodal, abrangendo transporte rodoviário, ferroviário e marítimo. Além disso, consideramos a abertura de terminais multimodais utilizando um grafo estruturado por camadas proposto por [Arnold, Peeters e Thomas \(2004\)](#). Em adição, apresentamos um modelo bi-objetivo que considera as emissões de  $CO_2$  associadas aos diferentes modais, considerando a incerteza na restrição que limita a quantidade disponível de produto nos nós de origem. Para resolver esse problema, aplicaremos duas metodologias: o método do critério global e o método da métrica de Tchebycheff aumentado.

Relembrando que, o [Apêndice B](#) serve como um recurso complementar que aprofunda os conceitos essenciais em otimização multiobjetivo.

#### **2.2.4 Aplicações de problemas multimodais**

Esta seção destaca alguns estudos relevantes e relativamente recentes que utilizam modelagem matemática para otimizar o escoamento de *commodities*. Estes estudos incluem: [Silva e D'Agosto \(2013\)](#), [Almeida, Amaral e Morabito \(2016\)](#), [Rocha e Filho \(2018\)](#) e [Guimarães \(2019\)](#).

[Silva e D'Agosto \(2013\)](#) propõem um modelo para estimar a matriz origem-destino para o fluxo de exportação da soja brasileira. Em [Almeida, Amaral e Morabito \(2016\)](#), observa-se a aplicação de um modelo matemático de programação linear para auxiliar nas decisões de fluxo de soja e localização de terminais intermodais.

[Rocha e Filho \(2018\)](#) analisam o impacto econômico gerado a partir da implantação da ferrovia EF-170 (Ferrogrão) como opção para o transporte de soja e milho. Os autores elaboram um modelo matemático de Programação Linear Inteira Mista com o objetivo de avaliar a minimização dos custos de transportes na presença da ferrovia. Eles estimam que a Ferrogrão propiciaria uma redução superior a R\$ 38,00 por tonelada de grão transportado. [Morais et al. \(2023a\)](#) propõem uma infraestrutura logística sustentável para o transporte de soja no Mato Grosso, demonstrando a localização ideal para terminais de transbordo capacitados.

[Guimarães \(2019\)](#) propõem uma modelagem matemática para localização-alocação de centros de integração logística em que consideram critérios econômicos e ambientais. Através da técnica de soma ponderada, a autora trata o problema de minimização dos custos logísticos na exportação da soja, farelo de soja, milho e açúcar.

A apresentação desses trabalhos serve como um complemento à revisão da literatura, ilustrando abordagens práticas e teóricas que, embora distintas das aplicações diretas do nosso estudo, reforçam a importância de considerações econômicas e ambientais na modelagem de sistemas logísticos. Este panorama complementar evidencia a relevância da modelagem matemática na solução de desafios logísticos complexos e na promoção de uma infraestrutura de transporte mais eficiente e sustentável no Brasil.

---

## ESTIMADORES DA EMISSÃO DE DIÓXIDO DE CARBONO

---

A conscientização da emissão de  $CO_2$  veicular é cada vez mais necessária. Para isso, precisamos de ferramentas computacionais ou sensores que ajudem as pessoas e organizações a conseguirem estimar de forma rápida e eficiente a emissão de um ou mais veículos.

Neste capítulo, apresentamos uma revisão sobre sustentabilidade, com o objetivo de investigar o estado da arte sobre diferentes maneiras de reduzir de emissão de gases, que agravam o efeito estufa, para problemas de transporte. Mostramos vias distintas para quantificar o consumo de combustível, por sensores na [Seção 3.1](#) e alternativas numéricas apresentadas na [Seção 3.2](#). Também apresentamos uma proposta de EEV para calcular a emissão de  $CO_2$  veicular, sem requerer recursos computacionais muito sofisticados e nenhum tipo de sensor, descrita na [Seção 3.3](#). Na [Seção 3.4](#) aplicamos métodos de Machine Learning para estimação do gás e comparamos com a formulação proposta. Na [Seção 3.5](#) nós apresentamos como é estimada a emissão de gases para diferentes de transporte.

De acordo com o mais recente detalhamento das emissões globais de dióxido de carbono ( $CO_2$ ) por setor, publicado pelo World Resources Institute ([GE; FRIEDRICH; VIGNA, 2020](#)), as emissões de gases de efeito estufa cresceram 53% entre os anos de 1990 a 2019. Analisando este artigo, a atividade que mais impulsiona o aumento das emissões é o transporte rodoviário responsável por 12.6% do total de emissões. Considerando o transporte rodoviário, segundo [Ritchie e Roser \(2020\)](#), 60% das emissões advém de veículos de passageiros, tais como carros, motos e ônibus.

Um agravante da emissão de  $CO_2$  por veículos particulares é o aumento de procura por veículos cada vez maiores e com elevado gasto de combustíveis não renováveis. [EPA \(2021\)](#) mostra um aumento geral do mercado em aquisição de veículos esportivos e SUVs no lugar dos clássicos carros sedãs. O número de sedãs e peruas caíram de 80% em 1975, para 50% em 2013

e atualmente 31% do mercado. Agora, os utilitários esportivos atingiram o seu recorde de 39% no ano de 2020 e os SUVs atingiram 13% do mercado.

### 3.1 Sensores

Historicamente, as cidades seguem modelos de planejamento reativos onde os gestores tomam decisões conforme os problemas ocorrem. Por outro lado, o crescimento exponencial das tecnologias de informação e comunicação tem permitido a conexão de uma gama diversificada de sensores, dispositivos, sistemas e objetos. Esses objetos podem então gerar dados que podem ser transformados em informações e utilizados em um paradigma de planejamento urbano mais eficiente, que permite a tomada de decisões antes da ocorrência de problemas e emergências (SILVA *et al.*, 2019).

Proveniente disto, redes de sensores visuais foram desenvolvidas para coletar dados visuais de diferentes cenários de monitoramento, contribuindo diretamente para o amadurecimento do cenário de aplicações da Internet das Coisas (*Internet of Things*, IoT). Tais desenvolvimentos evoluíram de acordo com o lançamento de novas plataformas de hardware para a construção de sensores, bem como a disponibilidade de câmeras compatíveis com baixo consumo de energia (COSTA, 2020).

Recentemente, através de plataformas para estimar a emissão de dióxido de carbono emitidos, com base em sensores, muitos estudos tem sido desenvolvidos (LEHMANN; GROSS, 2017; SILVA *et al.*, 2019; BILOTTA; NESI, 2022; FLORES *et al.*, 2022). Uma análise dos desenvolvimentos anteriores de sensores visuais em relação às plataformas de hardware e câmeras empregadas, podem ser encontradas no tutorial de Costa (2020).

Lehmann e Gross (2017) apresentam um modelo para estimar as emissões de gases de automóveis de passageiros com base em dados de GPS e acelerômetro coletados dos aplicativos de *smartphone* do motorista ou do passageiro. A partir do sensor GPS, as informações sobre velocidade, direção e localização são obtidas com uma taxa de amostragem determinada, e a partir do acelerômetro, o tamanho e a direção da aceleração são coletados com um amostrador.

Silva *et al.* (2019) propõem uma plataforma que quantifica a emissão de  $CO_2$  com base em sensores em veículos, contribuindo indiretamente para um planejamento urbano mais proativo baseado no monitoramento da poluição veicular. Técnicas de crowdsensing <sup>1</sup> e um leitor On-Board Diagnostic (OBD-II) <sup>2</sup> são utilizados.

<sup>1</sup> Aplicações de *Mobile Crowd Sensing* (MCS) são aquelas onde os participantes ou usuários coletam (através dos diferentes sensores, como microfone, câmera, GPS, etc), e compartilham informações com o intuito de auxiliar outros usuários na tomada de decisões ou informar sobre diversos acontecimentos. Exemplos comuns de aplicações: cobertura de notícias instantaneamente, informações sobre pontos de congestionamento, desastres climáticos, poluição do ar, buracos em vias públicas, vagas em estacionamentos, entre outros (LAURIDO; FEITOSA, 2015).

<sup>2</sup> Aparelho inserido no interior do veículo, que realiza uma leitura do código de verificação do motor e

[Bilotta e Nesi \(2022\)](#) propõem um modelo e uma abordagem para avaliar as emissões de  $CO_2$  com base nos dados do fluxo de tráfego, levando em consideração as condições de congestionamento e descongestionamento. Os autores validaram as soluções em condições urbanas da cidade de Florença, onde a quantidade de gás foi medida por sensores em alguns pontos, mais de 100 sensores de fluxo de tráfego, que permitiram estimar o  $CO_2$  do fluxo de tráfego, estimando as mudanças no fator de emissão com base nas estações do ano e em termos de precisão. O modelo e a solução identificados permitiram calcular a distribuição de  $CO_2$  da cidade.

Com o advento do avanço tecnológico dos sistemas microcontroladores e das técnicas de quantização dos algoritmos de aprendizado de máquina, (*Machine Learning*, ML), surgiu um novo paradigma denominado TinyML<sup>3</sup>. Com isso, [Flores et al. \(2022\)](#) apresentam resultados da aplicação e implantação de um modelo TinyML, em um típico scanner automotivo para servir como um sensor virtual e estimar as emissões de dióxido de carbono. Os resultados sugerem que o sensor pode estimar as emissões de dióxido de carbono com um erro percentual médio absoluto (do inglês, *Mean Absolute Percentual Error*, MAPE) de aproximadamente 27%.

Como visto nesta seção, aparelhos de fluxo de tráfego, do tipo OBD-II e mesmo os *smartphones* são sensores, que fornecem dados necessários para que diversas áreas de pesquisa atuem para mitigar o volume de gases de efeito estufa. Vimos o avanço nas áreas da Computação, como IoT e ML, o que é muito importante para a meta de manter a menos 1,5°C a temperatura da Terra, pois indica que pesquisadores estão imersos neste assunto.

## 3.2 Alternativas numéricas de cálculo da emissão

Uma vez que a redução no consumo de combustível fóssil diminuiu significativamente as emissões de gases de efeito estufa ([XIAO et al., 2012](#)), diversos trabalhos que estudam problemas logísticos, exploram diferentes formulações numéricas capazes de realizar estimativas de emissão de gases poluentes.

Ao longo dos anos, o conceito verde e suas diversas variantes ganharam destaque crescente no contexto científico, principalmente no campo da pesquisa operacional. [Asghari e hashem \(2021\)](#) destacam esse fato, de que mais de 95% dos artigos na área do *green VRP*<sup>4</sup> foram escritos na última década. O consumo de combustível derivado do petróleo é conhecido como um indicador muito importante no *green VRP* (*vehicle routing problem*) [Kuo \(2010\)](#), [Zeng, Miwa e Morikawa \(2020\)](#).

---

rapidamente detecta problemas e causas de sistemas controlados eletronicamente.

<sup>3</sup> A inovação do TinyML é a capacidade de realizar inferência de dados, por meio de algoritmos de ML implementados em sistemas de baixo consumo de energia, como sensores ou microcontroladores, para executar tarefas automatizadas.

<sup>4</sup> Como no IRP, o problema de roteamento de veículos, (do inglês *vehicle routing problem*, VRP), também ganhou destaque na literatura com a preocupação verde.

No trabalho de Demir, Bektaş e Laporte (2011), os autores analisam e fazem uma comparação numérica de alguns modelos de emissão de gás. Com base nesse trabalho, apresentaremos algumas das formulações, que são modelos de consumo de combustível:

- Modelo 1: Um modelo de consumo de combustível em velocidade de funcionamento foi introduzido por Bowyer, Akçelik e Biggs (1985) para calcular o consumo de combustível durante períodos em que um veículo está em funcionamento e em modo de marcha lenta. O modelo é o seguinte:

$$\max\{\alpha t_i + (f_i/v_r + \gamma + B v_r^2 + k_{E1} \beta_1 M E_k + k_{E2} M E_{k+}^2 + 0.0981 k_G \beta_1 M \omega) x_s, \alpha t_s\}, \quad (3.1)$$

onde a Equação 3.1 é o consumo de combustível (mL),  $x_s$  é a distância total,  $v_r$  é a velocidade média de funcionamento (km/h),  $t_s$  e  $t_i$  são os tempos de funcionamento e de marcha lenta. A velocidade média é calculada como  $t_s = 3600 x_s / (t_s - t_i)$ . Além disso,  $E_{k+} = \max\{0.35 - 0.0025 v_r, 0.15\}$ ,  $k_1 = \max\{0.675 - 1.22/v_r, 0.5\}$ ,  $k_2 = 2.78 + 0.0178 v_r$ .

O modelo é uma extensão de outro modelo desenvolvido pelo autor. Os modos de aceleração, desaceleração e cruzeiro são considerados juntos em uma única função. Este modelo pode ser usado para estimar o consumo de combustível em uma variedade de situações de tráfego, que variam de viagens curtas a longas distâncias, embora seja mais útil para esta última.

- Modelo 2: Um modelo abrangente de emissões para veículos pesados de carga foi desenvolvido por Barth *et al.* (2000), Barth, Younglove e Scora (2005) e Barth e Boriboonsomsin (2008). Ele segue o modelo de Ross (1994) e consiste em três módulos: potência do motor, rotação do motor e taxa de combustível.

O módulo de potência do motor: a função de demanda de potência para um veículo é obtida a partir dos requisitos de potência de tração  $P_{tract}$  (kW) aplicados às rodas do veículo:

$$P_{tract} = (Ma + Mg \sin(\theta) + 0.5 C_d \rho A v^2 + Mg C_r \cos(\theta)) v / 1000,$$

onde  $v$  é a velocidade (m/s), e  $M$  é o peso (kg), com  $\rho$  sendo a densidade do ar em  $\text{kg/m}^3$ ,  $A$  é a área frontal ( $\text{m}^2$ ), e  $g$  é a constante gravitacional ( $\text{m/s}^2$ ). Além disso,  $C_d$  é o coeficiente de arrasto aerodinâmico e  $C_r$  é o coeficiente de resistência à rolagem. Para traduzir o requisito de tração em requisito de potência do motor, é usado o seguinte:

$$P = P_{tract} / (\eta_{tf}) + P_{acc},$$

onde  $P$  é a saída de potência do motor segundo a segundo (kW),  $\eta_{tf}$  é a eficiência da transmissão do veículo e  $P_{acc}$  é a demanda de potência do motor associada às perdas de funcionamento do motor e à operação de acessórios do veículo, como o uso do ar condicionado.

O módulo de rotação do motor: a rotação do motor é aproximada em termos da velocidade do veículo como

$$N = S(R(L)/R(L_g))v,$$

onde  $N$  é a rotação do motor (em rpm),  $S$  é a razão entre a rotação do motor e a velocidade do veículo na marcha mais alta ( $L_g$ ),  $R(L)$  é a relação de marcha na marcha  $L = 1, \dots, L_g$ ,  $v$  é a velocidade do veículo (m/s) e  $g$  é o parâmetro de eficiência para motores a diesel.

O módulo de taxa de combustível (g/s) é dada pela expressão:

$$\phi(kNV + P\eta)/44,$$

onde  $u$  é a relação massa de combustível-ar,  $k$  é o fator de atrito do motor e  $V$  é a cilindrada do motor (em litros).

Este modelo de emissões abrangentes é semelhante a outro modelo de consumo de combustível de [Bowyer, Akçelik e Biggs \(1985\)](#), mas para maior precisão requer parâmetros veiculares específicos detalhados, como o coeficiente de atrito do motor e a rotação do motor do veículo. [Barth, Younglove e Scora \(2005\)](#) testaram o modelo em uma variedade de cenários de tráfego para algumas categorias de tecnologia de veículos e ciclos.

- Modelo 3: A metodologia para calcular emissões e consumo de energia de transporte (nomeada MEET) foi descrita no trabalho de [Hickman et al. \(1999\)](#) sobre fatores de emissão para o transporte rodoviário ([INFRAS, 1995](#)), usada para calcular as emissões e o consumo de energia de transporte para veículos pesados. Essa metodologia inclui uma variedade de funções de estimativa, que dependem principalmente da velocidade e de um número de parâmetros fixos e predefinidos para veículos com pesos variando de 3.5 a 32 toneladas. Para veículos com peso inferior a 3.5 toneladas, o consumo de combustível é estimado usando uma função dependente da velocidade da forma  $\varepsilon = 0.0617v^2 - 7.8227v + 429.51$ . Para outras classes de veículos, o MEET sugere o uso de:

$$K + av + bv^2 + cv^3 + d/v + e/v^2 + f/v^3, \quad (3.2)$$

onde  $e$  é a taxa de emissões (g/km) para um veículo de carga descarregado em uma estrada com inclinação zero e  $v$  a velocidade média do veículo (km/h).

Os fatores e funções de emissão referem-se às condições de teste padrão (ou seja, inclinação zero na estrada e veículos vazios) e são tipicamente calculados como função da velocidade média do veículo. Dependendo do tipo de veículo, podem ser necessárias correções

para levar em conta os efeitos da inclinação da estrada e da carga do veículo nas emissões. Uma vez que uma estimativa aproximada tenha sido produzida, a seguinte fórmula é usada para levar em consideração o efeito da inclinação da estrada:

$$A_6v^6 + A_5v^5 + A_4v^3 + A_2v^2 + A_1v + A_0, \quad (3.3)$$

onde a [Equação 3.3](#) é o fator de correção de inclinação da estrada. A seguinte fórmula é usada para levar em consideração o fator de carga:

$$k + n\gamma + p\gamma^2 + q\gamma^3 + r/v + s/v^2 + t/v^3 + u/v, \quad (3.4)$$

onde a [Equação 3.4](#) é o fator de correção de carga. O MEET sugere estimar as emissões de  $CO_2$  (g) como:

$$(3.2) \times (3.3) \times (3.4) \times \text{distância}. \quad (3.5)$$

O MEET é baseado em medições em estrada e os parâmetros são extraídos de experimentos da vida real. A principal deficiência do modelo é o uso de configurações fixas de parâmetros específicos do veículo para qualquer veículo em uma determinada classe de peso.

- **Modelo 4:** Programa de computador para calcular emissões de transporte rodoviário (modelo COPERT) foi desenvolvido por [Ntziachristos e Samaras \(2000\)](#) e estima as emissões de todos os principais poluentes do ar, bem como gases de efeito estufa produzidos por várias categorias de veículos (por exemplo, automóveis de passageiros, veículos leves, veículos pesados, ciclomotores e motocicletas). Semelhante ao Modelo 3, ele usa várias funções específicas para veículos de diferentes pesos para estimar o consumo de combustível. O modelo também se baseia em medições em estrada, como o Modelo 3, mas não leva em consideração a inclinação da estrada e a aceleração, embora possa diferenciar entre duas faixas de velocidade para cada classe de veículo.

Conforme evidenciado na apresentação dos quatro modelos, uma ampla gama de métodos está disponível para estimar a quantidade de emissão de  $CO_2$ . No entanto, no mundo real, é praticamente impossível controlar todas as variáveis pertinentes para obter uma medida exata das emissões, especialmente em um ambiente real com congestionamento do tráfego de veículos, condições variáveis de estrada e imprevistos, que tornam essa precisão uma tarefa desafiadora. Isso se deve à complexidade do mundo real, muito mais complexo do que aquela encontrada em laboratórios ou nos modelos apresentados. Apesar disso a redução das emissões de  $CO_2$  continua sendo um passo fundamental na redução do aquecimento global.

A seguir, descreveremos mais três modelos e enfatizaremos as estratégias recentemente prevalentes na literatura para atingir essa redução da emissão.

Demir, Bektas e Laporte (2014) se concentram em diferentes formulações de consumo de combustível, que apresenta a redução das emissões no transporte rodoviário e explora a integração de modelos de emissões veiculares em métodos de otimização existentes. E mais recente, o tutorial Asghari e hashem (2021), que investiga o *green* VRP e oferece uma classificação abrangente das variantes consideradas na literatura científica. Os autores exploram diferentes tipos de veículos, como veículos a combustão interna, e fornecem percepções sobre técnicas de formulação, metodologias de resolução e áreas de aplicação. Estabelecendo conexões com pesquisa operacional relacionada ao tema.

As primeiras extensões do VRP tradicional para o *green* VRP, foram os trabalhos de Bektas e Laporte (2011) e Demir, Bektas e Laporte (2012). Com o objetivo de minimizar o consumo de combustível fóssil, Bektas e Laporte (2011) estenderam o VRP tradicional com uma função objetivo mais ampla e abrangente que considera não apenas a distância percorrida pelos veículos, mas também pode lidar com o custo do tempo de viagem, combustível, e emissões de gases de efeito estufa.

Demir, Bektas e Laporte (2012) denotaram o problema por *Pollution-Routing Problem* (PRP), que foi uma extensão do problema clássico de VRP com janelas de tempo que consiste em rotear um número de veículos para atender a um conjunto de clientes e determinar sua velocidade em cada segmento de rota de modo a minimizar um função que inclui custos de combustível, emissões e motorista, semelhante a Bektas e Laporte (2011). Os autores desenvolveram uma heurística ALNS para o PRP. Os resultados da experimentação computacional confirmam a eficiência do algoritmo. Apesar de eficiente, determinar a velocidade de um veículo em um mundo com diversas incertezas no trajeto pode ser utópico.

A abordagem de Bektas e Laporte (2011) e Demir, Bektas e Laporte (2012) para estimar o consumo de combustível é com base no Modelo 4 de emissões de Barth, Younglove e Scora (2005). Complementando as informações sobre o Modelo 4, Barth, Younglove e Scora (2005) descrevem o modelo de emissões para caminhões pesados (grandes) à diesel, em uma abordagem física de demanda de energia<sup>5</sup>. Ao desenvolver o modelo, os autores tentaram capturar muitos aspectos importantes da operação do veículo e seu efeito nas emissões do tubo de escape. No entanto, como a produção de emissões veiculares é um processo complexo e os autores viam a necessidade de muitas variáveis, foi impossível modelar todos os aspectos com alto nível de detalhamento. Além disso, Barth, Younglove e Scora (2005) afirmam que o modelo precisa

<sup>5</sup> No relatório Barth, Younglove e Scora (2005) é descrito um modelo para caminhões pesados que agora faz parte de um programa maior de Modelagem Compreensiva de Emissões Modais (do inglês *Comprehensive Modal Emissions Modeling*, CMEM) desenvolvido na Universidade da Califórnia, em Riverside. Dentro da estrutura do CMEM, vários submodelos de emissões e consumo de combustível destes caminhões foram desenvolvidos, cada um correspondendo a uma categoria distinta de veículo/tecnologia.

ser atualizado periodicamente para representar adequadamente os veículos atuais em qualquer frota. As futuras frotas de veículos certamente incluirão novas tecnologias que não estarão representadas nesta versão do modelo de emissão.

Muitas pesquisas em problemas logísticos sustentáveis utilizam a formulação de Barth, como [Koç et al. \(2014\)](#), [Soysal et al. \(2015\)](#), [Cheng et al. \(2017\)](#), [Stellingwerf et al. \(2018\)](#), [Liu e Lin \(2018\)](#), [Rahbari, Naderi e Mohammadi \(2018b\)](#), [Micheli e Mantella \(2018\)](#), [Balamurugan et al. \(2018\)](#), [Mundim et al. \(2019\)](#) e [Alinaghian et al. \(2021\)](#).

Outras alternativas numéricas de mensurar a emissão de  $CO_2$  estão presentes em [Hung, Tong e Cheung \(2005\)](#), [Xiao et al. \(2012\)](#), [Pinheiro \(2012\)](#), [Cachon \(2014\)](#), [Treitl, Nolz e Jammerneegg \(2014\)](#), [Branco et al. \(2022\)](#), [Goodarzian, Kumar e Ghasemi \(2022\)](#) e [Andrade et al. \(2022\)](#). A seguir, serão apresentadas individualmente.

[Hung, Tong e Cheung \(2005\)](#) descrevem uma análise de emissões e consumo de combustível de veículos motorizados usando uma abordagem modal de direção (analisando: marcha lenta, aceleração, cruzeiro e desaceleração). Os dados na estrada foram coletados usando quatro veículos de teste instrumentados que viajam muitas vezes pelas áreas urbanas de Hong Kong. Um modelo foi desenvolvido para estimar o consumo de combustível veicular e as emissões em função da velocidade instantânea e do modo de direção. Funções de interpolação por partes foram propostas para cada modo de condução sem marcha lenta. As taxas de emissão e consumo de combustível em marcha lenta foram estimadas como funções exponenciais negativas do tempo. Os resultados mostraram bons acordos para os veículos de teste, embora não possa ser generalizado para toda a frota de veículos em Hong Kong, a metodologia desenvolvida é válida para o veículo individual. Os autores destacam que para generalizar os resultados obtidos para a frota de veículos, testes de estrada mais abrangentes devem ser realizados.

[Xiao et al. \(2012\)](#) consideram a distância percorrida e a carga como fatores que impactam os custos de combustível. No clássico problema de roteamento de veículos capacitados (*capacitated vehicle routing problem CVRP*), a Taxa de Consumo de Combustível (*Fuel Consumption Rate FCR*), um fator considerado como uma função dependente da carga, é adicionada ao CVRP para estender os estudos tradicionais com o objetivo de minimizar o consumo de combustível. Para isso, apresentam um modelo de otimização matemática FCVRP. Um algoritmo de recozimento simulado com uma regra de troca híbrida é desenvolvido para resolver o FCVRP e mostra bom desempenho tanto no CVRP tradicional quanto no FCVRP em experimentos computacionais substanciais. Os resultados dos experimentos mostram que o modelo FCVRP pode reduzir o consumo de combustível em 5% em média em comparação com o modelo CVRP. [Ferreira, de Queiroz e Toledo \(2021\)](#) estudam o problema de roteamento de veículos capacitado, com restrições de carga bidimensional e três variantes do problema, sendo duas delas com abordagem verde de [Xiao et al. \(2012\)](#) para baixas emissões de  $CO_2$ . A seguir será apresentado o sétimo Modelo.

- Modelo 5: A formulação de [Xiao et al. \(2012\)](#), que fornece a taxa de consumo de

combustível, é inicialmente derivada por meio de regressão linear, formulada por:

$$0.0000793X - 0.026,$$

representando a relação geral entre a taxa de consumo de combustível e o peso bruto do veículo. Isso resulta em uma função linear que depende da carga transportada  $Q_1$  e ao dividir o peso bruto do veículo em duas partes, sendo o peso sem carga do veículo  $Q_0$  e a carga transportada  $Q_1$ , os autores formularam a taxa de consumo de combustível como uma função linear dependente da carga  $Q_1$ , dada por:

$$\alpha(Q_0 + Q_1) + b. \quad (3.6)$$

Definindo a capacidade do veículo como sendo, o peso máximo que o veículo pode carregar, igual a  $Q$ , o FCR com carga total como  $\rho^*$  e a taxa de consumo de combustível sem carga como  $\rho_0$ , pode ser observado a partir da [Equação 3.6](#) que  $\rho_0 = \alpha Q_0 + b$ ,  $\rho^* = \alpha(Q_0 + Q) + b$ , e  $\alpha = \frac{\rho^* - \rho_0}{Q}$ .

Portanto, [3.6](#) pode ser reescrito como:

$$\rho_0 + \frac{(\rho^* - \rho_0)}{Q} Q_1. \quad (3.7)$$

Ambos os parâmetros  $\rho^*$  e  $\rho_0$  podem ser obtidos usando a [Equação 3.7](#) com os pesos vazios e totalmente carregados do veículo sob condições especificadas (com terreno, velocidade do veículo, etc., permanecendo inalterados).

Continuando as descrições dos outros trabalhos, temos [Cachon \(2014\)](#) que inserem a emissão e o custo associado à emissão, em uma única equação de custos de transporte, com unidade em  $\$ kg^{-1} km^{-1}$ . A equação é dada em função de: custo para transportar por unidade de distância, a quantidade de combustível usada, o custo do combustível por unidade de combustível, a quantidade de emissão liberada pelo consumo de uma unidade de combustível, o custo de emissões por unidade liberada e a carga transportada pelo veículo. Para isso ser aplicado, o autor apresenta um modelo de estoque para determinar a quantidade de espaço físico que o varejista precisa. A logística do varejista e cliente são tratadas de diferentes formas, o transporte do varejo é modelado pelo problema do caixeiro viajante (do inglês *travelling salesman problem*, TSP). O problema de transporte do consumidor é equivalente à versão contínua do problema da k-mediana. Assim, o problema de densidade de lojas de varejo combina um modelo de estoque com o TSP e o problema da k-mediana. Além disso, os autores fazem várias estimativas de parâmetros. Com isso, será apresentado o oitavo modelo:

• Modelo 6: [Cachon \(2014\)](#) trazem um modelo com foco diferente dos outros, que não obtém o consumo de combustível diretamente, mas é em função do consumo. É um modelo que tem componentes incluídos nos custos de transporte (dado em  $kg^{-1}km^{-1}$ ) do tipo de veículo  $k$ :

$$\frac{v_k + f_k(p_k + e_k p_e)}{q_k}$$

onde  $v_k$  é o custo variável para transportar o veículo por unidade de distância (por exemplo,  $km^{-1}$ ),  $f_k$  é a quantidade de combustível usada para transportar o veículo por unidade de distância (em litros (L) por  $km^{-1}$ ),  $p_k$  é o custo do combustível por unidade de combustível ( $L^{-1}$ ),  $e_k$  é a quantidade de emissões liberadas pelo consumo de uma unidade de combustível ( $kg^{-1}km^{-1}$ ),  $p_e$  é o custo de emissões por unidade liberada (por exemplo,  $CO_2 kg^{-1}$ ) e  $q_k$  é a carga transportada pelo veículo (em kg).

Em [Treitl, Nolz e Jammernegg \(2014\)](#), além da definição clássica do IRP, as emissões de  $CO_2$  são determinadas e adicionadas à função objetivo usando um preço de carbono. O IRP é então resolvido com o objetivo de minimizar os custos totais. Os autores utilizam a formulação de [Barth, Younglove e Scora \(2005\)](#) como um conjunto de restrições do modelo. Com alguns fatores de conversão, os autores calculam a quantidade total de emissões de gás causadas por atividades de transporte e armazenamento. O modelo é aplicado a um estudo de caso da indústria petroquímica. O resultado é então comparado com os resultados de estudos anteriores, onde o foco principal estava nas decisões de localização de instalações, e não nas decisões de transporte.

[Goodarzian, Kumar e Ghasemi \(2022\)](#) consideram uma das funções objetivo sendo a minimização das emissões, que é calculada com base na distância percorrida pelos veículos, que saem dos nós de origem  $i$  para os nós de destinos  $l$ , eventualmente passando por nós intermediários  $j$ . Os parâmetros envolvidos, como: o coeficiente de emissões do veículo, quantidade de combustível necessário para o veículo a cada quilômetro e capacidade do veículo, são valores gerados aleatórios. Seguindo a sequência de apresentações de modelos de emissão, a seguir teremos o nono modelo.

• Modelo 7: [Goodarzian, Kumar e Ghasemi \(2022\)](#) definem as emissões totais de  $CO_2$  liberadas pelos veículos com base nas distâncias percorrida para o veículo a cada quilômetro de transporte, além da capacidade veicular e quantidade de produto transportada. Com isso, a emissão é definida por:

$$\xi \left( \sum_m \sum_i \sum_j \sum_t dA_{ij} \times \frac{xa_{mijt}}{\sigma} \times \eta + \sum_m \sum_j \sum_l \sum_t dB_{jl} \times \frac{xb_{mjlt}}{\sigma} \times \eta + \sum_m \sum_i \sum_l \sum_t dC_{il} \times \frac{xc_{milt}}{\sigma} \times \eta \right), \quad (3.8)$$

onde  $dA_{ij}$ ,  $dB_{jl}$  e  $C_{il}$  são as distâncias (em km) entre  $i$  e  $j$ ,  $j$  e  $l$ ,  $i$  e  $l$ , respectivamente. As variáveis de decisão são  $xa_{mijt}$ ,  $xb_{mjlt}$  e  $xc_{milt}$  que no período  $t$  determinam a quantidade do

produto  $m$  (em toneladas), do nó de origem  $i$  para um nó intermediário  $j$ , do nó  $j$  para o destino  $l$  e do nó de origem  $i$  direto para o nó  $l$ .  $\sigma$  é a capacidade do veículo e  $\xi$  é o coeficiente de emissões de  $CO_2$ .

Explorando o OBD-II disponível na maioria dos veículos, a emissão contínua de tais poluentes pode ser medida indiretamente ao longo do tempo, embora a precisão tenha sido uma importante questão ao realizar esta tarefa devido à natureza dos dados fornecidos. Nesse cenário, abordagens de sensores podem ser adotadas para processar dados de combustão do motor, como injeção de combustível e fluxo de massa de ar, processando-os para estimar a poluição e transmitir os resultados para análises posteriores. Com isso, [Andrade et al. \(2022\)](#) propõem uma solução de soft-sensor baseada em um sistema embarcado projetado para recuperar dados de veículos por meio de sua interface OBD-II, processando diferentes entradas para fornecer valores estimados de emissões de  $CO_2$  (em gramas por segundo) ao longo do tempo. De acordo com os tipos de dados fornecidos pelo veículo, dois algoritmos diferentes são definidos e cada um segue uma formulação matemática. Além disso, uma abordagem TinyML não supervisionada também é derivada para remover dados discrepantes ao processar o fluxo de dados computado, melhorando a precisão do sensor como um todo, sem exigir nenhuma interação com servidores baseados em nuvem para operar.

Resumindo esta seção, foram apresentados sete modelos distintos para estimativa de emissão de  $CO_2$  veicular, cada um com suas características específicas, detalhes e necessidade de alguns, e para outros modelos, vários parâmetros.

### 3.3 Proposta de formulação numérica

Nesta seção, apresentamos nossa metodologia para estimar as emissões de  $CO_2$  em quilogramas, simplificando a necessidade de informações detalhadas. Quando nos referirmos a essa abordagem, a chamaremos de "Equação Explícita Veicular - EEV". Para desenvolvê-la, utilizamos dados de fatores de emissão de  $CO_2$  para diversos tipos de combustíveis, publicados pelo Governo do Canadá (consulte [Canada \(2014\)](#)). Apesar da simplicidade da nossa formulação, buscamos trabalhos em química que justificassem a coerência da abordagem, e experimentos computacionais com mais de 2000 veículos garantem um erro médio de 0,98%.

Durante o deslocamento de um veículo sobre a estrada, o motor de combustão interno converte a energia armazenada no combustível em energia mecânica para acionar o sistema de tração do veículo, resultando na emissão de dióxido de carbono como subproduto deste processo. De acordo com [Canada \(2014\)](#), a queima de 1L de gasolina produz aproximadamente 2,3kg de  $CO_2$ , ver [Tabela 8](#). Isso significa que um veículo médio, que queima 2000 L de gasolina por ano, libera cerca de 4600kg de  $CO_2$  na atmosfera. De estudos químicos, sabe-se que 1 litro de gasolina, que pesa 0,75 kg, produz 2,3kg de  $CO_2$ , pois a gasolina contém átomos de carbono e hidrogênio. Durante a combustão, o carbono (C) do combustível combina com o oxigênio ( $O_2$ )

do ar para produzir dióxido de carbono ( $CO_2$ ). O peso adicional vem do oxigênio.

Tabela 8 – Relação entre tipo de combustível e emissão de  $CO_2$  em kg/L.

<b>Tipo de combustível</b>	<b>Emissões de <math>CO_2</math> (kg/L)</b>
Gasolina	2,29
E10 (10% etanol + 90% gasolina)	2,21
E85 (85% etanol + 15% gasolina)	1,61
Diesel	2,66
B5 (5% biodiesel + 95% diesel)	2,65
B20 (20% biodiesel + 80% diesel)	2,62

Fonte: [Canada \(2014\)](#).

De [Manfrinato, Vidal e Brancalion \(2018\)](#) e [Wang et al. \(2007\)](#), considera-se que a densidade da gasolina é 0,75 kg/L e o fator de transformação da gasolina em  $CO_2$  que é 3,7 ( $C/CO_2$ ). Ressaltam que, em alguns países, como no Brasil, deve ser descontado o volume de etanol que tem-se na gasolina, que é de aproximadamente entre 18% a 25%. Neste caso, cada litro de gasolina misturada com etanol tem no máximo 82% de gasolina pura, o que deve ser o foco das emissões de gases de efeito estufa originados de combustíveis fósseis no transporte. Desta forma, por meio do estudo de [Manfrinato, Vidal e Brancalion \(2018\)](#) e [Wang et al. \(2007\)](#), segue o cálculo: 1 litro de gasolina = 1 x 0,82 x 0,75 x 3,7 = total de quilos de  $CO_2$  emitidos por litro. Por exemplo: um percurso diário na cidade de 20 quilômetros ( $km$ ) com um carro cuja taxa de consumo seja, por exemplo, de 10 km/litro, seu consumo será de: 2 litros. Para esse exemplo, o total de emissões é dado por: 2 x 0,82 x 0,75 x 3,7 = 4,55 kg de  $CO_2$ . Agora, se é utilizado aproximadamente 1 tanque de gasolina (50 litros) por semana, com rodagem de 500 km/semana, num carro que transita 10 km com um litro de gasolina, sua emissão de gás será de: 50 x 0,82 x 0,75 x 3,7 = 114 kg de  $CO_2$  por semana.

As emissões de  $CO_2$  de um veículo variam de acordo com o tipo de combustível, devido às diferentes densidades. Combustíveis de hidrocarbonetos mais densos, como o diesel, contêm mais carbono e, portanto, produzem mais  $CO_2$  para um determinado volume de combustível. As emissões de vários tipos de combustíveis utilizados em transporte são bem definidas e conhecidas, conforme documentado em [Canada \(2014\)](#).

A relação entre consumo (eficiência) do veículo (em quilômetros por litro) e a emissão de  $CO_2$  ([PINTO; OLIVER-HOYO, 2008](#); [BARTHOLOMEU THIAGO GUILHERME PÉRA, 2016](#); [OLIVEIRA LUIZ AUGUSTO HORTA NOGUEIRA, 2018](#)) é conhecida. Assim, os litros de combustível consumidos em um determinado trajeto, a partir do consumo médio do veículo, é dado por:

$$\frac{\text{distância}}{\text{consumo\_médio\_veículo}} \frac{(km)}{(km/L)}, \quad (3.9)$$

o que implica em:

$$\frac{\text{distância}}{\text{consumo\_médio\_veículo}} (L). \quad (3.10)$$

A [Equação 3.9](#) é a razão entre a distância em quilômetros e o consumo médio de um veículo, que envolve a distância percorrida e a quantidade de combustível utilizada, em quilômetros por litros. Logo, ao simplificar as unidades de medida, a [Equação 3.10](#) fornece quantos litros de combustível são gastos para percorrer uma distância  $d$ , sabendo o consumo médio do veículo. Sabendo da relação direta de quantos quilos de  $CO_2$  são emitidos para cada litro de combustível consumido, logo, multiplicando a emissão de  $CO_2$  na [Equação 3.10](#), tem-se:

$$\text{emissão\_CO2} (kg/L) \times \frac{\text{distância}}{\text{consumo\_médio\_veículo}} (L). \quad (3.11)$$

Logo,

$$\frac{\text{emissão\_CO2} \times \text{distância}}{\text{consumo\_médio\_veículo}} (kg). \quad (3.12)$$

Portanto, a [Equação 3.12](#) fornece quantos quilos de  $CO_2$  foram emitidos para percorrer uma distância  $d$ , sabendo a priori o consumo médio do veículo para qualquer que seja o combustível usado, ou seja, além de bem definida, a expressão contempla uma frota heterogênea de veículos. Por isso, esta equação será utilizada no modelo do IRP verde proposto neste trabalho.

Assim, para obtermos uma abordagem sustentável do problema de roteamento de estoque, é necessário calcular a emissão do  $CO_2$ , uma vez que pretende-se minimizá-la. Para isso, uma maneira prática de calcular quantos quilos de gás emitidos para percorrer uma determinada distância, é preciso saber o consumo médio do veículo utilizado, independente da deterioração do veículo, novas tecnologias veiculares e outros fatores. A expressão é dada abaixo, escrita para cada tipo de veículo/combustível  $k$ :

$$F_{EEV} = \frac{f^k \left( \frac{kg}{L} \right) \times d(km)}{cv^k \left( \frac{km}{L} \right)} = \frac{f^k \times d \left( kg \frac{km}{L} \right)}{cv^k \left( \frac{km}{L} \right)} = \frac{f^k \times d}{cv^k} (kg), \quad (3.13)$$

onde,

$f^k$  são os quilos de  $CO_2$  emitidos para cada litro de combustível consumido ( $kg CO_2 / L$ ),

$d$  é a distância percorrida pelo veículo ( $km$ ),

$cv^k$  é o consumo médio do veículo por consumir o combustível  $k$  ( $km/L$ ).

A  $F_{EEV}$  em 3.13, define quantos quilos de  $CO_2$  são emitidos na atmosfera, a partir do consumo médio do veículo utilizado. É uma expressão generalista, por permitir o usuário tomador de decisão considerar uma frota com diversos combustíveis e prática, por necessitar somente de dois parâmetros, além de pode ser utilizada em qualquer problema, pois não se restringe a uma frota pequena ou alguns veículos específicos.

Em termos gerais, o primeiro passo é obter o consumo médio do veículo, que pode variar dependendo do condutor, estado de conservação do veículo, manutenção e mudança de peso. Em seguida, utilizamos os seguintes valores  $f^k$  para diferentes tipos de combustíveis (k = Gasolina, E10 (10% etanol e 90% gasolina), E85 (85% etanol e 15% gasolina), Diesel, B5 (5% biodiesel e 95% diesel), B20 (20% biodiesel e 80% diesel)): 2,29, 2,21, 1,61, 2,66, 2,65, 2,62, respectivamente.

Além da proposta de deixar clara uma expressão com a finalidade de otimizar a praticidade de sua aplicação, a EEV foi aplicada e avaliada em um *dataset*, disponibilizado pelo Governo da Canadá, onde obteve um erro inferior a 1%. Na próxima Seção 3.4, serão fornecidos mais detalhes de como foi feita a avaliação, incluindo uma comparação com sete métodos de aprendizado de máquina.

## 3.4 Métodos de Aprendizado de Máquina

Poucos trabalhos que objetivam a redução da emissão de  $CO_2$ , por meio de qualquer formulação que seja, fazem alguma comparação da qualidade da solução ou possuem uma validação precisa da estimativa empregada. Pensando nisso, realizamos uma validação da EEV para ter uma estimativa do erro. Além disso, comparamos com métodos de Aprendizado de Máquina, do inglês *Machine Learning* (ML).

Primeiramente introduzimos a área de ML. Na Subseção 3.4.1 apresentamos os dados e as variáveis preditoras que serão utilizadas por todos os algoritmos. Na Subseção 3.4.2 descrevemos os algoritmos utilizados e o conjunto de hiper parâmetros definidos para encontrar a melhor configuração dos algoritmos. Os resultados computacionais consolidados são apresentados na Subseção 3.4.3.

ML é definida como o campo de estudo, da grande área de Inteligência Artificial (IA), que dá aos computadores a capacidade de aprender sem serem explicitamente programados. ML é usada para ensinar as máquinas a lidar com os dados com mais eficiência, pois às vezes, visualizar e interpretar um grande volume de dados, pode ser não trivial. Com a abundância de conjuntos de dados disponíveis, a demanda pela área está aumentando. Muitos setores aplicam ML para extrair informações relevantes. O objetivo deste ramo da ciência é aprender e extrair percepções interessantes com os dados (MAHESH, 2020). Podemos dizer que, enquanto a otimização é uma ciência centrada no problema, o aprendizado de máquina é uma ciência centrada em dados.

Em ML, o tipo de algoritmo empregado depende do tipo de problema que se deseja resolver, do número de variáveis, do tipo de modelo que melhor se adequa a ele e assim por diante. [Faceli et al. \(2011\)](#) apresentam algoritmos comumente usados.

O aprendizado supervisionado, também conhecido como aprendizado de máquina supervisionado, é uma subcategoria de ML e IA. É definido pelo uso de conjuntos de dados rotulados para treinar algoritmos que classificam dados ou preveem resultados com precisão. À medida que os dados de entrada são inseridos no modelo, ele ajusta seus pesos até que o modelo seja ajustado adequadamente, o que ocorre como parte do processo de validação cruzada. O aprendizado supervisionado ajuda as organizações a resolver uma variedade de problemas do mundo real em escala, como a classificação de spam em uma pasta separada de sua caixa de entrada ([IBM, 2020](#)).

O aprendizado supervisionado envolve o uso de um conjunto de treinamento para instruir modelos a gerar a saída correta. Este conjunto consiste em pares de entrada e saída, permitindo que o modelo refine suas previsões ao longo do tempo. O progresso é avaliado por meio de uma função de perda, que orienta o ajuste contínuo do modelo até a minimização satisfatória do erro. Conforme descrito em [Mello e Ponti \(2018\)](#), o aprendizado supervisionado consiste em encontrar a melhor função  $f$  possível, para mapear um espaço de soluções  $f : X \rightarrow Y$ , onde  $X$  é o vetor de características (ou features) e  $Y$  representa a saída.

O aprendizado supervisionado pode ser separado em dois tipos de problemas durante a mineração de dados ([FACELI et al., 2011](#)), classificação e regressão:

- ▷ A classificação usa um algoritmo para atribuir dados de teste com precisão em categorias específicas. Ele reconhece entidades específicas dentro do conjunto de dados e tenta tirar algumas conclusões sobre como essas entidades devem ser rotuladas ou definidas. Algoritmos de classificação comuns são classificadores lineares, máquinas de vetores de suporte (SVM), árvores de decisão, k-vizinho mais próximo e floresta aleatória, que são descritos em mais detalhes abaixo.
- ▷ A regressão é usada para entender a relação entre variáveis dependentes e independentes. É comumente usado para fazer projeções, como a receita de vendas de um determinado negócio. Tem-se: regressão linear, regressão de árvores de decisão, regressão de floresta aleatória, e regressão de redes neurais artificiais que são algoritmos de regressão populares.

Trabalhos da área apresentam forte preocupação ambiental, em especial na redução da emissões de  $CO_2$  ([JIMENEZ; VALIDO; MOLDEN, 2019](#); [NIROOMAND; BACH; ELSER, 2021](#); [WEN et al., 2022](#)).

