



INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES
Autarquia Associada à Universidade de São Paulo

Ruído neutrônico macroscópico até 100 kHz do reator IPEN/MB-01

DIOGO FELICIANO DOS SANTOS

**Tese apresentada como parte dos
requisitos para obtenção do Grau de
Doutor em Ciências na Área
de Tecnologia Nuclear - Reatores**

**Orientador:
Prof. Dr. Adimir dos Santos**

**São Paulo
2020**

INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES
Autarquia Associada à Universidade de São Paulo

Ruído neutrônico macroscópico até 100 kHz do reator IPEN/MB-01

Versão Corrigida

Versão Original disponível no IPEN

DIOGO FELICIANO DOS SANTOS

**Tese apresentada como parte dos
requisitos para obtenção do Grau de
Doutor em Ciências na Área
de Tecnologia Nuclear - Reatores**

**Orientador:
Prof. Dr. Adimir dos Santos**

**São Paulo
2020**

Fonte de financiamento: IPEN/CNEN

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Como citar:

SANTOS, D. F. ***Ruído neutrônico macroscópico até 100 kHz do reator IPEN/MB-01***. 2020. 250 p. Tese (Doutorado em Tecnologia Nuclear), Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, IPEN-CNEN/SP, São Paulo. Disponível em: <https://teses.usp.br/index.php?option=com_jumi&fileid=38&Itemid=183&id=87A86E7A0948>. Acesso em: (data de consulta no formato: dd/mm/aaaa).

Ficha catalográfica

Santos, Diogo Feliciano dos

Ruído neutrônico macroscópico até 100 kHz do reator IPEN/MB-01 / Diogo Feliciano dos Santos. Orientador Prof. Dr. Adimir dos Santos. São Paulo, 2020.

250 p.

Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Tecnologia Nuclear (Reatores) - Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, Universidade de São Paulo.

1. Ruído neutrônico. 2. Medidas de APSD. 3. Modelo de duas regiões e dois grupos de energias. 4. Reatividade subcrítica. 5. Tempo de geração de nêutrons. 6. *Lifetime* de nêutrons. I. Título.

Dedico a minha mãe e irmãos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha mãe e irmãos por tudo.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Adimir dos Santos do IPEN, pelo suporte, encaminhamento, ideias, discussões e trabalho em equipe no doutorado. Além disso, foi um orientador muito presente, ativo e, certamente, tornou-se um bom amigo para a vida.

Este trabalho foi concluído devido à muita ajuda direta e indireta. Na ajuda direta destaco os amigos que ajudaram na aquisição de dados, chamados de Gregório Soares, César Loureiro e Hugo Landim (operador do reator), e aos pesquisadores Ricardo Diniz e Rogério Rejez. Também agradeço muito aos operadores do reator IPEN/MB-01 Reginaldo Gilioli, Luís Alberto Bocardo, Marco Antonio Sabo e ao pesquisador Carlos Henrique Ricciardi. Ao pesquisador Rinaldo Fuga pela ajuda em algumas operações do reator e, principalmente, por conduzir o procedimento de mistura das soluções de ácido bórico na água do reator.

Existem pessoas que encontrei no meio dos trabalhos de mestrado e doutorado que ficarão para sempre na memória, como o Prof. Dr. Ulysses d'Utra Bitelli. Este foi o meu orientador de mestrado. Agradeço-o por estar sempre presente e pronto a ajudar, acompanhou nas operações ou fez o planejamento para que elas ocorressem.

Agradeço ao pesquisador Thiago Carluccio do Centro Tecnológico da Marinha em São Paulo (CTMSP) por ser sempre solícito e contribuiu com ótimas ideias na qualificação e no seminário de área. Desse mesmo modo, agradeço novamente ao pesquisador Ricardo Diniz por ter feito o mesmo.

Existiram muitas pessoas que me apoiaram de alguma forma e ajudaram indiretamente na produção deste trabalho. Agradeço principalmente ao amigo Vitor Ottoni Garcia Arêdes que ajudou com incentivos, informações e facilitou a realização de outros trabalhos, que por consequência fizeram sobrar mais tempo para se dedicar a tese. Também agradeço ao amigo Thiago Garcia João pelas ideias, informações e ajudas para trilhar um novo caminho profissional. Os amigos Vitor e Thiago, apareceram durante o mestrado e doutorado para mostrar alternativas para além da área nuclear. Agradeço a Bruna Roque da Silva pela enorme ajuda na parte burocrática da tese, a amizade construída nesse período de pós-graduação e outros incentivos.

Agradeço novamente ao Dr. Adimir pela oportunidade de ter trabalhado no projeto de troca do núcleo do reator IPEN/MB-01 para elementos combustíveis de placa

que rendeu muito conhecimento e que de alguma forma ajudou na tese. Nessa época ele ainda não me orientava. Nesse projeto aprendi muito da parte teórica e muito sobre o projeto de reatores nucleares com o pessoal envolvido nesse projeto. O trabalho em equipe no projeto placa foi sensacional. Agradeço por ter conhecido e aprendido muito com Fernando de Castro Junqueira, Luiz Ernesto Credidio Mura, Graciete S. A. e Silva, Mitsuo Yamaguchi, Flávio Betti, Eduardo Winston Pontes, Julian Marco Barbosa Shorto, Ulysses d'Utra Bitelli e Antonio Belchior Junior.

Por causa da experiência no projeto do reator placa surgiram dois trabalhos internacionais pela Agência Internacional de Energia Atômica (IAEA): um no Peru, na instalação do reator nuclear RP-10, e outro no Chile, no reator nuclear RECH-1 do CCHEN. Da instalação do Peru fica a recordação dos físicos de reator Ruben Bruna Mercado e Alvaro Aguirre. No Chile foi muito bom conhecer e trocar informações com a Sylvia Lagos Espinoza da radioproteção, os físicos Carlos Henriquez, Francisco Cabrera Orellana e Jorge Medel Ruggero, o operador de reator Domingo Calderón Moscosa e a secretária Cecilia Hernandez sempre solícita. Agradeço também a minha contraparte na IAEA, o Sr. João Osso, e ao Durim Kryeziu e João Luciano Amorim Azevedo da Canberra pela amizade durante o trabalho no Peru e a ampliação de mundo com as ideias que transmitiram.

Agradeço aos titulares da banca, sendo eles o Dr. Fernando Carvalho da Silva da Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), o Dr. Ricardo Diniz do IPEN e o Dr. Airton Deppman do Instituto de Física da Universidade de São Paulo (IFUSP). Agradeço também aos suplentes Dr. Thiago Carluccio do CTMSP, Dr. Julian Marco Barbosa Shorto do IPEN e Dr. José Rubens Maiorino da Universidade Federal do ABC (UFABC). As correções e contribuições dadas pela banca foram muito proveitosas.

Ao Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares e a Comissão Nacional de Energia Nuclear (IPEN/CNEN-SP) pela possibilidade de realizar este trabalho com o fornecimento das instalações, equipamentos, pessoal qualificado para o acompanhamento dos experimentos e pelos cursos oferecidos de pós-graduação.

À Financiadora de Inovação e Pesquisa (FINEP) junto com Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio nos três primeiros anos da pesquisa com a bolsa de Desenvolvimento Tecnológico e Industrial (DTI) do projeto do núcleo placa do reator IPEN/MB-01. Ao IPEN/CNEN pelo apoio financeiro no último ano de pesquisa.

Enquanto não acabou, não acabou.

Yogi Berra

58,6% de toda a estatística são inventadas.

Desconhecido

Livro: Introdução a estatística: atualização da tecnologia

Mario F. Triola

Quero saber como Deus criou o mundo. Não estou interessado nesse ou naquele fenômeno. Quero saber Seus pensamentos, o resto são detalhes.

Albert Einstein

RESUMO

SANTOS, Diogo Feliciano dos. **Ruído neutrônico macroscópico até 100 kHz do reator IPEN/MB-01**. 2020. 250 p. Tese (Doutorado em Tecnologia Nuclear) – Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN-CNEN/SP, São Paulo.

Experimentos subcríticos de ruído neutrônico de potência zero em frequências até 100 kHz foram realizados no reator de pesquisa IPEN/MB-01. A configuração de núcleo adotada consistiu num arranjo com 26×24 varetas combustíveis e barras de controle totalmente retiradas. A subcriticalidade foi alcançada diluindo-se ácido bórico (H_3BO_3) na água do reator nas concentrações de 286,8 e 578,6 ppm de boro natural. Os pulsos gerados em dois detectores de 3He em lados opostos do núcleo foram somados e enviados ao *Correlator*, o qual processou a Densidades Espectrais de Potência Própria (APSD). Adquiriram-se duas APSDs médias em várias operações do reator. Após a análise dos dados com os mínimos quadrados, verificou-se que a APSD até frequências próximas de 70 kHz é bem descrita por um modelo de decaimento com quatro modos. Os dois primeiros modos de decaimento estão relacionados aos eventos de nêutrons térmicos e os outros dois aos nêutrons rápidos. O acoplamento entre o comportamento cinético dos nêutrons térmicos e rápidos era fraco e poderiam ser considerados desacoplados. Com essas ponderações, construiu-se um modelo teórico inédito, mas baseado nos métodos tradicionais de solução das equações de transporte de nêutrons (ETN), com dois grupos de energia (térmico e rápido) e duas regiões (núcleo e refletor infinito), o qual possibilitou a obtenção de parâmetros físicos importantes no caso com 286,8 ppm de boro natural, como a reatividade subcrítica, o *lifetime* e o tempo de geração de nêutrons prontos no núcleo e no refletor. Com o modelo desenvolvido, construíram-se as curvas da distribuição Rossi- α para tempos menores que o tempo morto do detector utilizado. Os cálculos com o código MCNP6 justificou a existência dos modos de nêutrons rápidos adquiridos por um detector essencialmente de nêutrons térmicos. Além disso, a reatividade térmica (ρ^{TT}) e o tempo de geração de nêutrons térmicos (Λ^T) apresentaram boas concordâncias nas comparações entre o calculado e o medido. Os resultados experimentais são de excelente qualidade e apropriados para um *benchmark* internacional.

Palavras-chave: ruído neutrônico, medidas de APSD, modelo de duas regiões e dois grupos de energias, reatividade subcrítica, tempo de geração de nêutrons, *lifetime* de nêutrons.

ABSTRACT

SANTOS, Diogo Feliciano dos. **Macroscopic noise up to 100 kHz in the IPEN/MB-01 reactor**. 2020. 250 p. Tese (Doutorado em Tecnologia Nuclear) – Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN-CNEN/SP, São Paulo.

Subcritical experiments of zero power reactor noise at frequencies up to 100 kHz have been performed in the IPEN/MB-01 research reactor. The adopted core configuration consists of an assembly of 26×24 fuel rods and the control banks were totally withdrawn. Subcriticality was reached by poisoning the reactor water with boric acid (H_3BO_3) in the concentration of 286.8 and 578.6 ppm of natural boron. The generated neutron pulses from the two ^3He detectors on opposite sides of the nucleus were added and inserted into the Correlator and the Auto Power Spectral Density (APSD) was inferred through a mathematical model. Two average APSDs were acquired in various reactor operations. After the data analyzes with the least squares method, it was found that the APSD in frequencies close to 70 kHz is best described by a four-modes decay model. The first two decay modes are related to thermal neutron events and the other two to the fast ones. The coupling between the kinetic behavior of thermal and fast neutrons was weak and could be considered decoupled. From these considerations, a new theoretical model was built, but based on the traditional way of solving neutron transport equations (ETN), with two energy groups (thermal and fast) and two regions (core and infinity reflector), which made it possible to obtain important physical parameters in the case of 286.8 ppm of natural boron, such as the subcritical reactivity, neutron lifetime and prompt neutron generation time in the core and reflector. With the developed model, the Rossi- α curves were constructed for times shorter than the dead time of the detector that was used. Calculations with the MCNP6 code justified the fast neutron modes existence acquired by a thermal neutron detector. Also, the thermal reactivity (ρ^{TT}) and thermal neutron generation time (Λ^T) obtained good agreements in the comparisons between the calculated-to-measured. The experimental results are of excellent quality and suitable for an international benchmark.

Key words: reactor noise, APSD measurements, two-region two-group kinetic model, subcritical reactivity, neutron generation time, neutron lifetime

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Números, datas, aquisições e temperaturas médias das médias dos 12 termopares das operações no reator IPEN/MB-01	35
Tabela 4.1 – Matriz de covariância do ajuste até a frequência máxima de 75,8 kHz para o caso de 286,8 ppm de boro natural	39
Tabela 4.2 – Matriz de correlação do ajuste até a frequência máxima de 75,8 kHz para o caso de 286,8 ppm de boro natural	39
Tabela 4.3 – Matriz de covariância do ajuste até a frequência máxima de 71,8 kHz para o caso de 578,6 ppm de boro natural	46
Tabela 4.4 – Matriz de correlação do ajuste até a frequência máxima de 71,8 kHz para o caso de 578,6 ppm de boro natural	46
Tabela 5.1 – Notação simplificada que mostra as dependências das grandezas da ETN ...	59
Tabela 6.1 – Matriz de covariância dos parâmetros α_c , α_r , β_r e Λ_c^T	111
Tabela 6.2 – Matriz de correlação dos parâmetros α_c , α_r , β_r e Λ_c^T	112
Tabela 6.3 – Matriz de covariância dos parâmetros ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T	122
Tabela 6.4 – Matriz de correlação dos parâmetros ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T	123
Tabela 6.5 – Comparação e teste de consistência das equações de reatividade	124
Tabela 6.6 – <i>Lifetimes</i> de nêutrons térmicos obtidos por diversas equações.....	126
Tabela 8.1 – Fluxos e reações de absorção de nêutrons no refletor calculados com o MCNP6	134
Tabela 8.2 – Os k_{eff} e $\Delta\rho$ das simulações com o MCNP6.....	135
Tabela 8.3 – Os Λ , β_{eff} , t_{rem} e τ das simulações com o MCNP6.....	137
Tabela 8.4 – Fluxos de nêutrons e reações nas regiões sensíveis dos detectores calculados com o MCNP6	142
Tabela 9.1 – Comparação das reatividades, tempos de geração e <i>lifetimes</i> de nêutrons térmicos experimentais e calculados.....	145
Tabela D.1 – Parâmetros fixados para os ajustes de 70 kHz	188
Tabela D.2 – Contagem relativa dos cruzamentos entre as raízes ω_9 e ω_{10} com os coeficientes A_9 e A_{10}	197
Tabela D.3 – Ocorrência dos pares A_9 - ω_9 e A_{10} - ω_{10} no mesmo ajuste.....	197
Tabela D.4 – Valores iniciais utilizado nos ajustes finais	198

Tabela D.5 – Parâmetros calculados no ajuste até 70 kHz para o conjunto de dados 1 em aproximações distintas	198
Tabela D.6 – Ajuste realizado com valores iniciais do conjunto de dados 2	199
Tabela D.7 – Ajustes para quatro modos em função da variação da frequência máxima para o experimento com 286,8 ppm de boro natural. Em cinza estão destacados os melhores ajustes segundo a probabilidades integrais do χ^2	200
Tabela G.1 – Ajustes para um modo variando a frequência máxima nos dados experimentais com 286,8 ppm de boro natural	211
Tabela G.2 – Ajustes para dois modos variando a frequência máxima nos dados experimentais com 286,8 ppm de boro natural	212
Tabela G.3 – Ajustes para três modos variando a frequência máxima nos dados experimentais com 286,8 ppm de boro natural	213
Tabela G.4 – Ajustes para cinco modos variando a frequência máxima nos dados experimentais com 286,8 ppm de boro natural	214
Tabela G.5 – Ajustes para seis modos variando a frequência máxima nos dados experimentais com 286,8 ppm de boro natural	215
Tabela H.1 – Parâmetros ajustados com um e dois modos no caso com 578,6 ppm de boro natural	219
Tabela H.2 – Ajustes para quatro modos em função da variação da frequência máxima para o experimento com 578,6 ppm de boro natural. Em cinza estão destacados os melhores ajustes segundo a probabilidades integrais do χ^2	221
Tabela I.1 – Ajustes para três modos variando a frequência máxima nos dados experimentais com 578,6 ppm de boro natural	223
Tabela I.2 – Ajustes para cinco modos variando a frequência máxima nos dados experimentais com 578,6 ppm de boro natural	224
Tabela I.3 – Ajustes para seis modos variando a frequência máxima nos dados experimentais com 578,6 ppm de boro natural	225
Tabela K.1 – Derivadas parciais e as incertezas de ρ_c^{TT}	231
Tabela K.2 – Derivadas parciais e as incertezas de ρ_r^{TT}	232
Tabela K.3 – Incertezas da reatividade térmica ρ^{TT}	232
Tabela K.4 – Derivadas parciais e as incertezas de τ^T	235
Tabela K.5 – Derivadas parciais e as incertezas de $\tau_{c^*}^T$	236
Tabela K.6 – Derivadas parciais e as incertezas de $\tau_{r^*}^T$	237
Tabela K.7 – Derivadas parciais e as incertezas de τ^T	238

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 3.1- Localização horizontal dos termopares na configuração padrão retangular	28
Figura 3.2 – Esquema radial do núcleo de varetas do reator IPEN/MB-01	29
Figura 3.3 – Esquema axial do núcleo de varetas do reator IPEN/MB-01	30
Figura 3.4 – Diagrama dos instrumentos utilizados nos experimentos	32
Figura 4.1 – Ajuste em quatro modos até a frequência máxima de 75,8 kHz do experimento com 286,8 ppm de boro natural	38
Figura 4.2 – Resíduo ponderado pelo desvio padrão do ajuste até a frequência máxima de 75,8 kHz para o caso de 286,8 ppm de boro natural.....	40
Figura 4.3 – Histograma dos resíduos em relação ao desvio padrão em intervalos de $0,1\sigma$.	41
Figura 4.4 – Modos parciais do ajuste até 75,8 kHz (até a linha vertical tracejada)	42
Figura 4.5 – Ajuste dos dois modos rápidos no intervalo de 9 até 75,8 kHz do caso de 286,8 ppm de boro natural	44
Figura 4.6 – Ajuste em quatro modos até a frequência máxima de 71,8 kHz do experimento com 578,6 ppm de boro natural	45
Figura 4.7 – Resíduo ponderado pelo desvio padrão do ajuste até a frequência máxima de 71,8 kHz para o caso de 578,6 ppm de boro natural.....	47
Figura 4.8 – Histograma dos resíduos em relação ao desvio padrão em intervalos de $0,1\sigma$.	48
Figura 4.9 – Modos parciais do ajuste até 71,8 kHz (linha tracejada vertical).....	48
Figura 4.10 – Ajuste dos dois modos rápidos no intervalo de 14 até 71,8 kHz do caso de 578,6 ppm de boro natural	49
Figura 4.11 – Modos térmicos dos ajustes dos experimentos de 286,8 e 578,6 ppm de boro natural. A linha vertical tracejada em preto é a frequência máxima do ajuste do primeiro experimento e em verde do segundo.....	51
Figura 4.12 – Modos rápidos dos ajustes dos experimentos com 286,8 e 578,6 ppm de boro natural até as frequências máximas indicadas pelas linhas verticais tracejadas em preto e em verde, respectivamente.....	52
Figura 4.13 – Terceiros modos dos ajustes dos experimentos com 286,8 e 578,6 ppm de boro natural até as frequências máximas indicadas pelas linhas verticais tracejadas em preto e em verde, respectivamente.....	52
Figura 5.1 – Esquema simplificado do problema de duas regiões.....	55
Figura 6.1 – Diagrama de fluxo do cálculo das distribuições de α_c , α_r , β_r e Λ_c^T	104
Figura 6.2 – Histogramas com 30 intervalos de α_c , α_r e Λ_c^T	106

Figura 6.3 – Histograma de β_r com a média da distribuição iterada.....	106
Figura 6.4 – Histograma de ρ_c^* com a média da distribuição iterada.....	107
Figura 6.5 – Histogramas com 30 intervalos de α_c e α_r com a condição $\alpha_c > \alpha_r$	107
Figura 6.6 – Histograma final de α_c com a média da distribuição iterada	108
Figura 6.7 – Histograma final de α_r com a média da distribuição iterada	109
Figura 6.8 – Histograma final de Λ_c^T com a média da distribuição iterada.....	109
Figura 6.9 – Ajuste em quatro modos até a frequência máxima de 75,8 kHz do experimento com 286,8 ppm de boro natural para o cálculo dos parâmetros α_c , α_r , β_r e Λ_c^T	111
Figura 6.10 – Diagrama de fluxo do cálculo das distribuições de ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T	113
Figura 6.11 – Histogramas com 60 intervalos de ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T	114
Figura 6.12 – Histogramas de ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T	115
Figura 6.13 – Histogramas de ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T	116
Figura 6.14 – Histogramas de ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T	117
Figura 6.15 – Histograma final de ρ_c^{TT} com a média da distribuição iterada	118
Figura 6.16 – Histograma final de ρ_r^{TT} com a média da distribuição iterada	119
Figura 6.17 – Histograma final de $j_{c \rightarrow r}^T$ com a média da distribuição iterada	119
Figura 6.18 – Histograma final de $j_{r \rightarrow c}^T$ com a média da distribuição iterada	120
Figura 6.19 – Histograma final de Λ_r^T com a média da distribuição iterada.....	120
Figura 6.20 – Ajuste em quatro modos até a frequência máxima de 75,8 kHz do experimento com 286,8 ppm de boro natural para o cálculo dos parâmetros ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T ..	122
Figura 6.21 – Gráfico de α_c , α_r , ω_7 e ω_8 em função de ρ^{TT}	125
Figura 6.22 – Curvas e modos individuais (gráfico menor) do Rossi- α construídos com os dados experimentais e o modelo proposto	127
Figura 6.23 – Curvas construídas com o modelo teórico e dados experimentais do Rossi- α no caso com 286,8 ppm de boro natural, sendo que os dados foram adquiridos com os detectores de ^3He n/s 8741 e 8742 com as barras de controle 93% retiradas	129
Figura 7.1 – Plano axial da simulação do reator IPEN/MB-01 em duas regiões	131
Figura 7.2 – Plano radial da simulação do reator IPEN/MB-01 em duas regiões	132
Figura 8.1 – Distribuição do tempo do nascimento dos nêutrons até a ocorrência de uma reação nas regiões sensíveis dos detectores calculado com o MCNP6	139
Figura 8.2 – Distribuições do número de colisões que os nêutrons sofreram até alcançarem as regiões sensíveis dos detectores em três grupo de energia no caso de 286,8 ppm de boro natural	140

Figura 8.3 – Comparação das distribuições do número de colisões que os nêutrons sofreram até alcançarem as regiões sensíveis dos detectores	140
Figura 8.4 – Distribuição da probabilidade acumulada de nêutrons que alcançaram os detectores em função do número de colisões no trajeto	141
Figura 8.5 – Reações nos volumes sensíveis dos detectores no experimento com 286,8 ppm de boro natural calculadas com o MCNP6	143
Figura 8.6 – Espectros do fluxo de nêutrons em 160 grupos de energia nos volumes sensíveis nos detectores com ^3He calculados com o MCNP6	143
Figura 8.7 – Espectros do fluxo de nêutrons em 160 grupos de energia nos volumes sensíveis vazios dos detectores normalizados pelo fluxo total dos detectores com ^3He calculados com o MCNP6	144
Figura A.1 – Curvas de um modo para a variação dos valores de A e ω	162
Figura B.1 – Núcleo do reator IPEN/MB-01	163
Figura B.2 - Tubos de aço inoxidável ao redor do núcleo do reator onde os detectores são inseridos para evitar o contato com a água	164
Figura B.3 – Desenhos dos detectores de ^3He	165
Figura B.4 – Detector proporcional de ^3He modo pulso n/s 8741 que foi utilizado nos treinamentos.....	166
Figura B.5 – Cabo com conectores HN-SHV	166
Figura B.6 - Pré-amplificador: (a) parte frontal, (b) traseira e (c) interna.....	167
Figura B.7 - Fonte de alta tensão	167
Figura B.8 - Cabo com conectores SHV-SHV	168
Figura B.9 - Fonte de alimentação do pré-amplificador (<i>Portable Power Supply</i>).....	168
Figura B.10 – Cabo com conectores do tipo D de 9 pinos macho e fêmea	168
Figura B.11 - Sistema de proteção da alimentação AC	169
Figura B.12 - Painel de entrada de sinais do núcleo do reator.....	170
Figura B.13 - Painel de saída de sinais da célula crítica.....	170
Figura B.14 – Estabilizador eletrônico de tensão alternada modelo 500 TRV-1A/I.....	171
Figura B.15 – Raque	171
Figura B.16 - Bastidor com alguns módulos	172
Figura B.17 - Cabo coaxial com conectores BNC-BNC	172
Figura B.18 - Módulos da Ortec: (a) Painel de controle do bastidor, (b) Amplificador, (c) Multicanal, (a) Monocanal e (d) Módulo de entrada lógica.....	173
Figura B.19 – Foto do osciloscópio do sinal de saída de um dos amplificadores	174

Figura B.20 – Foto do osciloscópio de um sinal muito amplificado	174
Figura B.21 - Cabo USB A/B	175
Figura B.22 - Montagem experimental para aquisição do espectro no programa Maestro	175
Figura B.23 – APSDs até 100 kHz em função do <i>shaping time</i> normalizadas e adquiridas com o reator IPEN/MB-01 no arranjo de 26×24 varetas combustíveis sem boro, barras de controle totalmente inseridas e de segurança totalmente retiradas	176
Figura B.24 - Espectro das alturas de pulso de um detector de ³ He	177
Figura B.25 – Computador com as placas MCS: (a) parte frontal do gabinete do computador, (b) parte traseira do gabinete, (c) placa MCS número 1 (<i>master</i>) e 2 (<i>slave</i>) encaixadas no barramento PCI da placa mãe do computador e (d) placas MCS conectadas pelos cabos tipo D e com os cabos BNC com os sinais dos monocanais	179
Figura B.26 - Cabos tipo D de 25 pinos machos e múltiplas saídas BNC.....	180
Figura B.27 – Um quadro do módulo de entrada lógica.....	180
Figura B.28 - Adaptador mini-BNC	181
Figura B.29 – Interface gráfica do <i>Correlator</i> com duas APSDs e uma CPSD	182
Figura D.1 – Histograma do coeficiente A_9 em intervalos de tamanho 100	190
Figura D.2 – Histograma do coeficiente A_{10} em intervalos de tamanho 100.....	190
Figura D.3 – Histograma dos coeficientes A_9 e A_{10} agrupados em intervalos de tamanho 100.	191
Figura D.4 – Gráfico de dispersão dos coeficientes A_9 e A_{10} dos ajustes	192
Figura D.5 – Histograma da raiz ω_9 em intervalos de 1 kHz.....	193
Figura D.6 – Histograma da raiz ω_{10} em intervalos de 1 kHz	193
Figura D.7 – Histograma de ω_9 e ω_{10} modificados para valores negativos e agrupados em intervalos de 1 kHz	194
Figura D.8 – Gráfico de dispersão das raízes ω_9 e ω_{10} dos ajustes	196
Figura D.9 – Modos parciais do ajuste até (a) 16,5 kHz, (b) 50 kHz e (c) 75,8 kHz	202
Figura F.1 – Curvas da função distribuição de probabilidade do χ^2 de acordo com o número de graus de liberdade (<i>ngl</i>)	208
Figura F.2 – Função distribuição de probabilidade do χ^2 do experimento com 286,8 ppm de boro natural	209
Figura G.1 – Ajuste até 1 MHz do detector He+ para o reator na configuração padrão retangular e barras de controle 25% retiradas.....	217
Figura G.2 – Ajuste até 2,5 MHz do detector de ³ He 8742	218
Figura J.1 - Dimensões e materiais da fonte de partida de ²⁴¹ Am-Be	227
Figura J.2 – Espectro de emissão de nêutrons relativo da fonte de partida de ²⁴¹ Am-Be..	227

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	18
1.1 Objetivos	20
1.2 Justificativas e aspectos de originalidade	21
2 FUNDAMENTOS	22
2.1 Histórico	22
2.2 Ruído neutrônico macroscópico e microscópico	24
2.3 Ruído neutrônico de potência zero	24
2.4 Densidade espectral de potência própria	25
3 METODOLOGIA EXPERIMENTAL	26
3.1 O reator IPEN/MB-01 com o núcleo de varetas combustíveis	26
3.2 Aspectos gerais das operações do reator IPEN/MB-01	28
3.3 Esquema experimental	31
3.4 Experimentos	34
4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS	36
4.1 Resultados do experimento com 286,8 ppm de boro natural	37
4.2 Resultados do experimento com 578,6 ppm de boro natural	44
4.3 Comparação entre os experimentos com 286,8 e 578,6 ppm de boro natural	49
5 PROPOSTA DE MODELO TEÓRICO PARA O GRUPO TÉRMICO	54
5.1 Modelagem do reator em duas regiões a partir da ETN	55
5.2 Modelagem do reator em duas regiões e dois grupos de energia	70
5.2.1 Equações de cinética da amplitude do fluxo angular de nêutrons do núcleo no grupo rápido	70
5.2.2 Equações de cinética da amplitude do fluxo angular de nêutrons do núcleo no grupo térmico	76
5.2.3 Equações de cinética da amplitude do fluxo angular de nêutrons do refletor no grupo rápido	79
5.2.4 Equações de cinética da amplitude do fluxo angular de nêutrons do refletor no grupo térmico	80

5.3 Modelagem em duas regiões e dois grupos de energia do reator IPEN/MB-01 com boro natural	82
5.3.1 Modelo em duas regiões e energeticamente desacoplado do reator IPEN/MB-01 com boro	84
5.3.2 Equação <i>Inhour</i> do modelo de duas regiões no grupo térmico com boro natural	85
5.3.3 Obtenção de equações para Λ_c^T e as raízes térmicas ω_7 e ω_8	88
5.3.4 Amplitude do fluxo angular de nêutrons térmicos no núcleo	91
5.3.5 Amplitude do fluxo angular de nêutrons térmicos no refletor	94
5.3.6 Determinação dos modos térmicos da APSD	95
5.3.7 Anticorrelação entre A_7 e A_8	97
5.3.8 Determinação de outras formas para α_r	97
5.3.9 <i>Lifetime</i> de nêutrons térmicos	98
5.3.10 Função Rossi- α	102
6 RESULTADOS DO MODELO TEÓRICO PROPOSTO PARA O EXPERIMENTO COM 286,8 PPM DE BORO NATURAL	103
6.1 Determinação de α_c , α_r , β_r e Λ_c^T	103
6.2 Determinação de ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T	112
6.3 Determinação do <i>Lifetime</i> de nêutrons térmicos	125
6.4 Determinação de curvas Rossi- α	126
7 METODOLOGIA COMPUTACIONAL	130
7.1 O código MCNP	130
7.2 A modelagem no MCNP6 do reator IPEN/MB-01	130
7.3 Cálculo de parâmetros cinéticos com o MCNP6	133
8 RESULTADOS COMPUTACIONAIS	134
9 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS E CALCULADOS	145
10 CONCLUSÕES	147
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	150
ANEXO A –Análise química da água do moderador	160
APÊNDICE A – Estudo da função APSD com um modo	162
APÊNDICE B – Montagem experimental detalhada para aquisição de APSD de alta frequência com o reator IPEN/MB-01 no estado subcrítico	163
B.1 Instrumentos da célula crítica	163
B.2 Instrumentos da sala de controle	170

APÊNDICE C – Exemplo de um arquivo de entrada do ROOT/C++ com a função da APSD com quatro modos	186
APÊNDICE D – Análise do experimento com 286,8 ppm de boro natural	188
APÊNDICE E – Arquivo de entrada do ROOT/C++ utilizado para variar os valores iniciais dos parâmetros ajustados	203
APÊNDICE F – Probabilidade integral do χ^2	208
APÊNDICE G – Ajustes com um, dois, três, cinco e seis modos para o experimento de 286,8 ppm de boro natural	210
APÊNDICE H – Análise do experimento com 578,6 ppm de boro natural	219
APÊNDICE I – Ajustes com três, cinco e seis modos para o experimento de 578,6 ppm de boro natural	222
APÊNDICE J – Fonte externa do reator IPEN/MB-01	226
APÊNDICE K – Análise de incertezas	228
APÊNDICE L – Arquivo de entrada do mcnp6 do reator IPEN/MB-01 em duas regiões	239

1 INTRODUÇÃO

Uma das últimas fronteiras da física de reatores é medir com exatidão a subcriticalidade de um reator nuclear. Diversos métodos foram propostos, como o da multiplicação por fonte de nêutrons, o da fonte pulsada de nêutrons, os métodos da técnica de ruído neutrônico e outros [1]. O desenvolvimento de um método de medida de subcriticalidade é importante porque essa quantidade deve ser monitorada numa instalação nuclear para acompanhar o estado de criticalidade do reator, no processamento, transporte e estocagem de material físsil para prevenir possíveis acidentes radiológicos. Atualmente, existem somente dois experimentos padrões de comparação (*benchmarks*) relacionados a sistemas subcríticos aprovados pelo *International Criticality Safety Benchmark Evaluation Project* (ICSBEP) [2], o que mostra que ainda são necessários a realização de mais experimentos de qualidade.

Os sistemas subcríticos têm sido objetos de grande interesse [3] nos últimos anos. Esse interesse surgiu por existirem poucos *benchmarks* e parcialmente devido às concepções híbridas denominadas de Accelerator Driven Systems (ADS) [4], que propõem uma gama de vantagens importantes sobre reatores convencionais. Isto inclui uma maior segurança, menores problemas com relação à proliferação, redução significativa da produção de rejeitos nucleares e, ainda, a possibilidade de utilizá-los para a transmutação do rejeito nuclear existente. A física do núcleo subcrítico do ADS foram objetos de vários estudos e existem várias publicações que lidam extensivamente com o assunto. No entanto, muitos conceitos são novos e seu entendimento requer validação experimental.

Do ponto de vista teórico, a reatividade subcrítica está intimamente relacionada com o modelo de cinética aplicável ao sistema. Predizer os transientes de potência e reatividade de forma rápida e acurada se torna extremamente necessário. Vários modelos - como os de Gandini e Salvatore [5], Dulla e Raveto [6], e Nishihara [7] - foram propostos para descrever a cinética de reatores subcríticos, principalmente no que tange ao item reatividade do sistema. Esses modelos teóricos sugerem o desdobramento da reatividade do sistema em duas componentes: a primeira é a reatividade do sistema conforme obtida normalmente por meio da teoria da perturbação generalizada e a segunda é a reatividade

devido à presença da fonte no sistema. Todos esses modelos de cinética subcrítica têm uma característica em comum: são modelos baseados na cinética pontual.

Um dos fatores que contribui para que a verificação e validação dos modelos propostos para tratar de sistemas subcríticos sejam difíceis e complexas é a ausência de experimentos adequados que forneçam grandezas físicas que possam ser descritas e tratadas por esses modelos. Nesse aspecto, o reator IPEN/MB-01 pode ser de grande utilidade e extrema importância por ser uma instalação com características geométricas e materiais bem estabelecidas. O reator IPEN/MB-01 tem sido considerado *benchmark* internacional em vários experimentos de configurações críticas [8] e em experimentos clássicos de física de reatores [9]. Dessa forma, pode ser considerado de extrema importância em estabelecer parâmetros experimentais para validar modelos de cinética de sistemas subcríticos.

As aplicações do ruído neutrônico em reatores de pesquisa têm desfrutado de uma longa história no campo da física de reatores [10], [11], por ser uma das técnicas mais úteis para medir diversos parâmetros cinéticos de um reator nuclear. O Feynman- α , o Rossi- α e densidades espectrais são os métodos incluídos nessa técnica [12]. A maioria das aplicações considera a determinação da potência, a fração de nêutrons atrasados (β_{eff}) e reatividades subcríticas. No entanto, uma característica comum dessas aplicações é que dependem da validade do modelo de cinética pontual que tem um único modo de decaimento (modo- α) e não é aplicável em todas as situações [13]. Experimentos realizados em reatores refletidos durante décadas mostraram que o modelo de cinética pontual não descreve satisfatoriamente alguns resultados experimentais [14]. Os múltiplos modos de decaimento em distribuições Rossi- α e em experimentos com fontes pulsadas [15]–[18], o desvio das densidades espectrais nas regiões de alta frequência [14], [19], e a discrepância entre os tempos de vida dos nêutrons (*lifetimes*) preditos pelo modelo de uma região (cinética pontual) e os dados experimentais [20], [21] são alguns exemplos.

Devido a essas discrepâncias, numerosas teorias e modelos têm sido desenvolvidos para sistemas refletidos [14]. Contudo, um desses modelos se destacou por ser capaz de explicar grande parte das anomalias encontradas. Trata-se do modelo de reatores acoplados proposto por Avery [22], o qual foi adaptado por Cohn [23] para reatores refletidos. Posteriormente, Spriggs [14] se baseou no trabalho de Cohn e introduziu a ponderação dos termos pelo adjunto. Basicamente, o formalismo de Cohn-Spriggs considera que o reator é representado por duas regiões: núcleo e refletor. Os nêutrons existentes no núcleo podem ser absorvidos, induzir fissões ou escapar para o refletor. Enquanto os

nêutrons presentes no refletor podem ser absorvidos, retornar ao núcleo ou escapar do sistema. As duas regiões são então acopladas com coeficientes de acoplamento que representam as probabilidades de que nêutrons desapareçam de uma dada região e apareçam em outra. A determinação dos parâmetros de acoplamento e os tempos de vida dos nêutrons (*lifetimes*) são relacionados às probabilidades que descrevem a migração de nêutrons entre o núcleo e o refletor. Entretanto, o modelo de Cohn-Spriggs considera apenas um grupo de energia dos nêutrons, sem a distinção entre nêutrons térmicos e rápidos. A derivação das equações é um modelo heurístico e não se apoia na equação de transporte de nêutrons. Nesse modelo, a reatividade advinda de uma perturbação é provinda somente do núcleo do reator e deixa de contemplar as perturbações ocorridas no refletor, como é o caso de experimentos com boro no refletor realizados no reator IPEN/MB-01 [24], [25].

O reator IPEN/MB-01 no estado subcrítico é bem descrito por um modelo de cinética de nêutrons em duas regiões. Esse modelo foi aplicado em experimentos realizados no reator IPEN/MB-01 em três trabalhos distintos: dois envolvendo as densidades espectrais do ruído neutrônico [19], [26], considerada um método da técnica de análise de ruído macroscópico, e um envolvendo os métodos de Rossi- α e Feynman- α [27]–[29], consideradas métodos da técnica de ruído microscópico. No terceiro caso, o modelo de duas regiões permitiu identificar e explicar a existência de duas raízes distintas da equação *Inhour*, o comportamento não linear entre a constante de decaimento de nêutrons prontos e a reatividade, e os *lifetimes* neutrônicos nas duas regiões.

1.1 Objetivos

Os objetivos deste trabalho estão listados a seguir:

- 1) Aquisição experimental e análise de Densidades Espectrais de Potência Própria (*Auto Power Spectral Density* – APSD) num domínio até 100 kHz (até altas frequências) com o reator IPEN/MB-01 em estados subcrítico [13].
- 2) Desenvolver um modelo teórico do reator de duas regiões (núcleo e refletor) a partir da interpretação dos resultados experimentais utilizando as equações de transporte de nêutrons.
- 3) Com base no modelo teórico desenvolvido, determinar as quantidades de interesse da física de reatores, como reatividades, *lifetimes* e tempos de geração de nêutrons no núcleo e no refletor.

1.2 Justificativas e aspectos de originalidade

As justificativas para a execução do projeto estão de acordo com os objetivos propostos.

- 1) A medida de APSD até a frequência de 100 kHz é inédita [30]–[34]. Os métodos mais utilizados no reator IPEN/MB-01 são as de Rossi- α e de densidades espectrais. O Rossi- α está no domínio do tempo e tem a limitação para medir os eventos em tempos pequenos (ou altas frequências) devido ao tempo morto do detector e dos instrumentos eletrônicos associados. Por isso, a APSD foi escolhida para realizar essas medidas. Foram encontradas aquisições de dados experimentais até no máximo 10 kHz e análises dos dados adquiridos até 4 kHz. Além disso, as medidas de ruído neutrônico em altas frequências também serviram para ampliarem o conhecimento e domínio do método.
- 2) Existe a possibilidade do lançamento de um modelo de cinética subcrítica que explique os modos de altas frequências para o reator IPEN/MB-01 com o moderador envenenado com ácido bórico. O modelo é para condições específicas, mas é bem provável que possa ser utilizado de uma forma genérica em reatores de duas regiões. A partir do desenvolvimento do tratamento explícito do refletor no modelo pode-se explorar o impacto do refletor na reatividade subcrítica. Resultados experimentais de reatividade subcrítica são considerados de extrema valia para a validação de métodos e bibliotecas de dados nucleares.
- 3) A determinação da reatividade subcrítica, *lifetimes* e tempos de geração de nêutrons no núcleo e no refletor em reatores nucleares é um procedimento que ainda está em aberto. Até a presente data inexistem procedimentos e modelos satisfatórios que descrevam a cinética de reatores subcríticos. Este trabalho visa contribuir para essa questão.

O desenvolvimento deste trabalho pode ser considerado de suma importância para a área de física de reatores nucleares devido à necessidade de mais estudos e compreensão sobre os núcleos subcríticos, a possibilidade de pesquisas mais aprofundadas em cinética de sistemas subcríticos e sua direta aplicação tanto em reatores de fissão existentes como em uma nova geração de reatores subcríticos inovadores e promissores, como os ADS.

2 FUNDAMENTOS

O ruído é a flutuação de uma variável aleatória em torno do valor médio. Um ruído de reator pode ser um sinal de saída de qualquer detector ou sensor de um reator nuclear, podendo ser de um fenômeno neutrônico, termo-hidráulico, mecânico, entre outros. Desse modo, o ruído neutrônico é a flutuação da população de nêutrons em torno do valor médio. O propósito da investigação do ruído neutrônico é analisar a flutuação das contagens para obter informações sobre o comportamento do reator. Como as flutuações dependem do tempo, então a informação estará relacionada a resposta cinética do sistema. Assim, poderia se estabelecer um monitoramento em tempo real do reator, trazendo benefícios econômicos e avanços técnicos [35].

A APSD é um método da técnica de análise de ruído em reatores e para entendê-la é preciso saber em que se baseia. Este capítulo apresentará alguns fatos históricos importantes para a formulação da teoria da APSD e mostrará apenas alguns aspectos teóricos desse método, visto que esse assunto foi tratado em vários trabalhos e existe uma extensa bibliografia dele [19], [26], [31], [35]–[38].

2.1 Histórico

A técnica de ruído em reatores está ligada a aleatoriedade e remonta os primeiros estudos do movimento Browniano [39]. A fase de desenvolvimento da técnica de ruído em reatores foi durante o início dos anos de 1940 com trabalhos de prospecção acadêmica de pesquisadores como Schrödinger [40], Fermi, Feynman, Hoffman [41], [42], entre outros [36], [43], [52]–[54], [44]–[51]. A partir daí, diversos trabalhos com teorias e experimentos de ruído foram publicados por diversos autores. Um resumo dos primeiros trabalhos publicados dessa técnica está na referência [39], sendo que este histórico foi principalmente baseado nela.

O primeiro experimento de ruído em reatores foi realizado no reator Godiva em vários estados de criticalidade em 1957 no Laboratório Nacional de Los Alamos (*Los Alamos National Laboratory* - LANL) e foi relatado por Onrdoff [55]. Este relatório

histórico afirma que "durante os primeiros dias de Los Alamos, o comportamento dos nêutrons prontos próximo da configuração crítica foi obtido com pequenos pulsos de nêutrons de um ciclotron com a observação imediata do decaimento dos nêutrons. Bruno Rossi sugeriu que os conjuntos eram auto-modulados devido à presença de cadeias longas, e que a vida dos nêutrons prontos poderia ser obtida medindo-se a distribuição do tempo médio dos nêutrons associados a um ancestral comum. Essas medidas foram frequentemente chamadas de medidas de 'Rossi- α '... Em seguida, a teoria do experimento chamado de Rossi- α foi desenvolvida por Feynman, de Hoffman [56] e Serber [42]".

Após os primeiros experimentos de Rossi- α , surgiram outros métodos e desenvolvimentos teóricos e experimentais, como o método de Feynman- α [42], o estudo do efeito produzido pela inclusão dos nêutrons atrasados [57], [58], análise do efeito do "espaço-energia" nas formulações [59]–[62], entre outros. Em 1958, Pál [46] formulou a equação fundamental que descreve os processos estocásticos em reatores com um claro reconhecimento de que "a parte clássica da teoria de reatores é encontrada na equação de Boltzmann", também conhecida como equação de transporte de nêutrons (ETN). No desenvolvimento de uma solução para a ETN, diversos autores fizeram o uso da equação de transporte de nêutrons adjunta. Em 1955, Kadomtsey foi o primeiro a notar a significância física da equação adjunta [46]. Nesse mesmo ano, Ussachoff [63] introduziu o conceito de "importância de nêutrons" e provou que a ETN adjunta é equivalente à equação integro-diferencial para a importância de nêutrons. Dalfes introduziu a função de densidade da distribuição de nêutrons em 1967 e obteve a função da correlação de nêutrons no tempo [64].

No fim dos anos de 1950, Moore [45], [65], [66] determinou a função da transferência do sistema através de uma transformada de Fourier da função da correlação de nêutrons no tempo. Essa transformada resultou na Densidade Espectral de Potência (*Power Spectral Density* – PSD) das flutuações de nêutrons.

Até próximo do fim dos anos de 1980, o "ruído em reatores" ainda era considerado um jargão para simplificar o significado de "flutuações no sinal de saída de um detector de nêutrons ou outro sensor dentro ou próximo de um reator nuclear" [52]. Em 1976, um grupo italiano liderado por Pacilio [52] apresentou uma revisão das teorias dos métodos da técnica de ruído, pretendendo unificar esses métodos. Com o avanço dos anos, a análise de ruído em reatores também avançou com a evolução das teorias criadas, como a teoria de reatores refletidos de Cohn de 1961 [23] que foi aperfeiçoada por Spriggs [14] em 1997 com a introdução a função adjunta no modelo.

2.2 Ruído neutrônico macroscópico e microscópico

A técnica de ruído neutrônico pode ser separada em duas categorias: ruído microscópico e macroscópico. Estas duas técnicas utilizam o mesmo conjunto de dados, que são as contagens registradas no detector de nêutrons.

Na técnica de ruído microscópico os nêutrons correlacionados (pertencentes a uma mesma cadeia de fissão) são detectados e analisados no domínio temporal. As contagens adquiridas por um detector de nêutrons são distribuídas diretamente em canais de tempo, gerando uma distribuição temporal de contagens. Assim, essa técnica encontra uma barreira para tempos menores que o tempo morto do detector utilizado na montagem experimental. Para esses tempos, a distribuição adquirida é inválida. A técnica de ruído neutrônico microscópico engloba, por exemplo, os métodos de Rossi- α e Feynmann- α .

A técnica de ruído macroscópico utiliza as flutuações das contagens registradas em um detector de nêutrons e uma transformação baseada nas densidades espectrais para construir a distribuição de densidade espectral no domínio da frequência. Dessa técnica, obtêm-se as Densidades Espectrais de Potência Própria (*Auto Power Spectral Density* – APSD) e Cruzada (*Cross Power Spectral Density* - CPSD). As distribuições adquiridas são independentes do tempo morto, porque o que importa é a flutuação das contagens registradas pelo detector de nêutrons.

2.3 Ruído neutrônico de potência zero

O ruído neutrônico de potência zero é aplicado em sistemas onde os efeitos da temperatura ou hidráulica de qualquer tipo são ausentes e a fonte do ruído é inteiramente de origem nuclear [35], [42], como no reator IPEN/MB-01. As fontes de ruído neutrônico desse sistema são o número de nêutrons por fissões (ν), que varia de 0 até 6 nêutrons por fissão [36], o *lifetime* e a probabilidade de ocorrer fissão, espalhamento ou absorção nas interações dos nêutrons com os núcleos dos átomos.

Num meio multiplicativo, os nêutrons que originam as cadeias de fissão são chamados de nêutrons fontes. Os nêutrons fontes podem ser de fonte externa que não tem relação com o combustível nuclear, de fonte intrínseca que advêm de fissões espontâneas no combustível nuclear ou de precursores de nêutrons atrasados [27]. As cadeias de fissão variam de acordo com a criticalidade do sistema. Quando o reator está subcrítico, as

cadeias de fissão tendem a ser pequenas e a flutuação da população de nêutrons é relativamente pequena [35].

2.4 Densidade espectral de potência própria

A APSD é um método da técnica de ruído neutrônico macroscópico [37] obtida da flutuação das contagens do detector. Esse método mede a correlação dos nêutrons no tempo. Os eventos correlacionados são os nêutrons detectados de uma mesma cadeia de fissão e os não-correlacionados são dos nêutrons detectados de cadeias de fissões distintas. A correlação acontece até próximo de 4 kHz [67]. A APSD se baseia na função de autocorrelação no domínio do tempo. Aplicando-se a transformada de Fourier, o domínio passa a ser o da frequência (f) e obtém-se a densidade espectral própria [35], [36] de acordo com a seguinte equação:

$$\Phi(f) = \frac{A}{\omega^2 + (2\pi f)^2} + C, \quad (2.1)$$

onde A é o coeficiente que acompanha a raiz ω da equação *Inhour* da cinética pontual. O primeiro termo representa o modo de decaimento, que contém uma raiz no denominador e um coeficiente no numerador. Dependendo da frequência, essa equação pode representar os eventos correlacionados ou não e a constante C representa unicamente os não-correlacionados. O APÊNDICE A mostra o que ocorre em um modo com a alteração do coeficiente e/ou da raiz na função APSD.

3 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

A técnica experimental utilizada foi a de ruído macroscópico. Por esta técnica foram obtidas curvas de densidades espectrais do tipo APSD para obtenção das medidas de reatividade do sistema, *lifetimes* e tempos de geração de nêutrons. Os experimentos foram realizados na instalação do reator IPEN/MB-01 com uma série de instrumentos e programas que serão apresentados nas próximas seções para obter como produto APSDs até 100 kHz.

3.1 O reator IPEN/MB-01 com o núcleo de varetas combustíveis

A instalação do reator IPEN/MB-01 é operada pela Comissão Nacional de Energia Nuclear (CNEN) de forma segura desde 9 de novembro de 1988 e está localizada no Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares (IPEN/CNEN-SP). Desde o início das operações no reator existiram dois tipos de núcleo: o primeiro formado por varetas de combustível nuclear, que foi de 1988 até 2018, e atualmente está com elementos compostos por placas de combustível nuclear [68], [69]. Os experimentos deste trabalho foram realizados no núcleo com varetas combustíveis. Este núcleo já foi descrito em detalhes em trabalhos anteriores [70], [71]. Portanto, esta seção apresentará apenas os componentes mais importantes do reator para o trabalho.

O reator IPEN/MB-01 é uma instalação nuclear que permite a simulação de muitas das características nucleares de um reator de grande porte em escala reduzida, exceto pela queima de combustível e transferência de calor. Devido à produção de calor ser irrelevante, inexistente um complexo sistema de remoção de calor na instalação. Esse tipo de reator é conhecido mundialmente como reator de potência zero e a CNEN autorizou que o núcleo de varetas operasse até a potência máxima de 100 W.

O núcleo do reator IPEN/MB-01 de varetas era formado por um arranjo de varetas constituídas basicamente por revestimento de aço inoxidável 304 (SS-304), combustível nuclear de dióxido de urânio (UO_2) enriquecido a 4,3486% em forma de pastilhas, alumina inferior e superior (Al_2O_3), mola (inconel-600), tubo espaçador e

tampões inferior e superior (SS-304). A altura ativa da coluna de pastilhas combustíveis dentro das varetas era em média de $(54,84 \pm 0,35)$ cm [72]. O núcleo do reator IPEN/MB-01 continha três placas espaçadoras: superior, intermediária e matriz (inferior). Elas eram compostas por SS-304 numa forma quadrada com 588 mm de aresta e 30×30 furos. A configuração do núcleo podia ser alterada de acordo com a inserção das varetas combustíveis nos furos das placas espaçadoras; contudo, o arranjo padrão retangular de 28×26 varetas combustíveis era o mais frequente. A distância de centro a centro dos furos na placa matriz (*pitch*) era de $(15,0 \pm 0,1)$ mm.

O revestimento e tubo guia das barras de absorvedoras eram de SS-304. As barras eram divididas em barras de controle (BC) compostas por Ag-In-Cd e barras de segurança (BS) compostas por B₄C. Cada banco absorvedor detinha um conjunto de 12 barras, sendo dois bancos de controle e dois de segurança num total de 48 barras absorvedoras. O indicador digital na mesa de controle mostrava que os bancos de controle podiam se movimentar de 0% (0 cm) até totalmente retirada em 99,99% (54,6 cm) [73]. A incerteza no indicador digital de posição era de 0,01% [74]. Normalmente durante as operações, os bancos de segurança eram retirados 135% para não perturbar o fluxo de nêutrons, ou seja, ficavam a 35% acima da posição de 54,6 cm, lembrando que a altura ativa era de 54,84 cm.

