

OK

**UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA E INFORMÁTICA**

“UM MODELO NEUROMÓRFICO DE ESTIMATIVA DE ORIENTAÇÃO E CURVATURA”

JÚLIA SAWAKI TANAKA

Tese apresentada ao Instituto de Física de São Carlos, Universidade de São Paulo,
para obtenção do título de Doutor em Ciências “Física Aplicada – Opção Física
Computacional”

Orientador:
Prof. Dr. Luciano da Fontoura Costa

OK
USP/IFSC/SBI



Comissão Julgadora:
Prof. Dr. Luciano da Fontoura Costa (IFSC-USP)
Prof. Dr. Adilson Gonzaga (EESC-USP)
Prof. Dr. Antonio Castelo Filho (ICMC-USP)
Prof. Dr. Roberto Marcondes Cesar Júnior (IME-USP)
Prof. Dr. Valentin Obac Roda (EESC-USP)

São Carlos – São Paulo
2000

IFSC-USP SERVIÇO DE BIBLIOTECA
INFORMAÇÃO

Tanaka, Júlia Sawaki

"Um modelo neuromórfico de estimativa de orientação e curvatura" / Júlia Sawaki Tanaka – São Carlos, 2000

Tese (Doutorado) – Instituto de Física de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2000 – páginas: 144

Área: Física Aplicada-Opção Física Computacional
Prof. Dr. Luciano da Fontoura Costa

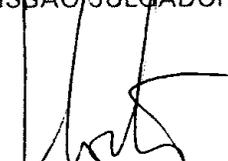
1. Estimativa de curvatura, 2. Neuromorfometria, 3. Estimativa de orientação

I. Título



MEMBROS DA COMISSÃO JULGADORA DA TESE DE DOUTORADO DE JULIA SAWAKI
TANAKA APRESENTADA AO INSTITUTO DE FÍSICA DE SÃO CARLOS, DA
UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO, EM 09 DE NOVEMBRO DE 2000.

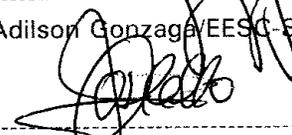
COMISSÃO JULGADORA:



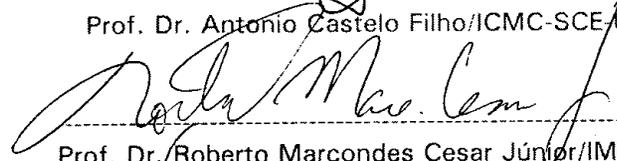
Prof. Dr. Luciano da Fontoura Costa/IFSC-FFI-USP



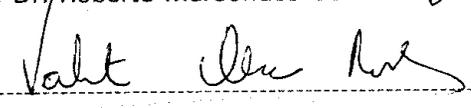
Prof. Dr. Adilson Gonzaga/EESC-SEL-USP



Prof. Dr. Antonio Castelo Filho/ICMC-SCE-USP



Prof. Dr. Roberto Marcondes Cesar Júnior/IME-USP



Prof. Dr. Valentin Obac Roda/EESC-SEL-USP

AGRADECIMENTOS

A Deus pela força e iluminação.

Ao Prof. Dr. Luciano da Fontoura Costa pela orientação segura e dedicada.

Ao Tanaka pela compreensão, apoio e constante incentivo.

Aos meus pais, irmã e cunhado pelo incentivo e carinho.

À amiga Regina Coelho pelas valiosas discussões e sugestões, pelo trabalho em conjunto, e também pelas correções da tese.

À Fátima pela amizade sincera, pelos constantes incentivos e pela revisão da tese.

Aos amigos Consul, Jander, Alan, Luiz Rios e Andrea pela prontidão e boa vontade com que sempre me ajudaram.

Ao Tadeu pelas medidas dos neurônios e ao Luiz Rios pela medida da curvatura analítica.

Aos demais amigos do grupo de Visão Cibernética pelo agradável convívio.

À Profa. Dra. Maria Cristina de Oliveira Ferreira e Profa. Dra. Rosane Minghim do grupo de Visualização do ICMC-USP pela visualização tridimensional.

À Cláudia, Wladerez, Mara, Neuzinha e todas as funcionárias da biblioteca do IFSC pela atenção e boa vontade com que me atenderam.

Aos amigos e colegas do departamento de Físico-Química do Instituto de Química da Unesp, pelo apoio e compreensão.

Ao Instituto de Química da Unesp e ao Instituto de Física da USP pela oportunidade de realizar este trabalho.

Ao PICD-CAPES pelo auxílio financeiro.

ÍNDICE

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 MOTIVAÇÃO	1
1.2 OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO	2
1.3 ORGANIZAÇÃO DA TESE.....	3
2 SISTEMA VISUAL E NEUROCIÊNCIA COMPUTACIONAL.....	5
2.1 INTRODUÇÃO	5
2.2 SISTEMA VISUAL E PROCESSAMENTO DE INFORMAÇÕES.....	6
2.2.1 RETINA	6
2.2.2 VIA VISUAL	8
2.2.3 CAMPOS RECEPTIVOS.....	8
2.2.4 CÓRTEX VISUAL.....	10
2.2.5 SELETIVIDADE A ORIENTAÇÃO	15
2.3 NEUROCIÊNCIA COMPUTACIONAL	17
2.3.1 NEURÔNIOS	17
2.3.2 MODELO MATEMÁTICO DE UM NEURÔNIO.....	19
2.3.3 MODELO DE GERAÇÃO E PROPAGAÇÃO DO POTENCIAL DE AÇÃO	20
2.3.4 TEORIA DO CABO	24
2.3.5 MODELO COMPARTIMENTAL	27
3 MEDIDAS NEUROMORFOMÉTRICAS.....	30
3.1 INTRODUÇÃO	30
3.2 COBERTURA ESPACIAL.....	31
3.2.1 ÁREA DE INFLUÊNCIA.....	32
3.2.2 HISTOGRAMA DE INFLUÊNCIA.....	35
3.2.3 INFLUÊNCIA VETORIAL	36
3.2.4 DIMENSÃO FRACTAL.....	37
3.3 ANÁLISE DE SHOLL.....	38
3.4 DENDROGRAMA.....	39
3.5 RADIALIDADE	39
3.6 SIMETRIA RADIAL.....	40
3.7 CURVATURA	41
3.8 OUTRAS MEDIDAS PARA RECONSTRUÇÃO E SÍNTESE DE NEURÔNIOS.....	41

4 ESTIMATIVA DE CURVATURA.....	48
4.1 INTRODUÇÃO	48
4.2 IMPORTÂNCIA DA CURVATURA	49
4.3 EXISTEM DETECTORES DE CURVATURA NO SISTEMA VISUAL?.....	50
4.3.1 RESUMO.....	59
4.4 ALGUMAS TÉCNICAS	60
4.4.1 CURVATURA.....	61
4.4.2 DERIVADAS DIRECIONAIS	66
4.4.3 FILTROS DIRECIONÁVEIS	67
5 MODELO PARA ESTIMATIVA DE CURVATURA E ORIENTAÇÃO.....	70
5.1 INTRODUÇÃO	70
5.2 MODELO <i>DOE</i> (<i>DIFFERENCE OF EXPONENTIAL</i>).....	71
5.2.1 PRIMEIRA APROXIMAÇÃO	73
5.2.2 SEGUNDA APROXIMAÇÃO	75
5.2.2.1 Operador <i>DOE</i> com neurônios de mesma geometria	76
5.2.2.2 Operador <i>DOE</i> com neurônios de geometria variada entre pares	77
5.2.2.3 Operador <i>DOE</i> com neurônios de geometria variada a cada par.....	77
5.2.3 TERCEIRA APROXIMAÇÃO.....	78
5.2.3.1 Operador <i>DOE</i> com vários neurônios aleatórios	78
5.2.3.2 Operador <i>DOE</i> com vários neurônios aleatórios usando filtros direcionáveis 79	
6 SIMULAÇÃO E RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....	81
6.1 INTRODUÇÃO	81
6.2 SIMULAÇÃO E RESULTADOS.....	81
6.2.1 OPERADOR PADRÃO DE DERIVADA PARCIAL	84
6.2.2 PRIMEIRA APROXIMAÇÃO	85
6.2.2.1 Operador <i>DOE</i>	85
6.2.3 SEGUNDA APROXIMAÇÃO	86
6.2.3.1 Operador <i>DOE</i> com neurônios de mesma geometria	86
6.2.3.2 Operador <i>DOE</i> com neurônios de geometria variada entre pares	90
6.2.3.3 Operador <i>DOE</i> com neurônios de geometria variada a cada par.....	93
6.2.4 TERCEIRA APROXIMAÇÃO.....	94
6.2.4.1 Operador <i>DOE</i> com vários neurônios aleatórios	94
6.2.4.2 Operador <i>DOE</i> com vários neurônios aleatórios usando filtros direcionáveis 97	

6.2.4.3 Operador <i>DOE</i> com vários neurônios naturais aleatórios usando filtros direcionáveis.....	99
6.3 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS.....	105
6.4 CONCLUSÕES	106
7 CONCLUSÕES	111
7.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	111
7.2 CONCLUSÕES GERAIS	112
7.3 CONTRIBUIÇÕES	114
7.4 DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	116
8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	117
APÊNDICE A	130
MAPEAMENTO LOG-POLAR.....	130

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Representação esquemática do olho, destacando as camadas de células da retina (extraído de [Hubel, 1995] e traduzido).	7
Figura 2.2 – Trajetória da informação visual (extraído de [Dowling, 1992] e traduzido).	8
Figura 2.3 – Campos receptivos (a) <i>on-center</i> ; (b) <i>off-center</i>	9
Figura 2.4 – Camadas do córtex visual (extraído de [Hubel, 1995]).	11
Figura 2.5 – Campos receptivos das células simples.	12
Figura 2.6 – Esquema de formação do campo receptivo de células simples (extraído de [Hubel, 1995]).	12
Figura 2.7 – Esquema do córtex visual ilustrando as colunas de dominância ocular e os cata-ventos com as colunas de iso-orientação.	17
Figura 2.8 – Modelo matemático de McCulloch e Pitts de um neurônio.	20
Figura 2.9 – Potencial de ação de um neurônio (extraído de [Dowling, 1992] e traduzido).	21
Figura 2.10 – Circuito elétrico equivalente a um pequeno segmento de axônio (extraído de [Nelson, 1995] e traduzido).	22
Figura 2.11 – Atenuação do potencial de membrana com a distância em um cabo cilíndrico de comprimento infinito.	27
Figura 2.12 – Estágios de abstração da árvore dendrítica ao circuito elétrico equivalente; (a) árvore dendrítica original; (b) representação através de segmentos de cilindros (Modelo do Cabo); (c) representação em forma de circuito elétrico (Modelo Compartimental) (extraído de [Segev, 1998] e alterado).	28
Figura 3.1 - (a) neurônio bidimensional; (b) salsicha de Minkowski, com raio 3.	33
Figura 3.2 – Salsicha de Minkowski de um neurônio tridimensional.	33
Figura 3.3 – (a) neurônio 1; (b) neurônio 2; (c) e (d) resultados da convolução do neurônio 1 e neurônio 2, respectivamente, com a função gaussiana.	34
Figura 3.4 – Visualização dos resultados da convolução de neurônios tridimensionais com função gaussiana tridimensional, (a) e (b) visualização de um mesmo neurônio sob um ângulo diferente, (c) e (d) visualização de um mesmo neurônio.	35

Figura 3.5 – Histograma de influência dos neurônios da Figura 3.3(a) e (b).	36
Figura 3.6 – Campo vetorial de um neurônio bidimensional.....	37
Figura 3.7 – Análise de Sholl.....	39
Figura 3.8 – Neurônio e seu dendrograma (extraído de [Velte, 1995]).	39
Figura 3.9 – Construção geométrica da medida de radialidade.	40
Figura 3.10 – Árvore dendrítica com alguns tipos de pontos do código Eutectic.	44
Figura 3.11 – Esquema para o cálculo dos ângulos entre os pontos.	46
Figura 4.1 – Representação compacta de um gato dormindo, obtida ligando-se os pontos de alta curvatura com segmentos de reta (extraído de [Attneave, 1954]).	49
Figura 4.2 – Modelo de Wilson indicando que campos receptivos seletivos a orientação podem responder de forma diferente para maior ou menor curvatura. (a) maior curvatura; (b) menor curvatura (extraído de [Wilson, 1985]).	51
Figura 4.3 – Modelo de processamento de curvatura de Wilson e Richards. (a) maior curvatura; (b) menor curvatura (extraído de [Wilson, 1989])......	52
Figura 4.4 – Modelo esquemático de célula simples <i>endstopped</i> (extraído de [Dobbins, 1987]).	54
Figura 4.5 – Raio de curvatura.....	64
Figura 5.1 – Diagrama do cálculo do vetor gradiente e curvatura.	72
Figura 5.2 – (a) máscara padrão; (b) máscara da diferença de exponenciais.....	74
Figura 5.3 - Distância dos pontos da arborização dendrítica ao centro do corpo celular.....	75
Figura 5.4 – todas as máscaras $\partial/\partial x$ e $\partial/\partial y$ compostas por um único neurônio. ..	76
Figura 5.5 – várias máscaras $\partial/\partial x$ e $\partial/\partial y$ compostas por neurônios iguais.	77
Figura 5.6 – várias máscaras $\partial/\partial x$ e $\partial/\partial y$ cada uma composta por neurônios diferentes.	77
Figura 5.7 – Neurônios aleatoriamente distribuídos.	78
Figura 5.8 – Esquema utilizado para selecionar os neurônios.	79
Figura 5.9 – Construção geométrica do uso de filtros direcionáveis.	80
Figura 6.1 - (a) contorno fechado; (b) contorno fechado preenchido; (c) campo escalar ϕ_x ; (d) campo escalar ϕ_y ; (e) curvatura obtida com o operador padrão.	85

- Figura 6.2 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com a máscara da diferença de exponenciais e histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação..... 86
- Figura 6.3 - Medidas de radialidade, simetria radial e complexidade dos 4 neurônios, derivadas parciais e curvatura obtidas com esses neurônios e histogramas de erro da curvatura e orientação. (a) histograma de radialidade; (b) histograma de simetria radial; (c) histograma de curvatura; (d) diagrama da dimensão fractal; (e) derivada na direção x ; (f) derivada na direção y ; (g) curvatura; (h) histograma de erro da curvatura; (i) histograma de erro da orientação..... 89
- Figura 6.4 – Neurônios sintetizados utilizados para compor as máscaras das exponenciais..... 90
- Figura 6.5 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com máscaras formadas por vários neurônios, porém com pares de neurônios iguais em cada máscara, com raio=0 e $d=1$; histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação..... 91
- Figura 6.6 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com máscaras formadas por vários neurônios, porém com pares de neurônios iguais, raio=2 e $d=1$; histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação. 92
- Figura 6.7 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com máscaras formadas por vários neurônios, porém com pares de neurônios iguais, raio=0 e $d=3$; histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação. 93
- Figura 6.8 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com máscaras formadas por diferentes neurônios com pares de neurônios diferentes em cada máscara, com raio=0 e $d=1$; histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação..... 94

- Figura 6.9 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com vários neurônios aleatórios e histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação. 96
- Figura 6.10 - Derivadas parciais e curvatura obtidas com vários neurônios aleatórios com filtros direcionáveis e histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação. 98
- Figura 6.11 – Células ganglionares da retina do gato do tipo alfa. Extraídas de (a) [Boycott, 1974], (b), (c) e (d) [Fukuda, 1984], (e) [Saito, 1983], (f), (g) e (h) [Wässle, 1981], e redimensionadas proporcionalmente..... 100
- Figura 6.12 – Células ganglionares da retina do gato do tipo beta. Extraídas de (a) [Boycott, 1974], (b) e (c) [Dann, 1988], (d), (e), (f) e (g) [Fukuda, 1984] e (h) [Leventhal, 1983], e redimensionadas proporcionalmente. 101
- Figura 6.13 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com as células alfa da Figura 6.11 aleatórias com filtros direcionáveis e histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação. 102
- Figura 6.14 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com as células beta da Figura 6.12 aleatórias com filtros direcionáveis e histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação. 102
- Figura 6.15 – Células ganglionares da retina do gato do tipo alfa. Extraídas de (a) [Boycott, 1974], (b), (c) e (d) [Fukuda, 1984], (e) [Saito, 1983], (f), (g) e (h) [Wässle, 1981], e redimensionadas para ter dimensão máxima em torno de 80 pixels. 103
- Figura 6.16 – Células ganglionares da retina do gato do tipo beta. Extraídas de (a) [Boycott, 1974], (b) e (c) [Dann, 1988], (d), (e), (f) e (g) [Fukuda, 1984] e (h) [Leventhal, 1983], e redimensionadas para ter dimensão máxima em torno de 80 pixels. 104
- Figura 6.17 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com as células alfa da Figura 6.15 aleatórias com filtros direcionáveis e histogramas de erro da curvatura e da

orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação.	104
Figura 6.18 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com as células beta da Figura 6.16 aleatórias com filtros direcionáveis e histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação.	105
Figura 6.19 – Histograma de erro da curvatura padrão em relação a curvatura analítica nos pontos da curva (a) imagem com dimensão 513x513; (b) imagem com dimensão 257x257.	106
Figura 6.20 – Neurônios e seus campos receptivos (a) célula alfa; (b) campo receptivo da célula alfa; (c) célula beta; (d) campo receptivo da célula beta. .	110
Figura A.1 – Logaritmo de uma função linear da excentricidade $\ln(z+\alpha)$	133
Figura A.2 – Mapeamento log-polar de círculos concêntricos e linhas radiais (extraído de [Lim, 1997]).....	134
Figura A.3 – Mapeamento log-polar com ponto de fixação diferente leva a representações diferentes.	135
Figura A.4 – Mapeamento log-polar $\log(z)$ (extraído de [Bederson, 1993]).	136
Figura A.5 – Mapeamento log-polar $\log(z+\alpha)$ (extraído de [Bederson, 1993]).	137
Figura A.6 – <i>LookupTable</i> ($R(i,j)$, $A(i,j)$) (extraído de [Bederson, 1993]).....	138
Figura A.7 – Log-polar (extraído de [Bederson, 1993])......	138
Figura A.8 – (a) Imagem de TV, (b) Imagem log-polar inversa, (c) Imagem log- polar.....	140
Figura A.9 – Representação gráfica de uma estrutura de amostragem (extraído de [Araujo, 1996]).....	141
Figura A.10 – Resultados da abordagem de Araújo e Dias (a) imagem log-polar inversa, (b) imagem log-polar.	143
Figura A.11 – Resultados da abordagem com distribuição gaussiana (a) $\sigma = \text{raio}$, (b) $\sigma = \text{raio}/2$ (c) $\sigma = \text{raio}/4$	143
Figura A.12 – Representação gráfica de uma estrutura de amostragem mais simples (extraído de [Araujo, 1996]).	144

LISTA DE TABELAS

Tabela 6.1 - Parâmetros δ e α que apresentaram os menores erros para imagens de dimensão $N \times N$, comparando-se as máscaras.....	82
Tabela 6.2 - Parâmetros δ e α que apresentaram os menores erros para imagens de dimensão $N \times N$, comparando-se as curvaturas.....	82
Tabela 6.3 – Erro médio da estimativa de curvatura e orientação com neurônios aleatórios de acordo com o raio da salsicha de Minkowski, porcentagem de neurônios e porcentagem de pontos considerados.	97
Tabela 6.4 – Erro médio da estimativa de curvatura e orientação com neurônios aleatórios e filtros direcionáveis, de acordo com o raio da salsicha de Minkowski, porcentagem de neurônios e porcentagem de pontos considerados.	99
Tabela 6.5 – Erro médio da estimativa de curvatura e orientação através do operador <i>DOE</i>	109

RESUMO

O presente trabalho aborda a importante questão da codificação de curvatura por redes neurais biológicas, partindo da hipótese que a curvatura ao longo de uma curva bidimensional pode ser calculada através de operadores diferenciais bidimensionais biologicamente plausíveis. O modelo proposto para estimativa de curvatura e orientação incorpora algumas propriedades eletrofisiológicas inerentes aos neurônios e outras características de redes neurais biológicas, como a distribuição aleatória de neurônios na rede. As influências da morfologia dos neurônios na estimativa de curvatura e orientação são investigadas e discutidas. A fundamentação biológica do modelo é discutida e os resultados das simulações são apresentados em uma seqüência crescente de plausibilidade biológica e sofisticação. O modelo foi testado com neurônios naturais e artificiais e os resultados sugerem que neurônios com área de influência maior, com processos dendríticos lineares na direção radial, e processos dendríticos distribuídos radialmente de forma simétrica são melhores na estimativa de curvatura e orientação. São também apresentadas algumas medidas de neuromorfometria desenvolvidas, como o histograma de influência, que avalia a área de influência ou cobertura espacial de neurônios bidimensionais e tridimensionais, assim como uma extensão do conceito de cobertura espacial para expressar as influências vetoriais bidimensionais e tridimensionais. Ainda no contexto de neuromorfometria, apresentamos um mecanismo para extração de medidas de neurônios bidimensionais e tridimensionais codificados no padrão Eutectic para a posterior geração de neurônios artificiais estatisticamente semelhantes aos neurônios naturais.

ABSTRACT

The present work deals with the important question about curvature codification by biological neuronal networks, based at the assumption that the curvature along the bidimensional curve can be calculated through biologically plausible bidimensional differential operators. The proposed model for curvature and orientation estimation incorporate some electrophysiological properties inherent to neurons and other biological neural network features like random distribution of the neurons. The neuronal morphological influences in the curvature and orientation estimation are investigated and discussed. The biological foundation of the model is discussed and the results of the simulations are presented in a growth sequence of the biological plausibility and sophistication. The model was tested with natural and artificial neurons and the results suggest that neurons with the large influence area, with linear dendritic processes in the radial direction, and dendritic process distributed radially in the symmetrical form are better in the curvature and orientation estimation. Some neuromorphometric measures developed are presented like influence histograms that evaluate the influence area or spatial coverage of bidimensional and tridimensional neurons. Also, is presented an extension of the spatial coverage concept to express the bidimensional and tridimensional vectorial influences. Further in the neuromorphometric context we present a mechanism to extract the bidimensional and tridimensional neuronal measures coded in Eutectic to later generation of the artificial neurons statistically similar to the natural neurons.

1 Introdução

1.1 Motivação

A visão é uma das principais fontes de informações sobre o mundo em que vivemos. Ela nos fornece uma descrição bem mais rica do ambiente, comparado com outros sentidos como audição, tato, olfato ou paladar. Porém, os mecanismos envolvidos no processamento de informações visuais não são triviais. Tentar entendê-los é uma tarefa formidável que, no entanto, pode ser realizada estudando-se o sistema por partes.

O sistema visual codifica diferentes atributos da informação visual como: cor, textura, movimento, profundidade, forma, etc. Sabe-se que os seres humanos têm uma grande capacidade para reconhecimento de formas a partir de silhuetas mesmo na ausência de outros atributos como cor, textura e profundidade [Asada, 1986]. Portanto, o contorno de um objeto é muito importante na análise e reconhecimento visual. Experimentos psicofísicos têm sido realizados evidenciando que na percepção de um contorno os pontos de alta curvatura têm um papel muito importante [Attneave, 1954]. Vários outros estudos psicofísicos [Ogilvie, 1967; Blakemore, 1974; Watt, 1982; Wilson, 1985; Fahle, 1986; Wolfe, 1992] e neurofisiológicos [Dobbins, 1987; Dobbins, 1989; Versavel, 1990] têm investigado a discriminação de curvatura.

Enquanto existem evidências bastante convincentes quanto ao processamento de orientação, profundidade, cor e movimento baseados em investigações fisiológicas, não existem evidências conclusivas quanto ao processamento de curvatura [Timney, 1978; Haan, 1995].

Um dos objetivos fundamentais deste trabalho é propor um modelo de estrutura neural biologicamente plausível que seja capaz de realizar estimativa de curvatura e orientação. A modelagem de neurônios e estruturas neurais desempenha um papel muito importante na investigação e compreensão do sistema nervoso,

porque a realização de experimentos com animais tem seus inconvenientes, como o fato de muitas vezes ter que sacrificá-los e também porque na maioria das vezes é necessário repetir o experimento várias vezes. Em um modelo matemático-computacional a situação é diferente, por permitir mudar facilmente os parâmetros e repetir o experimento inúmeras vezes. Neste sentido, os computadores têm nos auxiliado a simular e compreender sistemas complexos com grandes detalhes. Em alguns casos, os modelos podem ser bastante minuciosos, incorporando muitos detalhes anatômicos e fisiológicos.

O modelo que propomos para estimativa de curvatura e orientação incorpora propriedades eletrofisiológicas inerentes aos neurônios e se baseia em operadores diferenciais bidimensionais ou derivadas parciais. Neste modelo, os operadores diferenciais são aproximados pela diferença de duas funções exponenciais que são isotrópicas¹, o que viabiliza a incorporação da propriedade eletrofisiológica de decaimento eletrotônico². Realizamos também uma investigação da morfologia de neurônios que apresentam um bom desempenho na estimativa de curvatura e orientação.

Outro aspecto importante relacionado e desenvolvido neste trabalho é o estudo e desenvolvimento de medidas neuromorfométricas para quantificação e classificação de neurônios.

1.2 Objetivos e Contribuições do Trabalho

Um dos principais objetivos deste trabalho é a investigação e a proposta de um modelo matemático de processamento de curvatura e orientação por estruturas neurais com um determinado realismo biológico. Em muitos trabalhos a curvatura é determinada com base em operadores unidimensionais. Porém, como é improvável que o sistema visual faça uso de operadores unidimensionais, utilizamos no modelo de estimativa de curvatura e orientação operadores bidimensionais que são biologicamente mais plausíveis. Diferentemente das redes neurais artificiais que em geral representam os neurônios como pontos interconectados através de esquemas

¹ isotrópico: que apresenta as mesmas propriedades físicas em todas as direções.

² decaimento eletrotônico: decaimento do potencial sináptico ao longo dos processos dendríticos, via difusão passiva.

simples e regulares, este modelo distribui aleatoriamente os neurônios na rede e os mesmos incorporam a propriedade eletrofisiológica de decaimento eletrotônico. Quanto mais adicionamos realismo biológico ao modelo, este se torna menos eficiente em relação ao modelo matemático original, porém ainda desempenha o seu papel na estimativa de curvatura e orientação. Na abordagem com neurônios aleatoriamente distribuídos, utiliza-se filtros direcionáveis para melhorar o desempenho. O modelo é testado com neurônios artificiais e naturais; e uma análise morfológica indica que neurônios com cobertura espacial maior, com arborizações dendríticas lineares, radiais e distribuídas radialmente de forma simétrica, apresentam um desempenho melhor na estimativa de curvatura e orientação segundo este modelo.

Outro objetivo deste trabalho é propor uma medida de área de influência de neurônios bidimensionais e tridimensionais denominada histograma de influência. Tal medida é interessante por refletir a influência de um fenômeno biológico específico na vizinhança do neurônio, de forma decrescente com o aumento da distância ao neurônio. Esta medida é útil também na classificação de neurônios. Ainda no contexto de cobertura espacial, outra investigação realizada é referente a influências vetoriais como a do campo elétrico e de quimioatratores de neurônios bidimensionais e tridimensionais. Por fim, um outro objetivo e contribuição deste trabalho neste contexto é a extração de medidas de neurônios naturais bidimensionais e tridimensionais. Tais medidas permitem a reconstrução dos neurônios naturais e podem também ser utilizadas na geração de neurônios artificiais estatisticamente semelhantes aos naturais.

Uma outra investigação realizada concerne aos mapeamentos log-polares visando uma possível extensão do modelo de estimativa de curvatura e orientação nesses espaços. Neste contexto é proposta uma inovação numa abordagem de mapeamento log-polar existente, incorporando o conceito de campos receptivos biológicos.

1.3 Organização da Tese

Este trabalho está organizado da seguinte forma: no Capítulo 2 são apresentados os principais aspectos do sistema visual dos primatas e uma revisão dos

principais conceitos e modelos em neurociência computacional envolvidos neste trabalho. No Capítulo 3 é apresentada a revisão de algumas medidas tradicionais e outras específicas para caracterização de neurônios, algumas delas por nós desenvolvidas, como é o caso do histograma de influência e medida de influências vetoriais. No capítulo seguinte é feita uma revisão dos principais trabalhos psicofísicos e fisiológicos que investigam a estimativa de curvatura e são descritas algumas técnicas utilizadas neste trabalho para estimativa de curvatura e orientação incluindo filtros direcionáveis. No capítulo 5 é apresentado o modelo por nós desenvolvido e implementado para estimativa de curvatura e orientação por estruturas neurais, e no Capítulo 6 apresentamos os resultados obtidos nas simulações com o modelo e as discussões dos resultados. Por fim, no Capítulo 7 apresentamos as conclusões e em seguida as referências bibliográficas. No Apêndice A apresentamos o mapeamento log-polar, os resultados de algumas implementações e uma inovação numa abordagem de mapeamento log-polar.

2 Sistema Visual e Neurociência Computacional

2.1 Introdução

O sistema nervoso é um sistema de comunicação que transforma a energia do ambiente em energia elétrica e transmite tal informação de uma parte para outra do corpo. Esse processo começa quando a energia do ambiente atinge um receptor sensitivo [Goldstein, 1989]. No sistema visual, os receptores visuais (fotoreceptores) possuem pigmentos sensíveis à luz sendo capazes de gerar impulsos elétricos.

Através da visão podemos perceber o que nos rodeia com toda a informação de cores, texturas e formas. Existem estimativas que mais de 40% das entradas sensoriais do ser humano é visual [Dowling, 1992]. Assim, o sistema visual constitui a principal fonte de informação, porém diretamente proporcional à sua importância, é o mais complexo, o mais estudado e o menos entendido dentre os sistemas sensoriais [Kovács, 1997].

Para compreendermos como funcionam os diferentes sistemas neurais, um número cada vez maior de neurobiologistas estão aderindo à construção e uso de modelos baseados em computador. Os experimentalistas têm reconhecido a necessidade de explorar as funções de um sistema neural através de modelagens, ao invés de se restringirem aos resultados fisiológicos e anatômicos. Assim, com a combinação de modelagem e trabalhos experimentais, surgiu uma nova área de pesquisa denominada neurociência computacional [Bower, 1995].

Nesta seção apresentamos algumas noções globais do sistema visual e uma revisão dos principais conceitos em neurociência computacional relacionados com este trabalho. Após uma breve introdução ao processamento visual na retina, seguimos apresentando a via (caminho) que as informações visuais seguem até chegar no córtex visual. Apresentamos o conceito importante de campos receptivos e seguimos discutindo o processamento de informações no córtex visual e os tipos de

células envolvidos nesse processamento. É também apresentada a organização do córtex em regiões e módulos funcionais dando ênfase a seletividade à orientação. Em seguida são apresentados os aspectos básicos caracterizando neurônios, e o comportamento eletroquímico dos neurônios em geral. Apresentamos o modelo matemático de propagação do potencial de ação de Hodgkin e Huxley e os modelos do cabo e compartimental que marcaram os primórdios da neurociência computacional.

2.2 Sistema Visual e Processamento de Informações

2.2.1 Retina

A retina é uma camada de células que cobre a parte interna e posterior do olho. As informações (luz) entram no sistema visual e atravessam a córnea e a lente e são convertidas em impulsos elétricos pelas células fotorreceptoras da retina (cones e bastonetes). Algumas camadas de células da retina executam um pré-processamento das informações visuais antes de serem enviadas para o cérebro. Nesse pré-processamento há uma compactação de informações, desde que o olho humano tem cerca de 125 milhões de fotorreceptores e as informações convertidas pelos fotorreceptores caminham para o córtex visual (cérebro) através do nervo óptico formado por apenas 1 milhão de fibras [Dowling, 1992; Hubel, 1995]. Aqui há uma convergência de aproximadamente 125 para 1, porém essa convergência não é constante, pois a região central da retina (fóvea) tem uma acuidade maior que a periferia. Portanto, na periferia da retina há uma convergência maior que na fóvea. Veja mais detalhes no Apêndice A onde é feita uma explanação do mapeamento log-polar e são apresentados resultados de algumas implementações.

A retina é formada por várias camadas de células, sendo elas, células fotorreceptoras, horizontais, bipolares, amácrinas e ganglionares, como pode ser visualizado na Figura 2.1.

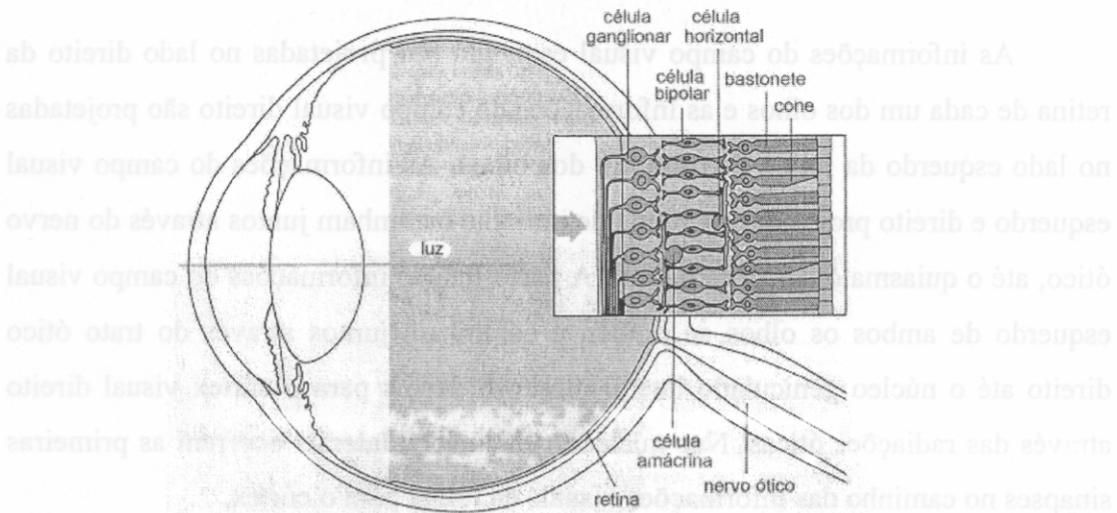


Figura 2.1 – Representação esquemática do olho, destacando as camadas de células da retina (extraído de [Hubel, 1995] e traduzido).

O fluxo de informações visuais na retina pode seguir dois caminhos: o caminho direto, que parte das células fotoreceptoras, passa pelas células bipolares e segue para as células ganglionares; e o caminho indireto, que parte das células fotoreceptoras, passa pelas células horizontais, células bipolares e células amácrinas antes de chegar nas células ganglionares. O caminho direto é altamente compacto enquanto que o caminho indireto é mais difuso devido as maiores conexões laterais. Os fotoreceptores não são distribuídos uniformemente na retina, sua concentração é maior na região central chamada de fóvea onde são encontrados somente cones que são responsáveis pela visão detalhada e colorida. Na fóvea e na sua proximidade a regra para o caminho direto é que um único cone alimenta uma única célula bipolar que, por sua vez, alimenta uma única célula ganglionar. Porém essa regra muda progressivamente ao caminhar do centro para a periferia da retina, onde um número maior de fotoreceptores alimentam as células bipolares e um número maior de células bipolares alimentam as células ganglionares. Portanto, na fóvea temos uma visão mais detalhada porque há uma menor convergência de informações visuais do que na periferia [Hubel, 1995].

As fibras do nervo óptico são formadas pelos axônios das células ganglionares que constituem a última camada de células da retina. As informações que esses axônios conduzem são resultados de um processamento neuronal da retina.

2.2.2 Via Visual

As informações do campo visual esquerdo são projetadas no lado direito da retina de cada um dos olhos e as informações do campo visual direito são projetadas no lado esquerdo da retina de cada um dos olhos. As informações do campo visual esquerdo e direito projetadas na retina de um olho caminham juntos através do nervo ótico, até o quiasma ótico (Figura 2.2). A partir daí, as informações do campo visual esquerdo de ambos os olhos se juntam e caminham juntos através do trato ótico direito até o núcleo geniculado lateral direito e depois para o córtex visual direito através das radiações óticas. Nos núcleos geniculados laterais ocorrem as primeiras sinapses no caminho das informações visuais da retina para o córtex.

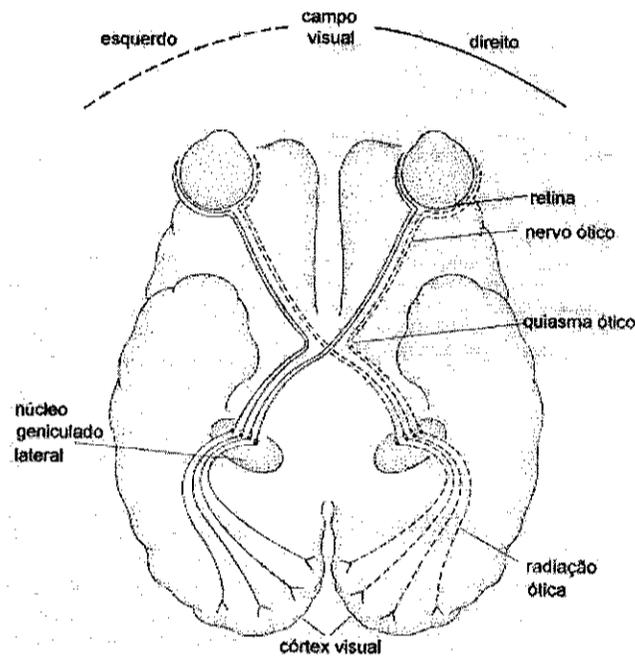


Figura 2.2 – Trajetória da informação visual (extraído de [Dowling, 1992] e traduzido).

Entre o nervo ótico e o córtex há uma divergência, pois há aproximadamente 1 bilhão de neurônios no córtex visual. Assim, para cada fibra do nervo ótico há cerca de 1000 neurônios visuais no córtex [Dowling, 1992].

2.2.3 Campos Receptivos

Campo receptivo de uma célula é a região da retina ou do campo visual que quando estimulada influencia no disparo dessa célula [Hubel, 1962; Dowling, 1992; Hubel, 1995; Kovács, 1997]. Os campos receptivos foram descobertos por Stephen

Kuffler no início da década de 50. De uma forma mais geral, o campo receptivo de um neurônio é a região de um domínio sensorial que quando estimulada influencia a taxa de disparo desse neurônio [Churchland, 1992; Levine, 1985].

Os campos receptivos das células ganglionares basicamente são de dois tipos: *on-center* e *off-center* (Figura 2.3(a) e (b)) [Hubel, 1962]. Ambos os campos receptivos são formados por duas regiões circulares concêntricas antagônicas. As células ganglionares *on-center* associadas aos campos receptivos *on-center* apresentam descarga de impulsos quando o centro do campo receptivo é estimulado. Ao contrário, as células *off-center* são inibidas quando é apresentado um estímulo de ponto de luz no centro do campo receptivo, e é excitada quando apresentado um estímulo de luz em forma de anel.

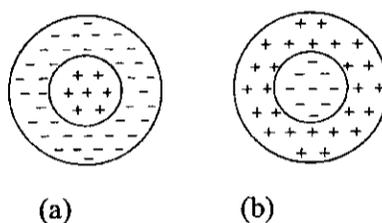


Figura 2.3 – Campos receptivos (a) *on-center*; (b) *off-center*.

As células ganglionares com antagonismo centro-circunvizinhança (*center-surround*) não respondem bem a iluminação difusa, mas sim a contrastes e portanto são eficientes na detecção de bordas e arestas. Uma observação interessante é o fato que não é a intensidade de luz vinda do objeto que nos faz perceber que o objeto é claro ou escuro, mas sim a intensidade de luz vinda do objeto relativa a intensidade de luz da vizinhança do objeto. Portanto, para o nosso sistema visual o que importa é a iluminação relativa [Dowling, 1992; Hubel, 1995].

Os campos receptivos das células do núcleo geniculado lateral apresentam organizações semelhantes a das células ganglionares da retina, isto é, *on-center* e *off-center*. Como as células ganglionares da retina e as células do núcleo geniculado lateral apresentam propriedades semelhantes, normalmente são conjuntamente classificadas em células magno (M) e células parvo (P). As células magno são levemente maiores e possuem campos receptivos bem maiores que as células parvo. As células magno são boas detectoras de contraste, orientação, profundidade e movimento enquanto que as células parvo respondem aos estímulos de cores. As

informações chegam ao córtex visual separadamente via caminho parvo celular e magno celular [Treisman, 1990; Kovács, 1997].

2.2.4 Córtex Visual

No ser humano e em outros mamíferos as funções mais sofisticadas do sistema nervoso central estão localizadas no córtex cerebral, que é uma camada fina de aproximadamente 2 mm de espessura que cobre quase que inteiramente os hemisférios cerebrais. O córtex cerebral é responsável pela integração e interpretação de informações sensoriais, e é também responsável pelas funções superiores como emoção, planejamento, raciocínio, memória, consciência e inteligência [Dowling, 1992; Kovács, 1997]. O córtex visual se situa no neocórtex que ocupa 90% da área cortical. Uma significativa parte do córtex cerebral é dedicada a tarefa de visão, devido a sua grande importância.

O córtex visual localiza-se na região occipital³ do córtex e constitui a parte mais compreendida do córtex cerebral e também do cérebro [Hubel, 1995]. Pesquisas têm mostrado evidências que no córtex visual é realizado processamento de orientação, cores, movimentos e binocularidade ou profundidade.

O córtex visual pode ser dividido ao longo de sua superfície em 5 regiões com características funcionais bem definidas. Macroscopicamente pode ser dividido em 2 regiões: córtex estriado (também chamado de córtex visual primário, região V1 ou área 17 de Broadmann) e córtex pré-estriado (também chamado de área 18 de Broadmann), que por sua vez é subdividida em regiões V2, V3, V4 e V5. Existem fortes indícios que as regiões V1 e V2 processam orientação, direção, cor e movimento, enquanto que a V3 processa somente orientação, a V4 processa cor e orientação e a V5 movimento e direção do movimento.

O córtex visual está organizado ao longo de sua espessura, de acordo com o tipo e distribuição das células, em 6 camadas (I, II, ..., VI), sendo a camada I a mais externa. A camada IV é subdividida em subcamadas IVa, IVb e IVc (Figura 2.4).

³ occipital: parte ínfero-posterior do crânio, nuca.

