

**A DISTRIBUIÇÃO DE POISSON  
APLICADA AO ESTUDO DA  
ÁREA DE 'MAR DE MORROS'.  
UMA EXPERIÊNCIA DE APLICAÇÃO DE UM MODE  
LO PROBABILÍSTICO EM GEOMORFOLOGIA**

**1975**  
**SÃO PAULO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO APRESENTADA  
AO DEPARTAMENTO DE GEOGRAFIA (ÁREA  
DE GEOGRAFIA FÍSICA) DA FACULDADE DE  
FILOSOFIA LETRAS E CIÊNCIAS HUMANAS  
DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

**ORIENTAÇÃO :** Professor Dr. PASQUALE PETRONE

**Revisão:** Ruth Mitzuie Kluska

Marco Antonio Rosa

**Arte Final:** Antonio Marcio Lima Pires

**Mecanografia:** Valdionei Branquilho Rehder

**Capa:** Marcelo Martinelli

**Acabamento:** José Luiz dos Santos

la mamma... adesso è un ricordo...

## AGRADECIMENTOS

Especial agradecimento deve ser reportado ao Professor Dr. Charles Octave André Libault, o qual tem o mérito de conceber a hipótese metodológica explorada no presente trabalho. Deve ser ressaltada a contribuição tão valiosa e dedicada do Professor Dr. Pasquale Petrone para a continuidade, conclusão e revisão do estudo em foco. Do mesmo lado se coloca o Professor Dr. Vincenzo Raffaele Bochicchio. A ambos transcreve-se aqui uma infundável gratidão.

Agradece-se também à atenção e colaboração prestada pelo Professor Dr. Aziz Nacib Ab'Saber, que dentro de sua especialidade deu grande abertura à objetividade do trabalho e procedeu a uma revisão de conteúdo.

Valiosa dedicação foi expressa por parte do Professor Ruy Donini Antunes, colaborador do Departamento de Estatística - Instituto de Matemática e Estatística - USP, a quem se agradece com grande sinceridade.

Tentativas no tratamento de dados morfológicos através da computação foram colocadas a inteiro dispor, através da colaboração do Professor Livre Docente Dr. Gilberto Amaral do Instituto de Geociências - Departamento de Paleontologia e Estratigrafia - USP. Da mesma forma, foi de ampla prestabilidade a participação do Professor Titular do Departamento de Mineralogia e Petrologia Dr. Moacyr Vianna Coutinho. Na mesma pauta, inscreve-se o Professor Livre Docente Dr. André Davino do Departamento de Geologia Econômica e Geofísica Aplicada.

Deixam-se aqui agradecimentos à atenção dada pelo Eng<sup>o</sup> Dirceu D'Alkmin Telles do DAEE.

Todo um cuidado especial foi dado à confecção das artes-finais referentes às pranchas ilustrativas por parte do geógrafo, colega de trabalho, Antonio Marcio Lima Pires, ao qual se deve gratidão.

Agradece-se também à Professora Dra. Olga Cruz -

que deu dedicado esclarecimento a dúvidas, bem como procedeu à acurada revisão do texto referente à geomorfologia e geologia.

A seguir, relacionam-se professores e colegas que direta ou indiretamente prestaram sua colaboração na montagem - do presente estudo, aos quais prestam-se os mais sinceros agradecimentos:

Prof. Dr. Gil Sodero de Toledo  
Prof. Dr. José Pereira Queiroz Neto  
Prof. Dr. George Robert Sadowsky  
Prof. Dr. Yociteru Hasui  
Prof. Francisco Rubens Alves  
Prof. Roberto Ferreira do Amaral  
Prof. Massamaro Sugawara  
Prof. Wilson Abrahão Rabay  
Prof. Blás Berlanga Martinez  
João Yo Isai  
Beatriz Maria Soares Pontes  
Gilda Helena Rigatto  
Beatriz Alvim Ferraz  
José Antonio Ronchesel  
Maria Aparecida Américo  
Michele Magliano  
Keiko Nonaka

# A DISTRIBUIÇÃO DE POISSON APLICADA AO ESTUDO DA ÁREA DE "MAR DE

## MORROS"

Uma experiência de aplicação de um modelo probabilístico em Geo  
morfologia.

### Índice Temático

|  | <u>Página</u> |
|--|---------------|
| 1. INTRODUÇÃO  |               |
| 1.1. Objetivos -----   | 1             |
| 1.2. Apoio Bibliográfico -----                                 | 5             |
| 1.3. Apoio Cartográfico  |               |
| 1.3.1. Documentação -----                                      | 12            |
| 1.3.2. Métodos Cartográficos -----                             | 13            |
| 1.4. Métodos e Técnicas -----                                  | 14            |
| 1.5. A Distribuição de Poisson                                 |               |
| 1.5.1. Generalidades -----                                     | 21            |
| 1.5.2. Aplicação à Distribuição Espacial -----                 | 24            |
| 1.6. A Escolha das Amostras                                    |               |
| 1.6.1. Justificativa -----                                     | 26            |
| 1.6.2. Descrição das Amostras                                  |               |
| 1.6.2.1. Serra da Cantareira -----                             | 32            |
| 1.6.2.2. Embu -----  | 35            |
| 1.6.2.3. São Lourenço da Serra -----                           | 38            |
| 1.6.2.4. Parelheiros -----                                     | 40            |
| 1.6.2.5. Taiapuê -----   | 42            |
| 2. PROCEDIMENTO  |               |
| 2.1. Análise Classificatória do Relevo -----                   |               |
| 2.1.1. Condições Topográficas e Morfométricas --               |               |
| 2.1.2. Controle de Direcionamento na Drenagem --               |               |
| 2.1.3. Tratamento Estatístico dos Elementos do<br>Relevo ----- |               |
| 2.2. Teste de Modelismo Teórico                                |               |
| 2.2.1. Apresentação -----                                      | 93            |
| 2.2.2. Aplicação do Modelo às Amostras -----                   | 94            |
| 2.2.2.1. Serra da Cantareira -----                             | 95            |
| 2.2.2.2. Embu -----  | 108           |
| 2.2.2.3. São Lourenço da Serra -----                           | 120           |

|   |         |
|---|---------|
| 2.2.2.4. Parelheiros -----  | 129     |
| 2.2.2.5. Taiapuêba -----  | 138     |
| 2.2.3. Análise Comparativa entre as Amostras ---                    | 147     |
| 2.3. Controle Distributivo para a Rede de Drenagem --               | 149     |
| 2.3.1. Apresentação -----   | 149     |
| 2.3.2. Verificação do Índice de Dispersão para<br>as Amostras ----- | 149     |
| 2.3.2.1. Serra da Cantareira -----                                  | 150     |
| 2.3.2.2. Embu -----   | 151     |
| 2.3.2.3. São Lourenço da Serra -----                                | 152     |
| 2.3.2.4. Parelheiros -----  | 153     |
| 2.3.2.5. Taiapuêba -----  | 154     |
| 2.3.3. Análise Comparativa entre as Amostras ---                    | 154     |
| <br>3. CONCLUSÕES -----   | <br>157 |

DOCUMENTAÇÃO FOTOGRÁFICA

BIBLIOGRAFIA

ANEXOS

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. Objetivos

A presente pesquisa resultou das reestruturações e reformulações a partir do plano inicial do trabalho de mestrado apresentado à Comissão de Pós-Graduação, sob orientação do Professor Dr. Charles Octave André Libault. Tratava-se de um temário para uma monografia em Geografia Física para o Município de Itapeverica da Serra, situado nas vizinhanças da Capital Paulista, distante uns 35 km, com acesso pela Rodovia Estadual SP-230, que o atravessa no sentido de seu eixo maior, quase N-S. O referido plano abordava, em grandes linhas, o Relevo, Hidrografia, Climatologia, Pedologia e Ocupação Humana.

Já por ocasião da elaboração do primeiro item, a orientação caminhou no sentido de proporcionar àquela parte do trabalho um tratamento com aplicação dos métodos quantitativos ou estatísticos. Este novo roteiro poderia, então, dar à pesquisa a possibilidade de apresentar algo de novo neste campo. De fato, o estudo assim estruturado pareceu bastante promissor.

Neste sentido, ter-se-ia, portanto, a oportunidade de se verificar a viabilidade de um teste de proposição metodológica para um modelo distributivo probabilístico para o relevo da área escolhida. Isto se baseava em conhecimentos e experiências prévias daquela orientação, podendo-se afirmar, portanto, que o processamento do relevo partiu da aleatoriedade e estaria evoluindo para que aparecesse, na paisagem resultante, uma distribuição ao acaso de "morros", caso não houvessem interferências por força de falhamentos, diaclasamentos, heterogeneidade litológica ou morfogenética. Esta hipótese estaria comprovada, se ao retirar do universo estudado subconjuntos organizados, representados por alinhamentos de morros (os "Rosários de Morros" e as "Cristas Mamelonizadas") que, evidentemente, se articulariam a um dos fatos antes apontados, o restante da paisagem amorreada tivesse uma forte tendência à distribuição aleatória de seus elementos (as "Vertentes Mamelonizadas"). (Libault, 1971, págs. 16-27)



Com tal certeza, estaria também criado um modelo' distributivo para as áreas de relevo policonvexo, pelo menos no que concerne ao Planalto Atlântico do Sudeste Brasileiro, mostrando que a não aleatoriedade é consequência da não homogeneidade geomorfogenética, litológica ou estrutural.

Cada unidade paisagística poderá, então, através de testes, mostrar os principais alinhamentos evidenciando-os - para uma pesquisa da participação de seus condicionantes.

Com o afastamento do Professor Libault da U.S.P., dada sua volta definitiva à França, a orientação inicial ficou interrompida, muito embora a pesquisa tenha continuado com a colaboração do mestre, por correspondência.

No entanto, a necessidade de se ter um novo orientador junto à Faculdade fez com que o Professor Dr. Pasquale Petrone, por extensivo ato de reconhecimento e colaboração, tomasse de pronto o encaminhamento da pesquisa junto ao Professor - Vincenzo Raffaele Bochicchio com doutorado em curso.

A estes fatos vieram juntar-se a consulta e opinião do Professor Dr. Aziz Nacib Ab'Saber, o qual sugeriu de conservar a metodologia idealizada pela orientação do mestre francês, com sua aplicação não em termos monográficos, mas sim em caso de amostragens, afirmando um maior sucesso na apresentação do trabalho.

É nesta nova linha, concorde com os mestres Petrone e Bochicchio, que o trabalho passou a ser concluído, dando margem, assim, a uma comparabilidade do teste em termos de modelismo, ao mesmo tempo que se estaria colocando em evidência padrões de paisagens dentro da área do modelado policonvexo do - bordo quase imediato da Bacia de São Paulo, ou em outras palavras, na área de relevo de "mar de morros" das circunvizinhanças da porção conurbada junto à metrópole paulista.

Neste sentido, os objetivos desta pesquisa obedecem à regra geral da pesquisa em geografia, os de se descrever' um padrão de amostra espacial resultante de uma complexidade de fenômenos, no caso geomorfológicos, e tentar a busca da explicação daquele padrão através dos mecanismos que o elaboraram.

Por outro lado, o uso de modelos significa projetar a realidade geográfica para um espaço fictício e dele tirar proveito, em termos comparativos, para a explicação de um fenômeno.

Sem entrar em detalhes teóricos - um modelo é "uma estruturação simplificada da realidade que apresenta supostamente características ou relações sob forma generalizada. Os modelos são aproximações altamente subjetivas, no sentido de - não incluírem todas as observações e medições associadas mas, - como tais, são valiosas em ocultar detalhes secundários e permitir o aparecimento dos aspectos fundamentais da realidade. Esta seletividade significa que os modelos têm graus da probabilidade e um alcance limitado de condições sobre as quais se aplicam. Os modelos de maior sucesso possuem uma alta probabilidade de aplicação e uma extensa gama de condições sob as quais parecem apropriados. Com efeito, o valor de um modelo é muitas vezes diretamente relacionado ao seu nível da abstração. Apesar disso, todos os modelos têm necessidade de aperfeiçoamento constante e, à medida que surgem novas informações ou perspectivas da realidade e quanto maior o sucesso com que foi originalmente estruturado, mais provável que estes aperfeiçoamentos devam implicar na construção de um modelo diferente." (Haggett e Chorley, 1974, pp:2)

Dá-se aqui especial atenção aos modelos teóricos, os quais "tratam de afirmações simbólicas ou formais de um tipo verbal ou matemático em termos lógicos" (Rosenblueth e Wiener, 1944/45, pg. 317; Blament, 1960). Estes últimos podem ser classificados em determinísticos ou estocásticos, conforme o grau de probabilidade associada com sua previsão.

Os modelos estocásticos têm a vantagem de aceitar variáveis aleatórias no interior de sua estrutura. Desta maneira, um processo estocástico "não se origina segundo alguma lei imutável, mas depende, pelo menos em parte, de fatores aleatórios ou do acaso" (Bartlett, 1962, pág: 49-50). "As variáveis aleatórias incluídas nesses modelos podem ser usadas para resumir acontecimentos determinados individualmente, mas cujo efeito conjunto é aleatório, ou podem ser usadas para descrever uma situação em que atuem fatores puramente ao acaso". (Harvey, ... 1974, pág: 113)

Com base nestas considerações, este trabalho tem como objetivo uma primeira tentativa de estabelecer uma metodologia para o estudo das áreas cristalinas de topografia policonvexa do Planalto Atlântico do Sudeste Brasileiro, ao mesmo tempo em que ela se constitui num meio de verificar se o padrão de distribuição espacial das formas, traduzidas em elementos pontuais daquele relevo, é explicado por um modelo de distribuição teórica.

Como modelo ficará em questão a distribuição de - probabilidades Poisson. Assim, pode-se colocar em tese a possibilidade da contribuição à explicação da natureza do sistema geomorfológico (Christofolletti, 1973) da área em apreço, que deu origem a tal distribuição na forma do relevo. Sabe-se, por outro lado, que a função geradora da distribuição de Poisson é associada a determinada forma espacial e tem significado em termos de processo.

Tal modelo é aplicado para a explicação do seu ajuste à distribuição dos elementos do relevo e da existência de uma relação entre a distribuição observada e a gênese do processo que levou à mesma.

Nestes termos, o estudo introduz uma metodologia quantitativa probabilística a qual se apoia no fato de que uma distribuição de pontos em um espaço geográfico pode:

- a) ser o resultado de um processo estritamente estocástico;
- b) implicar em uma distribuição aglutinada, ou ainda,
- c) reverter numa distribuição mais regular que a aleatória.

(Faissol, 1973b, pág: 6)

A percepção daqueles pontos no espaço permite também uma classificação. Como serão materializados por elementos do relevo, individualizados na paisagem por qualquer elevação topográfica, considerar-se-ão como critérios para tanto a altitude absoluta e a amplitude topográfica (altitude relativa). (\*)

---

(\*) - Conforme "Précis de Géomorphologie" de Max Derruau, a Altitude relativa é: a altitude de um ponto em relação a outro, que é comumente o talvegue.

Esta classificação, além de proporcionar uma análise estatística do comportamento daqueles elementos, servirá de roteiro para uma melhor aplicação do modelo proposto. Concorre também para tanto, um controle de direcionamento dos segmentos da rede de drenagem e uma verificação do comportamento distributivo das confluências.

É uma decorrência, também, a possibilidade da individualização de padrões de paisagem, dentro do contexto geomorfológico apontado.

Em particular, tal estudo deverá, ainda, constituir uma contribuição no sentido de "reforço" aos resultados da pesquisa geomorfológica clássica ou de abertura para novas investigações naquele campo da geografia física.

Em última instância, abre mão da perspectiva para a continuidade do mesmo tipo de estudo, ampliando o campo da análise entre outras amostras antes de se elaborar uma síntese definitiva com bases no modelo ora apresentado.

## 1.2. Apoio Bibliográfico

Acompanhando a evolução do conhecimento científico e tecnológico, a Geografia, em termos de pesquisa com aplicação tecnológico-prática, vem procurando se engajar num contexto interdisciplinar com o objetivo de investigar a organização do espaço.

Este processo é denominado "Revolução Quantitativa" e se inicia por volta de 1950. Tem seu desencadeamento a partir de Washington, Chicago, Lund e Cambridge, de onde se alastrou quase que exclusivamente aos países anglo-saxônicos ou àqueles que recebem sua influência cultural. (Dematteis, 1970)

No que tange, em particular, à Geomorfologia, o emprego de métodos quantitativos não é recente. Desde análises morfométricas, com o intuito de medir formas do relevo de maneira sistemática e racional, realizadas por parte de pesquisadores europeus no final do século XIX, até simulações das proprie

dades estatísticas das redes de drenagem na década de 60, já existia uma preocupação da investigação geomorfológica através do tratamento de um grande número de dados, tomados a partir de mapeamentos em grande escala e das fotografias aéreas.

A crescente tendência na busca da precisão analítica leva o pesquisador ao estudo dos processos, avaliando a intensidade e comportamento dinâmico, e ao modelismo em escala reduzida, não só para o estudo dos processos morfogênicos, como também para a objetividade da experimentação.

De outro lado, desenvolvem-se modelos matemáticos para as análises e processos da evolução das vertentes, como pode ser visto na obra de Adrian Scheidegger, "Theoretical ..... Geomorphology" (1970).

Entretanto, dentre os modelos probabilísticos, os determinísticos encontram ainda dificuldades devido a complexidade de variáveis implícitas aos fenômenos geomorfológicos.

Seguindo este processo, a quantificação em geomorfologia toma vulto, de uns dez anos para cá, aproveitando-se das técnicas estatísticas para a conscientização da amostragem, para a análise da significância dos dados e para estabelecer as correlações.

Ao mesmo tempo, são testados os paralelismos da análise e a experimentação dos estudos geomorfológicos com os princípios e conceitos admitidos em outras ciências, dando à geomorfologia uma participação no universo científico interdisciplinar da atualidade. (Christofoletti, 1974)

---

Embora dentro do campo da Geografia Urbana, apresentam-se em primeiro lugar duas contribuições à aplicação de modelos probabilísticos, os quais chegam bem perto da metodologia explorada no presente trabalho. Trata-se das pesquisas da PUC do Rio de Janeiro sobre as "Aplicações do Modelo Probabilístico de Distribuição de Poisson ao Sistema Urbano Brasileiro", por parte dos professores Pedro Pinchas Geiger, João Rua e Luiz Antonio Ribeiro (1972) e o trabalho levado a efeito no IBGE, de

autoria e comando do Professor Speridião Faissol (1973b) - "O Processo de Difusão no Sistema Urbano Brasileiro: Análise do Padrão de Distribuição Espacial de Centros Urbanos e seu Ajustamento a Distribuições de Probabilidades".

Uma contribuição quanto ao modelismo teórico de referência diz respeito ao trabalho do professor Libault, "Pão de Açúcar e Mar de Morros" (1971), colocando em pauta aquele modelismo à morfometria do domínio da superfície policonvexa. Apresenta uma aplicação da teoria mecânica para a avaliação numérica do equilíbrio de um a abrupto de falha e para a evolução do bloco falhado. Completam o estudo o cálculo do volume da "vertente mamelonizada", de onde se deduz a altitude média e a altitude máxima, cuja razão dá seu índice de massividade. Os mesmos cálculos e respectivos índices são introduzidos às "cristas mamelonizadas", considerando o processo de mamelonização apenas na parte mais alta, e aos "rosários de morros", onde o processo de mamelonização é de maior intensidade, devido à ocorrência transversal de diaclases. Trata-se, portanto, de uma abordagem mais fina de tratamento estatístico na pesquisa geomorfológica com o intuito de aprimorar a possibilidade do melhor conhecimento do domínio dos "mares de morros" em geral.

Por outro lado, um exemplo de aplicação de técnicas estatísticas para a análise de informações geomorfológicas, cujos dados são retirados de cartas geomorfológicas e trabalhados por computação, para se obter índices descritivos da morfologia, pode ser visto no artigo "Data processing and the study of land form" por K. J. Gregory da Universidade de Exter e E. H. Brown da University College London (1966).

Em outra instância, os modelos estocásticos têm uma larga aplicação nas ciências em geral, como são considerados nas obras de Bartlett (1960) e Bailey (1964) para explicar a evolução de padrões espaciais.

Os modelos estocásticos, por outro lado, são muito usados para entender atividades humanas, devido ao fato de se poder introduzir variáveis de conotação bastante aleatória.

No que tange ao modelismo matemático, pode-se citar um exemplo da aplicação da técnica Trend-Surface Analysis à

região chamada "Basin and Range Province" (USA) (Lustig, 1969). Este processo permite produzir e descrever matematicamente a forma de uma série de superfícies que caracterizam a tendência geral dos valores observados numa área. Ao mesmo tempo, este processo quantifica os resíduos relativos às diferenças entre os valores observados e os valores da superfície que caracteriza a tendência geral, isto para cada ponto em questão. Estes valores representam anomalias que merecem investigações mais acuradas.

Conforme aumenta o ajustamento da superfície de tendência à distribuição dos pontos, ela passará a descrevê-la com uma percentagem de "explicação" (\*) cada vez maior. O ajuste perfeito explicará 100% da distribuição; caso ideal. Este processo, portanto, dá uma descrição de uma distribuição complexa, ao mesmo tempo que possibilita a interpolação com bom nível de confiança de pontos situados entre os valores escolhidos para o cálculo da superfície.

No caso do exemplo citado, são escolhidos como parâmetros:

- área das cadeias (ranges) em relação à área total
- comprimento das cadeias (ranges)
- largura das cadeias (ranges)
- altura das cadeias (ranges)
- relevo das cadeias (ranges)
- volume das cadeias (ranges)
- relação largura/comprimento
- relação largura/altura
- relação comprimento/altura

Como resultados, podem ser retirados da análise:

- a) natureza e limites das províncias fisiográficas em geral;
- b) idade das cadeias no interior da região;
- c) origem dos pedimentos;
- d) distinções de drenagem que podem existir nas cadeias (ranges).

Uma aplicação da Análise Estrutural pode ser apreciada através de um trabalho feito por Eberhard Wernick e Osmar

---

(\*) - Convencionalmente, expressa-se o grau em que a superfície descreve a distribuição dos pontos em forma de percentagem da "explicação". (Cole, 1972)

Sinelli para a porção NE do Estado de São Paulo. (1970)

Os autores levam em conta como elemento estrutural as diáclases que cortam a sequência de derrames basálticos' com intercalações de rochas sedimentares. A soma de seus dados espaciais (densidade de fraturas por metro quadrado, comprimento, direção, mergulho, etc) fornecerá a estrutura. O elemento estrutural escolhido deverá ter freqüência suficientemente grande para receber um tratamento estatístico no que concerne a - seus dados espaciais. A metodologia em questão, leva em conta como principais características básicas das estruturas: a genidade, a tropia e a simetria.

A genidade significa o grau de homogeneidade na - distribuição dos elementos estruturais. Com isto, partes de - uma área homogênea em relação a um determinado elemento estrutural podem sofrer permutas entre si sem provocar alteração na estrutura geral.

Da mesma forma que genidade aborda homogeneidade' e heterogeneidade com respeito à distribuição dos elementos estruturais, tropia envolve as noções de isotropia e anisotropia' em relação à orientação daqueles. A isotropia corresponde à orientação desorganizada, enquanto a anisotropia se refere a uma nítida orientação dos elementos estruturais.

A simetria, por sua vez, se relaciona matematicamente aos símbolos de Schonfliess, podendo também ser representada por um sólido de simetria equivalente. (Wernick e Sinelli, 1970). (\*)

No que tange aos Modelos de Rede em Geografia, pode-se frisar para o caso da geografia física a aplicação de modelos estocásticos (caminhos aleatórios) de ramificação (Leopold e Langbein, 1962). Consiste na utilização de um modelo de simulação para idealizar as formas das redes mais prováveis numa região estrutural e litologicamente homogênea.

---

(\*) - Segundo os citados autores: "...uma sucessão de estratos' horizontais tem simetria correspondente à simetria de um cilindro; um domo tem simetria equivalente à simetria de um cône; uma dobra simétrica tem simetria correspondente à simetria de uma pirâmide rômica."



Por outro lado, fica bem marcada a importância da adoção de uma desejável estrutura geral de investigação, baseada na Teoria dos Sistemas Gerais, em Geomorfologia, introduzida por Arthur N. Strahler (1950; 1952a), posteriormente utilizada, ampliada e enriquecida por outras contribuições. Sua aplicação tem conduzido melhor as pesquisas geomorfológicas, individualizando com precisão o âmbito deste setor da Geografia Física. O Sistema vem a ser o conjunto dos elementos e das relações entre si e entre seus atributos.

A ocorrência natural dos fenômenos obedecem a duas categorias de sistemas:

- os Sistemas Abertos: nos quais se dão trocas de energia e matéria de maneira contínua, tanto recebendo como perdendo.
- os Sistemas Fechados: nos quais há recebimento e perda de energia, mas não de matéria.

A Análise Fatorial, por sua vez, tem larga aplicação em Geografia. Tem como objeto "o de esclarecer relações específicas entre muitas variáveis, de forma que as informações - totais (ou maior parte delas) são explicadas através de componentes ou características (fatores) pouco numerosos, os quais podem ser classificados como variáveis novas e hipotéticas." - (Cole, 1972)

Este método é muito usado para definir regiões e na organização do espaço, permitindo juntar as regiões em função de muitas variáveis físicas e humanas que permitam uma caracterização bastante exata.

Um exemplo desta aplicação se refere ao "Projeto' de Regionalização Administrativa para o Estado da Bahia", no qual as regiões administrativas resultantes "têm, pois, sua sustentação calcada nos princípios básicos da geografia regional," aos quais foi aplicado um modelo matemático de análise da organização do espaço." (Convênio Secr. Plan. Ciên. Tecn., 1974)

Aqui vem bem a calhar as considerações sobre Espaço Estatístico e Espaço Cartográfico ou Locacional, que para maior clareza, e dada a importância do conteúdo, achou-se oportuno a transcrição de dois parágrafos extraídos da parte introdutória do trabalho "Alguns Problemas de Análise das Distribui-

ções Espaciais: Exemplo de Variáveis Agrícolas no Espaço Paulista" de Antonio Olívio Ceron e Miguel Cezar Sanches (1973):.. "Em Geografia, usualmente, processamos informações coletadas e mapeamos os resultados obtidos. É oportuno, então, dividir o trabalho do geógrafo em duas etapas: 1) os dados coletados são processados matematicamente, e o pesquisador manuseia as informações num espaço que poderá ser denominado de forma conveniente, de ESPAÇO ESTATÍSTICO; 2) os resultados obtidos no processamento são localizados em mapas, etapa em que ele trabalha com o ESPAÇO CARTOGRÁFICO OU LOCACIONAL. O processamento do primeiro fornece ao geógrafo inputs que lhe permitem conhecer o comportamento das variáveis ou atributos ou o comportamento das dimensões do espaço estatístico, enquanto o trabalho sobre o espaço cartográfico ou locacional lhe permite conhecer a localização destas dimensões e os padrões espaciais conseqüentes."

"Um fato de importância fundamental é que o espaço estatístico poderá ser edificado sobre um número N de dimensões, o que lhe confere, neste caso, grande riqueza de componentes, enquanto o espaço cartográfico é relativamente pobre, restringindo-se a apenas três dimensões (X, Y, Z), duas das quais' (latitude e longitude) estão reservadas à própria localização do ponto ou conjunto de pontos no plano, restando ao geógrafo apenas uma dimensão para a representação, podendo ou não ser utilizada para definir volumes. Desta forma, qualquer que seja o número de dimensões que define o espaço estatístico, terá este que sofrer transformações de maneira a que se adapte à pobreza' de dimensões do espaço cartográfico."

Esta linha de colocações deve ser levada em conta também para estudos geomorfológicos modernos.

No caso da pesquisa geomorfológica em epígrafe, não se chega a colocar em prática a complementação dos dois espaços de maneira tão relevante, porém não se escapa da especulação do comportamento das variáveis no espaço estatístico para depois verificar o comportamento em termos de localização das mesmas e a determinação dos conseqüentes padrões espaciais.

Confirmando a tendência do desenvolvimento do pensamento geomorfológico em termos de quantificação de seus dados ou de formular novas técnicas nesses estudos, a título de exem-

plos, citam-se os manuais: "Techniques in Geomorphology" de ... Cuchlaine A. M. King, London (1966) e "Theoretical Geomorphology" de Adrian E. Scheidegger, New York (1970). Estas duas obras - são comentadas em breves resenhas por Antonio Christofolletti. - (1970

### 1.3. Apoio Cartográfico

#### 1.3.1. Documentação

Quanto à documentação cartográfica, decidiu-se utilizar as cartas topográficas, na escala 1:50.000 em Projeção Universal Transversa de Mercator editadas pelo Instituto Geográfico e Geológico de São Paulo. Se por um lado, para certos detalhes morfológicos, elas podem ser consideradas em escala insatisfatoriamente pequena, de outro, têm a vantagem de cobrirem grande parte da área geomorfológica em epígrafe, dando homogeneidade à documentação existente.

Embora sejam resultantes da redução dos originais compilados das minutas na escala 1:25.000 obtidas por restituição aerofotogramétrica, muitos detalhes são sacrificados, como por exemplo os pequenos filetes da drenagem, muito importantes em certas considerações geomórficas.

Por outro lado, lembra-se que se trata de uma área florestal úmida, onde a vegetação, quando existente, ainda como original, não permite a restituição perfeita do modelado devido à cobertura arbórea, que como se sabe, vem em discordância com a topografia do solo: as árvores mais altas têm maior desenvolvimento nos sopés dos morros, onde a pedogênese foi mais ativa. Por outro lado, a umidade determina uma série de interferências na imagem aerofotográfica convencional, as quais podem ser superadas somente através de novos métodos de investigação com imagens, que abrangem a faixa espectral do infra-vermelho e, principalmente, os de radar e "laser" (técnicas do sensoriamento remoto), proporcionando resultados mais satisfatórios pela eliminação daqueles problemas acima referidos.

### 1.3.2. Métodos Cartográficos

Quanto aos métodos cartográficos, reconhece-se, numa primeira instância, para os estudos de geomorfologia, a grande validade da isaritmia (representação do relevo por isoípsas). O suceder-se dos valores da variável adquiridos da informação de maneira descontínua, podem ser transformados facilmente em contínuos, através de uma interpolação linear bastante simples, o que resulta no traçado das isolinhas. Nestes termos, a carta topográfica, em grande escala, é um bom instrumento de trabalho.

Entretanto, para o presente estudo, dada a necessidade de se colocar em evidência fatos pontuais localizados, adotou-se o sistema de representação através de símbolos convencionais pontuais, com o acréscimo de uma conotação adventícia a cada figura de base, conforme um sistema de variáveis a duas entradas exigidas pela legenda, a qual especifica classes de amplitudes topográficas dentro de cada intervalo de altitude, convenientemente escolhidos conforme será detalhado oportunamente.

A distribuição densométrica daqueles pontos sugere a idéia de isaritmia, quase que dispensando a carta hipsométrica do relevo em questão.

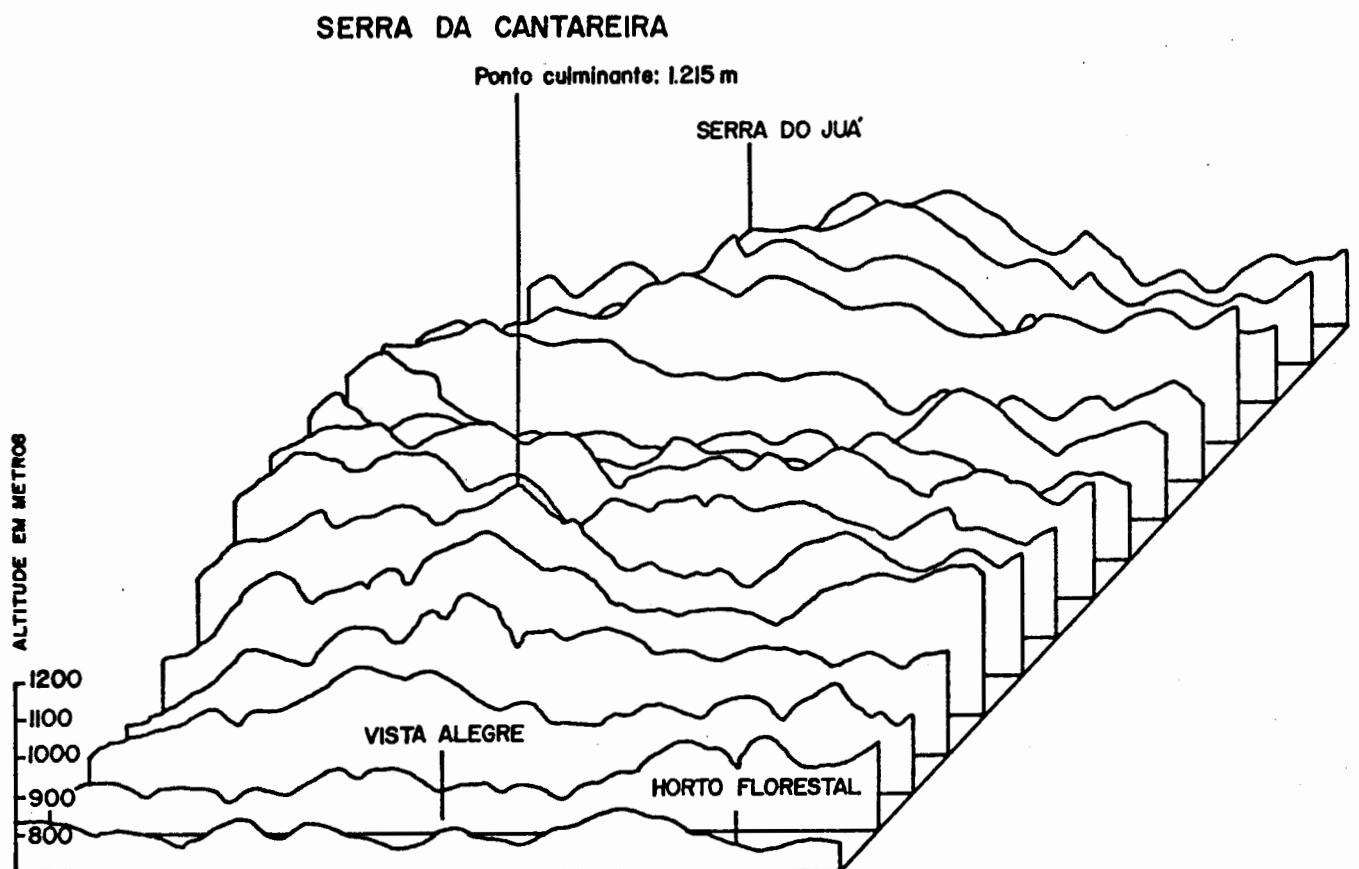
Não se pretende, aqui, criar um novo método cartográfico para a representação de problemas atinentes à geomorfologia, mas sim de adaptar melhor a possibilidade de representação à realidade focalizada.

Por outro lado, a necessidade de apresentar, às vezes, pormenores do relevo em perfil, é necessário mostrar o seu traçado em cortes convenientemente escolhidos, ou mais precisamente, uma sucessão deles bastante próximos e eqüidistantes colocados em perspectiva, segundo um plano geometral anamorfoseado convencionalmente a  $45^\circ$ . |Prancha 1.3.2. (a)|

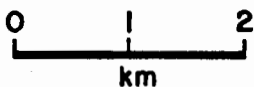
Um processo de sombreado esbatido, supondo-se uma iluminação oblíqua convencional proveniente de NW com raios inclinados a  $45^\circ$  ou a  $35^\circ 15'$ , dará a este conjunto o aspecto polido do próprio bloco diagrama (esta obedece ao ângulo  $\varphi$  que é a direção que a diagonal de um cubo faz em relação à própria base).

# 1.3.2.(a)

## BLOCO DIAGRAMA POR SUCESSÃO DE PERFIS



ESCALA HORIZONTAL



ESCALA VERTICAL - COEFICIENTE DE EXAGERO: 3,33

POSIÇÃO DO  
BLOCO DIAGRAMA  
NA FOLHA TOPOGRÁFICA  
GUARULHOS (SF - 23-Y-C-III-4)



Para eliminar o inconveniente do acúmulo da sombra própria e - projetada em alguns vales, acrescenta-se uma iluminação zenital. Lembra-se que o computador pode fazer um bloco diagrama. Basta programar a procura da terceira dimensão (Z) de todos os pontos da reta para obter-se o desenho de um perfil. Através de uma - anamorfose de todas as coordenadas do plano geometral obtém-se sua perspectiva, sobre a qual uma programação de perfis para to das as linhas retas paralelas ou oblíquas à linha de terra dará o bloco diagrama desejado. A posição do observador pode ser - considerada em qualquer ponto previamente programado.

Da mesma forma, o bloco diagrama pode ser obtido através das curvas de nível anamorfoseadas, a partir do plano - geometral colocado convenientemente em perspectiva.

Para comodidade de reprodução e de justificação - da página (\*), reduziram-se todos os mapas em 25% a partir da do cumentação original. A escala numérica passa, neste caso, a - ser 1:75.000. Entretanto, para evitar erros em futura publica- ção, quando a redução fotomecânica terá que ser feita de acordo com a dimensão exigida pela mesma, adotou-se o critério de colo car, nos mapas, unicamente a escala gráfica.

#### 1.4. Métodos e Técnicas

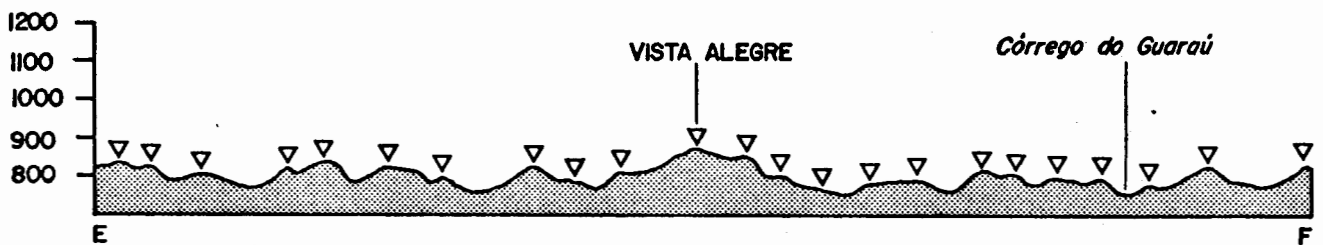
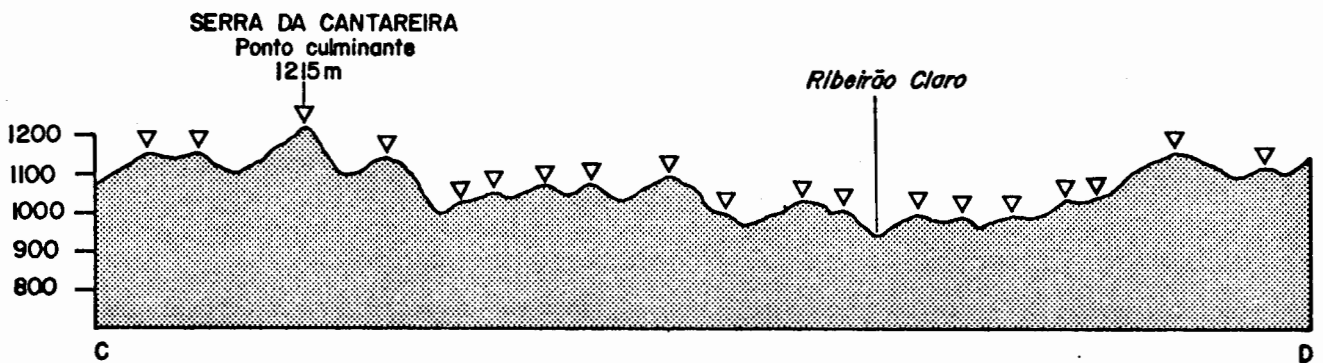
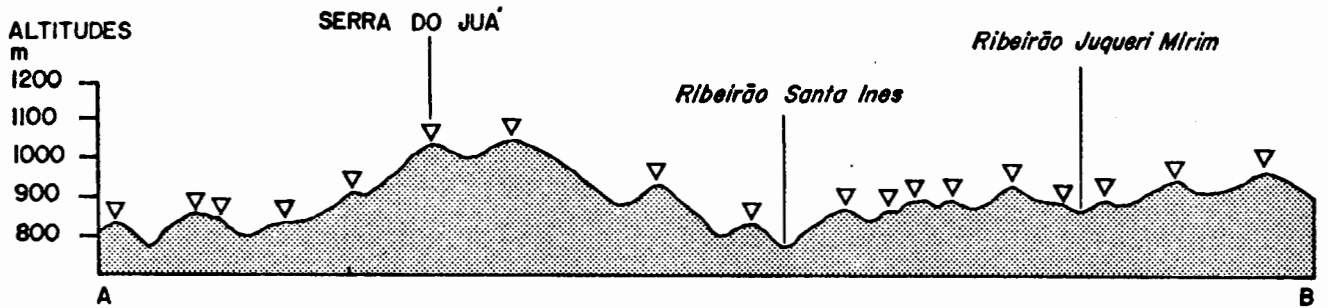
Pesquisa exclusivamente de gabinete, o presente - trabalho se constituirá numa tentativa de ajustamento do Modelo Probabilístico de Distribuição Poisson à área em estudo, o qual significa que agentes da geomorfogênese tenham atuado com for - ças suficientes para engendrar um padrão espacial aleatório de distribuição dos elementos do relevo. São considerados como e- lementos do relevo, suas proeminências, que podem ser vistas na simples observação da paisagem ou analisadas através das cartas topográficas, perfis levantados a partir das mesmas | Prancha 1.4.(a) | , ou fotografias aéreas convencionais (par estereoscó- pico). Estas, então, poderão ser: elevações, morros, colinas, cumes ou topos dos morros, ou qualquer saliência notada no mes-

---

(\*) - Justificação da página - área útil para impressão, na pá- gina.

# 1.4.(a)

## IDENTIFICAÇÃO DOS ELEMENTOS DO RELEVO POR MEIO DE PERFIS.



ESCALA VERTICAL - COEFICIENTE DE EXAGERO: 3,33

POSIÇÃO DOS CORTES  
NA FOLHA TOPOGRÁFICA  
GUARULHOS (SF - 23-Y-C-III-4)

▽ POSIÇÃO DO ELEMENTO IDENTIFICADO



mo. Tais elementos distribuídos no espaço a ser estudado, serão considerados de caráter pontual.

A individualização desses elementos sobre a carta topográfica foi feita levando-se em conta a configuração das curvas de nível. Todas as séries de curvas de nível que tivessem reduzida extensão com tendência a envolverem cada vez mais uma área pequena, passaram a receber a conotação acima apontada.

A cartografia dos mesmos é feita através da plotagem de símbolos convencionais. Desta forma, bastaria se colocar sobre o mapa símbolos de mesma figura geométrica | Prancha 1.4. (b) | . Porém, exigências posteriores convencionarão uma variação no desenho daqueles, o que será discutido oportunamente.

Neste ponto, deve-se abrir um parentesis para deixar bem claro a dificuldade da terminologia exata para definir o que viria a ser elemento do relevo explicado acima, que no presente trabalho teria capital importância, por ser a unidade pontual de contagem e de distribuição no espaço.

Conforme a orientação do Prof. Libault, estas unidades pontuais tomam a denominação generalizada e despretenciosa de "morros", o que poderia trazer controvérsias quando por ocasião de uma reflexão mais acurada sobre a questão.

Neste sentido, preferiu-se, dentro do possível, evitar o termo "morro" em função da generalização acima proposta.

O teste é aplicado a uma série de amostras escolhidas de tal forma que representem cada padrão litológico, o qual, dentro de um limite de ótimo, tenha certa homogeneidade.

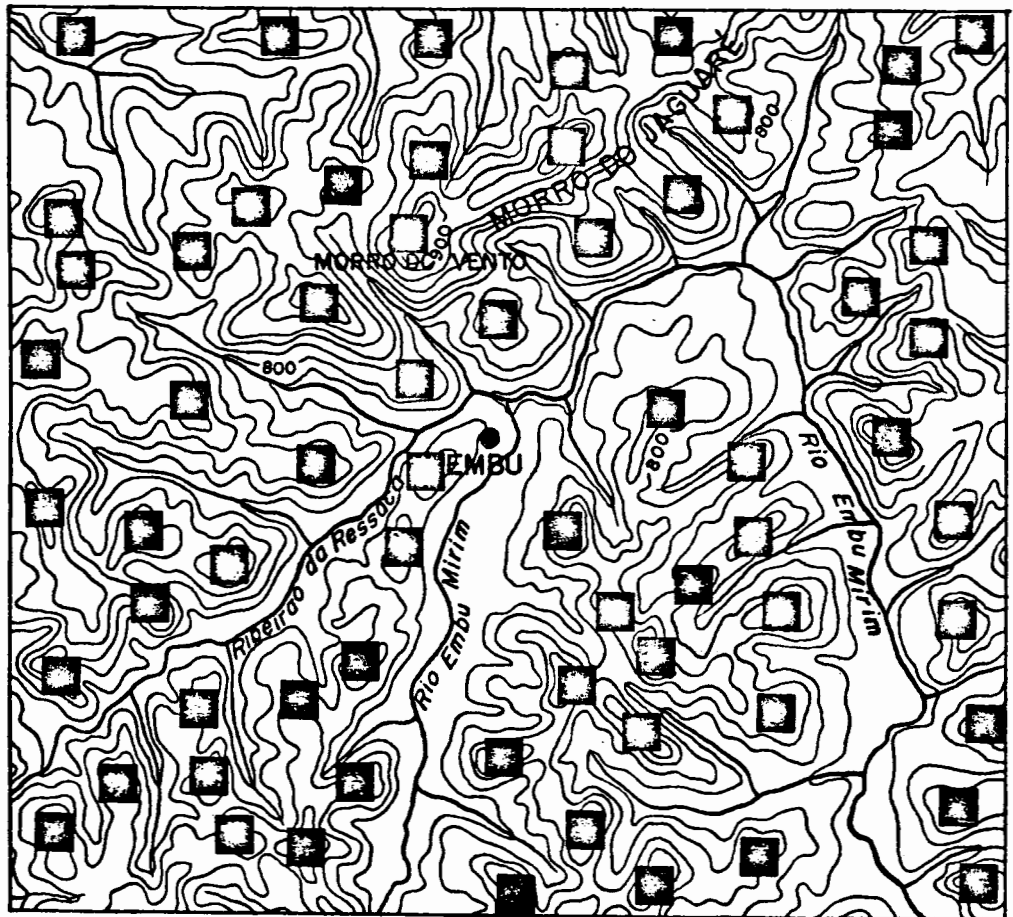
Sobre estas amostras é aplicado convenientemente a técnica das quadrículas associadas ao Modelo Probabilístico de Poisson.

Esta premissa vem do fato que o estudo focaliza nada mais que uma distribuição de pontos numa superfície. Cada elemento do relevo é considerado como unidade pontual básica. A superfície de trabalho, por sua vez, é dividida em um número N de quadrículas, que serão as unidades espaciais nas quais es-

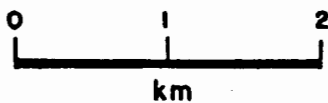


# 1.4.(b)

## PLOTAGEM DE SÍMBOLOS CONVENCIONAIS SOBRE A CARTA TOPOGRÁFICA EM LOCAIS DETERMINADOS PELAS CURVAS DE NÍVEL

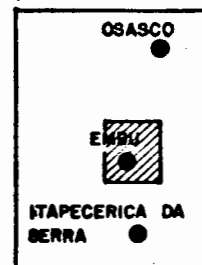


■ LOCAL DETERMINADO



Projeção Universal Transversa de Mercator

LOCALIZAÇÃO DO  
DETALHE NA  
FOLHA  
ITAPECERICA DA  
SERRA  
(SF - 23 - Y - C - VI - 1)



tarão distribuídos os pontos | Prancha 1.4.(c) | . O conjunto - justapostò das quadrículas forma uma rede com malhas quadradas' de igual dimensão.

Um aspecto bastante delicado na aplicação da distribuição de Poisson para reproduzir padrões de distribuições - espaciais é o problema teórico do tamanho das quadrículas, o qual se liga estritamente à escala em que o fenômeno está sendo estudado.

As amostras são de forma retangular com o lado - maior de 11,90 km e lado menor de 10,2 km, perfazendo uma área de 121,38 km<sup>2</sup>. Cada uma é repartida em 42 quadrículas quadra - das de 1,70 km de lado, o que significa uma superfície de ..... 2,89 km<sup>2</sup> por unidade celular. São, portanto, 7 malhas contadas no sentido do lado maior por 6 no sentido do lado menor.

A adoção desta divisão pode ser considerada, até certo ponto, como resultante de critérios empíricos já comprova - dos na aplicação de análises espaciais com ocorrência de fenôme - nos aleatórios.

Convencionou-se, então, que a ocorrência máxima - de pontos por elemento de área não excedesse a 12 unidades.

Porém, se de um lado esta medida até certo ponto' foi empírica, por outro deu às amostras características seme - lhantes, colocando a média de pontos por quadrícula entre 5 e 7, valores que aproximam a curva da função à forma assimétrica, - mais característica da distribuição de Poisson.

A ilustração | Prancha 1.4.(d) | mostra claramen - te que, conforme a média aumenta, a distribuição tende a ser si - métrica, podendo ficar muito próxima da distribuição normal (\*).

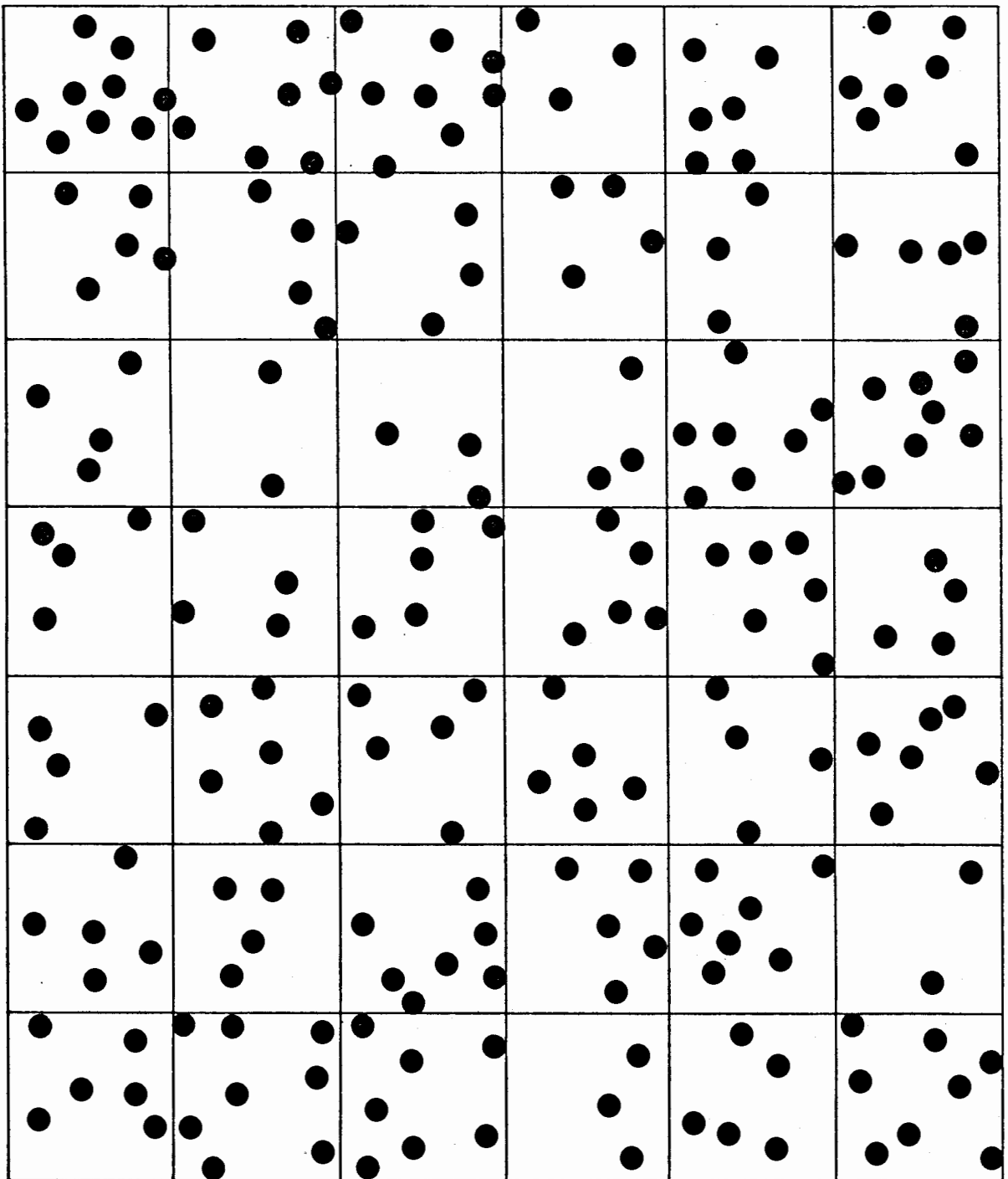
Tentativas com quadrículas de áreas maiores e me - nores que a escolhida mostram maior dificuldade em termos da po - sição da moda das frequências de ocorrências, colocando-a do la

---

(\*) - Distribuição normal: é considerada limite da distribuição binomial quando o número de provas tende ao infinito. A curva das densidades de probabilidades de uma variável, - no caso, contínua, resulta simétrica.

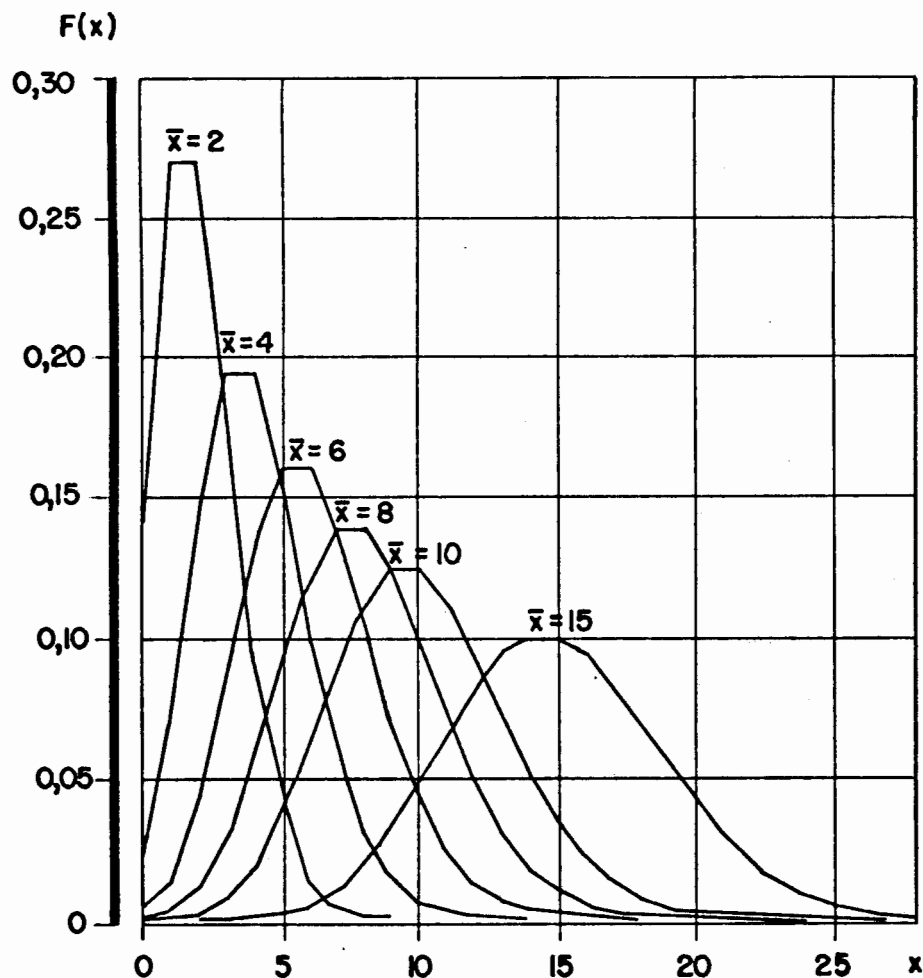
1.4.(c)

SUPERPOSIÇÃO DE REDE DE  
MALHAS QUADRADAS À DISTRI-  
BUIÇÃO DE PONTOS PARA  
CONTAGEM - EXEMPLO -



# 1.4.(d)

## CURVAS DA DISTRIBUIÇÃO DE POISSON PARA ALGUNS VALORES DA MÉDIA.



Para  $\bar{x}$  inteiro aparecem dois valores modais, iguais, correspondendo aos valores  $\bar{x}$  e  $\bar{x} - 1$ , em abcissas.

fonte: Pèpe, P e Tisserand - Perrier, M - "Méthodes Statistiques dans les Sciences Humaines", pag. 150.

do dos maiores números de eventos por unidade de área no primeiro caso, é do lado dos poucos eventos por unidade de área ..... (0,1,2) para o segundo.

Teoricamente, um número muito grande de quadrículas, portanto, com chances raras de terem mais de 1 ou 2 pontos, dará oportunidade de a distribuição tender para uma distribuição de Poisson, típica de um fenômeno de distribuição rara e aleatória, o que iria em desencontro com as proposições do estudo, não se enquadrando com a realidade observada.

Com isto, acredita-se, dentro das limitações do trabalho, que o tamanho de quadrícula escolhido seja próximo do ótimo, ou mesmo, o ótimo.

Para o posicionamento da amostra no conjunto universo do estudo, convencionou-se apoiar sua rede de quadrados à quadrícula da projeção U.T.M., tomando-se como ponto origem da amarração seu canto esquerdo superior. Ela ainda é considerada num plano geométrico de referência com a mesma orientação da quadrícula U.T.M. colocada com seu eixo maior na direção N-S. Desta maneira, o ponto de origem é coincidente com a intersecção de duas linhas daquela rede quilométrica.

Cada elemento do relevo (morro) é passível de ser classificado, através de duas variáveis das formas a serem medidas: a altitude absoluta do seu ponto de cota máxima e sua amplitude topográfica, levando em conta seu nível de base discutido posteriormente.

Para tanto, são consideradas seis categorias de altitudes com intervalos de 100 metros e 19 classes de amplitude topográficas com intervalos de 20 metros.

Estes intervalos foram determinados levando-se em conta a característica geral da documentação cartográfica utilizada. Através de uma visão de conjunto sobre o mapeamento na escala original escolhida de (1:50.000), que abrange o universo do estudo em questão, pode-se chegar à conclusão que no intervalo amplitudimétrico total da região as classes escolhidas, tanto para altitudes como amplitudes do relevo, parecem significativas.

Embora esta decisão não tenha sido resultante de uma análise estatística mais fina, pode-se afixar que ela se enquadra num nível de significância aceitável. Porém, de qualquer forma, pode-se continuar afirmando que a escolha teve um cunho arbitrário.

Um fato bastante criticável é que, ao classificar um elemento do relevo considerado pela sua amplitude topográfica, deve-se levar em conta um nível de base para o início da contagem das curvas de nível: até aqui nenhuma dificuldade. Porém, o elemento em questão nunca tem um perfil em sino perfeitamente simétrico, isto é suas terminações inferiores, embora satisfatoriamente "assintóticas", não apresentam aquela característica em relação a um mesmo eixo horizontal. Neste sentido, na grande maioria das vezes, o levantamento de tais módulos é destorcido pelo empirismo ou, quando muito, sacrificado por uma referência pré-estabelecida, como por exemplo o de se considerar o início da contagem a partir do talvegue mais próximo e mais profundo (menor altitude absoluta a partir do zero de referência assinalado no documento de base).

Mesmo com este senão, tal medida foi considerada como aceitável na elaboração da classificação em apreço.

Por outro lado, aparece a dificuldade de se conhecer exatamente a medida do ponto mais elevado de qualquer protuberância do relevo considerada aqui, como elemento de contagem, salvo quando aquele aparece registrado como ponto cotado. Na sua falta, admite-se que o mesmo se situa na média entre os valores do último intervalo, considerado, este, fechado e com a mesma equidistância.

O mesmo acontece com a compilação do dado amplitude; daí considerar-se também o valor médio das duas isoípsas sucessivas.

Para maior facilidade, neste levantamento, adotou-se o sistema de contar o número de isoípsas considerando-se a seguinte correspondência:

- 1 isoípsa - amplitudes compreendidas entre 20-40 m.
- 2 isoípsas - amplitudes compreendidas entre 40-60 m.
- 3 isoípsas - amplitudes compreendidas entre 60-80 m.
- etc.

Fica claro, aqui, que cada classe de amplitude - considerada leva em conta um zero relativo à posição da primeira curva de nível a ser contada. Portanto, não fica exatamente posicionado, porém levando-se em conta a grandeza da generalização estabelecida, o sistema fica dentro do plausível.

Como foi ventilado anteriormente, para cada classe de altitude, que aqui convencionou-se chamar de CATEGORIA, - cada uma delas recebendo um atributo, segundo a sequência cardinal dos algarismos romanos, fica estabelecido um símbolo.

Neste sentido, pode-se determinar a seguinte correspondência biunívoca:

| Categoria | Classes de Altitudes em Metros | Símbolo Convencional |
|-----------|--------------------------------|----------------------|
| I         | 700 - 800                      | ◐                    |
| II        | 800 - 900                      | ○                    |
| III       | 900 - 1000                     | □                    |
| IV        | 1000 - 1100                    | △                    |
| V         | 1100 - 1200                    | ▽                    |
| VI        | 1200 - 1300                    | ◇                    |

Um atributo adventício<sup>(\*)</sup> é dado a cada símbolo - de base antes apresentado, acompanhando também, em correspondência biunívoca, cada classe de amplitude topográfica, conforme - já foi estabelecido, de onde resulta um quadro geral a duas entradas, o qual servirá de legenda para a abrangência do universo de trabalho. | Prancha 1.4.(e) |

A seguir, pode-se analisar o comportamento de cada classe dentro de cada categoria em termos de distribuição espacial e verificar onde se situam as maiores tendências à concentração, à distribuição regular ou à distribuição aleatória.

(\*) - Atributo adventício: é, no caso, todo elemento gráfico - (linha, ponto, cor, trama, etc), que se adiciona a uma figura geométrica de base para diferenciar categorias hierárquicas.

# I.4.(e)

## LEGENDA

| Número de<br>isoipsas | Categorías<br>de Altitudes<br>de Amplitudes<br>Topogr. | I         | II        | III        | IV          | V           | VI          |
|-----------------------|--|-----------|-----------|------------|-------------|-------------|-------------|
|                       |  | 700 - 800 | 800 - 900 | 900 - 1000 | 1000 - 1100 | 1100 - 1200 | 1200 - 1300 |
| 1                     | 20 - 40  |           |           |            |             |             |             |
| 2                     | 40 - 60  |           |           |            |             |             |             |
| 3                     | 60 - 80  |           |           |            |             |             |             |
| 4                     | 80 - 100   |           |           |            |             |             |             |
| 5                     | 100 - 120  |           |           |            |             |             |             |
| 6                     | 120 - 140  |           |           |            |             |             |             |
| 7                     | 140 - 160  |           |           |            |             |             |             |
| 8                     | 160 - 180  |           |           |            |             |             |             |
| 9                     | 180 - 200  |           |           |            |             |             |             |
| 10                    | 200 - 220  |           |           |            |             |             |             |
| 11                    | 220 - 240  |           |           |            |             |             |             |
| 12                    | 240 - 260  |           |           |            |             |             |             |
| 13                    | 260 - 280  |           |           |            |             |             |             |
| 14                    | 280 - 300  |           |           |            |             |             |             |
| 15                    | 300 - 320  |           |           |            |             |             |             |
| 16                    | 320 - 340  |           |           |            |             |             |             |
| 17                    | 340 - 360  |           |           |            |             |             |             |
| 18                    | 360 - 380  |           |           |            |             |             |             |
| 19                    | 380 - 400  |           |           |            |             |             |             |



Pode-se, neste sentido, ter uma orientação mais - segura na técnica a ser empregada para a aplicação do modelo - probabilístico já enunciado.

Esta forma de tratamento dos dados morfométricos' será desenvolvida em capítulo a parte, após se ter apresentado' as amostras que representarão o universo do trabalho.

Se, numa suposição, os processos geomorfológicos' que operaram e operam na elaboração do relevo em questão tivessem admitido a concorrência de muitas variáveis aleatórias, pode-se esperar um padrão de distribuição comandado por um processo estocástico.

Porém, o que parece ser admitido através da simples observação é que alguns determinantes bastante precisos tenham deturpado setorialmente a aleatoriedade na distribuição espacial dos elementos do relevo.

Se a hipótese tiver validade, é quase uma evidência que, ao se eliminar subconjuntos explicados como organizados, o complemento obedecerá à uma tendência à distribuição aleatória daqueles elementos.

Esta simulação é colocada em tese em cada amostra e objetiva-se uma tentativa de justificar tal suposição.

Para tanto, após verificar a tendência da tipologia de distribuição da amostra, eliminam-se subconjuntos constituídos por elementos do relevo, organizados ou alinhados, testando a seguir se houve uma melhoria no ajuste à distribuição teórica probabilística de Poisson.

Esta verificação é feita através de um teste que permite avaliar se o desvio entre a distribuição observada e esperada fica dentro do intervalo de confiança para aceitar o ajuste, uma vez que deverá ter apresentado uma melhoria na aderência em relação à primeira situação.

## 1.5. A Distribuição de Poisson

### 1.5.1. Generalidades

A Distribuição de Poisson é um dos modelos estatísticos para estudar a distribuição do número de ocorrências de um mesmo evento no tempo ou, às vezes, no espaço (comprimento, área, volume).

Essa distribuição é utilizada quando se considera a variável aleatória  $X$  como sendo o número de sucessos num intervalo de tempo ou espaço pré-determinado (comprimento, área, volume), cuja medida é indicada genericamente por  $t$ .

Para tanto, devem ser consideradas as seguintes hipóteses:

- 1) A ocorrência de sucessos ou fracassos em intervalos disjuntos é independente.
- 2) Chamando-se de  $P_t(X = x)$  a probabilidade de ocorrência de  $x$  sucessos no intervalo  $t$  (de tempo ou espaço) pré-fixado, tem-se:
  - Para um intervalo  $\Delta t \rightarrow 0$  (muito pequeno, tendendo a zero) só se pode observar um ou nenhum sucesso. Lembra-se que  $X$  é a variável aleatória e  $x$  é o valor que aquela variável assume.

Assim,

$$x = 0 \text{ ou } 1 \longleftarrow \Delta t \longrightarrow 0$$

Daí, pode-se fazer:

$$P_{\Delta t \rightarrow 0}(X = 1) = p$$

e

$$P_{\Delta t \rightarrow 0}(X = 0) = 1 - p (= q)$$

- 3) A probabilidade de ocorrência de um sucesso num intervalo  $\Delta t$  pequeno é proporcional a esse intervalo.

$$P_{\Delta t \rightarrow 0}(X = 1) = M \Delta t$$

$$M \neq 0$$

$M =$  constante ou mais simplesmente:

$$p = M \Delta t$$

M é o número médio de sucessos por unidade em que se está medindo o período t (de tempo ou espaço).

Portanto, se os sucessos ocorrem aleatoriamente - no tempo ou no espaço, demonstra-se que a probabilidade de se constatarem x sucessos por unidade de tempo ou espaço, adotado o modelo da distribuição de Poisson, é dado por:

$$P_t(X = x) = \frac{e^{-M} M^x}{x!} \quad (*)$$

onde, x = 0, 1, 2, ... (representa o número de sucessos por intervalo pré-fixado)

M > 0 (número médio de sucessos no intervalo unitário de tempo ou espaço)

e (base dos logarítmos neperianos ou logarítmos naturais:

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{1}{n} \right)^n \quad (\text{Anexo I})$$

Pelo fato de se aplicar aos acontecimentos numerosos de fraca probabilidade, esta distribuição recebeu o nome de "lei das pequenas probabilidades". Inicialmente voltada para acidentes mortais raros como suicídios, quedas de avião e doenças excepcionais, ela encontra agora uso em outros fatos.

- a) "número de incêndios (independentes), por dia, numa grande cidade;
- b) número de peças defeituosas produzidas por hora num processo de fabricação (sem anomalia);
- c) número de átomos que se desintegram durante um determinado período pequeno de tempo;
- d) número de telefonemas por minuto numa certa firma" (Varios, 1967)
- e) controle do número de enchentes num período bastante longo de anos

---

(\*) - O símbolo x! (que se diz x fatorial) representa o produto dos x primeiros números inteiros consecutivos:  
 $x! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \dots (x - 1) \cdot x$   
 Exemplo:  $1! = 1$  e  $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$   
 Por definição  $0! = 1$

- f) congestionamento do tráfego rodoviário
- g) linhas ocupadas nas comunicações telefônicas
- h) contagem dos glóbulos e estudo numérico das culturas microbiológicas.

Verifica-se, portanto, que nos exemplos citados o número de provas é muito elevado e a probabilidade do evento - considerado é muito reduzido em cada prova.

Neste sentido, "esta distribuição pode ser considerada uma forma limite da distribuição binomial. (\*) Assim, considerando o caso em que o número de observações, ou provas, é muito grande e a probabilidade do evento em estudo é muito pequena, sendo ainda constante o valor esperado  $np = M$ , tem-se - uma distribuição de Poisson." (Vários, 1967)

Teoricamente, na distribuição de Poisson, a média e a variância são iguais, do que se pode derivar um índice de dispersão

$$D = \frac{\text{variância}}{\text{média}}$$

que em casos práticos tenderia para  $1^2$ , já que nesse caso a - igualdade daqueles parâmetros é quase impossível. (Faissol, .. 1973b, pag:16)

O processo de Poisson não tem a qualidade de prever quando o sucesso ou fracasso irá acontecer, mas sim de de - terminar quantas vezes o acontecimento será constatado no inter

---

(\*) - Conforme os mesmos autores, tem-se a seguinte explicação' para distribuição binomial: "Consideremos uma experiência ou prova que possa ser repetida nas mesmas condições, e cujo resultado ou é um evento A a que chamamos sucesso, - ou a não realização de A (evento A'), a que chamamos fracasso (ou insucesso). Suponhamos a realização de n pro - vas independentes e que, em cada prova, a probabilidade - do evento A seja sempre p. Dado que em cada prova A e A' são mutuamente exclusivos e exaustivos, temos que a proba - bilidade de acontecer A' é expressa por  $(1 - p)$ . Nestas condições, o número de vezes x em que o evento A - ocorre nas n provas independentes é uma variável aleató - ria, cuja distribuição de probabilidade é denominada distribuição binomial. Como exemplo, podemos tomar a reali - zação de n jogadas de um dado perfeito, observando-se em cada jogada o aparecimento ou não da face seis. O número de vezes x em que aparece a face seis, nas n jogadas, é a variável binomial."

valo de tempo ou espaço considerado.