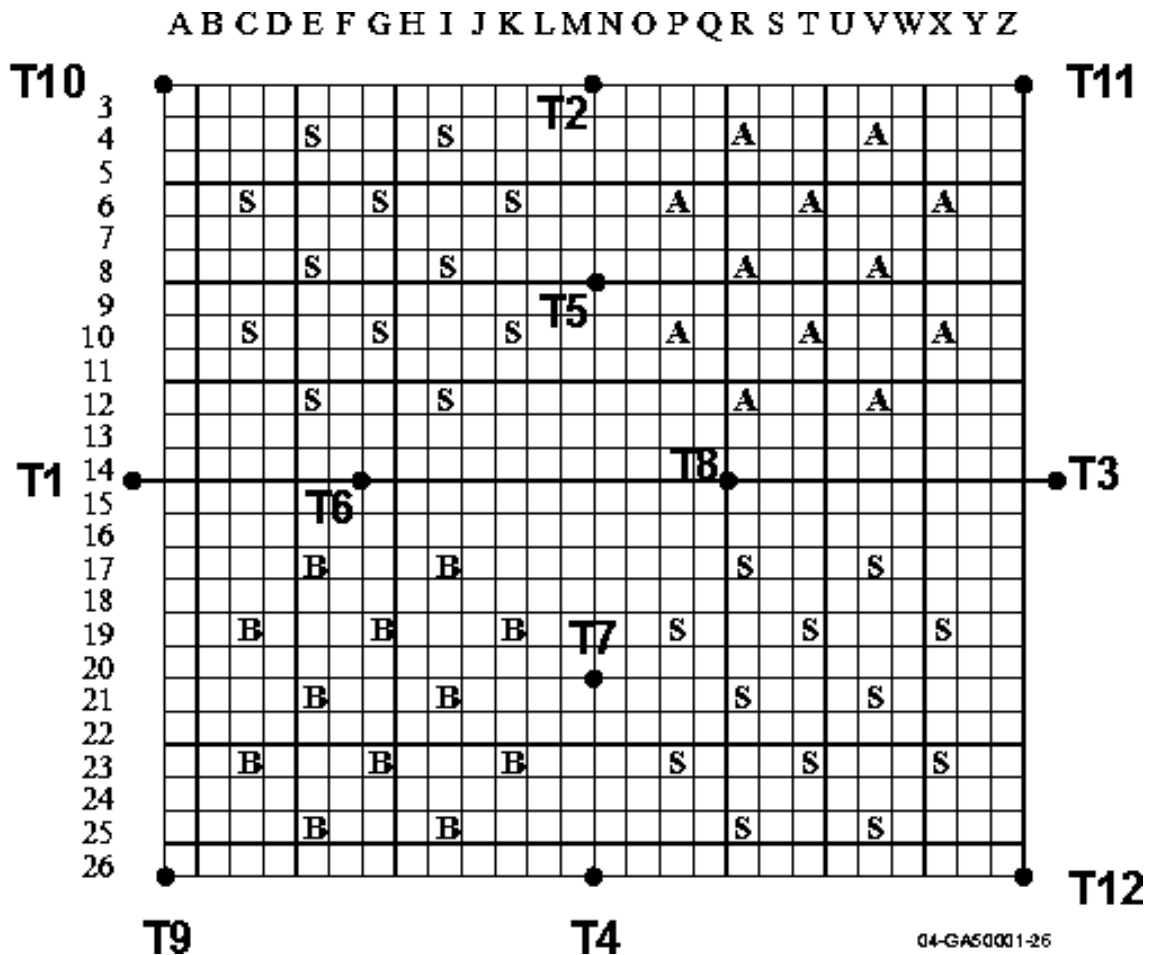
O núcleo do reator estava inserido num tanque moderador de água leve (H₂O), cujo nível de água foi colocado na altura rotineira das operações com a bomba de enchimento lento ligada, assim, o nível aumentava em aproximadamente 3 cm. Com este acréscimo, o nível de água do moderador ficava em cerca de 55 cm acima da altura ativa do núcleo.

Os canais nucleares eram os canais de detecção que ficavam ao redor do núcleo do reator, através dos quais se realizavam o controle e a aquisição de dados das operações. Esses canais eram formados por tubos de alumínio e detectores. Os tubos de alumínio estavam rosqueados em suportes de SS-304 na mesma altura da placa matriz (91 mm abaixo da parte ativa do núcleo).

A temperatura da água do reator IPEN/MB-01 pode variar entre 7 e 90 °C e era controlada de forma precisa por um sistema de aquecimento, resfriamento e circulação de água. Como mostra a Figura 3.1, a monitoração foi feita por 12 termopares estrategicamente distribuídos pelo núcleo ativo, onde os termopares T1, T2, T3 e T4 estavam na parte inferior, T5, T6, T7 e T8 estavam no meio e T9, T10, T11 e T12 estavam na parte superior. Os termopares eram compostos por uma liga Cu-Ni (55% Cu e 45% Ni)

e tinham o diâmetro de 1,6 mm. Os termopares foram calibrados por um procedimento padrão e a precisão deles era de $\pm 0,02$ °C [73].

Figura 3.1- Localização horizontal dos termopares na configuração padrão retangular

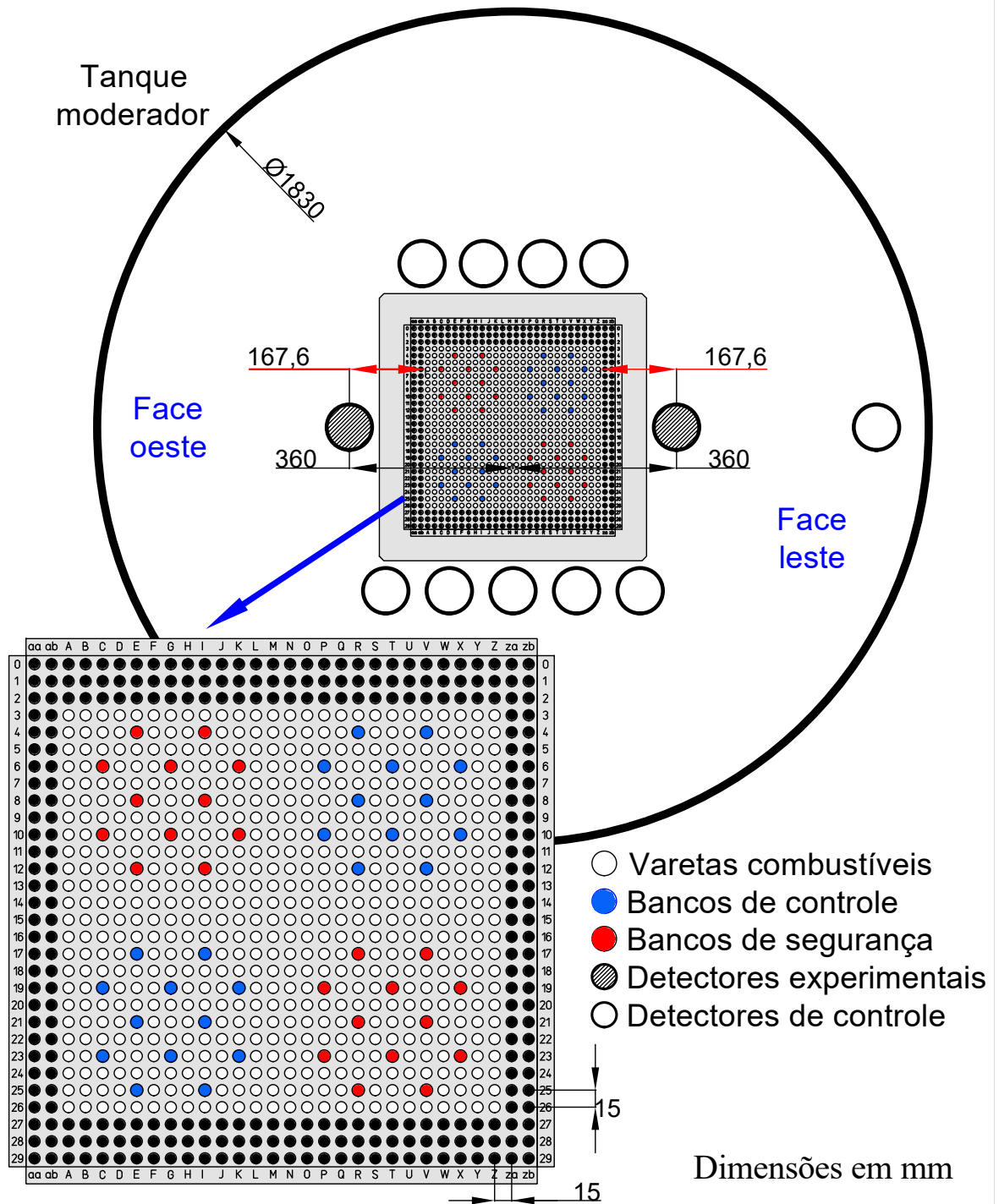


Fonte: adaptado da referência [9] pelo autor.

3.2 Aspectos gerais das operações do reator IPEN/MB-01

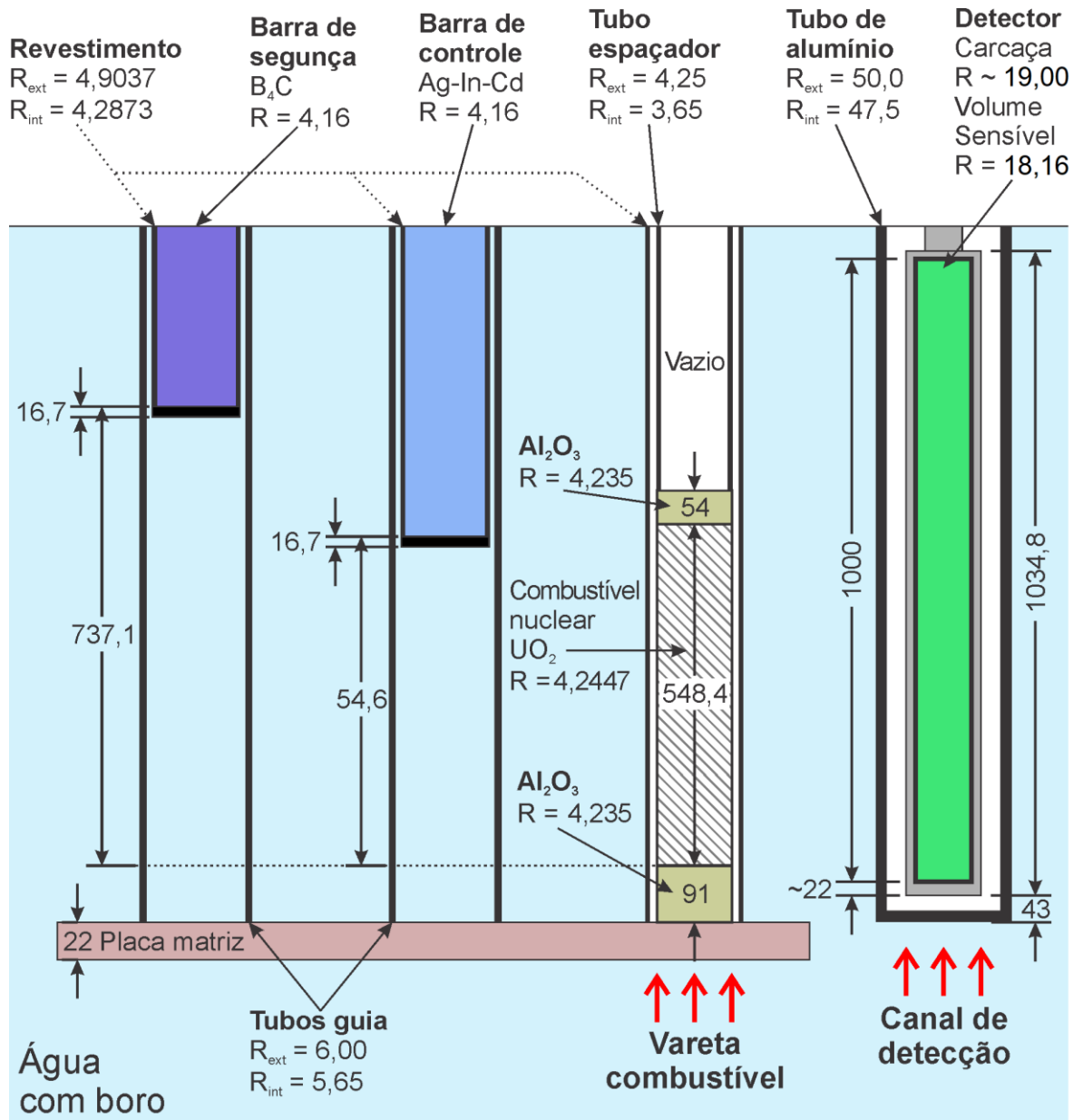
A configuração de núcleo nos experimentos no reator IPEN/MB-01 foi a de 26×24 varetas combustíveis, o que totalizou 576 varetas. As barras de segurança foram retiradas 135% e as de controle foram totalmente retiradas para não perturbar o fluxo de nêutrons do reator. O excesso de reatividade medido nessas condições foi de (10 ± 3) pcm, ou seja, o reator estava levemente supercrítico. As Figuras 3.2 e 3.3 mostram, respectivamente, as partes radial e axial do núcleo do reator IPEN/MB-01 de varetas combustíveis considerando os aspectos experimentais do trabalho da tese.

Figura 3.2 – Esquema radial do núcleo de varetas do reator IPEN/MB-01



Fonte: autor da tese.

Figura 3.3 – Esquema axial do núcleo de varetas do reator IPEN/MB-01



R = raio
 ext = externo
 int = interno

Desenho fora de escala
 Dimensões em mm

Fonte: autor da tese.

Para eliminar esse excesso de reatividade e tornar o reator subcrítico foram misturadas soluções de ácido bórico (H_3BO_3) na água do moderador [25]. As soluções foram produzidas dentro do tanque de dosagem de boro com a diluição de pó de H_3BO_3 numa porção de água do moderador na temperatura de $60\text{ }^\circ\text{C}$ [25], [38]. As soluções formadas foram jogadas no tanque de estocagem de água do moderador. Para garantir a homogeneidade da mistura, a água do tanque de estocagem foi bombeada para o tanque moderador até próximo do nível normal de operação, próximo do nível indicado na seção

anterior. Após isso, a água foi descarregada para o tanque de estocagem. O processo de carga e descarga do tanque moderador foi realizado mais uma vez e uma bomba interna do tanque de estocagem ficou ligada por duas horas para homogeneizar a mistura. Além disso, em todas as operações a bomba de enchimento lento ficava ligada para garantir a circulação de água [25], [38].

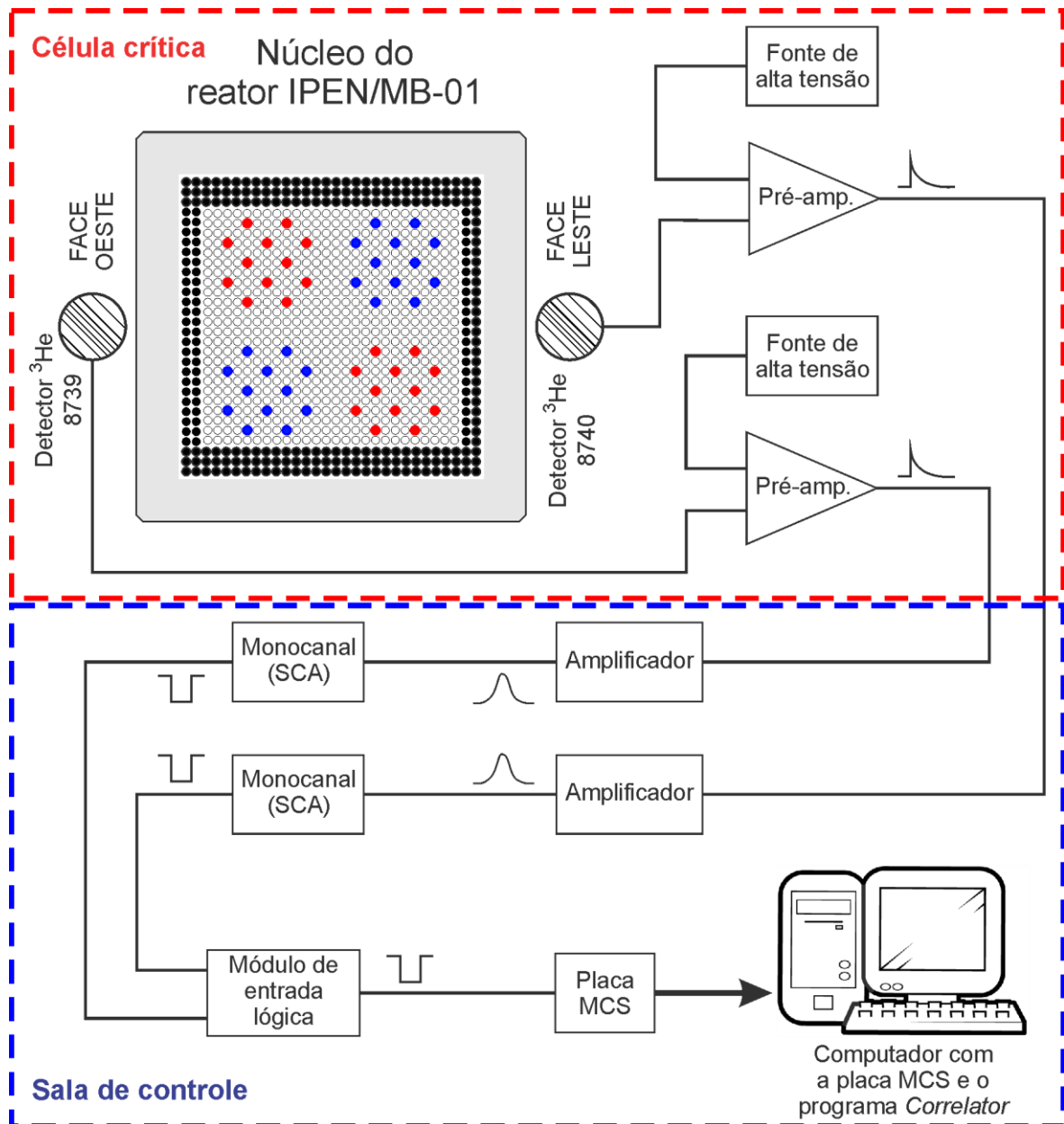
No total foram sete concentrações de ácido bórico no moderador. Os dados experimentais das seis primeiras concentrações foram utilizados no trabalho de Souza [38] para medir a reatividade subcrítica com APSDs e CPSDs até 4 kHz. A montagem experimental de Souza foi um pouco diferente dos experimentos apresentados nesta tese, que incluíam outros detectores e a instrumentação foi montada de forma que os pulsos fossem contados separadamente.

O trabalho desta tese analisou os dados adquiridos de APSDs da 6ª e 7ª concentrações, as mais subcríticas. A 6ª solução misturada no moderador atingiu a concentração de $(286,8 \pm 10)$ ppm (partes por milhão ou $\mu g/g$) de boro natural com um total de 15 kg de H_3BO_3 diluídos. Na 7ª solução foi adicionado mais 15 kg de H_3BO_3 , perfazendo 30 kg diluídos no total e uma concentração de $(578,6 \pm 10)$ ppm de boro natural. O desvio padrão de 10 ppm corresponde a precisão do equipamento utilizado para medir a quantidade de boro. A análise química da água do moderador com H_3BO_3 é apresentada no Anexo A. Cada 1 ppm de boro natural na água do reator equivaleu a cerca de 22 pcm de reatividade negativa inserida [24].

3.3 Esquema experimental

As contagens de nêutrons foram adquiridas com dois detectores proporcionais de 3He modo pulso da Centronic© colocados dentro de canais nucleares que estavam a 167 mm de distância das varetas combustíveis mais externas do núcleo. Os detectores estavam em lados opostos do núcleo do reator e em posições simétricas de acordo com a geometria do núcleo, como mostrado na Figura 3.2. O detector do modelo 100He3/152/38HS, identificado pelo número de série (n/s) 8739, foi colocado na face oeste do núcleo do reator e o do modelo 100He3/304/38HS, identificado pelo n/s 8740, na face leste. Devido ao alto nível de subcriticalidade, selecionaram-se os dois detectores mais sensíveis disponíveis. Os pulsos desses detectores foram somados pelo módulo de entrada lógica, conforme o esquema apresentado na Figura 3.4.

Figura 3.4 – Diagrama dos instrumentos utilizados nos experimentos



Fonte: autor da tese.

Os detectores foram encaixados em discos furados de polietilenos, como mostrado da Figura B.4 no APÊNDICE B, e colocados dentro de tubos de alumínio de 5 mm de espessura. Dentro dos tubos, os detectores ficavam sobre discos de polietileno de 15 mm de espessura. Nessa montagem experimental, o polietileno foi utilizado para evitar o contato das carcaças dos detectores com as paredes de alumínio dos tubos. Os canais nucleares utilizados nas aquisições de dados são os denominados de detectores experimentais na Figura 3.2. O volume sensível dos detectores iniciava em aproximadamente 22 mm acima da parte oposta ao conector, Figura B.3, e os canais nucleares tinham 28 mm de espessura na

parte inferior. Com essas medidas e lembrando que a parte inferior dos tubos de alumínio estava a 91 mm abaixo da parte ativa do núcleo, o início das partes inferiores dos volumes sensíveis dos detectores estava em torno de 26 mm abaixo da parte ativa do núcleo. Contando que os detectores tinham 1000 mm de altura sensível (Figura B.3), então o volume sensível dos detectores cobria toda a altura ativa no núcleo do reator e a ultrapassava em um pouco mais de 425 mm, como apresentado na Figura 3.3.

Os nêutrons produzidos no reator que entram na região dos detectores de ^3He podem sofrer uma reação (n, p) , uma colisão elástica ou uma reação (n, d) . Por exemplo, a seção de choque (n, p) do ^3He é de 5330 barns para nêutrons térmicos e diminui com $1/v$ conforme aumenta a energia do nêutron. Os produtos dessas reações são freados, arrancando elétrons dos átomos no caminho deles. Por sua vez, os elétrons livres são acelerados pelo campo elétrico produzido pelo ânodo. Os elétrons livres também podem colidir com outros elétrons no caminho, provocando uma avalanche de elétrons livres que são coletados pelo ânodo. As cargas coletas geram pulsos proporcionais às cargas geradas nas reações e cada pulso corresponde a um nêutron detectado [75], [76]. Como averiguado nos testes experimentais, os detectores de ^3He saturavam em aproximadamente acima de 10^5 pulsos ou próximo da criticalidade. Logo, esses detectores são ótimos para o reator num estado subcrítico.

Os pulsos provenientes dos detectores foram formatados e amplificados por pré-amplificadores e amplificadores e, subsequentemente, discriminados da radiação- γ e outros eventos que não eram nêutrons através de módulos monocanais (*Single-Channel Analyzer - SCA*) [77]. Nas saídas dos monocanais foram gerados pulsos lógicos negativos (padrão NIM *fast negative*) [77] com largura de 25 ns e amplitude de -5 V sobre uma impedância de 50 Ω . Como nas duas concentrações de ácido bórico o reator estava muito subcrítico, os pulsos lógicos negativos foram enviados para o módulo de entrada lógica (*Input Logic Unit*) e somados com a lógica OU (lógica $X = A + B$) [78]. Uma placa contadora multicanal MCS com barramento PCI registrou o intervalo de tempo entre um sinal de *trigger* e cada pulso lógico subsequente. A placa MCS estava instalada em um computador com processador de 3 GHz, o qual era dedicado exclusivamente à aquisição de dados. O controle da aquisição de dados foi realizado através de instrumentos virtuais desenvolvidos internamente no IPEN/CEN no programa LabVIEW 5.1 [27]–[30], denominado *Correlator*. Nele, a APSD foi processada com a Transformada Rápida de Fourier (*FFT*) [79]. A Figura 3.4 apresenta a montagem experimental final para obtenção das APSDs até 100 kHz, que está mais detalha no APÊNDICE B.

3.4 Experimentos

Antes da aquisição de dados para a tese foi realizado um treinamento no início do ano de 2017 até o meio desse ano com o núcleo na configuração padrão retangular de 28×26 varetas combustíveis. Depois o treinamento recomeçou no fim de 2017 até maio de 2018, inicialmente com o núcleo na configuração padrão retangular e a partir de 12/03/2018 a configuração foi alterada para a 26×24 varetas combustíveis. Como nessa etapa as medidas eram muito sensíveis, então, a instrumentação foi intensamente variada para encontrar os módulos capazes de efetuarem as medidas, os ajustes necessários e as configurações que seriam utilizadas para aquisição dos dados. Muitos módulos estavam com algum tipo de problema. Assim, obtiveram-se dois conjuntos instrumentais para as aquisições com o boro na água do reator. Ainda na etapa de testes, as configurações do *Correlator* também foram testadas à exaustão com a variação dos números de médias, do tamanho do canal de tempo (*dwell time*) e do número de canais.

Após a fase de treinamentos e testes, iniciou-se a aquisição de dados para a tese em 14/05/2018 que foi até 13/06/18. As configurações selecionadas no *Correlator* para obtenção de APSDs de altas frequências foram 3000 médias, um *dwell time* de 5 μ s, 62500 canais de tempo, resultando num domínio até a frequência máxima de 100 kHz e resolução de 3,2 Hz. As APSDs dos casos de 286,8 ppm (6^a concentração) e 578,6 ppm (7^a concentração) de boro natural que serão apresentadas são as médias de várias aquisições de APSDs. Cada aquisição foi feita em torno de 35 minutos. A APSD do caso de 286,8 ppm de boro natural foi a média de 12 aquisições e a do caso de 578,6 ppm foi a média de 174 aquisições. O número de aquisições de dados do segundo caso foi bem maior que a do primeiro devido ao aumento da quantidade de boro. A contagem média da média do primeiro caso foi de (923 ± 11) cps e a do segundo foi de $(198,2 \pm 1,1)$ cps, levando os detectores no primeiro experimento a contarem 4,7 vezes mais nêutrons que no segundo. A variação da seção de choque de absorção da mistura água-boro segue uma exponencial, então seriam necessárias por volta de 480 aquisições no experimento com 578,6 ppm de boro natural para se obter uma curva APSD com pouca flutuação nos dados. Desse modo, essa curva poderia ser estatisticamente parecida com a do experimento com 286,8 ppm de boro natural. As aquisições no experimento com 578,6 ppm de boro natural foram interrompidas porque aconteceria a troca do núcleo de varetas para o de placas [68], [69].

As aquisições realizadas em cada dia de operação e as temperaturas médias são apresentados na Tabela 3.1. As temperaturas da água do reator foram bem controladas para

ficarem próximas de 20 °C. Por padrão, as bibliotecas de seção de choque que geralmente vêm com os programas da área de física de reatores nucleares estão na temperatura considerada ambiente de 20 °C. Assim, os dados adquiridos nos experimentos poderiam ser comparados diretamente com os cálculos realizados com os programas dispensando a reconstrução dos arquivos de seções de choque para outra temperatura. Isso facilita imensamente o trabalho dos pesquisadores que queiram comparar os cálculos com o que foi medido. Outro problema de menor impacto é que no período em que ocorreram as experiências, as medidas de temperatura da água do reator IPEN/MB-01 sem a atuação do dispositivo resfriador (*chiller*) girava em torno de 21,5 °C. As dimensões oficiais do reator foram medidas a 20 °C. Se as temperaturas não fossem controladas, o efeito da dilatação térmica dos materiais teria que ser considerado na parte dimensional dos códigos de entrada dos programas. Esse efeito seria pequeno, mas para cálculos mais precisos, seriam necessários. Isso acarretaria mais complicações para os cálculos, o que tornariam o experimento pouco atraente.

Tabela 3.1 – Números, datas, aquisições e temperaturas médias das médias dos 12 termopares das operações no reator IPEN/MB-01

Operação	Data	Quantidade de boro natural (ppm)	Aquisição	Temperatura (°C) *
3639	14/05/2018	286,8	1 até 4	19,99 ± 0,68
3641	16/05/2018	286,8	5 até 12	19,66 ± 0,27
3642	18/05/2018	578,6	1 até 5	19,92 ± 0,66
3644	21/05/2018	578,6	6 até 15	19,75 ± 0,28
3645	22/05/2018	578,6	16 até 22	19,75 ± 0,62
3646	23/05/2018	578,6	23 até 32	19,61 ± 0,51
3647	24/05/2018	578,6	33 até 43	19,65 ± 0,29
3648	25/05/2018	578,6	44 até 60	20,12 ± 0,26
3650	30/05/2018	578,6	61 até 75	19,62 ± 0,26
3651	04/06/2018	578,6	76 até 82	19,94 ± 0,50
3652	05/06/2018	578,6	83 até 100	19,74 ± 0,16
3653	06/06/2018	578,6	101 até 116	19,72 ± 0,15
3654	07/06/2018	578,6	117 até 130	19,82 ± 0,13
3655	08/06/2018	578,6	131 até 148	20,38 ± 0,07
3656	11/08/2018	578,6	149 até 155	20,19 ± 0,14
3657	12/06/2018	578,6	156 até 163	20,51 ± 0,14
3658	13/06/2018	578,6	164 até 174	19,69 ± 0,29

* Média e desvio padrão.

Fonte: autor da tese.

4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os dados experimentais das APSDs foram coletados até a frequência máxima de 100 kHz com uma resolução de 3,2 Hz. Em todas as medidas, as duas primeiras linhas de dados, neste caso os das frequências 3,2 Hz e 6,4 Hz, foram deletadas porque os valores obtidos foram pelo menos 100 vezes maiores que os dados posteriores, indicando uma possível contaminação de ruído. Portanto, o domínio da frequência está no intervalo de 9,6 Hz até 100 kHz, mas os ajustes foram até uma frequência máxima menor que a do domínio. Quando estiver escrito o ajuste até uma certa frequência, isso significa que o ajuste foi de 9,6 Hz até a frequência mencionada. Esta frequência é o limite superior do intervalo ajustado. Os ajustes pelo método de mínimos quadrados foram feitos com o programa ROOT versão 6.14 do CERN para o Linux [80]. Um exemplo de um arquivo de entrada utilizado está no APÊNDICE C. Nos dados experimentais foi ajustada a Equação (2.1) em quatro modos, ou seja,

$$\Phi(\omega) = \frac{A_7}{\omega^2 + \omega_7^2} + \frac{A_8}{\omega^2 + \omega_8^2} + \frac{A_9}{\omega^2 + \omega_9^2} + \frac{A_{10}}{\omega^2 + \omega_{10}^2} + C, \quad (4.1)$$

sendo que a função depende da frequência ω , C é uma constante que representa os eventos não-correlacionados e cada modo corresponde a um termo que contém um coeficiente A_j e uma raiz ω_j . O índice j nos coeficientes e raízes iniciaram em sete, isso porque inexistem contribuições das seis famílias de precursores de nêutrons atrasados nos dados experimentais. A frequência mínima adquirida está acima da frequência da menor meia-vida das seis famílias de nêutrons atrasados, que está em torno de 0,2 segundos [81]. Este tempo mostra que os precursores alcançam uma frequência máxima de 5 Hz, por isso, estão fora dos dados adquiridos nos experimentos.

4.1 Resultados do experimento com 286,8 ppm de boro natural

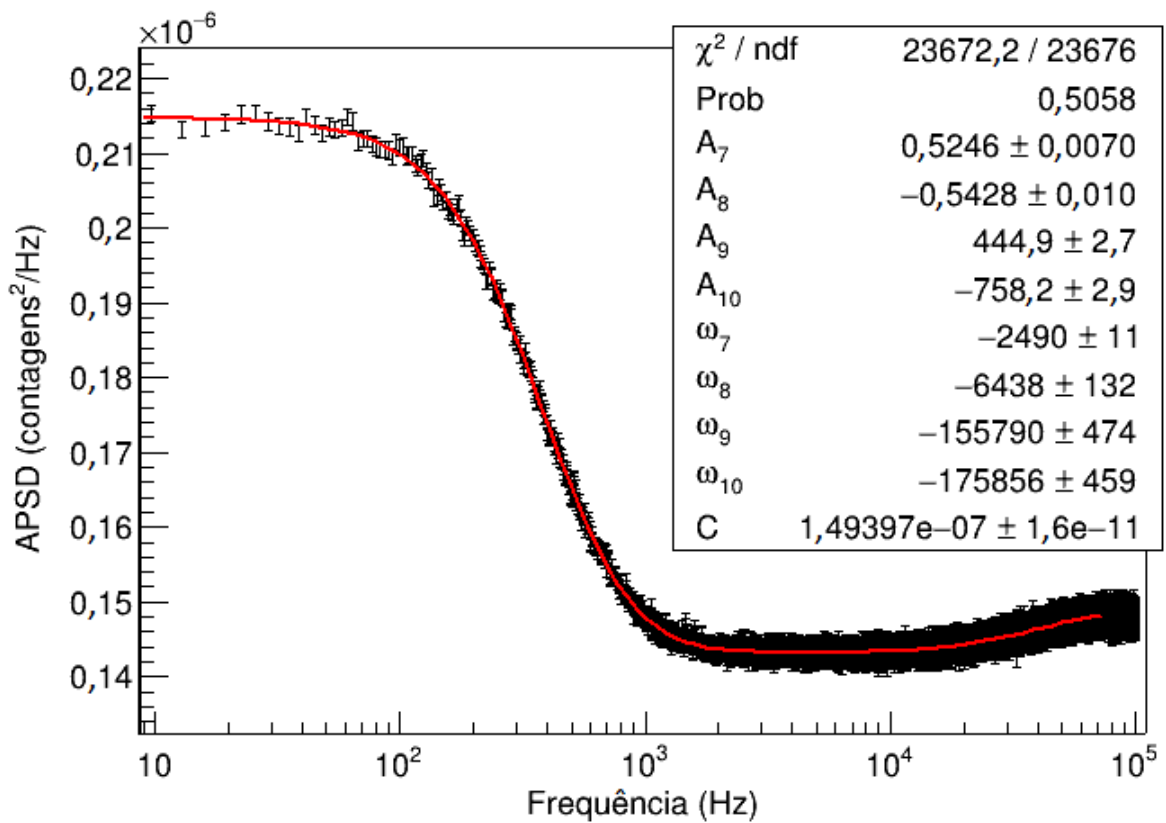
O processo para o cálculo de um bom ajuste para o experimento com 286,8 ppm de boro natural foi longo e foi colocado no APÊNDICE D para deixar o texto dos resultados mais direto. Como apresentado neste apêndice, após a coleta e trabalho dos dados do experimento com 286,8 ppm de boro natural, foi possível calcular bons ajustes em até quatro modos com o programa de ajustes ROOT até a frequência de 70 kHz. Porém, em quatro modos, os parâmetros calculados para os coeficientes A_9 e A_{10} e as raízes ω_9 e ω_{10} mudavam de acordo com os valores iniciais dados. Então, foi criado o algoritmo em C++/ROOT mostrado no APÊNDICE E para variar os parâmetros A_9 , A_{10} , ω_9 e ω_{10} enquanto os parâmetros dos dois primeiros modos ficavam fixos. Assim, obtiveram-se 28224 ajustes no total.

Com a seleção de valores de acordo com os critérios apresentados no APÊNDICE D, reduziu-se a quantidade de ajustes para 1482, possibilitando uma melhor visualização dos dados com os valores mais prováveis. Os parâmetros calculados foram colocados em histogramas e em gráficos de dispersão. Deste trabalho obtiveram-se intervalos onde estariam os valores mais prováveis de A_9 , A_{10} , ω_9 e ω_{10} . Esses valores foram cruzados e averiguou-se quais pares coeficiente-raiz (A_j - ω_j) estariam conectados e quais eram as ocorrências. Com este processo sobraram dois conjuntos de dados para serem usados como valores iniciais em ajustes com todos os parâmetros soltos. Assim, um deles resultou num bom ajuste com valores calculados próximos dos valores iniciais, uma probabilidade integral do χ^2 de 78,82%, mas três parâmetros tiveram desvios padrões maiores que 5%. A probabilidade integral do χ^2 está descrita no APÊNDICE F. De forma simplificada, quando se tem um grau de liberdade muito grande e a integral da função da distribuição do χ^2 do valor calculado do χ_{exp}^2 até o infinito está próxima de 0,5 (50%), então, a probabilidade de se ter um ajuste de boa qualidade se aproxima do máximo [82]. O APÊNDICE G mostra o que ocorre com a variação da frequência máxima para quantidades diferentes de modos na APSD do experimento com 286,8 ppm de boro natural.

O ajuste até 70 kHz foi um bom ajuste, mas a probabilidade integral do χ^2 poderia ser melhorada para mais próximo de 50% e os desvios padrões poderiam ser menores. Por isso, a frequência dos ajustes foi variada e todos os parâmetros foram soltos. O ajuste até 75,8 kHz foi selecionado por apresentar as qualidades estatísticas desejadas. O gráfico com o ajuste até 75,8 kHz em quatro modos é apresentado na Figura 4.1. O maior

desvio padrão relativo nos parâmetros ajustados foi de 2% e o ajuste obteve uma probabilidade integral do χ^2 (*Prob*) ótima, bem próxima de 50% para um grau de liberdade de 23676.

Figura 4.1 – Ajuste em quatro modos até a frequência máxima de 75,8 kHz do experimento com 286,8 ppm de boro natural



Fonte: autor da tese.

As Tabelas 4.1 e 4.2 apresentam as matrizes de covariância e correlação dos parâmetros ajustados até a frequência máxima de 75,8 kHz calculadas pelo programa ROOT.

Tabela 4.1 – Matriz de covariância do ajuste até a frequência máxima de 75,8 kHz para o caso de 286,8 ppm de boro natural

	A_7	A_8	A_9	A_{10}	ω_7	ω_8	ω_9	ω_{10}	C
A_7	4,9650E-05	-2,7372E-05	2,1221E-04	3,7804E-04	-7,1314E-02	6,6848E-01	-1,3392E-01	1,3085E-02	-2,8605E-15
A_8	-2,7372E-05	1,0971E-04	1,8222E-03	3,1653E-03	6,1593E-02	4,5249E-01	-1,1144E+00	3,2518E-02	-2,4848E-14
A_9	2,1221E-04	1,8222E-03	7,0365E+00	-5,1739E+00	-4,0703E-02	1,6131E+01	-1,4181E+02	3,0504E+02	-1,1591E-11
A_{10}	3,7804E-04	3,1653E-03	-5,1739E+00	8,2816E+00	-7,5961E-02	2,8329E+01	1,1620E+02	2,7096E+02	-1,9085E-11
ω_7	-7,1314E-02	6,1593E-02	-4,0703E-02	-7,5961E-02	1,2114E+02	-6,6081E+02	2,7749E+01	-5,7289E+00	5,4344E-13
ω_8	6,6848E-01	4,5249E-01	1,6131E+01	2,8329E+01	-6,6081E+02	1,7362E+04	-9,9838E+03	5,9850E+02	-2,1867E-10
ω_9	-1,3392E-01	-1,1144E+00	-1,4181E+02	1,1620E+02	2,7749E+01	-9,9838E+03	2,2425E+05	1,6964E+05	1,0970E-09
ω_{10}	1,3085E-02	3,2518E-02	3,0504E+02	2,7096E+02	-5,7289E+00	5,9850E+02	1,6964E+05	2,1046E+05	-2,5029E-09
C	-2,8605E-15	-2,4848E-14	-1,1591E-11	-1,9085E-11	5,4344E-13	-2,1867E-10	1,0970E-09	-2,5029E-09	2,4067E-22

Fonte: autor da tese.

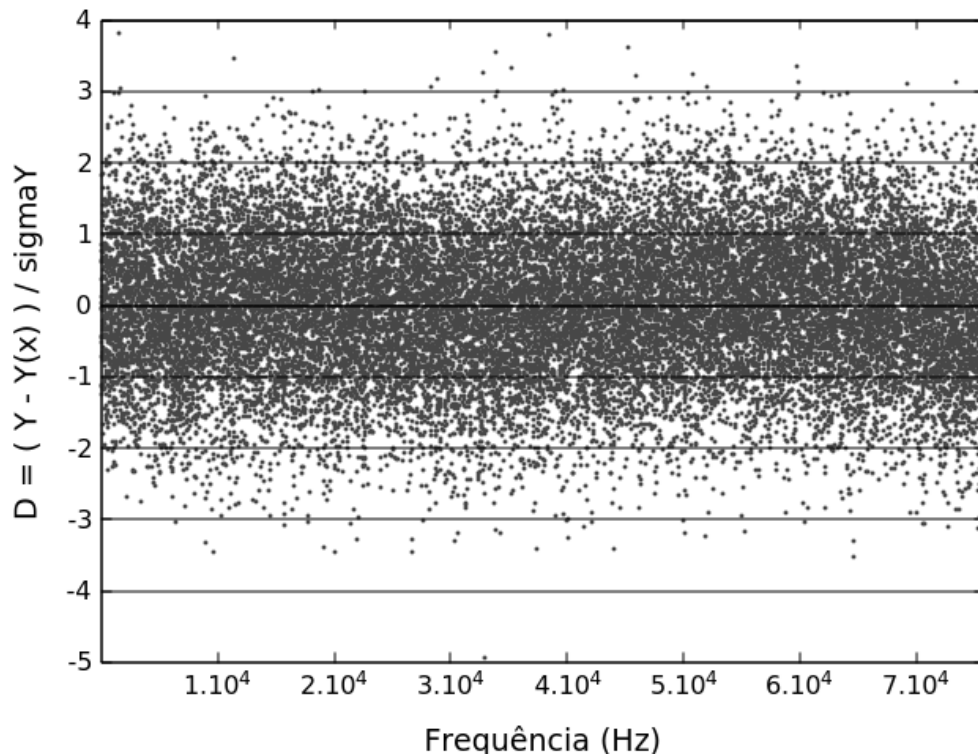
Tabela 4.2 – Matriz de correlação do ajuste até a frequência máxima de 75,8 kHz para o caso de 286,8 ppm de boro natural

	A_7	A_8	A_9	A_{10}	ω_7	ω_8	ω_9	ω_{10}	C
A_7	1	-3,7087E-01	1,1353E-02	1,8643E-02	-9,1953E-01	7,1999E-01	-4,0133E-02	4,0477E-03	-2,6168E-02
A_8	-3,7087E-01	1	6,5586E-02	1,0501E-01	5,3428E-01	3,2786E-01	-2,2468E-01	6,7674E-03	-1,5292E-01
A_9	1,1353E-02	6,5586E-02	1	-6,7777E-01	-1,3941E-03	4,6152E-02	-1,1289E-01	2,5066E-01	-2,8166E-01
A_{10}	1,8643E-02	1,0501E-01	-6,7777E-01	1	-2,3982E-03	7,4708E-02	8,5270E-02	2,0524E-01	-4,2748E-01
ω_7	-9,1953E-01	5,3428E-01	-1,3941E-03	-2,3982E-03	1	-4,5564E-01	5,3238E-03	-1,1346E-03	3,1826E-03
ω_8	7,1999E-01	3,2786E-01	4,6152E-02	7,4708E-02	-4,5564E-01	1	-1,6000E-01	9,9009E-03	-1,0697E-01
ω_9	-4,0133E-02	-2,2468E-01	-1,1289E-01	8,5270E-02	5,3238E-03	-1,6000E-01	1	7,8087E-01	1,4932E-01
ω_{10}	4,0477E-03	6,7674E-03	2,5066E-01	2,0524E-01	-1,1346E-03	9,9009E-03	7,8087E-01	1	-3,5168E-01
C	-2,6168E-02	-1,5292E-01	-2,8166E-01	-4,2748E-01	3,1826E-03	-1,0697E-01	1,4932E-01	-3,5168E-01	1

Fonte: autor da tese.

A Figura 4.2 mostra o gráfico de resíduos em relação ao desvio padrão. Nele, a dispersão dos pontos está de acordo com um bom ajuste.

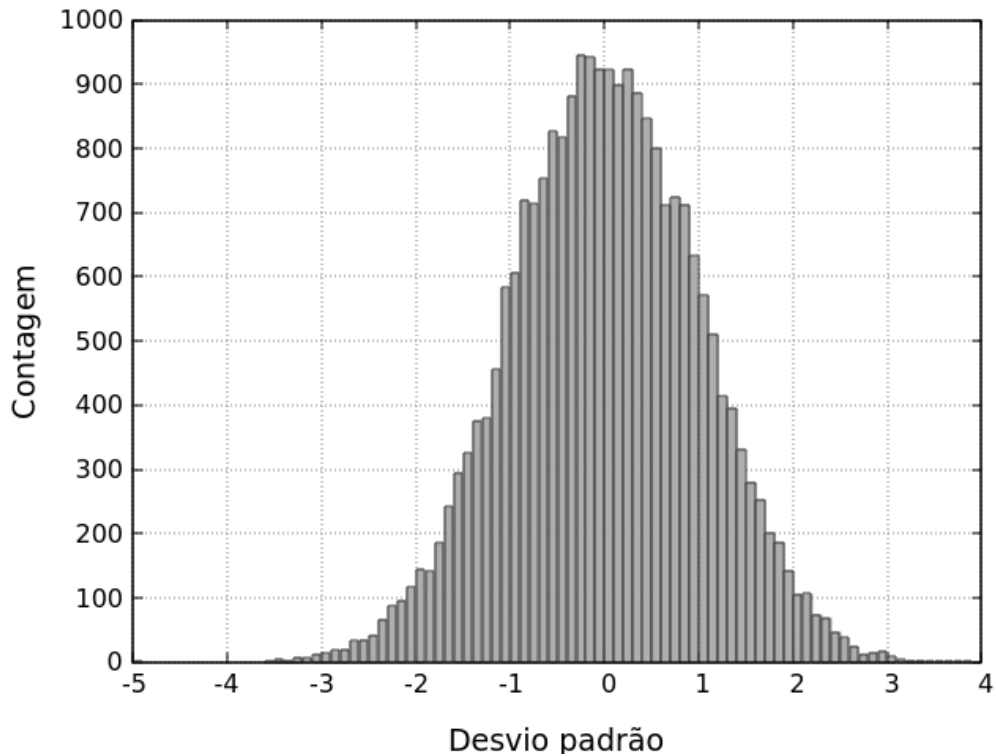
Figura 4.2 – Resíduo ponderado pelo desvio padrão do ajuste até a frequência máxima de 75,8 kHz para o caso de 286,8 ppm de boro natural



Fonte: autor da tese.

A Figura 4.3 apresenta o histograma dos resíduos em relação ao desvio padrão, sendo que 68,3% dos dados ficaram dentro de um desvio padrão (σ), 95,4% de 2σ e 99,8% de 3σ . Estes percentuais de dispersão de dados estão de acordo com um bom ajuste e segue uma distribuição normal.

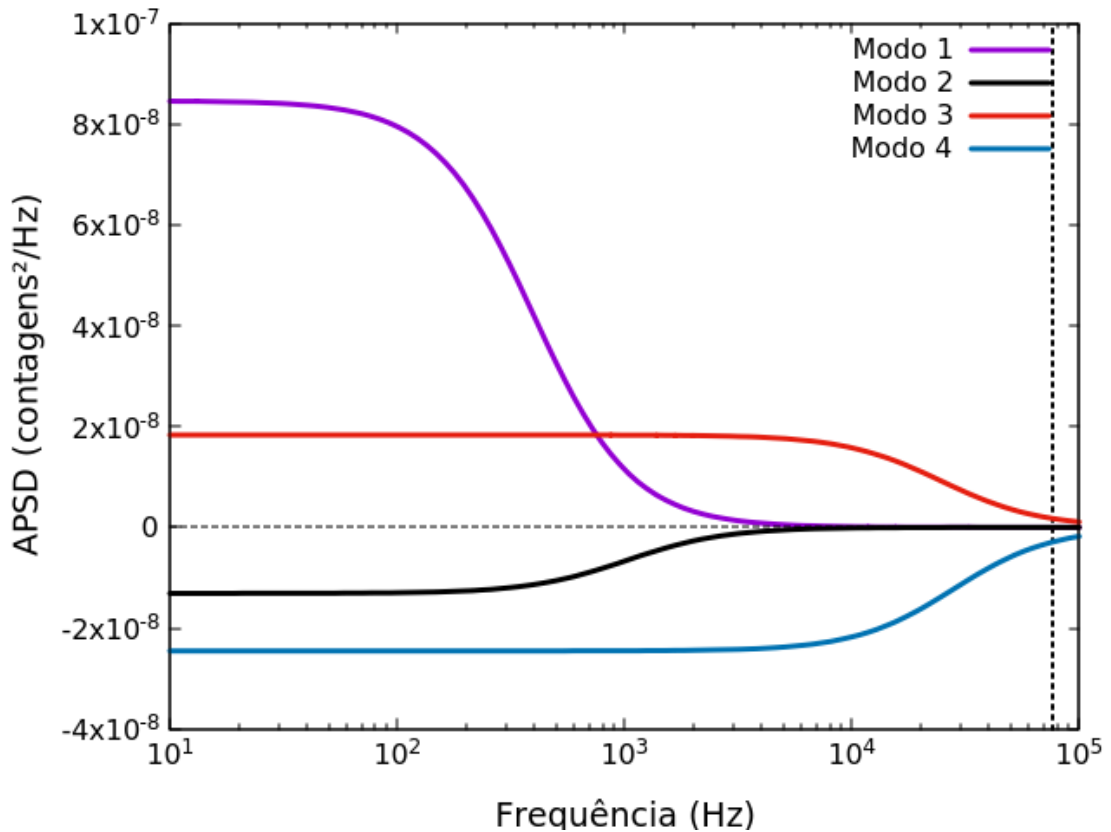
Figura 4.3 – Histograma dos resíduos em relação ao desvio padrão em intervalos de $0,1\sigma$



Fonte: autor da tese.

A Figura 4.4 é uma adaptação do gráfico da Figura D.9 (c) do APÊNDICE D. Nela, as curvas individuais dos modos foram refeitas de acordo com os parâmetros calculados no ajuste da Figura 4.1, sendo que a linha vertical tracejada indica o limite superior de 75,8 kHz, que é até onde o ajuste foi calculado com os mínimos quadrados, e os modos 1, 2, 3 e 4 representam os termos que contêm as raízes ω_7 , ω_8 , ω_9 e ω_{10} , respectivamente. Nesse gráfico nota-se que os dois primeiros modos iniciam num patamar em baixa frequência e decaem conforme a frequência aumenta. O oposto acontece com os dois últimos modos, que decaem com o decréscimo da frequência. O ajuste até 75,8 kHz pegou praticamente o início do patamar dos dois últimos modos próximo do limite superior do ajuste. A região do espectro chamada de baixa frequência em absoluto não tem apenas frequências baixas por atingir a ordem de quilohertz e nem existe um valor que separe o que é baixa e alta frequência. Contudo, foi nomeado dessa maneira para separar o espectro e tornar a descrição mais fácil.

Figura 4.4 – Modos parciais do ajuste até 75,8 kHz (até a linha vertical tracejada)



Fonte: autor da tese.