[Jimenez, Valido e Molden \(2019\)](#) apresentam os fatores que ditam diferença entre a eficiência oficial e real do veículo e as emissões de  $CO_2$ . Os autores revisaram a influência da classificação de veículos, características do veículo, marca do veículo e ano de referência sobre

as emissões de  $CO_2$  do mundo real. Eles empregaram uma base de dados de 650 automóveis de passageiros. Este estudo explicou o impacto desses fatores na lacuna entre o mundo real e valores de emissão de homologação. Os autores utilizaram um modelo de regressão para realizarem a análise.

Niroomand, Bach e Elser (2021) utilizam técnicas de *Deep Learning* para avaliar as diferenças das emissões de  $CO_2$  entre diferentes classe de veículos e categorias. Os melhores resultados foram aproximadamente 90,4% para medidas de verificação. Mas os resultados indicam grandes variações nas médias das emissões entre diferentes classes de veículos.

Wen *et al.* (2022) propõem um algoritmo de *Random Forest* para estimar a emissão de  $CO_2$  de grandes cidades. Esse mapeamento, depende de 272 indicadores como características de estradas, densidade populacional e informações de uso de estrada de terra, para treinar o modelo.

Nesta tese, apresentamos um estudo de sete técnicas de ML, de aprendizado supervisionado, que podem ser utilizadas por qualquer empresa ou pessoa para estimar a emissão de  $CO_2$  de um dado veículo, que utilize diesel, gasolina comum ou etanol.

### 3.4.1 Dataset

Algoritmos supervisionados de ML são algoritmos que buscam prever uma variável dependente (aqui, emissão de  $CO_2$ ) a partir de um conjunto de variáveis independentes. Lógico, que a qualidade, diversidade e quantidade de dados que temos disponíveis para conseguir treinar esses algoritmos é determinante para a qualidade dos métodos propostos. O governo do Canadá busca coletar e disponibilizar dados de alta qualidade sem nenhuma restrição de uso. Avaliando outros trabalhos, consideramos que atualmente, a melhor base de dados para o problema em questão esta disponibilizada no link: <<https://open.canada.ca/data/en/dataset/98f1a129-f628-4ce4-b24d-6f16bf24dd64#wb-auto-6>>.

Desde 1995, o Governo do Canadá fornece classificações de consumo de combustível específicas por modelos, marcas e variantes de milhares de veículos. Além do consumo, apresenta estimativa de emissões de  $CO_2$  para os veículos colocados a venda no varejo e um *rank* anual de quais os veículos mais sustentáveis. Nós agrupamos, todos os bancos de dados anuais de 1995 até 2022 totalizando 26146 veículos que após a remoção dos duplicados somam 20416 exemplos.

Cada exemplo, armazena as seguintes informações: ano de fabricação, marca, modelo, classe do veículo, tamanho do motor, número de cilindros, tipo de transmissão (ou câmbio), tipo de combustível, consumo na cidade, consumo na estrada, consumo combinado, consumo em *miles per gallon* (MPG) e a emissão de  $CO_2$  em gramas por quilometro. Os números de exemplos por tipos de combustíveis são: gasolina (11367), gasolina premium (7790), etanol (857), diesel (365) e gás natural (37).

Para ilustrar um pouco essas informações. Existem 55 marcas, sendo as duas mais

populares Chevrolet e Ford com 2053 e 1885 veículos, respectivamente. O número de modelos diferentes é 4181, sendo os principais Mustang, Ranger, Jetta e F150. Algumas características na descrição do modelo é se o veículo tem: tração nas quatro rodas, tração integral, veículo é híbrido, se a distância entre eixos é curta, longa ou estendida. A classe do veículo informa se é um SUV pequeno ou grande, um compacto, dois lugares, caminhonete, caminhão e outros.

Podemos observar as informações da correlação da nossa base tratada, nas [Figura 7](#), [Figura 8](#) e [Figura 9](#), para os diferentes tipos de combustíveis: a) Gasolina, b) Diesel e c) Etanol, respectivamente. Chama-se atenção a forte correlação dos consumos médios na cidade e na estrada, com a abordagem combinada. Outro ponto que pode chamar a atenção do leitor é a correlação negativa entre do consumo MPG e a emissão de  $CO_2$ . Essa relação advém do fato de que a quantidade de  $CO_2$  emitida aumenta quanto menor for a distância percorrida para gastar um galão de combustível.

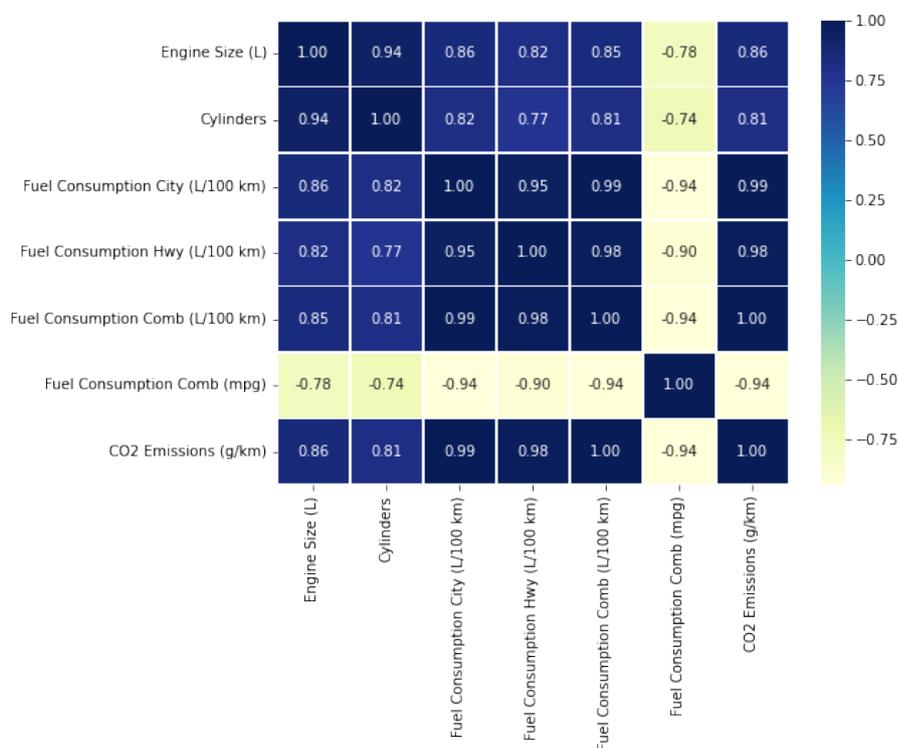


Figura 7 – Correlação da base de dados para a) Gasolina.

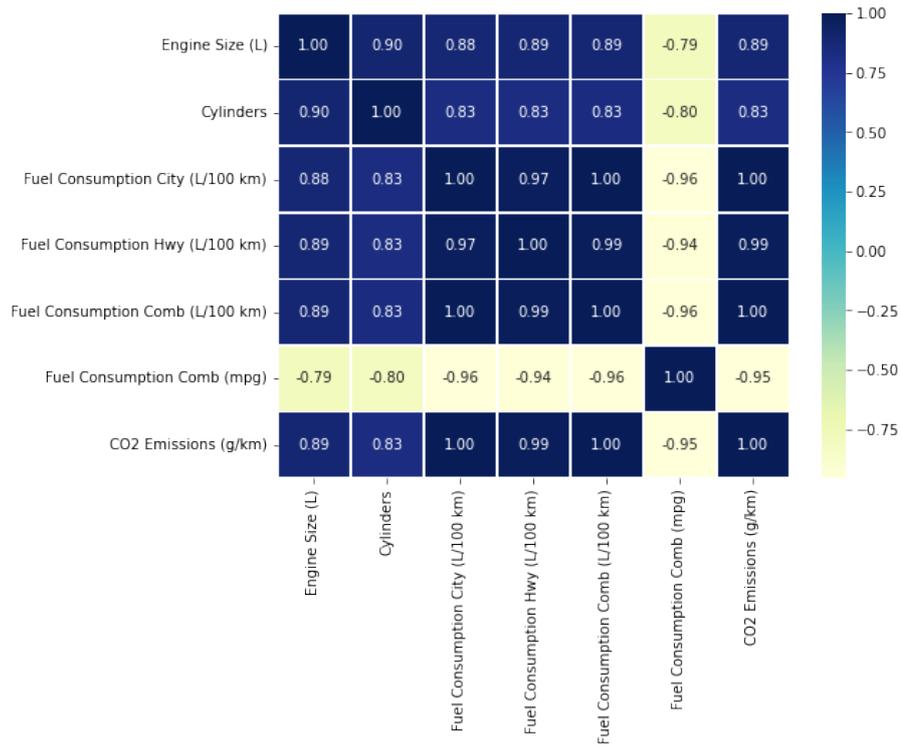


Figura 8 – Correlação da base de dados para b) Diesel.

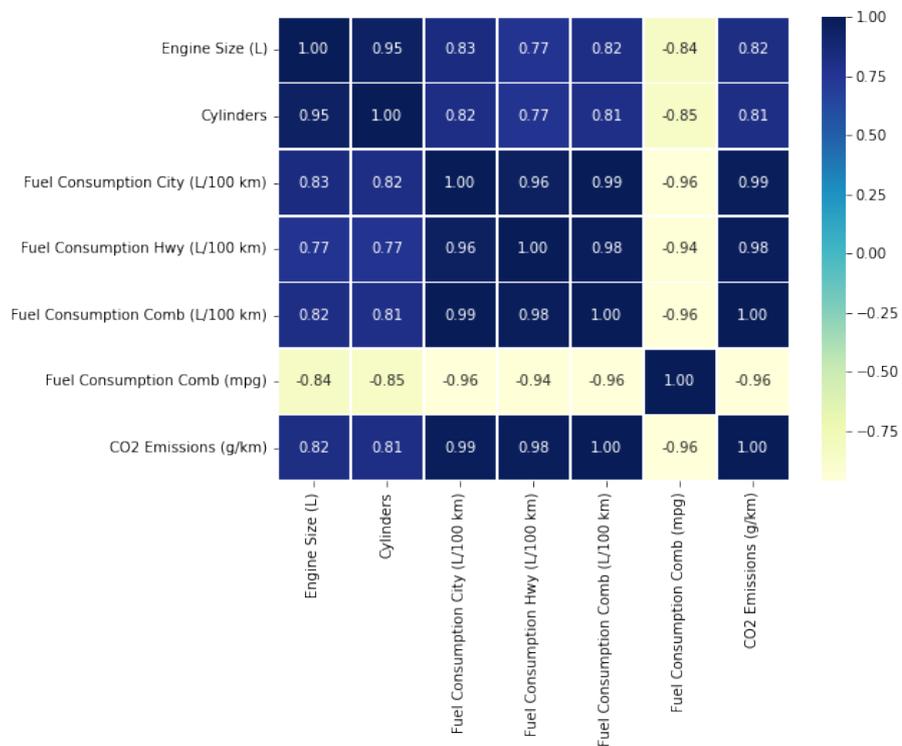


Figura 9 – Correlação da base de dados para c) Etanol.

### 3.4.2 Algoritmos utilizados

Nesta seção apresentaremos os 7 algoritmos de aprendizado de máquina para regressão utilizados nesse trabalho para estimar a emissão de  $CO_2$  e comparar com a EEV. Todos os algoritmos são de aprendizado supervisionado, ou seja métodos que conseguem aprender a partir de dados. No caso deste trabalho, separamos um conjunto de dados de treinamento que são a base utilizada para criação dos modelos.

Essa base contém sete variáveis independentes (ou *features*) e a variável de interesse (a emissão de  $CO_2$ ). As *features* são:  $X_{ES}$  o tamanho do motor em litros (*Engine Size*),  $X_C$  o número de cilindros (*Cylinders*),  $X_{FC}$  o consumo médio de combustível (*Fuel Consumption Comb*) e o tipo de combustível é representado por quatro variáveis binárias ( $X_D$  diesel,  $X_G$  gasolina,  $X_{GP}$  gasolina *premium* e  $X_E$  etanol). Para todos os casos,  $X_D + X_G + X_{GP} + X_E = 1$ .

#### Métodos

Todos os métodos são apresentados a seguir, com alguns detalhes da calibração de parâmetros.

#### Árvore de Decisão

Uma árvore de decisão é um algoritmo que constrói um modelo de regressão na estrutura de uma árvore. Este é um dos algoritmos mais utilizados em *machine learning*, sua ideia base é dividir um problema complexo em um conjunto de decisões simples (HASTIE; TIBSHIRANI; FRIEDMAN, 2009). Podemos definir formalmente como um grafo acíclico direcionado formado por um conjunto de nós folhas e um conjunto de nós de divisão. Os nós de divisão dividem os dados de entrada em dois conjuntos, este teste condicional sempre será baseado em alguma *feature* de entrada. Os nós folhas porém retornam o valor da variável de interesse. Para construir a árvore, usamos uma heurística denominada CART que utiliza a entropia da solução para selecionar a *feature* de divisão. A título de curiosidade, Bertsimas e Dunn (2017) propôs um modelo para construir a árvore de decisão ótima para problemas de classificação.

Para encontrar a melhor configuração da nossa árvore de decisão testamos a profundidade máxima da árvore para todas as alturas de 1 até 20. Para mensurar a qualidade da divisão e das respostas, consideramos as funções de erro quadrado médio, erro quadrático médio com a pontuação de melhoria de Friedman e o erro absoluto médio (HASTIE; TIBSHIRANI; FRIEDMAN, 2009). Sendo a melhor configuração, uma árvore de altura 20 e a função de divisão a função de erro quadrado médio.

Os termos mencionados possuem significados importantes:

**Melhoria de Friedman:** Este termo refere-se a uma abordagem para melhorar a precisão de árvores de decisão, ajustando o critério de divisão das árvores usando a pontuação de melhoria de Friedman. É uma técnica que busca otimizar a escolha dos pontos de divisão

em uma árvore, considerando a melhoria global que cada divisão traz para o modelo. Este método é particularmente útil para ajustar árvores de decisão e florestas aleatórias para obter melhor desempenho.

**Erro Médio (*Mean Absolute Error* - MAE):** O erro médio absoluto é uma medida de erro que representa a diferença média entre os valores previstos e os valores reais. É calculado como a média dos valores absolutos das diferenças entre previsões e valores reais. A fórmula é:  $MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|$ , onde  $y_i$  são os valores reais e  $\hat{y}_i$  são os valores previstos.

A descrição e formulação do erro quadrado médio estão na [Seção 3.4.2](#).

### *Random Forest*

A grande vantagem de usar um *Random Forest* é o fato de que ele reduz o *overfitting* das árvores de decisão. Normalmente, uma árvore de decisão pode superajustar os dados de treinamento e falhar em generalizar o conhecimento para novas instâncias. Ou seja, o "*overfitting*" ocorre quando um modelo de ML aprende os detalhes e o ruído dos dados de treinamento a ponto de prejudicar seu desempenho em novos dados, ou seja, dados não vistos anteriormente. Isso significa que o modelo se ajusta tão bem aos dados de treinamento que se torna incapaz de generalizar para outros conjuntos de dados (HASTIE; TIBSHIRANI; FRIEDMAN, 2009).

Um *Random Forest* é uma coleção de árvores de decisão, onde cada árvore é treinada em uma amostra aleatória com reposição do conjunto de dados original. Para a construção de cada nó em uma árvore, é considerado um subconjunto aleatório de *features*. Finalmente, a resposta desse algoritmo consiste em uma média dos resultados de todas as árvores. Dessa forma, o *Random Forest* produz árvores não correlacionadas, e a média reduz a variabilidade nas previsões para dados não vistos durante o treinamento.

Para calibração de parâmetros, testamos árvores com profundidades variando de 1 a 10, com um número de *features* variando de 1 ao total de *features*. O número de árvores considerado no preditor foi: 50, 100, 200, 500, 750, 1000. A melhor configuração foi com uma altura de 9, 100 árvores e todas as *features* como entrada.

### *K-Nearest Neighbors*

O *K-Nearest Neighbors* (KNN) é um algoritmo baseado em distância. Ele armazena todos os dados de treinamento, em um espaço n-dimensional e simplesmente calcula para toda nova instância quais são os K dados mais próximos no treinamento e retorna uma média desses casos. Apesar da simplicidade, dependendo do problema é um algoritmo muito útil e seu principal ponto fraco é ter que armazenar e calcular a distância para todos os pontos do treinamento.

Nesse trabalho, buscamos testar todos os K entre 1 e 1000 instâncias. Sendo que o melhor resultado foi para  $K = 4$ .

### Regressão Linear

Uma regressão linear é um algoritmo que ajusta um conjunto de coeficientes associados as *features* para minimizar a soma dos erros quadrados dos valores esperados (variável dependente) e os valores previstos pela aproximação linear. Quanto melhor o ajuste, menor o erro residual para os dados. A grande vantagem da regressão linear é a sua fácil interpretabilidade e não ter a necessidade de calibrar os parâmetros.

### Lasso e Ridge

Lasso (*Least Absolute Shrinkage and Selection Operator*) e Ridge são amplamente utilizadas como técnicas de regularização na regressão linear para lidar com problemas de *overfitting* e melhorar a capacidade de generalização do modelo. Ambas as técnicas adicionam um termo de regularização à função objetivo do modelo, o qual controla a complexidade do modelo penalizando os coeficientes de regressão maiores.

Lasso: Na regressão Lasso, o termo de regularização é baseado na norma L1 dos coeficientes de regressão. A função objetivo da regressão Lasso é definida como:

$$\text{minimizar } \frac{1}{2} \text{RSS} + \alpha \|w\|_1,$$

onde:

RSS é a soma residual dos quadrados;  $\alpha$  é o hiper-parâmetro que controla a força da regularização;  $w$  são os coeficientes de regressão.

Ridge: Na regressão Ridge, o termo de regularização é baseado na norma L2 dos coeficientes de regressão. A função objetivo da regressão Ridge é definida como:

$$\text{minimizar } \frac{1}{2} \text{RSS} + \alpha \|w\|_2^2,$$

onde:

RSS é a soma residual dos quadrados;  $\alpha$  é o hiperparâmetro que controla a força da regularização;  $w$  são os coeficientes de regressão.

A principal diferença entre elas está na forma como penalizam os coeficientes. Lasso utiliza a norma L1, o que leva alguns coeficientes a se tornarem zero e cria um modelo mais esparso. Ridge utiliza a norma L2, reduzindo a magnitude dos coeficientes sem anulá-los completamente. Além disso, Lasso possui a propriedade de selecionar automaticamente as características mais relevantes, enquanto Ridge não possui essa propriedade. No entanto, Lasso é mais sensível a pequenas mudanças nos dados, tornando a seleção de características menos estável. Ridge é mais estável e possui uma solução analítica em forma fechada, enquanto Lasso requer um procedimento iterativo para encontrar a solução. Em resumo, Lasso é útil para seleção

automática de características e criação de modelos mais esparsos, enquanto Ridge é adequado para reduzir a magnitude dos coeficientes mantendo a estabilidade.

No caso da técnica Lasso, os seguintes valores foram usados para o hiper-parâmetro Alpha: geramos uma lista de 100 valores igualmente espaçados entre  $5^9$  e  $5^{-11}$ . Quanto à técnica Ridge, o hiper-parâmetro Lambda: geramos 100 valores igualmente espaçados no intervalo de  $5^9$  a  $5^{-3}$ .

### *Epsilon-Support Vector Regression SVR*

SVR é um modelo de regressão que utiliza a técnica de Máquinas de Vetores de Suporte (*Support Vector Machines* - SVM) para fazer previsões em problemas de regressão. Uma das características distintivas do SVR é a capacidade de usar *kernels*, que são transformações de dados em um espaço de dimensão superior. Essas transformações permitem que o SVR encontre uma relação aproximadamente linear entre as características e o valor da variável alvo no novo espaço.

O objetivo do SVR é encontrar uma função  $h(x)$  que minimize a diferença entre as previsões e os valores reais, dentro de uma margem de tolerância definida pelo hiper-parâmetro  $\varepsilon$ . A função objetiva do SVR pode ser expressa como:

$$\min_{w,b,\xi,\xi^*} \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^n (\xi_i + \xi_i^*)$$

sujeito a:

$$y_i - w^T \Phi(x_i) - b \leq \varepsilon + \xi_i$$

$$w^T \Phi(x_i) + b - y_i \leq \varepsilon + \xi_i^*$$

$$\xi_i, \xi_i^* \geq 0, i = 1, \dots, n.$$

onde:

- $w$  é o vetor de peso que define a função de regressão;
- $b$  é o termo de viés;
- $\xi_i$  e  $\xi_i^*$  são variáveis de folga;
- $C$  é um hiperparâmetro que controla a penalização por violações de margem;
- $\varepsilon$  é a largura da margem de tolerância.

Os valores dos hiper-parâmetros  $C$  utilizados foram 0.01, 0.1, 0.4, 5, 10, 20, 30, 40 e 50. O valor adotado para  $\varepsilon$  foi 0.2. Foi utilizado o kernel de função de base radial (Radial basis function kernel).

### Métricas de erro utilizadas

As 5 medidas de erro utilizadas e apresentadas aqui são amplamente usadas para avaliar a qualidade dos métodos propostos. Elas são: erro máximo (ME), desvio gama médio (MGD), erro percentual médio absoluto (MAPE), erro médio quadrático (MSE) e R-quadrado ( $r^2$ ). Abaixo está uma descrição de cada medida.

*Erro máximo (ME)*: também conhecido como erro absoluto máximo, é a diferença entre o valor real e o valor previsto que exibe a maior discrepância absoluta em comparação com os outros pontos. Em outras palavras, é o maior erro observado entre todas as previsões feitas pelo modelo.

*Desvio gama médio (MGD)*: também conhecido como erro médio absoluto, é uma medida que avalia o desempenho geral do modelo calculando a média dos desvios absolutos entre os valores previstos e os valores reais. É uma medida de quão próximas ou distantes as previsões estão dos valores reais, independentemente de sua direção.

Tanto o ME quanto o MGD são medidas de erro, e quanto menores seus valores, melhor o desempenho do modelo. Essas métricas são comumente usadas para avaliar a precisão e a precisão de modelos de previsão, como modelos de regressão, que são usados neste artigo.

*Erro percentual médio absoluto (MAPE)*: Esta é outra métrica interessante a ser usada, geralmente utilizada em relatórios de gestão porque o erro é medido como uma porcentagem. Isso permite comparações entre os erros percentuais do modelo em produtos diferentes. O MAPE é calculado da seguinte forma:

$$\text{MAPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right| \times 100\%$$

onde:

- $n$  é o número de observações.
- $y_i$  é o valor real.
- $\hat{y}_i$  é o valor previsto.

*Erro médio quadrático (MSE)*: é comumente usado para avaliar a precisão dos modelos e dá maior peso a erros maiores. Isso ocorre porque, ao ser calculado, cada erro é elevado ao quadrado individualmente e, em seguida, é calculada a média desses erros quadrados. O MSE é calculado da seguinte forma:

$$\text{MSE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

onde:

- $n$  é o número de observações;
- $y_i$  é o valor real;
- $\hat{y}_i$  é o valor previsto.

*R-quadrado* ( $r^2$ ): também conhecido como coeficiente de determinação, é uma medida que indica a proporção da variância na variável dependente que pode ser explicada pelo modelo. O *r-quadrado* varia de 0 a 1, onde 0 indica que o modelo não explica nenhuma variabilidade e 1 indica que o modelo explica toda a variabilidade nos dados. É calculado da seguinte forma:

$$r^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}$$

onde:

- $n$  é o número de observações;
- $y_i$  é o valor real;
- $\hat{y}_i$  é o valor previsto;
- $\bar{y}$  é a média dos valores reais.

### 3.4.3 Validação e comparação com a formulação proposta

Nesta seção, adaptamos a EEV,  $F_{EEV}$ , conforme apresentada em (Equação 3.13), para que possamos avaliar sua precisão em um conjunto de dados público. Nossa EEV utiliza os valores conhecidos da quantidade de quilogramas de  $CO_2$  emitidos e do consumo médio para desenvolver uma expressão. Essa expressão, quando multiplicada pela distância percorrida, resulta em uma unidade de medida única: quilogramas de  $CO_2$  emitidos pelo veículo durante a distância correspondente.

Nos experimentos computacionais, consideramos todas as bases de dados anuais de 1995 a 2022, totalizando 26.146 veículos. Após a remoção de dados duplicados, temos 20.416 exemplos únicos. Cada exemplo armazena as seguintes informações: ano de fabricação, marca, modelo, classe do veículo, tamanho do motor, número de cilindros, tipo de transmissão, tipo de combustível, consumo na cidade, consumo na estrada, consumo combinado, milhas por galão (MPG) e emissões de  $CO_2$  em gramas por quilômetro. O número de exemplos por tipos de combustível é: gasolina (11.367), gasolina *premium* (7.790), etanol (857), diesel (365) e gás natural (37).

Algumas características na descrição do modelo incluem se o veículo possui: tração nas quatro rodas, tração nas rodas dianteiras e traseiras, é um veículo híbrido, se a distância entre eixos é curta, longa ou estendida. A classe do veículo informa se é um SUV pequeno ou grande, compacto, para dois passageiros, picape, caminhão ou outros. O banco de dados está disponível no site do governo canadense <sup>6</sup>.

A adaptação necessária para aplicar a EEV envolveu apenas manipulações algébricas simples, possibilitando a estimativa da quantidade de  $CO_2$  emitida em gramas por quilômetro. Assim, a equação a ser usada para validar o conjunto de dados é apresentada abaixo:

$$F_{CO_2} \left( \frac{g}{km} \right) = f^k \left( \frac{kg}{L} \right) \times FCC \left( \frac{L}{100km} \right) = 10 \times f^k \times FCC \left( \frac{g}{km} \right),$$

onde  $FCC$  representa o valor na coluna "Consumo de Combustível Comb" do conjunto de dados, medido em litros por 100 quilômetros.

Considere um exemplo retirado do banco de dados: um Toyota Corolla 2022 que utiliza gasolina comum ( $f^k = 2.29 \frac{kg}{L}$ ), tem um consumo de combustível de  $FCC = 7.1 \frac{L}{100km}$  e emite  $165 \frac{g}{km}$  de  $CO_2$ . Basta multiplicar o consumo de combustível ( $FCC$ ) pelo valor correspondente ao tipo de combustível para obter a quantidade de  $CO_2$  em gramas por quilômetro usando a seguinte equação:

$$F_{CO_2} \frac{g}{km} = \frac{10}{10} \times 2.29 \frac{kg}{L} \times 7.1 \frac{L}{100km} = 162.59 \frac{g}{km}$$

Observe que incluímos o fator de dez dividido por dez para a conversão de unidade para gramas por quilômetro ( $g/km$ ) para garantir consistência na unidade de medida do conjunto de dados. Assim, o valor estimado é de  $162.59 \frac{g}{km}$ , enquanto o valor real é de  $165 \frac{g}{km}$ , resultando em uma diferença de -1.46

Nós comparamos os resultados da nossa formulação com os métodos estudados e mencionados anteriormente, para estimar as emissões de  $CO_2$  veiculares apresentados na Tabela 9. As colunas indicam: o método utilizado, o máximo erro encontrado (ME), o desvio médio de gama (MGD), o erro percentuar absoluto médio (mean absolute percentage error - MAPE), o erro quadrado médio (mean squared error - MSE) e o R quadrado ( $r^2$ ). Essas medidas são amplamente utilizadas para verificar a qualidade dos métodos propostos. Podemos observar que, a árvore de decisão e o random forest são os melhores métodos considerando ME, MGD, MSE e  $r^2$ . Sendo, que para o MAPE os melhores métodos são a árvore de decisão, random forest e SVR.

É fundamental destacar que todas as estimativas,  $F_{CO_2}^k$  e os métodos, foram úteis para estimar as emissões de  $CO_2$ . Um  $r^2$  acima de 99% é um excelente resultado para uma aproximação.

<sup>6</sup> Link: <<https://open.canada.ca/data/en/dataset/98f1a129-f628-4ce4-b24d-6f16bf24dd64#wb-auto-6>>. Acessado em 12 de março de 2023.

No entanto, a simplicidade e a qualidade da abordagem proposta neste trabalho em comparação com os Métodos de Aprendizado de Máquina são inegáveis.

A equação proposta é de fácil interpretação, o que é uma vantagem significativa em comparação com outros algoritmos propostos que muitas vezes são tratados como caixas pretas ou são difíceis de interpretar, exceto pelo algoritmo de árvore de decisão. Além disso, a equação proposta é computacionalmente eficiente, pois pode ser usada diretamente para prever as emissões de gases sem a necessidade de coleta significativa de dados e etapas de pré-processamento ou treinamento de hiper-parâmetros e otimização para gerar um modelo de previsão.

Tabela 9 – Resumo dos métodos computacionais

Método	ME	MGD (%)	MAPE (%)	MSE	r2 (%)
EEV	<b>20.17</b>	0,98	0,02	12,23	99,72
Árvore de decisão	30.75	<b>0.75</b>	<b>0.01</b>	<b>7.44</b>	<b>99.83</b>
KNN	70.50	0.90	0.02	13.61	99.69
Lasso	52.95	1.15	0.05	29.24	99.32
Random Forest	23.38	0.79	<b>0.01</b>	7.63	99.82
Regressão Linear	52.95	1.15	0.05	29.24	99.32
Ride	52.94	1.15	0.05	29.24	99.32
SVR	108.98	0.81	<b>0.01</b>	11.09	99.74

Fonte: Elaborada pelo autor.

Em resumo, aplicando os dados à nossa EEV, obtivemos um R-quadrado ( $r^2$ ) de 99.72%. Um  $r^2$  acima de 99% significa que os valores previstos pela equação proposta podem representar mais de 99% das emissões de gases. Além disso, como a EEV pode ser aplicada diretamente a todo o conjunto de dados, a aplicamos a todas as 20.416 instâncias e obtivemos um erro médio absoluto de 1.07%.

Os 7 métodos de ML que conseguem bons resultados para estimar a emissão de  $CO_2$  veicular. A árvore de decisão foi o método que se destacou, pois conseguiu explicar 99.83% das variáveis resposta, com erro máximo de 30.75 gramas por 100 quilômetros, um erro quadrado médio de 7.44 gramas e um erro percentual médio absoluto de 0.75%.

A equação proposta EEV obteve o menor erro máximo, comparado a todos os outros métodos utilizados. Consideramos que todos os métodos conseguem estimar com segurança a emissão de  $CO_2$  e esta metodologia pode ajudar empresas e organizações a mensurar o quanto de  $CO_2$  uma frota de veículos está emitindo. Apenas utilizando, a abordagem proposta e informações de tamanho do motor, número de cilindros e tipo do combustível.

### 3.5 Emissão de gases para diferentes modais

De acordo com [McKinnon e Piccyk \(2010\)](#), existem predominantemente duas abordagens para a estimativa das emissões de  $CO_2$  resultantes das operações de transporte de mercadorias:

uma fundamentada no consumo de energia (isto é, a queima do combustível) e outra baseada no nível de atividade de transporte (utilizando a pegada de carbono como referência).

Nas seções anteriores, destacamos os métodos baseados no consumo de energia e propomos uma alternativa numérica (denominada EEV) para estimar a emissão do CO<sub>2</sub> baseado em um fator de emissão de combustível, onde apresentamos fatores para 6 tipos de combustíveis. Nesta seção, faremos uma breve revisão dos trabalhos que mede a emissão pelo nível de atividade de transporte. Esses trabalhos realizam uma estimativa aproximada da pegada de carbono de uma operação de transporte, onde mesmo na ausência de dados específicos sobre o tipo de combustível, utilizando uma fórmula baseada na distância percorrida pelo modo de transporte e o peso transportado.

Na literatura sobre transporte multimodal, a emissão é comumente tratada da seguinte maneira: A emissão de CO<sub>2</sub> é estimada ao multiplicar o número de toneladas transportadas pelo deslocamento percorrido e pelo fator de emissão de CO<sub>2</sub> por tonelada-quilômetro. Como pode ser observado, no trabalho de [Cadarso et al. \(2010\)](#), os autores propõem uma metodologia para quantificar, por setor, o impacto do transporte internacional de mercadorias na poluição total.

[Pinheiro \(2012\)](#) considera que a minimização das emissões por tonelada transportada deve ser calculada para cada trecho da rota, para partes definidas do fluxo. Para cada modal, a quantidade de CO<sub>2</sub> emitida é considerada um valor fixo, e para cada trecho, a emissão é calculada. Os autores resolvem o modelo usando uma função objetivo que minimiza o custo total de transporte, e assim é possível determinar o impacto da minimização de CO<sub>2</sub> no custo de transporte, e vice-versa. [Branco et al. \(2022\)](#) consideram a emissão de forma semelhante.

[Qu, Bektas e Bennell \(2016\)](#) propõem um modelo de transporte intermodal que incorpora os custos associados às emissões. Os autores adotam o modelo de [McKinnon e Piecyk \(2010\)](#), no qual o custo total das emissões de CO<sub>2</sub> de um veículo transportando uma carga de  $t$  toneladas ao longo de uma distância de  $d$  quilômetros, com um fator médio de emissão  $e$  (g/tonelada-km), é calculado com base na quantidade de CO<sub>2</sub> emitido:

$$F_{CO_2}^{atividade} = t d e, \quad (3.14)$$

onde,  $F_{CO_2}^{atividade}$  é a quantidade emitida de CO<sub>2</sub> considerando o nível de atividade de transporte. Posteriormente, os autores de [Qu, Bektas e Bennell \(2016\)](#) incorporam o custo de 100 dólares por tonelada de CO<sub>2</sub> estimada.

Quanto aos custos operacionais dos diferentes modais, a abordagem proposta por [Lopes et al. \(2017\)](#) que compila vários estudos estabelece que o custo por tonelada de soja transportada é calculado levando em consideração a distância percorrida e os modais utilizados. Assim, os custos de cada modal são apresentados na [Tabela 10](#).

[Lopes, Lima e Leal \(2020\)](#) incluem um custo fixo de transbordo relacionado à mudança

Tabela 10 – Custos de transporte por modal extraído de [Lopes et al. \(2017\)](#).

<b>Modo</b>	<b>Valor</b>
Road	0.044 US\$/MT km
Rail	0.037 US\$/MT km
Waterway	0.027 US\$/MT km
Sea	0.001 US\$/MT km
Transshipment	4.5 US\$/MT
Port cost	10.00 US\$/MT

Fonte: Elaborada pelo autor.

de modais durante o percurso, estabelecido em 0,6349 dólares por tonelada de soja transportada. De maneira geral, a literatura que aborda a emissão de  $CO_2$  com base no nível de atividade de transporte utiliza os parâmetros de distância percorrida e toneladas transportadas, combinados com um fator de conversão para estimar as emissões de  $CO_2$  e calcular os custos associados.

Como o fator de emissão de  $CO_2$  está diretamente associado ao consumo de combustível, conforme demonstrado anteriormente, esse consumo é influenciado por vários fatores, como as características dos veículos (tipo de tração, sistema de combustão, direção, entre outros). Além disso, a topografia geográfica do país também exerce uma influência direta sobre os valores a serem considerados nas abordagens baseadas na atividade.

Nesse contexto, [Carvalho \(2023\)](#) realizou recentemente um estudo considerando as características específicas do Brasil. Os resultados indicam que, para cada 1000 km percorridos, são necessários 4 litros para a cabotagem, 6 litros para o transporte ferroviário e 15 litros para o transporte rodoviário. Esses valores foram calculados com base em veículos-base específicos, conforme detalhado a seguir: a) Modal rodoviário: um caminhão bi-trem transportando 35 toneladas (limite de peso no território nacional); b) Modal ferroviário: três locomotivas com uma composição de 100 vagões transportando 5000 toneladas; e c) Modal aquaviário: um navio transportando 5000 toneladas.

[Plaza et al. \(2020\)](#) utilizam valores médios provenientes da literatura, atribuindo os seguintes coeficientes de emissão: 77,6 g/t.km para rodovias; 21,625 g/t.km para ferrovias; 9,3 g/t.km para transporte marítimo; e 29,7 g/t.km para vias navegáveis interiores.

---

# ABORDAGEM BI-OBJETIVA APLICADA AO GIRP

---

Nesse capítulo, propomos abordagens bi-objetivos sustentáveis que minimizem os custos logísticos do IRP e minimizam a emissão de  $CO_2$ . Um problema atual, com objetivos claramente distintos, como destaca [Emmerich e Deutz \(2018\)](#) em seu tutorial de abordagens multiobjetivos com a frase: "*Considere tomar decisões de investimento para um processo industrial. Por um lado, o lucro deve ser maximizado, e por outro lado, as emissões ambientais devem ser minimizadas.*"

O Capítulo está organizado da seguinte forma: na [Seção 4.1](#) iniciamos com uma introdução. Na [Seção 4.2](#) descrevemos o problema, para que o texto esteja autocontido, apresentamos o modelo matemático e em seguida os métodos multiobjetivos. Na [Seção 4.3](#) apresentamos os experimentos computacionais e resultados, além disso trazemos discussões e percepções do ponto de vista gerencial.

## 4.1 Introdução

Há uma grande quantidade de trabalhos na literatura que lidam com os IRPs, como pode ser visto em todos os capítulos anteriores, mas eles combinam todos os critérios que devem ser otimizados em uma única função objetivo. Métodos de otimização podem ser divididos em métodos exatos com solução ótima e métodos heurísticos com solução aproximada.

Quando consideramos um problema de otimização multiobjetivo, todos os objetivos são otimizados, e geralmente obtém um conjunto de soluções que correspondem aos distintos *trade-offs* que podem ser alcançados. Esse conjunto de soluções permite que o gestor selecione adequadamente aquele que melhor se adapta às demandas atuais.

Para os leitores pouco familiarizados ou aqueles que desejam compreender o assunto de

maneira abrangente, desenvolvemos o [Apêndice B](#), um material de referência contendo todos os conceitos relacionados à otimização multiobjetivo. Neste Apêndice, apresentamos um trabalho sobre o IRP, no caso particular do IRP para o caso de único *link* (aresta) também conhecido como *single link*, que foi publicado como capítulo de livro. Estudos em IRP multiobjetivo podem ser encontrados em [Azuma, Coelho e Zuben \(2011\)](#) e [Yang et al. \(2016\)](#).

No caso específico de IRPs gerenciados pelo fornecedor, em que o fornecedor é responsável pelo gerenciamento do estoque do produto em cada cliente e pelo fornecimento adequado dos reabastecimentos, o desafio é determinar quais clientes devem ser atendidos, a quantidade de produto que deve ser entregue a cada um desses clientes, e quais rotas os veículos de distribuição devem seguir, para que os custos associados sejam minimizados. Embora este seja claramente um problema de otimização multiobjetivo, na literatura, ele tem sido geralmente modelado como um problema de objetivo único, o que limita o escopo dos resultados obtidos.

Na prática profissional confrontamo-nos muitas vezes com a necessidade de considerarmos mais de um objetivo, como também a possibilidade de flexibilizar as restrições de modo a melhor adequarmos o modelo ao problema do mundo real ([ALVES, 2004](#)). Por exemplo, ao fazermos a programação de entrega dos produtos para atender a demanda dos clientes, fazer o controle de estoque e determinar as rotas com que os veículos devem percorrer, podemos afirmar que a execução deste planejamento emitirá uma certa quantidade de  $CO_2$ . Com isso, sujeitar este planejamento à emissão como restrição do modelo, limitada a valores aceitáveis que a emissão possa atingir, é uma maneira interessante de analisar o comportamento das soluções do *trade-off* entre custos e emissões.

Quando pensamos em modelos sustentáveis, como os propostos nesta tese, fica mais evidente o conflito e a natureza dos objetivos. Estamos interessados em minimizar a emissão de gases e reduzir os custos operacionais.

## 4.2 Descrição dos Problemas e Formulações Matemáticas

Nesta seção, descreveremos as duas abordagens multiobjetivo propostas para resolver o IRP verde, sendo elas:  $\epsilon$ -restrito aumentado e a método de Tchebycheff aumentado.

### 4.2.1 Modelo matemático

O modelo proposto para o IRP verde, denominado GIRP, que minimiza a emissão de  $CO_2$ , em quilos, como visto na [Equação 3.13](#), está sujeito às restrições que vêm do IRP com frota heterogênea, baseado em [Coelho, Cordeau e Laporte \(2013\)](#) e [Alvarez, Munari e Morabito \(2018\)](#).

Sob a suposição de que os custos de viagem são simétricos, o problema é definido em um grafo não direcionado  $\mathbb{G} = (\mathbb{V}, \mathbb{A})$ , onde  $\mathbb{V} = \{0, \dots, n\}$  é o conjunto de vértices e  $\mathbb{A} = \{(i, j) \mid i, j \in \mathbb{V}, i < j\}$  é o conjunto de arestas. O vértice 0 representa o fornecedor e os vértices restantes de  $\mathbb{V}' = \mathbb{V} \setminus \{0\}$  representam  $n$  clientes. O fornecedor tem um frota heterogênea composta por  $K$  veículos, denotado pelo conjunto  $\mathbb{K} = \{1, \dots, K\}$ , sendo que cada veículo  $k \in \mathbb{K}$  têm características únicas, como a capacidade  $cap^k$ . Cada veículo é capaz de realizar uma rota por período de tempo para entregar os produtos do fornecedor a um subconjunto de clientes.  $f^k$  são os quilos de  $CO_2$  emitidos para cada litro de combustível consumido (kg  $CO_2$  / L).  $cv^k$  é o consumo médio do veículo por consumir o combustível  $k$  (km/L). A distância euclidiana é considerada para  $p_{ij}$ , onde os pontos  $(X_i, Y_i)$  e  $(X_j, Y_j)$  estão no plano. Como feito na literatura, os custos de transporte correspondem a distância Euclidiana arredondada para o inteiro mais próximo, ou seja,  $\lfloor p_{ij} \rfloor = c_{ij}$ , para todas as arestas  $(i, j)$ . Tanto o fornecedor quanto os clientes têm custos unitários de manutenção de estoques  $h_i^t$  em todo final de período de tempo,  $i \in \mathbb{V}$ , e cada cliente tem uma capacidade de armazenamento  $C_i$ ,  $i \in \mathbb{V}$ . O tamanho do horizonte de planejamento é  $T$  e, a cada período de tempo  $t \in \tau = \{1, \dots, T\}$ , a produção/quantidade de produto disponibilizada no fornecedor é  $r^t$ . Assumimos que o fornecedor possui estoque suficiente para atender à demanda total do cliente durante o horizonte de planejamento, e toda a demanda também deve ser satisfeita, ou seja, *backlogging* não é permitido, os estoques não podem ser negativos. As variáveis  $I_0^0$  e  $I_i^0$  são definidas como os estoques iniciais, no fornecedor e no cliente  $i \in \mathbb{V}$ , respectivamente. No início do horizonte de planejamento, o tomador de decisões conhece a demanda  $d_i^t$  de cada cliente  $i$  para cada período de tempo  $t$ .

O modelo usa as variáveis  $x_{ij}^{kt}$  iguais ao número de vezes que a aresta  $(i, j)$  com  $i < j$  é usada na rota do veículo  $k$  no período  $t$ . Quando  $i = 0$ : significa que o veículo está partindo do depósito. Se  $x_{ij}^{kt} = 2$ , isso indica uma viagem de ida e volta do depósito para o cliente  $j$  e de volta ao depósito dentro do mesmo período de tempo  $t$ . Quando  $i \neq 0$ : implica que o veículo não está saindo do depósito, mas sim de um cliente ou outro ponto. Neste caso,  $x_{ij}^{kt}$  pode ser 0 ou 1, indicando se o veículo  $k$  viaja ou não do ponto  $i$  para o ponto  $j$  no tempo  $t$ .

Quanto as demais variáveis, temos as variáveis binárias  $y_i^{kt}$  iguais a 1 se e somente se o nó  $i$  (o fornecedor ou um cliente) for visitado pelo veículo  $k$  no período  $t$ .  $I_i^t$  o nível de estoque no vértice  $i \in \mathbb{V}$  no final do período  $t \in \tau$ .  $q_i^{kt}$  é a quantidade de produto entregue do fornecedor usando o veículo  $k$  para o cliente  $i$  no período de tempo  $t$ .

A [Tabela 11](#) resume toda a notação anteriormente introduzida.

Tabela 11 – Conjuntos e parâmetros do IRP.

Conjuntos:	
$\mathbb{V}$	Conjunto de todos os vértices
$\mathbb{A}$	Conjunto de arestas
$\mathbb{V}'$	Conjunto de clientes
$\mathbb{K}$	Conjunto dos veículos/combustíveis
$\tau$	Conjunto dos períodos de tempo
Parâmetros:	
$cap^k$	Capacidade de cada veículo
$f^k$	Quilos de $CO_2$ emitidos para cada litro de combustível consumido
$cv^k$	Consumo médio do veículo por consumir o combustível $k$
$c_{ij}$	Custos de transporte entre o nó $i$ e $j$
$p_{ij}$	Distância entre o nó $i$ e $j$
$h_i^t$	Custo de estoque no nó $i$ no final do período $t$
$C_i$	Capacidade de armazenamento no cliente $i$
$r^t$	Quantidade disponibilizada no fornecedor no período de tempo $t$
$I_i^0$	Estoque inicial no nó $i$
$d_i^t$	Demanda do cliente $i$ no período de tempo $t$

Com isso, o GIRP consiste em determinar quando os clientes serão visitados, a quantidade de produto que será entregue em cada cliente e quais as rotas devem ser realizadas para realizar essas entregas. O objetivo é minimizar o custo total de estoque e a distância percorrida, além de minimizar a emissão de quilos de  $CO_2$ , da pela EEV proposta.