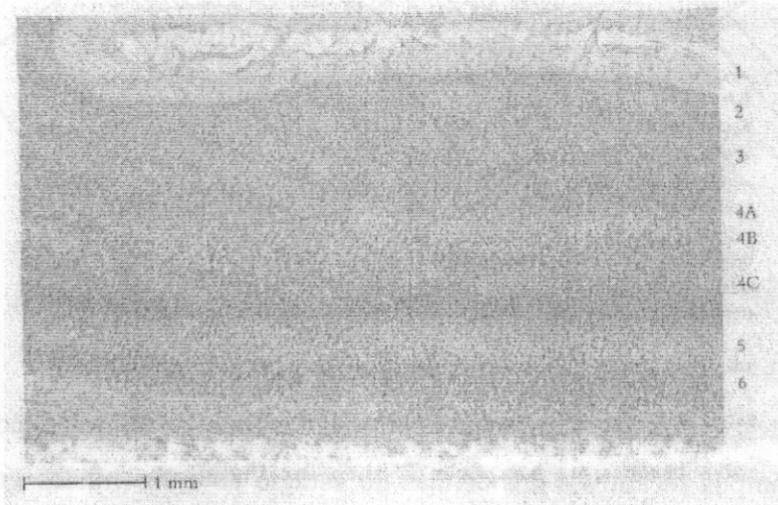


Figura 2.4 – Camadas do córtex visual (extraído de [Hubel, 1995]).

O córtex visual primário é uma estrutura bem mais complexa e elaborada que a retina e núcleo geniculado lateral, sendo a única região do córtex visual que recebe informação visual direta via núcleo geniculado lateral. As entradas do núcleo geniculado lateral chegam na camada IVc do córtex estriado.

No córtex é encontrado uma maior variedade fisiológica de células e estas respondem a estímulos mais elaborados, com maior número de parâmetros. Aqui, além da posição, tamanho e formato do estímulo, as respostas dependem também da dominância ocular, orientação, direção do movimento, comprimento e curvatura do estímulo.

As células corticais podem ser classificadas com base nos seus campos receptivos em células simples, complexas e hipercomplexas. As células simples respondem a pontos de luz estacionários, mas possuem campos receptivos com regiões excitatórias e inibitórias alongadas arranjadas lado a lado, e portanto respondem melhor a barras em uma orientação específica [Hubel, 1962; Hubel, 1982]. Existem três tipos possíveis de campos receptivos de células simples (Figura 2.5). O mais comum é aquele em que a região longa e estreita de excitação é ladeada por regiões longas e mais largas de inibição (Figura 2.5(a)). Outro tipo é aquele formado por uma região longa e estreita de inibição ladeada por regiões longas e mais largas de excitação (Figura 2.5(b)). Por fim, um terceiro tipo possível de campo receptivo é formado por duas regiões longas ladeadas, sendo uma excitatória e outra inibitória (Figura 2.5(c)) [Hubel, 1995].

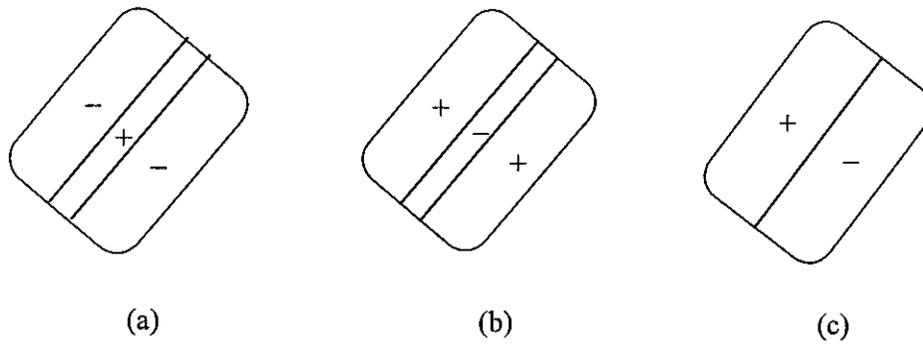


Figura 2.5 – Campos receptivos das células simples.

Há hipóteses que os campos receptivos das células simples podem ser formados por campos receptivos das células do estágio anterior (núcleo geniculado lateral) que são circularmente antagônicos. Uma das propostas é que a célula simples recebe entradas excitatórias de várias células do núcleo geniculado lateral, cujos centros dos campos receptivos estão organizados linearmente no campo visual, como ilustra a Figura 2.6. Seguindo esse raciocínio, parece ser mais difícil sugerir uma hipótese para a formação do campo receptivo ilustrado na Figura 2.5(c) que é responsável pela detecção de arestas.

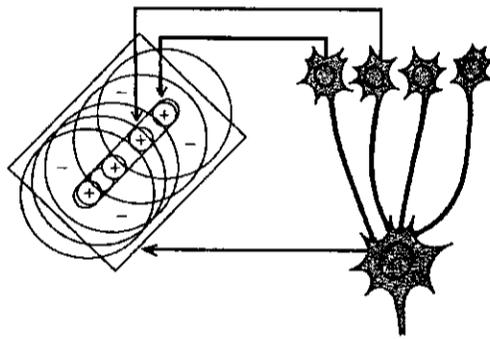


Figura 2.6 – Esquema de formação do campo receptivo de células simples (extraído de [Hubel, 1995]).

As células complexas assim como as células simples, respondem melhor aos estímulos em forma de barras em uma determinada orientação, mas não para pequenos pontos estacionários de luz. A maioria das células complexas respondem melhor quando uma barra orientada de luz move através do campo receptivo inteiro, respondendo melhor para movimentos em uma determinada direção (movimento perpendicular à orientação da barra). Nas células complexas o estímulo (barra) pode aparecer em qualquer lugar do campo receptivo, pois o campo receptivo é maior e não apresenta uma organização bem definida em regiões inibitórias e excitatórias.

Algumas células complexas apresentam seletividade a direção, isto é, respondem intensamente a movimentos de barra de luz em uma direção, mas não respondem nem um pouco ao movimento da mesma barra em uma outra direção.

As células hipercomplexas (*end-stopped*) são semelhantes às células complexas, mas com especificidade ao comprimento do estímulo. Seu campo receptivo tem uma região de contorno inibitória de tal forma que se o comprimento do estímulo exceder os limites do campo excitatório, a célula é inibida. Uma célula hipercomplexa pode ser *end-stopped* nas duas extremidades ou somente em uma delas. Um estímulo ótimo para uma célula *end-stopped* em uma extremidade seria um canto, por exemplo. Para as células *end-stopped* em ambas as extremidades um ótimo estímulo seria um segmento de reta, ou um trecho de uma curva [Dowling, 1992; Hubel, 1995]. Hubel sugere que células *end-stopped* sejam células sensíveis a cantos, curvatura ou quebra repentina de linhas [Hubel, 1995].

Segundo Hubel e Dowling [Dowling, 1992; Hubel, 1995], existe uma outra classe de células no córtex que possuem campos receptivos com antagonismo centro-circunvizinhança, bastante semelhantes aos campos receptivos das células do núcleo geniculado lateral.

As informações visuais caminham no córtex segundo alguns estágios ou hierarquia. As células com antagonismo centro-circunvizinhança constituem o primeiro estágio, depois as células simples, as complexas e as hipercomplexas.

As células simples são encontradas na sua maioria na região V1 enquanto que as células complexas são as células mais comuns no córtex visual e estão distribuídas não só na região V1, mas também nas outras regiões. Na região V1, as células complexas constituem aproximadamente 75% de toda a população. As células corticais com campo receptivo com antagonismo centro-circunvizinhança e as células simples são encontradas na região V1, nas proximidades da camada IVc onde chegam os axônios das células do núcleo geniculado lateral. As células complexas são encontradas na região V1, nas camadas acima e abaixo da camada IV. As células hipercomplexas são encontradas nas camadas II e III.

Nas conexões da retina ao núcleo geniculado lateral, e deste ao córtex visual primário há um mapeamento topográfico, isto é, há uma preservação da vizinhança. Isto significa que neurônios vizinhos no córtex têm campos receptivos próximos na retina, e na maioria das vezes elas se sobrepõem. Apesar de serem mantidas as

relações de vizinhança, uma distorção métrica ocorre da retina para o córtex devido a super-representação da região central da retina.

As informações visuais dos dois olhos caminham separadas até o córtex, mas no córtex a maioria das células simples e complexas recebem entradas dos dois olhos. Apesar disso, a maioria das células corticais apresentam dominância ocular ou preferência para um olho (direito ou esquerdo), isto é, a atividade da célula cortical é mais influenciada por informações vindas de um dos olhos, por exemplo: 70% do olho direito e 30% do olho esquerdo. As células que apresentam a mesma preferência estão agrupadas em colunas denominadas colunas de dominância ocular, que se apresentam no córtex alternando-se entre colunas do olho direito e esquerdo (Figura 2.7). Essas colunas foram descobertas através de experimentos fisiológicos introduzindo-se eletrodos verticalmente no córtex ao longo das camadas e registrando-se a preferência dos neurônios encontrados [Dowling, 1992; Hubel, 1995].

As células do córtex visual podem ser classificadas segundo a sua morfologia em duas classes principais: piramidais e estelares. No córtex visual do rato as células piramidais constituem 90% do total de neurônios [Peters, 1985]. As células piramidais são encontradas em todas as camadas exceto nas camadas I e IV, enquanto que as células estelares são encontradas em todas as camadas. As células piramidais possuem o soma em forma de uma pirâmide, os dendritos em forma de dois tufos (dendritos apicais e basais) e os seus axônios projetam-se até outras regiões do córtex visual inclusive até outras regiões do cérebro. As células estelares possuem o soma em forma arredondada, dendritos radiais e seus axônios permanecem na mesma região cortical (V1). As células estelares podem ser espiculadas (com espinhos) ou lisas. Os dendritos de todas as células piramidais apresentam espículas. As células piramidais e as estelares espiculadas são células excitatórias enquanto que as células estelares lisas são inibitórias [Dowling, 1992].

As células estelares apresentam maior densidade na camada IV e nas suas vizinhanças, enquanto que as células piramidais são encontradas nas camadas acima e abaixo da IV (II, III, V e VI).

Como mencionado anteriormente, as células com campos receptivos com antagonismo centro-circunvizinhança e as células simples são encontradas nas proximidades da camada IVc, enquanto que as células complexas são encontradas

nas camadas acima e abaixo da camada IV. Essas observações sugerem que as células com antagonismo centro-circunvizinhança e as células simples sejam células estelares e que as células complexas são células piramidais. Há evidências para isso, mas os dados não são totalmente consistentes, e às vezes são encontradas células estelares que são células complexas e células piramidais que são células simples [Dowling, 1992].

Na região V2, hierarquicamente superior à região V1, quase todas as células são binoculares e possuem campos receptivos posicionados diferentemente nas duas retinas, sugerindo uma relação ao processamento de profundidade [Kovács, 1997].

Dos estudos realizados conclui-se que há uma segregação no processamento de informações visuais, e que na exploração das áreas visuais além da V2, há uma segregação cada vez maior, indicando que certas regiões do córtex passam a ser especializadas em um tipo específico de processamento. A área V4 parece ser especializada no processamento de cor. A área V5 ou MT (Médio Temporal) parece ser especializada na análise de movimento e profundidade [Dowling, 1992].

2.2.5 Seletividade a Orientação

Foram verificados em experimentos que com a penetração vertical do eletrodo ao longo das camadas corticais, as células apresentavam a mesma preferência para orientação. Somente as células da camada IVc não apresentavam especificidade para orientação, mas as células da camada V apresentavam a mesma preferência das células acima da camada IVc. Quando o eletrodo foi introduzido na direção paralela às camadas, ocorreu mudança regular de orientação a cada 0.05 milímetros avançados pelo eletrodo e a orientação preferida variou em média de 10 graus no sentido horário ou anti-horário [Hubel, 1995].

As primeiras investigações de seletividade a orientação foram realizadas com 2-deoxiglucose (2DG) que é um marcador metabólico que rotula as atividades dos neurônios. Porém, com o uso desta técnica é necessário sacrificar o animal para a visualização do resultado, não podendo determinar como a mesma parte do tecido responderia a um estímulo (orientação) diferente. Blasdel e Salama [Blasdel, 1986] utilizaram um corante potenciométrico e tecnologia de imageamento de vídeo (*video imaging technology*), o que permitiu o mapeamento repetido do padrão de atividade cortical. Assim, os autores puderam observar padrões de atividade anteriormente não

visualizados e obtiveram o primeiro mapa detalhado de seletividade a orientação cobrindo uma grande área do córtex. A análise desses padrões mostraram que a orientação muda continuamente dentro de um domínio discreto.

Outro problema do uso de 2DG é que as regiões rotuladas com esse marcador incluem, no caso de um estímulo horizontal, a região que prefere o estímulo horizontal sobre todas as demais orientações, a região que responde também ao estímulo horizontal embora prefira outra orientação, e a região que responde a todas as orientações. Uma técnica que supera esse problema é o de imagens diferenciais [Blasdel, 1986; Blasdel 1992(a)], na qual as respostas às orientações ortogonais são comparadas. No caso da comparação de respostas aos estímulos vertical e horizontal, as regiões que apresentam preferência ao estímulo vertical se apresentam mais escuras que o fundo, enquanto aquelas regiões que apresentam preferência ao estímulo horizontal se apresentam mais claras que o fundo. As regiões que respondem igualmente ao estímulo vertical e horizontal não são registradas. A grande vantagem da técnica de imagens diferenciais é que ela indica somente as regiões que apresentam preferência àquela orientação.

Um estudo cuidadoso dos padrões de organização cortical obtidos dessa forma levou Blasdel [Blasdel 1992(b)] à conclusão que os vários segmentos sensíveis à orientação são organizados circularmente em forma de cata-ventos, semelhante a organização radial sugerida anteriormente por Braitenberg e Braitenberg [Braitenberg, 1979]. Outra observação foi que os centros desses cata-ventos coincidem com os centros dos “blobs”, que são responsáveis pelo processamento de cores.

Os experimentos de Blasdel foram realizados com o córtex estriado do macaco, mas Bonhoeffer e Grinvald obtiveram resultados semelhantes em relação a organização dos domínios de iso-orientação com o córtex não estriado do gato [Bonhoeffer, 1991].

Na Figura 2.7, obtida por Dr. Amiram Grinvald e Tobias Bonhoeffer, podemos visualizar as colunas de dominância ocular (em cinza) onde R (*right*) refere-se ao olho direito e L (*left*) ao olho esquerdo, e as colunas de iso-orientação organizadas em forma de cata-ventos coloridos onde cada cor representa preferência das células a uma determinada orientação.

No córtex estriado do macaco aproximadamente 70 a 80% das células apresentam especificidade para orientação, enquanto no gato todas as células corticais parecem ser seletivas a orientação [Hubel, 1995].

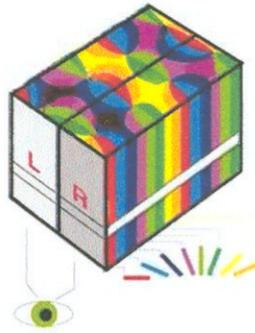


Figura 2.7 – Esquema do córtex visual ilustrando as colunas de dominância ocular e os cataventos com as colunas de iso-orientação⁴.

2.3 Neurociência Computacional

2.3.1 Neurônios

Células nervosas ou neurônios são células do sistema nervoso que geram e transmitem impulsos elétricos e se comunicam entre si ou com células efetadoras (células musculares e secretoras). Os neurônios possuem 3 regiões responsáveis por funções especializadas: corpo celular ou soma, dendritos e axônio. O corpo celular constitui o centro metabólico do neurônio e dele partem os dendritos e axônio. O corpo celular constitui também um local de recepção de estímulos (informações). Os dendritos são geralmente curtos, se ramificam como galhos de árvore e são especializados em receber estímulos do meio ambiente, das células epiteliais sensoriais e de outros neurônios. Em geral, os neurônios possuem um único axônio que pode se estender desde algumas centenas de microns até alguns metros [Kovács, 1997]. O axônio se origina do corpo celular ou de um dendrito principal, em uma região denominada cone de implantação (*axon hillock*) e é responsável pela transmissão de informações para outras células (nervosas, musculares ou

⁴ figura extraída da página:

<http://www.weizmann.ac.il/brain/images/cubes.html> em outubro/2000 e alterada.

glandulares) [Machado, 1993; Junqueira, 1995]. A principal função dos neurônios é receber informações, processá-las e enviá-las para outras células através das sinapses, que são os locais de transmissão das informações [Hubel, 1995].

A membrana celular separa o meio intracelular e o meio extracelular que apresentam composições iônicas diferentes. No interior dos neurônios predominam íons com cargas negativas e potássio (K^+) enquanto que no seu exterior predominam sódio (Na^+) e cloro (Cl^-). Os neurônios geralmente mantêm um gradiente de concentração iônica através da membrana celular que produz um potencial elétrico. A diferença de potencial entre o interior e o exterior de uma célula é denominada potencial de membrana. Os canais de íons nos dendritos sinapticamente ativados criam potenciais pós-sinápticos que são propagados até o cone de implantação que é a região integradora dos potenciais. Quando o potencial de membrana no cone de implantação atinge um limiar, é gerado um potencial de ação ou impulso nervoso que se propaga ao longo do axônio, conservando sua amplitude até atingir a terminação axônica. Na transmissão sináptica o impulso nervoso atinge a membrana pré-sináptica e provoca alteração no potencial de membrana que abre os canais de cálcio. A abertura dos canais de cálcio origina uma série de fenômenos na membrana pré-sináptica que culmina com a liberação do neurotransmissor. Os neurotransmissores se difundem através da fenda sináptica, que separa a membrana pré-sináptica da membrana pós-sináptica, e provoca uma despolarização (excitação) ou hiperpolarização (inibição) da célula pós-sináptica [Baron, 1987]. Na despolarização o potencial de membrana fica menos negativo e se move no sentido do limiar de disparo (geralmente pela entrada de íons positivos (Na^+)), enquanto que na hiperpolarização o potencial de membrana fica mais negativo e menos provável de disparar (geralmente devido a saída de íons positivos (K^+)).

Cada neurônio pode receber de 1.000 a 10.000 conexões sinápticas e os potenciais pós-sinápticos excitatórios ou inibitórios são somados. As conexões sinápticas mais comuns são aquelas em que a extremidade dos axônios entram em contato com dendritos ou às vezes com o corpo celular, porém existem casos em que o corpo celular ou o próprio dendrito constitui o elemento pré-sináptico, e também pode acontecer do axônio constituir o elemento pós-sináptico [Dowling, 1992; Machado, 1993].

Quando os dendritos possuem espículas, elas constituem o maior alvo pós-sináptico para entradas sinápticas excitatórias. As sinapses não são aleatoriamente distribuídas na arborização dendrítica, em geral as sinapses inibitórias são mais próximas ao soma que as excitatórias [Segev, 1995(a)].

O peso sináptico utilizado nos modelos de neurônios, representa a força associada à sinapse, que reflete a magnitude do efeito daquela sinapse na geração do potencial de ação. O peso sináptico reduz a complexidade de uma sinapse real e toda sua dinâmica em um único número. Decaimento eletrotônico é o decaimento do potencial sináptico ao longo dos processos dendríticos, via difusão passiva, que faz com que as sinapses mais distantes da região integradora dos potenciais (cone de implantação) tenham uma influência menor no potencial de ação daquele neurônio caso todos os pesos sinápticos sejam iguais [Anderson, 1995; Kovács, 1997].

2.3.2 Modelo Matemático de um Neurônio

Os neurônios são entidades complexas tanto em sua forma quanto em sua função, por isso torna-se desejável um modelo simples que possa representar os seus mecanismos básicos. Existem vários modelos de neurônios, como o neurônio linear, modelo de McCulloch e Pitts, perceptron, neurônios de Hopfield, neurônios polinomiais, etc. [Softky, 1995].

Na Figura 2.8 é apresentado o modelo de McCulloch e Pitts (1943) de um neurônio k , que recebe os sinais de entrada x_j através da sinapse com o neurônio j , sendo w_{kj} o peso positivo (excitatório) ou negativo (inibitório) da sinapse do neurônio k com o neurônio j . Os sinais de entrada ponderados pelos respectivos pesos sinápticos são somados e o resultado u_k é positivo ou negativo, dependendo se é excitatório ou inibitório. Esse resultado é submetido a uma função de ativação f que determina a saída y_k do neurônio [Haykin, 1999]. A saída y_k do neurônio k é um impulso ou não, sendo que o impulso ocorre quando a resultante u_k for maior que um certo limiar determinado pela função f [Softky, 1995].

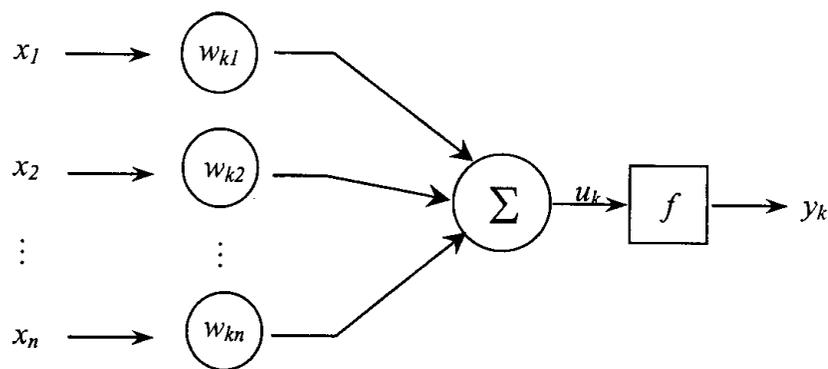


Figura 2.8 – Modelo matemático de McCulloch e Pitts de um neurônio.

Em termos matemáticos podemos descrever o neurônio k através das seguintes equações:

$$u_k = \sum_{j=1}^n w_{kj} x_j \quad (2.1)$$

$$y_k = f(u_k) \quad (2.2)$$

Esse modelo matemático do neurônio, representa o mecanismo básico do funcionamento de uma rede neural, e é utilizado como elemento básico nos modelos de redes neurais artificiais. Porém, em neurociência computacional os modelos devem ser mais realistas.

2.3.3 Modelo de Geração e Propagação do Potencial de Ação

Como o potencial de ação é relativo e somente a diferença de potencial pode ser medida diretamente, o que geralmente se faz é assumir que o potencial do meio extracelular ou intracelular é zero. Considerando o potencial do meio extracelular como zero, o potencial de repouso da membrana é de aproximadamente -70 mV. O potencial de ação ocorre quando um estímulo externo produz uma despolarização da membrana para um valor acima do limiar de disparo (aproximadamente -55 mV). Quando isso acontece, há um influxo de íons de sódio (Na^+), o que eleva o potencial de membrana aproximadamente até $+50$ mV. Em seguida os canais de sódio se fecham e os canais de potássio (K^+) se abrem, repolarizando a célula imediatamente (Figura 2.9). A forma do pulso é relativamente constante em espécies e tipos de neurônios diferentes, e em temperatura normal, a seqüência inteira ocorre em aproximadamente 1 milissegundo [Dowling, 1992].

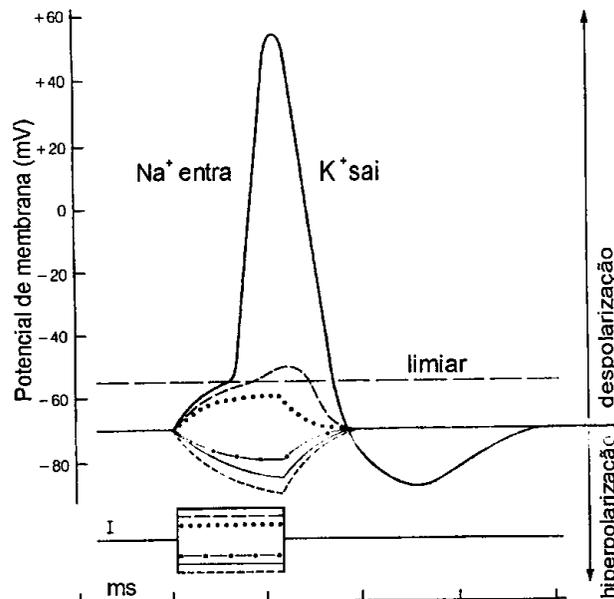


Figura 2.9 – Potencial de ação de um neurônio (extraído de [Dowling, 1992] e traduzido).

Em 1952, Hodgkin e Huxley modelaram as propriedades físicas e eletroquímicas envolvidas na geração e propagação do potencial de ação de um axônio gigante da lula. No experimento original, a variação do espaço no axônio foi desconsiderada. Para tanto, um eletrodo foi introduzido ao longo do axônio para remover a dependência espacial. Assim, em resposta a um estímulo, toda a membrana dispara como uma única unidade isopotencial.

A equação obtida por Hodgkin e Huxley foi generalizada para outros neurônios e tem auxiliado de forma significativa na compreensão e modelagem da excitabilidade neural. A maioria dos modelos biofísicos contemporâneos usam essencialmente o mesmo formalismo matemático introduzido por Hodgkin e Huxley [Koch, 1995].

O modelo matemático de propagação do potencial de ação de Hodgkin e Huxley é baseado na idéia que as propriedades elétricas da membrana de um segmento de axônio podem ser modeladas por um circuito elétrico equivalente, ilustrado na Figura 2.10. Neste circuito, o fluxo de corrente através da membrana é formado basicamente por dois componentes: um relacionado com a capacitância da membrana (C) e outro associado ao movimento dos íons através da membrana. A corrente formada pelo movimento dos íons é chamada de corrente iônica (I_{ion}) e tem contribuições da corrente de sódio (I_{Na}) e potássio (I_K) que são dependentes da

voltagem e uma pequena corrente de outros íons (I_L) que é passiva, ou seja, não depende da voltagem [Nelson, 1995; Murray, 1993].

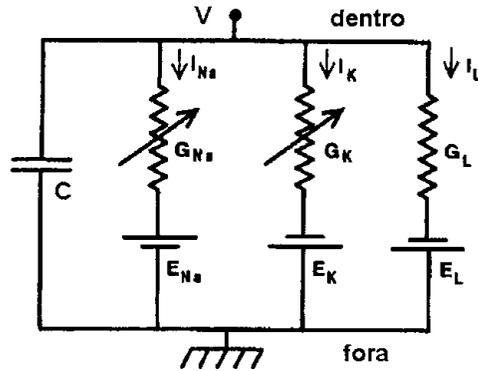


Figura 2.10 – Circuito elétrico equivalente a um pequeno segmento de axônio (extraído de [Nelson, 1995] e traduzido).

A Equação 2.3 descreve o comportamento do circuito elétrico da Figura 2.10.

$$C \frac{dV}{dt} + I_{ion} = I_{ext} \quad (2.3)$$

sendo C a capacitância da membrana, V o potencial de membrana, I_{ion} a corrente iônica que flui através da membrana e I_{ext} a corrente externa aplicada.

A corrente iônica é a soma das correntes individuais, como segue:

$$I_{ion} = \sum_j I_j = \sum_j G_j (V - E_j) \quad (2.4)$$

Cada corrente iônica individual I_j possui uma condutância G_j e um potencial de equilíbrio E_j associado, e é suposto que a corrente é proporcional ao produto da condutância pela força de condução $V - E_j$. Portanto, no modelo de Hodgkin e Huxley a corrente iônica é representada por:

$$I_{ion} = G_{Na} (V - E_{Na}) + G_K (V - E_K) + G_L (V - E_L) \quad (2.5)$$

A condutância iônica é dependente do potencial de membrana, e isso é incorporado no modelo de Hodgkin e Huxley fazendo-se a probabilidade da entrada individual do canal de íon depender do potencial de membrana. A entrada individual de um canal pode estar no estado permeável ou não. E o canal por sua vez, pode estar aberto ou fechado, dependendo se todas as entradas a ele associadas estão no estado permeável ou não [Nelson, 1995].

Seja i uma entrada individual e p_i a probabilidade, entre 1 e 0, desta entrada estar no estado permeável. Se considerarmos vários canais, podemos interpretar p_i como a fração de entradas que estão no estado permeável e $1-p_i$ como a fração de entradas no estado não permeável. No modelo de Hodgkin e Huxley a transição entre o estado permeável e não permeável obedece a cinética de primeira ordem:

$$\frac{dp_i}{dt} = \alpha_i(V)(1-p_i) - \beta_i(V)p_i \quad (2.6)$$

sendo α_i e β_i as constantes de taxa, dependentes do potencial de membrana, que descrevem a taxa de transição do estado não permeável para permeável e do estado permeável para não permeável, respectivamente.

A condutância macroscópica G_j do canal j com entradas i é proporcional ao produto das probabilidades p_i .

$$G_j = g_j \prod_i p_i \quad (2.7)$$

sendo g_j a constante de normalização que determina a condutância máxima possível, quando todos os canais estão abertos.

Na notação padrão do modelo de Hodgkin e Huxley, as probabilidades p_i são substituídas pelos nomes das entradas. Eles modelaram a condutância do sódio usando 3 entradas do tipo “ m ” e uma entrada do tipo “ h ”. Assim a condutância do sódio é representada por:

$$G_{Na} = g_{Na} p_m^3 p_h \equiv g_{Na} m^3 h \quad (2.8)$$

A condutância do potássio por sua vez é modelada usando-se 4 entradas do tipo “ n ”:

$$G_K = g_K p_n^4 \equiv g_K n^4 \quad (2.9)$$

A condutância G_L é constante, não dependendo do tempo e da voltagem. A dependência do tempo e da voltagem das condutâncias do sódio e potássio foram embutidas nas variáveis m , h e n [Koch, 1995], como pode ser observado nas seguintes equações:

$$\frac{dm}{dt} = \alpha_m(V)(1-m) - \beta_m(V)m \quad (2.10)$$

$$\frac{dh}{dt} = \alpha_h(V)(1-h) - \beta_h(V)h \quad (2.11)$$

$$\frac{dn}{dt} = \alpha_n(V)(1-n) - \beta_n(V)n \quad (2.12)$$

Substituindo as Equações 2.8 e 2.9 na Equação 2.5 temos a corrente iônica do modelo de Hodgkin e Huxley [Nelson, 1995]:

$$I_{ion} = g_{Na}m^3h(V - E_{Na}) + g_Kn^4(V - E_K) + g_L(V - E_L) \quad (2.13)$$

Substituindo a Equação 2.13 na Equação 2.3 temos a equação de Hodgkin e Huxley que especifica o comportamento do potencial de membrana:

$$I_{ext} = C \frac{dV}{dt} + g_{Na}m^3h(V - E_{Na}) + g_Kn^4(V - E_K) + g_L(V - E_L) \quad (2.14)$$

Hodgkin e Huxley forneceram também as expressões para as funções $\alpha_m(V)$, $\alpha_h(V)$, $\alpha_n(V)$, $\beta_m(V)$, $\beta_h(V)$ e $\beta_n(V)$ [Koch, 1995].

2.3.4 Teoria do Cabo

Os maiores componentes do cérebro são os dendritos, tanto em área quanto em volume. Os dendritos recebem a maioria das informações sinápticas e realizam o processamento dessas informações e, portanto, constituem um dispositivo elementar de processamento do cérebro.

A teoria do cabo para dendritos foi desenvolvida por Rall em 1959, com o objetivo de descrever o fluxo de corrente elétrica e propagação do potencial resultante nas árvores dendríticas, morfológicamente e fisiologicamente realistas, que recebem entradas sinápticas em vários lugares e em vários instantes de tempo.

A hipótese básica para a teoria clássica do cabo unidimensional é que o potencial de membrana V é uma função somente do tempo t e da distância x ao longo do cabo (dendrito). Outras hipóteses da teoria clássica do cabo são as seguintes: a membrana é passiva e uniforme; o segmento cilíndrico (dendrito) tem um corte constante e o fluido intracelular pode ser representado como uma resistência ôhmica; a resistência extracelular é desprezível; e as entradas são correntes. Além disso, o

potencial de membrana é medido com respeito ao potencial de repouso considerado zero.

Assim, é possível escrever a equação do cabo unidimensional passiva para o potencial de membrana $V(x,t)$ através da membrana do dendrito em um ponto x e no tempo t , como segue [Segev, 1995(b)]:

$$\frac{1}{r_i} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = c_m \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{r_m} \quad (2.15)$$

sendo r_i a resistência do citoplasma ao longo do eixo do cilindro, V a diferença de potencial dentro e fora da membrana, x a distância ao longo do eixo do cilindro, c_m a capacitância da membrana, t o tempo e r_m a resistência da membrana.

Essa mesma equação pode ser escrita como [Segev, 1995(b); Rall, 1998]:

$$\lambda^2 \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \tau_m \frac{\partial V}{\partial t} - V = 0 \quad (2.16)$$

sendo λ a constante de espaço dada por: $\lambda^2 = \frac{r_m}{r_i}$

e τ_m a constante de tempo da membrana dada por $\tau_m = r_m c_m$.

A constante de espaço λ e a constante de tempo da membrana τ_m são dois parâmetros importantes que desempenham um papel crítico na determinação da integração espaço-temporal das entradas sinápticas nas arborizações dendríticas. A constante de espaço λ depende não somente das propriedades da membrana mas também da resistência axial específica e do diâmetro. Nos neurônios que apresentam λ grande, o potencial atenua menos com a distância, comparado com neurônios com λ pequeno [Segev, 1995(b)]. Convém enfatizar aqui que o decaimento eletrotônico é a atenuação do potencial ao longo das arborizações dendríticas e depende do parâmetro λ .

A equação do cabo ainda pode ser escrita em termos de variáveis adimensionais, da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} - \frac{\partial V}{\partial T} - V = 0 \quad (2.17)$$

sendo $X = x/\lambda$ a variável adimensional proporcional à distância e $T = t/\tau_m$ a variável adimensional proporcional ao tempo.

A Equação 2.17 depende de propriedades elétricas da membrana e do citoplasma, da condição inicial e da condição de contorno no final do segmento na direção em que a corrente flui. Se considerarmos o caso do estado estacionário em que a corrente de entrada não muda com o tempo $\left(\frac{\partial V}{\partial t} = 0\right)$, a equação do cabo é reduzida a seguinte equação diferencial ordinária:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} - V = 0 \quad (2.18)$$

cuja solução geral pode ser expressa como [Segev, 1995(b); Rall, 1998]:

$$V(X) = Ae^X + Be^{-X} \quad (2.19)$$

sendo que A e B dependem das condições de contorno.

Suponhamos $V=V_0$ em $X=0$, como sendo a primeira condição de contorno e suponhamos o cabo uniforme que não tem corrente ou potencial aplicado entre $X=0$ e $X=\infty$. Portanto, $V=0$ em $X=\infty$ constitui a segunda condição de contorno. A segunda condição de contorno implica que $A = 0$ na Equação 2.19, e a primeira condição de contorno implica que $B = V_0$. Logo, a solução da Equação 2.18 passa a ser:

$$V(X) = V_0 e^{-X} = V_0 e^{-x/\lambda} \quad (2.20)$$

Portanto, no caso de segmento cilíndrico de extensão infinita ($V=V_0$ em $X=0$ e $V=0$ em $X=\infty$), o potencial de membrana atenua exponencialmente com a distância (Figura 2.11).

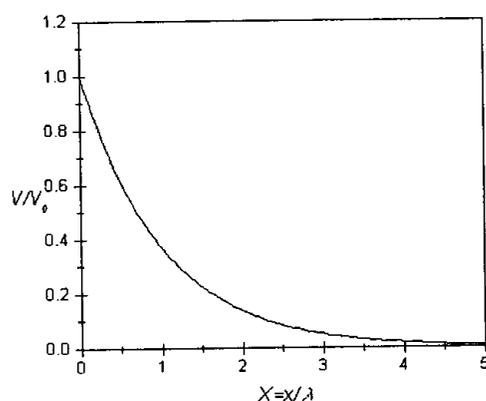


Figura 2.11 – Atenuação do potencial de membrana com a distância em um cabo cilíndrico de comprimento infinito.

Experimentos posteriores à teoria do cabo mostraram que a resistência da membrana não é passiva e sim, dependente da voltagem, e que na realidade os dendritos recebem entradas potenciais e não corrente. Mesmo assim, a equação clássica do cabo é muito importante como um caso de referência e ela nos fornece o entendimento fundamental do processamento de sinais em dendritos.

A equação do cabo tem solução analítica direta para injeção de correntes transientes em processos dendríticos não ramificados, mas para processos ramificados a solução é bem mais complexa. Além disso, quando as propriedades de membrana são dependentes da voltagem, a abordagem analítica usando a teoria do cabo não é válida. Nesses casos o modelo compartimental deve ser utilizado [Segev, 1995(b); Segev, 1998].

2.3.5 Modelo Compartimental

No modelo compartimental introduzido por Rall em 1964, um compartimento pode corresponder a uma ramificação, um grupo de ramificações, ou um segmento de um dendrito, de acordo com o problema. A região do neurônio representado como um compartimento é considerado isopotencial e as diferenças de potenciais entre regiões são representadas por diferentes compartimentos. O modelo compartimental substitui a equação do cabo contínua por um conjunto de equações diferenciais ordinárias e usa métodos numéricos (diferenças finitas) para resolver o sistema para cada intervalo de tempo Δt . No modelo compartimental, o ideal é que os segmentos dendríticos ou compartimentos considerados sejam pequenos porque é assumido que cada compartimento possui o mesmo potencial e apresenta propriedades físicas

uniformes, tais como diâmetro e propriedades de membrana. Os compartimentos são representados por circuitos R-C simples que são conectados através de resistências conforme a topologia da árvore dendrítica (Figura 2.12). Quando a árvore dendrítica é dividida em compartimentos suficientemente pequenos a solução do modelo compartimental converge para a solução da equação do cabo [Segev, 1998].

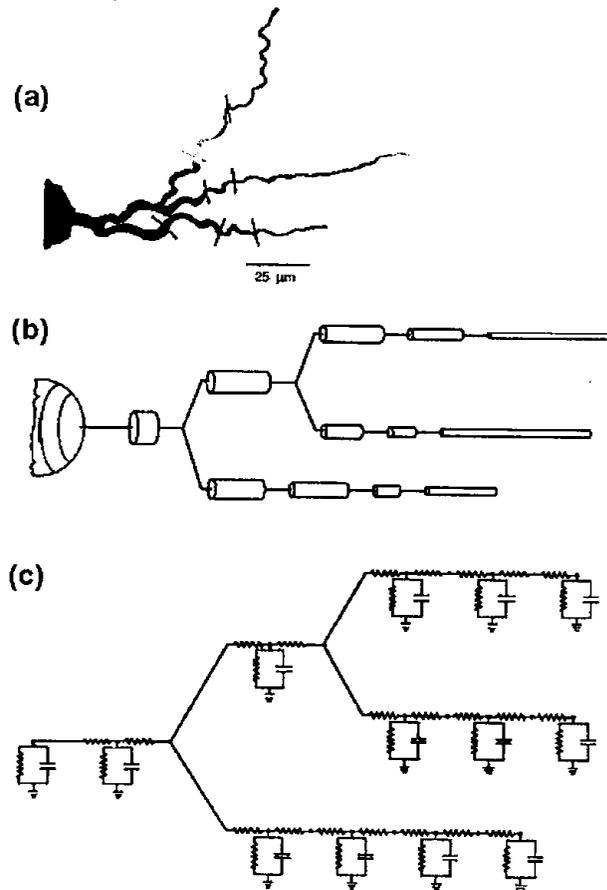


Figura 2.12 – Estágios de abstração da árvore dendrítica ao circuito elétrico equivalente; (a) árvore dendrítica original; (b) representação através de segmentos de cilindros (Modelo do Cabo); (c) representação em forma de circuito elétrico (Modelo Compartimental) (extraído de [Segev, 1998] e alterado).

Neste modelo, cada compartimento é representado por uma equação diferencial ordinária que é derivada da lei de corrente de Kirchhoff. Esta lei determina que em cada compartimento j a corrente através da membrana i_{m_j} deve ser igual a corrente longitudinal que entra naquele compartimento menos a corrente longitudinal que sai daquele compartimento:

$$i_{m_j} = i_{j-1,j} - i_{j,j+1} \quad (2.21)$$

sendo $i_{j-1,j}$ a corrente longitudinal que flui do compartimento $j-1$ para o compartimento j , e $i_{j,j+1}$ a corrente longitudinal que flui do compartimento j para o compartimento $j+1$ [Segev, 1998].

Analogamente a Equação 2.3 obtida do circuito equivalente, Equação 2.22 expressa a corrente da membrana para o compartimento j :

$$i_{m_j} = c_{m_j} \frac{dV_j}{dt} + I_{ion_j} \quad (2.22)$$

sendo c_{m_j} a capacitância, V_j o potencial de membrana e I_{ion_j} a corrente iônica.

A corrente longitudinal pode ser representada como a divisão da diferença de potencial entre os compartimentos conectados e a resistência entre esses compartimentos. Assim, da Equação 2.21 temos:

$$i_{m_j} = \frac{V_{j-1} - V_j}{r_{j-1,j}} - \frac{V_j - V_{j+1}}{r_{j,j+1}} \quad (2.23)$$

sendo $r_{j-1,j}$ a resistência axial entre os compartimentos $j-1$ e j ; e $r_{j,j+1}$ a resistência axial entre os compartimentos j e $j+1$.

Substituindo a resistência pela condutância temos:

$$i_{m_j} = g_{j-1,j}(V_{j-1} - V_j) - g_{j,j+1}(V_j - V_{j+1}) \quad (2.24)$$

Para o compartimento que gera uma bifurcação (compartimento pai), o fluxo de corrente das duas ramificações (compartimentos filhos) é representado pela adição de mais um termo idêntico ao último termo do lado direito da equação acima, com os subscritos apropriados. O primeiro compartimento da cadeia tem somente o último termo do lado direito da equação acima, e o último compartimento só tem o primeiro termo do lado direito da equação acima.

3 Medidas Neuromorfológicas

3.1 Introdução

O comportamento e a função dos neurônios estão relacionados com os processos bioquímicos que ocorrem dentro e fora do neurônio e com a sua morfologia. Muitos modelos diferenciais elétricos, como os apresentados no capítulo anterior, têm sido desenvolvidos e estudados sistematicamente, mas o estudo e análise de formas neurais têm sido relativamente pouco exploradas. No modelo compartimental, os neurônios que apresentam o mesmo padrão de arborização com segmentos dendríticos de mesmo comprimento e diâmetro médio, mesmo que apresentem formas diferentes, são representados pelo mesmo modelo. A forma do neurônio desempenha um papel importante na definição do comportamento e função do neurônio [Dowling, 1992; Anderson, 1995], e portanto deve ser analisado juntamente na modelagem e simulação dos efeitos diferenciais elétricos.