Seja o exemplo da distribuição, das enchentes de um rio no tempo. No caso de um ciclo de 100 anos haverá:

- m anos com 0 enchentes
- n anos com 1 enchente
- p anos com 2 enchentes
- q anos com 4 enchentes
- r anos com 5 enchentes
- s anos com 6 enchentes
- . . . . .

Pode-se, então, prever a frequência dos acontecimentos do ciclo mas não se saberá como os anos vão se organizar dentro do intervalo de tempo considerado. A vantagem está em poder dar a informação de abundância de frequência, e de ser um método estatístico que merece bastante confiança.

1.5.2. Aplicação à Distribuição Espacial

A distribuição de Poisson pode ser transferida para uma aplicação ao espaço especificamente geográfico quando as causas dos fenômenos são numerosas e independentes; neste caso, os elementos aleatórios predominam nitidamente sobre as causas organizadas.

Para tanto, uma área de amostra deverá ser coberta por uma rede de quadrados juntos. "A distribuição é aleatória quando cada quadrado tem a mesma chance de receber um elemento e quando cada elemento tem a mesma chance de cair em determinado quadrado;" (Geiger, Rua e Ribeiro, 1972, pg:1) ou em outras palavras: "se um conjunto de eventos ou objetos são distribuídos aleatoriamente no espaço, então a probabilidade de encontrar um evento ou objeto em qualquer área unitária de espaço é dada pela distribuição de Poisson" (Harvey, 1974, pg:122-123). Ela tem a forma geral, já apresentada anteriormente:

$$P(x) = \frac{e^{-M} M^x}{x!}$$

Deve-se tomar especial cuidado para o tamanho daquelas células. Para testar uma rede de quadrados inicial tem-

-se que efetuar uma contagem dos elementos pertencentes a cada unidade espacial que englobem 0, 1, 2, 3, ... elementos e calcula-se seu número médio por quadrado (densidade média de elementos por área unitária).

Se o número de quadrados vazios ficar muito diferente de  $e^{-M}$  não há necessidade de abandonar a tentativa de verificar se a distribuição segue a de Poisson, mas sim de rever o tamanho dos quadrados. Adotando-se quadrados pequenos, haverá muitos quadrados vazios e poucos com mais de 1 ou 2 elementos; a distribuição neste caso, tenderá para uma distribuição Poisson, típica de um fenômeno de distribuição rara e aleatória; a escolha do tamanho do quadrado muito pequeno, inadequado ao fenômeno em questão, pode descrever a distribuição como aleatória quando na realidade ela pode não ser. Ao contrário, aplicando-se quadrados grandes, não existirão quadrados vazios, e por conseguinte ter-se-á um número pequeno de quadrados, dificultando a estimação precisa dos parâmetros (densidade média e variância). Neste sentido, haverá de se fazer várias tentativas para a obtenção da proporção razoável de quadrados vazios e ocupados. Controlado este primeiro item verificar-se-á se a variância não se afasta muito da média, o que pode ser constatado através da relação  $\frac{\sigma^2}{M}$  que deverá se aproximar razoavelmente de 1.

Satisfeitas ambas as premissas, procurar-se-á a distribuição teórica das frequências, através do cálculo sucessivo das probabilidades multiplicadas pela frequência total, e se fará a comparação com a distribuição observada.

Se esta verificação tiver sucesso, pode-se aceitar como modelo o Processo Poisson. Seu aceite, para a amostra, permite tirar conclusões para a população.

Entretanto, a amostra escolhida pode não ser característica de uma distribuição de Poisson, o que pode ser detectado, como já apontado anteriormente, através da relação  $\frac{\sigma^2}{M}$ . De fato, se a correspondência entre a média e a variância não for exata fica claro que a distribuição de Poisson foi modificada, estabelecendo-se, então, outras distribuições padrões bastante vizinhas as quais podem definir melhor o processo em questão.

Pode-se, então, distinguir se o processo em operação é:

- a) aleatório ou estocástico
- b) de "contágio" ou concentrado
- c) "competitivo"

Já foi apontado que uma propriedade importante na distribuição de Poisson é que a sua média é numericamente igual à sua variância e foi demonstrado que, se a razão  $\frac{\text{variância}}{\text{média}}$  for maior que 1 ( $> 1$ ), "a característica mostra algum grau de aglomeração e é sugerido um processo matemático do tipo contágio." Se aquela proporção for menor que 1, "a distribuição será mais regular do que aleatória e é indicado um processo competitivo." (Harvey, 1974, pp:123) Isto significa que os elementos aleatórios, embora importantes, cedem lugar à um processo de organização regular ou geométrica, devendo-se procurar, então, uma lei mais específica que aquela de Poisson.

Muitas vezes, para uma determinada escolha da amostra, a relação variância/média fica muito próxima de 1. O fato de às vezes ultrapassar o valor 1 pode provir de erros de amostragem, o que exige de se examinar melhor as probabilidades de paralelismo entre as constatações e a distribuição teórica.

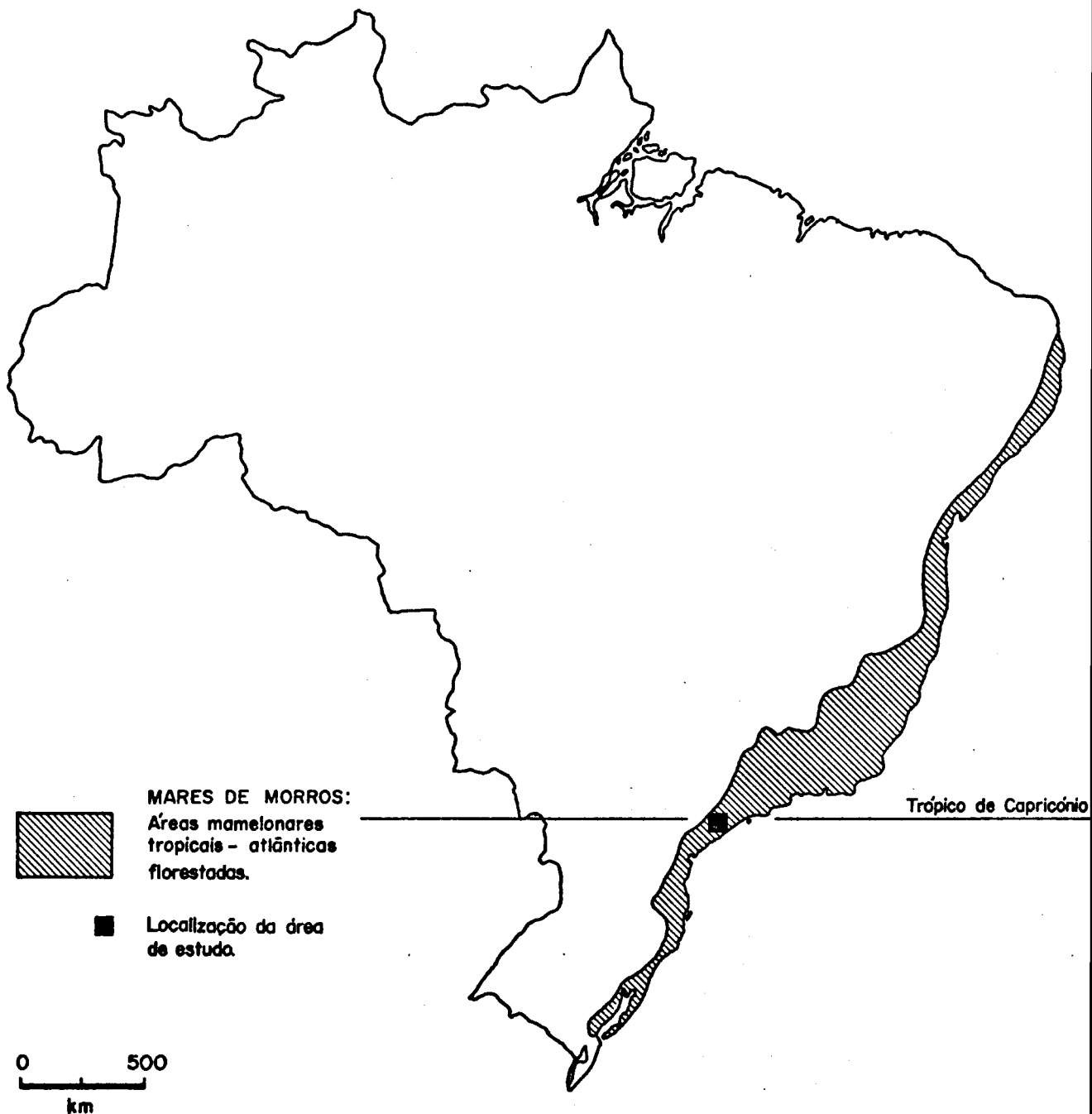
## 1.6. A Escolha das Amostras

### 1.6.1. Justificativa

Para tornar mais clara a justificativa da escolha das amostras, foi feita uma revisão bibliográfica em termos de geologia e geomorfologia a fim de se chegar a uma caracterização sumária do universo de estudo para o presente trabalho. Este conjunto se constitui no chamado "Domínio Morfoclimático dos Mares de Morros" do Sudeste Brasileiro, onde se encontra sua área "core" (Ab'Saber, 1970, 1973). | Prancha 1.6.1.(a) | . Trata-se de uma área de modelado policonvexo (Libault, 1971), onde a alteração das rochas atinge o maior desenvolvimento, a drenagem é densa e perene, as planícies de inundação contêm meandros

1.6.1.(a)

# DOMÍNIO "DOS "MARES DE MORROS" NO BRASIL



Apud: — Aziz Ab'Saber - mapa "Domínios Morfoclimáticos Brasileiros";  
reproduzido de "Orientação" Nº 3, IGEOG-USP, pág 46 - 1967.



e os perfis dos solos denotam vestígios das flutuações climáticas do Quaternário. (Ab'Saber, 1966)

Na cidade de São Paulo esta província cede lugar a uma bacia sedimentar recente de relevo ondulado.

Por outro lado, do ponto de vista geomorfológico, reconhece-se, no Estado de São Paulo, uma província estruturalmente heterogênea com conseqüente diversidade de formas topográficas e nítidos indícios de antigas superfícies de aplainamento - o Planalto Atlântico (Almeida, 1964). Este, por sua vez, inclui uma zona que abarca a totalidade da cidade de São Paulo e suas vizinhanças, com uma superfície de cerca de 5.000 km<sup>2</sup>, a qual se constituirá na área preferencial para a escolha das amostras do presente estudo - o Planalto Paulistano. (Almeida, - 1964)

Do ponto de vista geológico, Coutinho (1972) estabelece para esta zona duas formações pré-cambrianas: o "Grupo São Roque" e o "Complexo Cristalino", recobertas parcialmente - em sua porção mais ou menos central por sedimentos presumivelmente pliocênicos ("Bacia de São Paulo"). Ocorrem ainda, principalmente em vales fluviais, sedimentos aluvionais recentes.

O Grupo São Roque aparece ao Norte do rio Tietê. Constitui-se litologicamente por sedimentos clásticos, onde predominam os de natureza argilosa, atualmente metamorfoseados em filitos. Em áreas restritas aparecem metassedimentos conglomeráticos, arenosos e calcários, enquanto que os granitos afloram em grandes massas. Em geral, estes últimos têm comportamento intrusivo em relação aos metassedimentos do mencionado grupo.

O conjunto foi afetado por tectonismo com dobramentos e falhamentos acompanhados de metamorfismo brando.

As direções estruturais principais são, em geral, NE-SW e correspondem normalmente à xistosidade e à estratificação, embora com desvios locais daquela orientação principalmente nas proximidades das intrusões.

O Complexo Cristalino contorna a "Bacia de São Paulo", na porção Sul do rio Tietê. É constituído essencialmente de rochas migmatíticas e apresenta uma associação micaxística -

tos-gnaisses-granitos com direção geral NE-SW com numerosos pegmatitos. Nas proximidades do rio Tietê, esta direção sofre uma inflexão para E-W, retomando, mais ao Norte, a orientação original. Alguns corpos gnáissicos ou granitóides de forma alongada são encontrados na porção Leste da cidade de São Paulo.

Os contatos entre o Complexo Cristalino e o Grupo São Roque parecem ocorrer segundo ajustamentos tectônicos (Coutinho, 1972) ou mediante passagem gradual (Melfi et al., 1965, pp:471; Almeida, 1953).

Os sedimentos pliocênicos, antes apontados, preenchem uma depressão de origem tectônica, estendendo-se em camadas horizontais de argilas silticas de coloração variegada, intercaladas com bancos de areias. A presença local de areias e cascalho fino pouco rolado em leitos conglomeráticos basais indica uma sedimentação de caráter fluvial torrencial pelo menos em sua fase inicial, ao mesmo tempo que poderia ter havido uma provável agressividade areolar, colaborando para ravinamentos e conseqüente pedimentação em clima semi-árido. A ocorrência de cascalheiras atinentes a climas relativamente secos atestam fases mais intensivas de pedimentação correspondentes ao fim da fase deposicional da Bacia de São Paulo, enquanto que as crostas e concreções de limonita secundária, em níveis de 830 m, parecem ter-se formado posteriormente ao término da sedimentação daquela bacia. (Ab'Saber, 1969; Coutinho, 1972)

"Esta formação sedimentar recobre a área urbana - mais densamente povoada de São Paulo. Seu contorno é amebóide, distinguindo-se uma ramificação para ENE, atingindo Arujá, outra para E, chegando próximo a Mogi das Cruzes e uma terceira - para S, fragmentando-se no topo das escarpas da Serra do Mar, - na altura de Engenheiro Marsilac. Para W, os sedimentos se estendem até Quitaúna; a Oeste deste ponto e ao Norte do Tietê - nessa região, são encontrados somente em pequenas manchas." - (Coutinho, 1972)

Os sedimentos aluvionais recentes aparecem formando as "várzeas" dos rios e ribeirões maiores, enquanto que níveis de cascalhos, areias e argilas são encontrados em diversas altitudes de terraços; atestam sucessivas retomadas de erosão de talwegues, alternadas com curtas fases de aplainação lateral, em pleno Quaternário. O alargamento e estreitamento, não con-

cordante com o volume de água que percorre as várzeas sedimentares, comprovam possível atividade tectônica moderna. (Coutinho, 1972)

Além das três formações citadas, Coutinho (1972) reconhece, na área em estudo, uma Faixa Gnáissica Intermediária que é definida por uma sequência espessa de gnaisses heterogêneos, de aspecto macroscópico, freqüentemente migmatítico (embrechitos, diadisitos e anatexitos) e microscópico, intensamente milonítico. Esta faixa separa os filitos do bloco de rochas do Grupo São Roque, ao Norte, dos mica-xistos, gnaisses e granitos do Complexo Cristalino que prevalecem, ao Sul, em provável contato de falha. Este limite meridional fica bem marcado na paisagem por um alinhamento de morros ao Norte de Embu e Taboão da Serra. O mesmo autor admite a continuidade da faixa sob os sedimentos da Bacia de São Paulo até Itaquaquecetuba.

Geomorfologicamente, o relevo da porção cristalina do Planalto Paulistano está condicionado à natureza e diversidade litológicas e à existência das superfícies de erosão Japi (1.050 - 1.300 m) e do Alto Tietê (800 - 1.000 m). Também está sujeito aos efeitos dos processos morfoclimáticos tropicais úmidos e às heranças de um clima mais seco pré-atual. Esta área é típica da mais profunda alteração das rochas, que atinge 40-60 metros, causadora de intensa mamelonização, tanto nos níveis baixos e intermediários, como até nos de 1.100-1.200 metros. Embora a mamelonização seja intensa, o que leva a considerar como de máxima importância a influência climática no modelo, determinantes litológicos e estruturais também operam na elaboração dos principais delineamentos do relevo. Assim, as saliências topográficas, marcadas pelas cristas filito-quartzíticas, pelos granitos intrusivos do Grupo São Roque e mesmo pelas rochas litologicamente mais resistentes, colocadas em destaque pela erosão subsequente aos escarpamentos de falha, comprovam aquele determinismo na esculturação do relevo. (Convênio - Hibrace, 1968)

A característica fitogeográfica é representada pela cobertura florestal contínua. Esta mantém as vertentes em perfeito equilíbrio fisiográfico e ecológico, denominado "bios-tático", conforme a teoria de Erhart. (Erhart, 1955, 1956)

Convém ainda ressaltar, conforme Ab'Saber, (1957a)

e Bigarella e Mousinho (1965), que o Quaternário no Brasil foi submetido a oscilações climáticas. Nos períodos mais secos houve a participação dos processos físicos de desagregação das rochas e erosão por degradação lateral com conseqüente formação de superfícies aplainadas. Os períodos mais úmidos foram marcados pelo entalhamento dos vales. A sucessão desses fenômenos determinaram o aparecimento de pedimentos escalonados que, atualmente, dão o aspecto de níveis embutidos acompanhando as vertentes.

A última fase mais seca, portanto, deixou marcas no modelado, construindo pedimentos nos sopés das escarpas de falhas ou nos de cristas filito-quartzíticas, soerguidas pelos movimentos epirogenéticos. Trata-se de uma fase de erosão regional agressiva, com destruição generalizada dos regolitos, situados em posições topográficas especiais em relação às porções mais rebaixadas do relevo. Esta fase constitui, segundo a teoria de Erhart, um período de desequilíbrio total dos elementos fisiográficos e ecológicos, denominado "Resistasia". Este período climático pré-atual é responsável também pelo aparecimento de "stone lines", constituídas principalmente por fragmentos grosseiros e irregulares de limonita, no caso da área sedimentar da Bacia de São Paulo, e por fragmentos de quartzo, com respeito às áreas cristalinas circunjacentes. (Ab'Saber, 1969)

Em termos hidrográficos, o universo de trabalho para a pesquisa em questão inclui em grande parte a bacia do Alto Tietê. O aspecto atual do controle geral da direção da drenagem é fruto da história morfogenética e fatos estruturais de grande amplitude. Seu padrão geral é dendrítico, passando geralmente a subparalelo nos pequenos cursos. A densidade de ramificação não elevada é devida ao pequeno poder erosivo inicial do escoamento superficial e também às características de permeabilidade do regolito. (Convênio Hibrace, 1968)

Conforme Ab'Saber (1969), os bordos da Bacia de São Paulo estão relacionados à "Superfície Neogênica" do Plioceno Superior (?), cujo nivelamento corresponde ao fecho da sedimentação pliocênica (?) (835 - 840 m), a partir do qual se deu o começo do entalhamento do relevo circundante e a incisão dos depósitos da citada bacia. Rebaixamentos iniciais na superfície neogênica foram efetuados mediante ligeira retomada de pedimentação. Na área sedimentar paulistana, formaram-se, no Pleis

toceno Médio a Inferior, níveis de terraços médios e de pedimentação. No Pleistoceno Superior (?), moldaram-se os baixos terraços fluviais, mantidos por cascalheiras e, finalmente, no Holoceno, planícies de inundação meândricas. (Ab'Saber, 1969)

Em termos geomorfológicos, este duplo acontecimento (término da sedimentação da bacia paulistana e início do retrabalho do relevo regional sob o comando das flutuações climáticas do Quaternário) foi levado em conta na escolha das amostras da área proposta para o estudo. Isto minimiza as possibilidades de erros em termos de homogeneidade - se não de processos, pelo menos de resultados - para um universo de trabalho - circunscrito à região cristalina policonvexa próxima à bacia sedimentar de São Paulo (\*), onde o conhecimento geomorfológico é bastante seguro.

Após uma triagem inicial de oito amostras tomadas em todos os quadrantes da área em questão, cada uma presumivelmente homogênea quanto à litologia, o universo de amostras foi representado por cinco áreas.

Para a melhor organização do trabalho, convencionou-se dar nomes a cada uma das amostras. Assim, partindo-se da direção N-S, que passa pelo centro da cidade de São Paulo, e seguindo o caminho anti-horário, tem-se: |Prancha 1.6.1.(b)|

- Amostra 1 - Serra da Cantareira
- Amostra 2 - Embu
- Amostra 3 - São Lourenço da Serra
- Amostra 4 - Parelheiros
- Amostra 5 - Taiapuê

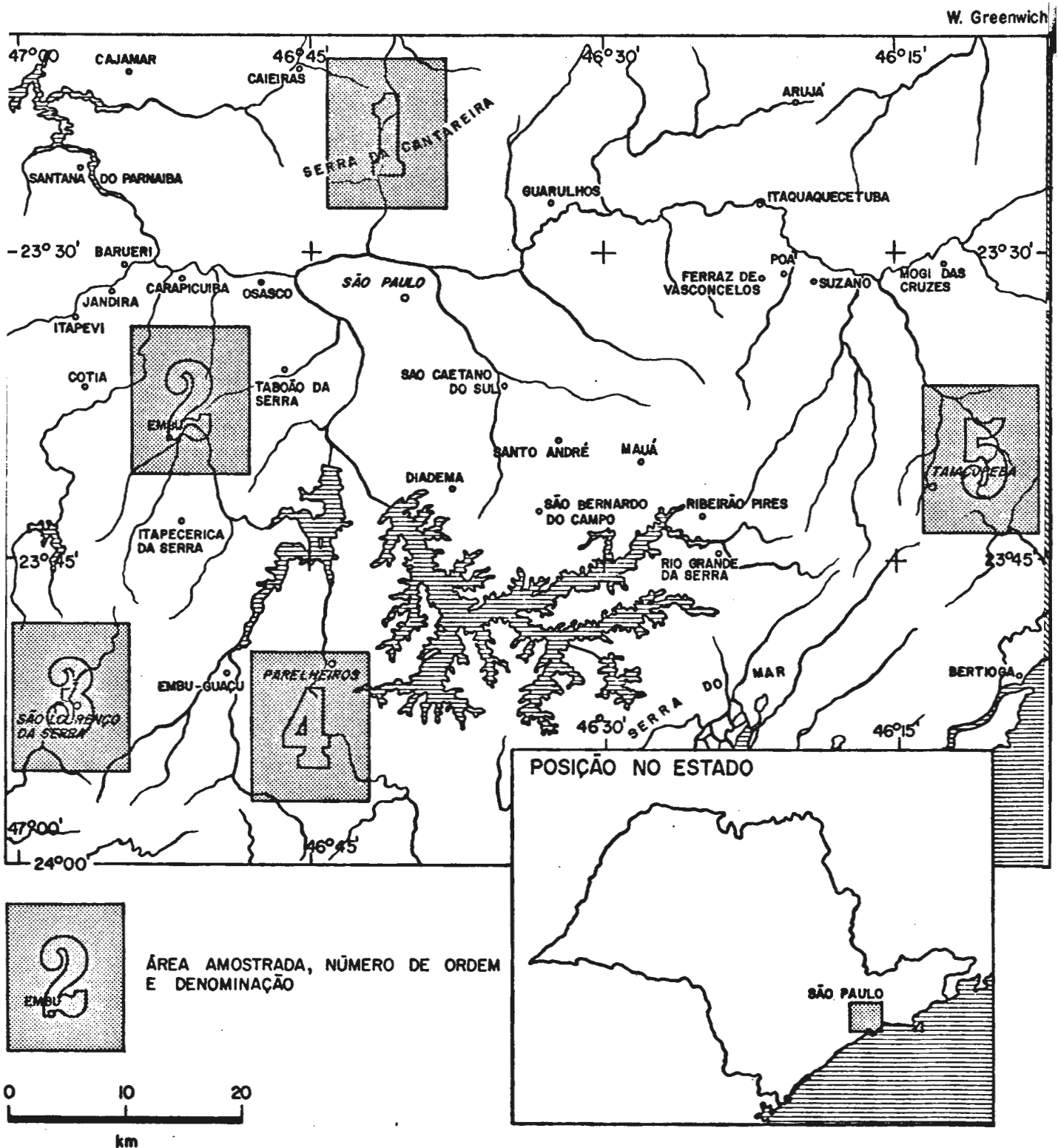
Para a localização de cada uma, ficam dadas as coordenadas quilométricas, referenciadas ao sistema de projeção UTM, de seus vértices superiores esquerdos, como já foi explicado anteriormente:

|                          |       |                         |
|--------------------------|-------|-------------------------|
| 1. Serra da Cantareira   | ----- | 325.000mE - 7.415.000mN |
| 2. Embu                  | ----- | 308.000mE - 7.392.000mN |
| 3. São Lourenço da Serra | ----- | 296.000mE - 7.366.000mN |
| 4. Parelheiros           | ----- | 319.000mE - 7.364.000mN |
| 5. Taiapuê               | ----- | 379.000mE - 7.389.000mN |

(\*) - Sugestão verbal do Prof. Dr. Aziz Nacib Ab'Saber.

16.1.(b)

# LOCALIZAÇÃO DAS AMOSTRAS NO UNIVERSO DE TRABALHO



Quanto ao referencial da documentação cartográfica de base utilizada, dá-se a seguinte orientação:

Instituto Geográfico e Geológico de São Paulo  
Região Sul do Brasil - 1:50.000

| Nº | Nome da Amostra       | Nome das Folhas             | Índice de Nomenclatura das Folhas            |
|----|-----------------------|-----------------------------|--|
| 1  | Serra da Cantareira   | Guarulhos                   | Folha SF-23-Y-C-III-4                        |
| 2  | Embu                  | Itapecerica da Serra        | Folha SF-23-Y-C-VI-1                         |
| 3  | São Lourenço da Serra | Embu-Guaçu<br>Juquitiba     | Folha SF-23-Y-C-VI-3<br>Folha SF-23-Y-C-V-4  |
| 4  | Parelheiros           | Embu-Guaçu<br>Riacho Grande | Folha SF-23-Y-C-VI-3<br>Folha SF-23-Y-C-VI-4 |
| 5  | Taiapuêba             | Mogi das Cruzes             | Folha SF-23-Y-C-IV-2                         |

A significância da escolha, em termos de uma geologia homogênea ou, pelo menos, com características importantes dentro do conjunto litológico regional, passa a ser considerada da seguinte forma: | Prancha 1.6.1.(c) |

1. Serra da Cantareira - granitos
2. Embu - gnaisses
3. São Lourenço da Serra - xistos migmatizados
4. Parelheiros - micaxistos
5. Taiapuêba - micaxistos-granitos

Em seguida, tecer-se-ão considerações sobre cada amostra indicada em particular.

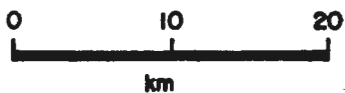
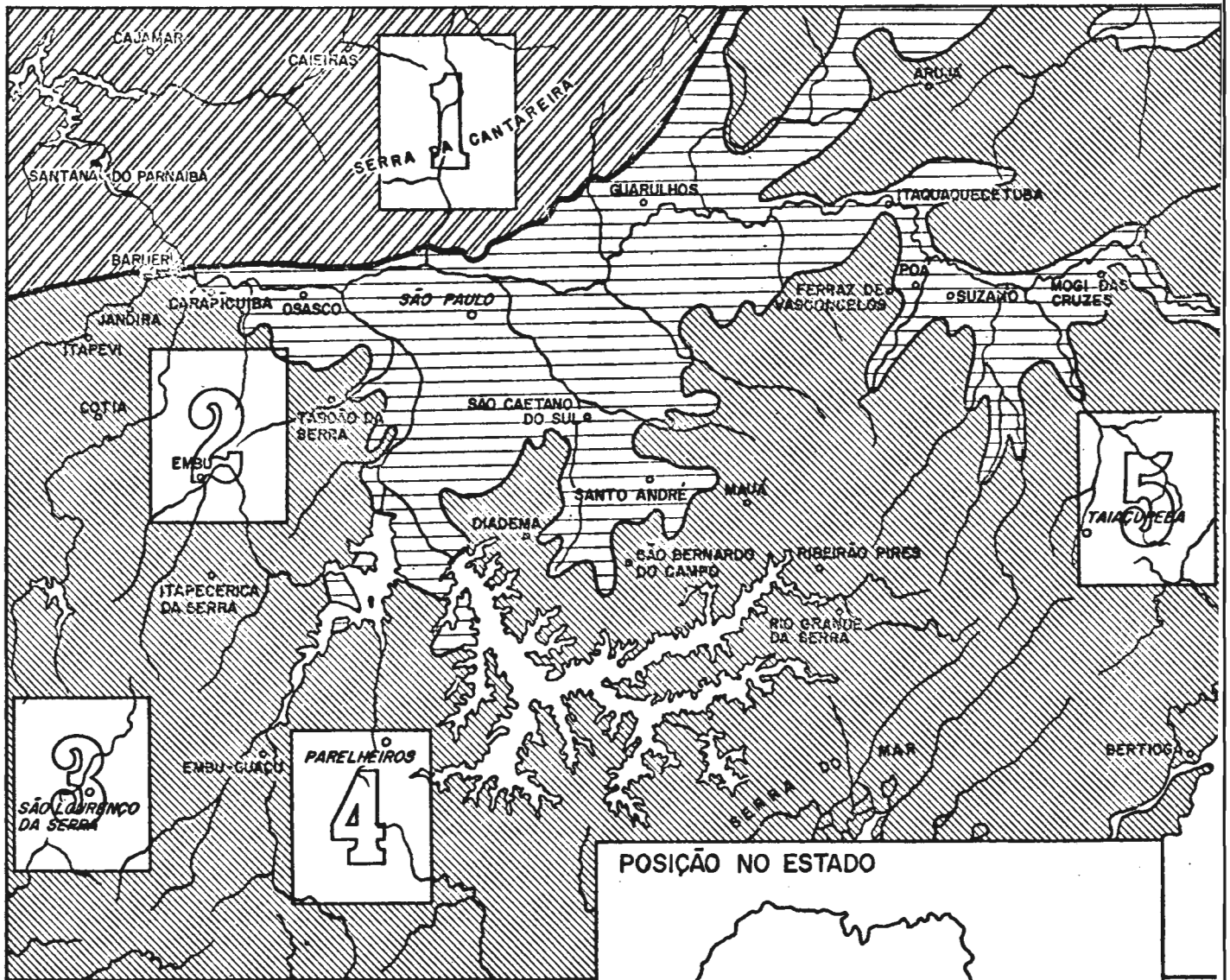
#### 1.6.2. Descrição das Amostras

##### 1.6.2.1. Serra da Cantareira

Esta amostra foi extraída da porção montanhosa -

1.6.1.(c)

# LOCALIZAÇÃO DAS AMOSTRAS NAS FORMAÇÕES GEOLÓGICAS DO "PLANALTO PAULISTANO"





que emoldura o quadrante Norte da cidade de São Paulo. Trata-se da Serra da Cantareira, a qual dá o nome à amostra. Determina o limite Norte da zona geomórfica denominada Planalto Paulista (Almeida, 1964). É um corpo granítico que mantém relações intrusivas com os metassedimentos do Grupo São Roque. Sua posição e alongamento são os mesmos do "pacote metassedimentar" dobrado e metamorfoseado regionalmente. As direções estruturais principais NE-SW correspondem à xistosidade e estratificação (normalmente idênticas), observando-se, todavia, numerosos desvios locais daquela orientação, principalmente nas vizinhanças de intrusões." Ao seu redor pode-se verificar, também, um metamorfismo local (Coutinho, 1972, pp:22). Na reentrância voltada para Leste, e na porção Sul, mantém contato litológico com filitos. A rocha daquela massa intrusiva é bastante homogênea, apresentando, no entanto, poucas variações próximas aos contatos. Quanto à sua origem "parece ter-se formado por simples cristalização a partir de um magma de composição ácida." (Cordani, Campos, Davino e Björnberg, 1961). No seu setor voltado para o Sul, é identificada "importante zona de falhamentos antigos, cuja reativação moderna estaria relacionada com o tectonismo originário da Bacia de São Paulo" (Almeida, 1964). Hennies et al (1967) admitem aí um prolongamento da Falha de Taxaquara, falhamento transcorrente (\*) com mais de 100 km de extensão, desde Pilar do Sul e Salto de Pirapora (cidades próximas a Sorocaba) até início da Via Anhanguera, próximo à cidade de São Paulo.

O sistema de falhas orientadas para NE e EW evidenciado às faldas da Serra da Cantareira, no contorno setentrional da Bacia de São Paulo, é comprovado como extensão do tectonismo daquela bacia sedimentar através de levantamentos gravimétricos (\*\*). Resultados dessa investigação, feita numa área a Sudoeste da cidade de São Paulo, nas redondezas dos bairros Ibirapuera e Indianópolis e ao longo de um perfil entre Tucuruví e Penha, apontaram que as "pronunciadas anomalias, indicando paredes muito inclinadas no embasamento, sugerem uma topografia por

---

(\*) - Falha transcorrente ou de deslocamento horizontal: apresenta deslocamento horizontal mantendo o plano de falha vertical (Penteado, 1974).

(\*\*) - Conforme Kollert e Davino (1963), a técnica de investigação gravimétrica consiste em observar e determinar anomalias no campo gravitacional da Terra. Os autores afirmam que tais anomalias são causadas pelas diferenças entre densidades dos materiais da crosta e podem, por isso, fornecer indicação sobre a distribuição das rochas.

falhamentos, concordando com a idéia de origem tectônica da bacia." (Kollert e Davino, 1963) A direção SW-NE da faixa deprimida do embasamento foi verificada através do traçado das isogais (\*) e reforçada pela presença de uma depressão bastante profunda, indicada pelas anomalias pronunciadas do perfil gravimétrico. Isto comprova a coincidência da direção do sistema de falhas verificado nas proximidades da Serra da Cantareira - "Falha do Mandaqui" e "Falha do Piqueri", conforme Fernando F. M. de Almeida (1955).

O relevo desta parte da paisagem, que se coloca ao Norte da cidade de São Paulo, apresenta altitudes da ordem de 1.200 metros, balizadas pela superfície de aplainamento de Japi (Almeida, 1964). Configura-se através de uma escarpa bastante íngreme, voltada para o Sul, com desníveis que ultrapassam 300 metros e um rebordo, voltado para o Norte, dissecado e desdobrado em espigões, cujos topos vão descendo até níveis altimétricos de aproximadamente 820 metros. Um ponto culminante, balizado em 1.215 metros, destaca-se dos cimos de altitudes compreendidas entre 940 e 1.060 metros. A Serra da Cantareira funciona como um divisor de águas entre as bacias do rio Tietê e do rio Juqueri, que corre nas proximidades das cidades de Mairiporã e Franco da Rocha. Os rios que se dirigem ao Tietê apresentam, nesta vertente, um curso bastante curto, em contraste com os que vão em busca do Juqueri, os quais denotam um traçado bem mais longo.

À frente da escarpa, aparecem morros mamelonares' com os topos recobertos por sedimentos remanescentes da extensão dos depósitos da Bacia de São Paulo sobre xistos e granitos.

Como feições geomorfológicas do modelado devem ser lembradas, ainda, as planícies aluviais exíguas, embutidas' em vários níveis de altitude.

A pluviosidade da zona geomórfica paulistana (... 1.300 a 1.500 mm), aumentada localmente pela presença de uma escarpa serrana, implica, em geral, profundo manto de alteração,' salvo onde ocorrem afloramentos, pelo menos no que concerne aos

---

(\*) - Isogal: linha de igual medida da aceleração da gravidade. Gal =  $\text{cm/s}^2$  (aceleração de um móvel em movimento uniformemente variado, cuja velocidade varia de 1  $\text{cm/s}^2$  em 1s).

acontecimentos pedogenéticos do atual período climático. Tal fato fica evidente na paisagem, não só pela exuberante cobertura vegetal original, representada pela Floresta Tropical de Encosta, e pronunciada convexidade das vertentes (Biostasia), como também pelo profundo entalhamento dos vales principais que recortam a mencionada Serra. A presença de matacões evidencia ativos processos de esfoliação esferoidal dos blocos rochosos envolvidos no regolito.

Embora conhecidas as características climáticas regionais, os fenômenos de laterização (\*), aí, são mais limitados. (Rego e Souza, 1938)

A drenagem é caracterizada pela ocorrência de padrões dendríticos, retangulares e, especificamente para o caso em questão, radiais. Entretanto, a precipitação, o manto de alteração e o estágio de maturidade do maciço em estudo favorecem densas redes dendríticas. São pequenos córregos inseqüentes instalados sobre o manto de alteração, onde a infiltração da água é relativamente pequena. (Ab'Saber, 1957)

Como foi apontado anteriormente, aparece localmente, por conta do maciço granítico saliente, uma irradiação da drenagem para, logo a seguir, os cursos adquirirem um traçado dendrítico retangular. Também nas zonas de contato com xistos e áreas de diaclasamento acentuado aparece este último padrão de drenagem. (Ab'Saber, 1957)

Apresentam-se, a seguir, a Carta Topográfica -  
 | Prancha 1.6.2.1. (a) | e o Mapa Geológico | Prancha 1.6.2.1. (b) |

#### 1.6.2.2. Embu

A área coletada para amostra representativa dos gnaisses tem como centro a cidade sede do município de Embu, às margens do rio Embu-Mirim. Enquadra-se, em parte, na "Faixa Gnáissica Intermediária", conjunto heterogêneo de rochas metamórficas dobradas, e, em parte, no "Complexo Cristalino", que -

---

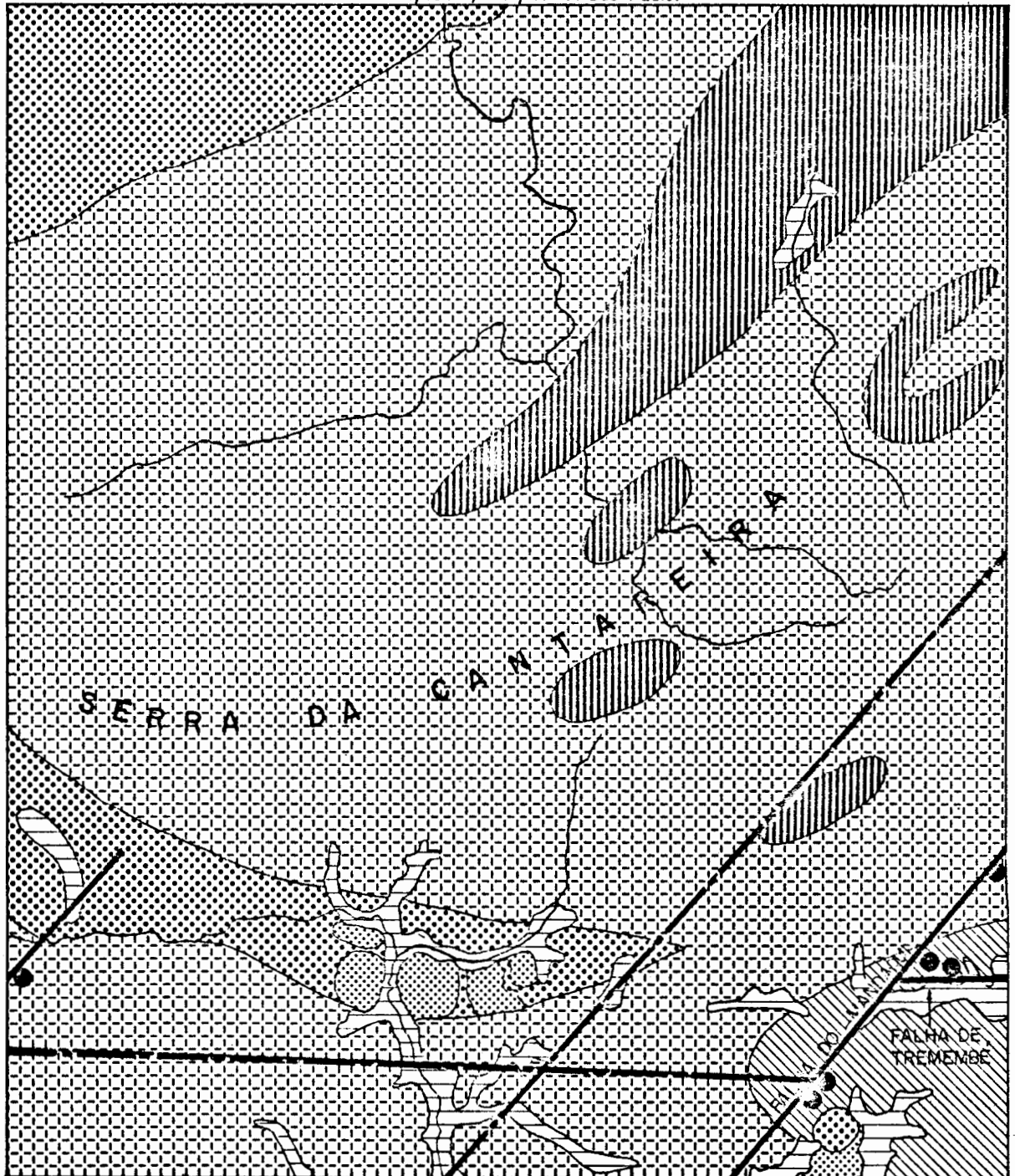
(\*) - Laterização - processo característico das regiões inter-tropicais de clima úmido e estações chuvosa e seca alternadas, acarretando a remoção da sílica e o enriquecimento dos solos e rochas em ferro e alumina. (Guerra, 1969)












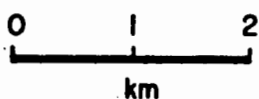
# 1.6.2.1.(b)

## SERRA DA CANTAREIRA GEOLOGIA

- fontes: - Coutinho, José Moacyr Vianna - "Mapa Geológico de São Paulo e Arredores" in Boletim IG Nº13 1972 - São Paulo.  
- Convenio HIBRACE - "Relatório Complementar de Avaliação dos potenciais de desenvolvimento - Geologia" - DAEE - 1968 - São Paulo.  
- Almeida, F.F.M. de - "As camadas de São Paulo e a tectônica da S. da Cantareira" in Boletim Soc. Bras. Geol., vol. 4, nº2, 1955. São Paulo.



- |  |  |  |
|--|--|--|
|  ALUVIÕES (HOLOCENO)              |  XISTOS           |  GRANITOS PORFIRÍTICOS                 |
|  SEDIMENTOS CLÁSTICOS (TERCIÁRIO) |  FILITOS          |  GRANITOS EQUIGRANULARES               |
|  FALHAS OBSERVADAS                |  FALHAS INFERIDAS |  PRESENÇA DE CATACLASITOS E MILONITOS |



congrega rochas migmatíticas de diversos tipos. O trecho que se encontra na Faixa Gnáissica Intermediária constitui um bloco estrutural compreendido entre duas enormes zonas de falhamentos quase retilíneos: Taxaquara, ao Norte, acompanhando a direção do rio Tietê e seu afluente São João; e Caucaia, ao Sul, evidente pela presença de zonas fortemente milonitizadas. Esta última é proveniente de Caucaia do Alto, passa pelas proximidades de Taboão da Serra e se dirige ao centro da cidade de São Paulo, cortando os arredores da Cidade Universitária. Os dois falhamentos encontram-se nas imediações de Santana. (Hennies et al, 1967; Hasui, 1973)

Os gnaisses mostram direções próximas de E-W nas vizinhanças do rio Tietê, e vão assumindo direções NEE-SWW conforme se caminha rumo ao Sul. Aí afloram as mesmas direções das sequências xisto-gnáissicas do Complexo Cristalino, onde se admite um provável contato de falha. "São rochas cinzentas, equigranulares, de granulação fina à média, e freqüentemente exibindo lineação fina sub-horizontal." (Coutinho, 1972)

Na margem direita do rio Embu-Mirim há uma ocorrência de sedimentos terciários.

Sedimentos cenozóicos cobrem os vales ao longo dos principais rios.

A presença do Morro do Jaguaré evidencia morfologicamente, na paisagem, uma crista de morros alongados. Configura uma estrutura retilínea com direção N 70° E que passa ao Norte de Embu e marca o limite meridional dos gnaisses intermediários em contato de falha com os micaxistos, gnaisses e granitos do Complexo Cristalino.

Em função do alinhamento topográfico acima descrito, o relevo da Amostra apresenta desníveis da ordem de 200 metros. Esta amplitude topográfica fica bem marcada através da escarpa do Morro do Jaguaré, que se volta a SE, enquanto que o seu reverso apresenta um gradiente altimétrico que decai suavemente para NW. Seu ponto culminante é balizado pelo Morro do Vento com 926 metros de altitude. Controladas as cotas dos morros constituintes do alinhamento em questão, fica confirmado -

participarem da "Superfície Neogênica" (\*), superfície de aplainamento, que na periferia da Bacia de São Paulo está bem preservada entre 820 e 830 metros, constituindo o fecho da sedimentação. (Ab'Saber, 1969)

Conforme Aziz Ab'Saber (1957), a drenagem da área em foco é marcada pela presença de um brusco cotovelo próximo de Embu, o que constitui uma anomalia local da rede. Neste ponto, os ribeirões da Ressaca e Ponte Alta, após caminharem de .. SSW para NNE passando por Embu, infletem repentinamente para Sul. Este fato é decorrente da Superimposição (\*\*\*) hidrográfica pós-pleiocênica atinente ao Planalto Paulistano. Desta feita, os cursos de água adaptaram-se ao mosaico de terrenos sedimentares terciários e cristalinos aí existentes. Entretanto, a sedimentação neste trecho foi pouco espessa e descontínua deixando, hoje, poucos resíduos. Além das penetrações sedimentares ao longo dos vales principais, contribuíram para tal acontecimento as linhas de maior fragilidade dos terrenos cristalinos (contatos entre granitos, gnaisses, e micaxistos e áreas de xistos menos resistentes). O encaixamento do Rio Pinheiros na estrutura sedimentar obrigou o aprofundamento dos vales, conforme o traço do original herdado da superimposição pós-pleiocênica. Como decorrência, a drenagem geral é orientada para Leste e Nordeste, o que confirma o caráter centrípeto em relação à bacia sedimentar paulistana.

Entretanto, segundo o "Projeto Sudeste do Estado de São Paulo" (DNPM, 1972), o levantamento geológico que abrange a amostra em estudo aponta duas linhas de falhas: uma acompanhando a direção do ribeirão da Ressaca e outra seguindo a orientação N-S tomada pelo rio Embu-Mirim, após seu brusco cotovelo nas proximidades de Embu. Esta segunda falha tem seu terminal norte fazendo intercessão com a Falha de Caucaia e, portanto, corta as faixas de gnaisses e xistos que constituem o alinhamento serrano denominado Morro do Jaguaré, nas proximidades'

---

(\*) - Neogênica - relativo ao Neogeno - grupamento dos dois períodos superiores do Terciário, isto é, Miocênio e Pliocênio. (Guerra, 1969)

(\*\*) - Superimposição ou epigenia ou antecedência - afundamento do vale cortando indistintamente rochas tenras e duras, depois de atravessar uma cobertura sedimentar. A epigenia necessita de uma camada sedimentar e de uma estrutura cristalina. (Guerra, 1969)



do Morro do Vento. Talvez ela seja mais uma componente explicativa para a anomalia da drenagem apontada.

Para maior facilidade na análise, anexam-se a seguir a Carta Topográfica | Prancha 1.6.2.2.(a) | e o Mapa Geológico | Prancha 1.6.2.2.(b) |.

### 1.6.2.3. São Lourenço da Serra

A amostra São Lourenço da Serra foi selecionada - em função da representatividade dos xistos migmatizados. Abrange a porção Sul do Município de Itapecerica da Serra, condizendo com a área territorial de seu distrito, São Lourenço da Serra. A sede distrital toma posição quase no centro da área de trabalho escolhida.

Embora ainda nas vizinhanças dos bordos da Bacia Sedimentar de São Paulo, esta área constitui zona de divisor entre as bacias hidrográficas do Tietê e Ribeira de Iguape. As cabeceiras da drenagem da bacia do São Lourenço, tributário do Ribeira de Iguape, constituem o limite Norte da Amostra. Neste sentido, a totalidade da área é drenada pela mencionada bacia.

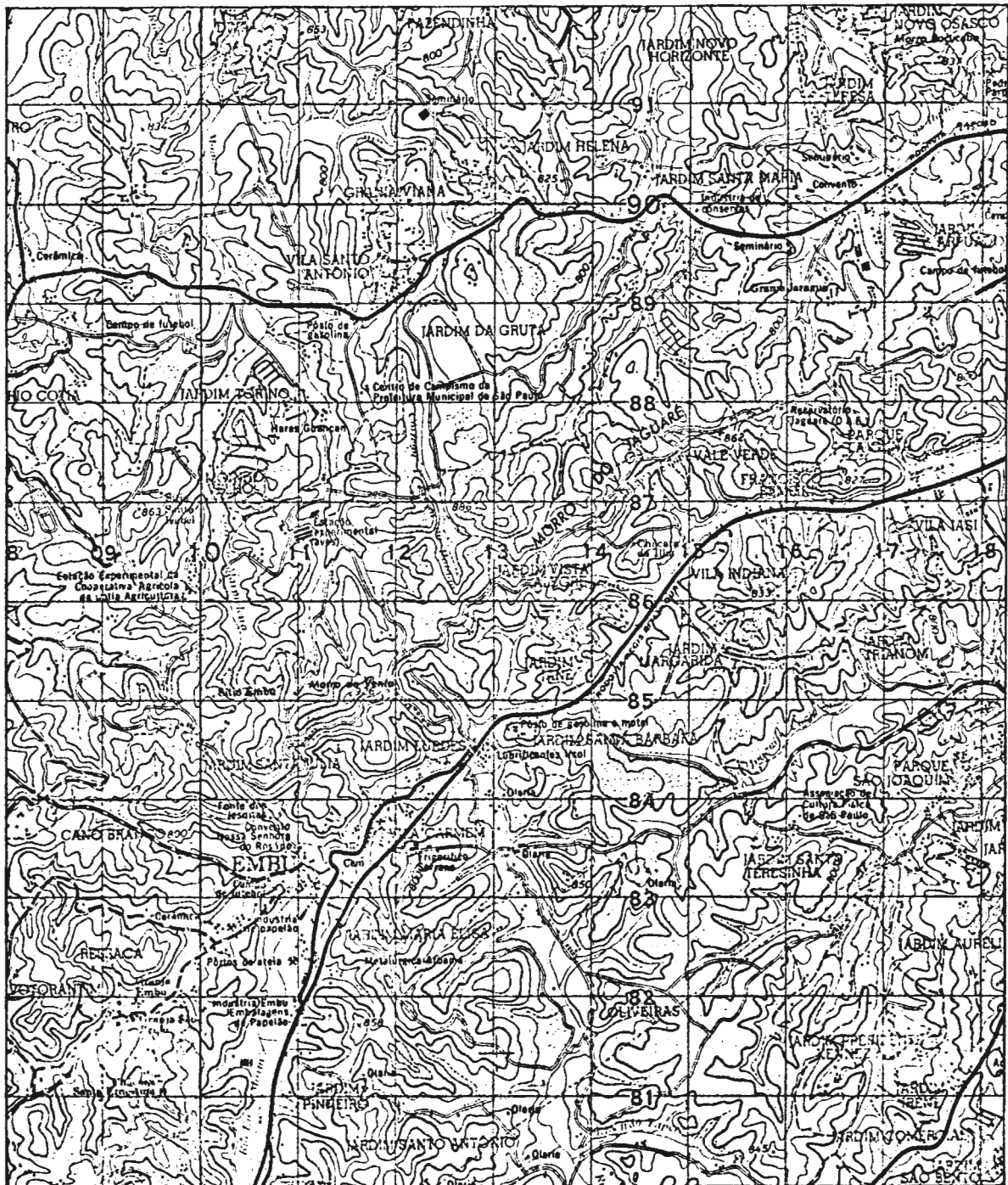
Em termos de localização dentro do "Planalto Paulistano", encontra-se no quase extremo Sudoeste, encostada na zona vizinha, denominada "Planalto de Ibiuna", unidade morfoestrutural que se encontra uma centena de metros mais alta, da qual se separa através de um degrau erosivo, a escarpa da Serra do Chiqueiro. (Almeida, 1964)

Sua litologia abrange os xistos migmatizados passando gradativamente a um corpo granitóide de forma alongada - com gnaissificação quase paralela à xistosidade das rochas encaixantes. Este último se distribui ao longo da Rodovia Regis Bittencourt (SP-230). As direções da xistosidade acompanham a curvatura daquele corpo, que se coloca quase diagonalmente à amostra. Desta direção principal, outras, posicionadas relativamente a  $45^{\circ}$ , reportam-se à rede de diaclasamento e explicam tanto os lineares observáveis em fotografias aéreas, como o traçado da própria drenagem. Uma outra massa granítica responde pela presença de um ressalto topográfico marcando a crista da Serra do Chiqueiro, com altitudes acima dos 1.000 metros. Circunscrita ao próprio traçado do rio São Lourenço, aparece como sali



# 1.6.2.2.(a)

## EMBU CARTA TOPOGRÁFICA



PROJEÇÃO UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR

0 1 2 km

EQUIDISTÂNCIA DAS CURVAS DE NÍVEL: 20 METROS

DATUM VERTICAL: MARÉGRAFO TORRES- RIO GRANDE DO SUL

DATUM HORIZONTAL: CÓRREGO ALEGRE - MINAS GERAIS

FONTE: INSTITUTO GEOGRÁFICO E GEOLÓGICO DE SÃO PAULO - 1971



ência topográfica, com cumes acima dos 960 metros, a Serra de São Lourenço. É um exemplo de relevo xistoso bastante trabalhado pelos tributários do São Lourenço. (Sadowski e Hasui, inédito)

A descrição da parada 30 da Excursão nº 5 (Coutinho, 1971) tece as seguintes considerações geológicas: "Desde o alto da Serra, passando por Juquitiba e São Lourenço, a litologia é predominantemente de micaxistos mais ou menos feldspatizados com intercalações de augen gnaisses. Neste ponto, um corte profundo expõe micaxistos e anfibolitos profundamente alterados, mas exibindo complexas relações estruturais. Os anfibolitos costumam aparecer como lentes, camadas ou simplesmente bolsões' de formas imprevisíveis, geralmente onde mais dobrado ou falhado que o metassedimento encaixante."

Ainda, referente à área contígua ao Sudoeste da amostra, Yociteru Hasui (1973) atesta a existência de "falhas pequenas com faixas milimétricas ou centimétricas de rochas cataclásticas associadas. Na maior parte, por suas atitudes, parecem vincular-se aos sistemas de juntas de cisalhamento." Continua afirmando, "os rejeitos são desde submilimétricos até decamétricos; uma falha de certo porte parece existir no vale do rio São Lourenço, que teria promovido o desvio das estruturas dos migmatitos."

O relevo apresenta escarpas serranas e serras com desníveis da ordem de 200 metros e até mesmo de 300; é o caso do ressalto da Serra do Chiqueiro no extremo NW da amostra, em contraste com morros mamelonares balizados entre 760 e 820 metros' de altitude. Configura-se como um vale que corta a área em questão, aproximadamente em diagonal, tendo em sua margem direita as elevações antes descritas e em sua margem esquerda os espigões terminais da Serra Itaquaxiara, divisor de águas Tietê-Ribeira de Iguape. Desta forma, no centro da amostra, acompanhando o rio São Lourenço e coincidindo com a área dos xistos, o relevo apresenta-se mais rebaixado. Tal fato é comprovado pela presença de morros baixos de perfis convexos com uma amplitude de de 60 a 80 metros, assemelhando-se às colinas paulistanas.

A drenagem em geral apresenta um padrão dendrítico, entretanto reconhece-se facilmente, nas vizinhanças de São Lourenço da Serra, uma padronagem retangular.

Tratando-se de área voltada para as proximidades da Serra de Paranapiacaba, a forte precipitação, aliada à alteração profunda das rochas e à presença de altas escarpas, favorece densas redes dendríticas nas cabeceiras dos rios que drenam a área em foco. (Ab'Saber, 1957)

Mostram-se, a seguir, a Carta Topográfica | Prancha 1.6.2.3.(a) e o Mapa Geológico | Prancha 1.6.2.3.(b)

#### 1.6.2.4. Parelheiros

A amostra Parelheiros toma uma porção do Distrito homônimo, na parte Sul do Município de São Paulo, e se situa, a grosso modo, no divisor de águas que separa as represas do Guarapiranga e Billings tendo, ao Norte, a sede do Distrito em questão. É área de bordo de planalto, tendo, em parte, sua drenagem voltada para o litoral.

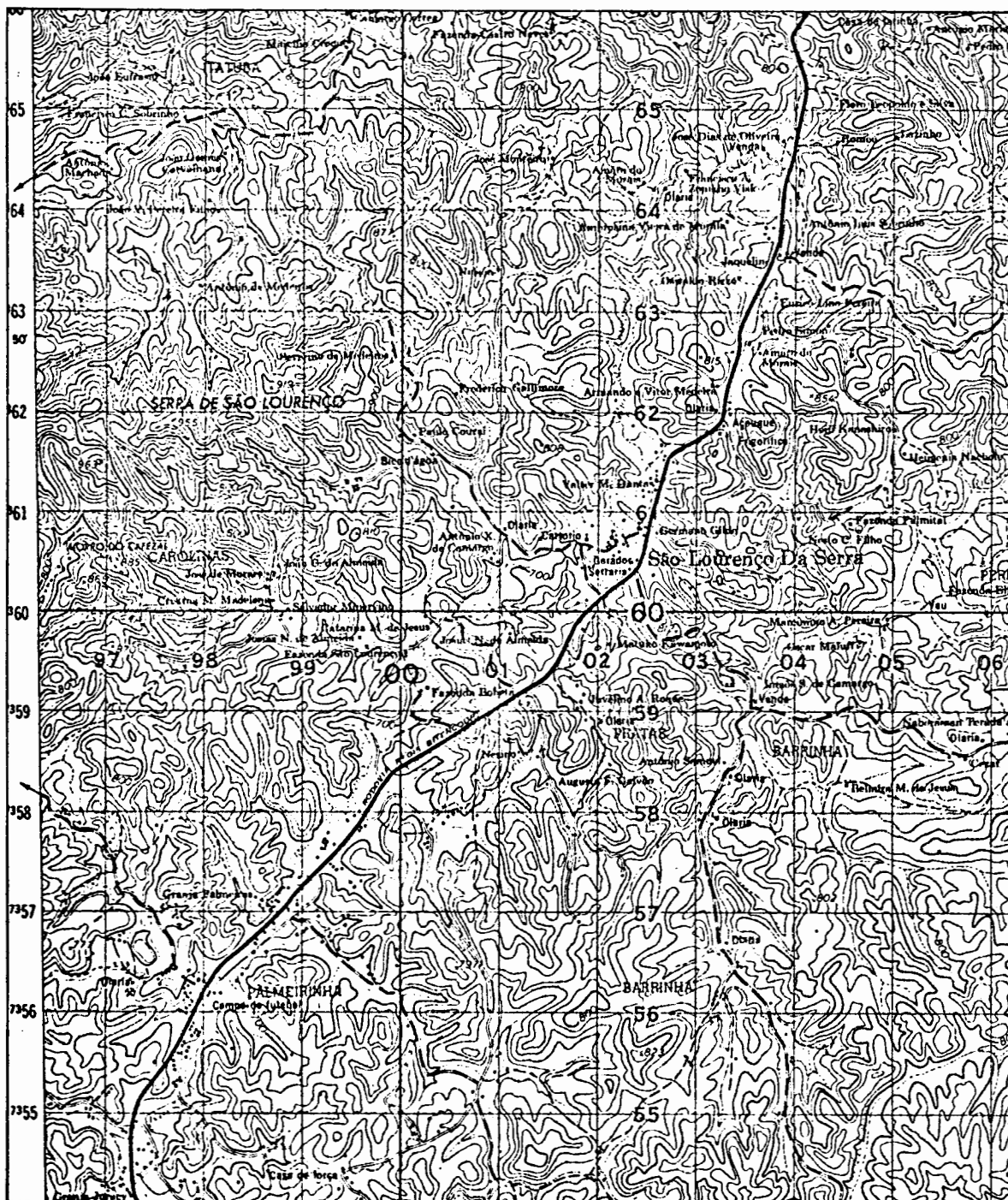
Conforme Sadowski (1974), a área apresenta um predomínio de xistos e quartzo-biotita-xistos separados por uma faixa de biotita-xisto fino que segue a direção WSW-ENE. Acompanhando a mesma direção aparecem corpos de migmatitos granitoides intrusivos tanto nos xistos como nos quartzo-biotita-xistos. Uma ocorrência de metabasitos localiza-se em Engenheiro Marsilac. Manchas descontínuas de formação sedimentar do Terciário recobrem o topo das colinas do espigão, entre os ribeirões do Cipó e Embura, e das margens do braço extremo Sudeste da Represa Billings, junto ao ribeirão Vermelho, perto de Colônia. Ao longo dos principais rios que correm para Leste, Sudeste e Nordeste, ocorrem amplas planícies aluviais (Holoceno). Numa depressão topográfica, que será comentada posteriormente, nas proximidades de Colônia, aparece também extensa área circular de cobertura aluvial (Holoceno). São indicadas zonas de falhas prováveis ao Sul de Parelheiros, nas proximidades de Colônia e nas vizinhanças de Engenheiro Marsilac.

Do ponto de vista geomorfológico, a área apresenta um modelado explicado pela alteração profunda e generalizada das rochas em clima úmido, o que não exclui oscilações climáticas no Quaternário, fato comprovado pelos estudos de J. P. Queirós Neto e Paulo Nakashima (1973) atinentes à pedogênese e à paralela observação das formações superficiais na área. É reconhecida localmente, pelos mesmos autores, uma superfície de ci-



1.6.2.3.(a)

# SÃO LOURENÇO DA SERRA CARTA TOPOGRÁFICA



PROJEÇÃO UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR

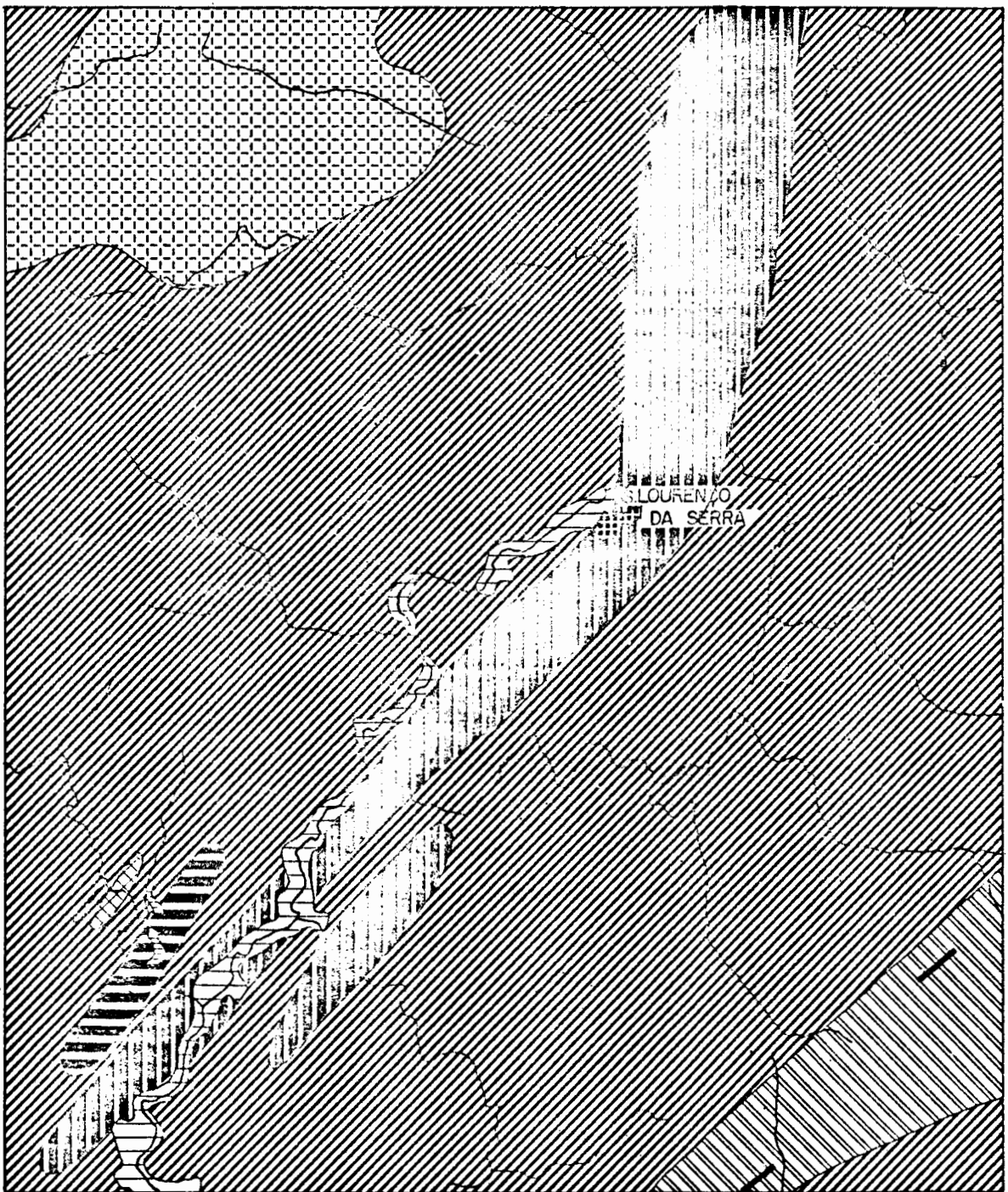
0 1 2 km

EQUIDISTÂNCIA DAS CURVAS DE NÍVEL: 20 METROS  
DATUM VERTICAL: MARÉGRAFO TORRES-RIO GRANDE DO SUL  
DATUM HORIZONTAL: CÓRREGO ALEGRE - MINAS GERAIS  
FONTE: INSTITUTO GEOGRÁFICO E GEOLÓGICO DE SÃO PAULO - 1971

# 1.6.2.3.(b)

## SÃO LOURENÇO DA SERRA GEOLOGIA

fonte: - Sadowski, G. R. e Hagul, Y. - "Geologia e Tectônica das Folhas de Embu-Guaçu e Itapeçerica da Serra" (Inédito)



meira de topo ondulado balisada a 800 - 850 metros de altitude, que se relaciona geneticamente à superfície de erosão que, segundo Ab'Saber (1969), constitui o fecho da sedimentação na Baía de São Paulo, a "Superfície Neogênica"; corresponde ao espigão que forma o divisor de águas entre as bacias dos rios Embu-Guaçu, que alimenta a represa Guarapiranga, do Capivari-Moços, que drena a vertente atlântica, e dos formadores da Represa Billings.

Por outro lado, aparece, no âmbito da amostra, em sua porção Centro-Leste, uma feição bastante particular representada por uma topografia de depressão circular, estudada por Kollert, Björnberg e Davino (1961). Através de investigações geofísicas feitas por método de resistividade e gravimetria e ainda geológicas, os autores apresentam duas hipóteses para explicar a origem da depressão: dissolução de calcário e queda de meteorito.

Uma importante observação de ordem geomorfológica, feita ainda por aqueles autores, diz respeito à drenagem: no interior da depressão, antes mencionada, a drenagem não se integra às condições estruturais, enquanto que, externamente, ela tem apoio na xistosidade. Isto redundava num padrão litológico específico para o centro da depressão: a existência de sedimentos recentes naquela parte. A medida da xistosidade naquela unidade estudada parece bastante constante, da ordem de  $N 70^{\circ} E$  em média, com o mergulho quase vertical. Afirmam ainda que, dada a preservação da topografia e a evidência de níveis de erosão, tal feição particular não é muito antiga - de idade recente ou talvez do Terciário.

Quanto à drenagem geral da amostra, apresenta-se nitidamente orientada e é em geral bastante densa. Os eixos principais da hidrografia apresentam sentido aproximadamente N-S, enquanto que os afluentes mostram direções SE-NW ou SW-NE' acompanhando as direções gerais da xistosidade, comprovando a existência de um diaclasamento ortogonal bastante generalizado. É difícil afirmar a existência de falhamentos. Certos alinhamentos do relevo e sua drenagem adjacente levam a supor ou um condicionamento destes àqueles, ou uma consequência da descontinuidade litológica. (Queirós Neto e Nakashima, 1973)

Conforme Aziz Nacib Ab'Saber (1957), na porção -

drenada pela bacia do Capivari aparece uma anomalia da rede de drenagem. Trata-se de um caso de captura fluvial nas abas continentais da Serra do Mar. Nesta área, o alto Capivari tem um traçado S-N. Ao encontro da Estrada de Ferro Sorocabana, a uns 4 km ao SSW de Engenheiro Marsilac apresenta um cotovelo de captação, depois do qual passa a correr de W para L. Perto de Evangelista de Souza inflete para S descendo a Serra do Mar com traçado nitidamente obseqüente (\*). Isto prova que os trechos superiores em direção S-N do Capivari e ribeirão da Ponte Alta eram pertencentes à drenagem antecedente que ia rumo à Bacia de São Paulo, durante o Plioceno e Quaternário antigo.

Para maior clareza, apresentam-se a seguir a Carta Topográfica | Prancha 1.6.2.4.(a) | e o Mapa Geológico | Prancha 1.6.2.4.(b) |.

#### 1.6.2.5. Taiapuêba

A amostra Taiapuêba localiza-se no bordo da Bacia Sedimentar de São Paulo, em seu quadrante de Sudeste. Compreende parte do distrito de Taiapuêba, ao Sul de Mogi das Cruzes, entre as cabeceiras dos rios Jundiá e Biritiba-Açu, que demandam o rio Tietê. Constitui-se num bordo de planalto que demarca a escarpa da Serra do Mar, tendo em sua porção Sudeste, com direção grosseiramente SW-NE, importante divisor de águas balizado por cotas compreendidas entre 800 e 950 metros. Este separa a drenagem voltada para o rio Tietê, ao Norte, dos rios que demandam o litoral, ao Sul, através de seu principal curso: o rio Itatinga.