A formulação matemática bi-objetiva proposta, denominada GIRP, é apresentada a seguir:

$$\text{Minimizar } F_{IRP} = \sum_{i \in \mathbb{V}} \sum_{i \in \tau} h_i^t I_i^t + \sum_{i \in \mathbb{V}} \sum_{j \in \mathbb{V}, i < j} \sum_{k \in \mathbb{K}} \sum_{t \in \tau} c_{ij} x_{ij}^{kt} \quad (4.1)$$

$$\text{Minimizar } F_{CO_2} = \sum_{k \in \mathbb{K}} \frac{f^k}{cv^k} \cdot \sum_{i \in \mathbb{V}} \sum_{j \in \mathbb{V}, i < j} \sum_{t \in T} d_{ij} x_{ij}^{kt} \quad (4.2)$$

$$(4.3)$$

Sujeito a

$$I_0^t = I_0^{t-1} + r^t - \sum_{k \in \mathbb{K}} \sum_{i \in \mathbb{V}'} q_i^{kt}, \quad t \in \tau, \quad (4.4)$$

$$I_i^t = I_i^{t-1} + \sum_{k \in \mathbb{K}} q_i^{kt} - d_i^t, \quad i \in \mathbb{V}', t \in \tau, \quad (4.5)$$

$$(4.6)$$

$$\sum_{k \in \mathbb{K}} q_i^{kt} \leq C_i - I_i^{t-1}, \quad i \in \mathbb{V}', t \in \tau, \quad (4.7)$$

$$q_i^{kt} \leq C_i y_i^{kt}, \quad i \in \mathbb{V}', k \in \mathbb{K}, t \in \tau, \quad (4.8)$$

$$\sum_{i \in \mathbb{V}'} q_i^{kt} \leq cap^k y_0^{kt}, \quad k \in \mathbb{K}, t \in \tau, \quad (4.9)$$

$$\sum_{j \in \mathbb{V}, i < j} x_{ij}^{kt} + \sum_{j \in \mathbb{V}, j < i} x_{ji}^{kt} = 2y_i^{kt}, \quad i \in \mathbb{V}, k \in \mathbb{K}, t \in \tau, \quad (4.10)$$

$$\sum_{i \in \mathbb{S}} \sum_{j \in \mathbb{S}, i < j} x_{ij}^{kt} \leq \sum_{i \in \mathbb{S}} y_i^{kt} - y_g^{kt}, \quad \mathbb{S} \subseteq \mathbb{V}', k \in \mathbb{K}, t \in \tau, \forall g \in \mathbb{S}, \quad (4.11)$$

$$\sum_{k \in \mathbb{K}} y_i^{kt} \leq 1, \quad i \in \mathbb{V}, t \in \tau, \quad (4.12)$$

$$I_i^t \geq 0, \quad i \in \mathbb{V}, t \in \tau, \quad (4.13)$$

$$q_i^{kt} \geq 0, \quad i \in \mathbb{V}', k \in \mathbb{K}, t \in \tau, \quad (4.14)$$

$$x_{0j}^{kt} \in \{0, 1, 2\}, \quad j \in \mathbb{V}', k \in \mathbb{K}, t \in \tau, \quad (4.15)$$

$$x_{ij}^{kt} \in \{0, 1\}, \quad i, j \in \mathbb{V}': i < j, k \in \mathbb{K}, t \in \tau, \quad (4.16)$$

$$y_i^{kt} \in \{0, 1\}, \quad i \in \mathbb{V}, k \in \mathbb{K}, t \in \tau. \quad (4.17)$$

A função objetivo 4.1  $F_{IRP}$  minimiza os custos de estoque e transporte, enquanto 4.2  $F_{CO_2}$  minimiza os quilos de dióxido de carbono emitidos, por meio da formulação proposta descrita em 3.13. As restrições 4.4 e 4.5 definem os níveis de estoque no fornecedor e nos clientes, respectivamente. As restrições 4.7 impõem um nível máximo de estoque nos clientes. As restrições 4.8 associam a quantidade de produtos entregues às variáveis de roteamento, permitindo que um veículo entregue produtos a um cliente somente se o cliente for visitado por esse veículo. As restrições 4.9 garantem que as capacidades dos veículos sejam respeitadas, enquanto as restrições 4.10 e 4.11 são restrições de grau e restrições de eliminação de subciclos, respectivamente. As restrições 4.12 definem que cada cliente pode ser visitado no máximo uma vez em cada período. As restrições 4.13 evitam rupturas de estoque no fornecedor e nos clientes, e as restrições 4.14 - 4.17 impõem condições de não-negatividade e integralidade nas variáveis.

### 4.2.2 e-restrito aumentado para o modelo proposto (e-GIRP)

Proposto em Haimes (1971), o método e-restrito escalariza um problema multiobjetivo tomando uma função como objetivo e restringindo as demais com *upper bounds* especificados. Quando esses limitantes variam de modo adequado, soluções eficientes podem ser obtidas.

Neste trabalho é aplicado o método do  $\varepsilon$ -restrito aumentado, (MAVROTAS, 2009), pois o método evita soluções fracamente eficientes quando modifica levemente os contornos do objetivo a ser otimizado. Este método considera a adição de um termo a mais na função objetivo. Pensando na prática e do ponto de vista empresarial, fazemos isso priorizando os custos do IRP, do modelo GIRP, descritos na Equação 4.1  $F_{IRP}$  e adicionamos a parcela que inclui a emissão de  $CO_2$  multiplicada por  $\rho \approx 0$ ; por fim, inserimos como restrição a emissão de  $CO_2$  limitada superiormente a um  $\varepsilon$ . Embora a formulação da literatura,  $F^k$ , possa ser utilizada na abordagem multiobjetivo, optamos por utilizar a estimativa de emissão de gás proposta neste trabalho, dada pela Equação 3.13, que é a  $F_{CO_2}$  do modelo GIRP. Com isso, segue o modelo denominado  $\varepsilon$ -GIRP:

$$\text{Minimizar } F_{IRP} + \rho F_{CO_2} \quad (4.18)$$

Sujeito a

$$F_{CO_2} < \varepsilon, \quad (4.19)$$

$$\text{restrições 4.4 – 4.17.} \quad (4.20)$$

Com  $\rho \approx 0$  modificamos ligeiramente os contornos do objetivo a ser otimizado. A função objetivo 4.18 minimiza os custos de estoque e transporte mais a emissão de quilos de  $CO_2$ . Enquanto o conjunto de restrições 4.19 garante que o  $\varepsilon$  estabelecido seja considerado, ou seja, a emissão de  $CO_2$  será limitada a valores de  $\varepsilon$ . As restrições 4.4 - 4.17 estão descritas anteriormente. A maneira como  $\varepsilon$  é definido será descrita na 4.3.1.

A maneira como  $\varepsilon$  é definido será descrita na 4.3.1.

### 4.2.3 O Método da Métrica de Tchebycheff Aumentado (TA-GIRP)

O método da métrica de Tchebycheff é um dos mais poderosos e eficientes para problemas inteiros. Uma das principais características do método é que ele não modifica o espaço de decisão. Um teorema importante, encontrado em Choo e Atkins (1983), garante que todas as soluções ótimas da fronteira de Pareto podem ser encontradas dependendo do peso dos desvios ao ponto ideal das funções objetivos.

#### Teorema:

Seja  $x^* \in \mathbf{X}$  eficiente. Então existem  $\lambda_k > 0$  tais que  $x^*$  é solução do Problema de Tchebycheff onde consideramos, como referência, o vetor ideal.

Abordamos o problema de otimização multiobjetivo visando equilibrar eficientemente custos operacionais e impactos ambientais, com o modelo da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } F_{IRP} = \sum_{i \in \mathbb{V}} \sum_{i \in \tau} h_i^t I_i^t + \sum_{i \in \mathbb{V}} \sum_{j \in \mathbb{V}, i < j} \sum_{k \in \mathbb{K}} \sum_{t \in \tau} c_{ij} x_{ij}^{kt} \quad (4.21)$$

$$\text{Minimizar } F_{CO_2} = \sum_{k \in \mathbb{K}} \frac{f^k}{cv^k} \cdot \sum_{i \in \mathbb{V}} \sum_{j \in \mathbb{V}, i < j} \sum_{t \in T} d_{ij} x_{ij}^{kt} \quad (4.22)$$

Sujeito a

$$\text{restrições 4.4 – 4.17.} \quad (4.23)$$

Minimizamos a função objetivo  $F_{IRP}$ , que representa os custos associados ao IRP, custos de transporte e estoque e a função objetivo  $F_{CO_2}$ , que quantifica as emissões de  $CO_2$ . Sujeito às restrições 4.4 - 4.17.

Para aplicar o método de Tchebycheff, é essencial normalizar essas funções objetivo usando os conceitos de Vetor Ideal e Vetor Nadir. O Vetor Ideal é obtido minimizando individualmente cada função objetivo, resultando em  $F_{IRP}^I$  e  $F_{CO_2}^I$ , que são os melhores valores possíveis para custos do IRP e emissão de  $CO_2$ , respectivamente. Já o Vetor Nadir é calculado a partir destas soluções ideais, onde o valor de  $F_{CO_2}$  na solução  $F_{IRP}^I$  é considerado o pior caso para emissões de  $CO_2$ , denominado  $F_{CO_2}^N$ , e vice-versa para  $F_{IRP}^N$ . Este procedimento de normalização é crucial para garantir uma comparação adequada e eficaz entre as funções objetivo, permitindo que o modelo TA-GIRP trate de forma balanceada os objetivos de otimizar custos operacionais e minimizar impactos ambientais.

Por fim, apresentamos o modelo normalizado de Tchebycheff aumentado, denominado TA-GIRP:

$$\text{Minimizar } \alpha + \rho \left( \frac{F_{IRP} - F_{IRP}^I}{F_{IRP}^N - F_{IRP}^I} + \frac{F_{CO_2} - F_{CO_2}^I}{F_{CO_2}^N - F_{CO_2}^I} \right) \quad (4.24)$$

Sujeito a

$$\lambda \frac{F_{IRP} - F_{IRP}^I}{F_{IRP}^N - F_{IRP}^I} < \alpha, \quad (4.25)$$

$$(1 - \lambda) \frac{F_{CO_2} - F_{CO_2}^I}{F_{CO_2}^N - F_{CO_2}^I} < \alpha, \quad (4.26)$$

$$\alpha \geq 0, \quad (4.27)$$

$$\text{restrições 4.4 – 4.17.} \quad (4.28)$$

A função objetivo 4.24 minimiza a variável  $\alpha$  que equivale a minimizar o desvio máximo das duas funções objetivos. No segundo termo da função objetivo, um parâmetro  $\rho$  próximo de zero deixa o modelo preparado para evitar soluções fracamente eficientes. Sujeito às restrições 4.25 - 4.27 que garantem que o desvio normalizado de cada função objetivo, ponderado pelo parâmetro  $\lambda$ , seja menor que  $\alpha$ . Isso estabelece um limite superior para o desvio relativo de cada objetivo em relação ao seu valor ideal e nadir, equilibrando as duas funções objetivos. A inclusão de  $\alpha \geq 0$  assegura que a solução seja viável, respeitando a natureza dos desvios calculados. E sujeito às restrições 4.4 - 4.17 que foram descritas anteriormente.

### 4.3 Experimentos computacionais, resultados e discussões

Nesta seção apresentamos os experimentos computacionais dos métodos propostos. Começamos com uma análise preliminar individual dos métodos na Subseção 4.3.1. Em seguida, na Seção, Subseção 4.3.2 comparamos as abordagens apresentando as vantagens e desvantagens de cada uma. Finalmente, finalizamos com uma análise gerencial na Subseção 4.3.3.

Os algoritmos foram implementados na linguagem de programação C++ e os experimentos computacionais foram realizados em uma máquina com Intel® Core™ i5 – 11400H @ 2.70GHz  $\times$  12, 16 GB RAM e Ubuntu 20.04.3 LTS como sistema operacional. Também foi utilizado o cluster Euler<sup>1</sup>. O modelo foi resolvido com o IBM ILOG CPLEX 12.9 considerando suas configurações padrão. E um tempo limite igual a 3600 segundos como critério de parada.

As instâncias são inspiradas em Archetti *et al.* (2007). Para todos os modelos, usamos os seguintes dados. O número de clientes:  $n = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 \text{ e } 50\}$ ; os custos de estoque nos clientes,  $h_i = [0, 1; 0, 5]$  e no fornecedor  $h_0 = 0, 3$  (denominado H, representando altos custos) e  $h_i = [0, 01; 0, 05]$  e no fornecedor  $h_0 = 0, 03$  (denominado L, representando baixos custos); com isso foram nomeados H3, L3 e H6, L6 para  $p = t = 3$  e 6, respectivamente, sendo o tamanho do horizonte de planejamento; a demanda  $d_i^t$  é gerada aleatoriamente como um número inteiro no intervalo  $[10, 100]$  e é constante sobre o tempo, ou seja,  $d_i^t = d_i$ ; a quantidade de produto  $r^t = \sum_{i \in \mathbb{V}'} d_i$ , no tempo  $t$ ; o nível máximo de estoque no cliente  $i$  é gerado entre 0 e 500; o nível de estoque inicial no fornecedor é a soma do nível máximo de estoque de todos os clientes; o nível estoque inicial do cliente  $i$  é o nível máximo de estoque menos  $d_i$ . A distância euclidiana é considerada para  $d_{ij}$ , onde os pontos  $(X_i, Y_i)$  e  $(X_j, Y_j)$  no plano são obtidos pela geração automática de cada coordenada como um número inteiro no intervalo  $[0, 500]$ . Com isso, totalizam 32 grupos de instâncias, pois Archetti *et al.* (2007) em seu *benchmark* configuram cinco variações para cada grupo, totalizando 160 instâncias, as quais utilizamos neste artigo.

Para as instâncias que o modelo não encontrou a solução ótima, calculamos o gap da

<sup>1</sup> Link: <<https://euler.cemeai.icmc.usp.br/>>. Acessado dia: 21/07/23.

solução, obtido por  $\frac{UB-LB}{UB}$ , onde UB é limitante superior e LB é o limitante inferior.

### 4.3.1 Resultados preliminares

Nesta Seção, apresentamos os experimentos computacionais para o método  $\varepsilon$ -restrito aumentado para o modelo GIRP, denominado como  $\varepsilon$ -GIRP, representado pelas equações 4.18 - 4.20 e o método da métrica de Tchebycheff aumentada (TA-GIRP) definido pelas 4.24 - 4.28 equações.

Os modelos propostos precisam do espaço de soluções admissíveis para determinar o  $\varepsilon$  e permitir a normalização do modelo TA-GIRP. Para encontrar esses valores, fizemos experimentos iniciais para o modelo do GIRP com o tempo limite de 5 horas.

Para encontrar o intervalo factível dos valores de  $\varepsilon$ , definimos os valores mínimos e máximos, que são denominados por pontos lexicográficos, de cada instância, da seguinte forma:

$LCO_2$ : Lexicográfico esquerdo (limitante inferior de  $CO_2$ ): Resultado obtido resolvendo o modelo GIRP (com  $F_{IRP} = 0$ ), ou seja, minimizando somente a função objetivo que emissão de quilos de  $CO_2$ , e

$UCO_2$ : Lexicográfico direito (limitante superior de  $CO_2$ ): Resultado da quantidade emitida de  $CO_2$  resolvendo na otimalidade o modelo de minimização do IRP (com  $F_{CO_2} = 0$ ), onde temos a solução mais barata do ponto de vista do IRP.

O modelo GIRP com  $F_{IRP} = 0$  minimiza os quilos de  $CO_2$  e com ele obtemos o mínimo do intervalo ( $LCO_2$ ). Para o outro extremo do intervalo, resolvemos o modelo com  $F_{CO_2} = 0$ , que minimiza os custos operacionais do IRP, e computamos a emissão do gás, obtendo o máximo do intervalo ( $UCO_2$ ). Ou seja, são resolvidos duas vezes o modelo, com o método B&C, para encontrar o intervalo fechado  $[LCO_2, UCO_2]$ . Dividimos o intervalo em 5 partes (que é um parâmetro do usuário). Cada divisão recebeu o nome de  $\varepsilon_i$  (com  $i$  de 1 até 5). As etapas para obter os valores dos 5  $\varepsilon$ 's são: (i) tamanho do intervalo  $diff = UCO_2 - LCO_2$ ; (ii) tamanho do passo  $passo = \frac{diff}{5}$ ; (iii) para cada  $i = \{1, \dots, 5\}$  calcula-se  $\varepsilon_i = LCO_2 + (passo \times (i - 1))$ .

No método de Tchebycheff, identificamos o vetor Nadir, que define os limites superiores para as funções objetivos na fronteira de Pareto. Já comentamos sobre isso na função objetivo 4.24, mas a seguir estão as etapas para determinar e utilizar o vetor Nadir: (i) determine os piores (ou máximos) valores alcançados para cada função objetivo na fronteira de Pareto. Isso é feito resolvendo o problema de otimização para maximizar cada função objetivo individualmente, mantendo as outras no seu valor ideal; (ii) estes valores máximos formam o vetor nadir, representando um ponto no espaço objetivo com os piores desempenhos para cada objetivo.

Para validar a abordagem proposta, geramos algumas configurações de frota para cada instância de Archetti *et al.* (2007). Além disso, foi necessário um ajuste na capacidade total de

Tabela 12 – Resultados do modelo  $\varepsilon$ -GIRP, para uma frota com 3 veículos.

	nC	$\varepsilon_1$		$\varepsilon_2$		$\varepsilon_3$		$\varepsilon_4$		$\varepsilon_5$	
		emissão CO2	custos IRP								
abs1	5	388.4	2770.7	543.7	2430.1	920.6	2350.3	1110.6	2097.4	1542.6	1933.7
abs2	5	511.3	2992.6	597.1	2907.7	741.3	2816.3	887.7	2383.1	1250.2	1615.7
abs3	5	1254.3	4871.8	1472.7	4046.7	1830.3	3249.2	2062.3	3116.7	2635.2	2977.1
abs4	5	1036.1	2983.1	1216.2	2590.9	1339.3	2440.9	1602.5	2322.1	1951.6	2113.4
abs5	5	486.0	3009.9	663.2	2336.0	679.4	2303.7	919.0	2093.2	1343.8	1952.3
abs1	10	1072.1	5917.5	1235.7	5186.5	1538.3	4833.9	1658.6	4414.6	2150.6	4032.5
abs2	10	1417.2	6290.1	1698.0	5452.3	1970.3	4652.4	2435.8	4509.5	2840.8	4260.0
abs3	10	911.9	5158.2	1240.3	4432.9	1491.4	3758.4	1923.2	3727.1	2442.9	3614.3
abs4	10	1350.0	5764.7	1575.8	5191.3	1968.0	4182.2	2052.9	4076.5	2655.6	3927.8
abs5	10	1035.9	5292.3	1151.4	4902.0	1300.8	4606.4	1430.9	4375.3	1893.9	4119.1
abs1	15	980.0	6573.6	1268.2	5968.5	1577.2	5395.4	1904.5	4850.9	2297.0	4761.3
abs2	15	1225.2	6610.4	1542.8	5749.1	1772.4	5305.3	2153.0	5086.1	2556.5	4916.6
abs3	15	1137.3	7532.1	1505.8	6744.0	1956.9	6110.2	2442.9	5763.8	3019.4	5504.6
abs4	15	1055.7	5941.8	1363.0	5068.4	1670.2	4872.6	1897.3	4593.4	2374.0	4458.0
abs5	15	1353.7	6089.2	1629.7	5218.8	1921.7	4969.1	2307.9	4646.7	2691.2	4476.6

Fonte: Elaborada pelos autores.

transporte, para manter os dados da literatura e evitar soluções infactíveis. Diferente do que é comumente utilizado para a variante básica do IRP mono-objetivo, neste trabalho definimos a capacidade de transporte de acordo com o tipo do combustível consumido, da seguinte maneira: a capacidade do veículo que consome o combustível  $k$  é o inteiro mais próximo dado por:

$$C^{k_f} = \frac{\text{capacidade\_total}}{\text{qtde\_veic\_consome\_f}} \quad (4.29)$$

onde  $\text{capacidade\_total}$  ( $\text{cap}^k$ ) é uma porcentagem da capacidade considerada pela instância da literatura e  $\text{qtde\_veic\_consome\_f}$  é a quantidade total de veículos que consomem o combustível  $f$ .

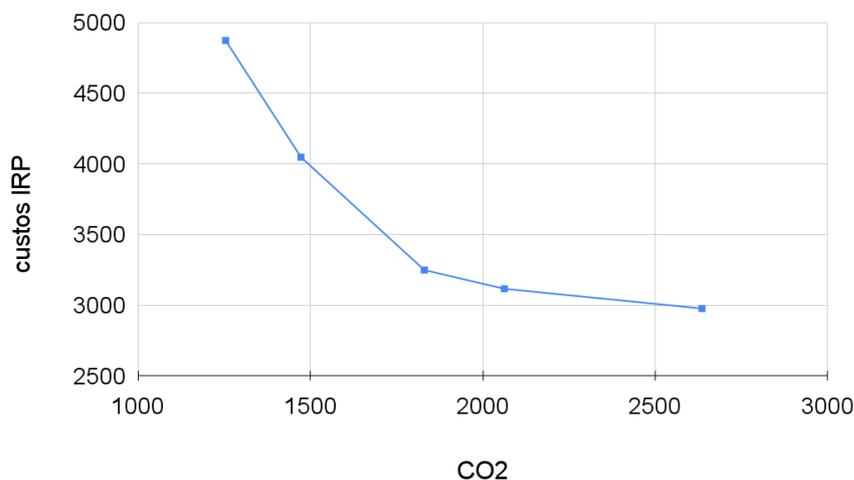
A Tabela 12 apresenta os valores ótimos dos objetivos para uma frota com 3 veículos (gasolina, E85 e diesel), utilizando a capacidade dos veículos dada pela Equação 4.29. Neste caso,

$\text{qtde\_veic\_consome\_f} = 1$ , então  $C^{k_f} = \text{cap}^k$ . Cada linha é a média das cinco configurações de frotas geradas. A primeira coluna representa a instância da literatura, a segunda coluna nC a quantidade de clientes, em seguida vêm as soluções eficientes obtidas da aplicação do método do  $\varepsilon$ -restrito, para 5 valores de  $\varepsilon$ .

Vemos que para cada  $\varepsilon$ , na Tabela 12, conforme a função de emissão cresce, a função de custos decresce. Para o grupo com 5 clientes, ao analisarmos as soluções com  $\varepsilon_5$  e  $\varepsilon_1$ , as emissões de  $CO_2$  diminuíram em média 53.69%, enquanto os custos do IRP aumentaram em média 30.11%. Para o grupo com 10 clientes, houve uma diminuição média de 52.36% nas emissões de  $CO_2$  e um aumento médio de 28.60% nos custos do IRP. Para o grupo com 15

clientes, o decréscimo médio das emissões de  $CO_2$  foi de 55.39%, e houve um aumento médio nos custos do IRP de 27.55%.

Figura 10 – Fronteira de Pareto do  $\epsilon$ -GIRP com 5 pontos não dominados para a instância abs3 com 5 clientes e frota com 3 veículos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

A [Figura 10](#) ilustra a aproximação da fronteira de Pareto gerada pelo método  $\epsilon$ -GIRP para a instância abs3, que envolve 5 clientes e uma frota de 3 veículos. A fronteira exibida apresenta 5 pontos não dominados, evidenciando uma característica marcante no início da curva, próxima ao mínimo de emissões de  $CO_2$ , onde a inclinação é acentuada. Isso indica uma alta sensibilidade dos custos em relação a reduções marginais das emissões. No extremo oposto, no mínimo de custos do IRP, a inclinação suaviza, sinalizando que a obtenção de custos reduzidos acarreta variações mais moderadas nas emissões.

A [Tabela 13](#) apresenta as soluções ótimas quando a frota possui 6 veículos, cada um consumindo um tipo de combustível e a [Tabela 14](#) as soluções ótimas quando a frota é composta por 12 veículos, sendo cada dois veículos consumindo um tipo de combustível. Nestas tabelas os valores objetivos também são apresentadas de acordo com cada  $\epsilon$ . Para estas frotas também vemos o comportamento crescente e decresce das funções.

Tabela 13 – Resultados do modelo  $\varepsilon$ -GIRP, para uma frota com 6 veículos.

n	C	$\varepsilon_1$		$\varepsilon_2$		$\varepsilon_3$		$\varepsilon_4$		$\varepsilon_5$	
		emissão	custos								
		CO2	IRP								
abs1	5	383.3	2681.6	568.9	2557.7	825.4	2391.5	1007.7	2271.3	1338.3	2172.0
abs2	5	460.7	3009.8	668.3	2830.2	950.6	2618.5	1161.6	2408.2	1508.7	2259.8
abs3	5	1040.3	5980.8	1448.1	5554.8	1920.2	4706.2	2271.9	4428.7	2961.9	4210.9
abs4	5	1112.0	4331.4	1403.8	3721.3	1676.2	3362.6	2019.5	3090.9	2176.3	2940.7
abs5	5	576.3	3061.5	752.0	2809.2	940.2	2710.4	1063.5	2611.1	1376.3	2394.7

Fonte: Elaborada pelos autores.

Tabela 14 – Resultados do modelo  $\varepsilon$ -GIRP, para uma frota com 12 veículos.

n	C	eps 1		eps 2		eps 3		eps 4		eps 5	
		emissão	custos								
		CO2	IRP								
abs1	5	380.1	2996.7	574.5	2830.2	790.2	2534.0	1003.9	2391.3	1546.1	2133.5
abs2	5	464.2	3477.5	677.3	3063.8	890.3	2730.5	1091.2	2513.1	1672.3	2218.6
abs3	5	1177.9	6378.1	1743.4	5194.3	2460.3	4455.7	3044.0	4248.3	3375.8	4190.2
abs4	5	1190.4	4350.9	1614.2	3451.4	2065.5	3177.3	2496.4	3025.0	2578.7	3024.7
abs5	5	593.9	3386.3	818.3	2948.2	1045.1	2682.8	1298.6	2525.5	1608.0	2363.0

Fonte: Elaborada pelos autores.

Tabela 15 – Resultados do modelo TA-GIRP, para uma frota com 3 veículos.

n	C	$\lambda_1$		$\lambda_2$		$\lambda_3$		$\lambda_4$		$\lambda_5$	
		emissão	custos								
		CO2	IRP								
abs1	5	386.8	2852.3	449.4	2456.4	715.7	2323.6	1197.7	2088.4	1542.6	1933.7
abs2	5	510.9	2993.0	523.9	2908.9	996.4	2238.0	1059.3	1861.1	1193.8	1616.3
abs3	5	1250.1	4911.7	1332.0	4424.5	1761.7	3311.5	1831.7	3252.1	2113.7	3036.5
abs4	5	1036.1	2983.8	1134.0	2633.5	1356.0	2416.1	1440.8	2289.0	1951.6	2113.4
abs5	5	486.0	3009.9	629.6	2363.1	730.6	2210.8	816.6	2123.2	1310.8	1955.8
abs1	10	1072.1	5917.5	1119.9	5238.8	1488.0	4823.6	1653.8	4295.0	1944.0	4047.4
abs2	10	1415.1	6344.6	1543.5	5229.2	1812.5	4792.8	1865.9	4675.6	2765.6	4271.0
abs3	10	908.3	5320.9	1095.5	4583.2	1350.9	4062.1	1450.8	3768.1	1830.5	3678.8
abs4	10	1345.1	5789.5	1496.5	5127.6	1734.2	4478.1	1820.7	4203.9	2217.1	3950.9
abs5	10	1035.7	5293.6	1120.2	4897.2	1362.7	4538.5	1440.0	4336.3	1893.9	4119.1
abs1	15	975.8	6656.1	1192.8	6113.5	1550.4	5444.6	1669.9	5048.8	2032.7	4789.1
abs2	15	1222.2	6689.3	1326.0	5922.6	1645.4	5427.8	1731.5	5197.4	2358.8	4920.6
abs3	15	1134.4	7590.0	1344.5	6885.8	1812.2	6355.9	2267.4	5905.9	2827.3	5539.6
abs4	15	1053.5	6022.7	1309.0	5243.5	1529.4	4906.2	1639.6	4705.0	2231.0	4481.1
abs5	15	1347.2	6182.9	1585.4	5446.9	1710.3	5089.9	2009.9	4743.9	2330.0	4490.7

Fonte: Elaborada pelo autor.

A seguir apresentaremos os resultados do modelo TA-GIRP. A [Tabela 15](#) tem as soluções ótimas para uma frota de 3 veículos, cada um consumindo um tipo de combustível. Nesta tabela os valores objetivos são apresentadas de acordo com cada  $\lambda$ , que é o parâmetro do método do Tchebycheff. Para este método com as mesmas instâncias também vemos o comportamento crescente e decresce das funções objetivo do modelo. Para as demais frotas, com 6 e 12 veículos também obtivemos resultados similares, com comportamento crescente e decresce das funções.

Para o grupo de 5 clientes, ao mudar de  $\lambda_5$  para  $\lambda_1$ , as emissões de  $CO_2$  diminuíram em média 53.01%, enquanto os custos do IRP aumentaram em média 36.50%. Este é o maior decréscimo nas emissões e o maior crescimento nos custos entre os três grupos de clientes analisados. Para o grupo de 10 clientes, observa-se um decréscimo médio nas emissões de 39.02% e um aumento médio nos custos do IRP de 31.77%. Este grupo apresenta uma variação menos acentuada tanto nas emissões quanto nos custos quando comparado ao grupo de 5 clientes. O grupo de 15 clientes mostra um decréscimo médio nas emissões de 47.25% e um crescimento nos custos do IRP de 24.23%, indicando que, embora as emissões sejam significativamente reduzidas ao mudar para  $\lambda_1$ , o impacto nos custos é o menos acentuado dentre os grupos.

Para encontrar os pontos lexicográficos, o tempo computacional médio foi de aproximadamente 4 horas e para os demais  $\varepsilon$ 's, ou seja, para encontrar os pontos não dominados, o tempo médio foi de cerca de 15 minutos.

De modo geral, vemos que ambos os métodos conseguem obter os resultados esperados, e com isso vemos os o crescimento e decrescimento das funções. Uma breve análise comparativa é que em ambos os métodos podemos observar padrões semelhantes em termos de *trade-offs* ambientais e econômicos. Em ambos os casos, há uma compensação entre as emissões de  $CO_2$  e os custos do IRP: estratégias que resultam em menores emissões geralmente acarretam custos mais altos. No entanto, a magnitude do decréscimo das emissões e do aumento dos custos pode variar dependendo da estratégia específica, da política de estoque por exemplo, e do grupo de clientes considerado.

Para uma avaliação dos métodos, na seção subsequente, adotaremos métricas quantitativas para comparar as soluções eficientes. Essas métricas permitirão uma análise mais objetiva dos resultados obtidos, transcendendo a inspeção visual das fronteiras de Pareto e fornecendo uma base sólida para discernir a performance dos métodos utilizados nesta tese.

### 4.3.2 Métricas de Comparação

Para avaliar e comparar os métodos de escalarização discutidos neste capítulo, conforme detalhado na [Seção B.2](#), aplicamos algumas métricas para comparar as soluções eficientes obtidas. Estas métricas focam nos pontos não dominados. Apesar de as metodologias abordadas serem determinísticas, ou seja, em teoria, capazes de gerar exatamente as mesmas soluções eficientes, há possibilidades de perda de algumas soluções, como observado em [Filho \(2016\)](#). Isso pode

ocorrer em métodos como a Soma Ponderada e o Método de Tchebycheff, ou as soluções podem variar devido à escolha da técnica de escalarização, ao tempo computacional máximo alocado para resolver cada subproblema, entre outros fatores. Essas métricas buscam quantificar tais variações e são detalhadas em [Deb \(2001\)](#).

A seguir, serão apresentadas quatro métricas avaliativas que utilizamos neste capítulo, que irão comparar dois conjuntos não dominados no espaço de critério.

### Métrica 1:

Métrica que calcula o desvio padrão das distâncias entre os pontos consecutivos. Quanto menor for a métrica aplicada em cada conjunto, mais bem espaçadas estão estes pontos ao longo da fronteira. Ou seja, esta métrica mede a variação nas distâncias entre pontos consecutivos de um conjunto de soluções e com isso, o desvio padrão menor indica um conjunto de soluções mais uniformemente distribuído.

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} (d_i - \bar{d})^2}$$

onde  $d_i$  é a distância entre os pontos consecutivos  $i$  e  $i+1$ ,  $N$  é o número total de pontos, e  $\bar{d}$  é a média das distâncias.

### Métrica 2:

Esta métrica avalia a distribuição das soluções somando as áreas de trapézios formados entre soluções consecutivas. Ela é usada para medir a diversidade de soluções. Com isso, quanto mais próxima de 0, mais inferior e à esquerda estão os pontos da fronteira, e melhor é a fronteira. Segue a expressão matemática, sendo a área  $A$  dada por:

$$A = \sum_{i=1}^{N-1} \frac{1}{2} (F_{IRP}(z^i) - F_{IRP}(z^{i+1})) \times (F_{CO_2}(z^i) + F_{CO_2}(z^{i+1})),$$

onde  $F_{IRP}(z)$  e  $F_{CO_2}(z)$  são as duas funções objetivo representadas nos eixos das abscissas e ordenadas, respectivamente.

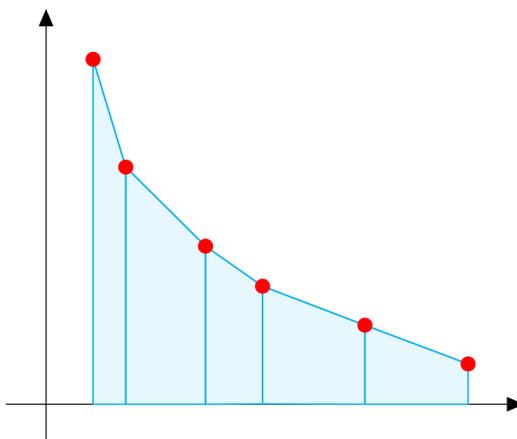
Na [Figura 11](#) podemos ver a interpretação geométrica desta métrica, onde os pontos em vermelho são as soluções obtidas através de um método multiobjetivo.

### Métrica 3:

Esta métrica determina a cardinalidade das fronteiras, ou seja, ela conta o número de soluções não dominadas em um conjunto  $\mathbf{Z}$ , dada por  $|\mathbf{Z}|$ . Maior cardinalidade, melhor.

### Métrica 4:

Figura 11 – Interpretação geométrica da métrica dos trapézios.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Esta métrica é a soma inversa das distâncias de cada solução  $z^i$  para uma solução ideal  $z^I$ . Ela avalia a proximidade das soluções ao ideal, determinando a quantidade:

$$dist = \sum_{i=1}^N \frac{1}{d(z^i, z^I)},$$

isto é, quanto menor a distância de  $z^i$  ao ideal, maior é o valor da métrica.

Para avaliar as soluções geradas pelos métodos utilizados nesta tese, o  $\varepsilon$ -restrito aumentado e a métrica de Tchebycheff aumentada, empregamos as quatro métricas descritas anteriormente. Essas métricas nos permitem realizar uma comparação quantitativa entre os conjuntos de soluções obtidos.

Tabela 16 – TA-GIRP comparado ao  $\varepsilon$ -GIRP para 5 pontos.

Métrica	Melhor	Igual	Pior
1	17	1	57
2	63	1	11
3	13	46	16
4	23	1	51

Fonte: Elaborada pelo autor.

Os resultados dessa avaliação são apresentados na [Tabela 16](#) para cinco pontos de corte, onde comparamos a eficácia do método TA-GIRP em relação ao  $\varepsilon$ -GIRP, destacando os casos em que o TA-GIRP se mostrou melhor, igual ou pior ao  $\varepsilon$ -GIRP, para 75 instâncias. Em termos

de soluções eficientes, enquanto o TA-GIRP encontrou uma média de 4,63 soluções fortemente eficientes o  $\varepsilon$ -GIRP obteve uma média de 4,59 soluções.

Também realizamos experimentos para obter até 20 pontos não-dominados, para comparação dos métodos e apresentamos os resultados na [Tabela 17](#), onde o TA-GIRP encontrou uma média de 9,81 soluções fortemente eficientes o  $\varepsilon$ -GIRP obteve uma média de 8 soluções.

Tabela 17 – TA-GIRP comparado ao  $\varepsilon$ -GIRP para 20 pontos.

Métrica	Melhor	Igual	Pior
1	22	0	53
2	67	0	8
3	39	14	22
4	22	0	53

Fonte: Elaborada pelo autor.

### 4.3.3 Percepções gerenciais

Nesta seção, realizamos um estudo que traz percepções gerenciais detalhadas. Neste estudo, fizemos uma análise mais específica, no âmbito da abordagem multiobjetivo, utilizando o  $\varepsilon$ -restrito, para dois grupos de instâncias, para obtermos uma visão mais ampla, com percepções gerenciais das características das várias soluções identificadas para cada instância. Esta análise tem a finalidade de ajudar o tomador de decisão a entender melhor os *trade-offs* alcançados entre os dois objetivos, bem como o impacto das emissões resultantes da minimização dos custos operacionais. Com isso, é fornecido o tipo de combustível e veículo selecionados, juntamente com os custos associados ao longo do horizonte de planejamento.

Para diferentes configurações de frotas, supostamente, disponíveis no fornecedor, apresentamos as soluções eficientes que fornecem, quais veículos foram selecionados para serem utilizados, considerando os objetivos conflitantes. Nas [Tabela 18](#) e [Tabela 19](#), fornecemos estas análises. Na primeira coluna temos a frota disponível no fornecedor; na segunda coluna, denominada como  $\varepsilon$ , mostramos os  $\varepsilon$ 's que conseguiram limitar a emissão de  $CO_2$  enquanto minimizava os custos do IRP; as próximas três colunas mostram os valores dos custos separados, sendo de transporte e estoque, e os custos totais; na última coluna, apresentamos os veículos utilizados, ou seja, a frota que o modelo sugere para cada  $\varepsilon$  determinado.

Por exemplo, para a frota com três veículos, sendo um (v1) a gasolina, um (v2) a E85 e outro (v3) a diesel, e o fornecedor comprometido em atender um conjunto de 10 clientes, como na [Tabela 19](#), para cada  $\varepsilon$  o modelo define quais os veículos que devem ser utilizados, para realizar a entrega dos produtos. Analisando o *trade-off* para  $\varepsilon_1$ , obtemos a menor emissão de gás e o maior custo operacional; note que, os veículos que devem ser utilizados são menores,

Tabela 18 – Estudo gerencial com abordagem multiobjetivo para 5 clientes.

frota disponível	$\epsilon$	CO2	custo transporte	custo estoque	custos IRP	frota utilizada
G / E85 / D	$\epsilon 1$	334.5	2398	978.2	3376.2	G / E
	$\epsilon 2$	424.1	1921	988.7	2909.7	G / E
	$\epsilon 3$	536.6	1815	988.7	2803.7	G / E / D
	$\epsilon 5$	837.3	1748	988.7	2736.7	G / D
G / G / D	$\epsilon 1$	801.0	3148	978.7	4126.7	G / G
	$\epsilon 2$	1097.4	2770	965.5	3735.5	G / G / D
	$\epsilon 3$	1097.4	2770	965.5	3735.5	G / G
	$\epsilon 4$	1674.3	2108	973.3	3081.3	G / G
	$\epsilon 5$	2425.1	2087	976.2	3063.2	G / G / D
G / G / G	$\epsilon 1$	975.0	3832	966.6	4798.6	G / G / G
G / E / E	$\epsilon 1$	459.0	2473	983.7	3456.7	G / E
	$\epsilon 3$	465.7	2207	987.2	3194.2	G / E / E
	$\epsilon 4$	502.7	2180	976.2	3156.2	G / E / E
	$\epsilon 5$	526.9	2121	965.7	3086.7	G / E
E / E / E	$\epsilon 1$	733.6	5468	983.9	6451.9	E / E / E
G / D / D	$\epsilon 1$	537.6	2113	988.7	3101.7	G
	$\epsilon 4$	539.7	2121	972.2	3093.2	G
	$\epsilon 5$	650.4	2108	972.2	3080.2	G / D
D / D / D	$\epsilon 1$	4737.5	3562	979.2	4541.2	D / D / D

Fonte: Elaborada pelos autores.

Tabela 19 – Estudo gerencial com abordagem multiobjetivo para 10 clientes.

frota disponível	$\epsilon$	CO2	custo transporte	custo estoque	custos IRP	frota utilizada
G / E85 / D	$\epsilon 1$	435.4	2541	1786.4	4327.4	G / E
	$\epsilon 2$	598.6	2412	1783.9	4195.9	G / E
	$\epsilon 3$	1326.0	1897	1793.5	3690.5	E / D
	$\epsilon 4$	1734.7	1856	1777.4	3633.4	G / D
	$\epsilon 5$	2468.5	1856	1772.9	3628.9	D
G / G / D	$\epsilon 1$	956.1	3340	1779.2	5119.2	G / G
	$\epsilon 3$	1494.5	1954	1781.1	3735.1	G / D
	$\epsilon 5$	2468.5	1856	1772.9	3628.9	D
G / E85 / E85	$\epsilon 1$	509.5	3146	1772.6	4918.6	G / E / E
	$\epsilon 3$	554.1	2498	1782.4	4280.4	G / E
	$\epsilon 4$	609.8	2496	1783.9	4279.9	G / E
	$\epsilon 5$	690.4	2412	1789.8	4201.8	G
G / D / D	$\epsilon 3$	690.4	2412	1789.8	4201.8	G
	$\epsilon 5$	1274.3	2355	1778.6	4133.6	G / D

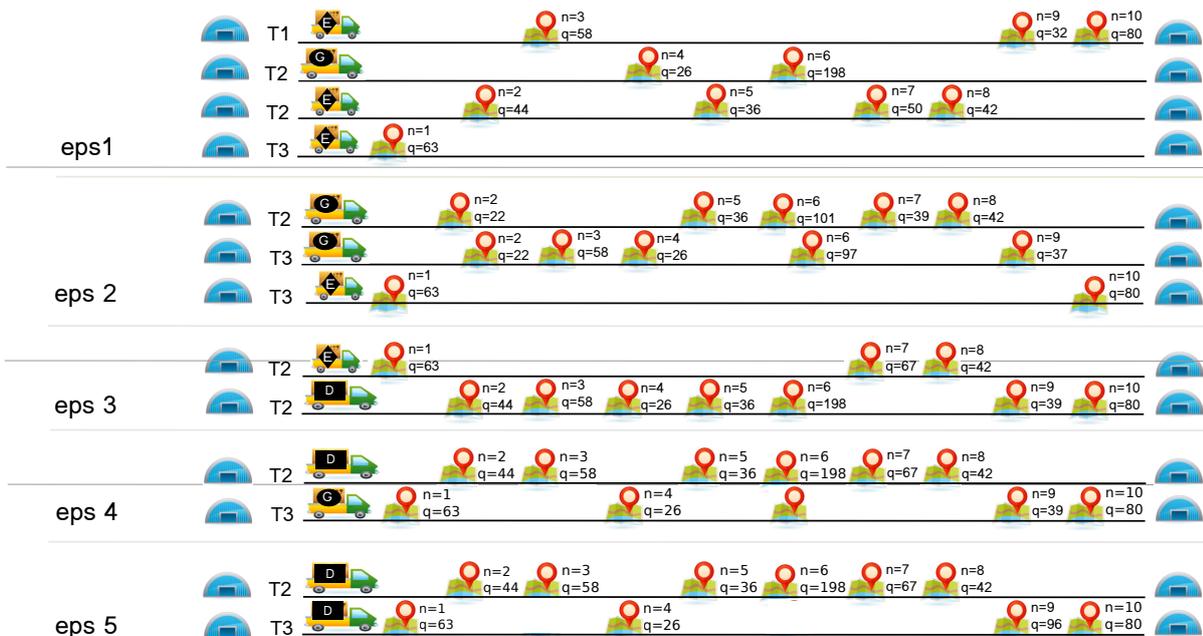
Fonte: Elaborada pelos autores.

que consomem gasolina e etanol; no  $t = 1$  o v2 visita os clientes 3, 9 e 10, no  $t = 2$  o v1 visita os clientes 4 e 6 e o v2 visita os clientes 5, 2, 7 e 8, e no  $t = 3$  o v2 novamente é utilizado e visita o cliente 1. Para  $\epsilon_5$  temos o outro extremo da fronteira de Pareto, a situação "oposta", onde é emitida a maior quantidade de gás e obtido o menor custo total, neste caso, o único veículo utilizado foi o que tem combustão à diesel, que é o maior em capacidade. Do ponto de vista do planejamento no tempo discreto, no  $t = 1$  não é realizada nenhuma entrega, ou seja, a quantidade de produto estocada é suficiente para atender a demanda no período, no  $t = 2$  o v3 visita os clientes 5, 3, 6, 2, 7 e 8, no  $t = 3$  o v3 visita os clientes 10, 9 e 4. Para os  $\epsilon$ 's intermediários, obtemos soluções eficientes intermediárias e consequentemente, uma capacidade total de transporte média, geralmente optando por considerar um mix da frota, nem veículos leves e menores que emitem menos  $CO_2$ , nem os veículos mais pesados/maiores que emitem mais  $CO_2$ .

Vemos que alguns valores de  $\epsilon$ 's ( $\epsilon_i$ ) não é suficiente para limitar a emissão, resultando numa emissão correspondente ao que foi obtido pelo  $\epsilon$  anterior ( $\epsilon_{i-1}$ ).

Com a realização dos experimentos computacionais, notamos que quando consideramos a opção de ter uma frota homogênea, minimizar a distância é diretamente proporcional a minimizar a emissão de  $CO_2$ , o que mostra a vantagem em utilizar uma frota heterogênea. Além disso, quando a frota é heterogênea tanto nas capacidades dos veículos quanto nos combustíveis utilizados por eles, há um ganho na redução total dos compromissos envolvidos.

Figura 12 – Ilustração da solução do  $\epsilon$ -GIRP para 10 clientes de frota disponível G/E85/D.



Fonte: Elaborada pelo autor.

---

# ABORDAGEM SUSTENTÁVEL PARA O PROBLEMA DE TRANSPORTE DE CARGA MULTIMODAL

---

---

O Capítulo está organizado da seguinte forma: na [Seção 5.1](#) faz-se uma introdução sobre o problema do transporte de carga e os desafios associados. Na [Seção 5.2](#) descrevemos o problema e o modelo matemático, em seguida apresentamos as técnicas utilizadas para consideração da incerteza com restrições probabilísticas e, posteriormente, na [Seção 5.3](#) apresentamos os métodos multiobjetivos aplicados, que foram: o Método do critério global e o Método da Métrica de Tchebycheff Aumentado. Na [Seção 5.4](#) apresentamos as métricas de performance implementadas e os resultados dos experimentos computacionais.

## 5.1 Introdução

Com o advento da globalização, o comércio internacional tem experimentado um crescimento constante, resultando em uma crescente demanda por serviços de transporte. Como uma evolução natural do transporte rodoviário unimodal, o transporte multimodal tem se tornado uma opção essencial para embarques intercontinentais. As técnicas de otimização sempre podem ser utilizadas para enfrentar os desafios instigantes no setor de transporte. Ou seja, com a crescente quantidade de mercadorias transportadas a cada ano, em todo o mundo, tem aumentado o interesse e a utilidade das metodologias de otimização necessárias para gerenciar sistemas de transporte complexos de forma adequada. A literatura sobre otimização de transporte multimodal está repleta de problemas interessantes, e também com aspectos complexos, que contêm várias dimensões e características, que precisam ser consideradas e analisadas.