Em 1937 Ramón y Cajal já citava que a superioridade do cérebro humano está intimamente relacionada com a abundância e riqueza das formas dos neurônios. A morfologia dos neurônios e a distribuição de seus contatos com outros neurônios varia bastante entre neurônios de diferentes partes do cérebro. Cada parte do cérebro possui neurônios com formas específicas, provavelmente relacionadas com sua função no processamento de informações [Dowling, 1992].

Dentro deste contexto torna-se importante o estudo de medidas de forma de neurônios. Uylings e colaboradores [Uylings, 1986] apresentam uma boa revisão e discussão de métodos de análise métrica de arborizações neurais. Neste capítulo são apresentadas algumas medidas clássicas de cobertura espacial e uma medida denominada histograma de influência por nós introduzida. São também apresentadas algumas medidas mais específicas de neurônios como análise de Sholl, dendrograma, radialidade, simetria radial e curvatura de neurônios, que serão utilizadas na caracterização de aspectos importantes na estimativa de curvatura e orientação.

Finalmente é apresentado o mecanismo desenvolvido para extração de medidas de neurônios para a reconstrução e síntese de neurônios bidimensionais e tridimensionais, a partir de dados de neurônios codificados no código Eutectic e outros.

3.2 Cobertura Espacial

A cobertura espacial ou região de influência dos neurônios mede a cobertura do campo dendrítico, e está diretamente relacionada com a morfologia do neurônio. Os fatores que definem a evolução da forma dos neurônios não são totalmente conhecidos, mas provavelmente são conseqüências das interações entre orientações dos gradientes bioquímicos e campos elétricos [Bedlack, 1992], disponibilidade de espaço para crescimento, inibição pela proximidade de outras células [Troilo, 1996], etc.

Vários estudos têm sido realizados sobre a projeção dos axônios ao seu destino na geração da rede neural [Kater, 1991; Okabe, 1991; Stirling, 1995]. A orientação dos axônios no desenvolvimento do sistema nervoso é realizada por uma estrutura altamente móvel encontrada nas extremidades dos axônios, denominada cone de crescimento. Esta estrutura navega por longas distâncias para encontrar as células alvo e fazer sinapse [Stirling, 1995; Chalacombe, 1996; Kolodkin, 1996; Tessier-Lavigne, 1996]. A área de abrangência e disposição dos dendritos influenciam no número e na composição das entradas sinápticas do neurônio. A geometria da arborização dendrítica também influencia na forma em que as entradas excitatórias e inibitórias de várias partes se integram na determinação do potencial de ação do neurônio [Larkman, 1991].

A cobertura espacial dos neurônios está intimamente relacionada com a sua morfologia e é importante na determinação de suas propriedades e tem sido usada para análise e classificação de células [Vaney, 1994; Yamada, 1996]. Estudos também têm sido realizados sobre cobertura espacial da arborização dendrítica dos neurônios, visando descobrir a relação entre sua morfologia e função [Saito, 1983; Fukuda, 1984; Cesar, 1997(a)].

A cobertura espacial pode ser estimada pelo fator de cobertura. Uma forma bastante utilizada na literatura para o cálculo do fator de cobertura da arborização

dendrítica é o produto da área do campo dendrítico pela densidade local das células [Wässle, 1983; Dacey, 1993; Vaney, 1994; Stein, 1996; Yamada, 1996]. Em geral, a densidade é representada pelo número de células existentes por mm^2 , porém Yamada [Yamada, 1996] calculou a densidade (D) de células ganglionares do macaco *Cebus* da seguinte forma:

$$D = \frac{2}{d^2 \sqrt{3}} \quad (3.1)$$

sendo d a distância ao vizinho mais próximo em milímetros.

Na literatura há diversas formas de cálculo da área da arborização dendrítica. Wässle [Wässle, 1983] delimitou o campo dendrítico das células *α on-center* da retina do gato, conectando as pontas dendríticas mais externas por uma curva suave e fechada. Dacey [Dacey, 1993] utilizou para o cálculo do diâmetro do campo dendrítico das células ganglionares da retina humana um polígono convexo (fecho convexo) em torno da árvore dendrítica. Costa [Costa, 1995] sugere o uso desse polígono convexo para o cálculo da área de influência do neurônio, e utiliza a transformada de Hough para tal cálculo. Vaney [Vaney, 1994] calculou a área do campo dendrítico das células ganglionares do coelho unindo com retas os terminais dendríticos adjacentes formando um polígono complexo. A área resultante foi aproximadamente 20% menor que o polígono convexo convencional. Como não há uma única forma para o cálculo da densidade quanto da área, não há uma padronização no cálculo do fator de cobertura. Troilo [Troilo, 1996] por sua vez, usou uma medida simples para estimar a cobertura espacial de neurônios, que é o número de ramos dividido pela área da arborização dendrítica.

A cobertura espacial de um neurônio pode também ser quantificada pela área de influência, histograma de influência, influências vetoriais e dimensão fractal. A seguir apresentamos cada uma dessas medidas.

3.2.1 Área de Influência

A área de influência dos neurônios é importante porque ela influencia os cones de crescimento e a densidade e posição das conexões sinápticas. A área de influência depende do tipo de influência biológica como o gradiente de

dendrítica é o produto da área do campo dendrítico pela densidade local das células [Wässle, 1983; Dacey, 1993; Vaney, 1994; Stein, 1996; Yamada, 1996]. Em geral, a densidade é representada pelo número de células existentes por mm^2 , porém Yamada [Yamada, 1996] calculou a densidade (D) de células ganglionares do macaco *Cebus* da seguinte forma:

$$D = \frac{2}{d^2 \sqrt{3}} \quad (3.1)$$

sendo d a distância ao vizinho mais próximo em milímetros.

Na literatura há diversas formas de cálculo da área da arborização dendrítica. Wässle [Wässle, 1983] delimitou o campo dendrítico das células α *on-center* da retina do gato, conectando as pontas dendríticas mais externas por uma curva suave e fechada. Dacey [Dacey, 1993] utilizou para o cálculo do diâmetro do campo dendrítico das células ganglionares da retina humana um polígono convexo (fecho convexo) em torno da árvore dendrítica. Costa [Costa, 1995] sugere o uso desse polígono convexo para o cálculo da área de influência do neurônio, e utiliza a transformada de Hough para tal cálculo. Vaney [Vaney, 1994] calculou a área do campo dendrítico das células ganglionares do coelho unindo com retas os terminais dendríticos adjacentes formando um polígono complexo. A área resultante foi aproximadamente 20% menor que o polígono convexo convencional. Como não há uma única forma para o cálculo da densidade quanto da área, não há uma padronização no cálculo do fator de cobertura. Troilo [Troilo, 1996] por sua vez, usou uma medida simples para estimar a cobertura espacial de neurônios, que é o número de ramos dividido pela área da arborização dendrítica.

A cobertura espacial de um neurônio pode também ser quantificada pela área de influência, histograma de influência, influências vetoriais e dimensão fractal. A seguir apresentamos cada uma dessas medidas.

3.2.1 Área de Influência

A área de influência dos neurônios é importante porque ela influencia os cones de crescimento e a densidade e posição das conexões sinápticas. A área de influência depende do tipo de influência biológica como o gradiente de

quimioatração⁵, quimiorepulsão⁶ [Goodman, 1996; Lavigne, 1996] ou potencial elétrico [Bedlack, 1992; Brown, 1994] que desejamos investigar. Sob esse ponto de vista, a área de influência de um neurônio pode ser definida como um conjunto de pontos que se situam a uma distância máxima do neurônio, e a área de influência de neurônios bidimensionais e tridimensionais pode ser simulada através da salsicha de Minkowski. A salsicha de Minkowski de um neurônio é uma representação inflada, que compreende os pontos que estão a uma distância máxima r do neurônio, onde r é chamado de raio da salsicha de Minkowski [Tricot, 1995]. Para gerar esta representação inflada, basta posicionar em cada ponto do neurônio um círculo de raio r (no caso bidimensional) ou uma esfera de raio r (no caso tridimensional) e tomar todos os pontos internos ao círculo ou esfera. Um exemplo da salsicha de Minkowski de um neurônio bidimensional pode ser visualizado na Figura 3.1, onde o raio utilizado é 3. A Figura 3.2 ilustra um exemplo da salsicha de Minkowski tridimensional.

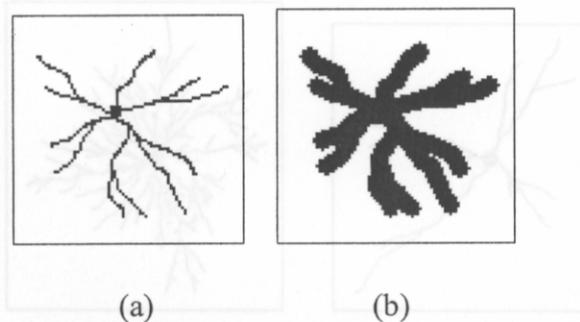


Figura 3.1 - (a) neurônio bidimensional; (b) salsicha de Minkowski, com raio 3.

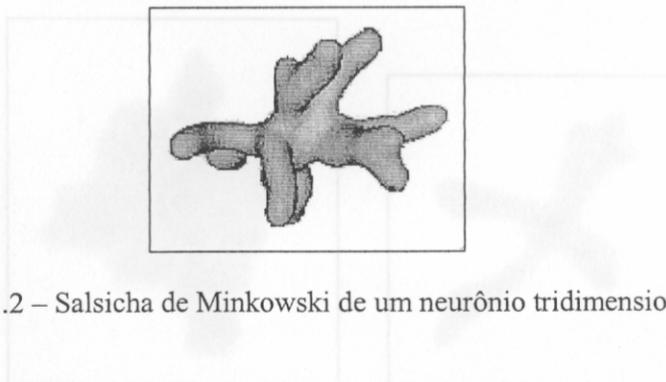


Figura 3.2 – Salsicha de Minkowski de um neurônio tridimensional.

⁵ quimioatração: processo no qual os axônios são atraídos por substâncias químicas difusíveis secretadas pelas células.

⁶ quimiorepulsão: processo no qual os axônios são repelidos por substâncias químicas produzidas pelas células.

A área de influência de um neurônio pode ser melhor representada fazendo-se a convolução do neurônio com uma função decrescente que define o seu campo de influência. Essa função deve ser escolhida levando em consideração a natureza do fenômeno biológico que se deseja investigar. Assim, é possível simular a cobertura espacial e a magnitude da influência do neurônio, em termos desse fenômeno, na sua vizinhança.

Na simulação a seguir foi utilizada a função gaussiana por ser uma função capaz de expressar o decaimento da força em volta do neurônio de acordo com o aumento da distância a ele. Os resultados deste processo aplicado em neurônios bidimensionais estão ilustrados na Figura 3.3. Para realizar esta simulação foi implementado em Delphi um programa que faz a convolução de neurônios bidimensionais e tridimensionais com a função gaussiana ou qualquer outra função decrescente através da *FFT (Fast Fourier Transform)* bidimensional e tridimensional [Costa, 1999(a)].

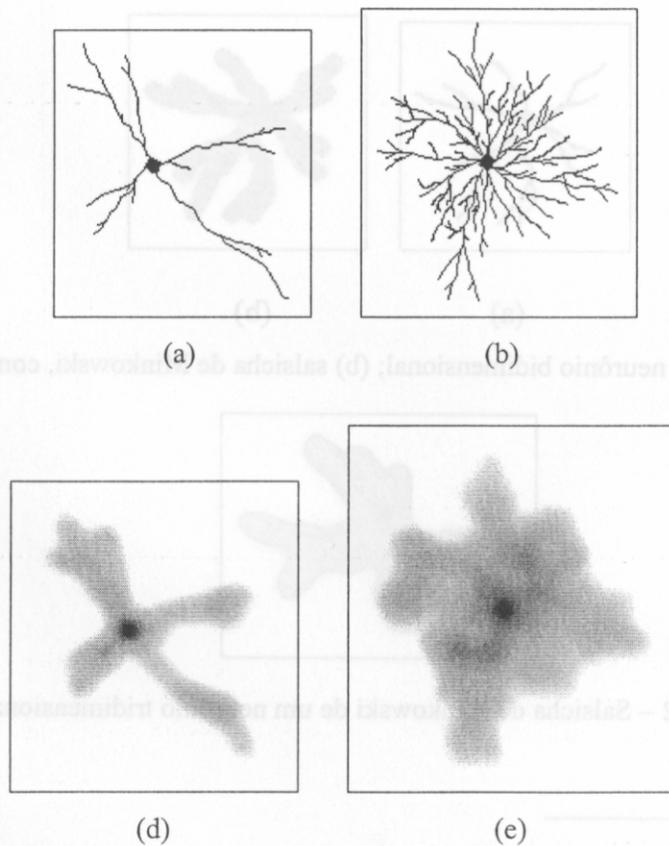


Figura 3.3 – (a) neurônio 1; (b) neurônio 2; (c) e (d) resultados da convolução do neurônio 1 e neurônio 2, respectivamente, com a função gaussiana.

Os neurônios tridimensionais, sua cobertura espacial, e principalmente os resultados da convolução de neurônios tridimensionais com gaussianas tridimensionais, são difíceis de serem visualizados. Nesse sentido solicitou-se a colaboração das pesquisadoras Dra. Maria Cristina de Oliveira Ferreira e Dra. Rosane Minghim do grupo de visualização do Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC) da USP de São Carlos e a visualização dos resultados por elas obtida está ilustrada na Figura 3.2 e Figura 3.4.

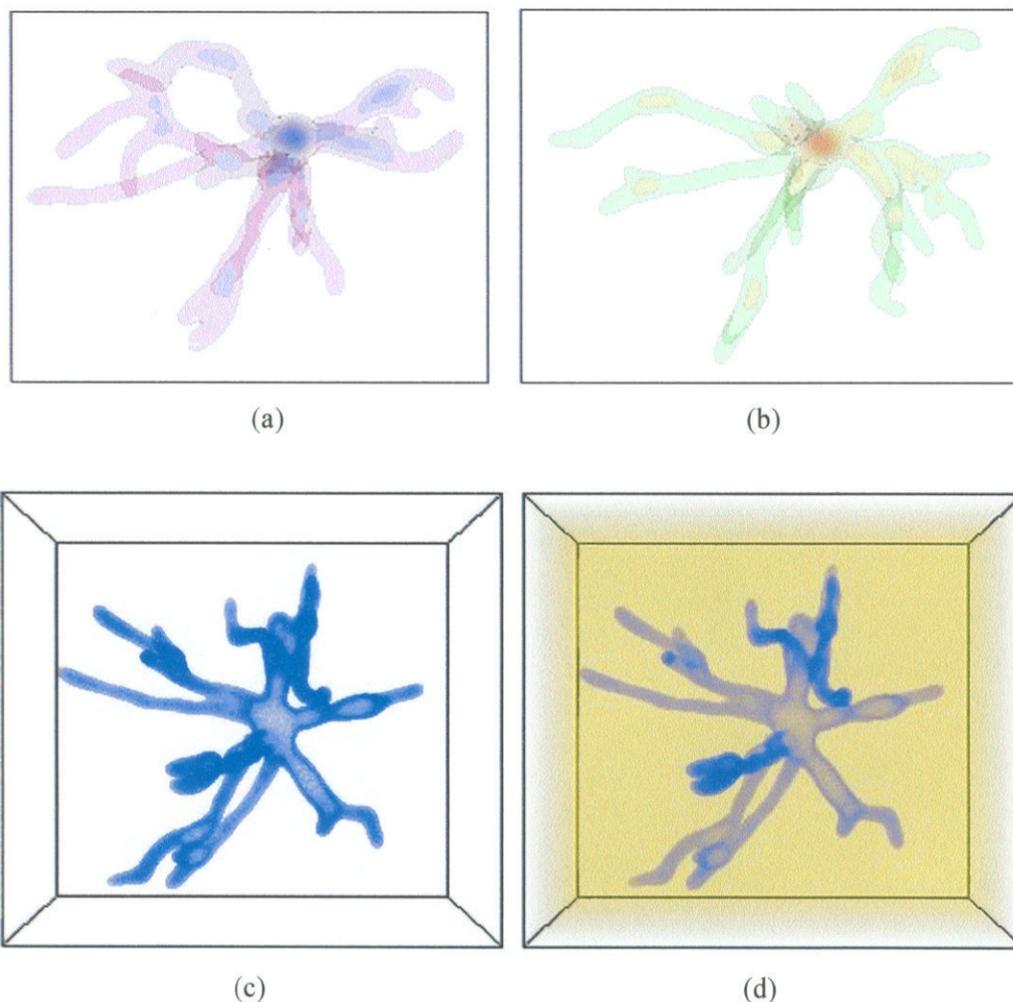


Figura 3.4 – Visualização dos resultados da convolução de neurônios tridimensionais com função gaussiana tridimensional, (a) e (b) visualização de um mesmo neurônio sob um ângulo diferente, (c) e (d) visualização de um mesmo neurônio.

3.2.2 Histograma de Influência

Uma medida de cobertura espacial baseada na técnica acima exposta é o histograma de influência, Figura 3.5, por nós proposto em [Costa, 1999(a)], que é

capaz de expressar a distribuição da magnitude da influência do neurônio na sua vizinhança. O histograma de influência basicamente representa o número de pontos na vizinhança do neurônio, especificamente na nossa abordagem é a proporção relativa de pontos, que estão sob uma mesma intensidade de influência desta célula. Um neurônio mais complexo produz um histograma de perfil mais largo indicando uma influência maior do neurônio na sua vizinhança (Figura 3.5). No histograma da Figura 3.5, o nível de cinza no eixo x indica a magnitude da influência e o número de pontos no eixo y o número de pontos sob uma similar influência.

Esta é uma medida global baseada em motivação biológica, e foi utilizada para classificar células ganglionares da retina do gato usando dois métodos de classificação diferentes, cujos resultados são apresentados em [Costa, 1999(a)].

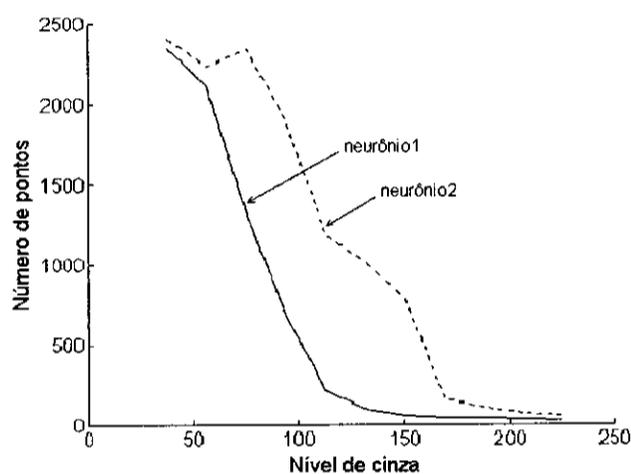


Figura 3.5 – Histograma de influência dos neurônios da Figura 3.3(a) e (b).

3.2.3 Influência Vetorial

O conceito de cobertura espacial pode ser estendido para refletir influências vetoriais como a do campo elétrico e de quimioatratores [Costa, 1999(a)]. A investigação dessas influências é importante na simulação de respostas dos neurônios, quando é apresentado algum tipo de estímulo. Foram desenvolvidos programas em Delphi para determinar os campos vetoriais de neurônios bidimensionais e tridimensionais [Costa, 1999(a)]. No caso do campo vetorial de neurônio bidimensional, são utilizadas funções decrescentes (exemplo: função inversa da distância = $1/d$, sendo $1/x$ correspondente à componente x e $1/y$

correspondente à componente y do campo; ou $1/d^2$; ou $1/e^d$). Essas funções são convoluídas com o neurônio para determinar os componentes x e y do campo vetorial resultante. Essa convolução foi implementada através da *FFT (Fast Fourier Transform)*. A Figura 3.6 mostra o campo vetorial bidimensional obtido dessa forma.

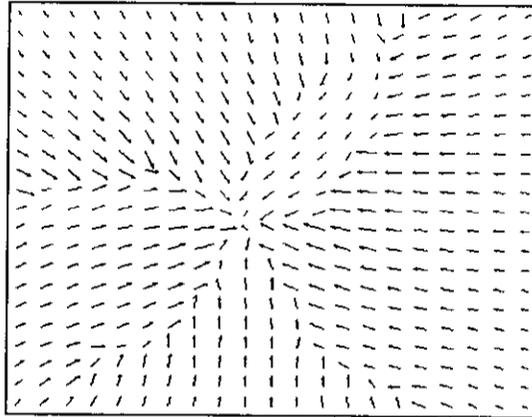


Figura 3.6 – Campo vetorial de um neurônio bidimensional.

A visualização de campos vetoriais e equipotenciais de neurônios tridimensionais está sendo realizada pelo grupo de visualização do Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação da USP de São Carlos.

A investigação de influências vetoriais como campo elétrico, quimioatração e quimiorrepulsão é importante porque na geração de neurônios, que é uma das áreas de pesquisa do grupo de Visão Cibernética, deve-se levar em consideração as influências vetoriais de neurônios.

3.2.4 Dimensão Fractal

Uma medida importante na análise de formas de neurônios é a complexidade de seus processos. Porém complexidade é um conceito subjetivo, difícil de ser formalizado. Uma das medidas bastante utilizadas para descrever a complexidade de formas é a dimensão fractal [Mandelbrot, 1977; Mandelbrot, 1983], que também tem sido muito utilizada na caracterização de neurônios [Smith, 1989; Montague, 1991; Porter, 1991; Coelho, 1996; Smith, 1996].

A dimensão fractal por contagem de caixas é um dos métodos bastante utilizados para a estimativa da dimensão fractal de Bouligand-Minkowski, e consiste em sobrepor uma grade de células (ou caixas) de largura d sobre a imagem de um objeto e contar o número de caixas $N(d)$ que contém alguma parte do objeto cuja

dimensão fractal deseja-se calcular. Este processo é repetido para vários valores de d , e a dimensão fractal pode ser estimada como sendo o valor absoluto da inclinação da reta que ajusta os pontos $\text{Log}(N(d)) \times \text{Log}(d)$.

Outro método também utilizado para a estimativa da dimensão fractal é baseado na salsicha de Minkowski. Este método consiste em calcular a área da salsicha de Minkowski $A(r)$ para diversos raios r , e a dimensão fractal é determinada pela inclinação da reta que melhor ajusta os pontos $\text{Log}(A(r)) \times \text{Log}(r)$. Seja s a inclinação da reta de ajuste, a dimensão fractal é aproximada por $2-s$. A vantagem deste método em relação ao método da contagem de caixas é que não existe a grade cuja posição e orientação pode influenciar no resultado.

A dimensão fractal obtida através desses métodos é comprometida pelo efeito da fractalidade limitada dos objetos naturais e pelo efeito da quantização dos objetos. Para atenuar esses problemas, deve-se considerar somente a região de maior fractalidade, e no método isto significa ajustar a reta somente aos pontos da região de maior inclinação. Outro cuidado que deve ser tomado é limitar o d ou o r de forma a não se aproximar do tamanho do objeto [Coelho, 1995; Coelho, 1996].

3.3 Análise de Sholl

Sholl [Sholl, 1953] propôs uma técnica para analisar a arborização dendrítica do neurônio com relação à distância ao soma. Para fazer essa análise são traçados círculos (ou esferas no caso tridimensional) concêntricos de vários raios equidistantes centrados no soma do neurônio, e é gerado um histograma de uma característica observada (número de bifurcações, ramificações, extremidades, etc.) nos círculos ou anéis de diferentes raios [Capowski, 1989]. Na Figura 3.7 é apresentado um exemplo da análise de Sholl em que o histograma representa o número de processos que cruzam os círculos. Uma das restrições desta técnica é o fato que a orientação da arborização dendrítica não pode ser detectada.

1995-01-26 10:00:00 AM

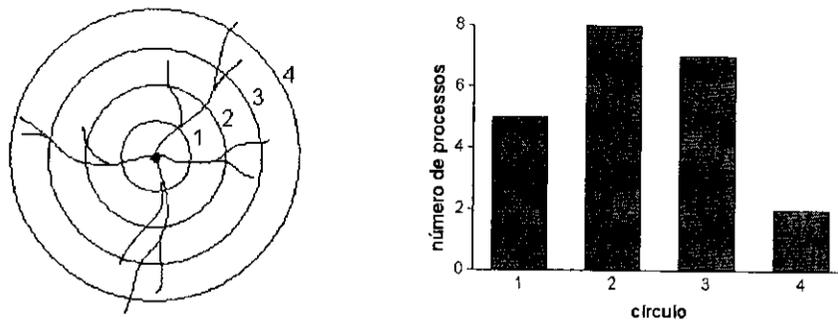


Figura 3.7 – Análise de Sholl.

3.4 Dendrograma

Os dendrogramas são representações hierárquicas de arborizações dendríticas, onde os nós correspondem aos pontos de ramificação das arborizações. Essas representações podem incluir também informações sobre as estruturas neurais como o comprimento e diâmetro médio dos segmentos dendríticos, ou mesmo a densidade dos canais iônicos, densidade de espículas, etc.

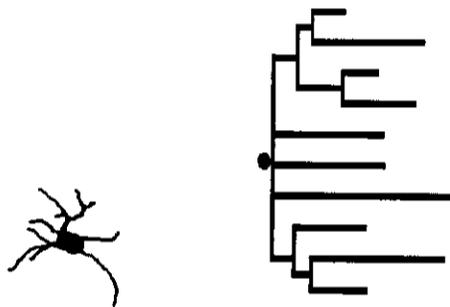


Figura 3.8 – Neurônio e seu dendrograma (extraído de [Velte, 1995]).

3.5 Radialidade

Radialidade é uma medida neuromorfométrica que mede o quanto os processos dendríticos estão dispostos de forma radial em torno do centro de massa do soma [Costa, 1999(b); Costa, 2000]. Para obter essa medida é determinado inicialmente o contorno discreto da arborização dendrítica que é uma sequência de pontos inteiros, o que implica que os vetores tangentes terão somente ângulos múltiplos de 45° . Para obter os vetores tangentes que melhor descrevem o contorno, é

efetuada a suavização do contorno, através da convolução com uma função gaussiana. Em seguida é calculado para cada ponto do contorno da arborização dendrítica suavizada, o vetor tangente que é determinado pela derivada das funções discretas que definem o contorno (seção 4.4.1). A radialidade de um ponto é determinada pelo menor ângulo entre o vetor tangente naquele ponto e a direção radial (Figura 3.9). Portanto, quanto menor o ângulo, mais localmente radial é o ponto do neurônio. Para uma visão global desta medida é gerado um histograma com a porcentagem de pontos encontrados em cada intervalo de ângulos. Como os ângulos variam entre $-\pi/2$ e $\pi/2$ radianos, o histograma de um neurônio perfeitamente radial apresenta um pico no centro.

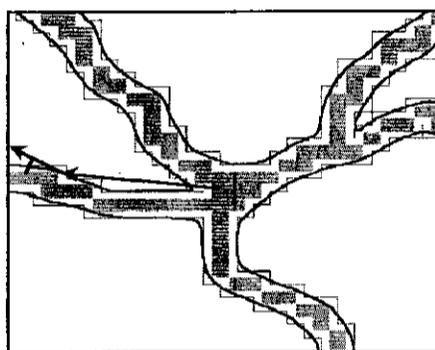


Figura 3.9 – Construção geométrica da medida de radialidade.

3.6 Simetria Radial

Esta é uma medida introduzida em [Costa, 2000] para analisar a orientação espacial da arborização dendrítica. Ela quantifica a distribuição dos processos dendríticos em torno do soma ao longo dos intervalos de ângulos (setores). A simetria radial é determinada calculando-se o ângulo ($-\pi$ a π) entre o eixo x positivo e o segmento que conecta cada um dos pontos dos processos com o centro de massa do soma. O histograma representa a porcentagem de pontos do neurônio encontrados em cada setor e portanto quanto mais plano o histograma, mais radialmente simétrico é o neurônio.

3.7 Curvatura

A curvatura dos processos dendríticos constitui também uma medida para caracterização de neurônios [Cesar, 1997(b); Costa, 1999(b); Costa, 2000]. Quanto menor o módulo da curvatura em um ponto do processo dendrítico, mais localmente reto é o processo. Na análise desta medida os valores das curvaturas de todos os pontos dos processos dendríticos são organizados em histogramas. Neurônios com processos retilíneos apresentam histogramas com pico no centro (curvatura zero).

3.8 Outras Medidas para Reconstrução e Síntese de Neurônios

Podemos extrair medidas dos neurônios como o número de segmentos dendríticos⁷ primários, secundários, etc. (Figura 3.10), ângulo entre os segmentos dendríticos, comprimento dos segmentos dendríticos, e mais microscopicamente o número de segmentos de retas que constituem os segmentos dendríticos, ângulos entre esses segmentos de retas, etc. Essas medidas podem ser utilizadas na reconstrução e sintetização de neurônios. A análise dos valores dos ângulos entre os segmentos dendríticos é importante e necessária para a simulação de árvores dendríticas realistas [Uylings, 1986].

O trabalho de doutoramento da Regina Célia Coelho no grupo de Visão Cibernética abordou a sintetização de neurônios e estruturas neurais bidimensionais [Coelho, 1998]. Um dos objetivos da tese acima foi a síntese e simulação de estruturas neurais morfolologicamente realistas utilizando funções de distribuição de medidas dos neurônios. Para tanto foi necessário obter as medidas acima citadas de neurônios bidimensionais e tridimensionais. Sendo assim, foi desenvolvido um trabalho em conjunto e cuja contribuição desta tese foi a extração de medidas de neurônios tridimensionais para serem utilizadas na síntese de neurônios.

⁷ segmento dendrítico é a porção do dendrito compreendida entre o início de um dendrito e um ponto de bifurcação, entre 2 pontos de bifurcações, entre um ponto de bifurcação e um ponto terminal, ou ainda entre o início do dendrito e o ponto terminal, quando não existe nenhum ponto de bifurcação.

Os neurônios tridimensionais naturais são geralmente codificados em uma forma compacta que pode descrever os detalhes dos neurônios [Wann, 1973; Capowski, 1981, Capowski, 1989]. O Eutectic *NTS (Neuron Tracing System)* [Capowski, 1989] é um sistema para análise e reconstrução 3D de estruturas de arborizações de neurônios a partir de fatias de tecidos vistos no microscópio. Neuron [Hines, 1997] e Genesis [Bower, 1995] são simuladores de neurônios que possuem o seu próprio formato de codificação de neurônios. Existem vários formatos para codificação de arborizações 3D de neurônios: Neuron, Genesis, Eutectic, NeuroLucida, Nevin, NED, Douglas e outros desenvolvidos pelos próprios pesquisadores que realizam a morfometria quantitativa. Existem programas para converter arquivos de um formato para outro, como por exemplo o programa da companhia Eutectic Electronics que converte o formato Eutectic para Neuron; o NTSCABLE que converte os códigos Eutectic, Nevin, NED e Douglas para o formato Neuron; outros programas que convertem códigos Eutectic e NED para Genesis.

Apesar da existência de vários formatos, o código Eutectic, NeuroLucida e Neuron parecem ser os mais utilizados. Como tínhamos disponível neurônios tridimensionais da salamandra⁸ codificados no formato Eutectic, desenvolvemos um programa para extrair as medidas necessárias a partir de neurônios nesse formato.

O código Eutectic resume a arborização dendrítica e axonal matematicamente, digitalizando a estrutura em uma série de coordenadas X, Y e Z espaçadas ao longo de sua arborização. Em cada coordenada é registrado o tipo de ponto anatômico (início de arborização, ponto de bifurcação, ponto de mudança de direção, ponto final de uma ramificação, etc.) e outras informações como a espessura.

No traçado do perímetro do soma são utilizados 3 tipos de pontos:

SOS (*Soma Outline Start*)

SCP (*Soma Continuation Point*)

SOE (*Soma Outline End*)

⁸ Esses neurônios codificados foram fornecidos pelo pesquisador e colaborador do grupo de Visão Cibernética, Dr. Toby Velte da Universidade de Minnesota.

SOS representa o início do esboço do perímetro de um soma; SCP indica um ponto de continuação do soma e geralmente constitui um ponto de mudança de direção utilizado para representar curvas no esboço do soma; SOE representa o final do esboço do soma.

No traçado de dendritos e axônios, são utilizados 12 tipos de pontos:

MTO (*Middle Tree Origin*)

TTO (*Top Tree Origin*)

BTO (*Bottom Tree Origin*)

CP (*Continuation Point*)

FS (*Fiber Swelling*)

SB (*Spine Base*)

BP (*Branch Point*)

NE (*Natural End*)

ES (*End Swelling*)

MAE (*Middle Artificial End*)

TAE (*Top Artificial End*)

BAE (*Bottom Artificial End*)

MTO indica início de uma árvore no meio da seção do tecido, geralmente originando no corpo celular. TTO e BTO indicam início de uma árvore na superfície superior e inferior do tecido, respectivamente. CP indica ponto ao longo do processo, geralmente onde o processo muda de direção. Vários CPs são utilizados para representar um processo curvo. FS representa um alargamento e SB indica a localização de uma espícula. BP indica uma bifurcação. NE representa final de um processo com afinamento (geralmente dendritos), enquanto que ES representa um final com alargamento (geralmente axônios). MAE, TAE e BAE indicam terminações não naturais devido a algum corte ou outro artefato que impede que o processo seja seguido [Capowski, 1981]. Os CPs constituem aproximadamente 85% dos pontos de uma árvore traçada. A Figura 3.10 ilustra uma árvore dendrítica com alguns tipos de pontos utilizados na codificação Eutectic.

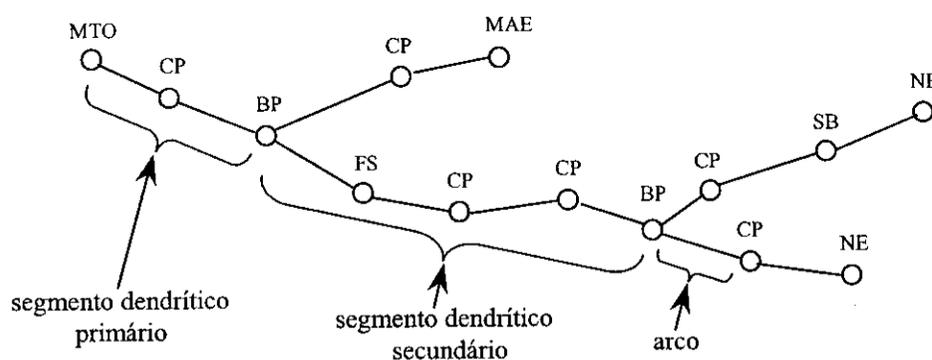


Figura 3.10 – Árvore dendrítica com alguns tipos de pontos do código Eutectic.

A seguir é apresentado um trecho de arborização dendrítica codificada no formato Eutectic:

Point	Type	Tag	X	Y	Z	Thick
20	MTO	0	-3.5	-8.5	.5	1.7
21	CP	0	-6.5	-10.0	.5	1.6
22	BP	0	-9.5	-10.0	1.0	1.6
23	NE	0	-10.0	-12.5	3.5	.1
24	CP	0	-10.5	-9.5	1.5	1.0
25	CP	0	-11.5	-7.0	1.0	.9
26	CP	0	-14.0	-6.0	.0	.7
27	CP	0	-14.5	-5.5	.0	.3
28	CP	0	-17.0	-5.0	.0	.3
29	CP	0	-18.0	-7.5	1.0	.1
30	CP	0	-19.5	-8.5	2.0	.1
31	CP	0	-22.0	-8.0	.5	.1
32	NE	0	-23.0	-7.0	1.0	.1

Para a extração de medidas realizada, MTO, TTO e BTO representam indiferentemente o início de uma arborização partindo do soma; CP, FS e SB representam igualmente um ponto intermediário em que pode ocorrer mudança de direção; BP representa ponto de bifurcação e NE, ES, MAE, TAE e BAE representam indiferentemente final de arborização.

Definimos como arco o segmento de reta entre dois pontos consecutivos quaisquer do código Eutectic (entre MTO e CP, 2 CPs, BP e CP, CP e NE, etc.), e segmento dendrítico é a porção do dendrito compreendido entre MTO e BP, MTO e NE, 2 BPs ou ainda entre BP e NE. Assim temos vários níveis de ramificação, sendo

considerado segmento dendrítico primário (ou de nível 1) aquele que parte do MTO, e segmento dendrítico secundário (ou de nível 2) o próximo segmento dendrítico (aquele que parte da primeira bifurcação), e assim por diante (Figura 3.10). Cada segmento dendrítico inicia em um MTO ou BP e termina em um BP ou NE.

Quando é realizado o estudo do ângulo de bifurcação, a forma mais freqüentemente utilizada é a medida do ângulo formado entre os dois segmentos dendríticos filhos, que alguns autores denominam ângulo de bifurcação, ângulo filho ou ângulo de ramificação [Uylings, 1986]. A outra forma mede o ângulo entre os segmentos consecutivos ou seja entre o segmento pai e filho.

O programa por nós desenvolvido, em Delphi, para extração de medidas de neurônios, lê os dados do neurônio codificado em Eutectic e extrai várias medidas, entre elas ângulos usando a segunda forma citada acima. Os ângulos entre segmentos dendríticos e entre arcos foram obtidos baseados nos conceitos de curvatura e torção da geometria diferencial [Kreyszig, 1968]. Num ponto P (MTO, CP ou BP) consideremos como v_1 o vetor que representa o arco atual, v_2 o vetor que representa o próximo arco, e v_0 o arco anterior ao v_1 (Figura 3.11). No caso do MTO, consideramos como v_0 o eixo x positivo, e v_1 o segmento de reta que liga o centro do soma ao MTO.

Os vetores v_0 e v_1 formam o plano $v_0 v_1$ e os vetores v_1 e v_2 formam o plano $v_1 v_2$. Os ângulos considerados são: θ e φ , onde θ é o ângulo de desvio de v_2 em relação a v_1 que é análogo a curvatura e φ o ângulo de desvio do plano osculante (plano $v_0 v_1$) em torno do vetor v_1 , análogo a torção. Como pode ser visualizado na Figura 3.11, θ é o menor ângulo entre v_1 e v_2 , e φ é o ângulo de rotação do plano $v_0 v_1$ em torno de v_1 até atingir o plano $v_1 v_2$.

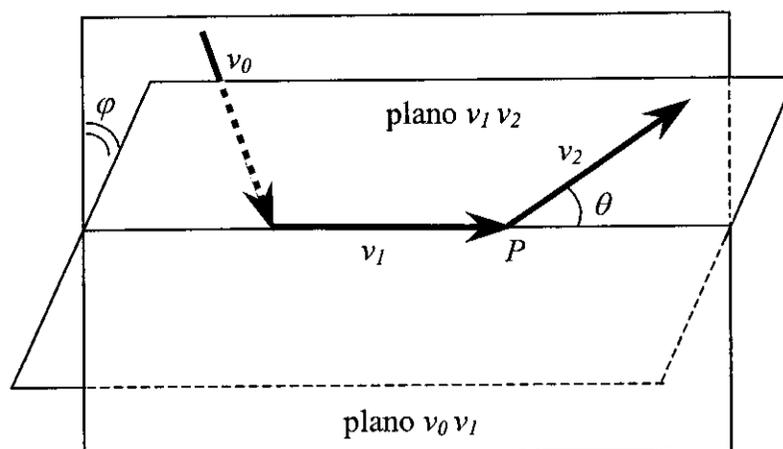


Figura 3.11 – Esquema para o cálculo dos ângulos entre os pontos.

Para cada início de arborização ou MTO o programa armazena o nível de ramificação que é 1, o vetor que liga o centro do soma ao MTO, os ângulos θ e φ , e o tamanho do próximo arco. Para CP, armazena o nível de ramificação, os ângulos θ e φ , e o tamanho do próximo arco. Para BP, armazena o nível de ramificação, os 2 ângulos θ e φ (que representam os ângulos entre o segmento dendrítico anterior e os 2 posteriores), os tamanhos dos 2 próximos arcos, e o tamanho do segmento dendrítico anterior. Para cada NE, armazena o nível de ramificação e o tamanho do segmento dendrítico anterior.

Com essas medidas é possível reconstruir neurônios. Foram extraídas medidas de várias células ganglionares do gato (bidimensionais) e da salamandra (tridimensionais) e através da função de distribuição foram gerados neurônios artificiais estatisticamente semelhantes aos neurônios naturais [Coelho, 2000].

Foi também desenvolvido um programa que interpreta o código Eutectic, reconstrói e mostra o neurônio tridimensional permitindo rotacioná-lo. O programa gera a visualização da estrutura neural em forma de arames, sem a representação da espessura dos processos. Este programa foi gerado utilizando-se o Rot3D que é um componente da Software Development Lohninger (SDL) para a linguagem Delphi.

Com o objetivo de realizar estudos da morfologia de neurônios piramidais do córtex visual que são tridimensionais, entramos em contato com pesquisadores da área de neurociência. Conseguimos 8 células piramidais da região CA3 do hipocampo⁹ do rato, codificados no formato Eutectic, cedidos pelo pesquisador

⁹ hipocampo é uma área cortical que se situa no lobo temporal, e é responsável pela memória de eventos, aprendizagem e emoção.

Darrel Henze da Universidade de *Rochester*, porém o número de neurônios era muito restrito para realização de estatísticas. Tivemos dificuldades em conseguir um número suficiente de neurônios do mesmo tipo, de uma mesma região do córtex e de um mesmo animal, codificados. Posteriormente, conseguimos um número razoável de células do hipocampo de ratos disponível em uma página da WEB (<http://www.cns.soton.ac.uk/~jchad/cellArchive/index/topindex.html>). Os neurônios estavam disponíveis no formato Neurolucida e num formato próprio desenvolvido pelo autor da página. Inicialmente tentamos desenvolver um programa para converter neurônios codificados em Neurolucida para o formato Eutectic, pois para neurônios no código Eutectic já dispunhamos de programas para visualização 3D e extração de medidas necessárias para a reconstrução. Vários problemas foram encontrados no uso desses neurônios codificados em Neurolucida, e por fim optamos por trabalhar com o código gerado pelo autor da página. Desta forma, foi desenvolvido um programa que converte neurônios desse formato (desenvolvido pelo autor da página) para Eutectic e pudemos visualizar e extrair medidas de 55 células piramidais da região CA1 do hipocampo do rato. Porém com a visualização 3D desses neurônios foi verificado que somente 5 desses neurônios realmente tinham sido traçados perfeitamente tridimensionais. Os demais neurônios apresentavam problemas de encolhimento (*shrinkage*) do eixo z, portanto eram praticamente planares. Esse fato impossibilitou a extração de medidas para reconstrução de células piramidais do hipocampo que são tridimensionais.