Conforme Paiva e outros (1972), geologicamente, a amostra é constituída por um embasamento cristalino, com predominância de migmatitos associados a gnaisses, quartzitos, mármores e micaxistos, resultante de processos metamórficos de alto, médio e baixo graus. Associados a estas rochas aparecem os granitos e as rochas básicas, ambos de caráter intrusivo. Tanto a gnaissificação quanto a xistosidade seguem direcionamentos em torno de N 45° E. Segundo os mesmos autores, nas planícies, ao longo dos cursos dos principais rios que drenam a área, o Jundiá e o Biritiba-Açu, aparecem depósitos aluviais de idade ce-

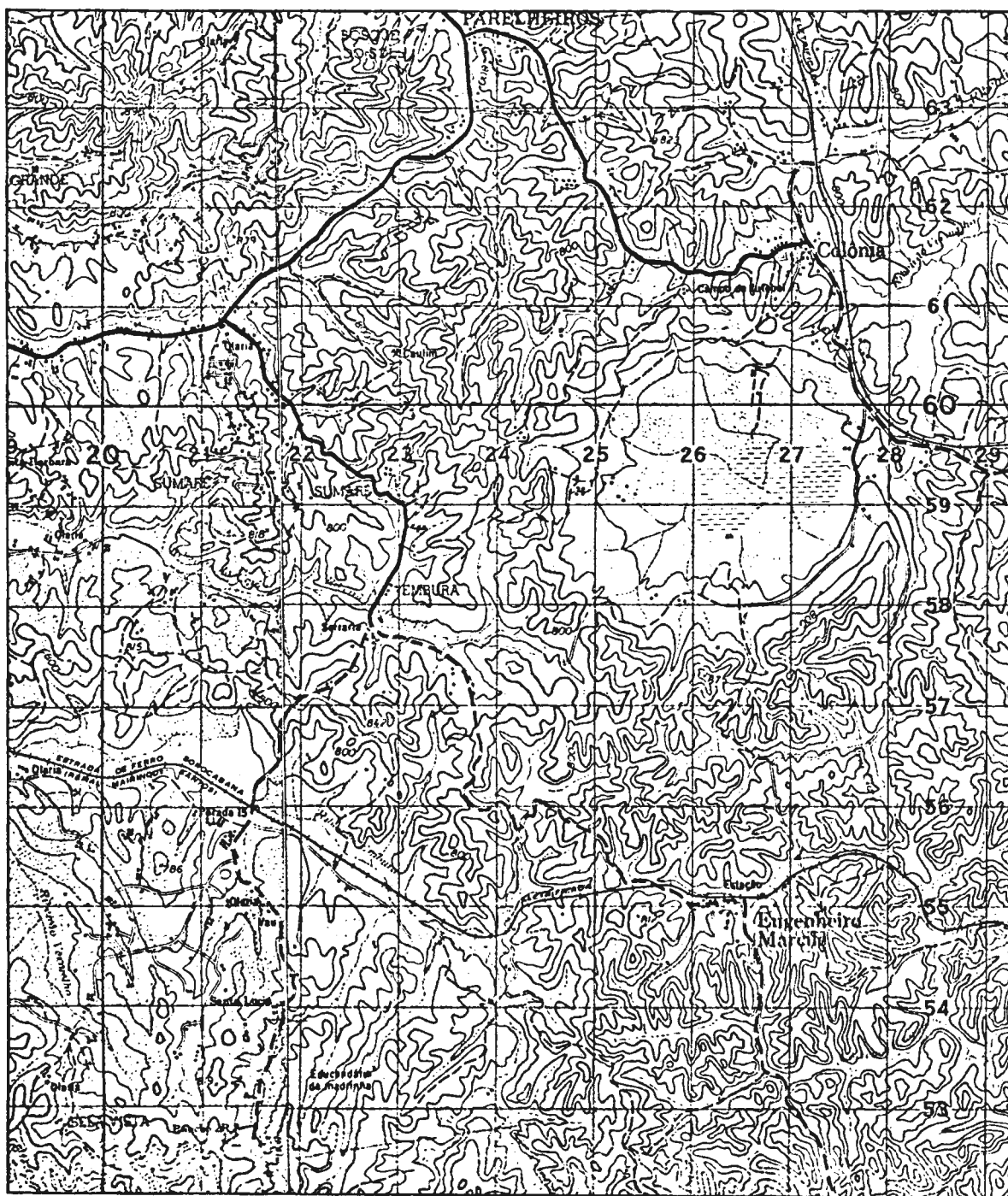
---

(\*) - Obseqüente: rio de curto percurso e forte declive que desce a escarpa, no caso, em direção à planície costeira.



1.6.2.4.(a)

# PARELHEIROS CARTA TOPOGRÁFICA



PROJEÇÃO UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR

0 1 2 km

EQUIDISTÂNCIA DAS CURVAS DE NÍVEL: 20 METROS

DATUM VERTICAL: MARÉGRAFO TORRES - RIO GRANDE DO SUL

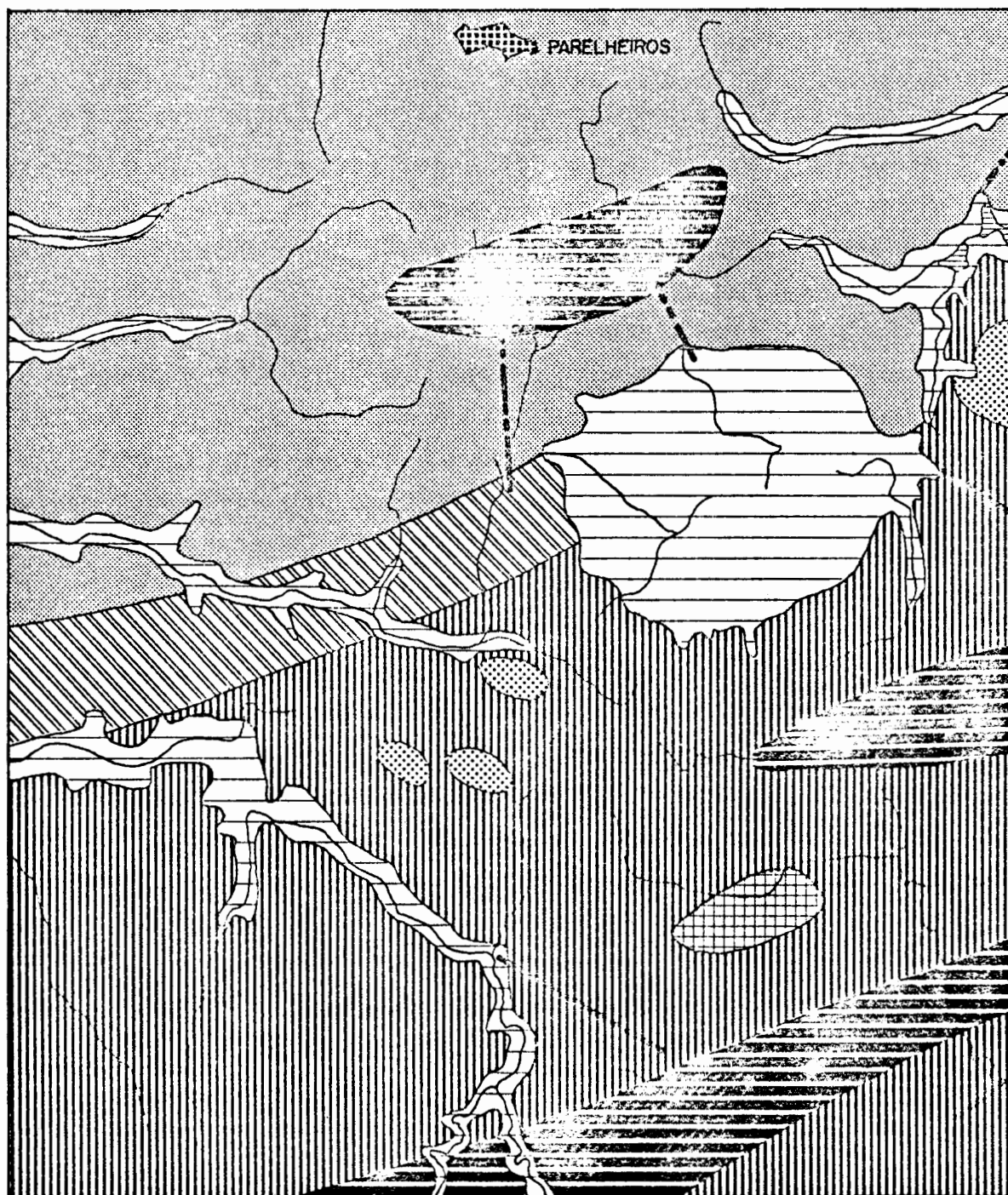
DATUM HORIZONTAL: CÓRREGO ALEGRE - MINAS GERAIS

FONTE: INSTITUTO GEOGRÁFICO E GEOLÓGICO DE SÃO PAULO - 1971

# 1.6.2.4.(b)

## PARELHEIROS GEOLOGIA

fonte: Sadowski, Georg Robert - "Tectônica da Serra de Cubatão, SP" - IG - USP, 1974.



ALUVIÕES  
(HOLOCENO)

SEDIMENTOS CLÁSTICOS  
(TERCIÁRIO)

FALHAS PROVÁVEIS

0 1 2  
km

QUARTZO  
BIOTITA XISTO

XISTOS

MIGMATITOS GRANITÓIDES

BIOTITA  
XISTO FINO

METABASITO

ÁREA URBANIZADA

nozôica, constituídos de camadas argilosas e arenosas. Morfos-copicamente os grãos de areia indicam, talvez, um só ciclo de deposição das aluviões.

Distinguem-se, na paisagem, dois compartimentos topográficos: um planalto dissecado e as planícies aluviais. Enquanto o primeiro mantém topos entre 800 e 950 metros, o segundo estende-se em amplos vales nos níveis de 730 a 750 metros. Estes dois compartimentos são estreitamente vinculados à xistosidade das rochas, à tectônica, bem como às diferenças de resistência entre as rochas da área. As porções mais elevadas do planalto, balizadas pelas cotas 750 a 950 metros, que se colocam no setor SE da amostra, são demarcadas por alinhamentos de cristas de direção  $N 50^{\circ} E$ , modeladas sobre os granitos e gnais ses. Cortando transversalmente a amostra em seu quadrante NW, junto à cidade de Taiapuêba, aparece uma crista alinhada segundo a direção  $N 50^{\circ} - 60^{\circ} E$ . Este alinhamento topográfico é modelado sobre quartzitos que se encaixam numa espessa zona de falhas ( $\pm 200$  m), que separa o Granito Taiapuêba dos micaxistos. O relevo, na parte que envolve micaxistos, também mostra uma paisagem de morros alinhados recortados por uma drenagem subseqüente (\*) em relação ao diaclasamento e à xistosidade.

Por outro lado, enquanto no bordo planáltico as amplitudes do relevo mantêm-se na ordem de 80 a 100 metros, no setor Sudeste da amostra, voltado para a escarpa da Serra do Mar, as amplitudes tornam-se sensivelmente maiores, atingindo valores da ordem de 180 a 200 metros. Isto explica o rigor da erosão regressiva por parte da drenagem relativa a este último setor.

Em termos gerais, a drenagem exibe uma padronagem sub-dendrítica. Os rios sofrem um controle secundário pela xistosidade das rochas. Entretanto, os rios Biritiba-Açu e Jundiáí têm caráter superimposto em relação à direção geral daquela xistosidade. Em relação às linhas de falhas inferidas em seus leitos, têm caráter subseqüente, correndo praticamente no sentido S-N (Paiva et al., 1972). Entre os rios que compõem a bacia do Itatinga, voltada para o litoral, entretanto, verifica-se um padrão retangular facilmente reconhecido na porção SE da amostra.

(\*) - Subseqüente: drenagem que segue a direção das camadas aproveitando linhas de mais fraca resistência (Guerra, 1969)

A seguir, apresentam-se a Carta Topográfica | Prancha 1.6.2.5.(a) | e o Mapa Geológico | Prancha 1.6.2.5.(b) | .

# 1.6.2.5.(a)

## TAIAÇUPEBA CARTA TOPOGRÁFICA



PROJEÇÃO UNIVERSAL TRANSVERSA DE MERCATOR

0 1 2 km

EQUIDISTÂNCIA DAS CURVAS DE NÍVEL: 20 METROS

DATUM VERTICAL: MARÉGRAFO TORRES - RIO GRANDE DO SUL

DATUM HORIZONTAL: CÓRREGO ALEGRE - MINAS GERAIS

FONTE: INSTITUTO GEOGRÁFICO E GEOLÓGICO DE SÃO PAULO - 1971



# 1.6.2.5.(b)

## TAIAÇUPEBA GEOLOGIA

fonte: - A. Paiva Filho e outros - "Levantamento Geológico das Áreas de Interesse à Implantação das Barragens dos Rios Biritiba e Jundiaí - SP" in Anais do XXVI Congresso Soc. Bras. de Geologia - Vol. 1 - Pará - 1972.



ALUVIÕES  
(HOLOCENO)

GNAISSES-MIGMATITOS

GRANITO TAIAÇUPEBA

MICAXISTO

QUARTZITO

LINHAS DE FALHAS

0 1 2  
km

ÁREA URBANIZADA

## 2. PROCEDIMENTO

### 2.1. Análise Classificatória do Relevo

#### 2.1.1. Condições Topográficas e Morfométricas

Conforme a explicação anterior, a classificação - levará em conta aspectos morfométricos atinentes a cada elemento do relevo participante do conjunto morfológico de cada amostra.

Uma das características, bastante simples de ser entendida, é a altitude média. Leva-se em conta o conjunto de valores associados a grandezas: altitudes absolutas de cada ponto do relevo da amostra. Assim, neste caso, a média aritmética se constitui num número representativo daquela série de dados. Seu cálculo é bastante simples; considerando-se os dados não agrupados, ela é o valor da enésima parte da soma desses números (\*). Sobre cada amostra, com o auxílio da carta topográfica, pode-se listar cada valor e em seguida efetuar a soma e dividir pelo número de termos. Uma pequena dificuldade aparece quando da procura da medida exata do ponto mais elevado de cada elemento do relevo. Sabe-se que a equidistância das curvas é de 20 m e, na grande maioria das vezes, não aparece o ponto cotado marcado sobre a carta. A solução é considerar o ponto médio do intervalo como medida. Por outro lado, a grande repetição de valores iguais permitiria agrupá-los. Neste sentido, as frequências funcionariam como pesos e o cálculo seria feito através da média aritmética ponderada.

Em se tratando de cálculos extremamente simples, dão-se somente os resultados:

---

(\*) - Exemplo: seja calcular a média aritmética das notas: 4,5, 8 e 3. Basta considerar:  $\frac{4+5+8+3}{4} = 5$

## ALTITUDES MÉDIAS

| <u>Amostra</u>                 | <u>Valor em Metros</u> |
|--------------------------------|------------------------|
| 1. Serra da Cantareira -----   | 941,20                 |
| 2. Embu -----                  | 830,01                 |
| 3. São Lourenço da Serra ----- | 813,13                 |
| 4. Parelheiros -----           | 810,33                 |
| 5. Taiapuê -----               | 822,39                 |

Desta feita, pode-se observar que há grande homogeneidade em termos daquela medida salvo a porção referente à - Serra da Cantareira, que se situa num nível bem mais elevado, - cem metros acima. Isto vem reforçar o critério para a escolha das Amostras, mesmo para o caso da Serra da Cantareira, onde outros indicadores se colocam em primeiro plano.

Por outro lado, através das medidas levantadas, - pode-se ter noção da amplitude global do relevo de cada amostra efetuando-se a diferença entre os valores dos pontos máximos e dos pontos mínimos.

Assim, tem-se:

## AMPLITUDE GLOBAL DO RELEVO

| <u>Amostra</u>                 | <u>Ponto Máximo</u> | <u>Ponto Mínimo</u> | <u>Amplitude Total</u> |
|--------------------------------|---------------------|---------------------|------------------------|
| 1. Serra da Cantareira -----   | 1.215m              | 730m                | 485m                   |
| 2. Embu -----                  | 926m                | 750m                | 176m                   |
| 3. São Lourenço da Serra ----- | 963m                | 670m                | 293m                   |
| 4. Parelheiros -----           | 890m                | 710m                | 180m                   |
| 5. Taiapuê -----               | 950m                | 730m                | 220m                   |

Tais resultados são facilmente deduzidos através' da simples observação da carta topográfica.

No caso da Serra da Cantareira, a amostra foi tomada tendo-se em vista o contraste entre suas cristas mais elevadas, dada sua feição de maciço, e sua base, onde chegam os últimos tantáculos da aglomeração urbana paulistana, o bairro de Vila Nova Cachoeirinha.

Fica assim marcada a imponente presença daquela - Serra na paisagem.



A amostra de Embu é a que apresenta a menor amplitude total, explicada por um relevo que, embora dominado pela crista do Morro do Jaguaré, não apresenta desníveis marcados.

Entretanto, no que diz respeito às amostras de São Lourenço da Serra e Taiapuêba, entra como fator altamente ponderado a erosão regressiva da drenagem que demanda o litoral. De pouca participação na primeira e considerável na segunda, mostra claramente a presença dos altos valores amplitudimétricos.

Embora também na amostra de Parelheiros haja a participação da rede hidrográfica litorânea, o valor da amplitude não é expressivo devido ao fato de ser uma área relativamente baixa dos bordos meridionais da Bacia de São Paulo.

Da medida da média e da altitude do ponto máximo pode-se deduzir um indicador bastante clássico para a realidade morfológica. Assim, a comparação entre aqueles dois valores dá uma idéia do grau de aeração ou de dissecação do relevo. (Derrouau, 1967)

#### DISSECAÇÃO DO RELEVO

| Amostra                  | Ponto Máximo (a) | Média (b) | Comparação Através do Índice (a/b) |
|--------------------------|------------------|-----------|------------------------------------|
| 1. Serra da Cantareira   | 1.215            | 941,20    | 1,29                               |
| 2. Embu                  | 926              | 830,01    | 1,12                               |
| 3. São Lourenço da Serra | 963              | 813,13    | 1,18                               |
| 4. Parelheiros           | 890              | 810,33    | 1,10                               |
| 5. Taiapuêba             | 950              | 822,39    | 1,16                               |

O que se observa, pelo menos no que tange ao universo de onde foram extraídas as amostras, é que conforme diminui a altitude máxima, mesmo não sendo acompanhada em paralelo com o comportamento da média, o índice tende a diminuir.

Portanto, na região em estudo deve haver uma certa relação gradativa entre a dissecação do relevo e os valores máximos, o que fica também explicado pelo relativo comportamento dos valores mínimos.

Um outro índice bastante conhecido é a taxa de -

dissecação a partir do número e da densidade dos talwegues. Me diante tais valores é possível avaliar quantitativamente regiões litológicamente diferentes. (Derruau, 1967)

Por outro lado, Antonio Christofolletti (1973) propõe uma análise morfométrica de bacias hidrográficas utilizando-se de dois parâmetros: a Densidade Hidrográfica (número de rios por unidade de área) e a Densidade de Drenagem (comprimento dos canais por unidade de área). Também aqui os dados demonstram a importância do fator litológico na organização da drenagem, enquanto que o relevo se coloca numa posição secundária.

A título de curiosidade, passar-se-ã a trabalhar as amostras com os dois parâmetros propostos colocando os resultados no quadro a seguir, sem, entretanto, entrar em detalhes operacionais. Lembra-se que, no caso, não serão delineadas bacias, mas considerada como área drenada a superfície de cada unidade amostral.

#### Análise Morfométrica

| Amostras              | 1                        | 2      | 3   | 4      | 5    | 6    |
|-----------------------|--------------------------|--------|-----|--------|------|------|
| Serra da Cantareira   | Granitos                 | 121,38 | 124 | 175,75 | 1,02 | 1,45 |
| Embu                  | Gnaisses                 | 121,38 | 185 | 228,00 | 1,52 | 1,88 |
| São Lourenço da Serra | Xistos Migmatizados      | 121,38 | 170 | 227,25 | 1,40 | 1,87 |
| Parelheiros           | Micaxistos               | 121,38 | 213 | 246,00 | 1,75 | 2,03 |
| Taiapuê               | Micaxistos/<br>/Granitos | 121,38 | 105 | 193,00 | 0,87 | 1,59 |

Obs.: 1 = Litologia Característica

2 = Área (km<sup>2</sup>)

3 = Número de Rios

4 = Comprimento Total (km)

5 = Dh (Canais/km<sup>2</sup>)

6 = Dd (km/km<sup>2</sup>)

Legenda: Dh = Densidade Hidrográfica

Dd = Densidade de Drenagem

Os resultados apresentados mostram não existir uma grande variabilidade entre aqueles valores. Isto comprova,

em primeiro lugar, que o universo de onde foram extraídas as amostras apresenta, até certo ponto, uma integridade, o que é verdade pois pode-se individualizá-lo como unidade morfoestrutural, a nível de zona, conforme a Divisão Geomorfológica do Estado de São Paulo de F. F. M. de Almeida (1974).

Numa escala bem mais ampla, aquele universo integra a área core do "Domínio das regiões serranas tropicais úmidas ou dos mares de morros extensivamente florestados", conforme divisão do Brasil em "grandes domínios morfoclimáticos, cujas áreas cores estão relacionadas a regiões climato-botânicas, áreas geopedológicas, províncias fitogeográficas e regiões hidrográficas particularmente bem definidas". (Ab'Saber, 1967)

Entretanto, algumas nuances podem ser observadas tanto na densidade hidrográfica como na densidade de drenagem.

O maior índice de Dh é encontrado na amostra Parelheiros, enquanto que o menor se registra na de Taiapuêba.

Uma explicação pode ser dada no sentido de diversidade do comportamento litológico face aos processos de meteorização, admitindo-se ambos pertencentes à mesma unidade climática. Salvaguardando o caso de Taiapuêba, aparece com o menor valor de Dh a amostra Serra da Cantareira. Aqui é facilmente deduzível, dada a importância do grande batólito granítico aí a florante em grandes massas, o qual dificulta o entalhamento dos talwegues.

Para a densidade de drenagem (Dh), salienta-se o caso de Parelheiros que apresenta um índice da ordem de 2,03 explicado pela relativa homogeneidade na movimentação do relevo. Note-se que a amplitude topográfica raramente excede a 100 metros.

No oposto se encontra a amostra Serra da Cantareira, cujo índice não se distancia muito do de Taiapuêba.

Enquanto na primeira a explicação é dada pela forte declividade, podendo-se encontrar desníveis da ordem de até 400 metros, e pelo funcionamento como área dispersora da drenagem, daí o comprimento dos cursos d'água serem menores, na se-

gunda pode-se ater a uma razão mais de caráter litológico do que topográfico, muito embora aparecendo alinhamentos importantes no relevo.

Portanto, pode-se confirmar as observações de C. A. Cotton citadas no trabalho de Antonio Christofolletti (1973): a diversidade observada nas amostras é atribuída ao comportamento do material que está sendo modelado, isto é, à composição litológica.

### 2.1.2. Controle de Direcionamento na Drenagem

Um outro tratamento dado aos elementos do relevo, desta vez mais relacionado à estrutura, consiste em se examinar a frequência e a orientação dos segmentos dos cursos d'água. Este procedimento permite o conhecimento bastante aproximado do comportamento da rede de diáclases e, portanto, da composição e estrutura do complexo rochoso. Tal abordagem é bastante parecida com a Análise Estrutural (Wernick, e Sinelli, 1970) no que tange à frequência e à orientação de um elemento estrutural, por exemplo, a fratura. Entretanto, trata-se aqui de uma metodologia inversa daquela, uma vez que aquela pode mostrar "a nítida correlação entre os resultados obtidos e uma das características do relevo, ou seja, a rede de drenagem." (Wernick, e Sinelli, 1970) Esta é uma afirmativa válida, principalmente, para o caso em que a drenagem sofreu forte controle estrutural.

Para tanto, considerou-se, em cada amostra, a drenagem, coberta por uma rede de linhas quebradas acompanhando as direções em seus diferentes segmentos. | Prancha 2.1.2.(a) |

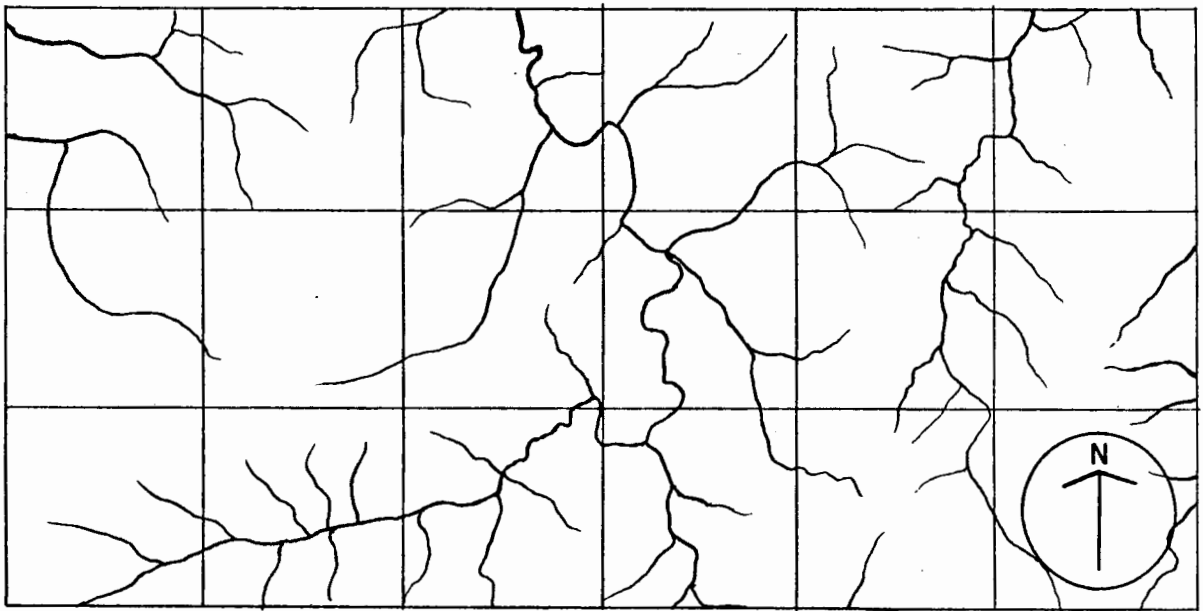
Em seguida, efetuou-se a contagem do número de segmentos com direções enquadradas em classes com intervalos de  $10^{\circ}$ . As orientações foram tomadas em relação ao Norte, tendo-se assim, dois quadrantes: N-E e N-W.

Interessando mais os resultados de ordem gráfica, traçou-se para cada amostra um diagrama polar colocando, assim, as classes modais em evidência. | Pranchas 2.1.2(b); 2.1.2(c); 2.1.2(d); 2.1.2.(e) e 2.1.2(f) |

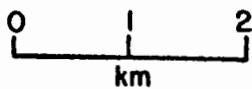
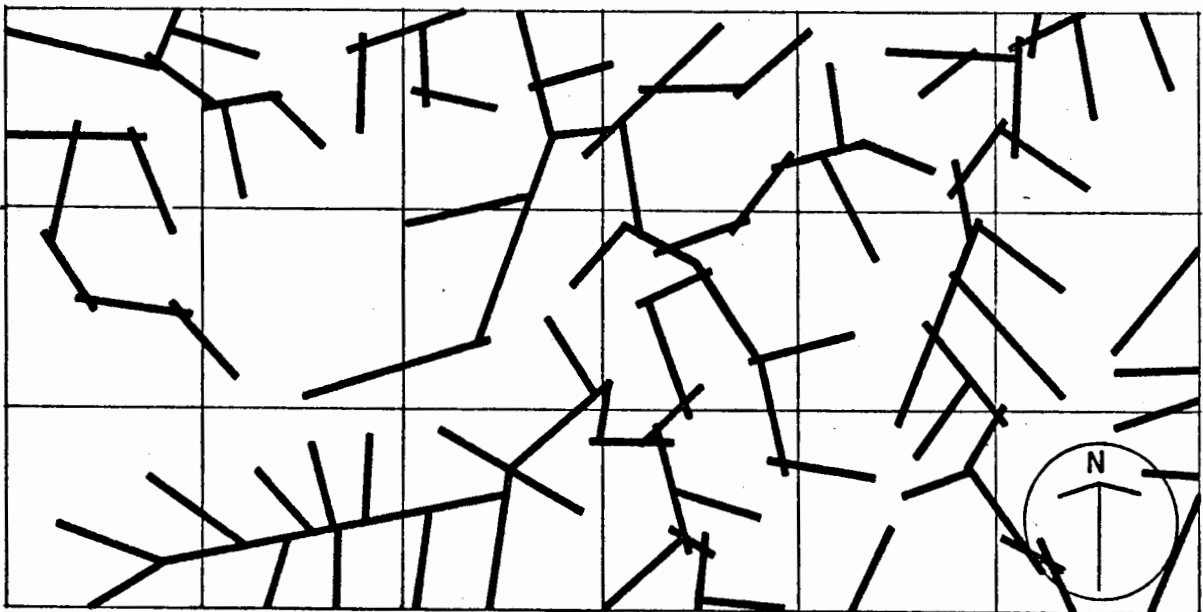
## 2.1.2.(a)

### DELINEAMENTO DAS DIREÇÕES EM SEGMENTOS NA REDE DE DRENAGEM.

#### REDE DE DRENAGEM



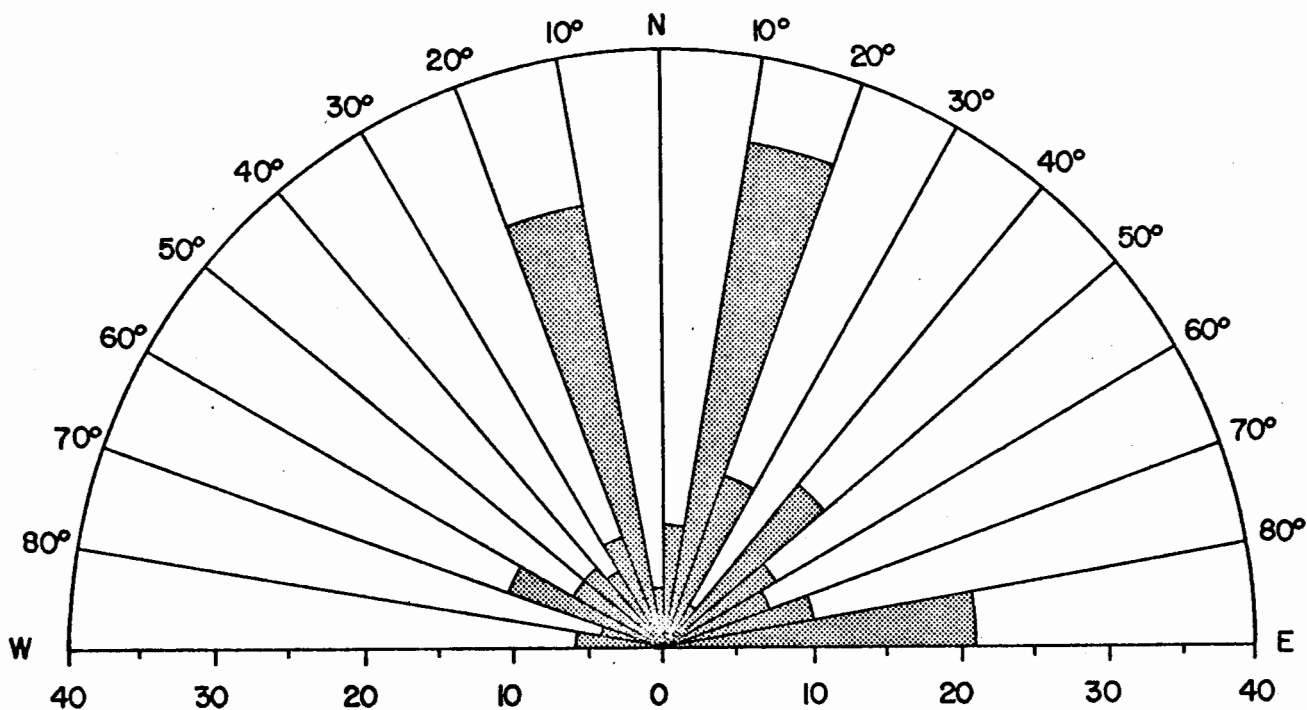
#### REDE DAS DIREÇÕES EM SEGMENTOS



## 2.1.2.(b)

# SERRA DA CANTAREIRA DIAGRAMA POLAR DOS SEGMENTOS DA DRENAGEM

orientação em intervalos de  $10^\circ$  em  
relação ao Norte.



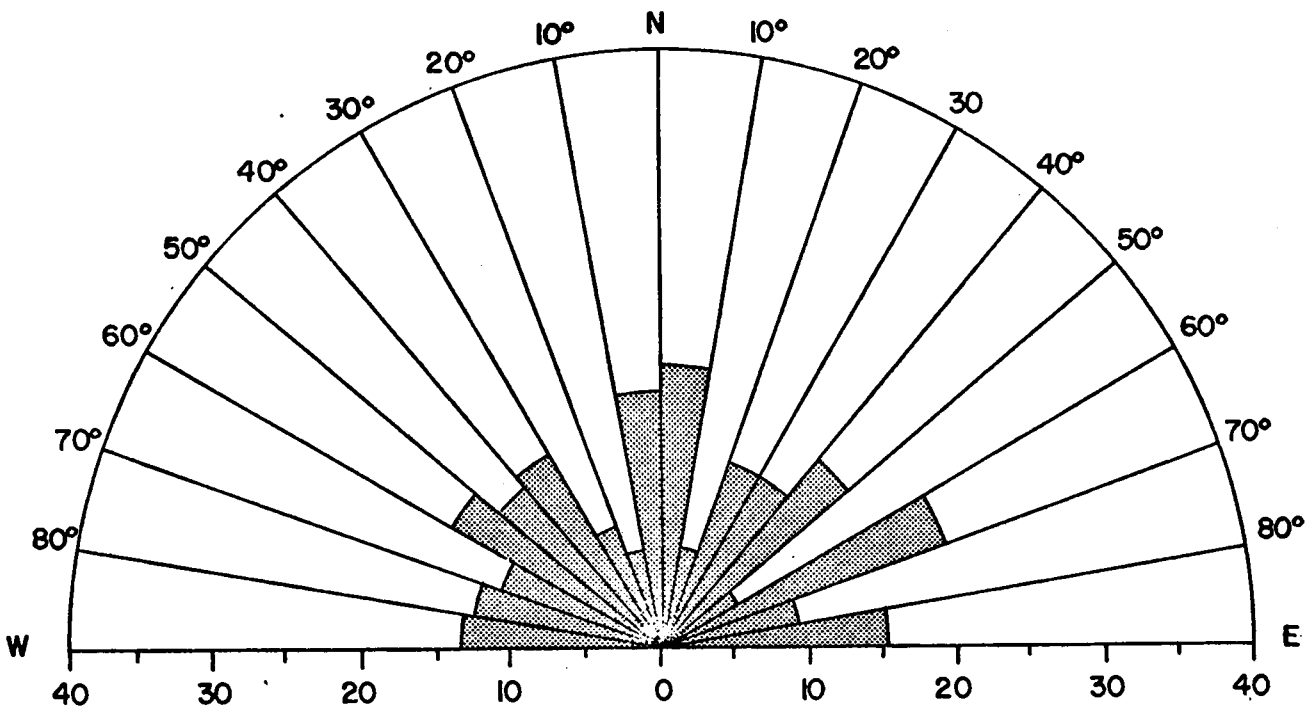
freqüências nos intervalos de  $10^\circ$

total: 194 segmentos

## 2.1.2.(c)

# EMBU DIAGRAMA POLAR DOS SEGMENTOS DA DRENAGEM

orientação em intervalos de  $10^\circ$  em  
relação ao Norte

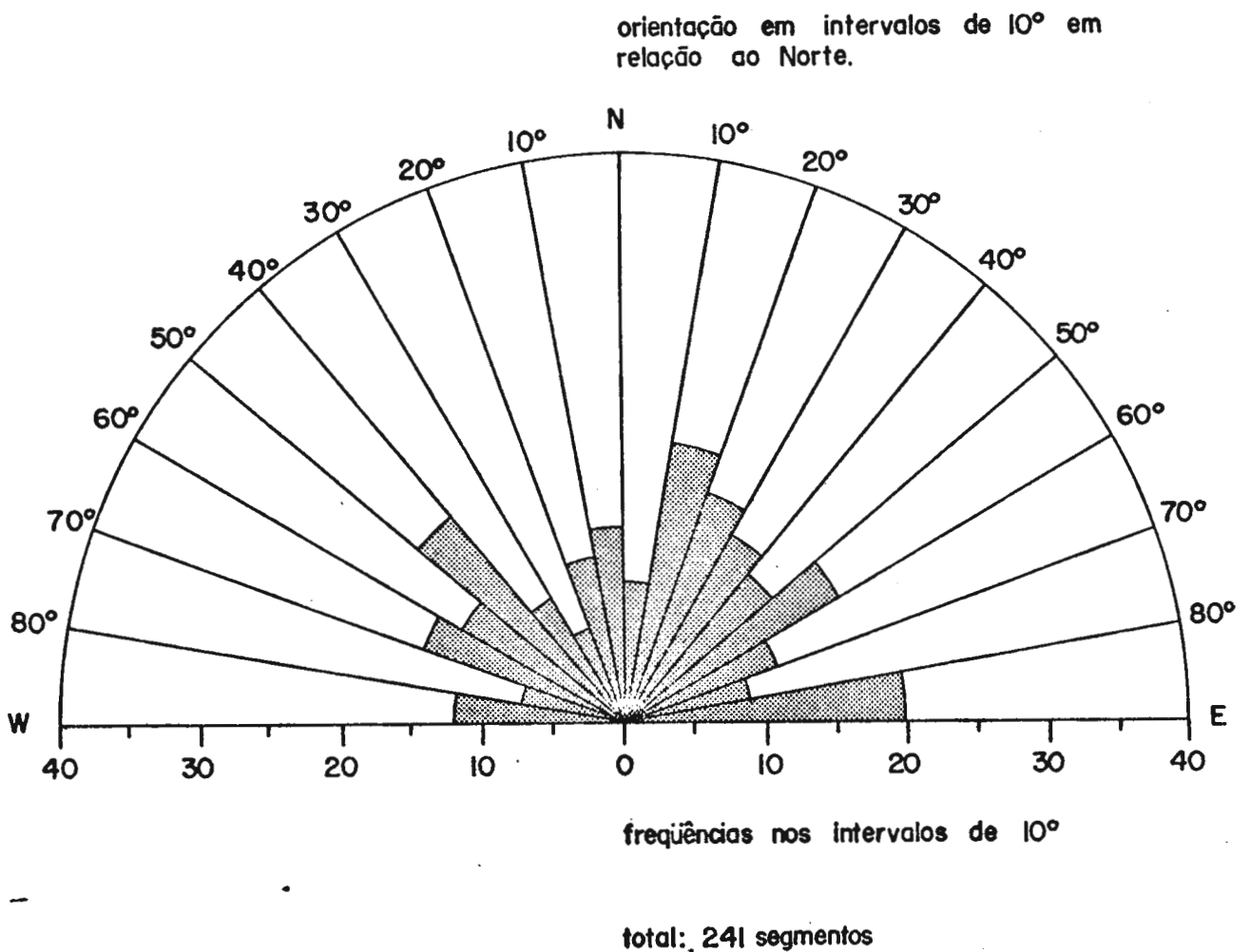


freqüências nos intervalos de  $10^\circ$

total: 232 segmentos

## 2.1.2.(d)

# SÃO LOURENÇO DA SERRA DIAGRAMA POLAR DOS SEGMENTOS DA DRENAGEM

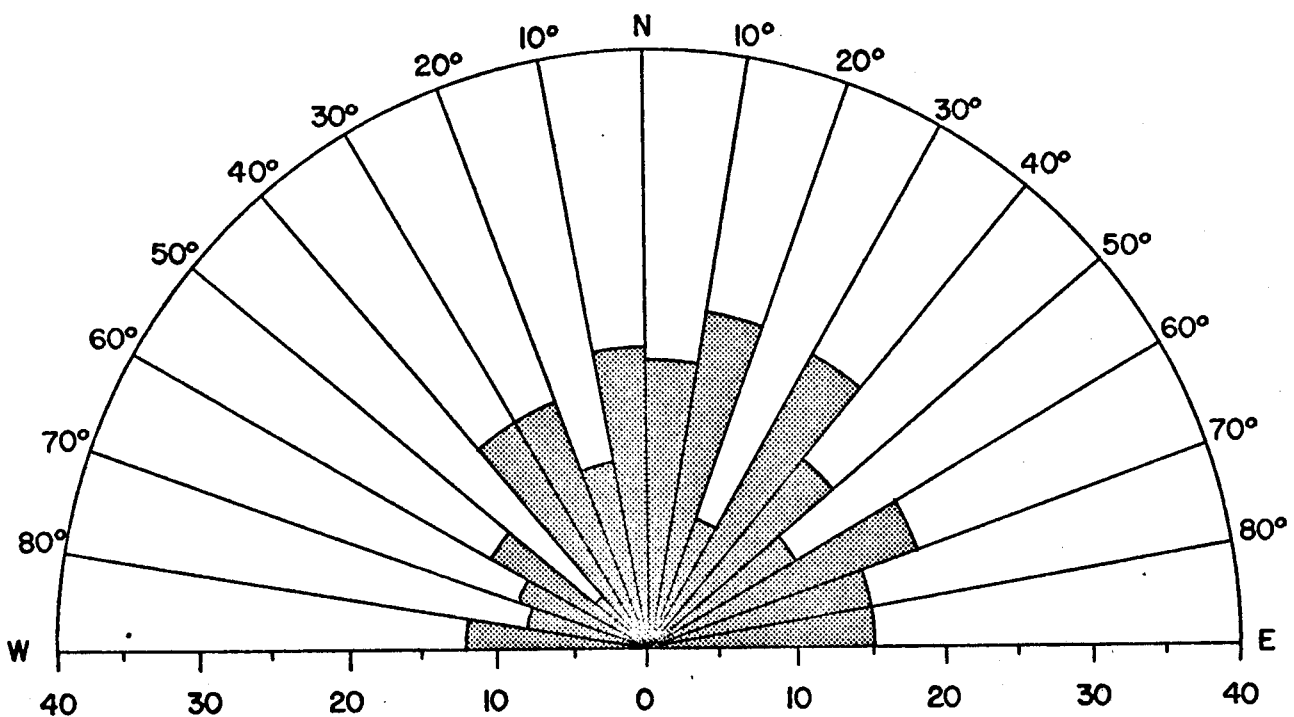




## 2.1.2.(e)

# PARELHEIROS DIAGRAMA POLAR DOS SEGMENTOS DA DRENAGEM

orientação em intervalos de  $10^\circ$  em  
relação ao Norte



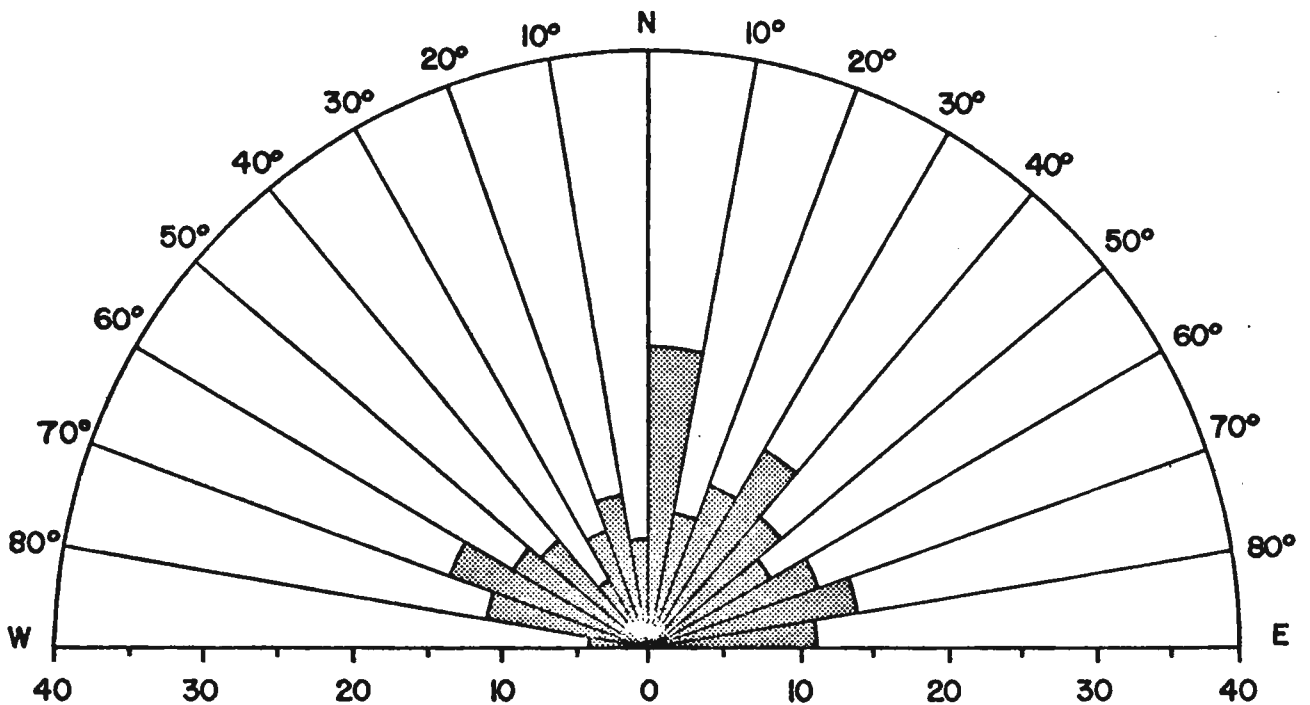
freqüências nos intervalos de  $10^\circ$

total: 257 segmentos

2.1.2.(f)

# TAIAÇUPEBA DIAGRAMA POLAR DOS SEGMENTOS DA DRENAGEM

orientação em intervalos de  $10^\circ$  em  
relação ao Norte.



freqüência nos intervalos de  $10^\circ$

total: 190 segmentos

De maneira geral, pode-se verificar um comportamento plurimodal, principalmente em decorrência da organização ortogonal entre algumas direções. Entretanto, salienta-se uma direção vizinha ao Norte e, num segundo plano, colocam-se em evidência direções voltadas para o quadrante N-E, entre  $N50^{\circ}-60^{\circ}E$  e  $N60^{\circ}-70^{\circ}E$ .

Reportando-se à geologia característica de cada amostra, verifica-se que aquela representativa dos granitos, a da Serra da Cantareira, deixa bem marcadas duas direções principais dos setores da drenagem:  $N10^{\circ}-20^{\circ}E$  e  $N10^{\circ}-20^{\circ}W$ .

A simples observação da amostra confirma o predomínio, em terceiro lugar, da direção  $N80^{\circ}-90^{\circ}E$ .

Dentre as litologias escolhidas para caracterizarem as demais amostras verifica-se, até certo ponto, um determinado paralelismo, salvaguardando a amostra Taiapuêba que volta a colocar em evidência a direção  $N0^{\circ}-10^{\circ}E$ .

Do exposto pode-se tirar a seguinte conclusão: - nas amostras onde aparecem granitos ou predomínio dos mesmos (amostras Serra da Cantareira e Taiapuêba), os segmentos da drenagem parecem apresentar as maiores frequências em direções vizinhas ao norte, enquanto que, nas demais litologias, as classes modais estão no quadrante NE, onde uma delas aparece sempre no intervalo  $N50^{\circ}-60^{\circ}E$  ou  $N60^{\circ}-70^{\circ}E$ .

Esta análise poderá servir como mais um indicador para a decisão na escolha dos subconjuntos considerados organizados, por ocasião da aplicação do modelo probabilístico de distribuição Poisson.

### 2.1.3. Tratamento Estatístico dos Elementos do Relevo

Feitas essas considerações preliminares em termos comparativos globais entre as amostras, passar-se-á a examinar, em cada uma delas, a distribuição das frequências dos elementos do relevo por classe de amplitude topográfica em cada categoria de altitude absoluta.

Para tanto, levando-se em conta o quadro-legenda' apresentado anteriormente | Prancha 1.4(e), secção 1.4. | plotam-se sobre os mapas topográficos de base referentes a cada amostra os símbolos atinentes a cada categoria de altitude acrescidos de uma rubrica adventícia para cada classe de amplitude topográfica.

O símbolo é colocado convenientemente sobre elementos do relevo discernidos através do desenho e contagem das curvas de nível, conforme já foi abordado. As considerações para as amplitudes topográficas são bastante delicadas, mas permitem atribuir facilmente ao símbolo de base uma nova conotação particular, questão já discutida na secção 1.4.

Como já foi salientado em capítulo específico, a distribuição de cada tipo de símbolo principal pode sugerir uma isaritmia que corresponde, de maneira bastante esquemática, à hipsometria do relevo da amostra considerada.

Um colorido hipsométrico conveniente, dado a cada classe de símbolos referentes a cada categoria de altitude, consegue melhorar bem mais esta visualização. Esta solução pode servir de técnica para marcar os símbolos durante a contagem, - garantindo maior operacionalidade e menor probabilidade de erro no resultado, dispensando novas contagens para a certeza do mesmo.

A diferenciação adventícia de cada símbolo, entre tanto, possibilita outra quantificação, de caráter pontual, o que a carta hipsométrica não permite fazer.

Neste sentido, para cada amostra em questão tem-se uma representação cartográfica por pontos bastante precisa, como poderá ser observada através dos respectivos mapas. | Pranchas 2.1.3(a); 2.1.3(b); 2.1.3(c); 2.1.3(d) e 2.1.3(e) |

Em seguida, são organizados quadros onde são colocados em colunas<sup>(\*)</sup>:

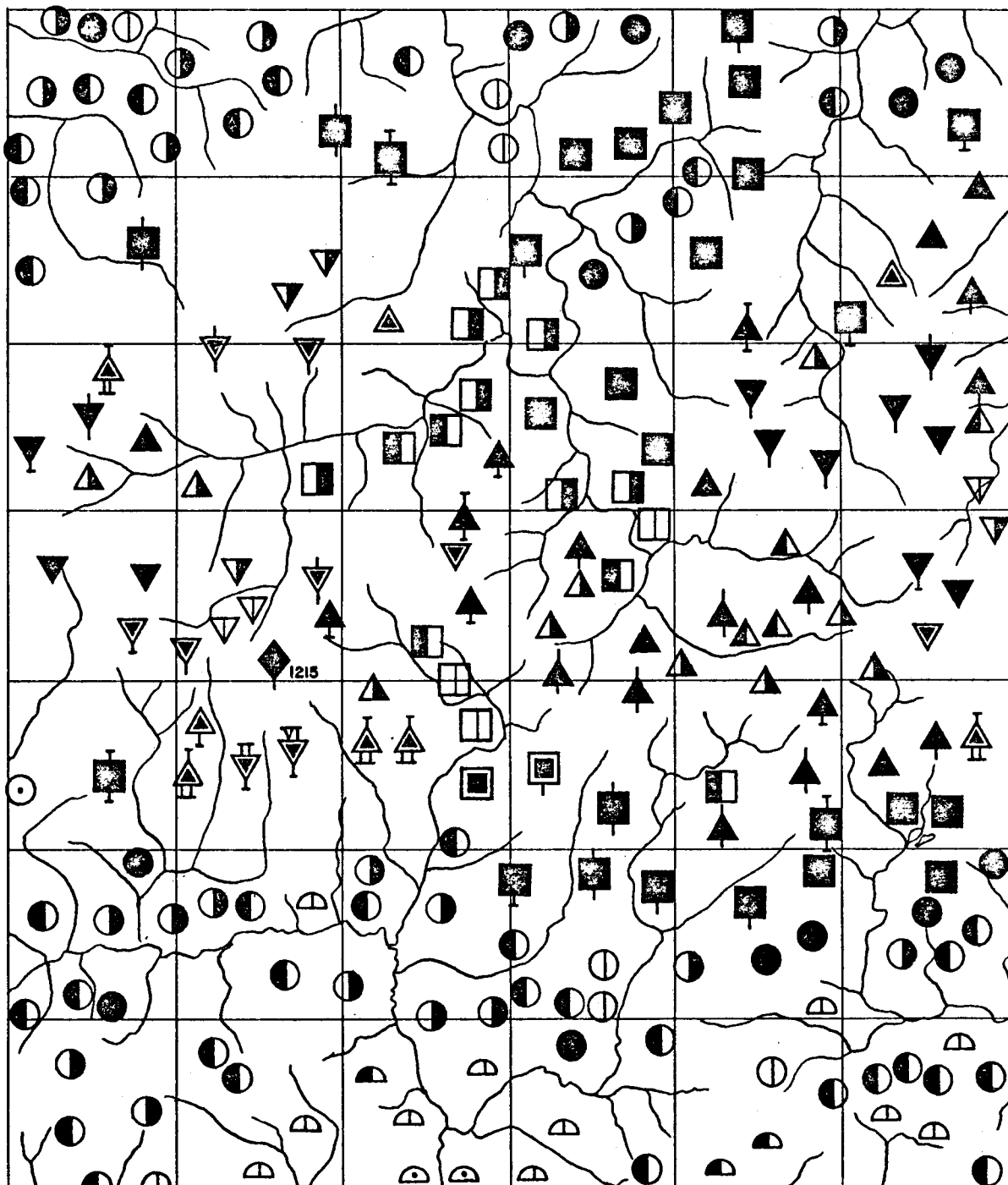
a) a frequência absoluta - distribuição dos dados referentes a

---

(\*) - Os quadros serão reconhecidos pelos nomes das amostras, - as quais seguem a ordem já estipulada.

# 2.1.3.(a)

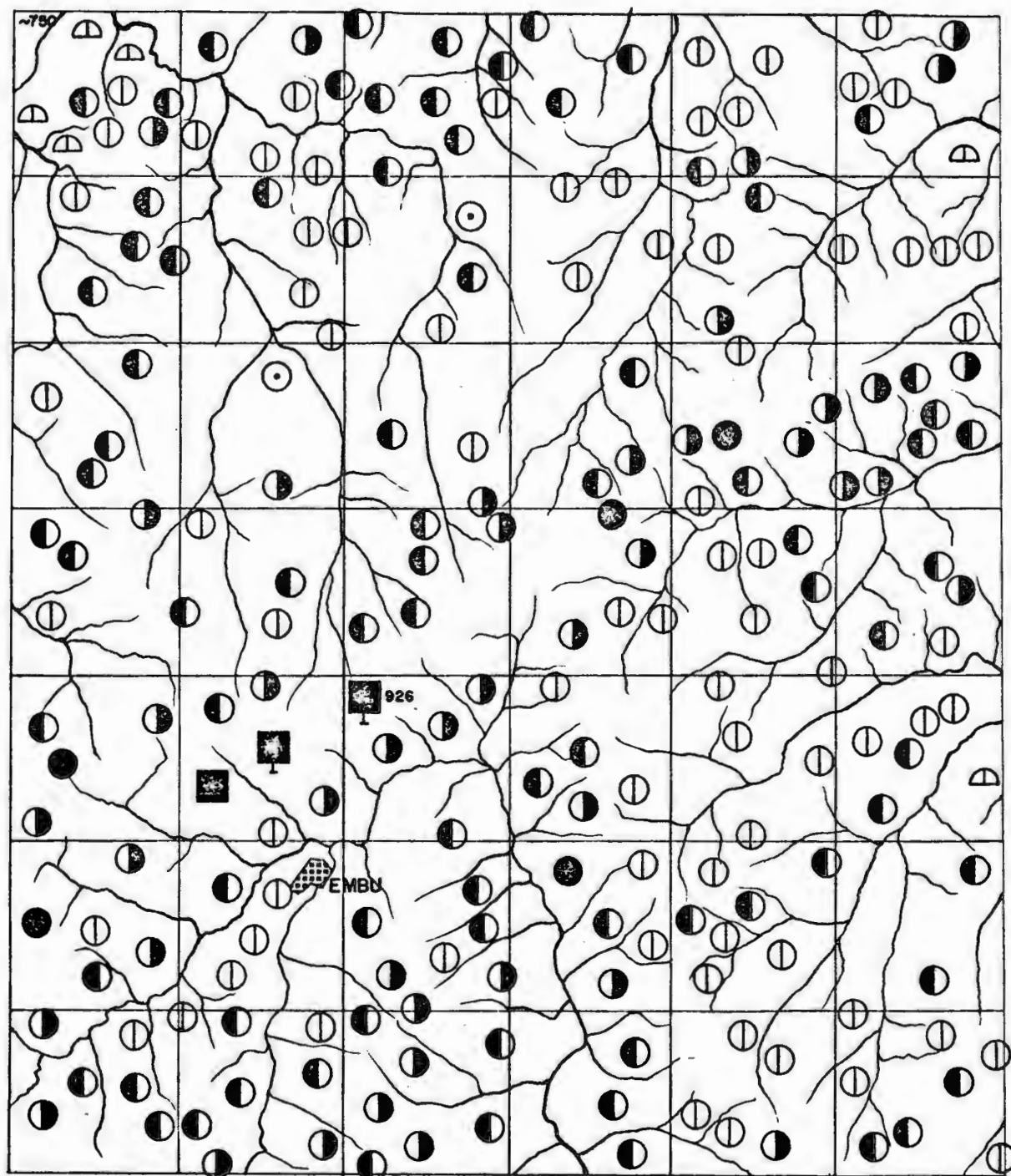
## SERRA DA CANTAREIRA CLASSIFICAÇÃO POR PONTOS DOS ELEMENTOS DO RELEVO.



LEGENDA: PRANCHA 2.1.3.(e)

## 2.1.3.(b)

### EMBU CLASSIFICAÇÃO POR PONTOS DOS ELEMENTOS DO RELEVO.

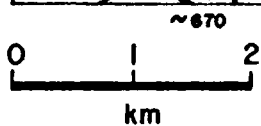
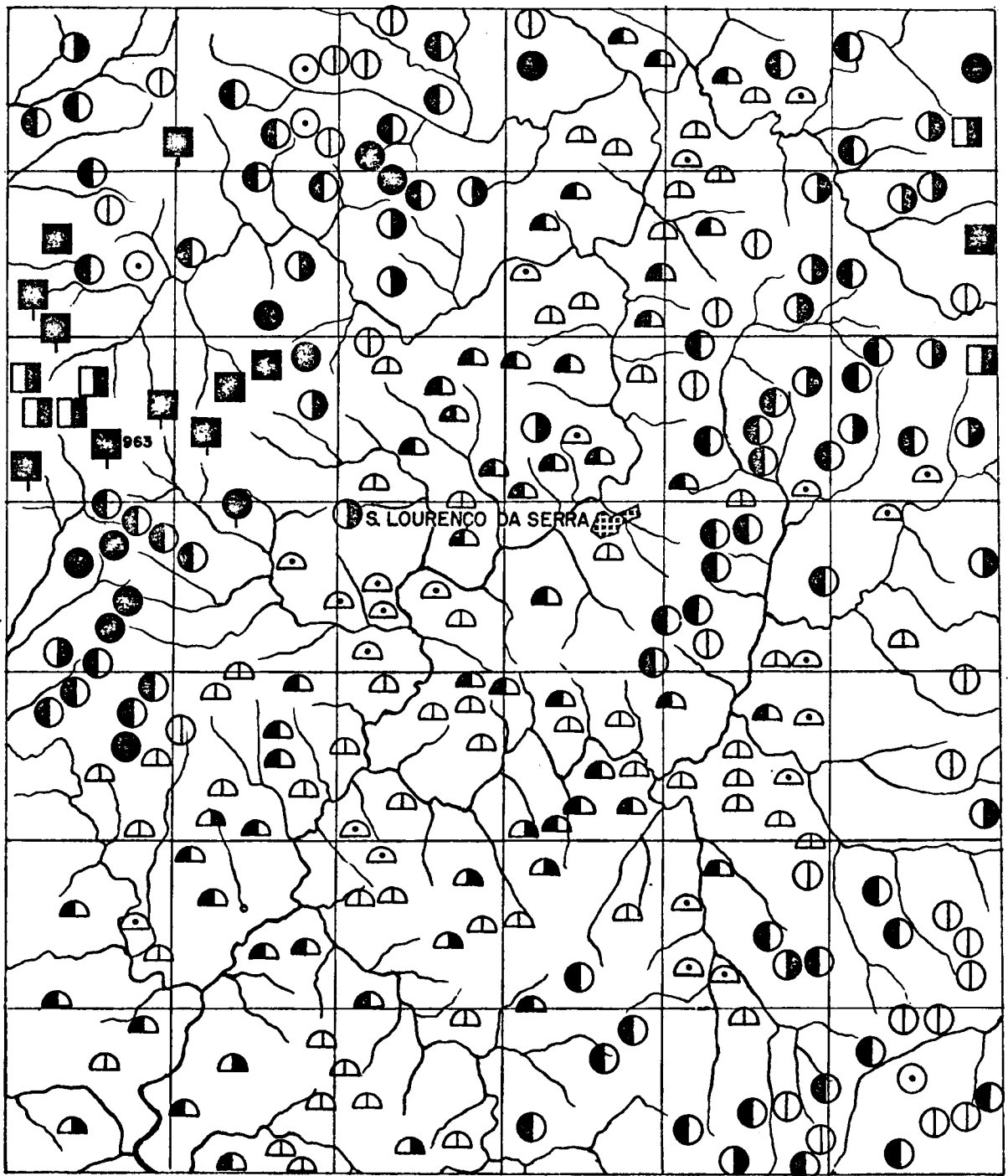


0 1 2  
km

LEGENDA: PRANCHA 2.1.3.(e)

## 2.1.3.(c)

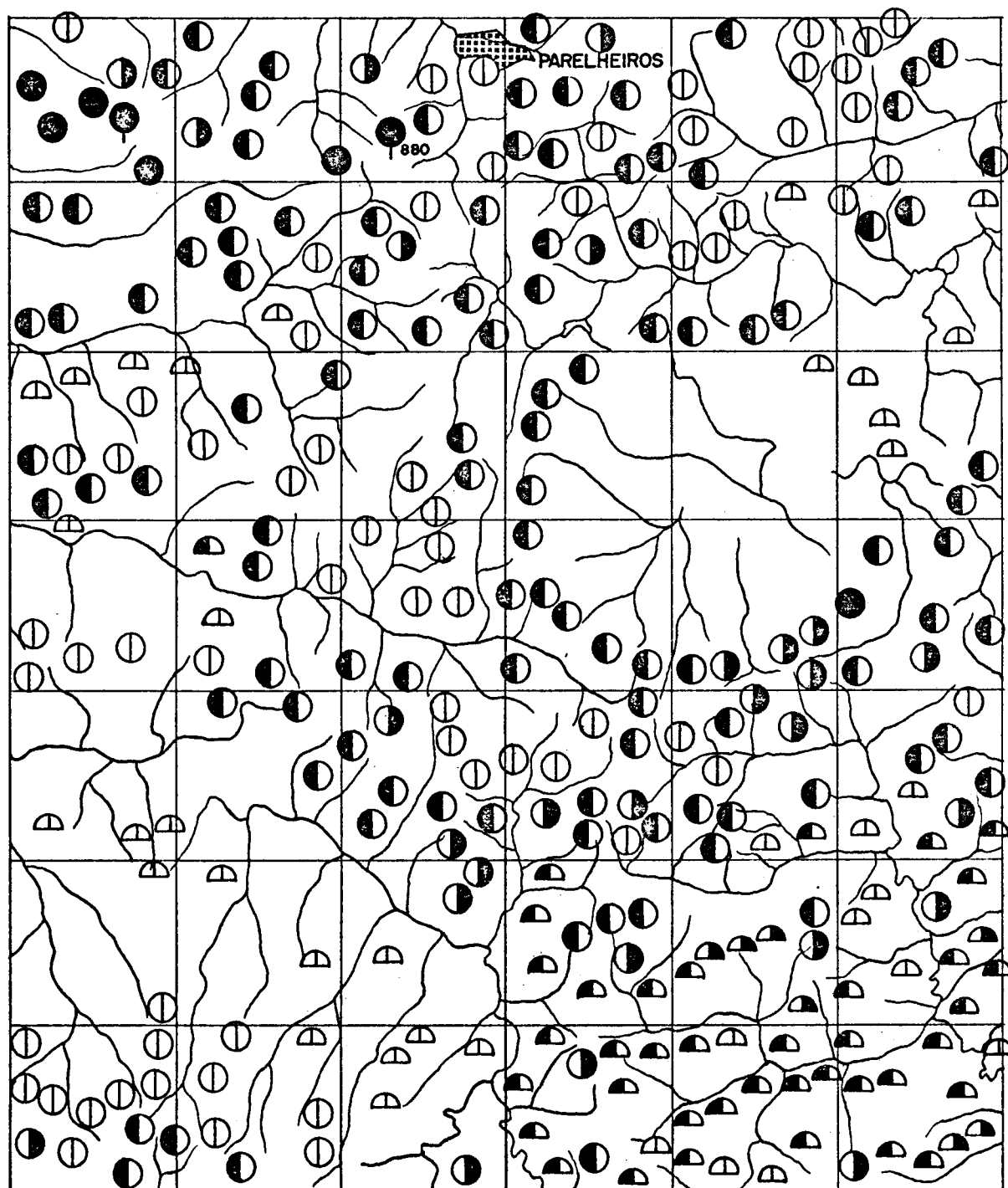
# SÃO LOURENÇO DA SERRA CLASSIFICAÇÃO POR PONTOS DOS ELEMENTOS DO RELEVO.



LEGENDA: PRANCHA 2.1.3(e)

## 2.1.3.(d)

# PARELHEIROS CLASSIFICAÇÃO POR PONTOS DOS ELEMENTOS DO RELEVO.

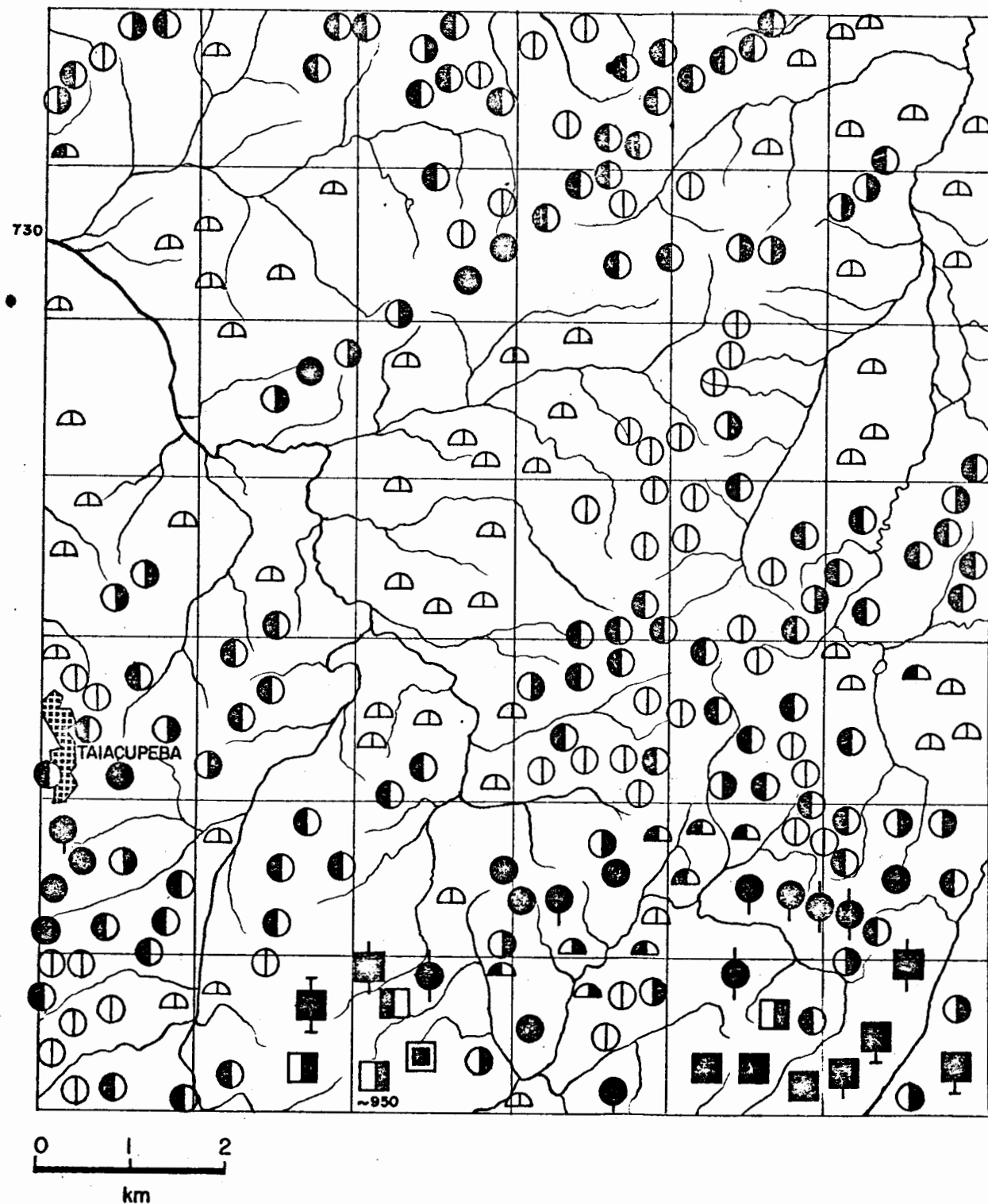


LEGENDA: PRANCHA 2.1.3.(e)



# 2.1.3.(e)

## TAIACUPEBA CLASSIFICAÇÃO POR PONTOS DOS ELEMENTOS DO RELEVO.



### LEGENDA

| Número de isóipsas | Categorias de Altitudes Topogr. | I         | II        | III        | IV          | V           | VI          |
|--------------------|---------------------------------|-----------|-----------|------------|-------------|-------------|-------------|
|                    |                                 | 700 - 800 | 800 - 900 | 900 - 1000 | 1000 - 1100 | 1100 - 1200 | 1200 - 1300 |
| 1                  | 20 - 40                         | ◐         | ○         |            |             |             |             |
| 2                  | 40 - 60                         | ◐         | ○         | ◻          |             | ▽           |             |
| 3                  | 60 - 80                         | ◐         | ◐         | ◻          | ▲           | ▽           |             |
| 4                  | 80 - 100                        | ◐         | ◐         | ◻          | ▲           | ▽           |             |
| 5                  | 100 - 120                       |           | ●         | ■          | ▲           | ▽           |             |
| 6                  | 120 - 140                       |           | ●         | ■          | ▲           | ▽           | ◆           |
| 7                  | 140 - 160                       |           | ●         | ■          | ▲           | ▽           |             |
| 8                  | 160 - 180                       |           |           | ■          | ▲           | ▽           |             |
| 9                  | 180 - 200                       |           |           | ■          | ▲           | ▽           |             |
| 10                 | 200 - 220                       |           |           | ■          | ▲           | ▽           |             |
| 11                 | 220 - 240                       |           |           | ■          | ▲           | ▽           |             |
| 12                 | 240 - 260                       |           |           |            | ▲           | ▽           |             |
| 13                 | 260 - 280                       |           |           |            | ▲           | ▽           |             |
| 14                 | 280 - 300                       |           |           |            | ▲           | ▽           |             |
| 15                 | 300 - 320                       |           |           |            | ▲           | ▽           |             |
| 16                 | 320 - 340                       |           |           |            |             | ▽           |             |
| 17                 | 340 - 360                       |           |           |            |             | ▽           |             |
| 18                 | 360 - 380                       |           |           |            |             | ▽           |             |
| 19                 | 380 - 400                       |           |           |            |             | ▽           |             |

cada categoria de altitude, que no caso é elaborada observando-se os números de acontecimentos havidos em subintervalos' do intervalo que se observa.