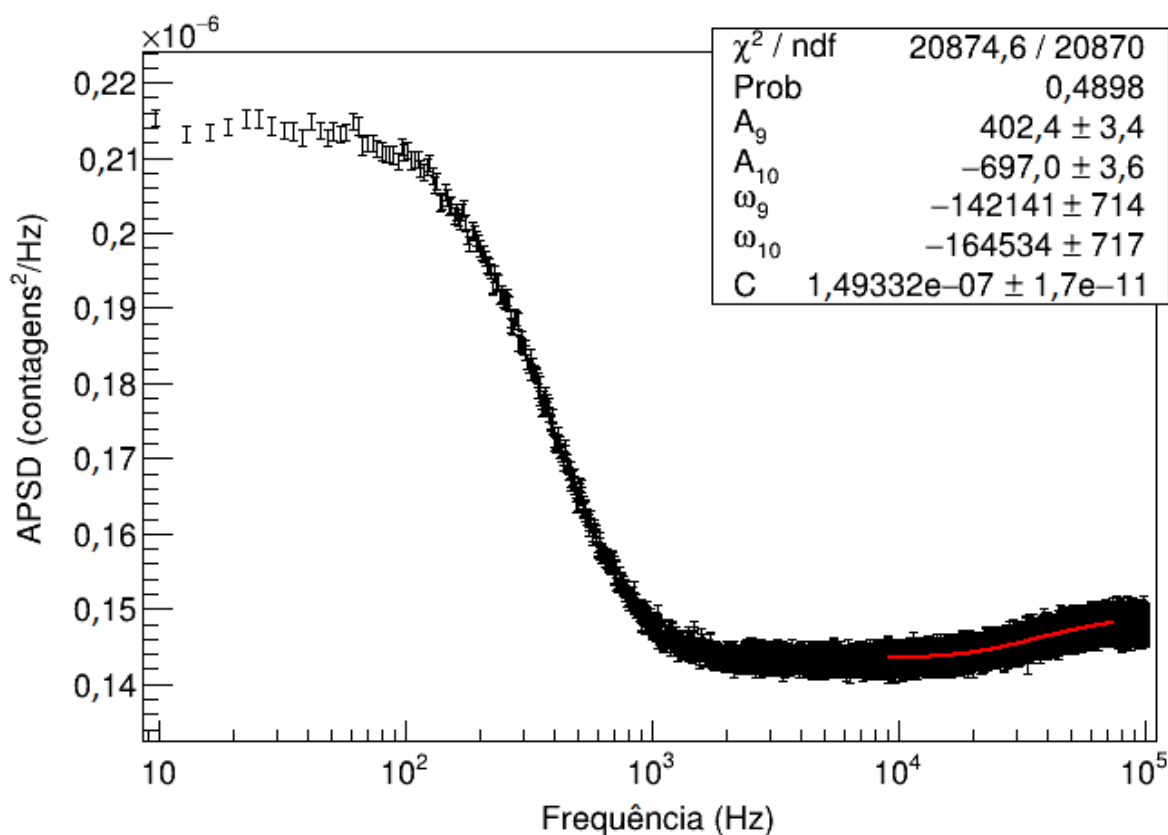
Uma conclusão importantíssima é que em quatro modos ficou evidenciado que existem dois pares de modos: um par em baixas frequências e outro em altas frequências. A escala de tempo do nascimento até a detecção dos nêutrons de baixas e altas frequências são muito distintas, os nêutrons de frequências mais baixas estão em aproximadamente 0,1 s e os de frequências mais altas em $\sim 13 \mu\text{s}$. Os nêutrons sempre nascem rápidos com uma energia cinética média de 2 MeV [83]. Dependendo da energia que os nêutrons chegam à região sensível detector, podem interagir com o ${}^3\text{He}$ com as reações ${}^3_2\text{He}(n, p){}_1^3\text{H}$ (o produto é um trítio, T), ${}^3_2\text{He}(n, n){}_2^3\text{He}'$ (reação elástica) e ${}^3_2\text{He}(n, {}^2_1\text{H}){}^2_1\text{H}$ (o produto é um deuteron, d) [75], [84]. No trajeto do nascimento dos nêutrons nas fissões nucleares no combustível nuclear até a região sensível do detector é transcorrido um certo tempo. Se o nêutron que nasceu rápido não colidir com nenhuma partícula nesse trajeto, então chegará na região sensível do detector num tempo muito curto, próximo a alguns poucos microssegundos, resultando em nêutrons de altas frequências. Se existirem colisões durante o trajeto, então o tempo até a chegada ao detector vai aumentando e a frequência diminuindo. Portanto, é possível separar os nêutrons de acordo com a energia no espectro

de frequência. A frequência detectada é de alguma forma proporcional a energia dos nêutrons e o tempo está ligado a isso de forma implícita. Logo, os nêutrons de baixa frequência são os nêutrons de baixa energia, denominados de nêutrons térmicos. Os nêutrons de alta frequência são os nêutrons de alta energia, denominadas de nêutrons rápidos. Daqui para a frente, os nêutrons chamados de rápidos são os nêutrons de alta frequência que chegaram num tempo muito curto à região sensível do detector por não colidirem durante o trajeto ou colidirem próximo ao detector. Neste caso, os nêutrons de alta frequência que colidiram próximo ao detector provavelmente colidiram pouquíssimas vezes. Um nêutron com a energia de 2 MeV precisa em média de 16 colisões na água leve para atingir a energia de 1 eV [83]. Então, os nêutrons chamados de térmicos são de fato os nêutrons de baixa frequência que demoraram um pouco mais para chegar até a região sensível do detector porque passaram parte do tempo se difundindo no meio durante o percurso.

Como mostrado na Figura 4.4, a soma dos platôs dos modos rápidos em frequências abaixo de 5 kHz gera uma função quase constante, atuando como uma espécie de fonte de nêutrons térmicos em baixas frequências. Em altas frequências os modos térmicos se anulam e sobram apenas os modos rápidos. Isso está de acordo com o que ocorre fisicamente, onde os nêutrons rápidos são moderados e se transformam em nêutrons térmicos e os nêutrons térmicos desaparecem em absorções ou fugas do sistema. Parte dos nêutrons térmicos podem provocar fissões nas absorções no combustível nuclear, gerando mais nêutrons rápidos e alimentando o ciclo de vida dos nêutrons.

O gráfico da Figura 4.5 apresenta um bom ajuste obtido de 9 kHz até 75,8 kHz apenas com os modos rápidos para verificar qual é a interferência dos modos térmicos. A comparação dos resultados dos ajustes nas Figuras 4.1 e 4.5 mostra que os parâmetros ajustados têm uma diferença entre 6% e 10%. Nesse caso, mesmo que levemente, os modos térmicos ainda atuam nos modos rápidos. Isso acarreta num acoplamento fraco entre os nêutrons térmicos e rápidos, podendo até ser descrito como desacoplados na elaboração teórica das equações diferenciais que modelam esse experimento.

Figura 4.5 – Ajuste dos dois modos rápidos no intervalo de 9 até 75,8 kHz do caso de 286,8 ppm de boro natural



Fonte: autor da tese.

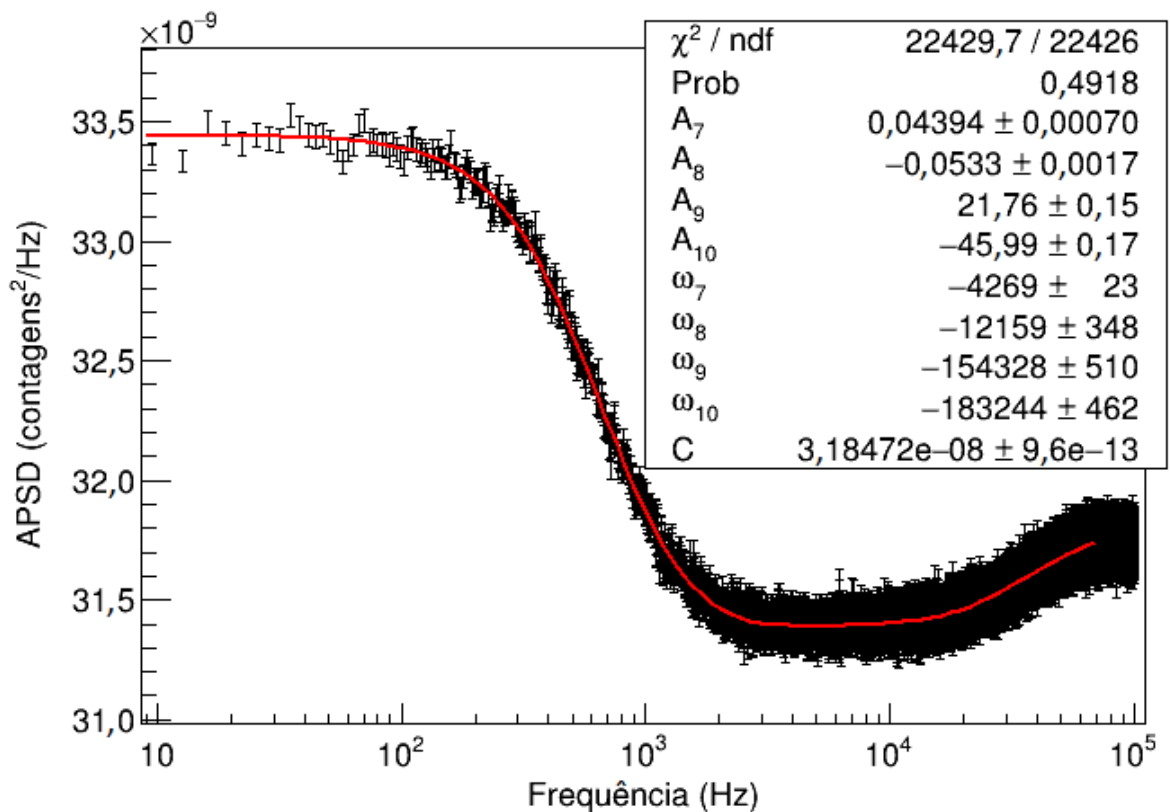
4.2 Resultados do experimento com 578,6 ppm de boro natural

O ajuste dos dados do experimento com 578,6 ppm de boro natural foi facilitado pelo caminho delineado no ajuste do experimento anterior e é apresentado no APÊNDICE H. Inicialmente foi feito um ajuste com apenas um modo até a frequência de 1175 Hz. Os parâmetros obtidos foram utilizados como valores iniciais num ajuste em dois modos até a frequência de 5 kHz. Na sequência, os parâmetros dos dois modos calculados no ajuste até 5 kHz com os dois últimos modos do ajuste final do experimento anterior foram colocados como valores iniciais num ajuste de quatro modos até 50 kHz. Os parâmetros calculados para os modos rápidos do experimento anterior foram utilizados como valores iniciais porque a seção de choque de absorção do boro é insignificante para nêutrons rápidos mesmo com uma concentração maior. Aliás, mesmo com o dobro da concentração de boro natural, a quantidade de átomos de boro em relação ao hidrogênio da água leve continua sendo muito reduzida. Assim, o sistema para nêutrons com essa energia ficaria praticamente inalterado. O ajuste foi facilmente calculado pelo programa ROOT

sem as interrupções abruptas no método dos mínimos quadrado. Os valores iniciais dos parâmetros do terceiro e quarto modos também foram alterados diversas vezes para verificar se os resultados eram consistentes. O APÊNDICE I mostra o que ocorre com a variação da frequência máxima para quantidades diferentes de modos na APSD nesse experimento.

O melhor ajuste para o experimento com 578,6 ppm de boro natural foi o até 71,8 kHz mostrado na Figura 4.6. Apesar de os dados estarem mais dispersos, os desvios padrões foram pequenos, chegando no máximo a 3,2% e a probabilidade integral do χ^2 próxima de 50%. Aparentemente, em altas frequências os dados desse gráfico apresentaram uma subida mais pronunciada em relação ao experimento anterior, mas deve-se observar a escala vertical diferente do experimento anterior e a amplitude da dispersão dos dados que é bem menor no segundo experimento.

Figura 4.6 – Ajuste em quatro modos até a frequência máxima de 71,8 kHz do experimento com 578,6 ppm de boro natural



Fonte: autor da tese.

As matrizes de covariância e correlação dos parâmetros ajustados até 71,8 kHz calculadas pelo programa ROOT estão nas Tabelas 4.3 e 4.4, respectivamente.

Tabela 4.3 – Matriz de covariância do ajuste até a frequência máxima de 71,8 kHz para o caso de 578,6 ppm de boro natural

	A_7	A_8	A_9	A_{10}	ω_7	ω_8	ω_9	ω_{10}	C
A_7	4,8985E-07	-1,1717E-07	8,3359E-07	2,1533E-06	-1,4892E-02	1,6676E-01	-1,6713E-02	1,8903E-03	-1,4423E-17
A_8	-1,1717E-07	2,7683E-06	1,8300E-05	4,1674E-05	1,0796E-02	3,5071E-01	-3,1276E-01	-7,6259E-03	-3,0858E-16
A_9	8,3359E-07	1,8300E-050	2,1328E-02	-1,4748E-02	-2,0259E-03	2,3068E+00	-1,1978E+01	2,0206E+01	-3,9907E-14
A_{10}	2,1533E-06	4,1674E-05	-1,4748E-02	2,8250E-02	-8,0608E-03	5,4558E+00	8,3542E+00	2,0087E+01	-8,0792E-14
ω_7	-1,4892E-02	1,0796E-02	-2,0259E-03	-8,0608E-03	5,2909E+02	-3,4709E+03	7,4157E+01	-2,6652E+01	4,3653E-14
ω_8	1,6676E-01	3,5071E-01	2,3068E+00	5,4558E+00	-3,4709E+03	1,2081E+05	-4,1110E+04	9,3618E+02	-3,8998E-11
ω_9	-1,6713E-02	-3,1276E-01	-1,1978E+01	8,3542E+00	7,4157E+01	-4,1110E+04	2,6031E+05	1,6512E+05	9,5429E-11
ω_{10}	1,8903E-03	-7,6259E-03	2,0206E+01	2,0087E+01	-2,6652E+01	9,3618E+02	1,6512E+05	2,1378E+05	-1,6729E-10
C	-1,4423E-17	-3,0858E-16	-3,9907E-14	-8,0792E-14	4,3653E-14	-3,8998E-11	9,5429E-11	-1,6729E-10	9,1813E-25

Fonte: autor da tese.

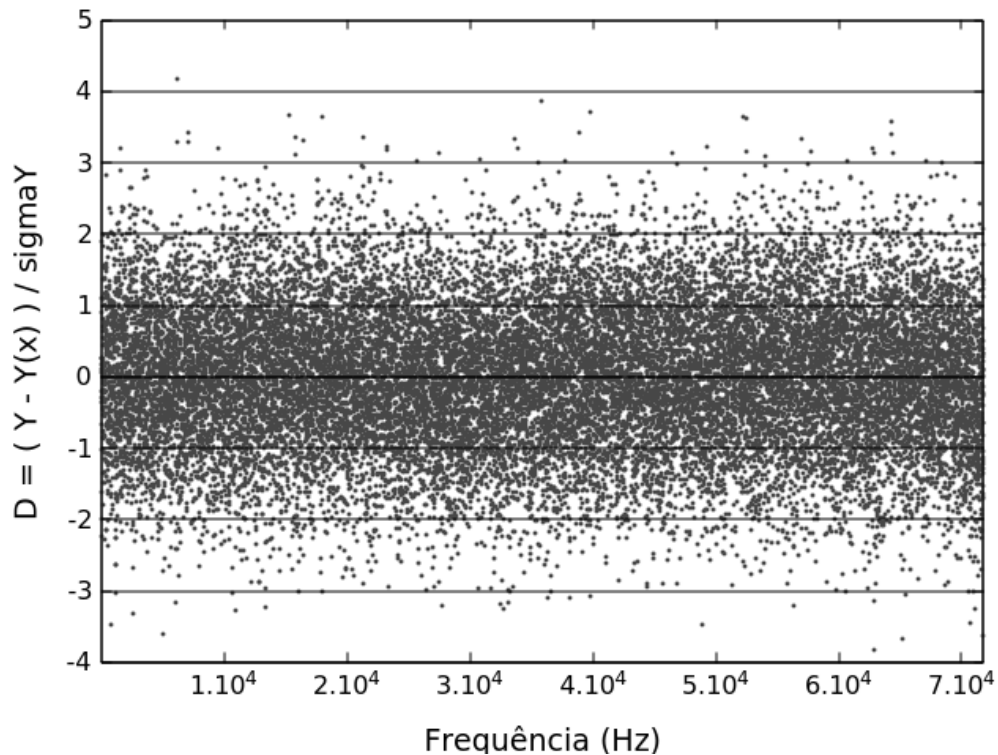
Tabela 4.4 – Matriz de correlação do ajuste até a frequência máxima de 71,8 kHz para o caso de 578,6 ppm de boro natural

	A_7	A_8	A_9	A_{10}	ω_7	ω_8	ω_9	ω_{10}	C
A_7	1	-1,0062E-01	8,1555E-03	1,8305E-02	-9,2501E-01	6,8551E-01	-4,6803E-02	5,8412E-03	-2,1507E-02
A_8	-1,0062E-01	1	7,5313E-02	1,4902E-01	2,8208E-01	6,0646E-01	-3,6843E-01	-9,9128E-03	-1,9356E-01
A_9	8,1555E-03	7,5313E-02	1	-6,0083E-01	-6,0308E-04	4,5446E-02	-1,6076E-01	2,9924E-01	-2,8518E-01
A_{10}	1,8305E-02	1,4902E-01	-6,0083E-01	1	-2,0850E-03	9,3391E-02	9,7421E-02	2,5847E-01	-5,0166E-01
ω_7	-9,2501E-01	2,8208E-01	-6,0308E-04	-2,0850E-03	1	-4,3414E-01	6,3188E-03	-2,5060E-03	1,9806E-03
ω_8	6,8551E-01	6,0646E-01	4,5446E-02	9,3391E-02	-4,3414E-01	1	-2,3182E-01	5,8254E-03	-1,1710E-01
ω_9	-4,6803E-02	-3,6843E-01	-1,6076E-01	9,7421E-02	6,3188E-03	-2,3182E-01	1	6,9997E-01	1,9520E-01
ω_{10}	5,8412E-03	-9,9128E-03	2,9924E-01	2,5847E-01	-2,5060E-03	5,8254E-03	6,9997E-01	1	-3,7760E-01
C	-2,1507E-02	-1,9356E-01	-2,8518E-01	-5,0166E-01	1,9806E-03	-1,1710E-01	1,9520E-01	-3,7760E-01	1

Fonte: autor da tese.

A Figura 4.7 mostra o gráfico de resíduos em relação ao desvio padrão. Nele, a dispersão dos pontos está de acordo com um bom ajuste.

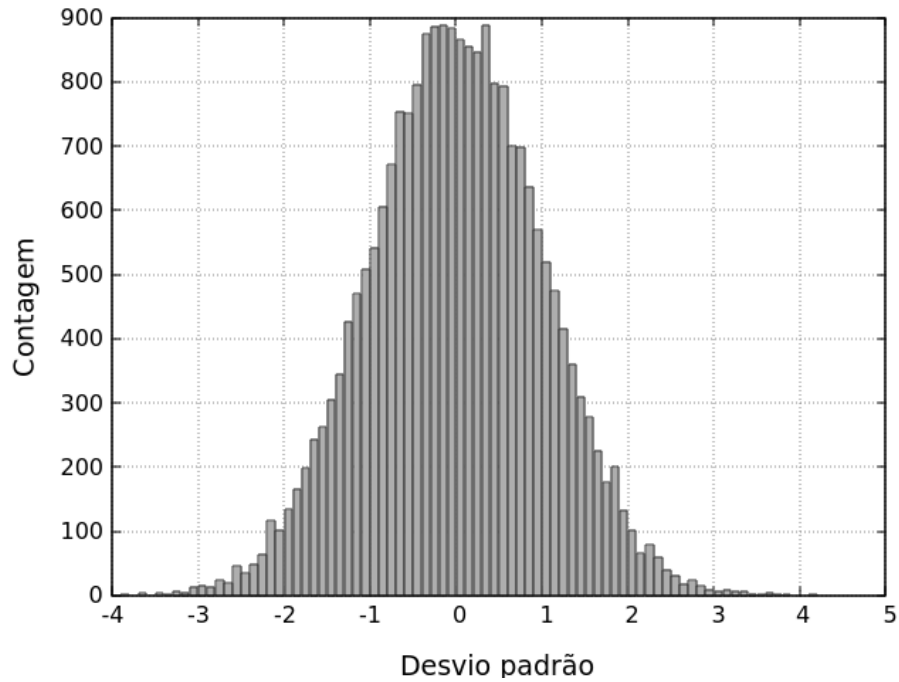
Figura 4.7 – Resíduo ponderado pelo desvio padrão do ajuste até a frequência máxima de 71,8 kHz para o caso de 578,6 ppm de boro natural



Fonte: autor da tese.

A Figura 4.8 apresenta o histograma dos resíduos em relação ao desvio padrão, sendo que 68,2% dos dados estão dentro de um desvio padrão (σ), 95,6% de 2σ e 99,7% de 3σ . Estes percentuais de dispersão de dados estão de acordo com um bom ajuste e segue uma distribuição normal.

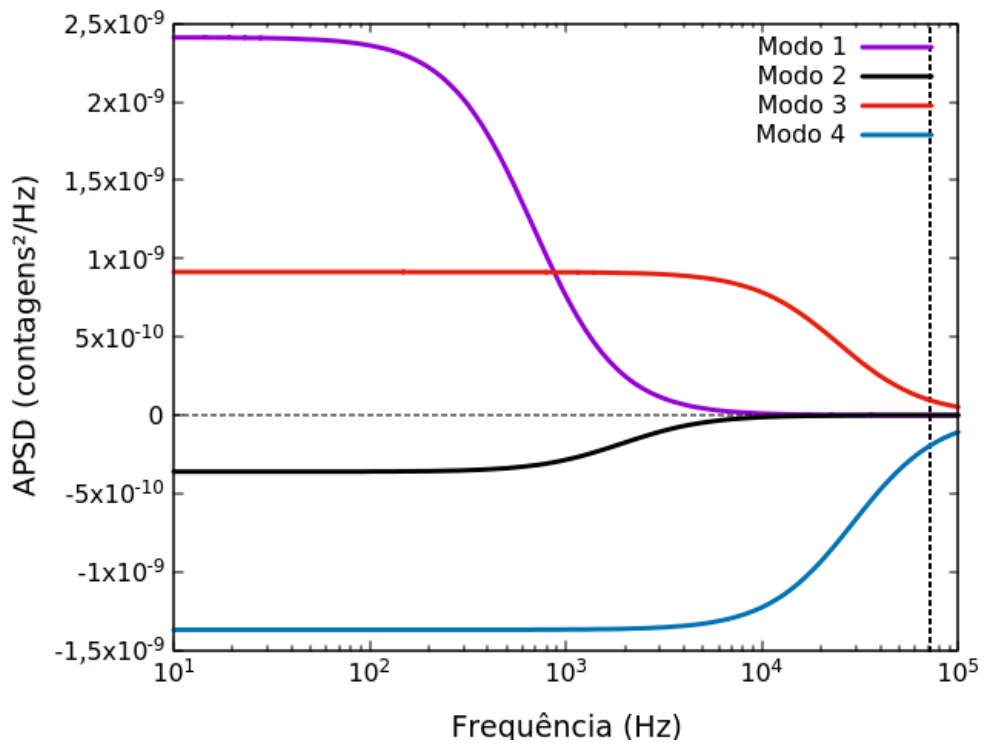
Figura 4.8 – Histograma dos resíduos em relação ao desvio padrão em intervalos de $0,1\sigma$



Fonte: autor da tese.

Os modos individuais obtidos com os parâmetros calculados do ajuste até 71,8 kHz são apresentados na Figura 4.9.

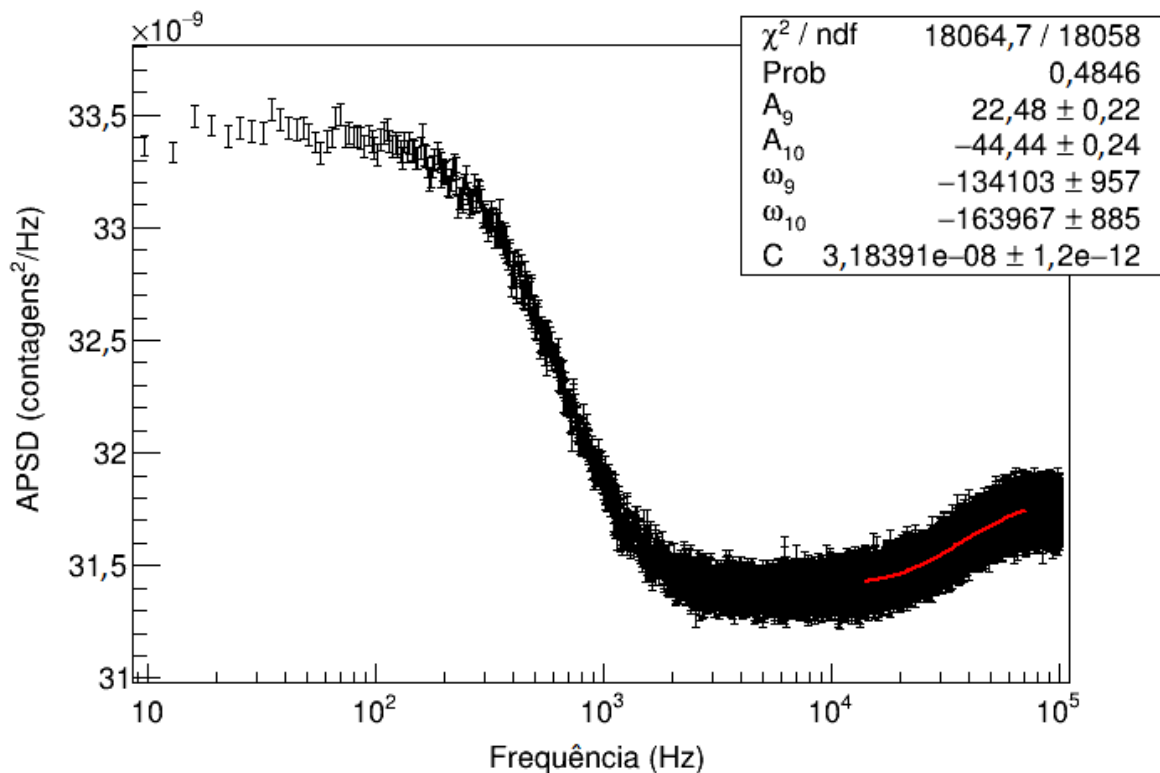
Figura 4.9 – Modos parciais do ajuste até 71,8 kHz (linha tracejada vertical)



Fonte: autor da tese.

O gráfico da Figura 4.10 apresenta um bom ajuste de 14 kHz até 71,8 kHz apenas com os modos rápidos para verificar qual é a interferência dos modos térmicos. A comparação dos resultados dos ajustes nas Figuras 4.6 e 4.10 mostra que os parâmetros têm uma diferença entre 3% e 15%, revelando que entre os modos térmicos e rápidos existe um acoplamento maior que no experimento anterior. Isso também pode ser notado pelo limite inferior desse ajuste que foi de 14 kHz, enquanto no experimento anterior foi de 9 kHz.

Figura 4.10 – Ajuste dos dois modos rápidos no intervalo de 14 até 71,8 kHz do caso de 578,6 ppm de boro natural



Fonte: autor da tese.

4.3 Comparação entre os experimentos com 286,8 e 578,6 ppm de boro natural

O experimento de 578,6 ppm de boro natural (segundo experimento) foi mais subcrítico que o de 286,8 ppm (primeiro experimento). No primeiro experimento o ajuste foi até 75,8 kHz e no segundo foi até 71,8 kHz. Isso mostra que quanto mais subcrítico o reator está, menor o limite superior do ajuste será.

Os parâmetros calculados nos ajustes dos dois experimentos (Figuras 4.1 e 4.6) apresentaram os padrões listados a seguir:

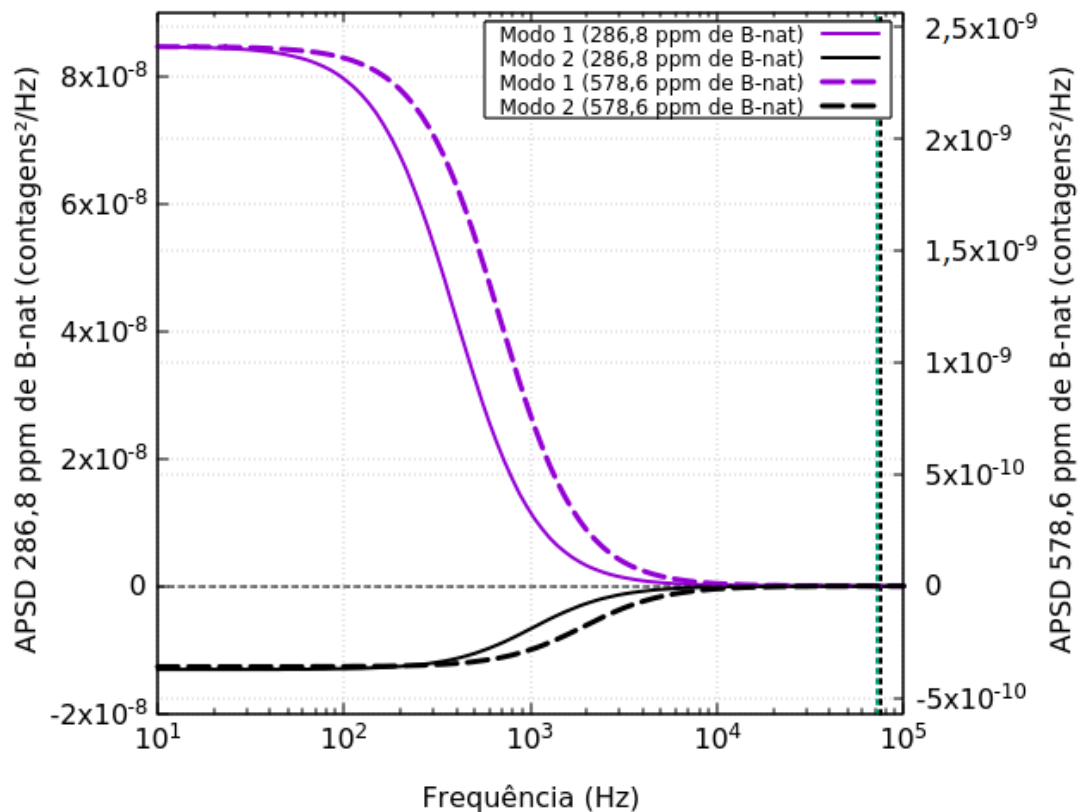
- 1) $A_7 \cong -A_8$, nomeado de anticorrelação entre os coeficientes A_7 e A_8 ;
- 2) alternância nos sinais dos coeficientes A_7 , A_8 , A_9 e A_{10} , começando com o A_7 positivo;
- 3) o valor absoluto dos coeficientes aumenta de forma progressiva;
- 4) o valor absoluto das raízes aumenta de forma progressiva;
- 5) o valor absoluto das raízes ω_7 e ω_8 aumentam com o aumento da concentração de boro;
- 6) as raízes ω_9 e ω_{10} são pouco sensíveis à variação na concentração de boro.

Como mostrado nas Figuras 4.4 e 4.9, no segundo experimento os modos térmicos interferem mais nos modos rápidos que no primeiro experimento. Consequentemente, os modos rápidos também interferem nos térmicos. Por esse motivo, os coeficientes de A_7 e A_8 estão mais distantes na comparação entre os dois coeficientes no ajuste do segundo experimento. A anticorrelação entre A_7 e A_8 pode ser considerada uma medida do grau de acoplamento entre os modos rápidos e térmicos e, consequentemente, o acoplamento ou desacoplamento das equações diferenciais. No ajuste do primeiro experimento a diferença relativa entre os valores absolutos de A_7 e A_8 ($1 - |A_7|/|A_8|$) foi de $(3,4 \pm 2,2)\%$ e no segundo experimento foi de $(17,6 \pm 2,9)\%$ – os desvios apresentados são os desvios absolutos das diferenças relativas percentuais. A diferença dos valores absolutos dos coeficientes A_7 e A_8 do primeiro experimento está dentro de 2σ . No segundo experimento essa diferença foi bastante aumentada. Como mostrado nas Tabelas 4.2 e 4.4, a anticorrelação entre A_7 e A_8 no primeiro experimento é maior que no segundo, onde foram obtidas correlações de cerca de $-0,37$ e $-0,10$, respectivamente. Ou seja, quanto mais subcrítico menos anticorrelacionados A_7 e A_8 estão.

A Figura 4.11 apresenta o gráfico dos modos térmicos dos dois experimentos com os eixos das ordenadas nos dois lados. As diferenças entre as curvas são os valores absolutos das amplitudes e os decaimentos das funções. O eixo das ordenadas do segundo experimento foi ampliado cerca de 33 vezes de forma que a amplitude máxima do primeiro modo coincidissem com a do primeiro modo do primeiro experimento. As amplitudes máximas dos segundos modos quase que se igualaram também. Logo, as amplitudes máximas do primeiro e segundo modos nos dois experimentos são praticamente proporcionais. Os modos térmicos do segundo experimento decaíram mais lentamente e

foram mais para a direita para as frequências mais altas. De acordo com o que foi analisado com o auxílio dos gráficos na Figura A.1 do APÊNDICE A, esse deslocamento para frequências mais altas era esperado com o aumento do valor absoluto da reatividade e o consequente aumento do valor absoluto das raízes dos modos térmicos.

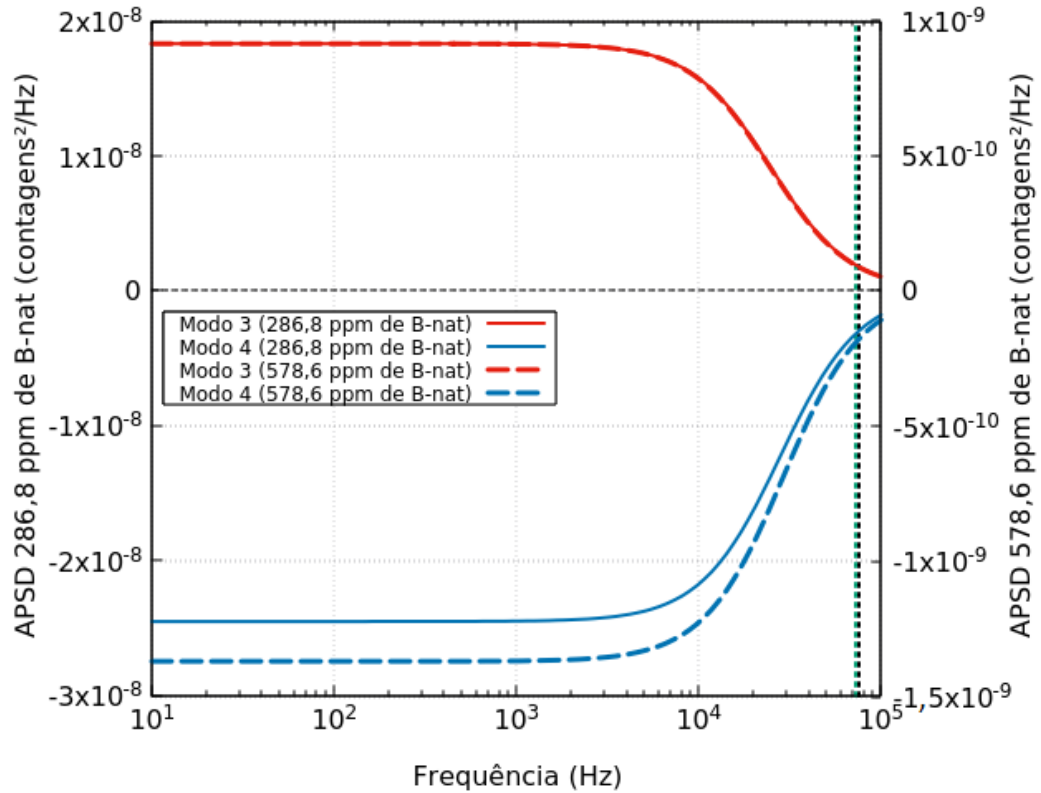
Figura 4.11 – Modos térmicos dos ajustes dos experimentos de 286,8 e 578,6 ppm de boro natural. A linha vertical tracejada em preto é a frequência máxima do ajuste do primeiro experimento e em verde do segundo



Fonte: autor da tese.

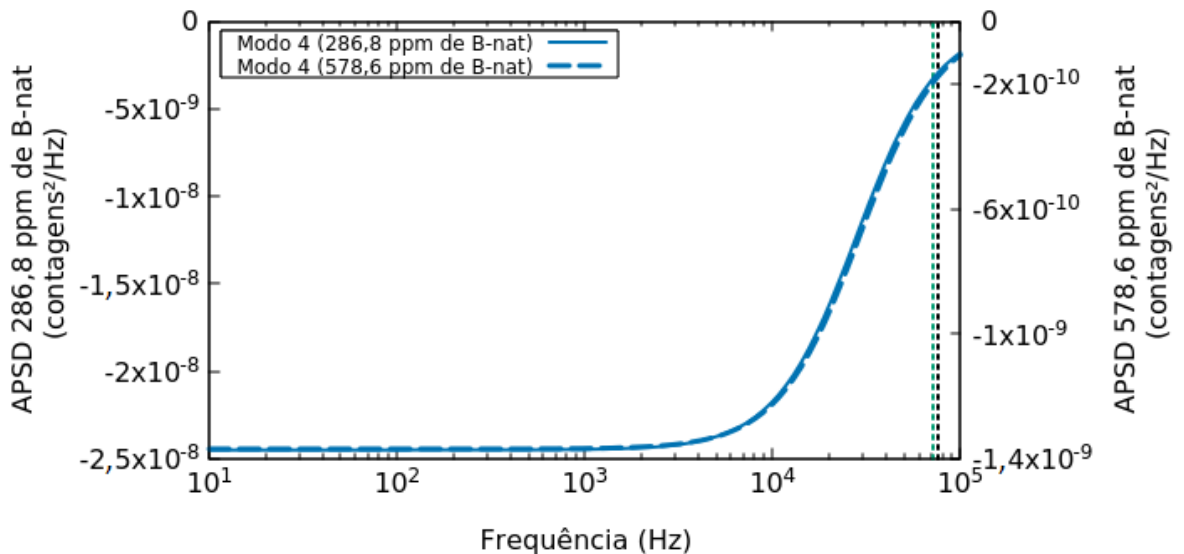
A comparação dos modos rápidos seguiu o mesmo processo dos modos térmicos. A Figura 4.12 apresentada os modos rápidos com as amplitudes máximas dos terceiros modos coincidindo, sendo que a curva do terceiro modo foi multiplicada por um fator próximo de 20. Os terceiros modos têm as mesmas formas. A diferença das amplitudes máximas nos quartos modos é evidente. Em outra comparação com apenas os quartos modos na Figura 4.13 pode-se verificar que as formas desses modos também são as mesmas. Portanto, os modos rápidos são proporcionais quando se compara os terceiros e quartos modos separadamente, modificaram-se apenas as amplitudes dos modos rápidos.

Figura 4.12 – Modos rápidos dos ajustes dos experimentos com 286,8 e 578,6 ppm de boro natural até as frequências máximas indicadas pelas linhas verticais tracejadas em preto e em verde, respectivamente



Fonte: autor da tese.

Figura 4.13 – Terceiros modos dos ajustes dos experimentos com 286,8 e 578,6 ppm de boro natural até as frequências máximas indicadas pelas linhas verticais tracejadas em preto e em verde, respectivamente



Fonte: autor da tese.

A inserção de reatividade negativa fez os modos térmicos avançarem para frequências mais altas. Esse avanço modificou as amplitudes dos modos rápidos. Por consequência, os coeficientes A_7 e A_8 dos modos térmicos também foram alterados e a anticorrelação entre eles diminuiu, aumentando o acoplamento entre os nêutrons com diferentes energias. Isso está de acordo com a interpretação física do problema. Com mais boro no sistema menos nêutrons chegam aos detectores. Os fatores multiplicados para aumentar as amplitudes dos modos do segundo experimento foram de 33 para os modos térmicos e de 20 para os modos rápidos. O maior fator foi para os modos térmicos, explicitando uma diminuição maior dos nêutrons térmicos em relação aos rápidos. O boro natural tem uma seção de choque de absorção da ordem de 10^3 barns para nêutrons térmicos [85], logo, a seção de choque da absorção para nêutrons térmicos da mistura de água e boro natural aumenta bastante com o aumento da concentração de boro natural. Os nêutrons que chegaram aos detectores são os que colidiram menos no trajeto, pois existia uma chance maior de serem absorvidos se colidissem. Assim, o tempo transcorrido foi menor e fez com que o espectro de frequência de nêutrons térmicos avançasse para a direita para frequências mais altas.

A Figura B.23 do APÊNDICE B mostra as APSDs em função do *shaping time* (ST) num experimento com o reator na configuração com 26×24 varetas combustíveis, barras absorvedoras totalmente retiradas e sem boro. Sempre foi uma preocupação se o que estava sendo adquirido pelos instrumentos em alta frequência era um evento físico ou algo que a instrumentação eletrônica estava produzindo. O *shaping time* altera a forma das curvas em altas frequências, fazendo os dados da APSD nessas frequências serem maiores e trazendo os dados de alta frequência para frequências mais baixas. Assim, um *shaping time* maior faz a curva da APSD ter uma inclinação positiva maior e encolher em relação ao eixo das abscissas. A possibilidade é muito remota de se ter um instrumento que produzisse um ruído que fosse medido no espectro de frequências mais altas e nesses dados fossem justamente ajustados os modos da função APSD. Se a instrumentação produzisse os modos de alta frequência, estes teriam que ser os mesmos em todas as medidas realizadas. Porém, o que aconteceu nesses dois experimentos foi uma mudança nas amplitudes dos modos rápidos de acordo com a reatividade do sistema, ficando de acordo com o que se espera fisicamente e sendo algo que um equipamento eletrônico não realizaria. O *shaping time* apenas ressaltou a parte do espectro de nêutrons de alta frequência. Nas medidas foi utilizado o menor *shaping time* possível ($ST = 2 \mu s$) para os detectores de ^3He dos experimentos.

5 PROPOSTA DE MODELO TEÓRICO PARA O GRUPO TÉRMICO

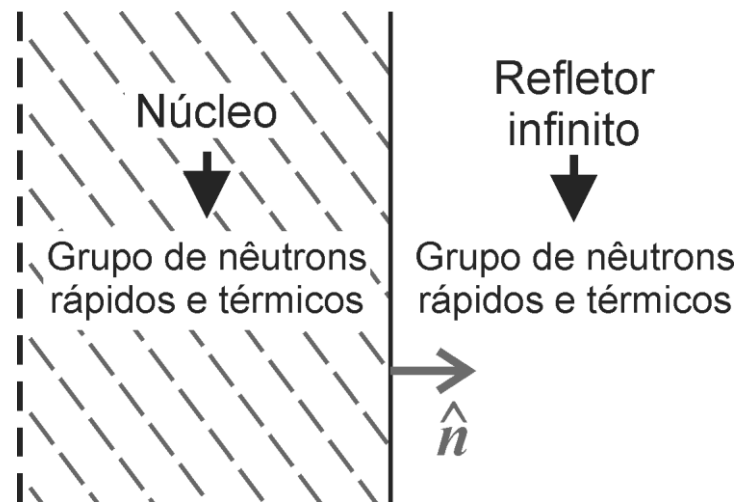
A teoria foi formulada de acordo com a interpretação dos resultados experimentais. Neles, verificou-se que existiam dois pares de modos dominantes: um em baixas frequências e outro em altas frequências. Os nêutrons de alta frequência são os que nasceram com grande energia cinética nas fissões (nêutrons rápidos) e foram detectados próximos dessa energia ou foram moderados numa região próxima dos detectores. Os nêutrons de baixa frequência são os nêutrons que nasceram rápidos, foram moderados até baixas energias (nêutrons térmicos) e depois foram detectados. O reator IPEN/MB-01 é composto principalmente por duas regiões onde ocorrem as interações com os nêutrons: o núcleo e o refletor. O núcleo contém as varetas combustíveis cercadas por água leve (moderador) e o refletor envolve o núcleo com água leve (Figura 3.2). A fonte externa de nêutrons (APÊNDICE J) que foi utilizada nos experimentos subcríticos estava localizada no refletor, logo abaixo da placa matriz e 133 mm abaixo do centro do arranjo de varetas combustíveis, como apresentado na Figura 3.3.

O modelo teórico formulado por Cohn-Spriggs [14], [23] é uma solução para o problema da cinética de um reator com duas regiões e um grupo energético. Contudo, esse modelo é um balanço de termos que compõem as equações da população de nêutrons ponderada pela função adjunta. A modelagem de sistemas que envolvem interações de nêutrons deve ser derivada a partir da equação integro-diferencial de Boltzmann, mais conhecida como equação de transporte de nêutrons (ETN) [86], [87]. A dificuldade em derivar o modelo de Spriggs a partir da ETN é justamente por conta da realização do balanço de nêutrons, que considera as interações dos nêutrons e as migrações de uma região para outra com a inserção de fatores.

Nas próximas seções deste capítulo serão apresentados todo o desenvolvimento do modelo teórico proposto a partir da ETN para o grupo de nêutrons térmicos com boro natural na água do reator de acordo com a interpretação dos resultados experimentais. O modelo proposto seguiu o equacionamento e notação de Bell e Glasstone [86]. Porém, como mostrado na Figura 5.1, o modelo foi dividido em duas regiões – núcleo e refletor infinito – e cada região foi colocada em dois grupos de energia – grupo de nêutrons rápidos

e térmicos. Logo, enfatizando que o modelo geral contemplou duas regiões e dois grupos de energia. Então, adicionou-se o boro no moderador e no refletor e, finalmente, obtiveram-se os modos térmicos da APSD no caso particular do reator IPEN/MB-01 com boro e apenas no grupo térmico. Algumas condições estabelecidas nos ajustes experimentais foram utilizadas para obter as funções e as condições para algumas grandezas, visto que os limites dos grupos energéticos ficaram indefinidos no modelo.

Figura 5.1 – Esquema simplificado do problema de duas regiões



Fonte: autor da tese.

5.1 Modelagem do reator em duas regiões a partir da ETN

Considere que um reator no estado crítico seja abruptamente perturbado com uma inserção de reatividade, as grandezas físicas da ETN no estado crítico sofrem uma variação com a mudança de estado e a fonte de nêutrons é repentinamente inserida no sistema. Assim, a ETN passa a ter as grandezas físicas em relação ao estado perturbado, como, por exemplo, $\sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma$, ou seja, a grandeza perturbada (σ) é a soma no estado crítico (σ_0) e a variação ($\Delta\sigma$) dela. A variação na temperatura foi desconsiderada nesse transiente porque o reator IPEN/MB-01 é um reator de potência zero. A equação que governa esse transiente é dada pela ETN direta dependente do tempo com nêutrons atrasados e a fonte de nêutrons genérica:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{v(E)} \frac{\partial \Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E, t)}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E, t) + \sigma(\mathbf{r}, E, t) \Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E, t) = \\
& = \iint \sum_{x \neq f} \sigma_x(\mathbf{r}, E', t) f_x(\mathbf{r}; \boldsymbol{\Omega}', E' \rightarrow \boldsymbol{\Omega}, E, t) \Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}', E', t) d\boldsymbol{\Omega}' dE' \\
& + \iint \tilde{\chi}_p(E) [1 - \beta(E')] v(\mathbf{r}, E') \sigma_f(\mathbf{r}, E', t) \Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}', E', t) d\boldsymbol{\Omega}' dE' \\
& + \sum_{j=1}^6 \lambda_j C_j(\mathbf{r}, t) \tilde{\chi}_j(E) + Q(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E, t),
\end{aligned} \tag{5.1}$$

onde $v(E)$ é a velocidade dos nêutrons, $\Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E, t)$ o fluxo angular de nêutrons na posição \mathbf{r} com a direção do ângulo sólido $\boldsymbol{\Omega}$ e energia E no tempo t e $\Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}', E', t)$ é o fluxo de nêutrons incidentes na posição \mathbf{r} com direção $\boldsymbol{\Omega}'$ e energia E' no tempo t . As seções de choque macroscópicas de colisão (ou interação) total e fissão são dadas por $\sigma(\mathbf{r}, E, t)$ e $\sigma_f(\mathbf{r}, E', t)$, respectivamente. A seção de choque de transferência $\sigma_x(\mathbf{r}, E', t)$ para nêutrons com a energia incidente E' que colidem em r e provocam uma reação do tipo x é acompanhada da probabilidade de transferência $f_x(\mathbf{r}; \boldsymbol{\Omega}', E' \rightarrow \boldsymbol{\Omega}, E, t)$. Esta probabilidade significa que se um nêutron com a direção $\boldsymbol{\Omega}'$ e energia E' colide com um nuclídeo e tem uma reação do tipo x , existe uma probabilidade desse nêutron emergir na direção $\boldsymbol{\Omega}$ e energia E . O espectro de nêutrons prontos por ângulo sólido é dado por $\tilde{\chi}_p(E) = \chi_p/4\pi$, a fração de nêutrons atrasados da família j por $\beta_j(E')$ e a de nêutrons prontos por $1 - \beta(E')$, onde $\beta(E') = \sum_j \beta_j(E')$. O número médio de nêutrons prontos e atrasados produzidos por uma fissão em \mathbf{r} , causada por um nêutron com energia E' é dado por $v(\mathbf{r}, E')$ [81]. $C_j(\mathbf{r}, t)$ é a concentração de precursores da família j na posição \mathbf{r} no tempo t . O λ_j e $\tilde{\chi}_j(E) = \chi_j/4\pi$ são a constante de decaimento e o espectro de nêutrons atrasados emergentes do decaimento dos precursores da família j por ângulo sólido. A fonte explícita de nêutrons é representada por $Q(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E, t)$.

A ETN é uma equação que mostra a distribuição de nêutrons num certo volume, direção, energia e tempo, sendo esse o espaço de fase dos nêutrons no sistema. Cada termo da ETN corresponde a um evento que adiciona ou remove nêutrons do sistema. O primeiro termo do lado esquerdo da Equação (5.1) corresponde a taxa de variação temporal do fluxo angular de nêutrons. O segundo termo representa a taxa na qual os nêutrons no instante t com energia E e posição \mathbf{r} estão migrando no sistema ou fugindo dele na direção $\boldsymbol{\Omega}$. O terceiro termo corresponde a taxa de colisão dos nêutrons incidentes

com os núcleos atômicos. O primeiro termo do lado direito é a probabilidade de transferência de nêutrons incidentes que colidiram e provocaram uma reação do tipo x na posição \mathbf{r} , direção $\boldsymbol{\Omega}'$ e com energia cinética E' emergem na direção $\boldsymbol{\Omega}$ e energia E . No segundo termo do lado direito, o produto $[1 - \beta(E')]v(\mathbf{r}, E')$ corresponde ao número esperado de nêutrons prontos de uma fissão ocorrida em \mathbf{r} causada por um nêutron com energia E' . Logo, esse termo multiplicado pelo espectro de nêutrons prontos $\tilde{\chi}_p(E)$ e integrado em todas as direções e na energia resulta no número provável de nêutrons prontos de numa fissão. O terceiro termo do lado direito é a produção esperada de nêutrons atrasados no decaimento dos precursores. O último termo é a contribuição da fonte de nêutrons genérica.

A ETN direta depende das concentrações de precursores no tempo, dada por outras equações integro-diferenciais. Assim, essas equações formam um conjunto acoplado de equações que descrevem o sistema físico. A equação da concentração de precursores no tempo é dada por:

$$\frac{\partial C_j(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \lambda_j C_j(\mathbf{r}, t) = \iint \beta_j(E')v(\mathbf{r}, E')\sigma_f(\mathbf{r}, E', t)\Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}', E', t)d\boldsymbol{\Omega}'dE', \quad (5.2)$$

sendo $\beta_j(E')$ a fração de nêutrons atrasados da família j . Por simplicidade, assumiu-se apenas um nuclídeo físsil, já que nuclídeos distintos geram frações diferentes de nêutrons atrasados (β_j) nas fissões [81], [88].

O primeiro termo do lado esquerdo dessa equação é a taxa temporal de variação da densidade de precursores. O segundo representa a taxa de decaimento dos precursores da família j . O termo do lado direito representa a produção dos precursores da família j , criados por uma fissão em \mathbf{r} , causada por um nêutron com direção $\boldsymbol{\Omega}'$ e energia E' no tempo t .

A reatividade introduzida no sistema pode ser encontrada com a inclusão da equação adjunta da ETN. Inicialmente, é preciso definir a função adjunta do fluxo angular de nêutrons como Φ_0^\dagger , o símbolo adaga (\dagger) denota o fluxo angular de nêutrons adjunto. Com a aplicação de um operador adjunto na função adjunta, obtém-se uma ETN adjunta. Esse operador não é autoadjunto, ou seja, existem algumas diferenças entre o operador da ETN direta e da adjunta. A função adjunta reverte a parte temporal da equação e, conseqüentemente, a direção da fuga [89], [90] e a probabilidade de transferência. Nesta

função, partem nêutrons emergentes de uma reação na posição \mathbf{r} na direção final $\mathbf{\Omega}$ com uma energia E e poderá resultar em nêutrons incidentes na direção $\mathbf{\Omega}'$ e energia E' . A equação adjunta não perturbada independente do tempo é dada por:

$$\begin{aligned}
 -\mathbf{\Omega} \cdot \nabla \Phi_0^\dagger(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}, E) + \sigma_0(\mathbf{r}, E) \Phi_0^\dagger(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}, E) = \\
 = \iint \sum_{x \neq f} \sigma_{x0}(\mathbf{r}, E') f_{x0}(\mathbf{r}; \mathbf{\Omega}, E \rightarrow \mathbf{\Omega}', E') \Phi_0^\dagger(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}', E') d\mathbf{\Omega}' dE' \\
 + \nu(\mathbf{r}, E) \sigma_{f0}(\mathbf{r}, E) \iint \tilde{\chi}(E, E') \Phi_0^\dagger(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}', E') d\mathbf{\Omega}' dE',
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

onde

$$\tilde{\chi}(E, E') = [1 - \beta(E)] \tilde{\chi}_p(E') + \sum_{j=1}^6 \beta_j(E) \tilde{\chi}_j(E') \tag{5.4}$$

é a probabilidade adjunta de emissão de nêutrons por ângulo sólido, conhecido também como espectro adjunto de nêutrons emitidos [81], [83], [86], [91]. O primeiro termo do lado esquerdo da Equação (5.3) corresponde a importância para o sistema dos nêutrons que fugiram. O segundo é a importância dos nêutrons que foram absorvidos. O primeiro termo do lado direito da Equação (5.3) se refere a importância dos nêutrons emergente da reação do tipo x ocorrida na posição \mathbf{r} para a direção $\mathbf{\Omega}'$ e energia inicial E' . O segundo é a importância dos nêutrons nascido de uma fissão ou dos precursores originados dos produtos de fissão.