O transporte de carga multimodal é uma prática cada vez mais comum em todo o mundo, que envolve a utilização de mais de um tipo de modal para levar a carga até o seu destino, regido

por um único contrato de transporte. Esse tipo de transporte é uma alternativa para otimizar a logística de transporte de cargas, reduzindo custos e aumentando a eficiência. A multimodalidade é a articulação entre vários modos de transporte, de forma a tornar mais rápidas e eficazes as operações de transbordo.

O transporte de carga é um problema logístico que está entre as principais fontes de emissão de gases de efeito estufa, especialmente de dióxido de carbono ( $CO_2$ ). Como resultado, há uma crescente preocupação das empresas em reduzir suas emissões de  $CO_2$  e melhorar a sustentabilidade de suas operações de transporte de carga. Nesse contexto, o número de trabalhos que consideram a sustentabilidade vem aumentando nos últimos anos como demonstrado em [Archetti, Peirano e Speranza \(2022\)](#).

Neste estudo, o foco é a modelagem do transporte intermodal, uma situação comum no Brasil, em que as rotas possuem a flexibilidade de utilizar distintos meios de transporte. O Brasil desempenha um papel significativo como exportador de commodities agrícolas e minerais. A vasta extensão territorial do país contribui para a configuração complexa de sua rede de infraestruturas, abarcando sistemas rodoviários, ferroviários e hidroviários interligados. [Amaral, Almeida e Morabito \(2012\)](#) apresentam resultados interessantes para o modelo de fluxo multimodal, onde utiliza um rede multicamada, demonstrando a aplicabilidade do modelo para apoiar decisões na prática e como a utilização de diferentes modais pode reduzir custos logísticos.

Alguns trabalhos que aplicam os conceitos de design de redes multicamadas no contexto do transporte de carga multimodal, são [Fotuhi e Huynh \(2018\)](#), [Kienzle \*et al.\* \(2021\)](#), [Crainic, Gendron e Akhavan Kazemzadeh \(2022\)](#) e [Bilegan, Crainic e Wang \(2022\)](#).

Nesse âmbito, nosso modelo matemático busca otimizar a emissão de  $CO_2$  e o transporte intermodal, englobando estradas, ferrovias e navegação marítima. Adicionalmente, considera a abertura de terminais intermodais para uma abordagem abrangente do problema.

A relevância deste estudo reside na proposta de um modelo de bi-objetivo, embasado na sustentabilidade, que considera incerteza da quantidade ofertada pelos nós de origem. Neste modelo, buscamos a minimização das emissões de  $CO_2$  provenientes de veículos rodoviários, ferroviários e hidroviários, simultaneamente à redução dos custos de rotas e a abertura de terminais intermodais.

## 5.2 Descrição do problema e formulação matemática

A formulação matemática adotada nesta pesquisa tem sua inspiração no trabalho pioneiro de [Arnold, Peeters e Thomas \(2004\)](#), a qual foi subsequente utilizada por [Amaral, Almeida e Morabito \(2012\)](#). Essa abordagem envolve a criação de um grafo estruturado por camadas, em que cada modal de transporte é retratado como um subgrafo. Essa estruturação especial do grafo, combinada com a metodologia de modelagem empregada, oferece a vantagem de resolver

problemas de grande porte em um intervalo de tempo consideravelmente reduzido.

Inicialmente, consideramos um grafo direcionado  $G = (V, A)$ , no qual  $V$  e  $A$  denotam respectivamente o conjunto de vértices e o conjunto de arcos. Esse grafo é estruturado em camadas, porém não é um grafo completo.

Os vértices compreendem nós de oferta, nós de demanda e nós intermediários correspondentes a cada modal de transporte. A quantidade de vértices é especificada da seguinte maneira: existem  $n_0$  nós de origem,  $n_1$  nós rodoviários,  $n_2$  nós ferroviários,  $n_3$  nós hidroviários e  $n_4$  nós de destino. Com essa disposição, o conjunto de vértices  $V$  pode ser definido pela união de todos os tipos de nós:  $V = V_0 \cup V_1 \cup V_2 \cup V_3 \cup V_4$ , onde:

- $V_0$  = conjunto de vértices de oferta.
- $V_m$  = conjunto de vértices que representam os pontos de cada rede modal,  $m = \{ 1 \text{ rodoviária, } 2 \text{ ferroviária, } 3 \text{ hidroviária} \}$
- $V_4$  = conjunto de vértices de demanda.

O conjunto de arcos  $A$  pode ser definido pela união de todas as arestas que ligam dos vértices pertencentes a  $V$ . Os conjuntos de arcos são divididos em 13 seguintes grupos, organizados na [Tabela 20](#).

Tabela 20 – Conjunto de arcos do grafo direcionado

Conjunto	Descrição
$A_1$	Arcos que ligam os vértices da rede modal rodoviária.
$A_2$	Arcos que ligam os vértices da rede modal ferroviária.
$A_3$	Arcos que ligam os vértices da rede modal hidroviária.
$A'_{01}$	Arcos que ligam os vértices $V_0$ ao conjunto de vértices $V_1$ .
$A'_{14}$	Arcos que ligam os vértices $V_1$ ao conjunto de vértices $V_4$ .
$A'_{24}$	Arcos que ligam os vértices $V_2$ ao conjunto de vértices $V_4$ .
$A'_{34}$	Arcos que ligam os vértices $V_3$ ao conjunto de vértices $V_4$ .
$T_{12}$	Candidatos a terminais intermodais que ligam os vértices $V_1$ aos vértices de $V_2$ .
$T_{13}$	Candidatos a terminais intermodais que ligam os vértices $V_1$ aos vértices de $V_3$ .
$T_{21}$	Candidatos a terminais intermodais que ligam os vértices $V_2$ aos vértices de $V_1$ .
$T_{23}$	Candidatos a terminais intermodais que ligam os vértices $V_2$ aos vértices de $V_3$ .
$T_{31}$	Candidatos a terminais intermodais que ligam os vértices $V_3$ aos vértices de $V_1$ .
$T_{32}$	Candidatos a terminais intermodais que ligam os vértices $V_3$ aos vértices de $V_2$ .

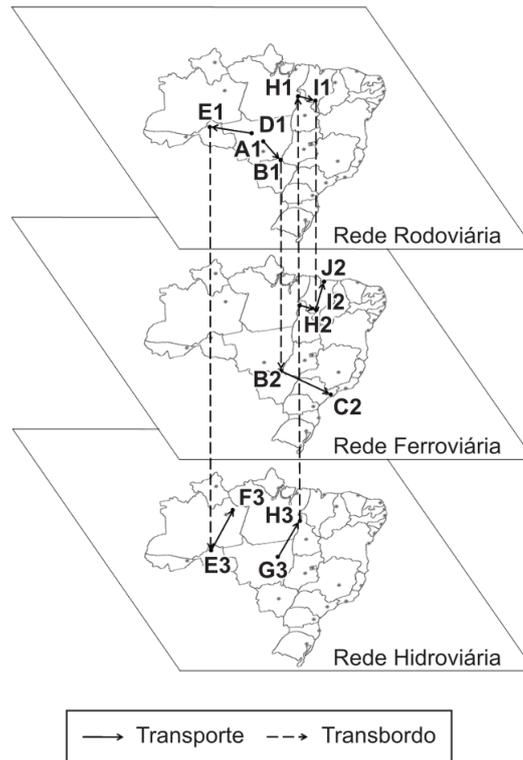
Para facilitar a descrição do modelo considere alguns conjuntos dos arcos descritos na [Tabela 20](#):

- $T = T_{12} \cup T_{13} \cup T_{21} \cup T_{23} \cup T_{31} \cup T_{32}$ .
- $M1 = A'_{01} \cup A_1 \cup A'_{14} \cup T_{12} \cup T_{13}$ .

- $M2 = A_2 \cup A'_{24} \cup T_{21} \cup T_{23}$ .
- $M3 = A_3 \cup A'_{34} \cup T_{31} \cup T_{32}$ .

Para elucidar a representação dos conjuntos e a estrutura do grafo por camadas de maneira análoga, temos a [Figura 13](#), que serve como uma ilustração desses conceitos.

Figura 13 – Representação de multigrafos para uma rede de transporte intermodal.



Fonte: [Amaral, Almeida e Morabito \(2012\)](#).

### 5.2.1 Formulação matemática

A formulação do problema requer a definição de parâmetros e variáveis, que complementam as informações dos conjuntos já apresentados. A seguir, apresentamos os parâmetros na [Tabela 21](#) e variáveis na [Tabela 22](#).

Tabela 21 – Parâmetros

Parâmetro	Descrição
$e_{mij}$	Estimativa de emissão de $CO_2$ do modal $m$ entre os vértices $i$ e $j$ (em Kg)
$c_{ij}$	Custo de transporte do vértice $i$ ao vértice $j$ (em reais)
$f_{ij}$	Custo de abertura de um terminal intermodal no arco $(i, j)$ (em reais)
$a_i$	Quantidade disponível no vértice de oferta $i$
$b_j$	Quantidade demandada no vértice $j$
$u_{ij}$	Capacidade de transbordo no arco $(i, j) \in T$

Tabela 22 – Variáveis

Variável	Descrição
$x_{ij}$	Fluxo de produtos pelo arco $(i, j) \in A$
$y_{ij}$	1 se o terminal intermodal $(i, j) \in T$ é instalado, 0 caso contrário

Portanto, segue o modelo do Problema Bi-objetivo de Transporte Intermodal Sustentável (2TIMS):

$$\text{Minimizar } \phi_1 = \sum_{(i,j) \in M1} e_{1ij}x_{ij} + \sum_{(i,j) \in M2} e_{2ij}x_{ij} + \sum_{(i,j) \in M3} e_{3ij}x_{ij} \quad (5.1)$$

$$\text{Minimizar } \phi_2 = \sum_{(i,j) \in A} c_{ij}x_{ij} + \sum_{(i,j) \in T} f_{ij}y_{ij} \quad (5.2)$$

Sujeito a

$$\sum_{j|(i,j) \in A'_{01}} x_{ij} \leq a_i \quad i \in V_0 \quad (5.3)$$

$$\sum_{i|(i,k) \in A} x_{ik} = \sum_{j|(k,j) \in A} x_{kj}, \quad k \in V - \{V_0 \cup V_4\} \quad (5.4)$$

$$\sum_{i|(i,j) \in A'_{14} \cup A'_{24} \cup A'_{34}} x_{ij} = b_j \quad j \in V_4 \quad (5.5)$$

$$x_{ij} \leq u_{ij}y_{ij} \quad (i, j) \in T \quad (5.6)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad (i, j) \in A, \quad (5.7)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\}, \quad (i, j) \in T. \quad (5.8)$$

A [Equação 5.1](#) ilustra a primeira função objetivo que visa à minimização da emissão de  $CO_2$  pelos modais rodoviários, ferroviários e hidroviários. Nesse contexto, é considerada, para cada modal, a quantidade de  $CO_2$  emitida pela queima de diesel no transporte de uma tonelada por quilômetro. O valor de referência utilizado para o diesel é 3.13 kg  $CO_2/L$ . Para os modais, consideramos os valores de [Teixeira et al. \(2018\)](#) que são de 15.4, 5.7 e 4.1 litros, respectivamente, para o transporte rodoviário, ferroviário e hidroviário, representando o consumo de combustível por tonelada em um percurso de 1000 km. A [Equação 5.2](#) representa a segunda função objetivo que minimiza os custos operacionais de transporte da quantidade transferida entre os arcos e a quantidade de terminais multimodais abertos. A restrição [5.3](#) garantem que a quantidade enviada de um nó de oferta é menor ou igual a quantidade disponível no mesmo. A restrição [5.4](#) garante a conservação do fluxo nos nós intermediários. A restrição [5.5](#) garante

que as quantidades transportadas possam atender a necessidade do nó de demanda. A restrição 5.6 garante que só existe fluxo em um terminal intermodal se o mesmo for aberto, além disso respeita a capacidade do transbordo. As restrições 5.7 e 5.8 representam o domínio das variáveis.

### *Comentários de modelagem*

Conforme ilustrado na Figura 5, visto em [Morais et al. \(2023b\)](#), segundo dados do DNIT (Departamento Nacional de Infraestrutura de Transportes) uma embarcação tem a capacidade de carregar 6 mil toneladas. O transporte ferroviário tem vagões com capacidade de até 70 toneladas e, por lei, os caminhões podem carregar no máximo 38 toneladas. Ou seja, podemos considerar que uma embarcação consegue transportar o equivalente a 86 vagões ou 172 carretas.

Com essas informações a variável  $x_{ij}$  que fornece o fluxo podemos considerar uma variável inteira para cada arco  $ij$  que contabiliza a quantidade de veículos necessários para transportar o fluxo de produtos. Essa variável é obtida, limitando-se o fluxo por essa variável multiplicada por cada modal. Essa técnica é útil para modelagens que desejam obter o número de veículos porém deixa o modelo com muito mais variáveis inteiras, dificultando o tempo necessário para obter a otimalidade.

## **5.2.2 Considerando a incerteza com restrições probabilísticas**

Nessa seção descrevemos a metodologia utilizada para modelar a incerteza. A seguir vamos apresentar as restrições probabilísticas para modelar a incerteza da quantidade ofertada pelos nós de origem. Em seguida, apresentamos o modelo completo para o Problema Bi-objetivo de Transporte Intermodal Sustentável sob Incerteza (2TIMSI).

Um modelo com restrições probabilísticas é uma abordagem na programação estocástica em que as limitações colocadas nas variáveis do modelo são expressas usando distribuições de probabilidade ([WANG et al., 2015](#); [GÜNAY](#); [Okudan Kremer; ZARINDAST, 2021](#)). Neste trabalho consideramos a incerteza na restrição que limita a quantidade disponível nos nós de origem (restrição 5.3).

Para o leitor entender a importância de tratar essa incerteza vamos a um exemplo. Na situação em que várias fazendas (origens) precisam enviar soja para clientes (destinos), visando maximizar os lucros. Porém, devido a fatores como clima e produtividade, as quantidades colhidas podem variar, ficando acima ou abaixo das expectativas (valor da constante  $a_i$ ). Para lidar com essas flutuações, as fazendas geralmente adotam uma estratégia: quando possuem excedente de produção, vendem no mercado; quando a colheita é menor, compram a quantidade faltante.

Para definir a forma que utilizaremos a incerteza, considere que queremos atender a restrição com um determinado nível de confiança  $\alpha$ . Considere a restrição 5.9 para um dado nó  $i$ :

$$\mathbf{PROB} \left( \sum_{j|(i,j) \in A'_{01}} x_{ij} \leq a_i \right) \geq \alpha, \quad (5.9)$$

onde **PROB** é a probabilidade da restrição ser respeitada dado o nível de confiança  $\alpha$ . Para tratar essa abordagem, seguindo a metodologia de [Charnes e Cooper \(1959\)](#), em que podemos reescrever as restrições probabilísticas com um Z-score (denotado como  $Z_\alpha$ ), que define um intervalo de confiança. Consideramos que em vez de usar um valor determinístico para  $a_i$  (a quantidade disponível no nó de oferta  $i$ ), temos um valor médio esperado de  $\bar{a}_i$  com um desvio  $\sigma_i$  que segue uma distribuição normal. Sendo assim, temos que  $a_i = \bar{a}_i + Z_\alpha \sigma_i$ . Logo, para ter uma confiança de 95% que a restrição será respeitada  $Z_{0,95} = -1.645$  ou para uma garantia de 99% temos  $Z_{0,99} = -2.326$ . Esses valores são obtidos em qualquer tabela da distribuição normal padrão.

A nova restrição, para um dado nó  $i$ , que garante que a restrição será respeitada com um determinado grau de confiança é dada pela restrição [5.10](#).

$$\sum_{j|(i,j) \in A'_{01}} x_{ij} \leq \bar{a}_i + Z_\alpha \sigma_i \quad i \in V_0. \quad (5.10)$$

Com isso, o modelo completo 2TIMSI com os novos parâmetros ( $\bar{a}_i$ ,  $Z_\alpha$  e  $\sigma_i$ ) pode ser escrito como sendo:

$$\text{Minimizar } \phi_1 = \sum_{k \in \{1,2,3\}} \sum_{(i,j) \in Mk} e_{kij} x_{ij} \quad (5.11)$$

$$\text{Minimizar } \phi_2 = \sum_{(i,j) \in A} c_{ij} x_{ij} + \sum_{(i,j) \in T} f_{ij} y_{ij} \quad (5.12)$$

Sujeito a

$$\sum_{j|(i,j) \in A'_{01}} x_{ij} \leq \bar{a}_i + Z_\alpha \sigma_i \quad i \in V_0, \quad (5.13)$$

$$\sum_{i|(i,k) \in A} x_{ik} = \sum_{j|(k,j) \in A} x_{kj}, \quad k \in V - \{V_0 \cup V_4\}, \quad (5.14)$$

$$\sum_{i|(i,j) \in A'_{14} \cup A'_{24} \cup A'_{34}} x_{ij} = b_j \quad j \in V_4, \quad (5.15)$$

$$x_{ij} \leq u_{ij} y_{ij} \quad (i,j) \in T, \quad (5.16)$$

$$x_{ijt} \geq 0, \quad (i,j) \in A, t \in \tau, \quad (5.17)$$

$$y_{ij} \in \{0,1\}, \quad (i,j) \in T. \quad (5.18)$$

Logo, temos um modelo matemático, nomeado 2TIMSI, que representa o problema bi-objetivo do transporte intermodal sustentável sob incerteza, com a incerteza da quantidade ofertada pelos nós de origem. Em seguida, apresentamos a aplicação de dois métodos multiobjetivo para análise do *trade-off* do problema.

## 5.3 Métodos de solução multiobjetivo

Nesta seção aprofundamos nos métodos de solução multiobjetivo utilizado. Começamos explicando o método do critério global e, em seguida, o método da métrica de Tchebbycheff aumentado.

### 5.3.1 Método do critério global (CG-2TIMSI)

A qualidade dos métodos multiobjetivo é amplamente influenciada pelo desafio de determinar a priorização dos objetivos ou selecionar a seleção da solução. Nos métodos a priori, essa responsabilidade recai sobre o tomador de decisão, enquanto nos métodos a posteriori, é necessária uma análise das soluções após obter a Fronteira de Pareto. Em resposta a essa complexidade, foram concebidos métodos sem preferência para abordar problemas multiobjetivo, tais como o Método do Critério Global. Conforme explicado por [Sengupta, Gupta e Dutta \(2016\)](#), esse método busca identificar a solução que minimiza o desvio máximo em relação aos objetivos ou aquela que mais se aproxima do vetor ideal. Mais detalhes podem ser vistos no livro de [Miettinen \(1998\)](#).

Nessa abordagem, temos a fronteira de Pareto e desejamos obter a solução mais próxima possível do vetor ideal. Esse método normalmente utiliza a norma de um vetor solução que basicamente define uma medida matemática que quantifica a distância em um espaço vetorial. Na [Equação 5.19](#) apresentamos o valor a norma  $p$  com  $1 \leq p \leq \infty$  para uma solução  $s = (s_1, s_2)$  bi-dimensional.

$$\|s\|_p = (|s_1|^p + |s_2|^p)^{1/p} \quad (5.19)$$

Considere um espaço de soluções  $\mathbb{S}$ . Podemos resolver o problema escalarizado, para  $p < \infty$ , com 2 objetivos, como sendo:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & (|\phi_1 - \phi_1^*|^p + |\phi_2 - \phi_2^*|^p)^{\frac{1}{p}} \\ \text{Sujeito a} \quad & s \in \mathbb{S} \end{aligned} \quad (5.20)$$

Quando  $p = \infty$  é dado pela distância do máximo. A saber:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar} && \text{Maximizar } [|\phi_1 - \phi_1^*| + |\phi_2 - \phi_2^*|] && (5.21) \\ & \text{Sujeito a} && s \in \mathbb{S} \end{aligned}$$

Para normalizar o desvio para um objetivo qualquer, podemos considerar as definições anteriores e para o  $i$ -ésimo objetivo temos:

$$\phi_i^{norm} = \frac{(\phi_i - \phi_i^*)}{(\phi_i^{nad} - \phi_i^*)}. \quad (5.22)$$

Com isso, podemos linearizar e reescrever o modelo completo para nosso problema, com  $p = \infty$  como:

$$\text{Minimizar} \quad \delta \quad (5.23)$$

Sujeito a

$$\phi_1^{norm} \leq \delta \quad (5.24)$$

$$\phi_2^{norm} \leq \delta \quad (5.25)$$

$$\delta \geq 0 \quad (5.26)$$

$$\text{restrições } 5.13 - 5.18. \quad (5.27)$$

O modelo acima garante que um método sem preferência, minimiza o desvio máximo normalizado entre todos os objetivos. Esse modelo é que estaremos nos referindo ao método do critério global, que será utilizado na [Seção 5.4](#) dos experimentos computacionais.

### 5.3.2 Método da Métrica de Tchebycheff Aumentado (TA-2TIMSI)

Os primeiros trabalhos com o Método da Métrica de Tchebycheff são [Bowman \(1976\)](#), [Yu \(1973\)](#) e [Zeleny \(1973\)](#). Em linhas gerais, diferente do método do critério global com  $p = \infty$ , ele utiliza uma ponderação entre o maior desvio das funções objetivo individuais.

A formulação matemática do Método da Métrica de Tchebycheff Aumentado bi-objetivo pode ser descrita da seguinte forma, com  $\lambda_i$  sendo peso do critério  $i$ :

$$\text{Minimizar} \quad \alpha + \rho(\phi_1^{norm} + \phi_2^{norm}) \quad (5.28)$$

Sujeito a

$$\lambda \phi_1^{norm} \leq \alpha \quad (5.29)$$

$$(1 - \lambda) \phi_2^{norm} \leq \alpha \quad (5.30)$$

$$\alpha \geq 0 \quad (5.31)$$

$$\text{Restrições 5.13 – 5.18.} \quad (5.32)$$

A função objetivo 5.28 é definida como o desvio a ser minimizado (representado pela variável  $\alpha$ ) acrescido de um termo  $\rho(\phi_1^{norm} + \phi_2^{norm})$ . É importante notar que a abordagem tradicional do Método de Tchebycheff não inclui esse termo adicional, o que permitia soluções fracamente eficientes. No entanto, [Steuer e Choo \(1983\)](#) propõe a inclusão desse termo que nos permite evitar soluções fracamente eficientes. No presente trabalho, adotamos o valor  $\rho = 10^{-3}$ , para buscar garantir soluções fortemente eficientes.

As restrições no Método da Métrica de Tchebycheff Aumentado englobam não apenas as restrições básicas do modelo original, mas também consideram as restrições 5.29 e 5.31. Estas garantem que o desvio seja limitado pelo maior desvio entre ambas, e tal limitação é ponderada pelo valor de  $\lambda$ . Esse valor, por sua vez, está compreendido no intervalo de 0 a 1.

Na próxima [Seção 5.4](#), apresentaremos os experimentos computacionais do método apresentado acima.

## 5.4 Experimentos Computacionais e resultados

Todos os algoritmos deste capítulo foram codificados na linguagem de programação Python na versão 3.6. Os experimentos numéricos foram realizados em um computador com processador Intel Core i5-2600 de 3,40 GHz, 32 GB de RAM e sistema operacional Ubuntu 18.04 LTS. Nós utilizamos o solver CPLEX para obtenção dos resultados.

As instâncias usadas nos testes computacionais foram geradas aleatoriamente para simular cenários que contemplam produção e exportação de commodities do Brasil para a China e Estados Unidos. Detalhes sobre os dados e a metodologia de geração dessas instâncias estão disponíveis no [Apêndice C](#), onde descrevemos o gerador de instâncias desenvolvido.

### 5.4.1 Métricas de performance

Nesta seção, definiremos as métricas avaliativas adotadas, antecedendo a apresentação dos resultados. Essa estruturação visa facilitar a compreensão e análise comparativa dos resultados, diferenciando-se da estrutura utilizada no capítulo anterior. Este ajuste na sequência dos

conteúdos tem como objetivo otimizar a clareza e o entendimento dos resultados obtidos. Com o intuito de fundamentar nossa escolha de métricas, recorreremos ao estudo de [Riquelme, Lücken e Baran \(2015\)](#), que oferece uma análise detalhada de métricas de avaliação empregadas em otimização multiobjetivo.

O trabalho de [Riquelme, Lücken e Baran \(2015\)](#) serve como uma referência para diversos estudos na área, destacando-se pela sua abrangente revisão de métricas de comparação, essenciais para aferir a eficácia de diferentes algoritmos em resolver problemas com múltiplos objetivos. Em nossa pesquisa, adotaremos duas métricas mais utilizadas da literatura: hypervolume e distância geracional (*generational distance*). Além dessas, introduziremos uma métrica adicional, a área entre as fronteiras de Pareto. Consideramos essa métrica como uma contribuição para futuras pesquisas, dada sua capacidade de oferecer percepções complementares sobre a performance e a diversidade das soluções geradas.

### **Hypervolume:**

O Hypervolume é uma métrica que quantifica o volume do espaço de objetivos dominado por um conjunto de soluções. Ele fornece uma indicação de quanto espaço de objetivos as soluções abrangem, em relação a um ponto de referência. O ponto de referência geralmente é um ponto que representa a solução ideal em termos de todos os objetivos. A métrica de hypervolume mede o tamanho da porção do espaço de objetivos que é dominada pela aproximação da fronteira de Pareto. Quanto maior o valor do hypervolume, melhor é a aproximação.

### **Generational Distance:**

A Distância Geracional mede a média das distâncias euclidianas entre cada ponto na verdadeira fronteira de Pareto e seu ponto correspondente mais próximo na fronteira de Pareto aproximada gerada por um algoritmo. Essa métrica quantifica a qualidade da aproximação levando em consideração a distância entre a verdadeira fronteira de Pareto e as soluções geradas. Uma distância geracional menor indica uma melhor aproximação.

### **Área entre as fronteiras:**

Podemos construir um polígono simples, com os pontos da fronteira de Pareto ótima e a fronteira de Pareto aproximada. Isso faz com que seja possível calcular a área desse polígono. Para o cálculo da área usamos a *Shoelace Formula*. A Formula usada é descrita pela equação a seguir:

$$A = \frac{1}{2} \left| \sum_{i=1}^{n-1} (x_i y_{i+1} + x_n y_1) - \sum_{i=1}^{n-1} (y_i x_{i+1} + y_n x_1) \right| \quad (5.33)$$

Onde  $x$  e  $y$  representam as coordenadas do polígono nos eixos  $x$  e  $y$ , ordenadas no sentido horário ou anti-horário.

### 5.4.2 Resultados

Nesta seção, apresentaremos os resultados dos algoritmos propostos. Na [Seção 5.4.2](#), serão apresentados os resultados do Método do Critério Global e na [Seção 5.4.2](#), serão apresentados os resultados do Método da Métrica de Tchebycheff Aumentado.

Nesta seção vamos apresentar uma análise dos resultados obtidos pelos métodos multiobjetivos. Para avaliar o desempenho dos algoritmos, foram criadas instâncias utilizando o gerador desenvolvido, com uma quantidade igual de nós de origem e destino, nas seguintes quantidades: 50, 100, 500 e 1000. Para variar o nível de confiança, consideramos  $\alpha = \{60\%, 70\%, 80\%, 90\%\}$ .

#### *Método do Critério Global*

As [Tabela 23](#) e [Tabela 24](#) exibem os desempenhos referentes a instâncias de dimensões médias (50 e 100 nós origens e destinos) e maiores (500 e 1000 nós origens e destinos), respectivamente, por meio da aplicação do Método de Critério Global, considerando quatro níveis de incerteza ( $\alpha$ ), em um contexto de otimização sujeito a incertezas probabilísticas. Cada tabela apresenta instâncias com informações acerca da quantidade de nós de origem e destinos, o valor de  $\alpha$  adotado para o cálculo do Z-score ( $Z_\alpha$ ), o desvio padrão ( $\sigma$ ), além dos valores das funções objetivo ( $\phi_1$  e  $\phi_2$ ) e seus respectivos GAPs em relação às soluções Nadir e Ideal. O tempo de execução é expresso em segundos.

Tabela 23 – Resultado do Critério Global para instâncias de dimensões médias com incerteza probabilística.

#origem	#destino	$\alpha$	$\sigma$	$\phi_1$	GAP $\phi_1$	$\phi_1$	$\phi_2$	GAP $\phi_2$	$\phi_2$	T (s)
50	50	90%	0.1	3740.71	20.32%		31174.92	20.32%		32.00
50	50	80%	0.1	3653.93	20.36%		31126.96	20.36%		32.44
50	50	70%	0.1	3594.58	20.41%		31090.11	20.41%		30.34
50	50	60%	0.1	3547.96	20.42%		31048.24	20.42%		32.92
50	50	90%	0.2	4016.89	19.91%		31422.23	19.91%		31.66
50	50	80%	0.2	3823.53	20.29%		31226.94	20.29%		25.22
50	50	70%	0.2	3694.07	20.34%		31151.58	20.34%		28.06
50	50	60%	0.2	3591.28	20.41%		31088.06	20.41%		30.99
50	50	90%	0.3	4361.47	18.86%		31340.80	18.86%		62.22
50	50	80%	0.3	4008.00	19.93%		31423.45	19.93%		26.71
50	50	70%	0.3	3800.42	20.30%		31212.08	20.30%		33.56
50	50	60%	0.3	3638.58	20.38%		31117.55	20.38%		35.80
100	100	90%	0.1	7852.86	17.55%		53885.45	17.55%		17.63
100	100	80%	0.1	7737.92	17.75%		53795.24	17.75%		17.64
100	100	70%	0.1	7668.00	17.92%		53766.46	17.92%		18.91
100	100	60%	0.1	7611.79	18.05%		53750.16	18.05%		19.18
100	100	90%	0.2	7971.53	20.81%		56654.31	20.81%		13.27
100	100	80%	0.2	7985.90	17.44%		54018.43	17.44%		21.86
100	100	70%	0.2	7789.28	17.65%		53830.11	17.65%		19.24
100	100	60%	0.2	7664.23	17.92%		53764.94	17.92%		16.57
100	100	90%	0.3	8598.75	20.19%		56920.30	20.19%		10.54
100	100	80%	0.3	7953.24	20.81%		56643.41	20.81%		13.70
100	100	70%	0.3	7946.00	17.50%		53995.03	17.50%		16.65
100	100	60%	0.3	7719.10	17.79%		53784.60	17.79%		18.37

Fonte: Elaborada pelo autor.

Tabela 24 – Resultado do Critério Global para instâncias de dimensões maiores com incerteza probabilística.

#origem	#destino	$\alpha$	$\sigma$	$\phi_1$	GAP $\phi_1$	$\phi_2$	GAP $\phi_2$	T (s)
500	500	90%	0.1	36110.20	22.45%	205208.66	22.45%	16.10
500	500	80%	0.1	35680.14	22.66%	204815.30	22.66%	15.57
500	500	70%	0.1	35401.55	22.82%	204558.90	22.82%	15.94
500	500	60%	0.1	35180.27	22.93%	204343.08	22.93%	14.42
500	500	90%	0.2	37550.11	23.43%	208157.30	23.43%	8.85
500	500	80%	0.2	36129.44	23.67%	206976.62	23.67%	11.92
500	500	70%	0.2	35875.71	22.56%	204999.94	22.56%	10.35
500	500	60%	0.2	35386.88	22.82%	204543.99	22.82%	17.08
500	500	90%	0.3	40629.24	22.35%	209477.91	22.35%	9.72
500	500	80%	0.3	37473.47	23.42%	208085.44	23.42%	9.36
500	500	70%	0.3	36001.49	23.65%	206856.01	23.65%	9.67
500	500	60%	0.3	35607.44	22.71%	204743.84	22.71%	10.96
1000	1000	90%	0.1	72514.76	24.54%	397174.39	24.54%	27.19
1000	1000	80%	0.1	71682.19	24.69%	396349.98	24.69%	24.84
1000	1000	70%	0.1	71165.98	24.81%	395755.63	24.81%	23.59
1000	1000	60%	0.1	70725.92	24.89%	395307.42	24.89%	23.59
1000	1000	90%	0.2	75917.43	23.83%	399713.69	23.83%	23.69
1000	1000	80%	0.2	73441.29	24.39%	397848.85	24.39%	24.75
1000	1000	70%	0.2	72054.27	24.62%	396739.90	24.62%	26.16
1000	1000	60%	0.2	71135.10	24.82%	395728.81	24.82%	24.46
1000	1000	90%	0.3	80652.10	25.40%	405215.62	25.40%	31.70
1000	1000	80%	0.3	75771.00	23.85%	399703.93	23.85%	23.26
1000	1000	70%	0.3	73178.56	24.44%	397649.04	24.44%	24.63
1000	1000	60%	0.3	71548.99	24.74%	396191.71	24.74%	21.48

Fonte: Elaborada pelo autor.

Das [Tabela 23](#) e [Tabela 24](#), analisamos que:

Quanto a variação de  $\alpha$  e  $\sigma$ , observa-se que, para uma mesma dimensão de instância e valor de  $\sigma$ , um aumento no nível de incerteza ( $\alpha$ ) tende a aumentar os valores das funções objetivo ( $\phi_1$  e  $\phi_2$ ) e diminuir os GAPs. Isso sugere que níveis mais altos de confiança ( $\alpha$ ) estão associados a soluções potencialmente mais próximas do ótimo.

Ao comparar instâncias de diferentes dimensões, percebe-se que o aumento do número de nós (de 50x50 para 1000x1000) resulta em um aumento significativo nos valores de  $\phi_1$  e  $\phi_2$ , assim como nos tempos de execução. Isso indica que instâncias maiores são mais desafiadoras e exigem mais recursos computacionais.

Um  $\sigma$  maior, para um mesmo valor de  $\alpha$  e dimensão de instância, geralmente leva a valores maiores de  $\phi_1$  e  $\phi_2$ , indicando que maior incerteza nos dados pode dificultar a otimização das funções objetivo.

Calculando médias, podemos notar que, para instâncias menores (50x50 e 100x100), os tempos de execução são razoavelmente baixos, mas aumentam significativamente para instâncias

maiores (500x500 e 1000x1000). Isso evidencia a complexidade computacional crescente com o tamanho da instância.

Os GAPS tendem a aumentar com o aumento do tamanho da instância e do desvio padrão, sugerindo que encontrar soluções próximas às ótimas se torna mais desafiador em cenários maiores e mais incertos.

A análise revela que o Método de Critério Global é sensível tanto às variações nos parâmetros de incerteza ( $\alpha$  e  $\sigma$ ) quanto ao tamanho das instâncias, influenciando diretamente os resultados em termos de eficácia (valores de  $\phi_1$  e  $\phi_2$ ) e eficiência (tempo de execução). Instâncias maiores e níveis mais altos de incerteza representam desafios significativos.

#### *Método da Métrica de Tchebycheff Aumentado*

Aplicamos o Método da Métrica de Tchebycheff Aumentado, utilizando 101 pontos igualmente espaçados entre os valores 0 e 1 para o parâmetro  $\lambda$ , que representa o peso relativo ao desvio nas funções objetivo. A [Tabela 25](#) apresenta os resultados de 36 instâncias. As colunas da tabela representam o número de origens, o número de destinos, o valor do desvio padrão (coluna  $\sigma$ ) e o valor de  $\alpha$ , que é usado para o Z-score ( $Z_\alpha$ ). Além disso, as colunas  $\phi_1$  média e  $\phi_2$  média representam a média dos 101 pontos para as funções objetivo ( $\phi_1$  relacionada à emissão de  $CO_2$  e  $\phi_2$  relacionada aos custos operacionais). O tempo médio de resolução dos problemas em segundos é representado pela coluna T (s). As duas últimas colunas fornecem os valores de Hypervolume e Distância Generacional (GD).

À medida que a confiabilidade requerida aumenta ( $\alpha$ ), notamos um crescimento correspondente nos valores das funções objetivo, com as instâncias exibindo um aumento médio de 4,49% para as emissões de  $CO_2$  ( $\phi_1$ ) e de 1,06% para os custos operacionais ( $\phi_2$ ), especificamente quando  $\alpha$  está configurado para 60%. Paralelamente, o Hypervolume tende a diminuir com o aumento de  $\alpha$ , indicando uma qualidade geral menor das soluções multiobjetivo. A GD, por sua vez, varia de maneira inconsistente, reflexo da diversidade das soluções lexicográficas influenciada pela região factível do problema.

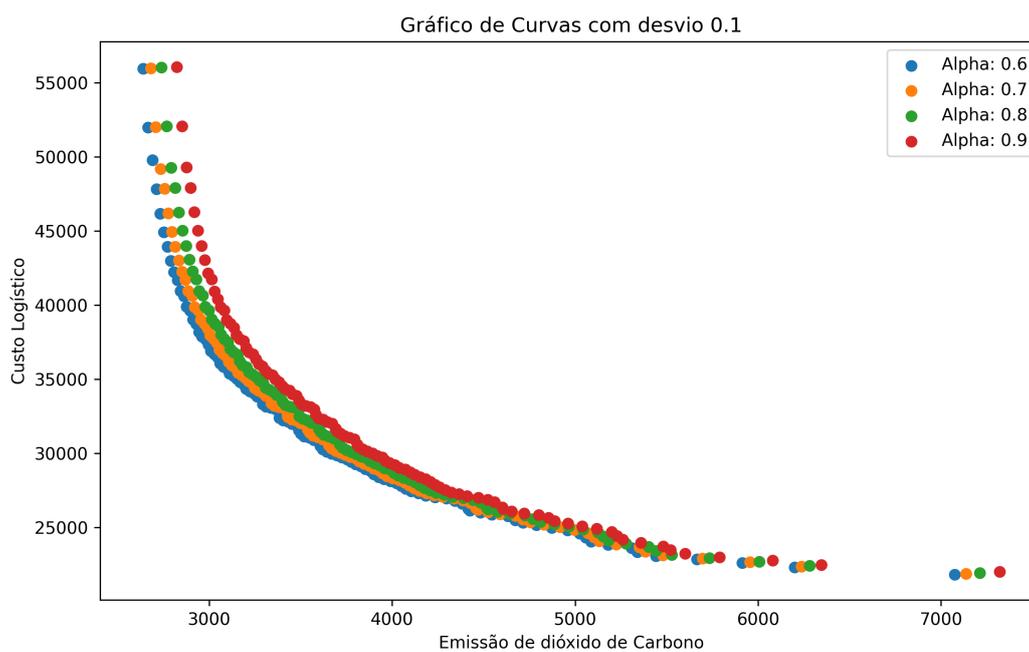
Tabela 25 – Resultado com as instâncias com 50, 100 e 500 nós de origem e destino.

#origem	#destino	$\sigma$	$\alpha$	$\phi_1$ média	$\phi_2$ média	T (s)	Hypervolume	GD
50	50	0.1	60%	3782.73	32453.81	24.08	231878053.41	444.63
50	50	0.1	70%	3828.01	32498.73	26.65	231582792.78	451.36
50	50	0.1	80%	3885.76	32535.16	25.51	220247376.00	440.98
50	50	0.1	90%	3969.89	32572.78	28.24	210721125.66	444.03
50	50	0.2	60%	3824.84	32480.54	24.16	261329271.13	433.21
50	50	0.2	70%	3924.77	32556.42	26.77	255091098.30	442.97
50	50	0.2	80%	4050.31	32600.20	28.20	240342366.92	449.38
50	50	0.2	90%	4235.64	32770.95	32.99	225733156.06	476.52
50	50	0.3	60%	3870.64	32518.40	24.95	329809396.14	442.33
50	50	0.3	70%	4027.76	32600.68	28.77	317040883.40	460.02
50	50	0.3	80%	4226.59	32770.37	31.96	295903647.11	478.56
50	50	0.3	90%	4581.55	32775.49	60.73	247487023.93	482.99
100	100	0.1	60%	7914.42	55595.36	13.09	601027913.23	635.53
100	100	0.1	70%	7969.53	55618.63	13.27	588640915.91	636.60
100	100	0.1	80%	8036.67	55660.36	13.20	572350797.95	633.72
100	100	0.1	90%	8141.65	55723.62	13.31	546063951.85	638.82
100	100	0.2	60%	7965.94	55616.32	13.88	630020940.41	636.55
100	100	0.2	70%	8084.26	55680.99	13.54	600641778.70	634.47
100	100	0.2	80%	8261.02	55827.63	13.73	557980633.06	638.96
100	100	0.2	90%	8257.03	58223.13	10.98	730272768.53	613.24
100	100	0.3	60%	8018.76	55648.74	12.56	606458560.68	636.40
100	100	0.3	70%	8224.51	55803.30	12.16	554972775.01	635.29
100	100	0.3	80%	8239.70	58217.71	11.42	724367010.76	613.38
100	100	0.3	90%	8891.69	58700.37	11.84	638739716.00	616.16
500	500	0.1	60%	36451.31	208338.28	9.48	3488694371.32	1191.13
500	500	0.1	70%	36662.79	208570.48	9.53	3427579999.57	1193.49
500	500	0.1	80%	36929.06	208859.96	9.55	3343911481.20	1194.37
500	500	0.1	90%	37334.53	209288.47	8.87	3154022259.64	1180.23
500	500	0.2	60%	36648.73	208536.29	9.11	3281431851.36	1175.65
500	500	0.2	70%	37113.37	209068.25	9.05	3198494513.64	1195.78
500	500	0.2	80%	37353.80	210898.01	8.11	3412887262.70	1159.94
500	500	0.2	90%	38666.38	212071.92	8.76	3075136858.70	1149.25
500	500	0.3	60%	36859.89	208763.11	9.04	3459163849.29	1177.26
500	500	0.3	70%	37231.02	210764.64	8.55	3627187567.59	1145.71
500	500	0.3	80%	38598.88	212018.86	7.88	3376357823.30	1164.91
500	500	0.3	90%	41461.22	213431.42	8.43	2710616178.26	1147.17

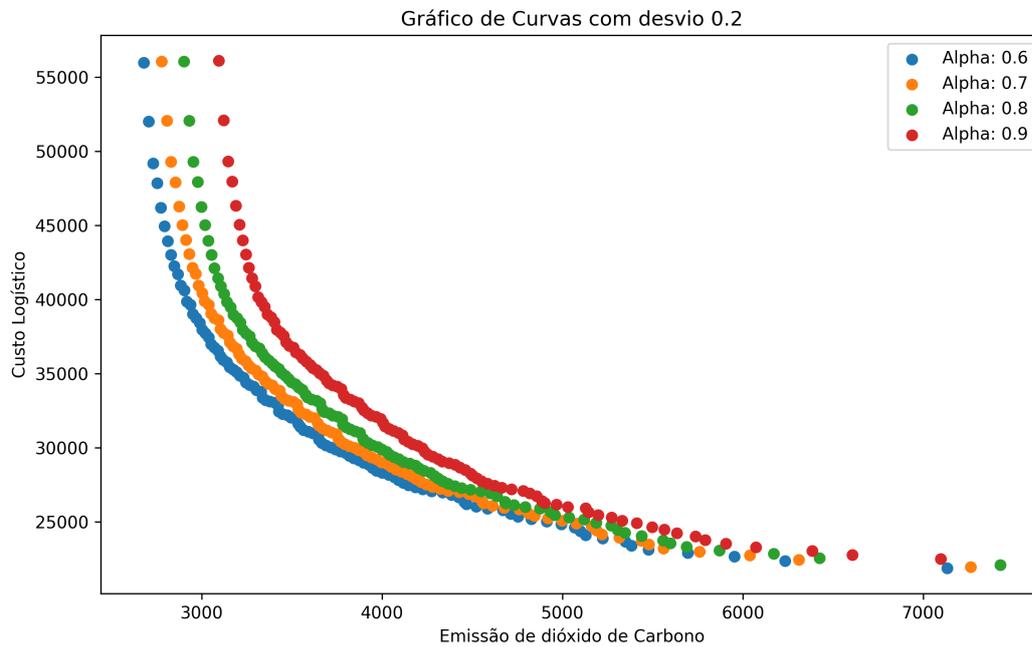
Fonte: Elaborada pelo autor.

As [Figura 14](#) - [Figura 22](#) ilustra as fronteiras de Pareto para as instâncias listadas na [Tabela 25](#). Essa representação gráfica permite uma observação visual que complementa os resultados apresentados na tabela. À medida que o valor de  $\alpha$  aumenta, podemos notar que a fronteira de Pareto se distancia da solução vetor ideal. Um comportamento adicional percebido é que, à medida que o número de origens e destinos aumenta, a fronteira de Pareto se torna mais suave.

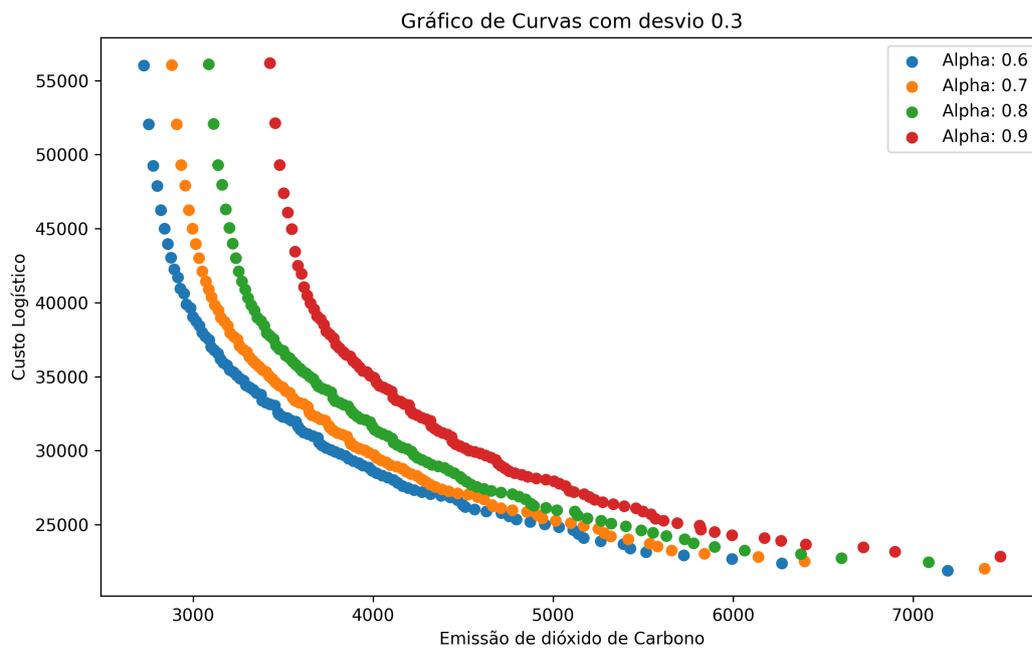
Figura 14 – Fronteiras de Pareto para #origens e #destinos iguais a 50 e  $\sigma = 0.1$ .