- b) a frequência acumulada - soma da frequência absoluta da classe com as das classes inferiores.
- c) a frequência relativa - relação entre o número de casos em que o acontecimento se realizou (frequência absoluta) e o número total de classes vezes 100.
- d) a frequência relativa acumulada - soma da frequência relativa da classe com as das classes inferiores.

Da forma que os dados são aqui apresentados, tem-se a oportunidade de traçar gráficos de setores, que são a representação de uma série estatística<sup>(\*)</sup> por intermédio de superfícies setoriais. São utilizados quando se pretende comparar os valores de uma série com a sua soma total. A proporcionalidade é feita na partição de setores circulares, tomando o círculo como 100%. Um transferidor, dividindo o círculo em 100 partes desenhado sobre um suporte transparente, permite eliminar os cálculos e desenhar com relativa aproximação aqueles ângulos centrais. Lembra-se, outrossim, que nestes gráficos não são levados em conta os tamanhos dos círculos.

---

(\*) - Série estatística - "conjuntos de dados homogêneos, discriminados segundo diversas modalidades, ou ordenados de acordo com as medidas de uma circunstância da observação (a que respectivamente correspondem)." (Vários, 1967)

S E R R A     D A     C A N T A R E I R A

## Análise de Freqüências

DISTRIBUIÇÃO DOS ELEMENTOS DO RELEVO, POR CLASSES, EM CADA CATEGORIA.

| Classes de Amplitudes Topográficas | Freqüências Absolutas (f) | Freqüências Acumuladas (F) | Freqüências Relativas (%) | Freqüências Relativas Acumuladas (%) |
|------------------------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|--------------------------------------|
|------------------------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|--------------------------------------|

## CATEGORIA I - ALTITUDES 700-800 m

|         |    |    |       |        |
|---------|----|----|-------|--------|
| 20 - 40 | 2  | 2  | 11,11 | 11,11  |
| 40 - 60 | 12 | 14 | 66,67 | 77,78  |
| 60 - 80 | 4  | 18 | 22,22 | 100,00 |
|         | 18 |    |       |        |

## CATEGORIA II - ALTITUDES 800-900 m

|           |    |    |       |        |
|-----------|----|----|-------|--------|
| 20 - 40   | 1  | 1  | 1,33  | 1,33   |
| 40 - 60   | 5  | 6  | 6,67  | 8,00   |
| 60 - 80   | 34 | 40 | 45,33 | 53,33  |
| 80 - 100  | 22 | 62 | 29,33 | 82,67  |
| 100 - 120 | 12 | 74 | 16,00 | 98,67  |
| 120 - 140 | 1  | 75 | 1,33  | 100,00 |
|           | 75 |    |       |        |

## CATEGORIA III - ALTITUDES 900-1.000 m

|           |    |    |       |        |
|-----------|----|----|-------|--------|
| 40 - 60   | 3  | 3  | 6,82  | 6,82   |
| 60 - 80   | 5  | 8  | 11,36 | 18,18  |
| 80 - 100  | 7  | 15 | 15,91 | 34,09  |
| 100 - 120 | 13 | 28 | 29,55 | 63,64  |
| 120 - 140 | 4  | 32 | 9,09  | 72,73  |
| 140 - 160 | 4  | 36 | 9,09  | 81,82  |
| 160 - 180 | 3  | 39 | 6,82  | 88,64  |
| 180 - 200 | 3  | 42 | 6,82  | 95,45  |
| 200 - 220 | 1  | 43 | 2,27  | 97,73  |
| 220 - 240 | 1  | 44 | 2,27  | 100,00 |
|           | 44 |    |       |        |

.../...

.../...

## CATEGORIA IV - ALTITUDES 1.000-1.100 m

|           |    |    |       |        |
|-----------|----|----|-------|--------|
| 60 - 80   | 4  | 4  | 9,09  | 9,09   |
| 80 - 100  | 10 | 14 | 22,73 | 31,82  |
| 100 - 120 | 6  | 20 | 13,64 | 45,45  |
| 120 - 140 | 4  | 24 | 9,09  | 54,55  |
| 140 - 160 | 5  | 29 | 11,36 | 65,91  |
| 160 - 180 | 6  | 35 | 13,64 | 79,55  |
| 180 - 200 | 2  | 37 | 4,55  | 84,09  |
| 200 - 220 | 2  | 39 | 4,55  | 88,64  |
| 220 - 240 | 0  | 39 | 0     | 88,64  |
| 240 - 260 | 0  | 39 | 0     | 88,64  |
| 260 - 280 | 0  | 39 | 0     | 88,64  |
| 280 - 300 | 0  | 39 | 0     | 88,64  |
| 300 - 320 | 5  | 44 | 11,36 | 100,00 |
|           | 44 |    |       |        |

## CATEGORIA V - ALTITUDES 1.100-1.200 m

|           |    |    |       |        |
|-----------|----|----|-------|--------|
| 40 - 60   | 3  | 3  | 10,71 | 10,71  |
| 60 - 80   | 0  | 3  | 0     | 10,71  |
| 80 - 100  | 4  | 7  | 14,29 | 25,00  |
| 100 - 120 | 4  | 11 | 14,29 | 39,29  |
| 120 - 140 | 4  | 15 | 14,29 | 53,57  |
| 140 - 160 | 2  | 17 | 7,14  | 60,71  |
| 160 - 180 | 2  | 19 | 7,14  | 67,86  |
| 180 - 200 | 0  | 19 | 0     | 67,86  |
| 200 - 220 | 2  | 21 | 7,14  | 75,00  |
| 220 - 240 | 2  | 23 | 7,14  | 82,14  |
| 240 - 260 | 2  | 25 | 7,14  | 89,29  |
| 260 - 280 | 1  | 26 | 3,57  | 92,86  |
| 280 - 300 | 0  | 26 | 0     | 92,86  |
| 300 - 320 | 1  | 27 | 3,57  | 96,43  |
| 320 - 340 | 0  | 27 | 0     | 96,43  |
| 340 - 360 | 0  | 27 | 0     | 96,43  |
| 360 - 380 | 0  | 27 | 0     | 96,43  |
| 380 - 400 | 1  | 28 | 3,57  | 100,00 |
|           | 28 |    |       |        |

## CATEGORIA VI - ALTITUDES 1.200-1.300 m

|           |   |   |        |        |
|-----------|---|---|--------|--------|
| 120 - 140 | 1 | 1 | 100,00 | 100,00 |
|-----------|---|---|--------|--------|

E M B U

## Análise de Freqüências

DISTRIBUIÇÃO DOS ELEMENTOS DO RELEVO, POR CLASSES, EM CADA CATEGORIA.

| Classes de Amplitudes Topográficas | Freqüências Absolutas (f) | Freqüências Acumuladas (F) | Freqüências Relativas (%) | Freqüências Relativas Acumuladas (%) |
|------------------------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|--------------------------------------|
|------------------------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|--------------------------------------|

## CATEGORIA I - ALTITUDES 700-800 m

|         |   |   |     |     |
|---------|---|---|-----|-----|
| 40 - 60 | 6 | 6 | 100 | 100 |
|---------|---|---|-----|-----|

## CATEGORIA II - ALTITUDES 800-900 m

|           |     |     |       |        |
|-----------|-----|-----|-------|--------|
| 20 - 40   | 2   | 2   | 0,96  | 0,96   |
| 40 - 60   | 77  | 79  | 37,02 | 37,98  |
| 60 - 80   | 81  | 160 | 38,94 | 76,92  |
| 80 - 100  | 43  | 203 | 20,67 | 97,60  |
| 100 - 120 | 5   | 208 | 2,40  | 100,00 |
|           | 208 |     |       |        |

## CATEGORIA III - ALTITUDES 900-1.000 m

|           |   |   |       |        |
|-----------|---|---|-------|--------|
| 100 - 120 | 1 | 1 | 33,33 | 33,33  |
| 120 - 140 | 0 | 1 | 0     | 33,33  |
| 140 - 160 | 0 | 1 | 0     | 33,33  |
| 160 - 180 | 2 | 3 | 66,67 | 100,00 |
|           | 3 |   |       |        |

## S Ã O L O U R E N Ç O D A S E R R A

## Análise de Freqüências

DISTRIBUIÇÃO DOS ELEMENTOS DO RELEVO, POR CLASSES, EM CADA CATEGORIA.

| Classes de Amplitudes Topográficas | Freqüências Absolutas (f) | Freqüências Acumuladas (F) | Freqüências Relativas (%) | Freqüências Relativas Acumuladas (%) |
|------------------------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|--------------------------------------|
|------------------------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|--------------------------------------|

## CATEGORIA I - ALTITUDES 700-800 m

|          |     |     |       |        |
|----------|-----|-----|-------|--------|
| 20 - 40  | 22  | 22  | 16,67 | 16,67  |
| 40 - 60  | 57  | 79  | 43,18 | 59,85  |
| 60 - 80  | 46  | 125 | 34,85 | 94,70  |
| 80 - 100 | 7   | 132 | 5,30  | 100,00 |
|          | 132 |     |       |        |

## CATEGORIA II - ALTITUDES 800-900 m

|           |     |     |       |        |
|-----------|-----|-----|-------|--------|
| 20 - 40   | 4   | 4   | 3,28  | 3,28   |
| 40 - 60   | 26  | 30  | 21,31 | 24,59  |
| 60 - 80   | 58  | 88  | 47,54 | 72,13  |
| 80 - 100  | 22  | 110 | 18,03 | 90,16  |
| 100 - 120 | 11  | 121 | 9,02  | 99,18  |
| 120 - 140 | 1   | 122 | 0,82  | 100,00 |
|           | 122 |     |       |        |

## CATEGORIA III - ALTITUDES 900-1.000 m

|           |    |    |       |        |
|-----------|----|----|-------|--------|
| 80 - 100  | 6  | 6  | 35,29 | 35,29  |
| 100 - 120 | 4  | 10 | 23,53 | 58,82  |
| 120 - 140 | 7  | 17 | 41,18 | 100,00 |
|           | 17 |    |       |        |

P A R E L H E I R O S

## Análise das Freqüências

DISTRIBUIÇÃO DOS ELEMENTOS DO RELEVO, POR CLASSES, EM CADA CATEGORIA.

| Classes de Amplitudes Topográficas | Freqüências Absolutas (f) | Freqüências Acumuladas (F) | Freqüências Relativas (%) | Freqüências Relativas Acumuladas (%) |
|------------------------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|--------------------------------------|
|------------------------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|--------------------------------------|

## CATEGORIA I - ALTITUDES 700-800 m

|          |    |    |       |        |
|----------|----|----|-------|--------|
| 40 - 60  | 37 | 37 | 44,58 | 44,58  |
| 60 - 80  | 39 | 76 | 46,99 | 91,57  |
| 80 - 100 | 7  | 83 | 8,43  | 100,00 |
|          | 83 |    |       |        |

## CATEGORIA II - ALTITUDES 800 - 900 m

|           |     |     |       |        |
|-----------|-----|-----|-------|--------|
| 40 - 60   | 65  | 65  | 31,25 | 31,25  |
| 60 - 80   | 108 | 173 | 51,92 | 83,17  |
| 80 - 100  | 27  | 200 | 12,98 | 96,15  |
| 100 - 120 | 6   | 206 | 2,88  | 99,04  |
| 120 - 140 | 2   | 208 | 0,96  | 100,00 |
|           | 208 |     |       |        |

T A I A Ç U P E B A

## Análise de Freqüências

DISTRIBUIÇÃO DOS ELEMENTOS DO RELEVO, POR CLASSES, EM CADA CATEGORIA.

| Classes de Amplitudes Topográficas | Freqüências Absolutas (f) | Freqüências Acumuladas (F) | Freqüências Relativas (%) | Freqüências Relativas Acumuladas (%) |
|------------------------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|--------------------------------------|
|------------------------------------|---------------------------|----------------------------|---------------------------|--------------------------------------|

## CATEGORIA I - ALTITUDES 700-800 m

|          |    |    |       |        |
|----------|----|----|-------|--------|
| 40 - 60  | 55 | 55 | 84,62 | 84,62  |
| 60 - 80  | 8  | 63 | 12,31 | 96,92  |
| 80 - 100 | 2  | 65 | 3,08  | 100,00 |
|          | 65 |    |       |        |

## CATEGORIA II - ALTITUDES 800-900 m

|           |     |     |       |        |
|-----------|-----|-----|-------|--------|
| 40 - 60   | 44  | 44  | 25,73 | 25,73  |
| 60 - 80   | 77  | 121 | 45,03 | 70,76  |
| 80 - 100  | 29  | 150 | 16,96 | 87,72  |
| 100 - 120 | 12  | 162 | 7,02  | 94,74  |
| 120 - 140 | 5   | 167 | 2,92  | 97,66  |
| 140 - 160 | 4   | 171 | 2,34  | 100,00 |
|           | 171 |     |       |        |

## CATEGORIA III - ALTITUDES 900-1.000 m

|           |    |    |       |        |
|-----------|----|----|-------|--------|
| 60 - 80   | 1  | 1  | 7,14  | 7,14   |
| 80 - 100  | 3  | 4  | 21,43 | 28,57  |
| 100 - 120 | 3  | 7  | 21,43 | 50,00  |
| 120 - 140 | 1  | 8  | 7,14  | 57,14  |
| 140 - 160 | 2  | 10 | 14,29 | 71,43  |
| 160 - 180 | 2  | 12 | 14,29 | 85,71  |
| 180 - 200 | 1  | 13 | 7,14  | 92,86  |
| 200 - 220 | 1  | 14 | 7,14  | 100,00 |
|           | 14 |    |       |        |



Para comodidade e funcionalidade na diagramação dos desenhos, convencionou-se atribuir um cardinal a cada classe de amplitude topográfica, o que vem a se constituir na legenda válida para os gráficos referentes a cada amostra. | Pranchas 2.1.3(f); 2.1.3(g); 2.1.3(h); 2.1.3(i) e 2.1.3(j) |

LEGENDA

| Cardinal convencional | Classe de amplitude topográfica<br>(em metros) |
|-----------------------|--|
| 1                     | 20 - 40  |
| 2                     | 40 - 60  |
| 3                     | 60 - 80  |
| 4                     | 80 - 100                                       |
| 5                     | 100 - 120                                      |
| 6                     | 120 - 140                                      |
| 7                     | 140 - 160                                      |
| 8                     | 160 - 180                                      |
| 9                     | 180 - 200                                      |
| 10                    | 200 - 220                                      |
| 11                    | 220 - 240                                      |
| 12                    | 240 - 260                                      |
| 13                    | 260 - 280                                      |
| 14                    | 280 - 300                                      |
| 15                    | 300 - 320                                      |
| 16                    | 320 - 340                                      |
| 17                    | 340 - 360                                      |
| 18                    | 360 - 380                                      |
| 19                    | 380 - 400                                      |

A moda de uma série estatística é o valor que apresenta maior frequência absoluta. Em alguns casos podem aparecer duas ou mais modas. Fala-se também em classe modal, quando os dados estão agrupados em classes.

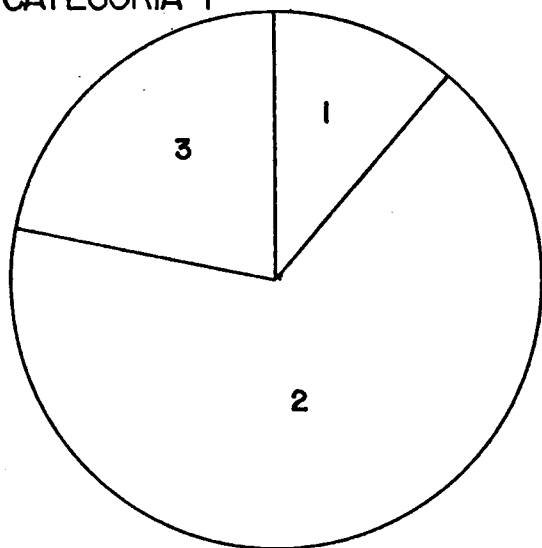
Voltando à análise dos quadros, é importante ressaltar em cada amostra, numa primeira instância, onde se coloca a classe modal em termos de amplitudes topográficas interessando a cada categoria de altitude.

De maneira geral, esta medida de tendência central, no caso, se manifesta quase sempre na classe 60-80 ou em suas vizinhas.

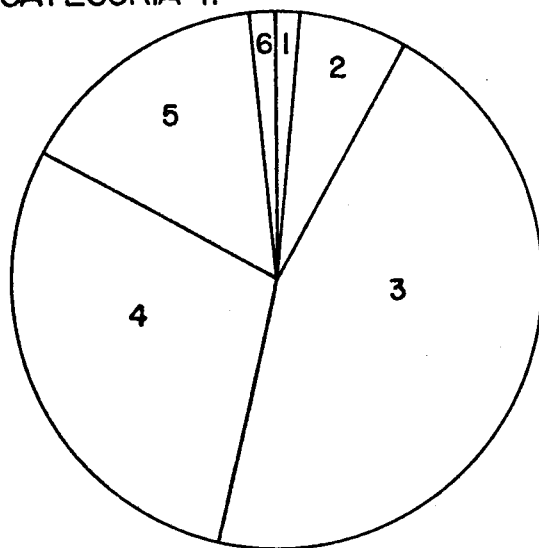
## 2.1.3.(f)

# SERRA DA CANTAREIRA FREQUÊNCIAS RELATIVAS DOS ELE- MENTOS DO RELEVO POR CLASSE EM CADA CATEGORIA

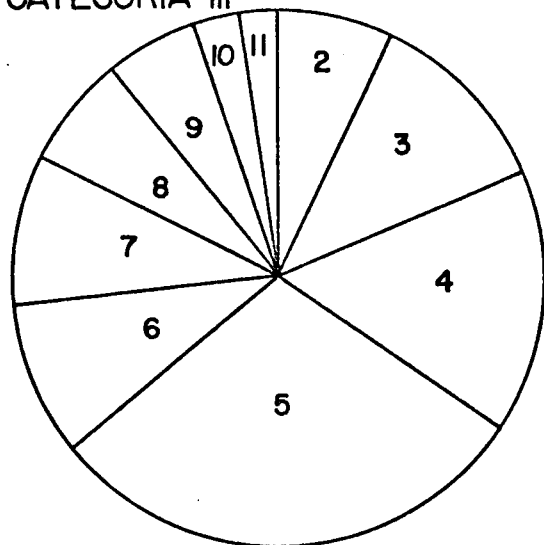
CATEGORIA I



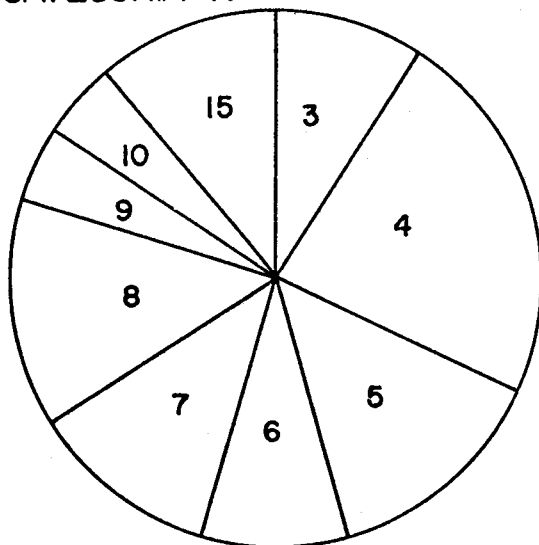
CATEGORIA II



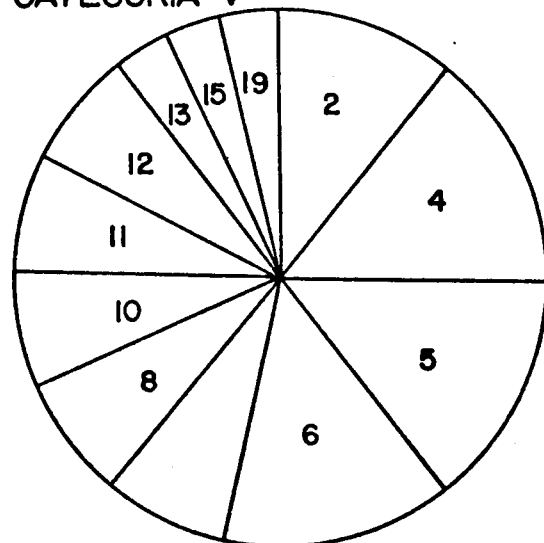
CATEGORIA III



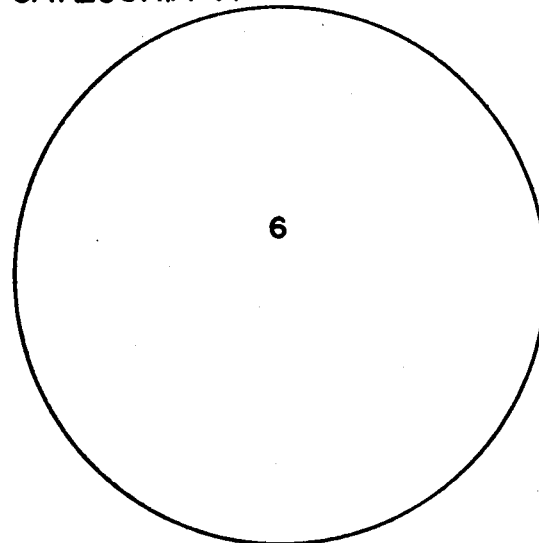
CATEGORIA IV



CATEGORIA V



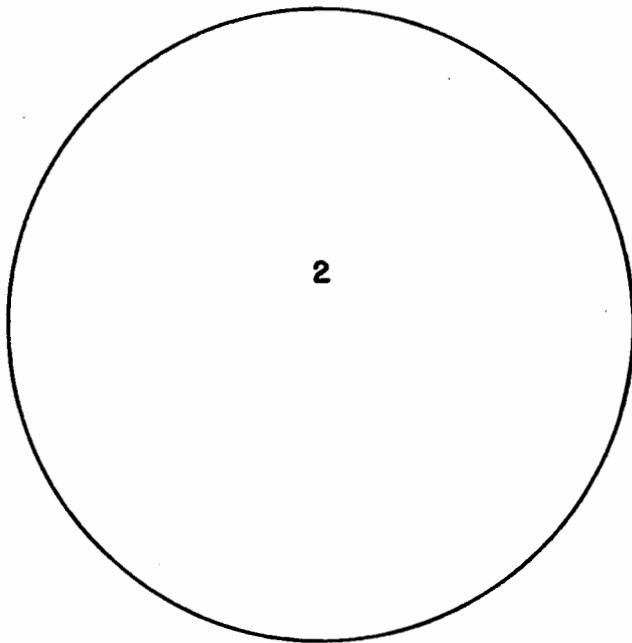
CATEGORIA VI



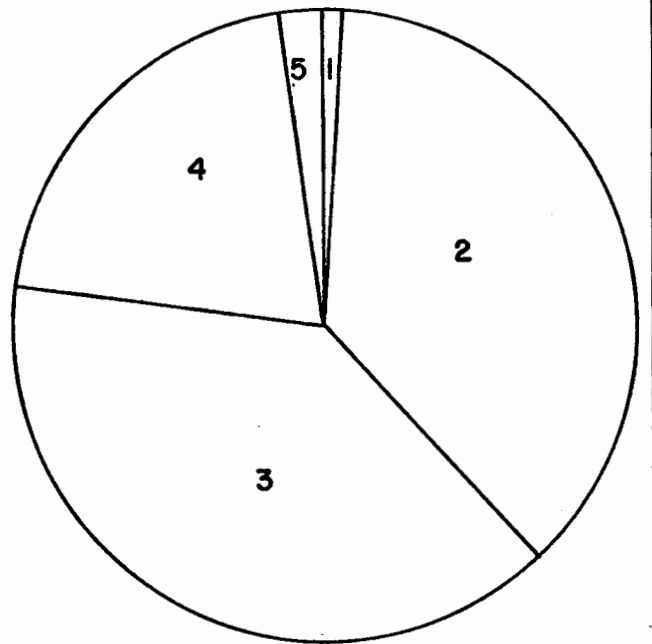
## 2.1.3.(g)

### EMBU FREQUÊNCIAS RELATIVAS DOS ELEMENTOS DO RELEVO POR CLASSE EM CADA CATEGORIA.

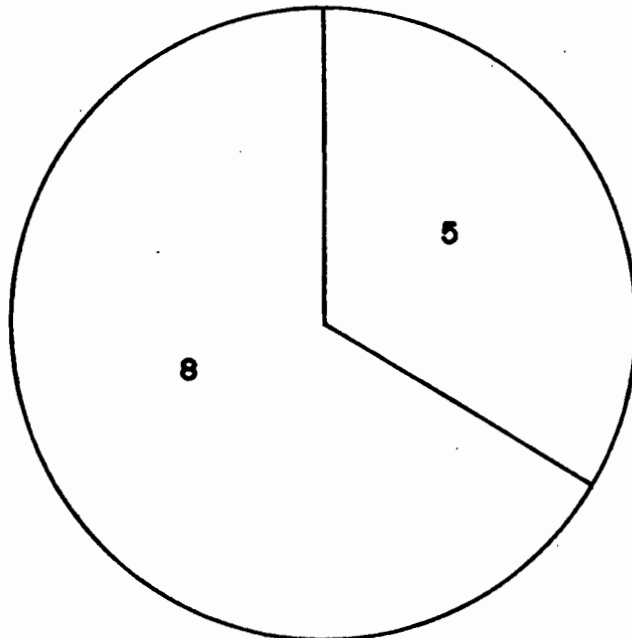
CATEGORIA I



CATEGORIA II



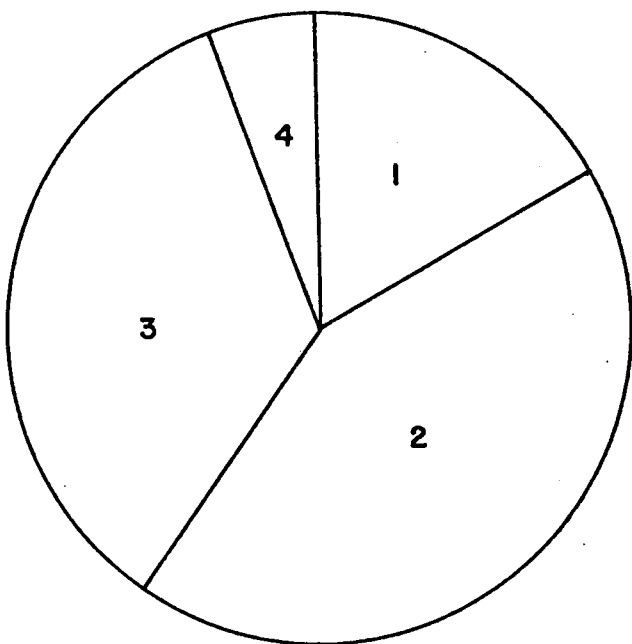
CATEGORIA III



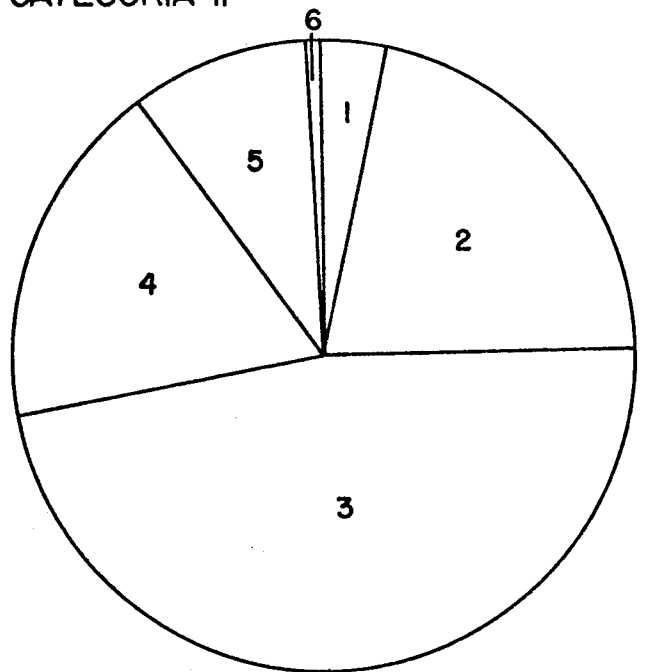
## 2.1.3.(h)

SÃO LOURENÇO DA SERRA  
FREQUÊNCIAS RELATIVAS DOS ELE-  
MENTOS DO RELEVO POR CLASSE  
EM CADA CATEGORIA.

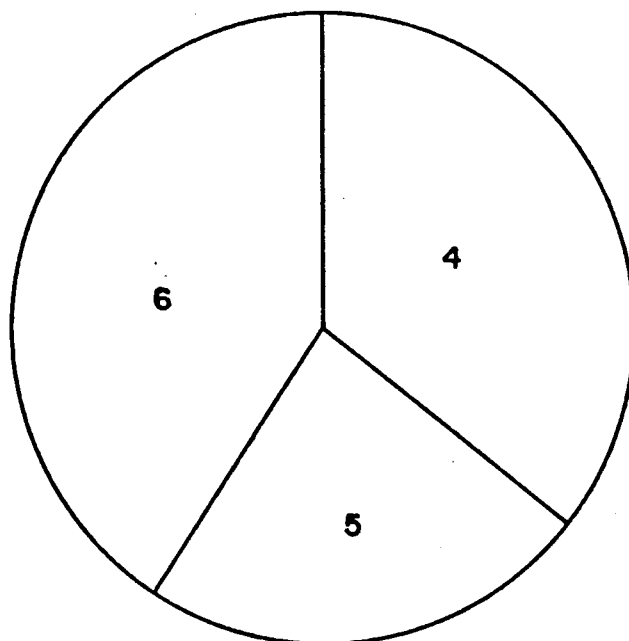
CATEGORIA I



CATEGORIA II



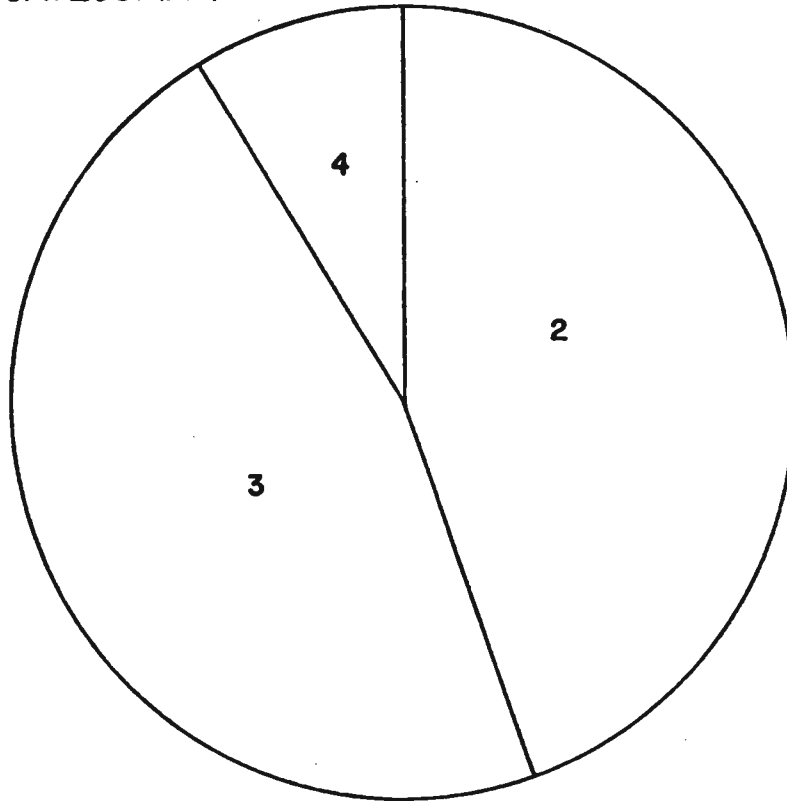
CATEGORIA III



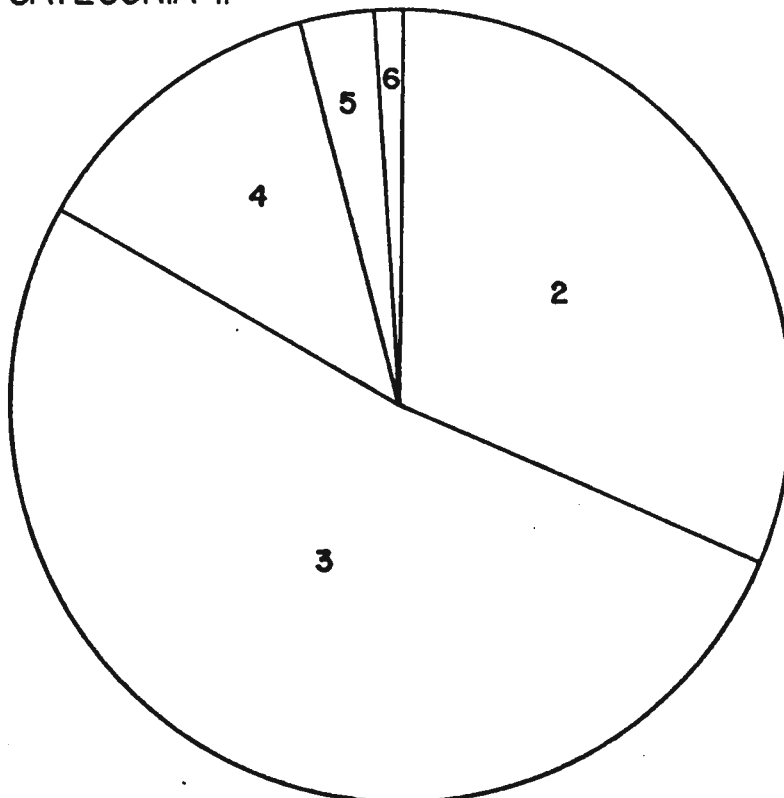
## 2.1.3.(i)

### PARELHEIROS FREQUÊNCIAS RELATIVAS DOS ELE- MENTOS DO RELEVO POR CLASSE EM CADA CATEGORIA.

CATEGORIA I



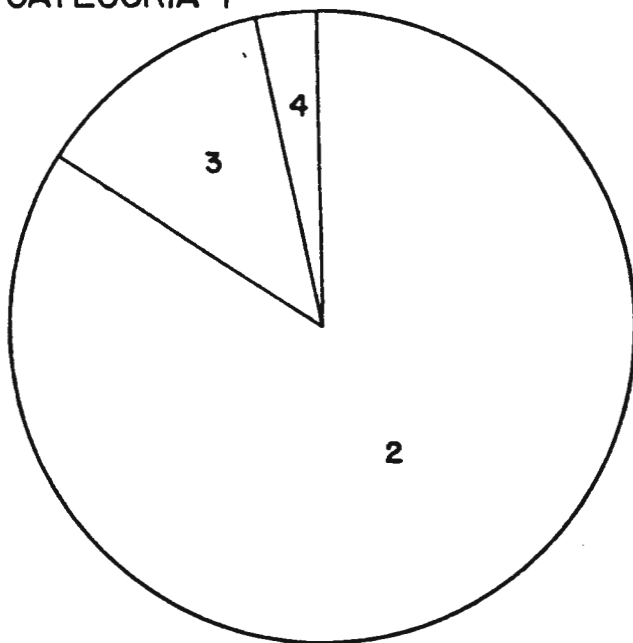
CATEGORIA II



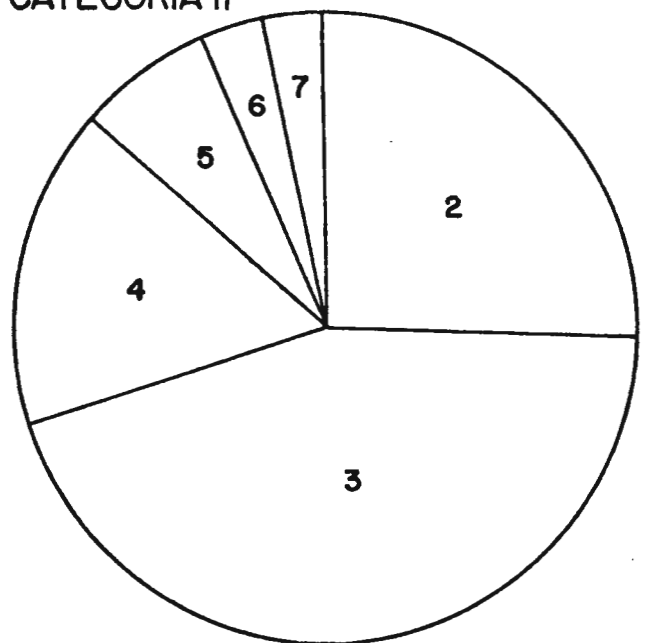
## 2.1.3.(j)

### TAIAÇUPEBA FREQÜÊNCIAS RELATIVAS DOS ELE- MENTOS DO RELEVO POR CLASSE EM CADA CATEGORIA.

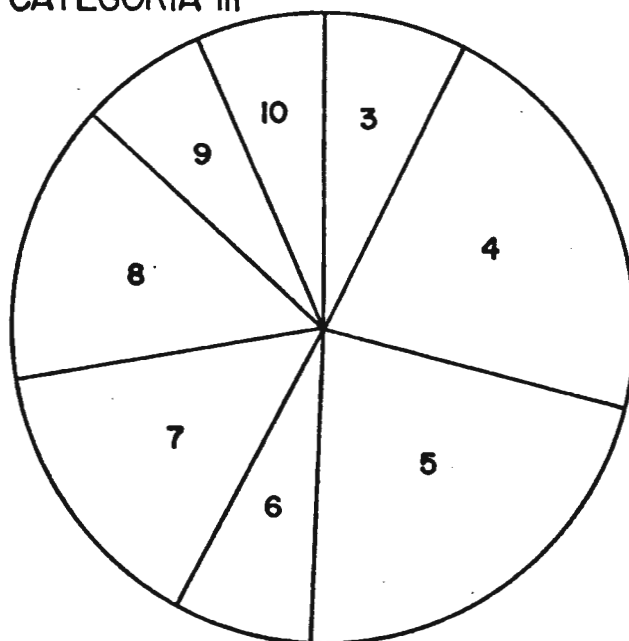
CATEGORIA I



CATEGORIA II



CATEGORIA III



Por outro lado, enquanto nas categorias de altitudes menores a distribuição de frequências é nitidamente unimodal, nas categorias mais elevadas aquela característica não fica bem clara, dando idéia da existência de vários ápices.

Entretanto, para maior clareza e facilidade de comparação optou-se pela construção de histogramas. Estes gráficos cuidam da representação de uma série de dados grupados por meio de retângulos justapostos, cujas áreas são proporcionais às frequências absolutas. Consideradas, no entanto, aquelas figuras geométricas com bases unitárias, suas alturas serão proporcionais às suas áreas valendo-se, portanto, para a construção dos mesmos, apenas das frequências absolutas referenciadas a uma escala linear a intervalos unitários iguais. | Pranchas 2.1.3(k); 2.1.3(l); 2.1.3(m); 2.1.3(n) e 2.1.3(o) |

Para a legenda, adotar-se-á o mesmo critério apresentado anteriormente: cada classe de amplitude topográfica será notada por um cardinal, ordenadamente, conforme já enunciado.

Existem vários processos para que o cálculo da moda seja exato ou aproximado. Um deles é feito através da determinação gráfica. De posse do histograma da série dada, unem-se por segmentos de retas os vértices superiores do retângulo referente à classe modal aos vértices superiores, seus adjacentes e pertencentes a outros retângulos. A projeção ortogonal da intersecção daqueles dois segmentos sobre o eixo das abcissas dá a exata posição da moda dentro do intervalo que apresenta o maior número de elementos.

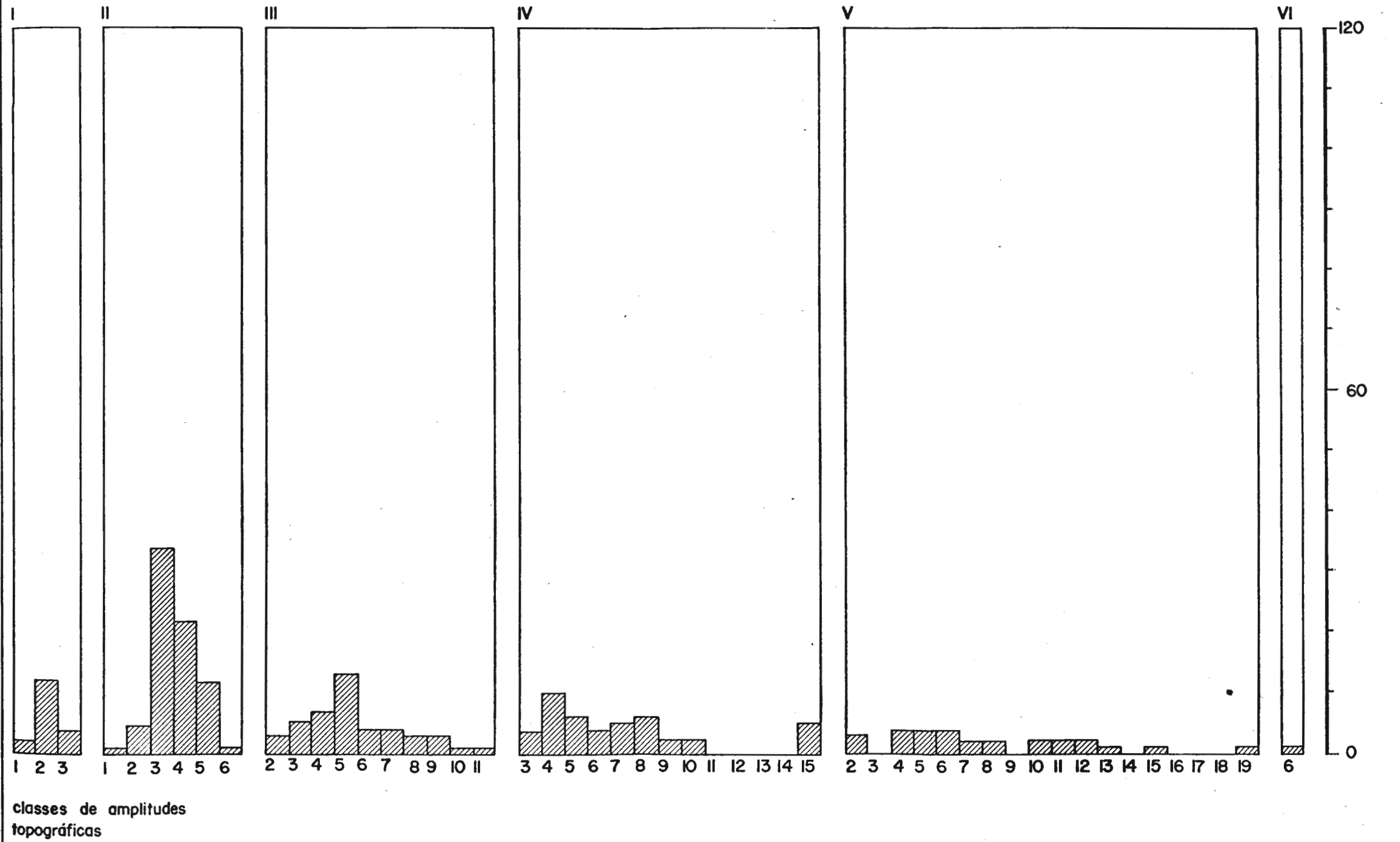
Como exemplo, toma-se o caso da categoria II da amostra São Lourenço da Serra. | Prancha 2.1.3(p) |

Através da visualização dos gráficos apresentados anteriormente, não fica difícil deduzir que, em termos de amplitude média para cada categoria, ela não deverá ter uma discrepância muito grande em relação à posição da moda. O fato fica comprovado através do seu cálculo. Em se tratando de uma série de frequências (dados grupados), considerar-se-á como termos os pontos médios das classes, os quais serão ponderados pelas frequências das mesmas. Depois, basta dividir a soma dos momen-

# 2.1.3.(k)

## SERRA DA CANTAREIRA FREQUÊNCIA DOS ELEMENTOS DO RELEVO POR CLASSE EM CADA CATEGORIA

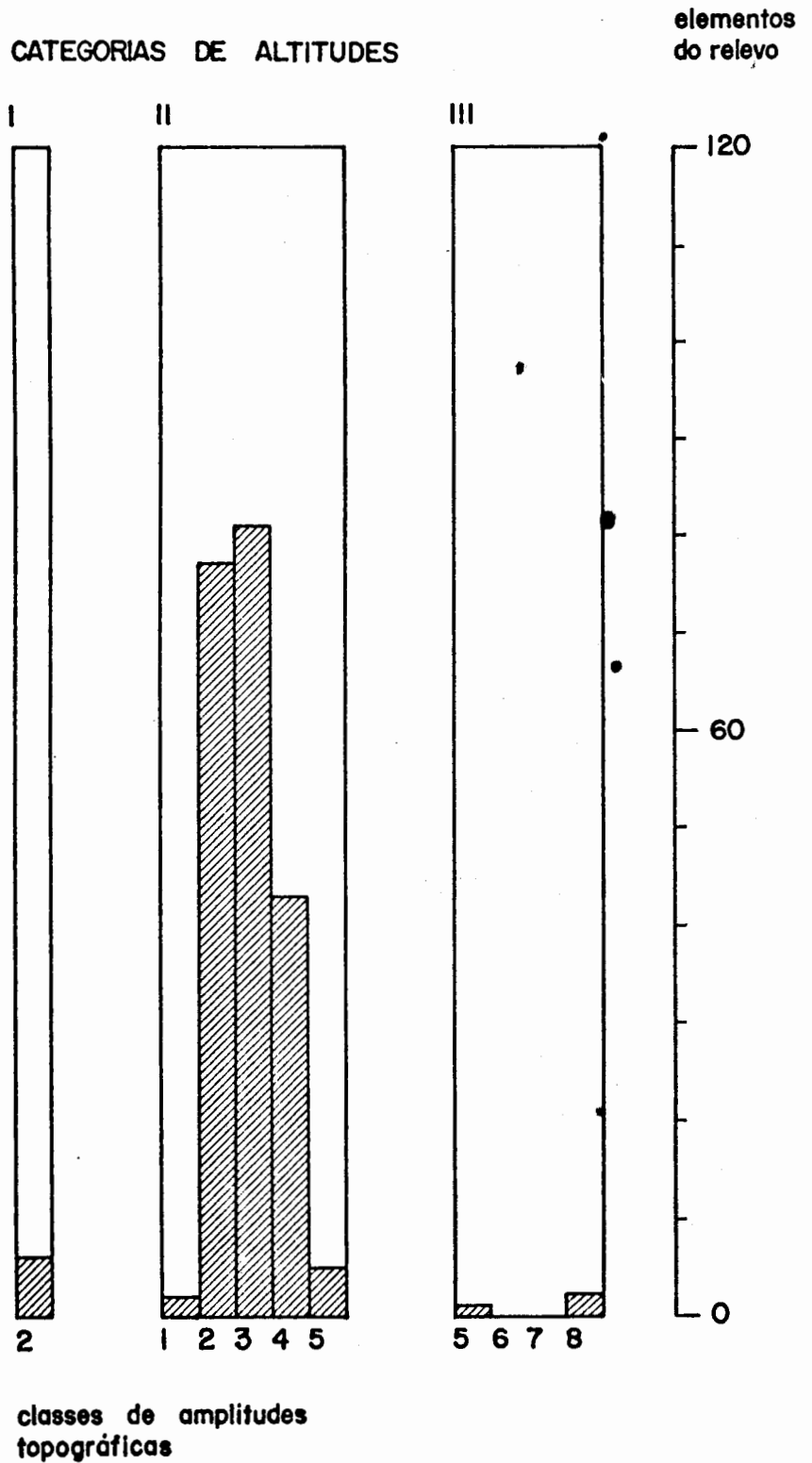
CATEGORIAS DE ALTITUDES





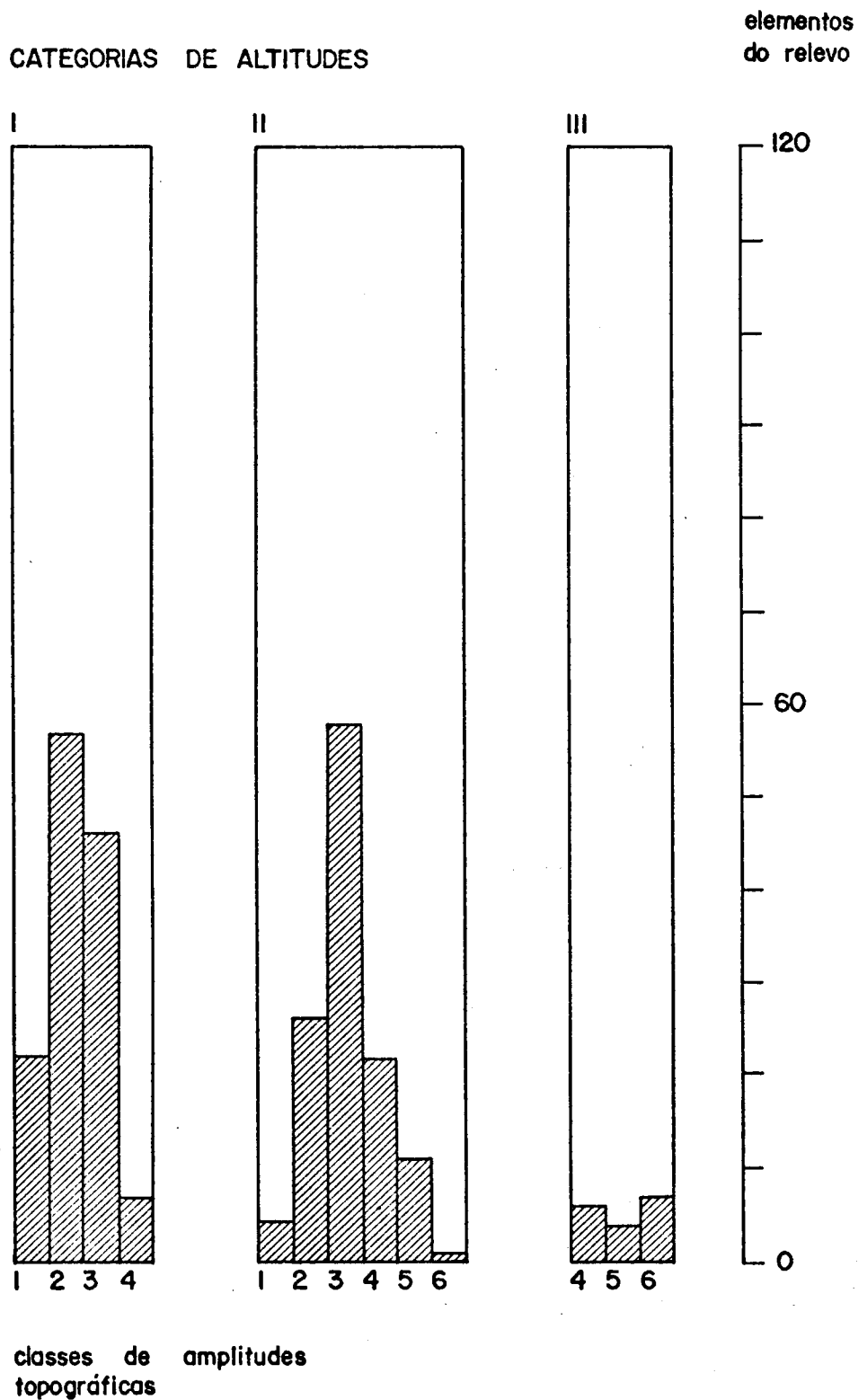
# 2.1.3.(1)

## EMBU FREQUÊNCIA DOS ELEMENTOS DO RELEVO POR CLASSE EM CADA CATEGORIA



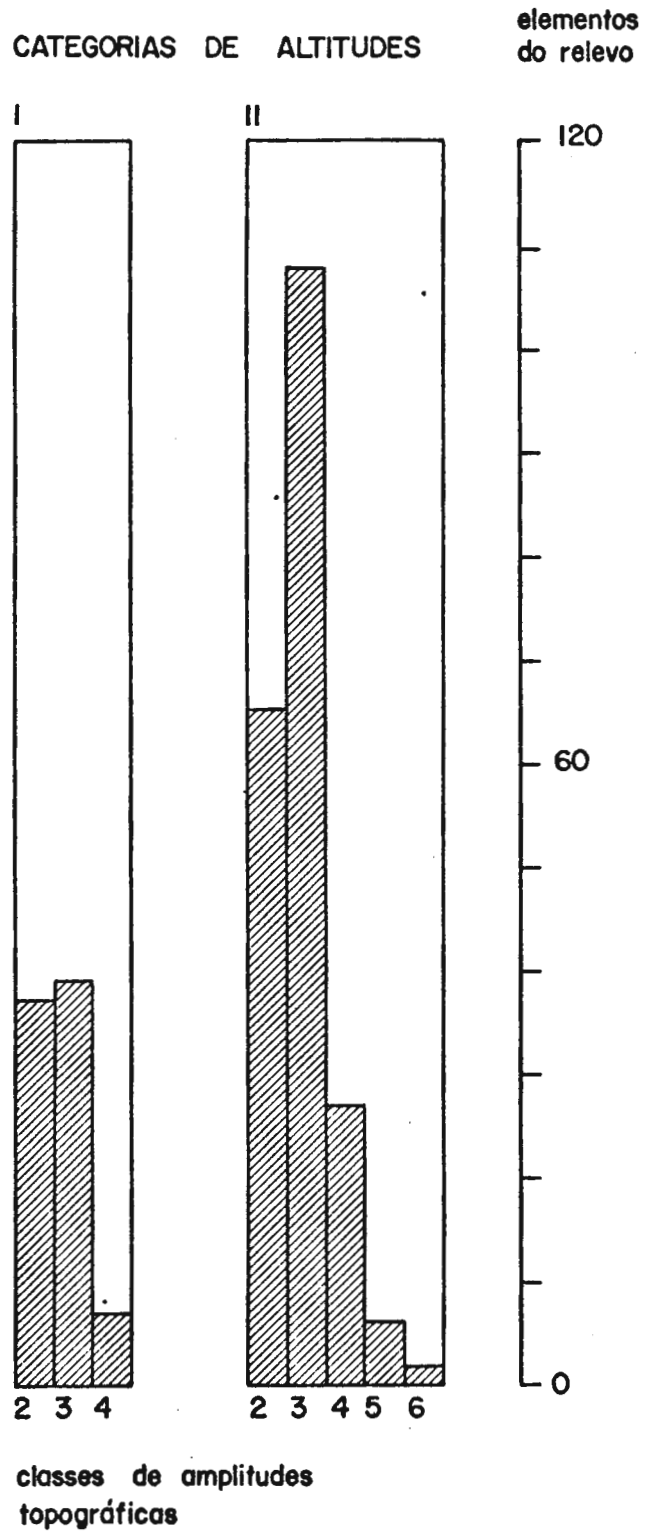
# 2.1.3.(m)

## SÃO LOURENÇO DA SERRA FREQUÊNCIA DOS ELEMENTOS DO RELEVO POR CLASSE EM CADA CATEGORIA



## 2.1.3.(n)

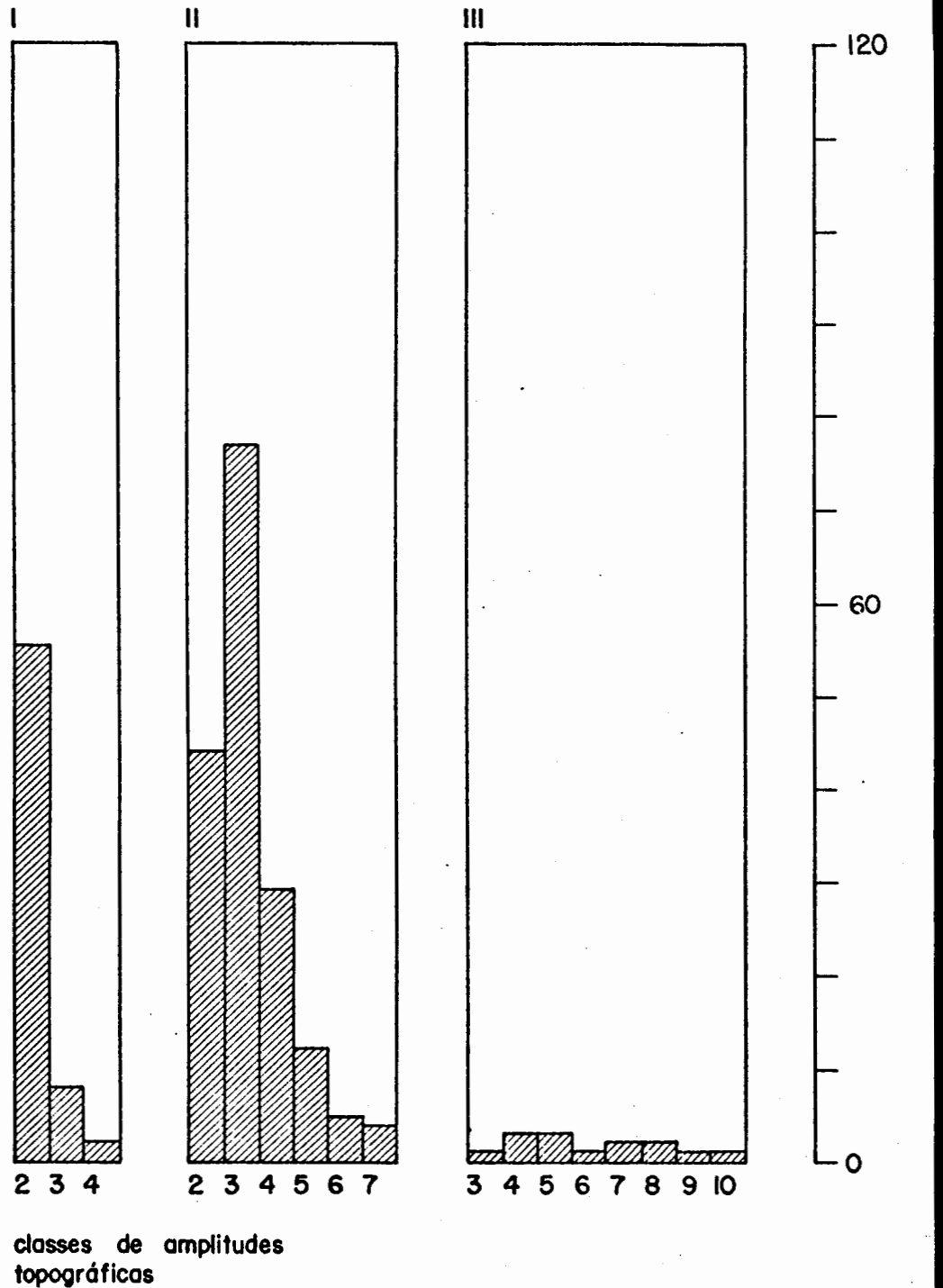
# PARELHEIROS FREQUÊNCIA DOS ELEMENTOS DO RELEVO POR CLASSE EM CADA CATEGORIA



## 2.1.3.(o)

# TAIAÇUPEBA FREQUÊNCIA DOS ELEMENTOS DO RELEVO POR CLASSE EM CADA CATEGORIA

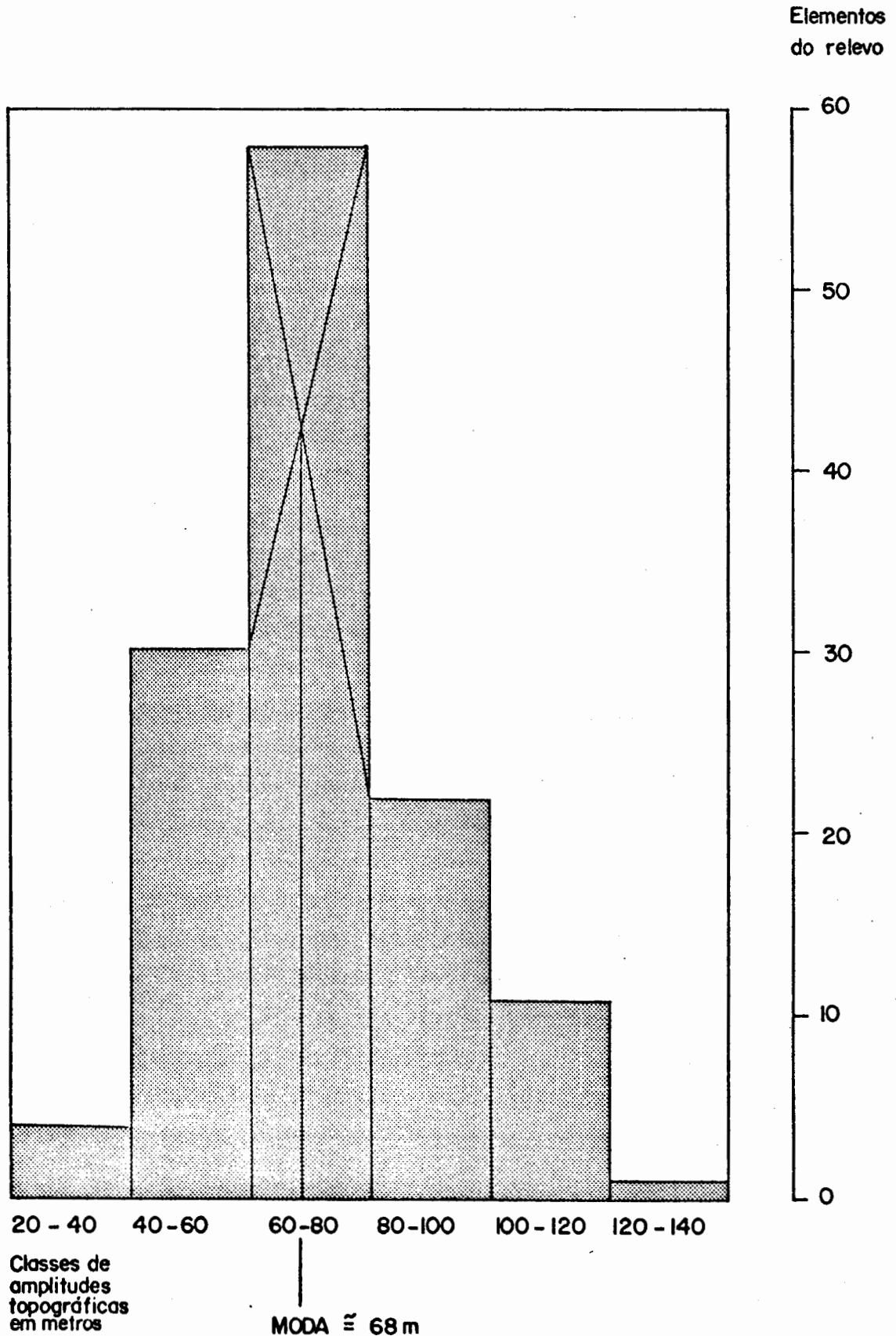
CATEGORIAS DE ALTITUDES



## 2.1.3.(p)

### DETERMINAÇÃO GRÁFICA DA MODA

AMOSTRA: SÃO LOURENÇO DA SERRA  
CATEGORIA II - ALTITUDES 900 - 1000m



tos (\*) ( $\sum f \cdot \bar{m}$ ) pela soma dos pesos.

A seguir, passar-se-á a montar os quadros para o cálculo da amplitude topográfica média referente a cada amostra, os quais serão enunciados e ordenados, conforme já estipulado.

De fato, para as categorias que apresentam um histograma monomodal bastante nítido, isto principalmente na primeira e na segunda, salvo no caso da Serra da Cantareira, que abrange a terceira, a amplitude média se situa na classe de maior frequência (modal). Isto fixa uma das características da amostra, em termos morfométricos: cada categoria fica quase que individualizada por uma amplitude topográfica típica.

Outra observação que pode ser feita sobre as amplitudes médias é que elas vão aumentando, conforme as altitudes vão se tornando maiores. Disto pode-se tirar como conclusão que há uma forte tendência na busca do perfil de equilíbrio por parte da drenagem. Este fato pode ser também uma tônica bastante incisiva para a evolução do relevo, onde a rede de diáclases desempenha um papel bastante importante na distribuição das formas elementares.

Outra medida de tendência central é dada pelo valor que ocupa exatamente o meio de uma série, quando seus valores estão dispostos em ordem crescente ou decrescente - a mediana. Tem a grande vantagem de não ser afetada por valores extremos dessa série. Serve para representá-la, permitindo a análise de sua distribuição. Muitas vezes é preferível à média, pois é bem mais significativa. Mostra, portanto, qual a metade das ocorrências estão abaixo e qual metade acima de seu valor. Para o trabalho em epígrafe aponta-se, para cada categoria de altitude, a amplitude topográfica, para a qual existem 50% das ocorrências acima, e 50% das ocorrências abaixo daquele valor.

Para seu cálculo, utilizar-se-á a fórmula: (Moreira, 1970)

$$Md = l_k + h \frac{P - F_k - 1}{f_k}$$

(\*) - Para alguns estatísticos, momento significa produto; no caso é o produto do valor do ponto médio da classe pela frequência ( $\sum f \cdot \bar{m}$ ).

## S E R R A     D A     C A N T A R E I R A

## CÁLCULO DA AMPLITUDE MÉDIA PARA CADA CATEGORIA DE ALTITUDE

| Classes de Amplitudes Topográficas | Ponto Médio de Cada Classe ( $\bar{m}$ ) | Frequências Absolutas (f) | Momentos (f.m) | Amplitude Média da Categoria<br>$\bar{A} = \frac{\sum f \cdot \bar{m}}{\sum f}$ |
|------------------------------------|--|---------------------------|----------------|---|
|------------------------------------|--|---------------------------|----------------|---|

## CATEGORIA I - ALTITUDES 700-800 m

|         |    |    |     |       |
|---------|----|----|-----|-------|
| 20 - 40 | 30 | 2  | 60  | 52,22 |
| 40 - 60 | 50 | 12 | 600 |       |
| 60 - 80 | 70 | 4  | 280 |       |
|         |    | 18 | 940 |       |

## CATEGORIA II - ALTITUDES 800-900 m

|           |     |    |       |       |
|-----------|-----|----|-------|-------|
| 20 - 40   | 30  | 1  | 30    | 81,20 |
| 40 - 60   | 50  | 5  | 250   |       |
| 60 - 80   | 70  | 34 | 2.380 |       |
| 80 - 100  | 90  | 22 | 1.980 |       |
| 100 - 120 | 110 | 12 | 1.320 |       |
| 120 - 140 | 130 | 1  | 130   |       |
|           |     | 75 | 6.090 |       |

## CATEGORIA III - ALTITUDES 900-1.000 m

|           |     |    |       |        |
|-----------|-----|----|-------|--------|
| 40 - 60   | 50  | 3  | 150   | 118,18 |
| 60 - 80   | 70  | 5  | 350   |        |
| 80 - 100  | 90  | 7  | 630   |        |
| 100 - 120 | 110 | 13 | 1.430 |        |
| 120 - 140 | 130 | 4  | 520   |        |
| 140 - 160 | 150 | 4  | 600   |        |
| 160 - 180 | 170 | 3  | 510   |        |
| 180 - 200 | 190 | 3  | 570   |        |
| 200 - 220 | 210 | 1  | 210   |        |
| 220 - 240 | 230 | 1  | 230   |        |
|           |     | 44 | 5.200 |        |

.../...