As ETN direta e adjunta, e a equação de precursores dependem de diversas variáveis, como pode ser visto nas Equações (5.1) até (5.3). Por este motivo, será introduzida uma notação simplificada com o símbolo de aspas simples (') que indica a dependência da direção inicial $\mathbf{\Omega}'$ e da energia inicial E' do nêutron incidente antes da colisão e sem aspas simples indicando o nêutron emergente com direção final $\mathbf{\Omega}$ e energia final E . A notação que será utilizada adiante está na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Notação simplificada que mostra as dependências das grandezas da ETN

Grandezas físicas	
$v = v(E)$	$f_x = f_x(\mathbf{r}; \boldsymbol{\Omega}', E' \rightarrow \boldsymbol{\Omega}, E; t)$
$\Phi = \Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E, t)$	$f'_{x0} = f_{x0}(\mathbf{r}; \boldsymbol{\Omega}, E \rightarrow \boldsymbol{\Omega}', E')$
$\Phi' = \Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}', E', t)$	$\tilde{\chi}_p = \tilde{\chi}_p(E)$
$\Phi_0^\dagger = \Phi_0^\dagger(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E)$	$\tilde{\chi}_j = \tilde{\chi}_j(E)$
$\Phi_0^{\dagger'} = \Phi_0^{\dagger'}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}', E')$	$\tilde{\chi} = \tilde{\chi}(E', E)$
$\sigma = \sigma(\mathbf{r}, E, t)$	$\tilde{\chi}' = \tilde{\chi}(E, E')$
$\sigma_0 = \sigma_0(\mathbf{r}, E)$	$\nu = \nu(\mathbf{r}, E)$
$\sigma'_x = \sigma_x(\mathbf{r}, E', t)$	$\nu' = \nu(\mathbf{r}, E')$
$\sigma'_{x0} = \sigma_{x0}(\mathbf{r}, E')$	$\beta' = \beta(E')$
$\sigma'_f = \sigma_f(\mathbf{r}, E', t)$	$\beta'_j = \beta_j(E')$
$\sigma_{f0} = \sigma_{f0}(\mathbf{r}, E)$	$C_j = C_j(\mathbf{r}, t)$
	$Q = Q(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E, t)$

Fonte: autor da tese.

Assim, a ETN direta pode ser rescrita como

$$\begin{aligned} \frac{1}{v} \frac{\partial \Phi}{\partial t} + \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \Phi + \sigma \Phi = \\ = \iint \sum_{x \neq f} \sigma'_x f_x \Phi' d\boldsymbol{\Omega}' dE' + \iint \tilde{\chi}_p (1 - \beta') \nu' \sigma'_f \Phi' d\boldsymbol{\Omega}' dE' + \sum_{j=1}^6 \lambda_j C_j \tilde{\chi}_j + Q, \end{aligned} \quad (5.5)$$

a equação da concentração dos precursores como

$$\frac{\partial C_j}{\partial t} + \lambda_j C_j = \iint \beta'_j \nu' \sigma'_f \Phi' d\boldsymbol{\Omega}' dE' \quad (5.6)$$

e a ETN adjunta como

$$-\boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \Phi_0^\dagger + \sigma_0 \Phi_0^\dagger = \iint \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f'_{x0} \Phi_0^{\dagger'} d\boldsymbol{\Omega}' dE' + \nu \sigma_{f0} \iint \tilde{\chi}' \Phi_0^{\dagger'} d\boldsymbol{\Omega}' dE'. \quad (5.7)$$

O fluxo angular de nêutrons pode ser fatorado em amplitude e forma. O propósito dessa fatoração é transformar as ETNs em formas mais apropriadas, de modo que somente o fator de amplitude e a densidade do precursor sejam considerados. A

fatoração é explicitada a seguir:

$$\Phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E, t) = N(t)\psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E, t) \quad (5.8)$$

e

$$\Phi'(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}', E', t) = N(t)\psi'(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}', E', t), \quad (5.9)$$

onde $N(t)$ é a população de nêutrons no tempo, que é dada pela potência do reator e fornece a amplitude da função. As funções $\psi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E, t)$ e $\psi'(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}', E', t)$ são os fatores de forma do fluxo angular de nêutrons direto e adjunto.

Multiplicando-se a ETN direta (Equação (5.5)) por Φ_0^\dagger , utilizando as fatorações apresentadas nas Equações (5.8) e (5.9) e parcelando as grandezas perturbadas, como, por exemplo, $\sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma$, obtém-se

$$\begin{aligned} \Phi_0^\dagger \frac{1}{v} \frac{\partial(N\psi)}{\partial t} + \Phi_0^\dagger \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla(N\psi) + \Phi_0^\dagger (\sigma_0 + \Delta\sigma) N\psi &= \\ &= \Phi_0^\dagger \iint \sum_{x \neq f} [\sigma'_{x0} f_{x0} + \Delta(\sigma'_x f_x)] N\psi' d\boldsymbol{\Omega}' dE' \\ &+ \Phi_0^\dagger \iint \tilde{\chi}_p (1 - \beta') [\nu' \sigma'_{f0} + \Delta(\nu' \sigma'_f)] N\psi' d\boldsymbol{\Omega}' dE' \\ &+ \Phi_0^\dagger \sum_{j=1}^6 \lambda_j C_j \tilde{\chi}_j + \Phi_0^\dagger (Q_0 + \Delta Q). \end{aligned} \quad (5.10)$$

Do mesmo modo, multiplica-se a ETN adjunta (Equação (5.7)) por $\Phi = N\psi$ e encontra-se

$$\begin{aligned} -N\psi \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla \Phi_0^\dagger + N\psi \sigma_0 \Phi_0^\dagger &= \\ &= N\psi \iint \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f'_{x0} \Phi_0^{\dagger'} d\boldsymbol{\Omega}' dE' + N\psi \nu \sigma_{f0} \iint \tilde{\chi}' \Phi_0^{\dagger'} d\boldsymbol{\Omega}' dE'. \end{aligned} \quad (5.11)$$

Nesse ponto, a notação $\langle A, B \rangle \equiv \iiint AB dV d\boldsymbol{\Omega} dE$ é introduzida para simplificar a quantidade de símbolos matemáticos e denota a integração em todo espaço de fase, sendo que o produto das funções de A e B depende de $(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}, E, t)$.

As Equações (5.10) e (5.11) são integradas em todo espaço de fase numa região especial de interesse e as equações resultantes são subtraídas, encontrando-se

$$\begin{aligned}
& \left\langle \Phi_0^\dagger, \frac{1}{v} \frac{\partial(N\psi)}{\partial t} \right\rangle + N \langle \Phi_0^\dagger, \mathbf{\Omega} \cdot \nabla \psi \rangle + N \langle \psi, \mathbf{\Omega} \cdot \nabla \Phi_0^\dagger \rangle + N \langle \Phi_0^\dagger, (\sigma_0 + \Delta\sigma) \psi \rangle \\
& - N \langle \psi, \sigma_0 \Phi_0^\dagger \rangle = N \left\langle \Phi_0^\dagger, \iint \sum_{x \neq f} [\sigma'_{x0} f_{x0} + \Delta(\sigma'_x f_x)] \psi' d\mathbf{\Omega}' dE' \right\rangle \\
& - N \left\langle \psi, \iint \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f'_{x0} \Phi_0^\dagger d\mathbf{\Omega}' dE' \right\rangle \\
& + N \left\langle \Phi_0^\dagger, \iint \tilde{\chi}_p (1 - \beta') [v' \sigma'_{f0} + \Delta(v' \sigma'_f)] \psi' d\mathbf{\Omega}' dE' \right\rangle \\
& - N \left\langle \psi, v \sigma_{f0} \iint \tilde{\chi}' \Phi_0^\dagger d\mathbf{\Omega}' dE' \right\rangle + \left\langle \Phi_0^\dagger, \sum_{j=1}^6 \lambda_j C_j \tilde{\chi}_j \right\rangle + \langle \Phi_0^\dagger, (Q_0 + \Delta Q) \rangle.
\end{aligned} \tag{5.12}$$

A parte temporal da Equação (5.12) pode ser analisada da seguinte maneira: A função amplitude responde rapidamente com a variação do tempo e a função forma muda lentamente ou não se altera. Isso ocorre porque a forma do fluxo se altera com a queima. No caso do reator IPEN/MB-01, um reator de potência zero, onde a queima é muito pequena, a função forma é considerada uma constante no tempo e a derivada temporal passa a ser apenas em relação à função amplitude. Logo, a integral da taxa temporal de variação da amplitude do fluxo angular de nêutrons passa a ser a taxa temporal de variação da amplitude do fluxo angular de nêutrons multiplicada pela integral do fator forma ponderada pela função importância, ou seja,

$$\left\langle \Phi_0^\dagger, \frac{1}{v} \frac{\partial(N\psi)}{\partial t} \right\rangle \cong \frac{dN}{dt} \left\langle \frac{1}{v} \Phi_0^\dagger, \psi \right\rangle. \tag{5.13}$$

A Equação (5.13) se refere ao primeiro termo do lado direito da Equação (5.12). Os demais termos desta equação serão analisados aos pares.

A soma dos termos de fuga pode ser simplificada com o teorema da divergência deste modo:

$$\begin{aligned}
N\langle\Phi_0^\dagger, \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla\psi\rangle + N\langle\psi, \boldsymbol{\Omega} \cdot \nabla\Phi_0^\dagger\rangle &= N\langle\Phi_0^\dagger, \nabla \cdot (\boldsymbol{\Omega}\psi)\rangle + N\langle\psi, \nabla \cdot (\boldsymbol{\Omega}\Phi_0^\dagger)\rangle \\
&= N\langle\nabla \cdot (\boldsymbol{\Omega}\Phi_0^\dagger\psi)\rangle \\
&= N \iiint \hat{\mathbf{n}} \cdot \boldsymbol{\Omega}\Phi_0^\dagger\psi \, dAd\boldsymbol{\Omega}dE,
\end{aligned} \tag{5.14}$$

onde $\hat{\mathbf{n}}$ é um versor normal a superfície.

A subtração dos termos de reação total resulta em

$$N\langle\Phi_0^\dagger, (\sigma_0 + \Delta\sigma)\psi\rangle - N\langle\psi, \sigma_0\Phi_0^\dagger\rangle = N\langle\Phi_0^\dagger, \Delta\sigma\psi\rangle. \tag{5.15}$$

A operação nos termos de transferência, onde um, dois ou até três nêutrons são emitidos, é dada a seguir:

$$\begin{aligned}
&N\left\langle\Phi_0^\dagger, \iint \sum_{x \neq f} [\sigma'_{x0}f_{x0} + \Delta(\sigma'_x f_x)] \psi' \, d\boldsymbol{\Omega}'dE'\right\rangle \\
&\quad - N\left\langle\psi, \iint \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0}f'_{x0} \Phi_0^{\dagger'} \, d\boldsymbol{\Omega}'dE'\right\rangle = N\left\langle\Phi_0^\dagger, \iint \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0}f_{x0} \psi' \, d\boldsymbol{\Omega}'dE'\right\rangle \\
&\quad + N\left\langle\Phi_0^\dagger, \iint \sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) \psi' \, d\boldsymbol{\Omega}'dE'\right\rangle - N\left\langle\psi, \iint \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0}f'_{x0} \Phi_0^{\dagger'} \, d\boldsymbol{\Omega}'dE'\right\rangle.
\end{aligned} \tag{5.16}$$

A simplificação dos termos de fissão, terceiro termo do lado direito da Equação (5.12), inicia-se com a soma e subtração do termo de fissão proveniente dos nêutrons atrasados,

$$\begin{aligned}
&N\left\langle\Phi_0^\dagger, \iint \tilde{\chi}_p(1 - \beta')[v'\sigma'_{f0} + \Delta(v'\sigma'_f)]\psi' \, d\boldsymbol{\Omega}'dE'\right\rangle - N\left\langle\psi, v\sigma_{f0} \iint \tilde{\chi}'\Phi_0^{\dagger'} \, d\boldsymbol{\Omega}'dE'\right\rangle \\
&\quad + N\left\langle\Phi_0^\dagger, \iint \sum_{j=1}^6 \tilde{\chi}_j\beta'_j v'\sigma'_f\psi' \, d\boldsymbol{\Omega}'dE'\right\rangle - N\left\langle\Phi_0^\dagger, \iint \sum_{j=1}^6 \tilde{\chi}_j\beta'_j v'\sigma'_f\psi' \, d\boldsymbol{\Omega}'dE'\right\rangle.
\end{aligned} \tag{5.17}$$

Lembrando que $v'\sigma'_f = v'\sigma'_{f0} + \Delta(v'\sigma'_f)$, $\beta' = \sum_j \beta'_j$ e o espectro de nêutrons emitidos por ângulo sólido é dado por

$$\tilde{\chi}(E', E) = [1 - \beta(E')] \tilde{\chi}_p(E) + \sum_{j=1}^6 \beta_j(E') \tilde{\chi}_j(E), \quad (5.18)$$

então a Equação (5.17) fica

$$\begin{aligned} & N \left\langle \Phi_0^\dagger, \iint \left(\tilde{\chi} - \sum_{j=1}^6 \beta_j' \tilde{\chi}_j \right) [v' \sigma_{f_0}' + \Delta(v' \sigma_f')] \psi' d\Omega' dE' \right\rangle \\ & - N \left\langle \psi, v \sigma_{f_0} \iint \tilde{\chi}' \Phi_0^\dagger d\Omega' dE' \right\rangle \\ & + N \left\langle \Phi_0^\dagger, \iint \sum_{j=1}^6 \tilde{\chi}_j \beta_j' [v' \sigma_{f_0}' + \Delta(v' \sigma_f')] \psi' d\Omega' dE' \right\rangle \\ & - N \left\langle \Phi_0^\dagger, \iint \sum_{j=1}^6 \tilde{\chi}_j \beta_j' v' \sigma_f' \psi' d\Omega' dE' \right\rangle. \end{aligned} \quad (5.19)$$

Com as operações algébricas necessárias, os termos de fissão são reescritos como

$$\begin{aligned} & N \left\langle \Phi_0^\dagger, \iint \tilde{\chi} v' \sigma_{f_0}' \psi' d\Omega' dE' \right\rangle + N \left\langle \Phi_0^\dagger, \iint \tilde{\chi} \Delta(v' \sigma_f') \psi' d\Omega' dE' \right\rangle \\ & - N \left\langle \psi, v \sigma_{f_0} \iint \tilde{\chi}' \Phi_0^\dagger d\Omega' dE' \right\rangle - N \left\langle \Phi_0^\dagger, \iint \sum_{j=1}^6 \tilde{\chi}_j \beta_j' v' \sigma_f' \psi' d\Omega' dE' \right\rangle. \end{aligned} \quad (5.20)$$

O termo fonte é genérico. No reator IPEN/MB-01 ele se refere a fonte intrínseca que gera nêutrons com as fissões espontâneas no combustível nuclear e a fonte externa de ^{241}Am -Be que emite nêutrons pela reação (α, n) . A taxa de emissão de nêutrons em fissões espontâneas no combustível é quase constante pelo motivo das meias-vidas dos átomos de ^{235}U e ^{238}U serem próximas de bilhões de anos [81]. Como mostrado no APÊNDICE J, a fonte externa possui uma meia-vida de 432,6 anos [92], portanto, o decaimento dela pode ser considerado constante durante os experimentos. Em ambas as fontes existem flutuações nos decaimentos, mas por serem insignificantes podem ser desconsideradas. Assim, com $\Delta Q \cong 0$, o termo fonte é simplificado para

$$\langle \Phi_0^\dagger, (Q_0 + \Delta Q) \rangle \cong \langle \Phi_0^\dagger, Q \rangle. \quad (5.21)$$

Com as Equações (5.13), (5.14), (5.15), (5.16), (5.20) e (5.21) inseridas na Equação (5.12), obtém-se a ETN ponderada pela função importância com os limites de integração da energia e do volume indefinidos,

$$\begin{aligned}
\frac{dN}{dt} \left\langle \frac{1}{v} \Phi_0^\dagger, \psi \right\rangle &= N \left\langle \Phi_0^\dagger, \iint \left[\sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) + \tilde{\chi} \Delta(v' \sigma'_f) \right] \psi' d\Omega' dE' \right\rangle - N \langle \Phi_0^\dagger, \Delta \sigma \psi \rangle \\
&\quad - N \iiint \hat{\mathbf{n}} \cdot \boldsymbol{\Omega} \Phi_0^\dagger \psi dA d\Omega dE + N \left\langle \Phi_0^\dagger, \iint \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f_{x0} \psi' d\Omega' dE' \right\rangle \\
&\quad - N \left\langle \psi, \iint \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f'_{x0} \Phi_0^{\dagger'} d\Omega' dE' \right\rangle \tag{5.22} \\
&\quad + N \left\langle \Phi_0^\dagger, \iint \tilde{\chi} v' \sigma'_f \psi' d\Omega' dE' \right\rangle - N \left\langle \psi, v \sigma_{f0} \iint \tilde{\chi}' \Phi_0^{\dagger'} d\Omega' dE' \right\rangle \\
&\quad - N \left\langle \Phi_0^\dagger, \iint \sum_{j=1}^6 \tilde{\chi}_j \beta'_j v' \sigma'_f \psi' d\Omega' dE' \right\rangle + \left\langle \Phi_0^\dagger, \sum_{j=1}^6 \lambda_j C_j \tilde{\chi}_j \right\rangle \\
&\quad + \langle \Phi_0^\dagger, Q \rangle.
\end{aligned}$$

A equação dos precursores ponderada pela função importância do fluxo angular de nêutrons pode ser obtida multiplicando-se a Equação (5.6) por $\tilde{\chi}_j \Phi_0^\dagger$. Integrando-a em todo espaço de fase e utilizando a Equação (5.9), logo,

$$\frac{d}{dt} \langle \Phi_0^\dagger, \tilde{\chi}_j C_j \rangle = N \left\langle \Phi_0^\dagger, \iint \tilde{\chi}_j \beta'_j v' \sigma'_f \psi' d\Omega' dE' \right\rangle - \lambda_j \langle \Phi_0^\dagger, \tilde{\chi}_j C_j \rangle. \tag{5.23}$$

Na ETN existem grandezas físicas que podem existir nas duas regiões e outras que estão ligadas ao combustível nuclear que está presente somente na região do núcleo, como a fração efetiva de nêutrons atrasados, nêutrons provenientes do decaimento de precursores e os termos de fissão. Os subscritos **c** e **r** farão a distinção de qual região a grandeza é pertencente.

Na notação simplificada do *bra-ket*, $\langle \quad \rangle$, o ângulo sólido será integrado em todas as direção, ou seja, em 4π .

Os parâmetros cinéticos carregam o fator $1/G_c$, onde

$$G_c \equiv \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_0^\infty \int_{4\pi} \tilde{\chi} \nu' \sigma_f' \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c. \quad (5.24)$$

Este fator foi escolhido de forma a dar uma interpretação física para os parâmetros cinéticos e não tem efeito na solução final por ser sempre cancelado nas divisões [86]. Essa integral calcula todos os nêutrons de fissão do sistema, o que ocorre apenas no núcleo do reator.

A definição dos parâmetros cinéticos ponderados pela função importância do fluxo angular de nêutrons são apresentados a seguir.

O tempo médio de geração entre o nascimento do nêutron e a subsequente absorção dele que induz uma fissão é o tempo de geração de nêutrons [83]. No núcleo essa grandeza é dada por

$$\Lambda_c \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \frac{1}{\nu} \Phi_0^\dagger, \psi \right\rangle_c \quad (5.25)$$

e do refletor por

$$\Lambda_r \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \frac{1}{\nu} \Phi_0^\dagger, \psi \right\rangle_r. \quad (5.26)$$

No refletor inexistente combustível nuclear, logo, os nêutrons que estão nessa região não ocasionam fissões. Mas os nêutrons nascem rápidos no combustível, podem fugir para o refletor, serem moderador, podem retornar para o núcleo e provocarem fissões. Dessa forma, por exemplo, quando se define o tempo de geração de nêutrons para um sistema com uma região, a parte do refletor está implícita e a integral dessa grandeza engloba também o refletor. Logo, o tempo de geração de nêutrons no refletor se refere aos nêutrons que nasceram de fissões e escaparam para o refletor, mas retornam para o núcleo para gerarem novas fissões [14], [93].

A fração de nêutrons atrasados da família j , que só existe no núcleo, é dada por

$$\beta_j \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \iint_{4\pi} \tilde{\chi}_j \beta'_j v' \sigma'_f \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c \quad (5.27)$$

e a fração efetiva de nêutrons atrasado por

$$\beta_{eff} = \sum_{j=1}^6 \beta_j. \quad (5.28)$$

A concentração de precursores é

$$c_j \equiv \frac{1}{\Lambda_c G_c} \langle \Phi_0^\dagger, \tilde{\chi}_j C_j \rangle_c. \quad (5.29)$$

A reatividade do núcleo é dada por

$$\rho_c \equiv \frac{1}{G_c} \left[\left\langle \Phi_0^\dagger, \iint_{4\pi} \left[\sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) + \tilde{\chi} \Delta(v' \sigma'_f) \right] \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c - \langle \Phi_0^\dagger, \Delta\sigma\psi \rangle_c \right]. \quad (5.30)$$

Como inexistente fissão no refletor, a reatividade dessa região é definida conforme

$$\rho_r \equiv \frac{1}{G_c} \left[\left\langle \Phi_0^\dagger, \iint_{4\pi} \sum_{x \neq f0} \Delta(\sigma'_x f_x) \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_r - \langle \Phi_0^\dagger, \Delta\sigma\psi \rangle_r \right]. \quad (5.31)$$

Também serão definidas as grandezas a seguir para reduzir o tamanho das equações.

A fonte intrínseca de nêutrons é dada por

$$S_c \equiv \frac{1}{\Lambda_c G_c} \langle \Phi_0^\dagger, Q \rangle_c \quad (5.32)$$

e a fonte externa por

$$S_r \equiv \frac{1}{\Lambda_r G_r} \langle \Phi_{0'}^\dagger, Q \rangle_r. \quad (5.33)$$

Em duas regiões com núcleo e refletor, o termo de fuga se divide em duas componentes. De acordo com a Figura 5.1, $\hat{\mathbf{n}}$ é o versor normal a superfície do núcleo e aponta para fora dessa região e $\mathbf{\Omega}$ é a direção do nêutron, então, o produto escalar $\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{\Omega} > \mathbf{0}$ é o sentido da corrente de nêutrons do núcleo para o refletor e $\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{\Omega} < \mathbf{0}$ do refletor para o núcleo. Assim, o termo de fuga do núcleo para o refletor é dado por

$$j_{c \rightarrow r} \equiv \frac{1}{G_c} \left| \int \int_{\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{\Omega} > \mathbf{0}} \int_c \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{\Omega} \Phi_{0'}^\dagger \psi \, dA d\mathbf{\Omega} dE \right|, \quad (5.34)$$

e do refletor para o núcleo por

$$j_{r \rightarrow c} \equiv \frac{1}{G_c} \left| \int \int_{\hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{\Omega} < \mathbf{0}} \int_c \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{\Omega} \Phi_{0'}^\dagger \psi \, dA d\mathbf{\Omega} dE \right|, \quad (5.35)$$

onde a integral em relação à área é definida para a superfície da região do núcleo e as grandezas de fuga foram definidas com o módulo para que mais à frente os sinais sejam colocados de forma explícita indicando a perda ou o ganho de nêutrons em determinada região. O termo de fuga ainda engloba a possibilidade dos nêutrons atravessarem a superfície da região do núcleo várias vezes com diversas idas e vindas no refletor. A região do refletor foi considerada infinita porque no reator IPEN/MB-01 a fração de escape de nêutrons é desprezível, conforme o MCNP6 essa fração é de aproximadamente 0,3% do total.

Os termos de transferência e fissão serão indicados por 1 como diretos e 2 como adjuntos. O termo de transferência direta devido a reação do tipo x no núcleo é

$$X_{1c} \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_{0'}^\dagger, \iint_{4\pi} \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f_{x0} \psi' \, d\mathbf{\Omega}' dE' \right\rangle_c \quad (5.36)$$

e no refletor

$$X_{1r} \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \iint_{4\pi} \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f_{x0} \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_r. \quad (5.37)$$

A transferência adjunta (2) no núcleo é dada por

$$X_{2c} \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \psi, \iint_{4\pi} \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f'_{x0} \Phi_0^{\dagger'} d\Omega' dE' \right\rangle_c \quad (5.38)$$

e no refletor por

$$X_{2r} \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \psi, \iint_{4\pi} \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f'_{x0} \Phi_0^{\dagger'} d\Omega' dE' \right\rangle_r. \quad (5.39)$$

Os termos de fissão existem apenas no núcleo do reator. O termo de fissão direta é

$$F_1 \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \iint_{4\pi} \tilde{\chi}' \nu' \sigma'_{f0} \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c \quad (5.40)$$

e a adjunta é

$$F_2 \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \psi, \nu \sigma_{f0} \iint_{4\pi} \tilde{\chi}' \Phi_0^{\dagger'} d\Omega' dE' \right\rangle_c. \quad (5.41)$$

Utilizando os parâmetros cinéticos ponderados pelo adjunto, apresentados nas Equações (5.25) até (5.33), e as definições dadas pelas Equações (5.34) até (5.41), a Equação (5.22) pode ser reescrita para cada região. A seguir, a amplitude do fluxo angular de nêutrons, $N(t)$, terá um subscrito que indicará a região a que pertence, sendo núcleo ou

refletor. Assim, a equação de cinética da amplitude do fluxo angular de nêutrons ponderado pela função importância na região do núcleo é dada por

$$\begin{aligned} \frac{dN_c}{dt} = & \frac{\rho_c - \beta_{eff}}{\Lambda_c} N_c - \frac{j_{c \rightarrow r}}{\Lambda_c} N_c + \frac{j_{r \rightarrow c}}{\Lambda_c} N_r + \frac{X_{1c} - X_{2c}}{\Lambda_c} N_c + \frac{F_1 - F_2}{\Lambda_c} N_c \\ & + \sum_j \lambda_j c_j + S_c, \end{aligned} \quad (5.42)$$

onde $j_{c \rightarrow r}/\Lambda_c$ e $j_{r \rightarrow c}/\Lambda_c$ são as taxas em que os nêutrons fogem de uma região para a outra em relação ao tempo de geração de nêutrons do núcleo. A equação de cinética de nêutrons no refletor é

$$\frac{dN_r}{dt} = \frac{\rho_r}{\Lambda_r} N_r + \frac{j_{c \rightarrow r}}{\Lambda_r} N_c - \frac{j_{r \rightarrow c}}{\Lambda_r} N_r + \frac{X_{1r} - X_{2r}}{\Lambda_r} N_r + S_r, \quad (5.43)$$

onde $j_{c \rightarrow r}/\Lambda_r$ e $j_{r \rightarrow c}/\Lambda_r$ são as taxas em que os nêutrons fogem de uma região para a outra em relação ao tempo de geração de nêutrons do refletor.

As pastilhas de UO_2 do combustível nuclear do reator IPEN/MB-01 são uma barreira para os produtos de fissão, apenas uma fração insignificante escapa das pastilhas. O combustível nuclear do reator ainda é encapsulado em varetas de aço inoxidável. Assim, os produtos das fissões nucleares permanecem dentro desses envelopes e os precursores de nêutrons atrasados só podem existir na região do núcleo. Portanto, a Equação (5.23) da densidade de precursores terá somente pequenas alterações para indicar que as grandezas são em relação ao núcleo, logo,

$$\frac{dc_j}{dt} = \frac{\beta_j}{\Lambda_c} N_c - \lambda_j c_j. \quad (5.44)$$

As três equações acima são as equações que serão aplicadas no problema de duas regiões em dois grupos de energia.

5.2 Modelagem do reator em duas regiões e dois grupos de energia

No modelo de duas regiões, o reator é separado em núcleo e refletor. Separando cada região do modelo em dois grupos de energia, um rápido e outro térmico, obtém-se uma modelagem mais complexa com cinco equações diferenciais acopladas, sendo quatro para a amplitude do fluxo angular de nêutrons e uma para os precursores. Nesse modelo, cada integral indefinida em relação à energia final E passa a ter os limites de integração definidos de acordo com o intervalo de energia de nêutrons térmicos e rápidos. O limite de energia que separa esses nêutrons é indefinido tanto no modelo quanto no experimento. Por isso, o grupo energético será indicado pelo símbolo F ou T , que correspondem aos intervalos de integração na energia rápida (*fast*) ou térmica (*thermal*), respectivamente. Consequentemente, os parâmetros e substituições apresentados na seção anterior serão redefinidos.

5.2.1 Equações de cinética da amplitude do fluxo angular de nêutrons do núcleo no grupo rápido

De acordo com a Equação (5.42), a equação geral de cinética de nêutrons para o núcleo no grupo energético rápido pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \frac{dN_c^F}{dt} = & \frac{\rho_c^F - \beta_{eff}^F}{\Lambda_c^F} N_c^F - \frac{j_{c \rightarrow r}^F}{\Lambda_c^F} N_c^F + \frac{j_{r \rightarrow c}^F}{\Lambda_c^F} N_r^F + \frac{X_{1c}^F - X_{2c}^F}{\Lambda_c^F} N_c^F + \frac{F_1^F - F_2^F}{\Lambda_c^F} N_c^F \\ & + \sum_{j=1}^6 \lambda_j c_j^F + S_c^F. \end{aligned} \quad (5.45)$$

Baseando-se na Equação (5.25), do tempo de geração de nêutrons no núcleo, a integral para o núcleo no grupo de nêutrons rápidos pode ser redefinida como

$$\Lambda_c^F \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \frac{1}{v} \Phi_0^+, \psi \right\rangle_c^F. \quad (5.46)$$

Essa grandeza foi separada de acordo com as regiões e agora em relação às energias, perdendo um pouco o significado físico original devido à matemática.

As integrais de mais difícil compreensão são as que carregam a integral dupla com os limites definidos em relação à energia inicial (E') e a direção inicial (Ω') dentro das integrais triplas. Essas integrais estão em relação a todas as energias, mas quando foram colocadas em relação aos grupos, também foram particionadas em relação às energias. Assim, foram colocadas como uma soma de integrais do grupo térmico e rápido, como a seguir:

$$\int \int_{4\pi} d\Omega' dE' = \int_F \int_{4\pi} d\Omega' dE' + \int_T \int_{4\pi} d\Omega' dE'. \quad (5.47)$$

A fração efetiva de nêutrons atrasados no grupo rápido é obtida das Equações (5.27) e (5.28), logo,

$$\begin{aligned} \beta_{eff}^F &\equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_F \int_{4\pi} \sum_{j=1}^6 \tilde{\chi}_j \beta_j' v' \sigma_f' \psi' d\Omega' dE' \right\rangle^F \\ &+ \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_T \int_{4\pi} \sum_{j=1}^6 \tilde{\chi}_j \beta_j' v' \sigma_f' \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^c \equiv \beta_{eff}^{FF} + \beta_{eff}^{TF}. \end{aligned} \quad (5.48)$$

No final da equação acima, o primeiro sobrescrito do β_{eff} é referente à integral de energia de nêutrons incidentes (integral dupla interna na energia inicial E') e o segundo se refere a integral de energia de nêutrons emergente (integral tripla externa na energia final E).

A concentração de precursores pode ser reescrita com a Equação (5.29) como

$$c_j^F \equiv \frac{1}{\Lambda_c G_c} \langle \Phi_0^\dagger, \tilde{\chi}_j C_j \rangle_c^F. \quad (5.49)$$

De acordo com a Equação (5.30), a reatividade de nêutrons rápidos no núcleo pode ser separada em

$$\rho_c^F \equiv \frac{1}{G_c} \left\{ \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_F \int_{4\pi} \left[\sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) + \tilde{\chi} \Delta(v' \sigma'_f) \right] \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^F - \langle \Phi_0^\dagger, \Delta\sigma\psi \rangle_c^F \right\} \quad (5.50)$$

$$+ \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_T \int_{4\pi} \left[\sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) + \tilde{\chi} \Delta(v' \sigma'_f) \right] \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^F .$$

A variação da fissão dentro do último termo é nula por inexistir nêutrons térmicos de fissão. Logo, a reatividade rápida no núcleo é dada por

$$\rho_c^F \equiv \frac{1}{G_c} \left\{ \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_F \int_{4\pi} \left[\sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) + \tilde{\chi} \Delta(v' \sigma'_f) \right] \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^F - \langle \Phi_0^\dagger, \Delta\sigma\psi \rangle_c^F \right\} \quad (5.51)$$

$$+ \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_T \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^F \equiv \rho_c^{FF} + \rho_c^{TF} .$$

A fonte intrínseca na Equação (5.32) fica

$$S_c^F \equiv \frac{1}{\Lambda_c^F G_c} \langle \Phi_0^\dagger, Q \rangle_c^F. \quad (5.52)$$

De acordo com a Equação (5.34), da fuga de nêutrons rápidos do núcleo para o refletor, obtém-se no grupo rápido

$$j_{c \rightarrow r}^F \equiv \frac{1}{G_c} \left| \int_F \int_{\hat{n} \cdot \Omega > 0} \int_c \hat{n} \cdot \Omega \Phi_0^\dagger \psi dA d\Omega dE \right| \quad (5.53)$$

e, com a Equação (5.35), a fuga de nêutrons rápidos do refletor para o núcleo é

$$j_{r \rightarrow c}^F \equiv \frac{1}{G_c} \left| \int_F \int_{\hat{n} \cdot \Omega < 0} \int_c \hat{n} \cdot \Omega \Phi_0^\dagger \psi dA d\Omega dE \right|. \quad (5.54)$$

A Equação (5.36), da transferência de nêutrons direta decorrente de uma reação do tipo x , aplicada no grupo rápido, obtém-se

$$X_{1c}^F \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_F \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f_{x0} \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^F \quad (5.55)$$

$$+ \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_T \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f_{x0} \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^F .$$

A quantidade de nêutrons térmicos que sofrem uma reação x e ganham energia passando a ser nêutrons rápidos é desprezível (*upscattering*). Assim,

$$X_{1c}^F \cong \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_F \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f_{x0} \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^F \equiv X_{1c}^{FF} . \quad (5.56)$$

A equação adjunta da transferência de nêutrons decorrentes de uma reação do tipo x , lembrando que no adjunto ocorre um processo temporal inverso, dada pela Equação (5.38) pode ser reescrita como

$$X_{2c}^F \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \psi, \int_F \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f'_{x0} \Phi_0^{\dagger'} d\Omega' dE' \right\rangle_c^F \quad (5.57)$$

$$+ \frac{1}{G_c} \left\langle \psi, \int_T \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f'_{x0} \Phi_0^{\dagger'} d\Omega' dE' \right\rangle_c^{\frac{c}{F}} \equiv X_{2c}^{FF} + X_{2c}^{TF} .$$

Devido às funções transferência e importância mudarem de diretas para adjuntas, tem-se que $X_{1c}^{FF} = X_{2c}^{FF}$ e $X_{2c}^{TF} = X_{1c}^{FT}$, logo, a subtração dos termos de transferência apresentada na Equação (5.45) resulta em

$$X_{1c}^F - X_{2c}^F = -X_{2c}^{TF} = -X_{1c}^{FT} . \quad (5.58)$$

Abrindo a Equação (5.40) direta dos nêutrons produzidos nas fissões, tem-se

$$F_1^F \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_F \int_{4\pi} \tilde{\chi} v' \sigma'_{f0} \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^F + \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_T \int_{4\pi} \tilde{\chi} v' \sigma'_{f0} \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^F \equiv F_1^{FF} + F_1^{TF}. \quad (5.59)$$

O termo de fissão adjunto mostrado na Equação (5.41) pode ser parcelado em

$$F_2^F \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \psi, v \sigma_{f0} \int_F \int_{4\pi} \tilde{\chi}' \Phi_0^{\dagger'} d\Omega' dE' \right\rangle_c^F + \frac{1}{G_c} \left\langle \psi, v \sigma_{f0} \int_T \int_{4\pi} \tilde{\chi}' \Phi_0^{\dagger'} d\Omega' dE' \right\rangle_c^F. \quad (5.60)$$

O segundo termo dessa equação é nulo porque a fissão adjunta ocorre num processo temporal inverso e não pode gerar nêutrons térmicos em fissões no combustível nuclear. Outra explicação mais simples é que o espectro de fissão tem uma distribuição com o domínio em energias rápidas, logo, a integral na energia térmica é nula, então,

$$F_2^F \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \psi, v \sigma_{f0} \int_F \int_{4\pi} \tilde{\chi}' \Phi_0^{\dagger'} d\Omega' dE' \right\rangle_c^F \equiv F_2^{FF}. \quad (5.61)$$

Como $F_1^{FF} = F_2^{FF}$, então, a subtração dos termos de fissão na Equação (5.45) fica

$$F_1^F - F_2^F = F_1^{TF}. \quad (5.62)$$

Utilizando a definição de espectro total na Equação (5.18) e $v' \sigma'_f = v' \sigma'_{f0} + \Delta(v' \sigma'_f)$, obtém-se

$$\begin{aligned}
F_1^{TF} \equiv & \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_T \int_{4\pi} (1 - \beta') \tilde{\chi}_p v' \sigma'_{f0} \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^F \\
& + \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_T \int_{4\pi} \sum_{j=1}^6 \tilde{\chi}_j \beta_j' v' \sigma'_f \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^F \\
& - \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_T \int_{4\pi} \sum_{j=1}^6 \tilde{\chi}_j \beta_j' \Delta(v' \sigma'_f) \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^F,
\end{aligned} \tag{5.63}$$

onde o terceiro termo é insignificante, já que a variação na seção de choque macroscópica de fissão é desprezível porque a quantidade de combustível nuclear se altera muito pouco e, durante os experimentos, a configuração é imutável. Substituindo o segundo termo da Equação (5.63) por β_{eff}^{TF} adquirido na Equação (5.48), obtém-se

$$F_1^{TF} \cong \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_T \int_{4\pi} (1 - \beta') \tilde{\chi}_p v' \sigma'_{f0} \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^F + \beta_{eff}^{TF} \equiv F_{1p}^{TF} + \beta_{eff}^{TF}, \tag{5.64}$$

sendo F_1^{TF} interpretado como a soma de nêutrons prontos (F_{1p}^{TF}) e atrasados (β_{eff}^{TF}) ocorridos em fissões no núcleo.

Utilizando a Equação (5.45) e as definições desta seção, a equação da taxa temporal da amplitude do fluxo angular de nêutrons rápidos no núcleo ponderado pela função importância pode ser reescrita como

$$\begin{aligned}
\frac{dN_c^F}{dt} = & \frac{\rho_c^{FF} - \beta_{eff}^{FF}}{\Lambda_c^F} N_c^F + \frac{\rho_c^{TF}}{\Lambda_c^F} N_c^T - \frac{j_{c \rightarrow r}^F}{\Lambda_c^F} N_c^F + \frac{j_{r \rightarrow c}^F}{\Lambda_c^F} N_r^F - \frac{X_{1c}^{FT}}{\Lambda_c^F} N_c^F + \frac{F_{1p}^{TF}}{\Lambda_c^F} N_c^T \\
& + \sum_{j=1}^6 \lambda_j c_j^F + S_c^F.
\end{aligned} \tag{5.65}$$

Nesta equação existem algumas diferenças em comparação com a equações do início da seção. Nela, alguns termos foram acrescentados e outros cancelados devido aos parcelamentos das integrais duplas internas com os limites em relação aos nêutrons rápidos e térmicos (Equação (5.47)), sendo o β_{eff}^{TF} uma das grandezas que foram canceladas.

Com as definições nas Equações (5.48) e (5.49), obtém-se a equação dos precursores no grupo rápido

$$\frac{dc_j^F}{dt} = \frac{\beta_j^{FF}}{\Lambda_c^F} N_c^F + \frac{\beta_j^{TF}}{\Lambda_c^F} N_c^T - \lambda_j c_j^F. \quad (5.66)$$

5.2.2 Equações de cinética da amplitude do fluxo angular de nêutrons do núcleo no grupo térmico

Na equação do núcleo no grupo térmico, os termos que geram nêutrons rápidos podem ser cancelados, como a fração de nêutrons atrasados, o termo de produção de nêutrons atrasados e a fonte intrínseca. Assim, baseando-se na Equação (5.42), a equação geral de cinética de nêutrons do núcleo no grupo térmico pode ser escrita como

$$\frac{dN_c^T}{dt} = \frac{\rho_c^T}{\Lambda_c^T} N_c^T - \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_c^T} N_c^T + \frac{j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_c^T} N_r^T + \frac{X_{1c}^T - X_{2c}^T}{\Lambda_c^T} N_c^T + \frac{F_1^T - F_2^T}{\Lambda_c^T} N_c^T. \quad (5.67)$$

De acordo com a Equação (5.25), o tempo de geração de nêutrons no grupo térmico é

$$\Lambda_c^T \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \frac{1}{v} \Phi_0^\dagger, \psi \right\rangle_c^T. \quad (5.68)$$

Com a Equação (5.30), a reatividade devido aos nêutrons térmicos é dada por

$$\begin{aligned} \rho_c^T \equiv & \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_F \int_{4\pi} \left[\sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) + \tilde{\chi} \Delta(v' \sigma'_f) \right] \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^T \\ & + \frac{1}{G_c} \left\{ \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_T \int_{4\pi} \left[\sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) + \tilde{\chi} \Delta(v' \sigma'_f) \right] \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^T - \langle \Phi_0^\dagger, \Delta\sigma\psi \rangle_c^T \right\}. \end{aligned} \quad (5.69)$$

No segundo termo a variação da fissão é nula por não existir nêutrons térmicos de fissão. Assim,

$$\begin{aligned} \rho_c^T &\equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_F \int_{4\pi} \left[\sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) + \tilde{\chi} \Delta(v' \sigma'_f) \right] \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^T \\ &+ \frac{1}{G_c} \left\langle \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_T \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^T - \langle \Phi_0^\dagger, \Delta\sigma\psi \rangle_c^T \right\rangle \equiv \rho_c^{FT} + \rho_c^{TT}. \end{aligned} \quad (5.70)$$

De acordo com a Equação (5.34), da fuga de nêutrons do núcleo para o refletor, obtém-se no grupo térmico

$$j_{c \rightarrow r}^T \equiv \frac{1}{G_c} \left| \int_T \int_{\hat{n} \cdot \Omega > 0} \int_c \hat{n} \cdot \Omega \Phi_0^\dagger \psi dAd\Omega dE \right| \quad (5.71)$$

e, com a Equação (5.35), a fuga de nêutrons do refletor para o núcleo fica

$$j_{r \rightarrow c}^T \equiv \frac{1}{G_c} \left| \int_T \int_{\hat{n} \cdot \Omega < 0} \int_c \hat{n} \cdot \Omega \Phi_0^\dagger \psi dAd\Omega dE \right|. \quad (5.72)$$

Com a Equação (5.36), da transferência de nêutrons direta, obtém-se

$$\begin{aligned} X_{1c}^T &\equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_F \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f_{x0} \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^T \\ &+ \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_T \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f_{x0} \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^T \equiv X_{1c}^{FT} + X_{1c}^{TT}. \end{aligned} \quad (5.73)$$

Utilizando a Equação (5.38), da adjunta da transferência de nêutrons, obtém-se

$$X_{2c}^T \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \psi, \int_F \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f'_{x0} \Phi_0^{\dagger'} d\Omega' dE' \right\rangle_c^T + \frac{1}{G_c} \left\langle \psi, \int_T \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f'_{x0} \Phi_0^{\dagger'} d\Omega' dE' \right\rangle_c^T, \quad (5.74)$$

sendo que o primeiro termo é desprezível por ser *upscattering*, logo,

$$X_{2c}^T \cong \frac{1}{G_c} \left\langle \psi, \int_T \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \sigma'_{x0} f'_{x0} \Phi_0^{\dagger'} d\Omega' dE' \right\rangle_c^T \equiv X_{2c}^{TT}. \quad (5.75)$$

Como $X_{1c}^{TT} = X_{2c}^{TT}$, logo, a diferença dos termos de transferência apresentada na Equação (5.67) resulta em

$$X_{1c}^T - X_{2c}^T = X_{1c}^{FT}. \quad (5.76)$$

Abrindo-se a Equação (5.40), de fissões diretas, tem-se

$$F_1^T \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^{\dagger}, \int_F \int_{4\pi} \tilde{\chi} v' \sigma'_{f0} \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^T + \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^{\dagger}, \int_T \int_{4\pi} \tilde{\chi} v' \sigma'_{f0} \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^T. \quad (5.77)$$

Como se produz apenas nêutrons rápidos numa fissão F_1^{TF} e F_1^{TT} são ambos nulos.

Com a Equação (5.41) encontra-se o termo de fissão adjunta

$$F_2^T \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \psi, v \sigma_{f0} \int_F \int_{4\pi} \tilde{\chi}' \Phi_0^{\dagger'} d\Omega' dE' \right\rangle_c^T + \frac{1}{G_c} \left\langle \psi, v \sigma_{f0} \int_T \int_{4\pi} \tilde{\chi}' \Phi_0^{\dagger'} d\Omega' dE' \right\rangle_c^T \equiv F_2^{FT} + F_2^{TT}. \quad (5.78)$$

Como $F_1^{TT} = F_2^{TT}$ e $F_2^{FT} = F_1^{TF}$ e utilizando o mesmo processo das Equações (5.63) e (5.64), a diferença dos termos de fissão apresentada na Equação (5.67) resulta em

$$F_1^T - F_2^T = -F_2^{FT} = -F_{1p}^{TF} - \beta_{eff}^{TF}. \quad (5.79)$$

Com a Equação (5.67) e as definições desta seção, a equação temporal da amplitude do fluxo de nêutrons térmicos no núcleo ponderado pela função importância pode ser reescrita como

$$\frac{dN_c^T}{dt} = \frac{\rho_c^{FT}}{\Lambda_c^T} N_c^F + \frac{\rho_c^{TT} - \beta_{eff}^{TF}}{\Lambda_c^T} N_c^T - \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_c^T} N_c^T + \frac{j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_c^T} N_r^T + \frac{X_{1c}^{FT}}{\Lambda_c^T} N_c^F - \frac{F_{1p}^{TF}}{\Lambda_c^T} N_c^T. \quad (5.80)$$

Nesta equação também existem algumas diferenças em comparação com a equação do início da seção, onde os termos de transferência e uma das reatividades dependem de nêutrons rápidos.

5.2.3 Equações de cinética da amplitude do fluxo angular de nêutrons do refletor no grupo rápido

Na equação do refletor, as grandezas relacionadas exclusivamente ao núcleo não existem, como o termo de fissão, a fração de nêutrons atrasados e os precursores. Logo, de acordo com a Equação (5.43), pode-se escrever a equação geral do refletor para nêutrons rápidos conforme

$$\frac{dN_r^F}{dt} = \frac{\rho_r^F}{\Lambda_r^F} N_r^F + \frac{j_{c \rightarrow r}^F}{\Lambda_c^F} N_c^F - \frac{j_{r \rightarrow c}^F}{\Lambda_r^F} N_r^F + \frac{X_{1c}^F - X_{2c}^F}{\Lambda_r^F} N_r^F + S_r^F. \quad (5.81)$$

O tempo de geração de nêutrons rápidos no refletor é definido a partir da Equação (5.26), obtendo-se

$$\Lambda_r^F \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \frac{1}{v} \Phi_0^\dagger, \psi \right\rangle_r^F. \quad (5.82)$$

Com a Equação (5.31), da reatividade no refletor, obtém-se no grupo rápido

$$\begin{aligned} \rho_r^F \equiv \frac{1}{G_c} \left\{ \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_F \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_r^F - \langle \Phi_0^\dagger, \Delta\sigma\psi \rangle_r^F \right\} \\ + \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_T \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_r^F \equiv \rho_r^{FF} + \rho_r^{TF}. \end{aligned} \quad (5.83)$$

A fonte externa na Equação (5.33) fica

$$S_r^F \equiv \frac{1}{\Lambda_r^F G_c} \langle \Phi_0^\dagger, Q \rangle_r^F. \quad (5.84)$$

O procedimento realizado nos termos de transferência direta e adjunta no núcleo no grupo rápido é o mesmo para o refletor, exceto que utiliza as Equações (5.37) e (5.39). Assim,

$$X_{1r}^F - X_{2r}^F = -X_{2r}^{TF} = -X_{1r}^{FT}. \quad (5.85)$$

Com a Equação (5.81) e as definições apresentadas nesta seção, a equação temporal da amplitude do fluxo angular de nêutrons rápidos no refletor pode ser reescrita como

$$\frac{dN_r^F}{dt} = \frac{\rho_r^{FF}}{\Lambda_r^F} N_r^F + \frac{\rho_r^{TF}}{\Lambda_r^F} N_r^T + \frac{j_{c \rightarrow r}^F}{\Lambda_r^F} N_c^F - \frac{j_{r \rightarrow c}^F}{\Lambda_r^F} N_r^F - \frac{X_{1r}^{FT}}{\Lambda_r^F} N_r^T + S_r^F. \quad (5.86)$$

5.2.4 Equações de cinética da amplitude do fluxo angular de nêutrons do refletor no grupo térmico

No refletor no grupo de nêutrons térmicos, além de não existir os termos relacionados com o núcleo, também inexistem os termos fonte. Assim, de acordo com a Equação (5.43), pode-se escrever a equação para essa parte do modelo conforme

$$\frac{dN_r^T}{dt} = \frac{\rho_r^T}{\Lambda_r^T} N_r^T + \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} N_c^F - \frac{j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_r^T} N_r^T + \frac{X_{1c}^T - X_{2c}^T}{\Lambda_r^T} N_r^T. \quad (5.87)$$

Considerando a Equação (5.26), o tempo de geração de nêutrons térmicos no refletor é

$$\Lambda_r^T \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \frac{1}{v} \Phi_0^\dagger, \psi \right\rangle_r. \quad (5.88)$$

Com a Equação (5.31), a reatividade térmica no refletor é dada por

$$\begin{aligned} \rho_r^T &\equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_F \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_r^T \\ &+ \frac{1}{G_c} \left\{ \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_T \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_r^T - \langle \Phi_0^\dagger, \Delta\sigma\psi \rangle_r^T \right\} \\ &\equiv \rho_r^{FT} + \rho_r^{TT}. \end{aligned} \quad (5.89)$$

O procedimento realizado nos termos de transferência direta e adjunta no núcleo no grupo térmico é o mesmo para o refletor, exceto que utiliza as Equações (5.37) e (5.39). Assim,

$$X_{1r}^T - X_{2r}^T = X_{1r}^{FT}. \quad (5.90)$$

Com a Equação (5.87) e as definições desta seção, a equação temporal da amplitude do fluxo de nêutrons térmicos no refletor pode ser escrita como

$$\frac{dN_r^T}{dt} = \frac{\rho_r^{FT}}{\Lambda_r^T} N_r^F + \frac{\rho_r^{TT}}{\Lambda_r^T} N_r^T + \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} N_c^T - \frac{j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_r^T} N_r^T + \frac{X_{1r}^{FT}}{\Lambda_r^T} N_r^F, \quad (5.91)$$

sendo que o termo de transferência e uma das reatividades é dependente de nêutrons rápidos.

5.3 Modelagem em duas regiões e dois grupos de energia do reator IPEN/MB-01 com boro natural

Nesta parte o boro natural foi inserido no modelo e as reatividades foram redefinidas para se obter o conjunto acoplado de equações diferenciais.