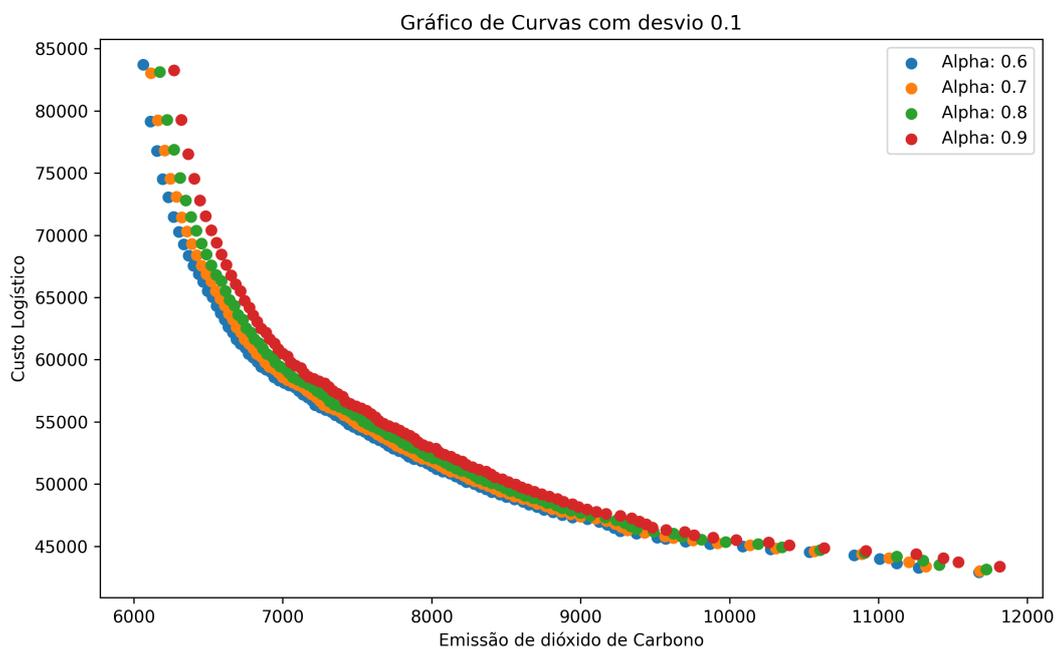
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 15 – Fronteiras de Pareto para #origens e #destinos iguais a 50 e  $\sigma = 0.2$ .

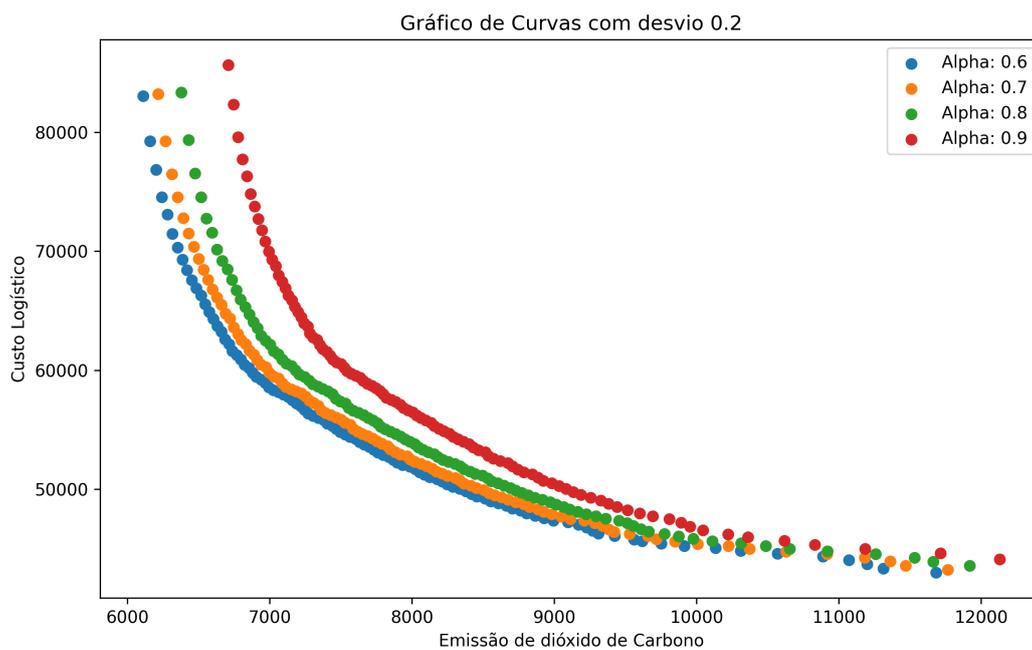
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 16 – Fronteiras de Pareto para #origens e #destinos iguais a 50 e  $\sigma = 0.3$ .

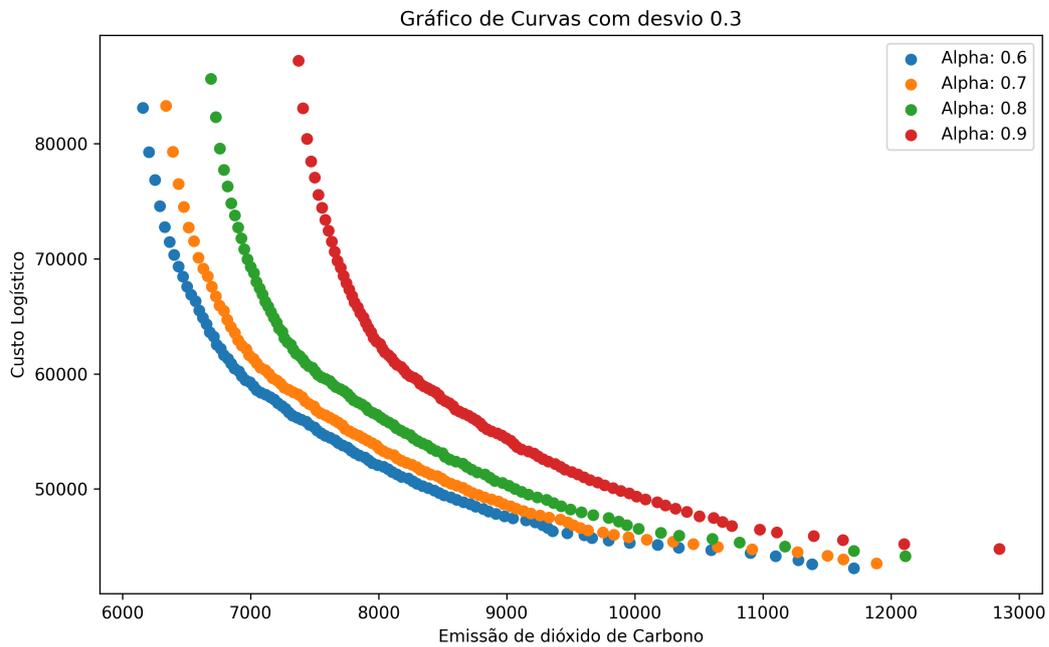
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 17 – Fronteiras de Pareto para #origens e #destinos iguais a 100 e  $\sigma = 0.1$ .

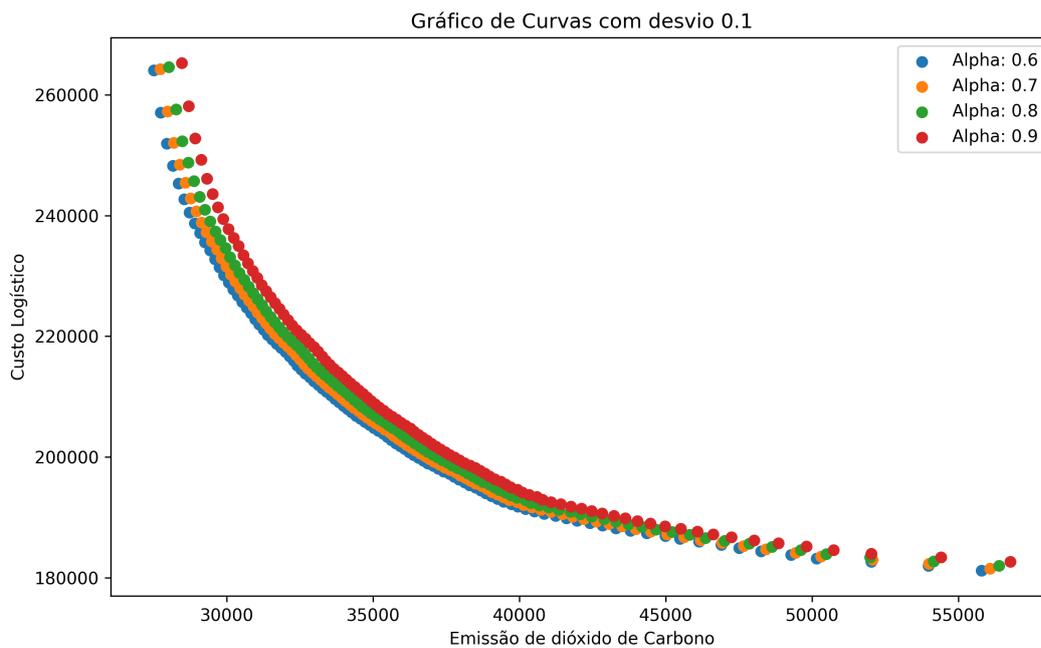
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 18 – Fronteiras de Pareto para #origens e #destinos iguais a 100 e  $\sigma = 0.2$ .

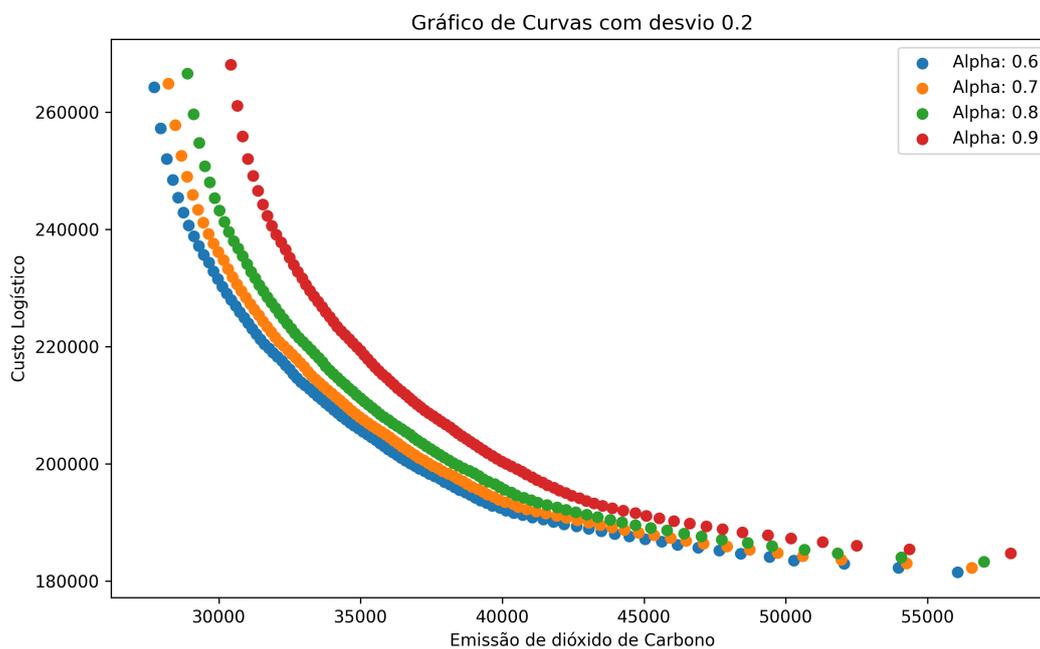
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 19 – Fronteiras de Pareto para #origens e #destinos iguais a 100 e  $\sigma = 0.3$ .

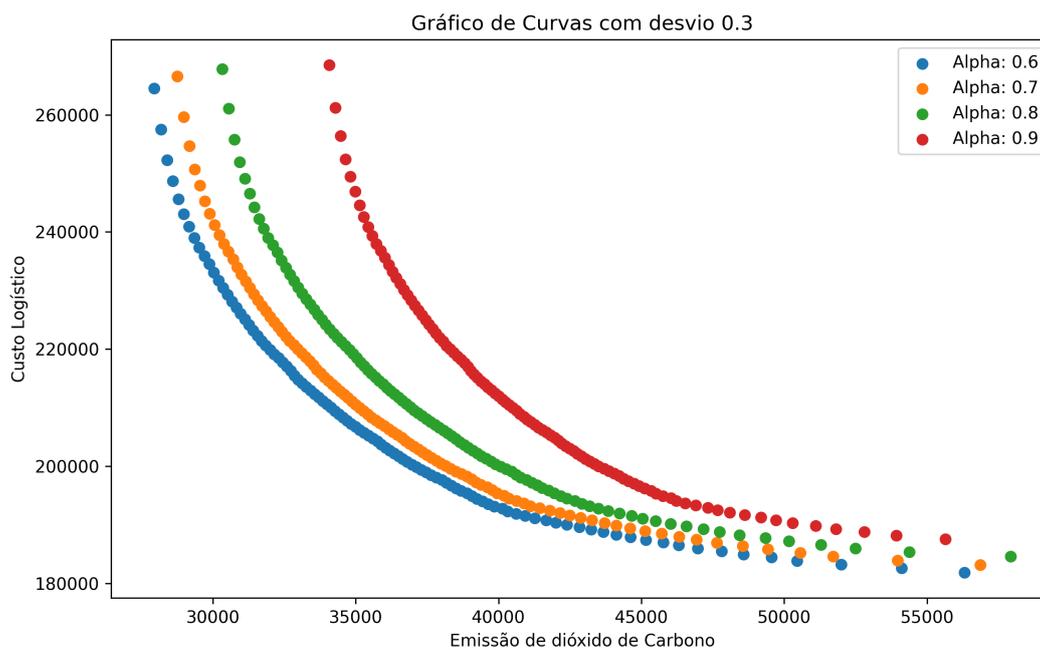
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 20 – Fronteiras de Pareto para #origens e #destinos iguais a 500 e  $\sigma = 0.1$ .

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 21 – Fronteiras de Pareto para #origens e #destinos iguais a 500 e  $\sigma = 0.2$ .

Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 22 – Fronteiras de Pareto para #origens e #destinos iguais a 500 e  $\sigma = 0.3$ .

Fonte: Elaborada pelo autor.

A [Tabela 26](#) expõe os resultados para um conjunto composto por 1000 origens e destinos. A intenção é evidenciar a habilidade do modelo proposto em lidar com instâncias de considerável magnitude, alcançando um tempo médio de resolução inferior a 15 segundos. Este resultado demonstra eficazmente a aplicabilidade da abordagem proposta a problemas de larga escala, evidenciando sua capacidade de lidar com complexidades significativas e volumes de dados substanciais.

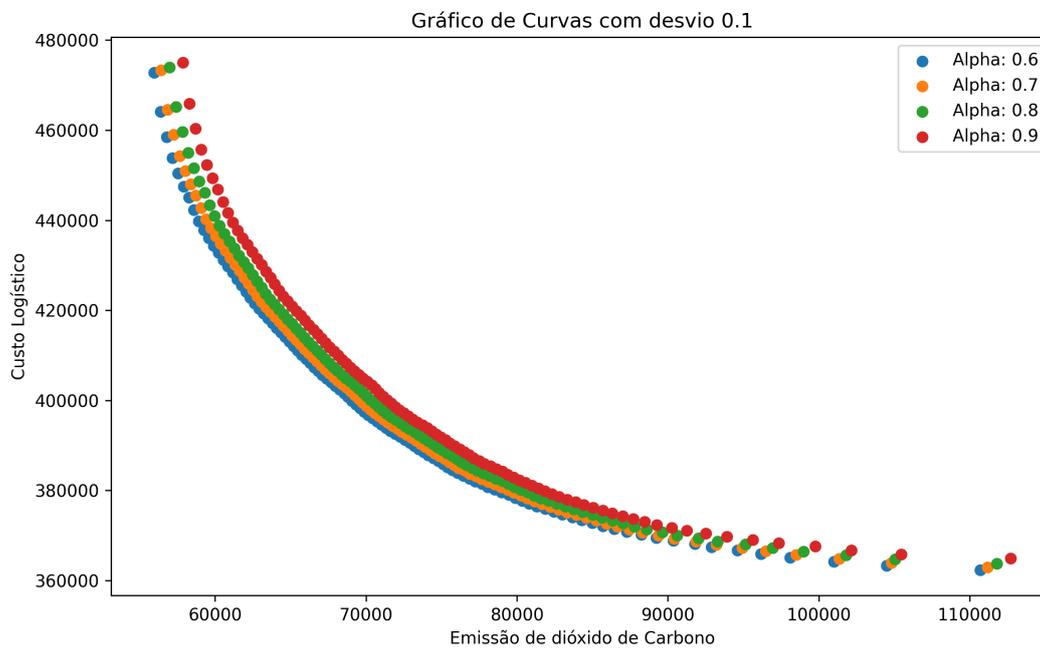
Em sequência, nas [Figura 23](#) - [Figura 25](#), são apresentadas as fronteiras de Pareto para diferentes desvios. Observa-se que à medida que o desvio aumenta, as fronteiras se afastam, evidenciando essa relação.

Tabela 26 – Resultado com as instâncias com 1000 nós de origem e destino.

#origem	#destino	$\sigma$	$\alpha$	$\phi_1$ média	$\phi_2$ média	T (s)	Hypervolume	GD
1000	1000	0.1	60%	7914.42	55595.36	13.09	7825557322.90	1656.569462
1000	1000	0.1	70%	7969.53	55618.63	13.27	7656782089.64	1654.060256
1000	1000	0.1	80%	8036.67	55660.36	13.20	7404843069.91	1638.614401
1000	1000	0.1	90%	8141.65	55723.62	13.31	7142444780.39	1640.008492
1000	1000	0.2	60%	7965.94	55616.32	13.88	8794900052.41	1643.342091
1000	1000	0.2	70%	8084.26	55680.99	13.54	8550694602.02	1650.770217
1000	1000	0.2	80%	8261.02	55827.63	13.73	8065722609.97	1660.313074
1000	1000	0.2	90%	8257.03	58223.13	10.98	7180848041.32	1648.473999
1000	1000	0.3	60%	8018.76	55648.74	12.56	8613902142.18	1639.063931
1000	1000	0.3	70%	8224.51	55803.30	12.16	8017827008.87	1641.672594
1000	1000	0.3	80%	8239.70	58217.71	11.42	7143824936.31	1641.003733
1000	1000	0.3	90%	8891.69	58700.37	11.84	6863959081.70	1494.466544

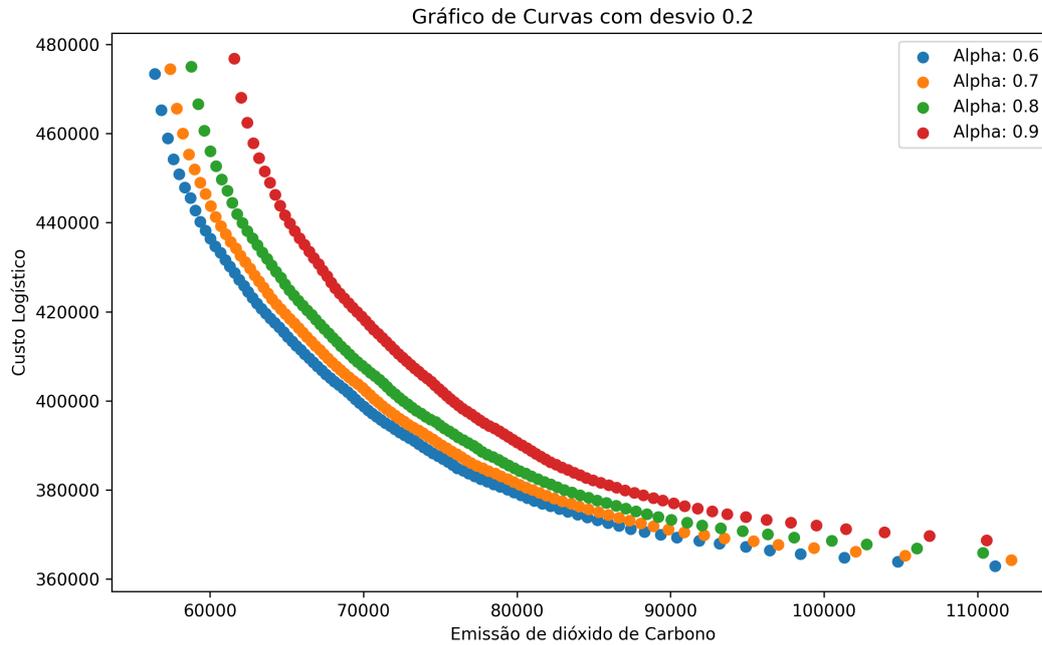
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 23 – Resultados para 1000 origens e 1000 destinos, com cinco níveis de confiabilidade em cada imagem. Consideramos um desvio de 10%.



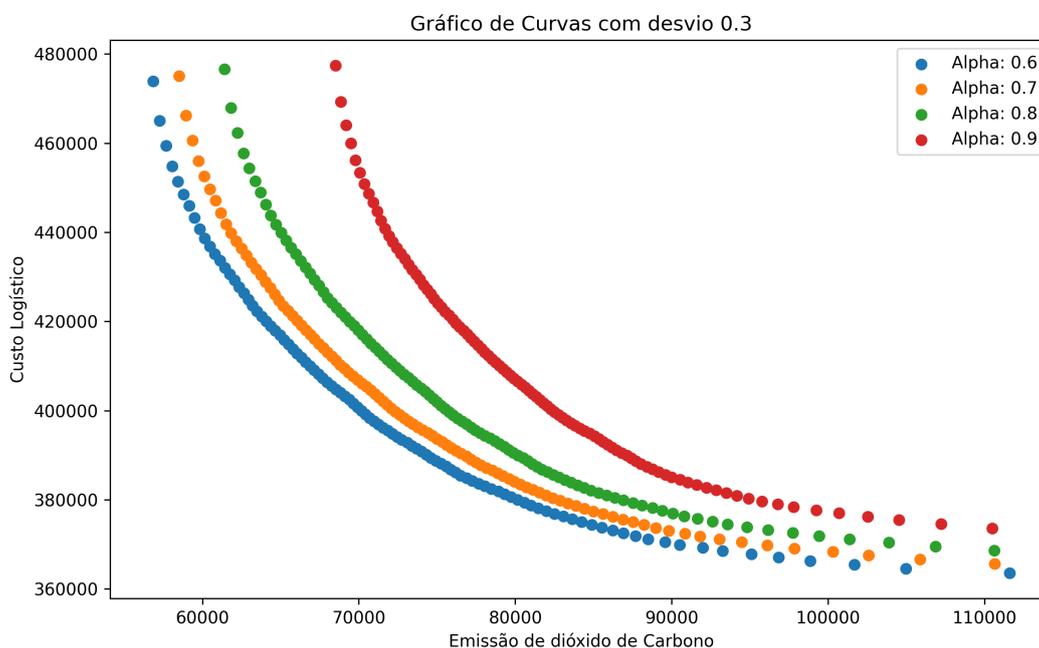
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 24 – Resultados para 1000 origens e 1000 destinos, com cinco níveis de confiabilidade em cada imagem. Consideramos um desvio de 20%.



Fonte: Elaborada pelo autor.

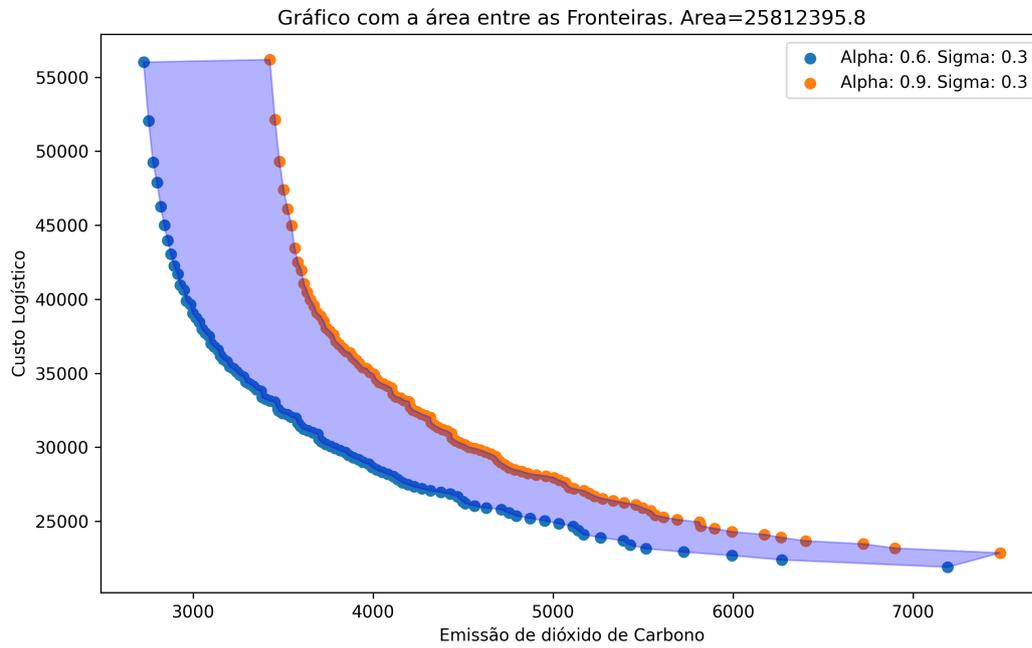
Figura 25 – Resultados para 1000 origens e 1000 destinos, com cinco níveis de confiabilidade em cada imagem. Consideramos um desvio de 30%.



Fonte: Elaborada pelo autor.

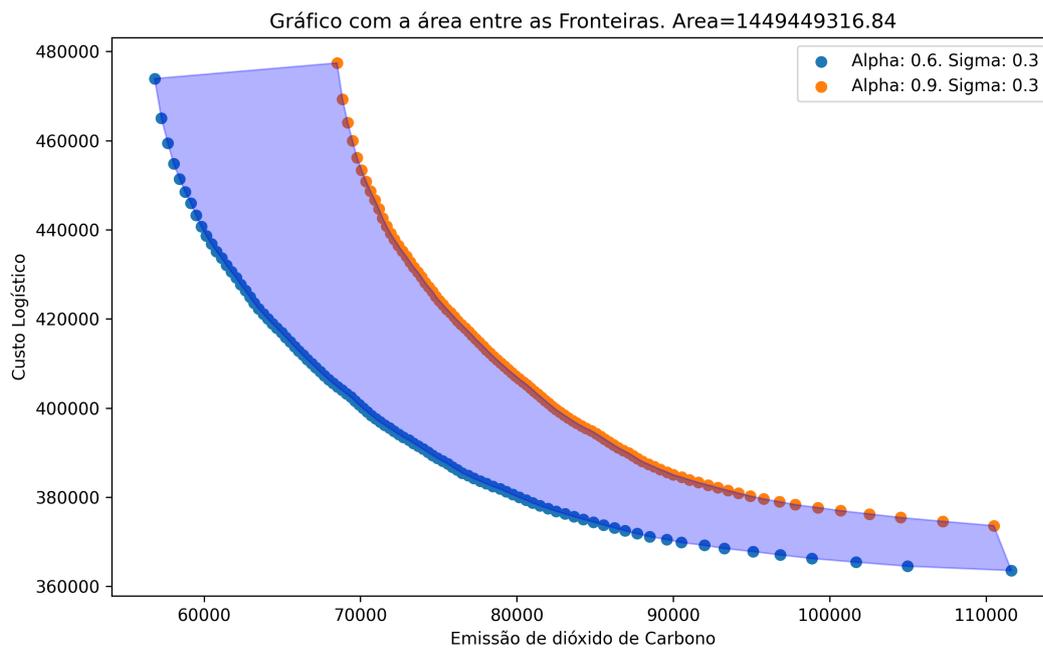
As [Figura 26](#) - [Figura 29](#) mostram a área entre as fronteiras com um desvio de 0.3, para 50 e 100 origens e para para 500 e 1000 origens, respectivamente, destacando a variação nessa área. Os valores correspondentes a essa área são de 25.812.395,80, 55.630.932,87, 547.954.718,61 e 1.449.449.316,83 para 50, 100, 500 e 1000 origens e destinos, respectivamente. É perceptível que a área entre as curvas indica que um aumento na confiabilidade está inversamente relacionado à qualidade da solução. Em outras palavras, quanto maior a confiabilidade, mais conservadora é a solução obtida.

Figura 26 – Área entre as fronteiras de Pareto com desvio de 0.3, para 50 origens.



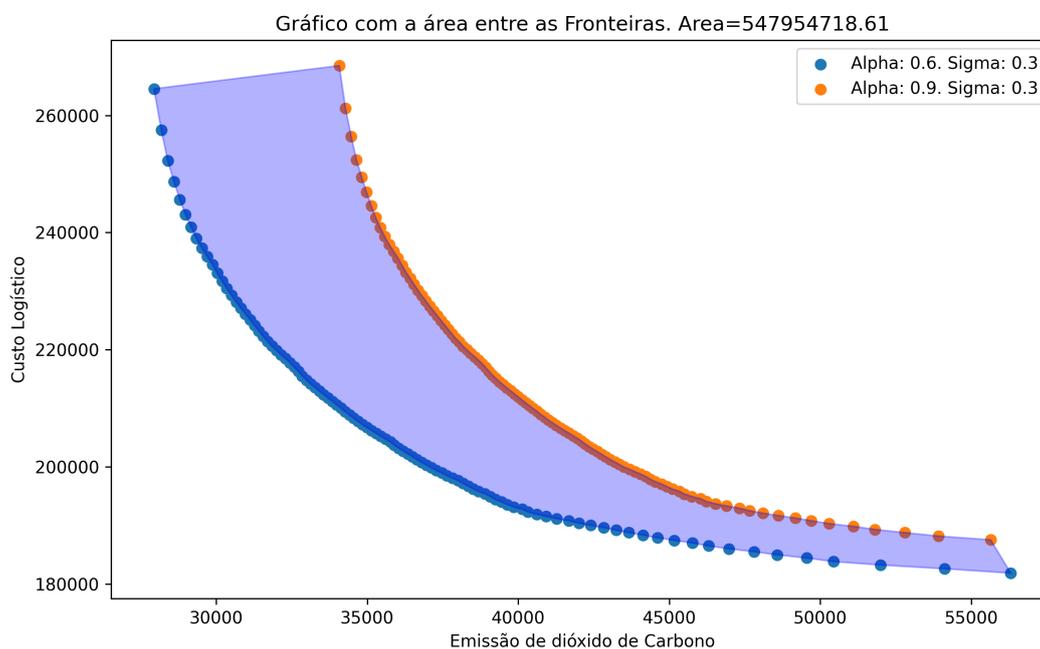
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 27 – Área entre as fronteiras de Pareto com desvio de 0.3, para 100 origens.



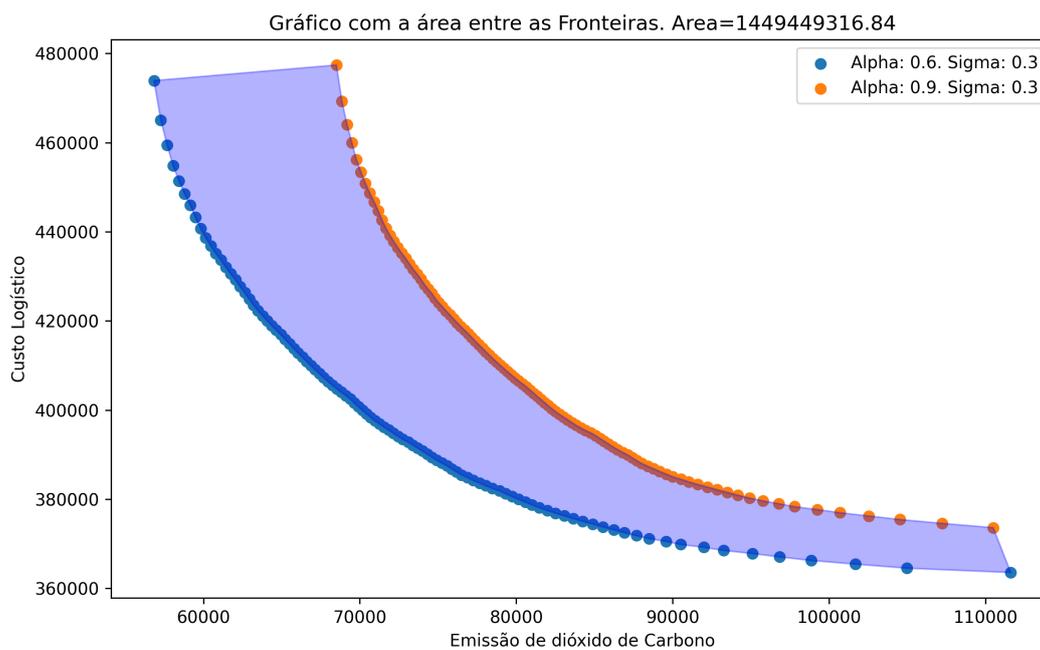
Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 28 – Área entre as fronteiras de Pareto com desvio de 0.3, para 500.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Figura 29 – Área entre as fronteiras de Pareto com desvio de 0.3, para 1000.



Fonte: Elaborada pelo autor.

O Método da Métrica de Tchebycheff aumentado mostra que, enquanto o valor do Hypervolume decresce com o aumento de  $\alpha$ , indicando uma potencial redução na qualidade das soluções do ponto de vista multiobjetivo, a GD não apresenta um padrão claro, provavelmente devido às variações na região factível que afetam as soluções extremas. Além disso, o método parece escalável, lidando de forma eficaz com instâncias de maior tamanho, mantendo tempos de execução razoáveis, conforme evidenciado pelos resultados obtidos nas instâncias de 1000 origens e destinos. Essas observações ressaltam a capacidade do Método de Tchebycheff de equilibrar eficácia e eficiência em cenários com diferentes graus de complexidade e incerteza, mantendo-se eficiente mesmo em problemas de grande escala.

---

## CONCLUSÃO

---

### 6.1 Conclusão e Direções Futuras

Nesta tese de doutorado, investigamos métodos de otimização mono e multiobjetivo aplicados à sustentabilidade ambiental e econômica em contextos logísticos. Aprofundamo-nos em dois problemas de logística distintos: i) o roteamento de estoque e ii) o transporte de carga multimodal.

Ao introduzir o contexto e a relevância da sustentabilidade em problemas de transporte, detalhamos os desafios ambientais atuais e definimos os problemas centrais. A revisão da literatura revela o estado da arte, apresentando formulações matemáticas desenvolvidas para abordagens mono e multiobjetivo em ambos os problemas investigados. No contexto do problema de roteamento de estoque, desenvolvemos uma Equação Explícita Veicular (EEV) para estimar as emissões de  $CO_2$ , validada com mais de 20.000 registros, garantindo um erro médio de menos de 1%, com erro máximo inferior aos métodos conhecidos de Aprendizado de Máquina (*Machine Learning*). Desenvolvemos e testamos modelos de otimização bi-objetivo considerando aspectos ambientais (minimização de  $CO_2$ ) e econômicos (minimização dos custos operacionais) para o IRP com frota heterogênea e para o transporte multimodal de carga sob incerteza. Utilizamos métodos clássicos de otimização multiobjetivo e apresentamos percepções para tomadas de decisão. Esta pesquisa não apenas avança o conhecimento na área de logística sustentável, mas também propõe soluções práticas para desafios contemporâneos, evidenciando o potencial da otimização multiobjetivo na promoção de operações logísticas mais verdes e economicamente viáveis.

Os experimentos computacionais mostram que, enquanto o IRP encontra desafios ao lidar com instâncias de grande porte. O problema de transporte de carga multimodal, com sua natureza baseada em fluxo, não apresenta essa limitação. Para este último problema, conseguimos resolver instâncias envolvendo milhares de nós em questão de segundos e testamos em instâncias de

maior escala. No entanto, uma limitação observada foi a incapacidade do modelo inicial de calcular as emissões de  $CO_2$  de maneira específica para cada veículo, como foi realizada para o IRP. O modelo proposto pode ser modificado para incluir a contagem de veículos de cada modal, com a introdução de novas variáveis, porém, isso pode levar a um aumento considerável no tempo de processamento computacional. Como continuidade desta pesquisa, deve-se investigar essa modificação no problema de transporte, bem como as seguintes investigações futuras:

1. Desenvolver abordagens heurísticas para o GIRP como a matheurística *relax-and-fix*, que aborda o problema em etapas sequenciais, conforme o método proposto por [Joncour et al. \(2023\)](#), bem como a utilizando a técnica de agrupamento de nós baseada em distâncias e a técnica de clusterização K-means;
2. Considerar incertezas no GIRP multiobjetivo;
3. Inserir multimodalidade no GIRP, utilizando os modais já propostos no modelo de transporte;
4. Realizar um estudo de caso prático e avaliar os resultados das abordagens desenvolvidas na tese.

## REFERÊNCIAS

---

---

ABDELMAGUID, T. F.; DESSOUKY, M. M.; ORDÓÑEZ, F. Heuristic approaches for the inventory-routing problem with backlogging. **Computers & Industrial Engineering**, Elsevier, v. 56, n. 4, p. 1519–1534, 2009. Citado na página 38.

ADULYASAK, Y.; CORDEAU, J.-F.; JANS, R. Optimization-based adaptive large neighborhood search for the production routing problem. **Transportation Science**, v. 48, 02 2014. Citado nas páginas 33, 34, 38 e 169.

ALINAGHIAN, M.; TIRKOLAEI, E. B.; DEZAKI, Z. K.; HEJAZI, S. R.; DING, W. An augmented tabu search algorithm for the green inventory-routing problem with time windows. **Swarm and Evolutionary Computation**, v. 60, p. 100802, 2021. ISSN 2210-6502. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2210650220304557>>. Citado nas páginas 52 e 76.

ALMEIDA, C. A. d.; SELEME, R.; NETO, J. C. Rodovia transoceânica: uma alternativa logística para o escoamento das exportações da soja brasileira com destino à china. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, Sociedade Brasileira de Economia e Sociologia Rural, v. 51, n. 2, p. 351–368, Apr 2013. ISSN 0103-2003. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S0103-20032013000200008>>. Citado na página 56.

ALMEIDA, M. S.; AMARAL, M. d.; MORABITO, R. Um estudo sobre localização de terminais intermodais na rede de escoamento da soja brasileira. **Production**, SciELO Brasil, v. 26, p. 562–580, 2016. Citado na página 68.

ALVAREZ, A.; CORDEAU, J.-F.; JANS, R.; MUNARI, P.; MORABITO, R. Formulations, branch-and-cut and a hybrid heuristic algorithm for an inventory routing problem with perishable products. **European Journal of Operational Research**, v. 283, n. 2, p. 511–529, 2020. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221719309269>>. Citado nas páginas 29, 37, 168 e 169.

ALVAREZ, A.; MUNARI, P.; MORABITO, R. Iterated local search and simulated annealing algorithms for the inventory routing problem. **ITOR**, v. 25, p. 1785–1809, 2018. Citado nas páginas 41, 42, 44 e 98.

ALVES, M. J. T. G. **Apoio à Decisão em Problemas de Programação Inteira e Inteira-mista Multiobjetivo: Contribuições Metodológicas**. Tese (Doutorado) — Faculdade de Economia, Universidade de Coimbra, 2004. Citado nas páginas 98 e 175.

AMARAL, M. d.; ALMEIDA, M. S.; MORABITO, R. Um modelo de fluxos e localização de terminais intermodais para escoamento da soja brasileira destinada à exportação. **Gestão & Produção**, Universidade Federal de São Carlos, v. 19, n. 4, p. 717–732, Oct 2012. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/S0104-530X2012000400005>>. Citado nas páginas 59, 60, 61, 66, 67, 116, 118 e 194.

AMBROSINO, D.; SCIOMACHEN, A. Location of mid-range dry ports in multimodal logistic networks. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 108, p. 118–128, 2014. ISSN 1877-0428. Operational Research for Development, Sustainability and Local Economies. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042813054657>>. Citado na página 57.

\_\_\_\_\_. A capacitated hub location problem in freight logistics multimodal networks. **Optimization Letters**, v. 10, p. 875–901, 2016. ISSN 1862-4480. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s11590-016-1022-8>>. Citado na página 57.

\_\_\_\_\_. Investment evaluation in seaports for increasing the rail split modality in multimodal freight networks. In: **2017 IEEE International Conference on Service Operations and Logistics, and Informatics (SOLI)**. [S.l.: s.n.], 2017. p. 181–186. Citado na página 57.

ANDERSSON, H.; HOFF, A.; CHRISTIANSEN, M.; HASLE, G.; LØKKETANGEN, A. Industrial aspects and literature survey: Combined inventory management and routing. **Computers & Operations Research**, v. 37, p. 1515–1536, 09 2010. Citado nas páginas 34, 36 e 37.

ANDRADE, P.; SILVA, I.; SILVA, M.; FLORES, T.; CASSIANO, J.; COSTA, D. G. A tinyml soft-sensor approach for low-cost detection and monitoring of vehicular emissions. **Sensors**, v. 22, n. 10, 2022. ISSN 1424-8220. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1424-8220/22/10/3838>>. Citado nas páginas 76 e 79.

ANGULO, A.; NACHTMANN, H.; WALLER, M. Supply chain information sharing in a vendor managed inventory partnership. **Journal of Business Logistics**, v. 25, p. 101 – 120, 03 2004. Citado na página 27.

APPLEGATE, D.; BIXBY, R.; CHVÁTAL, V.; COOK, W. **Concorde TSP solver**. 2018. Disponível em: <<http://www.math.uwaterloo.ca/tsp/concorde.html>>. Acesso em: 05-06-2020. Citado na página 169.

ARAB, R.; GHADERI, S.; TAVAKKOLI-MOGHADDAM, R. Solving a new multi-objective inventory-routing problem by a non-dominated sorting genetic algorithm. **International Journal of Engineering, Transactions B: Applications**, v. 31, p. 588–596, 04 2018. Citado nas páginas 47 e 48.

ARCHETTI, C.; BERTAZZI, L.; HERTZ, A.; SPERANZA, M. A hybrid heuristic for an inventory routing problem. **INFORMS Journal on Computing**, v. 24, 02 2012. Citado na página 41.

ARCHETTI, C.; BERTAZZI, L.; LAPORTE, G.; SPERANZA, M. A branch-and-cut algorithm for a vendor-managed inventory-routing problem. **Transportation Science**, v. 41, p. 382–391, 08 2007. Citado nas páginas 38, 39, 104, 105 e 169.

ARCHETTI, C.; BIANCHESSI, N.; IRNICH, S.; SPERANZA, M. G. Formulations for an inventory routing problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 21, p. 353–374, 05 2014. Citado nas páginas 38 e 39.

ARCHETTI, C.; BOLAND, N.; SPERANZA, M. G. A matheuristic for the multivehicle inventory routing problem. **INFORMS Journal on Computing**, INFORMS, v. 29, n. 3, p. 377–387, 2017. Citado nas páginas 41 e 42.

ARCHETTI, C.; GUASTAROBA, G.; HUERTA-MUÑOZ, D. L.; SPERANZA, M. G. A kernel search heuristic for the multivehicle inventory routing problem. **International Transactions in Operational Research**, v. 28, n. 6, p. 2984–3013, 2021. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/itor.12945>>. Citado nas páginas 41 e 43.

ARCHETTI, C.; LJUBIĆ, I. Comparison of formulations for the inventory routing problem. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 303, n. 3, p. 997–1008, 2022. Citado na página 37.

ARCHETTI, C.; PEIRANO, L.; SPERANZA, M. G. Optimization in multimodal freight transportation problems: A survey. **European Journal of Operational Research**, v. 299, n. 1, p. 1–20, 2022. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221721006263>>. Citado nas páginas 56, 64 e 116.

ARCHETTI, C.; SPERANZA, M. G. The inventory routing problem: The value of integration. **International Transactions in Operational Research**, 11 2015. Citado na página 35.

ARNOLD, P.; PEETERS, D.; THOMAS, I. Modelling a rail/road intermodal transportation system. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 40, n. 3, p. 255–270, 2004. ISSN 1366-5545. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1366554503000723>>. Citado nas páginas 58, 59, 60, 67, 68 e 116.

ARNOLD, P.; PEETERS, D.; THOMAS, I.; MARCHAND, H. Pour une localisation optimale des centres de transbordement intermodaux entre réseaux de transport: formulation et extensions. **Canadian Geographer/Le Géographe canadien**, Wiley Online Library, v. 45, n. 3, p. 427–436, 2001. Citado na página 58.

ASGHARI, M.; HASHEM, S. M. J. M. A. e. Green vehicle routing problem: A state-of-the-art review. **International Journal of Production Economics**, v. 231, p. 107899, 2021. ISSN 0925-5273. Citado nas páginas 71 e 75.

AVELLA, P.; BOCCIA, M.; WOLSEY, L. A. Single-item reformulations for a vendor managed inventory routing problem: Computational experience with benchmark instances. **Networks**, Wiley Online Library, v. 65, n. 2, p. 129–138, 2015. Citado nas páginas 38 e 39.

\_\_\_\_\_. Single-period cutting planes for inventory routing problems. **Transportation Science**, INFORMS, v. 52, n. 3, p. 497–508, 2018. Citado nas páginas 38, 40 e 168.

AZUMA, R. M.; COELHO, G.; ZUBEN, F. V. Evolutionary multi-objective optimization for the vendor-managed inventory routing problem. In: . [S.l.: s.n.], 2011. p. 1457–1464. Citado nas páginas 47 e 98.

BALAMURUGAN, T.; LK, K.; ARUNKUMAR, N.; SANTHOSH, D. Optimization of inventory routing problem to minimize carbon dioxide emission. **International Journal of Simulation Modelling**, v. 17, p. 42–54, 03 2018. Citado nas páginas 52 e 76.