## CATEGORIA IV - ALTITUDES 1.000-1.100 m

|           |     |    |       |        |
|-----------|-----|----|-------|--------|
| 60 - 80   | 70  | 4  | 280   | 147,27 |
| 80 - 100  | 90  | 10 | 900   |        |
| 100 - 120 | 110 | 6  | 660   |        |
| 120 - 140 | 130 | 4  | 520   |        |
| 140 - 160 | 150 | 5  | 750   |        |
| 160 - 180 | 170 | 6  | 1.020 |        |
| 180 - 200 | 190 | 2  | 380   |        |
| 200 - 220 | 210 | 2  | 420   |        |
| 220 - 240 | 230 | 0  | 0     |        |
| 240 - 260 | 250 | 0  | 0     |        |
| 260 - 280 | 270 | 0  | 0     |        |
| 280 - 300 | 290 | 0  | 0     |        |
| 300 - 320 | 310 | 5  | 1.550 |        |
|           |     | 44 | 6.480 |        |

## CATEGORIA V - ALTITUDES 1.100-1.200 m

|           |     |    |       |        |
|-----------|-----|----|-------|--------|
| 40 - 60   | 50  | 3  | 150   | 159,29 |
| 60 - 80   | 70  | 0  | 0     |        |
| 80 - 100  | 90  | 4  | 360   |        |
| 100 - 120 | 110 | 4  | 440   |        |
| 120 - 140 | 130 | 4  | 520   |        |
| 140 - 160 | 150 | 2  | 300   |        |
| 160 - 180 | 170 | 2  | 340   |        |
| 180 - 200 | 190 | 0  | 0     |        |
| 200 - 220 | 210 | 2  | 420   |        |
| 220 - 240 | 230 | 2  | 460   |        |
| 240 - 260 | 250 | 2  | 500   |        |
| 260 - 280 | 270 | 1  | 270   |        |
| 280 - 300 | 290 | 0  | 0     |        |
| 300 - 320 | 310 | 1  | 310   |        |
| 320 - 340 | 330 | 0  | 0     |        |
| 340 - 360 | 350 | 0  | 0     |        |
| 360 - 380 | 370 | 0  | 0     |        |
| 380 - 400 | 390 | 1  | 390   |        |
|           |     | 28 | 4.460 |        |



E M B U

## CÁLCULO DA AMPLITUDE MÉDIA PARA CADA CATEGORIA DE ALTITUDE.

| Classes de Amplitudes Topográficas | Ponto Médio de Cada Classe (m) | Frequências Absolutas (f) | Momentos (f.m) | Amplitude Média da Categoria<br>$\bar{A} = \frac{\sum f \cdot \bar{m}}{\sum f}$ |
|------------------------------------|--------------------------------|---------------------------|----------------|---|
|------------------------------------|--------------------------------|---------------------------|----------------|---|

## CATEGORIA II - ALTITUDES 800-900 m

|           |     |     |        |       |
|-----------|-----|-----|--------|-------|
| 20 - 40   | 30  | 2   | 60     | 67,31 |
| 40 - 60   | 50  | 77  | 3.850  |       |
| 60 - 80   | 70  | 81  | 5.670  |       |
| 80 - 100  | 90  | 43  | 3.870  |       |
| 100 - 120 | 110 | 5   | 550    |       |
|           |     | 208 | 14.000 |       |

## CATEGORIA III - ALTITUDES 900-1.000 m

|           |     |   |     |        |
|-----------|-----|---|-----|--------|
| 100 - 120 | 110 | 1 | 110 | 150,00 |
| 120 - 140 | 130 | 0 | 0   |        |
| 140 - 160 | 150 | 0 | 0   |        |
| 160 - 180 | 170 | 2 | 340 |        |
|           |     | 3 | 450 |        |

## S ã O L O U R E N Ç O D A S E R R A

CÁLCULO DA AMPLITUDE MÉDIA PARA CADA CATEGORIA DE ALTITUDE.

| Classes de Amplitudes Topográficas | Ponto Médio de Cada Classe ( $\bar{m}$ ) | Frequências Absolutas (f) | Momentos (f. $\bar{m}$ ) | Amplitude Média da Categoria<br>$\bar{A} = \frac{\sum f.\bar{m}}{\sum f}$ |
|------------------------------------|--|---------------------------|--------------------------|---|
|------------------------------------|--|---------------------------|--------------------------|---|

## CATEGORIA I - ALTITUDES 700-800 m

|          |    |     |       |       |
|----------|----|-----|-------|-------|
| 20 - 40  | 30 | 22  | 600   | 55,30 |
| 40 - 60  | 50 | 57  | 2.850 |       |
| 60 - 80  | 70 | 46  | 3.220 |       |
| 80 - 100 | 90 | 7   | 630   |       |
|          |    | 132 | 7.300 |       |

## CATEGORIA II - ALTITUDES 800-900 m

|           |     |     |       |       |
|-----------|-----|-----|-------|-------|
| 20 - 40   | 30  | 4   | 120   | 72,13 |
| 40 - 60   | 50  | 26  | 1.300 |       |
| 60 - 80   | 70  | 58  | 4.060 |       |
| 80 - 100  | 90  | 22  | 1.980 |       |
| 100 - 120 | 110 | 11  | 1.210 |       |
| 120 - 140 | 130 | 1   | 130   |       |
|           |     | 122 | 8.800 |       |

## CATEGORIA III - ALTITUDES 900-1.000 m

|           |     |    |       |        |
|-----------|-----|----|-------|--------|
| 80 - 100  | 90  | 6  | 540   | 111,18 |
| 100 - 120 | 110 | 4  | 440   |        |
| 120 - 140 | 130 | 7  | 910   |        |
|           |     | 17 | 1.890 |        |

P A R E L H E I R O S

## CÁLCULO DA AMPLITUDE MÉDIA PARA CADA CATEGORIA DE ALTITUDE

| Classes de Amplitudes Topográficas | Ponto Médio de Cada Classe ( $\bar{m}$ ) | Frequências Absolutas (f) | Momentos (f. $\bar{m}$ ) | Amplitude Média da Categoria<br>$\bar{A} = \frac{\sum f.\bar{m}}{\sum f}$ |
|------------------------------------|--|---------------------------|--------------------------|---|
|------------------------------------|--|---------------------------|--------------------------|---|

## CATEGORIA I - ALTITUDES 700-800 m

|          |    |    |       |       |
|----------|----|----|-------|-------|
| 40 - 60  | 50 | 37 | 1.850 | 62,77 |
| 60 - 80  | 70 | 39 | 2.730 |       |
| 80 - 100 | 90 | 7  | 630   |       |
|          |    | 83 | 5.210 |       |

## CATEGORIA II - ALTITUDES 800-900 m

|           |     |     |        |       |
|-----------|-----|-----|--------|-------|
| 40 - 60   | 50  | 65  | 3.250  | 68,08 |
| 60 - 80   | 70  | 108 | 7.560  |       |
| 80 - 100  | 90  | 27  | 2.430  |       |
| 100 - 120 | 110 | 6   | 660    |       |
| 120 - 140 | 130 | 2   | 260    |       |
|           |     | 208 | 14.160 |       |

T A I A Ç U P E B A

CÁLCULO DA AMPLITUDE MÉDIA PARA CADA CATEGORIA DE ALTITUDE.

| Classes de Amplitudes Topográficas | Ponto Médio de Cada Classe ( $\bar{m}$ ) | Frequências Absolutas (f) | Momentos (f. $\bar{m}$ ) | Amplitude Média da Categoria<br>$\bar{A} = \frac{\sum f.\bar{m}}{\sum f}$ |
|------------------------------------|--|---------------------------|--------------------------|---|
|------------------------------------|--|---------------------------|--------------------------|---|

## CATEGORIA I - ALTITUDES 700-800 m

|          |    |    |       |       |
|----------|----|----|-------|-------|
| 40 - 60  | 50 | 55 | 2.750 | 53,69 |
| 60 - 80  | 70 | 8  | 560   |       |
| 80 - 100 | 90 | 2  | 180   |       |
|          |    | 65 | 3.490 |       |

## CATEGORIA II - ALTITUDES 800-900 m

|           |     |     |        |       |
|-----------|-----|-----|--------|-------|
| 40 - 60   | 50  | 44  | 2.200  | 74,68 |
| 60 - 80   | 70  | 77  | 5.390  |       |
| 80 - 100  | 90  | 29  | 2.610  |       |
| 100 - 120 | 110 | 12  | 1.320  |       |
| 120 - 140 | 130 | 5   | 650    |       |
| 140 - 160 | 150 | 4   | 600    |       |
|           |     | 171 | 12.770 |       |

## CATEGORIA III - ALTITUDES 900-1.000 m

|           |     |    |       |        |
|-----------|-----|----|-------|--------|
| 60 - 80   | 70  | 1  | 70    | 131,43 |
| 80 - 100  | 90  | 3  | 270   |        |
| 100 - 120 | 110 | 3  | 330   |        |
| 120 - 140 | 130 | 1  | 130   |        |
| 140 - 160 | 150 | 2  | 300   |        |
| 160 - 180 | 170 | 2  | 340   |        |
| 180 - 200 | 190 | 1  | 190   |        |
| 200 - 220 | 210 | 1  | 210   |        |
|           |     | 14 | 1.840 |        |

A fórmula não será aqui demonstrada, mas explica-se:

- $P$  = somatório das freqüências dividido por dois, ou  $\frac{\sum f_i}{2}$   
 $l_k$  = limite inferior da classe que corresponde ao valor de  $P$ , visto na coluna das freqüências acumuladas.  
 $h$  = intervalo de classe.  
 $F_{k-1}$  = valor anterior ao valor de  $P$ , visto na coluna das freqüências acumuladas.  
 $f_k$  = freqüência absoluta de mesmo índice, de onde se encontra  $P$ , visto na coluna das freqüências acumuladas.

Para acompanhar o cálculo, pede-se voltar às tabelas e observar as colunas:

- Classes de Amplitudes Topográficas;
- Freqüências Absolutas e respectivo somatório;
- Freqüências Acumuladas.

De posse dos valores das medianas de cada categoria referentes às amostras, montam-se os seguintes quadros:

### 1. Serra da Cantareira

A título de ilustração, mostrar-se-á o cálculo numérico da mediana somente para a Categoria I desta amostra.

Aplicando-se a fórmula:

$$Md = l_k + h \frac{P - F_{k-1}}{f_k} \quad (I)$$

onde  $P = \frac{\sum f_i}{2}$ ; portanto, tomando-se os dados conforme a tabela da Análise das Freqüências para a Distribuição dos Elementos do Relevô, por Classes, em Cada Categoria, referente à Amostra Serra da Cantareira, vem:

$$P = \frac{18}{2} = 9$$

Sabe-se que o intervalo de classe para as amplitudes topográficas é 20. Substituindo-se pelos valores a fórmula (I), resulta:

$$Md = 40 + 20 \frac{9 - 2}{2}$$

$$Md = 51,60 \text{ m.}$$

Para as demais medianas o cálculo é feito da mesma forma, de onde vem:

| <u>Categorias</u> | <u>Medianas</u> |
|-------------------|-----------------|
| I                 | 51,60m          |
| II                | 78,60m          |
| III               | 110,80m         |
| IV                | 130,00m         |
| V                 | 135,00m         |

## 2. Embu

| <u>Categorias</u> | <u>Medianas</u> |
|-------------------|-----------------|
| II                | 66,20m          |
| III               | 165,00m         |

## 3. São Lourenço da Serra

| <u>Categorias</u> | <u>Medianas</u> |
|-------------------|-----------------|
| I                 | 55,40m          |
| II                | 70,60m          |
| III               | 112,60m         |

## 4. Parelheiros

| <u>Categorias</u> | <u>Medianas</u> |
|-------------------|-----------------|
| I                 | 62,40m          |
| II                | 67,20m          |

## 5. Taiacupeba

| <u>Categorias</u> | <u>Medianas</u> |
|-------------------|-----------------|
| I                 | 51,80m          |
| II                | 70,80m          |
| III               | 120,00m         |

A classificação do relevo assim apresentada dá, também, oportunidade a uma análise do padrão de distribuição de seus elementos dentro de cada categoria individualizada.

A técnica, para tanto, leva em conta a superposição de uma rede com malhas quadradas de igual dimensão a cada mostra representante da área em estudo, como já foi visto em capítulo anterior.

Em seguida, é feita a contagem do número de pon-

tos, materializados por elementos do relevo contidos em cada quadrado, de onde se obtêm uma distribuição de frequências dos quadrados que contém 0, 1, 2, 3, ... pontos.

Sabe-se, como foi discutido anteriormente, que da do a concorrência de fatores ao acaso, pode-se esperar que a distribuição observada tenha grande paralelismo com uma distribuição de Poisson. Como teste preliminar pode-se valer de uma propriedade importante daquela distribuição: sua média é igual à variância.

Por outro lado, foi já citado anteriormente que delas se pode derivar um Índice de Dispersão ( $D = \frac{\text{variância}}{\text{média}}$ ). Quando este índice for maior que 1, a característica da distribuição tem tendência à aglomeração e o processo matemático que a rege é do tipo "contágio". Quando a proporção for menor que 1, a distribuição será mais regular do que aleatória e é indicado um processo "competitivo". (Harvey, 1974)

Lembra-se que a variância é uma medida de dispersão de uma série estatística dada. Permite analisá-la através dos afastamentos dos valores de cada termo em relação à média. Esta variação é chamada de Dispersão.

No caso de amostras, diz-se da variância estimada ( $s^2$ ).

Em termos de cálculo, a variância significa o quadrado da média quadrática dos desvios, ou seja:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n d_i^2}{n},$$

mas, sabe-se que o desvio é a diferença entre o termo e a média. Substituindo:

$$d_i = x_i - \bar{x}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

Em se tratando de caso de frequências agrupadas por classe,

elas ficam consideradas como pesos:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{n}$$

Entretanto, como a média face à amostra é considerada estimada, perde um grau de liberdade, passando o denominador para  $n-1$  (em geral para  $n$  pequeno)

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{n-1}$$

Para facilidade de cálculo, considera-se a igualdade:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 f_i}{n-1} = \frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^n x_i^2 f_i - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i f_i)^2}{n} \right]$$

a qual será demonstrada a seguir.

Sabe-se que:

$$a) \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{n} \quad (I)$$

$$b) \sum_{i=1}^n f_i = n \quad (II)$$

c) para simplificar e evitar repetições do índice, considera-se:

$$\sum_{i=1}^n = \sum$$

Assim, vem:

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 f_i = \sum (x_i^2 - 2x_i \bar{x} + \bar{x}^2) f_i = \sum x_i^2 f_i - 2\bar{x} \sum x_i f_i + \bar{x}^2 \sum f_i \quad (III)$$

Substituindo por (I) e (II) em (III):



$$\begin{aligned}
& \sum x_i^2 f_i - 2 \left( \frac{\sum x_i f_i}{n} \right) \left( \sum x_i f_i \right) + \left( \frac{\sum x_i f_i}{n} \right)^2 n = \\
& = \sum x_i^2 f_i - \frac{2(\sum x_i f_i)^2}{n} + \frac{(\sum x_i f_i)^2}{n} = \\
& = \sum x_i^2 f_i - \frac{(\sum x_i f_i)^2}{n}
\end{aligned}$$

Completando a divisão por n-1, vem:

$$\frac{1}{n-1} \left[ \sum x_i^2 f_i - \frac{(\sum x_i f_i)^2}{n} \right] \quad \text{c.q.d.}$$

Com esta fórmula pode-se calcular a variância de cada classe de amplitude topográfica dentro de cada categoria - de altitude absoluta, montando, para cada amostra, um quadro - com as seguintes colunas:

- Número de elementos no quadrado ( $x_i$ )
- Freqüência observada de quadrados ( $f_i$ ) com o respectivo total:  $\left( \sum_{i=1}^n f_i = n \right)$
- $(x_i f_i)$ , com o respectivo total  $\left( \sum_{i=1}^n x_i f_i \right)$
- $(x_i^2 f_i)$ , com o respectivo total  $\left( \sum_{i=1}^n x_i^2 f_i \right)$
- Valor da média ( $\bar{x}$ ) e valor da estimativa da variância ( $s^2$ )
- Cálculo do Índice de Dispersão:  $D = \frac{s^2}{\bar{x}}$

Entretanto, para os somatórios de  $(x_i f_i)$  menores que 5, e por ser insignificante o número de termos, não foi calculada a variância.

Em seguida, para se ter uma visão de conjunto - mais clara, estabelecer-se-ã, para cada amostra, uma matriz dos Índices de Dispersão

$$D = \frac{\text{variância}}{\text{média}},$$

deixando incompleto os itens não significativos.

Estes quadros permitirão detectar para as classes

de amplitudes topográficas numa determinada categoria o comportamento da distribuição de seus elementos, isto é, qual a tendência, em termos de aleatoriedade, de aglutinação ou de regularidade.

Neste sentido, no geral, o que se pode depreender, é que tomada cada classe de amplitude topográfica isoladamente fica patente uma tendência à organização.

Em cada amostra aparece, dentre aquelas classes, uma que se sobressai. Infere-se daí que naquele nível relativo poderá haver subconjuntos organizados, como alinhamentos com o aspecto de: "Cristas Mamelonizadas" e "Rosários de Morros" (Libault, 1971, pp: 20 e 22) (\*). O fato pode ser comprovado pela análise de carta topográfica ou pela fotografia aérea convencional (par estereoscópico).

Por outro lado, de maneira geral, pode-se observar que em cada amostra o valor daquele indicador é mais alto - nas categorias de menor altitude e tende a diminuir conforme aumenta a altitude. Os exemplos mais evidentes são encontrados - nas amostras: Parelheiros, Embu e Serra da Cantareira.

A fim de se notar mais claramente o contraste existente entre aqueles índices, calculados para cada classe de amplitude topográfica, dentro de cada categoria de altitude, colocou-se ao pé de cada quadro matriz, a relação máximo/mínimo.

Estes resultados apontam como uma tendência geral um contraste para as classes de amplitudes topográficas, conforme aumenta a altitude. Isto torna possível se afirmar que nos níveis mais elevados os agrupamentos distinguidos através das -

---

(\*) - Conforme Libault (1971, pp: 20 e 22), tem-se:

Crista Mamelonizada - intercecção organizada por duas vertentes com processo de mamelonização atuante apenas na parte mais alta, enquanto que as vertentes não serão modificadas pela evolução físico-química. Isto acontece quando as diáclases paralelas criam zonas de fraqueza nas rochas no sentido longitudinal, nas partes mais elevadas das cristas.

Rosários de Morros - crista mais ou menos reta com diaclasamento transversal. A evolução da forma é estendida para as partes laterais, porquanto a evolução longitudinal é interrompida por interação com o morro vizinho.

SERRA DA CANTAREIRA

CÁLCULO DO ÍNDICE DE DISPERSÃO, POR CLASSE, EM CADA CATEGORIA.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
|---|---|---|---|---|---|---|---|

1 = Classes de Amplitudes Topográficas (m)

2 = Número de Elementos no Quadrado ( $x_i$ )3 = Frequência de Quadrados ( $f_i$ )4 = ( $x_i f_i$ )                      5 = ( $x_i^2 f_i$ )6 = Média ( $\bar{x}$ )7 = Variância ( $s^2$ )8 = Índice de Dispersão  $D = \frac{s^2}{\bar{x}}$ 

## CATEGORIA I (700 - 800 m)

|         |   |    |    |    |      |      |      |
|---------|---|----|----|----|------|------|------|
| 20 - 40 | 0 | 41 | 0  | 0  | (-)  |      |      |
|         | 1 | 0  | 0  | 0  |      |      |      |
|         | 2 | 1  | 2  | 4  |      |      |      |
|         |   | 42 | 2  | 4  |      |      |      |
| 40 - 60 | 0 | 35 | 0  | 0  | 0,29 | 0,50 | 1,72 |
|         | 1 | 3  | 3  | 3  |      |      |      |
|         | 2 | 3  | 6  | 12 |      |      |      |
|         | 3 | 1  | 3  | 9  |      |      |      |
|         |   | 42 | 12 | 24 |      |      |      |
| 60 - 80 | 0 | 39 | 0  | 0  | 0,10 | 0,14 | 1,40 |
|         | 1 | 2  | 2  | 2  |      |      |      |
|         | 2 | 1  | 2  | 4  |      |      |      |
|         |   | 42 | 4  | 6  |      |      |      |

## CATEGORIA II (800 - 900 m)

|         |   |    |    |    |      |      |      |
|---------|---|----|----|----|------|------|------|
| 20 - 40 | 0 | 41 | 0  | 0  | (-)  |      |      |
|         | 1 | 1  | 1  | 1  |      |      |      |
|         |   | 42 | 1  | 1  |      |      |      |
| 40 - 60 | 0 | 39 | 0  | 0  | 0,12 | 0,20 | 1,66 |
|         | 1 | 1  | 1  | 1  |      |      |      |
|         | 2 | 2  | 4  | 8  |      |      |      |
|         |   | 42 | 5  | 9  |      |      |      |
| 60 - 80 | 0 | 25 | 0  | 0  |      |      |      |
|         | 1 | 6  | 6  | 6  |      |      |      |
|         | 2 | 7  | 14 | 28 |      |      |      |

.../...

.../...

|           |   |    |    |    |      |      |      |
|-----------|---|----|----|----|------|------|------|
|           | 3 | 3  | 9  | 27 |      |      |      |
|           | 4 | 0  | 0  | 0  |      |      |      |
|           | 5 | 1  | 5  | 25 | 0,81 | 1,43 | 1,77 |
|           |   | 42 | 34 | 86 |      |      |      |
| 80 - 100  | 0 | 30 | 0  | 0  |      |      |      |
|           | 1 | 7  | 7  | 7  |      |      |      |
|           | 2 | 3  | 6  | 12 |      |      |      |
|           | 3 | 0  | 0  | 0  |      |      |      |
|           | 4 | 1  | 4  | 16 |      |      |      |
|           | 5 | 1  | 5  | 25 | 0,52 | 1,18 | 2,27 |
|           |   | 42 | 22 | 60 |      |      |      |
| 100 - 120 | 0 | 38 | 0  | 0  |      |      |      |
|           | 1 | 4  | 4  | 4  |      |      |      |
|           | 2 | 4  | 8  | 16 | 0,29 | 0,40 | 1,38 |
|           |   | 42 | 12 | 20 |      |      |      |
| 120 - 140 | 0 | 41 | 0  | 0  |      |      |      |
|           | 1 | 1  | 1  | 1  |      |      | (-)  |
|           |   | 42 | 1  | 1  |      |      |      |

(-): Média e variância não significativas.

## CATEGORIA III (900 - 1.000 m)

|           |   |    |    |    |      |      |      |
|-----------|---|----|----|----|------|------|------|
| 40 - 60   | 0 | 40 | 0  | 0  |      |      |      |
|           | 1 | 1  | 1  | 1  |      |      |      |
|           | 2 | 1  | 2  | 4  |      |      | (-)  |
|           |   | 42 | 3  | 5  |      |      |      |
| 60 - 80   | 0 | 38 | 0  | 0  |      |      |      |
|           | 1 | 3  | 3  | 3  |      |      |      |
|           | 2 | 1  | 2  | 4  | 0,12 | 0,16 | 1,33 |
|           |   | 42 | 5  | 7  |      |      |      |
| 80 - 100  | 0 | 37 | 0  | 0  |      |      |      |
|           | 1 | 3  | 3  | 3  |      |      |      |
|           | 2 | 2  | 4  | 8  | 0,17 | 0,24 | 1,41 |
|           |   | 42 | 7  | 11 |      |      |      |
| 100 - 120 | 0 | 35 | 0  | 0  |      |      |      |
|           | 1 | 3  | 3  | 3  |      |      |      |
|           | 2 | 2  | 4  | 8  |      |      |      |
|           | 3 | 2  | 6  | 18 | 0,31 | 0,61 | 1,97 |
|           |   | 42 | 13 | 29 |      |      |      |

.../...

| .../...   |    |    |   |   |     |
|-----------|----|----|---|---|-----|
| 120 - 140 | 0  | 38 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1  | 4  | 4 | 4 |     |
|           | 42 | 4  | 4 |   |     |
| 140 - 160 | 0  | 38 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1  | 4  | 4 | 4 |     |
|           | 42 | 4  | 4 |   |     |
| 160 - 180 | 0  | 39 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1  | 3  | 3 | 3 |     |
|           | 42 | 3  | 3 |   |     |
| 180 - 200 | 0  | 39 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1  | 3  | 3 | 3 |     |
|           | 42 | 3  | 3 |   |     |
| 200 - 220 | 0  | 41 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1  | 1  | 1 | 1 |     |
|           | 42 | 1  | 1 |   |     |
| 220 - 240 | 0  | 41 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1  | 1  | 1 | 1 |     |
|           | 42 | 1  | 1 |   |     |

(-): Média e variância não significativas.

CATEGORIA IV (1.000 - 1.100 m)

|           |    |    |    |   |      |      |      |
|-----------|----|----|----|---|------|------|------|
| 60 - 80   | 0  | 40 | 0  | 0 | (-)  |      |      |
|           | 1  | 1  | 1  | 1 |      |      |      |
|           | 2  | 0  | 0  | 0 |      |      |      |
|           | 3  | 1  | 3  | 9 |      |      |      |
|           | 42 | 4  | 10 |   |      |      |      |
| 80 - 100  | 0  | 35 | 0  | 0 | 0,24 | 0,38 | 1,58 |
|           | 1  | 5  | 5  | 5 |      |      |      |
|           | 2  | 1  | 2  | 4 |      |      |      |
|           | 3  | 1  | 3  | 4 |      |      |      |
|           | 42 | 10 | 18 |   |      |      |      |
| 100 - 120 | 0  | 37 | 0  | 0 | 0,14 | 0,17 | 1,21 |
|           | 1  | 4  | 4  | 4 |      |      |      |
|           | 2  | 1  | 2  | 4 |      |      |      |
|           | 42 | 6  | 8  |   |      |      |      |
| 120 - 140 | 0  | 38 | 0  | 0 | (-)  |      |      |
|           | 1  | 4  | 4  | 4 |      |      |      |
|           | 42 | 4  | 4  |   |      |      |      |

|           |   |    |   |   |      |      |      |
|-----------|---|----|---|---|------|------|------|
| ...       |   |    |   |   |      |      |      |
| 140 - 160 | 0 | 38 | 0 | 0 | 0,12 | 0,16 | 1,33 |
|           | 1 | 3  | 3 | 3 |      |      |      |
|           | 2 | 1  | 2 | 4 |      |      |      |
|           |   | 42 | 5 | 7 |      |      |      |
| 160 - 180 | 0 | 36 | 0 | 0 | (-)  |      |      |
|           | 1 | 6  | 6 | 6 |      |      |      |
|           |   | 42 | 6 | 6 |      |      |      |
| 180 - 120 | 0 | 40 | 0 | 0 | (-)  |      |      |
|           | 1 | 2  | 2 | 2 |      |      |      |
|           |   | 42 | 2 | 2 |      |      |      |
| 200 - 220 | 0 | 40 | 0 | 0 | (-)  |      |      |
|           | 1 | 2  | 2 | 2 |      |      |      |
|           |   | 42 | 2 | 2 |      |      |      |
| 300 - 320 | 0 | 38 | 0 | 0 | 0,12 | 0,16 | 1,33 |
|           | 1 | 3  | 3 | 3 |      |      |      |
|           | 2 | 1  | 2 | 4 |      |      |      |
|           |   | 42 | 5 | 7 |      |      |      |

(-): Média e variância não significativas.

CATEGORIA V (1.100 - 1.200 m)

|           |   |    |   |    |     |  |  |
|-----------|---|----|---|----|-----|--|--|
| 40 - 60   | 0 | 40 | 0 | 0  | (-) |  |  |
|           | 1 | 1  | 1 | 1  |     |  |  |
|           | 2 | 1  | 2 | 4  |     |  |  |
|           |   | 42 | 3 | 5  |     |  |  |
| 80 - 100  | 0 | 39 | 0 | 0  | (-) |  |  |
|           | 1 | 2  | 2 | 2  |     |  |  |
|           | 2 | 1  | 2 | 4  |     |  |  |
|           |   | 42 | 4 | 6  |     |  |  |
| 100 - 120 | 0 | 39 | 0 | 0  | (-) |  |  |
|           | 1 | 2  | 2 | 2  |     |  |  |
|           | 2 | 1  | 2 | 4  |     |  |  |
|           |   | 42 | 4 | 6  |     |  |  |
| 120 - 140 | 0 | 40 | 0 | 0  | (-) |  |  |
|           | 1 | 1  | 1 | 1  |     |  |  |
|           | 2 | 0  | 0 | 0  |     |  |  |
|           | 3 | 1  | 3 | 9  |     |  |  |
|           |   | 42 | 4 | 10 |     |  |  |

.../...

|           |   |    |   |   |     |
|-----------|---|----|---|---|-----|
| 140 - 160 | 0 | 40 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1 | 2  | 2 | 2 |     |
|           |   | 42 | 2 | 2 |     |
| 160 - 180 | 0 | 40 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1 | 2  | 2 | 2 |     |
|           |   | 42 | 2 | 2 |     |
| 200 - 220 | 0 | 40 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1 | 2  | 2 | 2 |     |
|           |   | 42 | 2 | 2 |     |
| 220 - 240 | 0 | 40 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1 | 2  | 2 | 2 |     |
|           |   | 42 | 2 | 2 |     |
| 240 - 260 | 0 | 40 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1 | 2  | 2 | 2 |     |
|           |   | 42 | 2 | 2 |     |
| 260 - 280 | 0 | 41 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1 | 1  | 1 | 1 |     |
|           |   | 42 | 1 | 1 |     |
| 300 - 320 | 0 | 41 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1 | 1  | 1 | 1 |     |
|           |   | 42 | 1 | 1 |     |
| 380 - 400 | 0 | 41 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1 | 1  | 1 | 1 |     |
|           |   | 42 | 1 | 1 |     |

(-): Média e variância não significativas.

## CATEGORIA VI (1.200 - 1.300 m)

|           |   |    |   |   |     |
|-----------|---|----|---|---|-----|
| 120 - 140 | 0 | 41 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1 | 1  | 1 | 1 |     |
|           |   | 42 | 1 | 1 |     |

(-): Média e variância não significativas.

EMBU

## CÁLCULO DO ÍNDICE DE DISPERSÃO, POR CLASSE, EM CADA CATEGORIA.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
|---|---|---|---|---|---|---|---|

1 = Classes de Amplitudes Topográficas (m)

2 = Número de Elementos no Quadrado ( $x_i$ )3 = Frequência de Quadrados ( $f_i$ )4 = ( $x_i f_i$ )      5 = ( $x_i^2 f_i$ )6 = Média ( $\bar{x}$ )7 = Variância ( $s^2$ )8 = Índice de Dispersão  $D = \frac{s^2}{\bar{x}}$ 

## CATEGORIA I (700 - 800 m)

|         |   |    |   |    |      |      |      |
|---------|---|----|---|----|------|------|------|
| 40 - 60 | 0 | 39 | 0 | 0  | 0,14 | 0,42 | 3,00 |
|         | 1 | 2  | 2 | 2  |      |      |      |
|         | 2 | 0  | 0 | 0  |      |      |      |
|         | 3 | 0  | 0 | 0  |      |      |      |
|         | 4 | 1  | 4 | 16 |      |      |      |
|         |   | 42 | 6 | 18 |      |      |      |

## CATEGORIA II (800 - 900 m)

|         |   |    |    |     |      |      |      |
|---------|---|----|----|-----|------|------|------|
| 20 - 40 | 0 | 40 | 0  | 0   | (-)  |      |      |
|         | 1 | 2  | 2  | 2   |      |      |      |
|         |   | 42 | 2  | 2   |      |      |      |
| 40 - 60 | 0 | 10 | 0  | 0   | 1,83 | 2,43 | 1,33 |
|         | 1 | 11 | 11 | 11  |      |      |      |
|         | 2 | 8  | 16 | 32  |      |      |      |
|         | 3 | 4  | 12 | 36  |      |      |      |
|         | 4 | 7  | 28 | 112 |      |      |      |
|         | 5 | 2  | 10 | 50  |      |      |      |
|         |   | 42 | 77 | 241 |      |      |      |
| 60 - 80 | 0 | 6  | 0  | 0   | 1,93 | 2,17 | 1,12 |
|         | 1 | 13 | 13 | 13  |      |      |      |
|         | 2 | 10 | 20 | 40  |      |      |      |
|         | 3 | 7  | 21 | 63  |      |      |      |
|         | 4 | 5  | 20 | 80  |      |      |      |
|         | 5 | 0  | 0  | 0   |      |      |      |
|         | 6 | 0  | 0  | 0   |      |      |      |
|         | 7 | 1  | 7  | 49  |      |      |      |
|         |   | 42 | 81 | 245 |      |      |      |



.../...

|           |   |    |    |    |      |      |      |
|-----------|---|----|----|----|------|------|------|
| 80 - 100  | 0 | 17 | 0  | 0  | 1,02 | 1,19 | 1,17 |
|           | 1 | 13 | 13 | 13 |      |      |      |
|           | 2 | 7  | 14 | 28 |      |      |      |
|           | 3 | 4  | 12 | 36 |      |      |      |
|           | 4 | 1  | 4  | 16 |      |      |      |
|           |   | 42 | 43 | 93 |      |      |      |
| 100 - 120 | 0 | 37 | 0  | 0  | (-)  |      |      |
|           | 1 | 5  | 5  | 5  |      |      |      |
|           |   | 42 | 5  | 5  |      |      |      |

(-): Média e variância não significativas.

## CATEGORIA III (900 - 1.000 m)

|           |   |    |   |   |     |  |  |
|-----------|---|----|---|---|-----|--|--|
| 100 - 120 | 0 | 41 | 0 | 0 | (-) |  |  |
|           | 1 | 1  | 1 | 1 |     |  |  |
|           |   | 42 | 1 | 1 |     |  |  |
| 160 - 180 | 0 | 40 | 0 | 0 | (-) |  |  |
|           | 1 | 2  | 2 | 2 |     |  |  |
|           |   | 42 | 2 | 2 |     |  |  |

(-): Média e variância não significativas.

SÃO LOURENÇO DA SERRA

CÁLCULO DO ÍNDICE DE DISPERSÃO, POR CLASSE, EM CADA CATEGORIA.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
|---|---|---|---|---|---|---|---|

1 = Classes de Amplitudes Topográficas (m)

2 = Número de Elementos no Quadrado ( $x_i$ )3 = Freqüência de Quadrados ( $f_i$ )4 = ( $x_i f_i$ )                      5 = ( $x_i^2 f_i$ )6 = Média ( $\bar{x}$ )7 = Variância ( $s^2$ )8 = Índice de Dispersão  $D = \frac{s^2}{\bar{x}}$ 

## CATEGORIA I (700 - 800 m)

|          |    |    |     |    |      |      |      |
|----------|----|----|-----|----|------|------|------|
| 20 - 40  | 0  | 28 | 0   | 0  | 0,52 | 0,99 | 1,90 |
|          | 1  | 10 | 10  | 10 |      |      |      |
|          | 2  | 2  | 4   | 8  |      |      |      |
|          | 3  | 1  | 3   | 9  |      |      |      |
|          | 4  | 0  | 0   | 0  |      |      |      |
|          | 5  | 1  | 5   | 25 |      |      |      |
|          |    | 42 | 22  | 52 |      |      |      |
| 40 - 60  | 0  | 18 | 0   | 0  | 1,21 | 3,05 | 2,52 |
|          | 1  | 9  | 9   | 9  |      |      |      |
|          | 2  | 6  | 12  | 24 |      |      |      |
|          | 3  | 4  | 12  | 36 |      |      |      |
|          | 4  | 2  | 8   | 32 |      |      |      |
|          | 5  | 2  | 10  | 50 |      |      |      |
|          | 6  | 1  | 6   | 36 |      |      |      |
|          | 42 | 51 | 187 |    |      |      |      |
| 60 - 80  | 0  | 22 | 0   | 0  | 1,09 | 2,67 | 2,45 |
|          | 1  | 10 | 10  | 10 |      |      |      |
|          | 2  | 4  | 8   | 16 |      |      |      |
|          | 3  | 0  | 0   | 0  |      |      |      |
|          | 4  | 3  | 12  | 48 |      |      |      |
|          | 5  | 2  | 10  | 50 |      |      |      |
|          | 6  | 1  | 6   | 36 |      |      |      |
|          | 42 | 46 | 160 |    |      |      |      |
| 80 - 100 | 0  | 36 | 0   | 0  | 0,17 | 0,19 | 1,12 |
|          | 1  | 5  | 5   | 5  |      |      |      |
|          | 2  | 1  | 2   | 4  |      |      |      |
|          |    | 42 | 7   | 9  |      |      |      |

.../...

## CATEGORIA II (800 - 900 m)

|           |   |    |     |    |      |      |      |
|-----------|---|----|-----|----|------|------|------|
| 20 - 40   | 0 | 39 | 0   | 0  | (-)  |      |      |
|           | 1 | 2  | 2   | 2  |      |      |      |
|           | 2 | 1  | 2   | 4  |      |      |      |
|           |   | 42 | 4   | 6  |      |      |      |
| 40 - 60   | 0 | 26 | 0   | 0  | 0,61 | 0,92 | 1,51 |
|           | 1 | 9  | 9   | 9  |      |      |      |
|           | 2 | 5  | 10  | 20 |      |      |      |
|           | 3 | 1  | 3   | 9  |      |      |      |
|           | 4 | 1  | 4   | 16 |      |      |      |
|           |   | 42 | 26  | 54 |      |      |      |
| 60 - 80   | 0 | 20 | 0   | 0  | 1,38 | 2,92 | 2,12 |
|           | 1 | 6  | 6   | 6  |      |      |      |
|           | 2 | 5  | 10  | 20 |      |      |      |
|           | 3 | 6  | 18  | 54 |      |      |      |
|           | 4 | 3  | 12  | 48 |      |      |      |
|           | 5 | 0  | 0   | 0  |      |      |      |
|           | 6 | 2  | 12  | 72 |      |      |      |
| 42        |   | 58 | 200 |    |      |      |      |
| 80 - 100  | 0 | 27 | 0   | 0  | 0,52 | 0,74 | 1,42 |
|           | 1 | 11 | 11  | 11 |      |      |      |
|           | 2 | 1  | 2   | 4  |      |      |      |
|           | 3 | 3  | 9   | 27 |      |      |      |
|           |   | 42 | 22  | 42 |      |      |      |
| 100 - 120 | 0 | 34 | 0   | 0  | 0,26 | 0,49 | 1,88 |
|           | 1 | 7  | 7   | 7  |      |      |      |
|           | 2 | 0  | 0   | 0  |      |      |      |
|           | 3 | 0  | 0   | 0  |      |      |      |
|           | 4 | 1  | 4   | 16 |      |      |      |
|           |   | 42 | 11  | 23 |      |      |      |
| 120 - 140 | 0 | 41 | 0   | 0  | (-)  |      |      |
|           | 1 | 1  | 1   | 1  |      |      |      |
|           |   | 42 | 1   | 1  |      |      |      |

(-): Média e variância não significativas.

.../...

.../...

## CATEGORIA III (900 - 1.000 m)

|           |   |    |   |    |      |      |      |
|-----------|---|----|---|----|------|------|------|
| 80 - 100  | 0 | 39 | 0 | 0  | 0,14 | 0,42 | 3,00 |
|           | 1 | 2  | 2 | 2  |      |      |      |
|           | 2 | 0  | 0 | 0  |      |      |      |
|           | 3 | 0  | 0 | 0  |      |      |      |
|           | 4 | 1  | 4 | 16 |      |      |      |
|           |   | 42 | 6 | 18 |      |      |      |
| 100 - 120 | 0 | 39 | 0 | 0  | (-)  |      |      |
|           | 1 | 2  | 2 | 2  |      |      |      |
|           | 2 | 1  | 2 | 4  |      |      |      |
|           |   | 42 | 4 | 6  |      |      |      |
| 120 - 140 | 0 | 38 | 0 | 0  | 0,17 | 0,34 | 2,00 |
|           | 1 | 2  | 2 | 2  |      |      |      |
|           | 2 | 1  | 2 | 4  |      |      |      |
|           | 3 | 1  | 3 | 9  |      |      |      |
|           |   | 42 | 7 | 15 |      |      |      |

(-): Média e variância não significativas.

PARELHEIROS

CÁLCULO DO ÍNDICE DE DISPERSÃO, POR CLASSE, EM CADA CATEGORIA.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
|---|---|---|---|---|---|---|---|

1 = Classes de Amplitudes Topográficas (m)

2 = Número de Elementos no Quadrado ( $x_i$ )3 = Freqüência de Quadrados ( $f_i$ )4 = ( $x_i f_i$ )                      5 = ( $x_i^2 f_i$ )6 = Média ( $\bar{x}$ )7 = Variância ( $s^2$ )8 = Índice de Dispersão  $D = \frac{s^2}{\bar{x}}$ 

## CATEGORIA I (700 - 800 m)

|          |   |    |    |     |      |      |      |
|----------|---|----|----|-----|------|------|------|
| 40 - 60  | 0 | 21 | 0  | 0   | 0,88 | 1,28 | 1,45 |
|          | 1 | 12 | 12 | 12  |      |      |      |
|          | 2 | 3  | 6  | 12  |      |      |      |
|          | 3 | 5  | 15 | 45  |      |      |      |
|          | 4 | 1  | 4  | 16  |      |      |      |
|          |   | 42 | 37 | 85  |      |      |      |
| 60 - 80  | 0 | 33 | 0  | 0   | 0,93 | 5,24 | 5,63 |
|          | 1 | 3  | 3  | 3   |      |      |      |
|          | 2 | 1  | 2  | 4   |      |      |      |
|          | 3 | 0  | 0  | 0   |      |      |      |
|          | 4 | 0  | 0  | 0   |      |      |      |
|          | 5 | 2  | 10 | 50  |      |      |      |
|          | 6 | 0  | 0  | 0   |      |      |      |
|          | 7 | 1  | 7  | 49  |      |      |      |
|          | 8 | 1  | 8  | 64  |      |      |      |
|          | 9 | 1  | 9  | 81  |      |      |      |
|          |   | 42 | 39 | 251 |      |      |      |
| 80 - 100 | 0 | 39 | 0  | 0   | 0,17 | 0,48 | 2,82 |
|          | 1 | 1  | 1  | 1   |      |      |      |
|          | 2 | 1  | 2  | 4   |      |      |      |
|          | 3 | 0  | 0  | 0   |      |      |      |
|          | 4 | 1  | 4  | 16  |      |      |      |
|          |   | 42 | 7  | 21  |      |      |      |

.../...

.../...

## CATEGORIA II (800 - 900 m)

|           |   |    |     |     |      |      |      |
|-----------|---|----|-----|-----|------|------|------|
| 40 - 60   | 0 | 19 | 0   | 0   | 1,55 | 3,77 | 2,43 |
|           | 1 | 7  | 7   | 7   |      |      |      |
|           | 2 | 4  | 8   | 16  |      |      |      |
|           | 3 | 5  | 15  | 45  |      |      |      |
|           | 4 | 3  | 12  | 48  |      |      |      |
|           | 5 | 3  | 15  | 75  |      |      |      |
|           | 6 | 0  | 0   | 0   |      |      |      |
|           | 7 | 0  | 0   | 0   |      |      |      |
|           | 8 | 1  | 8   | 64  |      |      |      |
|           |   | 42 | 65  | 255 |      |      |      |
| 60 - 80   | 0 | 10 | 0   | 0   | 2,57 | 4,84 | 1,88 |
|           | 1 | 6  | 6   | 6   |      |      |      |
|           | 2 | 6  | 12  | 24  |      |      |      |
|           | 3 | 6  | 18  | 54  |      |      |      |
|           | 4 | 5  | 20  | 80  |      |      |      |
|           | 5 | 6  | 30  | 150 |      |      |      |
|           | 6 | 0  | 0   | 0   |      |      |      |
|           | 7 | 2  | 14  | 98  |      |      |      |
|           | 8 | 1  | 8   | 64  |      |      |      |
|           |   | 42 | 108 | 476 |      |      |      |
| 80 - 100  | 0 | 22 | 0   | 0   | 0,64 | 0,72 | 1,13 |
|           | 1 | 15 | 15  | 15  |      |      |      |
|           | 2 | 4  | 8   | 16  |      |      |      |
|           | 3 | 0  | 0   | 0   |      |      |      |
|           | 4 | 1  | 4   | 16  |      |      |      |
|           |   | 42 | 27  | 47  |      |      |      |
| 100 - 120 | 0 | 39 | 0   | 0   | 0,14 | 0,42 | 3,00 |
|           | 1 | 2  | 2   | 2   |      |      |      |
|           | 2 | 0  | 0   | 0   |      |      |      |
|           | 3 | 0  | 0   | 0   |      |      |      |
|           | 4 | 1  | 4   | 16  |      |      |      |
|           |   | 42 | 6   | 18  |      |      |      |
| 120 - 140 | 0 | 40 | 0   | 0   | (-)  |      |      |
|           | 1 | 2  | 2   | 2   |      |      |      |
|           |   | 42 | 2   | 2   |      |      |      |

(-): Média e variância não significativas.

.../...

TAIAÇUPEBA

CÁLCULO DO ÍNDICE DE DISPERSÃO, POR CLASSE, EM CADA CATEGORIA.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
|---|---|---|---|---|---|---|---|

1 = Classes de Amplitudes Topográficas (m)

2 = Número de Elementos no Quadrado ( $x_i$ )3 = Freqüência de Quadrados ( $f_i$ )4 = ( $x_i f_i$ )                      5 = ( $x_i^2 f_i$ )6 = Média ( $\bar{x}$ )7 = Variância ( $s^2$ )8 = Índice de Dispersão  $D = \frac{s^2}{\bar{x}}$ 

## CATEGORIA I (700 - 800 m)

|          |   |    |    |     |      |      |      |
|----------|---|----|----|-----|------|------|------|
| 40 - 60  | 0 | 19 | 0  | 0   | 1,30 | 2,80 | 2,15 |
|          | 1 | 11 | 11 | 11  |      |      |      |
|          | 2 | 2  | 4  | 8   |      |      |      |
|          | 3 | 4  | 12 | 36  |      |      |      |
|          | 4 | 2  | 8  | 32  |      |      |      |
|          | 5 | 4  | 20 | 100 |      |      |      |
|          |   | 42 | 55 | 187 |      |      |      |
| 60 - 80  | 0 | 37 | 0  | 0   | 0,19 | 0,35 | 1,84 |
|          | 1 | 3  | 3  | 3   |      |      |      |
|          | 2 | 1  | 2  | 4   |      |      |      |
|          | 3 | 1  | 3  | 9   |      |      |      |
|          |   |    | 42 | 8   |      |      |      |
| 80 - 100 | 0 | 40 | 0  | 0   | (-)  |      |      |
|          | 1 | 2  | 2  | 2   |      |      |      |
|          |   |    | 42 | 2   |      |      |      |

(-): Média e variância não significativas.

.../...

.../...

## CATEGORIA II (800 - 900 m)

|           |   |    |    |     |      |      |      |
|-----------|---|----|----|-----|------|------|------|
| 40 - 60   | 0 | 25 | 0  | 0   | 1,04 | 2,58 | 2,58 |
|           | 1 | 5  | 5  | 5   |      |      |      |
|           | 2 | 5  | 10 | 20  |      |      |      |
|           | 3 | 2  | 6  | 18  |      |      |      |
|           | 4 | 3  | 12 | 48  |      |      |      |
|           | 5 | 1  | 5  | 25  |      |      |      |
|           | 6 | 1  | 6  | 36  |      |      |      |
|           |   | 42 | 44 | 152 |      |      |      |
| 60 - 80   | 0 | 16 | 0  | 0   | 1,83 | 3,90 | 2,13 |
|           | 1 | 8  | 8  | 8   |      |      |      |
|           | 2 | 3  | 6  | 12  |      |      |      |
|           | 3 | 4  | 12 | 36  |      |      |      |
|           | 4 | 6  | 24 | 96  |      |      |      |
|           | 5 | 4  | 20 | 100 |      |      |      |
|           | 6 | 0  | 0  | 0   |      |      |      |
| 7         | 1 | 7  | 49 |     |      |      |      |
|           |   | 42 | 77 | 301 |      |      |      |
| 80 - 100  | 0 | 21 | 0  | 0   | 0,69 | 0,66 | 0,96 |
|           | 1 | 14 | 14 | 14  |      |      |      |
|           | 2 | 6  | 12 | 24  |      |      |      |
|           | 3 | 1  | 3  | 9   |      |      |      |
|           |   | 42 | 29 | 47  |      |      |      |
| 100 - 120 | 0 | 34 | 0  | 0   | 0,28 | 0,31 | 1,10 |
|           | 1 | 5  | 5  | 5   |      |      |      |
|           | 2 | 2  | 4  | 8   |      |      |      |
|           | 3 | 1  | 3  | 3   |      |      |      |
|           |   | 42 | 12 | 16  |      |      |      |
| 120 - 140 | 0 | 38 | 0  | 0   | 0,12 | 0,16 | 1,33 |
|           | 1 | 3  | 3  | 3   |      |      |      |
|           | 2 | 1  | 2  | 4   |      |      |      |
|           |   | 42 | 5  | 7   |      |      |      |
| 140 - 160 | 0 | 38 | 0  | 0   | (-)  |      |      |
|           | 1 | 4  | 4  | 4   |      |      |      |
|           |   | 42 | 4  | 4   |      |      |      |

(-): Média e variância não significativas.

.../...



.../...

## CATEGORIA III (900 - 1.000 m)

|           |    |    |   |   |     |
|-----------|----|----|---|---|-----|
| 60 - 80   | 0  | 41 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1  | 1  | 1 | 1 |     |
|           | 42 | 1  | 1 |   |     |
| 80 - 100  | 0  | 39 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1  | 3  | 3 | 3 |     |
|           | 42 | 3  | 3 |   |     |
| 100 - 120 | 0  | 41 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1  | 0  | 0 | 0 |     |
|           | 2  | 0  | 0 | 0 |     |
|           | 3  | 1  | 3 | 9 |     |
|           | 42 | 3  | 9 |   |     |
| 120 - 140 | 0  | 41 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1  | 1  | 1 | 1 |     |
|           | 42 | 1  | 1 |   |     |
| 140 - 160 | 0  | 40 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1  | 2  | 2 | 2 |     |
|           | 42 | 2  | 2 |   |     |
| 160 - 180 | 0  | 41 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1  | 0  | 1 | 1 |     |
|           | 2  | 1  | 2 | 4 |     |
|           | 42 | 3  | 5 |   |     |
| 180 - 200 | 0  | 41 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1  | 1  | 1 | 1 |     |
|           | 42 | 1  | 1 |   |     |
| 200 - 220 | 0  | 41 | 0 | 0 | (-) |
|           | 1  | 1  | 1 | 1 |     |
|           | 42 | 1  | 1 |   |     |

(-): Média e variância não significativas.

SERRA DA CANTAREIRA

QUADRO MATRIZ DOS ÍNDICES DE DISPERSÃO ( $D = \frac{s^2}{\bar{x}}$ )

|           | Catego-<br>ria I | Catego-<br>ria II | Catego-<br>ria III | Catego-<br>ria IV | Catego-<br>ria V | Catego-<br>ria VI |
|-----------|------------------|-------------------|--------------------|-------------------|------------------|-------------------|
| 20 - 40   | (-)              | (-)               |                    |                   |                  |                   |
| 40 - 60   | 1,72             | 1,67              | (-)                |                   | (-)              |                   |
| 60 - 80   | 1,40             | 1,77              | 1,33               | (-)               |                  |                   |
| 80 - 100  |                  | 2,27              | 1,41               | 1,58              | (-)              |                   |
| 100 - 120 |                  | 1,38              | 1,97               | 1,21              | (-)              |                   |
| 120 - 140 |                  | (-)               | (-)                | (-)               | (-)              | (-)               |
| 140 - 160 |                  |                   | (-)                | 1,33              | (-)              |                   |
| 160 - 180 |                  |                   | (-)                | (-)               | (-)              |                   |
| 180 - 200 |                  |                   | (-)                | (-)               |                  |                   |
| 200 - 220 |                  |                   | (-)                | (-)               | (-)              |                   |
| 220 - 240 |                  |                   | (-)                |                   | (-)              |                   |
| 240 - 260 |                  |                   |                    |                   | (-)              |                   |
| 260 - 280 |                  |                   |                    |                   | (-)              |                   |
| 280 - 300 |                  |                   |                    |                   |                  |                   |
| 300 - 320 |                  |                   |                    | 1,33              | (-)              |                   |
| 320 - 340 |                  |                   |                    |                   |                  |                   |
| 340 - 360 |                  |                   |                    |                   |                  |                   |
| 360 - 380 |                  |                   |                    |                   |                  |                   |
| 380 - 400 |                  |                   |                    |                   | (-)              |                   |

(-): Índice de dispersão não significativo.

Relação Máximo/Mínimo

|      |      |      |      |     |     |
|------|------|------|------|-----|-----|
| 1,23 | 1,53 | 1,48 | 1,31 | (-) | (-) |
|------|------|------|------|-----|-----|

EMBU

QUADRO MATRIZ DOS ÍNDICES DE DISPERSÃO ( $D = \frac{s^2}{\bar{x}}$ )

|           | Categoria I | Categoria II | Categoria III |
|-----------|-------------|--------------|---------------|
| 20 - 40   |             | (-)          |               |
| 40 - 60   | 3,00        | 1,33         |               |
| 60 - 80   |             | 1,12         |               |
| 80 - 100  |             | 1,17         |               |
| 100 - 120 |             | (-)          | (-)           |
| 120 - 140 |             |              |               |
| 140 - 160 |             |              |               |
| 160 - 180 |             |              | (-)           |

(-): Índice de Dispersão não significativo.

Relação Máximo/Mínimo

|          |      |     |
|----------|------|-----|
| $\infty$ | 1,19 | (-) |
|----------|------|-----|

SÃO LOURENÇO DA SERRA

QUADRO MATRIZ DOS ÍNDICES DE DISPERSÃO ( $D = \frac{s^2}{\bar{x}}$ )

|           | Categoria I | Categoria II | Categoria III |
|-----------|-------------|--------------|---------------|
| 20 - 40   | 1,90        | (-)          |               |
| 40 - 60   | 2,52        | 1,51         |               |
| 60 - 80   | 2,45        | 2,12         |               |
| 80 - 100  | 1,12        | 1,42         | 3,00          |
| 100 - 120 |             | 1,88         | (-)           |
| 120 - 140 |             | (-)          | 2,00          |

(-): Índice de Dispersão não significativo.

Relação Máximo/Mínimo

|      |      |      |
|------|------|------|
| 2,25 | 1,40 | 1,50 |
|------|------|------|

PARELHEIROS

QUADRO MATRIZ DOS ÍNDICES DE DISPERSÃO ( $D = \frac{s^2}{\bar{x}}$ )

|           | Categoria I | Categoria II |
|-----------|-------------|--------------|
| 40 - 60   | 1,45        | 2,43         |
| 60 - 80   | 5,63        | 1,88         |
| 80 - 100  | 2,82        | 1,13         |
| 100 - 120 |             | 3,00         |
| 120 - 140 |             | (-)          |

(-): Índice de Dispersão não significativo.

Relação Máximo/Mínimo

|      |      |
|------|------|
| 3,88 | 2,65 |
|------|------|

TAIAÇUPEBA

QUADRO MATRIZ DOS ÍNDICES DE DISPERSÃO ( $D = \frac{s^2}{\bar{x}}$ )

|           | Categoria I | Categoria II | Categoria III |
|-----------|-------------|--------------|---------------|
| 40 - 60   | 2,15        | 2,58         |               |
| 60 - 80   | 1,84        | 2,13         | (-)           |
| 80 - 100  | (-)         | 0,96         | (-)           |
| 100 - 120 |             | 1,10         | (-)           |
| 120 - 140 |             | 1,33         | (-)           |
| 140 - 160 |             | (-)          | (-)           |
| 160 - 180 |             |              | (-)           |
| 180 - 200 |             |              | (-)           |
| 200 - 220 |             |              | (-)           |

(-): Índice de Dispersão não significativo.

Relação Máximo/Mínimo

|      |      |     |
|------|------|-----|
| 1,17 | 2,69 | (-) |
|------|------|-----|

classes de amplitudes topográficas tendem a se aglutinar de maneira homogênea. Os resultados encontrados nas amostras Serra da Cantareira, São Lourenço da Serra e Parelheiros tornam clara tal afirmativa.

Estas duas provas mostram que nas porções do relevo mais baixas, e portanto mais erodidas, a distribuição organizada dos elementos do relevo aparece com maior destaque entre os demais aspectos morfológicos da paisagem.

## 2.2. Teste de Modelismo Teórico

### 2.2.1. Apresentação

Lembra-se que, se um conjunto de objetos são distribuídos aleatoriamente no espaço, a probabilidade de encontrar um número  $x$  de objetos em qualquer intervalo pré-fixado é dada pela distribuição de Poisson.

Uma das técnicas utilizadas para tal verificação consiste na superposição de uma rede de quadrados à amostra em apreço e na contagem da distribuição de freqüências dos quadrados que contém 0, 1, 2, ... pontos, que no caso representam os elementos do relevo, os quais caracterizam a paisagem geomórfica do universo em estudo. "A distribuição de freqüência resultante observada pode então ser comparada com uma distribuição de probabilidade teórica, gerada por um conjunto particular de processos, que suspeitamos governar a distribuição de pontos no espaço." (Harvey, 1974)

Aqui, para aplicação do Modelo, não serão mais consideradas as subdivisões em categorias de altitudes e nem as respectivas repartições em classes de amplitudes topográficas. Em cada amostra considerar-se-á o conjunto dos elementos do relevo como pontos distribuídos no espaço.

Já foi apresentado, anteriormente, que uma propriedade importante da distribuição de Poisson é que a sua média é igual à variância - neste caso, portanto, a expressão es-

pacial é do tipo "aleatório" -, e que a relação variância/média maior que 1 ( $> 1$ ) indica um processo em operação do tipo "contagioso", ao passo que, quando for menor que 1 ( $< 1$ ) é indicado um processo do tipo "competitivo". (Harvey, 1974)

Após fazer este teste preliminar, passa-se ao cálculo da distribuição teórica aplicando-se a fórmula geral da distribuição de Poisson.

Entretanto, como já foi apontado anteriormente, a evolução do relevo mostra uma tendência em apresentar alinhamentos geométricos decorrentes das causas organizadas.

Retiradas estas últimas, o restante do modelado - deveria mostrar uma melhoria ao ajuste na distribuição aleatória e, portanto, ser passível do aceite ao "Processo Poisson".

Para tanto, é feito um teste de aderência, o teste "Qui-quadrado" ( $\chi^2$ ), que dá a possibilidade de medir o grau de concordância entre as distribuições esperadas (valor obtido no cálculo da Distribuição Teórica) e observadas em duas instâncias:

- a) para a distribuição observada e esperada de cada amostra considerando-se a totalidade de seus pontos.
- b) para a distribuição observada e esperada de cada amostra, depois de serem eliminados subconjuntos, levando-se em conta - critérios específicos, comentados oportunamente, que venham a mostrar certa organização.

As relações entre a distribuição observada e a distribuição esperada do modelo, nestas duas etapas, deverão mostrar tendências de maior aproximação entre as duas, confirmando a hipótese proposta.

### 2.2.2. Aplicação do Modelo às Amostras

A seguir, cada amostra será passível de um tratamento, tal como foi estipulado, discernindo em cada uma delas - uma operacionalidade adequada, para depois tecer-se considerações comparativas.

2.2.2.1. Serra da Cantareira

Para tornar mais cômoda a leitura, transcrever-se-á a contagem de pontos de cada célula da rede de quadrados superposta à amostra em epígrafe, sob forma de uma matriz | Prancha 2.2.2.1(a) | :

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 8 | 5 | 4 | 6 | 6 | 3 |
| 4 | 2 | 3 | 5 | 2 | 5 |
| 5 | 4 | 4 | 5 | 5 | 6 |
| 3 | 7 | 4 | 7 | 8 | 5 |
| 2 | 4 | 7 | 3 | 5 | 5 |
| 7 | 4 | 6 | 8 | 6 | 6 |
| 5 | 4 | 5 | 5 | 4 | 8 |

Agora torna-se fácil montar o quadro das freqüências, o qual completado convenientemente pelas colunas  $(x_i f_i)$  e  $(x_i^2 f_i)$  facilitará o cálculo da variância ( $s^2$ ).

| Número de pontos no quadrado<br>( $x_i$ ) | Freqüência de quadrados<br>( $f_i$ ) | $(x_i f_i)$ | $(x_i^2 f_i)$ |
|---|--------------------------------------|-------------|---------------|
| 0   | 0                                    | 0           | 0             |
| 1   | 0                                    | 0           | 0             |
| 2   | 3                                    | 6           | 12            |
| 3   | 4                                    | 12          | 36            |
| 4   | 9                                    | 36          | 144           |
| 5   | 12                                   | 60          | 300           |
| 6   | 6                                    | 36          | 216           |
| 7   | 4                                    | 28          | 196           |
| 8   | 4                                    | 32          | 256           |
|   | 42                                   | 210         | 1.160         |

A densidade média de pontos por área unitária é '

$$\bar{x} = 5.$$

Em se tratando de uma média ponderada, seu valor é obtido através de:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{210}{42} = 5$$

Um primeiro passo é dado no sentido de se verificar o valor do Índice de Dispersão ( $D = \frac{\text{variância}}{\text{média}}$ ), o qual fornece uma indicação preliminar da tendência do comportamento da distribuição nas amostras.

Para tanto, deve-se calcular a variância aplicando-se a fórmula já demonstrada:

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^n x_i^2 f_i - \frac{\left( \sum_{i=1}^n x_i f_i \right)^2}{n} \right]$$

onde  $n = \sum_{i=1}^n f_i$

Dai:

$$\begin{aligned} s^2 &= \frac{1}{41} \left( 1.160 - \frac{210^2}{42} \right) = \frac{1}{41} \left( 1.160 - \frac{44.100}{42} \right) \\ &= \frac{1}{41} (1.160 - 1.050) = \frac{110}{41} = 2,68 \end{aligned}$$

A relação  $D = \text{variância}/\text{média}$ , então resulta:

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{2,68}{5,00} = 0,54$$

Este índice deu um valor maior que 1 ( $>1$ ), indicando, portanto, para a amostra um processo "competitivo", o que significa que os elementos aleatórios, embora importantes, cedem lugar a um processo de organização regular ou geométrica.

Embora se saiba de antemão que a distribuição observada não acompanha de forma plausível uma distribuição de Poisson, pode-se obter as probabilidades esperadas através da



expressão já apresentada anteriormente.

$$P(x) = \frac{e^{-M} M^x}{x!}$$

Sabe-se que  $M$  é a densidade média de pontos por  $\bar{a}$  rea unitária a qual foi estimada através de  $\bar{x}$ . Portanto:

$$\therefore P(x) = \frac{e^{-\bar{x}} \bar{x}^x}{x!}$$

No caso desta amostra ficam dispensados os cálculos, pois  $\bar{x}$ , que representa a densidade média por área unitária calculada, é 5. Neste sentido, basta procurar os  $P(x)$  nas tabelas matemáticas para  $\bar{x} = 5$ . (Vide Anexo 5) (\*)

Para facilitar, trabalhar-se-á com 4 dígitos após a vírgula, devendo-se arredondar a quarta cifra, aumentando-a de uma unidade se o último dígito for superior ou igual a 5 ou mantendo-a sem modificação caso o dígito a ser abandonado for igual ou inferior a 4.

Os valores da probabilidade podem então ser multiplicados pela frequência total nos quadrados, 42 no caso, para dar uma distribuição de frequências teóricas para a amostra. - Sua soma deve se aproximar bastante de 42, porém nunca resulta exatamente 42 devido à última probabilidade: a de se obter  $n$  pontos no quadrado ser válida para o intervalo,  $n$  ou mais pontos.

Para se evitar este inconveniente, reparte-se o que falta para inteirar 42 entre as frequências em torno da moda.

A seguir passa-se a montar o quadro das frequências teóricas esperadas.

---

(\*) - Note-se que a densidade média aparece em certas tabelas com a notação  $\mu$  (letra grega: Mú minúsculo).

| Probabilidade teórica de se obter um quadrado com x pontos (retirada de tabelas) (P <sub>x</sub> ) | Frequência teórica de quadrados | Acerto para o total | Frequência teórica de quadrados acertada (f' <sub>i</sub> ) |
|--|---------------------------------|---------------------|---|
| P <sub>0</sub> = 0,0067  | 0,28                            | -                   | 0,28  |
| P <sub>1</sub> = 0,0337  | 1,42                            | + 0,38              | 1,80  |
| P <sub>2</sub> = 0,0842  | 3,54                            | + 0,38              | 3,92  |
| P <sub>3</sub> = 0,1404  | 5,90                            | + 0,38              | 6,28  |
| P <sub>4</sub> = 0,1775  | 7,46                            | + 0,38              | 7,84  |
| P <sub>5</sub> = 0,1775  | 7,46                            | + 0,38              | 7,84  |
| P <sub>6</sub> = 0,1462  | 6,14                            | + 0,38              | 6,52  |
| P <sub>7</sub> = 0,1044  | 4,38                            | + 0,38              | 4,76  |
| P <sub>8</sub> = 0,0653  | 2,74                            | + 0,02              | 2,76  |
| T O T A I S  | 39,32                           | + 2,68              | 42,00   |

Note-se que esta distribuição é assimétrica, como já foi apontado na seção 1.4. Para  $\bar{x}$  inteiro não negativo, isto é, quando  $\{ \bar{x} \mid \bar{x} \in \mathbb{N} \}$ , ela possui dois valores modais iguais, correspondendo aos valores  $\bar{x}$  e  $\bar{x}-1$  para  $x$ .

No caso, P<sub>(5)</sub> e P<sub>(4)</sub> correspondem a 0,1775.

A simples comparação entre a frequência de quadrados observada (f<sub>i</sub>) e a frequência de quadrados teórica (f'<sub>i</sub>) permite verificar que a primeira parece não ter bom ajustamento - com a segunda, o que foi inferido pelo teste preliminar do índice de dispersão ( $D = \frac{s^2}{\bar{x}}$ ).

O segundo passo consiste na retirada dos subconjuntos de pontos, que estão materializados por elementos do relevo, os quais apresentam, à simples observação, alinhamentos geométricos.

Aqui surge uma questão bastante delicada: quais os subconjuntos a serem eliminados? Para tanto, tentou-se adotar um critério fundamentado no conhecimento da estrutura, geologia, geomorfologia, topografia, hidrografia e morfometria, no que tange ao comportamento espacial dos elementos do relevo, - conforme a classificação anteriormente apresentada. Tal pesqui

sa pode necessitar várias iterações, de tal modo que elementos' podem ser acrescidos ou diminuídos. Sabe-se, para tanto, da existência de um algoritmo que permite a computação. (\*)

Na prática, é feita através de várias tentativas, escolhendo-se a de melhor resultado, isto é, aquela cuja distri buição dos pontos indiferentes apresentar o índice de dispersão mais próximo do valor 1 (um).

Para a amostra em epígrafe, é sem dúvida a exis - tência do grande corpo granítico da Serra da Cantareira que vai condicionar os principais alinhamentos dos elementos do relevo. Concorrem também os principais contatos litológicos. Na porção Sul da amostra é evidente o caso do contato entre granitos porfiríticos e filitos onde se encontram os córregos do Bananal e do Bispo, deixando alinhamentos de morros em ambas margens. - Trata-se de morros mamelonares com cobertura remanescente dos - sedimentos da Bacia de São Paulo. Os trechos de falhamentos ob - servados também concorrem para a disposição de alinhamentos do relevo no setor Sul e Sudeste da amostra. Outro contato é veri - ficado entre granitos e filitos no extremo NW, organizando um - interflúvio com direção WSW-ENE, onde aparecem alinhamentos dis - tintos. A presença de xistos em contato com os granitos também deixa evidentes alinhamentos com direções SW-NE, no quadrante - NE da amostra.

A individualização destes direcionamentos encon - tram um reforço também na simples análise do Diagrama Polar dos Segmentos da Drenagem, a qual apresenta, para o caso, duas mo - das, as quais dizem respeito às direções  $N 10^{\circ}-20^{\circ} E$  e .....  $N 10^{\circ}-20^{\circ} W$ . Uma terceira direção representativa encontra-se - na classe  $N 80^{\circ}-90^{\circ} E$ , guardando quase uma ortogonalidade com - as anteriores. [Prancha 2.1.2(b), secção 2.1.2.]

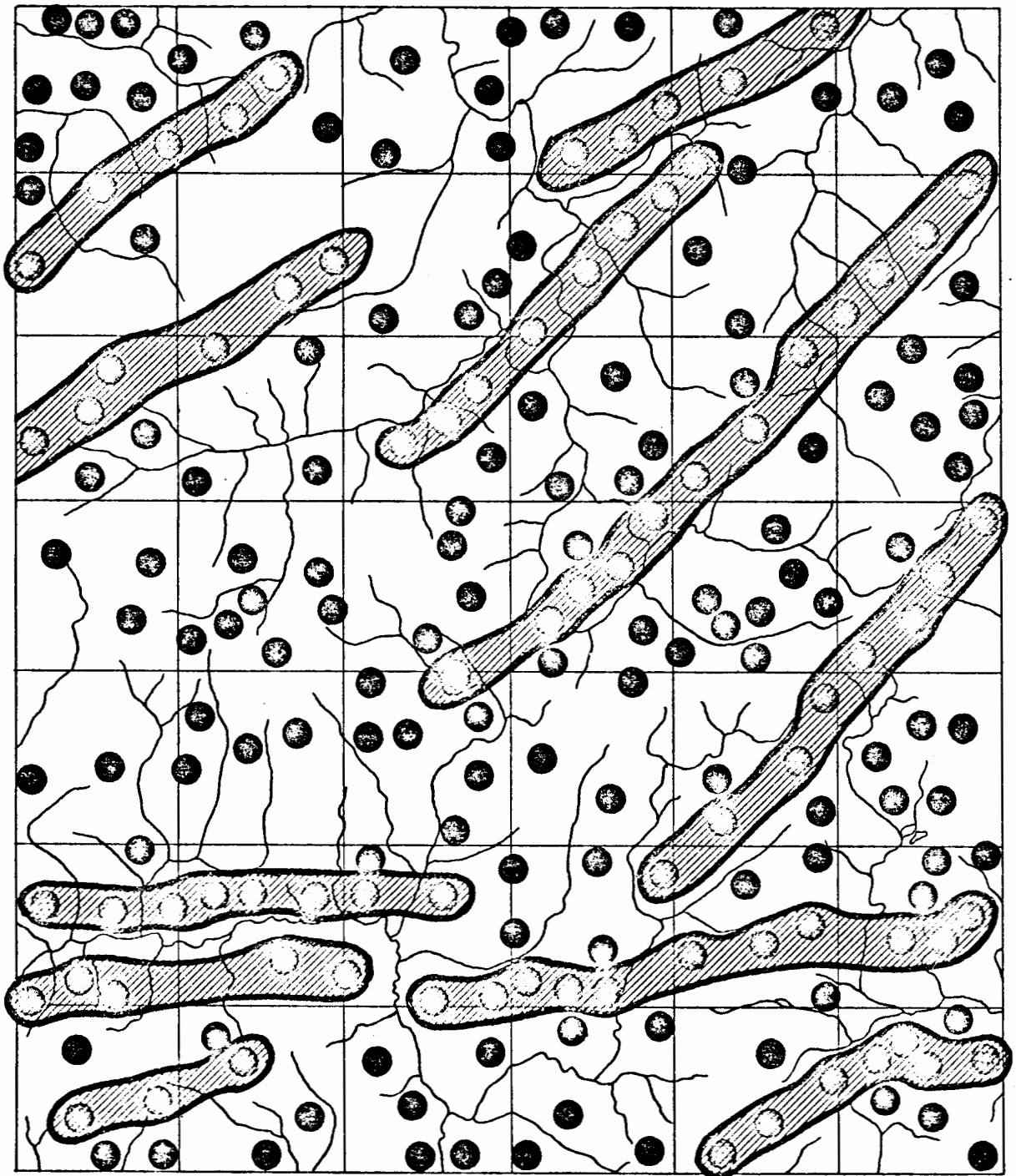
Através destas considerações chegou-se à escolha apresentada na Prancha 2.2.2.1(a). Ela é resultante, em primei - ro lugar da individualização de duas direções principais: uma, grosseiramente NE-SW que coincide praticamente com a própria po - sição do corpo granítico da Serra da Cantareira, e outra, exata - mente W-E acompanhando a base do referido bloco.

---

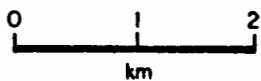
(\*) - Informação verbal do Prof. Dr. Charles Octave André ..... Libault.

## 2.2.2.1.(a)

### SERRA DA CANTAREIRA DISTRIBUIÇÃO POR PONTOS DOS ELEMENTOS DO RELEVO.



SUB-CONJUNTOS ORGANIZADOS A SEREM ELIMINADOS



km

Deve ser notado que os alinhamentos visíveis no conjunto granítico constituem "Cristas Mamelonizadas" (Libault, 1971) devido aos poucos entalhes da drenagem transversal. Muito embora apareçam incisões profundas da drenagem em direção - grosseiramente N-S, não há quebra na continuidade da crista, - muito evidente através da carta topográfica. Já aqueles que se evidenciam nas regiões de contato, principalmente na parte Sul' da amostra, apresentam-se numa sucessão de morros mamelonares - dissecados pela drenagem de padrão retangular ou dendrítico local.

Por outro lado, tal escolha é feita também levando-se em conta o comportamento distributivo do conjunto de elementos do relevo, classificados segundo a amplitude topográfica dentro de cada categoria de altitude absoluta. Isto pode ser - comprovado através da análise do Quadro Matriz dos Índices de - Dispersão, apresentado na Seção 2.1.3. Verifica-se, então, que a classe que apresenta o índice mais elevado está compreendida' entre as amplitudes de 80 a 100 metros, com altitudes absolutas que vão dos 800 a 900 metros. Está justamente aí o motivo da - retirada de alinhamentos nas porções Sul e Nordeste da amostra.