Na seção 5.2.1 do núcleo no grupo rápido, a Equação (5.51) definiu as parcelas ρ_c^{FF} e ρ_c^{TF} da reatividade produzida por nêutrons rápidos. As variações em ρ_c^{FF} no grupo rápido é desprezível devido ao boro ter uma seção de choque de absorção muito pequena para nêutrons rápidos, logo,

$$\rho_c^{FF} \equiv \frac{1}{G_c} \left\{ \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_F \int_{4\pi} \left[\sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) + \tilde{\chi} \Delta(v' \sigma'_f) \right] \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^F - \left\langle \Phi_0^\dagger, \Delta\sigma\psi \right\rangle_c^F \right\} \cong 0. \quad (5.92)$$

Na parcela ρ_c^{TF} dessa reatividade existe a variação do termo de transferência, mas como a seção de choque de absorção do boro natural para nêutrons térmico é grande (da ordem de 10^3 barns [85]), então, as reações de transferência nas colisões são desprezíveis, logo,

$$\rho_c^{TF} \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_T \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^F \cong 0. \quad (5.93)$$

Na seção 5.2.2 do núcleo no grupo térmico, a reatividade ρ_c^{TT} dada pela Equação (5.70), a reatividade ρ_c^{FT} é desprezível, pois a inserção de boro deixa as colisões e fissões praticamente inalteradas no sistema, logo

$$\rho_c^{FT} \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_F \int_{4\pi} \left[\sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) + \tilde{\chi} \Delta(v' \sigma'_f) \right] \psi' d\Omega' dE' \right\rangle_c^T \cong 0. \quad (5.94)$$

O termo de transferência integrada no grupo térmico em ρ_c^{TT} é desprezível, logo,

$$\begin{aligned} \rho_c^{TT} &\equiv \frac{1}{G_c} \left\{ \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_T \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) \psi' d\mathbf{\Omega}' dE' \right\rangle_c^T - \langle \Phi_0^\dagger, \Delta\sigma\psi \rangle_c^T \right\} \\ &\cong -\frac{1}{G_c} \langle \Phi_0^\dagger, \Delta\sigma\psi \rangle_c^T. \end{aligned} \quad (5.95)$$

Na seção 5.2.3, do refletor no grupo rápido, tem a reatividade dada pela Equação (5.83). No refletor com boro, os termos dessa equação são desprezíveis conforme explicado nas simplificações anteriores. Assim,

$$\rho_r^{FF} \equiv \frac{1}{G_c} \left\{ \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_F \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) \psi' d\mathbf{\Omega}' dE' \right\rangle_r^F - \langle \Phi_0^\dagger, \Delta\sigma\psi \rangle_r^F \right\} \cong 0 \quad (5.96)$$

e

$$\rho_r^{TF} \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_T \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) \psi' d\mathbf{\Omega}' dE' \right\rangle_r^F \cong 0. \quad (5.97)$$

Com a reatividade dada pela Equação (5.89) na seção 5.2.4 e considerando que os termos de transferência são desprezíveis, então,

$$\rho_r^{FT} \equiv \frac{1}{G_c} \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_F \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) \psi' d\mathbf{\Omega}' dE' \right\rangle_r^T \cong 0 \quad (5.98)$$

e

$$\begin{aligned} \rho_r^{TT} &\equiv \frac{1}{G_c} \left\{ \left\langle \Phi_0^\dagger, \int_T \int_{4\pi} \sum_{x \neq f} \Delta(\sigma'_x f_x) \psi' d\mathbf{\Omega}' dE' \right\rangle_r^T - \langle \Phi_0^\dagger, \Delta\sigma\psi \rangle_r^T \right\} \\ &\cong -\frac{1}{G_c} \langle \Phi_0^\dagger, \Delta\sigma\psi \rangle_r^T. \end{aligned} \quad (5.99)$$

Considerando as aproximações nas reatividades, o conjunto acoplado de equações diferenciais lineares de cinética de nêutrons para o reator com boro natural em duas regiões e dois grupos energéticos são apresentadas a seguir:

$$\frac{dN_c^F}{dt} = -\frac{\beta_{eff}^{FF}}{\Lambda_c^F} N_c^F - \frac{j_{c \rightarrow r}^F}{\Lambda_c^F} N_c^F + \frac{j_{r \rightarrow c}^F}{\Lambda_c^F} N_r^F - \frac{X_{1c}^{FT}}{\Lambda_c^F} N_c^F + \frac{F_{1p}^{TF}}{\Lambda_c^F} N_c^T + \sum_{j=1}^6 \lambda_j c_j^F + S_c^F; \quad (5.100)$$

$$\frac{dN_r^F}{dt} = \frac{j_{c \rightarrow r}^F}{\Lambda_r^F} N_c^F - \frac{j_{r \rightarrow c}^F}{\Lambda_r^F} N_r^F - \frac{X_{1r}^{FT}}{\Lambda_r^F} N_r^F + S_r^F; \quad (5.101)$$

$$\frac{dc_j^F}{dt} = \frac{\beta_j^{FF}}{\Lambda_c^F} N_c^F + \frac{\beta_j^{TF}}{\Lambda_c^F} N_c^T - \lambda_j c_j^F; \quad (5.102)$$

$$\frac{dN_c^T}{dt} = \frac{\rho_c^{TT} - \beta_{eff}^{TF}}{\Lambda_c^T} N_c^T - \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_c^T} N_c^T + \frac{j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_c^T} N_r^T + \frac{X_{1c}^{FT}}{\Lambda_c^T} N_c^F - \frac{F_{1p}^{TF}}{\Lambda_c^T} N_c^T; \quad (5.103)$$

$$\frac{dN_r^T}{dt} = \frac{\rho_r^{TT}}{\Lambda_r^T} N_r^T + \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} N_c^T - \frac{j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_r^T} N_r^T + \frac{X_{1r}^{FT}}{\Lambda_r^T} N_r^F. \quad (5.104)$$

5.3.1 Modelo em duas regiões e energeticamente desacoplado do reator IPEN/MB-01 com boro

Os experimentos mostraram que os modos rápidos estão levemente acoplados com os térmicos. Portanto, assumiu-se que X_{1c}^{FT} , X_{1r}^{FT} e F_{1p}^{TF} são nulos nas Equações (5.100), (5.101), (5.103) e (5.104) para eliminar o acoplamento energético e tornar a resolução do conjunto de equações diferenciais mais simples com acoplamentos apenas entre as regiões e os precursores. Os termos de acoplamento energético têm importância para o conjunto acoplado, mas a falta deles não afetará o caso analisado de 286,8 ppm de boro natural, como mostrado na Figura 4.4 e na discussão que a segue. Os termos de colisão X_{1c}^{FT} e X_{1r}^{FT} transferem nêutrons rápidos para o grupo térmico e alimentam, respectivamente, as equações de amplitude do fluxo angular de nêutrons térmicos no núcleo e no refletor. O termo de fissão F_{1p}^{TF} gera nêutrons prontos a partir das fissões produzidas por nêutrons térmicos e, assim, alimenta a equação de nêutrons rápidos do núcleo. Os termos que levam β_j^{TF} e β_{eff}^{TF} partem de um estado crítico e estão em equilíbrio. Num dado instante insere-se uma reatividade no sistema. Este transiente ocorre

num tempo muito curto ou numa frequência alta. Então, as frações de nêutrons atrasados não acompanham essa perturbação e permanecem em equilíbrio. Logo, esses termos devem permanecer nas equações.

A seguir é apresentado o conjunto de equações de regiões acopladas e energeticamente desacopladas de cinéticos de nêutrons. A soma destas equações retorna as equações de cinética pontual.

$$\frac{dN_c^F}{dt} = -\frac{\beta_{eff}^{FF}}{\Lambda_c^F} N_c^F - \frac{j_{c \rightarrow r}^F}{\Lambda_c^F} N_c^F + \frac{j_{r \rightarrow c}^F}{\Lambda_c^F} N_r^F + \sum_{j=1}^6 \lambda_j c_j^F + S_c^F; \quad (5.105)$$

$$\frac{dN_r^F}{dt} = \frac{j_{c \rightarrow r}^F}{\Lambda_r^F} N_c^F - \frac{j_{r \rightarrow c}^F}{\Lambda_r^F} N_r^F + S_r^F; \quad (5.106)$$

$$\frac{dc_j^F}{dt} = \frac{\beta_j^{FF}}{\Lambda_c^F} N_c^F + \frac{\beta_j^{TF}}{\Lambda_c^F} N_c^T - \lambda_j c_j^F; \quad (5.107)$$

$$\frac{dN_c^T}{dt} = \frac{\rho_c^{TT} - \beta_{eff}^{TF}}{\Lambda_c^T} N_c^T - \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_c^T} N_c^T + \frac{j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_c^T} N_r^T; \quad (5.108)$$

$$\frac{dN_r^T}{dt} = \frac{\rho_r^{TT}}{\Lambda_r^T} N_r^T + \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} N_c^T - \frac{j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_r^T} N_r^T. \quad (5.109)$$

Neste trabalho, os resultados da modelagem serão empregados apenas para analisar o experimento do reator IPEN/MB-01 com 286,8 ppm de boro natural no grupo térmico. Os dados adquiridos para esse experimento têm flutuações menores e foi o caso com o grupo energético que se pode analisar durante o tempo de produção da tese.

5.3.2 Equação *Inhour* do modelo de duas regiões no grupo térmico com boro natural

O cálculo da reatividade proveniente de nêutrons térmicos inicia com as transformadas de Laplace da amplitude do fluxo de nêutrons térmicos no núcleo e no refletor, que são respectivamente

$$\mathbf{L}_c^T(s) = \mathcal{L}\{N_c^T(t)\} = \int_0^{\infty} e^{-st} N_c^T(t) dt \quad (5.110)$$

e

$$\mathbf{L}_r^T(s) = \mathcal{L}\{N_r^T(t)\} = \int_0^\infty e^{-st} N_r^T(t) dt. \quad (5.111)$$

Aplicando as transformadas nas Equações (5.108) e (5.109), resulta em

$$s\mathbf{L}_c^T - N_{c0}^T = \frac{\rho_c^{TT} - \beta_{eff}^{TF}}{\Lambda_c^T} \mathbf{L}_c^T - \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_c^T} \mathbf{L}_c^T + \frac{j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_c^T} \mathbf{L}_r^T; \quad (5.112)$$

e

$$s\mathbf{L}_r^T - N_{r0}^T = \frac{\rho_r^{TT}}{\Lambda_r^T} \mathbf{L}_r^T + \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} \mathbf{L}_c^T - \frac{j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_r^T} \mathbf{L}_r^T, \quad (5.113)$$

onde $N_{c0}^T = N_c^T(0)$ e $N_{r0}^T = N_r^T(0)$ são as condições iniciais.

Reescrevendo a Equação (5.113) com o isolamento de \mathbf{L}_r^T , obtém-se

$$\mathbf{L}_r^T = \frac{\Lambda_r^T}{s\Lambda_r^T - \rho_r^{TT} + j_{r \rightarrow c}^T} N_{r0}^T + \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{s\Lambda_r^T - \rho_r^{TT} + j_{r \rightarrow c}^T} \mathbf{L}_c^T. \quad (5.114)$$

Substituindo a Equação (5.114) na Equação (5.112), encontra-se

$$\mathbf{L}_c^T(s) = \frac{N_{c0}^T \Lambda_c^T + \frac{j_{r \rightarrow c}^T \Lambda_r^T}{s\Lambda_r^T - \rho_r^{TT} + j_{r \rightarrow c}^T} N_{r0}^T}{s\Lambda_c^T + \frac{(s\Lambda_r^T - \rho_r^{TT})j_{c \rightarrow r}^T}{s\Lambda_r^T - \rho_r^{TT} + j_{r \rightarrow c}^T} + \beta_{eff}^{TF} - \rho_c^{TT}}. \quad (5.115)$$

A Equação (5.115) tem j polos. Cada polo corresponde a uma raiz $s = \omega_j$ onde o denominador da equação é igual a zero, o que significa que

$$\rho_c^{TT} = \omega_j \Lambda_c^T + \frac{(\omega_j \Lambda_r^T - \rho_r^{TT}) j_{c \rightarrow r}^T}{\omega_j \Lambda_r^T - \rho_r^{TT} + j_{r \rightarrow c}^T} + \beta_{eff}^{TF}. \quad (5.116)$$

Apesar desta equação ser da reatividade térmica do núcleo e depender da reatividade térmica do refletor, ela é a equação *Inhour* e tem j raízes reais distintas. Utilizando as grandezas

$$\alpha_r = \frac{\rho_r^{TT} - j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_r^T} \quad (5.117)$$

e

$$\beta_r = \frac{j_{c \rightarrow r}^T j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_r^T}, \quad (5.118)$$

então, a equação *Inhour* do núcleo para nêutrons térmicos pode ser reescrita como

$$\rho_c^{TT} = \omega_j \Lambda_c^T + j_{c \rightarrow r}^T - \frac{\beta_r}{\omega_j - \alpha_r} + \beta_{eff}^{TF}. \quad (5.119)$$

Partindo da Equação (5.116) e utilizando a grandeza

$$\alpha_c = \frac{\rho_c^{TT} - \beta_{eff}^{TF} - j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_c^T}, \quad (5.120)$$

obtém-se a equação *Inhour* do refletor para nêutrons térmico

$$\rho_r^{TT} = \omega_j \Lambda_r^T + j_{r \rightarrow c}^T - \frac{\Lambda_r^T}{\Lambda_c^T} \left(\frac{\beta_r}{\omega_j - \alpha_c} \right). \quad (5.121)$$

A partir da Equação (5.116) ainda pode-se obter outra equação da reatividade térmica do refletor, dada por

$$\rho_r^{TT} = \omega_j \Lambda_r^T + \frac{[(\omega_j - \alpha_c) \Lambda_c^T - j_{c \rightarrow r}^T](\omega_j - \alpha_r) \Lambda_r^T}{j_{c \rightarrow r}^T}. \quad (5.122)$$

A soma das reatividades térmicas do núcleo, Equação (5.119), e do refletor, Equação (5.121), é a reatividade térmica total do sistema. Assim, a reatividade total

$$\rho^{TT} = \rho_c^{TT} + \rho_r^{TT} \quad (5.123)$$

é dada por

$$\rho^{TT} = \omega_j(\Lambda_c^T + \Lambda_r^T) + j_{c \rightarrow r}^T + j_{r \rightarrow c}^T - \left[\frac{1}{\omega_j - \alpha_r} + \frac{\Lambda_r^T}{\Lambda_c^T} \left(\frac{1}{\omega_j - \alpha_c} \right) \right] \beta_r + \beta_{eff}^{TF}. \quad (5.124)$$

Esta equação é denominada de equação *Inhour* total, onde o tempo de geração térmico total é

$$\Lambda^T = \Lambda_c^T + \Lambda_r^T, \quad (5.125)$$

que pode ser facilmente demonstrado com $\rho^{TT}(\omega_7) = \rho^{TT}(\omega_8)$. Se os termos de transferência $j_{c \rightarrow r}^T$ e $j_{r \rightarrow c}^T$, e o quarto termo forem iguais a zero, então obtém-se uma equações similar a equação *Inhour* da cinética pontual quando $\omega_j \gg \lambda_j$.

A partir das Equações (5.117) e (5.120) também é possível adquirir equações alternativas para as reatividades, sendo as reatividades de nêutrons térmicos do núcleo

$$\rho_c^{TT} = \alpha_c \Lambda_c^T + \beta_{eff}^{TF} + j_{c \rightarrow r}^T, \quad (5.126)$$

e do refletor

$$\rho_r^{TT} = \alpha_r \Lambda_r^T + j_{r \rightarrow c}^T \quad (5.127)$$

e a total com a Equação (5.123) é

$$\rho^{TT} = \alpha_c \Lambda_c^T + \alpha_r \Lambda_r^T + j_{c \rightarrow r}^T + j_{r \rightarrow c}^T + \beta_{eff}^{TF}. \quad (5.128)$$

5.3.3 Obtenção de equações para Λ_c^T e as raízes térmicas ω_7 e ω_8

As raízes térmicas são ω_7 e ω_8 . Quando inseridas nas Equações (5.119) e (5.121) das reatividades térmicas no núcleo e no refletor resultam em valores iguais, ou seja, $\rho_c^{TT}(\omega_7) = \rho_c^{TT}(\omega_8)$, obtendo-se

$$\omega_7 \Lambda_c^T - \frac{\beta_r}{\omega_7 - \alpha_r} = \omega_8 \Lambda_c^T - \frac{\beta_r}{\omega_8 - \alpha_r} \quad (5.129)$$

e $\rho_r^{TT}(\omega_7) = \rho_r^{TT}(\omega_8)$, obtendo-se

$$\omega_7 \Lambda_r^T - \frac{\Lambda_r^T}{\Lambda_c^T} \left(\frac{\beta_r}{\omega_7 - \alpha_c} \right) = \omega_8 \Lambda_r^T - \frac{\Lambda_r^T}{\Lambda_c^T} \left(\frac{\beta_r}{\omega_8 - \alpha_c} \right). \quad (5.130)$$

Com alguma álgebra pode-se isolar o tempo de geração de nêutrons nas duas equações acima, encontrando-se, respectivamente,

$$\Lambda_c^T = - \frac{\beta_r}{(\omega_7 - \alpha_r)(\omega_8 - \alpha_r)} \quad (5.131)$$

e

$$\Lambda_c^T = - \frac{\beta_r}{(\omega_7 - \alpha_c)(\omega_8 - \alpha_c)}. \quad (5.132)$$

Estas duas equações do tempo de geração de nêutron térmicos na região do núcleo são válidas e delas obtém-se o mesmo resultado.

As raízes ω_7 e ω_8 foram determinadas no ajuste mostrado na Figura 4.1, mas a partir da Equação (5.119) da reatividade térmica no núcleo, pode ser determinada em função das grandezas do problema. O equacionamento iniciou com o isolamento das variáveis num lado da equação. Após isso, os coeficientes de ω_j foram agrupados de acordo com o grau dessa variável e a equação foi dividida por Λ_c^T , resultado em

$$\omega_j^2 - \left(\frac{\rho_c^{TT} - \beta_{eff}^{TF} - j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_c^T} + \alpha_r \right) \omega_j + \frac{\rho_c^{TT} - \beta_{eff}^{TF} - j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_c^T} \alpha_r - \frac{\beta_r}{\Lambda_c^T} = 0. \quad (5.133)$$

Utilizando a Equação (5.120), obtém-se

$$\omega_j^2 - (\alpha_c + \alpha_r) \omega_j + \alpha_c \alpha_r - \frac{\beta_r}{\Lambda_c^T} = 0. \quad (5.134)$$

As raízes dessa equação do segundo grau podem ser calculadas com a regra soma-produto com o segundo e terceiro coeficientes, obtendo igualdades interessantes para a determinação das grandezas,

$$\omega_7 + \omega_8 = \alpha_c + \alpha_r \quad (5.135)$$

e

$$\omega_7 \omega_8 = \alpha_c \alpha_r - \frac{\beta_r}{\Lambda_c^T}. \quad (5.136)$$

As raízes também podem ser calculadas com a fórmula de Bhaskara, assim,

$$\omega_j = \frac{\alpha_c + \alpha_r}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha_c + \alpha_r}{2}\right)^2 - \alpha_c \alpha_r + \frac{\beta_r}{\Lambda_c^T}}, \quad (5.137)$$

onde o sinal positivo corresponde a ω_7 e o negativo a ω_8 .

Ainda é possível recalculer as raízes ω_7 e ω_8 com a Equação (5.116) e utilizando as Equações (5.117) e (5.120) com o agrupamento dos coeficientes de ω_j , formando outra equação do segundo grau, dada por

$$\omega_j^2 - (\alpha_c + \alpha_r)\omega_j + \alpha_c \alpha_r + \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_c^T} \left(\alpha_r - \frac{\rho_r^{TT}}{\Lambda_r^T} \right) = 0, \quad (5.138)$$

que tem a solução

$$\omega_j = \frac{\alpha_c + \alpha_r}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha_c + \alpha_r}{2}\right)^2 - \alpha_c \alpha_r - \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_c^T} \left(\alpha_r - \frac{\rho_r^{TT}}{\Lambda_r^T} \right)}, \quad (5.139)$$

onde o sinal positivo é da raiz ω_7 e o negativo de ω_8 . A soma $\omega_7 + \omega_8$ tem um resultado igual ao da Equação (5.135), mas o produto das raízes é

$$\omega_7\omega_8 = \alpha_c\alpha_r + \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_c^T} \left(\alpha_r - \frac{\rho_r^{TT}}{\Lambda_r^T} \right). \quad (5.140)$$

Com a inserção das Equações (5.117) e (5.120) na Equação (5.139), obtém-se uma equação com todas as grandezas ausentes na Equação (5.137), dada por

$$\omega_j = \frac{\alpha_c\Lambda_r^T + \rho_r^{TT} - j_{r \rightarrow c}^T}{2\Lambda_r^T} \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha_c\Lambda_r^T + \rho_r^{TT} - j_{r \rightarrow c}^T}{2\Lambda_r^T} \right)^2 - \alpha_r \left(\frac{\rho_c^{TT} - \beta_{eff}^{TF} - j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_c^T} \right) - \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_c^T} \left(\alpha_r - \frac{\rho_r^{TT}}{\Lambda_r^T} \right)}. \quad (5.141)$$

5.3.4 Amplitude do fluxo angular de nêutrons térmicos no núcleo

Considerando um sistema estacionário, então, $dN_r^T/dt = 0$ e a Equação (5.109) fica

$$0 = \frac{\rho_r^{TT}}{\Lambda_r^T} N_{r0}^T + \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} N_{c0}^T - \frac{j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_r^T} N_{r0}^T. \quad (5.142)$$

Com alguma álgebra, chega-se a

$$N_{r0}^T = \frac{j_{c \rightarrow r}^T N_{c0}^T}{j_{r \rightarrow c}^T - \rho_r^{TT}}. \quad (5.143)$$

Substituindo a Equação (5.143) na Equação (5.115) para que a dependência seja apenas em relação à amplitude do fluxo de nêutrons do núcleo, obtém-se

$$\mathbf{L}_c^T(s) = \frac{\Lambda_c^T \left[N_{c0}^T + \frac{N_{c0}^T}{\Lambda_c^T} \frac{\Lambda_r^T j_{c \rightarrow r}^T j_{r \rightarrow c}^T}{(s\Lambda_r^T - \rho_r^{TT} + j_{r \rightarrow c}^T)(j_{r \rightarrow c}^T - \rho_r^{TT})} \right]}{s\Lambda_c^T + \frac{(s\Lambda_r^T - \rho_r^{TT})j_{c \rightarrow r}^T}{s\Lambda_r^T - \rho_r^{TT} + j_{r \rightarrow c}^T} + \beta_{eff}^{TF} - \rho_c^{TT}}. \quad (5.144)$$

A aplicação da transformada inversa de Laplace em \mathbf{L}_c^T resulta na solução dependente do tempo $N_c^T(t)$ para $t > 0$. Na Equação (5.116) existem os polos dados por $s = \omega_j$, sendo para a parte térmica apenas duas raízes, correspondendo a uma família de

nêutrons prontos do núcleo e uma contribuição do refletor, que são ω_7 e ω_8 , respectivamente. As seis famílias de nêutrons atrasados estão ausentes devido à menor meia-vida ser próxima de 0,2 segundos [81], o que resulta numa frequência abaixo de 5 Hz para essas famílias. Como os dados adquiridos iniciaram em 9,6 Hz, as seis famílias de precursores estão fora da modelagem.

Para avaliar os polos da Equação (5.144) fez-se

$$\mathbf{L}_c^T(s) = \frac{P(s)}{D(s)}. \quad (5.145)$$

A função $\mathbf{L}_c^T(s)$ é analítica, exceto nos dois polos referente às raízes reais da equação *Inhour* (Equação (5.116)).

O grau de $D(s)$ é maior que o grau de $P(s)$, por isso, a transformada inversa de Laplace pode ser obtida simplesmente com integral de Bromwich [94], que é a soma dos resíduos dos polos multiplicados por e^{st} . Quando z_0 é um polo simples, o resíduo é dado por

$$R(z_0) = \lim_{z \rightarrow z_0} (z - z_0)f(z). \quad (5.146)$$

Se $f(z)$ for escrito como $g(z)/h(z)$, sendo $h(z_0) = 0$, $g(z)$ analítico e diferente de zero em z_0 , então, pela regra de L'Hôpital [94], obtém-se

$$R(z_0) = \frac{g(z_0)}{h'(z_0)}, \quad (5.147)$$

sendo $h'(z_0) \neq 0$.

A derivada de $D(s)$ é dada por

$$D'(s) = \Lambda_c^T + \frac{j_{r \rightarrow c}^T j_{c \rightarrow r}^T \Lambda_r^T}{(s\Lambda_r^T - \rho_r^{TT} + j_{r \rightarrow c}^T)^2}. \quad (5.148)$$

Colocando $s = \omega_j$ na Equação (5.144), então, $D(s) = 0$, pois $\rho_c^{TT} - \rho_c^{TT} = 0$, o numerador $P(s)$ vira uma constante e $D'(s) \neq 0$. Assim, pode-se utilizar a integral de Bromwich [94].

Com a definição de resíduo dada pela Equação (5.147), obtém-se

$$R(\omega_j) = \frac{P(\omega_j)}{D'(\omega_j)} = \frac{\Lambda_c^T \left[N_{c0}^T + \frac{N_{c0}^T}{\Lambda_c^T} \frac{\Lambda_r^T j_{c \rightarrow r}^T j_{r \rightarrow c}^T}{(\omega_j \Lambda_r^T - \rho_r^{TT} + j_{r \rightarrow c}^T)(j_{r \rightarrow c}^T - \rho_r^{TT})} \right]}{\Lambda_c^T + \frac{\Lambda_r^T j_{c \rightarrow r}^T j_{r \rightarrow c}^T}{(\omega_j \Lambda_r^T - \rho_r^{TT} + j_{r \rightarrow c}^T)^2}}. \quad (5.149)$$

Logo, a transformada inversa de Laplace pode ser dada pela soma dos resíduos multiplicados por $e^{\omega_j t}$,

$$N_c^T(t) = \mathcal{L}^{-1}\{\mathbf{L}_c^T(s)\} = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{P(s)}{D(s)}\right\} = \sum_j \frac{N(\omega_j)}{D'(\omega_j)} e^{\omega_j t} \quad (5.150)$$

e, conseqüentemente, a população de nêutrons térmicos no núcleo é dada por

$$N_c^T(t) = \sum_j \frac{N_{c0}^T \left[\Lambda_c^T + \frac{\Lambda_r^T j_{c \rightarrow r}^T j_{r \rightarrow c}^T}{(\omega_j \Lambda_r^T - \rho_r^{TT} + j_{r \rightarrow c}^T)(j_{r \rightarrow c}^T - \rho_r^{TT})} \right]}{\Lambda_c^T + \frac{\Lambda_r^T j_{c \rightarrow r}^T j_{r \rightarrow c}^T}{(\omega_j \Lambda_r^T - \rho_r^{TT} + j_{r \rightarrow c}^T)^2}} e^{\omega_j t}. \quad (5.151)$$

Substituindo a igualdade

$$\frac{\Lambda_r^T j_{c \rightarrow r}^T j_{r \rightarrow c}^T}{(\omega_j \Lambda_r^T - \rho_r^{TT} + j_{r \rightarrow c}^T)(j_{r \rightarrow c}^T - \rho_r^{TT})} = -\frac{j_{c \rightarrow r}^T j_{r \rightarrow c}^T}{\omega_j (\omega_j \Lambda_r^T - \rho_r^{TT} + j_{r \rightarrow c}^T)} + \frac{j_{c \rightarrow r}^T j_{r \rightarrow c}^T}{\omega_j (j_{r \rightarrow c}^T - \rho_r^{TT})} \quad (5.152)$$

e as Equações (5.116) até (5.118) e (5.120) com alguma álgebra na Equação (5.151), encontra-se uma equação temporal para a amplitude do fluxo de nêutrons térmicos na região do núcleo mais simples, dada por

$$N_c^T(t) = \sum_j \frac{N_{c0}^T \left(\alpha_c \Lambda_c^T - \frac{\beta_r}{\alpha_r} \right)}{\omega_j \left[\Lambda_c^T + \frac{\beta_r}{(\omega_j - \alpha_r)^2} \right]} e^{\omega_j t}. \quad (5.153)$$

5.3.5 Amplitude do fluxo angular de nêutrons térmicos no refletor

Nos experimentos, os detectores estavam no refletor e as medidas de APSD foram adquiridas nessa região com a consideração dos eventos causados no núcleo do reator. Para se calcular a amplitude de nêutrons térmicos no refletor foi utilizado o método do fator integrante. Para isso a Equação (5.109) foi colocada na forma a seguir:

$$\frac{dN_r^T}{dt} + \left(\frac{j_{r \rightarrow c}^T - \rho_r^{TT}}{\Lambda_r^T} \right) N_r^T = \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} N_c^T. \quad (5.154)$$

Multiplicando-a por um fator integrante apropriado, fazendo o inverso da regra do produto e integrando, resulta em

$$N_r^T(t) = N_{r0}^T e^{-\left(\frac{j_{r \rightarrow c}^T - \rho_r^{TT}}{\Lambda_r^T} \right) t} + e^{-\left(\frac{j_{r \rightarrow c}^T - \rho_r^{TT}}{\Lambda_r^T} \right) t} \int_0^t \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} N_c^T e^{\left(\frac{j_{r \rightarrow c}^T - \rho_r^{TT}}{\Lambda_r^T} \right) t'} dt'. \quad (5.155)$$

Substituindo $N_c^T(t)$ pela Equação (5.153), utilizando a Equação (5.117) e integrando a Equação (5.155) em relação a t' , obtém-se a amplitude do fluxo de nêutrons térmicos da região do refletor

$$N_r^T(t) = \left[N_{r0}^T - \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} \sum_j \frac{N_j^T}{\omega_j(\omega_j - \alpha_r)} \right] e^{\alpha_r t} + \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} \sum_j \frac{N_j^T}{\omega_j(\omega_j - \alpha_r)} e^{\omega_j t}, \quad (5.156)$$

onde

$$N_j^T = \frac{N_{c0}^T \left(\alpha_c \Lambda_c^T - \frac{\beta_r}{\alpha_r} \right)}{\Lambda_c^T + \frac{\beta_r}{(\omega_j - \alpha_r)^2}}, \quad (5.157)$$

que foi baseado na Equação (5.153) para diminuir a quantidade de símbolos e evidenciar a raiz ω_j , que será importante na transformada de Fourier mais adiante. A Equação (5.156) contém três exponenciais com expoentes negativos. Observando a Equação (5.117), nota-se que α_r só pode ser negativo porque $j_{r \rightarrow c}^T$ foi definido de forma absoluta na

Equação (5.35), ρ_r^{TT} é negativo e Λ_r^T positivo. As duas raízes ω_j do grupo térmico são negativas, como mostram os valores de ω_7 e ω_8 no ajuste na Figura 4.1. Outra propriedade importante de $N_r^T(t)$ é se $t = 0$, então $N_r^T(0) = N_{r0}^T$.

5.3.6 Determinação dos modos térmicos da APSD

Os modos térmicos foram determinados com a transformada de Fourier de $N_r^T(t)$, Equação (5.156), que fez o domínio do tempo se transformar no da frequência. Os coeficientes α_r e ω_j das exponenciais de $N_r^T(t)$ são negativos, assim, para facilitar o cálculo da transformada de $N_r^T(t)$ será utilizada a função

$$f(t) = Ae^{-k|t|}, \quad (5.158)$$

onde $k > 0$ e A é uma constante qualquer. Então, a transformada de Fourier de $f(t)$ é dada por

$$f(\omega) = \frac{2Ak}{k^2 + \omega^2}. \quad (5.159)$$

Portanto, a transformada de Fourier de $N_r^T(t)$ fica

$$N_r^T(\omega) = \frac{-2\alpha_r \left[N_{r0}^T - \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} \sum_j \frac{N_j^T}{\omega_j(\omega_j - \alpha_r)} \right]}{\alpha_r^2 + \omega^2} + \sum_j \frac{-2 \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} \frac{N_j^T}{(\omega_j - \alpha_r)}}{\omega_j^2 + \omega^2}, \quad (5.160)$$

que é a amplitude do fluxo de nêutrons térmicos na região do refletor considerando os nêutrons térmicos do núcleo no domínio da frequência.

Experimentalmente na APSD foram observados apenas dois modos térmicos com as raízes térmicas de ω_7 e ω_8 . Logo, inexistente o primeiro termo da Equação (5.160) na função APSD, conforme mostrado na Equação (4.1). Como o primeiro termo é nulo, então o coeficiente dado pelo numerador do primeiro termo deve ser zero. Para demonstrar isso, o primeiro termo será igualado a uma constante C , logo,

$$C = -2\alpha_r \left[N_{r0}^T - \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} \sum_j \frac{N_j^T}{\omega_j(\omega_j - \alpha_r)} \right]. \quad (5.161)$$

Substituindo N_{r0}^T pelas Equações (5.143) e (5.117), e N_j^T pela Equação (5.157), resultou em

$$C = 2\alpha_r \left\{ \frac{j_{c \rightarrow r}^T N_{c0}^T}{\Lambda_r^T \alpha_r} + \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} \sum_j \frac{N_{c0}^T \left(\alpha_c \Lambda_c^T - \frac{\beta_r}{\alpha_r} \right)}{\omega_j(\omega_j - \alpha_r) \left[\Lambda_c^T + \frac{\beta_r}{(\omega_j - \alpha_r)^2} \right]} \right\}. \quad (5.162)$$

Com algumas manipulações algébricas, chegou-se a

$$C = 2 \frac{j_{c \rightarrow r}^T N_{c0}^T}{\Lambda_r^T} \left[1 + \frac{\Lambda_c^T \left(\alpha_c \alpha_r - \frac{\beta_r}{\Lambda_c^T} \right)}{\Lambda_c^T \omega_7 (\omega_7 - \alpha_r) + \frac{\beta_r \omega_7}{\omega_7 - \alpha_r}} + \frac{\Lambda_c^T \left(\alpha_c \alpha_r - \frac{\beta_r}{\Lambda_c^T} \right)}{\Lambda_c^T \omega_8 (\omega_8 - \alpha_r) + \frac{\beta_r \omega_8}{\omega_8 - \alpha_r}} \right]. \quad (5.163)$$

Com as Equações (5.131) e (5.136) e alguma álgebra, obteve-se

$$C = 2 \frac{j_{c \rightarrow r}^T N_{c0}^T}{\Lambda_r^T} \left(1 + \frac{\omega_8 - \omega_7}{\omega_7 - \omega_8} \right), \quad (5.164)$$

o que resulta em $C = 0$. Logo, demonstra-se que o primeiro coeficiente da Equação (5.160) é nulo. Assim, os modos térmicos da equação APSD são dados por

$$N_r^T(\omega) = \sum_{j=7}^8 \frac{A_j}{\omega_j^2 + \omega^2}, \quad (5.165)$$

onde os coeficientes

$$A_j = -2 \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} \frac{N_j^T}{(\omega_j - \alpha_r)}. \quad (5.166)$$

5.3.7 Anticorrelação entre A_7 e A_8

Outro fato importante que surgiu dos experimentos foi a anticorrelação dos coeficientes térmicos A_7 e A_8 . De acordo com as Equações (5.157) e (5.166), a anticorrelação pode ser escrita como

$$-2 \frac{j_{c \rightarrow r}^T N_{c0}^T}{\Lambda_r^T \alpha_r} \frac{\alpha_c \alpha_r \Lambda_c^T - \beta_r}{(\omega_7 - \alpha_r) \left[\Lambda_c^T + \frac{\beta_r}{(\omega_7 - \alpha_r)^2} \right]} = 2 \frac{j_{c \rightarrow r}^T N_{c0}^T}{\Lambda_r^T \alpha_r} \frac{\alpha_c \alpha_r \Lambda_c^T - \beta_r}{(\omega_8 - \alpha_r) \left[\Lambda_c^T + \frac{\beta_r}{(\omega_8 - \alpha_r)^2} \right]}. \quad (5.167)$$

Utilizando a Equação (5.131), obteve-se

$$-\frac{1}{\omega_7 - \alpha_r} + \frac{1}{\omega_8 - \alpha_r} = \frac{1}{\omega_8 - \alpha_r} - \frac{1}{\omega_7 - \alpha_r}. \quad (5.168)$$

Assim, encontrou-se a identidade $0 = 0$, demonstrando-se matematicamente a anticorrelação dos coeficientes térmicos.

Com a Equação (5.167) obteve-se uma equação para a anticorrelação, sendo

$$-\frac{A_7}{A_8} = -\frac{\Lambda_c^T (\omega_8 - \alpha_r) + \frac{\beta_r}{(\omega_8 - \alpha_r)}}{\Lambda_c^T (\omega_7 - \alpha_r) + \frac{\beta_r}{(\omega_7 - \alpha_r)}}. \quad (5.169)$$

5.3.8 Determinação de outras formas para α_r

A partir da Equação (5.163) foi equacionado

$$\alpha_c = \frac{\beta_r}{\alpha_r \Lambda_c^T} - \frac{1}{\frac{\alpha_r \Lambda_c^T}{\Lambda_c^T \omega_7 (\omega_7 - \alpha_r) + \frac{\beta_r \omega_7}{\omega_7 - \alpha_r}} + \frac{\alpha_r \Lambda_c^T}{\Lambda_c^T \omega_8 (\omega_8 - \alpha_r) + \frac{\beta_r \omega_8}{\omega_8 - \alpha_r}}}. \quad (5.170)$$

Com a reatividade térmica do refletor dada pela Equação (5.122), obteve-se

$$\alpha_r = \omega_j + \frac{\left(\omega_j - \frac{\rho_r^{TT}}{\Lambda_r^T} \right) j_{c \rightarrow r}^T}{(\omega_j - \alpha_c) \Lambda_c^T - j_{c \rightarrow r}^T}. \quad (5.171)$$

5.3.9 Lifetime de nêutrons térmicos

O *lifetime* (τ) é o tempo de vida médio dos nêutrons no reator, que inicia na fissão e termina quando o nêutron foge do sistema ou é absorvido de alguma forma. A definição do *lifetime* [95] é dada por

$$\tau = \frac{\left\langle \frac{1}{v} \Phi_0^+, \psi \right\rangle}{\left\langle \Phi_0^+, (\nabla \cdot \mathbf{J} + \sigma_a \psi) \right\rangle}. \quad (5.172)$$

Multiplicando-se e dividindo-se a equação acima pelo termo de fissão $G_c(t)$, Equação (5.24), obtém-se

$$\tau = \frac{\left\langle \frac{1}{v} \Phi_0^+, \psi \right\rangle}{\left\langle \Phi_{0c}^+, \int \int \tilde{\chi}' v' \sigma_f' \psi_c' d\Omega' dE' \right\rangle} \frac{\left\langle \Phi_{0c}^+, \int \int \tilde{\chi}' v' \sigma_f' \psi_c' d\Omega' dE' \right\rangle}{\left\langle \Phi_0^+, (\nabla \cdot \mathbf{J} + \sigma_a \psi) \right\rangle}. \quad (5.173)$$

O primeiro termo do lado direito desta equação é Λ e o segundo é o k_{eff} , logo,

$$\tau = \Lambda k_{eff}. \quad (5.174)$$

Como os nêutrons rápido que nascem são prontamente termalizados, então, $\tau \cong \tau^T$ [81].

Para os nêutrons térmicos o *lifetime* fica

$$\tau^T = \Lambda^T k_{eff}^T, \quad (5.175)$$

sendo o fator de multiplicação efetivo de nêutrons térmicos dado por

$$k_{eff}^T = \frac{1}{1 - \rho^{TT}} \quad (5.176)$$

e ρ^{TT} é dado pela Equação (5.123). De acordo com a Equação (5.175), num estado subcrítico o *lifetime* de nêutrons térmicos deve ser menor que o tempo de geração de nêutrons térmicos.

A determinação da forma analítica do *lifetime* de nêutrons térmicos com as grandezas do modelo proposto foi equacionada igualando-se duas equações, sendo que uma era a equação da amplitude do fluxo de nêutrons térmicos e a outra a equação da amplitude do fluxo de nêutrons térmico que foi obtida de uma soma das equações de cada região. Deste modo, a Equação (5.22) no grupo térmico é dada por

$$\frac{dN^T}{dt} = \frac{\rho^T - \beta_{eff}^{TF}}{\Lambda^T} N^T + S^T, \quad (5.177)$$

onde S^T é uma fonte de nêutrons térmicos. Essa fonte foi inserida devido à interpretação dos dados experimentais, com os modos rápidos decaindo conforme a frequência diminuía e gerando uma função quase constante em frequências mais baixas, sendo uma espécie de “fonte de nêutrons térmicos”, como mostrado nas Figuras 4.4 e 4.9.

Considerando um sistema estacionário, então, $dN^T/dt = 0$ e com alguma álgebra a Equação (5.177) fica

$$N^T = -\frac{\Lambda^T}{\rho^T - \beta_{eff}^{TF}} S^T. \quad (5.178)$$

Substituindo Λ^T pela Equação (5.175) para o grupo térmico, obtém-se

$$N^T = -\frac{\tau^T}{k_{eff}^T(\rho^T - \beta_{eff}^{TF})} S^T. \quad (5.179)$$

A reatividade térmica é dada por

$$\rho^T = \frac{k_{eff}^T - 1}{k_{eff}^T}. \quad (5.180)$$

Substituindo esta equação na Equação (5.179) e mais alguma álgebra, encontra-se

$$N^T = \frac{\tau^T}{1 - k_{eff}^T(1 - \beta_{eff}^{TF})} S^T. \quad (5.181)$$

Esta equação mostra que a amplitude de fluxo de nêutrons térmicos é proporcional a fonte de nêutrons térmicos.

Agora considerando as Equações (5.108) e (5.109) com a adição de fontes de nêutrons térmicos no núcleo e no refletor, obtém-se

$$\frac{dN_c^T}{dt} = \frac{\rho_c^{TT} - \beta_{eff}^{TF}}{\Lambda_c^T} N_c^T - \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_c^T} N_c^T + \frac{j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_c^T} N_r^T + S_c^T \quad (5.182)$$

e

$$\frac{dN_r^T}{dt} = \frac{\rho_r^{TT}}{\Lambda_r^T} N_r^T + \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} N_c^T - \frac{j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_r^T} N_r^T + S_r^T . \quad (5.183)$$

A soma dessas equações deve retornar à Equação (5.177).

No refletor, no estado estacionário $dN_r^T/dt = 0$, então, após algumas manipulações a Equação (5.183) fica

$$N_r^T = -\frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\alpha_r \Lambda_r^T} N_c^T - \frac{S_r^T}{\alpha_r} . \quad (5.184)$$

No núcleo, no estado estacionário $dN_c^T/dt = 0$, então,

$$\frac{\rho_c^{TT} - \beta_{eff}^{TF}}{\Lambda_c^T} N_c^T - \frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_c^T} N_c^T + \frac{j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_c^T} N_r^T + S_c^T = 0 . \quad (5.185)$$

Substituindo a Equação (5.184), com alguma álgebra, obtém-se

$$N_c^T = \frac{j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_c^T \alpha_r \alpha_c - \beta_r} S_r^T - \frac{\Lambda_c^T \alpha_r}{\Lambda_c^T \alpha_r \alpha_c - \beta_r} S_c^T . \quad (5.186)$$

Substituindo a equação acima na Equação (5.184), encontra-se

$$N_r^T = -\frac{\Lambda_c^T \alpha_c}{\Lambda_c^T \alpha_r \alpha_c - \beta_r} S_r^T + \frac{j_{c \rightarrow r}^T \Lambda_c^T}{\Lambda_r^T \Lambda_c^T \alpha_r \alpha_c - \Lambda_r^T \beta_r} S_c^T . \quad (5.187)$$

Com a soma $N_c^T + N_r^T = N^T$ e utilizando a Equação (5.136), encontra-se

$$N^T = \frac{1}{\omega_7 \omega_8} \left[\left(\frac{j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_c^T} - \alpha_c \right) S_r^T + \left(\frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} - \alpha_r \right) S_c^T \right]. \quad (5.188)$$

Na equação acima foi impossível obter $S_c^T + S_r^T = S^T$, mas verifica-se que a fonte no refletor está multiplicada por grandezas do núcleo e o oposto ocorre com a fonte no núcleo. Se o equacionamento partisse com a fonte apenas em uma das regiões obter-se-ia uma equação somente com o primeiro ou segundo termo dentro dos colchetes da Equação (5.188) dividido por $\omega_7 \omega_8$. Assim, fazendo $S_r^T = 0$, $S_c^T = S^T$ e igualando as Equações (5.188) e (5.181), obtém-se

$$\tau_{c^*}^T = \frac{1 - k_{eff}^T (1 - \beta_{eff}^{TF})}{\omega_7 \omega_8} \left(\frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} - \alpha_r \right), \quad (5.189)$$

onde o subscrito c^* indica que a fonte existe apenas no núcleo no reator. Agora com $S_c^T = 0$, $S_r^T = S^T$ e igualando as Equações (5.188) e (5.181), encontra-se

$$\tau_{r^*}^T = \frac{1 - k_{eff}^T (1 - \beta_{eff}^{TF})}{\omega_7 \omega_8} \left(\frac{j_{r \rightarrow c}^T}{\Lambda_c^T} - \alpha_c \right), \quad (5.190)$$

onde o subscrito r^* indica que a fonte existe apenas no refletor.

Outra forma de se calcular o *lifetime* é pela amplitude de fluxo de nêutrons, dada por

$$N^T = N_0^T (A_7 e^{\omega_7 t} + A_8 e^{\omega_8 t}), \quad (5.191)$$

onde N_0^T representa a amplitude de fluxo de nêutrons térmicos inicial [81]. Como a raiz ω_8 é bem menor que a ω_7 , então, conforme o tempo aumenta, a exponencial com ω_8 decai rapidamente e a exponencial com ω_7 predomina. Deste modo, pode-se escrever a amplitude de fluxo de nêutrons térmicos de forma aproximada, como está a seguir:

$$N^T \cong N_0^T A_7 e^{\omega_7 t}. \quad (5.192)$$

A amplitude de fluxo de nêutrons térmicos também pode ser calculada [96] por

$$N^T = N_0^T A_7 e^{(k_{eff}^T - 1)t/\tau^T}. \quad (5.193)$$

Igualando-se as duas equações acima, obtém-se

$$\tau^T = \frac{k_{eff}^T - 1}{\omega_7}. \quad (5.194)$$

5.3.10 Função Rossi- α

A função Rossi- α dos modos térmicos é dada pela Equação (5.156) sem o primeiro termo, que como foi demonstrado na seção 5.3.6 é nulo. Assim, inserindo o coeficiente da Equação (5.166) na (5.156), obtém a equação do Rossi- α

$$N_r(t) = \sum_{j=7}^{10} \left(-\frac{A_j}{2\omega_j} \right) e^{\omega_j t}, \quad (5.195)$$

já considerando os modos rápidos porque a equação terá a mesma forma. Essa demonstração será realizada em trabalhos futuros quando o grupo rápido for equacionado.

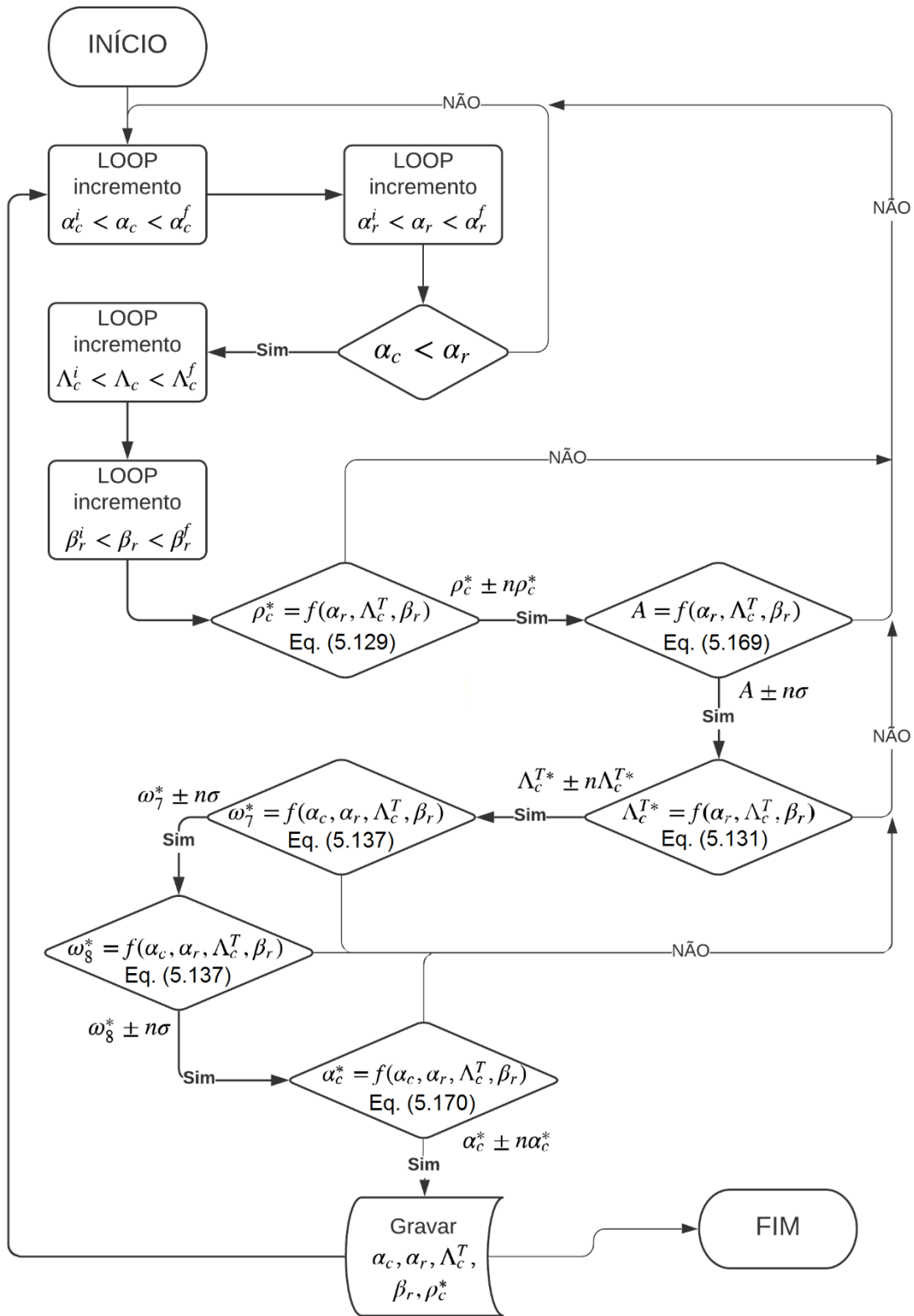
6 RESULTADOS DO MODELO TEÓRICO PROPOSTO PARA O EXPERIMENTO COM 286,8 PPM DE BORO NATURAL

As equações calculadas na parte teórica forneceram um sistema de solução impossível pelo método analítico. A técnica dos mínimos quadrados também apresentou uma degenerescência severa entre as variáveis. Então, o processo de determinação das grandezas α_c , α_r , β_r , Λ_c^T , Λ_r^T , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$, ρ_c^{TT} e ρ_r^{TT} do experimento com 286,8 ppm de boro natural foi dividido em duas etapas com a utilização de cálculos numéricos com algoritmos iterativos. As duas próximas seções apresentam cada etapa desse processo e os resultados das grandezas mencionadas, além do *lifetime* e das curvas Rossi- α .

6.1 Determinação de α_c , α_r , β_r e Λ_c^T

Para se determinar as grandezas α_c , α_r , β_r e Λ_c^T foi escrito um algoritmo simples em linguagem Python, conforme apresentado no diagrama da Figura 6.1, onde foram atribuídos valores para as grandezas com laços (*loops*) *for* aninhados. Seguindo dos laços mais externos para os mais internos, têm-se as grandezas α_c , α_r , Λ_c^T e β_r . Os valores atribuídos a essas grandezas foram inseridos em funções dadas pelas Equações (5.129), (5.131), (5.137), (5.169) e (5.170) sem qualquer modificação. As funções tinham um intervalo de aceitabilidade. Se o valor calculado estivesse dentro desse intervalo, então seria aceito com a função retornando o valor calculado e o algoritmo progredindo para a próxima linha. Se o valor calculado estivesse fora do intervalo de aceitabilidade, então seria rejeitado com a função retornando um valor booleano falso (*false*) e o programa voltava para o laço *for* mais externo para iterar o próximo valor. A cada passagem nos *loops*, os valores atribuídos às grandezas eram incrementados de forma gradual. Os valores que satisfiziam todas as condições eram gravados num arquivo de saída e o programa voltava para o primeiro *loop*.

Figura 6.1 – Diagrama de fluxo do cálculo das distribuições de α_c , α_r , β_r e Λ_c^T



Fonte: autor da tese.