BARD, J.; NANANUKUL, N. The integrated production–inventory–distribution–routing problem. **Journal of Scheduling**, v. 12, 06 2009. Citado na página 34.

\_\_\_\_\_. A branch-and-price algorithm for an integrated production and inventory routing problem. **Computers & Operations Research**, v. 37, p. 2202–2217, 12 2010. Citado na página 34.

- BARRICO, C.; ANTUNES, C. Robustness analysis in multi-objective optimization using a degree of robustness concept. In: **2006 IEEE International Conference on Evolutionary Computation**. [S.l.: s.n.], 2006. p. 1887–1892. Citado na página 64.
- BARTH, M.; AN, F.; YOUNGLOVE, T.; SCORA, G.; LEVINE, C.; ROSS, M.; WENZEL, T. Comprehensive modal emissions model (cmem). **User's Guide, Version**, v. 3, 2000. Citado na página 72.
- BARTH, M.; BORIBOONSOMSIN, K. Real-world carbon dioxide impacts of traffic congestion. **Transportation research record**, SAGE Publications Sage CA: Los Angeles, CA, v. 2058, n. 1, p. 163–171, 2008. Citado na página 72.
- BARTH, M.; YOUNGLOVE, T.; SCORA, G. Development of a heavy-duty diesel modal emissions and fuel consumption model. 2005. Citado nas páginas 72, 73, 75 e 78.
- BARTHOLOMEU THIAGO GUILHERME PÉRA, J. V. C.-F. D. B. Logística sustentável: avaliação de estratégias de redução das emissões de co2 no transporte rodoviário de cargas. **Journal of Transport Literature**, v. 10, p. 15–19, 2016. Citado na página 80.
- BEKTAS, T.; LAPORTE, G. The pollution-routing problem. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 45, n. 8, p. 1232 – 1250, 2011. ISSN 0191-2615. Supply chain disruption and risk management. Citado na página 75.
- BELL, W. J.; DALBERTO, L. M.; FISHER, M. L.; GREENFIELD, R.; JAIKUMAR, R.; KEDIA, P. Improving the distribution of industrial gases with an on-line computerized routing and scheduling optimizer. **Interfaces**, v. 6, p. 4–23, 12 1983. Citado na página 35.
- BENJAAFAR, S.; LI, Y.; DASKIN, M. Carbon footprint and the management of supply chains: Insights from simple models. **IEEE transactions on automation science and engineering**, IEEE, v. 10, n. 1, p. 99–116, 2012. Citado na página 26.
- BENOIST, T.; GARDI, F.; JEANJEAN, A.; ESTELLON, B. Randomized local search for real-life inventory routing. **Transportation Science**, v. 45, 08 2011. Citado na página 43.
- BERTAZZI, L.; SPERANZA, M.; UKOVICH, W. Exact and heuristic solutions for a shipment problem with given frequencies. **Management Science**, v. 46, p. 973–988, 07 2000. Citado nas páginas 184, 185 e 187.
- BERTAZZI, L.; SPERANZA, M. G. Inventory routing problems: an introduction. **EURO Journal on Transportation and Logistics**, v. 1, n. 4, p. 307–326, Dec 2012. Citado nas páginas 35 e 185.
- \_\_\_\_\_. Inventory routing problems with multiple customers. **EURO Journal on Transportation and Logistics**, v. 2, n. 3, p. 255–275, Aug 2013. Citado na página 35.
- BERTSIMAS, D.; DUNN, J. Optimal classification trees. **Machine Learning**, Springer, v. 106, p. 1039–1082, 2017. Citado na página 87.
- BERTSIMAS, D.; SIM, M. The price of robustness. **Operations Research**, INFORMS, v. 52, n. 2, p. 35–53, 2004. Citado na página 65.

- BILEGAN, I. C.; CRAINIC, T. G.; WANG, Y. Scheduled service network design with revenue management considerations and an intermodal barge transportation illustration. **European Journal of Operational Research**, v. 300, n. 1, p. 164–177, 2022. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221721006275>>. Citado nas páginas 59 e 116.
- BILOTTA, S.; NESI, P. Estimating co2 emissions from iot traffic flow sensors and reconstruction. **Sensors**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 22, n. 9, p. 3382, 2022. Citado nas páginas 70 e 71.
- BOUCHERY, Y.; FRANSOO, J. Cost, carbon emissions and modal shift in intermodal network design decisions. **International Journal of Production Economics**, v. 164, p. 388–399, 2015. ISSN 0925-5273. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S092552731400379X>>. Citado na página 57.
- BOUDIA, M.; PRINS, C. A memetic algorithm with dynamic population management for an integrated production–distribution problem. **European Journal of Operational Research**, v. 195, n. 3, p. 703 – 715, 2009. Citado na página 34.
- BOWMAN, V. J. On the relationship of the tchebycheff norm and the efficient frontier of multiple-criteria objectives. In: THIRIEZ, H.; ZIONTS, S. (Ed.). **Multiple criteria decision making**. [S.l.]: Springer, 1976. p. 76–86. Citado nas páginas 123 e 181.
- BOWYER, D. P.; AKÇELIK, R.; BIGGS, D. **Guide to fuel consumption analyses for urban traffic management**. [S.l.: s.n.], 1985. Citado nas páginas 72 e 73.
- BRANCO, J. E. H.; BARTHOLOMEU, D. B.; JUNIOR, P. N. A.; FILHO, J. V. C. Evaluation of the economic and environmental impacts from the addition of new railways to the brazilian's transportation network: An application of a network equilibrium model. **Transport Policy**, v. 124, p. 61–69, 2022. ISSN 0967-070X. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0967070X20300263>>. Citado nas páginas 56, 76 e 95.
- BRETZKE, W.-R. Sustainable logistics: in search of solutions for a challenging new problem. **Logistics Research**, Springer, v. 3, n. 4, p. 179–189, 2011. Citado na página 165.
- BUCHANAN, J.; GARDINER, L. A comparison of two reference point methods in multiple objective mathematical programming. **European Journal of Operational Research**, v. 149, n. 1, p. 17–34, 2003. ISSN 0377-2217. Citado na página 176.
- CACHON, G. P. Retail store density and the cost of greenhouse gas emissions. **Management Science**, v. 60, n. 8, p. 1907–1925, 2014. Citado nas páginas 76, 77 e 78.
- CADARSO, M. Ángeles; LÓPEZ, L.-A.; GÓMEZ, N.; TOBARRA, M. Ángeles. Co2 emissions of international freight transport and offshoring: Measurement and allocation. **Ecological Economics**, v. 69, n. 8, p. 1682–1694, 2010. ISSN 0921-8009. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0921800910001151>>. Citado na página 95.
- CAIXETA-FILHO, J. V.; PÉRA, T. G. Post-harvest losses during the transportation of grains from farms to aggregation points. **International Journal of Logistics Economics and Globalisation**, Inderscience Publishers (IEL), v. 7, n. 3, p. 209–247, 2018. Citado na página 55.
- CAMPBELL, A. M.; SAVELSBERGH, M. W. P. A decomposition approach for the inventory-routing problem. **Transportation Science**, v. 38, n. 4, p. 488–502, nov. 2004. ISSN 1526-5447. Citado na página 35.

- CANADA, N. R. **Learn the facts: Fuel consumption and CO<sub>2</sub>**. [S.l.], 2014. Citado nas páginas 79, 80 e 169.
- CARVALHO, M. A. d. **Navegação de Cabotagem para o Transporte de Cargas: história, desafios, regulação e futuro**. Dissertação (Monografia) — Escola Superior do Tribunal de Contas da União, Brasília, DF, 2023. Especialização em Controle da Desestatização e da Regulação. Citado na página 96.
- CHANDRA, P.; FISHER, M. L. Coordination of production and distribution planning. **European Journal of Operational Research**, v. 72, n. 3, p. 503 – 517, 1994. Citado na página 34.
- CHANKONG V., H. Y. Y. **Multiobjective Decision Making: Theory and Methodology**. [S.l.]: Elsevier Science, New York, 1983. 406 p. Citado na página 186.
- CHARNES, A.; COOPER, W. W. Chance-constrained programming. **Management Science**, v. 6, p. 73–79, 1959. Citado nas páginas 65, 66 e 121.
- CHENG, C.; YANG, P.; QI, M.; ROUSSEAU, L.-M. Modeling a green inventory routing problem with a heterogeneous fleet. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 97, p. 97 – 112, 2017. Citado nas páginas 52, 76 e 168.
- CHITSAZ, M.; CORDEAU, J.-F.; JANS, R. A unified decomposition matheuristic for assembly, production, and inventory routing. **INFORMS Journal on Computing**, INFORMS, v. 31, n. 1, p. 134–152, 2019. Citado nas páginas 41 e 42.
- CHOO, E. U.; ATKINS, D. R. Proper efficiency in nonconvex multicriteria programming. **Mathematics of Operations Research** 8, v. 8, n. 3, p. 467–470, 1983. Citado na página 102.
- COELHO, L.; CORDEAU, J.-F.; LAPORTE, G. Consistency in multi-vehicle inventory-routing. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 24, p. 270–287, 10 2012. Citado nas páginas 39 e 41.
- \_\_\_\_\_. Thirty years of inventory routing. **Transportation Science**, v. 48, p. 1–19, 01 2013. Citado nas páginas 27, 36, 37, 44 e 98.
- COELHO, L.; LAPORTE, G. Improved solutions for inventory-routing problems through valid inequalities and input ordering. **International Journal of Production Economics**, v. 155, 01 2014. Citado nas páginas 38 e 39.
- COELHO, L. C.; LAPORTE, G. A branch-and-cut algorithm for the multi-product multi-vehicle inventory-routing problem. **International Journal of Production Research**, Taylor & Francis, v. 51, n. 23-24, p. 7156–7169, 2013. Citado nas páginas 38 e 39.
- \_\_\_\_\_. The exact solution of several classes of inventory-routing problems. **Computers & Operations Research**, Elsevier, v. 40, n. 2, p. 558–565, 2013. Citado nas páginas 38, 39 e 40.
- COHON, J. L. **Multiobjective programming and planning**. [S.l.]: Academic Press New York, 1978. 333 p. p. ISBN 0121783502. Citado na página 48.
- COHON, J. L.; CHURCH, R. L.; SHEER, D. Generating multiobjective trade-offs: An algorithm for bicriterion problems. **Water Resources Research - WATER RESOUR RES**, v. 15, p. 1001–1010, 10 1979. Citado na página 48.

COLLETTE, Y.; SIARRY, P. **Multiobjective Optimization: Principles and Case Studies**. [S.l.]: Berlin: Springer, 2004. v. 1. Citado nas páginas 177, 178 e 179.

CORDEAU, J.-F.; LAGANÀ, D.; MUSMANNO, R.; VOCATURO, F. A decomposition-based heuristic for the multiple-product inventory-routing problem. **Computers & Operations Research**, v. 55, p. 153–166, 03 2015. Citado na página 38.

COSTA, D. G. Visual sensors hardware platforms: A review. **IEEE Sensors Journal**, v. 20, n. 8, p. 4025–4033, 2020. Citado na página 70.

CRAINIC, T. G. Service network design in freight transportation. **European Journal of Operational Research**, v. 122, n. 2, p. 272–288, 2000. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221799002337>>. Citado nas páginas 57 e 58.

\_\_\_\_\_. Long-haul freight transportation. In: **Handbook of transportation science**. [S.l.]: Springer, 2003. p. 451–516. Citado na página 53.

CRAINIC, T. G.; GENDRON, B.; Akhavan Kazemzadeh, M. R. A taxonomy of multilayer network design and a survey of transportation and telecommunication applications. **European Journal of Operational Research**, v. 303, n. 1, p. 1–13, 2022. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221721010821>>. Citado nas páginas 59 e 116.

DEB, K. **Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms**. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 2001. Citado na página 110.

DEB, K.; GUPTA, H. Introducing robustness in multi-objective optimization. **Evolutionary Computation**, v. 14, n. 4, p. 463–494, 2006. Citado na página 65.

DEB, K.; PRATAP, A.; AGARWAL, S.; MEYARIVAN, T. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 6, n. 2, p. 182–197, 2002. Citado na página 47.

DEKKER, R.; BLOEMHOF, J.; MALLIDIS, I. Operations research for green logistics—an overview of aspects, issues, contributions and challenges. **European journal of operational research**, Elsevier, v. 219, n. 3, p. 671–679, 2012. Citado na página 26.

DEMIR, E.; BEKTAS, T.; LAPORTE, G. An adaptive large neighborhood search heuristic for the pollution-routing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 223, n. 2, p. 346 – 359, 2012. Citado na página 75.

\_\_\_\_\_. A review of recent research on green road freight transportation. **European Journal of Operational Research**, v. 237, n. 3, p. 775–793, 2014. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221713010175>>. Citado na página 75.

DEMIR, E.; BEKTAŞ, T.; LAPORTE, G. A comparative analysis of several vehicle emission models for road freight transportation. **Transportation Research Part D: Transport and Environment**, v. 16, n. 5, p. 347–357, 2011. ISSN 1361-9209. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S136192091100023X>>. Citado na página 72.

DESAULNIERS, G.; RAKKE, J.; COELHO, L. A branch-price-and-cut algorithm for the inventory-routing problem. **Transportation Science**, v. 50, 10 2016. Citado nas páginas 38 e 40.

- DROR, M.; BALL, M. Inventory/routing: Reduction from an annual to a short-period problem. **Naval Research Logistics**, John Wiley and Sons Inc., v. 34, n. 6, p. 891–905, 12 1987. Citado na página 35.
- DROR, M.; BALL, M.; GOLDEN, B. A computational comparison of algorithms for the inventory routing problem. **Annals of Operations Research**, v. 4, n. 1, p. 1–23, Dec 1985. ISSN 1572-9338. Citado na página 35.
- EHRGOTT, M. **Multicriteria optimization**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2005. v. 491. Citado na página 175.
- EIA, U. Transportation sector energy consumption. In: \_\_\_\_\_. **International Energy Outlook 2020**. USA: U.S. Energy Information Administration, 2020. p. 127–137. Citado na página 26.
- EMMERICH, M.; BEUME, N.; NAUJOKS, B. An emo algorithm using the hypervolume measure as selection criterion. In: COELLO, C. A. C.; AGUIRRE, A. H.; ZITZLER, E. (Ed.). **Evolutionary Multi-Criterion Optimization**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2005. p. 62–76. Citado na página 47.
- EMMERICH, M. T. M.; DEUTZ, A. H. A tutorial on multiobjective optimization: fundamentals and evolutionary methods. **Natural Computing**, v. 17, p. 585–609, 2018. Citado nas páginas 97 e 176.
- ENAYATIFAR, R.; YOUSEFI, M.; ABDULLAH, A. H.; DARUS, A. N. Moica: A novel multi-objective approach based on imperialist competitive algorithm. **Applied Mathematics and Computation**, v. 219, n. 17, p. 8829 – 8841, 2013. Citado na página 49.
- EPA, U. Technical overview of volatile organic compounds. In: . [S.l.: s.n.], 2021. Citado na página 69.
- EUROSTAT. Freight transport statistics - modal split. **Statistics Explained**, 2021. Acessado em 10 de outubro de 2023. Disponível em: <[https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Freight\\_transport\\_statistics\\_-\\_modal\\_split](https://ec.europa.eu/eurostat/statistics-explained/index.php/Freight_transport_statistics_-_modal_split)>. Citado na página 54.
- FACELI, K.; LORENA, A. C.; GAMA, J.; CARVALHO, A. C. P. d. L. F. d. Inteligência artificial: uma abordagem de aprendizado de máquina. LTC, 2011. Citado na página 83.
- FATORETTO, S. L. R.; OLIVEIRA, A. L. R. de. A eficiência logística das rotas de exportação de soja: um indicador baseado na análise envoltória de dados (dea). **Agrarian**, v. 12, n. 45, p. 383–398, 2019. Citado na página 56.
- FEDERGRUEN, A.; TZUR, M. Time-partitioning heuristics: Application to one warehouse, multiitem, multiretailer lot-sizing problems. **Naval Research Logistics - NAV RES LOG**, v. 46, p. 463–486, 08 1999. Citado na página 34.
- FERREIRA, K. M.; de Queiroz, T. A.; TOLEDO, F. M. B. An exact approach for the green vehicle routing problem with two-dimensional loading constraints and split delivery. **Computers & Operations Research**, v. 136, p. 105452, 2021. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054821002045>>. Citado na página 76.
- FILHO, A. A. **vas Extensões de Técnicas de Escalarizações no Problema de Corte Unidimensional Inteiro Multiobjetivo**. Tese (Doutorado) — Universidade Estadual de Campinas, IMECC, Campinas, 2016. Citado nas páginas 109 e 182.

FILHO, A. A. **Introdução à Otimização Multiobjetivo: Aspectos Teóricos e Computacionais Focando nos Métodos Exatos**. 2022. Minicurso de Difusão – ICMC/USP. Slides disponíveis em: <[http://paginapessoal.utfpr.edu.br/angeloaliano/curso-de-otimizacao-multiobjetivo/SBPO\\_parte\\_2.pdf/view](http://paginapessoal.utfpr.edu.br/angeloaliano/curso-de-otimizacao-multiobjetivo/SBPO_parte_2.pdf/view)>. Citado na página 183.

FLORES, T.; SILVA, M.; ANDRADE, P.; SILVA, J.; SILVA, I.; SISINNI, E.; FERRARI, P.; RINALDI, S. A tinyml soft-sensor for the internet of intelligent vehicles. In: IEEE. **2022 IEEE International Workshop on Metrology for Automotive (MetroAutomotive)**. [S.l.], 2022. p. 18–23. Citado nas páginas 70 e 71.

FOTUHI, F.; HUYNH, N. A reliable multi-period intermodal freight network expansion problem. **Computers & Industrial Engineering**, v. 115, p. 138–150, 2018. ISSN 0360-8352. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835217305284>>. Citado nas páginas 58 e 116.

FRANCO, C.; LÓPEZ-SANTANA, E. R.; MÉNDEZ-GIRALDO, G. A column generation approach for solving a green bi-objective inventory routing problem. In: GÓMEZ, M. Montes y; ESCALANTE, H. J.; SEGURA, A.; MURILLO, J. d. D. (Ed.). **Advances in Artificial Intelligence - IBERAMIA 2016**. Cham: Springer International Publishing, 2016. p. 101–112. Citado nas páginas 47, 48, 50 e 52.

FRIEDLINGSTEIN, P.; O’SULLIVAN, M.; JONES, M. W.; ANDREW, R. M.; GREGOR, L.; HAUCK, J.; QUÉRÉ, C. L.; LUIJKX, I. T.; OLSEN, A.; PETERS, G. P.; PETERS, W.; PONGRATZ, J.; SCHWINGSHACKL, C.; SITCH, S.; CANADELL, J. G.; CIAIS, P.; JACKSON, R. B.; ALIN, S. R.; ALKAMA, R.; ARNETH, A.; ARORA, V. K.; BATES, N. R.; BECKER, M.; BELLOUIN, N.; BITTIG, H. C.; BOPP, L.; CHEVALLIER, F.; CHINI, L. P.; CRONIN, M.; EVANS, W.; FALK, S.; FEELY, R. A.; GASSER, T.; GEHLEN, M.; GKRIKZALIS, T.; GLOEGE, L.; GRASSI, G.; GRUBER, N.; GÜRSES, O.; HARRIS, I.; HEFNER, M.; HOUGHTON, R. A.; HURTT, G. C.; IIDA, Y.; ILYINA, T.; JAIN, A. K.; JERSILD, A.; KADONO, K.; KATO, E.; KENNEDY, D.; GOLDEWIJK, K. K.; KNAUER, J.; KORSBAKKEN, J. I.; LANDSCHÜTZER, P.; LEFÈVRE, N.; LINDSAY, K.; LIU, J.; LIU, Z.; MARLAND, G.; MAYOT, N.; MCGRATH, M. J.; METZL, N.; MONACCI, N. M.; MUNRO, D. R.; NAKAOKA, S.-I.; NIWA, Y.; O’BRIEN, K.; ONO, T.; PALMER, P. I.; PAN, N.; PIERROT, D.; POCOCK, K.; POULTER, B.; RESPLANDY, L.; ROBERTSON, E.; RÖDENBECK, C.; RODRIGUEZ, C.; ROSAN, T. M.; SCHWINGER, J.; SÉFÉRIAN, R.; SHUTLER, J. D.; SKJELVAN, I.; STEINHOFF, T.; SUN, Q.; SUTTON, A. J.; SWEENEY, C.; TAKAO, S.; TANHUA, T.; TANS, P. P.; TIAN, X.; TIAN, H.; TILBROOK, B.; TSUJINO, H.; TUBIELLO, F.; WERF, G. R. van der; WALKER, A. P.; WANNINKHOF, R.; WHITEHEAD, C.; WRANNE, A. W.; WRIGHT, R.; YUAN, W.; YUE, C.; YUE, X.; ZAEHLE, S.; ZENG, J.; ZHENG, B. Global carbon budget 2022. **Earth System Science Data**, v. 14, n. 11, p. 4811–4900, 2022. Disponível em: <<https://essd.copernicus.org/articles/14/4811/2022/>>. Citado nas páginas 24 e 25.

FUMERO, F.; VERCELLIS, C. Synchronized development of production, inventory, and distribution schedules. **Transportation Science**, v. 33, p. 330–340, 08 1999. Citado na página 34.

GARDINER, L. R.; STEUER, R. E. Unified interactive multiple objective programming. **European Journal of Operational Research**, v. 74, n. 3, p. 391–406, 1994. ISSN 0377-2217. Citado na página 176.

GE, M.; FRIEDRICH, J.; VIGNA, L. 4 charts explain greenhouse gas emissions by countries and sectors. In: . [S.l.]: World Resources Institute, 2020. Citado na página 69.

- GEIGER, M. J.; SEVAUX, M. The biobjective inventory routing problem – problem solution and decision support. In: PAHL, J.; REINERS, T.; VOSS, S. (Ed.). **Network Optimization**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2011. p. 365–378. Citado na página 187.
- GHIANI, G.; LAPORTE, G.; MUSMANNO, R. **Introduction to logistics systems planning and control**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004. Citado na página 53.
- GOODARZIAN, F.; KUMAR, V.; GHASEMI, P. Investigating a citrus fruit supply chain network considering co2 emissions using meta-heuristic algorithms. **Annals of Operations Research**, 2022. Citado nas páginas 76 e 78.
- GUIMARÃES, V. d. A. Localização-alocação de centros de integração logística considerando critérios econômicos e ambientais. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2019. Citado na página 68.
- GUIMARÃES, V. de A.; RIBEIRO, G. M.; FORTE, V. L. do; LUCENA, A. A location-allocation model for logistics integration centers. **International Journal of Transport Economics**, Academia Editoriale, v. 44, n. 2, p. 273–292, 2017. ISSN 03035247, 17242185. Disponível em: <<http://www.jstor.org/stable/26504080>>. Citado na página 56.
- GÜNAY, E. E.; Okudan Kremer, G. E.; ZARINDAST, A. A multi-objective robust possibilistic programming approach to sustainable public transportation network design. **Fuzzy Sets and Systems**, v. 422, p. 106–129, 2021. ISSN 0165-0114. Decision and Optimization. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0165011420303444>>. Citado nas páginas 64, 65, 67 e 120.
- HAIMES, Y. On a bicriterion formulation of the problems of integrated system identification and system optimization. **IEEE transactions on systems, man, and cybernetics**, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), n. 3, p. 296–297, 1971. Citado nas páginas 102 e 181.
- HALL, R. W. Determining vehicle dispatch frequency when shipping frequency differs among suppliers. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 19, n. 5, p. 421 – 431, 1984. Citado na página 184.
- HASTIE, T.; TIBSHIRANI, R.; FRIEDMAN, J. **The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction**. 2. ed. Springer Series in Statistics, 2009. ISBN 978-0-387-84857-0. Disponível em: <<https://www.springer.com/gp/book/9780387848570>>. Citado nas páginas 87 e 88.
- HICKMAN, J.; HASSEL, D.; JOUMARD, R.; SAMARAS, Z.; SORENSON, S. Methodology for calculating transport emissions and energy consumption. 1999. Citado na página 73.
- HUNG, W.-T.; TONG, H.-Y.; CHEUNG, C.-S. A modal approach to vehicular emissions and fuel consumption model development. **Journal of the Air & Waste Management Association**, Taylor & Francis, v. 55, n. 10, p. 1431–1440, 2005. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/10473289.2005.10464747>>. Citado na página 76.
- IBM. **What is supervised learning?** 2020. <<https://www.ibm.com/topics/supervised-learning>>. Acessado: 10-01-2023. Citado na página 83.
- IEA. Transport: Improving the sustainability of passenger and freight transport. acess. 2020. Disponível em: <<https://www.iea.org/topics/transport>>. Acesso em: 05/01/2023. Citado na página 26.

INFRAS. **Workbook on Emission Factors for Road Transport: Explanatory Notes**. Bern, 1995. Citado na página 73.

ISHFAQ, R.; SOX, C. R. Design of intermodal logistics networks with hub delays. **European Journal of Operational Research**, v. 220, n. 3, p. 629–641, 2012. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221712002032>>. Citado na página 57.

JACKSON, P. L.; MAXWELL, W. L.; MUCKSTADT, J. A. Determining optimal reorder intervals in capacitated production-distribution systems. **Management Science**, INFORMS, v. 34, n. 8, p. 938–958, 1988. Citado na página 184.

JEMAI, J.; ZEKRI, M.; MELLOULI, K. An nsga-ii algorithm for the green vehicle routing problem. In: HAO, J.-K.; MIDDENDORF, M. (Ed.). **Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012. p. 37–48. Citado na página 165.

JIMENEZ, J. L.; VALIDO, J.; MOLDEN, N. The drivers behind differences between official and actual vehicle efficiency and co2 emissions. In: . [s.n.], 2019. v. 67, p. 628–641. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1361920918305972>>. Citado na página 83.

JIN, Y.; MURIEL, A. Single-warehouse multi-retailer inventory systems with full truckload shipments. **Naval Research Logistics (NRL)**, v. 56, n. 5, p. 450–464, 2009. Citado na página 34.

JONCOUR, C.; KRITTER, J.; MICHEL, S.; SCHEPLER, X. Generalized relax-and-fix heuristic. **Computers & Operations Research**, v. 149, p. 106038, 2023. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054822002684>>. Citado na página 144.

KARIMI, B.; BASHIRI, M. Designing a multi-commodity multimodal splittable supply chain network by logistic hubs for intelligent manufacturing. **Procedia Manufacturing**, v. 17, p. 1058–1064, 2018. ISSN 2351-9789. 28th International Conference on Flexible Automation and Intelligent Manufacturing (FAIM2018), June 11-14, 2018, Columbus, OH, USA Global Integration of Intelligent Manufacturing and Smart Industry for Good of Humanity. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2351978918311971>>. Citado na página 57.

KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. In: . [S.l.: s.n.], 1995. v. 4, p. 1942–1948. Citado na página 49.

KIENZLE, J.; CRAINIC, T.; FREJINGER, E.; BISAILLON, S. **The intermodal railroad blocking & railcar fleet management planning problem**. [S.l.], 2021. Citado nas páginas 59 e 116.

KOLTAI, T.; TATAY, V. A practical approach to sensitivity analysis in linear programming under degeneracy for management decision making. **International Journal of Production Economics**, v. 131, n. 1, p. 392–398, 2011. ISSN 0925-5273. Innsbruck 2008. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925527310001702>>. Citado na página 64.

KOç Çağrı; BEKTAS, T.; JABALI, O.; LAPORTE, G. The fleet size and mix pollution-routing problem. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 70, p. 239 – 254, 2014. ISSN 0191-2615. Citado na página 76.

- KUO, Y. Using simulated annealing to minimize fuel consumption for the time-dependent vehicle routing problem. **Computers & Industrial Engineering**, Elsevier, v. 59, n. 1, p. 157–165, 2010. Citado na página 71.
- LAAZIZ, E. H.; SBIHI, N. A service network design model for an intermodal rail-road freight forwarder. **International Journal of Logistics Systems and Management**, v. 32, n. 3-4, p. 465 – 482, 2019. Disponível em: <<https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=2-s2.0-85063087148&doi=10.1504%2fIJLSM.2019.098328&partnerID=40&md5=1d7961d69a0d2ea8b9dd8e4fc22da812>>. Citado nas páginas 58 e 67.
- LAURIDO, J. J. d. V.; FEITOSA, E. L. Segurança em mobile crowd sensing. **Sociedade Brasileira de Computação**, 2015. Citado na página 70.
- LEE, H.; SEUNGJIN, W. The whose, where and how of inventory control design. **Supply Chain Management Review**, v. 12, p. 22–29, 01 2008. Citado na página 27.
- LEHMANN, A.; GROSS, A. Towards vehicle emission estimation from smartphone sensors. In: **2017 18th IEEE International Conference on Mobile Data Management (MDM)**. [S.l.: s.n.], 2017. p. 154–163. Citado na página 70.
- LEI, L.; LIU, S.; RUSZCZYNSKI, A.; PARK, S. On the integrated production, inventory, and distribution routing problem. **IIE Transactions**, Taylor & Francis, v. 38, n. 11, p. 955–970, 2006. Citado na página 34.
- LIMBOURG, S.; JOURQUIN, B. Optimal rail-road container terminal locations on the european network. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 45, n. 4, p. 551–563, 2009. ISSN 1366-5545. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S136655450800149X>>. Citado na página 57.
- LIN, C.-C.; CHIANG, Y.-I.; LIN, S.-W. Efficient model and heuristic for the intermodal terminal location problem. **Computers & Operations Research**, v. 51, p. 41–51, 2014. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054814001336>>. Citado nas páginas 57 e 58.
- LIN, C.-C.; LIN, S.-W. Two-stage approach to the intermodal terminal location problem. **Computers & Operations Research**, v. 67, p. 113–119, 2016. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054815002300>>. Citado na página 58.
- LIU, G.-S.; LIN, K.-P. A decision support system of green inventory-routing problem. **Industrial Management & Data Systems**, 08 2018. Citado na página 76.
- LOPES, H.; LIMA, R.; LEAL, F. Simulation project for logistics of brazilian soybean exportation. **International Journal of Simulation Modelling**, v. 19, p. 571–582, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.2507/IJSIMM19-4-529>>. Citado na página 95.
- LOPES, H.; LIMA, R.; LEAL, F.; NELSON, A. Scenario analysis of brazilian soybean exports via discrete event simulation applied to soybean transportation: The case of mato grosso state. **Research in Transportation Business & Management**, v. 25, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.rtbm.2017.09.002>>. Citado nas páginas 17, 95 e 96.
- MACHARIS, C.; BONTEKONING, Y. Opportunities for or in intermodal freight transport research: A review. **European Journal of Operational Research**, v. 153, n. 2, p. 400 – 416, 2004. ISSN 0377-2217. Management of the Future MCDA: Dynamic and Ethical Contributions. Citado na página 56.

MAHESH, B. Machine learning algorithms-a review. **International Journal of Science and Research (IJSR)**. [Internet], v. 9, p. 381–386, 2020. Citado na página 82.

MANFRINATO, W.; VIDAL, E.; BRANCALION, P. **Como Compensar Suas Emissões no Transporte do Dia a Dia**. 2018. <[https://esalqlastrop.com.br/capa.asp?pi=calculadora\\_emissoes](https://esalqlastrop.com.br/capa.asp?pi=calculadora_emissoes)>. Acessado: 2019-01-02. Citado na página 80.

MANOUSAKIS, E.; REPOUSSIS, P.; ZACHARIADIS, E.; TARANTILIS, C. Improved branch-and-cut for the inventory routing problem based on a two-commodity flow formulation. **European Journal of Operational Research**, Elsevier, v. 290, n. 3, p. 870–885, 2021. Citado nas páginas 38, 40 e 168.

MARTINS, F. F. Cabotagem como alternativa no transporte doméstico de cargas: uma avaliação hierárquica de seus entraves. 2012. Citado na página 55.

MAVROTAS, G. Effective implementation of the e-constraint method in multi-objective mathematical programming problems. **Applied Mathematics and Computation**, v. 213, n. 2, p. 455–465, 2009. ISSN 0096-3003. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0096300309002574>>. Citado na página 102.

MAXWELL, W. L.; MUCKSTADT, J. A. Establishing consistent and realistic reorder intervals in production-distribution systems. **Operations Research**, v. 33, n. 6, p. 1316–1341, 1985. Citado na página 184.

MCKINNON, A.; PIECYK, M. **Measuring and Managing CO2 Emissions of European Chemical Transport**. [S.l.], 2010. Disponível em: <[https://cefic.org/app/uploads/2018/12/MeasuringAndManagingCO2EmissionOfEuropeanTransport-McKinnon-24.01.2011-REPORT\\_TRANSPORT\\_AND\\_LOGISTICS.pdf](https://cefic.org/app/uploads/2018/12/MeasuringAndManagingCO2EmissionOfEuropeanTransport-McKinnon-24.01.2011-REPORT_TRANSPORT_AND_LOGISTICS.pdf)>. Citado nas páginas 94 e 95.

MELLO, R. F.; PONTI, M. A. **Machine Learning: A Practical Approach on the Statistical Learning Theory**. Springer International Publishing, 2018. ISBN 9783319949895. Disponível em: <<https://iucat.iu.edu/catalog/17468124>>. Citado na página 83.

MICHELI, G. J.; MANTELLA, F. Modelling an environmentally-extended inventory routing problem with demand uncertainty and a heterogeneous fleet under carbon control policies. **International Journal of Production Economics**, v. 204, p. 316 – 327, 2018. Citado na página 76.

MIETTINEN, K. **Nonlinear Multiobjective Optimization**. [S.l.]: New York: Springer, 1998. v. 1. Citado nas páginas 122 e 179.

\_\_\_\_\_. Introduction to multiobjective optimization: Noninteractive approaches. In: \_\_\_\_\_. **Multiobjective Optimization: Interactive and Evolutionary Approaches**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2008. p. 1–26. Citado na página 186.

MILLER, L. B.; WAGNER, H. Chance-constrained programming with joint constraints. **Operations Research**, v. 13, p. 930–945, 1965. Citado na página 65.

MISNI, F.; LEE, L.; JAINI, N. Multi-objective hybrid harmony search-simulated annealing for location-inventory-routing problem in supply chain network design of reverse logistics with co2 emission. In: IOP PUBLISHING. **Journal of Physics: Conference Series**. [S.l.], 2021. v. 1988, n. 1, p. 012054. Citado na página 49.

- MORAIS, G. R. de; CALIL, Y. C. D.; OLIVEIRA, G. F. de; SALDANHA, R. R.; MAIA, C. A. A sustainable location model of transshipment terminals applied to the expansion strategies of the soybean intermodal transport network in the state of mato grosso, brazil. **Sustainability**, MDPI, v. 15, n. 2, p. 1063, 2023. Citado na página 68.
- MORAIS, G. R. de *et al.* **Contribuição de um modelo sustentável de otimização e de simulação em rede petri p-temporizada nas estratégias de expansão da rede intermodal de transporte de soja do estado do Mato Grosso**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Minas Gerais, 2023. Citado nas páginas 55 e 120.
- MOSTAFAEIPOUR, A.; BIDOKHTI, A.; FAKHRZAD, M.-B.; SADEGHEIH, A.; Zare Mehrjerdi, Y. A new model for the use of renewable electricity to reduce carbon dioxide emissions. **Energy**, v. 238, p. 121602, 2022. ISSN 0360-5442. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360544221018508>>. Citado na página 23.
- MUCKSTADT, J. A.; ROUNDY, R. O. Chapter 2 analysis of multistage production systems. In: **Logistics of Production and Inventory**. [S.l.]: Elsevier, 1993, (Handbooks in Operations Research and Management Science, v. 4). p. 59 – 131. Citado na página 184.
- MUNDIM, A. A. S.; SANTOS, M. O.; MORABITO, R. A bi-objective mixed integer model for the single link inventory routing problem using the e-constraint method. In: \_\_\_\_\_. **Advances in Optimization and Decision Science for Society, Services and Enterprises: ODS, Genoa, Italy, September 4-7, 2019**. Cham: Springer International Publishing, 2019. p. 413–422. Citado na página 184.
- MUNDIM, A. A. S.; SANTOS, M. O.; MORABITO, R.; ALVAREZ, A. Estudo do modelo do problema de roteamento de estoque minimizando a emissão de dióxido de carbono. In: . [S.l.: s.n.], 2019. Citado nas páginas 76 e 168.
- NASIR, A.; HSIEH, Y.-F.; WANG, Y. Inventory routing problem with co2 emissions consideration. **Logistics Operations, Supply Chain Management and Sustainability**, Springer, p. 211–236, 2014. Citado na página 52.
- NASR, A. K.; TAVANA, M.; ALAVI, B.; MINA, H. A novel fuzzy multi-objective circular supplier selection and order allocation model for sustainable closed-loop supply chains. **Journal of Cleaner production**, Elsevier, v. 287, p. 124994, 2021. Citado na página 50.
- NETO, P. T. As mudanças climáticas na ordem ambiental internacional. In: \_\_\_\_\_. **Ecopolítica das mudanças climáticas: o IPCC e o ecologismo dos pobres**. Rio de Janeiro: Centro Edelstein de Pesquisas Sociais, 2010. cap. 3, p. 37–81. Citado na página 26.
- NIROOMAND, N. ; BACH, C.; ELSER, M. Segment-based co emission evaluations from passenger cars based on deep learning techniques. In: . [S.l.]: IEEE Access, 2021. v. 9, p. 166314–166327. Citado nas páginas 83 e 84.
- NTZIACHRISTOS, L.; SAMARAS, Z. **COPERT III Computer Programme to Calculate Emissions from Road Transport: Methodology and Emission Factors (Version 2.1)**. Copenhagen, Denmark, 2000. Citado na página 74.
- OLIVEIRA LUIZ AUGUSTO HORTA NOGUEIRA, D. P. H. João F. Amoroso de. Modelagem e simulação de veículos automotores leves para estimativa do consumo e emissões. **Blucher Engineering Proceedings**, v. 5, n. 1, p. 415 – 432, 2018. ISSN 2357-7592. Disponível em: <[www.proceedings.blucher.com.br/article-details/](http://www.proceedings.blucher.com.br/article-details/)>

[modelagem-simulao-de-veculos-automotores-leves-para-estimativa-do-consumo-e-emisses-28255](#)>. Citado na página 80.

OLIVEIRA, R.; FERREIRA, A. Programação geométrica multiobjetivo: Uma implementação computacional via matlab. **XXXV Sbp, Natal, Pág**, p. 2204–2216, 2003. Citado na página 175.

PINHEIRO, M. A. Estimativa da redução das emissões gases de efeito estufa através da intermodalidade no setor sucroenergético: uma aplicação de programação linear. **Universidade de Sao Paulo, Piracicaba. Obtido de <http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/11/11132/tde-31052012-085545>**, 2012. Citado nas páginas 76 e 95.

PINTO, G.; OLIVER-HOYO, M. T. Using the relationship between vehicle fuel consumption and co2 emissions to illustrate chemical principles. **Journal of Chemical Education**, v. 85, n. 2, p. 218, 2008. Disponível em: <<https://doi.org/10.1021/ed085p218>>. Citado na página 80.

PLAZA, C. V.; GUIMARÃES, V. d. A.; RIBEIRO, G.; BAHIENSE, L. Economic and environmental location of logistics integration centers: The brazilian soybean transportation case. **Top**, Springer, v. 28, n. 3, p. 749–771, 2020. Citado nas páginas 56 e 96.

QU, Y.; BEKTAS, T.; BENNELL, J. Sustainability si: Multimode multicommodity network design model for intermodal freight transportation with transfer and emission costs. **Netw Spat Econ**, v. 16, p. 303–329, 2016. Citado na página 95.

RABBANI, M.; MOKARRARI, K. R.; AKBARIAN-SARAVI, N. A multi-objective location inventory routing problem with pricing decisions in a sustainable waste management system. **Sustainable Cities and Society**, v. 75, p. 103319, 2021. ISSN 2210-6707. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2210670721005953>>. Citado nas páginas 50 e 52.

RAHBARI, M.; KHAMSEH, A. A.; SADATI-KENETI, Y.; JAFARI, M. J. A risk-based green location-inventory-routing problem for hazardous materials: Nsga ii, mosa, and multi-objective black widow optimization. **Environment, Development and Sustainability**, Springer, v. 24, n. 2, p. 2804–2840, 2022. Citado nas páginas 50 e 52.

RAHBARI, M.; NADERI, B.; MOHAMMADI, M. Modeling a multi-objective green inventory-routing problem with transshipment option. In: **14th International Industrial Engineering Conference (IIEC 2018)**. Tehran, Iran: [s.n.], 2018. Citado nas páginas 47 e 49.

\_\_\_\_\_. Modelling and solving the inventory routing problem with co2 emissions consideration and transshipment option. **Environmental Processes**, v. 5, n. 3, p. 649–665, Sep 2018. Citado nas páginas 52 e 76.

RAU, H.; BUDIMAN, S. D.; WIDYADANA, G. A. Optimization of the multi-objective green cyclical inventory routing problem using discrete multi-swarm pso method. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 120, p. 51 – 75, 2018. Citado nas páginas 47 e 49.

RIQUELME, N.; LÜCKEN, C. V.; BARAN, B. Performance metrics in multi-objective optimization. In: **2015 Latin American Computing Conference (CLEI)**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–11. Citado na página 125.

- RITCHIE, H.; ROSER, M. Emissions by sector. In: . [S.l.]: Our World in Data, 2020. Citado na página 69.
- ROCHA, F. V. da; FILHO, J. V. C. Ferrogrão: Impactos econômicos e a localização ótima do terminal de transbordo. **Pesquisa Operacional para o Desenvolvimento**, v. 10, n. 2, p. 108–127, 2018. Citado na página 68.
- ROSS, M. Automobile fuel consumption and emissions: Effects of vehicle and driving characteristics. **Annual Review of Energy and the Environment**, Annual Reviews 4139 El Camino Way, PO Box 10139, Palo Alto, CA 94303-0139, USA, v. 19, n. 1, p. 75–112, 1994. Citado na página 72.
- RUOKOKOSKI, M.; DÉCISIONS, G. études et de recherche en analyse des. **Efficient Formulations and a Branch-and-cut Algorithm for a Production-routing Problem**. [S.l.]: GERAD, HEC Montréal, 2010. (Cahiers du GÉRAD). Citado na página 34.
- SANTOS, E.; OCHI, L. S.; SIMONETTI, L.; SILVA, P. H. G. A hybrid heuristic based on iterated local search for multivehicle inventory routing problem. **Electronic Notes in Discrete Mathematics**, v. 52, p. 197–204, 2016. Citado na página 41.
- SAVELSBERGH, M.; SONG, J.-H. Inventory routing with continuous moves. **Computers Operations Research**, v. 34, p. 1744–1763, 06 2007. Citado na página 35.
- \_\_\_\_\_. An optimization algorithm for the inventory routing problem with continuous moves. **Comput. Oper. Res.**, Elsevier Science Ltd., Oxford, UK, UK, v. 35, n. 7, p. 2266–2282, jul. 2008. Citado na página 35.
- SCHENEKEMBERG, C. M.; GUIMARÃES, T. A.; CHAVES, A. A.; COELHO, L. C. A three-front parallel branch-and-cut algorithm for production and inventory routing problems. **Transportation Science**, v. 0, n. 0, 2023. Citado nas páginas 37, 38, 41 e 168.
- SENGUPTA, R.; GUPTA, A.; DUTTA, J. (Ed.). **Decision Sciences: Theory and Practice**. 1st. ed. [S.l.]: CRC Press, 2016. Citado nas páginas 122 e 189.
- SEURING, S. A review of modeling approaches for sustainable supply chain management. **Decision support systems**, Elsevier, v. 54, n. 4, p. 1513–1520, 2013. Citado na página 165.
- SILVA, M.; SIGNORETTI, G.; OLIVEIRA, J.; SILVA, I.; COSTA, D. G. A crowdsensing platform for monitoring of vehicular emissions: A smart city perspective. **Future Internet**, MDPI, v. 11, n. 1, p. 13, 2019. Citado na página 70.
- SILVA, M. A. V. da; D'AGOSTO, M. de A. A model to estimate the origin–destination matrix for soybean exportation in brazil. **Journal of Transport Geography**, v. 26, p. 97–107, 2013. ISSN 0966-6923. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0966692312002220>>. Citado na página 68.
- SINGH, T.; ARBOGAST, J. E.; NEAGU, N. An incremental approach using local-search heuristic for inventory routing problem in industrial gases. **Computers & Chemical Engineering**, v. 80, 06 2015. Citado na página 43.
- SMOKERS, R.; TAVASSZY, L.; CHEN, M.; GUI, E. **Options for competitive and sustainable logistics**. [S.l.]: Emerald Group Publishing Limited, 2014. Citado na página 165.

SOLYALI, O.; SURAL, H. A branch-and-cut algorithm using a strong formulation and an a priori tour-based heuristic for an inventory-routing problem. **Transportation Science**, v. 45, p. 335–345, 08 2011. Citado nas páginas 38 e 39.

SOYSAL, M.; BLOEMHOF-RUWAARD, J. M. Toward sustainable logistics. In: \_\_\_\_\_. **Sustainable Logistics and Transportation: Optimization Models and Algorithms**. Cham: Springer International Publishing, 2017. p. 1–17. ISBN 978-3-319-69215-9. Disponível em: <[https://doi.org/10.1007/978-3-319-69215-9\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-319-69215-9_1)>. Citado na página 27.

SOYSAL, M.; BLOEMHOF-RUWAARD, J. M.; HAIJEMA, R.; VORST, J. G. van der. Modeling an inventory routing problem for perishable products with environmental considerations and demand uncertainty. **International Journal of Production Economics**, v. 164, p. 118 – 133, 2015. Citado nas páginas 52 e 76.

SOYSAL, M.; ÇIMEN, M.; BELBAĞ, S.; TOĞRUL, E. A review on sustainable inventory routing. **Computers & Industrial Engineering**, v. 132, p. 395–411, 2019. ISSN 0360-8352. Citado na página 26.

SPERANZA, M.; UKOVICH, W. An algorithm for optimal shipments with given frequencies. **Naval Research Logistics (NRL)**, v. 43, p. 655 – 671, 08 1996. Citado na página 184.