Em segundo lugar vem a Categoria III (900-1000 m) contando com o índice 1,97 na classe de 100 a 200 metros de amplitude; entretanto não foi levada em conta devido a frequên - cia ser pouco significativa.

Volta a ser significativa a Categoria das altitudes absolutas compreendidas entre 1000 e 1100 metros, onde as - classes mostram índices parecidos. Em todo caso, salienta-se a classe 80-100 m, porém sem importância devido à baixa frequên - cia dos elementos nela compreendidos. Esta é a justificativa - da retirada dos alinhamentos com direção NE-SW.

Marcados os subconjuntos de pontos a serem eliminados sobre a carta, passa-se a efetuar novamente a contagem em cada célula da rede de quadrados, montando-se a seguinte matriz:  
 {Prancha 2.2.2.1(a)}

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 2 | 4 | 3 | 3 | 3 |
| 2 | 0 | 3 | 1 | 2 | 1 |
| 2 | 3 | 1 | 5 | 2 | 6 |
| 3 | 7 | 4 | 3 | 8 | 1 |
| 2 | 4 | 6 | 3 | 2 | 5 |
| 1 | 0 | 1 | 4 | 3 | 3 |
| 3 | 3 | 5 | 5 | 1 | 4 |

Desta matriz monta-se o quadro das freqüências - completando-o com as colunas  $(x_i f_i)$  e  $(x_i^2 f_i)$ :

| Número de pontos no quadrado $(x_i)$ | Freqüência de quadrados $(f_i)$ | $(x_i f_i)$ | $(x_i^2 f_i)$ |
|--------------------------------------|---------------------------------|-------------|---------------|
| 0                                    | 2                               | 0           | 0             |
| 1                                    | 7                               | 7           | 7             |
| 2                                    | 7                               | 14          | 28            |
| 3                                    | 12                              | 36          | 108           |
| 4                                    | 6                               | 24          | 96            |
| 5                                    | 4                               | 20          | 100           |
| 6                                    | 2                               | 12          | 72            |
| 7                                    | 1                               | 7           | 49            |
| 8                                    | 1                               | 8           | 64            |
|                                      | 42                              | 128         | 524           |

É uma evidência que, ao retirar elementos da amostra, o valor da densidade média diminui. Como decorrência, o gráfico da distribuição tornar-se-á mais assimétrico, estendendo-se mais para a direita.

De fato:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i f_i}{\sum_{i=1}^n f_i} = \frac{128}{42} = 3,05$$

Depois de várias iterações foi conseguido um índice de dispersão bastante próximo a 1, o qual será demonstrado

a seguir. Para tanto, deve-se calcular a variância, da mesma forma que foi feito para a primeira etapa. Aplicando-se a fórmula, segue-se:

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 524 - \frac{128^2}{42} \right) = \frac{1}{41} \left( 524 - \frac{16.384}{42} \right)$$

$$= \frac{1}{41} (524 - 390) = \frac{134}{41} = 3,27$$

Agora, calculando-se D, tem-se:

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{3,27}{3,05} = 1,07$$

Um outro teste complementar consiste em se examinar o valor de D para o subconjunto de pontos que foram eliminados, isto é, aqueles que aprioristicamente foram considerados - organizados.

Para tanto, adota-se o mesmo sistema apresentado anteriormente, o que poderá ser resumido da seguinte forma:

| Matriz do número de pontos nos quadrados | Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência de quadrados ( $f_i$ ) | ( $x_i f_i$ ) | ( $x_i^2 f_i$ ) |
|--|--|-----------------------------------|---------------|-----------------|
| 4 3 0 3 3 0                              | 0                                      | 16                                | 0             | 0               |
| 2 2 0 4 0 4                              | 1                                      | 3                                 | 3             | 3               |
| 3 1 3 0 3 0                              | 2                                      | 3                                 | 6             | 12              |
| 0 0 0 4 0 4                              | 3                                      | 10                                | 30            | 90              |
| 0 0 1 0 3 0                              | 4                                      | 8                                 | 32            | 128             |
| 6 4 5 4 3 3                              | 5                                      | 1                                 | 5             | 25              |
| 2 1 0 0 3 4                              | 6                                      | 1                                 | 6             | 36              |
|  |  | 42                                | 82            | 294             |

A densidade média, a variância e o índice de dispersão também são rapidamente calculados, tendo-se já apresentado as respectivas fórmulas.

$$\bar{x} = \frac{82}{42} = 1,95$$

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 294 - \frac{82^2}{42} \right) = \frac{1}{41} (294 - 160,10) = 3,27$$

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{3,27}{1,95} = 1,68$$

O índice de dispersão comprova o pressuposto, permitindo, portanto, fazerem-se análises parciais considerando apenas uma parte da amostra em questão ou considerando apenas os elementos que apresentam características definidas e, por consequência, negligenciando os outros. Tenta-se, assim, constituir subconjuntos "aleatórios", sendo que os negligenciados formam subconjuntos "determinísticos". (\*)

Pode-se ter uma idéia da participação relativa dos elementos organizados em relação ao total de pontos, o que permite considerar uma Taxa de Organização:

$$\frac{\text{morros organizados}}{\text{todos os morros}} = \frac{82}{210} = 0,39$$

Trata-se de uma participação bastante significativa, que em percentagem se expressa na ordem de 39%, o que significa uma forte tendência em se ter elementos do relevo apresentando uma organização.

O cálculo das frequências absolutas esperadas, segundo a distribuição teórica adotada, torna-se também bastante simples, uma vez que a densidade média é praticamente igual a 3. Neste caso, basta retirá-las das tabelas. Lembra-se o arredondamento para 4 dígitos após a vírgula. (Vide Anexo 5)

---

(\*) - Determinístico - no caso, -: de resultado previsto, desde que seja conhecido um conjunto de condições e relações iniciais.



| Probabilidade teórica de se obter um quadrado com x pontos (retirada de tabelas) (Px) | Frequência teórica de quadrados | Acerto para o total | Frequência teórica de quadrados acertada (f' <sub>i</sub> ) |
|---|---------------------------------|---------------------|---|
| P <sub>0</sub> = 0,0498   | 2,09                            |                     | 2,09  |
| P <sub>1</sub> = 0,1494   | 6,27                            | + 0,04              | 6,31  |
| P <sub>2</sub> = 0,2240   | 9,41                            | + 0,04              | 9,45  |
| P <sub>3</sub> = 0,2240   | 9,41                            | + 0,04              | 9,45  |
| P <sub>4</sub> = 0,1680   | 7,06                            | + 0,04              | 7,10  |
| P <sub>5</sub> = 0,1008   | 4,23                            |                     | 4,23  |
| P <sub>6</sub> = 0,0504   | 2,12                            |                     | 2,12  |
| P <sub>7</sub> = 0,0216   | 0,91                            |                     | 0,91  |
| P <sub>8</sub> = 0,0081   | 0,34                            |                     | 0,34  |
|   | 41,84                           | + 0,16              | 42,00   |

Também aqui, aparentemente não se nota um perfeito ajustamento entre as frequências observadas e esperadas.

Entretanto, para maior certeza passa-se a aplicar um teste estatístico, conforme foi enunciado anteriormente.

Trata-se do Teste  $\chi^2$  (Qui-Quadrado), baseado no cálculo de um índice, que por definição se exprime por:

$$\chi^2 = \sum_1^n \frac{(f' - f)^2}{f'}$$

onde: f = frequência de quadrados observada

f' = frequência de quadrados esperada (cálculo teórico)

$\chi^2$  = função do número de graus de liberdade.

Quanto à noção de graus de liberdade, explica-se' o seguinte: sejam as n observações  $x_1, x_2, x_3 \dots, x_n$  de uma amostra. Entre estas n quantidades e sua média  $\bar{x}$  existe a relação:

$$T = x_1 + x_2 + \dots + x_n = n\bar{x},$$

a qual permite escrever:

$$(x_1 - \bar{x}) + (x_2 - \bar{x}) + \dots + (x_n - \bar{x}) = 0$$

Tal equação permite determinar qualquer um dos termos quando os outros  $(n-1)$  são conhecidos. Diz-se, então, que existe entre as  $n$  diferenças uma ligação, permitindo-lhes  $\Phi = (n-1)$  graus de liberdade.

Em outras palavras,  $(n-1)$  termos podem tomar qualquer valor, enquanto que um deles fica obrigado a ter um valor bem determinado para satisfazer aquela igualdade.

Para o  $\chi^2$ , pode-se mostrar que o número de graus de liberdade é igual ao número de classes diminuído de 1 unidade, menos o número de parâmetros estimados:  $\Phi = (k-1)-p$ .

No caso, como a média da distribuição de Poisson não é conhecida e é estimada através da densidade média de pontos da amostra  $(\bar{x})$ , fica considerada como parâmetro estimado  $p$ .

Tomando-se o  $\chi^2$  como função de distribuição, tem-se uma família de curvas onde as ordenadas  $f(\chi^2)$  variam com o número de graus de liberdade. Elas são unimodais; tangentes na origem ao eixo das ordenadas passam pela moda, que corresponde a  $(\Phi - 2)$  e depois tornam-se assintóticas ao eixo das abscissas. São fechadas do lado esquerdo e tendem a se tornar simétricas conforme  $\Phi$  cresce.

É fixado, por princípio,  $\alpha = 5\%$  como nível de significância. Fica considerado como significativo de um desacordo entre as observações e a teoria, todo valor de  $\chi^2$  calculado superior àquele que corresponde a  $\alpha = 5\%$ . (Pêpe, 1962); | Prancha 2.2.2.1(b) | .

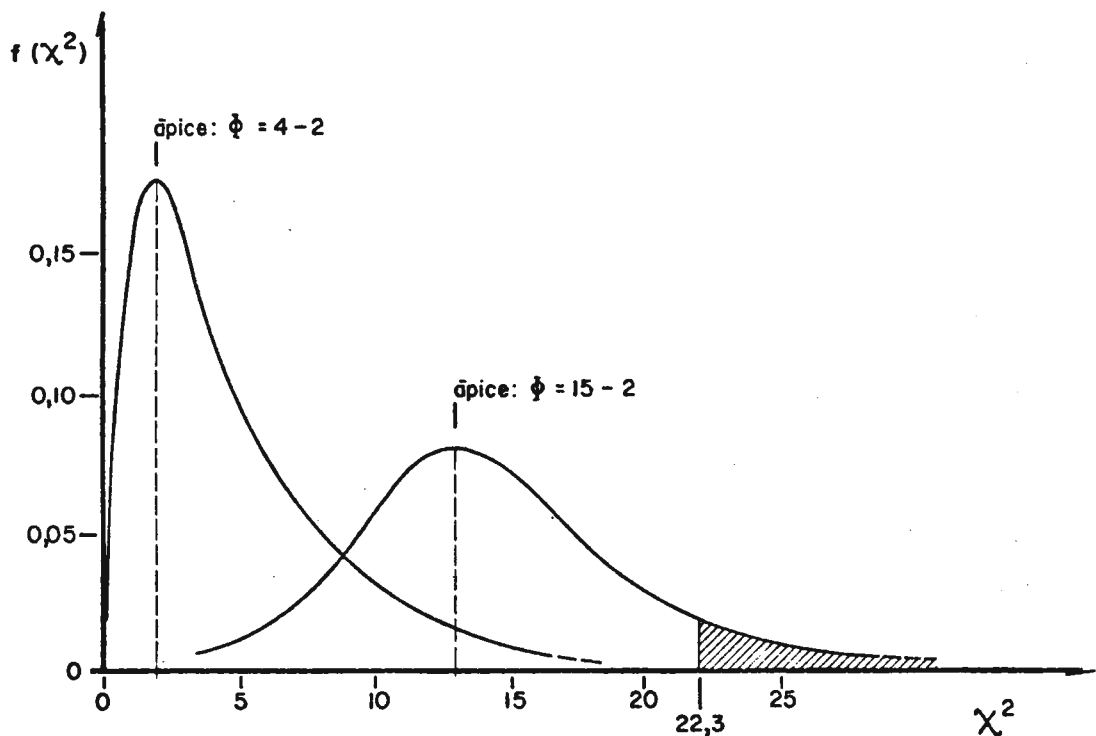
Para tanto, existem tabelas dos valores percentís para a distribuição Qui-Quadrado com  $\Phi$  graus de liberdade (nas tabelas) em diferentes níveis de significância. (Spiegel, 1973)

A seguir, passar-se-á a aplicar o teste nas duas etapas da análise da distribuição de pontos (elementos do relevo), apresentando os quadros com as colunas: números de pontos no quadrado, freqüência esperada, freqüência observada e os va-

## 2.2.2.1.(b)

### A DISTRIBUIÇÃO DE $\chi^2$ (Qui-Quadrado)

EXEMPLOS PARA:  $\phi = 4$  e  $\phi = 15$



$\phi$  NÚMERO DE GRAUS DE LIBERDADE

$\alpha$  NÍVEL DE SIGNIFICÂNCIA:  $\alpha = 5\%$



REGIÃO DE REJEIÇÃO DE  $f(\chi^2)$ , NA QUAL, OS VALORES DE  $\chi^2$  CALCULADO SUPERIORES ÀQUELES QUE CORRESPONDEM AO NÍVEL DE SIGNIFICÂNCIA  $\alpha = 5\%$ , INDICAM UM DESACORDO ENTRE AS OBSERVAÇÕES E A TEORIA.

$$\text{lores } \frac{(f' - f)^2}{f'}$$

1a. Etapa: Considerando-se todos os elementos.

| Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência esperada $f'$ | Frequência observada $f$ | $\frac{(f' - f)^2}{f'}$ |
|--|--------------------------|--------------------------|-------------------------|
| 0                                      | 0,29                     | 0                        | 0,28                    |
| 1                                      | 1,80                     | 0                        | 1,80                    |
| 2                                      | 3,92                     | 3                        | 0,22                    |
| 3                                      | 6,28                     | 4                        | 0,83                    |
| 4                                      | 7,84                     | 9                        | 0,17                    |
| 5                                      | 7,84                     | 12                       | 2,21                    |
| 6                                      | 6,52                     | 6                        | 0,04                    |
| 7                                      | 4,76                     | 4                        | 0,12                    |
| 8                                      | 2,76                     | 4                        | 0,56                    |
| T O T A I S                            | 42,00                    | 42                       | $\chi_{C1}^2 = 6,23$    |

Considera-se  $\alpha = 5\%$  e  $\phi = (9-1) - 1 = 7$ .

2a. Etapa: Eliminando-se os elementos organizados:

| Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência esperada $f'$ | Frequência observada $f$ | $\frac{(f' - f)^2}{f'}$ |
|--|--------------------------|--------------------------|-------------------------|
| 0                                      | 2,09                     | 2                        | 0                       |
| 1                                      | 6,27                     | 7                        | 0,08                    |
| 2                                      | 9,41                     | 7                        | 0,62                    |
| 3                                      | 9,45                     | 12                       | 0,69                    |
| 4                                      | 7,10                     | 6                        | 0,17                    |
| 5                                      | 4,27                     | 4                        | 0,02                    |
| 6                                      | 2,16                     | 2                        | 0,01                    |
| 7                                      | 0,91                     | 1                        | 0,01                    |
| 8                                      | 0,34                     | 1                        | 1,29                    |
| T O T A I S                            | 42,00                    | 42                       | $\chi_{C2}^2 = 2,89$    |

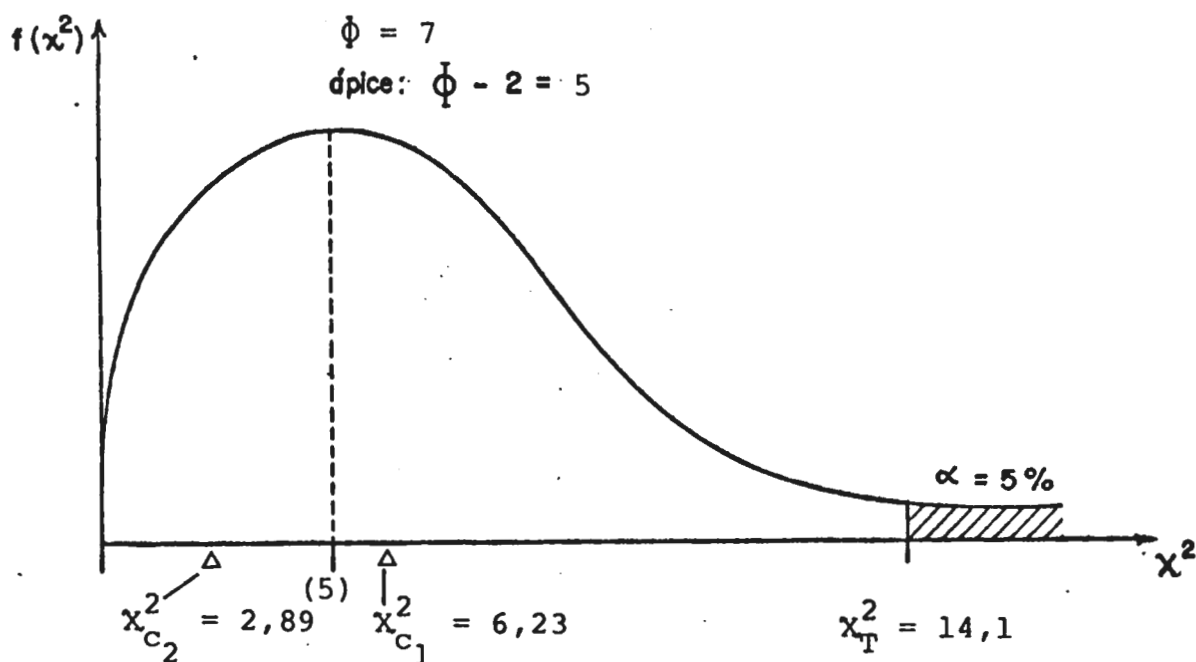
da mesma forma,  $\alpha = 5\%$  e  $\phi = (9-1) - 1 = 7$ .

Procurando-se nas tabelas o valor de  $\chi^2_T$  para 7 .. graus de liberdade, dentro de um nível de significância de 5% - tem-se  $\chi^2_T = 14,1$ . Tal resultado mostra que pode ser aceito o a juste à distribuição de Poisson em ambas as etapas. (Vide Anexo 4)

Entretanto, através do teste preliminar com o índice de dispersão, a primeira etapa mostrou não seguir uma distribuição de Poisson. Porém o  $\chi^2$  calculado da segunda etapa - mostra uma sensível melhoria na aderência, o que comprova, além do teste preliminar de  $D \approx 1$ , a premissa de que eliminados subconjuntos com disposição organizada ou geométrica os elementos' restantes tendem à uma distribuição de Poisson.

Para ficar mais claro, o referido teste pode ser acompanhado por um gráfico extremamente sumário, do tipo Distribuição de  $\chi^2$ , mostrando que os valores acima de  $\chi^2_T = 14,1$  entrariam numa região de rejeição, enquanto que o posicionamento - quanto mais à esquerda dos mesmos tenderia à melhoria da aderência.

No caso em estudo tem-se o seguinte esquema:



Fica provado, portanto, mediante esta amostra, - que abstraídas as causas organizadas há possibilidade da concor

rência de variáveis aleatórias para uma distribuição dos elementos do relevo, apreciados na paisagem conforme os critérios já propostos, de acordo com a lei de Poisson.

#### 2.2.2.2. Embu

Esta amostra, como as demais que virão a seguir, poderá ter um tratamento bem mais simples, uma vez que será trabalhada de maneira repetitiva, salvo as análises.

Assim, pode-se montar o primeiro quadro:

| Matriz do número de pontos nos quadrados | Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência dos quadrados ( $f_i$ ) | ( $x_i f_i$ ) | ( $x_i^2 f_i$ ) |
|--|--|------------------------------------|---------------|-----------------|
| 9 7 8 3 6 7                              | 0                                      | 0                                  | 0             | 0               |
| 5 4 4 4 3 5                              | 1                                      | 0                                  | 0             | 0               |
| 4 2 3 3 7 8                              | 2                                      | 2                                  | 4             | 8               |
| 4 4 5 5 6 4                              | 3                                      | 5                                  | 15            | 45              |
| 4 6 5 5 4 6                              | 4                                      | 10                                 | 40            | 160             |
| 5 4 7 5 7 2                              | 5                                      | 9                                  | 45            | 225             |
| 6 8 7 3 5 8                              | 6                                      | 5                                  | 30            | 180             |
|  | 7                                      | 6                                  | 42            | 294             |
|  | 8                                      | 4                                  | 32            | 256             |
|  | 9                                      | 1                                  | 9             | 81              |
|  |  | 42                                 | 217           | 1.249           |

Para a verificação do Índice de Dispersão segue-se o seguinte roteiro:

$$\bar{x} = \frac{217}{42} = 5,17$$

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 1.249 - \frac{217^2}{42} \right) = \frac{1}{41} (1.249 - 1.121,17) = 3,12$$

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{3,12}{5,17} = 0,60$$

Também nesta amostra, o índice de dispersão eviden

cia um processo de distribuição regular ou geométrica, portanto de uma distribuição mais sistemática, menos dispersa que aleatória.

Conforme Dacey (1954), uma modificação da probabilidade de Poisson, estudada por ele, pode descrever "um arranjo mais regular ou sistemático do ponto que o produzido por um processo estocástico".

Isto vem mais uma vez de encontro com a hipótese' na qual o modelado, embora tenha a contribuição de muitas variáveis aleatórias, estaria se aprimorando para dar formas com aspecto organizado, observável na paisagem.

Para o cálculo da distribuição teórica, aplicando-se o modelo de Poisson, procede-se da mesma forma que na amostra anterior. Para tanto, monta-se o quadro das probabilidades esperadas para cada unidade areolar, que multiplicadas pela frequência total dos quadrados dá a distribuição de frequências teóricas dos mesmos para toda a amostra.

Também para este caso poder-se-ia extrair os valores de  $P_{(x)}$  das tabelas, pois para  $\bar{x} = 5,17$  as mesmas apresentam aqueles dados para  $M = 5,1 \approx 5,17$ .

No entanto, procurou-se proceder de outra forma - para mostrar como é feito o cálculo sem o auxílio de tais tabelas.

Sabe-se que a função de probabilidade da variável aleatória de Poisson para a amostra é dada por:

$$P_x = \frac{e^{-\bar{x}} \bar{x}^x}{x!}$$

Para facilitar, pode-se obter, de antemão, o valor de  $e^{-\bar{x}}$ , o qual é um coeficiente fixo da distribuição, enquanto que  $\frac{\bar{x}^x}{x!}$  varia, evidentemente, com  $x$ .

Neste sentido, pode-se montar a igualdade:

$$y = e^{-\bar{x}} \quad \text{onde } \bar{x} = 5,17. \text{ portanto:}$$

$$y = e^{-5,17}$$

Como o expoente pertence ao conjunto dos números racionais negativos, terá que ser calculado através dos logarítmos.

Atribuindo-se  $\log$  a ambos os termos, vem:

$$\log y = \log e^{-5,17}$$

Aplicando-se a propriedade operatória para  $\log$  de potência, isto é,  $\log_a A^m = m \cdot \log_a A$ , pode-se escrever:

$$\log y = -5,17 \log e$$

Conhecida  $\log e$ , na base 10, como Constante Especial com o valor de 0,4342944..., vem: (Vide Anexo 1)

$$\log y = -5,17 (0,4342944)$$

$$\log y = -2,2453020$$

Agora o logarítmo deve ser transformado em logarítmo preparado, para que sua mantissa possa ser localizada nas tábuas, as quais só registram mantissas positivas. Para tanto, - basta tomar o  $\log$  no qual a característica está diminuída de uma unidade e cuja mantissa (positiva) se obtém subtraindo-se todos os algarismos da mantissa de 9, exceto o último, significativo, que se subtrai de 10.

Assim,

$$\log y = -(1 + 2) + (1 - 0,2453020)$$

$$\log y = -3 + 0,7546980$$

$$\log y = -\bar{3},7546980$$

Procurando-se agora nas tábuas de logarítmos o antilog, isto é, o número correspondente, vem:

$$y = 0,005684$$

Substituindo-se o valor de  $y$ , tem-se:

$$e^{-5,17} = 0,005684$$

Este cálculo, também pode ser feito de outra forma.



Sabe-se que:

$$e^{-5,17} = \frac{1}{e^{5,17}}$$

Aplicando-se log aos dois membros, resulta:

$$\log e^{-5,17} = 5,17 \log \frac{1}{e} \quad (\text{I})$$

Sabendo-se que o valor de  $\frac{1}{e} = 0,367879\dots$  pois  $e = 2,718281\dots$ , portanto,

$$\frac{1}{e} = \frac{1}{2,718281} = 0,367879\dots$$

O log de 0,367879 tem a característica  $\bar{1}$  e a mantissa 5657298, portanto:

$$\log \frac{1}{e} = \bar{1},5657056$$

Voltando à expressão (I) para multiplicar por ... 5,17, considera-se o complemento do logaritmo com a mantissa negativa:

$$5,17 \log \frac{1}{e} = 5,17 (-0,4342944) = -2,2453020$$

Preparando-se o logaritmo para se obter somente a característica negativa vem:

$$5,17 \log \frac{1}{e} = \bar{3},7546980$$

Procurando-se o antilog nas tábuas de logaritmos, tem-se:

$$e^{-5,17} = 0,005684$$

Lembra-se que o valor de  $e^{-\bar{x}}$  também pode ser procurado diretamente nas tabelas matemáticas (Vide Anexo 3), dispensando o cálculo através dos logaritmos.

Ainda, no caso de  $\bar{x}$  ser pertencente ao conjunto -

dos números naturais (inteiros positivos), pode-se dispensar - seu cálculo através dos logaritmos, pois sabe-se que  $e^{-\bar{x}} = (e^{-1})^{\bar{x}}$ . Basta, então, procurar o valor de  $e^{-1}$  nas tabelas matemáticas e elevá-lo à potência  $\bar{x}$  desejada (Vide Anexo 3).

Agora, conhecido o valor de  $e^{-\bar{x}}$ , passa-se a calcular as probabilidades sucessivas de se ter um quadrado com  $x$  - pontos, através da fórmula:

$$P_x = \frac{e^{-\bar{x}} \bar{x}^x}{x!}$$

Assim,

$$P_0 = \frac{(5,17)^0 \cdot 0,005684}{0!} = 0,005684$$

com aproximação para 4 dígitos após a vírgula, vem:

$$P_0 = 0,0057$$

Deve ser notado que para  $P_0$  é válida a igualdade:

$$P_0 = e^{-\bar{x}}$$

Daí, ao se obter diretamente das tabelas  $e^{-\bar{x}}$  corresponde ao próprio valor de  $P_0$ . (Anexo 3)

As demais probabilidades sucessivas podem ser obtidas por dois caminhos: ou continuando através da fórmula já conhecida ou por recorrência dada pela seguinte expressão, a partir de um  $P_x$  já conhecido:

$$P(x+1) = P(x) \cdot \frac{\bar{x}}{x+1}$$

Demonstra-se da seguinte forma:

$$I) P_x = \frac{e^{-\bar{x}} \cdot \bar{x}^x}{x!}$$

$$II) P(x+1) = \frac{e^{-\bar{x}} \cdot \bar{x}^{x+1}}{(x+1)!}$$

Dividindo-se II por I vem:

$$\frac{P(x+1)}{P(x)} = \frac{e^{-\bar{x}} \cdot \bar{x}^{x+1}}{(x+1)!} \cdot \frac{x!}{e^{-\bar{x}} \cdot \bar{x}^x}$$

$$\frac{P(x+1)}{P(x)} = \frac{\bar{x}^{x+1}}{(x+1)!} \cdot \frac{x!}{\bar{x}^x}$$

Tirando-se o valor de  $P(x+1)$ , tem-se:

$$P(x+1) = P(x) \cdot \frac{\bar{x}^{x+1}}{(x+1)!} \cdot \frac{x!}{\bar{x}^x}$$

Mas, sabe-se que  $(x+1)! = (x+1) \cdot x \cdot (x-1) \dots 1$

$$(x+1)! = (x+1) \cdot x!$$

Substituindo-se, vem:

$$P(x+1) = P(x) \cdot \frac{\bar{x}^{x+1}}{(x+1)x!} \cdot \frac{x!}{\bar{x}^x}$$

Lembra-se que na divisão os expoentes se subtraem dando:

$$\boxed{P(x+1) = P(x) \cdot \frac{\bar{x}}{x+1}} \quad \text{c.q.d.}$$

Dada a extrema facilidade da aplicação desta fórmula, passar-se-á a montar o quadro diretamente com os resultados, da mesma forma que foi feito para a amostra anterior:

| Probabilidade teórica de se obter um quadrado com x pontos<br>$P(x)$ | Frequência teórica de quadrados | Acerto para o total | Frequência teórica de quadrados acertada<br>( $f'_i$ ) |
|--|---------------------------------|---------------------|--|
| $P_0 = \frac{(5,17)^0 \cdot 0,005684}{0!} \approx 0,0057$            | 0,24                            |                     | 0,24   |
| $P_1 = \frac{5,17 \cdot 0,0057^{(*)}}{1} = 0,0295$                   | 1,24                            |                     | 1,24   |
| $P_2 = \frac{5,17 \cdot 0,0295}{2} = 0,0763$                         | 3,20                            | + 0,24              | 3,44   |
| $P_3 = \frac{5,17 \cdot 0,0763}{3} = 0,1315$                         | 5,52                            | + 0,24              | 5,76   |
| $P_4 = \frac{5,17 \cdot 0,1315}{4} = 0,1700$                         | 7,14                            | + 0,24              | 7,38   |
| $P_5 = \frac{5,17 \cdot 0,1700}{5} = 0,1758$                         | 7,38                            | + 0,24              | 7,62   |
| $P_6 = \frac{5,17 \cdot 0,1758}{6} = 0,1515$                         | 6,36                            | + 0,24              | 6,60   |
| $P_7 = \frac{5,17 \cdot 0,1515}{7} = 0,1119$                         | 4,70                            | + 0,24              | 4,94   |
| $P_8 = \frac{5,17 \cdot 0,1119}{8} = 0,0723$                         | 3,04                            |                     | 3,04   |
| $P_9 = \frac{5,17 \cdot 0,0723}{9} = 0,0415$                         | 1,74                            |                     | 1,74   |
| T O T A I S  | 40,56                           | + 1,44              | 42,00  |

(\*) - por recorrência.

Nesta amostra, o critério para decisão de retirada dos subconjuntos aparentemente alinhados obedeceu, em primeiro lugar, à observação da carta topográfica. Esta colocou em evidência um alinhamento serrano de direção N 70° E, o Morro do Jaguarê, tendo às suas bases a cidade de Embu. Constitui, no âmbito da amostra, uma crista tendo a vertente que se volta a SE acompanhada, na mesma direção, pelo rio Embu-Mirim, Ribeirão da Ressaca e Ribeirão Poã. É um exemplo típico de "Crista Mamelonizada" (Libault, 1971), podendo-se notar a inexistência de cortes transversais de pequenos filetes de drenagem.

Por outro lado, friza-se também que os rios antes apontados são concordes, através da análise do direcionamento dos segmentos da drenagem, com a posição da classe modal (..... N60° - 70°E). | Prancha 2.1.2(c) Seção 2.1.2 |.

Entretanto, para se chegar a um índice de dispersão mais próximo de 1 foi necessário escolher outro subconjunto representado por mais um alinhamento | Prancha 2.2.2.2(a) | . Assim, parece ter dado bons resultados a exclusão dos elementos do relevo que acompanham a margem direita do rio Embu-Mirim em direção nitidamente N-S. É importante ressaltar as direções ortogonais dos alinhamentos escolhidos, os quais acompanham a brusca inflexão do curso principal daquela bacia. Tem repercussão também na colocação de uma moda subsidiária, aproximadamente naquela direção, conforme o diagrama Polar dos segmentos da drenagem.

Controlando-se, paralelamente, os índices de dispersão para cada classe de amplitude topográfica, dentro de cada categoria de altitudes absolutas, verifica-se que de fato a melhor escolha se situaria nas classes de amplitudes 60-80 m e 80-100 m. Muito embora a classe de amplitudes 40-60 m da categoria I apresente um índice bastante elevado, não é significativo devido à ocorrência reduzida de elementos. Também no caso da categoria II o maior valor aparece na 2a. classe; porém, não é a modal em termos das ocorrências.

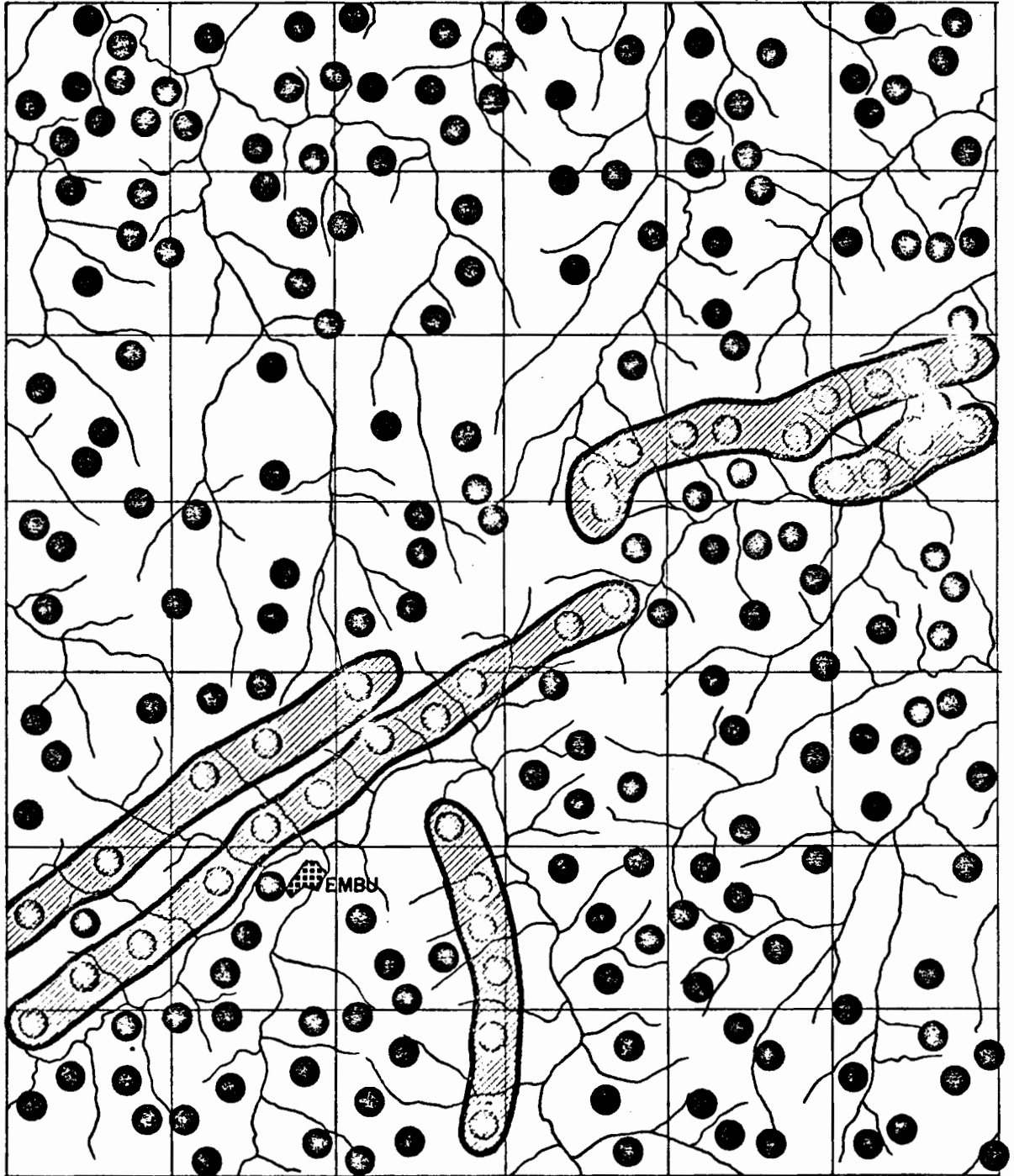
As classes escolhidas, no entanto, satisfazem as duas condições: apresentam alinhamentos bastante nítidos e contam com índices acima de 1 (um).

No que diz respeito à geologia, ela indica para aquela direção principal escolhida a presença de uma faixa de gnaisses em contato com xistos, seguindo o alinhamento da crista de morros que formam o Morro do Jaguaré. Também ocorre na mesma direção, um pouco mais a NW da amostra, uma zona de falhamento, a Falha de Caucaia, evidente pela presença de trecho fortemente milonitizado. Este alinhamento fixa o limite entre a Faixa Gnáissica Intermediária e o Complexo Cristalino. (Coutinho, 1972)

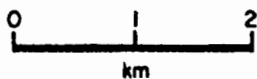
Já, a escolha do nítido alinhamento que acompanha a margem direita do rio Embu-Mirim tem explicação no resultado da superimposição hidrográfica pós-pleiocena referente ao Planalto Paulistano. Os cursos de água a procura de uma adaptação aos terrenos terciários e cristalinos determinaram uma anomalia na drenagem através de um cotovelo próximo a Embu. Concorre também, como reforço na identificação de alinhamentos de morros

## 2.2.2.2.(a).

### EMBU DISTRIBUIÇÃO POR PONTOS DOS ELEMENTOS DO RELEVO.



SUB-CONJUNTOS ORGANIZADOS A SEREM ELIMINADOS



na direção quase N-S, no trecho do rio Embu-Mirim a juzante de seu cotovelo, a inferência de uma falha. Conforme o DNPM (1972) esta falha segue o talvegue do mencionado rio em seu trecho N-S, prolongando-se a Norte até a Falha de Caucaia, além do Morro do Jaguarê.

A seguir, passa-se a trabalhar sem aqueles subconjuntos, considerados organizados, da mesma forma como visto para a amostra anterior:

| Matriz do número de pontos nos quadrados | Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Freqüência dos quadrados ( $f_i$ ) | ( $x_i f_i$ ) | ( $x_i^2 f_i$ ) |
|--|--|------------------------------------|---------------|-----------------|
| 9 7 8 3 6 7                              | 0                                      | 1                                  | 0             | 0               |
| 5 4 4 4 3 5                              | 1                                      | 3                                  | 3             | 3               |
| 4 2 3 1 3 1                              | 2                                      | 4                                  | 8             | 16              |
| 4 4 5 2 6 4                              | 3                                      | 6                                  | 18            | 54              |
| 4 2 0 5 4 6                              | 4                                      | 10                                 | 40            | 160             |
| 1 3 4 5 7 2                              | 5                                      | 8                                  | 40            | 200             |
| 5 8 5 3 5 8                              | 6                                      | 3                                  | 18            | 108             |
|  | 7                                      | 3                                  | 21            | 147             |
|  | 8                                      | 3                                  | 24            | 192             |
|  | 9                                      | 1                                  | 9             | 81              |
|  |  | 42                                 | 181           | 961             |

$$\bar{x} = \frac{181}{42} = 4,31$$

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 961 - \frac{181^2}{42} \right) = \frac{1}{41} (961 - 780,02) = 4,41$$

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{4,41}{4,31} = 1,02$$

Como se vê, o índice D resultou bastante satisfatório para se acreditar numa distribuição do tipo Poisson.

Controlando-se o mesmo índice para a distribuição constituída pelos elementos que foram retirados, vem:

| Matriz do número de pontos nos quadrados | Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência dos quadrados ( $f_i$ ) | ( $x_i f_i$ ) | ( $x_i^2 f_i$ ) |
|--|--|------------------------------------|---------------|-----------------|
| 0 0 0 0 0 0                              | 0                                      | 31                                 | 0             | 0               |
| 0 0 0 0 0 0                              | 1                                      | 2                                  | 2             | 2               |
| 0 0 0 2 4 7                              | 2                                      | 2                                  | 4             | 8               |
| 0 0 0 3 0 0                              | 3                                      | 2                                  | 6             | 18              |
| 0 4 5 0 0 0                              | 4                                      | 3                                  | 12            | 48              |
| 4 1 3 0 0 0                              | 5                                      | 1                                  | 5             | 25              |
| 1 0 2 0 0 0                              | 6                                      | 0                                  | 0             | 0               |
|  | 7                                      | 1                                  | 7             | 49              |
|  |  | 42                                 | 36            | 150             |

$$\bar{x} = \frac{36}{42} = 0,86$$

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 150 - \frac{36^2}{42} \right) = \frac{1}{41} (150 - 30,86) = 2,91$$

$$\frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{2,91}{0,86} = 3,38$$

De fato, o índice apresenta um valor bastante elevado, indicando, portanto, um processo concentrado.

A taxa de organização fica:

$$\frac{36}{217} = 0,17,$$

o que mostra que bastaram poucos elementos para evidenciar a organização, deixando o conjunto complementar com características de distribuição aleatória. Comprova pouca organização dentro da área da amostra.

Para o cálculo da distribuição teórica, monta-se o quadro das probabilidades esperadas, sendo estas extraídas das tabelas matemáticas para  $M \cong \bar{x} = 4,31 \cong 4,3$  com arredondamento para quatro dígitos após a vírgula.



| Probabilidade teórica de se obter um quadrado com x pontos P(x) | Frequência teórica de quadrados | Acerto para o total | Frequência teórica de quadrados acertada (f' <sub>i</sub> ) |
|---|---------------------------------|---------------------|---|
| P <sub>0</sub> = 0,0136   | 0,57                            |                     | 0,57  |
| P <sub>1</sub> = 0,0584   | 2,45                            |                     | 2,45  |
| P <sub>2</sub> = 0,1254   | 5,27                            |                     | 5,27  |
| P <sub>3</sub> = 0,1798   | 7,55                            | + 0,25              | 7,80  |
| P <sub>4</sub> = 0,1933   | 8,12                            | + 0,25              | 8,37  |
| P <sub>5</sub> = 0,1662   | 6,98                            | + 0,05              | 7,03  |
| P <sub>6</sub> = 0,1191   | 5,00                            |                     | 5,00  |
| P <sub>7</sub> = 0,0732   | 3,07                            |                     | 3,07  |
| P <sub>8</sub> = 0,0393   | 1,65                            |                     | 1,65  |
| P <sub>9</sub> = 0,0188   | 0,79                            |                     | 0,79  |
|   | 41,45                           | + 0,55              | 42,00   |

Para melhor controle, no sentido de se observarem tendências de maior ou menor aproximação entre as distribuições observadas e esperadas referentes às duas etapas, passa-se a aplicar o teste de aderência  $\chi^2$  (Qui-Quadrado), como foi feito - no caso da amostra anterior.

1a. Etapa: considerando-se todos os elementos

| Número de pontos no quadrado (x <sub>i</sub> ) | Frequência esperada (f') | Frequência observada (f) | $\frac{(f' - f)^2}{f'}$ |
|--|--------------------------|--------------------------|-------------------------|
| 0  | 0,24                     | 0                        | 0,25                    |
| 1  | 1,24                     | 0                        | 1,24                    |
| 2  | 3,44                     | 2                        | 0,60                    |
| 3  | 5,76                     | 5                        | 0,10                    |
| 4  | 7,38                     | 10                       | 0,93                    |
| 5  | 7,62                     | 9                        | 0,25                    |
| 6  | 6,60                     | 5                        | 0,39                    |
| 7  | 4,94                     | 6                        | 0,23                    |
| 8  | 3,04                     | 4                        | 0,30                    |
| 9  | 1,74                     | 1                        | 0,32                    |
| T O T A I S                                    | 42,00                    | 42                       | $\chi^2_{c1} = 4,61$    |

$\alpha = 5\%$  e  $\phi = 8$

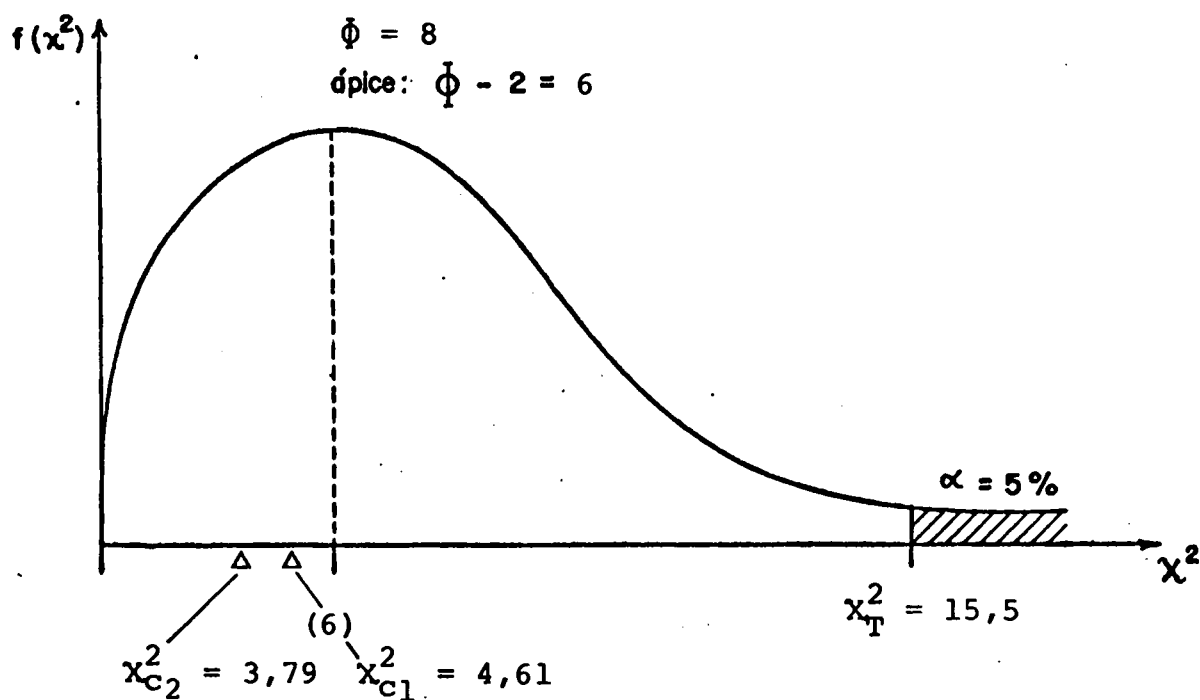
2a. Etapa: eliminando-se os elementos organizados:

| Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência esperada ( $f'$ ) | Frequência observada ( $f$ ) | $\frac{(f' - f)^2}{f'}$ |
|--|------------------------------|------------------------------|-------------------------|
| 0                                      | 0,57                         | 1                            | 0,32                    |
| 1                                      | 2,45                         | 3                            | 0,12                    |
| 2                                      | 5,52                         | 4                            | 0,42                    |
| 3                                      | 7,80                         | 6                            | 0,42                    |
| 4                                      | 8,17                         | 10                           | 0,41                    |
| 5                                      | 6,98                         | 8                            | 0,15                    |
| 6                                      | 5,00                         | 3                            | 0,80                    |
| 7                                      | 3,07                         | 3                            | 0                       |
| 8                                      | 1,65                         | 3                            | 1,10                    |
| 9                                      | 0,79                         | 1                            | 0,05                    |
| T O T A I S                            | 42,00                        | 42                           | $\chi_{C2}^2 = 3,79$    |

$\alpha = 5\%$  e  $\phi = 8$ .

Para o caso, o valor de  $\chi_T^2$  para 7 graus de liberdade dentro de um nível de significância de 5% tem-se  $\chi_T^2 = 15,5$ .

Colocando-se o  $\chi_{C1}^2$ ,  $\chi_{C2}^2$  e  $\chi_T^2$  no gráfico relativo a 7 graus de liberdade, de modo generalizado tem-se o seguinte posicionamento:



A mesma ressalva feita para a Serra da Cantareira é válida para esta amostra.

De fato, embora pelo teste preliminar de  $D \approx 1$  a primeira etapa não acompanhasse a distribuição de Poisson e pelo de aderência seguisse plausivelmente aquele processo, verifica-se, ao preparar a 2a. etapa, uma sensível melhoria na aderência, o que confirma mais uma vez a prerrogativa colocada em teste.

### 2.2.2.3. São Lourenço da Serra

Para simplificar, apresentar-se-á o raciocínio através de quadros. Quando se faz necessário, uma explicação - mais detalhada acompanha o roteiro.

Desta forma, monta-se o primeiro quadro que além de mostrar a frequência dos quadrados observada permite o cálculo de índice D.

| Matriz do número de pontos nos quadrados | Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência dos quadrados ( $f_i$ ) | $(x_i f_i)$ | $(x_i^2 x_i)$ |
|--|--|------------------------------------|-------------|---------------|
| 4 7 6 6 6 5                              | 0                                      | 0                                  | 0           | 0             |
| 7 5 5 8 8 5                              | 1                                      | 0                                  | 0           | 0             |
| 7 5 8 8 11 8                             | 2                                      | 0                                  | 0           | 0             |
| 9 3 9 3 9 3                              | 3                                      | 6                                  | 18          | 54            |
| 8 10 8 10 9 3                            | 4                                      | 3                                  | 12          | 48            |
| 4 4 7 5 9 5                              | 5                                      | 8                                  | 40          | 200           |
| 3 7 5 3 8 8                              | 6                                      | 3                                  | 18          | 108           |
|  | 7                                      | 5                                  | 35          | 245           |
|  | 8                                      | 9                                  | 72          | 576           |
|  | 9                                      | 5                                  | 45          | 405           |
|  | 10                                     | 2                                  | 20          | 200           |
|  | 11                                     | 1                                  | 11          | 121           |
|  |  | 42                                 | 271         | 1.957         |

$$\bar{x} = \frac{271}{42} = 6,45$$

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 1.957 - \frac{271^2}{42} \right) = \frac{1}{41} (1.957 - 1.748,60) = 5,08$$

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{5,08}{6,45} = 0,79$$

O índice de dispersão, calculado através da relação variância/média mostra, para o caso, uma distribuição mais sistemática, menos dispersa que aleatória.

Portanto, também nesta amostra a evolução das formas do relevo tenderia a se aprimorar de maneira organizada.

Dada a densidade média, que representa a estimativa da média, ser maior que 5, não é encontrada com o decimal após a vírgula nas tabelas. Neste caso, poder-se-ia efetuar os cálculos para encontrar  $P_0$  através dos logarítmos, tal como foi feito para o caso da amostra Embu. Obtido este primeiro resultado, continuar-se-ia a seqüência das probabilidades através da aplicação da fórmula de recorrência, anteriormente demonstrada.

Assim viria:

$$\begin{aligned} y &= e^{-6,45} \\ \log y &= \log e^{-6,45} \\ \log y &= -6,45 \cdot 0,4342944 \\ \log y &= -2,8011988 \\ \log y &= \bar{3},1988012 \\ y &= 0,001581 \\ e^{-6,45} &= 0,001581 \end{aligned}$$

Fazendo-se a aproximação para 4 dígitos após a vírgula, ter-se-ia:

$$e^{-6,45} = 0,0016$$

Entretanto, é desnecessário proceder desta forma, pois lembra-se que  $e^{-6,45} = e^{-3} \cdot e^{-3,45}$ , ambos tabelados (Anexo 3):

$$e^{-3} = 0,4979$$

$$e^{-3,45} = 0,03175$$

$$e^{-3} \cdot e^{-3,45} = 0,001581$$

com a aproximação, resulta que:

$$e^{-6,45} = 0,0016$$

Montando-se o quadro:

| Probabilidade teórica de se obter um quadrado com $x$ pontos<br>$P(x)$ | Frequência teórica de quadrados | Acerto para o total | Frequência teórica de quadrados acertada<br>( $f'_i$ ) |
|--|---------------------------------|---------------------|--|
| $P_0 = \frac{(6,45)^0 \cdot 0,0016}{0!} = 0,0016$                      | 0,07                            |                     | 0,07   |
| $P_1 = \frac{6,45 \cdot 0,0016}{1} = 0,0103$ (*)                       | 0,43                            |                     | 0,43   |
| $P_2 = \frac{6,45 \cdot 0,0103}{2} = 0,0332$                           | 1,39                            |                     | 1,39   |
| $P_3 = \frac{6,45 \cdot 0,0332}{3} = 0,0714$                           | 3,00                            |                     | 3,00   |
| $P_4 = \frac{6,45 \cdot 0,0714}{4} = 0,1151$                           | 4,83                            |                     | 4,83   |
| $P_5 = \frac{6,45 \cdot 0,1151}{5} = 0,1485$                           | 6,24                            | + 0,24              | 6,48   |
| $P_6 = \frac{6,45 \cdot 0,1485}{6} = 0,1596$                           | 6,70                            | + 0,24              | 6,94   |
| $P_7 = \frac{6,45 \cdot 0,1596}{7} = 0,1471$                           | 6,18                            | + 0,24              | 6,42   |
| $P_8 = \frac{6,45 \cdot 0,1471}{8} = 0,1186$                           | 4,98                            | + 0,24              | 5,22   |
| $P_9 = \frac{6,45 \cdot 0,1186}{9} = 0,0850$                           | 3,57                            |                     | 3,57   |
| $P_{10} = \frac{6,45 \cdot 0,0850}{10} = 0,0548$                       | 2,30                            |                     | 2,30   |
| $P_{11} = \frac{6,45 \cdot 0,0548}{11} = 0,0321$                       | 1,35                            |                     | 1,35   |
| <b>T O T A I S</b>   | <b>41,04</b>                    | <b>+ 0,96</b>       | <b>42,00</b>   |

(\*) por recorrência

Observando-se detidamente a carta topográfica da amostra em questão, pode-se notar uma tendência na percepção de alinhamentos ou conjuntos organizados de elementos do relevo da

forma considerada. Isto permitiu detectar sobre a Prancha .... 2.2.2.3(a), convenientemente elaborada, aqueles agrupamentos, - os quais seguem, a grosso modo, uma direção NNE-SSW, perfeita - mente marcada pelo rio São Lourenço e Ribeirão da Barrinha. Is - to vem de encontro com a posição da moda, aproximadamente naque - la direção, por ocasião da confecção do Diagrama Polar dos Seg - mentos da Drenagem referente à rede hidrográfica da amostra em epígrafe. [Prancha 2.1.2(d) seção 2.1.2]

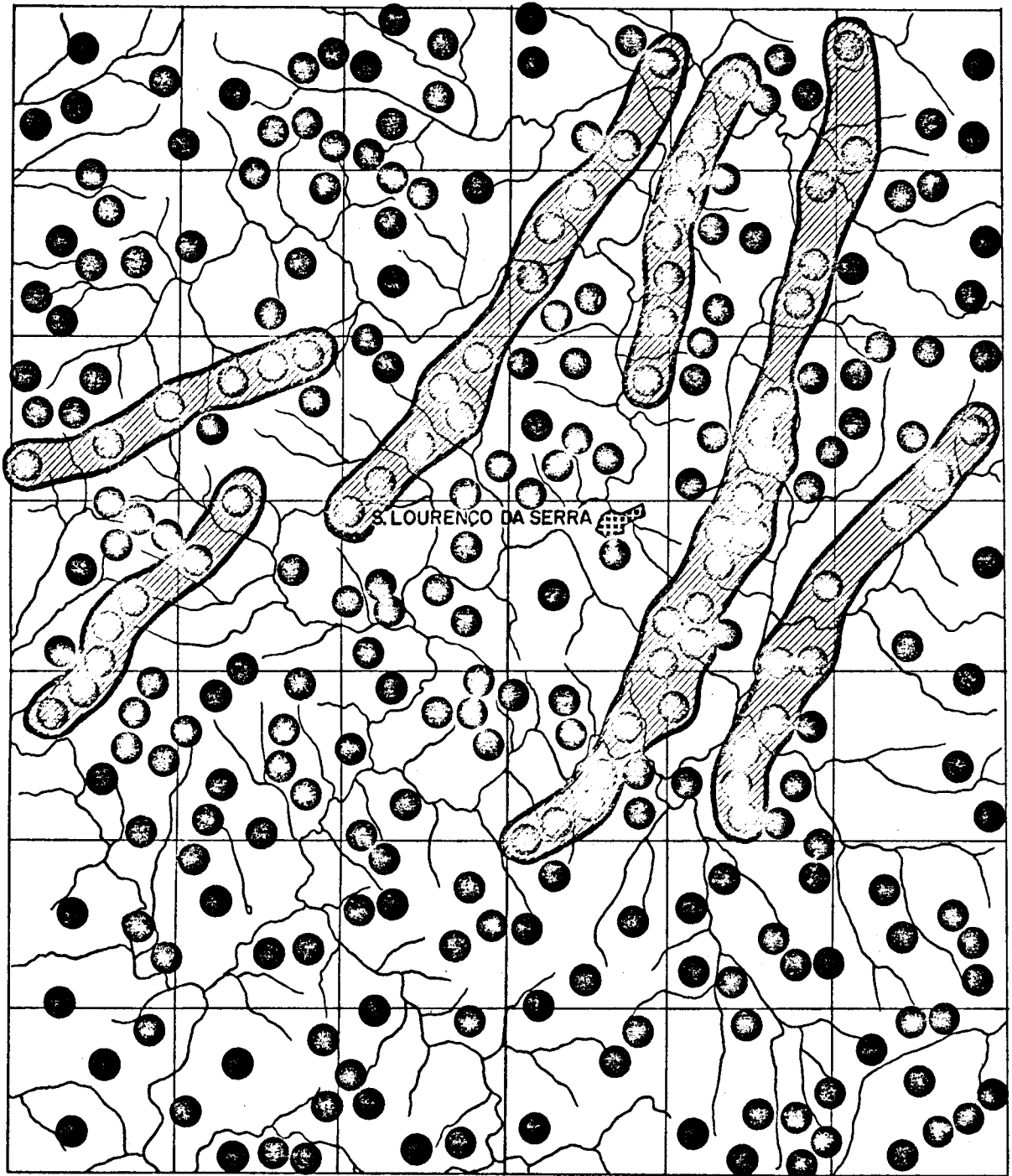
Preferiu-se, então, escolher agrupamentos que en - globassem elementos do relevo classificados dentro da categoria I e II, dando-se ênfase às classes 40 a 60 m e 60 a 80 m respec - tivamente. Através da consulta ao quadro dos índices D, verifi - ca-se que aquelas categorias detêm os maiores valores. Isto - vem de encontro também, através de certo paralelismo, com a pró - pria geologia [Prancha 1.6.2.3(b)] , a qual aponta a presença de um corpo granitóide acompanhando a drenagem principal. Além - deste fato concorre a direção da xistosidade, apresentando cer - ta coerência com os subconjuntos escolhidos. (Sadowki e Hasui, inédito)

Assim, retirados aqueles subconjuntos tidos como organizados, monta-se o quadro das freqüências dos quadrados, o qual permite também o cálculo do índice de dispersão:

| Matriz do número de pontos nos quadrados | Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Freqüência dos quadrados ( $f_i$ ) | $(x_i f_i)$ | $(x_i^2 f_i)$ |
|--|--|------------------------------------|-------------|---------------|
| 4 7 6 4 3 3                              | 0                                      | 0                                  | 0           | 0             |
| 7 5 5 2 4 5                              | 1                                      | 2                                  | 2           | 2             |
| 4 2 3 7 7 6                              | 2                                      | 4                                  | 8           | 16            |
| 6 1 8 2 1 2                              | 3                                      | 6                                  | 18          | 54            |
| 6 10 8 5 4 3                             | 4                                      | 7                                  | 28          | 112           |
| 4 4 7 5 9 5                              | 5                                      | 7                                  | 35          | 175           |
| 3 7 5 3 8 8                              | 6                                      | 4                                  | 24          | 144           |
|  | 7                                      | 6                                  | 42          | 294           |
|  | 8                                      | 4                                  | 32          | 256           |
|  | 9                                      | 1                                  | 9           | 82            |
|  | 10                                     | 1                                  | 10          | 100           |
|  |  | 42                                 | 208         | 1.234         |

## 2.2.2.3.(a)

### SÃO LOURENÇO DA SERRA DISTRIBUIÇÃO POR PONTOS DOS ELEMENTOS DO RELEVO.



SUB-CONJUNTOS ORGANIZADOS A SEREM ELIMINADOS



$$\bar{x} = \frac{208}{42} = 4,95$$

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 1.234 - \frac{208^2}{42} \right) = \frac{1}{41} (1.234 - 1.030,10) = 4,97$$

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{4,97}{4,95} = 1,00$$

No que tange ao resultado do teste preliminar, baseado no índice D, poder-se-ia dizer que a escolha dos subconjuntos retirados teria satisfeito plenamente as condições de uma aleatoriedade para os elementos indiferentes.

Controlando-se o mesmo índice para os subconjuntos organizados, tem-se o seguinte:

| Matriz do número de pontos nos quadrados | Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência dos quadrados ( $f_i$ ) | ( $x_i f_i$ ) | ( $x_i^2 f_i$ ) |
|--|--|------------------------------------|---------------|-----------------|
| 0 0 0 2 3 2                              | 0                                      | 22                                 | 0             | 0               |
| 0 0 0 6 4 0                              | 1                                      | 4                                  | 4             | 4               |
| 3 3 5 1 4 2                              | 2                                      | 5                                  | 10            | 20              |
| 3 2 1 1 8 1                              | 3                                      | 4                                  | 12            | 36              |
| 2 0 0 5 5 0                              | 4                                      | 2                                  | 8             | 32              |
| 0 0 0 0 0 0                              | 5                                      | 3                                  | 15            | 75              |
| 0 0 0 0 0 0                              | 6                                      | 1                                  | 6             | 36              |
|  | 7                                      | 0                                  | 0             | 0               |
|  | 8                                      | 1                                  | 8             | 64              |
|  |  | 42                                 | 63            | 267             |

$$\bar{x} = \frac{63}{42} = 1,50$$

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 267 - \frac{63^2}{42} \right) = \frac{1}{41} (267 - 94,50) = 4,21$$

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{4,21}{1,50} = 2,81$$

O resultado mostra um índice bastante elevado, o que comprova a alta organização e concentração dos agrupamentos retirados.



A taxa de organização:

$$\frac{63}{271} = 0,23$$

mostra, também para este caso, uma certa dificuldade para se chegar a um resultado plausível para D. Quase a quarta parte dos elementos da amostra foram removidos para, em várias iterações, obter-se aquele indicador muito próximo de 1.

Para o cálculo da distribuição teórica das frequências dos quadrados com 1, 2, 3, ... pontos, no caso em epígrafe, preferiu-se trabalhar com logaritmos, para se chegar a aplicar a fórmula da distribuição de Poisson. Obtido o valor de  $P_0$ , que coincide com  $e^{-\bar{x}}$  (\*), a seqüência das probabilidades é calculada por recorrência:

$$\begin{aligned} y &= e^{-4,95} \\ \log y &= \log e^{-4,95} \\ \log y &= -4,95 \log e \\ \log y &= -4,95 \cdot 0,4342944 \\ \log y &= -2,1497573 \\ \log y &= \bar{3},8502427 \\ y &= 0,007084 \\ y &= 0,0071, \text{ com 4 dígitos após a vírgula.} \end{aligned}$$

Monta-se, então, a tabela a seguir, na qual aparecem os valores das probabilidades teóricas de se obter um quadrado com x pontos; numa segunda coluna coloca-se a frequência teórica dos quadrados, que é obtida multiplicando-se os valores das probabilidades pela frequência total dos quadrados (42); a terceira coluna mostra a distribuição dos acertos para se obter a soma igual a 42, a qual aparece ajustada na última coluna:

---

(\*) - Lembra-se que é mais cômodo o procedimento apontado anteriormente ( $e^{-2} \cdot e^{-2,95} = e^{-4,95}$ ).

| Probabilidade teórica de se obter um quadrado com x pontos<br>$P(x)$ | Frequência teórica de quadrados | Acerto para o total | Frequência teórica de quadrados acertada<br>( $f'_i$ ) |
|--|---------------------------------|---------------------|--|
| $P_0 = \frac{(4,95)^0 \cdot 0,0071}{0!} = 0,0071$                    | 0,30                            |                     | 0,30   |
| $P_1 = \frac{4,95 \cdot 0,0071^{(*)}}{1} = 0,0351$                   | 1,47                            |                     | 1,47   |
| $P_2 = \frac{4,95 \cdot 0,0351}{2} = 0,0869$                         | 3,65                            |                     | 3,65   |
| $P_3 = \frac{4,95 \cdot 0,0869}{3} = 0,1434$                         | 6,02                            |                     | 6,02   |
| $P_4 = \frac{4,95 \cdot 0,1434}{4} = 0,1775$                         | 7,46                            | + 0,23              | 7,69   |
| $P_5 = \frac{4,95 \cdot 0,1775}{5} = 0,1757$                         | 7,38                            | + 0,23              | 7,61   |
| $P_6 = \frac{4,95 \cdot 0,1757}{6} = 0,1450$                         | 6,09                            |                     | 6,09   |
| $P_7 = \frac{4,95 \cdot 0,1450}{7} = 0,1025$                         | 4,31                            |                     | 4,31   |
| $P_8 = \frac{4,95 \cdot 0,1025}{8} = 0,0634$                         | 2,66                            |                     | 2,66   |
| $P_9 = \frac{4,95 \cdot 0,0634}{9} = 0,0349$                         | 1,47                            |                     | 1,47   |
| $P_{10} = \frac{4,95 \cdot 0,0349}{10} = 0,0173$                     | 0,73                            |                     | 0,73   |
| <b>T O T A I S</b>   | <b>41,54</b>                    | <b>+ 0,46</b>       | <b>42,00</b>   |

(\*) por recorrência

Para a aplicação do teste Qui-Quadrado em ambas as etapas entre as frequências observadas e frequências esperadas, tem-se:

1a. Etapa: considerando-se todos os elementos.

| Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência esperada ( $f'$ ) | Frequência observada ( $f$ ) | $\frac{(f' - f)^2}{f'}$ |
|--|------------------------------|------------------------------|-------------------------|
| 0                                      | 0,07                         | 0                            | 0                       |
| 1                                      | 0,43                         | 0                            | 0,42                    |
| 2                                      | 1,39                         | 0                            | 1,39                    |
| 3                                      | 3,00                         | 6                            | 3,00                    |
| 4                                      | 5,07                         | 3                            | 0,84                    |
| 5                                      | 6,48                         | 8                            | 0,36                    |
| 6                                      | 6,94                         | 3                            | 2,24                    |
| 7                                      | 6,42                         | 5                            | 0,31                    |
| 8                                      | 4,98                         | 9                            | 3,24                    |
| 9                                      | 3,57                         | 5                            | 0,57                    |
| 10                                     | 2,30                         | 2                            | 0,04                    |
| 11                                     | 1,35                         | 1                            | 0,09                    |
| <b>T O T A I S</b>                     | <b>42,00</b>                 | <b>42</b>                    | $\chi_{C1}^2 = 12,50$   |

$\alpha = 5\%$  e  $\phi = 10$

2a. Etapa: eliminando-se os elementos organizados.

| Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência esperada ( $f'$ ) | Frequência observada ( $f$ ) | $\frac{(f' - f)^2}{f'}$ |
|--|------------------------------|------------------------------|-------------------------|
| 0                                      | 0,30                         | 0                            | 0,30                    |
| 1                                      | 1,47                         | 2                            | 0,19                    |
| 2                                      | 3,65                         | 4                            | 0,03                    |
| 3                                      | 6,02                         | 6                            | 0                       |
| 4                                      | 7,69                         | 7                            | 0,06                    |
| 5                                      | 7,61                         | 7                            | 0,05                    |
| 6                                      | 6,09                         | 4                            | 0,72                    |
| 7                                      | 4,31                         | 6                            | 0,66                    |
| 8                                      | 2,66                         | 4                            | 0,68                    |
| 9                                      | 1,47                         | 1                            | 0,15                    |
| 10                                     | 0,73                         | 1                            | 0,10                    |
| <b>T O T A I S</b>                     | <b>42,00</b>                 | <b>42</b>                    | $\chi_{C2}^2 = 2,94$    |

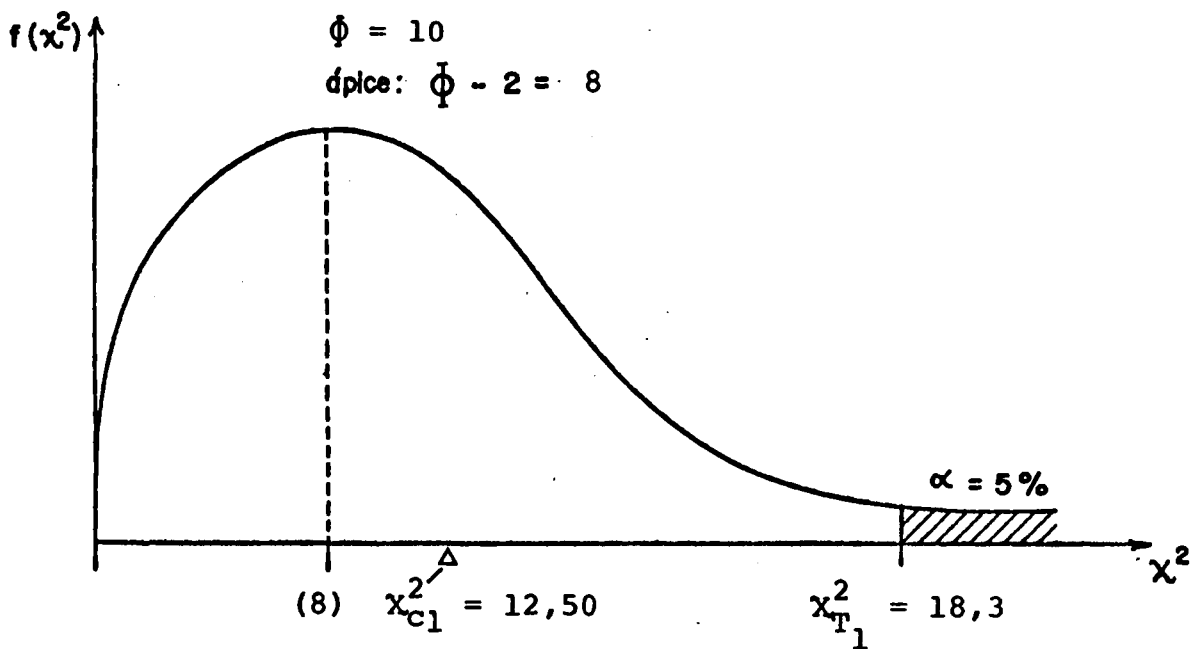
Aqui, os graus de liberdade se igualam a 9, pois o número de classes ficou reduzido a 11. Ao se retirarem subconjuntos organizados, deixou de existir a classe de quadrado -

com 11 pontos.