4 Estimativa de Curvatura

4.1 Introdução

A representação de curvas como contorno de formas é um problema muito importante em visão computacional, porque os seres humanos têm uma poderosa habilidade para reconhecer objetos através do contorno bidimensional, sem informações de profundidade, cor ou textura [Asada, 1986]. Assim, a curvatura do contorno tem um papel importante na representação e reconhecimento de formas e superfícies bidimensionais; especialmente as curvaturas máxima, mínima e zero carregam informações importantes da forma. A aplicação desses aspectos específicos da curvatura é bastante variada, podendo ser encontrada em robótica, sensoriamento remoto, inspeção visual em aplicações industriais, etc. [Worring, 1993].

A curvatura digital é calculada a partir de um conjunto discreto de pontos, que representa uma linha digital ou um contorno discreto de algum objeto digital. Esse conjunto discreto de pontos é uma representação de algum objeto contínuo pré-digitalizado. Na digitalização as informações exatas do objeto contínuo são perdidas e portanto a curvatura exata não pode ser calculada, mas pode-se fazer a estimativa do seu valor [Worring, 1993].

A seguir apresentamos a importância da curvatura e prosseguimos fazendo uma revisão dos estudos psicofísicos e fisiológicos realizados envolvendo estimativa de curvatura juntamente com alguns modelos para estimativa de curvatura. Em seguida apresentamos algumas técnicas para determinar curvaturas bidimensionais. Existem várias formulações de curvatura, e uma delas (divergente do gradiente normalizado) será utilizada no modelo proposto para estimativa de curvatura e orientação. Neste modelo utilizamos também os filtros direcionáveis para melhorar o desempenho do modelo. Portanto apresentamos também neste capítulo os conceitos de derivadas direcionais e filtros direcionáveis.

4.2 Importância da Curvatura

O sistema visual humano analisa as informações do mundo de forma que as redundâncias dos dados de entrada sejam eliminadas preservando-se somente as informações relevantes [Fahle, 1991]. Em um trabalho de 1954, Attneave [Attneave, 1954] mostrou o quão a curvatura é importante na percepção da estrutura espacial. Segundo o autor, os estímulos visuais redundantes provêm de uma área de cor homogênea ou de um contorno que apresenta direção ou inclinação homogênea. Isto significa que as informações estão concentradas no contorno, que são regiões onde as cores mudam subitamente, e principalmente nos pontos do contorno nos quais a direção muda muito rapidamente. Assim, os objetos podem ser representados com grande economia, sob o ponto de vista de espaço de memória, e sem muita perda de informação, conectando-se os pontos (do contorno) de alta curvatura através de segmentos de reta. O exemplo tradicional é o desenho da Figura 4.1 extraído de [Attneave, 1954]. Attneave mostrou que os pontos de contorno isolados e de alta curvatura são ricos em informações da forma, e assumem um importante papel na percepção humana. Esses pontos de alta curvatura podem constituir um código compacto para armazenar formas complexas.



Figura 4.1 – Representação compacta de um gato dormindo, obtida ligando-se os pontos de alta curvatura com segmentos de reta (extraído de [Attneave, 1954]).

A importância da curvatura é bastante reconhecida [Attneave, 1954; Koenderink, 1988; Lehky, 1988; Whitaker, 1998] tendo um papel importante na representação e reconhecimento de formas bidimensionais e tridimensionais. Experimentos psicofísicos têm evidenciado que as saliências ou pontos de alta curvatura agem como um especial atrator de atenção.

4.3 Existem Detectores de Curvatura no Sistema Visual?

Embora haja evidências que no sistema visual humano existem canais sintonizados para orientação e frequência espacial, a questão da existência de canais para curvatura ainda está em aberto [Timney, 1978]. Com um golpe de vista podemos perceber que no nosso mundo visual existem muitos contornos curvos, e somos capazes de diferenciar tais contornos dos retos de maneira muito eficaz. No entanto não sabemos se os contornos curvos são processados por detectores globais de curvatura, que são neurônios estimulados por curvas, ou se a curvatura é extraída em um estágio posterior ao do processamento de orientação, através da integração e processamento dos segmentos tangenciais do arco [Timney, 1978]. Os resultados de alguns experimentos, incluindo alguns realizados por Timney e Macdonald [Timney, 1978], sugerem que sob certas condições o sistema visual trata curvas como um caso especial de retas. Porém o resultado de outros experimentos [Andrews, 1973; Riggs, 1973; Versavel, 1990] indicam que em algum nível, pode haver canais de curvatura.

Portanto, não há uma conclusão definitiva sobre a existência ou não de operadores específicos para detecção de curvatura [Haan, 1995]. O que se sabe é que na discriminação de curvatura o desempenho é influenciado por outros atributos do estímulo, tais como: orientação [Ogilvie, 1967; Watt, 1982; Fahle, 1986; Versavel, 1990], comprimento [Watt, 1982; Watt, 1984; Dobbins, 1987; Dobbins, 1989; Versavel, 1990], borramento e contraste [Whitaker, 1998].

Vários estudos [Andrews, 1973; Riggs, 1973; Versavel, 1990] sugerem a existência de detectores de curvatura, enquanto outros estudos [Blakemore, 1974; Wilson, 1985; Wilson, 1989] sugerem que a curvatura é inicialmente amostrada por mecanismos seletivos à orientação local e em seguida computada comparando-se as orientações em diferentes posições.

Um dos primeiros experimentos psicofísicos a respeito de curvatura foi realizado por Ogilvie e Daicar [Ogilvie, 1967] que testaram a percepção de curvatura usando 2 comprimentos de corda e 3 orientações diferentes. Em seus experimentos, os estímulos curvos com orientação horizontal e vertical apresentaram desempenho

quase igual, porém os estímulos com orientação oblíqua apresentaram um desempenho inferior.

Blakemore e Over [Blakemore, 1974], baseado em seus experimentos psicofísicos, propuseram que o sistema visual pode processar curvatura, comparando as orientações dos segmentos de retas que aproximam a curva, ao invés de realizar uma análise global da extensão e direção da curvatura. Os autores sugerem que os neurônios que detectam curvatura podem receber entradas de um grupo de neurônios seletivos à orientação com campos receptivos em diferentes posições da retina e orientações ótimas para formar um campo receptivo maior e curvado.

Wilson [Wilson, 1985] investigou a discriminação de contornos curvos usando estímulos com um ponto de máxima curvatura e derivada contínua (Figura 4.2). Seus experimentos apresentaram evidências que os mecanismos responsáveis pela discriminação de curvatura são seletivos a ambos, orientação e frequência espacial. No seu modelo os campos receptivos das células simples que são seletivos a orientação são também responsáveis pela discriminação de curvatura. Neste modelo, o centro da região excitatória do campo receptivo é posicionado no ponto de máxima curvatura, de forma que as altas curvaturas invadem mais a região inibitória e geram uma resposta menor, Figura 4.2. As respostas das unidades dispostas acima e abaixo da unidade central indicam o sinal da curvatura.



Figura 4.2 – Modelo de Wilson indicando que campos receptivos seletivos a orientação podem responder de forma diferente para maior ou menor curvatura. (a) maior curvatura; (b) menor curvatura (extraído de [Wilson, 1985]).

Wilson e Richards [Wilson, 1989] estudaram a relevância dos diferentes tamanhos de filtros no processamento de curvatura. Os autores concluíram que somente campos receptivos pequenos estão envolvidos na detecção de curvatura. No

modelo de Wilson e Richards, as altas curvaturas são processadas por um único campo receptivo pequeno, centrado no ponto de máxima curvatura. Por outro lado, as baixas curvaturas são processadas comparando-se as respostas dos campos receptivos dispostos ao longo da curva, Figura 4.3, dentro de uma distância fixa do ponto de máxima curvatura.

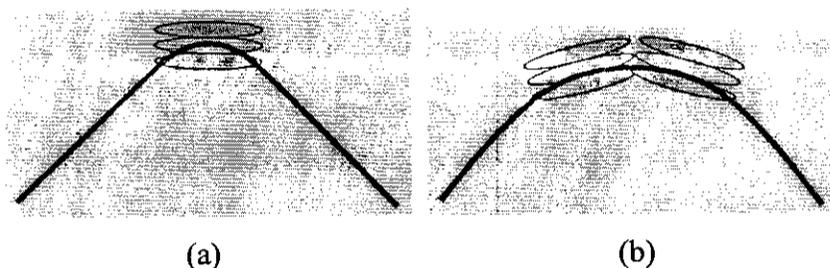


Figura 4.3 – Modelo de processamento de curvatura de Wilson e Richards. (a) maior curvatura; (b) menor curvatura (extraído de [Wilson, 1989]).

Watt e Andrews [Watt, 1982] concluíram de seus experimentos psicofísicos que há uma região no espaço de estímulos (variando a curvatura e o comprimento do estímulo) que permite um processamento altamente eficiente da forma do contorno, e outra região que não. Eles verificaram que a gama de orientação provavelmente usada pelo sistema visual para estimativa de curvatura é limitada a aproximadamente 40 graus. O fato que o desempenho da estimativa de curvatura é governado pela orientação do estímulo sugere que a informação de orientação deve ser o substrato básico para a análise de curvatura. Segundo os resultados de Watt e Andrews, as orientações oblíquas são de menor valor que as orientações próximas a horizontal, sob o ponto de vista de informações que fornece ao sistema visual. Este resultado está de acordo com os resultados de Ogilvie e Daicar [Ogilvie, 1967]. Watt e Andrews observaram que na percepção de curvatura, há uma tendência do desempenho humano diminuir quando é aumentado o comprimento do estímulo. Seus experimentos forneceram evidências que há um forte relacionamento entre a extensão da orientação do estímulo e a eficiência relativa para a discriminação de curvatura. Watt e Andrews afirmam que a análise de curvatura é um processo acurado, tanto para retas quanto para curvas, e eles sugerem que retas e curvas podem ser processadas em paralelo por mecanismos diferentes. Além da restrição da variação de orientação em 40 graus para a estimativa da curvatura, Watt [Watt, 1984]

verificou que existe também uma limitação no comprimento do estímulo de aproximadamente 30 minutos de arco e sugere que o mecanismo opera calculando curvatura pela derivada da orientação.

Os resultados dos experimentos psicofísicos realizados por Fahle [Fahle, 1986] demonstraram que a detecção de curvatura na periferia do campo visual depende da orientação e essa dependência favorece os estímulos orientados radialmente em torno da fóvea.

Os neurônios do córtex visual respondem seletivamente para orientação e para velocidade e direção do movimento dos estímulos em forma de barra. Em 1965, Hubel e Wiesel [Hubel, 1965] observaram que células hipercomplexas¹⁰ ou *endstopped*¹¹ podem responder a estímulos curvos e sugeriram que este tipo de célula pode estar relacionado com detecção de curvatura. Porém, inicialmente os estudos fisiológicos de respostas de células do córtex estriado aos estímulos curvos foram realizados com células *endfree*, ou seja, células não hipercomplexas [Heggelund, 1975; Hammond, 1978]. Heggelund e Hohmann [Heggelund, 1975] observaram que as respostas das células simples do córtex estriado do gato dependiam de curvatura, sendo ótimas para retas, ou seja, curvatura zero, e as células complexas não respondiam a estímulos de curvatura. Hammond e Andrews [Hammond, 1978] compararam respostas de células estriadas aos estímulos de *chevrons*¹² e retas e obtiveram melhor resposta usando retas de orientação ótima. Esses dois estudos concluíram que células estriadas individuais *endfree* não detectam curvatura.

Dobbins, Zucker e Cynader [Dobbins, 1987] sugerem que a seletividade ao comprimento do estímulo, constitui um substrato para estimar curvatura, e os autores apresentaram um modelo matemático que relaciona células *endstopped* e curvatura. Neste modelo, duas células simples determinam o quanto o contorno é reto. Uma célula atua numa pequena vizinhança e outra célula numa vizinhança maior. A diferença das respostas dessas células varia de acordo com a linearidade

¹⁰ células hipercomplexas: um subconjunto de células simples e complexas.

¹¹ células *endstopped*: são seletivas a barras de comprimento específico.

¹² *chevron*: figura, padrão ou objeto em forma de \vee ou \wedge , cuja primeira derivada é descontínua.

(*straightness*) do contorno e constitui a curvatura. Os autores também forneceram evidências fisiológicas que células *endstopped* simples e complexas da área 17 do córtex visual do gato são seletivas a curvatura, sendo algumas seletivas ao sinal da curvatura, enquanto que as células *endfree* não são seletivas a curvatura. As simulações que fornecem suporte computacional a essas afirmações são apresentadas em [Dobbins, 1989]. Dobbins e colaboradores propuseram um modelo para células simples *endstopped*, e examinaram as respostas do modelo para linhas curvas, bordas curvas, inflexões e *chevrons*. Os autores enfatizaram as propriedades qualitativas das respostas às curvas explorando e analisando a alteração da resposta com a variação sistemática dos parâmetros. O modelo de Dobbins e colaboradores se baseia na idéia que a curvatura pode ser interpretada como o desvio da reta, e a medida deste desvio pode ser obtida através de várias células seletivas à orientação. Como os campos receptivos das células simples apresentam uma estrutura orientada que responde melhor aos estímulos retos, a idéia dos autores é que os campos receptivos que possuem a mesma região central e mesma orientação, mas com diferentes tamanhos, podem fornecer informações do desvio da reta naquela posição. Assim as células simples com campo receptivo pequeno (S) e grande (L) fornecem excitação e inibição, respectivamente, à célula simples *endstopped* (ES) para o qual elas convergem, Figura 4.4.

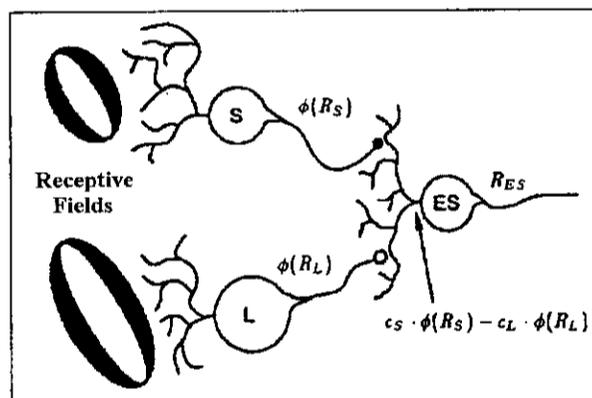


Figura 4.4 – Modelo esquemático de célula simples *endstopped* (extraído de [Dobbins, 1987]).

Isso constitui uma interpretação formal para um dos modelos candidatos a sintetizar neurônios *endstopped*. Para avaliar a resposta à curvatura, os estímulos

apresentados foram linhas curvas, bordas curvas, *chevrons* e inflexões. Os estímulos de linhas e bordas curvas foram apresentados na forma de semicírculos de raio variável, de forma que o ponto central do arco coincidissem com o centro do campo receptivo, e o arco orientado de forma que a tangente no ponto central coincidissem com o eixo principal do campo receptivo da célula. O modelo espacial do campo receptivo usado neste experimento não levou em consideração a dimensão temporal, e portanto o valor da convolução foi considerado como a resposta ao estímulo. Esse modelo de células simples *endstopped* proposto por Dobbins e colaboradores apresentou-se seletivo ao comprimento do estímulo e também seletivo à curvatura para arcos de posição e curvatura apropriada.

Versavel, Orban e Lagae [Versavel, 1990] avaliaram as diferenças de respostas das células *endstopped* e *endfree* aos estímulos de curvatura. Eles compararam as respostas das células estriadas do gato às curvas e *chevrons* e tentaram relacionar seletividade à curvatura com outras propriedades como seletividade à orientação e posição laminar para tentar entender o mecanismo que fundamenta a seletividade à curvatura. Pesquisando as respostas das células da área 17 aos estímulos de curvas e *chevrons*, eles identificaram 3 classes diferentes de células. As células da classe I responderam de forma ótima a retas, *chevrons* e curvas; as células da classe II responderam para todas as curvaturas, ou seja, não apresentou preferência para curvatura, porém estas células responderam de maneira diferente a curvas e *chevrons*. As células da classe III responderam somente para alta curvatura, e muitos identificaram o sinal da curvatura, porém igualmente às células da classe anterior, responderam de forma diferente a *chevrons* e curvas. Além desses resultados, os autores observaram que essas classes de células eram distribuídas de maneira diferente nas camadas corticais. As células da classe II ocorreram principalmente nas camadas 4 e 5 e em menor grau nas outras camadas (2, 3 e 6), enquanto que a grande maioria das outras duas classes ocorreram na camada 6 e em menor grau nas camadas 2 e 3. Os autores observaram também que as células *endfree* da área 17 respondem a *chevrons* com ângulos relativamente pequenos e que as retas constituem de fato o estímulo ótimo. Esta observação está de acordo com os achados de Hammond e Andrews [Hammond, 1978]. Assim como Dobbins e colaboradores

[Dobbins, 1987], Versavel e colaboradores observaram também que as células que apresentam preferência a alta curvatura são claramente células *endstopped* enquanto que as células *endfree* apresentam preferência a curvatura zero. Outra observação desses autores é que as respostas a curvatura dependem não somente do comprimento do estímulo, mas também da sintonização da orientação, e verificaram que quase metade das células da área 17 não apresentam preferência à curvatura. Essa última afirmação está de acordo com as observações de Heggelund e Hohmann [Heggelund, 1975] que mencionam que nenhuma das 5 células complexas por eles estudadas apresentaram clara preferência a curvatura. Portanto, há 3 tipos diferentes de células para processamento de contornos curvos segundo Versavel e colaboradores: as células da classe I que detectam curvatura zero, as células da classe II que amostram contornos e as células da classe III que detectam altas curvaturas. Os autores sugerem que as células estelares pequenas da camada 4 que amostram um número restrito de aferentes geniculados são apropriadas para constituírem as células da classe II, e as células piramidais das camadas 3 e 6 que amostram as entradas geniculadas da camada 4 por meio de seus dendritos basais (camada 3) ou apicais (camada 6) poderiam constituir as células da classe I.

Portanto, os resultados de experimentos fisiológicos de Versavel e colaboradores estão de acordo com os experimentos psicofísicos [Andrews, 1973; Riggs, 1973] que sugerem que o sistema visual humano contém mecanismos seletivos a curvatura. Seus resultados também estão em harmonia com os resultados de Watt e Andrews [Watt, 1982] que sugerem que curvatura é processada em paralelo por dois mecanismos, um para estímulo de curvatura quase zero e outro para alta curvatura.

Wolfe, Yee e Friedmanhill [Wolfe, 1992] verificaram que alvos curvos podem ser encontrados entre distratores retos, de forma eficiente. Isso pode significar que curvatura constitui um atributo (*feature*) básico na busca visual, mas a curvatura também poderia ser detectada como um ponto de alta variação na orientação. Para investigar esse fato, Wolfe e colaboradores realizaram vários outros experimentos e concluíram que é possível fazer uma busca eficiente de curvatura mesmo eliminando a variação local de orientação. Segundo eles, esses resultados sugerem que a

curvatura faça parte do conjunto de atributos básicos na busca visual e eles sustentam a idéia que esse conjunto origina relativamente mais tarde no fluxo do processamento visual.

Foster, Simmons, e Cook [Foster, 1993] testaram 7 atributos geométricos para discriminação de contornos curvos: curvatura, ângulo de virada (determinado pela tangente no início e final da curva), comprimento do arco, comprimento do arco dividido pelo comprimento da corda, desvio máximo, desvio médio, e área. Desvio máximo refere-se ao desvio da linearidade, muitas vezes denominado *sagitta*¹³; a área refere-se a área da região entre o arco e a corda; e o desvio médio refere-se a área dividida pelo comprimento da corda. Dos 7 atributos de curvas considerados, somente o desvio máximo e o desvio médio (bastante relacionado com o desvio máximo) tiveram um bom desempenho. Portanto a conclusão de seus experimentos é que o desvio máximo é o atributo para a discriminação de curvas, pelo menos na extensão dos estímulos considerados nesses experimentos. Se as curvas tiverem o mesmo desvio máximo e comprimento de corda ou comprimento de arco diferente, elas ainda podem ser discriminadas desde que as diferenças sejam grandes. Um importante resultado é que para curvas finitas de curvaturas diferentes, mas com o mesmo comprimento de corda, é o desvio máximo que aparentemente determina a capacidade de discriminação visual do estímulo, antes de qualquer outro atributo, incluindo curvatura. As conclusões dos autores contradizem os resultados de Watt [Watt, 1984] que sugerem que o mecanismo envolvido na discriminação de curvas opera calculando curvatura.

Segundo Whitaker e McGraw [Whitaker, 1998] para entendermos os mecanismos que fundamentam a discriminação de curvatura, devemos examinar as respostas do sistema visual às curvas que variam não só no comprimento, mas também com outros parâmetros tais como borramento e contraste. Os resultados obtidos por Whitaker e McGraw resumem-se no seguinte: quando o comprimento de

¹³ *sagitta* ou distância arco-corda é a distância perpendicular do ponto médio do arco até a corda.

linha é pequeno em relação ao borramento, os limiares¹⁴ de curvatura são quase que diretamente proporcionais ao borramento e independente do comprimento de linha; e quando o comprimento de linha é grande em relação ao borramento, os limiares são diretamente proporcionais ao comprimento de linha e independente do borramento. Esses resultados sugerem que o fator de aspecto (*aspect ratio*) da curva definida como sendo a razão entre o comprimento e o borramento, é um fator decisivo para determinar a curvatura. Portanto o borramento também influencia na discriminação de curvatura, e não somente o comprimento do estímulo.

Lehky e Sejnowski [Lehky, 1988; Lehky, 1990] construíram um modelo de rede neural para determinar curvaturas de superfícies geométricas simples, fornecendo somente a imagem da superfície em níveis de cinza. Este modelo usa uma rede de 3 camadas e o algoritmo *backpropagation* para treinar a rede. Com o treinamento, foi encontrado um conjunto de pesos que, independente da direção de iluminação, consegue extrair as curvaturas principais e a direção da curvatura máxima da superfície. Curvaturas principais são as curvaturas máxima e mínima de todas as trajetórias possíveis através de um ponto da superfície. A direção da curvatura máxima e mínima forma um ângulo reto. As curvaturas principais e a orientação dos eixos fornecem uma descrição completa da curvatura local de uma superfície [Churchland, 1992].

As propriedades de entrada e saída da rede foram pré-definidas de forma que a camada de entrada seja formada por um arranjo de campos receptivos semelhantes àqueles das células ganglionares da retina e células do núcleo geniculado lateral (*on-center* e *off-center*), e a camada de saída seja formada por um arranjo de unidades que representam a curvatura e a direção da curvatura máxima. Durante o treinamento, a maioria das unidades da camada intermediária desenvolveram campos receptivos orientados semelhantes àqueles das células simples do córtex visual que respondem bem a estímulos de barras orientadas e arestas.

¹⁴ limiar: definido por esses autores como sendo *sagitta* para o comprimento de corda igual a 2 vezes o desvio padrão da gaussiana.

Lehky e Sejnowski [Lehky, 1988; Lehky, 1990] concluíram que neurônios com campos receptivos semelhantes podem ter diferentes funções dependendo do local para onde eles projetam, sendo portanto possível que um único neurônio tenha múltiplas funções caso ele projete em diferentes áreas. Segundo os autores, os neurônios com campos receptivos que respondem a barras e arestas não necessariamente possuem a função de detectar barras e arestas, podem ter a função de intermediar a detecção de curvaturas e formas. Portanto, para eles a regra de inferência campo receptivo – função não é sustentável.

4.3.1 Resumo

Alguns estudos [Andrews, 1973; Riggs, 1973; Versavel, 1990; Wolfe, 1992] sugerem que a curvatura constitui um atributo básico na busca visual e portanto existem neurônios que são estimulados por curvas. Outros estudos [Blakemore, 1974; Watt, 1982; Watt, 1984; Wilson, 1985; Dobbins, 1987; Dobbins, 1989; Wilson, 1989] sugerem que a curvatura é processada em uma segunda instância, comparando-se as orientações.

Ogilvie e Daicar [Ogilvie, 1967] assim como Watt e Andrews [Watt, 1982] verificaram que na discriminação de curvatura o desempenho é melhor quando os estímulos apresentam orientação horizontal ou vertical e não oblíqua. Watt e Andrews [Watt, 1982] sugerem que a orientação é um elemento básico na discriminação de curvatura. No trabalho subsequente Watt [Watt, 1984] sugere que a curvatura é calculada através da derivada da orientação. Blakemore e Over [Blakemore, 1974] sugerem que a curvatura pode ser detectada por neurônios que recebem entradas de neurônios seletivos a orientação.

No modelo proposto por Wilson [Wilson, 1985] os campos receptivos das células simples seletivas a orientação são também seletivas a curvatura. Wilson e Richards [Wilson, 1989] propõem que somente os campos receptivos pequenos estão envolvidos na detecção de curvatura, e que as altas curvaturas são processadas por um único campo receptivo centrado no ponto de máxima curvatura enquanto que as baixas curvaturas são processadas comparando-se as respostas dos campos receptivos organizados ao longo da curva.

Dobbins, Zucker e Cynader [Dobbins, 1987; Dobbins, 1989] apresentaram evidências fisiológicas que as células *endstopped* do córtex estriado do gato são seletivas a curvatura. Eles propuseram um modelo de estimativa de curvatura que se baseia na idéia que a curvatura pode ser interpretada como o desvio da reta. Dobbins e colaboradores [Dobbins, 1987] assim como Versavel e colaboradores [Versavel, 1990] observaram em seus experimentos fisiológicos que as células *endstopped* apresentam preferência a alta curvatura enquanto que as células *endfree* apresentam preferência a curvatura zero. Os dois trabalhos também compartilham o fato que a discriminação de curvatura depende do comprimento do estímulo. Além destes trabalhos, Watt e Andrews [Watt, 1982] e Watt [Watt, 1984] também concluíram que o comprimento do estímulo exerce influência na discriminação de curvatura.

Ogilvie e Daicar [Ogilvie, 1967]; Watt e Andrews [Watt, 1982]; Fahle [Fahle, 1986] assim como Versavel e colaboradores [Versavel, 1990] verificaram que a detecção de curvatura depende da orientação. Segundo Whitaker e McGraw [Whitaker, 1998] a discriminação de curvatura depende também do borramento.

Lehky e Sejnowski [Lehky, 1988; Lehky, 1990] implementaram um modelo de rede *backpropagation* para discriminação de curvaturas de superfícies. A rede extrai as curvaturas principais e a direção da curvatura máxima da superfície. Como os campos receptivos desenvolvidos durante o treinamento são semelhantes aos das células simples, os autores concluíram que as células simples podem estar intermediando a detecção de curvatura.

4.4 Algumas Técnicas

Apresentamos a seguir algumas técnicas para determinar curvaturas bidimensionais. Uma delas usa operador unidimensional e é a mais utilizada nas literaturas, a outra usa o raio de curvatura e a terceira usa operador bidimensional e é menos conhecida mas é utilizada neste trabalho, no modelo proposto para estimativa de curvatura e orientação. Neste modelo são também utilizados os filtros direcionáveis para melhorar o desempenho do modelo. Sendo assim, apresentamos

também nesta seção os conceitos de derivadas direcionais e filtros direcionáveis, que são intimamente relacionados.

4.4.1 Curvatura

Na literatura de geometria diferencial de curvas e cálculo, encontramos várias formulações de curvatura. A seguir apresentamos e discutimos algumas delas. Inicialmente apresentamos a definição de curvatura para curvas representadas na forma paramétrica, quando o parâmetro é arbitrário e quando o parâmetro é o comprimento de arco.

Uma curva planar c pode ser representada pela seguinte forma paramétrica arbitrária:

$$c(u) = (x(u), y(u)) \quad (4.1)$$

sendo $x(u)$ e $y(u)$ as coordenadas cartesianas, e u um parâmetro qualquer, mas neste contexto interpretaremos o parâmetro u como sendo o tempo.

Assim, o vetor velocidade da curva é:

$$\mathbf{v} = \dot{c}(u) = (\dot{x}(u), \dot{y}(u)) \quad (4.2)$$

sendo que $\dot{c}(u) = \frac{dc}{du}$.

Quando o vetor \mathbf{v} não é nulo, ele aponta para a direção tangente à curva no instante u . A velocidade escalar da curva no instante u é:

$$|\mathbf{v}| = |\dot{c}(u)| = (\dot{x}(u)^2 + \dot{y}(u)^2)^{1/2} \quad (4.3)$$

Quando o parâmetro é o comprimento de arco s , a parametrização é chamada natural e pode ser obtida da parametrização arbitrária da seguinte forma: [Araújo, 1998; Kreyszig, 1968; Mokhtarian, 1992]

$$s(u) = \int_0^u |\dot{c}(z)| dz \quad (4.4)$$

$$\frac{ds}{du} = |\mathbf{v}| \quad (4.5)$$

$\frac{ds}{du}$ é a variação do comprimento de arco pela variação do tempo e corresponde à velocidade escalar da curva. Quando a curva é parametrizada pelo comprimento de arco, a velocidade escalar é constante e igual a 1 [Araújo, 1998].

O vetor tangente unitário \mathbf{t} no instante u é:

$$\mathbf{t}(u) = \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} = \frac{\dot{\mathbf{c}}(u)}{|\dot{\mathbf{c}}(u)|} = \left(\frac{\dot{x}(u)}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{1/2}}, \frac{\dot{y}(u)}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{1/2}} \right) = (\cos \varphi, \sin \varphi) \quad (4.6)$$

sendo φ o ângulo formado pelo vetor \mathbf{t} com o eixo x .

O vetor \mathbf{n} , unitário e normal à curva no instante u é:

$$\mathbf{n}(u) = \left(\frac{-\dot{y}(u)}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{1/2}}, \frac{\dot{x}(u)}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{1/2}} \right) = (-\sin \varphi, \cos \varphi) \quad (4.7)$$

A taxa de variação do ângulo φ em relação ao comprimento de arco s é definida como curvatura k [Munem, 1982; Struik, 1961; Otterloo, 1991].

$$k(s) = \frac{d\varphi}{ds} \quad (4.8)$$

Logo, curvatura mede a taxa de variação da direção do vetor tangente. Assim, outra definição de curvatura é:

$$k(s) = |\dot{\mathbf{t}}(s)| = |\ddot{\mathbf{c}}(s)| \quad (4.9)$$

Portanto, quando o comprimento de arco é usado como parâmetro, a segunda derivada da curva com respeito ao comprimento de arco constitui a curvatura.

Se $k(s) \neq 0$, o vetor $\dot{\mathbf{t}}(s)$ é ortogonal a $\mathbf{t}(s)$, e o vetor normal $\mathbf{n}(s)$ também é ortogonal a $\mathbf{t}(s)$ [Kreyszig, 1968], portanto:

$$\mathbf{n}(s) = \frac{\dot{\mathbf{t}}(s)}{|\dot{\mathbf{t}}(s)|} \quad (4.10)$$

De (4.10) usando (4.9) obtemos:

$$\mathbf{n}(s) = \frac{\dot{\mathbf{t}}(s)}{k(s)} \quad (4.11)$$

$$\dot{\mathbf{t}}(s) = k(s)\mathbf{n}(s) \quad (4.12)$$

Pela regra da cadeia:

$$\dot{\mathbf{t}}(s) = \frac{d\mathbf{t}}{ds} = \frac{d\mathbf{t}}{du} \frac{du}{ds} \quad (4.13)$$

Então, de (4.13) e (4.12) obtemos:

$$\frac{d\mathbf{t}}{du} = \frac{ds}{du} k(s)\mathbf{n}(s) \quad (4.14)$$

Logo, de (4.14), (4.5) e (4.3) temos que:

$$\dot{\mathbf{t}}(u) = |\dot{\mathbf{c}}(u)|k(u)\mathbf{n}(u) \quad (4.15)$$

Multiplicando ambos os lados da equação anterior pelo vetor $\mathbf{n}(u)$ obtemos:

$$k(u) = \frac{\dot{\mathbf{t}}(u) \cdot \mathbf{n}(u)}{|\dot{\mathbf{c}}(u)|} \quad (4.16)$$

Derivando a expressão (4.6) obtém-se:

$$\dot{\mathbf{t}}(u) = \left(\frac{-\dot{y}(\ddot{x}\dot{y} - \ddot{y}\dot{x})}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}}, \frac{\dot{x}(\ddot{x}\dot{y} - \ddot{y}\dot{x})}{(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{3/2}} \right) \quad (4.17)$$

Substituindo (4.17), (4.7) e (4.3) em (4.16) obtemos:

$$k(u) = \frac{\dot{x}(u)\ddot{y}(u) - \ddot{x}(u)\dot{y}(u)}{(\dot{x}(u)^2 + \dot{y}(u)^2)^{3/2}} \quad (4.18)$$

A expressão acima permite calcular a curvatura de uma curva planar representada na forma paramétrica arbitrária.

A curvatura pode também ser definida como sendo o inverso do raio de curvatura. Raio de curvatura (R) é o raio do círculo osculante que é o único círculo

que melhor se ajusta localmente à curva naquele ponto. O círculo osculante é tangente à curva e tem a mesma curvatura que a curva no ponto de tangência (Figura 4.5). Portanto, no ponto de tangência (P) a curvatura (k) da curva é o inverso do raio do círculo osculante (raio de curvatura). Assim, podemos escrever:

$$k = \frac{1}{R} \quad (4.19)$$

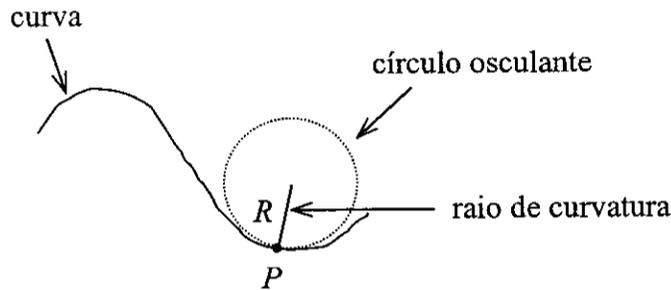


Figura 4.5 – Raio de curvatura.

Em seguida, apresentamos a definição de curvatura para a curva de nível de uma superfície. Esta definição é utilizada no modelo proposto neste trabalho de estimativa de curvatura por neurônios.

Consideremos um campo escalar no plano xy descrito por uma função $f(x,y)=z$. Assim, z é o valor do campo escalar no ponto $P=(x,y)$. A curva ao longo de um plano paralelo ao plano xy cujo z tem valor constante c , tem a equação:

$$f(x,y)=c \quad (4.20)$$

e é chamada de curva de nível do campo.

Seja s o comprimento de arco, podemos considerar que a curva de nível tem um vetor tangente e unitário:

$$\mathbf{t} = \frac{dx}{ds} \mathbf{i} + \frac{dy}{ds} \mathbf{j} \quad (4.21)$$

Derivando ambos os lados da Equação 4.20 em relação ao comprimento de arco s temos:

$$\frac{d}{ds} f(x, y) = 0 \quad (4.22)$$

Aplicando a regra da cadeia em (4.22) obtemos:

$$\frac{\partial}{\partial x} f(x, y) \frac{dx}{ds} + \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) \frac{dy}{ds} = 0 \quad (4.23)$$

Como o gradiente de $f(x, y)$ é:

$$\vec{\nabla} f(x, y) = \frac{\partial}{\partial x} f(x, y) \mathbf{i} + \frac{\partial}{\partial y} f(x, y) \mathbf{j} \quad (4.24)$$

através das Equações 4.21, 4.24 e 4.23 obtemos:

$$\vec{\nabla} f(x, y) \cdot \mathbf{t} = 0 \quad (4.25)$$

Portanto, o vetor gradiente em um ponto P de um campo escalar é ortogonal ao vetor tangente e é normal à curva de nível do campo passando por P .

A curvatura é definida como sendo a taxa de variação da direção do vetor tangente, mas como o vetor gradiente é ortogonal ao vetor tangente, podemos calcular a curvatura como sendo a taxa de variação da direção do vetor gradiente.

Logo, a curvatura de uma curva de nível pode ser definida como o divergente do vetor gradiente normalizado [Lawrence, 1972; Kim, 1988]:

$$k = \vec{\nabla} \cdot \frac{\vec{\nabla} \phi}{\|\vec{\nabla} \phi\|} \quad (4.26)$$

sendo $\phi = f(x, y)$.

O vetor gradiente normalizado é o vetor normal unitário \mathbf{n} .

$$\mathbf{n} = \frac{\vec{\nabla} \phi}{\|\vec{\nabla} \phi\|} = \left(\frac{\phi_x}{\sqrt{(\phi_x^2 + \phi_y^2)}}, \frac{\phi_y}{\sqrt{(\phi_x^2 + \phi_y^2)}} \right) \quad (4.27)$$

sendo $\phi_x = \frac{\partial}{\partial x} f(x, y)$ e $\phi_y = \frac{\partial}{\partial y} f(x, y)$.

Portanto, a curvatura pode ser definida como:

$$k = \bar{\nabla} \cdot \mathbf{n} = \frac{\phi_{xx}\phi_y^2 - 2\phi_x\phi_y\phi_{xy} + \phi_{yy}\phi_x^2}{(\phi_x^2 + \phi_y^2)^{3/2}} \quad (4.28)$$

O campo escalar aqui mencionado pode ser uma imagem em que o valor z representa uma cor ou nível de cinza. Neste trabalho, estimamos a curvatura de uma imagem com o contorno preenchido, isto é, valor 1 dentro do contorno e zero fora. Ao suavizarmos esta imagem com a função gaussiana, obtemos uma imagem em níveis de cinza que pode ser considerada como uma superfície. Sendo assim, podemos estimar a curvatura de uma curva de nível desta superfície que corresponde à curvatura do contorno da imagem, através do divergente do gradiente normalizado.

4.4.2 Derivadas Direcionais

Seja $z = f(x,y)$ um campo escalar no plano xy . A derivada dz/ds , que é a taxa de variação do campo escalar z em relação à distância s , medida na direção do vetor unitário $\mathbf{u} = ai + bj$, é denominada derivada direcional de z (ou derivada direcional da função f) na direção do vetor \mathbf{u} , e é escrita como $D_{\mathbf{u}}z$. Assim temos:

$$D_{\mathbf{u}}z = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{dx}{ds} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{dy}{ds} \quad (4.29)$$

Se tomarmos um ponto $P = (x, y)$ distante s unidades de $P_0 = (x_0, y_0)$ na direção do vetor \mathbf{u} , então $\overline{P_0P} = s\mathbf{u}$, ou seja:

$$(x - x_0)\mathbf{i} + (y - y_0)\mathbf{j} = as\mathbf{i} + bs\mathbf{j} \quad (4.30)$$

Portanto, $(x - x_0) = as$ e $(y - y_0) = bs$, ou seja: $x = x_0 + as$ e $y = y_0 + bs$.

Logo:

$$\frac{dx}{ds} = a \quad \text{e} \quad \frac{dy}{ds} = b \quad (4.31)$$

Assim, podemos escrever que:

$$D_{\mathbf{u}}z = \frac{\partial z}{\partial x} a + \frac{\partial z}{\partial y} b \quad (4.32)$$

Em particular, se o vetor \mathbf{u} formar um ângulo θ com o eixo positivo de x , temos:

$$\mathbf{u} = (\cos\theta) \mathbf{i} + (\sin\theta) \mathbf{j} \quad (4.33)$$

E portanto:

$$D_{\mathbf{u}}z = \frac{\partial z}{\partial x} \cos\theta + \frac{\partial z}{\partial y} \sin\theta \quad (4.34)$$

A derivada direcional de um campo escalar numa dada direção é o produto escalar desta direção pelo gradiente do campo escalar. A derivada direcional é nula quando tomamos a direção perpendicular ao gradiente, e a derivada direcional assume seu valor máximo quando tomamos a direção do gradiente e esse valor máximo é $|\nabla f(x_0, y_0)|$.

As derivadas direcionais de z nas direções dos eixos positivos de x e y são as derivadas parciais de z com relação a x e y , respectivamente [Munem, 1982].

4.4.3 Filtros Direcionáveis

Filtros orientados são úteis em muitas tarefas de visão e processamento de imagens como detecção de borda, análise de textura e análise de movimento [Huang, 1995]. Muitas vezes desejamos aplicar um filtro rotacionado em diferentes ângulos, ou seja, desejamos obter resultados da aplicação de um filtro em diferentes orientações. Freeman e Adelson [Freeman, 1991] apresentam uma classe de filtros denominada filtros direcionáveis (*steerable filters*) em que um filtro de orientação arbitrária pode ser sintetizado a partir da combinação linear de um conjunto de filtros-base.

No caso bidimensional, um exemplo bastante ilustrativo apresentado em [Freeman, 1991] é o da função gaussiana G :

$$G(x, y) = e^{-(x^2+y^2)} \quad (4.35)$$

na qual as constantes de escala e normalização são ajustadas para 1 por conveniência.

Como o operador de derivada direcional é direcionável [Munem, 1982; Danielsson, 1990], vejamos como podemos obter a n -ésima derivada da função gaussiana numa direção arbitrária.

Chamemos de G_n a n -ésima derivada da função gaussiana na direção x . Seja $f^\theta(x, y)$ a função $f(x, y)$ rotacionada de ângulo θ . Assim, a primeira derivada em x da função gaussiana é $G_1^{0^\circ}$:

$$G_1^{0^\circ} = \frac{\partial}{\partial x} e^{-(x^2+y^2)} = -2xe^{-(x^2+y^2)} \quad (4.36)$$

e essa função rotacionada de 90° é:

$$G_1^{90^\circ} = \frac{\partial}{\partial y} e^{-(x^2+y^2)} = -2ye^{-(x^2+y^2)} \quad (4.37)$$

O filtro G_1^θ na direção θ arbitrária pode ser sintetizado da combinação linear de $G_1^{0^\circ}$ e $G_1^{90^\circ}$ da seguinte forma:

$$G_1^\theta = (\cos\theta)G_1^{0^\circ} + (\sin\theta)G_1^{90^\circ} \quad (4.38)$$

Como os filtros $G_1^{0^\circ}$ e $G_1^{90^\circ}$ varrem o conjunto de filtros G_1^θ , eles são chamados de filtros-base para G_1^θ e os termos $\cos\theta$ e $\sin\theta$ são denominados funções de interpolação desses filtros-base [Freeman, 1991].