STEADIESEIFI, M.; DELLAERT, N.; NUIJTEN, W.; Van Woensel, T.; RAOUFI, R. Multimodal freight transportation planning: A literature review. **European Journal of Operational Research**, v. 233, n. 1, p. 1–15, 2014. ISSN 0377-2217. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221713005638>>. Citado na página 54.

STELLINGWERF, H. M.; LAPORTE, G.; CRUIJSSEN, F. C.; KANELLOPOULOS, A.; BLOEMHOF, J. M. Quantifying the environmental and economic benefits of cooperation: A case study in temperature-controlled food logistics. **Transportation Research Part D: Transport and Environment**, v. 65, p. 178 – 193, 2018. Citado na página 76.

STEUER, R. E. The tchebycheff procedure of interactive multiple objective programming. In: KARPAK, B.; ZIONTS, S. (Ed.). **Multiple Criteria Decision Making and Risk Analysis Using Microcomputers**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1989. p. 235–249. ISBN 978-3-642-74919-3. Citado na página 176.

STEUER, R. E.; CHOO, E.-F. An interactive weighted tchebycheff procedure for multiple objective programming. **Mathematical Programming**, v. 26, n. 3, p. 326–344, 1983. Citado na página 124.

SÖRENSEN, K.; VANOVERMEIRE, C.; BUSSCHAERT, S. Efficient metaheuristics to solve the intermodal terminal location problem. **Computers & Operations Research**, v. 39, n. 9, p. 2079–2090, 2012. ISSN 0305-0548. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054811002930>>. Citado na página 57.

TEAM, R. K.; PACHAURI; MEYER, L. A. **IPCC, 2014: Climate Change 2014**. [S.l.], 2014. Citado na página 26.

TEIXEIRA, C. A. N.; ROCIO, M. A. R.; MENDES, A. P. do A.; D’OLIVEIRA, L. A. S. Navegação interior brasileira. **BNDES Setorial**, Rio de Janeiro, v. 47, p. 437–482, mar. 2018. Citado na página 119.

- TIMAJCHI, A.; HASHEM, S. M. M. A. e; REKIK, Y. Inventory routing problem for hazardous and deteriorating items in the presence of accident risk with transshipment option. **International Journal of Production Economics**, 2018. Citado nas páginas 47 e 48.
- TONNEAU, Q.; BOSTEL, N.; DEJAX, P.; HOSPITALZ, R.; MÜLHAUPTZ, V.; YEUNG, T. Multimodal multi-flow problem with transformation : Application to waste supply chain. In: **2015 International Conference on Industrial Engineering and Systems Management (IESM)**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 876–882. Citado na página 57.
- TREITL, S.; NOLZ, P. C.; JAMMERNEGG, W. Incorporating environmental aspects in an inventory routing problem. a case study from the petrochemical industry. **Flexible Services and Manufacturing Journal**, v. 1, 06 2014. Citado nas páginas 52, 76 e 78.
- UDDIN, M.; HUYNH, N. Routing model for multicommodity freight in an intermodal network under disruptions. **Transportation Research Record Journal of the Transportation Research Board**, v. 2548, p. 71–80, 01 2016. Citado na página 58.
- UDDIN, M. M.; HUYNH, N. Freight traffic assignment methodology for large-scale road–rail intermodal networks. **Transportation Research Record**, v. 2477, n. 1, p. 50–57, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.3141/2477-06>>. Citado na página 58.
- WANG, C.; CAI, W.; LU, X.; CHEN, J. Co2 mitigation scenarios in china’s road transport sector. **Energy Conversion and Management**, v. 48, n. 7, p. 2110–2118, 2007. ISSN 0196-8904. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0196890407000118>>. Citado na página 80.
- WANG, H.; LAM, W. H. K.; ZHANG, X.; SHAO, H. Sustainable transportation network design with stochastic demands and chance constraints. **International Journal of Sustainable Transportation**, v. 9, n. 2, p. 126–144, 2015. Citado nas páginas 64, 65, 67 e 120.
- WANKE, P.; FLEURY, P. F. Transporte de cargas no brasil: estudo exploratório das principais variáveis relacionadas aos diferentes modais e às suas estruturas de custos. **Estrutura e dinâmica do setor de serviços no Brasil. Brasília: Ipea**, p. 409–464, 2006. Citado na página 55.
- WARD, J.; WENDELL, R. Approaches to sensitivity analysis in linear programming. **Annals of Operations Research**, Springer, v. 27, p. 3–38, 1990. Citado na página 64.
- WEN, Y.; WU, R.; ZHOU, Z.; ZHANG, S.; YANG, S.; WALLINGTON, T. J.; SHEN, W.; TAN, Q.; DENG, Y.; WU, Y. A data-driven method of traffic emissions mapping with land use random forest models. In: . [S.l.]: Applied Energy, 2022. Citado nas páginas 83 e 84.
- WU, H.; TAO, F.; QIAO, Q.; ZHANG, M. A chance-constrained vehicle routing problem for wet waste collection and transportation considering carbon emissions. **International Journal of Environmental Research and Public Health**, v. 17, n. 2, 2020. ISSN 1660-4601. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/1660-4601/17/2/458>>. Citado nas páginas 65 e 67.
- XIAO, Y.; ZHAO, Q.; KAKU, I.; XU, Y. Development of a fuel consumption optimization model for the capacitated vehicle routing problem. **Computers & Operations Research**, v. 39, n. 7, p. 1419–1431, 2012. ISSN 0305-0548. Citado nas páginas 71 e 76.
- XU, X.; CHEN, A.; YANG, C. A review of sustainable network design for road networks. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 20, p. 1084–1098, 2016. Citado na página 64.

YANG, Z.; EMMERICH, M.; BÄCK, T.; KOK, J. Multi-objective inventory routing with uncertain demand using population-based metaheuristics. **Integrated Computer-Aided Engineering**, v. 23, p. 205–220, 06 2016. Citado nas páginas 47 e 98.

YU, P.-L. A class of solutions for group decision problems. **Management Science**, v. 19, n. 8, p. 936–946, 1973. Citado na página 123.

ZELNY, M. Compromise programming. **Multiple criteria decision making, University of South Carolina**, p. 263–301, 1973. Disponível em: <<https://ci.nii.ac.jp/naid/10021309861/en/>>. Citado na página 123.

ZENG, W.; MIWA, T.; MORIKAWA, T. Eco-routing problem considering fuel consumption and probabilistic travel time budget. **Transportation Research Part D: Transport and Environment**, Elsevier, v. 78, p. 102219, 2020. Citado na página 71.

ZHANG, J. Chapter 34 - governance for post-covid-19 carbon reduction: A case study of the transport sector. In: ZHANG, J.; HAYASHI, Y. (Ed.). **Transportation Amid Pandemics**. Elsevier, 2023, (World Conference on Transport Research Society). p. 429–440. ISBN 978-0-323-99770-6. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780323997706000053>>. Citado na página 26.

ZITZLER, E.; LAUMANN, M.; THIELE, L. **SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm**. [S.l.], 2001. Citado na página 47.



---

## ESTUDO DO GIRP

---

Neste apêndice é apresentado um estudo de otimização mono objetivo do IRP verde, onde a função objetivo é a minimização de emissão de  $CO_2$ , por meio da EEV proposta. Com isso, na Seção (A.1) apresentamos o modelo GIRP, método de solução na Seção (A.1.1) e seus resultados na Seção (A.1.2), com o propósito de oferecer uma exposição clara sobre a inclusão das emissões de  $CO_2$  em um modelo de otimização inteira mista.

De acordo com [Jemai, Zekri e Mellouli \(2012\)](#), o conceito de verde para o desenvolvimento sustentável surgiu para representar uma preocupação humana com o efeito indesejável dos processos industriais no meio ambiente. Esta consciência ambiental pretende mostrar o efeito das emissões tóxicas no meio ambiente e chamar os governos e indústrias a considerarem seriamente esta preocupação.

O desenvolvimento sustentável tem sido considerado na gestão da cadeia de suprimentos ([SEURING, 2013](#)) e nos sistemas logísticos ([BRETZKE, 2011](#)), uma vez que a logística e as atividades da cadeia de suprimentos impactam a economia em recursos não renováveis e as emissões de gases resultantes ([SMOKERS \*et al.\*, 2014](#)).

Sabe-se que o efeito estufa é um fenômeno natural causado por um conjunto de gases, sendo o principal, o  $CO_2$  que resulta da queima direta de combustíveis fósseis (carvão, o petróleo e o gás natural) utilizados na produção de energia e transportes, principalmente. O problema é a emissão em excesso desse gás, que contribui para o aquecimento global. Por isso, nesta tese iremos estudar o caso das emissões de  $CO_2$ .

Neste apêndice, o GIRP visa reduzir as emissões de dióxido de carbono no meio ambiente. Isso implica, de maneira matemática, o uso de uma expressão que estima a emissão de  $CO_2$ . Na literatura, é comum adicionar expressões de cálculo de emissão à função objetivo do problema, a fim de minimizá-las. O Capítulo (3) apresenta várias dessas expressões para calcular as emissões de  $CO_2$ , incluindo uma equação proposta chamada EEV, que é utilizada no modelo GIRP discutido neste apêndice.

## A.1 GIRP

Nesta seção, vamos fazer um estudo inicial do IRP verde, para termos percepções do problema por meio da otimização mono-objetivo. Com isso, vamos apresentar o modelo matemático e seus resultados.

Com a simplificação e ampliação da aplicabilidade prática da EEV, a proposta aqui é mostrar a implementação acessível da equação, visando contribuir com uma abordagem competitiva para um problema logístico tão estudado, que é o IRP.

Propomos um modelo matemático para o IRP verde, o qual denominamos por GIRP, que tem como função objetivo minimizar a emissão dos quilos de  $CO_2$ , pela EEV, como visto na Seção (3.3), sujeito as restrições tecnológicas do IRP, apresentadas na Seção (2.1.1). Assim, para tornar a descrição do problema e o modelo mais autoexplicativos, apresentarei a descrição a seguir.

O problema é definido em um grafo não direcionado  $\mathbb{G} = (\mathbb{V}, \mathbb{A})$ , onde  $\mathbb{V} = \{0, \dots, n\}$  é o conjunto de vértices e  $\mathbb{A} = \{(i, j) \mid i, j \in \mathbb{V}, i < j\}$  é o conjunto de arestas. O vértice 0 representa o fornecedor e os vértices restantes de  $\mathbb{V}' = \mathbb{V} \setminus \{0\}$  representam  $n$  clientes. O fornecedor tem um frota heterogênea composta por  $K$  veículos, denotado pelo conjunto  $\mathbb{K} = \{1, \dots, K\}$ , sendo que cada veículo  $k \in \mathbb{K}$  têm características únicas, como a capacidade  $C^k$ . Cada veículo é capaz de realizar uma rota por período de tempo para entregar os produtos do fornecedor a um subconjunto de clientes.  $f^k$  são os quilos de  $CO_2$  emitidos para cada litro de combustível consumido (kg  $CO_2 / L$ ).  $cv^k$  é o consumo médio do veículo por consumir o combustível  $k$  (km/L). A distância euclidiana é considerada para  $p_{ij}$ , onde os pontos  $(X_i, Y_i)$  e  $(X_j, Y_j)$  estão no plano. Tanto o fornecedor quanto os clientes têm custos unitários de manutenção de estoques  $h_i^t$  em todo final de período de tempo,  $i \in \mathbb{V}$ , e cada cliente tem uma capacidade de armazenamento  $C_i$ ,  $i \in \mathbb{V}$ . O tamanho do horizonte de planejamento é  $T$  e, a cada período de tempo  $t \in \tau = \{1, \dots, T\}$ , a produção/quantidade de produto  $m$  disponibilizada no fornecedor é  $r^t$ . Assumimos que o fornecedor possui estoque suficiente para atender à demanda total do cliente durante o horizonte de planejamento, e toda a demanda também deve ser satisfeita, ou seja, *backlogging* não é permitido, os estoques não podem ser negativos. As variáveis  $I_0^0$  e  $I_i^0$  são definidas como os estoques iniciais, no fornecedor e no cliente  $i \in \mathbb{V}$ , respectivamente. No início do horizonte de planejamento, o tomador de decisões conhece a demanda  $d_i^t$  de cada cliente  $i$  para cada período de tempo  $t$ .

O modelo usa variáveis  $x_{ij}^{kt}$  iguais ao número de vezes que a aresta  $(i, j)$  com  $i < j$  é usada na rota do veículo  $k$  no período  $t$ . As variáveis binárias  $y_i^{kt}$  iguais a 1 se e somente se o nó  $i$  (o fornecedor ou um cliente) for visitado pelo veículo  $k$  no período  $t$ . Seja  $I_i^t$  o nível de estoque no vértice  $i \in \mathbb{V}$  no final do período  $t \in \tau$ .  $q_i^{kt}$  é a quantidade de produto entregue do fornecedor usando o veículo  $k$  para o cliente  $i$  no período de tempo  $t$ .

A Tabela 27 resume toda a notação anteriormente introduzida.

Tabela 27 – Conjuntos e parâmetros do GIRP.

Conjuntos:	
$\mathbb{V}$	Conjunto de todos os vértices
$\mathbb{A}$	Conjunto de arestas
$\mathbb{V}'$	Conjunto de clientes
$\mathbb{K}$	Conjunto dos veículos/combustíveis
$\tau$	Conjunto dos períodos de tempo
Parâmetros:	
$C^k$	Capacidade de cada veículo
$f^k$	Quilos de $CO_2$ emitidos para cada litro de combustível consumido
$cv^k$	Consumo médio do veículo por consumir o combustível $k$
$p_{ij}$	Distância entre o nó $i$ e $j$
$h_i^t$	Custo de estoque no nó $i$ no final do período $t$
$C_i$	Capacidade de armazenamento no cliente $i$
$r^t$	Quantidade disponibilizada no fornecedor no período de tempo $t$
$I_i^0$	Estoque inicial no nó $i$
$d_i^t$	Demanda do cliente $i$ no período de tempo $t$

Com isso, o GIRP é apresentado a seguir:

$$\text{Minimizar } F_{EEV} = \frac{\sum_{i \in \mathbb{V}} \sum_{j \in \mathbb{V}, i < j} \sum_{k \in \mathbb{K}} \sum_{t \in \tau} f^k p_{ij} x_{ij}^{kt}}{\sum_{k \in \mathbb{K}} cv^k} \quad (\text{A.1})$$

Sujeito a

$$I_0^t = I_0^{t-1} + r^t - \sum_{k \in \mathbb{K}} \sum_{i \in \mathbb{V}'} q_i^{kt}, \quad t \in \tau, \quad (\text{A.2})$$

$$I_i^t = I_i^{t-1} + \sum_{k \in \mathbb{K}} q_i^{kt} - d_i^t, \quad i \in \mathbb{V}', t \in \tau, \quad (\text{A.3})$$

$$I_i^{t-1} + \sum_{k \in \mathbb{K}} q_i^{kt} \leq C_i, \quad i \in \mathbb{V}', t \in \tau, \quad (\text{A.4})$$

$$q_i^{kt} \leq C_i y_i^{kt}, \quad i \in \mathbb{V}', k \in \mathbb{K}, t \in \tau, \quad (\text{A.5})$$

$$\sum_{i \in \mathbb{V}'} q_i^{kt} \leq C^k y_0^{kt}, \quad k \in K, t \in \tau, \quad (\text{A.6})$$

$$\sum_{j \in \mathbb{V}, i < j} x_{ij}^{kt} + \sum_{j \in \mathbb{V}, j < i} x_{ji}^{kt} = 2y_i^{kt}, \quad i \in \mathbb{V}, k \in K, t \in \tau, \quad (\text{A.7})$$

$$\sum_{i \in \mathbb{S}} \sum_{j \in \mathbb{S}, i < j} x_{ij}^{kt} \leq \sum_{i \in \mathbb{S}} y_i^{kt} - y_g^{kt}, \quad \mathbb{S} \subseteq \mathbb{V}', k \in K, t \in \tau, \forall g \in \mathbb{S}, \quad (\text{A.8})$$

$$\sum_{k \in K} y_i^{kt} \leq 1, \quad i \in \mathbb{V}', t \in \tau, \quad (\text{A.9})$$

$$I_i^t \geq 0, \quad i \in \mathbb{V}, t \in \tau, \quad (\text{A.10})$$

$$q_i^{kt} \geq 0, \quad i \in \mathbb{V}', k \in K, t \in \tau, \quad (\text{A.11})$$

$$x_{0j}^{kt} \in \{0, 1, 2\}, \quad j \in \mathbb{V}', k \in K, t \in \tau, \quad (\text{A.12})$$

$$x_{ij}^{kt} \in \{0, 1\}, \quad i, j \in \mathbb{V}' : i < j, k \in K, t \in \tau, \quad (\text{A.13})$$

$$y_i^{kt} \in \{0, 1\}, \quad i \in \mathbb{V}, k \in K, t \in \tau. \quad (\text{A.14})$$

A função objetivo (A.1) minimiza os quilos de dióxido de carbono emitidos. As restrições (A.2) e (A.3) definem os estoques no fornecedor e nos clientes, respectivamente. As restrições (A.4) impõem que o nível de estoque após a entrega nos clientes não possa exceder sua capacidade de armazenamento. As restrições (A.5) permitem que um veículo realize uma entrega a um cliente específico apenas se esse cliente for visitado pelo veículo. Restrições (A.6) garantem que a capacidade de cada veículo seja respeitada. As restrições (A.7) garantem a conservação de fluxo. As restrições (A.8) são as restrições de eliminação de subciclo. O conjunto (A.9) define que cada cliente pode ser visitado no máximo uma vez em cada período. O domínio das variáveis de decisão está definido nas restrições (A.10) - (A.14).

### A.1.1 Método de resolução

O método exato que utilizamos é um algoritmo de B&C. Muitos autores da literatura do IRP o utilizam este método: Cheng *et al.* (2017), Avella, Boccia e Wolsey (2018), Mundim *et al.* (2019), Alvarez *et al.* (2020), Manousakis *et al.* (2021) e Schenekemberg *et al.* (2023). Além de ser um método clássico, nos auxilia durante a busca pela rota ótima, ao lidar com os subciclos que eventualmente podem aparecer.

O GIRP, como o IRP clássico, contém um número exponencialmente grande de restrições de eliminação de subciclo (A.8), por isso foi aplicado um algoritmo de tipo *branch-and-cut* para resolvê-lo. Essas restrições são descartadas da formulação e adicionadas de maneira iterativa toda vez que são violadas nos nós da árvore do *branch-and-bound*. Na implementação, usamos

um algoritmo de separação exato que resolve uma série de problemas de corte mínimo para identificar as restrições violadas para cada veículo e em cada período de tempo. Em cada nó da árvore *branch-and-bound*, seja  $\bar{y}_i^{kt}$  e  $\bar{x}_{ij}^{kt}$  o valor das variáveis de visita ( $y$ ) e fluxo ( $x$ ) na solução, respectivamente. Um grafo é construído para cada veículo  $k$  e período  $t$  para os nós com  $\bar{y}_i^{kt} > 0$ , definindo os pesos das arestas do novo grafo como  $\bar{x}_{ij}^{kt}$ ,  $\forall (i, j) \in \mathbb{A}$ . Depois, para cada nó correspondente a clientes, resolvemos um problema de corte mínimo, definindo a origem do grafo como o depósito (0) e o cliente em questão como o destino. Uma restrição violada é identificada se a capacidade do corte mínimo for menor que  $2\bar{y}_i^{kt}$ , (ADULYASAK; CORDEAU; JANS, 2014). Se um subciclo é encontrado num conjunto de clientes  $\mathbb{S} \subseteq \mathbb{V}'$  com o veículo  $k$  no período  $t$ , a restrição (A.8) é adicionada para o nó  $g = \arg \max_{i \in \mathbb{S}} \{\bar{y}_i^{kt}\}$ , para todos os veículos e períodos de tempo do horizonte de planejamento. Para resolver os problemas de corte mínimo, usamos o solver Concorde (APPLEGATE *et al.*, 2018), como usado em Alvarez *et al.* (2020).

### A.1.2 Experimentos computacionais

Os algoritmos foram implementados na linguagem de programação C++ e os experimentos computacionais foram realizados em uma máquina com Intel® Core™ i5 – 11400H @ 2.70GHz  $\times$  12, 16 GB RAM e Ubuntu 20.04.3 LTS como sistema operacional. O modelo foi resolvido com o IBM ILOG CPLEX 12.9 considerando suas configurações padrão. E um tempo limite igual a 3600 segundos como critério de parada.

As instâncias são inspiradas em Archetti *et al.* (2007). Para mais informações sobre os dados das instâncias, ver Capítulo (4).

Para os testes computacionais, deste capítulo, geramos instâncias com diferentes tamanhos de frotas, sendo seis tipos diferentes de combustíveis e proporções distintas das capacidades dos veículos. Com base em Canada (2014), os combustíveis são gasolina, E10, E85, diesel, B5 e B20; Os tamanhos das frotas são com 6, 18 e 30 veículos, e serão descritas a seguir.

A Tabela (28) é um exemplo de uma instância proposta. Neste caso, a instância se enquadra na classe que compreende os seis tipos de combustíveis.

Tabela 28 – Exemplo de instância proposta para o GIRP.

6		
1	8	0.25
2	10	0.20
3	12	0.05
4	2	0.90
5	3	0.95
6	5	0.70

Fonte: Elaborada pelo autor.

A primeira linha contém a seguinte informação:

$k$

onde:

$k$  = quantidade dos diferentes tipos de veículos/combustíveis.

As linhas seguintes apresentam as seguintes informações:

$i$      $cv^k$      $C^k$

onde:

$i$  = tipo do veículo/combustível, para  $i = 1, \dots, k$ .

$cv^k$  = consumo médio do veículo;

$C^k$  = capacidade do veículo que utiliza o combustível  $k$ .

A primeira linha fornece a seguinte informação:  $k$  é a quantidade de diferentes tipos de veículos/combustíveis. As  $k$  linhas subsequentes apresentam estas informações:  $i$ ,  $cv^k$  e  $C^k$  onde  $i$  é tipo de veículo/combustível, com  $i = 1, \dots, k$ ,  $cv^k$  é igual consumo médio do veículo e  $C^k$  é uma porcentagem da capacidade do veículo que utiliza o combustível  $k$ .

Os dados da razão de quilos de emissão de  $CO_2$  por litros de combustível consumido, que estão na Tabela (8), estão implementados no decorrer do código computacional.

Portanto, os dados da Tabela (28) mostram a configuração de uma frota com 6 veículos, onde cada veículo consome um tipo de combustível, ou seja, a frota com 6 veículos é tal que cada veículo consome um tipo de combustível. A frota com 18 veículos possui três veículos a gasolina, sete veículos a E10, três a E85, um a diesel, um a B5 e três a B20. E por fim, a maior frota com 30 veículos possui quatro veículos a gasolina, oito veículos a E10, dez a E85, dois a diesel, dois a B5 e quatro a B20.

### Resultados do GIRP

Desenvolvemos um modelo matemático, GIRP, cuja função objetivo é expressa por uma equação que estima a quantidade de  $CO_2$  emitida na atmosfera por meio da EEV. Esta equação incorpora parâmetros relacionados a informações previamente discutidas.

Realizamos extensos testes computacionais para o GIRP. Nas tabelas de resultados desta seção, mostramos as soluções obtidas do modelo, para cada uma das funções objetivo, separadamente. Com isso, podemos analisar o quanto a emissão de  $CO_2$  impacta nos custos do IRP, e o quanto os custos influencia na emissão. Os testes são para frotas de diferentes tamanhos e configurações, afim de analisarmos o desempenho, performance e eficácia do modelo. Observa-se, mais uma vez, que modelo proposto neste trabalho possibilita inserirmos mais veículos ao problema com diferentes combustíveis.

Nas Tabelas (29), (30) e (31), cada linha tem a solução média de um grupo de cinco instâncias, totalizando 160 em cada tabela, que estão dispostas da seguinte forma: na primeira coluna tem o número  $n$  de clientes; a segunda coluna contém o número de  $p$  períodos do horizonte de planejamento, que são 3 e 6, acompanhados das letras H e L, que representam custos de estocagem altos e baixos, respectivamente; da terceira a sexta colunas tem-se os resultados obtidos do modelo do GIRP ( $\min F_{EEV}$ ), com função objetivo minimizando as emissões, dado pela expressão  $F_{EEV}$ , com isso a terceira coluna " $F_{EEV}$ " mostra a quantidade de  $CO_2$  emitida do modelo GIRP minimizando  $CO_2$ ; na quarta coluna "v. IRP" é apresentado o valor resultante dos custos operacionais do IRP, quando minimiza o  $CO_2$ ; na quinta coluna é exposto o tempo computacional em segundos; e na sexta coluna o gap da solução; nas quatro últimas colunas tem-se os resultados obtidos do modelo do GIRP, porém minimizando os custos operacionais do IRP, dado pela expressão  $F_{IRP}$ , que é

$$F_{IRP} = \sum_{i \in V} \sum_{i \in \tau} h_i^t l_i^t + \sum_{i \in V} \sum_{j \in V, i < j} \sum_{k \in K} \sum_{t \in \tau} c_{ij} x_{ij}^{kt},$$

para isso, seguindo a literatura, os custos de transporte correspondem a distância Euclidiana arredonda para o inteiro mais próximo, ou seja,  $\lfloor p_{ij} \rfloor = c_{ij}$ , para todas as arestas  $(i, j)$ . Dando continuidade na disposição dos resultados nas Tabelas (29), (30) e (31) apresentamos as soluções do GIRP ( $\min F_{IRP}$ ), que são: os custos minimizados na coluna " $F_{EEV}$ "; o valor da emissão de  $CO_2$  em "v. EEV", quando minimiza os custos; e as colunas de tempo; e gap, respectivamente.

Algumas observações sobre as tabelas devem ser destacadas: cada linha das tabelas contém o resultado da média de cinco instâncias, porém para alguns grupos isso não foi possível. Para representar o grupo de instâncias que o algoritmo não encontrou soluções pelo menos factíveis para alguma delas, está subscrito um asterisco (\*) nos valores tabelados. Todas as análises e considerações entre os modelos foram feitas para os grupos que foram possíveis calcular a médias das cinco, ou seja, grupos que o algoritmo encontrou soluções viáveis e/ou ótimas dentro do tempo de limite de 3600 segundos.

Na Tabela (29) são apresentadas soluções para uma frota com 6 veículos, sendo que cada veículo consome um tipo combustível diferente, conforme Tabela (28); são 160 instâncias, das quais o GIRP ( $\min F_{IRP}$ ) encontrou solução para todas as instâncias, enquanto o GIRP ( $\min F_{EEV}$ ) não encontrou solução para pelo menos uma instância de cada um dos grupos:  $n = 50$  e H3;  $n = 25, 30$  e H6;  $n = 50$  e L3;  $n = 25, 30$  e L6, dentro do tempo limite. Em termos de prova de otimalidade, o modelo GIRP ( $\min F_{EEV}$ ) conseguiu provar a otimalidade de 35.62% das instâncias contra 79.37% do modelo do IRP ( $\min F_{IRP}$ ). Para esta frota de veículos, o GIRP ( $\min F_{EEV}$ ) obteve o gap médio de 13.88%, enquanto gap do modelo do GIRP ( $\min F_{IRP}$ ) foi menos de 1%, mas ainda assim as emissões de  $CO_2$  do GIRP ( $\min F_{EEV}$ ) foram surpreendentes, conseguindo uma redução de 61%. Em questão de tempo computacional, GIRP ( $\min F_{EEV}$ ) foi 76.7% mais custoso.

Tabela 29 – Resultados computacionais para o modelo proposto, para 6 veículos e comparado com o modelo da literatura.

<i>n</i>	<i>p</i>	GIRP (min $F_{EEV}$ )				GIRP (min $F_{IRP}$ )			
		$F_{EEV}$	v. IRP	tempo	gap %	$F_{IRP}$	v. $EEV$	tempo	gap %
5	H3	794.8	4367.2	15.1	0	3674.7	1999.4	2.5	0
15	H3	818.7	5769.1	188.1	0	4531.6	2289.8	3.4	0
20	H3	946.0	7457.8	1525.8	1	5992.3	2631.7	89.2	0
25	H3	1039.1	8639.2	2303.0	8	7409.1	2680.9	52.9	0
30	H3	1025.9	10579.1	2786.1	20	8770.0	3014.0	41.2	0
35	H3	1157.4	11943.4	3600.6	20	9267.8	3121.2	802.0	0
40	H3	1219.5	12755.4	3600.0	30	10048.9	3229.4	144.0	0
45	H3	1554.0	15217.8	3600.0	40	11119.8	3364.8	821.9	0
50	H3	2549.4*	22019.6*	3600.0*	64*	12354.9	3128.0	2333.3	1
5	H6	1407.1	6160.1	39.0	0	5041.6	3724.2	4.9	0
10	H6	2052.0	10674.3	3259.5	10	8113.6	5532.4	678.4	0
15	H6	2273.7	14563.1	3600.0	22	10637.7	5748.9	598.8	0
20	H6	2905.5	17821.6	3600.0	32	13403.1	6755.2	2459.7	1
25	H6	3495.1*	22309.2*	3600.0*	35*	15482.1	7537.5	2416.6	1
30	H6	3534.0*	27693.9*	3600.0*	46*	18498.6	7455.4	3600.0	1
5	L3	523.6	1875.9	0.9	0	1246.7	1454.4	0.4	0
10	L3	794.8	2549.1	15.5	0	1863.4	1935.9	3.4	0
15	L3	818.7	3342.3	193.3	0	2118.0	2249.7	4.9	0
20	L3	946.0	4023.1	1561.3	1	2589.5	2647.6	64.7	0
25	L3	1039.1	4124.0	2310.1	8	2940.4	2627.3	164.8	0
30	L3	998.4	4752.5	3600.0	13	3066.7	2947.9	44.2	0
35	L3	1160.5	5966.7	3600.0	21	3303.0	3353.7	1217.0	0
40	L3	1269.0	6588.7	3600.0	32	3463.3	3083.7	190.2	0
45	L3	1544.0	7671.6	3600.0	40	3666.3	2946.1	1074.8	0
50	L3	_*	_*	_*	_*	4121.9	3709.2	2395.2	3
5	L6	1407.1	4247.1	39.6	0	3143.7	3622.3	4.2	0
10	L6	2049.3	7158.8	3269.4	9	4712.5	5680.6	915.9	0
15	L6	2273.1	9011.4	3600.0	22	5402.8	5953.4	980.5	0
20	L6	2900.1	11064.2	3600.0	32	6584.5	7198.2	2979.4	2
25	L6	3512.6*	14596.7*	3600.0*	35*	7258.4	7374.6	3365.3	2
30	L6	3522.7*	15863.5*	3600.0*	46*	7635.5	7709.5	3600.0	3

Fonte: Elaborada pelos autores.

(\*) pelo menos uma das cinco instâncias do grupo, o algoritmo não encontrou solução.

Na Tabela (30) são apresentadas soluções para uma frota com 18 veículos, sendo três veículos a gasolina, sete que consomem E10, três a E85, um a diesel e um a B5 e três que utilizam B20; são 160 instâncias, das quais o modelo do GIRP (min  $F_{IRP}$ ) encontrou solução para todas as instâncias, enquanto o GIRP (min  $F_{EEV}$ ) não encontrou solução para pelo menos uma instância dos quatro grupos:  $n = 50$  e H3;  $n = 5$  e H6;  $n = 50$  e L3; e  $n = 5$  e L6, dentro do tempo limite. Em termos de prova de otimalidade, o modelo GIRP (min  $F_{EEV}$ ) conseguiu provar a otimalidade de 5.63%, enquanto o modelo do GIRP (min  $F_{IRP}$ ) provou para 53.75%. Com esta frota de veículos disponíveis, o GIRP (min  $F_{EEV}$ ) obteve soluções com gap médio de 51%, enquanto gap do modelo do GIRP (min  $F_{IRP}$ ) foi menos de 4.43%, porém também de forma inesperada, as emissões de  $CO_2$  reduziram 5.2%. O tempo computacional de GIRP (min  $F_{EEV}$ ) foi de aproximadamente 40% mais custoso.

Tabela 30 – Resultados computacionais para o modelo proposto, para 18 veículos e alto custo de estoque, comparado com o modelo da literatura.

$n$	$p$	GIRP (min $F_{EEV}$ )				GIRP (min $F_{IRP}$ )			
		$F_{EEV}$	v. IRP	tempo	gap %	$F_{IRP}$	v. $EEV$	tempo	gap %
5	H3	518.9	2834.8	854.7	0	1934.3	1386.4	1.2	0
10	H3	771.3	4994.23	3600.0	19	3674.7	2045.2	19.9	0
15	H3	806.2	6423.3	3600.0	32	4531.6	2278.6	52.5	0
20	H3	1034.7	8711.7	3600.0	39	5992.3	2546.8	1029.4	0
25	H3	1039.4	9847.9	3600.0	33	7409.1	2715.7	1936.0	0
30	H3	1302.9	12749.0	3600.0	51	8770.0	2993.3	783.8	0
35	H3	1737.2	14881.3	3600.7	55	9290.9	3141.9	2449.4	1
40	H3	6642.5	26733.2	3600.8	90	10073.4	2894.5	2448.8	1
45	H3	8426.3	32019.9	3591.3	92	11549.9	2914.0	3490.5	4
50	H3	13286.9*	43212.3*	3600.1*	94*	12653.9	3819.1	3600.3	4
5	H6	1147.1*	5899.3*	3600.0*	8*	5041.6	3533.8	30.2	0
10	H6	2030.8	12308.5	3600.0	25	8118.6	5416.6	2568.3	1
15	H6	2604.1	17055.5	3600.0	47	10638.9	5672.9	3231.9	1
20	H6	5621.2	33522.8	3600.0	67	13503.8	6737.8	3600.0	2
25	H6	10067.9	41083.4	3600.0	75	15632.6	7735.9	3600.0	2
30	H6	12983.2	47232.5	3600.1	88	35718.2	11072.1	3600.1	38
5	L3	518.9	2143.3	850.2	0	1246.7	1456.8	1.2	0
10	L3	771.3	3170.4	3600.0	20	1863.4	2014.5	23.8	0
15	L3	795.8	3961.3	3600.0	31	2118.0	2219.2	77.4	0
20	L3	1038.2	5340.0	3600.0	40	2589.5	2652.4	963.2	1
25	L3	1037.5	5314.8	3600.0	33	2940.4	2445.1	1743.7	1
30	L3	1371.0	7051.5	3600.3	52	3066.7	2961.4	581.9	0
35	L3	1718.6	8753.8	3600.0	54	3322.8	3213.4	2332.0	3
40	L3	6625.4	19623.6	3600.0	90	3463.3	3250.0	2128.6	1
45	L3	8370.7	24353.6	3600.0	92	3962.4	2760.5	3568.9	9
50	L3	13286.9*	35196.0*	3600.1*	94*	4330.3	3662.4	3600.0	9
5	L6	1424.4*	4296.4*	3600.0*	10*	3143.7	3703.4	42.6	0
10	L6	2025.3	8897.5	3600.0	25	4646.9	5103.9	2705.6	2
15	L6	2600.9	11819.4	3600.0	47	5408.8	5659.2	3546.9	2
20	L6	5617.3	26701.0	3600.0	67	6696.8	7061.3	3600.1	4
25	L6	10572.4	33972.5	3600.03	76	7558.9	7733.3	3600.0	7
30	L6	12983.2	36259.5	3600.0	88	16809.7	9673.3	3600.1	40

Fonte: Elaborada pelos autores.

(\*) pelo menos uma das cinco instâncias do grupo, o algoritmo não encontrou solução.

Na Tabela (31) são apresentadas soluções para 30 veículos, sendo: quatro veículos que consomem gasolina, oito que consomem E10, dez que utilizam E85, dois a diesel, dois a B5 e quatro que consomem B20; são 160 instâncias, das quais o modelo do GIRP (min  $F_{IRP}$ ) encontrou solução para todas as instâncias, enquanto o GIRP (min  $F_{EEV}$ ) não encontrou solução para pelo menos uma instância de cada um dos grupos:  $n = 10$  e H3;  $n = 50$  e H3;  $n = 25, 30$  e H6;  $n = 50$  e L3;  $n = 25$  e L6; e  $n = 30$  e L6, dentro do tempo limite. Em termos de prova de otimalidade, o modelo GIRP (min  $F_{EEV}$ ) conseguiu provar a otimalidade de 5.62% das instâncias contra 35% do modelo do GIRP (min  $F_{IRP}$ ). Agora, considerando uma frota maior de veículos, as soluções das emissões de  $CO_2$  do modelo GIRP (min  $F_{EEV}$ ) foram um pouco mais poluentes, devido ao gap de mais de 52%, enquanto gap médio do GIRP (min  $F_{IRP}$ ) foi de 3%. Em questão de tempo computacional, GIRP (min  $F_{EEV}$ ) foi 33% mais custoso.

Tabela 31 – Resultados computacionais para o modelo proposto, para 30 veículos e alto custo de estoque, comparado com o modelo da literatura.

<i>n</i>	<i>p</i>	GIRP (min $F_{EEV}$ )				GIRP (min $F_{IRP}$ )			
		$F_{EEV}$	v. IRP	tempo	gap %	$F_{IRP}$	v. $EEV$	tempo	gap %
5	H3	522.4	2879.0	1655.2	1	1934.3	1436.5	3.2	0
10	H3	820.8 *	5005.3 *	3600.0 *	24*	3674.7	2156.5	139.3	0
15	H3	812.2	6582.2	3600.0	34	4531.6	2323.5	420.3	0
20	H3	1043.2	8779.6	3600.0	42	5992.3	2673.0	1560.8	1
25	H3	2079.7	15399.7	3600.0	52	7416.6	2699.8	2318.4	1
30	H3	3081.8	18991.7	3600.0	77	8852.7	2728.7	2880.8	1
35	H3	8133.2	31484.5	3600.1	90	9304.3	3159.6	3060.3	2
40	H3	8619.5	31453.2	3600.1	90	10178.6	2939.8	3600.0	2
45	H3	8621.7	32431.9	3600.1	92	11323.3	3864.4	3604.2	3
50	H3	8253.1*	37474.2*	3600.1*	90*	22690.7	7968.7	3600.0	29
5	H6	1416.5	6830.0	3600.0	10	5041.6	3712.6	319.9	0
10	H6	2033.1	11850.1	3600.0	26	8118.6	5438.5	3600.0	3
15	H6	2593.1	17761.0	3600.0	47	10656.9	5927.5	3600.0	2
20	H6	7338.4	38517.4	3600.0	77	13741.3	6684.4	3600.0	4
25	H6	11718.0*	43346.2*	3600.1*	83*	15758.7	8327.9	3600.0	3
30	H6	7696.2*	43232.8*	3601.7*	80*	43311.8	12429.3	3600.1	57
5	L3	522.4	2184.1	1683.7	1	1246.7	1397.8	2.3	0
10	L3	771.6	3094.1	3600.0	21	1863.4	1992.7	188.4	0
15	L3	816.5	4234.8	3591.3	34	2118.0	2305.5	424.9	0
20	L3	1038.1	5345.3	3600.0	41	2589.5	2730.3	1608.2	2
25	L3	2054.8	10758.4	3600.0	50	2948.2	2690.9	2943.6	4
30	L3	3106.1	13472.9	3600.0	77	3071.0	3048.0	2786.0	1
35	L3	8156.6	25150.4	3600.1	90	3332.3	3303.4	2706.6	3
40	L3	8619.5	24813.0	3600.1	90	3831.6	2864.1	3600.2	11
45	L3	8621.7	24833.0	3600.1	92	4540.8	3493.5	3602.6	20
50	L3	8253.1*	29585.5*	3600.1*	90*	12023.4	6892.6	3600.0	36
5	L6	1415.9	4933.9	3600.0	11	3143.7	3638.3	449.3	0
10	L6	2037.0	8478.2	3600.0	26	4726.6	5393.0	3600.0	5
15	L6	2824.2	13407.9	3600.3	51	5411.1	5889.1	3600.0	3
20	L6	7338.4	31625.7	3600.0	77	6958.1	7610.3	3600.0	8
25	L6	11718.0*	35391.1*	3600.1*	83*	17478.6	10524.5	3600.1	27
30	L6	7696.2*	34551.4*	3609.4*	80*	20155.9	8098.4	3600.8	43

Fonte: Elaborada pelos autores.

Realizamos os testes computacionais para vermos o desempenho do modelo. Foram consideradas diversas configurações de frotas, distintas em tamanho e combustíveis. Podemos ver que, para as frotas acima de 18 veículos, o modelo tem mais dificuldade de encontrar boas soluções, principalmente quando temos instâncias maiores com muitos clientes.

Observando as soluções obtidas, podemos notar o trade-off entre os compromissos do GIRP: emissão de  $CO_2$  e custos do IRP. Quando minimizamos uma função objetivo, a outra função tem valor máximo e vice-versa. Além disso, para cada instância, que o modelo obtêm solução ótima nos dois objetivos, vemos a diferença entre os valores de cada compromisso, quando a função é minimizada e quando não é. A partir disso, vemos a oportunidade de o problema ser resolvido por métodos multiobjetivo.

---

## OTIMIZAÇÃO MULTI-OBJETIVO

---

Neste capítulo trazemos uma revisão de otimização multi-objetivo, onde na Seção (B.1) apresentamos conceitos e definições da área. Na Seção (B.2) descrevemos alguns métodos exatos para problemas multi-objetivos. E na Seção (B.3) exemplificamos a utilização de um dos métodos apresentados.

Historicamente, a primeira referência para abordar tais situações de objetivos conflitantes é geralmente atribuída a Vilfredo Pareto em *Manual d'économie politique* (em francês) de 1896, segundo Ehrgott (2005). É importante destacar que, nesta área, os objetivos geralmente possuem uma natureza intrinsecamente conflitante, significando que a melhoria em um objetivo pode acarretar na piora de outro, criando assim um cenário de compromisso (ou balanceamento) entre os diferentes objetivos a serem otimizados. Este conceito, quando aplicado a contextos como o nosso, revela uma característica fundamental: enquanto uma função objetivo, como a redução das emissões, tende a aumentar, a outra, como os custos, tende a diminuir, evidenciando um claro trade-off entre elas. Em homenagem a Pareto, essas alternativas de balanceamento são frequentemente chamadas de 'soluções ótimas no senso de Pareto' em problemas de otimização com múltiplos critérios. Algumas definições formais serão exibidas mais adiante.

Um problema de otimização multiobjetivo é definido pela existência de um conjunto de soluções admissíveis, delimitado por um conjunto específico de restrições, e caracteriza-se pela presença de múltiplas funções objetivo que delinham os objetivos a serem alcançados. Geralmente, em tais problemas, não se encontra uma única solução capaz de otimizar todas as funções objetivo simultaneamente Alves (2004).

Problemas multiobjetivos consistem na otimização de um vetor de funções a serem otimizadas, escolhidas como forma de avaliar o impacto das decisões factíveis do problema, de acordo com diferentes índices de desempenho Oliveira e Ferreira (2003).

É importante destacarmos a mudança no paradigma de otimalidade até então vigente. Na resolução de problemas com um único objetivo, deseja-se encontrar a solução ótima, isto é,

que torna o mínimo (ou máximo) o valor de uma dada função. É neste ponto que a programação multiobjetivo se diferencia dos demais problemas de otimização, ou seja, quanto ao sentido que o conceito de solução do problema assume [Steuer \(1989\)](#) [Gardiner e Steuer \(1994\)](#). O conceito tradicional não é mais aplicável. Usualmente, é necessário ponderar os objetivos conflitantes e tentar encontrar uma solução de compromisso satisfatória [Buchanan e Gardiner \(2003\)](#).

Utilizando a definição de [Emmerich e Deutz \(2018\)](#) para otimização multi-objetivo: Dado  $m$  funções objetivos  $f_1 = \mathbb{X} \rightarrow \mathbb{R}, \dots, f_r = \mathbb{X} \rightarrow \mathbb{R}$ , onde  $\mathbb{X} \rightarrow \mathbb{R}$  é o espaço de decisão, o problema de otimização multi-objetivo é dado pela seguinte declaração de problema: minimizar  $f_1(x), \dots$ , minimizar  $f_r(x), x \in \mathbb{X}$ .

Neste trabalho, consideramos o problema bi-objetivo, ou seja  $r = 2$ . Nesta seção contextualizamos os termos e definições, necessários para introduzir as abordagens da literatura e as propostas.

## B.1 Conceitos e definições

Problema de otimização bi-objetivo tem um número  $r = 2$  de funções objetivos que devem ser minimizadas, sujeito a um conjunto viável  $\mathbb{X} \subseteq \mathbb{R}^n$ . A forma geral é dada por:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimize} & z_1 = f_1(x) \\ \text{Minimize} & z_2 = f_2(x) \\ \text{sujeito a} & x \in \mathbb{X} \end{array}$$

onde  $z_1$  e  $z_2$  é  $k$ -ésima função objetivo a ser minimizada, sendo  $k = 1, \dots, r$ ;  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$  é o vetor das variáveis de decisão; e  $\mathbb{X} = \{x \in \mathbb{R}^n \mid g_j(x) \leq 0, j = 1, \dots, l\}$  é o espaço de decisão ou espaço factível, gerado pelas  $l$  restrições  $g_j(x) \leq 0$ .

### Definição: Espaço Critério

O espaço  $\mathbb{Z} \subseteq \mathbb{R}^r$  gerado pela aplicação das  $r$  funções objetivos no espaço  $\mathbb{X}$  é chamado espaço critério ou espaço objetivo, ou seja,  $\mathbb{Z} = \{z \in \mathbb{R}^r \mid z = f(x), \forall x \in \mathbb{X}\}$ .

### Definição: Dominância

Uma solução  $x^1$  domina uma outra solução  $x^2$ , com  $x^1, x^2 \in \mathbb{X}$ , se as condições a seguir forem satisfeitas:

- i)  $f_k(x^1) \leq f_k(x^2), k = 1, \dots, r$ , ou seja, a solução  $x^1$  não é pior que a solução  $x^2$  em todos os objetivos;
- ii)  $f_{\bar{k}}(x^1) < f_{\bar{k}}(x^2)$ , isto é, a solução  $x^1$  é estritamente melhor que a solução  $x^2$  em pelo menos uma componente  $\bar{k} \in \{1, \dots, r\}$ .