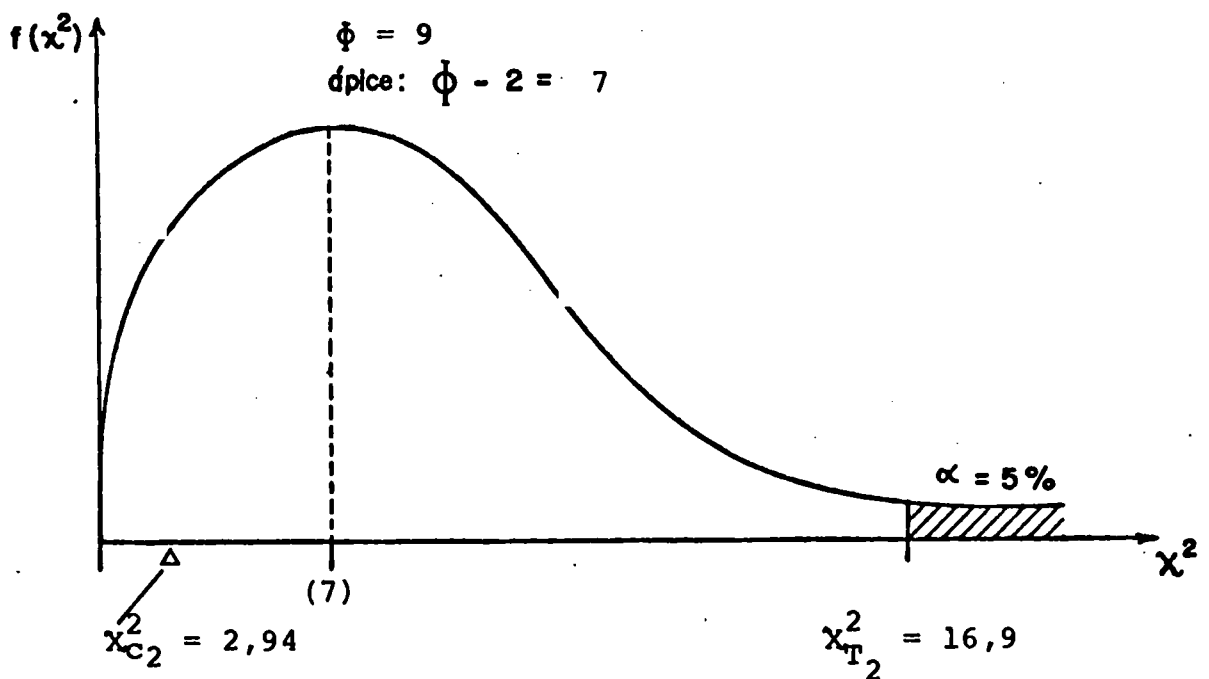
$$\alpha = 5\% \quad e \quad \phi = 9$$

Nos gráficos esquemáticos da distribuição  $f(x^2)$ ,  
tem-se as seguintes posições:

a) para o caso de  $\phi = 10$



b) para o caso de  $\phi = 9$



Esta amostra foi bem sucedida, no que tange em - ser o melhor exemplo de uma quase perfeita aderência ao modelo de Poisson, uma vez retirados os elementos que por fatos determinísticos se apresentavam organizados.

Por outro lado, as várias iterações feitas para - escolher aqueles subconjuntos levou a um resultado praticamente ideal para o teste preliminar. Neste caso, então, pode-se dizer que a média é bastante próxima da variância na prática, um fato geral que caracteriza a distribuição de Poisson.

#### 2.2.2.4. Parelheiros

Continuando o mesmo procedimento, esta amostra - também terá um tratamento obedecendo os moldes já apresentados.

| Matriz do número de pontos nos quadrados | Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência dos quadrados ( $f_i$ ) | $(x_i f_i)$ | $(x_i^2 f_i)$ |
|--|--|------------------------------------|-------------|---------------|
| 8 6 6 10 7 9                             | 0                                      | 0                                  | 0           | 0             |
| 5 8 9 6 7 5                              | 1                                      | 1                                  | 1           | 1             |
| 10 6 4 4 1 5                             | 2                                      | 2                                  | 4           | 8             |
| 5 7 6 7 5 7                              | 3                                      | 3                                  | 9           | 27            |
| 3 3 10 11 11 9                           | 4                                      | 2                                  | 8           | 32            |
| 2 2 3 9 7 10                             | 5                                      | 6                                  | 30          | 150           |
| 12 7 5 11 12 11                          | 6                                      | 5                                  | 30          | 180           |
|  | 7                                      | 7                                  | 49          | 343           |
|  | 8                                      | 2                                  | 16          | 128           |
|  | 9                                      | 4                                  | 36          | 324           |
|  | 10                                     | 4                                  | 40          | 400           |
|  | 11                                     | 4                                  | 44          | 484           |
|  | 12                                     | 2                                  | 24          | 288           |
|  |  | 42                                 | 291         | 2.365         |

$$\bar{x} = \frac{291}{42} = 6,93$$

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 2.365 - \frac{291^2}{42} \right) = \frac{1}{41} (2.365 - 2.016,2) = 8,51$$

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{8,51}{6,93} = 1,23$$

Neste caso, o índice de dispersão forneceu um resultado acima de 1. Significa que a distribuição tem tendência a ser do tipo concentrado.

A evolução do relevo estaria dando chance às causas organizadas com tendências ao aspecto concentrado na paisagem.

Também aqui o valor de  $\bar{x}$  é maior que 5, não sendo encontrado nas tabelas. Entretanto, como é igual a 6,93, poder-se-ia aproximar para 7,00 e comodamente usar as tabelas. Mas preferiu-se conservar os quebrados e efetuar os cálculos mediante os logaritmos, até se chegar ao  $P_0$  e daí em diante obter as demais probabilidades por recorrência. (\*)

Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} y &= e^{-6,93} \\ \log y &= \log e^{-6,93} \\ \log y &= -6,93 \cdot \log e \\ \log y &= -6,93 \cdot 0,4342944 \\ \log y &= -3,0096602 \\ \log y &= \bar{4},9903398 \\ y &= 0,000978 \approx 0,0010 \end{aligned}$$

Montando-se o quadro, vem:

---

(\*) - Lembra-se do procedimento mais cômodo:  $e^{-3} \cdot e^{-3,93} = e^{-6,93}$ . Os valores são encontrados no Anexo 3.

| Probabilidade teórica de se obter um quadrado com $x$ pontos<br>$P(x)$ | Frequência teórica de quadrados | Acerto para o total | Frequência teórica de quadrados acertada<br>( $f'_i$ ) |
|--|---------------------------------|---------------------|--|
| $P_0 = \frac{(6,93)^0 \cdot 0,0010}{0!} = 0,0010$                      | 0,04                            |                     | 0,04   |
| $P_1 = \frac{6,93 \cdot 0,0010}{1} = 0,0069$ (*)                       | 0,29                            |                     | 0,29   |
| $P_2 = \frac{6,93 \cdot 0,0069}{2} = 0,0239$                           | 1,00                            |                     | 1,00   |
| $P_3 = \frac{6,93 \cdot 0,0239}{3} = 0,0552$                           | 2,32                            |                     | 2,32   |
| $P_4 = \frac{6,93 \cdot 0,0552}{4} = 0,0956$                           | 4,02                            |                     | 4,02   |
| $P_5 = \frac{6,93 \cdot 0,0956}{5} = 0,1325$                           | 5,57                            | + 0,09              | 5,66   |
| $P_6 = \frac{6,93 \cdot 0,1325}{6} = 0,1530$                           | 6,43                            | + 0,09              | 6,52   |
| $P_7 = \frac{6,93 \cdot 0,1530}{7} = 0,1515$                           | 6,36                            | + 0,09              | 6,45   |
| $P_8 = \frac{6,93 \cdot 0,1515}{8} = 0,1312$                           | 5,51                            | + 0,09              | 5,60   |
| $P_9 = \frac{6,93 \cdot 0,1312}{9} = 0,1010$                           | 4,24                            |                     | 4,24   |
| $P_{10} = \frac{6,93 \cdot 0,1010}{10} = 0,0700$                       | 2,94                            |                     | 2,94   |
| $P_{11} = \frac{6,93 \cdot 0,0700}{11} = 0,0441$                       | 1,85                            |                     | 1,85   |
| $P_{12} = \frac{6,93 \cdot 0,0441}{12} = 0,0255$                       | 1,07                            |                     | 1,07   |
| <b>T O T A I S</b>   | <b>41,64</b>                    | <b>+ 0,36</b>       | <b>42,00</b>   |

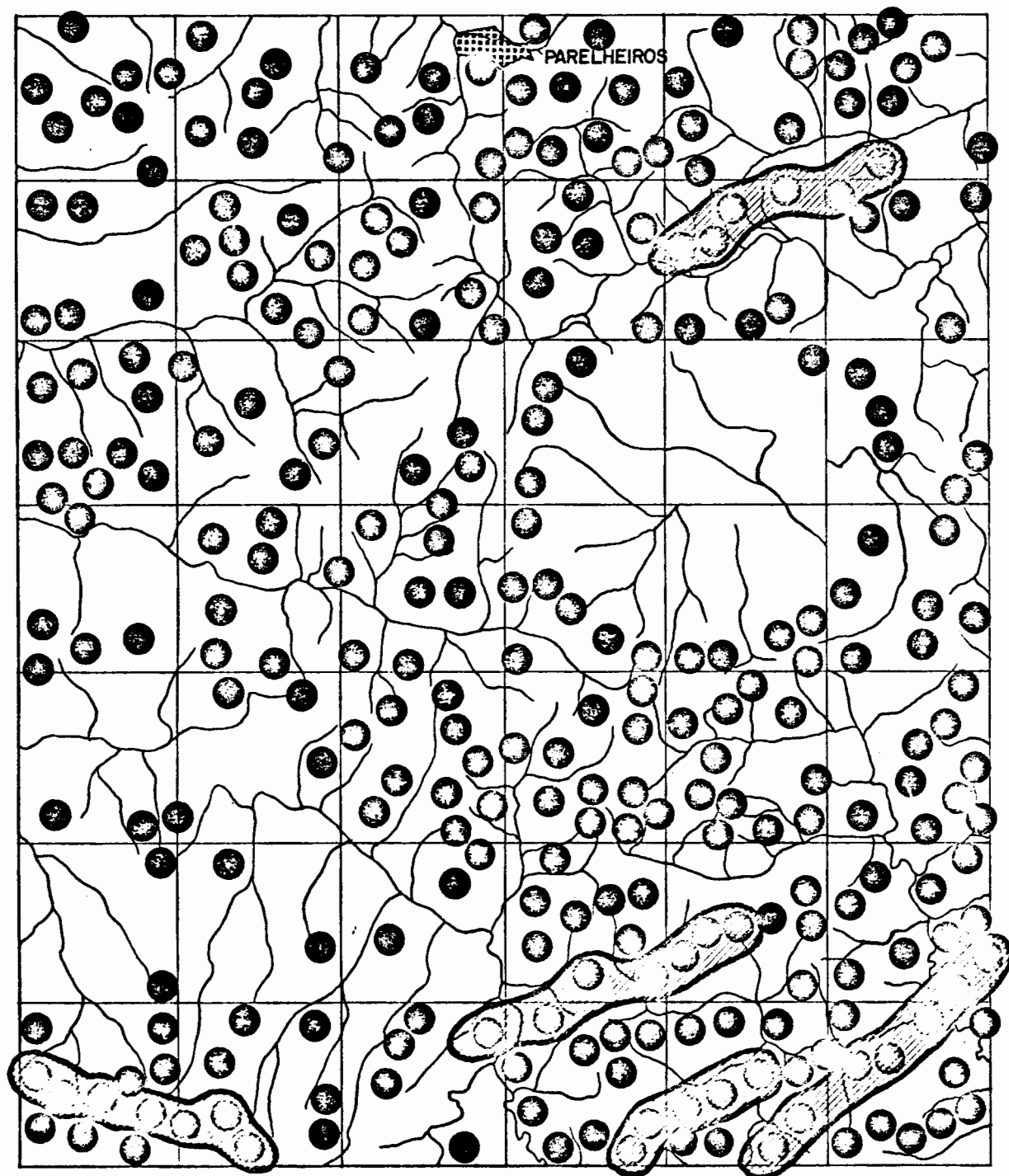
(\*) por recorrência.

A observação desta amostra sugere, num primeiro lance, a retirada do conjunto que configura o contorno circular da depressão topográfica circular nas proximidades de Colônia, já comentada anteriormente. Entretanto, esta tentativa não deu um bom resultado para um índice de dispersão ideal ( $\approx 1$ ).

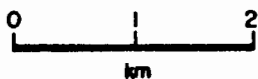
Por outro lado, pode-se notar nitidamente uma certa concentração de elementos do relevo, assinalados na carta - por símbolos convenientes [Prancha 2.2.2.4(a)], na porção Sudeste, evidenciando claramente alinhamentos segundo a direção WSW-ENE. Mesmo fato pode ser comprovado através da análise da car

# 2.2.2.4(a)

## PARELHEIROS DISTRIBUIÇÃO POR PONTOS DOS ELEMENTOS DO RELEVO.



SUB-CONJUNTOS ORGANIZADOS A SEREM ELIMINADOS





ta topográfica. [Prancha 1.6.2.4(a)]

O Mapa Geológico [Prancha 1.6.2.4(b)] , por sua vez, atribui a presença de um corpo de migmatitos granitóides - de direção WSW-ENE, em contato com a área de xistos, à porção da amostra onde aqueles elementos mostram-se aglutinados. Da mesma forma, a análise do Diagrama Polar dos Segmentos da Drenagem, para a amostra em questão, coloca também em evidência duas modas no quadrante NE, correspondendo às classes  $N30^{\circ}-40^{\circ}E$  e  $N60^{\circ}-70^{\circ}E$ . Em paralelo com as demais amostras, aparece a predominância dos segmentos da classe  $N0^{\circ}-10^{\circ}E$ , que no caso não acompanharam os principais direcionamentos dos subconjuntos organizados. [Prancha 2.1.2(e), Secção 2.1.2]

O quadro matriz dos índices de dispersão coloca - os maiores valores na classe de amplitudes 60 a 80 metros para ambas as categorias, isto, se for levado em conta a posição da moda.

Apesar da classe mais numerosa estar na categoria II, a escolha de alinhamentos com aqueles elementos não satisfiz o teste do índice de dispersão. De fato, a maior concentração espacial se registra entre os elementos da categoria I.

Entretanto, as classes modais da categoria II não foram completamente negligenciadas. As iterações permitiram introduzir dois subconjuntos com aqueles elementos: um na parte - Nordeste e outro no extremo Sudoeste da amostra em epígrafe. - Ambos abrangem, em maioria, elementos da classe 40-60 m.

Agora, fazendo-se a verificação para os alinhamentos escolhidos, vem:

| Matriz do número de pontos nos quadrados | Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência dos quadrados ( $f_i$ ) | ( $x_i f_i$ ) | ( $x_i^2 f_i$ ) |
|--|--|------------------------------------|---------------|-----------------|
| 8 6 6 10 7 8                             | 0                                      | 0                                  | 0             | 0               |
| 5 8 9 6 3 4                              | 1                                      | 1                                  | 1             | 1               |
| 10 6 4 4 1 5                             | 2                                      | 2                                  | 4             | 8               |
| 5 7 6 7 5 7                              | 3                                      | 4                                  | 12            | 36              |
| 3 3 10 11 11 9                           | 4                                      | 5                                  | 20            | 80              |
| 2 2 3 7 4 8                              | 5                                      | 5                                  | 25            | 125             |
| 7 5 4 8 7 8                              | 6                                      | 5                                  | 30            | 180             |
|  | 7                                      | 7                                  | 49            | 343             |
|  | 8                                      | 6                                  | 48            | 384             |
|  | 9                                      | 2                                  | 18            | 162             |
|  | 10                                     | 3                                  | 30            | 300             |
|  | 11                                     | 2                                  | 22            | 242             |
|  |  | 42                                 | 259           | 1.861           |

$$\bar{x} = \frac{259}{42} = 6,17$$

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 1.861 - \frac{259^2}{42} \right) = \frac{1}{41} (1.861 - 1.597,17) = 6,43$$

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{6,43}{6,17} = 1,04$$

Também para este caso o índice de dispersão é bastante satisfatório, o que indica uma distribuição ao acaso para os elementos indiferentes àquela escolha.

Aquele mesmo índice calculado sobre a distribuição dos elementos que constituem os alinhamentos escolhidos deve mostrar alto nível de organização. De fato:

| Matriz do número de pontos nos quadrados | Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência dos quadrados ( $f_i$ ) | $(x_i f_i)$ | $(x_i^2 f_i)$ |
|--|--|------------------------------------|-------------|---------------|
| 0 0 0 0 0 1                              | 0                                      | 30                                 | 0           | 0             |
| 0 0 0 0 4 1                              | 1                                      | 3                                  | 3           | 3             |
| 0 0 0 0 0 0                              | 2                                      | 3                                  | 6           | 12            |
| 0 0 0 0 0 0                              | 3                                      | 3                                  | 9           | 27            |
| 0 0 0 0 0 0                              | 4                                      | 1                                  | 4           | 16            |
| 0 0 0 0 0 0                              | 5                                      | 2                                  | 10          | 50            |
| 0 0 0 2 3 2                              |  |                                    |             |               |
| 5 2 1 3 5 3                              |  | 42                                 | 32          | 108           |

$$\bar{x} = \frac{32}{42} = 0,76$$

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 108 - \frac{32^2}{42} \right) = \frac{1}{41} (108 - 24,38) = 2,04$$

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{2,04}{0,76} = 2,68$$

Conforme assinalado anteriormente, foram necessários poucos elementos para formar os subconjuntos a serem eliminados de modo a se obter a variância bastante próxima da média. A taxa de organização confirma:

$$\frac{32}{291} = 0,11 \text{ ou } 11\%$$

Para o controle da distribuição teórica, desde que  $\bar{x}$  é maior que 5, não sendo encontrado com os quebrados nas tabelas, procura-se o valor de  $e^{-x}$  através dos logaritmos, para depois calcular o valor de  $P_0$ . As demais probabilidades da série são obtidas por recorrência.

$$\begin{aligned} y &= e^{-6,17} \\ \log y &= \log e^{-6,17} \\ \log y &= -6,17 \log e \\ \log y &= -6,17 \cdot 0,4342944 \\ \log y &= -2,6795964 \\ \log y &= \bar{3},3204036 \\ y &= 0,002092 \approx 0,0021 \end{aligned}$$

$$e^{-6,17} = 0,0021^{(*)}$$

Sabe-se, de antemão que esta constante equivale - ao próprio valor de  $P_0$ . (distribuição de Poisson)

Assim, monta-se o quadro da distribuição teórica:

| Probabilidade teórica de se obter um quadrado com $x$ pontos<br>$P(x)$ | Freqüência teórica de quadrados | Acerto para o total | Freqüência teórica de quadrados acertada<br>( $f'_i$ ) |
|--|---------------------------------|---------------------|--|
| $P_0 = \frac{(6,17)^0 \cdot 0,0021}{0!} = 0,0021$                      | 0,09                            |                     | 0,09   |
| $P_1 = \frac{6,17 \cdot 0,0021^{(**)}}{1} = 0,0130$                    | 0,55                            |                     | 0,55   |
| $P_2 = \frac{6,17 \cdot 0,0130}{2} = 0,0401$                           | 1,68                            |                     | 1,68   |
| $P_3 = \frac{6,17 \cdot 0,0401}{3} = 0,0825$                           | 3,47                            |                     | 3,47   |
| $P_4 = \frac{6,17 \cdot 0,0825}{4} = 0,1273$                           | 5,35                            |                     | 5,35   |
| $P_5 = \frac{6,17 \cdot 0,1273}{5} = 0,1571$                           | 6,60                            | + 0,22              | 6,82   |
| $P_6 = \frac{6,17 \cdot 0,1571}{6} = 0,1616$                           | 6,79                            | + 0,22              | 7,01   |
| $P_7 = \frac{6,17 \cdot 0,1616}{7} = 0,1424$                           | 5,98                            | + 0,22              | 6,20   |
| $P_8 = \frac{6,17 \cdot 0,1424}{8} = 0,1098$                           | 4,61                            | + 0,01              | 4,62   |
| $P_9 = \frac{6,17 \cdot 0,1098}{9} = 0,0753$                           | 3,16                            |                     | 3,16   |
| $P_{10} = \frac{6,17 \cdot 0,0753}{10} = 0,0465$                       | 1,95                            |                     | 1,95   |
| $P_{11} = \frac{6,17 \cdot 0,0465}{11} = 0,0261$                       | 1,10                            |                     | 1,10   |
| <b>T O T A I S</b>   | <b>41,33</b>                    | <b>+ 0,67</b>       | <b>42,00</b>   |

A seguir, montam-se os quadros para a verificação da posição do  $\chi^2$ , calculado em relação ao  $\chi^2$  da tabela, dado em função do número de graus de liberdade em ambas etapas.

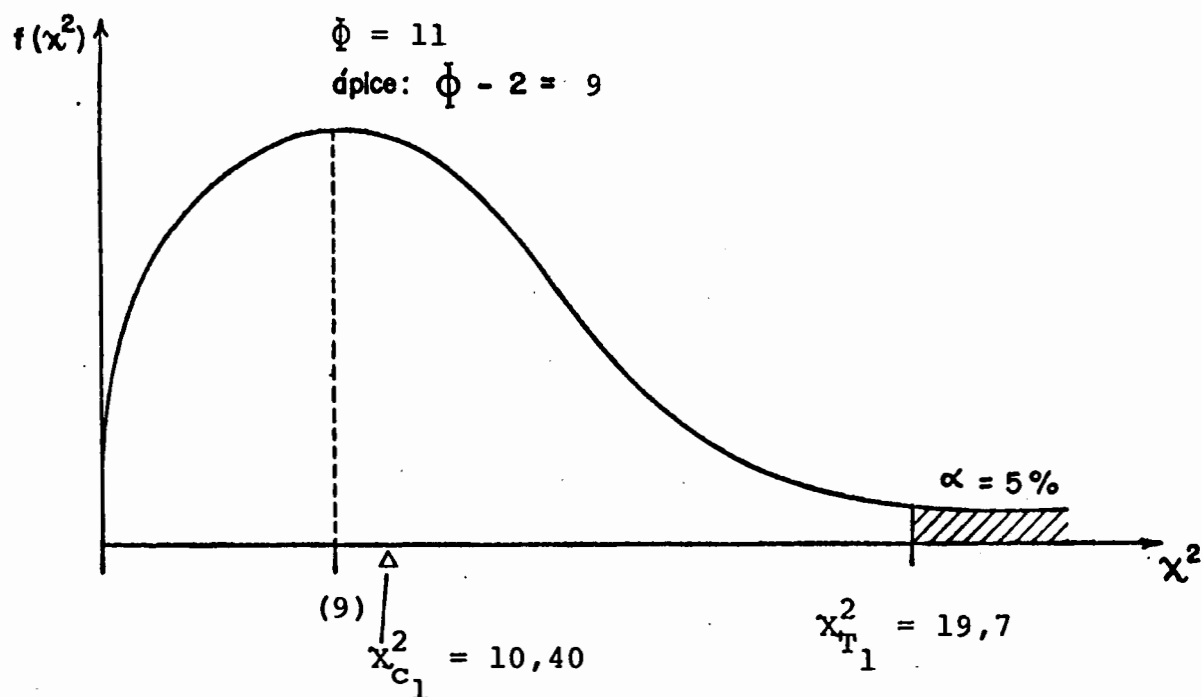
(\*) - Este resultado pode ser obtido também da seguinte forma:  
 $e^{-3} \cdot e^{-3,17} = e^{-6,17}$  (Anexo 3).

(\*\*) - Por recorrência.

1a. Etapa: considerando-se todos os elementos.

| Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência esperada ( $f'$ ) | Frequência observada ( $f$ ) | $\frac{(f' - f)^2}{f'}$                 |
|--|------------------------------|------------------------------|---|
| 0                                      | 0,04                         | 0                            | 0,05                                    |
| 1                                      | 0,29                         | 1                            | 1,72                                    |
| 2                                      | 1,00                         | 2                            | 1,00                                    |
| 3                                      | 2,32                         | 3                            | 0,20                                    |
| 4                                      | 4,11                         | 2                            | 1,08                                    |
| 5                                      | 5,66                         | 6                            | 0,02                                    |
| 6                                      | 6,52                         | 5                            | 0,35                                    |
| 7                                      | 6,45                         | 7                            | 0,05                                    |
| 8                                      | 5,51                         | 2                            | 2,24                                    |
| 9                                      | 4,24                         | 4                            | 0,01                                    |
| 10                                     | 2,94                         | 4                            | 0,38                                    |
| 11                                     | 1,85                         | 4                            | 2,50                                    |
| 12                                     | 1,07                         | 2                            | 0,80                                    |
| <b>T O T A I S</b>                     | <b>42,00</b>                 | <b>42</b>                    | <b><math>\chi_{C1}^2 = 10,40</math></b> |

$\Phi = 11$        $\alpha = 5\%$

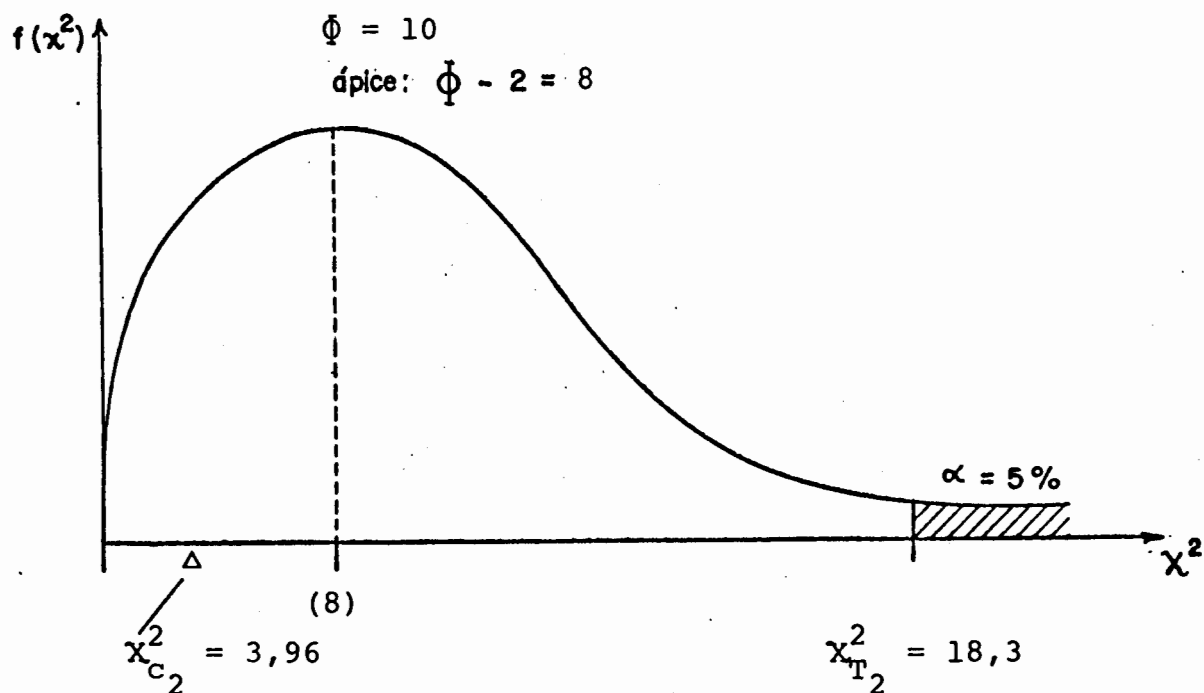


## 2a. Etapa: eliminando-se os elementos organizados

| Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência esperada ( $f'$ ) | Frequência observada ( $f$ ) | $\frac{(f' - f)^2}{f'}$ |
|--|------------------------------|------------------------------|-------------------------|
| 0                                      | 0,09                         | 0                            | 0,11                    |
| 1                                      | 0,55                         | 1                            | 0,36                    |
| 2                                      | 1,68                         | 2                            | 0,06                    |
| 3                                      | 3,47                         | 4                            | 0,08                    |
| 4                                      | 5,35                         | 5                            | 0,02                    |
| 5                                      | 6,82                         | 5                            | 0,49                    |
| 6                                      | 7,01                         | 5                            | 0,58                    |
| 7                                      | 6,20                         | 7                            | 0,10                    |
| 8                                      | 4,62                         | 6                            | 0,41                    |
| 9                                      | 3,16                         | 2                            | 0,43                    |
| 10                                     | 1,95                         | 3                            | 0,56                    |
| 11                                     | 1,10                         | 2                            | 0,76                    |
| T O T A I S                            | 42,00                        | 42                           | $\chi_{C2}^2 = 3,96$    |

$\Phi = 10$

$\alpha = 5\%$



Embora haja um aceite no ajuste à distribuição de Poisson em ambas etapas, o que não parece tão certo, pelo menos ao se fazer o teste preliminar de índice de dispersão (variância/média), fica patente quase uma perfeita aderência na 2a. etapa, quando a distribuição, a rigor, estaria livre de subconjuntos organizados.

O indicador,  $D = 1,04$ , neste segundo caso revela' perfeitamente uma distribuição conforme um processo Poisson.

Tal como a anterior, esta amostra pode-se valer do sucesso, em termos de comprovar a hipótese proposta no trabalho.

#### 2.2.2.5. Taiacupeba

Esta amostra, ordenada como última da série, também seguirá o mesmo roteiro das demais.

| Matriz do número de pontos nos quadrados | Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência de quadrados ( $f_i$ ) | $(x_i f_i)$ | $(x_i^2 f_i)$ |
|--|--|-----------------------------------|-------------|---------------|
| 6 3 7 8 6 6                              | 0                                      | 0                                 | 0           | 0             |
| 2 4 6 6 3 5                              | 1                                      | 1                                 | 1           | 1             |
| 1 4 4 5 5 4                              | 2                                      | 2                                 | 4           | 8             |
| 5 2 5 7 8 8                              | 3                                      | 3                                 | 9           | 27            |
| 8 4 7 10 10 7                            | 4                                      | 5                                 | 20          | 80            |
| 9 5 3 8 9 8                              | 5                                      | 7                                 | 35          | 175           |
| 10 5 7 7 6 7                             | 6                                      | 6                                 | 36          | 216           |
|  | 7                                      | 7                                 | 49          | 343           |
|  | 8                                      | 6                                 | 48          | 384           |
|  | 9                                      | 2                                 | 18          | 162           |
|  | 10                                     | 3                                 | 30          | 300           |
|  |  | 42                                | 250         | 1.696         |

$$\bar{x} = \frac{250}{42} = 5,95$$

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 1.696 - \frac{250^2}{42} \right) = \frac{1}{41} (1.696 - 1.488,10) = 5,07$$

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = 0,85$$

Volta-se a ter nesta amostra um índice de dispersão que aponta um processo de distribuição regular ou geométrica.

Trata-se de uma distribuição de Poisson modificada, conforme já explicado anteriormente.

Face ao valor de  $\bar{x}$  ser maior que 5, procede-se da mesma forma que a amostra anterior:

$$\begin{aligned}
 y &= e^{-5,95} (*) \\
 \log y &= -5,95 \log e \\
 \log y &= -5,95 \cdot 0,4342944 \\
 \log y &= -2,5840516 \\
 \log y &= \bar{3},4159484 \\
 y &= 0,002606 \\
 e^{-5,59} &= 0,002606 \approx 0,0026
 \end{aligned}$$

---

(\*) - Lembra-se que  $e^{-5,95} = e^{-3} \cdot e^{-2,95}$ , ambos tabelados, dis pensando o cálculo através dos logarítmos.



| Probabilidade teórica de se obter um quadrado com $x$ pontos<br>$P(x)$ | Frequência teórica de quadrados | Acerto para o total | Frequência teórica de quadrados acertada ( $f_i$ ) |
|--|---------------------------------|---------------------|--|
| $P_0 = \frac{(5,95)^0 \cdot 0,0026}{0!} = 0,0026$                      | 0,11                            |                     | 0,11   |
| $P_1 = \frac{5,95 \cdot 0,0026^{(*)}}{1} = 0,0155$                     | 0,65                            |                     | 0,65   |
| $P_2 = \frac{5,95 \cdot 0,0155}{2} = 0,0461$                           | 1,94                            |                     | 1,94   |
| $P_3 = \frac{5,95 \cdot 0,0461}{3} = 0,0914$                           | 3,84                            | + 0,29              | 4,13   |
| $P_4 = \frac{5,95 \cdot 0,0914}{4} = 0,1360$                           | 5,71                            | + 0,29              | 6,00   |
| $P_5 = \frac{5,95 \cdot 0,1360}{5} = 0,1618$                           | 6,80                            | + 0,29              | 7,09   |
| $P_6 = \frac{5,95 \cdot 0,1618}{6} = 0,1605$                           | 6,74                            | + 0,29              | 7,02   |
| $P_7 = \frac{5,95 \cdot 0,1605}{7} = 0,1364$                           | 5,73                            | + 0,29              | 6,01   |
| $P_8 = \frac{5,95 \cdot 0,1364}{8} = 0,1015$                           | 4,26                            | + 0,29              | 4,55   |
| $P_9 = \frac{5,95 \cdot 0,1015}{9} = 0,0671$                           | 2,82                            |                     | 2,82   |
| $P_{10} = \frac{5,95 \cdot 0,0671}{10} = 0,0399$                       | 1,68                            |                     | 1,68   |
| <b>T O T A I S</b>   | <b>40,28</b>                    | <b>+ 1,72</b>       | <b>42,00</b>                                       |

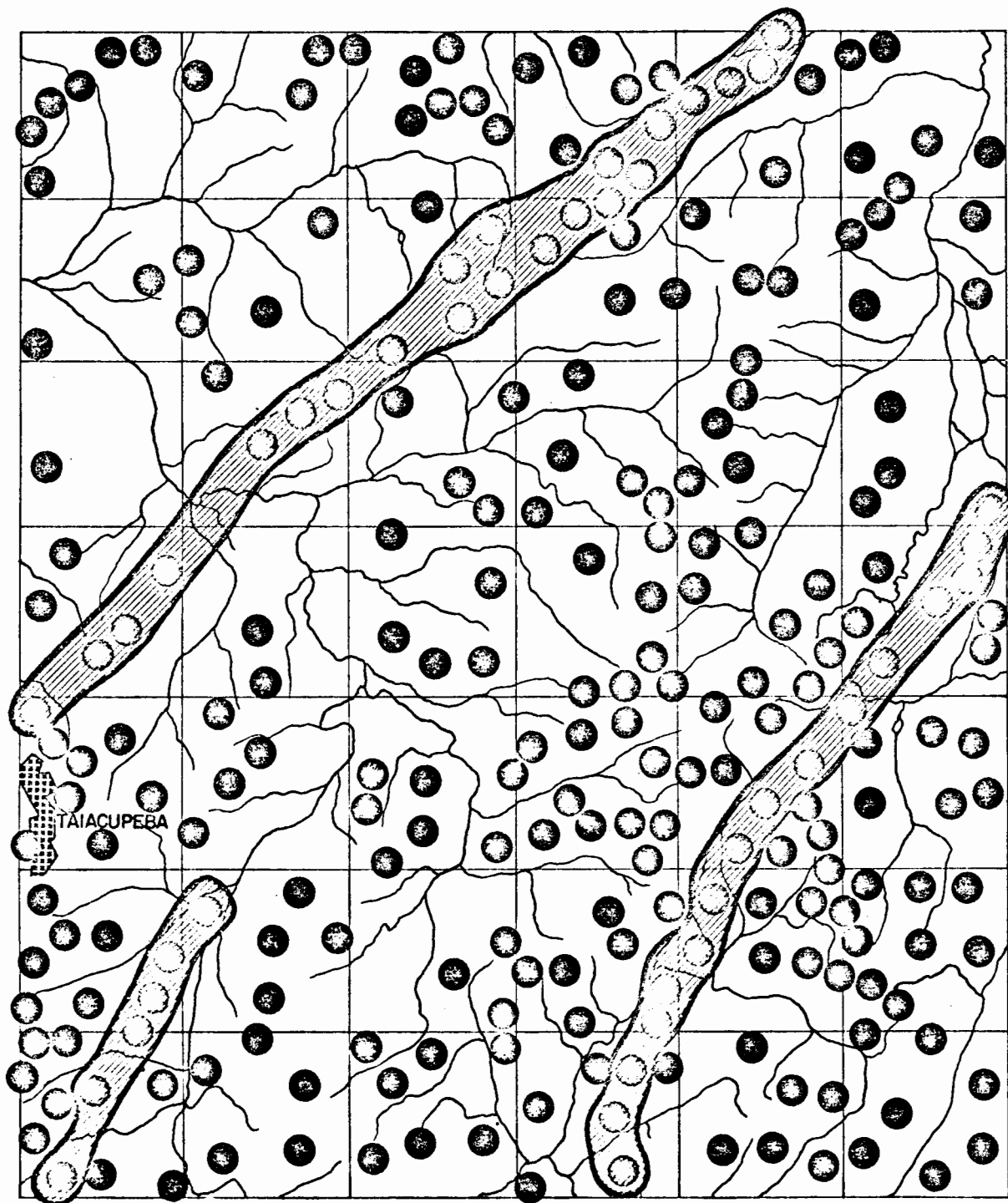
(\*) por recorrência.

A observação da carta topográfica [Prancha 1.6.2.5(a)] e Mapa Geológico [Prancha 1.6.2.5(b)] sugere, numa primeira instância, a retirada do alinhamento de elementos pontuais do relevo que corta a amostra numa direção SW-NE [Prancha 2.2.2.5(a)]. Litologicamente, constitui um corpo de quartzitos encaixado numa zona de falha principal, como já foi apontado na descrição da amostra. Porém, este subconjunto não foi suficiente para se conseguir um  $D \approx 1$ . Assim, um segundo alinhamento foi retirado da porção SE da amostra, no qual há uma maior concentração de pontos. Insere-se na parte mapeada como Granito-Taiapuêba em contato com o Complexo Gnáissico e Migmatítico. - Aí os alinhamentos das cristas obedecem a direção  $N0^{\circ}-10^{\circ}E$  na porção mais ao Sul e  $N30^{\circ}-40^{\circ}E$  no extremo leste da amostra.

Reportando-se para o Diagrama Polar dos Segmentos

## 2.2.2.5.(a).

### TAIAÇUPEBA DISTRIBUIÇÃO POR PONTOS DOS ELEMENTOS DO RELEVO.



SUB-CONJUNTOS ORGANIZADOS A SEREM ELIMINADOS



da Drenagem, verifica-se que no quadrante correspondente ao Granito Taiaçupeba há uma quase perfeita coincidência entre a posição dos alinhamentos escolhidos e as classes modais |Prancha 2.1.2(f) Seção 2.1.2

Por fim, um terceiro subconjunto de elementos orientados foi marcado no extremo SW, de mesma litologia, acompanhando um alinhamento de falha, também paralelo àquele falhamento principal.

Controlando-se o índice de dispersão dos subconjuntos, contidos na classificação do relevo apresentada, verifica-se que os maiores valores se encontram, para cada categoria, numa mesma classe, a de menor amplitude (40-60 m). Entretanto, as iterações necessárias para a busca de um índice  $D \approx 1$  comprovaram que aquela categoria, embora mostrasse grandes concentrações de seus elementos, não acompanhava alinhamentos importantes ditados pela geologia e a estrutura. Daí, veio de encontro principalmente a classe de amplitudes entre 60 a 80 m da categoria II, que satisfizes plenamente aquelas condições, ao mesmo tempo que representava a classe modal da mesma - uma condição bastante importante para se ter um índice de dispersão elevado, ao mesmo tempo que significativo.

Isto não foi possível com a categoria I, uma vez que a grande maioria dos elementos constituintes dos subconjuntos "organizados" pertencessem à categoria II. Diga-se, de passagem, que é ela que ostenta a moda, em termos de categorias de altitudes absolutas dos elementos do relevo, da amostra em questão.

Como prova de validade do exposto, apresenta-se a seguir o cálculo do índice de dispersão para o conjunto dos elementos indiferentes:

| Matriz do número de pontos nos quadrados | Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência dos quadrados ( $f_i$ ) | ( $x_i f_i$ ) | ( $x_i^2 f_i$ ) |
|--|--|------------------------------------|---------------|-----------------|
| 6 3 7 5 2 6                              | 0                                      | 0                                  | 0             | 0               |
| 2 4 1 3 3 5                              | 1                                      | 3                                  | 3             | 3               |
| 1 1 4 5 5 3                              | 2                                      | 4                                  | 8             | 16              |
| 2 2 5 7 8 4                              | 3                                      | 5                                  | 15            | 45              |
| 7 4 7 10 7 6                             | 4                                      | 6                                  | 24            | 96              |
| 6 4 3 6 7 8                              | 5                                      | 6                                  | 30            | 150             |
| 8 5 7 4 6 7                              | 6                                      | 6                                  | 36            | 216             |
|  | 7                                      | 8                                  | 56            | 392             |
|  | 8                                      | 3                                  | 24            | 192             |
|  | 9                                      | 0                                  | 0             | 0               |
|  | 10                                     | 1                                  | 10            | 100             |
|  |  | 42                                 | 206           | 1.210           |

$$\bar{x} = \frac{206}{42} = 4,90$$

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 1.210 - \frac{206^2}{42} \right) = \frac{1}{41} (1.210 - 1.010,38) = 4,87$$

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{4,87}{4,90} = 0,99 \cong 1,00$$

De fato, o índice resultou muito próximo de um; - por conseguinte, a média é bastante vizinha da variância, o que caracteriza a distribuição de Poisson.

Caso contrário, portanto, deverá acontecer com a distribuição dos elementos considerados organizados:

| Matriz do número de pontos nos quadrados | Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência dos quadrados ( $f_i$ ) | ( $x_i f_i$ ) | ( $x_i^2 f_i$ ) |
|--|--|------------------------------------|---------------|-----------------|
| 0 0 0 3 4 0                              | 0                                      | 25                                 | 0             | 0               |
| 0 0 5 3 0 0                              | 1                                      | 4                                  | 4             | 4               |
| 0 3 0 0 0 1                              | 2                                      | 3                                  | 6             | 12              |
| 3 0 0 0 0 4                              | 3                                      | 7                                  | 21            | 63              |
| 1 0 0 0 3 1                              | 4                                      | 2                                  | 8             | 32              |
| 3 1 0 2 2 0                              | 5                                      | 1                                  | 5             | 25              |
| 2 0 0 3 0 0                              |  | 42                                 | 44            | 136             |

$$\bar{x} = \frac{44}{42} = 1,05$$

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 136 - \frac{44^2}{42} \right) = \frac{1}{41} (136 - 46,10) = 2,19$$

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{2,19}{1,05} = 2,09$$

Fica comprovado, portanto, pelo índice de dispersão obtido, que a variância e a média são bem diferentes.

Também para esta amostra não foi necessário se subtrair muitos elementos para constituir os subconjuntos organizados, como é demonstrado pela taxa de organização.

$$\frac{44}{250} = 0,18 \text{ ou } 18\%$$

A fim de se tecer considerações entre as distribuições - observada e teórica - para esta segunda etapa, passa-se a montar o quadro demonstrativo das frequências calculadas dos quadrados com x pontos.

Como a média estimada é igual a 4,90, a seqüência de probabilidades pode ser retirada diretamente das tabelas matemáticas. Lembra-se que se deve procurar  $M = 4,9$  e fazer a aproximação para 4 dígitos significativos após a vírgula.

| Probabilidade teórica de se obter um quadrado com $x$ pontos<br>$P(x)$ | Frequência teórica de quadrados | Acerto para o total | Frequência teórica de quadrados acertada ( $f'$ ) |
|--|---------------------------------|---------------------|---|
| $P_0 = 0,0075$   | 0,32                            |                     | 0,32  |
| $P_1 = 0,0365$   | 1,53                            |                     | 1,53  |
| $P_2 = 0,0894$   | 3,75                            |                     | 3,75  |
| $P_3 = 0,1460$   | 6,13                            |                     | 6,13  |
| $P_4 = 0,1789$   | 7,51                            |                     | 7,51  |
| $P_5 = 0,1753$   | 7,36                            |                     | 7,36  |
| $P_6 = 0,1432$   | 6,01                            | + 0,25              | 0,26  |
| $P_7 = 0,1002$   | 4,21                            | + 0,25              | 4,46  |
| $P_8 = 0,0614$   | 2,58                            | + 0,01              | 2,59  |
| $P_9 = 0,0334$   | 1,40                            |                     | 1,40  |
| $P_{10} = 0,0164$  | 0,69                            |                     | 0,69  |
| <b>T O T A I S</b>   | 41,49                           | + 0,51              | 42,00   |

Agora, através do teste "Qui-Quadrado" pode-se verificar as relações entre a distribuição observada nos quadrados e a distribuição esperada do modelo, em duas etapas diferentes, no intuito de se admitirem tendências de maior ou menor aproximação entre as duas.

1a. Etapa: considerando-se todos os elementos.

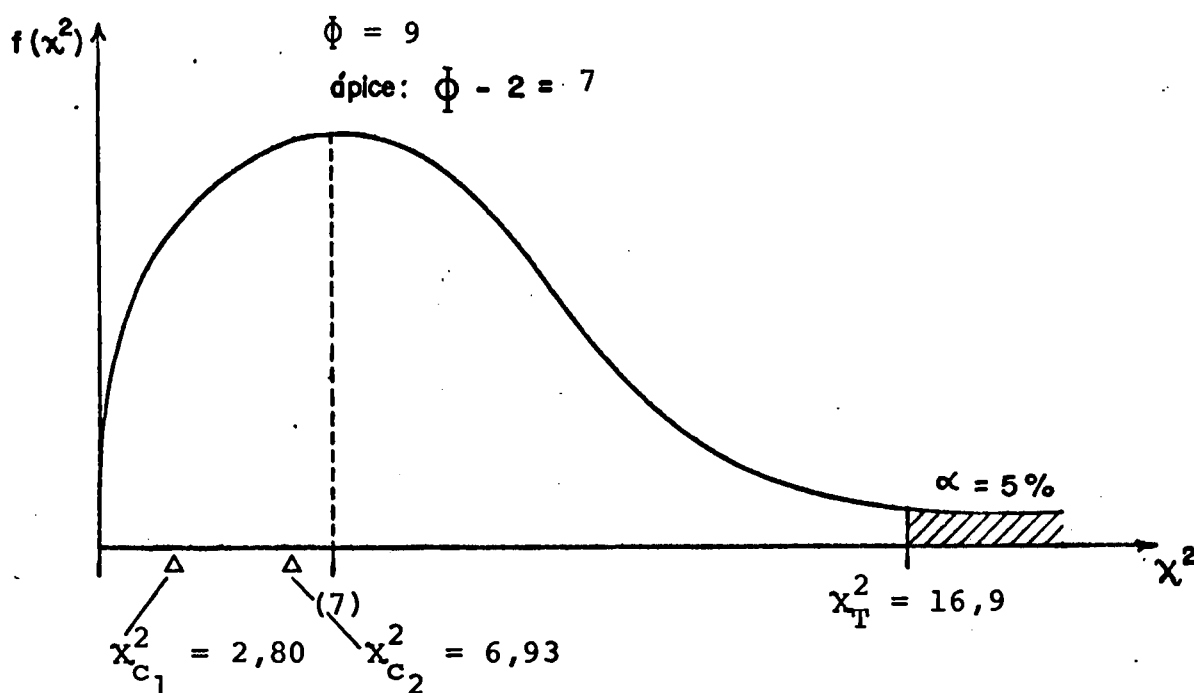
| Número de pontos no quadrado<br>( $x_i$ ) | Frequência esperada<br>( $f'$ ) | Frequência observada<br>( $f$ ) | $\frac{(f' - f)^2}{f'}$ |
|---|---------------------------------|---------------------------------|-------------------------|
| 0   | 0,11                            | 0                               | 0,09                    |
| 1   | 0,65                            | 1                               | 0,18                    |
| 2   | 1,94                            | 2                               | 0                       |
| 3   | 4,13                            | 3                               | 0,31                    |
| 4   | 6,00                            | 5                               | 0,17                    |
| 5   | 7,09                            | 7                               | 0                       |
| 6   | 7,02                            | 6                               | 0,15                    |
| 7   | 6,01                            | 7                               | 0,16                    |
| 8   | 4,55                            | 6                               | 0,46                    |
| 9   | 2,82                            | 2                               | 0,24                    |
| 10  | 1,68                            | 3                               | 1,04                    |
| <b>T O T A I S</b>                        | 42,00                           | 42                              | $\chi^2_{C1} = 2,80$    |

## 2a. Etapa: eliminando-se os elementos organizados

| Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência esperada ( $f'$ ) | Frequência observada ( $f$ ) | $\frac{(f' - f)^2}{f'}$                |
|--|------------------------------|------------------------------|--|
| 0                                      | 0,32                         | 0                            | 0,31                                   |
| 1                                      | 1,53                         | 3                            | 1,41                                   |
| 2                                      | 3,75                         | 4                            | 0,02                                   |
| 3                                      | 6,13                         | 5                            | 0,21                                   |
| 4                                      | 7,51                         | 6                            | 0,30                                   |
| 5                                      | 7,36                         | 6                            | 0,25                                   |
| 6                                      | 6,26                         | 6                            | 0,01                                   |
| 7                                      | 4,46                         | 8                            | 2,81                                   |
| 8                                      | 2,59                         | 3                            | 0,07                                   |
| 9                                      | 1,40                         | 0                            | 1,40                                   |
| 10                                     | 0,69                         | 1                            | 0,14                                   |
| <b>T O T A I S</b>                     | <b>42,00</b>                 | <b>42</b>                    | <b><math>\chi^2_{C2} = 6,93</math></b> |

$\Phi = 9$

$\alpha = 5\%$



Aqui aconteceu o imprevisto! Embora o  $\chi^2$  calculado para ambas as etapas se encontre na região do aceite para o ajuste à distribuição proposta, houve uma tendência de menor aderência na passagem da primeira para a segunda etapa. Este acontecimento pode ser atribuído a flutuações da amostra. Sabe-se perfeitamente que basta deslocar a amostra de uma célula em relação à quadrícula de referência para modificar, em parte, os resultados. Embora tenha acontecido uma vez em cinco, preferiu-se conservar a amostra como exemplo da possibilidade de uma margem de aberração. Porém, não se pode correr o risco de afirmar uma certeza destes acontecimentos numa taxa de 20%.

De qualquer forma, o teste não fica absurdo nem totalmente inutilizado. Em ambas as etapas há ajuste à distribuição de Poisson, e daí pode-se confiar no teste preliminar, através do índice de dispersão e admitir que os subconjuntos retirados não tenham sido convenientes para a contagem da frequência de quadrados observados. Outras iterações poderiam ser levadas a efeito de tal modo a obter uma melhor aderência, enquanto que o índice de dispersão não fosse idealmente muito próximo de 1.

Para o caso considerou-se o teste válido, porém sem ter a aproximação esperada das distribuições na 2a. etapa.

Por outro lado, pode-se dizer que a primeira etapa já apresenta uma forte tendência à distribuição tipo Poisson, haja visto o teste Qui-Quadrado, o qual aponta quase que uma perfeita aderência.

A retirada de subconjuntos organizados, possíveis e verdadeiros não veio melhorar a distribuição em termos de frequência, embora a média e a variância tenham-se aproximado consideravelmente.

Num caso deste tipo, talvez fosse interessante verificar se o deslocamento da amostra para as suas proximidades bastante imediatas, de tal forma a não modificar consideravelmente o caráter amostral, produz uma melhoria no comportamento dos dados.



### 2.2.3. Análise Comparativa entre as Amostras

A aplicação do modelismo proposto às amostras, a fim de se testar se, ao retirar subconjuntos organizados supostos decorrentes das causas organizadas, o comportamento distributivo dos pontos (materializados por elementos do relevo) dentro de uma área segue um padrão espacial aleatório, mostrou resultados esperados bastante satisfatórios.

Pelo procedimento apresentado na seção 2.2., verificou-se que dentre os resultados, apenas a amostra Taiapuêba teve um comportamento irregular com a esperança desejada. Entretanto, como já foi discutido, aceitar-se-á como um ajuste dentro do nível de confiança estipulado, atribuindo-se a não aproximação entre a distribuição observada e a distribuição esperada do modelo, na passagem da primeira etapa para a segunda, às flutuações estatísticas da amostra.

A experiência parece demonstrar que na amostra coletada na área de xistos migmatizados (São Lourenço da Serra) o posicionamento relativo do  $\chi^2_{C2}$  para a segunda etapa conta com o melhor resultado, enquanto que em situação oposta se coloca a amostra de Embu, representativa dos gnaisses, sem se falar de Taiapuêba, que como já foi visto, apresentou completa defasagem. Entretanto, tal verificação não acompanha, em paralelo, o menor esforço em se retirar elementos organizados para se chegar a uma melhor aderência à distribuição de Poisson: a menor taxa de organização é apresentada pela amostra de Parelheiros (micaxistos), evidenciando a necessidade de se retirar, em termos relativos, o menor número de elementos constituintes dos subconjuntos determinísticos.

São Lourenço da Serra, portanto, se coloca em 4º lugar. O 2º, 3º e 5º postos são ocupados, respectivamente, pelas amostras: Embu, Taiapuêba e Serra da Cantareira.

Quanto à melhor aderência relativa entre a primeira e segunda prova, a amostra de Parelheiros é a que apresenta o melhor índice. Vem em segundo lugar São Lourenço da Serra, seguido pela ordem por Serra da Cantareira e Embu.

Para tornar mais claro estas comparações, montar-

-se-ã quadros demonstrativos da posição hierarquizada das amostras quanto:

- a) melhor aderência em relação ao  $\chi^2_T$  (Qui-Quadrado da tabela referente a  $\Phi$  graus de liberdade)
- b) melhor aderência em relação ao  $\chi^2_{C1}$  (Qui-Quadrado calculado - na primeira etapa).

a) POSIÇÃO HIERARQUIZADA DAS AMOSTRAS, SEGUNDO A MELHOR ADERÊNCIA EM RELAÇÃO AO  $\chi^2_T$

| Amostras                  | Geologia Característica | $\frac{\chi^2_{C2}}{\chi^2_T}$ |
|---------------------------|-------------------------|--------------------------------|
| 1º) São Lourenço da Serra | Xistos migmatizados     | 0,17                           |
| 2º) Serra da Cantareira   | Granitos                | 0,20                           |
| 3º) Parelheiros           | Micaxistos              | 0,22                           |
| 4º) Embu                  | Gnaisses                | 0,24                           |
| 5º) Taiaçupeba (*)        | Micaxistos-granitos     | 0,41                           |

(\*) - Aderência com problemas de flutuações estatísticas.

b) POSIÇÃO HIERARQUIZADA DAS AMOSTRAS, SEGUNDO A MELHOR ADERÊNCIA EM RELAÇÃO AO  $\chi^2_{C1}$

| Amostras                  | Geologia Característica | $\frac{\chi^2_{C2}}{\chi^2_{C1}}$ |
|---------------------------|-------------------------|-----------------------------------|
| 1º) São Lourenço da Serra | Xistos migmatizados     | 0,24                              |
| 2º) Parelheiros           | Micaxistos              | 0,38                              |
| 3º) Serra da Cantareira   | Granitos                | 0,46                              |
| 4º) Embu                  | Gnaisses                | 0,82                              |
| 5º) Taiaçupeba (*)        | Micaxistos-granitos     | 2,48                              |

(\*) - Aderência com problemas de flutuações estatísticas.

## 2.3. Controle Distributivo para a Rede de Drenagem

### 2.3.1. Apresentação

Da mesma forma que foi feito para os elementos do relevo no capítulo anterior para controlar o comportamento de sua distribuição, pode-se fazer um teste para a drenagem. Para tanto, consideram-se como pontos distribuídos no espaço as confluências, isto é, os locais onde dois ou mais rios se encontram.

Em se tratando de uma concepção simples de se reter, não se repetirá todos os mapas amostrais localizando as confluências. Apenas um será apresentado a título de modelo para a visualização gráfica |Prancha 2.3.1(a)|. Para os demais basta se reportar às Pranchas 2.2.2.2(a), 2.2.2.3(a), 2.2.2.4(a) e 2.2.2.5(a) da Seção 2.2.2.

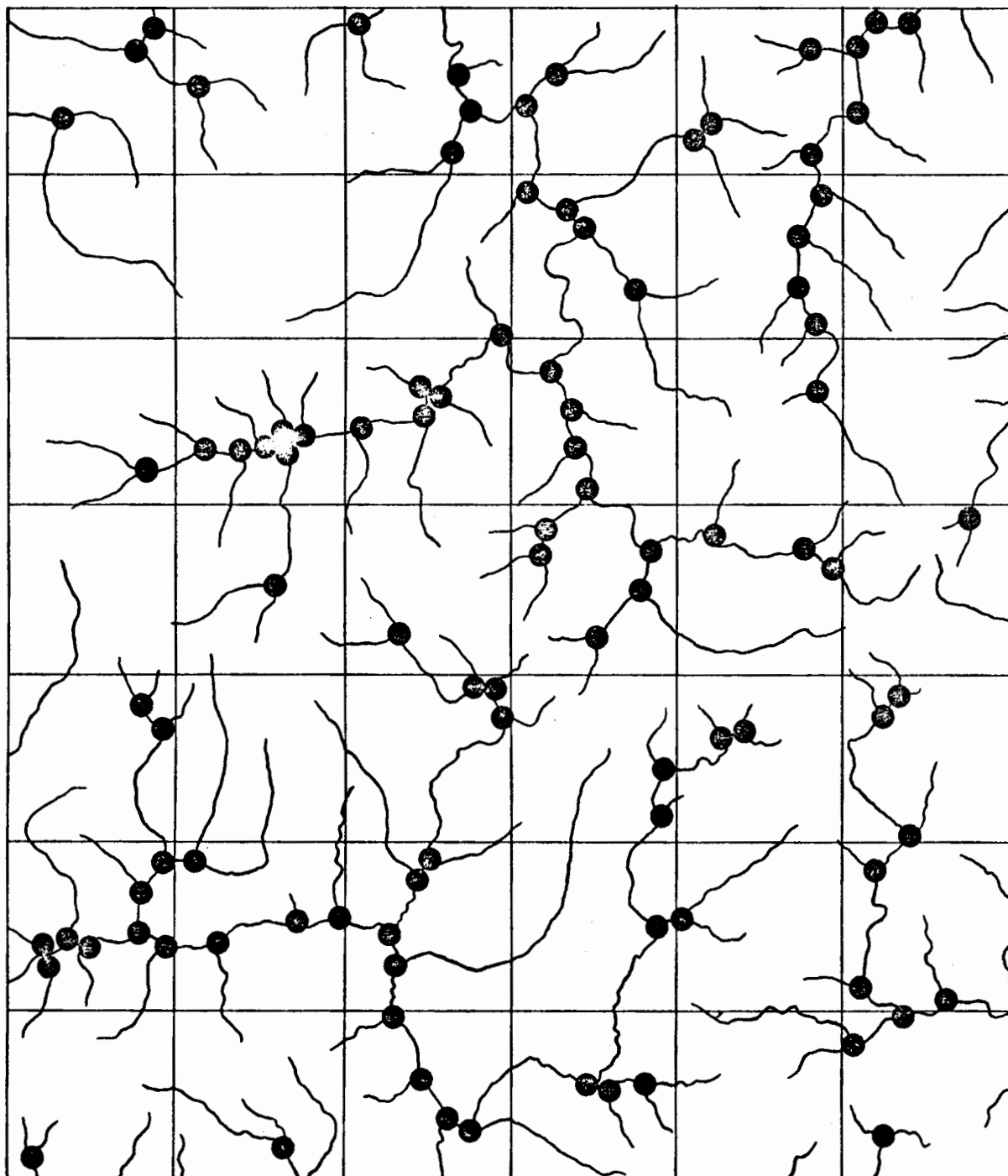
Entretanto, não haverá necessidade de se verificar em duas etapas - considerando-se todos os pontos e a seguir, eliminando os que aparentemente são organizados -, as tendências de maior ou menor aproximação entre as distribuições observadas e esperadas. Apenas se fará um comentário comparativo do índice de dispersão, em paralelo, entre as amostras.

### 2.3.2. Verificação do Índice de Dispersão para as Amostras

Para maior clareza, o cálculo de D será efetuado através da montagem de quadros demonstrativos, da mesma forma que foi feito para o caso dos elementos do relevo na seção .... 2.2.2., ordenados na seqüência já estipulada das amostras:

## 2.3.1.(a)

### SERRA DA CANTAREIRA DISTRIBUIÇÃO DAS CONFLUÊNCIAS.



● CONFLUÊNCIA MARCADA POR PONTO

2.3.2.1. Serra da Cantareira

| Matriz do número de pontos nos quadrados | Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência dos quadrados ( $f_i$ ) | ( $x_i f_i$ ) | ( $x_i^2 f_i$ ) |
|--|--|------------------------------------|---------------|-----------------|
| 3 1 3 2 4 4                              | 0                                      | 6                                  | 0             | 0               |
| 0 0 1 4 4 0                              | 1                                      | 12                                 | 12            | 12              |
| 1 6 4 4 1 0                              | 2                                      | 4                                  | 8             | 16              |
| 0 1 1 5 3 1                              | 3                                      | 7                                  | 21            | 63              |
| 2 1 3 2 2 3                              | 4                                      | 10                                 | 40            | 160             |
| 8 4 4 1 1 4                              | 5                                      | 1                                  | 5             | 25              |
| 1 1 4 3 0 3                              | 6                                      | 1                                  | 6             | 36              |
|  | 7                                      | 0                                  | 0             | 0               |
|  | 8                                      | 1                                  | 8             | 64              |
|  |  | 42                                 | 100           | 376             |

$$\bar{x} = \frac{100}{42} = 2,38$$

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 376 - \frac{100^2}{42} \right) = \frac{1}{41} (376 - 238,10) = 3,36$$

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{3,36}{2,38} = 1,41$$

2.3.2.2. Embu

| Matriz do número de pontos nos quadrados | Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência dos quadrados ( $f_i$ ) | ( $x_i f_i$ ) | ( $x_i^2 f_i$ ) |
|--|--|------------------------------------|---------------|-----------------|
| 4 7 5 4 1 5                              | 0                                      | 1                                  | 0             | 0               |
| 4 5 4 4 7 5                              | 1                                      | 6                                  | 6             | 6               |
| 1 5 0 4 1 7                              | 2                                      | 4                                  | 8             | 16              |
| 3 3 2 4 6 5                              | 3                                      | 4                                  | 12            | 36              |
| 2 2 7 3 4 5                              | 4                                      | 12                                 | 48            | 192             |
| 4 6 1 7 3 4                              | 5                                      | 7                                  | 35            | 175             |
| 2 4 1 6 1 4                              | 6                                      | 3                                  | 18            | 108             |
|  | 7                                      | 5                                  | 35            | 245             |
|  |  | 42                                 | 162           | 778             |

$$\bar{x} = \frac{162}{42} = 3,86$$

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 778 - \frac{162^2}{42} \right) = \frac{1}{41} (778 - 624,86) = 3,74$$

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{3,74}{3,86} = 0,97 \approx 1$$

2.3.2.3. São Lourenço da Serra

| Matriz do número de pontos nos quadrados | Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência dos quadrados ( $f_i$ ) | $(x_i f_i)$ | $(x_i^2 f_i)$ |
|--|--|------------------------------------|-------------|---------------|
| 3 1 4 3 6 1                              | 0                                      | 1                                  | 0           | 0             |
| 5 5 6 5 3 4                              | 1                                      | 4                                  | 4           | 4             |
| 2 2 4 5 3 2                              | 2                                      | 4                                  | 8           | 16            |
| 4 7 6 5 4 3                              | 3                                      | 13                                 | 39          | 117           |
| 2 3 7 7 5 3                              | 4                                      | 5                                  | 20          | 80            |
| 7 8 3 0 3 3                              | 5                                      | 6                                  | 30          | 150           |
| 3 1 8 3 3 1                              | 6                                      | 3                                  | 18          | 108           |
|  | 7                                      | 4                                  | 28          | 196           |
|  | 8                                      | 2                                  | 16          | 128           |
|  |  | 42                                 | 163         | 799           |

$$\bar{x} = \frac{163}{42} = 3,88$$

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 799 - \frac{163^2}{42} \right) = \frac{1}{41} (799 - 632,60) = 4,06$$

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{4,06}{3,88} = 1,05 \approx 1$$

2.3.2.4. Parelheiros

| Matriz do número de pontos nos quadrados | Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência dos quadrados ( $f_i$ ) | ( $x_i f_i$ ) | ( $x_i^2 f_i$ ) |
|--|--|------------------------------------|---------------|-----------------|
| 0 4 5 5 5 5                              | 0                                      | 3                                  | 0             | 0               |
| 3 5 6 8 9 6                              | 1                                      | 3                                  | 3             | 3               |
| 1 4 0 0 1 4                              | 2                                      | 7                                  | 14            | 28              |
| 2 4 11 4 3 2                             | 3                                      | 6                                  | 18            | 54              |
| 5 3 1 3 7 7                              | 4                                      | 5                                  | 20            | 80              |
| 3 2 7 6 5 7                              | 5                                      | 7                                  | 35            | 175             |
| 2 2 2 3 6 2                              | 6                                      | 4                                  | 24            | 144             |
|  | 7                                      | 4                                  | 28            | 196             |
|  | 8                                      | 1                                  | 8             | 64              |
|  | 9                                      | 1                                  | 9             | 81              |
|  | 10                                     | 0                                  | 0             | 0               |
|  | 11                                     | 1                                  | 11            | 121             |
|  |  | 42                                 | 170           | 946             |

$$\bar{x} = \frac{170}{42} = 4,05$$

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 946 - \frac{170^2}{42} \right) = \frac{1}{41} (946 - 688,10) = 6,29$$

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{6,29}{4,05} = 1,55$$



2.3.2.5. Taiapuêba

| Matriz do número de pontos nos quadrados | Número de pontos no quadrado ( $x_i$ ) | Frequência dos quadrados ( $f_i$ ) | ( $x_i f_i$ ) | ( $x_i^2 f_i$ ) |
|--|--|------------------------------------|---------------|-----------------|
| 1 3 2 0 2 1                              | 0                                      | 8                                  | 0             | 0               |
| 4 3 0 0 0 5                              | 1                                      | 8                                  | 8             | 8               |
| 3 4 5 2 3 6                              | 2                                      | 6                                  | 12            | 24              |
| 0 3 4 0 3 3                              | 3                                      | 12                                 | 36            | 108             |
| 1 3 3 1 0 2                              | 4                                      | 4                                  | 16            | 64              |
| 1 3 2 3 4 1                              | 5                                      | 3                                  | 15            | 75              |
| 0 3 2 5 1 1                              | 6                                      | 1                                  | 6             | 36              |
|  |  | 42                                 | 93            | 315             |

$$\bar{x} = \frac{93}{42} = 2,21$$

$$s^2 = \frac{1}{41} \left( 315 - \frac{93^2}{42} \right) = \frac{1}{41} (315 - 205,93) = 2,66$$

$$D = \frac{s^2}{\bar{x}} = \frac{2,66}{2,21} = 1,20$$

2.3.3. Análise Comparativa entre as Amostras

De maneira geral, verifica-se que o índice de dispersão calculado para as confluências apresenta um comportamento compatível com um processo concentrado ou aleatório, enquanto que para a distribuição de elementos do relevo estabelecia-se, na grande maioria dos casos, um processo matemático do tipo "competitivo", onde aqueles "pontos" se apresentavam mais ordenados que dispostos aleatoriamente.

Por outro lado, os resultados daquela relação ...  $\left(\frac{s^2}{\bar{x}}\right)$  atinentes às confluências, são mais elevados que os calculados para as formas individualizadas do relevo.

Isto leva quase a supor que o comportamento distributivo das confluências apresenta-se de forma "complementar" àquele dos elementos do relevo.

O resultado de D bastante próximo de 1 para as amostras Embu e São Lourenço da Serra, por seu turno, comprova a repartição equiprovável daqueles pontos, o que levaria a supor uma distribuição em paralelo também para o "mosaico de diáclases" original. Estas considerações vão de encontro com a proposição do trabalho, que pressupõe uma superposição de uma rede de diaclasamento tal que daria origem a uma esculturação de formas distribuídas de maneira aleatória. Entretanto, por conta da erosão diferencial, se estabeleceriam subconjuntos organizados, quebrando aquela disposição equiprovável inicial dos elementos do relevo.

Assim, distinguem-se as "Cristas Mamelonizadas" e "Rosários de Morros", como alinhamentos das "vertentes mamelonizadas" com os "morros" considerados como um "relevo postiço", - sobreposto acima do plano que obedece a tendência geral da inclinação da vertente. (Libault, 1971, pp:16)

Como não poderia deixar de ser, pode-se verificar um perfeito paralelismo entre o número de confluências e o número de rios. Os parâmetros obtidos como indicadores da taxa de dissecação também acompanham de perto, o mesmo comportamento.

A média (densidade média de confluências por área unitária), por sua vez, guarda forte correspondência com aqueles dois parâmetros. Isto fica comprovado, principalmente, ao se fazer comparação com a Densidade hidrográfica, uma vez que, como a média, reflete o número de elementos de contagem por unidade de área.

Com isto, pode-se deduzir que as confluências são determinadas pela intersecção de apenas dois rios, o que fica comprovado através da observação da carta topográfica. De fato, a característica da rede hidrográfica do universo da pesquisa - se situa nos moldes de uma predominância de padrões dendríticos, retangulares e eventualmente radiais. (Ab'Saber, 1957)

Para tornar mais claro apresenta-se, a seguir, um quadro, colocando em paralelo todas as medidas anteriormente discutidas.

| Amostras              | Número de confluências | Número de rios | Dh (Canais/km <sup>2</sup> ) | Dd (km/km <sup>2</sup> ) | Média (*) $\bar{x}$ |
|-----------------------|------------------------|----------------|------------------------------|--------------------------|---------------------|
| Serra da Cantareira   | 100                    | 124            | 1,02                         | 1,45                     | 2,38                |
| Embu                  | 162                    | 185            | 1,52                         | 1,88                     | 3,86                |
| São Lourenço da Serra | 163                    | 170            | 1,40                         | 1,87                     | 3,88                |
| Parelheiros           | 170                    | 213            | 1,75                         | 2,03                     | 4,05                |
| Taiapuê               | 93                     | 105            | 0,87                         | 1,59                     | 2,21                |

(\*) - A Média ( $\bar{x}$ ) representa a densidade média de confluências, por área unitária.

Quanto ao controle da aderência à distribuição de Poisson testado em duas etapas, conforme a exposição do capítulo anterior, pôde-se verificar que a melhor tendência àquele ajuste é apresentada pela amostra São Lourenço da Serra. A mesma é acompanhada bem de perto por um índice de dispersão, ativamente aos resultados de um processo estritamente estocástico de distribuição aleatória de pontos em um espaço geográfico, medido através do comportamento espacial das confluências:  $D = 1,05$ . Entretanto, o melhor resultado de  $D$ , demonstrativo desta situação, explorado na presente seção, ( $D = 0,97$ ) é apresentado pela amostra Embu.