Desde que a convolução é uma operação linear, podemos sintetizar uma imagem filtrada em uma orientação arbitrária (I_1^θ) através da combinação linear das imagens filtradas com $G_1^{0^\circ}$ e $G_1^{90^\circ}$ ($I_1^{0^\circ}$ e $I_1^{90^\circ}$). Portanto, se

$$I_1^{0^\circ} = G_1^{0^\circ} * I \quad \text{e} \quad I_1^{90^\circ} = G_1^{90^\circ} * I \quad (4.39)$$

temos que:

$$I_1^\theta = (\cos\theta)I_1^{0^\circ} + (\sin\theta)I_1^{90^\circ} \quad (4.40)$$

No caso geral de filtros bidimensionais direcionáveis, temos o seguinte:

$$f^\theta(x, y) = \sum_{j=1}^M k_j(\theta) f^{\theta_j}(x, y) \quad (4.41)$$

sendo $f^\theta(x, y)$ o filtro $f(x, y)$ rotacionado de ângulo θ , k_j as funções de interpolação e $f^{\theta_j}(x, y)$ os filtros-base.

Wolfgang apresenta em [Wolfgang, 1994] um esquema simples para obter uma equação direcionável com um número mínimo de filtros-base, e mostra que qualquer derivada parcial de um filtro direcionável também é direcionável. Huang [Huang, 1995] usa filtros direcionáveis 3D para estimar movimentos de cena.

Neste trabalho, utilizamos filtros direcionáveis para recompor a direção dos operadores diferenciais no modelo proposto para estimativa de curvatura e orientação.

5 Modelo para Estimativa de Curvatura e Orientação

5.1 Introdução

Apesar de existirem vários estudos a respeito da codificação de curvatura pelo sistema visual, não há evidências conclusivas com relação a esse assunto. Neste capítulo, apresentamos um modelo para estimativa de curvatura por neurônios, que inclui propriedades eletrofisiológicas dos mesmos e também pode ser utilizado na estimativa de orientação. O modelo se baseia em operadores diferenciais bidimensionais que é aplicado a um contorno fechado e preenchido. Portanto, é considerada a curvatura de um contorno projetado na retina e não a curvatura de uma superfície no espaço.

Para que o modelo incorpore propriedades eletrofisiológicas dos neurônios como o decaimento eletrotônico, é necessário embutir uma função com simetria circular no modelo. O operador divergente do gradiente normalizado não é linear e envolve o operador diferencial parcial, que não é isotrópico. Portanto, com o uso do operador diferencial parcial, fica difícil associar diretamente a propriedade de decaimento eletrotônico inerente aos neurônios. O modelo proposto faz uma aproximação do operador diferencial ou derivada parcial através da diferença de duas funções exponenciais que são circularmente simétricas. As exponenciais são centradas no centro do corpo celular dos neurônios e modelam o decaimento eletrotônico ao longo dos dendritos. Assim, a codificação de curvatura e orientação é diretamente obtida da geometria neural obedecendo o decaimento eletrotônico ao longo dos dendritos.

Neste capítulo, é apresentada inicialmente a idéia geral do modelo, e a seguir as várias versões do modelo com o aumento de sofisticação e realismo. A primeira aproximação simplesmente substitui o operador diferencial parcial pelo operador da

diferença de exponenciais e faz a estimativa da curvatura e orientação. A segunda aproximação considera neurônios para compor o operador de diferença de exponenciais, porém os neurônios são posicionados em uma grade regular. Finalmente, na terceira aproximação os neurônios são aleatoriamente distribuídos no plano da imagem, e o operador da diferença de exponenciais utiliza esses neurônios para fazer a estimativa de curvatura e orientação. Nesta última abordagem o desempenho do modelo pode ser aprimorado fazendo-se o uso de filtros direcionáveis.

5.2 Modelo DOE (Difference of Exponential)

O modelo é baseado em operadores diferenciais bidimensionais, ou derivadas parciais dos quais o gradiente e a curvatura dadas pelas Equações 5.1 e 5.2 são obtidas.

Assumiremos que o contorno fechado original definido por equações paramétricas é preenchido (valor 1 dentro do contorno e zero fora) e estendido para uma superfície $\phi(x,y)$. A Equação 5.2 fornece a curvatura 2D ao longo de cada curva de nível da superfície ϕ . A orientação será considerada como o ângulo formado pelo vetor gradiente da Equação 5.1 e a direção do eixo x positivo, no sentido anti-horário no intervalo $[0,\pi)$ radianos.

$$\vec{\nabla}\phi = \phi_x \hat{i} + \phi_y \hat{j} \quad (5.1)$$

$$k = \vec{\nabla} \cdot \frac{\vec{\nabla}\phi}{\|\vec{\nabla}\phi\|} = \frac{\phi_{xx}\phi_y^2 - 2\phi_x\phi_y\phi_{xy} + \phi_{yy}\phi_x^2}{(\phi_x^2 + \phi_y^2)^{3/2}} \quad (5.2)$$

O diagrama da Figura 5.1 ilustra o cálculo do vetor gradiente e curvatura da imagem ϕ através do operador diferencial parcial (ODP).

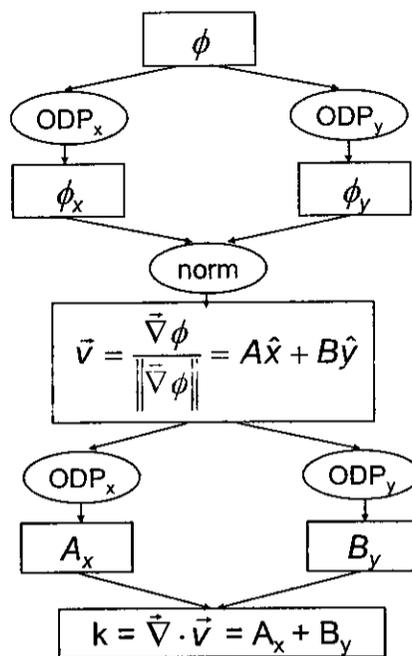


Figura 5.1 – Diagrama do cálculo do vetor gradiente e curvatura.

A idéia básica do modelo é propor uma estrutura neural biologicamente plausível capaz de estimar os operadores diferenciais parciais $\phi_x = \partial\phi/\partial x$ e $\phi_y = \partial\phi/\partial y$ necessários para o cálculo da orientação e da curvatura. Deve ser observado que ϕ_y corresponde a ϕ_x rotacionado de 90° , e sendo assim, basta modelarmos ϕ_x ou ϕ_y . Além da plausibilidade biológica que deve restringir as possíveis abordagens, o modelo deve ser o mais simples possível, pois um dos mais comuns e importantes papéis da natureza é implementar soluções simples que implicam em minimização de recursos e energias, maximizando a eficiência e favorecendo a evolução. Sendo assim, o novo modelo deve incorporar o menor número possível de neurônios.

O modelo consiste em usar a forma neural planar como uma máscara de convolução, de forma que as atividades dos neurônios sejam determinadas pelo produto interno entre os pesos da máscara e o estímulo de entrada (imagem). Os pesos sinápticos são considerados todos iguais e portanto o efeito do decaimento eletrotônico ao longo dos dendritos é incorporado na máscara de forma que quanto mais distante a sinapse do soma, menor a sua influência no potencial de ação do neurônio. Esse mecanismo implica no fato que o efeito da sinapse pode ser expresso

matematicamente em função do comprimento de arco entre a sinapse e o soma. Nesta abordagem, o decaimento do potencial é modelado pelo decaimento exponencial, simulando a atenuação do potencial de membrana com a distância em um cabo cilíndrico de comprimento infinito (seção 2.3.4). Assim, se s é o comprimento de arco entre a sinapse e o soma, o decaimento eletrotônico é representado por $e^{-\frac{s}{\alpha}}$, sendo α a constante que controla a atenuação do potencial de membrana.

Consideremos uma máscara formada por um neurônio com decaimento eletrotônico exponencial ao longo de seus dendritos. Se fizermos a convolução desta máscara com uma imagem, podemos simular um efeito exponencial positivo ou negativo ao longo dos dendritos, mas não ambos ao mesmo tempo. Para modelarmos o operador diferencial parcial, necessitamos de uma máscara que incorpore o efeito positivo e negativo. Como desejamos obter esta máscara com neurônios, utilizamos 2 neurônios sendo que um deles simula o efeito positivo (sinapse excitatória) e o outro o efeito negativo (sinapse inibitória). Portanto, a nova máscara do gradiente com inspiração biológica, é formada pela diferença de exponenciais centradas no corpo celular de 2 neurônios separados por uma distância δ .

Quando a máscara é o operador diferencial parcial $\partial/\partial x$ com suavização gaussiana, como ilustrado na Figura 5.2(a), o resultado da convolução da máscara com a imagem $\phi(x,y)$ é um campo escalar que corresponde a ϕ_x . A suavização gaussiana é introduzida para minimizar o ruído gerado pela amostragem da imagem.

O padrão de comparação da curvatura e orientação estimada pelo modelo proposto é a curvatura e orientação obtida com o uso do operador diferencial parcial suavizado pela gaussiana, que denominaremos a partir daqui de operador padrão.

O modelo para estimativa de curvatura e orientação por neurônios foi implementado em uma seqüência crescente de plausibilidade biológica e sofisticação, o que é apresentado a seguir.

5.2.1 Primeira Aproximação

A primeira aproximação dos operadores de derivadas parciais foi implementada substituindo as derivadas parciais com suavização gaussiana (operador

padrão) pela diferença entre duas funções exponenciais circularmente simétricas. Esta aproximação é uma das hipóteses principais deste modelo.

A Figura 5.2(a) e Figura 5.2(b) ilustram respectivamente, a região central da máscara do operador padrão e a parte central da máscara da diferença entre duas exponenciais.

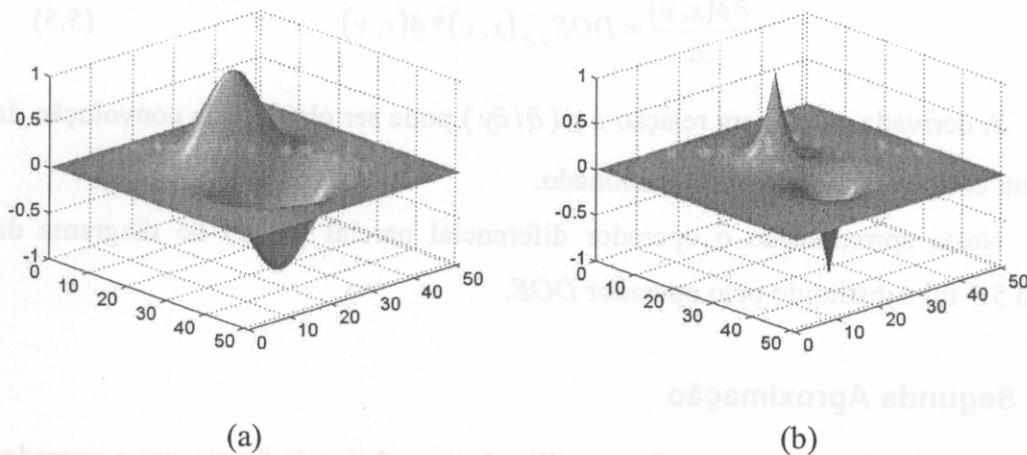


Figura 5.2 – (a) máscara padrão; (b) máscara da diferença de exponenciais

Cada uma das exponenciais utilizadas no modelo é representada pela Equação 5.3.

$$E_{\alpha}(x, y) = \beta \exp\left\{-\frac{1}{\alpha} \sqrt{x^2 + y^2}\right\} \quad (5.3)$$

sendo β o coeficiente de proporcionalidade e α a constante que controla a largura da exponencial, ou seja a atenuação do potencial de membrana.

A diferença entre as exponenciais (*DOE – Difference of Exponentials*) é definida pela Equação 5.4.

$$DOE_{\alpha, \delta}(x, y) = \beta \left(\exp\left\{-\frac{1}{\alpha} \sqrt{\left(x + \frac{\delta}{2}\right)^2 + y^2}\right\} - \exp\left\{-\frac{1}{\alpha} \sqrt{\left(x - \frac{\delta}{2}\right)^2 + y^2}\right\} \right) \quad (5.4)$$

sendo β o coeficiente de proporcionalidade, α a constante que controla a largura das exponenciais e δ a distância entre os centros das exponenciais.

A máscara do operador da Figura 5.2 (b), foi gerada para $N = 513$, com $\beta = 1$, $\delta = 14$ e $\alpha = 2.5$, segundo os valores dos parâmetros apresentados na Tabela 6.2.

Usando o novo operador *DOE*, podemos supor que a derivada parcial em relação a x ($\partial/\partial x$) da imagem $\phi(x,y)$ pode ser aproximada pela convolução do operador com a imagem:

$$\frac{\partial \phi(x,y)}{\partial x} \approx DOE_{\alpha,\delta}(x,y) * \phi(x,y) \quad (5.5)$$

A derivada parcial em relação a y ($\partial/\partial y$) pode ser obtida pela convolução da imagem com o operador *DOE* rotacionado.

Nesta aproximação o operador diferencial parcial (ODP) do diagrama da Figura 5.1 foi substituído pelo operador *DOE*.

5.2.2 Segunda Aproximação

Na segunda aproximação foram utilizados neurônios de forma que o operador *DOE* foi implementado usando-se 2 neurônios, cada neurônio com a exponencial centrada no centro do corpo celular. Um dos neurônios simula a sinapse excitatória e o outro a sinapse inibitória.

Os pesos sinápticos foram considerados todos iguais e o decaimento eletrotônico é modelado pela exponencial de maneira que quanto maior a distância da sinapse ao corpo celular, menor a influência desta sinapse no potencial de ação do neurônio. A Figura 5.3 ilustra a distância dos pontos da arborização dendrítica ao centro do corpo celular que é inversamente proporcional à influência da sinapse (daquele ponto) na magnitude do potencial de ação do neurônio.

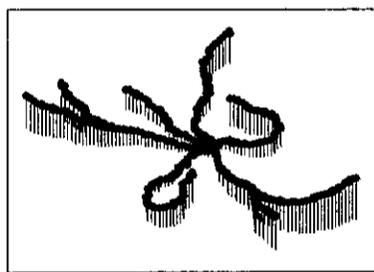


Figura 5.3 - Distância dos pontos da arborização dendrítica ao centro do corpo celular.

A cobertura espacial determinada pela área de influência do neurônio é um dos parâmetros dessa aproximação e foi simulada através da salsicha de Minkowski (seção 3.2.1). Nesta abordagem o raio r da salsicha de Minkowski consiste no parâmetro que controla a área de influência do neurônio. Quanto maior o raio r , maior a área de influência. Quando $r = 0$ temos somente o esqueleto do neurônio.

No cálculo da orientação e da curvatura fazemos a convolução da imagem com o operador *DOE*, que consiste em posicionar a máscara em todos os pontos da imagem. Neste caso estamos considerando uma grade regular de distância $d = 1$ sob a imagem para posicionarmos a máscara. Para aumentar um pouco a plausibilidade biológica, fizemos algumas simulações posicionando a máscara numa grade regular, porém com a distância d maior, e a avaliação dos resultados foi realizada somente nos pontos da grade onde foram estimadas a curvatura e a orientação.

5.2.2.1 Operador *DOE* com neurônios de mesma geometria

Com o objetivo de estudar a influência da morfologia do neurônio na estimativa de curvatura e orientação, um mesmo neurônio foi utilizado para compor todas as máscaras $\partial/\partial x$ e $\partial/\partial y$ (Figura 5.4). Assim, comparando-se as curvaturas e as orientações obtidas por diferentes neurônios, podemos analisar as características morfológicas importantes dos neurônios para uma boa estimativa de curvatura e orientação.

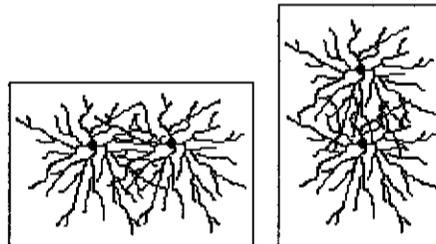


Figura 5.4 – todas as máscaras $\partial/\partial x$ e $\partial/\partial y$ compostas por um único neurônio.

5.2.2.2 Operador *DOE* com neurônios de geometria variada entre pares

Neste caso, utilizamos neurônios diferentes aleatoriamente selecionados para compor as máscaras $\partial/\partial x$ e $\partial/\partial y$, porém os dois neurônios utilizados para compor uma máscara $\partial/\partial x$ ou $\partial/\partial y$ são iguais (Figura 5.5).

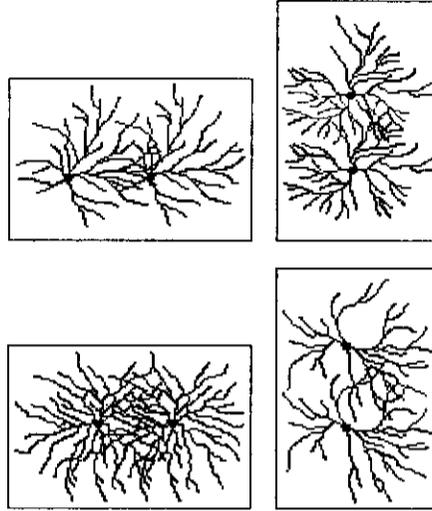


Figura 5.5 – várias máscaras $\partial/\partial x$ e $\partial/\partial y$ compostas por neurônios iguais.

5.2.2.3 Operador *DOE* com neurônios de geometria variada a cada par

Agora, para tornar o modelo mais realista, utilizamos neurônios diferentes para compor tanto a máscara $\partial/\partial x$ quanto $\partial/\partial y$, como pode ser visualizado na Figura 5.6.

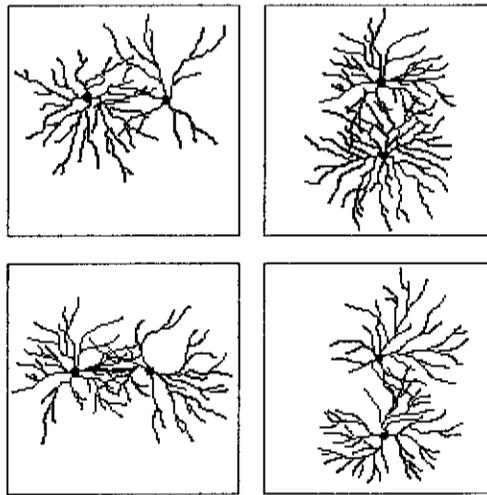


Figura 5.6 – várias máscaras $\partial/\partial x$ e $\partial/\partial y$ cada uma composta por neurônios diferentes.

5.2.3 Terceira Aproximação

5.2.3.1 Operador *DOE* com vários neurônios aleatórios

Para aumentar a plausibilidade biológica do modelo, distribuiu-se aleatoriamente os neurônios no plano da imagem (Figura 5.7) e selecionou-se inicialmente um neurônio (aleatório) para compor a máscara $\partial/\partial x$. O outro neurônio para formar o par com o primeiro foi selecionado na vizinhança deste, de forma que seus centros tenham uma distância o mais próximo possível de δ . De posse dos 2 neurônios para formar a máscara $\partial/\partial x$, o próximo passo foi selecionar outros 2 neurônios para compor a máscara $\partial/\partial y$. Estes neurônios foram selecionados de forma a satisfazer os seguintes itens:

1. o novo par de neurônios deve formar com o primeiro par um ângulo o mais próximo possível de 90° ;
2. a distância entre os centros dos 2 novos neurônios deve ser o mais próximo possível de δ ;
3. os pontos médios dos pares de neurônios devem estar o mais próximo possível.

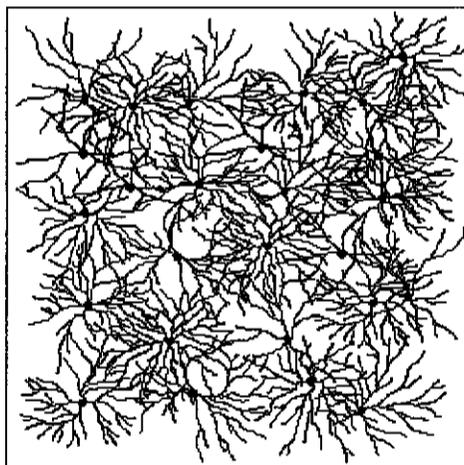


Figura 5.7 – Neurônios aleatoriamente distribuídos.

No esquema da Figura 5.8, P_1 representa o centro do soma do primeiro neurônio selecionado e P_2 o centro do soma do segundo neurônio, que juntos vão formar a máscara $\partial/\partial x$. Portanto, P_2 é selecionado na vizinhança de P_1 de forma que

a distância entre P_1 e P_2 seja o mais próximo possível de δ . P_3 e P_4 representam os centros dos somas dos neurônios que irão constituir a máscara $\partial/\partial y$ e portanto devem preservar também uma distância o mais próximo possível de δ . θ é o ângulo formado pelos segmentos de retas P_1P_2 e P_3P_4 e portanto, deve ser o mais próximo possível de 90° . C_1 e C_2 são os pontos médios dos segmentos P_1P_2 e P_3P_4 respectivamente, e devem estar o mais próximo possível. O ideal é que as distâncias entre P_1 e P_2 e entre P_3 e P_4 sejam δ , que o ângulo θ seja de 90° e que os pontos C_1 e C_2 sejam coincidentes.

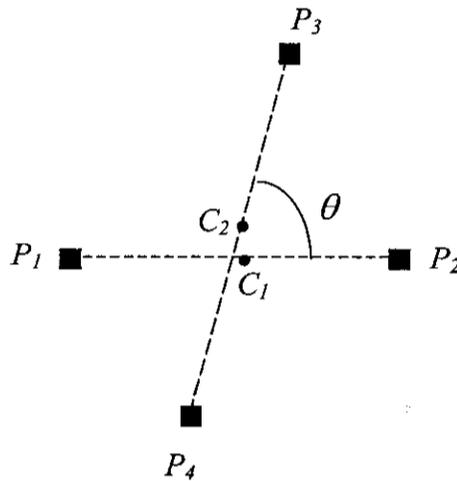


Figura 5.8 – Esquema utilizado para selecionar os neurônios.

Para implementarmos essa idéia, associamos a cada um dos 3 itens acima, um peso, e determinamos a qualidade dos pares como a média ponderada desses 3 itens. Somente os pares que apresentam uma qualidade acima de um limiar são aceitos para compor os operadores. Os pesos e o limiar são valores que variam entre 0 e 1.

5.2.3.2 Operador *DOE* com vários neurônios aleatórios usando filtros direcionáveis

Segundo a forma acima exposta, nem sempre as derivadas parciais ϕ_x e ϕ_y são derivadas nas direções ortogonais, pois nem sempre o primeiro par de neurônios forma com o segundo par de neurônios um ângulo de 90° . Chamemos portanto a derivada parcial na direção θ de ϕ_θ e não ϕ_y . O que desejamos é obter a derivada

parcial na direção y a partir das duas derivadas (ϕ_x e ϕ_θ). Portanto, podemos utilizar filtros direcionáveis da Equação 4.38, considerando que dispomos da derivada parcial ϕ_x e de uma derivada ϕ_θ na direção θ diferente de 90° e desejamos obter a derivada ϕ_y na direção ortogonal a x (Figura 5.9). Assim, a partir da equação:

$$\phi_\theta = \cos(\theta)\phi_x + \sin(\theta)\phi_y \quad (5.6)$$

obtemos:

$$\phi_y = \frac{1}{\sin(\theta)}\phi_\theta - \frac{1}{\text{tg}(\theta)}\phi_x \quad (5.7)$$

Fazendo-se o uso de filtros direcionáveis da Equação 5.7 e supondo que um outro neurônio recebe estas entradas (ϕ_x e ϕ_θ) com os respectivos pesos $\frac{1}{\sin(\theta)}$ e $-\frac{1}{\text{tg}(\theta)}$, conseguimos obter ϕ_y na direção ortogonal a x . Assim, utilizando-se ϕ_x e ϕ_y ao invés de ϕ_x e ϕ_θ , conseguimos melhorar o desempenho da estimativa de curvatura e orientação.

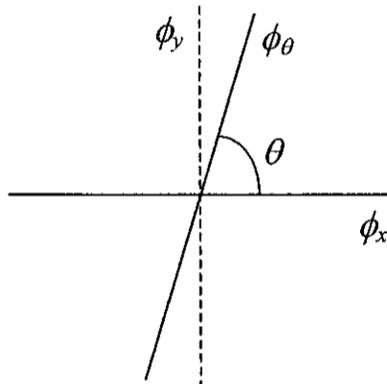


Figura 5.9 – Construção geométrica do uso de filtros direcionáveis.

Numa rede neural biológica podemos interpretar o uso dos filtros direcionáveis como adicionando uma nova camada de neurônios que recebem as entradas que são as derivadas parciais nas direções x e θ e gera saída que é a derivada parcial na direção y .

6 Simulação e Resultados Experimentais

6.1 Introdução

Baseado no modelo proposto, inicialmente determinamos os parâmetros necessários ao modelo, e em seguida realizamos várias simulações as quais apresentamos a seguir. Inicialmente foram realizadas simulações nas quais a máscara da derivada parcial foi substituída pela máscara da diferença de duas exponenciais, e em seguida a aproximação em que consideramos os neurônios com a propriedade eletrofisiológica de decaimento eletrotônico. Na abordagem com neurônios consideramos a disposição dos neurônios em uma grade regular e aleatória, simulando uma verdadeira rede neural no último caso. Para melhorar a eficiência do modelo, são usados filtros direcionáveis. São discutidas também as influências das características dos neurônios na estimativa de curvatura.

6.2 Simulação e Resultados

Para implementarmos o operador *DOE* da Equação 5.4, fixamos o coeficiente de proporcionalidade $\beta = 1$ e determinamos os parâmetros δ (distância entre os centros das exponenciais) e α (controla a largura das exponenciais) que melhor aproxima o operador $\partial/\partial x$ padrão. Para tanto, foram realizadas várias combinações desses parâmetros variando-se o δ com passo 1 e α com passo 0.1. Os melhores parâmetros foram determinados de duas formas. Inicialmente foi calculado o erro médio (E_m) da máscara da diferença de exponenciais em relação a máscara do operador padrão $\partial/\partial x$ com suavização gaussiana.

$$E_m = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \text{abs}(M_i - \tilde{M}_i) \quad (6.1)$$

sendo M a máscara padrão, \tilde{M} a máscara da diferença de exponenciais, e k o número de pontos da máscara.

Outra forma de determinar a melhor máscara foi calculando o erro médio (E_c) da curvatura. E_c foi calculado considerando a diferença média entre as curvaturas resultantes da aplicação da máscara do operador padrão e da máscara da diferença de exponenciais:

$$E_c = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \text{abs}(\tilde{C}_i - C_i) \quad (6.2)$$

sendo C a curvatura padrão, \tilde{C} a curvatura aproximada pela máscara da diferença de exponenciais, e k o número de pontos em que a curvatura padrão não é nula.

A Tabela 6.1 mostra os parâmetros δ e α que apresentaram os menores erros para as dimensões de imagens ($N \times N$) utilizadas neste trabalho, comparando-se as máscaras. E a Tabela 6.2 apresenta os parâmetros que obtiveram os menores erros comparando-se as curvaturas.

Tabela 6.1 - Parâmetros δ e α que apresentaram os menores erros para imagens de dimensão $N \times N$, comparando-se as máscaras.

N	257	513
δ	7	13
α	2.2	4.7

Tabela 6.2 - Parâmetros δ e α que apresentaram os menores erros para imagens de dimensão $N \times N$, comparando-se as curvaturas.

N	257	513
δ	6	14
α	1.4	2.5

Nas tabelas acima podemos verificar que os valores dos parâmetros δ e α não foram exatamente os mesmos, porém muito próximos levando em consideração a dimensão das imagens, pois no caso de uma imagem 513x513 houve somente 1 pixel de diferença para o parâmetro δ e uma diferença de 2.2 no valor do parâmetro α .

Tanto os melhores parâmetros (δ e α) obtidos com a comparação das máscaras quanto aqueles obtidos com a comparação das curvaturas, forneceram uma boa aproximação do operador padrão $\partial/\partial x$, porém o segundo apresentou um desempenho melhor e foi usado na implementação do operador proposto. A busca dos melhores parâmetros δ e α comparando-se a curvatura foi realizada com várias imagens e os parâmetros que apresentaram o menor erro foram os mesmos para todas as imagens testadas. De posse dos parâmetros δ e α , realizamos a estimativa da curvatura e orientação, e calculamos os erros baseados na Equação 6.2. Para podermos comparar melhor os resultados da estimativa de curvatura, os valores das curvaturas estimadas foram normalizados pela correção energética antes do cálculo dos erros. A correção energética consiste em calcular a energia da curvatura padrão (E_p) e da curvatura estimada (E_e) e corrigir a curvatura estimada (\tilde{C}), através de um coeficiente (λ) (Equação 6.5). Seja C a curvatura padrão, k o número de pontos em que a curvatura padrão não é nula e $\tilde{C}_{\text{corrigido}}$ a curvatura estimada com correção energética:

$$E_p = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k C_i^2 \quad (6.3)$$

$$E_e = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \tilde{C}_i^2 \quad (6.4)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{E_p}{E_e}} \quad (6.5)$$

$$\tilde{C}_{\text{corrigido}} = \lambda \tilde{C} \quad (6.6)$$

A seguir apresentamos os resultados obtidos com a aplicação do operador padrão, e prosseguimos apresentando as estimativas obtidas com as aproximações na ordem crescente de sofisticação e realismo.

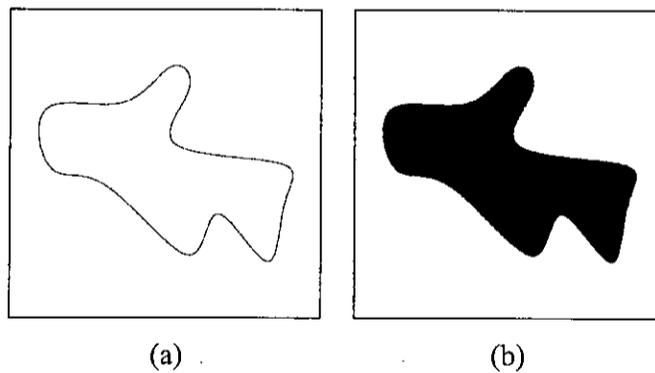
6.2.1 Operador Padrão de Derivada Parcial

A Figura 6.1(a) ilustra o contorno original (curva sintetizada) do qual é feita a estimativa da curvatura e orientação. A Figura 6.1(b) ilustra o contorno preenchido para produzir a superfície utilizada para fazer a convolução com as máscaras para a obtenção da curvatura e orientação. Portanto, a Figura 6.1(b) representa o estímulo apresentado ao modelo.

A Figura 6.1(c) e a Figura 6.1(d) mostram as derivadas parciais na direção x e na direção y , respectivamente, obtidas com o operador padrão $\partial/\partial x$ e $\partial/\partial y$. A Figura 6.1(e) ilustra a curvatura obtida com o uso desses operadores. Nas 3 imagens foram sobrepostas o contorno da curva em vermelho para indicar a localização do contorno. Na Figura 6.1(e) podemos verificar que sob o contorno as regiões de nível de cinza mais escuro indicam altas curvaturas e as regiões de nível de cinza mais claro indicam baixas curvaturas.

A curvatura da Figura 6.1(e) e a orientação obtidas com as derivadas parciais da Figura 6.1(c) e Figura 6.1(d) serão utilizadas como padrão de comparação da curvatura e orientação obtida com o novo operador da diferença de exponenciais.

A dimensão das imagens utilizadas neste trabalho é 513x513, salvo se houver observação em contrário.



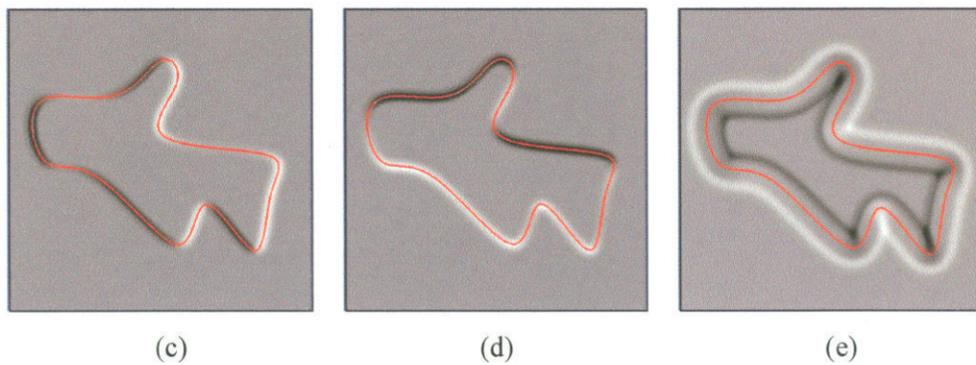


Figura 6.1 - (a) contorno fechado; (b) contorno fechado preenchido; (c) campo escalar ϕ_x ; (d) campo escalar ϕ_y ; (e) curvatura obtida com o operador padrão.

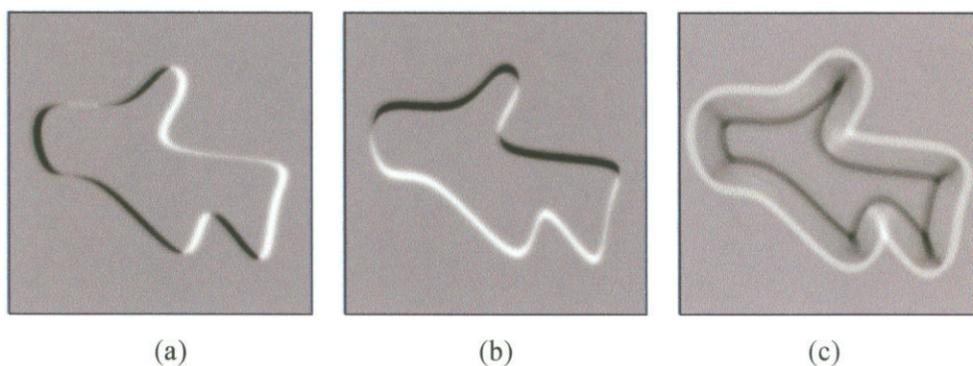
6.2.2 Primeira Aproximação

A primeira aproximação simplesmente substitui a máscara do operador padrão pela máscara do operador *DOE*.

6.2.2.1 Operador *DOE*

A primeira aproximação do operador padrão $\partial/\partial x$ consiste em utilizar a máscara do operador *DOE* no lugar da máscara do operador padrão.

A Figura 6.2 ilustra as derivadas parciais e a curvatura obtidas com a máscara da diferença de exponenciais com parâmetros: $\beta = 1$, $\delta = 14$ e $\alpha = 2.5$, e os histogramas de erro da estimativa da curvatura e orientação. Nesta simulação a máscara foi centrada nos nós de uma grade uniforme de distância $d=1$, isto significa que a máscara foi aplicada em todos os pixels da imagem.



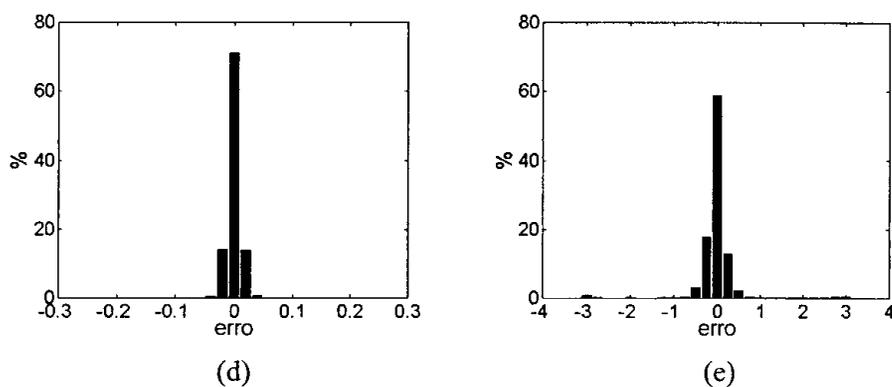


Figura 6.2 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com a máscara da diferença de exponenciais e histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação.

Observando-se os resultados e os histogramas, podemos verificar que com a substituição do operador padrão pelo operador *DOE* obtemos uma boa estimativa de curvatura e orientação, porém a estimativa de curvatura apresentou um desempenho melhor que o da orientação.

6.2.3 Segunda Aproximação

A segunda aproximação leva em consideração somente os pontos da máscara que pertencem ao neurônio, e as máscaras são posicionadas em grades regulares de distância d . Com esta aproximação fizemos uma série de simulações e os resultados são apresentados e discutidos a seguir.

6.2.3.1 Operador *DOE* com neurônios de mesma geometria

Nesta simulação utilizamos o mesmo neurônio para compor tanto o operador $\partial/\partial x$ quanto $\partial/\partial y$ e avaliamos a influência das características dos neurônios na detecção de curvatura e orientação. Essas características são descritas no Capítulo 3, que incluem dimensão fractal, curvatura, radialidade e simetria radial dos neurônios. Outro parâmetro envolvido nesta abordagem é a área de influência do neurônio, determinada pelo raio da salsicha de Minkowski.

O resultado da investigação da influência da forma dos neurônios na qualidade da curvatura obtida é apresentada na Figura 6.3. Nesta investigação foi utilizado um único neurônio para compor todas as máscaras das exponenciais, e o

raio da salsicha de Minkowski utilizado foi 0. As máscaras foram posicionadas em uma grade regular de distância 1 para podermos comparar os resultados com aqueles da Figura 6.2 obtidos sem neurônio.

O histograma de radialidade da Figura 6.3(a) apresenta no eixo x o ângulo (em radianos) que o vetor tangente dos pontos do neurônio forma com a direção radial. Portanto, quanto maior o pico no ângulo 0, mais radial é o neurônio.

O histograma de radialidade identifica o quanto os processos dendríticos são radiais. Verifica-se na Figura 6.3(a) que os 3 primeiros neurônios são mais radiais, sendo que entre eles o neurônio 3 é o mais radial, pois o pico no seu histograma é mais estreito. Verifica-se também que o neurônio 4 apresenta ângulos variando desde -90° a 90° sem nenhum pico acentuado, indicando que seus processos não são radiais.

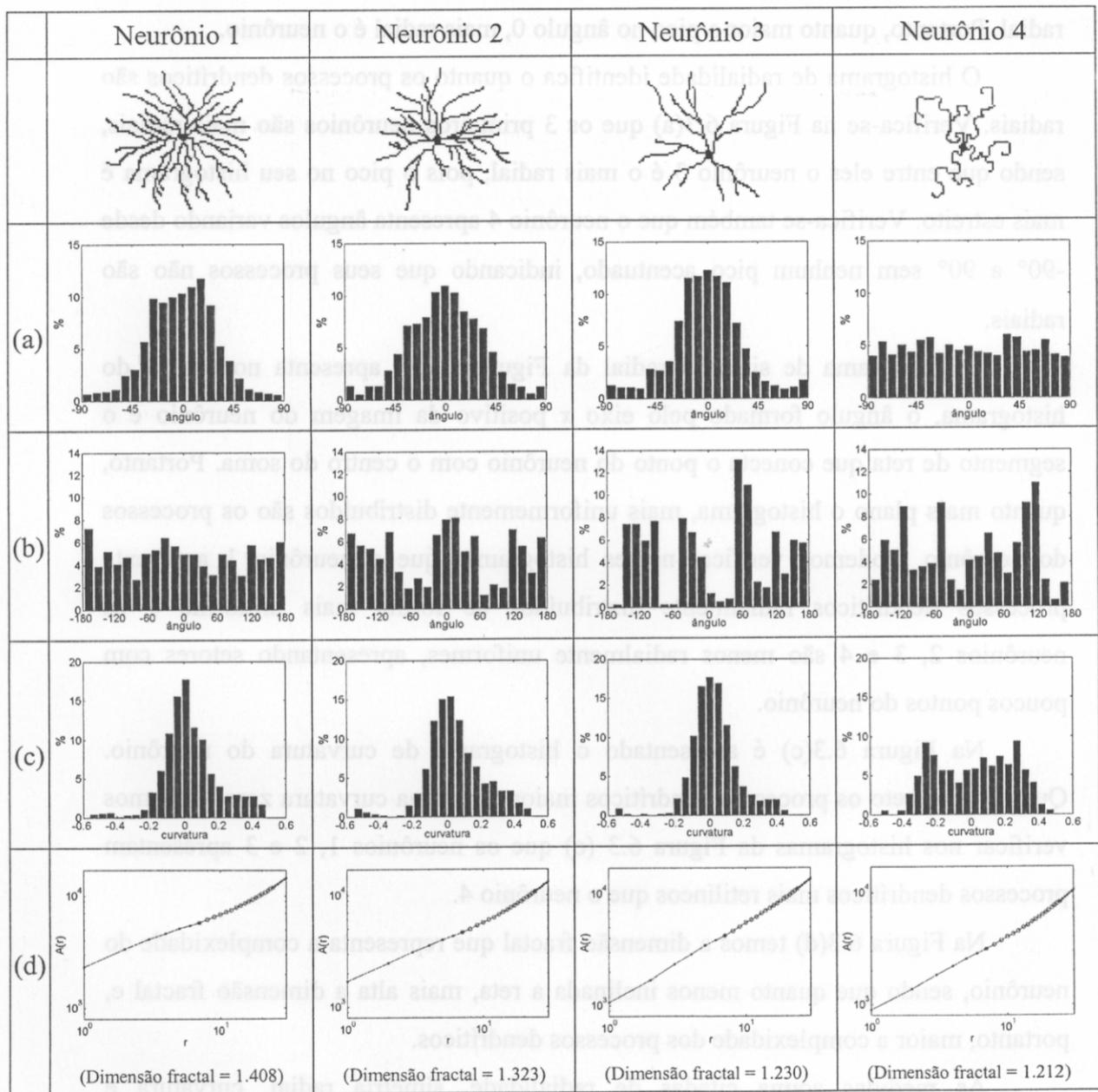
O histograma de simetria radial da Figura 6.3(b) apresenta no eixo x do histograma, o ângulo formado pelo eixo x positivo da imagem do neurônio e o segmento de reta que conecta o ponto do neurônio com o centro do soma. Portanto, quanto mais plano o histograma, mais uniformemente distribuídos são os processos do neurônio. Podemos verificar nesses histogramas que o neurônio 1 apresenta processos dendríticos radialmente distribuídos de forma mais uniforme e os neurônios 2, 3 e 4 são menos radialmente uniformes, apresentando setores com poucos pontos do neurônio.