Com isso, a solução  $x^1$  domina  $x^2$ , ou  $x^2$  é dominada por  $x^1$ . Notação:  $x^1 \preceq x^2$ . O caso em que  $x^1$  não domina  $x^2$  denotamos por  $x^1 \not\preceq x^2$

Note que duas suas soluções são comparáveis quando uma domina a outra. Mas, pode acontecer que  $x^1 \not\preceq x^2$  nem  $x^2 \not\preceq x^1$ . Além disso, se  $x^1 \not\preceq x^2$  não implica que  $x^2 \preceq x^1$ .

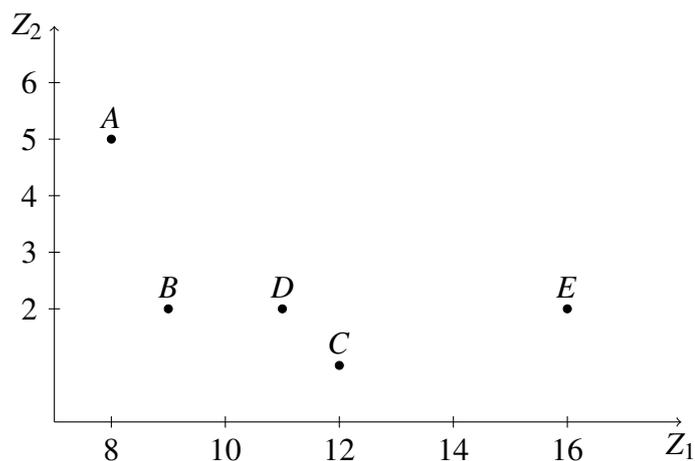
### Definição: Dominância forte

Uma solução  $x^1$  domina fortemente uma outra solução  $x^2$  se

$$f_k(x^1) < f_k(x^2), \quad k = 1, \dots, r.$$

Para facilitar a explicação, extraímos o exemplo do livro de [Collette e Siarry \(2004\)](#). Considere os seguintes pontos no espaço critério: A (8; 5), B (9; 2), C (12; 1), D (11; 2) e E (16; 2).

Figura 30 – Exemplo de pontos no espaço critério.



- A: não domina ninguém;
- B: domina D e E;
- C: domina fortemente E;
- D: domina E;
- E: não domina ninguém.
- A, B e C: não são dominados por nenhum ponto.

### Definição: Solução Eficiente

Uma solução  $x^* \in \mathbb{X}$  é chamada Eficiente ou Ótima no sentido Pareto, se não existe uma outra solução  $x \in \mathbb{X}$ , de maneira que  $x \preceq x^*$ .

**Definição: Ponto não Dominado**

Um ponto  $z^*$  no espaço critério  $\mathbb{Z}$  é chamado de não Dominado se sua imagem inversa é uma solução eficiente, isto é,  $z^* = f(x^*)$ .

**Definição: Conjunto Eficiente**

O conjunto eficiente denotado por  $\mathbb{X}^*$  são todos os elementos de  $\mathbb{X}$  que não são dominados por nenhum membro de  $\mathbb{X}$ , isto é,  $\mathbb{X}^* = \{x^* \in \mathbb{X} : x \not\prec x^*, \forall x \in \mathbb{X}\}$ .

**Definição: Conjunto não dominado**

A imagem do conjunto eficiente  $\mathbb{X}^*$  é o conjunto  $\mathbb{Z}^* \subseteq \mathbb{Z}$  e denominamos por conjunto não dominado. Formalmente,  $\mathbb{Z}^* = \{z^* \in \mathbb{R}^r : z^* = f(x^*), \forall x^* \in \mathbb{X}^*\}$ . Para o caso  $r = 2$  objetivos, o conjunto não dominado é nomeado de fronteira de Pareto.

Em um problema bi-objetivo onde duas funções são minimizadas, a fronteira de Pareto é o conjunto de pontos (fronteira) mais inferior e a esquerda do espaço critério  $\mathbb{Z}$ . Para o exemplo, de [Collette e Siarry \(2004\)](#) são os pontos A, B e C.

**Definição: Vetor Ideal**

O vetor ideal  $z^I = (z_1^I, \dots, z_r^I)^T \in \mathbb{Z}$  é dito Vetor Ideal quando sua  $k$ -ésima componente é o valor mínimo encontrado para a  $k$ -ésima função objetivo entre todas as soluções eficientes (ou ótimas de Pareto), do seguinte problema mono-objetivo:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & z_k = f_k(x) \\ \text{sujeito a} & x \in X^*, \end{array}$$

onde  $X^*$  representa o conjunto de soluções eficientes e para todo  $k = 1, 2, \dots, r$ . As coordenadas deste ponto correspondem aos melhores valores obtidos para cada função objetivo.

**Definição: Vetor Nadir**

O vetor Nadir  $z^N = (z_1^N, \dots, z_r^N)^T \in \mathbb{Z}$  é definido como o Vetor Nadir quando sua  $k$ -ésima componente é o valor máximo encontrado para a  $k$ -ésima função objetivo entre todas as soluções eficientes (ou ótimas de Pareto):

$$\begin{array}{ll} \text{Maximizar} & z_k = f_k(x) \\ \text{sujeito a} & x \in X^*, \end{array}$$

onde  $X^*$  representa o conjunto de soluções eficientes e para todo  $k = 1, 2, \dots, r$ . As coordenadas deste ponto correspondem aos piores valores obtidos para cada função objetivo.

Para ilustrar as definições e conceitos discutidos, a Figura (31) exibe a representação gráfica de uma fronteira de Pareto, para  $r = 2$  e os vetores especiais conhecidos como Vetor Nadir e Vetor Ideal.

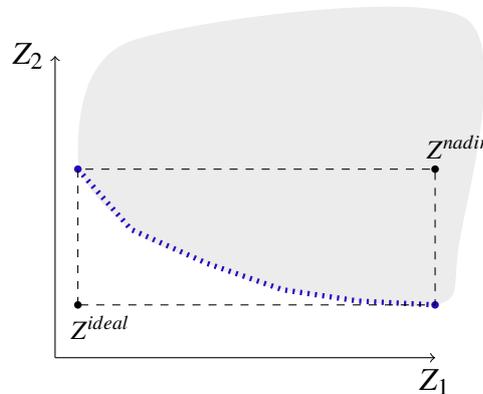


Figura 31 – Exemplo do Vetor Ideal e Vetor Nadir.

## B.2 Métodos clássicos

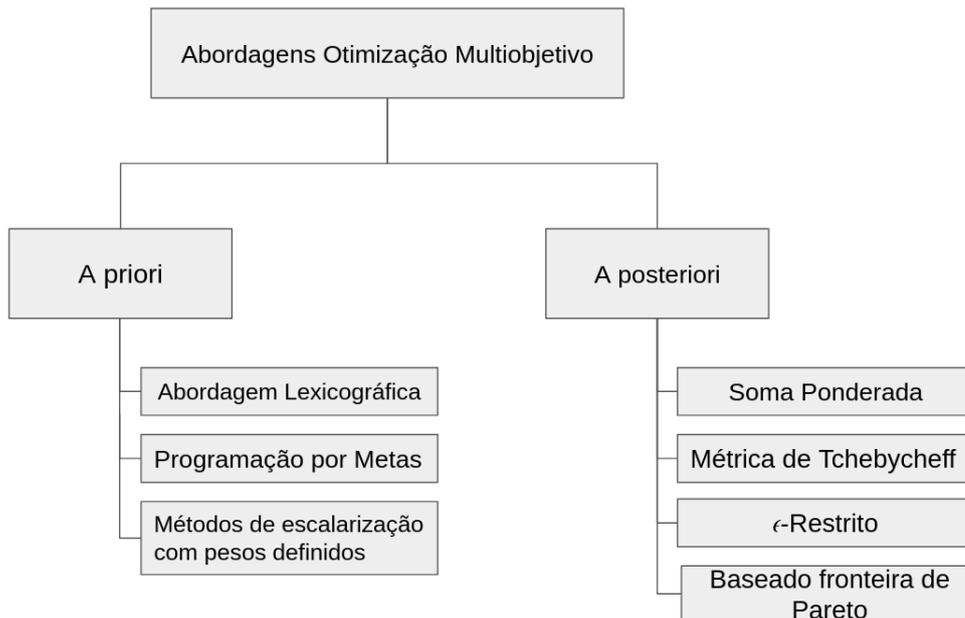
No que diz respeito a classificação dos métodos exatos, uma das categorizações mais utilizadas considera duas famílias de métodos: a priori e a posteriori (Miettinen (1998) e Collette e Siarry (2004)). Essas famílias são definidas considerando a participação do tomador de decisão no processo de obtenção de soluções de Pareto. Algumas das abordagens tradicionais são apresentadas na Figura (32).

A saber, escalarização, frequentemente mencionados neste contexto, é uma técnica utilizada para transformar um problema multiobjetivo em um ou mais problemas mono-objetivo para facilitar a solução. A seguir vamos definir alguns termos:

- Métodos a priori: Nesta abordagem, as preferências do tomador de decisão são especificadas antes do processo de otimização começar, ou seja, o decisor primeiro articula a informação de preferências e as aspirações de cada objetivo e depois o processo de solução tenta encontrar uma solução de Pareto que o satisfaça da melhor forma possível. Esta abordagem pode limitar a exploração do espaço de soluções, pois as preferências são definidas a priori.
- Métodos a posteriori: Ao contrário dos métodos a priori, os métodos a posteriori visam gerar o conjunto de soluções ótimas de Pareto sem a necessidade de especificar preferências antecipadamente. Após a geração desse conjunto, o tomador de decisão pode explorar as soluções disponíveis e selecionar a mais adequada conforme suas preferências. Esta abordagem dá ao decisor uma visão geral das diferentes soluções disponíveis.

Nas próximas subseções ilustramos alguns métodos.

Figura 32 – Algumas abordagens clássicas para problemas multiobjetivos.



Fonte: Elaborada pelo autor.

### B.2.1 Método da Soma Ponderada

Dado um problema multiobjetivo original, o método da Soma Ponderada o transforma em um problema mono-objetivo ponderado. Isto é feito tomando uma combinação convexa de cada função objetivo considerada, sendo  $\lambda_k$  o peso para cada uma delas, que, geralmente, quando alterado seu valor, permite a geração de outras soluções eficientes distintas. Este método é o mais simples e fácil de ser implementado.

Embora a ideia seja muito simples, uma questão importante é mensurar estes pesos para cada objetivo. Sabe-se que, quanto mais (menos) importante for aquele critério no problema, maior (menor) deve ser o valor do peso  $\lambda_k$  associado para aquele objetivo.

Atribuir estes pesos requer uma tarefa adicional de não permitir que a magnitude de cada função objetivo não afete a geração de soluções eficientes. Desse modo, é recomendável colocar estas funções em uma mesma ordem de grandeza, mantendo-se todas as funções objetivo no intervalo  $[0, 1]$  de variação.

Sendo  $f_k^+(x)$  e  $f_k^-(x)$  os valores de máximo e mínimo da função  $f_k(x)$ , esta pode ser normalizada do seguinte modo:

$$\bar{f}_k(x) = \frac{f_k(x) - f_k^-(x)}{f_k^+(x) - f_k^-(x)}$$

Assim, o problema ponderado pode ser redefinido como:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & z^w = \sum_{k=1}^r \lambda_k \bar{f}_k(x) \\ \text{sujeito a} & x \in X \end{array} \quad (\text{B.1})$$

onde,  $\sum_{k=1}^r \lambda_k = 1$  e  $\lambda_k \geq 0$ .

As vantagens do Método da Soma Ponderada é sua simplicidade e para problemas de otimização multiobjetivo convexo, o método garante gerar todas as soluções eficientes.

Por outro lado, as desvantagens são: a distribuição uniforme dos pesos não geram pontos não-dominados uniformemente distribuídos; diferentes pesos não necessariamente determinam diferentes soluções eficientes; o método não determina soluções eficientes cuja imagem estejam na parte não-convexa da fronteira de Pareto.

### B.2.2 O Método do $\varepsilon$ -Restrito

A fim de superar as dificuldades do método da Soma Ponderada, principalmente para problema multiobjetivos com fronteira de Pareto não convexa, a técnica  $\varepsilon$ -Restrito é um método alternativo e que supera algumas dificuldades dos métodos precedentes. Proposto em [Haimes \(1971\)](#), este método escalariza um problema multiobjetivo tomando uma função como objetivo e restringindo as demais com limitantes especificados. Quando esses limitantes variam de modo adequado, soluções eficientes podem ser obtidas. O problema restrito é definido como:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & z^\varepsilon = f_i(x) \\ \text{sujeito a} & x \in X \\ & f_k(x) \leq \varepsilon_k, \quad k = 1, \dots, r, \quad k \neq i, \end{array}$$

onde  $i \in \{1, \dots, r\}$  é alguma função objetivo previamente escolhida,  $\varepsilon_k$  é um parâmetro que, sob certas condições faz com que o modelo acima gere uma solução ótima de Pareto. Conforme os limitantes variam, diferentes soluções eficientes podem ser obtidas com esta escalarização.

Uma diferença notável entre os outros métodos aqui abordados é que a região admissível do problema escalarizado varia, enquanto nas outras abordagens apenas a função objetivo sofre alterações. E isso pode ser um problema em problemas inteiros, difíceis de serem resolvidos.

### B.2.3 O Método da Métrica de Tchebycheff

O uso da Norma de Tchebycheff em problemas de otimização multiobjetivo surgiu pioneiramente no trabalho proposto em [Bowman \(1976\)](#). Em vez de usar as ponderações convexas dos objetivos, outro meio de combinar múltiplos objetivos numa função escalar seria utilizar as normas ponderadas  $l_\alpha$  em espaços euclidianos. Para pesos não negativos, um problema escalar

alternativo poderia ser definido como o de minimizar, com respeito à norma ponderada  $\alpha$ , a distância entre o vetor objetivo de uma solução  $x$  factível e o vetor  $z^I$  (vetor ideal), isto é:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & z^w = \left[ \sum_{k=1}^r \lambda_k (f_k(x) - z_k^I)^\alpha \right]^{1/\alpha} \\ \text{sujeito a} & x \in X, \end{array} \quad (\text{B.2})$$

onde o parâmetro  $\alpha$  pode ser escolhido pelo usuário,  $1 \leq \alpha < \infty$  ou  $\alpha = \infty$  e denota a métrica de Tchebycheff a ser utilizada. Assumimos que  $\sum_{k=1}^r \lambda_k = 1$ ,  $\lambda_k > 0$  e  $f_k(x)$  estejam normalizadas,  $k = 1, \dots, r$ . Note que se  $\alpha = 1$ , o problema (B.2) é equivalente ao método da soma ponderada. Filho (2016) destacou o caso em que  $\alpha = \infty$ , pois as outras métricas (com exceção a  $\alpha = 1$ ) resultam em problemas escalares não lineares.

Quando tem-se a métrica  $l_\infty$ , o problema de Tchebycheff é definido da seguinte maneira:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & z^w = \max_{1 \leq k \leq r} \{ \lambda_k (f_k(x) - z_k^I) \} \\ \text{sujeito a} & x \in X. \end{array} \quad (\text{B.3})$$

No entanto, ele não é diferenciável. Por isso, pode-se inserir uma variável auxiliar  $u \in \mathbb{R}_+$  e obter uma forma equivalente linear e diferenciável:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & z^w = u \\ \text{sujeito a} & x \in X \\ & \lambda_k (f_k(x) - z_k^I) \leq u. \end{array} \quad (\text{B.4})$$

para todo  $k = 1, 2, \dots, r$ .

Para facilitar o entendimento, dessa seção, bem como entender a relação das métricas de soma ponderada e Tchebycheff apresentaremos a Figura (33). Esses métodos podem ser encontrados pelo nome de Método de Otimização de Compromisso (*Method of Weighted Metrics*) Observe na Figura (33) a norma  $l_1$  é equivalente a minimizar soma ponderada dos objetivos (ou combinação linear). A norma  $l_2$  ( $\alpha = 2$ ) é equivalente a métrica euclidiana. Por fim, a norma  $l_\infty$  que minimiza o desvio máximo para o ponto ideal.

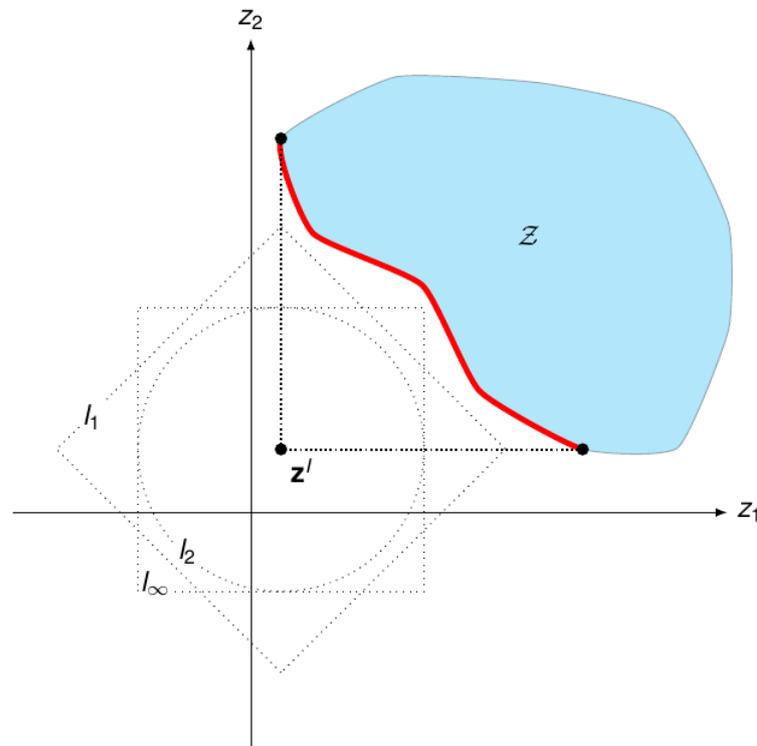
### Teorema:

A solução do Problema de Tchebycheff (original) é fracamente eficiente se  $\lambda_k > 0$ .

## B.2.4 Método do Critério Global

Muitos métodos foram propostos na literatura para resolver problemas de otimização com múltiplos objetivos, classificados de diversas maneiras. Resolver problema de otimização multiobjetivo, geralmente envolve apoiar o tomador de decisão na busca de sua solução ótima de

Figura 33 – Diferentes normas para minimização da distância para o ponto ideal.



Fonte: Filho (2022).

Pareto preferida. Uma classificação popular baseia-se no papel do tomador de decisão e inclui os Métodos sem preferência: nestes métodos, não se considera as preferências do tomador de decisão e um problema multiobjetivo é resolvido para encontrar uma solução de Pareto ótima, que pode ser vista como um tipo de solução de compromisso. Neste caso, o tomador de decisão pode aceitar ou rejeitar a solução proposta mais tarde. Como os métodos sem preferência não levam em conta as preferências do decisor, eles são normalmente usados quando o decisor não está disponível ou não tem informações de preferência para fornecer. O método do Critério Global é um dos exemplos mais comuns para métodos sem preferência.

O método do Critério Global, também conhecido como programação de compromisso, é o mais conhecido dos métodos sem preferência. A ideia geral é encontrar uma solução ótima de Pareto que seja, de alguma forma, a mais próxima do vetor objetivo ideal. Para medir essa proximidade, são utilizadas diferentes métricas, tipicamente métricas  $L_p$  para  $1 \leq p \leq \infty$ . Com diferentes métricas, podem ser obtidas soluções diferentes.

O problema escalonado a ser resolvido no Método do Critério Global quando  $p < \infty$  é:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & (\sum_{i=1}^k |f_i(x) - z_i^*|^p)^{1/p} \\ \text{sujeito a:} & s \in \mathbb{S}. \end{array}$$

Quando  $p = \infty$ , a solução do problema é considerada ótima de Pareto. Nesse caso, o

problema assume a forma de minimizar o máximo das diferenças absolutas entre as funções objetivo e o vetor ideal, dentro do conjunto viável  $\mathbb{S}$ , da seguinte forma:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimizar} & \text{Maximizar}_{i=1,\dots,k} \\ & \text{sujeito a:} \end{array} \quad \begin{array}{l} [|f_i(x) - z_i^*|] \\ s \in \mathbb{S}. \end{array}$$

Vale notar que, mesmo quando as funções objetivo e de restrição são diferenciáveis, o problema com  $p = \infty$  é não diferenciável e produz uma solução fracamente ótima de Pareto. Se as escalas das funções objetivo forem totalmente diferentes, uma normalização deve ser usada. Se todas as funções objetivo e de restrição são diferenciáveis e o vetor objetivo ideal é globalmente conhecido, o problema pode ser escrito em uma forma diferenciável correspondente.

### B.3 Exemplo Bi-objetivo

Vamos finalizar este capítulo de conceitos e definições, com um exemplo utilizando otimização multi-objetivo. Neste exemplo, abordamos o IRP para o caso de único link (aresta) (do inglês *Single Link Inventory Routing Problem*, SLIRP). Este exemplo resultou na participação de um evento internacional para apresentação dos resultados obtidos. Posteriormente, o trabalho tornou um capítulo de livro [Mundim, Santos e Morabito \(2019\)](#).

O problema visa decidir quanto de cada produto enviar em cada frequência para minimizar o custo de transporte e de estoque. Este problema é referido aqui como o problema de link único bi-objetivo. Por exemplo, a origem pode representar um centro de consolidação e o destino um depósito. Algumas origens enviam produtos regularmente para o centro de consolidação, e então, os produtos são enviados para o depósito [Bertazzi, Speranza e Ukovich \(2000\)](#). Esse problema com frequências discretas é mostrado como NP-difícil em [Speranza e Ukovich \(1996\)](#). As situações práticas para o caso em que o conjunto de possíveis frequências de envio é dado podem ser encontradas em [Hall \(1984\)](#), [Maxwell e Muckstadt \(1985\)](#), [Jackson, Maxwell e Muckstadt \(1988\)](#) e [Muckstadt e Roundy \(1993\)](#).

#### B.3.1 Descrição do problema e formulação matemática

Nesse problema, um conjunto de produtos  $I$  está disponível em um ponto de origem  $A$  e é demandado em um destino  $B$  a uma taxa constante  $q_i$ . Um conjunto de frequências, indexado por  $J$ , é considerado, e cada frequência  $F_j$  corresponde ao tempo de entrega  $t_j = 1/F_j$ , sendo as entregas realizadas em tempos discretos. Veículos, com capacidade dada  $r_j$ , estão disponíveis para transportar produtos, e cada produto pode ser parcialmente transportado por veículos que viajam em diferentes frequências  $F_j$ . Cada produto  $i \in I$  com uma unidade de volume  $v_i$  pode ser continuamente dividido. Assume-se que, para cada produto, a taxa de produção é igual à

taxa de demanda. Dois fatores de custo são considerados, nomeadamente o custo de transporte  $c_j$  e o custo de estoque  $h_i$  (que é cobrado da mesma forma tanto na origem quanto no destino). Todos os envios com a mesma frequência são considerados simultâneos, ou seja, realizados ao mesmo tempo. Para cada frequência, um número ilimitado de veículos está disponível. O nível de estoque de qualquer produto  $i \in I$  na origem e no destino deve ser não negativo.

O objetivo deste modelo é decidir a fração de cada produto que deve ser transportada em cada frequência, de modo que a soma dos custos de transporte e de estoque sejam minimizados. Ou seja, encontrar a política de entrega, que, neste caso, tem como solução as frequências, a quantidade com que os produtos são entregues na frequência  $F_j$  e, adicionalmente, o número de rotas necessárias na frequência  $F_j$ . As variáveis são  $y_j$  com o número de veículos a serem utilizados na frequência  $j$  e  $x_{ij}$  com porcentagem do produto  $i$  a ser transportada na frequência  $j$ .

Tabela 32 – Conjuntos e parâmetros do SLIRP.

Conjuntos:	
$I$	Conjunto de produtos que devem ser transportados de um ponto de origem $A$ para um ponto de destino $B$ ;
$J$	Conjunto de frequências dadas;
Parâmetros:	
$q_i$	taxa constante com que o produto $i$ está disponível na origem e absorvido no destino;
$v_i$	volume do produto $i$ ;
$h_i$	custo de estoque do produto $i$ ;
$F_j$	$j$ -ésima frequência, com $j \in J$ ;
$t_j = 1/F_j$	período, tempo discreto na frequência $F_j$ ;
$r_j$	capacidade de cada caminhão que viaja na frequência $F_j$ ;
$c_j$	custo de uma única viagem de um caminhão que viaja na frequência $F_j$ .

Fonte: Elaborada pelo autor.

O modelo apresentado é baseado em Bertazzi, Speranza e Ukovich (2000) e Bertazzi e Speranza (2012). A do descrição do problema foi apresentada, e o modelo, considerando a função objetivo como a minimização da soma dos custos, é apresentado a seguir:

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} h_i q_i t_j x_{ij} + \sum_{j \in J} \left( \frac{c_j}{t_j} \right) y_j \quad (\text{B.5})$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = 1, \quad i \in I \quad (\text{B.6})$$

$$t_j \sum_{i \in I} v_i q_i x_{ij} \leq r_j y_j, \quad j \in J \quad (\text{B.7})$$

$$0 \leq x_{ij} \leq 1, \quad i \in I, \quad j \in J \quad (\text{B.8})$$

$$y_j \geq 0, \quad y_j \in \mathbb{Z}, \quad j \in J \quad (\text{B.9})$$

Na função objetivo ((B.5)), temos  $f = h_i q_i t_j x_{ij}$  relacionado à minimização do custo médio de transporte e  $g = (c_j / t_j) y_j$  relacionado à minimização do custo de estoque, ambos por unidade de tempo. O conjunto de restrições ((B.6)) garante que os produtos sejam totalmente entregues da origem ao destino usando uma ou mais frequências. O conjunto de restrições ((B.7)) afirma que o número de veículos usados em cada frequência é suficiente. E as restrições ((B.8)) e ((B.9)) definem as variáveis de decisão não negativas, sendo a última inteira.

### B.3.2 Método de resolução, experimentos computacionais e resultados

Neste exemplo, aplicamos o método do  $\varepsilon$ -restrito, amplamente discutido em [Chankong V. \(1983\)](#) e [Miettinen \(2008\)](#). Neste método, uma das funções objetivas é escolhida para ser otimizada, enquanto a(s) outra(s) é(são) convertida(s) em restrição(ões) adicional(ais), levando à solução ótima de Pareto. Neste exemplo, com o SLIRP, a modificação sistemática dos valores da função objetivo que formam o conjunto de restrições adicional, leva à geração de uma fronteira de Pareto uniformemente distribuída.

Selecionamos o custo de transporte como objetivo e o custo de estoque é convertido em uma restrição com o limite superior  $\varepsilon$ . Assim, o modelo completo é dado da seguinte forma:

$$\text{Minimizar } \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} f \quad (\text{B.10})$$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in J} g \leq \varepsilon \quad (\text{B.11})$$

Restrições (B.6) – (B.9)

Para encontrar o valor de  $\varepsilon$ , o primeiro passo é na resolução do problema mono-objetivo para o custo de transporte sem restrição adicional, a partir daí, no segundo passo em diante são

consideradas as restrições (B.11) com um valor de  $\varepsilon$  igual ao número de veículos disponíveis, até atingir um número suficientemente pequeno de veículos. Com isso, o número de veículos diminui juntamente com o custo de transporte, enquanto o custo de estoque aumenta.

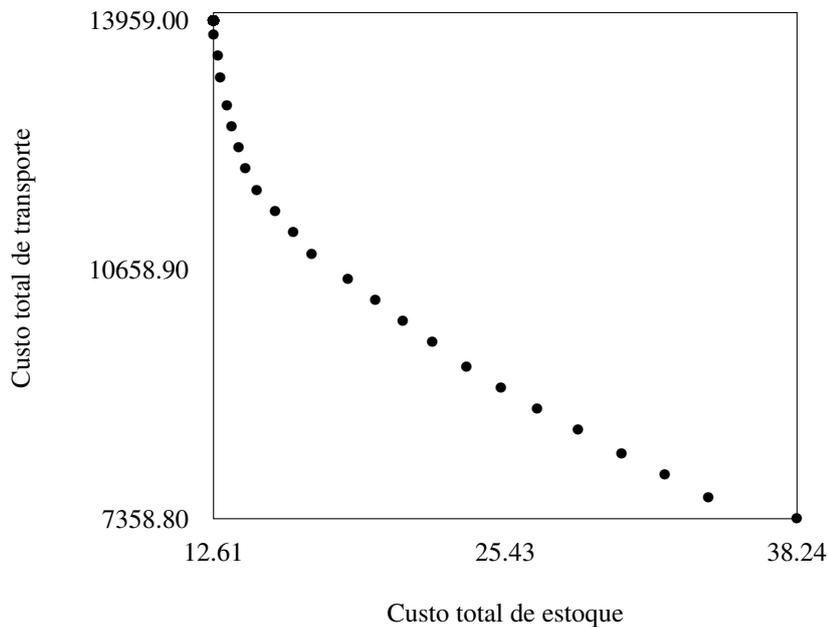
O algoritmo foi implementado na linguagem de programação C++, e os experimentos computacionais foram realizados em uma máquina com processador Intel® Core™ i7 – 4790 CPU @ 3.60GHz×8, 16 GB de RAM e Ubuntu 18.04.1 como sistema operacional. O modelo foi resolvido com o IBM ILOG CPLEX 12.7 considerando suas configurações padrão. Impusemos um limite de tempo de 3600 segundos para resolver cada instância como critério de parada.

As instâncias são fortemente inspiradas em Bertazzi, Speranza e Ukovich (2000). A saber:

- Número de produtos (conjunto  $I$ ): 10.
- Número de frequências (conjunto  $J$ ): 5, 10 e 15.
- $q_i$ : dois conjuntos gerados aleatoriamente em dois intervalos diferentes (0.1 – 5) e (5 – 100);
- $v_i$ : gerado aleatoriamente entre 0.001 e 0.01;
- $h_i$ : gerado aleatoriamente entre 0.001 e 1;
- $R_j$ : gerado aleatoriamente entre 0.05 e 1.
- $c_j$ : gerado aleatoriamente entre 275 e 325.

A Figura (34) mostra a fronteira de Pareto para uma instância com 10 produtos e 5 frequências. Como esperado, todos os experimentos computacionais demonstram que a redução do custo total de transporte aumenta o custo total de estoque, conforme pode ser observado na fronteira de Pareto. Vale ressaltar que os valores de estoque são muito menores do que os valores de roteamento porque geramos as instâncias aleatoriamente com base nos valores de Bertazzi, Speranza e Ukovich (2000). Outros trabalhos, como o de Geiger e Sevaux (2011), têm valores de estoque muito acima dos custos de transporte. Portanto, reforçamos que lidar com um problema bi-objetivo na prática traz muitas vantagens para os gestores.

Figura 34 – Soluções não dominadas para a Fronteira de Pareto.



Fonte: Elaborada pelo autor.

Geramos um conjunto de 30 instâncias seguindo os parâmetros descritos anteriormente. Para facilitar a comparação, disponibilizamos essas instâncias em um site<sup>1</sup>. Na Tabela (33), apresentamos os resultados das 30 instâncias resolvidas na otimalidade, divididas em seis grupos de acordo com o número de frequências.

Cada linha da Tabela (33) apresenta os resultados de uma instância, mostrando pontos da fronteira de Pareto. Na primeira coluna, temos o número de frequências ( $J$ ). Na segunda coluna, o intervalo do ( $q_i$ ), que é a taxa constante com que o produto  $i$  está disponível na origem e absorvido no destino. Em seguida, apresentamos três soluções: 1) solução de valor mínimo para  $f$  (MinF) e valor máximo para  $g$ ; 2) solução mediana entre  $f$  e  $g$  a partir de 100 pontos da fronteira de Pareto (Mediana); e 3) solução de valor mínimo para  $g$  (MinG) e valor máximo para  $f$ . Todas as instâncias foram resolvidas em menos de 60 segundos.

Os resultados da Tabela (33) mostram que, para todas as instâncias, a função  $f$  aumenta em média 291.62% com 203.46% na mediana, 55.94 no valor absoluto mediano. Enquanto a função  $g$  diminui em média 63.86% e 54.92% na mediana, com valor absoluto mediano igual a 13068.11. Essa análise mostra o compromisso entre as duas funções, enquanto um custo aumenta, o outro diminui. Além disso, podemos observar que os valores médio e mediano estão próximos. Isso indica uma simetria na distribuição das soluções das instâncias, especialmente nas cinco primeiras instâncias que têm um desvio padrão na variação percentual de 6.80 para  $f$  e 0.35 para  $g$ .

<sup>1</sup> Site com instâncias: <https://github.com/ariannesilvamundim/instanceods2019>.

Tabela 33 – Pontos da Fronteira de Pareto para 30 instâncias.

J	$q_i$	Ins.	MinF		Mediana		MinG	
			f	g	f	g	f	g
5	0.1-5	1	9.65	25738.50	10.06	24234.00	28.90	2234.42
		2	13.38	12160.00	13.49	11769.54	26.75	3553.50
		3	8.47	111228.00	8.48	111007.25	42.35	5999.60
		4	10.90	3920.00	11.34	3621.00	21.79	3090.00
		5	14.07	24447.00	14.08	24320.50	28.15	5562.00
5	5-10	6	41.39	30056.00	42.50	29846.40	206.93	14235.20
		7	40.06	26560.00	40.10	26339.66	121.39	10862.94
		8	37.92	28910.00	38.18	28848.00	38.18	28848.00
		9	39.45	186113.00	39.45	186113.00	193.43	9960.65
		10	57.23	222780.50	57.23	222780.50	112.98	13047.50
10	0.1-5	11	9.00	46455.00	9.02	45747.50	27.27	4130.28
		12	9.74	16006.00	9.91	15240.50	19.88	4672.82
		13	15.94	99738.92	15.94	99738.92	79.56	5167.10
		14	11.42	4768.00	14.21	4256.04	65.08	3609.48
		15	10.45	17580.00	10.50	17146.50	84.26	2776.96
10	5-10	16	30.50	9060.00	30.92	9053.00	30.92	9053.00
		17	33.18	31284.00	33.18	31122.00	165.88	9817.20
		18	43.06	14280.00	60.02	13318.83	130.50	12340.35
		19	33.90	19564.00	34.46	18798.50	282.52	14573.28
		20	41.92	12810.00	58.61	11711.68	299.47	10038.88
15	0.1-5	21	13.88	2880.00	13.94	2688.03	13.94	2688.03
		22	16.49	55476.00	16.65	54562.74	50.56	5620.63
		23	8.55	4284.00	14.20	3950.96	94.99	3019.50
		24	14.29	7670.00	17.88	7149.63	84.44	4259.36
		25	19.54	31000.00	19.57	30749.00	39.78	2968.56
15	5-10	26	38.97	18005.00	39.35	17342.50	78.18	9292.71
		27	35.87	10944.00	36.11	10863.50	144.52	9509.12
		28	38.49	25696.00	38.65	25168.00	154.06	6673.66
		29	27.63	15750.00	27.73	15620.70	83.76	11046.28
		30	36.92	25160.00	36.97	25015.00	112.15	7361.89

Fonte: Elaborada pelo autor.

No exemplo em questão, os objetivos de custo de estoque e transporte são considerados. É perceptível o conflito entre esses objetivos: ao aumentarmos os gastos com estoque, reduzimos o custo de transporte, mas ao diminuirmos o custo de estoque, inevitavelmente elevamos o custo de transporte.

Com o exemplo fica evidente nos resultados que a decisão sobre qual objetivo priorizar recai sobre o tomador de decisão. No entanto, como consideração final, queremos destacar que existe uma classe de métodos conhecidos como métodos sem preferência que não necessita do tomador de decisão. Um exemplo disso é o *Method of Global Criterion*, conforme descrito por [Sengupta, Gupta e Dutta \(2016\)](#). Esse método busca encontrar a solução que minimiza o desvio máximo em relação aos objetivos ou aquela que mais se aproxima do vetor ideal.



---

## GERADOR DE INSTÂNCIAS

---

O processo de construção das instâncias do nosso gerador envolve a realização de quatro etapas principais. Inicialmente, na [Seção C.1](#), coletamos os vértices que compõem a rede modal, formando a base da estrutura. Em seguida, na [Seção C.2](#) definimos quais vértices desempenharão os papéis de pontos de origem e destino. Na terceira etapa, na [Seção C.3](#) geramos as quantidades disponíveis nos vértices de oferta, ao passo que também determinamos as quantidades de demanda associadas aos vértices de destino. Por fim, na [Seção C.4](#) descrevemos como é gerado as conexões de vértices das malhas.

### C.1 Escolha dos vértices fixos

Nesta tese, coletamos manualmente no site do Google Maps as informações de latitude e longitude das capitais dos estados do Brasil e Brasília capital do distrito federal (total de 27 pontos), todas as capitais dos estados dos Estados Unidos exceto Havaí (total de 49 pontos) e cidades que são capitais ou províncias da China (total de 33 pontos). O que totalizou 109 pontos referentes ao conjunto de vértices  $V_1$ .

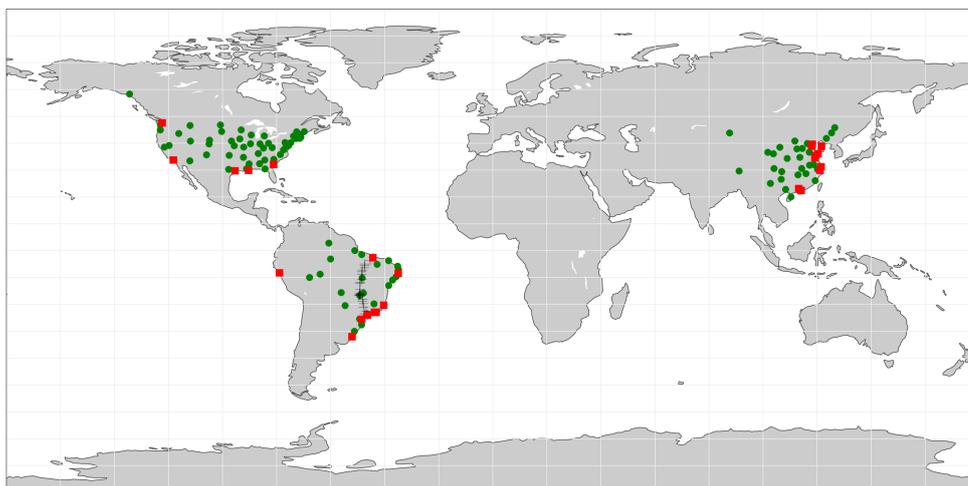
O conjunto de vértices de estações ferroviárias do Brasil (conjunto  $V_2$ ) foi construído com vinte e cinco vértices: Ponta da Madeira (MA), Santa Inês (MA), Açailândia (MA), Imperatriz (MA), Porto Franco (MA), Araguaína (TO), Palmeirante (TO), Guaraí (TO), Porto Nacional (TO), Gurupi (TO), Figueirópolis (TO), Campinorte (GO), Jaraguá (GO), Ouro Verde de Goiás (GO), Anápolis (GO), Leopoldo Bulhões (GO), Roncador Novo (GO), Goiandira (GO), Uberlândia (MG), Uberaba (MG), Ribeirão Preto (SP), Boa Vista Nova (SP), Sorocaba (SP), Evangelista Souza (SP) e Santos (SP).

Para o conjunto de vértices  $V_3$  consideramos 25 importantes portos do mundo, responsáveis por grande parte da exportação de commodities do Brasil para Estados Unidos e China. Sendo eles, oito portos no Brasil (Porto de Santos, Porto de Itaguaí, Porto de Paranaguá, Porto

de Rio Grande, Porto de Suape, Porto de Itaquí, Porto de Vitória e Porto do Rio de Janeiro), um porto no Peru (Porto de Salaverry), seis portos nos Estados Unidos (Porto de Los Angeles, Porto de Seattle, Porto de Long Beach, Porto de Savana, Porto do Sul da Louisiana e Porto de Houston) e dez portos na China (Porto de Guangzhou, Porto de Hong Kong, Porto de Tangshan, Porto de Tianjin, Porto de Dalian, Porto de Qingdao, Porto de Rizhao, Porto de Lianyungang, Porto de Xangai e Porto de Ningbo).

A [Figura 35](#) é uma representação visual dos conjuntos mencionados. Os vértices do conjunto  $V_1$  são indicados por círculos verdes, os do conjunto  $V_2$  são representados por cruzes pretas, e os vértices pertencentes ao conjunto de portos  $V_3$  estão marcados como quadrados vermelhos.

Figura 35 – Conjuntos de vértices fixos da malha rodoviária, ferroviária e marítima.



Fonte: Elaborada pelo autor.

## C.2 Determinação de Pontos de Origem e Destino em Polígonos Geográficos

Para determinar os nós de origem e destino, adotamos um método que envolve a delimitação de três polígonos no Google Maps. Onde, definimos um polígono que se assemelha com o Brasil, um com a região dos vértices da China e um na região dos Estados Unidos.

Com base nos polígonos apresentados na [Tabela 34](#), nosso gerador opera com um conjunto fixo de vértices de origem e destino, passado pelo usuário. Nesse contexto, todas as origens são selecionadas de maneira aleatória dentro do polígono correspondente ao Brasil,

enquanto os vértices de demanda são sorteados com igual probabilidade dentro dos polígonos da China ou dos Estados Unidos.

Tabela 34 – Polígonos dos Países para gerar pontos aleatórios de Origem e Destino.

País	Vértices (Latitude e Longitude)
Brasil	(-32.00486227508855, -53.22619147752716), (-24.267273244333506, -47.58446741822086), (-22.268303347425228, -43.030790141780784), (-21.02549841192221, -41.177541148620136), (-12.327047531695579, -39.08735145169198), (-6.222450270311806, -35.667340111378635), (1.6634620744277258, -52.91489748831847), (1.018873629785357, -58.63721796023956), (0.3033916405047255, -68.10703127363085), (-5.701411184536809, -68.87291795930967), (-16.55741836011157, -56.98499866905108), (-22.031801870698917, -56.05814394472583), (-25.243005855607457, -53.88205024121052), (-26.584071892980962, -52.95519551688528), (-29.50008435184881, -56.17903803627744)
China	(18.89635974701488, 109.93773793978593), (38.27307586385754, 117.05687839626182), (42.94070032137067, 87.17406660364696), (28.691020644072154, 89.4592227995528)
EUA	(30.757104370578276, -82.23201141959902), (33.6757450080573, -117.02389376215167), (47.564532330456785, -123.8755060737801), (41.42947481622183, -87.62184497832877), (43.791763481003294, -73.60585073192317)

Fonte: Elaborada pelo autor.

### C.3 Geração de Oferta e Demanda Equilibrada com Distribuição Uniforme

Para gerar os valores referentes de oferta e demanda usaremos a distribuição uniforme. Para todos os nós de oferta, geramos um número aleatório uniforme entre 1 e 100. Para todos os nós de demanda gerados, usamos a mesma distribuição e intervalo. Porém, ao fazer isso a quantidade demandada pode ser maior que a ofertada e por isso, normalizamos o vetor de demanda seguindo a seguinte normalização:

Para a determinação dos valores relativos a quantidade ofertada e demandada usamos a distribuição uniforme. Aplicamos essa distribuição para todos os vértices de oferta, gerando números aleatórios compreendidos entre 1 e 100. Fizemos o mesmo para os vértices de demanda. Entretanto, existe a possibilidade de que a quantidade demandada supere a disponibilidade de ofertada, o que requer uma normalização para garantir a mesma quantidade. Para isso, empregamos a seguinte técnica de normalização:

$$b_i = \sum_{j \in V_0} a_j + \frac{b_i}{\sum_{i' \in V_4} b_{i'}}, \quad i \in V_4. \quad (\text{C.1})$$

Com isso a quantidade ofertada é exatamente igual a quantidade demandada. Por isso, finalizamos aumentando a quantidade disponível em  $a$ , em 50%. Esse passo é útil para não termos soluções infactíveis ao inserir incerteza na demanda, onde a demanda pode aumentar ou reduzir a partir de um desvio padrão.

## C.4 Geração dos arcos e cálculos

Até o momento, não abordamos as arestas que compõem os conjuntos de arcos direcionados em nosso modelo. É relevante salientar que, em cenários reais, esse conjunto de arestas é notavelmente reduzido, conforme evidenciado em [Amaral, Almeida e Morabito \(2012\)](#). Isso ocorre porque a estrutura das arestas forma uma matriz esparsa devido ao fato de que, se houver um arco direto do vértice de oferta ao nó de destino com custo menor, o modelo não terá a necessidade de percorrer outros vértices da malha, o que raramente ocorre no mundo real.

Com o intuito de aproximar nosso gerador à realidade, estabelecemos que cada vértice esteja conectado apenas aos vértices mais próximos, considerando um quantil de 2,5%. Para definir a proximidade, utilizamos a soma das diferenças absolutas entre os valores de latitude e longitude de cada vértice em nosso grafo  $G$ .

Dessa forma, ao delimitar a quantidade de conexões entre os vértices com base em sua proximidade geográfica, nosso gerador reflete melhor a natureza das redes de transporte.

Para o cálculo da distância usamos a fórmula de Haversine, que geralmente é usada para calcular distâncias geográficas em coordenadas de latitude e longitude. Basicamente, é uma equação para calcular a distância entre dois pontos em uma esfera.

A fórmula de Haversine leva em consideração a curvatura da Terra para calcular a distância mais precisa entre dois pontos, considerando a esfericidade da superfície terrestre. Isso é importante porque as distâncias em graus de latitude e longitude não são iguais em termos de distância real na superfície da Terra.

A fórmula de Haversine é dada por:

$$a = \sin^2\left(\frac{\Delta\text{lat}}{2}\right) + \cos(\text{lat}_1) \cdot \cos(\text{lat}_2) \cdot \sin^2\left(\frac{\Delta\text{long}}{2}\right) \quad (\text{C.2})$$
$$[3mm]c = 2 \cdot \text{atan2}\left(\sqrt{a}, \sqrt{1-a}\right)$$
$$d = R \cdot c$$

onde:

- $\Delta\text{lat}$  é a diferença entre as latitudes dos dois pontos,
- $\Delta\text{long}$  é a diferença entre as longitudes dos dois pontos,
- $\text{lat}_1$  e  $\text{lat}_2$  são as latitudes dos dois pontos,
- $R$  é o raio médio da Terra (6371 km),
- $d$  é a distância entre os dois pontos.

Assim, estabelecemos nosso gerador de instâncias, que nos permitiu criar diversos cenários para avaliar o desempenho do modelo desenvolvido.