Este paralelismo torna mais uma vez evidente a certeza de que a evolução do modelado tenderia a se aprimorar a fim de colocar as formas do relevo distribuídas de maneira organizada comprovando uma decorrência face às causas determinísticas.

### 3. CONCLUSÕES

Pelo exposto, pode-se agora salientar as principais conclusões relatadas da seguinte forma:

- 1) A experimentação metodológica apresentada neste trabalho mostra que o domínio morfoclimático dos "Mares de Morros" é passível de uma classificação empírica de seus elementos paisagísticos, através de dois parâmetros mensuráveis (altitude e amplitude), mesmo a partir das cartas topográficas em escala razoavelmente grande (1:50.000).
- 2) Através daquelas medidas, pode-se constatar que a amplitude topográfica do relevo regional acompanha paralelamente o crescer da variável altitude absoluta. Este fato leva a crer que a rede de drenagem apresenta forte tendência em estabelecer seu perfil de equilíbrio.

Comportamento semelhante àquele da amplitude topográfica, com respeito à altitude, pode ser aquilatado mediante o grau de dissecação do relevo.

Situação praticamente contrária, entretanto, é verificada quando da análise morfométrica, levando em conta dois parâmetros: a densidade hidrográfica e a densidade de drenagem.

Estas considerações levam a se deduzir, quase que com absoluta certeza, que tais resultados têm respostas no fator litológico face aos processos morfogenéticos atinentes ao universo em questão.

Neste sentido, os granitos (amostra Serra da Cantareira) parecem favorecer maior dissecação do relevo, muito embora não dêem chances a um intenso recortamento por parte da rede de drenagem.

Opostamente, se colocam os micaxistos (amostra Parelheiros), onde uma elevada densidade hidrográfica contribui para uma paisagem de baixo grau de dissecação, porquanto também as moderadas amplitudes topográficas seguem a distribuição dos valores da altitude absoluta dos elementos do relevo naquela amostra, os quais oscilam entre 700 e 900 metros.

Os xistos migmatizados (amostra São Lourenço da Serra), por seu turno, aparecem em posição secundária com respeito aos

granitos, uma vez que ainda apresentam significativo grau de dissecação em relação às demais áreas litológicas coletadas para o trabalho. Mostra também uma densidade hidrográfica - de destaque, em termos relativos.

Muito embora, no que tange ainda ao mesmo índice, a amostra de Embu, representativa dos gnaisses, se enquadra num escalão superior ao de São Lourenço da Serra, com respeito ao grau de dissecação do relevo, ela se coloca em quarto lugar.

Ainda deve ser salientada a amostra de Taiapuê, caracterizada pela presença de granitos e micaxistos que se situa em terceira posição quanto ao grau de aeração, porém com o menor número de rios dentre as cinco, o que significa o mais baixo valor de Dh. Volta, aqui, o reforço: na presença de granitos fica patente uma certa dificuldade ao recortamento por parte da drenagem, enquanto que há certo favoritismo ao aprofundamento dos talwegues. Este último tópico volta a ter característica paralela à Serra da Cantareira, porquanto na categoria de altitudes compreendida entre 800 e 900 metros a amplitude topográfica média é da ordem de 131,43 metros.

Por fim, os gnaisses representados pela amostra Embu apresentam um poder encaixante dos talwegues pouco acima daquele que se verifica sobre os micaxistos-granitos de Taiapuê, fato também explicado pelo grau de dissecação, que se coloca em quarto lugar.

É importante salientar que a densidade hidrográfica obedece paralelamente o mesmo comportamento.

- 3) Um indicador ligado à estrutura diz respeito à orientação das classes modais dos segmentos dos cursos d'água. Nestes termos, das análises dos diagramas polares construídos, pode-se deduzir que, nas amostras representativas de granitos ou do predomínio dos mesmos (Serra da Cantareira e Taiapuê), as direções daqueles segmentos tendem a se concentrar nas vizinhanças do Norte magnético, enquanto que para as demais litologias, aqueles segmentos da drenagem mostram, em maior número, direcionamentos contidos no quadrante NE, voltados principalmente para  $N50^{\circ}-70^{\circ}E$ .
- 4) A característica distributiva espacial dos subconjuntos individualizados através de classes de amplitudes topográficas dentro de cada categoria de altitude sempre apresentam uma -

forte tendência a uma organização de ordem concentrada. Isto é uma evidência, desde que aqueles agregados são quase sempre constituídos de elementos em contiguidade dentro da área amostral.

Entretanto, os índices de dispersão mais elevados denotam, com um grau de confiança muito maior, uma característica de padrão aglutinado.

Assim, a maior concentração de elementos do relevo, individualizados por pontos na morfologia regional, se encontra na amostra Parelheiros, área caracterizada pela predominância de micaxistos. Tais pontos materializados se enquadram na classe amplitudimétrica compreendida entre 60-80 metros, dentro da categoria que abarca altitudes absolutas desde 700 até 800 metros. Esta é uma prova evidente que a área foi trabalhada, deixando uma organização como decorrência da erosão diferencial num nível bastante baixo.

Em segundo lugar, aparecem as amostras Embu e São Lourenço, com valores de D bastante elevados, na primeira, entre os elementos de altitudes mais baixas, e na segunda, por conta da categoria que vai dos 900 até 1.000 metros de altitude. Em ambas, a justificativa é óbvia, porquanto o número de elementos é pequeno e portanto facilmente encontrar-se-ão aglutinados.

As demais amostras apresentam posições intermediárias.

Entretanto, deve-se notar que há uma certa tendência na localização daqueles elevados índices em porções mais rebaixadas dentro de cada amostra. Isto evidencia mais uma vez que a evolução do relevo tem tendências a deixar patente a supremacia das causas organizadas sobre as aleatórias.

- 5) O procedimento utilizado em cinco amostras com litologias presumivelmente homogêneas - (retirada de subconjuntos com aparência organizada e controle na melhoria à aderência ao Processo Poisson) - parece indicar que a partir de uma aleatoriedade das causas a evolução geomorfogenética estaria caminhando para resultados determinísticos por conta das causas organizadas.

Este raciocínio leva a supor que o estabelecimento de uma rede de diáclases original teria tido lugar de maneira completamente ao acaso, daí partindo para a individualização das formas atinentes ao domínio morfoclimático em questão, tendo

a contribuição da própria erosão diferencial no discernimento de subconjuntos alinhados ou geométricos.

Parece, também, existir algum paralelismo, em certos casos, ou complementaridade, em outros, por parte do comportamento da distribuição das confluências da drenagem. Este fato permite ter mais certeza na suposição de uma presumível distribuição ao acaso das diáclases na estrutura original.

- 6) As conclusões admitidas e comprovadas mediante aplicação do modelismo proposto propiciam a caracterização de algumas unidades morfológicas espaciais, diferenciadas por fatores litológicos e altimétricos dentro do "Domínio Morfoclimático dos Mares de Morros" em condições climáticas regionais mais ou menos similares.
- 7) A presente proposição metodológica, levada a efeito através de um teste de aplicação de um modelo probabilístico, se de um lado não apresenta a certeza absoluta nos resultados, por outro, abre mão para a possibilidade de verificação comparativa com estudos geomorfológicos determinísticos, além da viabilidade do prosseguimento deste tipo de pesquisa para se poder atingir com segurança uma síntese definitiva com bases no modelismo apresentado.

DOCUMENTAÇÃO FOTOGRAFICA



## 1. SERRA DA CANTAREIRA

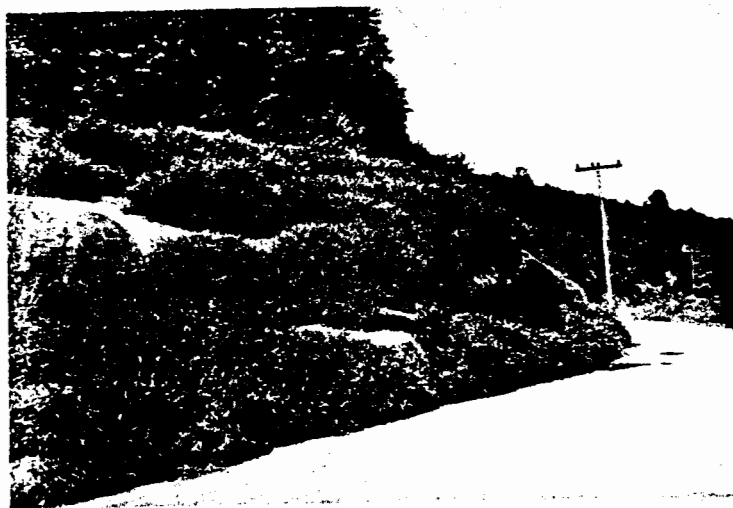
Vista do alto da Serra da Cantareira, onde os cumes alcançam mais de 1.200 m. Foto tomada da localidade Raposa, em direção NE a SW - (Vertente em direção ao vale do rio Juqueri).



Aspecto da vegetação, típica dos altos da Serra da Cantareira. Foto tomada perto da localidade Shangrilã, já na vertente volta da ao vale do rio Juqueri.



Afloramento de granito junto à estrada que vai da Cantareira até Mairiporã.

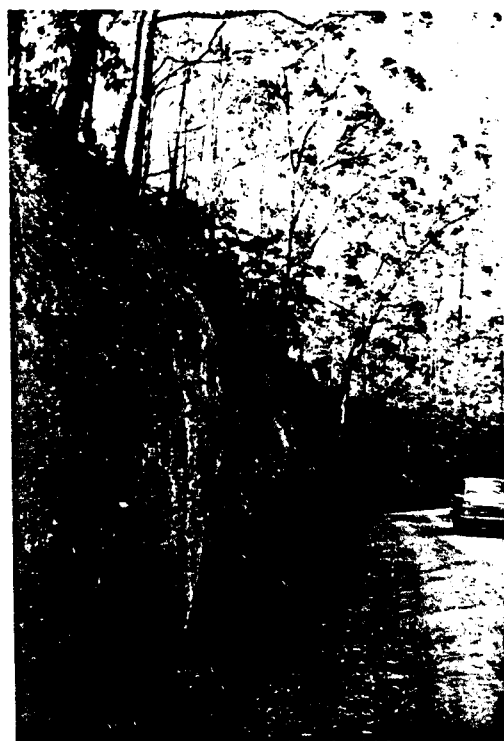


## 2. EMBU

Uma das saliências topográficas mais elevadas da crista de morros alongados (Morro do Jaguaré), o Morro do Vento (926 m).



Afloramento de gnaiss ao longo da estrada que acompanha a Adutora, - nas proximidades do Morro do Vento.



Várzea do rio Embu Mirim no ponto onde este forma um brusco cotovelo. Ao fundo, à esquerda, baixa colina modelada em sedimentos clásticos do Terciário, e à direita, morros de pouca amplitude topográfica esculpidos nos xistos.



### 3. SÃO LOURENÇO DA SERRA

Vista da Serra de São Lourenço, que se encontra na porção NW da amostra.

Foto tomada nas proximidades de São Lourenço da Serra.



Afloramento do "granitóide profiroblástico" na estrada, Rodovia - Regis Bittencourt (SP-230), perto de Palmeirinha.



Várzea às margens do rio São Lourenço, onde se encontra a sede do Distrito São Lourenço da Serra. Ao fundo, morros mamelonares de pouca amplitude topográfica (40 a 60 m).



#### 4. PARELHEIROS

Paisagem de morros, ao longo da estrada que vai de Parelheiros a Engenheiro Marsilac, nas proximidades de Embura.



Vista do interior da "Depressão Circular" nas proximidades de Colônia, tendo aos fundos, a moldura anelar de morros.



Morros florestados nas proximidades da Estação Engenheiro Marsilac (E.F.S.). Foto tirada em direção ao Norte.



## 5. TAIAÇUPEBA

Várzea do rio Jundiaí, perto de Estiva, na porção NW da amostra. Foto tirada na estrada Mogi das Cruzes-Taiacupeba, perto do Parque Bela Vista, de SE para NW.



Afloramento do "Granito Taiacupeba". Foto tirada na estrada que acompanha a Adutora do Rio Claro, nas proximidades de Taiacupeba.



Em primeiro plano, a cobertura florestal e ao fundo, a paisagem de morros do SE da amostra - bordo planáltico da Serra do Mar-, onde as altitudes ultrapassam os 900 metros. Foto tirada nas proximidades da localidade de São Sebastião.



B I B L I O G R A F I A

Ab'Saber, Aziz Nacib

- 1954 -- "Geomorfologia do Estado de São Paulo" in Aspectos - Geográficos da Terra Bandeirante - Conselho Nacional' de Geografia, Rio de Janeiro.
- 1957 - "Geomorfologia do Sítio Urbano de São Paulo" - Bol. - Fac. de Filosofia Ciências e Letras, nº 219, Geogra<sub>u</sub> - fia 12, São Paulo.
- 1957a - "Conhecimentos sobre as flutuações climáticas do Quaternário no Brasil" - Bol. da Sociedade Brasileira de Geologia, vol. 6, nº 1, pp: 41-48, São Paulo.
- 1966 - "O Domínio dos "Mares de Morros" - Geomorfologia nº 2 IGEOG-USP., São Paulo.
- 1967 - "Domínios Morfoclimáticos no Brasil" in Orientação nº 3 IGEOG-USP., São Paulo.
- 1969 - "O Quaternário na Bacia de São Paulo: Estado Atual - dos Conhecimentos" - Geomorfologia nº 8 - IGEOG-USP., São Paulo.
- 1969 - "Ocorrências de Stone Lines na Região de São Paulo" , in Geomorfologia nº 10, pp: 9-10, IGEOG-USP., São Paulo.
- 1969 - "Ritmo da epirogênese pós-cretácica e setores da superfície neogênica em São Paulo" - IGEOG-USP nº 13, - Geomorfologia nº 13, São Paulo.
- 1970 - "Províncias Geológicas e Domínios Morfoclimáticos no Brasil" - Geomorfologia nº 20, IGEOG-USP, São Paulo - (transcrição).
- 1972 - "Participação das Depressões Periféricas e Superfícies Aplainadas na Compartimentação do Planalto Brasil - leiro", Geomorfologia nº 28, IGEOG-USP (transcrição - - Considerações Finais).
- 1973 - "A Organização Natural das Paisagens Inter e Subtropilcais Brasileiras", Geomorfologia nº 41, IGEOG-USP, - (transcrição).

Abreu, Adilson Avanisi de

- 1972 - "Estruturação de Paisagens Geográficas no Médio Vale do Jaguari-Mirim", tese de Doutorado apresentada - ao Departamento de Geografia da F.F.L.C.H. da USP.

Almeida, Fernando Flávio Marques de

- 1953 - "Considerações sobre a geomorfogênese da Serra de Cubatão" - Bol. Paul. Geografia, nº 15, pp:3-17.

- 1955 - "As camadas de São Paulo e a tectônica da Serra da Cantareira" - Bol. Soc. Bras. Geol. - vol. 14, nº 2.

- 1974 - "Fundamentos Geológicos do Relevo Paulista" - Série Teses e Monografias nº 14, IGEOG-USP, São Paulo (transcrição de "Geologia do Estado de São Paulo", Boletim - nº 41 - 1964 - IGG).

Bailey, N. T. J.

- 1964 - "The elements of stochastic processes with applications to the natural sciences" - (New York).

Bartlett, M. S.

- 1960 - "An introduction to stochastic processes" (Cambridge).  
1962 - "Essays on probability and statistics", London.

Bertin, Jacques

- 1967 - "Semiologie Graphique", Gautiers-Villars-Mouton, Paris.

Bertrand, G.

- 1971 - "Paisagem e Geografia Física Global - Esboço Metodológico" - Caderno de Ciências da Terra nº 13 - IGEOG-USP, São Paulo (tradução de Olga Cruz).

Bigarella, J. J.; Mousinho, M. R. e Silva, J. X.

- 1965 (julho) - "Considerações a respeito da evolução das vertentes" - Bol. Paranaense de Geografia nº 16 e 17, Curitiba.

- 1965 (julho) - "Pediplanos, pedimentos e seus depósitos correlativos no Brasil" - Bol. Paranaense de Geografia - nº 16 e 17, Curitiba.



Castro, Lauro Sodré Viveiros de

1975 - "Pontos de Estatística" - Editora Científica, Rio de Janeiro.

Ceron, Antonio Olívio e Sanches, Miguel Cezar

1973 (novembro) - "Alguns Problemas da Análise das Distribuições Espaciais: Exemplo de Variáveis Agrícolas no Estado Paulista" - in Bol. Paul. de Geogr. - AGB, nº 48 pp: 45-64, São Paulo.

Chao, Lincoln L.

1960 - "Statistics: methods and analyses" - International Student Edition - Tokio.

Chorley, Richard J.

1971 - "The role and relations of physical geography" in ... "Progress in Geography" - vol. 3, pp: 87-109, Londres.

Chorley/Haggett (coordenação editorial)

1974 - "Modelos Integrados em Geografia" - Editora da Universidade de São Paulo, Rio de Janeiro, GB.

1975 - "Modelos Sócio-Econômicos em Geografia" - Editora da Universidade de São Paulo, (tradução de Arnaldo Viriato de Medeiros), Rio de Janeiro.

Christofolletti, Antonio

1972 - "O Desenvolvimento da Geomorfologia" in Notícia Geomorfológica, v. 12 nº 23, pp: 24-26, Campinas.

1973 - "Geomorfologia: Definição e Classificação" in Boletim de Geografia Teorética - vol. 3 nº 5, Rio Claro.

1973 (maio) - "Análise da Densidade Hidrográfica e da Densidade de Drenagem no Planalto de Poços de Caldas (M.G. Brasil)" in Ciência e Cultura, 25(5), pp: 454-457.

1974 - "Geomorfologia", Edgard Blucher, Ed. da Universidade de São Paulo.

Convênio HIBRACE

1968 - "Relatório complementar de avaliação dos potenciais - de desenvolvimento - Geologia" - DAEE - São Paulo.

Convênio Secretaria Planejamento, Ciência e Tecnologia - Fundação de Planejamento CPE - Universidade Federal da Bahia - Instituto de Geociências - Dep. 02

1974 (julho) - "Projeto de Regionalização Administrativa para o Estado da Bahia" - Salvador.

Cole, J. P.

1972 - "Geografia Quantitativa" - Fundação IBGE-IBG, Rio de Janeiro.

Cordani, U. G.; Campos, A. R.; Davino, A. e Björnberg, A. J. S.

1961 - "Geologia da Região do Jaraguá, SP" - Bol. Soc. Bras. Geol. - v. 10, pp: 72-91.

Coutinho, J. M. V. (coordenador)

1971 (setembro) - "Excursão nº 5 - Pré-Cambriano Paulista - parte 1 - Pré-Cambriano ao Sul da Cidade de São Paulo" in XXV Congresso Brasileiro de Geologia - Roteiro das Excursões Bol. Especial nº 2, pp: 53-62 - Núcleo de São Paulo.

Coutinho, José Moacyr Vianna

1972 - "Petrologia do Pré-Cambriano em São Paulo e Arredores" in Boletim IG - nº 3, USP, São Paulo, pp: 5-100.

Cotton, C.A.

1962 - "The origin of New Zealand feral (fine textured relief)" in New Zeal. journal of geology and geophysics, 5(2), pp: 269-270.

1964 - "The control of drainage density" - in New Zeal. Journ. of Geol. and Geophysics, 7(2), pp: 384-352.

Cruz, Olga

1974 - "A Serra do Mar e o Litoral na Área de Caraguatatuba - Contribuição à Geomorfologia Tropical Litorânea" - Tese de Doutorado ao Dep. de Geografia da FFLCH da USP, São Paulo.

Cuenin, René

1972 - "Cartographie Générale", Collection Scientifique de l'Institut Géographique National, Ed. Eyrolles, Paris.

Dacey, M. F.

- 1954 - "Modified Poisson Probability law for point pattern more regular than random" - in An. Ass. Am. Geogr., pp: 559-565.

Dematteis, Giuseppe

- 1970 - "Rivoluzione Quantitativa e Nuova Geografia", Pubblicazione n° 5, Università Degli Studi di Torino, Torino.

Derruau, Max

- 1967 - "Précis de Géomorphologie", Masson et Cie, Paris.

Dresh, Jean

- 1960-1961 - "Géographie Physique Zonale - Étude de la Zone Tropicale" - fascicule 1<sup>er</sup>, Paris.

Eichenbaum, J. e Gale, S.

- 1971 - "Form, functions and process: a methodological inquiry" Economic Geography, 47(4), pp: 525-544, Worcester.

Erhart, Henri

- 1955 - "Biostasie et Rhésistasie. Esquisse d'une theorie sur le rôle de la pédogenèse en tant que phénomène géologique" - Comptes Rendus Acad. Sc. Paris, Paris.

- 1956 - "La génèse des sols en tant que phénomène géologique. Esquisse d'une théorie géologique et géochimique", - Masson et Cie, Eds. Paris.

Faissol, Speridião

- 1972 - "Análises Quantitativas", Separata da Revista Brasileira de Geografia, ano 34, n° 1/4, Fundação IBGE-IBG, Rio de Janeiro.

- 1973a - "Métodos Quantitativos na Análise de Problemas Geográficos Brasileiros" - in Panorama Regional do Brasil 1972, Fundação IBGE-IBG, Rio de Janeiro.

- 1973b - "O Processo de Difusão no Sistema Urbano Brasileiro: Análise do Padrão de Distribuição Espacial de Centros Urbanos e seu Ajustamento a Distribuições de Probabilidades" in Rev. Bras. Geografia, ano 35, n° 3, jul/set., Rio de Janeiro.

Franco, R. R.

- 1956 - "Migmatitos de textura gnáissica dos arredores de São Paulo" - Bol. Soc. Bras. Geol., 5:39-60.

Freitas, Ruy O. de

- 1951 (março) - "Relevos policíclicos na Tectônica do Escudo Brasileiro" - Boletim Paulista de Geografia, nº 7, - São Paulo.

Galvão, Marília Velloso

- 1970 - "A revolução quantitativa na Geografia e seus reflexos no Brasil" - in Revista Brasileira de Geografia, nº 4, ano 32, pp: 5-22, Fundação IBGE, Rio de Janeiro.

Geiger, Pedro Pinchas; Rua, João e Ribeiro, Luis Antonio

- 1972 - "Notas sobre aplicações do Modelo Probabilístico de Distribuição Poisson ao Sistema Urbano Brasileiro" in Bol. Carioca de Geogr. - ano XXIII, AGB - Rio de Janeiro.

Guerra, Antonio Teixeira

- 1969 - "Dicionário Geológico-Geomorfológico" - Fundação IBGE IBG, Rio de Janeiro.

Harvey, D.

- 1974 - "Modelos da Evolução dos Padrões Espaciais na Geografia Humana" - in Modelos Integrados em Geografia - Coordenação editorial Chorley/Haggett, Editora da USP, Rio de Janeiro.

Hasui, Yociteru

- 1973 - "Tectônica da Área das Falhas de São Roque e Pilar do Sul" - Tese apresentada ao Concurso de Livre Docência no Departamento de Geologia Geral do Instituto de Geociências da USP.

Hennies, W. T.; Penalva, F. e Hasui, Y.

- 1967 - "Geologia do Pré-Cambriano a Noroeste da Capital Paulista" - in XXI Congresso Bras. de Geologia - Bol. Paranaense de Geociências, nº 26, pp: 17-18.

- 1967 - "O Falhamento Transcorrente de Taxaquara" in XXI Con-

gresso Bras. de Geologia - Anais - Curitiba, Paraná.

Howard, Alan D.

1973 - "Equilíbrio e Dinâmica dos sistemas geomorfológicos", in Notícia Geomorfológica, v. 13, nº 26, pp:3 a 20 - (transcrição traduzida por A. Christofolletti), Campinas.

Irmãos Maristas

1973 - "Tábuas de Logarítmos" - Editora F. T. D. São Paulo.

Knecht, Teodoro

1948 - "Contribuição Geológica e recursos minerais do Município de Itapeverica da Serra" - Rev. Inst. Geogr. e Geol. (IGG), 6:141-157 c/mapa.

Kollert, R.; Björnberg, A. e Davino, A.

1961 - "Estudos preliminares de uma depressão circular na Região de Colônia: Santo Amaro, São Paulo" - Bol. da Soc. Bras. de Geol., vol. 10, nº 1, pp:57-77, São Paulo.

Kollert, R. e Davino, A.

1963 - "Levantamento gravimétrico da cidade de São Paulo" in Revista Eng. Min. Metalurgia, 38(224), pp: 79-82, Rio de Janeiro.

Leinz, Viktor

1955 - "Decomposição das Rochas Cristalinas na Bacia de São Paulo" - Anais Acad. Bras. Ciências - vol. 27, pp:499-504, Rio de Janeiro.

Leinz, V. e Carvalho, A. M. V.

1957 - "Contribuição à Geologia da Bacia de São Paulo" - Bol. Geologia nº 15, Fac. Fil. Ciências e Letras - USP.

Leinz, Viktor e Leonardos, Othon Henry

1970 - "Glossário Geológico", Editora Nacional e Editora da USP, São Paulo.

Leopold, L. B. e Langbein, W. B.

1962 - "The concept of entropy in landscape evolution" - in United States Geological Survey, Professional Paper, 500 A.

Libault, Charles Octave André.

1966 - "La Cartographie", Col. Que Sais-je?, Presses Universitaires de France, 2<sup>ème</sup> édition.

1971 - "Pão de Açúcar e Mar de Morros" - in Boletim Paulista de Geografia, nº 43, pp: 3-28, dezembro, AGB, São Paulo.

(inédito) - "Cartografia", São Paulo.

(inédito) - "Modelismo Cartográfico", São Paulo.

Lustig, Lawrence K.

1969 - "Trend-Surface Analysis of the Basin and Range Province and some Geomorphic Implications" - Geological Survey, Professional Paper 500-D, U.S. Department of the Interior U.S. Government Printing Office - Washington.

Martonne, Emmanuel De

1943 - "Problemas Morfológicos do Brasil Tropical Atlântico" Rev. Bras. de Geogr., ano V - out/dez, nº 4, pp:3-30, São Paulo.

Melfi, A. J.; Bittencourt, I. e Cordani, U. G.

1965 - "Reconhecimento Fotogeológico de Parte do Grupo Açunguí" - Bragantia - v. 24, pp: 447-474, Campinas.

Monteiro, Carlos Augusto F.

1968 - "Geomorfologia" in Grande Região Sul, vol. IV, Tomo I Geografia do Brasil, Fundação IBGE, IBG, Rio de Janeiro.

Moreira, José dos Santos

1970 - "Elementos de Estatística", Editora Atlas S/A - São Paulo.

Mousinho, Maria Regina e Bigarella, J. J.

1965 (junho) - "Movimentos de massa no transporte de detritos da meteorização das rochas" - Bol. Paranaense de Geogr. nº 16 e 17, Curitiba.

Paiva Filho, A.; Tognon, A.A.; Capucci, E.B.; Cordani, U.G.;

Barbour, A.P.; Svisero, D.P. e Moreschi, J.B.

1972 (outubro) - "Levantamento geológico das áreas de inte-

resse à implantação das barragens dos rios Biritiba e Jundiá - SP" - Anais da Soc. Bras. de Geol., XXVI - Congresso, Belém, Pará, vol. 1.

Penteado, Margarida Maria

1974 - "Fundamentos de Geomorfologia" - Fundação IBGE-IBG, - Rio de Janeiro.

Pêpe, P. e Tisserand-Perrier, M.

1962 - "Méthodes Statistiques dans les Sciences Humaines" - Masson & Cie., Paris.

Pinchemel, Ph.

1950 - "L'étude des réseaux hydrographiques" - in Bull. Ass. Géogr. Fr., pp: 72-80.

1958 - "Densités de drainage et densités de vallées" - (s. l. n. d.) in 89, pp: 375-376.

Queiróz Neto, J. P. e Nakashima, Paulo

1973 (novembro) - "Observações sobre os solos da região de Parelheiros: Contribuição ao estudo da pedogênese regional" - Bol. Paul. de Geogr. AGB nº 48, pp: 17-44, São Paulo.

Rego, Luiz F. de Moraes e Santos, Tharcisio D. de Souza

1938 - "Contribuição para o estudo dos granitos da Serra da Cantareira" - Boletim nº 18 Inst. de Pesq. Technol. - de São Paulo.

Rimbert, S.

1968 - "Leçons de Cartographie Thématique", Sedes, Paris.

1968 - "Les Graphiques", Sedes, Paris.

Rocha, Marcos Vinicius da

1972 - "Curso de Estatística" - Fundação IBGE-IBG, Rio de Janeiro.

Sadowski, Georg Robert

1974 - "Tectônica da Serra de Cubatão, SP" - Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências da Universidade de São Paulo.

Seguio, Kenitiro; Coimbra, Armando M e Catto, Antonio J.

1972 (outubro) - "Estudo comparativo dos sedimentos e rochas cristalinas circundantes da Bacia de São Paulo (granulometria e minerais pesados)" - Anais do XXVI Congresso Bras. de Geologia vol. 1, pp: 141-154, Belém, Pará.

Setzer, José

1951 - "O estado atual dos solos do Município de Itapeverica, SP" - Rev. Bras. de Geografia - ano XIII, nº 15, pp: 515-544, Rio de Janeiro.

Silva, Sylvio C. B. de Mello e Ornêlas, Waldeck V.

1974 (agosto) - "Planejamento Territorial - Considerações sobre o caso Baiano" - comunicação in Anais do 1º Encontro de Planejamento e Desenvolvimento Regional - Secretaria de Economia e Planejamento do Estado de São Paulo, pp: 89-102, São Paulo.

Spiegel, Murray R.

1973 - "Manual de Fórmulas e Tabelas Matemáticas" - Coleção Schaum - Editora Mc. Graw-Hill do Brasil, Ltda., São Paulo, Rio de Janeiro, Belo Horizonte.

Strahler, A. N.

1950 - "Equilibrium Theory of erosional slopes, approached by frequency distribution analysis" - Am. Jour. Sci. v. 248.

1952 - "Dynamic basis of geomorphology" - Geol. Soc. Am. Bull. v. 63.

1952(b) - "Hypsometric (area-altitude) analysis of erosional topography" - Geol. Soc. Am. Bull., v. 63.

1954 (janeiro) - "Statistical Analysis in Geomorphic Research" in The Journal of Geology - vol. 62, nº 1, pp: 1-23.

Troll, Carl

1973 (maio/junho) - "Teor, problemas e métodos de pesquisa - geomorfológica" - in Boletim Geográfico nº 234, ano - 32 - Ministério do Planejamento e Coordenação Geral - IBGE, pp: 102-134, Rio de Janeiro.



Vandoros, P. e Oliveira, M. A. F. de

1969 - "Geologia e petrografia da região de Taiaçupeba e arredores, São Paulo" - in An. Acad. Bras. Cienc., 41, São Paulo.

Vários

1967 - "Estatística" - fascículo III - Centro Acadêmico "Visconde de Cairú" - Fac. de Ciências Econômicas e Administrativas - USP, São Paulo.

Wernick, Eberhard e Sinelli, Osmar

1970 - "Análise Estrutural em Geomorfologia", in Notícia Geomorfológica, v. 10, nº 20, pp: 39-54, Universidade Católica de Campinas.

A N E X O S

T A B E L A S M A T E M Á T I C A S

## 1

## CONSTANTES ESPECIAIS

- 1.1  $\pi = 3,14159\ 26535\ 89793\ 23846\ 2643\dots$
- 1.2  $e = 2,71828\ 18284\ 59045\ 23536\ 0287\dots = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$   
= base natural de logaritmos
- 1.3  $\sqrt{2} = 1,41421\ 35623\ 73095\ 0488\dots$
- 1.4  $\sqrt{3} = 1,73205\ 08075\ 68877\ 2935\dots$
- 1.5  $\sqrt{5} = 2,23606\ 79774\ 99789\ 6964\dots$
- 1.6  $\sqrt[3]{2} = 1,25992\ 1050\dots$
- 1.7  $\sqrt[3]{3} = 1,44224\ 9570\dots$
- 1.8  $\sqrt[3]{5} = 1,4869\ 8355\dots$
- 1.9  $\sqrt[3]{7} = 1,24573\ 0940\dots$
- 1.10  $e^e = 23,14069\ 26327\ 79269\ 006\dots$
- 1.11  $\pi^e = 22,45915\ 77183\ 61045\ 47342\ 715\dots$
- 1.12  $e^{\pi} = 15,15426\ 22414\ 79264\ 190\dots$
- 1.13  $\log_{10} 2 = 0,30102\ 99956\ 63981\ 19521\ 37389\dots$
- 1.14  $\log_{10} 3 = 0,47712\ 12547\ 19662\ 43729\ 50279\dots$
- 1.15  $\log_{10} e = 0,43429\ 44819\ 03251\ 82765\dots$
- 1.16  $\log_{10} \pi = 0,49714\ 98726\ 94133\ 85435\ 12683\dots$
- 1.17  $\log_e 10 = \ln 10 = 2,30258\ 50929\ 94045\ 68401\ 7991\dots$
- 1.18  $\log_e 2 = \ln 2 = 0,69314\ 71805\ 59945\ 30941\ 7232\dots$
- 1.19  $\log_e 3 = \ln 3 = 1,09861\ 22886\ 68109\ 69139\ 5245\dots$
- 1.20  $\gamma = 0,57721\ 56649\ 01532\ 86060\ 6512\dots =$  Constante de Euler  
=  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} - \ln n\right)$
- 1.21  $e^{\gamma} = 1,78107\ 24179\ 90197\ 9852\dots$  [veja 1.20]
- 1.22  $\sqrt{e} = 1,64872\ 12707\ 00128\ 1468\dots$
- 1.23  $\sqrt{\pi} = \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = 1,77245\ 38509\ 05516\ 02729\ 8167\dots$   
onde  $\Gamma$  é a função gamma [veja páginas 101-102]
- 1.24  $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = 2,67893\ 85347\ 07748\dots$
- 1.25  $\Gamma\left(\frac{3}{4}\right) = 3,62560\ 99082\ 21908\dots$
- 1.26 1 radiano =  $180^\circ/\pi = 57,29577\ 95130\ 8232\dots^\circ$
- 1.27  $1^\circ = \pi/180$  radianos =  $0,01745\ 32925\ 19943\ 29576\ 92\dots$  radianos

Extraída de: MANUAL DE FÓRMULAS E TABELAS MATEMÁTICAS de  
Murray R. Spiegel - Coleção Schaum.

|                            |                                      |
|----------------------------|--------------------------------------|
| <b>TABELA</b><br><b>16</b> | <b>FUNÇÕES EXPONENCIAIS</b><br>$e^x$ |
|----------------------------|--------------------------------------|

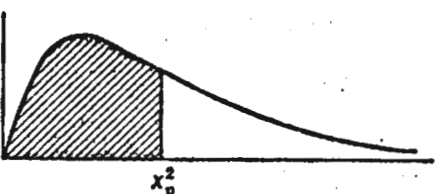
| x    | 0      | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | 6      | 7      | 8      | 9      |
|------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0,0  | 1,0000 | 1,0101 | 1,0202 | 1,0305 | 1,0408 | 1,0513 | 1,0618 | 1,0725 | 1,0833 | 1,0942 |
| 0,1  | 1,1052 | 1,1163 | 1,1275 | 1,1388 | 1,1503 | 1,1618 | 1,1735 | 1,1853 | 1,1972 | 1,2092 |
| 0,2  | 1,2214 | 1,2337 | 1,2461 | 1,2586 | 1,2712 | 1,2840 | 1,2969 | 1,3100 | 1,3231 | 1,3364 |
| 0,3  | 1,3499 | 1,3634 | 1,3771 | 1,3910 | 1,4049 | 1,4191 | 1,4333 | 1,4477 | 1,4623 | 1,4770 |
| 0,4  | 1,4918 | 1,5068 | 1,5220 | 1,5373 | 1,5527 | 1,5683 | 1,5841 | 1,6000 | 1,6161 | 1,6323 |
| 0,5  | 1,6487 | 1,6653 | 1,6820 | 1,6989 | 1,7160 | 1,7333 | 1,7507 | 1,7683 | 1,7860 | 1,8040 |
| 0,6  | 1,8221 | 1,8404 | 1,8589 | 1,8776 | 1,8965 | 1,9155 | 1,9348 | 1,9542 | 1,9739 | 1,9937 |
| 0,7  | 2,0138 | 2,0340 | 2,0544 | 2,0751 | 2,0959 | 2,1170 | 2,1383 | 2,1598 | 2,1815 | 2,2034 |
| 0,8  | 2,2255 | 2,2479 | 2,2705 | 2,2933 | 2,3164 | 2,3396 | 2,3632 | 2,3869 | 2,4109 | 2,4351 |
| 0,9  | 2,4596 | 2,4843 | 2,5093 | 2,5345 | 2,5600 | 2,5857 | 2,6117 | 2,6379 | 2,6645 | 2,6912 |
| 1,0  | 2,7183 | 2,7456 | 2,7732 | 2,8011 | 2,8292 | 2,8577 | 2,8864 | 2,9154 | 2,9447 | 2,9743 |
| 1,1  | 3,0042 | 3,0344 | 3,0649 | 3,0957 | 3,1268 | 3,1582 | 3,1899 | 3,2220 | 3,2544 | 3,2871 |
| 1,2  | 3,3201 | 3,3535 | 3,3872 | 3,4212 | 3,4556 | 3,4903 | 3,5254 | 3,5609 | 3,5966 | 3,6326 |
| 1,3  | 3,6693 | 3,7062 | 3,7434 | 3,7810 | 3,8190 | 3,8574 | 3,8962 | 3,9354 | 3,9749 | 4,0149 |
| 1,4  | 4,0552 | 4,0960 | 4,1371 | 4,1787 | 4,2207 | 4,2631 | 4,3060 | 4,3492 | 4,3929 | 4,4371 |
| 1,5  | 4,4817 | 4,5267 | 4,5722 | 4,6182 | 4,6646 | 4,7115 | 4,7588 | 4,8066 | 4,8550 | 4,9037 |
| 1,6  | 4,9530 | 5,0028 | 5,0531 | 5,1039 | 5,1552 | 5,2070 | 5,2593 | 5,3122 | 5,3656 | 5,4195 |
| 1,7  | 5,4739 | 5,5290 | 5,5845 | 5,6407 | 5,6973 | 5,7546 | 5,8124 | 5,8709 | 5,9299 | 5,9895 |
| 1,8  | 6,0496 | 6,1104 | 6,1719 | 6,2339 | 6,2965 | 6,3598 | 6,4237 | 6,4883 | 6,5535 | 6,6194 |
| 1,9  | 6,6859 | 6,7531 | 6,8210 | 6,8895 | 6,9588 | 7,0287 | 7,0993 | 7,1707 | 7,2427 | 7,3155 |
| 2,0  | 7,3891 | 7,4633 | 7,5383 | 7,6141 | 7,6906 | 7,7679 | 7,8460 | 7,9248 | 8,0045 | 8,0849 |
| 2,1  | 8,1662 | 8,2482 | 8,3311 | 8,4149 | 8,4994 | 8,5849 | 8,6711 | 8,7583 | 8,8463 | 8,9352 |
| 2,2  | 9,0250 | 9,1157 | 9,2073 | 9,2999 | 9,3933 | 9,4877 | 9,5831 | 9,6794 | 9,7767 | 9,8749 |
| 2,3  | 9,9742 | 10,074 | 10,176 | 10,278 | 10,381 | 10,486 | 10,591 | 10,697 | 10,805 | 10,913 |
| 2,4  | 11,023 | 11,134 | 11,246 | 11,359 | 11,473 | 11,588 | 11,705 | 11,822 | 11,941 | 12,061 |
| 2,5  | 12,182 | 12,305 | 12,429 | 12,554 | 12,680 | 12,807 | 12,936 | 13,066 | 13,197 | 13,330 |
| 2,6  | 13,464 | 13,599 | 13,736 | 13,874 | 14,013 | 14,154 | 14,296 | 14,440 | 14,585 | 14,732 |
| 2,7  | 14,880 | 15,029 | 15,180 | 15,333 | 15,487 | 15,643 | 15,800 | 15,959 | 16,119 | 16,281 |
| 2,8  | 16,445 | 16,610 | 16,777 | 16,945 | 17,116 | 17,288 | 17,462 | 17,637 | 17,814 | 17,993 |
| 2,9  | 18,174 | 18,357 | 18,541 | 18,728 | 17,916 | 19,106 | 19,298 | 19,492 | 19,688 | 19,886 |
| 3,0  | 20,086 | 20,287 | 20,491 | 20,697 | 20,905 | 21,115 | 21,328 | 21,542 | 21,758 | 21,977 |
| 3,1  | 22,198 | 22,421 | 22,646 | 22,874 | 23,104 | 23,336 | 23,571 | 23,807 | 24,047 | 24,288 |
| 3,2  | 24,533 | 24,779 | 25,028 | 25,280 | 25,534 | 25,790 | 26,050 | 26,311 | 26,576 | 26,843 |
| 3,3  | 27,113 | 27,385 | 27,660 | 27,938 | 28,219 | 28,503 | 28,789 | 29,079 | 29,371 | 29,666 |
| 3,4  | 29,964 | 30,265 | 30,569 | 30,877 | 31,187 | 31,500 | 31,817 | 32,137 | 32,460 | 32,786 |
| 3,5  | 33,115 | 33,448 | 33,784 | 34,124 | 34,467 | 34,813 | 35,163 | 35,517 | 35,874 | 36,234 |
| 3,6  | 36,598 | 36,966 | 37,338 | 37,713 | 38,092 | 38,475 | 38,861 | 39,252 | 39,646 | 40,045 |
| 3,7  | 40,447 | 40,854 | 41,264 | 41,679 | 42,098 | 42,521 | 42,948 | 43,380 | 43,816 | 44,256 |
| 3,8  | 44,701 | 45,150 | 45,604 | 46,063 | 46,525 | 46,993 | 47,465 | 47,942 | 48,424 | 48,911 |
| 3,9  | 49,402 | 49,899 | 50,400 | 50,907 | 51,419 | 51,935 | 52,457 | 52,985 | 53,517 | 54,055 |
| 4,0  | 54,598 | 60,340 | 66,686 | 73,700 | 81,451 | 90,017 | 99,484 | 109,95 | 121,51 | 134,29 |
| 5,0  | 148,41 | 164,02 | 181,27 | 200,34 | 221,41 | 244,69 | 270,43 | 298,87 | 330,30 | 365,04 |
| 6,0  | 403,43 | 445,86 | 492,75 | 544,57 | 601,85 | 665,14 | 735,10 | 812,41 | 897,85 | 992,27 |
| 7,0  | 1096,6 | 1212,0 | 1339,4 | 1480,3 | 1636,0 | 1808,0 | 1998,2 | 2208,3 | 2440,6 | 2697,3 |
| 8,0  | 2981,0 | 3294,5 | 3641,0 | 4023,9 | 4447,1 | 4914,8 | 5431,7 | 6002,9 | 6634,2 | 7332,0 |
| 9,0  | 8103,1 | 8955,3 | 9897,1 | 10938  | 12088  | 13360  | 14765  | 16318  | 18034  | 19930  |
| 10,0 | 22026  |        |        |        |        |        |        |        |        |        |

Extraída de: MANUAL DE FÓRMULAS E TABELAS MATEMÁTICAS de  
Murray R. Spiegel - Coleção Schaum.

|                            |   |
|----------------------------|---|
| <b>TABELA</b><br><b>17</b> | <b>FUNÇÕES EXPONENCIAIS</b><br><br>$e^{-x}$ |
|----------------------------|---|

| x    | 0                      | 1                      | 2                      | 3                      | 4                      | 5                      | 6                      | 7                      | 8                      | 9                      |
|------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| 0.0  | 1,00000                | 0,99005                | 0,98020                | 0,97045                | 0,96079                | 0,95123                | 0,94176                | 0,93239                | 0,92312                | 0,91393                |
| 0.1  | 0,90484                | 0,89583                | 0,88692                | 0,87810                | 0,86936                | 0,86071                | 0,85214                | 0,84366                | 0,83527                | 0,82696                |
| 0.2  | 0,81873                | 0,81058                | 0,80252                | 0,79453                | 0,78663                | 0,77880                | 0,77105                | 0,76338                | 0,75578                | 0,74826                |
| 0.3  | 0,74082                | 0,73345                | 0,72615                | 0,71892                | 0,71177                | 0,70469                | 0,69768                | 0,69073                | 0,68386                | 0,67706                |
| 0.4  | 0,67032                | 0,66365                | 0,65705                | 0,65051                | 0,64404                | 0,63763                | 0,63128                | 0,62500                | 0,61878                | 0,61263                |
| 0.5  | 0,60653                | 0,60050                | 0,59452                | 0,58860                | 0,58275                | 0,57695                | 0,57121                | 0,56553                | 0,55990                | 0,55433                |
| 0.6  | 0,54881                | 0,54335                | 0,53794                | 0,53259                | 0,52729                | 0,52205                | 0,51685                | 0,51171                | 0,50662                | 0,50158                |
| 0.7  | 0,49659                | 0,49164                | 0,48675                | 0,48191                | 0,47711                | 0,47237                | 0,46767                | 0,46301                | 0,45841                | 0,45384                |
| 0.8  | 0,44933                | 0,44486                | 0,44043                | 0,43605                | 0,43171                | 0,42741                | 0,42316                | 0,41895                | 0,41478                | 0,41066                |
| 0.9  | 0,40657                | 0,40252                | 0,39852                | 0,39455                | 0,39063                | 0,38674                | 0,38289                | 0,37908                | 0,37531                | 0,37158                |
| 1.0  | 0,36788                | 0,36422                | 0,36060                | 0,35701                | 0,35345                | 0,34994                | 0,34646                | 0,34301                | 0,33960                | 0,33622                |
| 1.1  | 0,33287                | 0,32956                | 0,32628                | 0,32303                | 0,31982                | 0,31664                | 0,31349                | 0,31037                | 0,30728                | 0,30422                |
| 1.2  | 0,30119                | 0,29820                | 0,29523                | 0,29229                | 0,28938                | 0,28650                | 0,28365                | 0,28083                | 0,27804                | 0,27527                |
| 1.3  | 0,27253                | 0,26982                | 0,26714                | 0,26448                | 0,26185                | 0,25924                | 0,25666                | 0,25411                | 0,25158                | 0,24908                |
| 1.4  | 0,24660                | 0,24414                | 0,24171                | 0,23931                | 0,23693                | 0,23457                | 0,23224                | 0,22993                | 0,22764                | 0,22537                |
| 1.5  | 0,22313                | 0,22091                | 0,21871                | 0,21654                | 0,21438                | 0,21225                | 0,21014                | 0,20805                | 0,20598                | 0,20393                |
| 1.6  | 0,20190                | 0,19989                | 0,19790                | 0,19593                | 0,19398                | 0,19205                | 0,19014                | 0,18825                | 0,18637                | 0,18452                |
| 1.7  | 0,18268                | 0,18087                | 0,17907                | 0,17728                | 0,17552                | 0,17377                | 0,17204                | 0,17033                | 0,16864                | 0,16696                |
| 1.8  | 0,16530                | 0,16365                | 0,16203                | 0,16041                | 0,15882                | 0,15724                | 0,15567                | 0,15412                | 0,15259                | 0,15107                |
| 1.9  | 0,14957                | 0,14808                | 0,14661                | 0,14515                | 0,14370                | 0,14227                | 0,14086                | 0,13946                | 0,13807                | 0,13670                |
| 2.0  | 0,13534                | 0,13399                | 0,13266                | 0,13134                | 0,13003                | 0,12873                | 0,12745                | 0,12619                | 0,12493                | 0,12369                |
| 2.1  | 0,12246                | 0,12124                | 0,12003                | 0,11884                | 0,11765                | 0,11648                | 0,11533                | 0,11418                | 0,11304                | 0,11192                |
| 2.2  | 0,11080                | 0,10970                | 0,10861                | 0,10753                | 0,10646                | 0,10540                | 0,10435                | 0,10331                | 0,10228                | 0,10127                |
| 2.3  | 0,10026                | 0,09926                | 0,09827                | 0,09730                | 0,09633                | 0,09537                | 0,09442                | 0,09348                | 0,09255                | 0,09163                |
| 2.4  | 0,09072                | 0,08982                | 0,08892                | 0,08804                | 0,08716                | 0,08629                | 0,08543                | 0,08458                | 0,08374                | 0,08291                |
| 2.5  | 0,08208                | 0,08127                | 0,08046                | 0,07966                | 0,07887                | 0,07808                | 0,07730                | 0,07654                | 0,07577                | 0,07502                |
| 2.6  | 0,07427                | 0,07353                | 0,07280                | 0,07208                | 0,07136                | 0,07065                | 0,06995                | 0,06925                | 0,06856                | 0,06788                |
| 2.7  | 0,06721                | 0,06654                | 0,06587                | 0,06522                | 0,06457                | 0,06393                | 0,06329                | 0,06266                | 0,06204                | 0,06142                |
| 2.8  | 0,06081                | 0,06020                | 0,05961                | 0,05901                | 0,05843                | 0,05784                | 0,05727                | 0,05670                | 0,05613                | 0,05558                |
| 2.9  | 0,05502                | 0,05448                | 0,05393                | 0,05340                | 0,05287                | 0,05234                | 0,05182                | 0,05130                | 0,05079                | 0,05029                |
| 3.0  | 0,04979                | 0,04929                | 0,04880                | 0,04832                | 0,04783                | 0,04736                | 0,04689                | 0,04642                | 0,04596                | 0,04550                |
| 3.1  | 0,04505                | 0,04460                | 0,04416                | 0,04372                | 0,04328                | 0,04285                | 0,04243                | 0,04200                | 0,04159                | 0,04117                |
| 3.2  | 0,04076                | 0,04036                | 0,03996                | 0,03956                | 0,03916                | 0,03877                | 0,03839                | 0,03801                | 0,03763                | 0,03725                |
| 3.3  | 0,03688                | 0,03652                | 0,03615                | 0,03579                | 0,03544                | 0,03508                | 0,03474                | 0,03439                | 0,03405                | 0,03371                |
| 3.4  | 0,03337                | 0,03304                | 0,03271                | 0,03239                | 0,03206                | 0,03175                | 0,03143                | 0,03112                | 0,03081                | 0,03050                |
| 3.5  | 0,03020                | 0,02990                | 0,02960                | 0,02930                | 0,02901                | 0,02872                | 0,02844                | 0,02816                | 0,02788                | 0,02760                |
| 3.6  | 0,02732                | 0,02705                | 0,02678                | 0,02652                | 0,02625                | 0,02599                | 0,02573                | 0,02548                | 0,02522                | 0,02497                |
| 3.7  | 0,02472                | 0,02448                | 0,02423                | 0,02399                | 0,02375                | 0,02352                | 0,02328                | 0,02305                | 0,02282                | 0,02260                |
| 3.8  | 0,02237                | 0,02215                | 0,02193                | 0,02171                | 0,02149                | 0,02128                | 0,02107                | 0,02086                | 0,02065                | 0,02045                |
| 3.9  | 0,02024                | 0,02004                | 0,01984                | 0,01964                | 0,01945                | 0,01925                | 0,01906                | 0,01887                | 0,01869                | 0,01850                |
| 4.0  | 0,018316               | 0,016573               | 0,014996               | 0,013569               | 0,012277               | 0,011109               | 0,010052               | 0,0 <sup>2</sup> 90953 | 0,0 <sup>2</sup> 82297 | 0,0 <sup>2</sup> 74466 |
| 5.0  | 0,0 <sup>2</sup> 67379 | 0,0 <sup>2</sup> 60967 | 0,0 <sup>2</sup> 55166 | 0,0 <sup>2</sup> 49916 | 0,0 <sup>2</sup> 45166 | 0,0 <sup>2</sup> 40868 | 0,0 <sup>2</sup> 36979 | 0,0 <sup>2</sup> 33460 | 0,0 <sup>2</sup> 30276 | 0,0 <sup>2</sup> 27394 |
| 6.0  | 0,0 <sup>2</sup> 24788 | 0,0 <sup>2</sup> 22429 | 0,0 <sup>2</sup> 20294 | 0,0 <sup>2</sup> 18363 | 0,0 <sup>2</sup> 16616 | 0,0 <sup>2</sup> 15034 | 0,0 <sup>2</sup> 13604 | 0,0 <sup>2</sup> 12309 | 0,0 <sup>2</sup> 11138 | 0,0 <sup>2</sup> 10078 |
| 7.0  | 0,0 <sup>3</sup> 91188 | 0,0 <sup>3</sup> 82510 | 0,0 <sup>3</sup> 74659 | 0,0 <sup>3</sup> 67554 | 0,0 <sup>3</sup> 61125 | 0,0 <sup>3</sup> 55308 | 0,0 <sup>3</sup> 50045 | 0,0 <sup>3</sup> 45283 | 0,0 <sup>3</sup> 40973 | 0,0 <sup>3</sup> 37074 |
| 8.0  | 0,0 <sup>3</sup> 33546 | 0,0 <sup>3</sup> 30354 | 0,0 <sup>3</sup> 27465 | 0,0 <sup>3</sup> 24852 | 0,0 <sup>3</sup> 22487 | 0,0 <sup>3</sup> 20347 | 0,0 <sup>3</sup> 18411 | 0,0 <sup>3</sup> 16659 | 0,0 <sup>3</sup> 15073 | 0,0 <sup>3</sup> 13639 |
| 9.0  | 0,0 <sup>3</sup> 12341 | 0,0 <sup>3</sup> 11167 | 0,0 <sup>3</sup> 10104 | 0,0 <sup>3</sup> 91424 | 0,0 <sup>3</sup> 82724 | 0,0 <sup>3</sup> 74852 | 0,0 <sup>3</sup> 67729 | 0,0 <sup>3</sup> 61283 | 0,0 <sup>3</sup> 55452 | 0,0 <sup>3</sup> 50175 |
| 10.0 | 0,0 <sup>4</sup> 45400 |                        |                        |                        |                        |                        |                        |                        |                        |                        |

Extraída de: MANUAL DE FÓRMULAS E TABELAS MATEMÁTICAS de  
Murray R. Spiegel - Coleção Schaum.

|                                    |  |  |
|------------------------------------|--|--|
| <p><b>TABELA</b><br/><b>49</b></p> | <p><b>VALORES PERCENTIS PARA A DISTRIBUIÇÃO CHI QUADRADA</b><br/>com <math>n</math> graus de liberdade<br/>(área sombreada = <math>p</math>)</p> |  |
|------------------------------------|--|--|

| $n$ | $\chi^2_{0,995}$ | $\chi^2_{0,99}$ | $\chi^2_{0,975}$ | $\chi^2_{0,95}$ | $\chi^2_{0,90}$ | $\chi^2_{0,75}$ | $\chi^2_{0,50}$ | $\chi^2_{0,25}$ | $\chi^2_{0,10}$ | $\chi^2_{0,05}$ | $\chi^2_{0,025}$ | $\chi^2_{0,01}$ | $\chi^2_{0,005}$ |
|-----|------------------|-----------------|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|------------------|
| 1   | 7,88             | 6,63            | 5,02             | 3,84            | 2,71            | 1,32            | 0,455           | 0,102           | 0,0158          | 0,0039          | 0,0010           | 0,0002          | 0,0000           |
| 2   | 10,6             | 9,21            | 7,38             | 5,99            | 4,61            | 2,77            | 1,39            | 0,575           | 0,211           | 0,103           | 0,0506           | 0,0201          | 0,0100           |
| 3   | 12,8             | 11,3            | 9,35             | 7,81            | 6,25            | 4,11            | 2,37            | 1,21            | 0,584           | 0,352           | 0,216            | 0,115           | 0,072            |
| 4   | 14,9             | 13,3            | 11,1             | 9,49            | 7,78            | 5,39            | 3,36            | 1,92            | 1,06            | 0,711           | 0,484            | 0,297           | 0,207            |
| 5   | 16,7             | 15,1            | 12,8             | 11,1            | 9,24            | 6,63            | 4,35            | 2,67            | 1,61            | 1,15            | 0,831            | 0,554           | 0,412            |
| 6   | 18,5             | 16,8            | 14,4             | 12,6            | 10,6            | 7,84            | 5,35            | 3,45            | 2,20            | 1,64            | 1,24             | 0,872           | 0,676            |
| 7   | 20,3             | 18,5            | 16,0             | 14,1            | 12,0            | 9,04            | 6,35            | 4,25            | 2,83            | 2,17            | 1,69             | 1,24            | 0,989            |
| 8   | 22,0             | 20,1            | 17,5             | 15,5            | 13,4            | 10,2            | 7,34            | 5,07            | 3,49            | 2,73            | 2,18             | 1,65            | 1,34             |
| 9   | 23,6             | 21,7            | 19,0             | 16,9            | 14,7            | 11,4            | 8,34            | 5,90            | 4,17            | 3,33            | 2,70             | 2,09            | 1,73             |
| 10  | 25,2             | 23,2            | 20,5             | 18,3            | 16,0            | 12,5            | 9,34            | 6,74            | 4,87            | 3,94            | 3,25             | 2,56            | 2,16             |
| 11  | 26,8             | 24,7            | 21,9             | 19,7            | 17,3            | 13,7            | 10,3            | 7,58            | 5,58            | 4,57            | 3,82             | 3,05            | 2,60             |
| 12  | 28,3             | 26,2            | 23,3             | 21,0            | 18,5            | 14,8            | 11,3            | 8,44            | 6,30            | 5,23            | 4,40             | 3,57            | 3,07             |
| 13  | 29,8             | 27,7            | 24,7             | 22,4            | 19,8            | 16,0            | 12,3            | 9,30            | 7,04            | 5,89            | 5,01             | 4,11            | 3,57             |
| 14  | 31,3             | 29,1            | 26,1             | 23,7            | 21,1            | 17,1            | 13,3            | 10,2            | 7,79            | 6,57            | 5,63             | 4,66            | 4,07             |
| 15  | 32,8             | 30,6            | 27,5             | 25,0            | 22,3            | 18,2            | 14,3            | 11,0            | 8,55            | 7,26            | 6,26             | 5,23            | 4,60             |
| 16  | 34,3             | 32,0            | 28,8             | 26,3            | 23,5            | 19,4            | 15,3            | 11,9            | 9,31            | 7,96            | 6,91             | 5,81            | 5,14             |
| 17  | 35,7             | 33,4            | 30,2             | 27,6            | 24,8            | 20,5            | 16,3            | 12,8            | 10,1            | 8,67            | 7,56             | 6,41            | 5,70             |
| 18  | 37,2             | 34,8            | 31,5             | 28,9            | 26,0            | 21,6            | 17,3            | 13,7            | 10,9            | 9,39            | 8,23             | 7,01            | 6,26             |
| 19  | 38,6             | 36,2            | 32,9             | 30,1            | 27,2            | 22,7            | 18,3            | 14,6            | 11,7            | 10,1            | 8,91             | 7,63            | 6,84             |
| 20  | 40,0             | 37,6            | 34,2             | 31,4            | 28,4            | 23,8            | 19,3            | 15,5            | 12,4            | 10,9            | 9,59             | 8,26            | 7,43             |
| 21  | 41,4             | 38,9            | 35,5             | 32,7            | 29,6            | 24,9            | 20,3            | 16,3            | 13,2            | 11,6            | 10,3             | 8,90            | 8,03             |
| 22  | 42,8             | 40,3            | 36,8             | 33,9            | 30,9            | 26,0            | 21,3            | 17,2            | 14,0            | 12,3            | 11,0             | 9,54            | 8,64             |
| 23  | 44,2             | 41,6            | 38,1             | 35,2            | 32,0            | 27,1            | 22,3            | 18,1            | 14,8            | 13,1            | 11,7             | 10,2            | 9,26             |
| 24  | 45,6             | 43,0            | 39,4             | 36,4            | 33,2            | 28,2            | 23,3            | 19,0            | 15,7            | 13,8            | 12,4             | 10,9            | 9,89             |
| 25  | 46,9             | 44,3            | 40,6             | 37,7            | 34,4            | 29,3            | 24,3            | 19,9            | 16,5            | 14,6            | 13,1             | 11,5            | 10,5             |
| 26  | 48,3             | 45,6            | 41,9             | 38,9            | 35,6            | 30,4            | 25,3            | 20,8            | 17,3            | 15,4            | 13,8             | 12,2            | 11,2             |
| 27  | 49,6             | 47,0            | 43,2             | 40,1            | 36,7            | 31,5            | 26,3            | 21,7            | 18,1            | 16,2            | 14,6             | 12,9            | 11,8             |
| 28  | 51,0             | 48,3            | 44,5             | 41,3            | 37,9            | 32,6            | 27,3            | 22,7            | 18,9            | 16,9            | 15,3             | 13,6            | 12,5             |
| 29  | 52,3             | 49,6            | 45,7             | 42,6            | 39,1            | 33,7            | 28,3            | 23,6            | 19,8            | 17,7            | 16,0             | 14,3            | 13,1             |
| 30  | 53,7             | 50,9            | 47,0             | 43,8            | 40,3            | 34,8            | 29,3            | 24,5            | 20,6            | 18,5            | 16,8             | 15,0            | 13,8             |
| 40  | 66,8             | 63,7            | 59,3             | 55,8            | 51,8            | 45,6            | 39,3            | 33,7            | 29,1            | 26,5            | 24,4             | 22,2            | 20,7             |
| 50  | 79,5             | 76,2            | 71,4             | 67,5            | 63,2            | 56,3            | 49,3            | 42,9            | 37,7            | 34,8            | 32,4             | 29,7            | 28,0             |
| 60  | 92,0             | 88,4            | 83,3             | 79,1            | 74,4            | 67,0            | 59,3            | 52,3            | 46,5            | 43,2            | 40,5             | 37,5            | 35,5             |
| 70  | 104,2            | 100,4           | 95,0             | 90,5            | 85,5            | 77,6            | 69,3            | 61,7            | 55,3            | 51,7            | 48,8             | 45,4            | 43,3             |
| 80  | 116,3            | 112,3           | 106,6            | 101,9           | 96,6            | 88,1            | 79,3            | 71,1            | 64,3            | 60,4            | 57,2             | 53,5            | 51,2             |
| 90  | 128,3            | 124,1           | 118,1            | 113,1           | 107,6           | 98,6            | 89,3            | 80,6            | 73,3            | 69,1            | 65,6             | 61,8            | 59,2             |
| 100 | 140,2            | 135,8           | 129,6            | 124,3           | 118,5           | 109,1           | 99,3            | 90,1            | 82,4            | 77,9            | 74,2             | 70,1            | 67,3             |

Fonte: Catherine M. Thompson, *Table of percentage points of the  $\chi^2$  distribution*, Biometrika, Vol. 32 (1941), por permissão do autor e editor.

Extraída de: MANUAL DE FÓRMULAS E TABELAS MATEMÁTICAS de Murray R. Spiegel - Coleção Schaum.



Appendix V The Poisson distribution (Continued)

| $\mu$<br>$z$ | 4.1    | 4.2    | 4.3    | 4.4    | 4.5    | 4.6    | 4.7    | 4.8    | 4.9    | 5.0    |
|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0            | .01657 | .01500 | .01357 | .01228 | .01111 | .01005 | .00910 | .00823 | .00745 | .00674 |
| 1            | .06785 | .06298 | .05835 | .05402 | .04999 | .04624 | .04275 | .03950 | .03649 | .03369 |
| 2            | .13929 | .13226 | .12544 | .11885 | .11248 | .10635 | .10046 | .09481 | .08940 | .08422 |
| 3            | .19037 | .18517 | .17980 | .17431 | .16872 | .16307 | .15738 | .15169 | .14602 | .14037 |
| 4            | .19513 | .19442 | .19328 | .19174 | .18981 | .18753 | .18493 | .18203 | .17887 | .17747 |
| 5            | .16000 | .16331 | .16622 | .16873 | .17083 | .17252 | .17383 | .17475 | .17529 | .17547 |
| 6            | .10933 | .11432 | .11913 | .12373 | .12812 | .13227 | .13617 | .13980 | .14315 | .14622 |
| 7            | .06404 | .06859 | .07318 | .07777 | .08236 | .08692 | .09143 | .09580 | .10021 | .10444 |
| 8            | .03282 | .03601 | .03933 | .04278 | .04633 | .04998 | .05371 | .05752 | .06138 | .06528 |
| 9            | .01495 | .01680 | .01879 | .02091 | .02316 | .02554 | .02805 | .03068 | .03342 | .03627 |
| 10           | .00613 | .00706 | .00808 | .00920 | .01042 | .01175 | .01318 | .01472 | .01637 | .01813 |
| 11           | .00228 | .00269 | .00316 | .00368 | .00426 | .00491 | .00563 | .00642 | .00729 | .00824 |
| 12           | .00078 | .00094 | .00113 | .00135 | .00160 | .00188 | .00221 | .00257 | .00298 | .00343 |
| 13           | .00025 | .00030 | .00037 | .00046 | .00055 | .00067 | .00080 | .00095 | .00112 | .00132 |
| 14           | .00007 | .00009 | .00011 | .00014 | .00018 | .00022 | .00027 | .00033 | .00039 | .00047 |
| 15           | .00002 | .00003 | .00003 | .00004 | .00005 | .00007 | .00008 | .00010 | .00013 | .00016 |
| 16           | .00001 | .00001 | .00001 | .00001 | .00002 | .00002 | .00002 | .00003 | .00004 | .00005 |
| 17           | .00000 | .00000 | .00000 | .00000 | .00000 | .00001 | .00001 | .00001 | .00001 | .00001 |
| 18           | .00000 | .00000 | .00000 | .00000 | .00000 | .00000 | .00000 | .00000 | .00000 | .00000 |
| 19           |        |        |        |        |        | .00000 | .00000 | .00000 | .00000 | .00000 |

| $\mu$<br>$z$ | 6.0    | 7.0    | 8.0    | 9.0    | 10.0   | 11.0   | 12.0   | 13.0   | 14.0   | 15.0   |
|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0            | .00248 | .00091 | .00034 | .00012 | .00005 | .00002 | .00001 | .00000 | .00000 | .00000 |
| 1            | .01487 | .00638 | .00268 | .00111 | .00045 | .00018 | .00007 | .00003 | .00001 | .00000 |
| 2            | .04462 | .02234 | .01073 | .00500 | .00227 | .00101 | .00044 | .00019 | .00008 | .00003 |
| 3            | .08924 | .05213 | .02873 | .01499 | .00757 | .00370 | .00177 | .00083 | .00038 | .00017 |
| 4            | .13385 | .09123 | .05725 | .03374 | .01892 | .01019 | .00531 | .00269 | .00133 | .00065 |
| 5            | .16062 | .12772 | .09160 | .06073 | .03783 | .02242 | .01274 | .00699 | .00373 | .00194 |
| 6            | .16062 | .14900 | .12214 | .09109 | .06306 | .04109 | .02548 | .01513 | .00870 | .00484 |
| 7            | .13768 | .14900 | .13959 | .11712 | .09008 | .06458 | .04368 | .02814 | .01739 | .01037 |
| 8            | .10326 | .13038 | .13959 | .13175 | .11260 | .08879 | .06552 | .04573 | .03044 | .01944 |
| 9            | .06884 | .10140 | .12408 | .13175 | .12511 | .10852 | .08736 | .06605 | .04734 | .03241 |
| 10           | .04130 | .07098 | .09926 | .11858 | .12511 | .11938 | .10484 | .08587 | .06628 | .04861 |
| 11           | .02253 | .04517 | .07219 | .09702 | .11374 | .11938 | .11437 | .10148 | .08436 | .06629 |
| 12           | .01126 | .02635 | .04813 | .07276 | .09478 | .10943 | .11437 | .10994 | .09842 | .08286 |
| 13           | .00520 | .01419 | .02962 | .05038 | .07291 | .09259 | .10557 | .10994 | .10599 | .09561 |
| 14           | .00223 | .00709 | .01692 | .03238 | .05208 | .07275 | .09049 | .10209 | .10599 | .10243 |
| 15           | .00089 | .00331 | .00903 | .01943 | .03472 | .05335 | .07239 | .08847 | .09892 | .10243 |
| 16           | .00033 | .00145 | .00451 | .01093 | .02170 | .03668 | .05429 | .07189 | .08656 | .09603 |
| 17           | .00012 | .00060 | .00212 | .00579 | .01276 | .02373 | .03832 | .05497 | .07128 | .08473 |
| 18           | .00004 | .00023 | .00094 | .00289 | .00709 | .01450 | .02555 | .03970 | .05544 | .07061 |
| 19           | .00001 | .00009 | .00040 | .00137 | .00373 | .00830 | .01614 | .02716 | .04085 | .05575 |
| 20           | .00000 | .00003 | .00016 | .00062 | .00187 | .00462 | .00968 | .01766 | .02860 | .04181 |
| 21           | .00000 | .00001 | .00006 | .00026 | .00089 | .00242 | .00553 | .01093 | .01906 | .02986 |
| 22           | .00000 | .00000 | .00002 | .00011 | .00040 | .00121 | .00302 | .00646 | .01213 | .02036 |
| 23           |        | .00000 | .00001 | .00004 | .00018 | .00058 | .00157 | .00365 | .00738 | .01328 |
| 24           |        |        | .00000 | .00002 | .00007 | .00027 | .00079 | .00198 | .00431 | .00830 |
| 25           |        |        | .00000 | .00001 | .00003 | .00012 | .00038 | .00103 | .00241 | .00498 |
| 26           |        |        |        | .00000 | .00001 | .00005 | .00017 | .00051 | .00130 | .00287 |
| 27           |        |        |        | .00000 | .00000 | .00002 | .00008 | .00025 | .00067 | .00160 |
| 28           |        |        |        |        | .00000 | .00001 | .00003 | .00011 | .00034 | .00086 |
| 29           |        |        |        |        |        | .00000 | .00001 | .00005 | .00016 | .00044 |
| 30           |        |        |        |        |        | .00000 | .00001 | .00002 | .00008 | .00022 |
| 31           |        |        |        |        |        | .00000 | .00000 | .00001 | .00003 | .00011 |
| 32           |        |        |        |        |        |        | .00000 | .00000 | .00001 | .00005 |
| 33           |        |        |        |        |        |        |        | .00000 | .00001 | .00002 |
| 34           |        |        |        |        |        |        |        | .00000 | .00000 | .00001 |
| 35           |        |        |        |        |        |        |        | .00000 | .00000 | .00000 |



A digitalização deste documento foi possível graças ao investimento do Programa de Pós-graduação em Geografia Humana (PPGH-FFLCH-USP) e realizada com recursos da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. Essa ação integra as atividades de comemoração dos 50 anos do PPGH no ano de 2021. Para mais informações sobre o PPGH e sua história, visite a página do programa: <http://ppgh.ffeilch.usp.br/>.