Na Figura 6.3(c) é apresentado o histograma de curvatura do neurônio. Quanto mais reto os processos dendríticos maior o pico na curvatura zero. Podemos verificar nos histogramas da Figura 6.3 (c) que os neurônios 1, 2 e 3 apresentam processos dendríticos mais retilíneos que o neurônio 4.

Na Figura 6.3(d) temos a dimensão fractal que representa a complexidade do neurônio, sendo que quanto menos inclinada a reta, mais alta a dimensão fractal e, portanto, maior a complexidade dos processos dendríticos.

As medidas acima citadas de radialidade, simetria radial, curvatura e dimensão fractal de neurônios foram obtidas com programas desenvolvidos pelo membro do grupo de Visão Cibernética Edson Tadeu Monteiro Manoel.

Na Figura 6.3(e) é apresentada a curvatura estimada e na Figura 6.3(f) e (g) as derivadas parciais na direção x e y , respectivamente. Na Figura 6.3(h) temos o histograma de erro da curvatura estimada, e na Figura 6.3(i) os histogramas de erro da orientação.



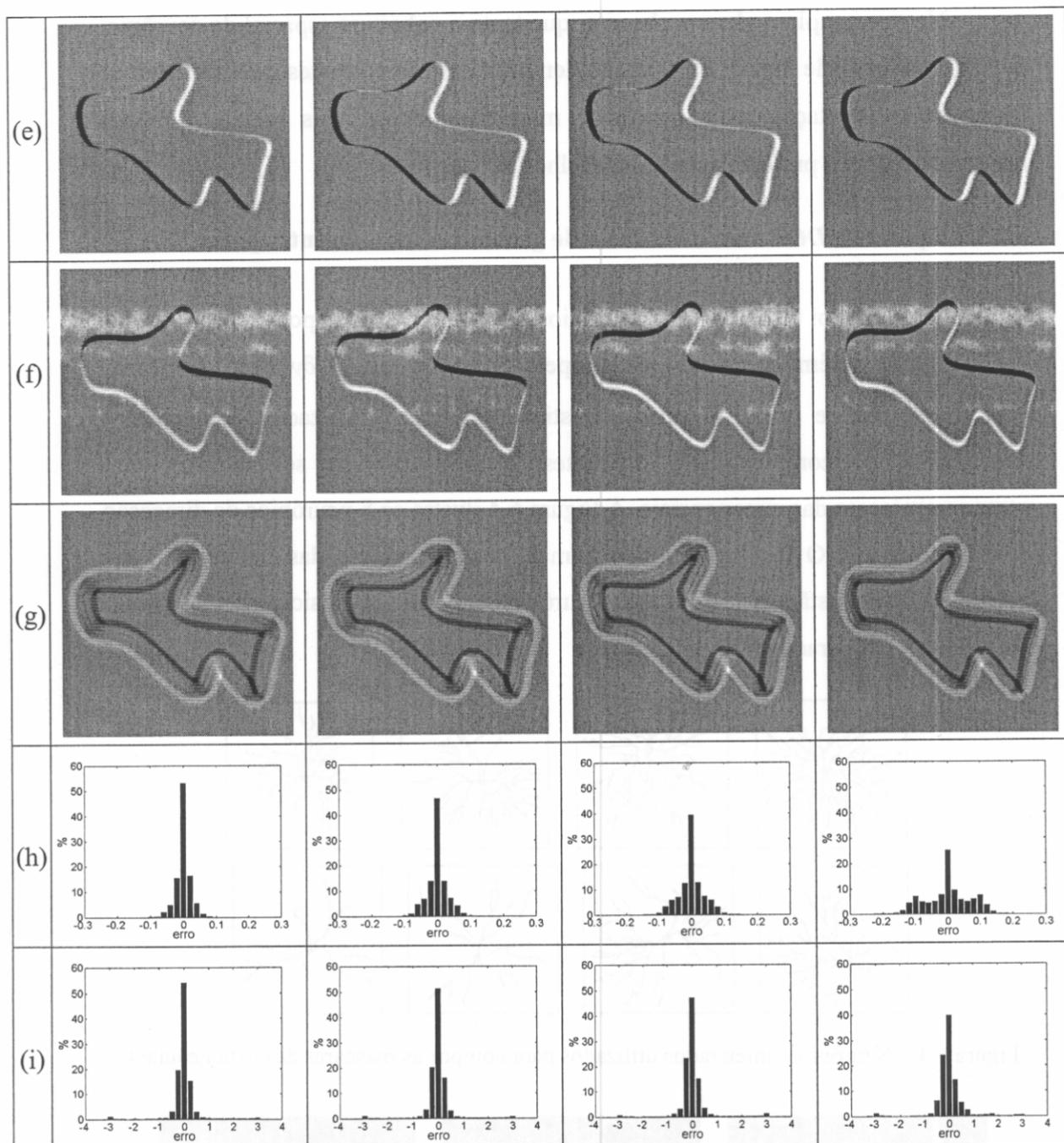


Figura 6.3 - Medidas de radialidade, simetria radial e complexidade dos 4 neurônios, derivadas parciais e curvatura obtidas com esses neurônios e histogramas de erro da curvatura e orientação. (a) histograma de radialidade; (b) histograma de simetria radial; (c) histograma de curvatura; (d) diagrama da dimensão fractal; (e) derivada na direção x ; (f) derivada na direção y ; (g) curvatura; (h) histograma de erro da curvatura; (i) histograma de erro da orientação.

Neste exemplo podemos observar que tanto a cobertura espacial do neurônio, quanto a radialidade da sua arborização dendrítica são importantes na estimativa de curvatura e orientação, pois neurônios mais complexos, mais radiais e menos tortuosos tendem a produzir resultados melhores.

6.2.3.2 Operador *DOE* com neurônios de geometria variada entre pares

O passo seguinte foi utilizar vários neurônios diferentes para compor as máscaras das exponenciais, porém compondo cada operador $\partial/\partial x$ ou $\partial/\partial y$ com o mesmo neurônio. Nesta e nas próximas investigações foram utilizados 8 neurônios sintetizados, de complexidades diferentes, e aleatoriamente selecionados para compor a máscara das exponenciais. A Figura 6.4 ilustra os 8 neurônios de dimensão 81x81 utilizados. O resultado obtido com o posicionamento das máscaras numa grade regular de distância 1, utilizando neurônios com raio da salsicha de Minkowski igual a zero, é ilustrado na Figura 6.5.

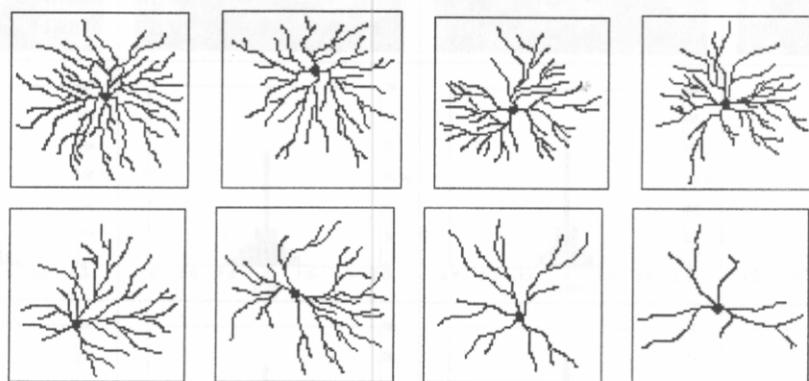
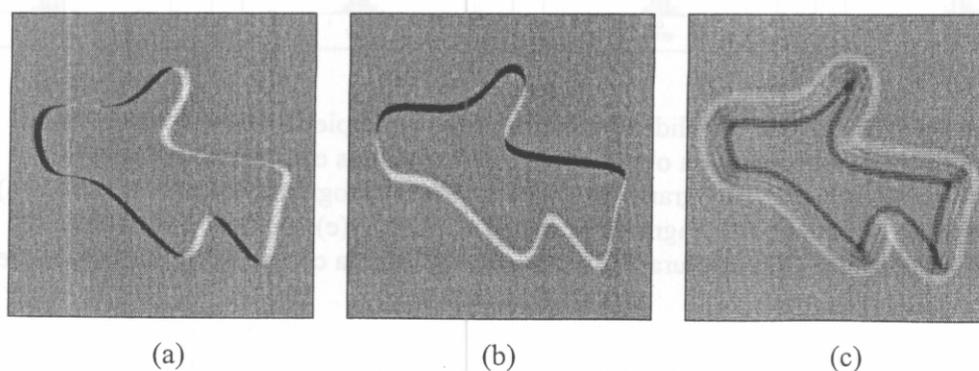


Figura 6.4 – Neurônios sintetizados utilizados para compor as máscaras das exponenciais.



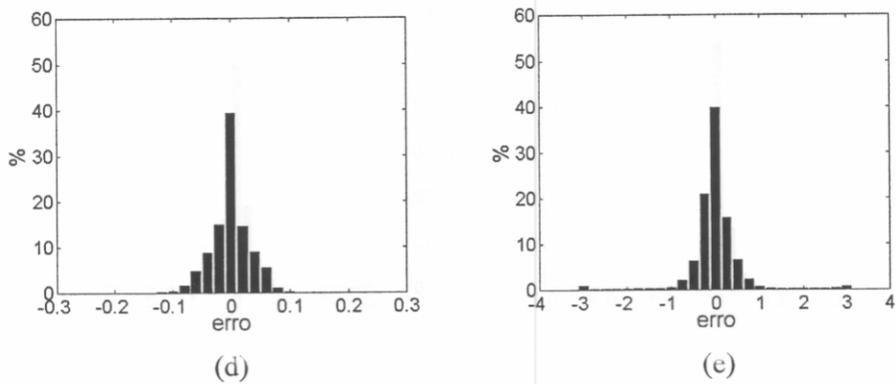
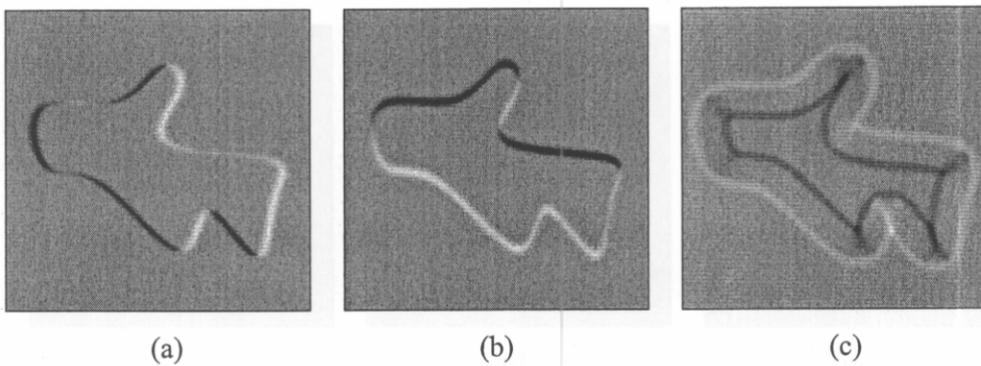


Figura 6.5 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com máscaras formadas por vários neurônios, porém com pares de neurônios iguais em cada máscara, com raio=0 e d=1; histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação.

Foram realizadas estimativas de curvatura e orientação variando-se a área de influência do neurônio com diferentes raios da salsicha de Minkowski. Como esperado, os resultados obtidos foram melhores para raios da salsicha de Minkowski maiores, onde é maior a cobertura espacial do neurônio. Na Figura 6.6 é ilustrado um exemplo de uma estimativa com o raio da salsicha de Minkowski igual a 2 e grade regular de distância 1. Verifica-se, neste caso, que os resultados são bem melhores em comparação com os resultados da Figura 6.5 cujo raio é zero.



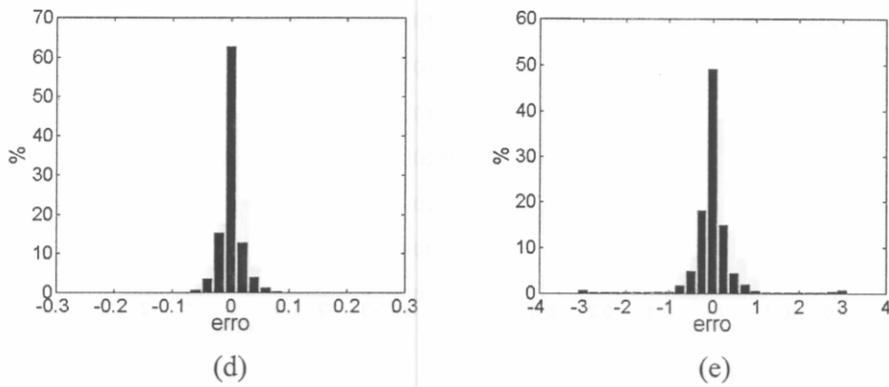
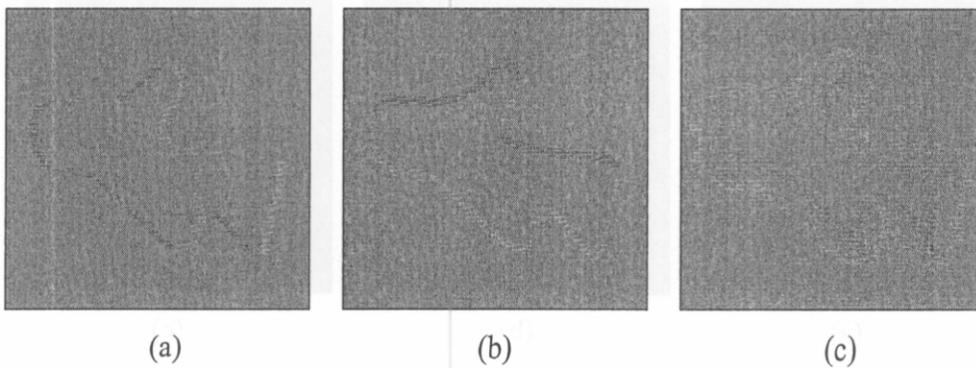


Figura 6.6 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com máscaras formadas por vários neurônios, porém com pares de neurônios iguais, raio=2 e d=1; histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x; (b) derivada na direção y; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação.

Até o momento apresentamos resultados de simulações no qual a distância da grade foi sempre 1. Foram realizadas simulações variando-se esta distância, e observou-se que aumentando a distância, a qualidade da curvatura e orientação vai se degradando, com algumas oscilações. A Figura 6.7 apresenta um exemplo da simulação com distância 3 e raio da salsicha de Minkowski igual a zero. Neste exemplo verifica-se que a estimativa de curvatura teve um desempenho pior, porém a estimativa de orientação não sofreu muitos danos, comparando-se com os resultados da Figura 6.5 na qual a distância utilizada é 1.



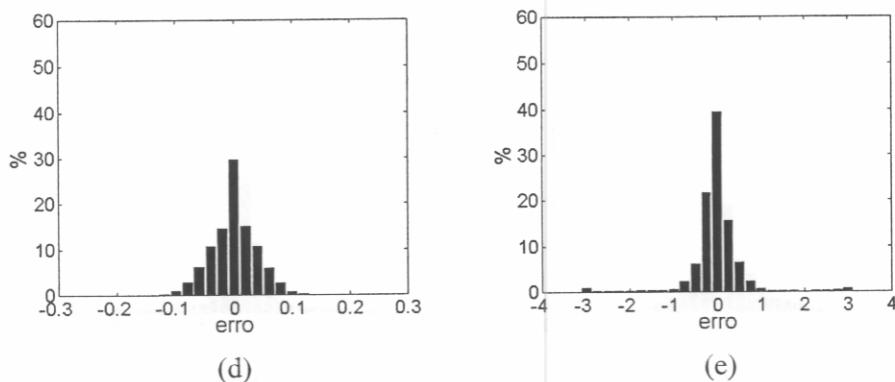
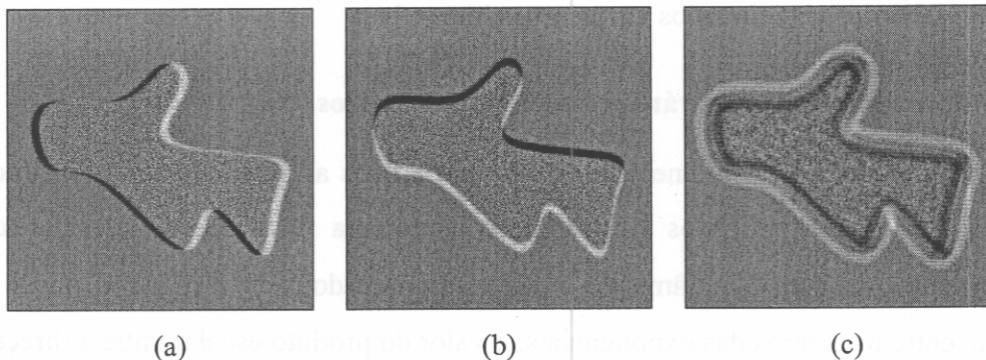


Figura 6.7 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com máscaras formadas por vários neurônios, porém com pares de neurônios iguais, raio=0 e $d=3$; histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação.

6.2.3.3 Operador *DOE* com neurônios de geometria variada a cada par

Nesta simulação utilizou-se neurônios diferentes para compor a máscara das exponenciais, mas manteve-se o uso da grade regular para posicionamento das máscaras. O resultado pode ser visualizado na Figura 6.8, com os respectivos histogramas de erro. Neste exemplo o raio da salsicha de Minkowski é zero e a distância da grade é 1.



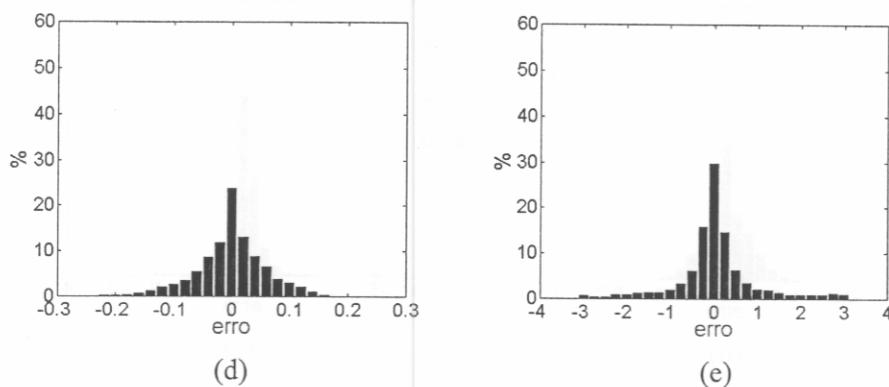


Figura 6.8 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com máscaras formadas por diferentes neurônios com pares de neurônios diferentes em cada máscara, com raio=0 e $d=1$; histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação.

Verifica-se nos resultados da Figura 6.8 uma degradação na qualidade da curvatura e orientação obtida. Os ruídos presentes nestes resultados são provenientes do uso de neurônios com geometrias diferentes na mesma máscara.

6.2.4 Terceira Aproximação

Na terceira aproximação utilizamos neurônios aleatoriamente distribuídos ao invés de neurônios posicionados em uma grade regular.

6.2.4.1 Operador *DOE* com vários neurônios aleatórios

Nesta aproximação os neurônios são distribuídos aleatoriamente no plano da imagem e estes são utilizados para compor a máscara *DOE*. Como mencionado anteriormente, existem 3 parâmetros a serem ponderados: o valor do δ que é a distância entre os centros das exponenciais, o valor do produto escalar entre a direção das máscaras $\partial/\partial x$ e $\partial/\partial y$ e o valor da distância entre os centros das máscaras $\partial/\partial x$ e $\partial/\partial y$.

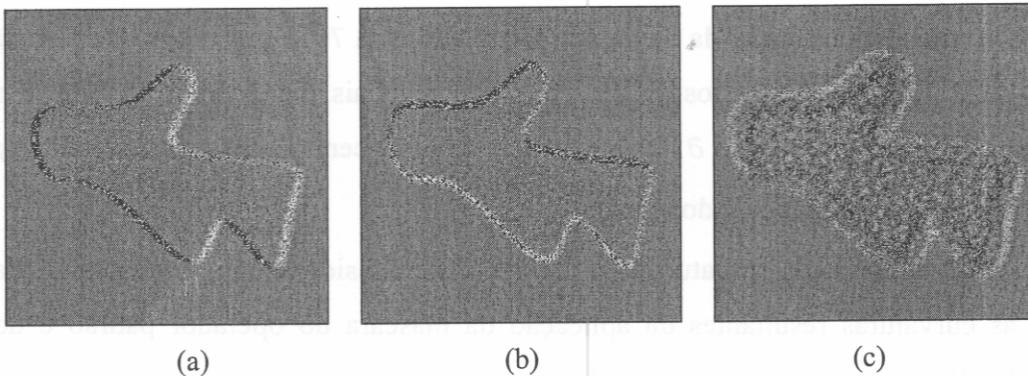
Um dos resultados deste tipo de investigação pode ser visualizado na Figura 6.9, onde os pesos utilizados para os 3 parâmetros citados acima foram todos iguais, e o limiar da qualidade foi definido como 70%, onde 100% significa que ambos os pares de neurônios apresentam uma distância δ ; os pares formam um ângulo de 90° e

os centros dos pares são coincidentes. Outros parâmetros envolvidos nesta abordagem são: o número de neurônios aleatórios a serem dispostos no plano da imagem, o número de pontos da imagem onde é feita a estimativa da curvatura e orientação e o raio da salsicha de Minkowski que define a área de influência dos neurônios.

Em todas as simulações anteriores a dimensão da imagem utilizada foi 513x513, porém nesta e nas próximas simulações com neurônios aleatórios a dimensão da imagem utilizada é 257x257 devido ao fato do tempo de execução para imagem 513x513 ser muito elevado.

No exemplo da Figura 6.9 o número de neurônios aleatórios distribuídos no plano da imagem é de 80% do número total de pixels da imagem, o número de pontos no qual é feita a estimativa é 65% do número de pixels da imagem e o raio da salsicha de Minkowski é zero.

Quanto maior o número de pontos avaliados, melhor o resultado obtido, para o mesmo número de neurônios aleatórios.



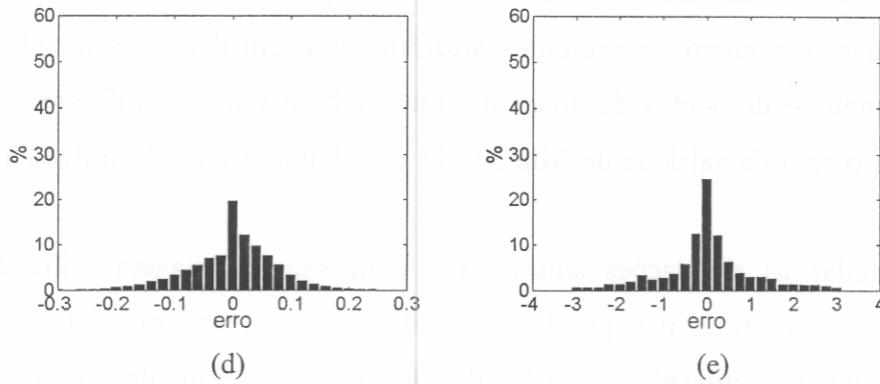


Figura 6.9 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com vários neurônios aleatórios e histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação.

A Tabela 6.3 apresenta os erros médios (Equação 6.7) obtidos na estimativa de curvatura e orientação variando-se o raio da salsicha de Minkowski, que reflete a área de influência do neurônio; o número de neurônios aleatoriamente distribuídos no plano da imagem; e o número de pontos onde foi calculado a curvatura. Os 2 últimos parâmetros são definidos em termos de porcentagem em relação ao número total de pontos da imagem. O limiar da qualidade foi fixado para 70% e os pesos dos demais parâmetros (distância entre os centros das exponenciais, produto escalar entre a direção das máscaras $\partial/\partial x$ e $\partial/\partial y$ e distância entre os centros das máscaras $\partial/\partial x$ e $\partial/\partial y$) foram considerados todos iguais.

O Erro médio da curvatura (E_c) foi calculado considerando a diferença média entre as curvaturas resultantes da aplicação da máscara do operador padrão e do operador *DOE* com vários neurônios aleatórios:

$$E_c = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \text{abs}(\tilde{C}_i - C_i) \quad (6.7)$$

sendo C a curvatura padrão, \tilde{C} a curvatura aproximada pelo operador *DOE* com vários neurônios aleatórios, e k o número de pontos onde foi calculada a curvatura.

O Erro médio da orientação foi calculado de forma análoga ao da curvatura, comparando-se os ângulos das orientações obtidas com o operador padrão e com o operador *DOE* com vários neurônios aleatórios.

Tabela 6.3 – Erro médio da estimativa de curvatura e orientação com neurônios aleatórios de acordo com o raio da salsicha de Minkowski, porcentagem de neurônios e porcentagem de pontos considerados.

Raio	Neurônios	Pontos	Erro médio	
			Curvatura	Orientação
0	80 %	30 %	0.0607	0.7179
0	80 %	50 %	0.0560	0.7146
0	80 %	65 %	0.0548	0.7080
0	80 %	67 %	0.0544	0.7105
1	80 %	65 %	0.0497	0.6985
2	80 %	65 %	0.0482	0.6696
0	90 %	50 %	0.0524	0.6309
0	90 %	65 %	0.0507	0.6213
0	90 %	70 %	0.0501	0.6228
1	90 %	65 %	0.0443	0.6279
2	90 %	65 %	0.0426	0.5751

6.2.4.2 Operador *DOE* com vários neurônios aleatórios usando filtros direcionáveis

Ao distribuímos aleatoriamente os neurônios no plano da imagem, aumentamos o realismo biológico, porém o desempenho da estimativa fica comprometido. Com o objetivo de melhorar o desempenho do modelo nos casos em que os pares de neurônios não formam um ângulo de 90° , fizemos o uso de filtros direcionáveis (seção 4.4.3).

Utilizando-se os filtros direcionáveis da Equação 5.7 garantimos a ortogonalidade das derivadas parciais, e assim os resultados obtidos são melhores, como pode ser visualizado na Figura 6.10, em relação aos resultados da Figura 6.9, pois neste exemplo considerou-se os mesmos parâmetros utilizados no exemplo anterior.

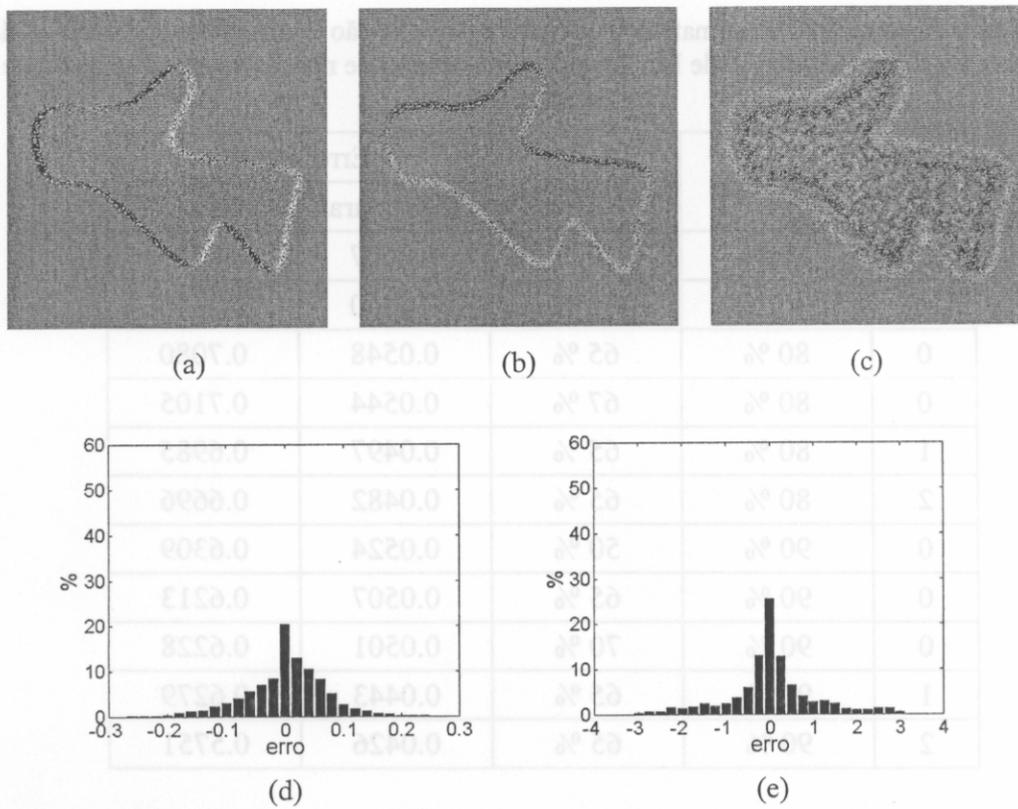


Figura 6.10 - Derivadas parciais e curvatura obtidas com vários neurônios aleatórios com filtros direcionáveis e histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação.

A Tabela 6.4 apresenta os erros médios (Equação 6.7) obtidos na estimativa de curvatura e orientação, variando-se o raio da salsicha de Minkowski; o número de neurônios aleatoriamente distribuídos no plano da imagem; e o número de pontos onde foi calculada a curvatura e orientação. Os 2 últimos parâmetros são definidos em termos de porcentagem em relação ao número total de pontos da imagem. O limiar da qualidade foi fixado para 70% e os pesos dos demais parâmetros (distância entre os centros das exponenciais, produto escalar entre a direção das máscaras $\partial/\partial x$ e $\partial/\partial y$ e distância entre os centros das máscaras $\partial/\partial x$ e $\partial/\partial y$) foram considerados todos iguais.

Tabela 6.4 – Erro médio da estimativa de curvatura e orientação com neurônios aleatórios e filtros direcionáveis, de acordo com o raio da salsicha de Minkowski, porcentagem de neurônios e porcentagem de pontos considerados.

Raio	Neurônios	Pontos	Erro médio	
			Curvatura	Orientação
0	80 %	30 %	0.0570	0.6934
0	80 %	50 %	0.0527	0.6848
0	80 %	65 %	0.0511	0.6842
0	80 %	67 %	0.0504	0.6789
1	80 %	65 %	0.0449	0.6657
2	80 %	65 %	0.0432	0.6202
0	90 %	50 %	0.0493	0.6069
0	90 %	65 %	0.0489	0.5970
0	90 %	70 %	0.0468	0.6083
1	90 %	65 %	0.0409	0.6021
2	90 %	65 %	0.0407	0.5464

6.2.4.3 Operador *DOE* com vários neurônios naturais aleatórios usando filtros direcionáveis

Para investigarmos a relação da morfologia dos neurônios naturais na estimativa de curvatura e orientação usando este modelo, realizamos simulações com células ganglionares da retina do gato. Estas células são planares e são encontradas em maior número na literatura. As células utilizadas foram extraídas de vários artigos sendo todas elas de excentricidade¹⁵ menor ou igual à 3 mm. Procuramos nos restringir a essas excentricidades porque as características das células mudam um pouco de acordo com a excentricidade.

As células ganglionares da retina do gato são morfologicamente classificadas como alfa, beta e gama [Boycott, 1974]. As células alfa apresentam tanto a arborização dendrítica quanto soma maior que as células beta, porém as células beta

¹⁵ Excentricidade: é a distância da localização da célula em relação a região central da retina (fóvea).

apresentam arborizações dendríticas mais densas. As células gama apresentam o menor soma e uma arborização dendrítica de diâmetro semelhante ao das células alfa, porém mais esparsa. As características acima são observadas quando são consideradas células de mesma excentricidade e também foi observado que as células gama são menos homogêneas que as células alfa e beta [Boycott, 1974; Saito, 1983; Fukuda, 1984].

Para utilizarmos as células alfa e beta disponíveis nos artigos, selecionamos células de excentricidade menor ou igual a 3 mm e as redimensionamos proporcionalmente para serem utilizadas nas máscaras. Como as células beta são bem menores que as células alfa, tivemos problemas de resolução no redimensionamento. Isso porque precisávamos redimensionar as células para ter dimensão máxima em torno de 80 pixels, pois a dimensão da imagem não pode ser aumentada muito devido a limitações de hardware. Ao redimensionarmos as maiores células (alfas) para essa dimensão (Figura 6.11), as células betas chegaram a ficar com dimensão em torno de 15 pixels, com resolução muito ruim (Figura 6.12).

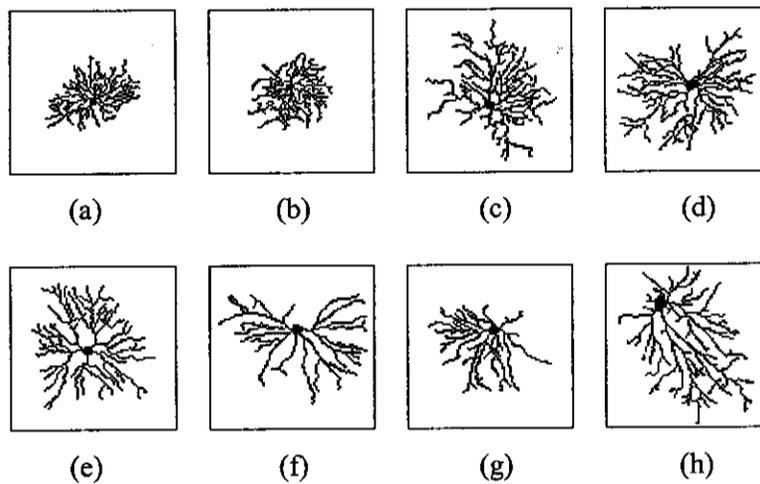
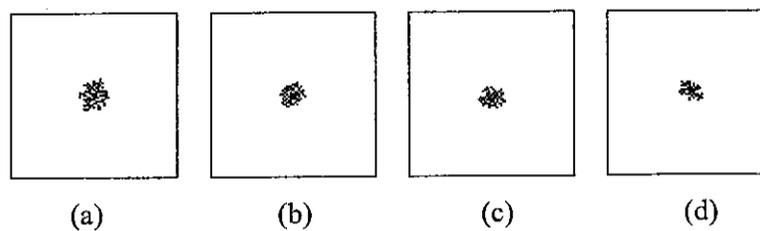


Figura 6.11 – Células ganglionares da retina do gato do tipo alfa. Extraídas de (a) [Boycott, 1974], (b), (c) e (d) [Fukuda, 1984], (e) [Saito, 1983], (f), (g) e (h) [Wässle, 1981], e redimensionadas proporcionalmente.



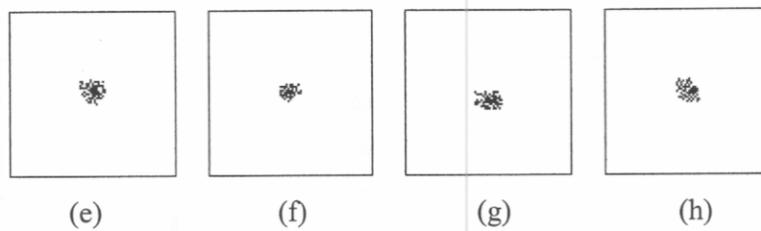
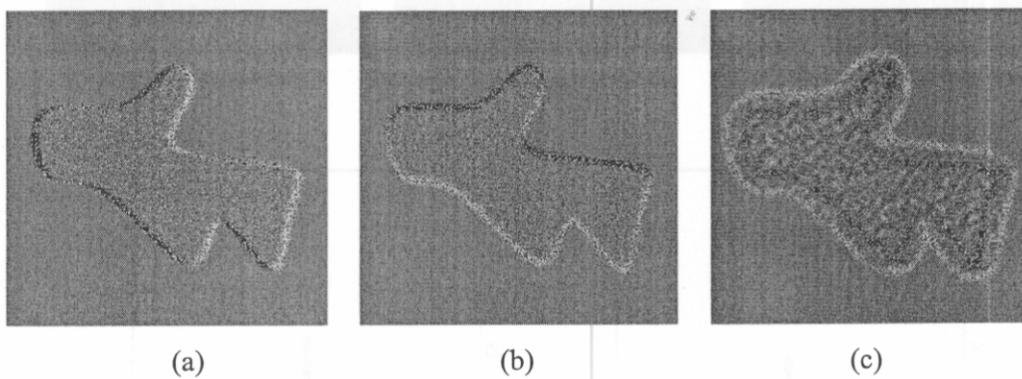


Figura 6.12 – Células ganglionares da retina do gato do tipo beta. Extraídas de (a) [Boycott, 1974], (b) e (c) [Dann, 1988], (d), (e), (f) e (g) [Fukuda, 1984] e (h) [Leventhal, 1983], e redimensionadas proporcionalmente.

Utilizando-se os neurônios naturais acima ilustrados, proporcionalmente redimensionados, realizou-se a estimativa de curvatura e orientação e os resultados obtidos são apresentados na Figura 6.13 e Figura 6.14. Os parâmetros utilizados são os seguintes: os pesos para os 3 parâmetros são todos iguais, o limiar de qualidade foi fixado para 70%, o número de neurônios é 80% do número de pixels da imagem e número de pontos onde são estimadas a curvatura e orientação é 65%.

Observa-se que nestas condições as células alfa apresentaram um melhor desempenho tanto na estimativa de curvatura como de orientação, comparadas com as células beta.



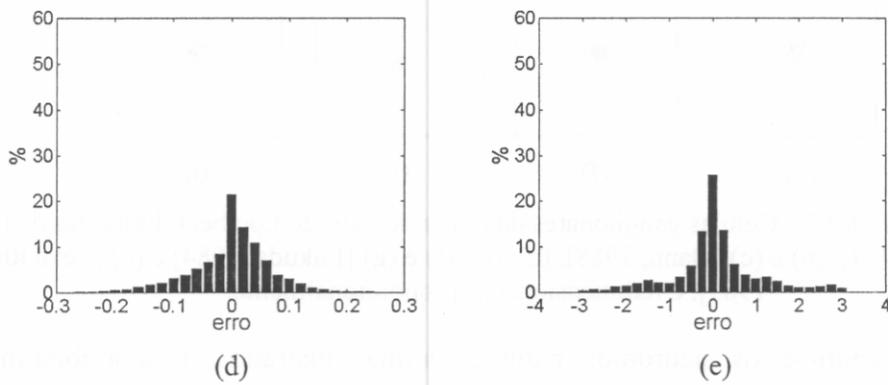


Figura 6.13 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com as células alfa da Figura 6.11 aleatórias com filtros direcionáveis e histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação.

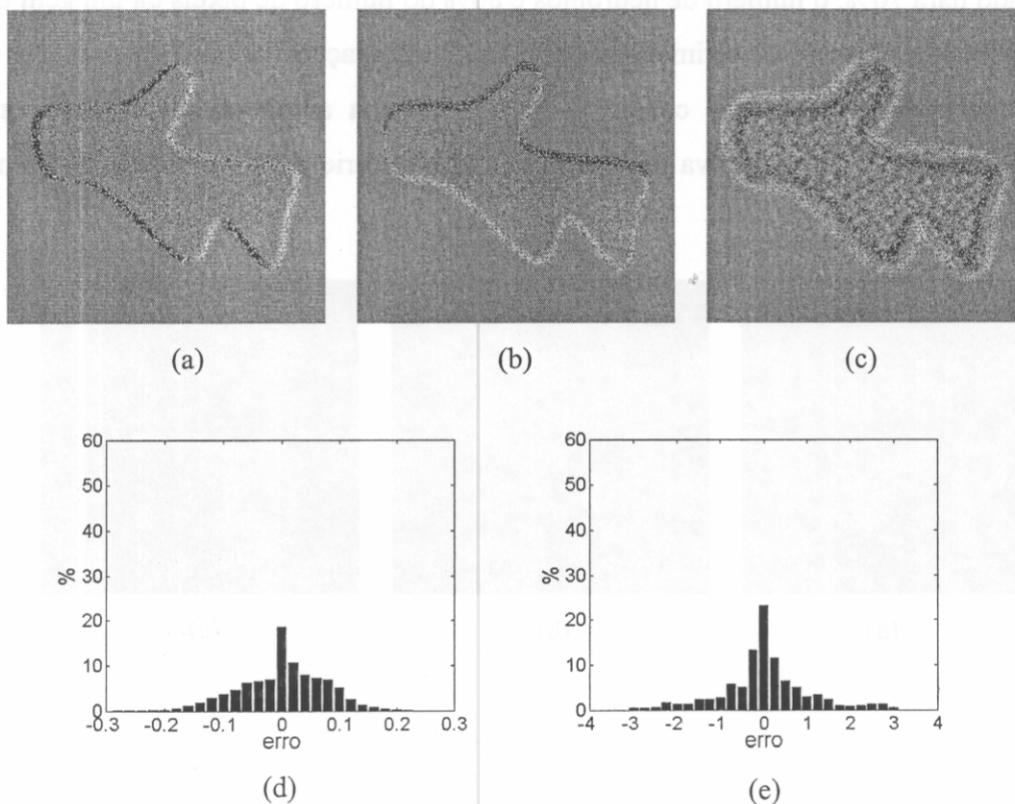


Figura 6.14 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com as células beta da Figura 6.12 aleatórias com filtros direcionáveis e histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação.

Para avaliarmos a influência da morfologia das células alfa e beta na estimativa de curvatura e orientação, as células foram redimensionadas de forma a ter

dimensão máxima em torno de 80 pixels. É importante observar que agora estamos realizando uma avaliação das características morfológicas das células alfa e beta, que apresentam dimensões semelhantes de arborização dendrítica, na estimativa de curvatura e orientação.

A Figura 6.15 e Figura 6.16 ilustram respectivamente as células alfa e beta redimensionadas para dimensão máxima em torno de 80 pixels. Os resultados das estimativas com as células alfa são apresentados na Figura 6.17, e os resultados das células beta são apresentados na Figura 6.18. Os parâmetros utilizados: pesos, limiar, número de neurônios e número de pontos onde são estimados a curvatura e orientação são os mesmos da simulação anterior.