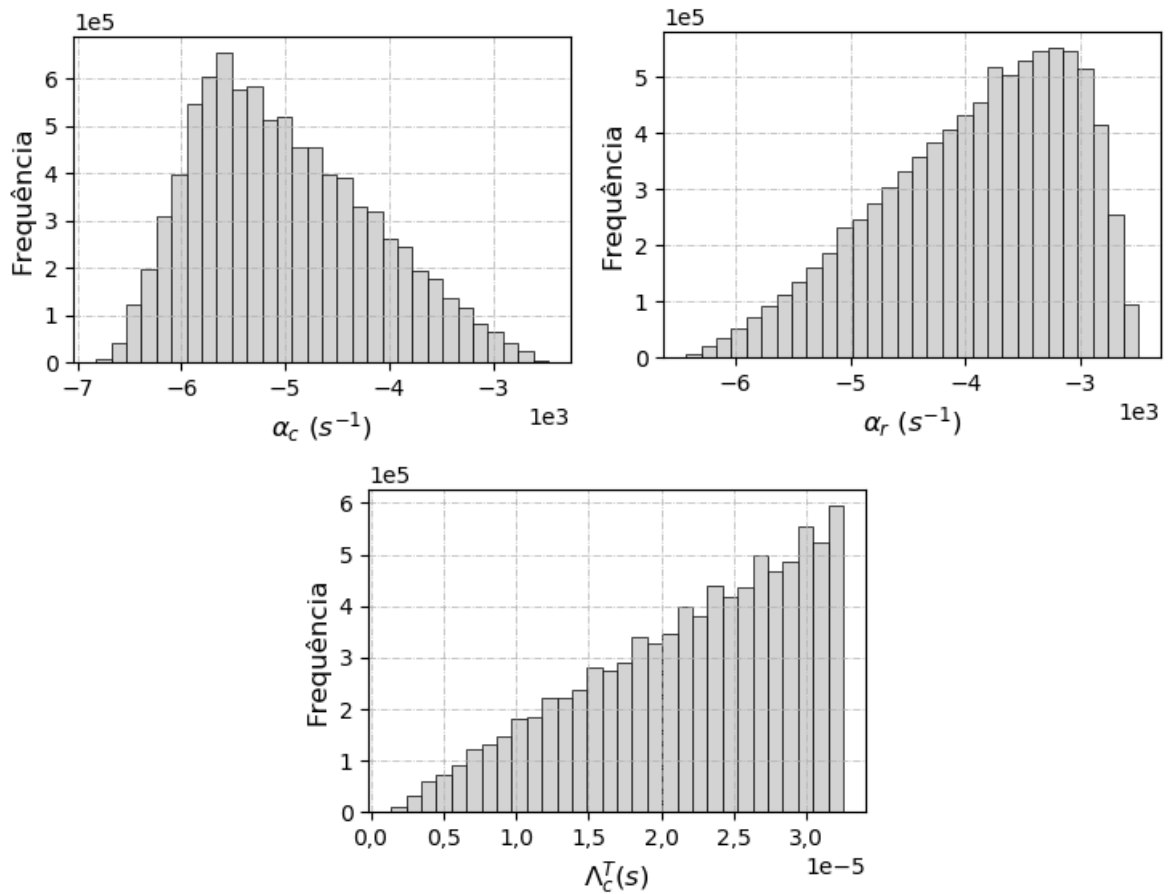
Nos testes, os intervalos de aceitabilidade das funções dadas pelas Equações (5.137) e (5.169), das raízes ω_7 e ω_8 e da anticorrelação $-A_7/A_8$, respectivamente, variaram de 0,1 até 3 desvios padrões (σ). Os intervalos de aceitabilidade das funções que retornavam valores de grandezas ainda desconhecidas variaram de $\pm 1\%$ até $\pm 5\%$. Foram realizados vários testes com o algoritmo. O diagrama do algoritmo mostrado na Figura 6.1 é um exemplo e nele está a última versão executada.

O processo com o algoritmo iniciou com a análise de sinais das grandezas, sendo α_c e α_r negativos e β_r e Λ_c^T positivos. Em seguida, os intervalos de aceitabilidade das funções de anticorrelação e das raízes ω_7 e ω_8 foram colocados com 3σ e as funções que retornavam grandezas desconhecidas com $\pm 5\%$. As distribuições calculadas são apresentadas nas Figuras 6.2 até 6.4. As distribuições de α_c e α_r ficaram quase espelhadas em relação ao eixo vertical. Aparentemente, o valor absoluto mais provável de α_c foi maior que a de α_r . Isso era esperado porque $|\rho_c^{TT}| > |\rho_r^{TT}|$ e α_c está em função de ρ_c^{TT} , enquanto α_r depende de ρ_r^{TT} . A distribuição de β_r ficou melhor com a utilização de 130 intervalos (*bins*). A distribuição chamada de ρ_c^* se refere a parte de ρ_c^{TT} , dada pela Equação (5.129), a qual tem como resposta apenas o lado que depende de ω_7 , ou seja,

$$\rho_c^* = \omega_7 \Lambda_c^T - \frac{\beta_r}{\omega_7 - \alpha_r}, \quad (6.1)$$

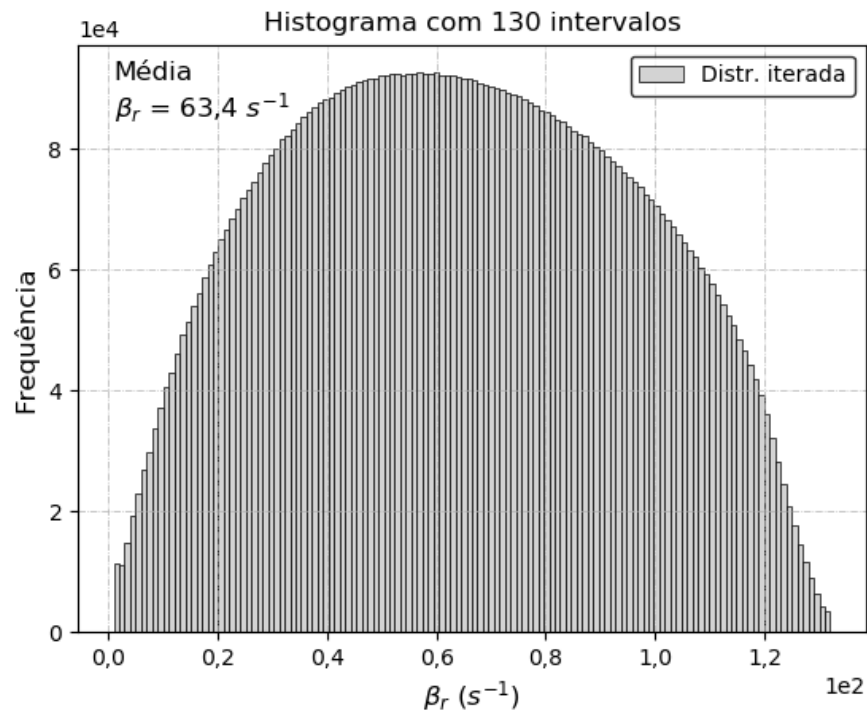
lembrando que os valores que são retornados dessa função são iguais aos calculados do outro lado da equação que depende de ω_8 . A distribuição de Λ_c^T ficou num formato triangular, significando que essa distribuição iria muito além do limite imposto de $32 \mu s$. Este limite foi obtido no *benchmark* de experimentos de física de reatores nucleares realizados no reator IPEN/MB-01, cujo valor experimental do tempo de geração de nêutrons total para a configuração padrão retangular de 28×26 varetas combustíveis foi de $\Lambda = (31,96 \pm 1,06) \mu s$ [9]. O tempo de geração de nêutrons deve se alterar pouco com a mudança para a configuração de núcleo com 26×24 varetas combustíveis. Porém, esse tempo de geração total deve ser menor, porque os nêutrons que nasceram e geraram fissões no reator com boro são os que colidiram menos nesse trajeto devido ao aumento da seção de choque de absorção. O Λ_c^T calculado deve ser também menor porque se refere apenas a nêutrons térmicos e o Λ experimental a nêutrons de todas as energias, mas certamente o Λ_c^T está próximo do valor de Λ .

Figura 6.2 – Histogramas com 30 intervalos de α_c , α_r e Λ_c^T



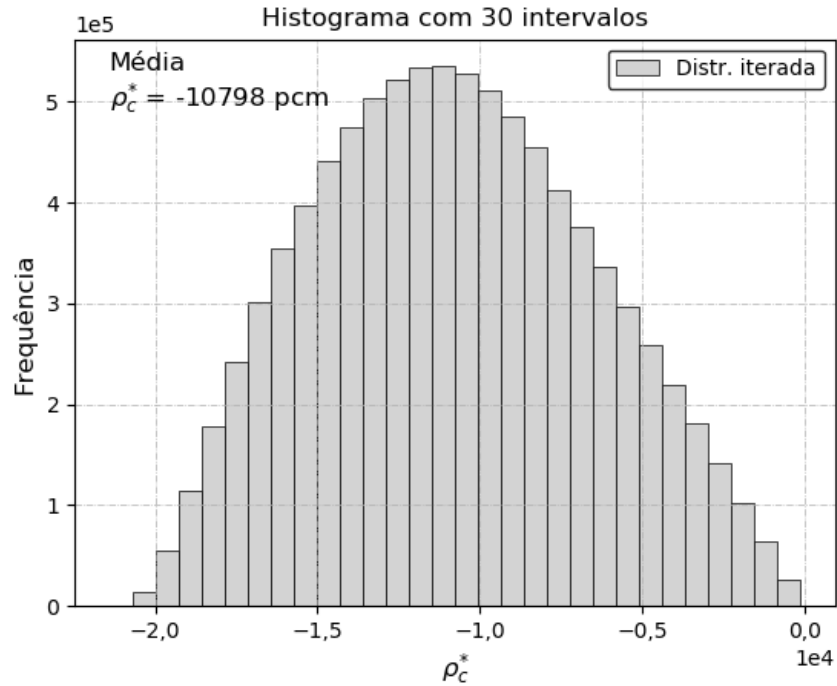
Fonte: autor da tese.

Figura 6.3 – Histograma de β_r com a média da distribuição iterada



Fonte: autor da tese.

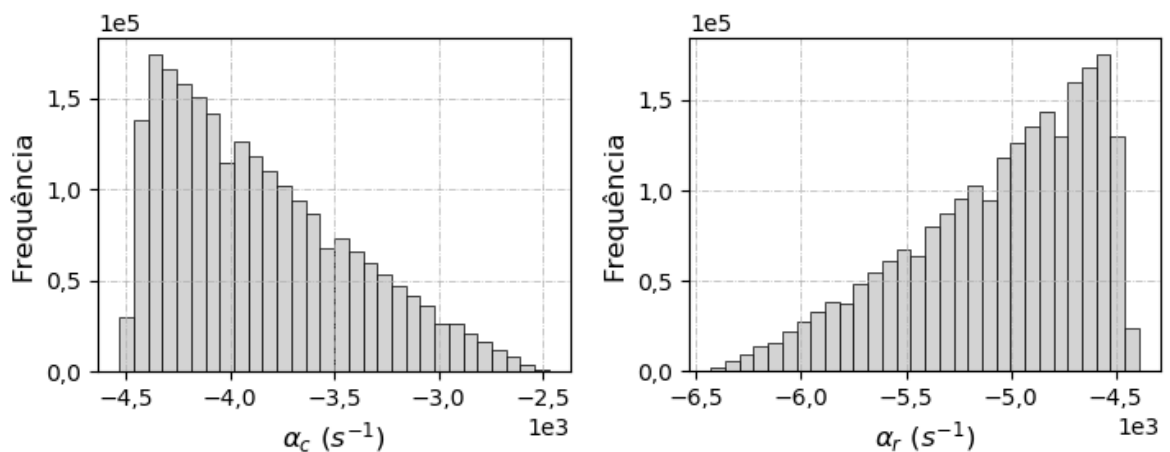
Figura 6.4 – Histograma de ρ_c^* com a média da distribuição iterada



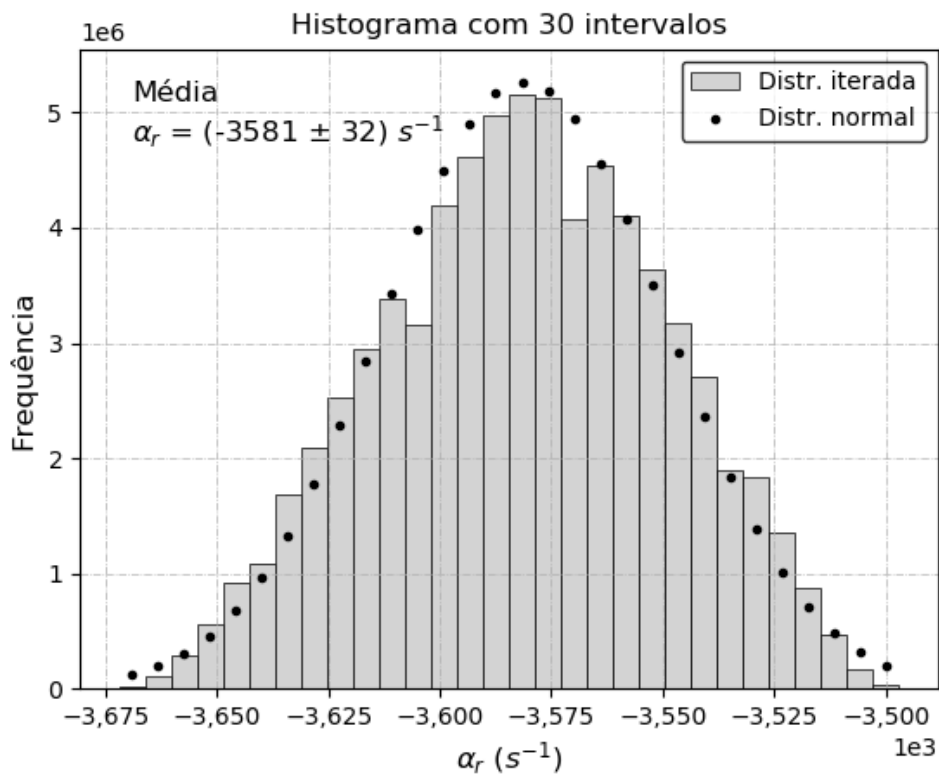
Fonte: autor da tese.

No passo seguinte, averiguou-se se de fato $|\alpha_c| > |\alpha_r|$ com a inserção da condição oposta $\alpha_c > \alpha_r$ no algoritmo. Como mostrado na Figura 6.5, no histograma de α_c ocorreram valores aproximadamente entre -4500 s^{-1} e -2500 s^{-1} e de α_r entre -6400 s^{-1} até -4400 s^{-1} . Esses intervalos compreendem a partes das distribuições α_c e α_r de menor ocorrência quando comparados com as distribuições completas nas Figuras 6.2. Assim, como esperado concluiu-se que a hipótese inicial estava correta e a condição $\alpha_c < \alpha_r$ foi acrescentada ao algoritmo, como pode ser visto após o segundo laço *for* na Figura 6.1.

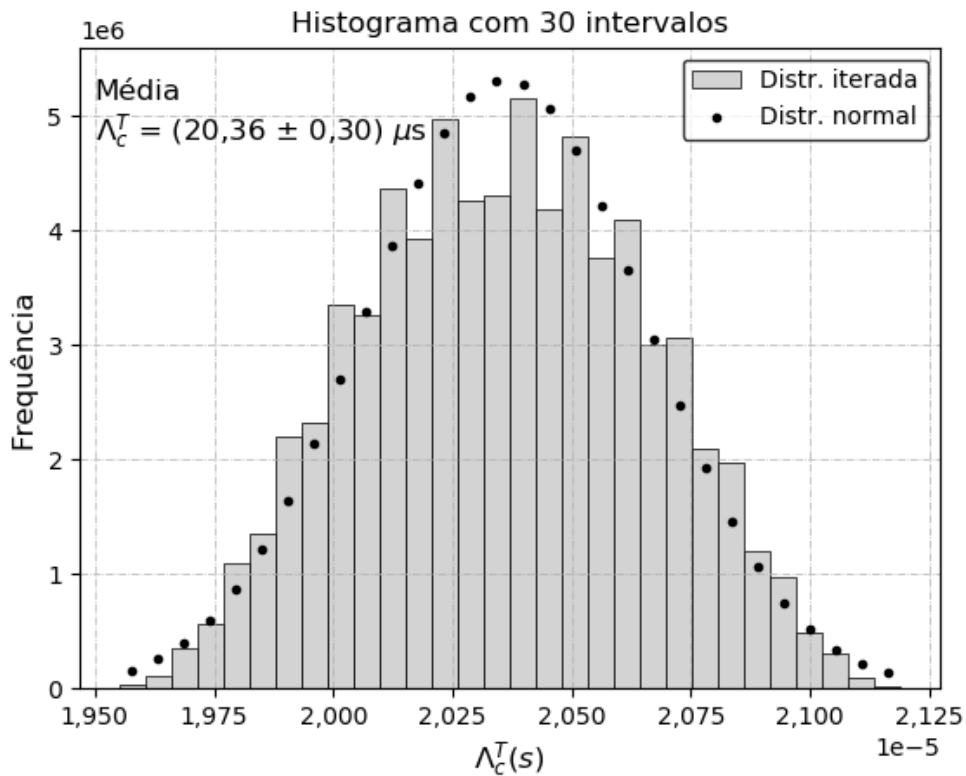
Figura 6.5 – Histogramas com 30 intervalos de α_c e α_r com a condição $\alpha_c > \alpha_r$



Fonte: autor da tese.

Figura 6.7 – Histograma final de α_r com a média da distribuição iterada

Fonte: autor da tese.

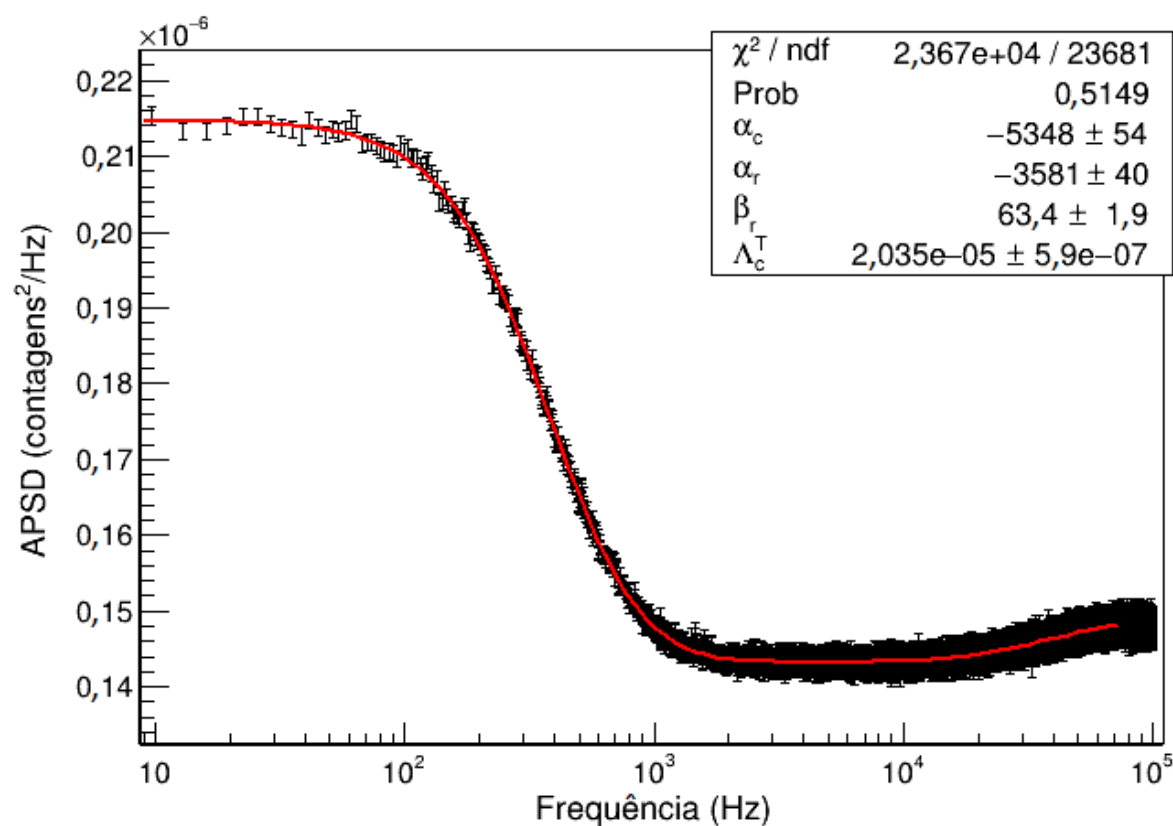
Figura 6.8 – Histograma final de Λ_c^T com a média da distribuição iterada

Fonte: autor da tese.

Os desvios padrões apresentados nas distribuições acima são apenas ilustrativos e mostram os desvios das distribuições iteradas, que foram utilizados também para construir as distribuições normais para servir de comparação. As médias da distribuição de β_r , α_c , α_r e Λ_c^T , mostradas nas Figuras 6.3 e 6.6 até 6.8, respectivamente, foram utilizadas como valores iniciais num ajuste realizado pelo programa ROOT nos dados experimentais da APSD de 286,8 ppm de boro natural. Essas médias foram $\alpha_c = -5349 \text{ s}^{-1}$, $\alpha_r = -3581 \text{ s}^{-1}$, $\beta_r = 63,4 \text{ s}^{-1}$ e $\Lambda_c^T = 20,36 \mu\text{s}$. Os valores médios ou mais prováveis de α_c , α_r , β_r e Λ_c^T foram calculados de modo iterativo e utilizados como valores iniciais porque existiam diversos valores verdadeiros que poderiam ser calculados pelo programa de ajustes. Se fosse colocado um valor inicial diferente, obter-se-ia uma resposta diferente. Além disso, as distribuições das iterações podiam ser estreitadas arbitrariamente e, conseqüentemente, os desvios padrões seriam modificados. Logo, as médias das distribuições sendo utilizadas como valores iniciais tinham como objetivo colocar um valor inicial quase certo e o programa ROOT calcularia os desvios padrões, matrizes de covariância e de correlação.

Nesse ajuste, os parâmetros da Equação (4.1) da APSD já determinados na seção 4.1 (Figura 4.1) foram fixados, mas as raízes ω_7 e ω_8 foram substituídas pela Equação (5.137). Esta equação era a que dependia das grandezas β_r , α_c , α_r e Λ_c^T dessa primeira etapa e o programa ROOT deixava de avisar que a função independia dos parâmetros de ajuste. As raízes térmicas ω_7 e ω_8 foram escolhidas justamente porque toda a teoria formulada está baseada no grupo de nêutrons térmicos. O resultado do ajuste é mostrado na Figura 6.9. A convergência ocorreu satisfatoriamente em uma única iteração e os valores iniciais ficaram praticamente inalterados, demonstrando assim que o procedimento adotado foi bem-sucedido e preciso. Nesse ajuste, a probabilidade integral do χ^2 foi ótima, bem próximo de 50%, o χ^2 -reduzido foi de 0,99963 e o maior desvio padrão foi de 3,0%. Como um teste de consistência, os parâmetros ajustados foram inseridos na Equação (5.137), obtendo $\omega_7 = -2490 \text{ Hz}$ e $\omega_8 = -6438 \text{ Hz}$, que são exatamente os valores dos parâmetros do ajuste mostrados na Figura 4.1 com a equação da APSD (Equação (4.1)).

Figura 6.9 – Ajuste em quatro modos até a frequência máxima de 75,8 kHz do experimento com 286,8 ppm de boro natural para o cálculo dos parâmetros α_c , α_r , β_r e Λ_c^T



Fonte: autor da tese.

As matrizes de covariância e correlação dos parâmetros ajustados são mostradas, respectivamente, nas Tabelas 6.1 e 6.2.

Tabela 6.1 – Matriz de covariância dos parâmetros α_c , α_r , β_r e Λ_c^T

	α_c	α_r	β_r	Λ_c^T
α_c	2,8846E+03	-1,6427E+03	2,0660E+01	-6,2041E-06
α_r	-1,6427E+03	1,6335E+03	-2,9715E+01	9,2368E-06
β_r	2,0660E+01	-2,9715E+01	3,4974E+00	7,3196E-07
Λ_c^T	-6,2041E-06	9,2368E-06	7,3196E-07	3,5735E-13

Fonte: autor da tese.

Tabela 6.2 – Matriz de correlação dos parâmetros α_c , α_r , β_r e Λ_c^T

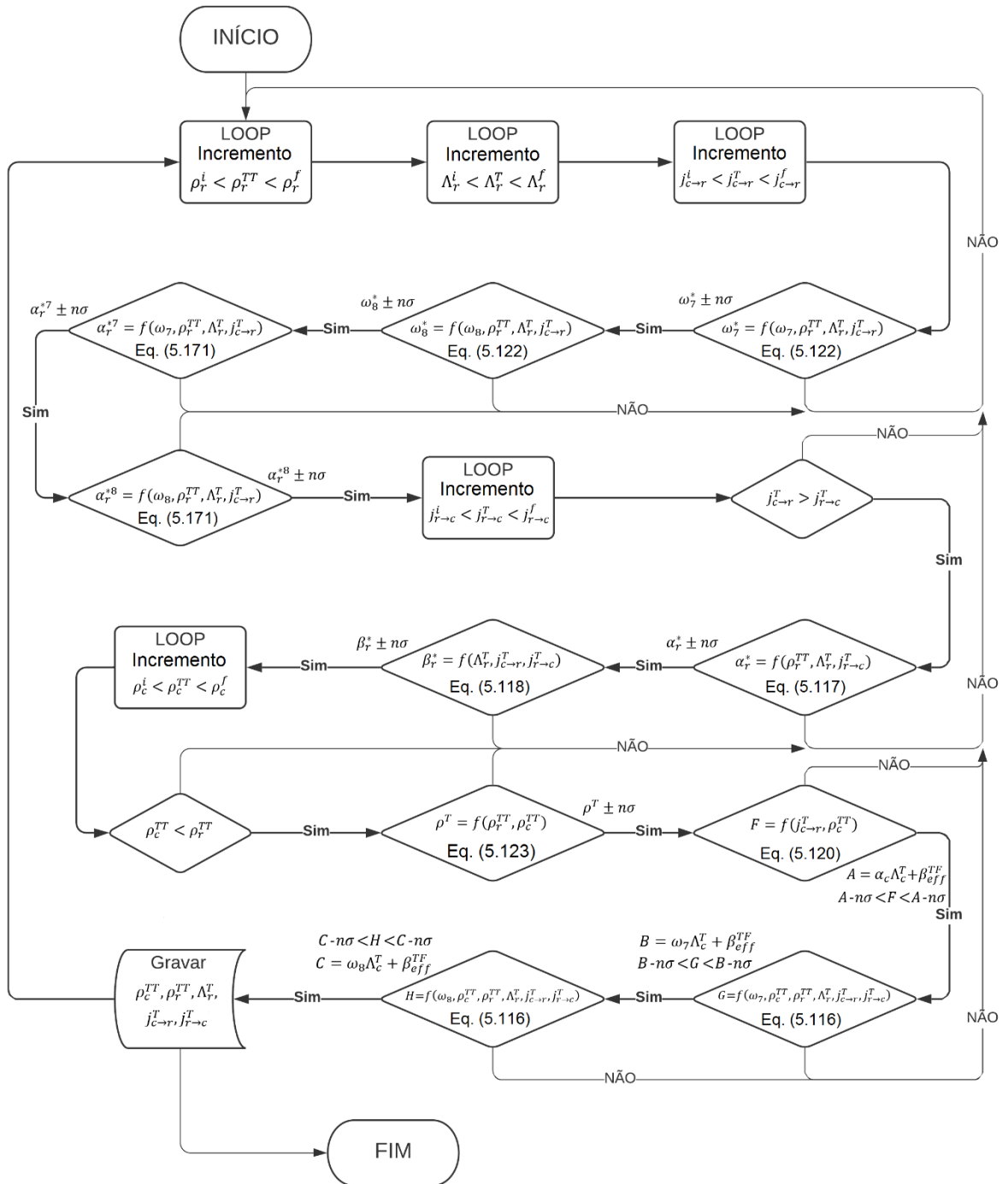
	α_c	α_r	β_r	Λ_c^T
α_c	1	-0,75676	0,20569	-0,19324
α_r	-0,75676	1	-0,39314	0,38230
β_r	0,20569	-0,39314	1	0,65473
Λ_c^T	-0,19324	0,38230	0,65473	1

Fonte: autor da tese.

6.2 Determinação de ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T

As grandezas ainda desconhecidas foram determinadas com um procedimento similar ao da seção anterior. Os valores ajustados de ω_7 e ω_8 na Figura 4.1 e de α_c , α_r , β_r e Λ_c^T na Figura 6.9 foram colocados como constantes e atribuíram-se valores as grandezas ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T através de laços *for* aninhados num algoritmo escrito em Python, conforme apresentado no diagrama da Figura 6.10. A cada iteração, os valores atribuídos às grandezas eram incrementados e passavam por uma série de critérios de aceitabilidade, dados por condições ou funções que resultavam num valor numérico ou num valor booleano falso. Como ainda havia muitas incógnitas e após várias tentativas infrutíferas, foi necessário utilizar o dado externo da reatividade total que foi adquirido num experimento de ruído neutrônico, sendo $\rho = -0,06772 \pm 0,00146$, uma média de uma medida de Rossi- α e duas de APSDs [24]. Esta reatividade está para os dois grupos energéticos, porém, a inserção de boro perturbou enormemente o grupo térmico e muito pouco o grupo rápido, como será demonstrado mais à frente no capítulo 8 nos cálculos com o MCNP6, portanto, $\rho \cong \rho^{TT}$. Consequentemente, foi acrescentada a função $\rho^{TT} = \rho_c^{TT} + \rho_r^{TT}$ dada pela Equação (5.123). As demais funções inseridas no algoritmo foram dadas pelas Equações (5.117), (5.118) e (5.171) sem modificações e as Equações (5.116), (5.120) e (5.122) com algumas alterações para calcular valores conhecidos. Os valores numéricos que ultrapassavam todas as instruções do arquivo de entrada eram gravados num arquivo de saída e o processo se iniciava novamente com a incrementação gradual dos valores atribuídos às grandezas.

Figura 6.10 – Diagrama de fluxo do cálculo das distribuições de ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T

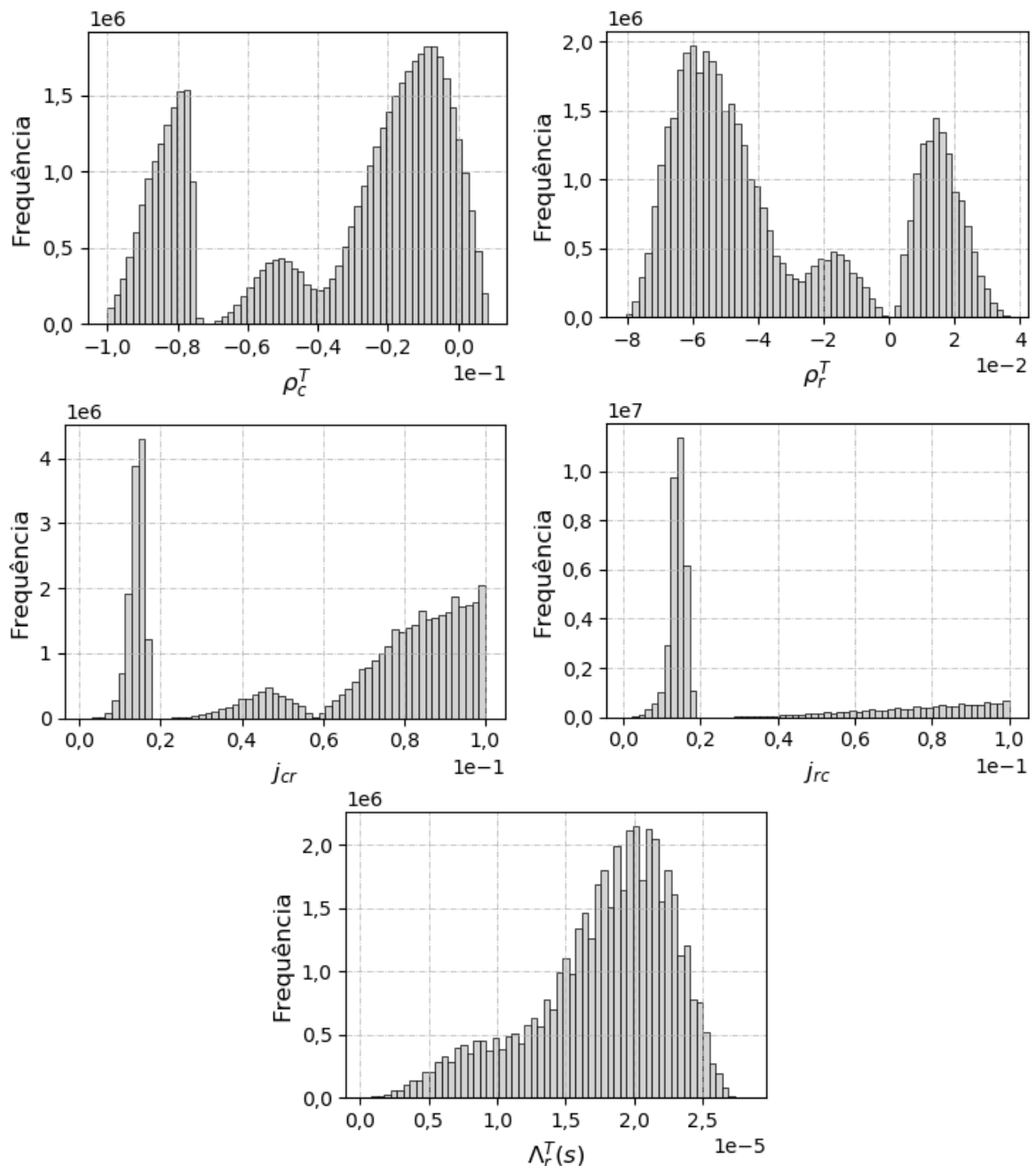


Fonte: autor da tese.

Como hipótese, assumiu-se nos que o β_{eff} nos experimentos da tese era o mesmo da configuração padrão retangular de 28×26 varetas combustíveis. Essa hipótese foi confirmada no capítulo 8 nas simulações com o MCNP6. O β_{eff}^{TF} das equações é a 90% do β_{eff} do reator IPEN/MB-01 [67], onde o $\beta_{eff} = (750 \pm 5) pcm$ foi obtido nos experimentos do benchmark do reator [9],[27]–[29]. Logo, $\beta_{eff}^{TF} = 0,00675 \pm 0,00005$.

Ocorreram vários testes até a definição de como passar por essa última fase. Inicialmente os intervalos de aceitabilidade foram colocados com três vezes o desvio padrão (3σ). O domínio foi colocado o mais expandido possível com ρ_c^{TT} de -10000 até 10000 pcm, ρ_r^{TT} de -10000 até 10000 pcm, Λ_r^T de 0 até 30 μ s, $j_{c \rightarrow r}^T$ de 0 até 10000 pcm, $j_{r \rightarrow c}^T$ de 0 até 10000 pcm. Como mostrado nos gráficos da Figura 6.11, foram obtidas distribuições com vários picos, exceto pela distribuição de $j_{r \rightarrow c}^T$, onde se obteve um pico bem pronunciado.

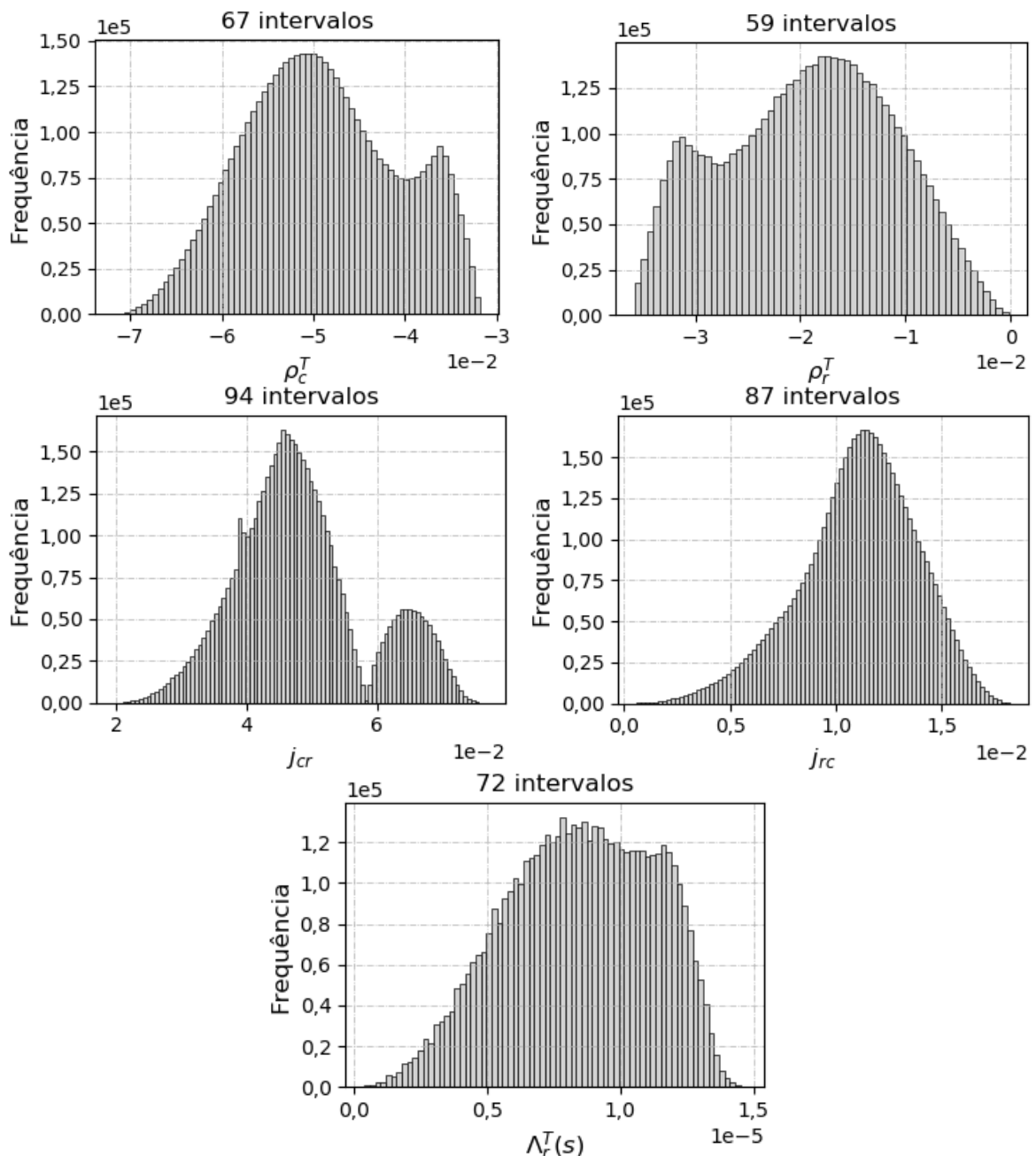
Figura 6.11 – Histogramas com 60 intervalos de ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T



Fonte: autor da tese.

Na etapa seguinte foram acrescentadas as comparações mais óbvias $j_{c \rightarrow r}^T > j_{r \rightarrow c}^T$ e $\rho_c^{TT} < \rho_r^{TT}$, que obteve como resultado as distribuições na Figura 6.12. Nessas distribuições o ρ_c^{TT} e ρ_r^{TT} passaram a ser exclusivamente negativos e mostraram apenas os picos centrais apresentados na Figura 6.11. O $j_{c \rightarrow r}^T$ passou a ter duas distribuições completamente separadas e o $j_{r \rightarrow c}^T$ passou a ter apenas uma distribuição de valores. O Λ_r^T tinha duas distribuições unidas na etapa anterior, nessa etapa passou a ter apenas a distribuição menor.

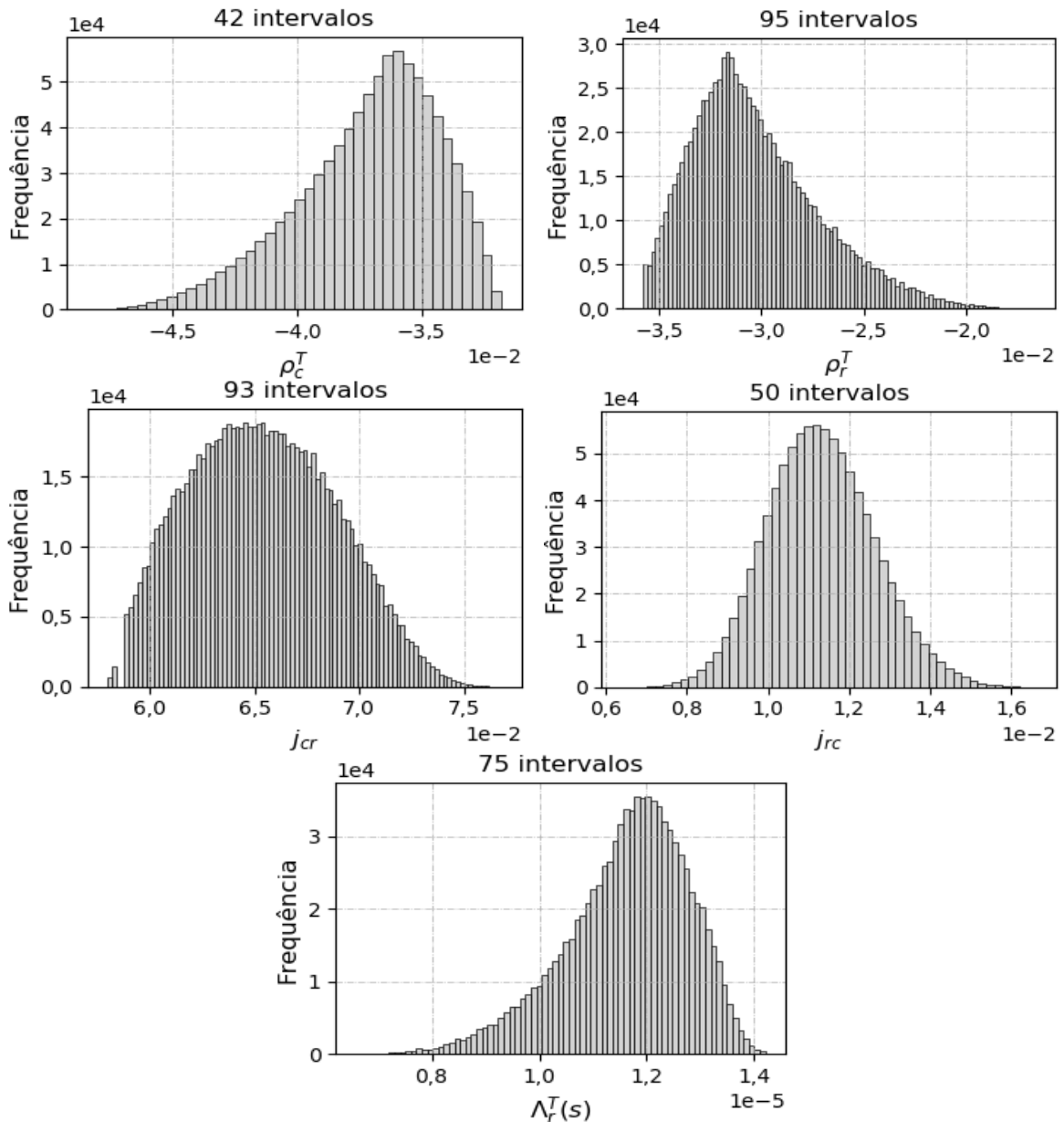
Figura 6.12 – Histogramas de ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T



Fonte: autor da tese.

Como o $j_{c \rightarrow r}^T$ da etapa anterior tinha duas distribuições bem definidas, então foi selecionado a distribuição da direita, de 5800 até 8000 pcm, e foram obtidos os histogramas da Figura 6.13. As reatividades nesses histogramas têm valores bem diferentes dos cálculos no capítulo 8 com o código MCNP6 e o ρ_c^{TT} está com um valor próximo de ρ_r^{TT} , o que é impossível para um núcleo tão heterogêneo como o reator IPEN/MB-01. Na distribuição de Λ_r^T , o valor médio está próximo de $12 \mu s$. Somando este valor ao $\Lambda_c^T = 20,35 \mu s$, calculado na seção anterior, levaria o tempo de geração térmico total a ser maior que o experimental total de $\Lambda = 31,96 \pm 1,06 \mu s$ [9] para o núcleo na configuração padrão retangular. Além disso, como explicado na seção anterior o tempo de geração de nêutrons para um sistema com boro tende a ser menor que num sistema sem boro.

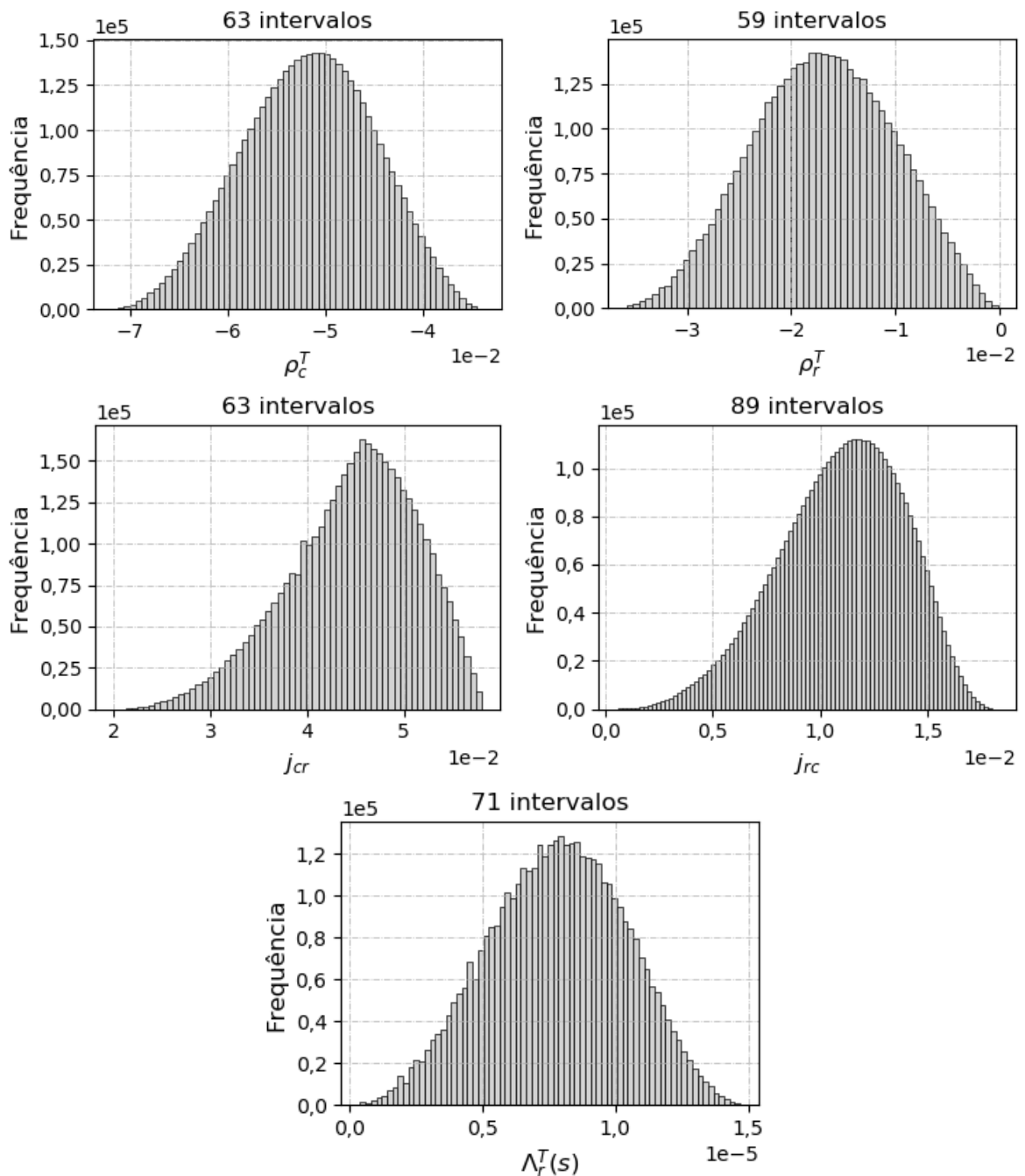
Figura 6.13 – Histogramas de ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T



Fonte: autor da tese.

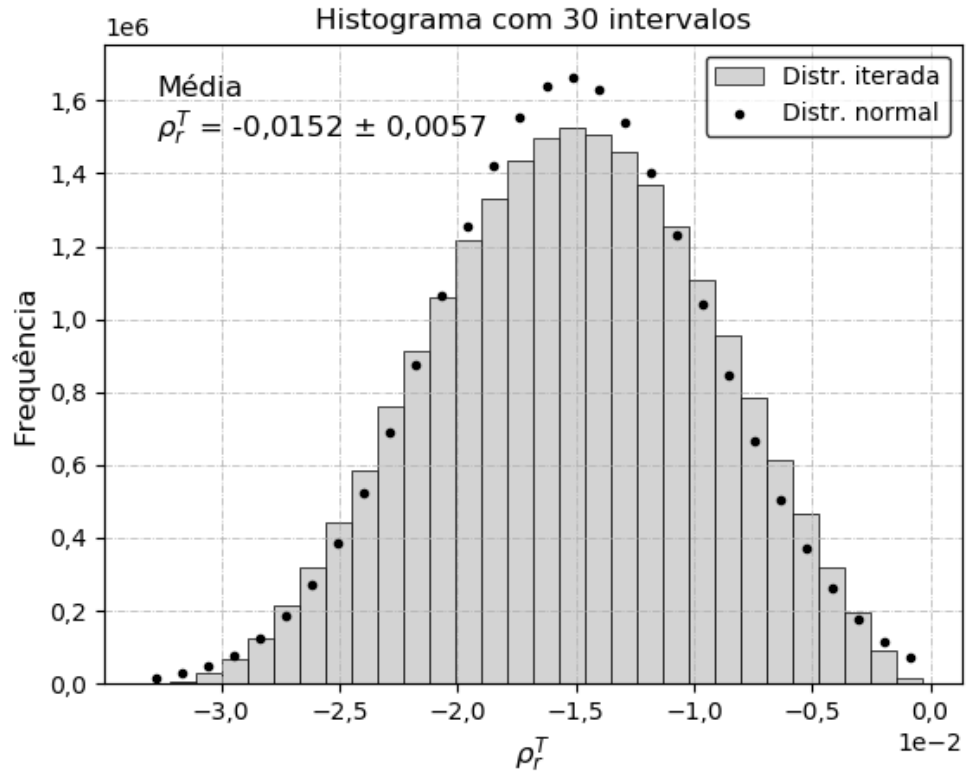
Posteriormente, a distribuição da esquerda em $j_{c \rightarrow r}^T$ na Figura 6.12 foi isolada com a seleção de um intervalo entre 2000 até 5800 pcm. Foram calculados os histogramas apresentados na Figura 6.14, que ficaram mais de acordo com os cálculos do MCNP6 no capítulo 8 e, como esperado, a reatividade do núcleo passou a ser bem maior que a do refletor.

Figura 6.14 – Histogramas de ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T



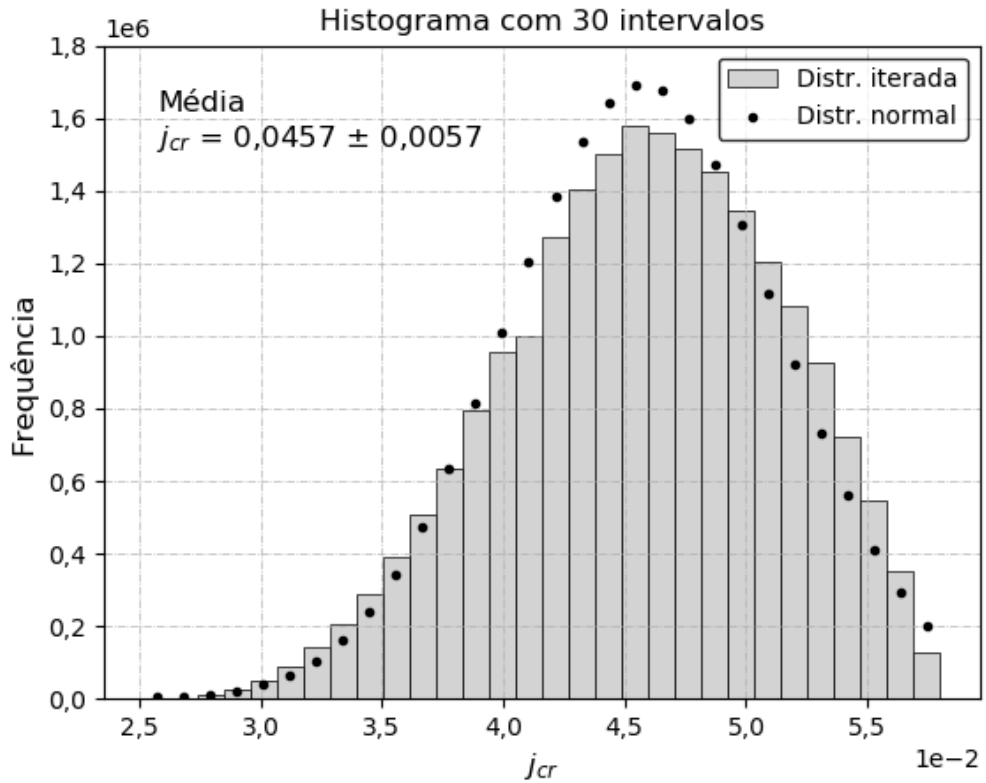
Fonte: autor da tese.

Figura 6.16 – Histograma final de ρ_r^{TT} com a média da distribuição iterada



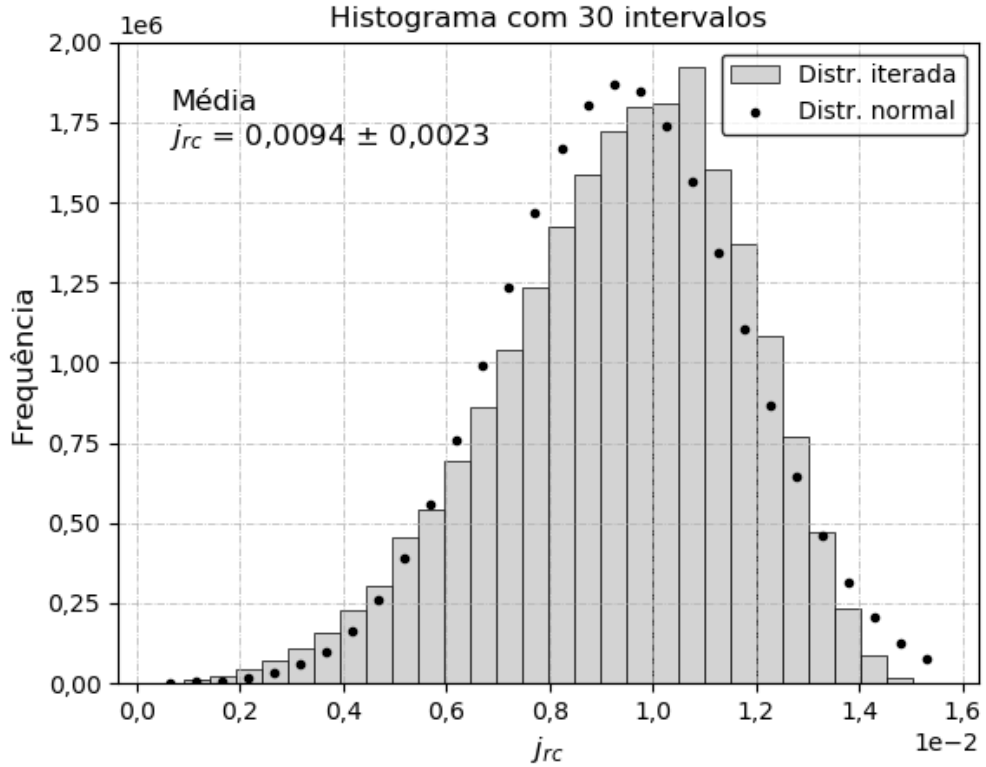
Fonte: autor da tese.

Figura 6.17 – Histograma final de $j_{c \rightarrow r}^T$ com a média da distribuição iterada



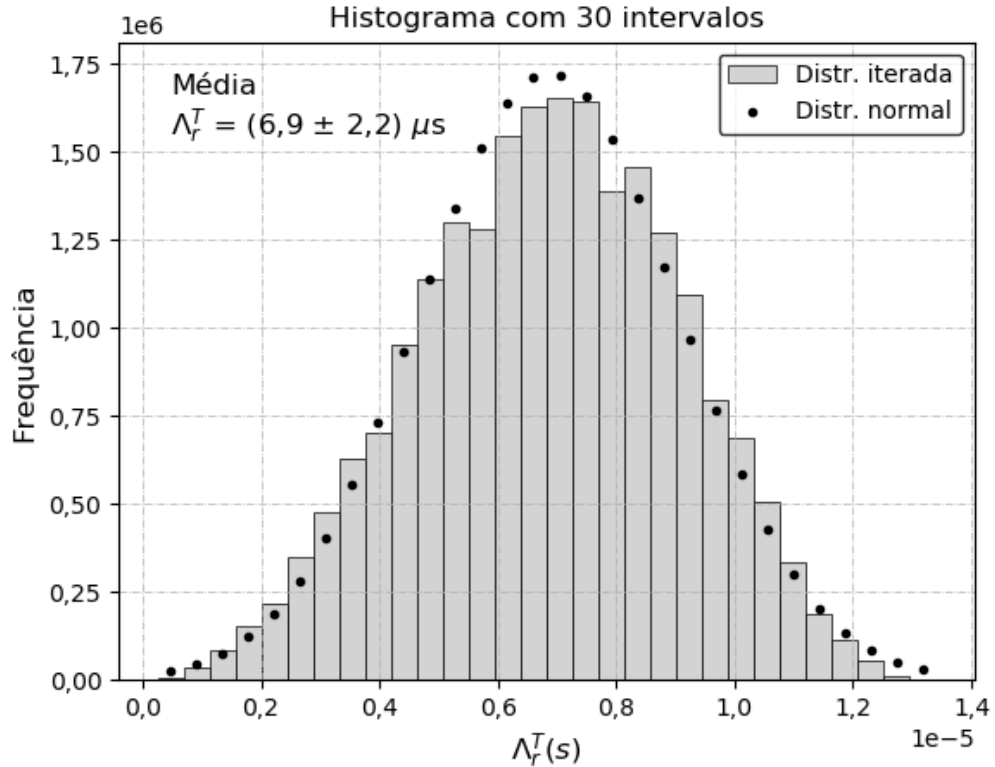
Fonte: autor da tese.

Figura 6.18 – Histograma final de $j_{r \rightarrow c}^T$ com a média da distribuição iterada



Fonte: autor da tese.

Figura 6.19 – Histograma final de Λ_r^T com a média da distribuição iterada



Fonte: autor da tese.

As distribuições iteradas de $j_{c \rightarrow r}^T$ e $j_{r \rightarrow c}^T$ ficaram razoáveis em relação à distribuição normal. Então, os valores médios das grandezas ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} e Λ_r^T que tinham uma distribuição quase normal foram colocados nas equações

$$j_{c \rightarrow r}^T = \rho_c^{TT} - \beta_{eff}^{TF} - \alpha_c \Lambda_c^T \quad (6.2)$$

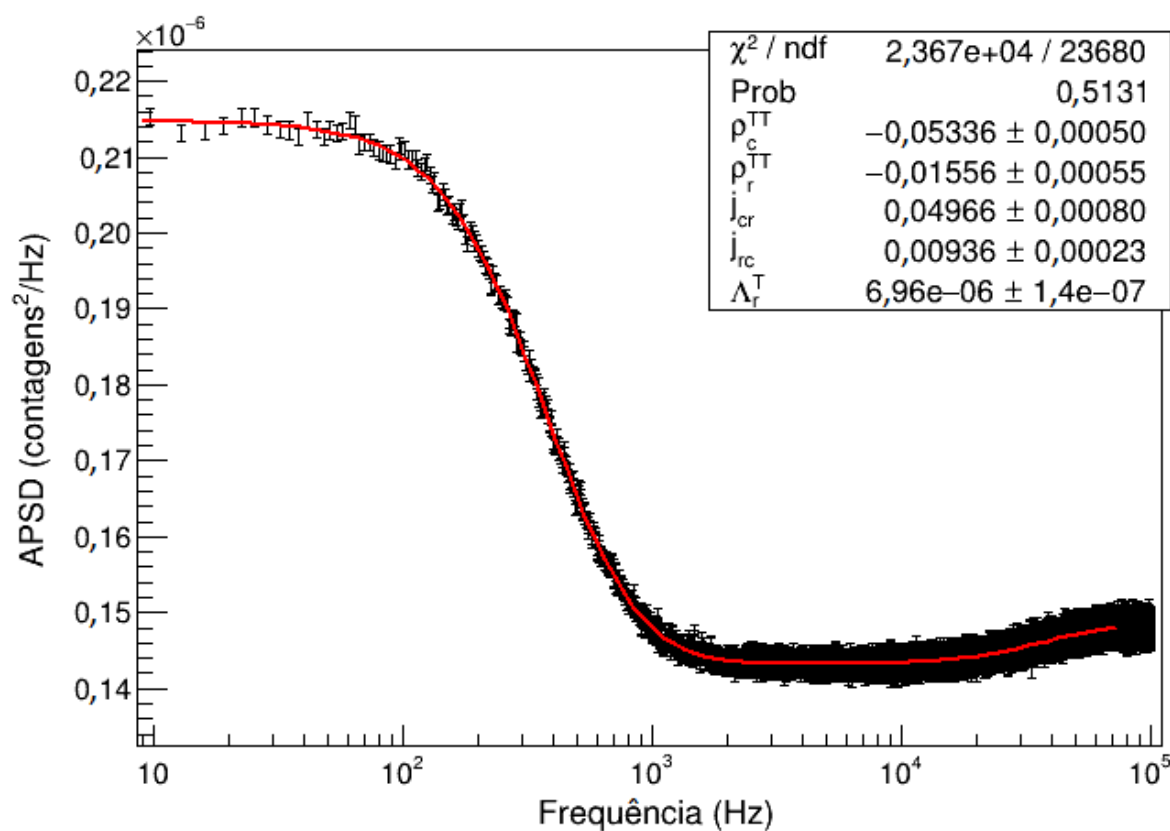
e

$$j_{r \rightarrow c}^T = \rho_r^{TT} - \alpha_r \Lambda_r^T, \quad (6.3)$$

que são baseadas nas Equações (5.120) e (5.117), respectivamente. Os valores calculados foram $j_{c \rightarrow r}^T = 0,0491$ e $j_{r \rightarrow c}^T = 0,0095$.

As médias das distribuições iteradas ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} e Λ_r^T e as grandezas calculadas $j_{c \rightarrow r}^T$ e $j_{r \rightarrow c}^T$, respectivamente, com as Equações (6.2) e (6.3) foram $\rho_c^{TT} = -0,0530$, $\rho_r^{TT} = -0,0152$, $j_{c \rightarrow r}^T = 0,0491$, $j_{r \rightarrow c}^T = 0,0095$ e $\Lambda_r^T = 6,9 \mu s$. Estes valores foram utilizados como valores iniciais e os parâmetros α_c , α_r , β_r e Λ_c^T ajustados na etapa anterior (Figura 6.9) foram fixados no ajuste da função APSD com o programa ROOT nos dados do experimento de 286,8 ppm de boro natural. Novamente, os parâmetros já calculados na seção 4.1 (Figura 4.1) foram fixados e o programa tinha que retornar os valores de ω_7 e ω_8 , mas agora com a Equação (5.141). Esta equação é similar a Equação (5.137) que foi utilizada na etapa anterior. A Figura 6.20 mostra os resultados do ajuste realizado. A convergência ocorreu satisfatoriamente em uma única iteração e os valores iniciais foram pouco modificados. A probabilidade integral do χ^2 ficou bem próximo de 50%, o χ^2 -reduzido foi de 0,99967 e o maior desvio padrão foi de 3,5%. Os parâmetros ajustados foram inseridos na Equação (5.141) para conferir os valores das raízes, obtendo $\omega_7 = -2490 \text{ Hz}$ e $\omega_8 = -6438 \text{ Hz}$, que são exatamente os valores dos parâmetros calculados no ajuste mostrado na Figura 4.1 com a equação da APSD (Equação (4.1)).

Figura 6.20 – Ajuste em quatro modos até a frequência máxima de 75,8 kHz do experimento com 286,8 ppm de boro natural para o cálculo dos parâmetros ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T



Fonte: autor da tese.

As matrizes de covariância e correlação fornecida pelo programa ROOT dos parâmetros ajustados são mostradas, respectivamente, nas Tabelas 6.3 e 6.4.

Tabela 6.3 – Matriz de covariância dos parâmetros ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T

	ρ_c^{TT}	ρ_r^{TT}	$j_{c \rightarrow r}^T$	$j_{r \rightarrow c}^T$	Λ_r^T
ρ_c^{TT}	2,5182E-07	-9,7377E-08	1,8864E-07	-4,1140E-08	1,8178E-11
ρ_r^{TT}	-9,7377E-08	3,0718E-07	1,5334E-07	2,4843E-08	-6,1207E-11
$j_{c \rightarrow r}^T$	1,8864E-07	1,5334E-07	6,4334E-07	6,6058E-08	-2,8313E-11
$j_{r \rightarrow c}^T$	-4,1140E-08	2,4843E-08	6,6058E-08	5,2874E-08	8,3004E-12
Λ_r^T	1,8178E-11	-6,1207E-11	-2,8313E-11	8,3004E-12	1,9528E-14

Fonte: autor da tese.

Tabela 6.4 – Matriz de correlação dos parâmetros ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} , $j_{c \rightarrow r}^T$, $j_{r \rightarrow c}^T$ e Λ_r^T

	ρ_c^{TT}	ρ_r^{TT}	$j_{c \rightarrow r}^T$	$j_{r \rightarrow c}^T$	Λ_r^T
ρ_c^{TT}	1	-0,35012	0,46867	-0,35654	0,25923
ρ_r^{TT}	-0,35012	1	0,34492	0,19493	-0,79027
$j_{c \rightarrow r}^T$	0,46867	0,34492	1	0,35816	-0,2526
$j_{r \rightarrow c}^T$	-0,35654	0,19493	0,35816	1	0,25832
Λ_r^T	0,25923	-0,79027	-0,2526	0,25832	1

Fonte: autor da tese.

O tempo de geração de nêutrons térmicos, Equação (5.125), é $\Lambda^T = (27,31 \pm 0,61) \mu s$ com a incerteza calculada sem a correlação porque Λ_c^T e Λ_r^T foram obtidos em ajustes diferentes. O tempo de geração do núcleo padrão retangular de 28×26 varetas combustíveis é $\Lambda = (31,96 \pm 1,06) \mu s$ [9]. O valor medido do tempo de geração do núcleo padrão retangular serviu para compreender se os valores obtidos estavam distantes do esperado. O Λ^T é certamente a maior parte de Λ , sendo que a parte rápida dessa grandeza só será obtida em um futuro trabalho.

A reatividade total térmica, Equação (5.123), é $\rho^{TT} = (-6892 \pm 61) pcm$ com a incerteza considerando a correlação entre as variáveis. A reatividade total experimental da perturbação causada pela inserção de boro natural na concentração de 286,8 ppm foi medida num trabalho anterior a partir da média de uma medida de Rossi- α e duas de APSD, obtendo $\rho = (-6772 \pm 146) pcm$ [24]. Considerando que $\rho \cong \rho^{TT}$, então as reatividades experimentais se encontram dentro de 1σ .

A Tabela 6.5 apresenta as reatividades térmicas no núcleo (ρ_c^{TT}), no refletor (ρ_r^{TT}) e total (ρ^{TT}) obtidas de diversas formas pelo modelo teórico. As reatividades experimentais vieram do ajuste na Figura 6.20 e as reatividades dependentes de ω_7 e ω_8 foram calculadas com as Equações (5.119), (5.121) e (5.123) que são ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} e ρ^{TT} , respectivamente. As reatividades dependentes de α_c e α_r foram calculadas de acordo com as Equações (5.126), (5.127) e (5.123) referentes a ρ_c^{TT} , ρ_r^{TT} e ρ^{TT} , respectivamente. As reatividades calculadas serviram como teste de consistência das equações. Todas as reatividades podem ser consideradas iguais dentro de 1σ . As incertezas consideraram as correlações entre os parâmetros ajustados, conforme apresentado no APÊNDICE K. Os valores médios ficaram bem próximos, apenas o ρ_c^{TT} ajustado ficou por volta de 100 pcm acima dos demais, o que impactou na reatividade total ρ^{TT} dele. As incertezas das

reatividades calculadas com ω_8 ficaram excepcionalmente altas. No experimento com 286,8 ppm de boro natural, o refletor deteve aproximadamente 23% da reatividade térmica, enquanto o núcleo ficou com 77%, como esperado, a maior parte.

Tabela 6.5 – Comparação e teste de consistência das equações de reatividade

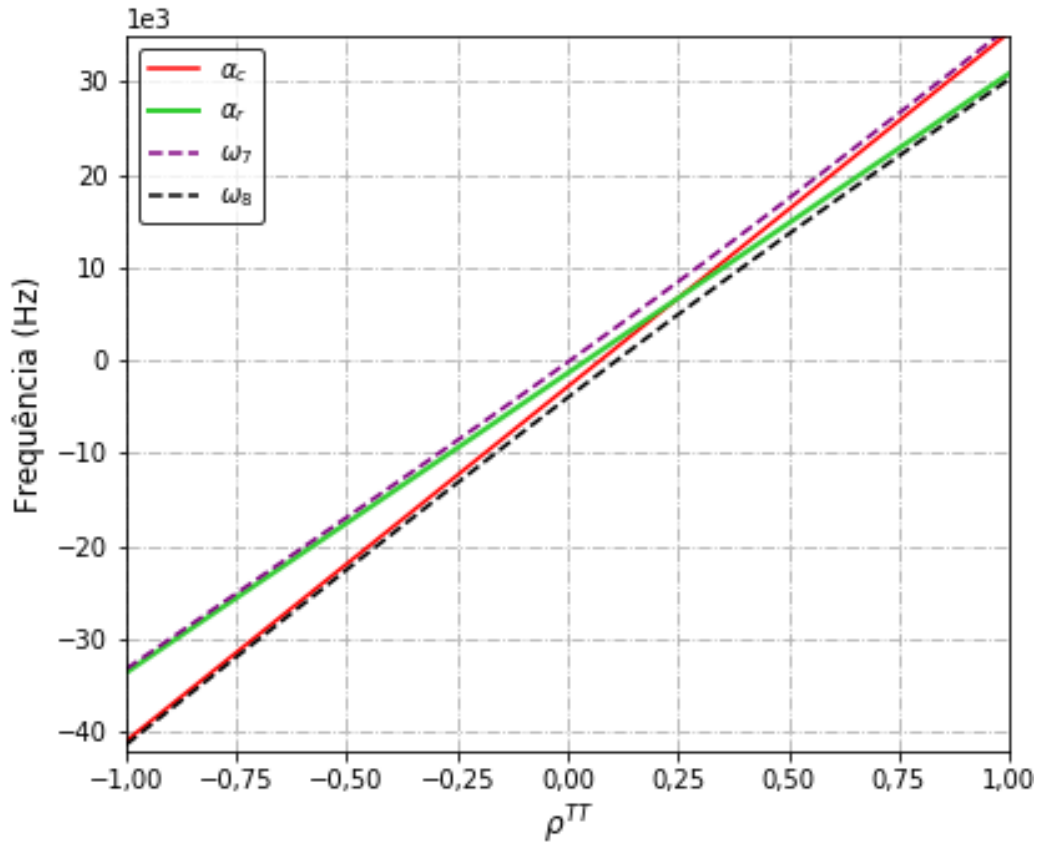
	Fonte	$\rho_c^{TT} (pcm)$	$\rho_r^{TT} (pcm)$	$\rho^{TT} (pcm)$
	Experimental (ajuste da Figura 6.20)	-5336 ± 50	-1556 ± 55	-6892 ± 61 Eq. (5.123)
Teste de consistência	Dependente de ω_7	-5237 ± 373 Eq. (5.119)	-1555 ± 58 Eq. (5.121)	-6792 ± 357 Eq. (5.123)
	Dependente de ω_8	-5241 ± 525 Eq. (5.119)	-1555 ± 347 Eq. (5.121)	-6796 ± 518 Eq. (5.123)
	Dependente de α_c e α_r	-5242 ± 366 Eq. (5.126)	-1556 ± 57 Eq. (5.127)	-6798 ± 350 Eq. (5.123)

* Reatividade total.

Fonte: autor da tese.

Assumindo-se que a reatividade no núcleo e no refletor sejam proporcionais para qualquer nível de reatividade e utilizando essa proporcionalidade nas Equações (5.117) e (5.120) de α_r e α_c , respectivamente, obtém-se o gráfico da Figura 6.21. Este gráfico é apenas ilustrativo, visto que faltam dados para construir as curvas completas. O gráfico mostra que as raízes ω_7 e ω_8 atuam como assíntotas para as funções de α_c e α_r .

Figura 6.21 – Gráfico de α_c , α_r , ω_7 e ω_8 em função de ρ^{TT}



Fonte: autor da tese.

6.3 Determinação do *Lifetime* de nêutrons térmicos

Na seção 5.3.9 foram obtidas várias equações para o *lifetime* de nêutrons térmicos. A Tabela 6.6 apresenta os valores calculados para essas diversas formas, sendo que as incertezas consideram as correlações entre os parâmetros, conforme equacionado no APÊNDICE K. Três dos quatro *lifetimes* concordam dentro de 1σ . O *lifetime* $\tau_{c^*}^T$ tem a fonte de nêutrons térmicos no núcleo e o τ_r^T no refletor. Quando a fonte está no refletor o valor obtido fica de acordo com o obtido com as demais equações, mas quando a fonte está no núcleo o resultado é discrepante. Conforme a Equação (5.175), num estado subcrítico, o *lifetime* é menor que o tempo de geração de nêutrons. Contudo, o valor obtido por $\tau_{c^*}^T$ é bem maior que o Λ^T . Portanto, esse valor não pode ser o correto. Ele foi deixado na tabela unicamente porque foi impossível somar as fontes de nêutrons térmicos do núcleo e do refletor na Equação (5.188) e por esse valor se comparar com o *lifetime* não-adjunto (tempo de remoção) calculado pelo MCNP6 no capítulo 8.

Tabela 6.6 – *Lifetimes* de nêutrons térmicos obtidos por diversas equações

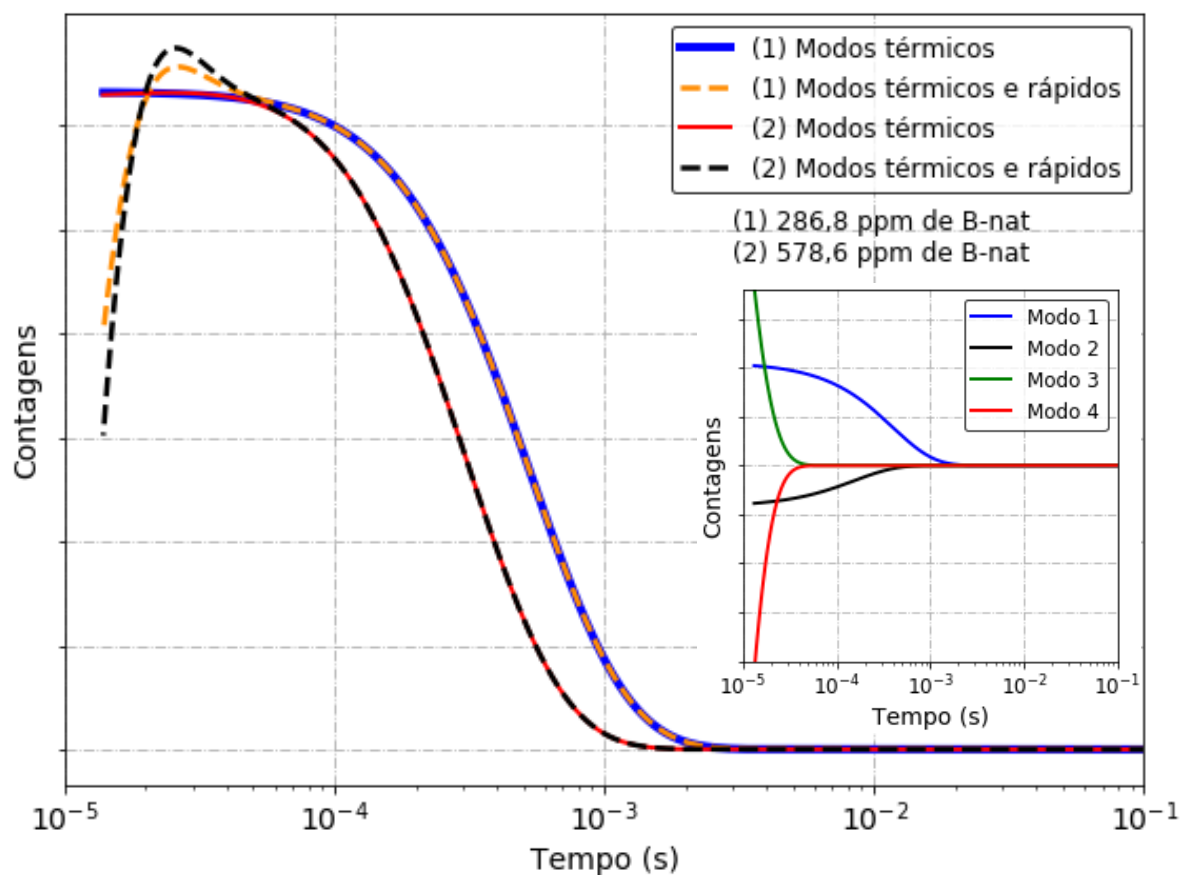
<i>Lifetime</i>	Equação
$\tau^T = (25,55 \pm 0,57) \mu s$	(5.175)
$\tau_{c^*}^T = (47,3 \pm 1,1) \mu s$	(5.189)
$\tau_{r^*}^T = (25,65 \pm 0,59) \mu s$	(5.190)
$\tau^T = (25,89 \pm 0,24) \mu s$	(5.194)

Fonte: autor da tese.

6.4 Determinação de curvas Rossi- α

Outro resultado obtido a partir das equações do modelo proposto foi a construção das curvas da distribuição Rossi- α a partir da Equação (5.195) para os dois experimentos, conforme apresentado na Figura 6.22. As curvas foram normalizadas para ficarem com a mesma amplitude e colocadas nos limites dos intervalos experimentais com o inverso da frequência. O tempo máximo foi próximo de 0,1 s e atingiu tempos curtos de 13 μs e 14 μs , respectivamente, nos experimentos com 286,8 ppm e 578,6 ppm de boro natural. O método de Rossi- α mede o intervalo de tempo entre eventos. Para tempos curtos ocorre uma distorção na distribuição Rossi- α devido ao tempo morto dos detectores e módulos eletrônicos [27]. O detector do modelo 100He3/152/38HS (n/s 8739) que estava na face oeste do núcleo do reator tem um tempo morto medido de 24,75 μs [31]. O detector que estava na face leste está próximo desse valor porque é semelhante ao detector da face oeste. Portanto, é possível obter medidas indiretas para o método de Rossi- α com tempos mais curtos que do próprio método.

Figura 6.22 – Curvas e modos individuais (gráfico menor) do Rossi- α construídos com os dados experimentais e o modelo proposto



Fonte: autor da tese.

Como a APSD considera apenas as contagens no detector, é possível ultrapassar a barreira do tempo morto e obter parâmetros cinéticos que caracterizem o reator com esses nêutrons de tempos curtíssimos. A barreira para o método da APSD é a placa MCS da instalação IPEN/MB-01. Nela, o número de canais de tempo é limitado a 65536 e o canal inferior é fixo na frequência mínima do espectro, o que pode ser variado é a frequência máxima. Assim, se a medida é realizada em altíssimas frequências, perde-se a resolução da curva em baixas frequências devido ao passo ser grande demais. Mas o domínio de frequências mais baixas é importantíssimo para os modos térmicos.

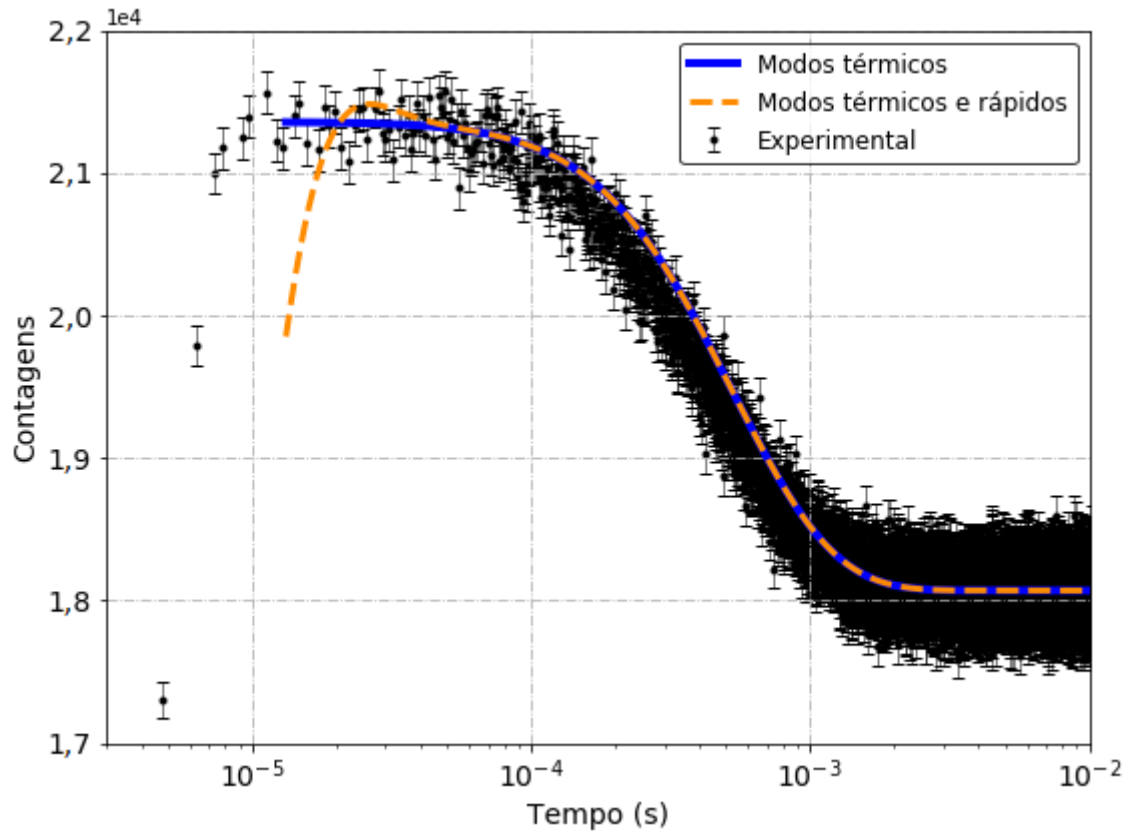
Um modo de resolver esse problema é pela junção de curvas APSDs, que já existe um resultado publicado na referência [13]. Nessa junção, pode-se realizar uma medida até uma frequência em que os modos estejam decaídos e que ainda se tenha uma boa resolução em frequências baixas. Após isso, pode-se adquirir outra medida até frequências altíssimas. Contudo, o limite para tempos curtíssimos ainda existe, supondo

que se tenha o objetivo de obter medidas para nêutrons de $1 \mu s$, então, seria necessário estender o domínio da APSD até $1 MHz$. Uma medida desse tipo é mostrada na Figura G.1 para um estado de subcriticalidade de cerca de $-4000 pcm$ calculado com o MCNP6.

Fazendo um paralelo com o resultado apresentado na Figura 4.11, outro aspecto da Figura 6.22 foi que com a adição de boro, as curvas do experimento de 578,6 ppm de boro natural utilizou um fator que aumentou a curva 21 vezes e transladaram para a esquerda em comparação com a do caso de 286,8 ppm, ou seja, a contagem total (integrada) diminuiu e as contagens ocorreram em tempos menores que no outro experimento. Isto é devido ao aumento da absorção de nêutrons na água do reator, fazendo com que os nêutrons que cheguem ao detector sejam os que colidiram menos no trajeto. Os modos térmicos não apresentaram a queda característica desse tipo de medida por conta do tempo morto. Com a inserção dos modos rápidos, apareceram protuberâncias nos topos dos primeiros platôs devido à competição das exponenciais com as raízes ω_9 e ω_{10} , que estão nos modos 3 e 4, respectivamente. Na curva do Rossi- α com os modos rápidos e para tempos mais curtos, o terceiro modo faz a curva descer e o quarto modo subir. Conforme o tempo progride, o quarto modo ganha essa competição, mas chega num ponto em que o primeiro modo começa a ser mais significativo e as contagens desabam.

Num experimento anterior ao da tese foi adquirida uma medida de Rossi- α com os detectores de 3He de n/s 8741 e 8742 com o reator nas condições do experimento de 286,8 ppm de boro, exceto que as barras de controle estavam 93% retiradas. Apesar das diferenças dos detectores e da posição das barras de controle, ainda pode-se fazer uma comparação ilustrativa com as curvas construídas, conforme apresentado na Figura 6.23. Para fazer a comparação foi necessário multiplicar os modos por um fator e somar uma constante que existe na função Rossi- α . Os dados experimentais e a curva construída para os modos térmicos concordam muito bem e atestam que a Equação (5.195) do modelo teórico foi bem equacionada. A curva com os modos rápidos inicia a subida tardiamente em comparação com os dados experimentais, mas no restante seguem juntos. Porém, os dados experimentais do início do gráfico são incoerentes até o tempo morto. Como mencionado anteriormente, as diferenças na medida atrapalham uma análise mais objetiva e ainda existe o desconhecimento do tempo morto desses detectores.

Figura 6.23 – Curvas construídas com o modelo teórico e dados experimentais do Rossi- α no caso com 286,8 ppm de boro natural, sendo que os dados foram adquiridos com os detectores de ^3He n/s 8741 e 8742 com as barras de controle 93% retiradas



Fonte: autor da tese.

7 METODOLOGIA COMPUTACIONAL

7.1 O código MCNP

O código computacional *Monte Carlo N-Particle* (MCNP) é baseado no método estatístico de Monte Carlo que utiliza sequências de números aleatórios para realizar simulações e estimar valores. O código foi desenvolvido pelo laboratório nacional de Los Alamos (*Los Alamos National Laboratory* - LANL) e é internacionalmente reconhecido por analisar o transporte de nêutrons, fótons, elétrons ou o transporte acoplado dessas partículas [97].

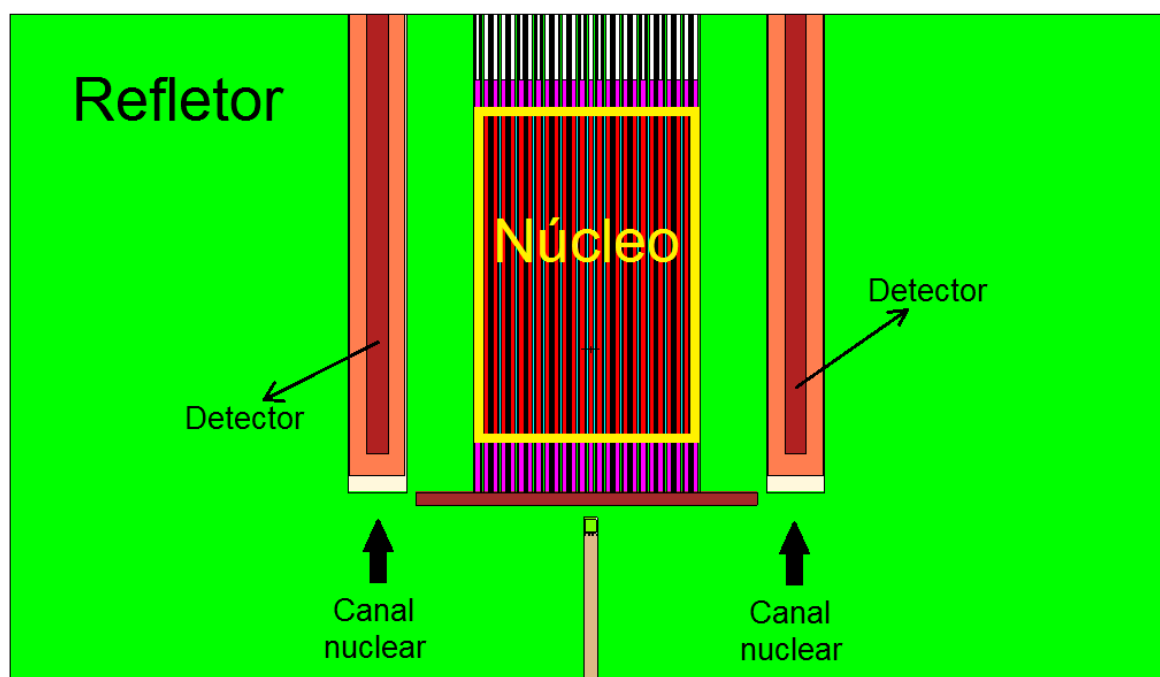
O MCNP simula o caminho aleatório individual das partículas da geração até a absorção ou fuga do sistema. Para isso, utiliza um gerador de números pseudoaleatórios para cada processo físico. Estes processos estão sintetizados em funções densidades de probabilidade, conhecidos como seções de choque e é onde estão as probabilidades de interações entre as partículas. Nas simulações são realizadas amostragens aleatórias que são acumuladas para produzir os resultados do comportamento médio das partículas observadas. Cada resultado apresenta a média amostral e a incerteza associada a ela. Os cálculos do MCNP são os valores esperados da solução da equação integro-diferencial de Boltzmann, que rege o fenômeno de transporte de radiação [86], [87].

7.2 A modelagem no MCNP6 do reator IPEN/MB-01

As características geométricas e composições de materiais do reator nuclear IPEN/MB-01 foram bem determinadas e estão documentadas nos *benchmarks* das referências [8], [9]. As experiências realizadas no trabalho desta tese foram simuladas pelo código *Monte Carlo N-Particle* 6 (MCNP6) versão 1.0 [89] com as seções de choque mais recentes e empregando o modelo do reator IPEN/MB-01 utilizado em *benchmarks* [8], [9]. No modelo da tese, inseriu-se a fonte de nêutrons externa e o arranjo foi alterado para 26×24 varetas combustíveis. As barras de controle foram totalmente retiradas e as barras de segurança não foram modeladas por estarem 35% acima da região ativa do núcleo. A parte

axial da região ocupada pelas varetas combustíveis foram divididas em três e colocadas em universos diferentes para possibilitar a modificação na composição da água para água borada no núcleo e/ou no refletor. Foi considerado como núcleo somente a região das varetas onde existia o combustível nuclear e um pouco de moderador que cercava essas varetas, ou seja, a soma de todos os *pitchs*. O refletor englobou tudo o que não era o núcleo, como a água do refletor, os canais nucleares, a placa matriz, parte das barras de controle que estavam fora do volume ativo, a fonte externa de partida e também a alumina e os vazios contidos nas varetas combustíveis, como mostrado nas Figuras 7.1 e 7.2. Nenhuma compensação foi feita em relação à remoção dos termopares e dos demais canais nucleares do modelo. Um exemplar de um arquivo de entrada é apresentado no APÊNDICE L.

Figura 7.1 – Plano axial da simulação do reator IPEN/MB-01 em duas regiões

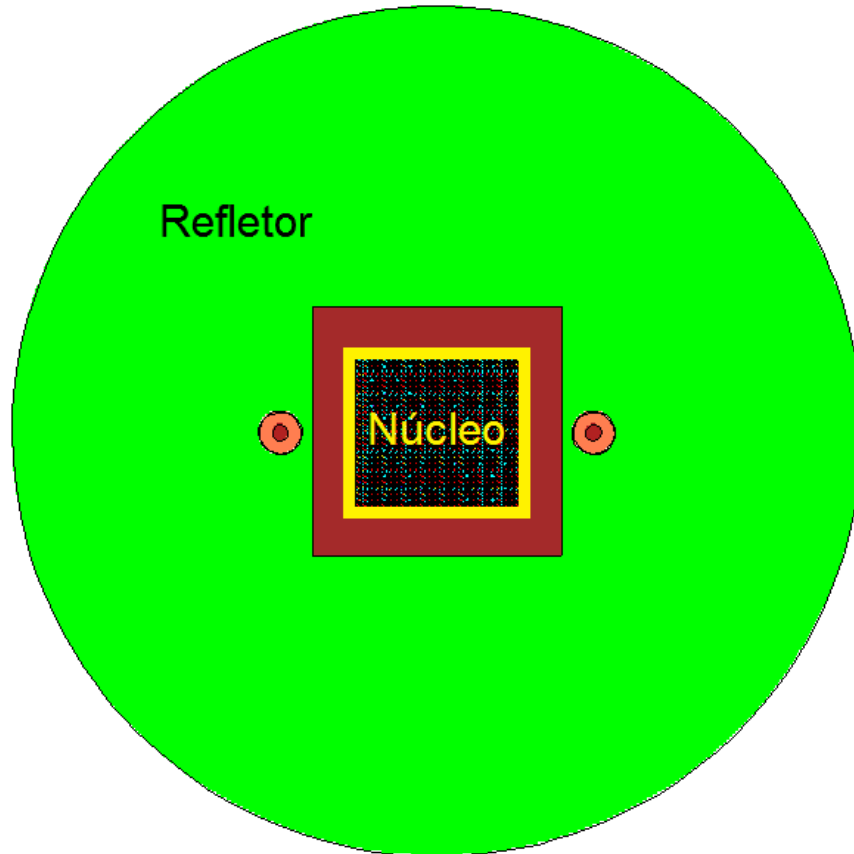


Fonte: autor da tese.

Empregou-se explicitamente nos materiais do modelo computacional a biblioteca de seções de choque contínuas da *Evaluated Nuclear Data File version VII* (ENDF/B-VII.0) [98], exceto para os nuclídeos de ^{235}U e ^{238}U que utilizaram as seções de choque da biblioteca *Japanese Evaluated Nuclear Data Library version 3 revision 3* (JENDL-3.3) [99]. As seções de choque de espalhamento térmico ($S(\alpha, \beta)$) dos átomos de hidrogênio (H) ligados ao oxigênio (O) das moléculas de água (H_2O) foram da

ENDF/B-VII.0. As seções de choque estavam com a temperatura de 293 K, que está próxima das temperaturas dos experimentos.

Figura 7.2 – Plano radial da simulação do reator IPEN/MB-01 em duas regiões



Fonte: autor da tese.

O MCNP6 calcula o fator de multiplicação efetivo (k_{eff}) de cada simulação. Com esse resultado pode-se calcular a reatividade (ρ) com a equação clássica

$$\rho = \frac{k_{eff} - 1}{k_{eff}}. \quad (7.1)$$

A diferença ou variação das reatividades é dada por

$$\Delta\rho = \rho_P - \rho_R, \quad (7.2)$$

onde ρ_R é a reatividade de referência e ρ_P a reatividade num estado perturbado. Substituindo a Equação (7.1) na (7.2) e com alguma álgebra, obtém-se

$$\Delta\rho = \frac{1}{k_{eff}^R} - \frac{1}{k_{eff}^P}, \quad (7.3)$$

sendo k_{eff}^R o fator de multiplicação efetivo de referência e k_{eff}^P o fator de multiplicação efetivo para uma condição perturbada. Nas simulações o caso de referência foi o que continha apenas água tanto no núcleo como no refletor. Os casos com boro natural na água representaram as perturbações no sistema.

7.3 Cálculo de parâmetros cinéticos com o MCNP6

O MCNP6 emprega o método da probabilidade de fissão iterada (*Iterated Fission Probability – IFP*) para determinar o fluxo adjunto. Nesse código, o fluxo adjunto é a importância do nêutron numa dada região para sustentar as reações de fissão em cadeia do sistema. Num sistema multiplicativo, a importância do nêutron é definida como o número médio de nêutrons descendentes produzidos assintoticamente numa geração distante por um único nêutron inicialmente inserido no espaço de fase [63], [100]. Em resumo, para calcular a fluxo adjunto no MCNP6 ocorrem os seguintes processos [101]:

- inicialmente é inserido um nêutron no espaço de fase;
- espera-se um “longo tempo” (número de gerações de nêutrons);
- grava-se a contagem do número de nêutrons do sistema;
- retira os nêutrons do sistema e repete o processo várias vezes;
- Calcula-se a média das contagens, que no MCNP6 é proporcional a importância do nêutron numa dada região do sistema.

O MCNP6 pode calcular os parâmetros cinéticos utilizando o fluxo adjunto através do cartão KOPTS, onde podem ser obtidos os parâmetros de Λ e β_{eff} . Para isso, o palavra-chave KINETICS deve estar com o valor YES. A palavra-chave BLOCKSIZE é o número de gerações (“tempo longo”) para produzir a contagem média utilizada no fluxo adjunto. Nas simulações, o número de gerações foi omitido, o que o deixou com o valor padrão de 10 gerações de nêutrons, que é o suficiente para a maioria dos problemas [89], [101].

A rotina para o cartão KOPTS foi escrita para o caso crítico. Em virtude disso, a precisão da simulação é degradada para sistemas afastados da criticalidade [101]–[103]. Os experimentos desta tese são subcríticos, mas os resultados calculados com o MCNP6 servem como uma boa estimativa para os parâmetros cinéticos.

8 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Em todos os casos calculados com o MCNP6 foram simuladas 2×10^5 histórias por ciclo com os 20 ciclos iniciais pulados e 1000 ciclos ativos para o acúmulo das contagens. Os casos iniciais exploraram os fluxos de nêutrons e as reações de absorção na água do refletor envenenado ou não com boro natural. Os resultados dessas simulações estão na Tabela 8.1, onde contém os resultados em relação aos da própria simulação (**A/A**, **B/B** e **C/C**) e em relação ao caso com 286,8 ppm de boro natural, indicado por **B** nas colunas em cinza e sendo que **B** também está em relação a ele próprio. Nos resultados de fluxo de nêutrons, nota-se que o espectro fica mais duro com a inserção de boro na água. Isso ocorre principalmente devido às diminuições do fluxo de nêutrons térmicos, já que os percentuais de fluxo acima de 1 eV em relação a **B** são quase constantes.

Tabela 8.1 – Fluxos e reações de absorção de nêutrons no refletor calculados com o MCNP6

	Água (A)	B 286,8 ppm (B)	B 578,6 ppm (C)		
	A/A	A/B	B/B	C/C	C/B
Fluxo de nêutrons relativo ao total					
$E \leq 1 \text{ eV}$	71,45%	95,53%	63,18%	56,83%	47,41%
$1 \text{ eV} < E \leq 0,1 \text{ MeV}$	14,06%	18,80%	18,16%	21,30%	17,77%
$0,1 \text{ MeV} < E \leq 20 \text{ MeV}$	14,49%	19,37%	18,66%	21,87%	18,24%
Total	100,00%	133,70%	100,00%	100,00%	83,43%
Reações de absorção em relação às reações totais					
$E \leq 1 \text{ eV}$	99,35%	152,82%	99,04%	98,73%	72,89%
$1 \text{ eV} < E \leq 0,1 \text{ MeV}$	0,64%	0,99%	0,95%	1,26%	0,93%
$0,1 \text{ MeV} < E \leq 20 \text{ MeV}$	0,00%	0,01%	0,01%	0,01%	0,01%
Total	100,00%	153,81%	100,00%	100,00%	73,83%

Fonte: autor da tese.

A Tabela 8.2 apresenta as variações de reatividade ($\Delta\rho$) calculadas com a Equação (7.3) e utilizando os resultados dos fatores de multiplicação efetivos (k_{eff}) calculados pelo código MCNP6, onde a água ou água envenenada com boro natural podem estar na região do núcleo e/ou refletor. No MCNP6 é possível realizar experimentos virtuais que seriam impossíveis de serem feitos, por isso, algumas simulações foram

modeladas com a água do núcleo e do refletor com composições diferentes para se calcular $\Delta\rho$. A simulação 1 é o caso referência e de 2 até 12 têm $\Delta\rho$ calculado em relação à referência. Esses casos estavam na configuração de 26×24 varetas combustíveis com as barras de controle e segurança totalmente retiradas. Apenas a simulação **A** considerou a configuração padrão retangular de 28×26 varetas combustíveis com as barras de controle 58,01% retiradas e as de segurança totalmente retiradas [9].

Tabela 8.2 – Os k_{eff} e $\Delta\rho$ das simulações com o MCNP6

Simulação	Núcleo	Refletor	Energia	k_{eff}	$\Delta\rho$ (pcm)
1	Água	Água	Total	$0,99917 \pm 0,00005$	Referência
2	Água	B 286,8 ppm	Total	$0,98702 \pm 0,00005$	-1232 ± 7
3	B 286,8 ppm	Água	Total	$0,94755 \pm 0,00005$	-5452 ± 7
4	B 286,8 ppm	B 286,8 ppm	Total	$0,93636 \pm 0,00005$	-6713 ± 8
5	Água	B 578,6 ppm	Total	$0,97977 \pm 0,00005$	-1982 ± 7
6	B 578,6 ppm	Água	Total	$0,90108 \pm 0,00005$	-10895 ± 8
7	B 286,8 ppm	B 578,6 ppm	Total	$0,92929 \pm 0,00005$	-7526 ± 8
8	B 578,6 ppm	B 286,8 ppm	Total	$0,89028 \pm 0,00005$	-12241 ± 8
9	B 578,6 ppm	B 578,6 ppm	Total	$0,88377 \pm 0,00005$	-13069 ± 8
10	Água	Água	$E > 1 eV$	$0,12662 \pm 0,00001$	-689682 ± 63
11	B 286,8 ppm	B 286,8 ppm	$E > 1 eV$	$0,12655 \pm 0,00001$	-690118 ± 63
12	B 578,6 ppm	B 578,6 ppm	$E > 1 eV$	$0,12645 \pm 0,00001$	-690743 ± 63
A*	Água	Água	Total	$0,99894 \pm 0,00007$	-----

* Configuração padrão retangular de 28×26 varetas combustíveis e núcleo crítico com barras de controle 58,01% retiradas.

Fonte: autor da tese.

O caso **A** com a configuração padrão retangular foi inserido porque existem medidas experimentais de configuração crítica para Λ e β_{eff} , que estão documentadas em *benchmarks* [9] e serviram para validar as bibliotecas utilizadas nas simulações. O caso **A** é um modelo no estado crítico. A variação de reatividade desta simulação e $k_{eff} = 1$ foi de $\Delta\rho = (-106 \pm 7) pcm$. É um valor um pouco abaixo do estado crítico e se deve a utilização da biblioteca JENDL-3.3 nos nuclídeos ^{235}U e ^{238}U . A JENDL-3.3 foi escolhida por efetuar cálculos mais exatos para o β_{eff} , como descrito por dos Santos e Diniz [104]. Mais tarde verificou que o MCNP6 calculava resultados mais exatos de k_{eff} com a

biblioteca ENDF/B-VII.0 quando associada a todos os núclídeos da simulação, mas detinha-se de pouco poder computacional para realizar esses cálculos.

O valor medido do excesso de reatividade do arranjo 26×24 varetas combustíveis foi de $\Delta\rho = (10 \pm 3) pcm$ e o calculado com o caso 1 (referência) e $k_{eff} = 1$ foi de $\Delta\rho = (-83 \pm 5) pcm$. Novamente a biblioteca JENDL-3.3 subestimou o valor do k_{eff} em aproximadamente 100 pcm. Como a subestimação nos valores de k_{eff} foi geral e $\Delta\rho$ é calculado em relação a dois estados, então as reatividades calculadas foram ótimas estimativas para as comparações com os resultados experimentais.

Os quatro primeiros casos têm uma correspondência com os resultados experimentais do modelo, mas as reatividades calculadas compreendem todo o domínio de energia. No caso 1 o refletor continha água, então, no caso 2 foi inserido 286,8 ppm de boro natural do refletor. Essa perturbação ($\Delta\rho$) no refletor é justamente o ρ_r do sistema. Agora no caso 3, a perturbação foi no núcleo e o resultado foi o ρ_c do sistema. A perturbação nas duas regiões, dada pelo caso 4, calculou o ρ total. Calculando a soma das reatividades parciais nos casos 2 e 3, obtém-se $\rho_c + \rho_r = (-6684 \pm 10) pcm$, que está muito próximo de ρ total do caso 4 e se encontram em 2σ . A reatividade total do experimento de 286,8 ppm é $\rho = (-6772 \pm 146) pcm$ [24]. O ρ experimental em comparação com o calculado e a composição $\rho_c + \rho_r$ são considerados iguais dentro de 1σ .

Os casos de 5 até 9 foram calculados para verificar as perturbações nas regiões de diversas formas com a inserção de 578,6 ppm de boro natural, sendo os casos 5, 6 e 9 com ρ_r, ρ_c e ρ , respectivamente. O caso 4 com 286,8 ppm de boro e o caso 9 com 578,6 ppm mostraram que dobrar a concentrações de boro, praticamente, dobra a reatividade inserida no sistema. Até o nível de subcriticalidade que se alcançou, a reatividade respondeu linearmente à concentração de boro natural.

Os nêutrons nascem rápidos e a fonte intrínseca de nêutrons foi modelada dessa maneira com o espectro de Watt [105]. Em algumas simulações, quando os nêutrons perdem energia durante o processo de moderação e atingem a energia de 1 eV, então eram aniquilados da simulação. Com esse corte, os cálculos com o MCNP6 foram realizados para o grupo de nêutrons rápidos. A Tabela 8.2 apresentou alguns casos desse tipo nas simulações 10, 11 e 12. As variações de reatividade destes casos perderam o sentido, por isso, a comparação de k_{eff} é mais satisfatória. Como esperado, os k_{eff} nesses casos mostram que a adição de boro perturba muito pouco os nêutrons com a energia rápida e essa perturbação pode ser considerada irrelevante.