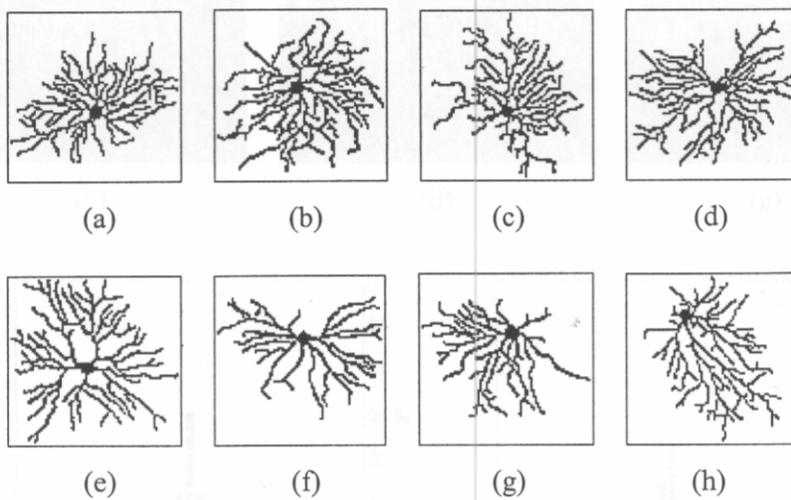
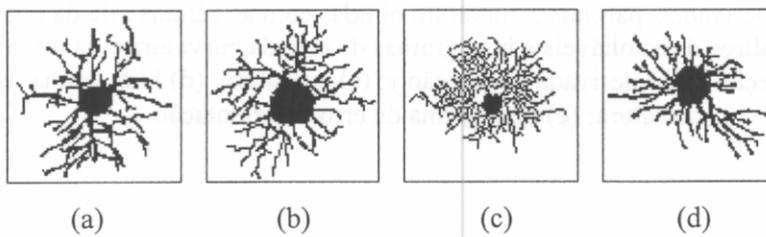


Figura 6.15 – Células ganglionares da retina do gato do tipo alfa. Extraídas de (a) [Boycott, 1974], (b), (c) e (d) [Fukuda, 1984], (e) [Saito, 1983], (f), (g) e (h) [Wässle, 1981], e redimensionadas para ter dimensão máxima em torno de 80 pixels.



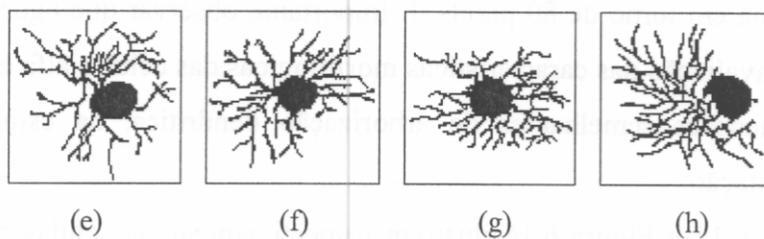


Figura 6.16 – Células ganglionares da retina do gato do tipo beta. Extraídas de (a) [Boycott, 1974], (b) e (c) [Dann, 1988], (d), (e), (f) e (g) [Fukuda, 1984] e (h) [Leventhal, 1983], e redimensionadas para ter dimensão máxima em torno de 80 pixels.

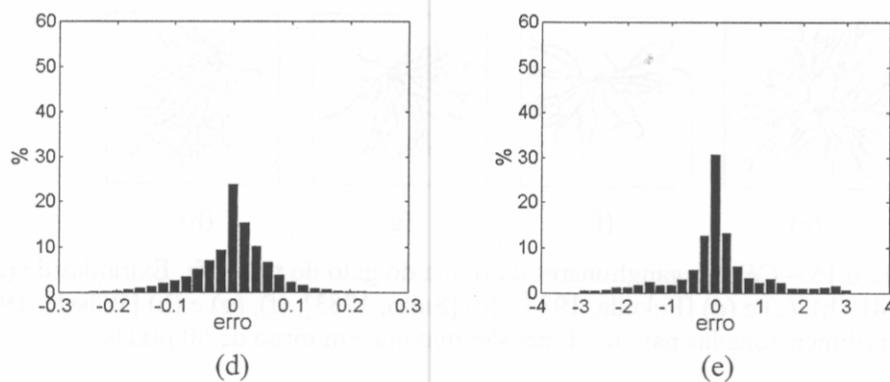
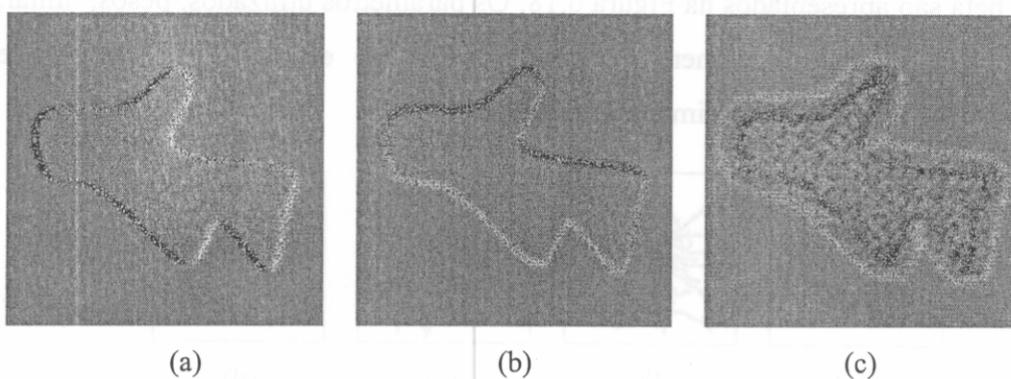


Figura 6.17 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com as células alfa da Figura 6.15 aleatórias com filtros direcionáveis e histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação.

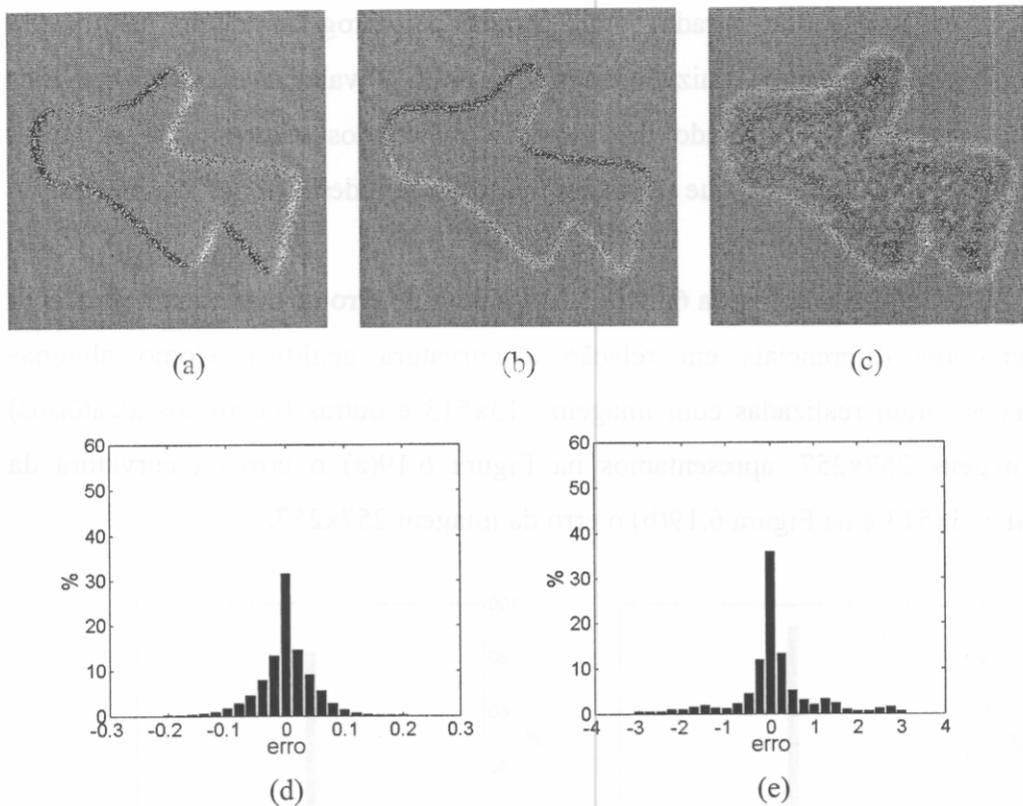


Figura 6.18 – Derivadas parciais e curvatura obtidas com as células beta da Figura 6.16 aleatórias com filtros direcionáveis e histogramas de erro da curvatura e da orientação; (a) derivada na direção x ; (b) derivada na direção y ; (c) curvatura; (d) histograma de erro da curvatura; (e) histograma de erro da orientação.

Analisando os resultados obtidos verificamos que as células beta apresentaram um desempenho melhor na estimativa de curvatura e orientação. Portanto podemos concluir desses resultados que entre as células alfa e beta que apresentam dimensões semelhantes de processos dendríticos, as células beta apresentam um melhor desempenho.

6.3 Validação dos resultados

Como mencionado anteriormente, a curvatura obtida com os operadores diferenciais bidimensionais foi utilizada como padrão de comparação da curvatura estimada com o modelo proposto. Para a validação da curvatura estimada, inicialmente temos que validar a curvatura obtida com os operadores diferenciais. Para tanto comparou-se a curvatura (divergente do gradiente normalizado) obtida com os operadores diferenciais com a curvatura analítica. A curvatura analítica bem

como a curva (imagem de entrada) foram geradas pelo programa de um membro do grupo de Visão Cibernética, Luiz Gonzaga Rios Filho. O valor da curvatura analítica no ponto discreto foi calculado fazendo-se a média dos valores das curvaturas analíticas de todos os pontos que se situam mais próximo desse ponto discreto que de qualquer outro ponto discreto.

Apresentamos na Figura 6.19 os histogramas de erro da curvatura obtida com os operadores diferenciais em relação a curvatura analítica. Como algumas simulações foram realizadas com imagem 513x513 e outras (neurônios aleatórios) com imagens 257x257, apresentamos na Figura 6.19(a) o erro da curvatura da imagem 513x513 e na Figura 6.19(b) o erro da imagem 257x257.

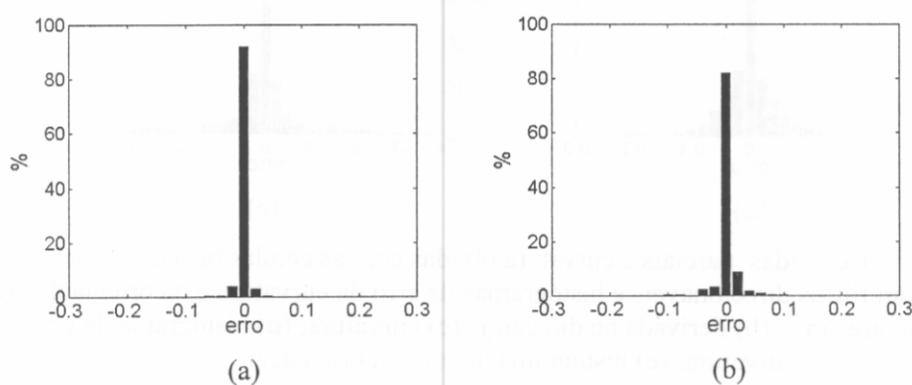


Figura 6.19 – Histograma de erro da curvatura padrão em relação a curvatura analítica nos pontos da curva (a) imagem com dimensão 513x513; (b) imagem com dimensão 257x257.

Podemos notar no histograma acima que estimando a curvatura através do operador divergente do gradiente normalizado, o erro em relação a curvatura analítica é bastante pequeno, validando portanto os resultados obtidos.

6.4 Conclusões

No início das simulações verificou-se que com a substituição do operador diferencial parcial padrão pelo operador *DOE* obtém-se resultados bons de estimativa principalmente de curvatura, o que pode ser visualizado na comparação da Figura 6.2 com a Figura 6.1 e nos resultados da Tabela 6.5(a).

Ao utilizarmos um único neurônio para compor todas as máscaras, pudemos investigar o desempenho desse neurônio na estimativa de curvatura e orientação (Figura 6.3 e Tabela 6.5(b)-(e)).

Verificou-se nesse caso que neurônios que apresentam uma cobertura espacial maior (dimensão fractal maior); processos com disposição radial e linear (menos curvos); e processos com alta simetria radial tendem a produzir melhores resultados (Figura 6.3).

A influência da cobertura espacial dos neurônios na estimativa de curvatura e orientação pode também ser comprovada pelo resultado da simulação na qual foi aumentado o raio da Salsicha de Minkowski de 0 para 2, aumentando portanto a área de influência do neurônio. Pode-se verificar que os resultados com o uso de raio = 2 (Figura 6.6 e Tabela 6.5(g)) são bem melhores que os resultados com raio = 0 (Figura 6.5 e Tabela 6.5(f)). Vale salientar que o raio da salsicha de Minkowski não deve ser proporcional ao tamanho do neurônio, e sim à influência do meio externo onde estão presentes os neurônios.

Baseado nos resultados acima, podemos concluir que o melhor desempenho do modelo é obtido quando os processos dendríticos dos neurônios preenchem toda a área em volta do soma, isto é, quando o neurônio com sua arborização dendrítica é algo semelhante a um círculo. Porém, biologicamente não é viável que todos os neurônios tenham a forma de círculos porque sem a variabilidade na forma dos neurônios não haveria variabilidade na função dos neurônios.

Para aumentar o realismo biológico, usou-se a grade de distância 3 ao invés de 1 e, neste caso, verificou-se que a estimativa de curvatura ficou comprometida, mas a estimativa de orientação não teve resultado muito diferente (Figura 6.7 e Tabela 6.5(h)).

Ao utilizarmos neurônios diferentes para compor a máscara do *DOE* verificou-se que tanto a estimativa de curvatura quanto de orientação ficaram piores (Figura 6.8 e Tabela 6.5(i)).

Nas últimas simulações nas quais os neurônios são posicionados aleatoriamente e as máscaras são compostas de neurônios diferentes, temos a situação em que mais se aproxima de uma estrutura neural real processando

curvatura e orientação. Mesmo nesses casos em que a aproximação do operador diferencial parcial fica bastante comprometida para permitir a plausibilidade biológica, ainda é possível realizar a estimativa de curvatura e orientação através deste modelo (Figura 6.9 e Tabela 6.5(j)). Porém o preço pago para adicionar realismo ao modelo é o acréscimo de requisitos computacionais que implica na execução lenta tornando-se impraticável para imagens e neurônios muito grandes.

O uso de filtros direcionáveis melhorou o desempenho da estimativa nos casos em que os pares de neurônios não são ortogonais (Figura 6.10 e Tabela 6.5(k)).

Foram realizadas simulações com células naturais e pode-se concluir que para células alfa e beta de excentricidade menores ou iguais a 3, as células alfa são melhores que as células beta na estimativa de orientação e curvatura segundo o modelo proposto (Figura 6.13, Figura 6.14, Tabela 6.5(l) e Tabela 6.5(m)). Porém, redimensionando as células de forma a terem dimensões de arborizações dendríticas semelhantes, as células beta apresentaram um resultado melhor (Figura 6.17, Figura 6.18, Tabela 6.5(n) e Tabela 6.5(o)).

A Tabela 6.5 apresenta os resultados numéricos das simulações realizadas e comentadas acima. Segue a descrição das abreviações utilizadas na Tabela 6.5.

NMG: Neurônios de Mesma Geometria.

NGVEP: Neurônios de Geometria Variada Entre Pares.

NGVCP: Neurônios de Geometria Variada a Cada Par.

VNA: Vários Neurônios Aleatórios.

VNAFD: Vários Neurônios Aleatórios com Filtros Direcionáveis.

VNANNFD: Vários Neurônios Aleatórios Não Normalizados com Filtros Direcionáveis.

VNANFD: Vários Neurônios Aleatórios Normalizados com Filtros Direcionáveis.

Neurônio1, Neurônio2, Neurônio3, Neurônio4, α e β : nomes dos neurônios.

r: raio da Salsicha de Minkowski.

d: distância da grade.

80%: porcentagem de neurônios aleatórios.

65%: porcentagem de pontos onde foram estimadas a curvatura e orientação.

70%: limiar de qualidade.

TI: Todos Iguais, refere-se aos pesos dos 3 parâmetros utilizados na abordagem de neurônios aleatórios.

Tabela 6.5 – Erro médio da estimativa de curvatura e orientação através do operador *DOE*.

	Estimativa através do operador <i>DOE</i>	Erro médio	
		Curvatura	Orientação
(a)	sem neurônio	0.0070	0.2196
(b)	NMG, neurônio1, $r=0$, $d=1$	0.0145	0.2416
(c)	NMG, neurônio2, $r=0$, $d=1$	0.0197	0.2509
(d)	NMG, neurônio3, $r=0$, $d=1$	0.0264	0.2829
(e)	NMG, neurônio4, $r=0$, $d=1$	0.0528	0.3281
(f)	NGVEP, $r=0$, $d=1$	0.0225	0.3247
(g)	NGVEP, $r=2$, $d=1$	0.0113	0.2758
(h)	NGVEP, $r=0$, $d=3$	0.0286	0.3247
(i)	NGVCP, $r=0$, $d=1$	0.0432	0.5635
(j)	VNA, $r=0$, 80%, 65%, 70%, TI	0.0548	0.7080
(k)	VNAFD, $r=0$, 80%, 65%, 70%, TI	0.0511	0.6842
(l)	VNANNFD, α , $r=0$, 80%, 65%, 70%, TI	0.0490	0.6565
(m)	VNANNFD, β , $r=0$, 80%, 65%, 70%, TI	0.0578	0.6982
(n)	VNANFD, α , $r=0$, 80%, 65%, 70%, TI	0.0458	0.6336
(o)	VNANFD, β , $r=0$, 80%, 65%, 70%, TI	0.0343	0.5688

O objetivo deste trabalho foi averiguar a viabilidade da estimativa de curvatura e orientação por neurônios, segundo o modelo proposto. Os resultados foram satisfatórios e há uma plausibilidade biológica no modelo, pois foram embutidas no mesmo algumas propriedades eletrofisiológicas inerentes aos neurônios. A viabilidade deste modelo pode ser comprovada pelos resultados apresentados.

A seguir apresentamos os campos receptivos de alguns neurônios naturais, segundo o modelo proposto para estimativa de curvatura e orientação. A região mais excitatória se encontra no centro do soma onde fica centrada a exponencial decrescente que modela o decaimento eletrotônico ao longo dos dendritos. Portanto

as sinapses que acontecem nos pontos mais distantes do centro do soma, ao longo dos dendritos, contribuem menos na resposta deste neurônio.

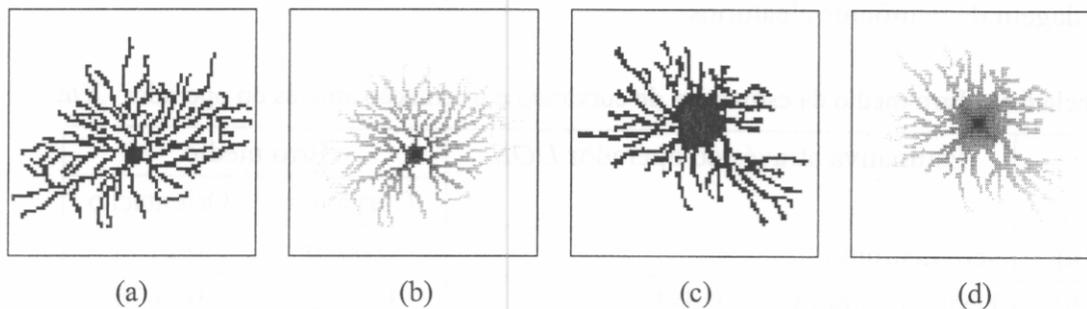


Figura 6.20 – Neurônios e seus campos receptivos (a) célula alfa; (b) campo receptivo da célula alfa; (c) célula beta; (d) campo receptivo da célula beta.

7 Conclusões

7.1 Considerações Finais

Este trabalho iniciou-se com uma apresentação rápida de revisão do sistema visual e modelos de neurociência computacional relacionados ao tema desenvolvido. Em seguida foram apresentadas algumas medidas neuromorfométricas, incluindo algumas por nós propostas, como é o caso do histograma de influência bidimensional e tridimensional. O histograma de influência avalia a área de influência ou cobertura espacial de neurônios e pode ser utilizada também para classificação de neurônios. Apresentamos também meios de representar ou simular as influências vetoriais bidimensionais e tridimensionais como a do campo elétrico e difusão de quimioatratores. Ainda neste contexto de neuromorfometria foi desenvolvido mecanismo de extração de medidas de neurônios naturais bidimensionais e tridimensionais para a posterior construção de neurônios artificiais com características naturais.

Prosseguindo, apresentamos a importância da curvatura na representação e reconhecimento de formas e superfícies bidimensionais e realizamos uma revisão bibliográfica de trabalhos psicofísicos, fisiológicos e alguns modelos que investigam o processamento de curvatura. Em seguida apresentamos algumas técnicas utilizadas no modelo proposto de estimativa de curvatura e orientação.

Por fim, propomos um modelo neuromórfico para estimativa de curvatura e orientação baseado em operadores diferenciais utilizando dois neurônios, um simulando a sinapse excitatória e outro a sinapse inibitória. Neste modelo foi incorporado a propriedade eletrofisiológica de decaimento eletrotônico que é simulada pela exponencial decrescente. Inicialmente os estímulos foram apresentados a uma rede regular de neurônios todos iguais. Assim, pudemos avaliar e discutir a influência da morfologia e cobertura espacial dos neurônios na estimativa de curvatura e orientação. Para aumentar a plausibilidade biológica, distribuimos

aleatoriamente os neurônios, e para melhorar o desempenho na estimativa de curvatura e orientação, utilizamos filtros direcionáveis.

No que tange ao estudo da relação forma/função, foi feita uma análise das características dos neurônios que estão provavelmente relacionadas com um bom desempenho na estimativa de curvatura e orientação. Foram apresentados resultados de simulações com o modelo proposto usando neurônios sintetizados e naturais.

No Apêndice A é apresentado um estudo do mapeamento log-polar que ocorre da retina para o córtex. São também apresentados alguns resultados de implementações realizadas e é proposta uma melhoria numa das abordagens desse mapeamento.

7.2 Conclusões Gerais

Os histogramas de influência quantificam a cobertura espacial e refletem o quanto os neurônios influenciam o espaço em sua volta. Esses histogramas constituem uma medida de caracterização morfológica interessante porque são capazes de modelar diferentes fenômenos mudando-se a função de espalhamento da influência. O fenômeno modelado pode ser a difusão de quimioatratores, o campo elétrico estabelecido em volta dos neurônios que governa o desenvolvimento dos cones de crescimento ou a probabilidade de ocorrer sinapses durante a morfogênese.

A extensão do conceito de cobertura espacial para expressar a influência vetorial (direção e sentido da influência) é de grande importância para a simulação estática e dinâmica do desenvolvimento dos cones de crescimento baseados nos campos elétricos, quimioatratores, etc.

A extração de medidas de neurônios tridimensionais como o comprimento dos segmentos dendríticos primários, secundários, etc., ângulo entre os segmentos dendríticos, o tamanho dos segmentos de retas que constituem os segmentos dendríticos, ângulos entre esses segmentos de retas, número de bifurcações, etc. são importantes e indispensáveis para a reconstrução e sintetização de neurônios tridimensionais com arborizações dendríticas realistas.

O modelo para estimativa de curvatura e orientação por estruturas neurais procura investigar a viabilidade de estimativa de curvatura e orientação, incorporando aspectos biologicamente realistas no modelo.

Quando uma curva bidimensional é representada na forma paramétrica, sendo o comprimento de arco o seu parâmetro, a segunda derivada da curva em relação ao comprimento de arco constitui a curvatura (seção 4.4.1). Em muitos trabalhos a curvatura é calculada pela forma acima descrita, através do operador diferencial unidimensional, porém é muito improvável que o sistema visual crie uma lista de pontos de contorno da curva para ser diferenciada duas vezes [Koenderink, 1988]. Na visão biológica, um operador bidimensional é mais plausível, por isso no modelo proposto de estimativa de curvatura, utilizamos o divergente do gradiente normalizado (seção 4.4.1) para determinar a curvatura, pois partindo desta definição, pode-se fazer o produto interno da máscara do operador diferencial bidimensional com o estímulo, o que é mais realista. Porém o operador diferencial bidimensional apresenta uma desvantagem em relação ao operador unidimensional no cálculo de curvaturas de contornos que se apresentam a uma distância menor do que a metade da dimensão da máscara do operador bidimensional. Nesses casos há uma influência não desejada do contorno que se apresenta próximo ao ponto do contorno onde se deseja calcular a curvatura.

Diferentemente da maioria dos algoritmos de redes neurais artificiais, o modelo proposto leva em consideração a geometria dos neurônios. Há também uma interação lateral entre os neurônios da rede, o que é um dos aspectos importantes de uma rede neural biológica. Outra característica interessante do modelo é que a rede não é supervisionada, não precisando portanto de treinamento. Porém, alguns aspectos da rede considerada neste modelo não são biologicamente realistas. Por exemplo, as conexões que um neurônio recebe são consideradas todas excitatórias ou todas inibitórias, o que não é real, pois os neurônios em geral podem receber conexões excitatórias e inibitórias.

O objetivo deste modelo foi estudar a sua capacidade e investigar uma possível organização do córtex visual para estimativa de curvatura e não construir um sistema prático para determinar a curvatura de objetos. O modelo proposto além

de incorporar vários realismos biológicos, apresentou um desempenho considerável. O modelo condiz com a linha de pesquisa que sugere que a curvatura é processada em uma segunda instância após o processamento de orientação [Blakemore, 1974; Watt, 1982; Watt, 1984; Wilson, 1985; Dobbins, 1987; Dobbins, 1989; Wilson, 1989]. No modelo proposto, o mesmo mecanismo que discrimina orientação discrimina também curvatura. Neste sentido o modelo se assemelha ao modelo de Wilson [Wilson, 1985], no qual os campos receptivos das células simples, que são seletivos a orientação, são também responsáveis pela discriminação de curvatura.

Ogilvie e Daicar [Ogilvie, 1967] assim como Watt e Andrews [Watt, 1982] observaram em seus experimentos psicofísicos que a estimativa de curvatura de estímulos cuja orientação é horizontal ou vertical apresenta um desempenho melhor que a orientação oblíqua. Sob esse ponto de vista, o modelo proposto não privilegia nenhuma orientação específica do estímulo na estimativa de curvatura.

Watt e Andrews [Watt, 1982] sugerem que a orientação é um elemento básico na discriminação de curvatura o que condiz com o modelo por nós proposto. Watt [Watt, 1984] sugere que a curvatura é calculada através da derivada da orientação, mas no modelo proposto, a curvatura é calculada através do divergente do gradiente normalizado.

7.3 Contribuições

Uma das contribuições deste trabalho refere-se às medidas neuromorfométricas para caracterização, classificação e reconstrução de neurônios. Foram propostos e implementados histogramas de influência para neurônios bidimensionais e tridimensionais e esta medida mostrou ser eficiente na quantificação da área de influência dos neurônios e mostrou ser útil também na classificação de neurônios. Também foram propostas e implementadas medidas de influências vetoriais bidimensionais e tridimensionais que um neurônio pode exercer ao seu redor. Essas influências vetoriais permitem simular o campo elétrico estabelecido em volta dos neurônios ou a influência de quimioatratantes que direcionam os cones de crescimento. Ainda no que se refere às medidas de

neurônios, foi desenvolvido uma estratégia para extração de medidas de neurônios bidimensionais e tridimensionais como o comprimento dos segmentos dendríticos primários, secundários, etc. ângulo entre os segmentos dendríticos, número de bifurcações, comprimento dos segmentos de reta que constituem os segmentos dendríticos, ângulos entre esses segmentos de reta, etc. Essas medidas são extraídas de neurônios codificados em Eutectic e foram utilizadas para a síntese de neurônios artificiais morfologicamente realistas. Faz parte também das contribuições o programa que interpreta o código Eutectic e faz a visualização tridimensional de neurônios.

A principal contribuição deste trabalho é a proposta e a implementação de um modelo para estimativa de curvatura e orientação que incorpora o decaimento eletrotônico inerente aos neurônios e utiliza estratégias biologicamente mais plausíveis que as redes neurais artificiais. Um dos pontos a destacar no modelo é que realiza estimativa de curvatura e orientação baseado em operadores diferenciais bidimensionais e não operadores unidimensionais, tornando-o biologicamente mais plausível. Ao acrescentar mais realismo biológico no modelo, este tende a ter um desempenho inferior do que o modelo matemático original, porém ainda apresenta resultados satisfatórios. O modelo foi testado utilizando-se neurônios sintéticos e naturais e baseado nos resultados obtidos podemos concluir que neurônios com cobertura espacial maior, com processos dendríticos mais radiais e radialmente distribuídos de forma simétrica, são melhores na estimativa de curvatura e orientação. Verificamos também, que a densidade dos neurônios é outro fator que influencia no desempenho do modelo, de forma que quanto mais densa a rede, melhor a estimativa de curvatura e orientação. Quanto às células naturais, observou-se que dentre as células ganglionares da retina do gato testadas, as células do tipo alfa apresentaram um desempenho melhor do que as células beta, quando considerados células de uma mesma região da retina, sem normalização dos mesmos. Porém, fazendo-se a normalização pelo diâmetro da arborização dendrítica e analisando a densidade da arborização dendrítica, o tamanho do soma, etc., verificou-se que as células beta apresentaram um desempenho melhor.

Também constitui uma das contribuições deste trabalho, o levantamento bibliográfico dos estudos existentes na literatura que investigam processamento de curvatura.

7.4 Desenvolvimentos Futuros

As simulações apresentadas neste trabalho foram realizadas com um microcomputador Pentium II de 350 MHz e 128 Mbytes de memória RAM. Sugerimos como um dos trabalhos futuros, a realização de outras simulações com neurônios e imagens de dimensões maiores utilizando recursos computacionais mais avançados que viabilizem uma melhor investigação da influência da cobertura espacial e outras características das arborizações dendríticas na estimativa de curvatura e orientação segundo o modelo proposto.

Outras sugestões para trabalhos futuros são:

- Investigar a viabilidade de realizar estimativa de curvatura e orientação baseado no modelo proposto, mas com os estímulos mapeados no córtex através do mapeamento log-polar (Apêndice A).
- Investigar analiticamente a aproximação do operador diferencial parcial pelo operador da diferença de exponenciais.
- Os erros calculados foram todos baseados em uma única fórmula (Equação 6.7), devido a questão de tempo para validação. Outras fórmulas de cálculo do erro devem ser testadas para a investigação dos resultados.
- Introduzir paralelismo no modelo para torná-lo mais real e mais rápido.
- Usar pesos sinápticos diferentes para aumentar a plausibilidade biológica.
- Avaliar melhor a influência dos vários parâmetros envolvidos no modelo com distribuição aleatória de neurônios como: os 3 parâmetros utilizados na determinação do melhor par para compor a máscara $\partial/\partial y$, o limiar de qualidade desse par, etc.
- Introduzir refinamentos adicionais no modelo para incorporar mecanismos inteligentes que ajustem os parâmetros do modelo.

8 Referências Bibliográficas

- [Anderson, 1995] Anderson, J.A. *An Introduction to Neural Networks*, The MIT Press, USA, 1995.
- [Andrews, 1973] Andrews, D.P.; Butcher, A.K.; Buckley, B.R. Acuties for spatial arrangement in line figures: human and ideal observers compared, *Vision Research*, v.13, p.599-620, 1973.
- [Araujo, 1996] Araujo, H.; Dias, J.M. An introduction to the log-polar mapping, *Proceedings of II Workshop on Cybernetic Vision*, São Carlos, SP, p.139-144, December 1996.
- [Araújo, 1998] Araújo, P.V. *Geometria Diferencial*, Coleção Matemática Universitária, INPE, Rio de Janeiro, 1998.
- [Asada, 1986] Asada, H.; Brady, M. The curvature primal sketch, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v.8, n.1, p.2-14, 1986.
- [Attneave, 1954] Attneave, F. Some informational aspects of visual perception, *Psychological Reviews*, v.61, p.183-193, 1954.
- [Baron, 1987] Baron, R.J. *The Cerebral Computer: An Introduction to the Computational Structure of the Human Brain*, Lawrence Erlbaum Associates, Inc., 1987.
- [Bederson, 1993] Bederson, B.B.; Wallace, R.S.; Schwartz, E.L. A miniaturized space-variant active vision system: Cortex-I, in *Artificial Neural Networks for Speech and Vision*, edited by Richard J. Mammone, Chapman & Hall, London, 1993.

- [Bedlack, 1992] Bedlack, R.S.Jr.; Wei, M.-d; Loew, L.M. Localized membrane depolarizations and localized calcium influx during electric field-guided neurite growth, *Neuron*, v.9, p.393-403, 1992.
- [Blakemore, 1974] Blakemore, C.; Over, R. Curvature detectors in human vision?, *Perception*, v.3, p.3-7, 1974.
- [Blasdel, 1986] Blasdel, G.G.; Salama, G. Voltage-sensitive dyes reveal a modular organization in monkey striate cortex, *Nature*, v.321, p.579-585, 1986.
- [Blasdel 1992(a)] Blasdel, G.G. Differential imaging of ocular dominance and orientation selectivity in monkey striate cortex, *The Journal of Neuroscience*, v.12, n.8, p.3115-3138, 1992.
- [Blasdel 1992(b)] Blasdel, G.G. Orientation selectivity, preference, and continuity in monkey striate cortex, *The Journal of Neuroscience*, v.12, n.8, p.3139-3161, 1992.
- [Bonhoeffer, 1991] Bonhoeffer, T.; Grinvald, A. Iso-orientation domains in cat visual cortex are arranged in pinwheel-like patterns, *Nature*, v.353, p.429-431, 1991.
- [Boycott, 1974] Boycott, B.B.; Wässle, H. The morphological types of ganglion cells of the domestic cat's retina, *Journal of Physiology*, v.240, p.397-419, 1974.
- [Bower, 1995] Bower, J.M.; Beeman, D. *The Book of GENESIS*, Springer-Verlag, New York, 1995.
- [Braitenberg, 1979] Braitenberg, V.; Braitenberg, C. Geometry of orientation columns in the Visual Cortex, *Biological Cybernetics*, v.33, p.179-186, 1979.
- [Brown, 1994] Brown, M.J.; Loew, L.M. Electric field-directed fibroblast locomotion involves cell surface molecular reorganization and is calcium independent, *Journal of Cell Biology*, v.127, n.1, p.117-128, 1994.
- [Buser, 1992] Buser, P.; Imbert, M., *Vision*, The MIT Press, 1992.

- [Capowski, 1981] Capowski, J.J.; Sedivec, M.J. Accurate computer reconstruction and graphics display of complex neurons utilizing state-of-art interactive techniques, *Computer and Biomedical Research*, v.14, p.518-532, 1981.
- [Capowski, 1989] Capowski, J.J. *Computer Techniques in Neuroanatomy*, Plenum Press, New York, 1989.
- [Cesar, 1997(a)] Cesar Jr, R.M.; Costa, L.F. Application and assessment of multiscale bending energy for morphometric characterization of neural cells, *Review of Scientific Instruments*, v.68, n.5, p.2177-2186, 1997.
- [Cesar, 1997(b)] Cesar Jr, R.M. Análise Multi-Escala de Formas Bidimensionais, Tese de doutorado IFSC – USP – São Carlos, 1997.
- [Challacombe, 1996] Challacombe, J.F.; Snow, D.M.; Letourneau, P.C. Role of the cytoskeleton in growth cone motility and axonal elongation, *The Neurosciences*, v.8, p.67-80, 1996.
- [Coelho, 1995] Coelho, R.C.; Costa, L.F. The box counting fractal dimension: does it provide an accurate subsidy for experimental shape characterization? If so, how to use it?, *Anais do VIII SIBGRAPI*, p.183-190, 1995.
- [Coelho, 1996] Coelho, R.C.; Costa, L.F. On the application of the Bouligand-Minkowski fractal dimension for shape characterization, *Applied Signal Processing*, v.3, p.163-176, 1996.
- [Coelho, 1998] Coelho, R.C. *Síntese, modelagem e simulação de estruturas neurais morfológicamente realísticas*, Tese de doutorado IFSC, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.
- [Coelho, 2000] Coelho, R.C.; Costa, L. F. Realistic neuromorphic models and their application to neural reorganization simulations, *Journal of Computational Neuroscience*, 2000 (submetido).
- [Costa, 1995] Costa, L.F. Computer vision based morphometric characterization of neural cells, *Review of Scientific Instruments*, v.66, p.3770-3773, 1995.

- [Costa, 1997] Costa, L.F. *Novas perspectivas em neuromorfometria e neuromodelagem*, tese de Livre-Docência, IFSC, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1997.
- [Costa, 1999(a)] Costa, L.F.; Cesar Jr., R.M.; Coelho, R.C.; Tanaka, J.S. Analysis and synthesis of morphologically realistic neural networks, in *Modeling in the Neurosciences: From Ionic Channels to Neural Networks*, edited by Roman R. Poznanski, Harwood Academic Publishers, p.505-527, 1999.
- [Costa, 1999(b)] Costa, L.F.; Manoel, E.T.M.; Tanaka, J.S., A new model for neural curvature detection and its investigation in terms of neuromorphometric measures, *Proceedings of I International Seminar on Bioelectronic Interfaces and III Workshop on Cybernetic Vision*, Campinas, SP, p.18-24, February 1999.
- [Costa, 2000] Costa, L.F.; Rios-Filho, L.G.; Tanaka, J.S.; Manoel, E.T.M. Morphofunctional roles of neurons in volume transmission, in *Biophysical Neural Networks: Foundations of Integrative Neuroscience*, edited by Roman R. Poznanski, Mary Ann Liebert Publishers, New York, 2000 (em preparo).
- [Churchland, 1992] Churchland, P.S.; Sejnowski, T.J. *The Computational Brain*, The MIT Press, USA, 1992
- [Dacey, 1993] Dacey, D.M. Mosaic of midget ganglion cells in the human retina, *Journal of Neuroscience*, v.13, n.12, p.5334-5355, 1993.
- [Daniel, 1961] Daniel, P.M. and Whitteridge, D. The representation of the visual field on the cerebral cortex in monkeys, *Journal of Physiology*, v.159, p.203-221, 1961.
- [Danielsson, 1990] Danielsson, P-E; Seger, O., Rotation invariance in gradient and higher order derivative detectors, *Computer Vision and Image Processing*, v.49, p.198-221, 1990.

- [Dann, 1988] Dann, J.F.; Buhl, E.H.; Peichl, L. Postnatal dendritic maturation of alpha and beta ganglion cells in cat retina, *Journal of Neuroscience*, v.8, n.5, p.1485-1499, 1988.
- [Dobbins, 1987] Dobbins, A.; Zucker, S.W.; Cynader, M.S. Endstopped neurons in the visual cortex as a substrate for calculating curvature, *Nature*, v.329, n.1, p.438-441, 1987.
- [Dobbins, 1989] Dobbins, A.; Zucker, S.W.; Cynader, M.S., Endstopping and curvature, *Vision Research*, v.29, n.10, p.1371-1387, 1989.
- [Dowling, 1992] Dowling, J.E. *Neurons and Networks: An Introduction to Neuroscience*, The Belknap of Harvard University Press, USA, 1992.
- [Fahle, 1986] Fahle, M. Curvature detection in the visual-field and a possible physiological correlate, *Experimental Brain Research*, v.63, n.1, p.113-124, 1986.
- [Fahle, 1991] Fahle, M. Parallel perception of vernier offsets, curvature, and chevrons in humans, *Vision Research*, v.31, n.12, p.2149-2184, 1991.
- [Foster, 1993] Foster, D.H.; Simmons, D.R.; Cook, M.J. The cue for contour-curvature discrimination, *Vision Research*, v.33, n.3, p.329-341, 1993.
- [Freeman, 1991] Freeman, W.T.; Adelson, E.H. The design and use of steerable filters, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v.13, n.9, p.891-906, 1991.
- [Fukuda, 1984] Fukuda, Y.; Hsiao, C.-F.; Watanabe, M.; Ito, H. Morphological correlates of physiologically identified Y-, X-, and W-cells in cat retina, *Journal of Neurophysiology*, v.52, n.6, p.999-1013, 1984.
- [Goldstein, 1989] Goldstein, E.B. *Sensation and Perception*, Wadsworth Publishing Company, 1989.
- [Goodman, 1996] Goodman, C.S. Mechanisms and molecules that control growth cone guidance, *Annual Reviews in Neuroscience*, v.19, p.341-377, 1996.

- [Haan, 1995] Haan, E. Edge-curvature discriminability argues against explicit curvature detectors, *Journal of Optical Society of America – A*, v.12, n.2, p.202-213, 1995.
- [Hammond, 1978] Hammond, P.; Andrews, D.P. Collinearity tolerance of cells in areas 17 and 18 of the cat's visual cortex: Relative sensitivity to straight lines and chevrons, *Experimental Brain Research*, v.31, p.329-339, 1978.
- [Haykin, 1999] Haykin, S. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, second edition, Prentice Hall, New Jersey, 1999.
- [Heggelund, 1975] Heggelund, P.; Hohmann, A. Responses of striate cortical cells to moving edges of different curvatures, *Experimental Brain Research*, v.23, p.211-216, 1975.
- [Hines, 1997] Hines, M.L.; Carnevale, N.T. The NEURON simulation environment, *Neural Computation*, v.9, p.1179-1209, 1997.
- [Huang, 1995] Huang, C-L; Chen, Y-T. Motion estimation method using a 3D steerable filter, *Image and Vision Computing*, v.13, n.1, p.21-32, 1995.
- [Hubel, 1962] Hubel, D.H.; Wiesel, T.N. Receptive fields, binocular interaction and functional architecture in the cat's visual cortex, *Journal of Physiology*, v.160, p.106-154, 1962.
- [Hubel, 1965] Hubel, D.H.; Wiesel, T.N. Receptive fields and functional architecture in two nonstriate visual areas (18 and 19) of the cat, *Journal of Neurophysiology*, v.28, p.229-289, 1965.
- [Hubel, 1982] Hubel, D.H. Exploration of the primary visual cortex, 1955-78, *Nature*, v.299, p.515-524, 1982.
- [Hubel, 1995] Hubel, D.H. *Eye, Brain, and Vision*, Scientific American Library, New York, 1995.
- [Junqueira, 1995] Junqueira, L.C.; Carneiro, J. *Histologia Básica*, 8ª edição, Guanabara Koogan, 1995.

- [Kater, 1991] Kater, S.B.; Mills, L.R. Regulation of growth cone behavior by calcium, *Journal of Neuroscience*, v.11, n.4, p.891-899, 1991.
- [Kim, 1988] Kim, N.H.; Bovik, A.C. A contour-based stereo matching algorithm using disparity continuity, *Pattern Recognition*, v.21, n.5, p.505-514, 1988.
- [Koch, 1995] Koch, C.; Bernander, Ö. Axonal modeling, in *The Handbook of Brain Theory and Neural Networks*, edited by Michael A. Arbib, The MIT Press, p.129-134, 1995.
- [Koch, 1998] Koch, C.; Segev, I. *Methods in Neuronal Modeling: From Ions to Networks*, second edition, The MIT Press, 1998.
- [Koenderink, 1988] Koenderink, J.J.; Richards, W. Two-dimensional curvature operators, *Journal of Optical Society of America – A*, v.5, n.7, p.1136-1141, 1988.
- [Kolodkin, 1996] Kolodkin, A.L. Growth cones and the cues that repel them, *Trends in Neuroscience*, v.19, n.11, p.507-513, 1996.
- [Kovács, 1997] Kovács, Z.L. *O Cérebro e a sua Mente: Uma Introdução à Neurociência Computacional*, Edição Acadêmica São Paulo, 1997.
- [Kreyszig, 1968] Kreyszig, E. *Introduction to Differential Geometry and Riemannian Geometry*, University of Toronto Press, 1968.
- [Larkman, 1991] Larkman, A.U. Dendritic Morphology of Pyramidal Neurones of the Visual Cortex of the Rat: I. Branching Patterns, *Journal of Comparative Neurology*, v.306, p.307-319, 1991.
- [Lavigne, 1996] Lavigne, M.T.; Goodman, C.S. The molecular biology of axon guidance, *Science*, v.274, p.1123-1133, 1996.
- [Lawrence, 1972] Lawrence, J.D. *A Catalog of Special Plane Curves*, Dover Publications, Inc., New York, 1972.

- [Lehky, 1988] Leiky, S.R.; Sejnowski, T.J. Network model of shape-from-shading: neural function arises from both receptive and projective fields, *Nature*, v.333, p.452-454, 1988.
- [Lehky, 1990] Leiky, S.R.; Sejnowski, T.J. Neural network model of visual cortex for determining surface curvature from images fo shaded surfaces, *Proceedings of Royal Society of London, B* v.240, p.251-278, 1990.
- [Leventhal, 1983] Leventhal, A.G.; Schall, J.D. Structural basis of orientation sensitivity of cat retinal ganglion cells, *Journal of Comparative Neurology*, v.220, p.465-475, 1983.
- [Levine, 1985] Levine, M.D. *Vision in Man and Machine*, McGraw-Hill, New York, 1985.
- [Lim, 1995] Lim, F.L.; West, G.A.W.; Venkatesh, S. Features detection and recognition in active vision utilizing foveation in log polar space, *ACVV'95 Second Asian Conference on Computer Vision*, Singapore, p.375-379, December 1995.
- [Lim, 1997] Lim, F.L.; West, G.A.W.; Venkatesh, S. Use of log polar space for foveation and feature recognition, *IEEE Proc. Vis. Image Signal Process.*, v.144, n.6, p.323-331, 1997.
- [Machado, 1993] Machado, A.B.M. *Neuroanatomia Funcional*, 2ª edição, Livraria Atheneu, 1993.
- [Mandelbrot, 1977] Mandelbrot, B.B. *Fractals: form, chance and dimension*, W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1977.
- [Mandelbrot, 1983] Mandelbrot, B.B. *The fractal geometry of nature*, W. H. Freeman and Company, New York, 1983.
- [Mokhtarian, 1992] Mokhtarian, F.; Mackworth, A.K. A theory of multiscale, curvature-based shape representation for planar curves, *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, v.14, n.8, p.789-805, 1992.

- [Montague, 1991] Montague, P.R.; Friedlander, M.J. Morphogenesis and territorial coverage by isolated mammalian retinal ganglion cells, *Journal of Neuroscience*, v.11, n.5, pp.1440-1457, 1991.
- [Munem, 1982] Munem, M.A.; Foulis, D.J. *Cálculo*, vol. 2, Editora Guanabara Dois S.A., Rio de Janeiro, 1982.
- [Murray, 1993] Murray, J.D. *Mathematical Biology*, second edition, Springer Verlag, 1993.
- [Nelson, 1995] Nelson, M.; Rinzel, J. The Hodgkin-Huxley model, in *The Book of GENESIS*, edited by James M. Bower and David Beeman, Springer-Verlag, New York, p.29-51, 1995.
- [Ogilvie, 1967] Ogilvie, J.; Daicar, E. The perception of curvature, *Canadian Journal of Psychology*, v.21, p.521-525, 1967.
- [Okabe, 1991] Okabe, S.; Hirokawa, N. Actin dynamics in growth Cones, *Journal of Neuroscience*, v.11, n.7, p.1918-1929, 1991.
- [Otterloo, 1991] Otterloo, P.J.V. *A Contour-Oriented Approach to Shape Analysis*, Prentice Hall, 1991.
- [Peters, 1985] Peters, A., The Visual Cortex of the Rat, in *Cerebral Cortex vol. 3: Visual Cortex*, edited by A. Peters and E.G. Jones, Plenum Press, New York, p.19-80, 1985.
- [Porter, 1991] Porter, R.; Ghosh, S.; David Lange, G.; Smith Jr., T.G. A fractal analysis of pyramidal neurons in mammalian motor cortex, *Neuroscience Letters*, v.130, p.112-116, 1991.
- [Rall, 1998] Rall, W.; Agmon-Snir, H. Cable theory for dendritic neurons, in *Methods in Neuronal Modeling: From Ions to Networks*, second edition, edited by Christof Koch and Idan Segev, A Bradford Book, The MIT Press, p.27-92, 1998.

-
- [Riggs, 1973] Riggs, L.A. Curvature as a feature of pattern vision, *Science*, v.181, p.1070-1072, 1973.
- [Saito, 1983] Saito, H.-A. Morphology of physiologically identified X-, Y-, and W-type retinal ganglion cells of the cat, *Journal of Comparative Neurology*, v.221, p.279-288, 1983.
- [Schwartz, 1977] Schwartz, E.L. Spatial mapping in the primate sensory projection: analytic structure and relevance to perception, *Biological Cybernetics*, v.25, p.181-194, 1977.
- [Schwartz, 1980] Schwartz, E.L. Computational anatomy and functional architecture of striate cortex: A spatial mapping approach to perceptual coding, *Visual Research*, v.20, p.645-669, 1980.
- [Schwartz, 1981] Schwartz, E.L. Cortical anatomy, size invariance, and spatial frequency analysis, *Perception*, v.10, p.455-468, 1981.
- [Schwartz, 1994] Schwartz, E.L. Computational studies of the spatial architecture of primate visual cortex, in *Cerebral Cortex*, v.10, edited by Alan Peters and Kathleen S. Rockland, Plenum Press, New York, p.359-411, 1994.
- [Segev, 1995(a)] Segev, I. Dendritic processing, in *The Handbook of Brain Theory and Neural Networks*, edited by Michael A. Arbib, The MIT Press, p.282-289, 1995.
- [Segev, 1995(b)] Segev, I. Cable and compartmental models of dendritic trees, in *The Book of GENESIS*, edited by James M. Bower and David Beeman, Springer-Verlag, New York, p.53-81, 1995.
- [Segev, 1998] Segev, I; Burke, R.E. Compartmental models of complex neurons, in *Methods in Neuronal Modeling: From Ions to Networks*, second edition, edited by Christof Koch and Idan Segev, A Bradford Book, The MIT Press, p. 93-136, 1998.

- [Sholl, 1953] Sholl, D.A. Dendritic organization in the neurons of the visual and motor cortices of the cat, *Journal of Anatomy*, v. 87, n.4, p.387-407, 1953.
- [Smith, 1989] Smith, T.G.; Marks, W.B.; Lange, G.D.; Sheriff Jr., W.H.; Neale, E.A. A fractal analysis of cell images, *Journal of Neuroscience Methods*, v.27, p.173-180, 1989.
- [Smith, 1996] Smith Jr., T.G.; Lange, G.D.; Marks, W.B. Fractal methods and results in cellular morphology – dimensions, lacunarity and multifractals, *Journal of Neuroscience Methods*, v.69, p.123-136, 1996.
- [Softky, 1995] Softky, W.; Koch, C. Single-cell models, in *The Handbook of Brain Theory and Neural Networks*, edited by Michael A. Arbib, The MIT Press, p.879-884, 1995.
- [Stein, 1996] Stein, J.J.; Johnson, S.A.; Berson, D.M. Distribution and coverage of beta cells in the cat retina, *Journal of Comparative Neurology*, v.372, p.597-617, 1996.
- [Stirling, 1995] Stirling, R.V.; Dunlop, S.A. The dance of the growth cones - where to next?, *Trends in Neuroscience*, v.18, n.2, p.111-115, 1995.
- [Struik, 1961] Struik, D.J. *Lectures on Classical Differential Geometry*, second edition, Addison-Wesley, Massachusetts, 1961.
- [Tessier-Lavigne, 1996] Tessier-Lavigne, M.; Goodman, C.S. The molecular biology of axon guidance, *Science*, v.274, p.1123-1133, 1996.
- [Timney, 1978] Timney, B.N.; Macdonald, C. Are curves detected by curvature detectors?, *Perception*, v.7, n.1, p.51-64, 1978.
- [Treisman, 1990] Treisman, A.; Cavanagh, P.; Fischer, B.; Ramachandran, V.S.; von der Heydt, R. Form Perception and attention: striate cortex and beyond, in *Visual Perception: The Neurophysiological Foundations*, edited by Spillmann, L. and Werner, J.S., Academic Press, San Diego, p.273-316, 1990.

- [Tricot, 1995] Tricot, C. *Curves and Fractal Dimension*, Springer-Verlag, Paris, 1995.
- [Troilo, 1996] Troilo, D.; Xiong, M.; Crowley, J.C.; Finlay, B.L. Factors controlling the dendritic arborization of retinal ganglion cells, *Visual Neuroscience*, v.13, p.721-733, 1996.
- [Uylings, 1986] Uylings, G.B.M.; Ruiz-Marcos, A.; van Pelt, J. The metric analysis of three-dimensional dendritic tree patterns: a methodological review, *Journal of Neuroscience Methods*, n.18, p.127-151, 1986.
- [Vaney, 1994] Vaney, D.I. Territorial organization of direction-selective ganglion cells in rabbit retina, *Journal of Neuroscience*, v.14, n.11, p.6301-6316, 1994.
- [Velte, 1995] Velte, T.J.; Miller, R.F. Dendritic integration in ganglion cells of the mudpuppy retina, *Visual Neuroscience*, v.12, p.165-175, 1995.
- [Versavel, 1990] Versavel, M.; Orban, G.A.; Lagae, L. Responses of visual cortical-neurons to curved stimuli and chevrons, *Vision Research*, v.30, n.2, p.235-248, 1990.
- [Wallace, 1994] Wallace, R.S.; Ong, P-W.; Bederson, B.B.; Schwartz, E.L. Space variant image processing, *International Journal of Computer Vision*, v.13, n.1, p.71-90, 1994.
- [Wann, 1973] Wann, D.F.; Woolsey, T.A.; Dierker, M.L.; Cowan, W.M. An on-line digital-computer system for the semiautomatic analysis of Golgi-impregnated neurons, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v.BME-20, n.4, p. 233-247, 1973.
- [Wässle, 1981] Wässle, H.; Peichl, L.; Boycott, B.B. Morphology and topography of on- and off-alpha cells in the cat retina, *Proceedings of Royal Society of London, B* v.212, p.157-175, 1981.
- [Wässle, 1983] Wässle, H.; Peichl, L.; Boycott, B.B. Mosaics and territories of cat retinal ganglion cells, *Progress in Brain Research*, v.58, p.183-190, 1983.

- [Watt, 1982] Watt, R.J.; Andrews, D.P. Contour curvature analysis: hyperacuties in the discrimination of detailed shape, *Vision Research*, v.22, p.449-460, 1982.
- [Watt, 1984] Watt, R.J. Further evidence concerning the analysis of curvature in human foveal vision, *Vision Research*, v.24, p.251-253, 1984.
- [Whitaker, 1998] Whitaker, D.; McGraw, P.V. Geometric representation of the mechanisms underlying human curvature detection, *Vision Research*, v.38, p.3843-3848, 1998.
- [Wilson, 1985] Wilson, H.R. Discrimination of contour curvature: data and theory, *Journal of Optical Society of America – A*, v.2, n.7, p.1191-1199, 1985.
- [Wilson, 1989] Wilson, H.R.; Richards, W.A. Mechanisms of contour curvature discrimination, *Journal of Optical Society of America – A*, v.6, n.1, p.106-115, 1989.
- [Wolfe, 1992] Wolfe, J.M.; Yee, A.; Friedmanhill, S.R., Curvature is a basic feature for visual-search tasks, *Perception*, v.21, n.4, p.465-480, 1992.
- [Wolfgang, 1994] Wolfgang, B. Steerable filters and invariance theory, *Pattern Recognition Letters*, v.15, p.453-460, 1994.
- [Worring, 1993] Worring, M.; Smeulders, W.M. Digital curvature estimation, *Computer Vision, Graphics and Image Processing: Image Understanding*, v.58, n.3, p.366-382, 1993.
- [Yamada, 1996] Yamada, E.S.; Silveira, L.S.L.; Perry, V.H. Morphology, dendritic field size, somal size, density, and coverage of M and P retinal ganglion cells of dichromatic *Cebus* monkeys, *Visual Neuroscience*, v.13, p.1011-1029, 1996.

Apêndice A

Mapeamento Log-Polar

O córtex visual dos vertebrados superiores apresenta funcionalidade não uniforme baseado em dois importantes aspectos [Buser, 1992; Hubel, 1995]. Primeiro, os campos receptivos das células ganglionares da retina são bem menores na fóvea e na sua vizinhança que na periferia da retina. No córtex, o campo receptivo de uma célula complexa na região foveal é de aproximadamente $\frac{1}{4}$ a $\frac{1}{2}$ de 1 grau em comprimento e largura, enquanto que na região periférica essas dimensões são de 2 a 4 graus, o que significa uma razão em área de aproximadamente 10 a 30 vezes [Hubel, 1995]. O segundo tipo de não uniformidade está relacionado com o fator de magnificação definido por Daniel e Whitteridge [Daniel, 1961] como a distância no córtex correspondente a uma distância de 1 grau no campo visual. Quando caminhamos da fóvea para a periferia, uma quantidade fixa de campo visual corresponde a uma área cada vez menor no córtex, isto é, a magnificação decresce. Essas duas não uniformidades justificam a nossa visão de alta resolução na fóvea e baixa resolução progressiva na periferia.

Daniel e Whitteridge verificaram que o fator de magnificação é radialmente simétrico e inversamente proporcional à excentricidade. Baseado nessas averiguações, Schwartz [Schwartz, 1977] propôs o mapeamento do campo visual para a superfície do córtex visual como um mapeamento conformal logarítmico. Esse mapeamento satisfaz a curva de magnificação cortical, a mudança do tamanho do campo receptivo conforme a excentricidade e o mapeamento do campo visual no córtex.

Vários estudos concluíram que existe um mapeamento espacial ordenado das superfícies receptoras dos estímulos para as diversas estruturas neurais, e esse mapeamento parece ter grande importância no aspecto funcional da neurofisiologia sensorial. Em cada modalidade, uma superfície receptora (retina, superfície cutânea, etc) é mapeada para uma representação essencialmente bidimensional na superfície cortical [Schwartz, 1977].

Schwartz, baseado em dados anatômicos e fisiológicos que acumulou durante mais de 20 anos referentes a detalhadas estruturas do mapeamento retinotópico¹⁶ do córtex estriado, mostrou em [Schwartz, 1977] que o mapeamento retinotópico do campo visual para a superfície do córtex estriado é caracterizado por um mapeamento conformal¹⁷ logarítmico. O significado deste mapeamento para a percepção visual é que relações angulares locais são preservadas pelo mapeamento retinotópico, apesar da distorção global causada por esse mapeamento [Schwartz, 1980].

Fazendo uma breve revisão neste contexto, em 1932 Polyak foi o primeiro a sugerir a existência de uma projeção matemática da retina para o córtex, baseado na anatomia do córtex visual. Em 1941, essa hipótese foi fisiologicamente confirmada por Talbot e Marshall [Daniel, 1961; Schwartz, 1977]. Mais tarde, em 1961, Daniel e Whitteridge mediram e definiram o fator de magnificação cortical como sendo a distância percorrida em milímetros na superfície cortical correspondente a um grau de movimento de um estímulo pontual no campo visual (equivalentemente na superfície da retina) [Daniel, 1961]. Daniel e Whitteridge observaram que o fator de magnificação cortical era o mesmo para as linhas radiais independente da coordenada angular, e o mesmo ao longo de uma circunferência. Assim, eles concluíram que o fator de magnificação era radialmente simétrico.

Baseado na análise dos dados de Daniel e Whitteridge, Schwartz propôs a seguinte aproximação:

¹⁶ Mapeamento retinotópico: mapeamento que preserva o relacionamento espacial dos fotoreceptores da retina na representação no cérebro.

¹⁷ Mapeamento conformal: mapeamento que preserva a magnitude e a orientação dos ângulos, exceto nos pontos críticos em que a derivada é zero.

$$m = \frac{k}{r}$$

sendo m a magnificação, k uma constante e r a excentricidade do ponto de fixação.

Partindo do princípio que pequenas mudanças na posição cortical estão relacionadas a pequenas mudanças na posição do campo visual, Schwartz concluiu que a magnificação cortical é uma quantidade diferencial. Como ele estava interessado na forma analítica do mapeamento retinotópico e não na sua derivada, ele investigou funções cuja derivada é radialmente simétrica e proporcional a $\frac{1}{r}$, e concluiu que uma função analítica que apresenta esta propriedade é o logaritmo complexo.

$$w = \ln(z)$$

sendo que w representa um ponto no plano cortical e z representa um ponto no plano visual que pode ser escrito como:

$$z = r e^{i\theta}$$

Logo:

$$w = \ln(r e^{i\theta})$$

$$w = \ln(r) + i\theta$$

$$w = x + iy$$

sendo $x = \ln(r)$ e $y = \theta$ reais, o ponto (x,y) localiza-se no plano cortical e o ponto (r, θ) no plano visual.

O logaritmo complexo é o único mapeamento conformal que mapeia anéis (retina) em tiras aproximadamente retilíneas (córtex) [Schwartz, 1980].

Schwartz ainda verificou que o fator de magnificação do núcleo geniculado lateral (*LGN - lateral-geniculate nucleus*) é o mesmo do córtex estriado no que se refere ao fator de escala, pois no *LGN* a região central do campo visual também ocupa uma área desproporcionalmente grande em relação a periferia. Porém, a parte angular do mapeamento complexo logarítmico parece ocorrer na projeção do *LGN* para a camada IVc do córtex estriado, pois no *LGN* essa característica não está presente. Portanto, a estrutura logarítmica complexa do córtex estriado parece ser efetuada em duas fases: a densidade das células ganglionares da retina produz a

estrutura radial logarítmica no trato ótico e *LGN*; e a reorganização angular das fibras do trato ótico, que acontece na projeção do *LGN* para o córtex, leva ao mapeamento retinotópico final do córtex estriado [Schwartz, 1977].

Para contornar o problema de singularidade da função logarítmica $w = \ln(z)$, Schwartz passou a usar a equação a seguir, porque o logaritmo de uma função linear da excentricidade é conveniente neste caso:

$$w = \ln(z + \alpha)$$

sendo α a constante que corresponde à medida do tamanho da representação quase linear central (fóvea) do mapeamento retinotópico [Schwartz, 1981].

Para pequenas excentricidades (z pequeno) o mapeamento é aproximadamente linear e para z maior, a função de mapeamento $\ln(z + \alpha)$ é semelhante a $\ln(z)$ (Figura A.1). Assim, o logaritmo complexo, de uma função linear da excentricidade, gera um mapa suave de representação linear na fóvea e logaritmo complexo na vizinhança da região foveal [Schwartz, 1980; Schwartz, 1981]. Isso indica que a representação foveal do mapeamento retinotópico é aproximadamente linear, enquanto que na vizinhança da região foveal a representação é altamente distorcida.

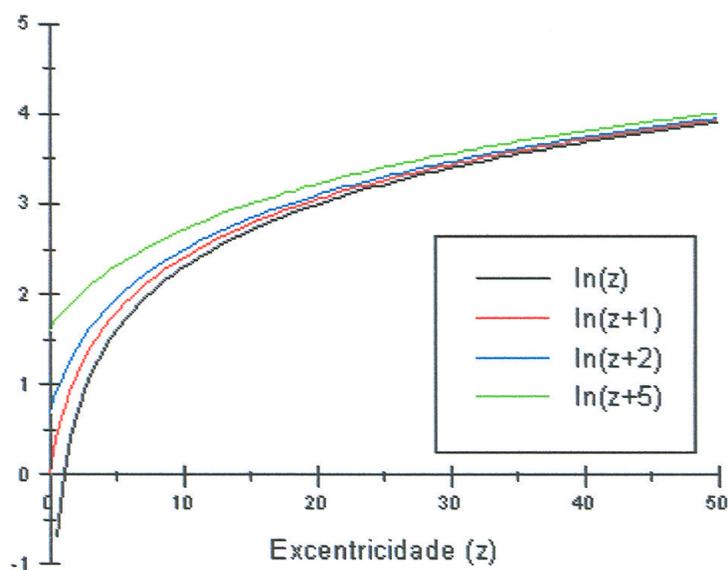


Figura A.1 – Logaritmo de uma função linear da excentricidade $\ln(z + \alpha)$

Devido ao fator de magnificação e a diferença do tamanho do campo receptivo em relação a excentricidade, no córtex visual temos informações detalhadas da fóvea

e informações mais globais da periferia. Quando o sistema visual humano varre um ambiente, as informações menos detalhadas da periferia servem para detectar movimentos e localizar novos pontos de interesse. Em seguida, o novo ponto de interesse é enfocado, posicionando-se a fôvea neste ponto, para que este ponto seja examinado em detalhes.

Na retina, as informações são convenientemente arranjadas em coordenadas polares (r, θ) onde r é a coordenada radial que representa a excentricidade do ponto de fixação e θ é a coordenada angular. Aplicando-se o logaritmo complexo nos pontos do plano visual, temos um mapeamento log-polar que transforma linhas circulares, centradas na origem (retina), em retas verticais (córtex); e linhas radiais (retina) em linhas horizontais (córtex) (Figura A.2).

A singularidade da função logarítmica é omitida na Figura A.2.

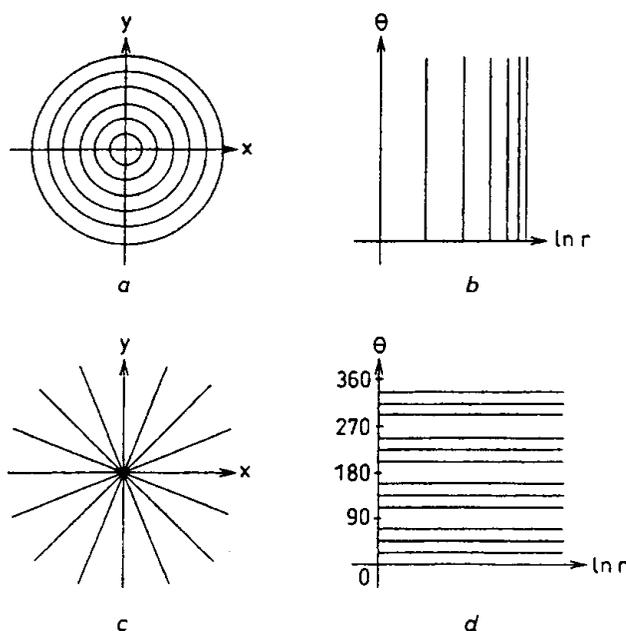


Figura A.2 – Mapeamento log-polar de círculos concêntricos e linhas radiais (extraído de [Lim, 1997])

Os resultados interessantes desse mapeamento são as invariâncias a escala e rotação dentro de certas circunstâncias. Schwartz em vários artigos menciona que o mapeamento logarítmico complexo é invariante a escala e rotação, porém esse

mapeamento transforma escala e rotação do plano visual em translação no plano cortical.

Neste tipo de mapeamento espaço-variante, um ponto muito importante é o ponto de fixação, pois informações visuais que estão próximo a este ponto serão mapeadas com detalhes enquanto que não acontece o mesmo com as informações visuais mais distantes deste ponto. Diferentes pontos de fixação do mesmo objeto produzem diferentes representações no plano cortical [Lim, 1995]. Na Figura A.3 temos um exemplo do mapeamento de duas letras R idênticas em representações diferentes, devido ao fato do ponto de fixação, marcado com um x, estar em posição relativa diferente para cada letra.



Figura A.3 – Mapeamento log-polar com ponto de fixação diferente leva a representações diferentes.

É importante salientarmos que o mapeamento logarítmico complexo transforma escala e rotação em translação somente quando o ponto de fixação estiver no centro do objeto observado.

Abordagem do Mapeamento Log-polar segundo Schwartz e colaboradores

O mapeamento log-polar toma uma imagem em coordenadas polares, aplica o logaritmo complexo e mapeia essa imagem para coordenadas cartesianas que corresponde a imagem no córtex visual.

A seguir será apresentado o mapeamento log-polar segundo a abordagem de Bederson, Wallace, Ong e Schwartz [Bederson, 1993; Wallace, 1994].

O ponto P_1 da Figura A.4 pode ser representado como $re^{i\theta}$ (em coordenadas polares, sendo r a coordenada radial e θ a coordenada angular), e o ponto P_2 da Figura A.4 como um número complexo $x+iy$.

Se tomarmos o logaritmo de P_1 , temos:

$$\log(re^{i\theta}) = \log r + i\theta$$

Substituindo

$$x = \log r \quad \text{e} \quad y = \theta$$

temos

$$\log(re^{i\theta}) = x + iy$$

ou

$$\log(P_1) = P_2$$

Assim, o logaritmo complexo de um ponto em coordenadas polares é um ponto em coordenadas cartesianas.

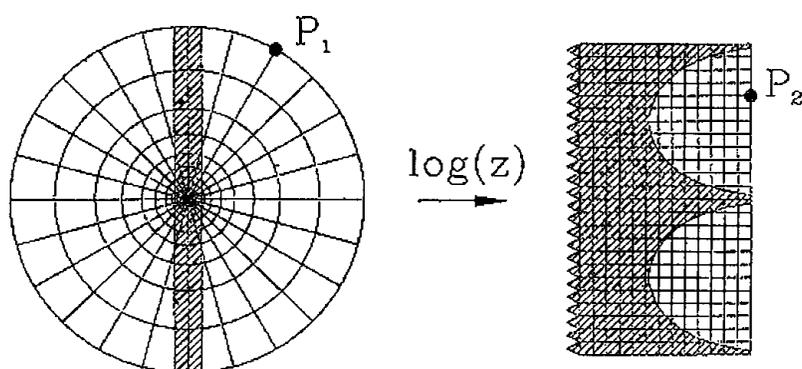


Figura A.4 – Mapeamento log-polar $\log(z)$ (extraído de [Bederson, 1993]).

Um problema no uso de mapeamento espaço-variante analítico, como o logaritmo é a existência de singularidade na origem das coordenadas. A ponta esquerda dos triângulos da Figura A.4 representam um único ponto do centro dos anéis da mesma Figura.

Bederson e colegas adotam uma pequena constante real α introduzida por Schwartz [Schwartz, 1981] e usam a função de mapeamento $\log(z+\alpha)$, Figura 6.

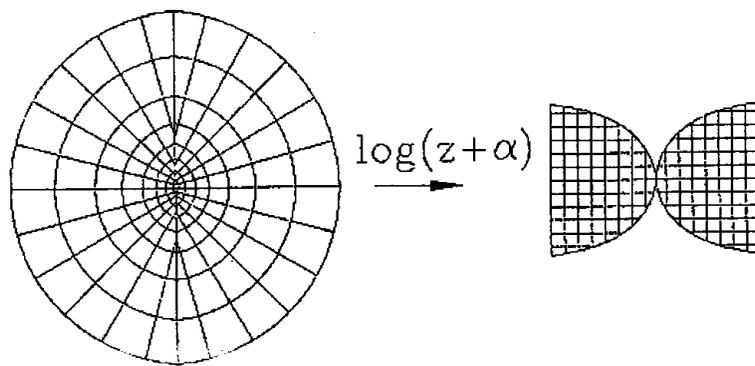


Figura A.5 – Mapeamento log-polar $\log(z+\alpha)$ (extraído de [Bederson, 1993]).

O mapeamento log-polar é formalmente definido como o mapeamento de uma imagem de TV $I(i,j)$ sendo $i \in \{0, 1, \dots, N_r-1\}$, $j \in \{0, 1, \dots, N_c-1\}$, N_r é o número de linhas e N_c o número de colunas, para a imagem log-polar $L(u,v)$, $u \in \{0, 1, \dots, N_r-1\}$ e $v \in \{0, 1, \dots, N_a-1\}$, N_r é o número de linhas radiais e N_a o número de anéis.

O mapeamento do espaço da imagem de TV para o espaço da imagem log-polar é feito através de duas tabelas (*lookup tables*) $R(i,j)$ e $A(i,j)$, Figura A.6, que especificam respectivamente a linha radial e o anel ao qual pertence cada ponto $I(i,j)$ da imagem de TV.

Seja $a(u,v)$ a área em *pixel* de TV do *pixel* (u,v) do espaço log-polar, e $A(i,j) = u$ e $R(i,j) = v$.

$$a(u,v) = \sum_{i,j} 1$$

A imagem log-polar (Figura A.8(c)) é definida por:

$$L(u,v) = \frac{1}{a(u,v)} \sum_{i,j} I(i,j)$$

A imagem log-polar inversa (Figura A.8 (b)) é dada por:

$$L^{-1}(i,j) = L(R(i,j), A(i,j))$$

Uma grande vantagem da imagem log-polar em relação a imagem cartesiana uniformemente amostrada (imagem de TV) é a grande compactação de dados e a invariância a escala e rotação dentro de certas circunstâncias [Wallace, 1994].

Ao introduzir a constante real α e usar a função de mapeamento $\log(z+\alpha)$, Schwartz eliminou o problema da singularidade na origem, mas reduziu a resolução na fóvea e introduziu um problema de descontinuidade que torna as tarefas de processamento de imagens como convolução mais difíceis nesse espaço. Bederson e colaboradores [Bederson, 1993] apresentaram uma abordagem para processamento de imagem baseada em grafos de conectividade, porque os pixels do espaço log-polar não são simplesmente 4 ou 8-conectados como as imagens convencionais.

Foi implementado em Delphi um programa que faz o mapeamento log-polar de uma imagem, baseado na abordagem de Bederson, Wallace e Schwartz [Bederson, 1993; Wallace, 1994]. As imagens da Figura A.8(b) e (c) são resultados desse programa. A imagem log-polar inversa da Figura A.8(b) foi selecionada para capa dos anais do 1998 *International Symposium on Computer Graphics, Image Processing and Vision*, realizado no Rio de Janeiro.



(a)

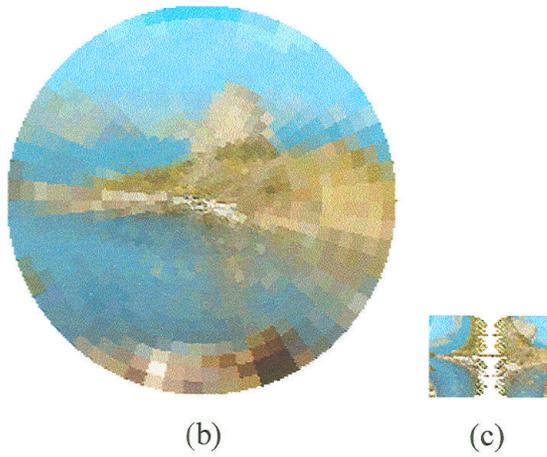


Figura A.8 – (a) Imagem de TV, (b) Imagem log-polar inversa, (c) Imagem log-polar.

Abordagem do Mapeamento Log-polar segundo Araujo e Dias

Araujo e Dias [Araujo, 1996] apresentam uma amostragem diferente daquela adotada por Schwartz. A seguir apresentamos o mapeamento log-polar segundo a abordagem de Araujo e Dias. Nesta abordagem a amostragem espaço variante é obtida através de uma grade formada por círculos concêntricos com N_{ang} amostras em formas circulares sobre cada círculo. O número de amostras para cada círculo (N_{ang}) é constante e o arco (arc) entre as amostras é definido como:

$$arc = \frac{2\pi}{N_{ang}}$$

Para um determinado N_{ang} o raio ou coordenada radial (ρ_r) do círculo concêntrico i é definido por:

$$\rho_{ri} = \rho_{fovea} b^i$$

sendo $i = 0, 1, \dots, N_{circ}-1$ (número de círculos concêntricos) e $\rho_{fovea} > 0$ o menor raio dos círculos concêntricos.

Os índices r e c usados na coordenada radial ρ e na coordenada angular θ indicam retina e córtex respectivamente.

Para diferentes tipos de estratégias de amostragem são utilizados diferentes valores de b . No exemplo da Figura A.9, a base b usada é:

$$b = \left(1 + \frac{\pi}{\sqrt{3}N_{ang}} \right)$$

As amostras em formas circulares são sempre amostradas no círculo de raio ρ_{ri} com período:

$$T_{ri} = \frac{2\pi\rho_{ri}}{N_{ang}}$$

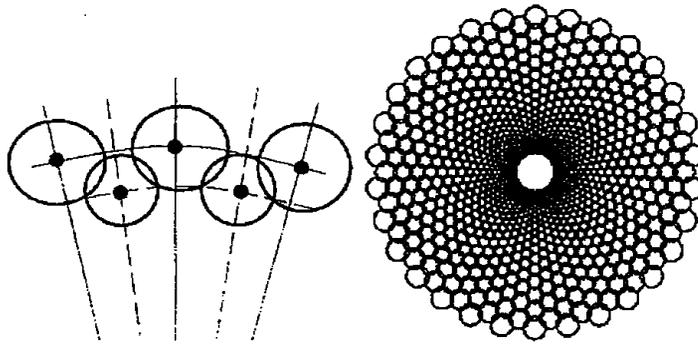


Figura A.9 – Representação gráfica de uma estrutura de amostragem (extraído de [Araujo, 1996]).

Neste caso, cada amostra cobre uma porção da imagem correspondente ao círculo de raio dado por:

$$T_{raio} = \frac{2\pi\rho_{ri}}{3N_{ang}}$$

Para escolhermos um ρ_{fovea} igual ao período de amostragem mínima que cubra todo o centro da imagem sem causar super-amostragem no plano da retina, devemos obedecer a seguinte expressão:

$$\rho_{fovea} \geq \frac{N_{ang}}{2\pi}$$

Na estratégia apresentada na Figura A.9, a amostragem angular é rotacionada por meio período entre círculos concêntricos sucessivos e a coordenada angular (θ_{ri}) é dada por:

$$\theta_{ri} = \frac{2\pi}{N_{ang}} \left(j + \frac{odd(i)}{2} \right)$$

sendo $j = 0, 1, \dots, N_{ang}-1$.

Estes dados que representam as informações na retina são transformados para o plano cortical através das seguintes expressões:

$$\rho_{ci} = \ln_b \frac{\rho_{ri}}{\rho_{fovea}}$$

$$\theta_{cj} = \frac{\theta_{rj}}{\Delta}$$

sendo $\Delta = \frac{2\pi}{N_{ang}}$.

O valor da intensidade, ou cor do pixel, no plano cortical é obtido pela média das cores dos pixels da amostra centrada no ponto (ρ_{ri}, θ_{ri}) .

Com o objetivo de simularmos os campos receptivos biológicos, introduzimos uma inovação nesta abordagem. Ao invés de calcularmos simplesmente a média das cores, passamos a representar a influência das cores com uma distribuição gaussiana, cujo desvio padrão é ajustável. Assim, os pixels localizados na região central da amostra têm maior influência no pixel resultante, e mesmo os pixels que estão a uma distância maior que o raio da amostra ainda influenciam no resultado.

Foi implementado em Delphi um programa que realiza o mapeamento log-polar baseado na estratégia de Araújo e Dias segundo a estrutura de amostragem da Figura A.9. O resultado dessa implementação pode ser visualizado na Figura A.10, onde em (a) temos a imagem log-polar inversa, ou seja a imagem na retina, e em (b) a imagem log-polar que corresponde a imagem no córtex visual. Este programa foi modificado para introduzirmos a distribuição gaussiana nas amostras, e o resultado está ilustrado na Figura A.11, onde σ é o desvio padrão da gaussiana e *raio* é o raio da amostra.

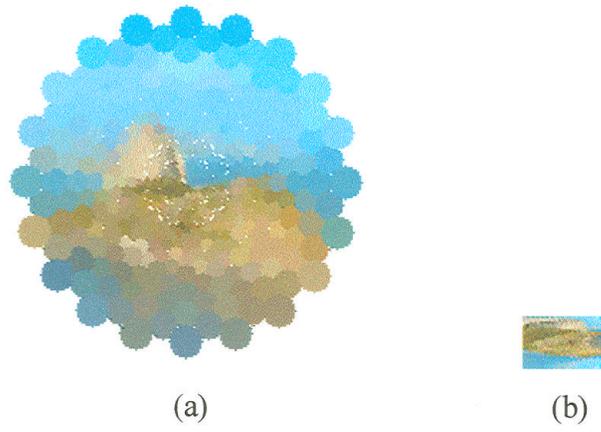


Figura A.10 – Resultados da abordagem de Araújo e Dias (a) imagem log-polar inversa, (b) imagem log-polar.

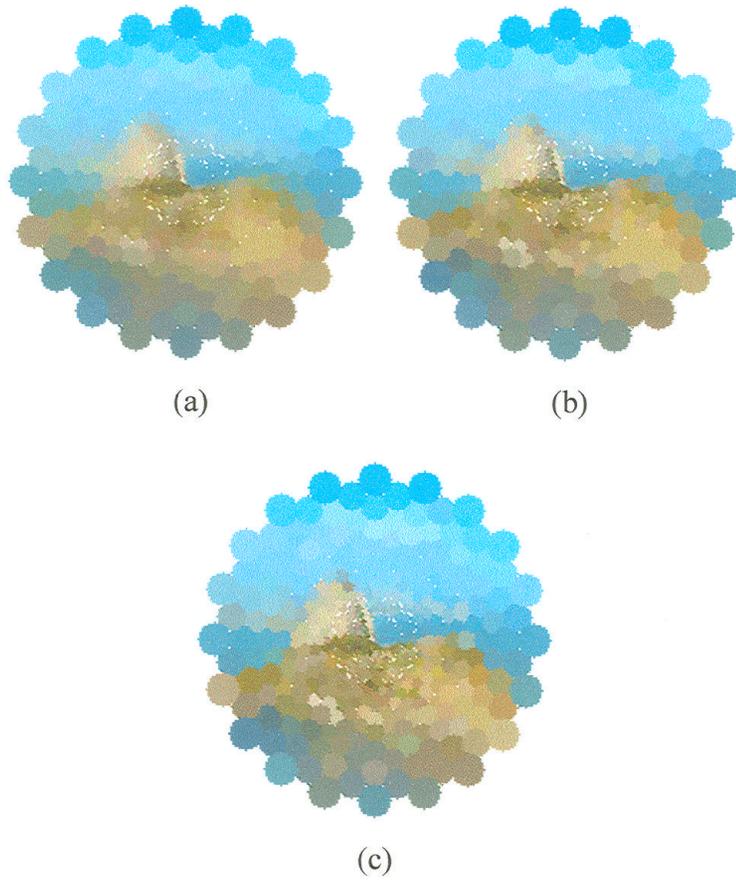


Figura A.11 – Resultados da abordagem com distribuição gaussiana (a) $\sigma = raio$, (b) $\sigma = raio/2$ (c) $\sigma = raio/4$.

Esta estrutura de amostragem espaço variante pode ser modificada para uma estrutura mais simplificada como o da Figura A.12, que usa um número menor de amostras e é útil para acelerar o algoritmo baseado neste tipo de amostragem.

Neste caso, a base b é expressa por:

$$b = \frac{N_{ang} + \pi}{N_{ang} - \pi}$$

A coordenada radial ρ_r do círculo i , é definido por:

$$\rho_{ri} = \rho_{fovea} \left(\frac{N_{ang} + \pi}{N_{ang} - \pi} \right)^i$$

sendo $i = 0 \dots N_{circ}-1$ e $\rho_{fovea} > 0$ o menor raio dos círculos concêntricos.

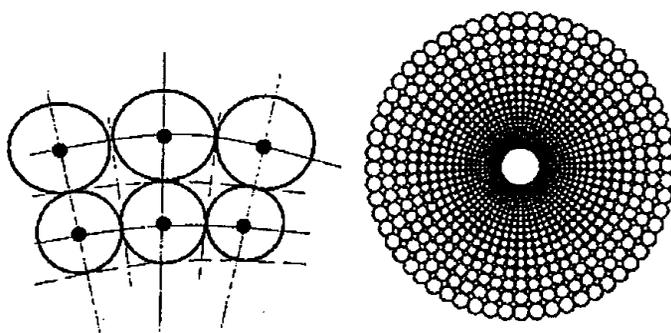


Figura A.12 – Representação gráfica de uma estrutura de amostragem mais simples (extraído de [Araujo, 1996]).

As amostras circulares são amostradas com o período descrito pela equação:

$$T_{ri} = \frac{2\pi \rho_{ri}}{N_{ang}}$$

Cada amostra cobre uma porção da imagem correspondente ao círculo com o raio dado por:

$$T_{raio} = \frac{\pi \rho_{ri}}{N_{ang}}$$

A imagem resultante usando esta estrutura de amostragem apresenta mais lacunas entre os círculos das amostras do que a amostragem anterior.