A Tabela 8.3 apresenta os resultados de Λ , β_{eff} , os tempos de remoção de nêutrons (t_{rem}) e *lifetimes* (τ) das simulações com o MCNP6. O tempo de remoção do MCNP6 é o *lifetime* não-adjunto [96]. O *lifetime* adjunto (τ) foi calculado com a Equação (5.174). Os casos apresentados são iguais ao da Tabela 8.2, sendo o caso **A** ainda a única configuração diferente das demais. Os desvios padrões do β_{eff} foram próximos de 1%. Não houve a possibilidade de diminuir mais esse desvio por falta de poder computacional.

Tabela 8.3 – Os Λ , β_{eff} , t_{rem} e τ das simulações com o MCNP6

Simul.	Núcleo	Refletor	Energia	Λ (μs)	β_{eff} (pcm)	t_{rem} (μs)	τ (μs)
1	Água	Água	Total	$31,637 \pm 0,036$	762 ± 7	64,7	$31,611 \pm 0,036$
2	Água	B 286,8 ppm	Total	$29,289 \pm 0,029$	759 ± 7	48,8	$28,909 \pm 0,028$
3	B 286,8 ppm	Água	Total	$31,732 \pm 0,038$	760 ± 7	63,5	$30,067 \pm 0,036$
4	B 286,8 ppm	B 286,8 ppm	Total	$29,203 \pm 0,030$	760 ± 7	47,7	$27,345 \pm 0,028$
5	Água	B 578,6 ppm	Total	$28,400 \pm 0,026$	769 ± 7	40,9	$27,826 \pm 0,026$
6	B 578,6 ppm	Água	Total	$31,788 \pm 0,040$	746 ± 7	62,4	$28,644 \pm 0,036$
7	B 286,8 ppm	B 578,6 ppm	Total	$28,240 \pm 0,027$	772 ± 7	39,9	$26,243 \pm 0,025$
8	B 578,6 ppm	B 286,8 ppm	Total	$29,210 \pm 0,031$	771 ± 8	46,7	$26,005 \pm 0,027$
9	B 578,6 ppm	B 578,6 ppm	Total	$28,090 \pm 0,028$	760 ± 8	38,9	$24,825 \pm 0,024$
10	Água	Água	$E > 1 eV$	$3,354 \pm 0,007$	749 ± 11	0,804	$0,4247 \pm 0,009$
11	B 286,8 ppm	B 286,8 ppm	$E > 1 eV$	$3,362 \pm 0,007$	758 ± 11	0,822	$0,4254 \pm 0,009$
12	B 578,6 ppm	B 578,6 ppm	$E > 1 eV$	$3,353 \pm 0,007$	732 ± 10	0,828	$0,4240 \pm 0,009$
A*	Água	Água	Total	$30,662 \pm 0,049$	757 ± 10	61,3	$30,630 \pm 0,049$

* Configuração padrão retangular de 28×26 varetas combustíveis e núcleo crítico com barras de controle 58,01% retiradas.

Fonte: autor da tese.

Os parâmetros cinéticos calculados da configuração padrão retangular estão no caso **A** e os valores experimentais são $\Lambda = (31,96 \pm 1,06) \mu s$ e $\beta_{eff} = (750 \pm 5) pcm$ [9], logo, Λ e β_{eff} estão bem próximos dos valores calculados com destaque para o β_{eff} . No caso 11, obteve-se o tempo de geração para nêutrons acima de 1 eV na simulação com 286,8 ppm de boro natural, ou seja, esse resultado é o tempo de geração do grupo rápido do sistema, sendo Λ^F . O caso 4 representa o tempo de geração para nêutrons de todas as energias, Λ . Subtraindo Λ^F de Λ , obtém-se o tempo de geração de nêutrons térmicos

$\Lambda^T = (25,841 \pm 0,031) \mu s$, que está bem próximo do valor experimental apresentado na seção 6.2. Dessa mesma maneira, o Λ^T do experimento com 578,6 ppm de boro pode ser calculado com os casos 9 e 12, obtendo $\Lambda^T = (24,737 \pm 0,029) \mu s$.

Os casos que consideraram a energia total, sem o corte de energia em 1 eV, demonstraram estar correta a hipótese de que o valor do β_{eff} é quase constante nos experimentos da tese. Assim, utilizou-se nos algoritmos de iteração dos cálculos numéricos a estimativa de que o β_{eff}^{TF} era 90% do β_{eff} total. Nos casos do grupo rápido, com o corte para nêutrons abaixo da energia de 1 eV, esperavam-se valores próximos de 10% dos valores calculados de β_{eff} . Contudo, os β_{eff} calculados permaneceram quase constantes, revelando que provavelmente o MCNP6 está deixando de contemplar o corte de energia nos cálculos.

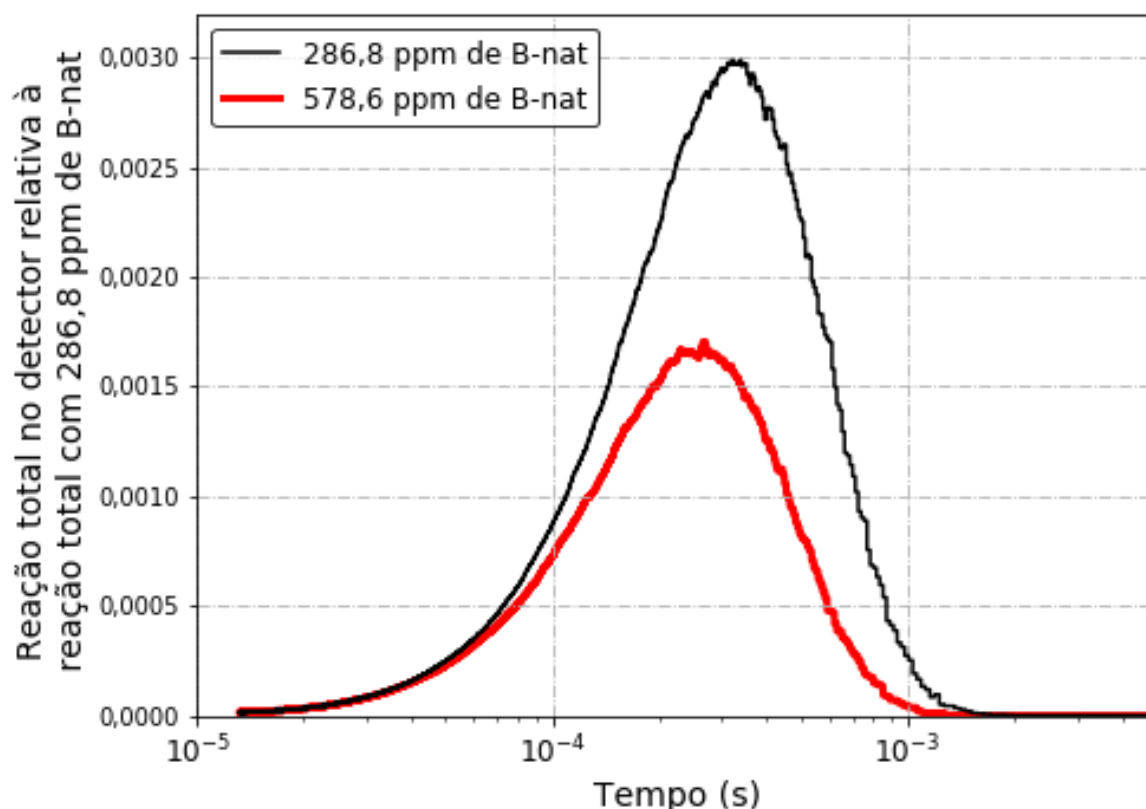
Os resultados dos tempos de remoção mostraram o que se esperava, conforme se adicionou boro, menor foi esse tempo. O experimento virtual com 286,8 ppm de boro natural tem o t_{rem} de nêutrons de todas as energias dado pelo caso 4 e o caso 11 mostra o t_{rem} para os nêutrons rápidos. Subtraindo os valores desses dois casos, obtém-se o tempo de remoção de nêutrons térmicos, $t_{rem}^T = 46,878 \mu s$. Este valor está bem próximo do *lifetime* adjunto experimental com fonte de nêutrons térmicos apenas no núcleo, calculado com a Equação (5.189), que obteve um valor de $\tau_{c^*}^T = (47,3 \pm 1,1) \mu s$. Esses valores coincidentes podem ser apenas eventos aleatórios ou talvez tenham alguma explicação física que ainda não foi encontrada. Teoricamente o t_{rem} e $\tau_{c^*}^T$ são diferentes porque um é não-adjunto e o outro é adjunto.

Os *lifetimes* calculados ficaram conforme o esperado, sendo o *lifetime* de nêutrons térmicos do experimento virtual com 286,8 ppm de boro natural dado pela subtração dos casos 4 e 11. Esse *lifetime* foi de $\tau^T = (26,919 \pm 0,028) \mu s$ e está de acordo com os valores experimentais mostrados na Tabela 6.6.

Os resultados calculados com o MCNP6 advindos dos detectores consideraram a união deles, conforme ocorreu nos experimentos. Isso também ajuda na contagem cumulativa do código porque correm mais eventos na região de interesse. A Figura 8.1 mostra o quanto o nêutron demora para chegar aos detectores e provocar uma reação de qualquer tipo. O pico da distribuição de tempo está em aproximadamente 310 μs e 230 μs para os experimentos com 286,8 ppm e 578,6 ppm de boro natural, respectivamente. Como mencionado na parte teórica, quanto mais boro conter na água do reator, mais curto é o tempo de detecção dos nêutrons, porque existe uma probabilidade maior absorção e os nêutrons que conseguem chegar aos detectores são os que colidiram menos. O limite inferior para tempos curtos tem relação com as altas frequências obtidas nos experimentos. Esses

tempos são o inverso das frequências máximas, que foram de $13 \mu\text{s}$ para o experimento com 286,8 ppm de boro natural e de $14 \mu\text{s}$ para o experimento de 578,6 ppm. Logo, existem nêutrons que alcançam o detector em tempos menores que o tempo morto dos detectores, cujo valor medido foi de $24,75 \mu\text{s}$ [31]. Sendo assim, se o método Rossi- α fosse utilizado, desconsideraria os nêutrons com tempos menores que o tempo morto desses detectores.

Figura 8.1 – Distribuição do tempo do nascimento dos nêutrons até a ocorrência de uma reação nas regiões sensíveis dos detectores calculado com o MCNP6

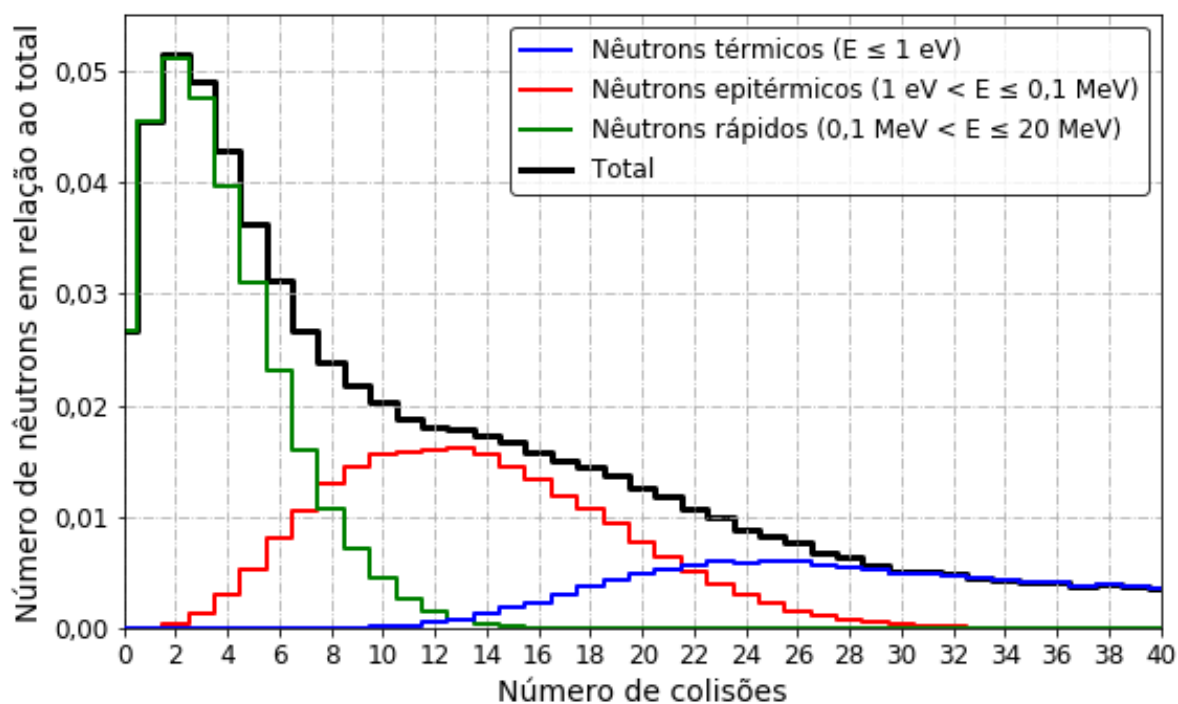


Fonte: autor da tese.

Outro resultado relevante foi o cálculo do número de colisões que os nêutrons sofreram até alcançar a região sensível do detector. A Figura 8.2 mostra que o máximo de nêutrons chegam ao detector com duas colisões durante o percurso e estão majoritariamente no grupo energético rápido. No modelo teórico, os nêutrons rápidos estão acima da energia térmica, ou seja, são representados pelas curvas em vermelho e verde. Grande parte dos nêutrons que chegam ao detector são epitérmicos ou rápidos e colidiram pouco no trajeto.

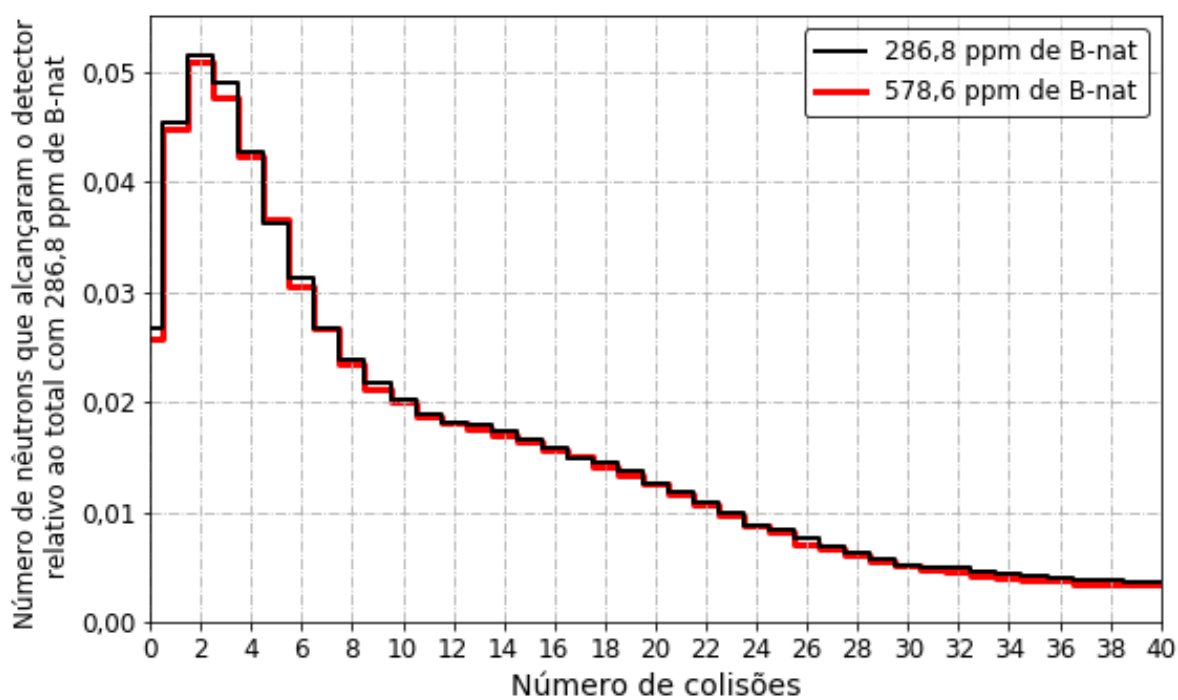
O número de colisões em função da energia do nêutron do experimento de 578,6 ppm de boro natural tem uma distribuição similar ao da distribuição da Figura 8.2. A comparação entre os dois experimentos com nêutrons de qualquer energia está na Figura 8.3.

Figura 8.2 – Distribuições do número de colisões que os nêutrons sofreram até alcançarem as regiões sensíveis dos detectores em três grupo de energia no caso de 286,8 ppm de boro natural



Fonte: autor da tese.

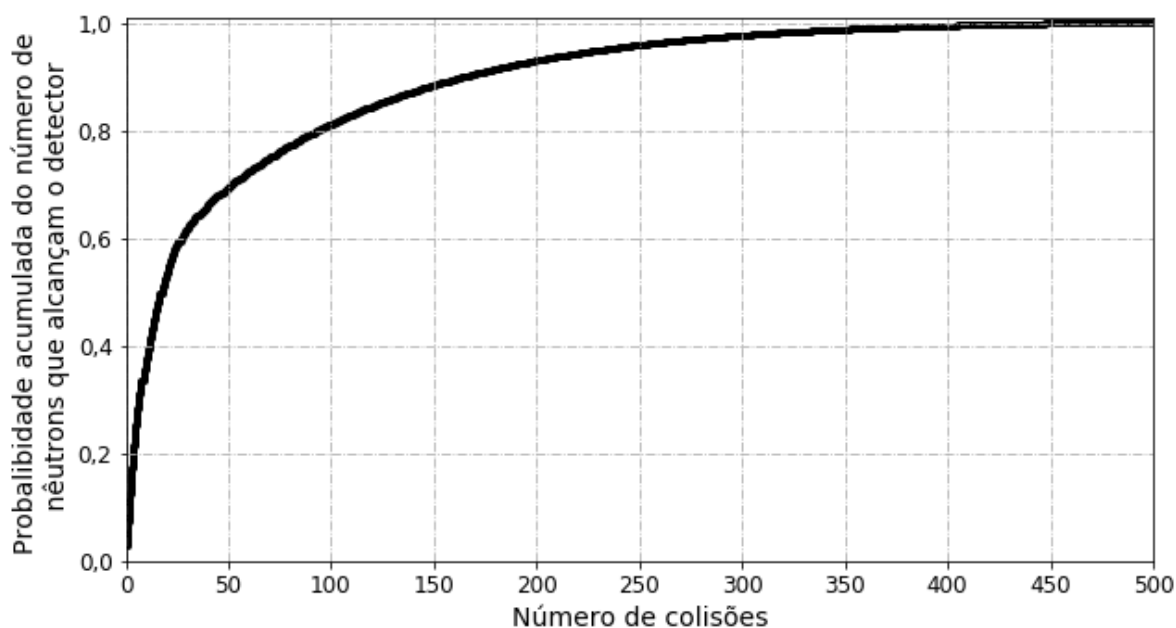
Figura 8.3 – Comparação das distribuições do número de colisões que os nêutrons sofreram até alcançarem as regiões sensíveis dos detectores



Fonte: autor da tese.

A Figura 8.4 mostra a distribuição da probabilidade acumulada do número de nêutrons que alcançam o detector em relação às colisões na simulação com o 286,8 ppm de boro natural. Todos os nêutrons que chegaram ao detector colidiram menos que 500 vezes. São bastante colisões e pode-se concluir que grande parte dos nêutrons ficaram se difundindo e perdendo energia no sistema até que, por acaso, encontraram o detector. Dessa distribuição, calculou-se que 49,5% dos nêutrons que chegam ao detector colidiram até 17 vezes e 25,2% colidiram 5 vezes. Então, grande parte dos nêutrons que alcançaram o detector colidiram poucas vezes. Quanto menos o nêutron colidir, maior será a sua energia e menor será o tempo do nascimento até a detecção dele.

Figura 8.4 – Distribuição da probabilidade acumulada de nêutrons que alcançaram os detectores em função do número de colisões no trajeto



Fonte: autor da tese.

Os fluxos de nêutrons e as reações de maior importância na resposta do detector de ^3He [84] são apresentados na Tabela 8.4. A reação (n, d) está fora da tabela por ser considerada desprezível com 0,0002% das reações. Como ocorre no refletor (Tabela 8.1), no detector o fluxo de nêutrons fica mais duro com a inserção de boro e o fluxo que mais se altera é o de nêutrons térmicos. As reações que ocorrem majoritariamente com os átomos de ^3He é a (n, p) . Por volta de 2% dessas reações são com nêutrons acima de 1 eV. O fluxo de nêutrons com energias acima de 1 eV é por volta de 60% do fluxo total, mas somente uma pequena porção dele é aproveitada na detecção.

Tabela 8.4 – Fluxos de nêutrons e reações nas regiões sensíveis dos detectores calculados com o MCNP6

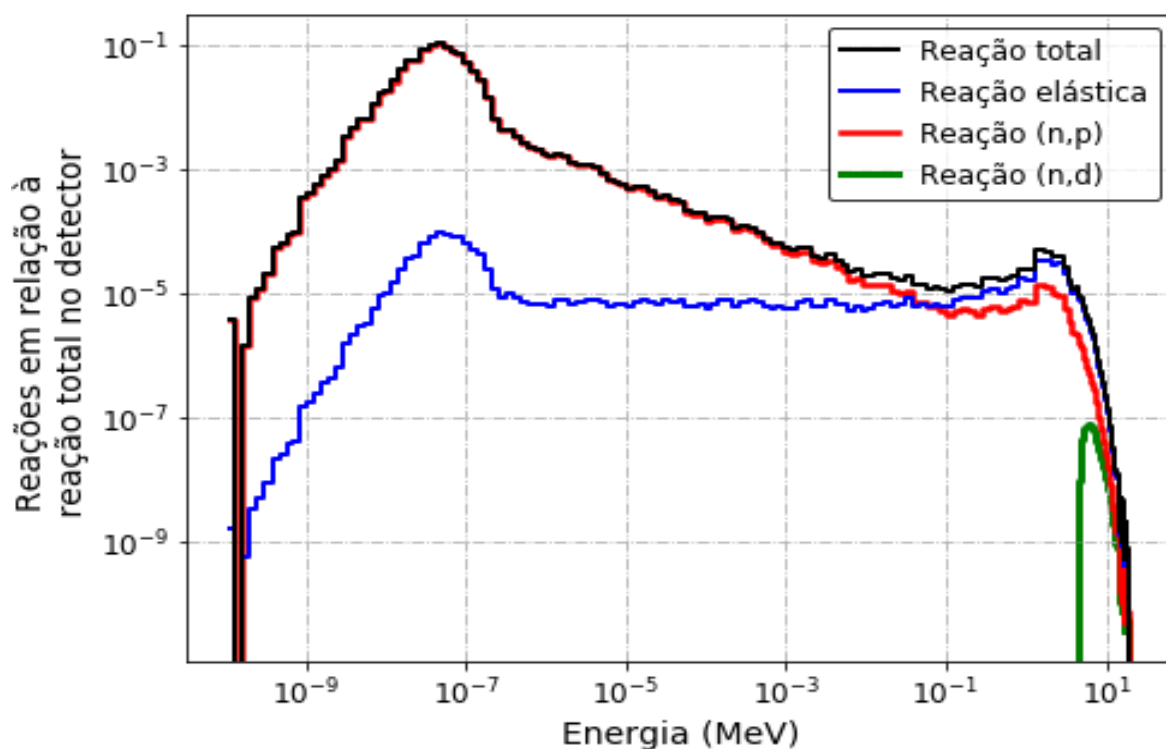
	Água (A)		B 286,8 ppm (B)	B 578,6 ppm (C)	
	A/A	A/B	B/B	C/C	C/B
Fluxo de nêutrons relativo ao total					
$E \leq 1 \text{ eV}$	56,88%	72,58%	46,35%	39,31%	34,31%
$1 \text{ eV} < E \leq 0,1 \text{ MeV}$	18,40%	23,48%	22,85%	25,85%	22,56%
$0,1 \text{ MeV} < E \leq 20 \text{ MeV}$	24,71%	31,54%	30,80%	34,84%	30,41%
Total	100,00%	127,60%	100,00%	100,00%	87,28%
Colisões elásticas em relação às reações totais					
$E \leq 1 \text{ eV}$	0,09%	0,15%	0,09%	0,09%	0,07%
$1 \text{ eV} < E \leq 0,1 \text{ MeV}$	0,03%	0,04%	0,04%	0,05%	0,04%
$0,1 \text{ MeV} < E \leq 20 \text{ MeV}$	0,02%	0,04%	0,04%	0,05%	0,04%
Total	0,14%	0,22%	0,17%	0,20%	0,14%
Reações (n, p) em relação às reações totais					
$E \leq 1 \text{ eV}$	98,69%	157,55%	98,02%	97,36%	70,70%
$1 \text{ eV} < E \leq 0,1 \text{ MeV}$	1,16%	1,85%	1,80%	2,43%	1,76%
$0,1 \text{ MeV} < E \leq 20 \text{ MeV}$	0,01%	0,01%	0,01%	0,02%	0,01%
Total	99,86%	159,41%	99,83%	99,80%	72,48%

Fonte: autor da tese.

A Figura 8.5 é um complemento da Tabela 8.4 e apresenta as colisões elásticas, (n, p) e (n, d) no volume sensível dos detectores em relação à energia dos nêutrons para o caso com 286,8 ppm de boro natural. Nela, observa-se que os átomos de ^3He nos detectores interagem com nêutrons de todos os grupos energéticos e a seção de choque de espalhamento passa a ser mais relevante que a (n, p) com nêutrons de energias mais elevadas. O gráfico para o caso com 578,6 ppm de boro é bem similar o da Figura 8.5.

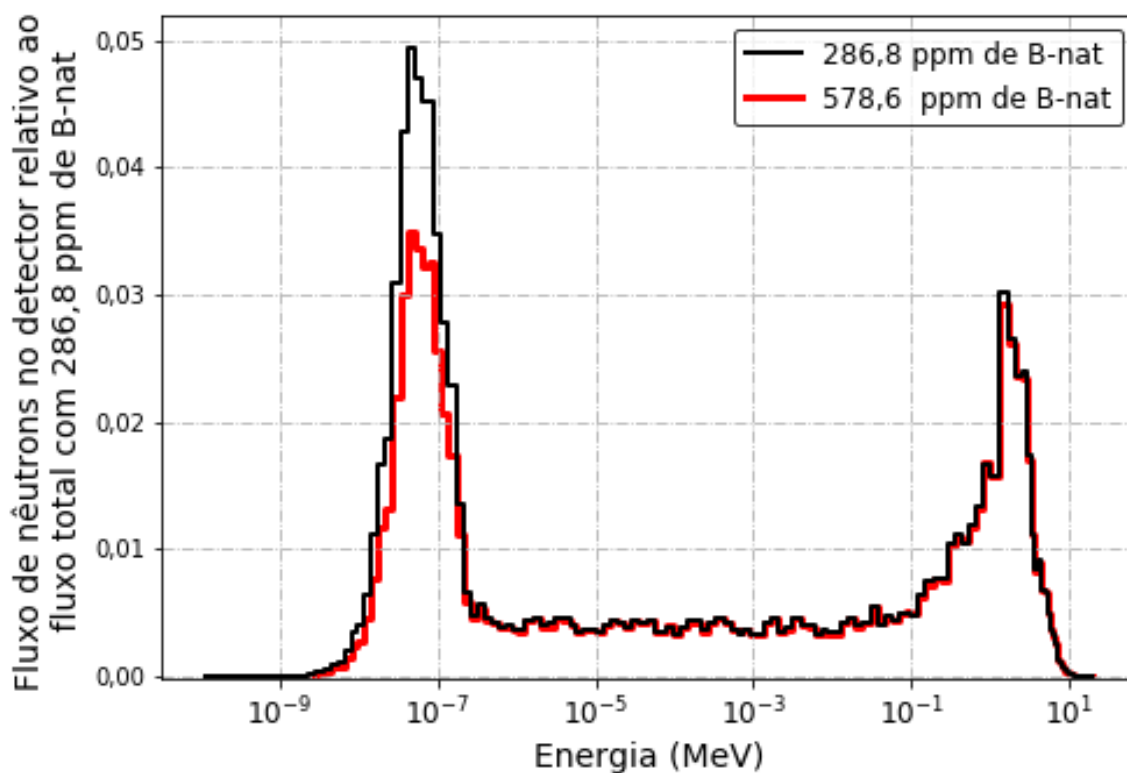
O gráfico da Figura 8.6 também é um complemento da Tabela 8.4. Nele, é mostrado o espectro do fluxo e nêutrons do experimento de 578,6 ppm de boro natural com o espectro mais duro que o de 286,8 ppm. O mais importante desse gráfico é o espectro acima de 1 eV, onde as distribuições dos dois experimentos estão quase iguais. As contagens obtidas pelos detectores e transformadas nas curvas APSDs estão, de alguma forma, mostrando isso. Como apresentado nos resultados nas Figuras 4.1 e 4.6, as raízes dos modos rápidos se alteram pouco com a inserção de mais boro na água do reator.

Figura 8.5 – Reações nos volumes sensíveis dos detectores no experimento com 286,8 ppm de boro natural calculadas com o MCNP6



Fonte: autor da tese.

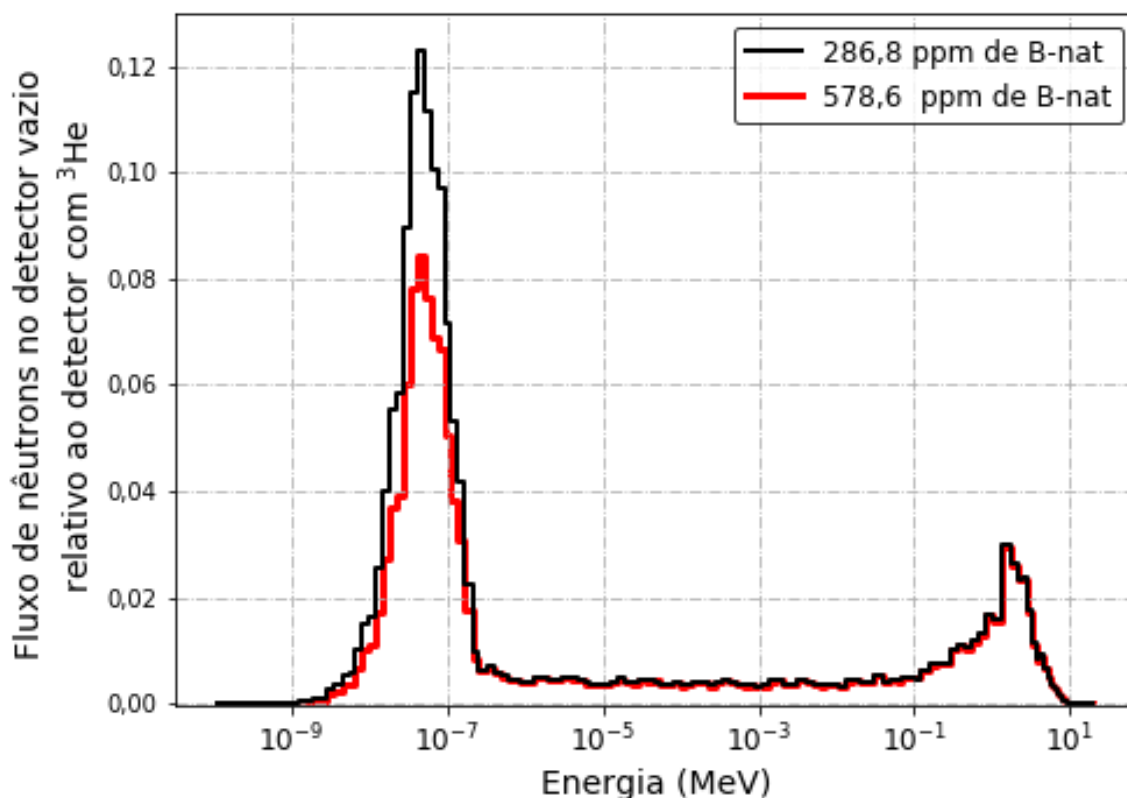
Figura 8.6 – Espectros do fluxo de nêutrons em 160 grupos de energia nos volumes sensíveis nos detectores com ^3He calculados com o MCNP6



Fonte: autor da tese.

A Figura 8.7 mostra os espectros do fluxo de nêutrons sem a presença do ^3He dentro dos volumes sensíveis dos detectores. Comparando as distribuições das Figuras 8.6 e 8.7 fica bem óbvio que a presença dos átomos de ^3He dentro dos volumes sensíveis dos detectores modificam os espectros de nêutrons. A concentração atômica do ^3He em cada detector foi calculada de acordo as especificações dele e conforme a referência [106]. O gráfico da Figura 8.7 também mostra como seriam os fluxos bem próximo aos detectores, antes das colisões com os átomos de ^3He . Nesse caso, os espectros são mais moles que no caso com ^3He na Figura 8.6. Acima de 1 eV, o espectro do experimento com 578,6 ppm continuou insensíveis com a concentração maior de boro natural em relação ao experimento com 286,8 ppm de boro.

Figura 8.7 – Espectros do fluxo de nêutrons em 160 grupos de energia nos volumes sensíveis vazios dos detectores normalizados pelo fluxo total dos detectores com ^3He calculados com o MCNP6



Fonte: autor da tese.

9 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS E CALCULADOS

A parte dos cálculos computacionais do trabalho foi elaborada para justificar as interpretações dadas aos resultados experimentais. Apenas o Λ^T e τ^T podem ser comparados diretamente sem ressalvas com o calculado. As reatividades calculadas estão em relação aos nêutrons de todas as energias, mas considerando $\rho \cong \rho^{TT}$, então podem ser comparadas às experimentais. A Tabela 9.1 apresenta as reatividades, Λ^T e τ^T experimentais e calculadas. A última coluna dessa tabela mostra as diferenças relativas aos dados experimentais. Para comparar objetivamente, deve-se subtrair múltiplos da incerteza da diferença relativa do valor dela para saber de quantos σ os resultados experimentais e calculados estão afastados.

Tabela 9.1 – Comparação das reatividades, tempos de geração e *lifetimes* de nêutrons térmicos experimentais e calculados

Grandeza	Experimental (E)	Calculado (C)	$C/E - 1$
ρ_c^{TT} (pcm)	-5336 ± 50	$-5452 \pm 7^*$	$(2,2 \pm 1,0)\%$
ρ_r^{TT} (pcm)	-1556 ± 55	$-1232 \pm 7^*$	$(20,8 \pm 2,8)\%$
ρ^{TT} (pcm)	-6892 ± 61	$-6713 \pm 8^*$	$(2,6 \pm 1,1)\%$
Λ^T (μs)	$27,31 \pm 0,61$	$25,841 \pm 0,031$	$(5,4 \pm 2,1)\%$
τ^T (μs)	$25,70 \pm 0,28$	$26,919 \pm 0,028$	$(4,7 \pm 1,1)\%$

* Compreende a energia total.

Fonte: autor da tese.

Na comparação de ρ^{TT} os resultados se encontram em 3σ e o mesmo ocorre com ρ_c^{TT} , sendo que ρ_r^{TT} obteve pouca concordância com os dados experimentais. O dado calculado mais confiável desses três é o ρ^{TT} porque a composição de toda a água do reator foi alterada para inserir o boro, como ocorreu no experimento real. No entanto, nas partes ρ_c^{TT} e ρ_r^{TT} da reatividade total térmica, a composição da água foi alterada em cada região avaliada como núcleo ou refletor. Num reator heterogêneo como o da instalação IPEN/MB-01 é bem complexo distinguir onde começa e termina o refletor. Além disso,

dependendo do cálculo, o reator IPEN/MB-01 pode ter um refletor radial, que cerca os lados do núcleo ativo, e dois axiais, que são a água e metais acima e abaixo do núcleo ativo. Os resultados das reatividades calculadas com o MCNP6 foram bons, mas podem ser melhorados com o teste de outras bibliotecas de seções de choque, como a da ENDF/B-VII.0 [98].

O Λ^T tem os resultados experimentais e calculados considerados iguais dentro de 3σ , Tabela 9.1. O corte na energia dos nêutrons realizado nos cálculos com o MCNP6 foi arbitrário, mas o resultado dessa comparação foi bom e mostra que o limite superior de energia dos nêutrons térmicos está próximo de 1 eV. Não foi possível encontrar um método para calcular Λ^T de cada região com o código MCNP6. Existem outros códigos que podem realizar esses cálculos, como o TORT [107].

Existem três *lifetimes* de nêutrons térmicos experimentais na Tabela 6.6. A comparação desses *lifetimes* com o valor calculado foi realizada com a média deles. A Tabela 9.1 mostra essa comparação. Os valores calculados ficaram próximos, mas foi insuficiente para as incertezas se encontrarem num valor razoável de até 3σ . Com a média dos resultados, as incertezas diminuíram e afetaram diretamente a comparação. Além disso, a incerteza no resultado calculado com a Equação (5.194), APÊNDICE K, foi menor que as demais equações utilizadas para calcular o *lifetime* de nêutrons térmicos, como mostrado na Tabela 6.6. Isso foi devido ao desvio de ω_7 na Equação (5.194) ser pequeno (Figura 4.1) e ainda o termo correlacionado de ρ_c^{TT} e ρ_r^{TT} diminuir ainda mais a incerteza final. Contudo, se a comparação do cálculo fosse com os resultados das Equações (5.175) ou (5.190), conforme está na Tabela 6.6, então as comparações concordariam em 3σ .

10 CONCLUSÕES

O experimento para as aquisições de APSDs em frequências até 100 kHz foi realizado com sucesso no reator IPEN/MB-01 no estado subcrítico com a configuração de 26×24 varetas combustíveis e boro natural na água do reator. O experimento foi desafiador porque exigiu um longo tempo com treinamentos, testes e aquisições de dados. Além disso, as medidas eram muito sensíveis a qualquer mudança na instrumentação. As análises revelaram que os modos das APSDs ocorrem aos pares e quanto maior a frequência, mais pares de modos existirão. Os ajustes dos dados experimentais foram até 75,8 kHz e 71,8 kHz nos experimentos com a concentração de 286,8 ppm e 578,6 ppm de boro natural na água do reator. Obtiveram-se ótimos ajustes para um modelo com quatro modos. Se os dados adquiridos fossem mais além de 100 kHz seria possível o ajuste de mais pares de modos. No ajuste em quatro modos, demonstrou-se que existiam duas regiões de frequências distintas, como exposto nas Figuras 4.4 e 4.9 dos modos individuais das curvas APSDs. Os dois primeiros modos dominaram a região de frequências mais baixas, enquanto os dois últimos dominam a região de frequências maiores. A interpretação física levantada foi que os dois primeiros modos correspondiam ao grupo de nêutrons térmicos e os dois últimos ao grupo de nêutrons rápidos, sendo que os pares de modos interferiam pouco mutuamente, por isso, foram considerados desacoplados na modelagem teórica.

Os modelos existentes não se conciliavam com os resultados experimentais. Por esse motivo, desenvolveu-se um modelo teórico próprio de cinética de nêutrons em duas regiões (núcleo e refletor) e em dois grupos de energia (rápido e térmico) a partir das equações de transporte de nêutrons (ETN) e considerando a interpretação dos resultados experimentais. Nesse modelo, o grupo térmico foi equacionado completamente. A parte do grupo rápido deve ser trabalhado futuramente nos próximos trabalhos. As equações calculadas no modelo teórico foram utilizadas em algoritmos de iteração para calcular o valor médio das grandezas do experimento com 286,8 ppm de boro natural. Por existirem mais incógnitas que equações a degenerescência entre os parâmetros era grande. Por isso, utilizou-se num dos algoritmos uma reatividade subcrítica total adquirida num experimento que está fora da tese. Essa reatividade guiou a obtenção de valores médios calculados das

iterações, que foram inseridos no programa ROOT para ajustá-los aos dados experimentais. Apenas com o grupo térmico pode-se inferir várias grandezas de interesse da área de física de reatores nucleares com alto grau de precisão, como as reatividades subcríticas ρ_c^{TT} e ρ_r^{TT} , os tempos de geração de nêutrons Λ_c^T e Λ_r^T , o *lifetime* τ^T , α_c e α_r . Durante o processo também foram obtidas as quantidades β_r , $j_{c \rightarrow r}^T$ e $j_{r \rightarrow c}^T$. O modelo teórico aplicado ao experimento com 286,8 ppm de boro natural pode ser aplicado ao experimento com 578,6 ppm de boro natural, apesar do acoplamento energético ser um pouco maior. Esse trabalho ficará para futuro.

As simulações realizadas com o código MCNP6 justificaram algumas interpretações dadas aos resultados experimentais e estimaram algumas grandezas. O resultado calculado mais importante foi dado pelos espectros de fluxo de nêutrons nas Figuras 8.6 e 8.7, onde mostram, que apesar da inserção de mais boro na água do reator, passando da concentração de 286,8 ppm para 578,6 ppm de boro natural, o espectro para nêutrons com energias acima de 1 eV permaneceu inalterado. Isso concordou com os resultados experimentais com as raízes dos modos rápidos, ω_9 e ω_{10} , sendo pouco afetada, como observado nas Figuras 4.1 e 4.6. O boro tem uma seção de choque de absorção grande para nêutrons térmicos. Por isso, a inserção de mais boro no sistema afetou somente a parte térmica do espectro de fluxo de nêutrons, conseqüentemente, as APSDs analisadas mostraram isso com as raízes dos modos térmicos mudando de valor e as raízes dos modos rápidos sendo pouco alteradas.

Outra conclusão importante dos cálculos computacionais foi a justificção de que os modos rápidos são realmente de nêutrons rápidos. Inicialmente, foi mostrado nas Figuras 8.2 até 8.4 que grande parte dos nêutrons que nascem no núcleo do reator e alcançam a região sensível do detector colidiram poucas vezes e são nêutrons acima de 1 eV. Esses nêutrons provavelmente colidem próximo ao detector e, se forem detectados, alimentam os modos rápidos. No espectro de frequências da APSD, além de existir a separação em energia dos nêutrons, ainda existe o tempo decorrido do nascimento até a detecção do nêutron. Os detectores de ^3He , utilizados nos experimentos relatados nesta tese, detectam majoritariamente nêutrons térmicos. Uma das técnicas de detecção de nêutrons rápidos com detectores desse tipo é justamente a de colocar um material moderador em torno do detector para aumentar a eficiência dele. De acordo com o gráfico das interações dos nêutrons com os átomos de ^3He do detector, Figura 8.5, existe também uma pequena contribuição direta dos nêutrons rápidos com a reação (n, p) e as colisões elásticas. A contribuição da reação (n, d) foi ínfima e considerada desprezível. Nos

experimentos, foi utilizado o menor *shaping time* possível para os detectores de ^3He , que foi de $2 \mu\text{s}$. O ideal seria um *shaping time* quase nulo. Neste caso, a parte da curva em frequências mais altas teria uma inclinação bem menor. Um *shaping time* maior selecionado no amplificador tem a qualidade de evidenciar os modos rápidos, conforme apresentado na Figura B.23. Portanto, o que se vê é uma ampliação da contribuição dos nêutrons rápidos na curva APSD em frequências mais altas com um *shaping time* maior.

Calcularam-se diversas grandezas como código MCNP6, mas as que puderam ser comparadas com os resultados experimentais do caso com 286,8 ppm de boro natural foram as reatividades subcríticas, o tempo de geração e o *lifetime* de nêutrons térmicos. No cálculo da variação das reatividades, o MCNP6 se saiu muito bem com as seções de choque utilizadas, mas ainda podem ser obtidos resultados melhores com o teste de outras bibliotecas e mais poder computacional. Os valores experimentais de Λ^T e ρ^{TT} concordaram em 3σ com o resultado calculado com o MCNP6. Os *lifetimes* de nêutrons térmicos experimentais dados pelas Equações (5.175) e (5.190), Tabela 6.6, concordaram bem com o cálculo em 3σ , mas o resultado experimental obtido com a Equação (5.194) (Tabela 6.6) e a média dos resultados (Tabela 9.1) foram discrepantes.

No geral, os resultados experimentais adquiridos são de excelente qualidade e apropriados para um *benchmark* internacional, uma vez que todo o procedimento para adquiri-los foi bem cuidadoso, resultando em dados subcríticos de boa qualidade, conforme a documentação no APÊNDICE B e nas diversas análises produzidas nesta tese. Esses dados podem ser úteis em comparações com programas para testar as bibliotecas de seções de choque associadas aos materiais e o cálculo de grandezas, como as reatividades, tempos de geração e *lifetimes* de nêutrons.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Misawa, T.; Unesaki, H. **Measurement of Subcriticality by Higher Mode Source Multiplication Method**. JAERI Conference, 2003, no. 19, pp. 178–182.
- [2] Briggs, J. B. **International Handbook of Evaluated Criticality Safety Benchmark Experiments**. Technical Report NEA/NSC/DOC(95)03. Nuclear Energy Agency, OECD, Paris, France, 2015.
- [3] Salvatores, M. **MUSE-1: A first experiment at MASURCA to validate the physics of Subcritical Multiplying Systems relevant to ADS**. 2nd ADTT Conference, 1996.
- [4] Rubbia, C. et al. **The TRADE Experiment: Status of the Project and Physics of the spallation Target**. PHYSOR-2004, The Physics of Fuel Cycles and Advanced Nuclear Systems: Global Developments, 2004, pp. 25–29.
- [5] Gandini, A.; Salvatores, M. **The Physics of Subcritical Multiplying Systems**. J. Nucl. Sci. Technol., vol. 39, no. 6, pp. 673–686, 2002.
- [6] S. Dulla et al. **Kinetic Parameters for Source Driven Systems**. PHYSOR-2006. ANS Topical Meeting on Reactor Physics Organized and Hosted by the Canadian Nuclear Society, 2006.
- [7] Nishihara, K.; Iwasaki, T.; Udagawa, Y. **A New Static and Dynamic One-Point Equation and Analytic and Numerical Calculations for a Subcritical System**. J. Nucl. Sci. Technol., no. 40:7, pp. 481–492, 2003.
- [8] dos SANTOS, A. et al. **LEU-COMP-THERM-077: Critical Loading Configurations of the IPEN/MB-01 Reactor**. In: Briggs, J. Blair (Ed.). International Handbook of Evaluated Criticality Safety Benchmark Experiments, NEA/NSC/DOC (95)03/I, Paris, 2014.
- [9] dos Santos, A. et al. **IPEN(MB01)-LWR-RESR-001 CRIT-BUCK-SPEC-REAC-COEF-KIN-RRATE-POWDIS REACTOR: Reactor Physics Experiments in the IPEN/MB-01 Research Reactor Facility**. International Handbook of Evaluated Reactor Physics Benchmark Experiments, NEA/NSC/DOC/(2006)1, 2006.
- [10] Spriggs, G. D. **Reactor noise threshold**. Nucl. Sci. Eng., vol. 116, no. 1, pp. 67-72, 1994.
- [11] Bendat, J. S.; Piersol, A. G. **Random Data: Analysis and Measurement Procedures**. J. R. Stat. Soc., v. 150, n. 2, p. 167–168, 1987.

- [12] Misawa, T.; Shiroya, S.; Kanda, K. **Measurement of prompt neutron decay constant and large subcriticality by the feynman- α method**. Nucl. Sci. Eng., v. 104, n. 1, p. 53–65, 1990.
- [13] dos Santos, A.; Santos, D. F.; Souza, G. S.; Loureiro, C. D. **Reactor noise at high frequencies and subcritical reactivity inference**. The Fourth International Conference on Physics and Technology of Reactors and Applications (PHYTRA), 2018.
- [14] Spriggs, G. D.; Busch, R. D.; Williams, J. G. **Two-region kinetic model for reflected reactors**. Ann. Nucl. Energy, v. 24, n. 3, p. 205–250, 1997.
- [15] Karan, R. A. **Measurement of Rossi-alpha in Reflected Reactors**. Trans Amer. Nucl. Soc., v. 7, n. 2, p. 283, 1964.
- [16] Karan, R. A. **Spatial Dependence of the Decay Rates of Prompt-Neutron Chains in Reflected Reactors**. Trans. Am. Nucl. Soc., v. 8, n. 1, p. 224, 1965.
- [17] BUSCH, R. D.; SPRIGGS, G. D. **Preliminary Results of a Rossi-alpha Experiment on the University of New Mexico's Agn-201 Experiment**. Trans. Am. Nucl. Soc., v. 13–17, p. 459, 1994.
- [18] BRUNSON, G. S.; HUBER, R. J. **Two-Region Analysis of Pulsing Data in Fast Critical System**. Nucl. Instr. and Methods, v. 128, p. 379, 1975.
- [19] DINIZ, R. **Obtenção das Constantes de Decaimento e Abundâncias Relativas de Nêutrons Atrasados Através da Análise de Ruído em Reatores de Potência Zero**. 2005. 123 p. Tese (Doutorado em Tecnologia Nuclear) Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN-CNEN/SP. São Paulo.
- [20] BRUNSON, G. S. **A Survey of Prompt-Neutron Lifetimes in Fast Critical Systems**. 1963.
- [21] MOGILNER, A. I. **Comparison of Neutron Lifetime Measurement Results Made by Statistical and $1/v$ -Method. Proc. of a Symp. On Statistical Methods in Experimental Reactor Kinetics, and Related Techniques, RCN N69-14878**. p. 219, 1967. Reactor Centrum Nederland, Petten, Netherlands.
- [22] AVERY, R. et al. **Coupled fast-thermal power breeder critical experiment**. Proc. 2nd. Intern. Conf. Peaceful Uses Atomic Energy. v. 12, p. 151, 1958.
- [23] COHN, C. E. **Reflected-Reactor Kinetics**. Trans. Amer. Nucl. Soc., v. 4, n. 1, p. 73, 1961.

- [24] dos SANTOS, A.; SOUZA, G. S. DE; SANTOS, D. F.; DE ANDRADE E SILVA, G. S. **Subcritical boron experiments in the IPEN/MB-01 reactor**. In: European Nuclear Society (Org.); RRFM European Research Reactor Conference. 2019. Brussels, Belgium.
- [25] SANTOS, D. F. **Procedimento Experimental: Experimento utilizando ácido bórico no reator IPEN/MB-01**. São Paulo. Relt IPEN-CEN-INF-CENR-085-00, 2017.
- [26] GONNELLI, E. **O efeito do refletor sobre o tempo de vida neutrônico no Reator IPEN/MB-01**. 2013. Dissertação (Mestrado em Tecnologia Nuclear) Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN-CNEN/SP. São Paulo.
- [27] KURAMOTO, R. Y. R. **Desenvolvimento de uma Metodologia Baseada no Modelo de Duas Regiões e em Técnicas de Análise de Ruído Microscópico para a Medida Absoluta dos Parâmetros Cinéticos β_{eff} e V e β_{eff}/Λ do Reator IPEN/MB-01**. 2007. 149 p. Tese (Doutorado em Tecnologia Nuclear) Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN-CNEN/SP. São Paulo.
- [28] KURAMOTO, R. Y. R. et al. **Absolute Measurement of β_{eff} based on Rossi- α experiments and the Two-Region Model in the IPEN/MB-01 Research Reactor**. Nucl. Sci. and Eng., v. 158, p. 272–283, 2008.
- [29] KURAMOTO, R. Y. R. et al. **Absolute Measurement of β_{eff} based on Feynman- α experiments and the Two-Region Model in the IPEN/MB-01 Research Reactor**. Ann.Nucl. Energy, v. 34, n. 6, p. 433–442, 2006.
- [30] dos SANTOS, A.; SILVA, G. S. DE A.; FANARO, L. C. C. B. et al. **IPEN(MB01)-LWR-RESR-001-CRIT-COEF-KIN: Isothermal experiment of the IPEN/MB-01 reactor and experimental determination of the effective delayed neutron parameters and reactivities of the IPEN/MB-01 reator**. International Handbook of Evaluated Reactor Physics Benchmark Experiments, 2006. Paris: NEA/NSC.
- [31] GONNELLI, E. **Determinação experimental e análise dos tempos de geração de nêutrons do núcleo e do refletor e da fração de retorno do refletor em várias configurações do reator IPEN/MB-01 e seus impactos na determinação da reatividade do sistema**. 2017. 80 p. Tese (Doutorado em Tecnologia Nuclear) Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN-CNEN/SP. São Paulo.
- [32] dos SANTOS, A.; LEE, S.; DINIZ, R.; JEREZ, R. **A New Experimental Approach for Subcritical Reactivity Determination of Multiplying Systems**. Annals of Nuclear Energy, v. 59, p. 243–254, 2013.

- [33] DINIZ, R.; dos SANTOS, A. **Experimental Determination of the Decay Constants and Abundances of Delayed Neutrons by Means of Reactor Noise Analysis.** *Nuclear Science and Engineering*, v. 152, n. 2, p. 125–141, 2006.
- [34] PAKARI, O.; LAMIRAND, V.; PERRET, G.; et al. **Current mode neutron noise measurements in the Zero Power Reactor CROCUS.** *ANIMMA 2017*. v. 04017, p. 4-8, 2018.
- [35] WILLIAMS, M. M. R. **Random Processes in Nuclear Reactors.** v. 62, n. 4. Londres: Pergamon Press, 1974.
- [36] UHRIG, R. E. **Random noise techniques in nuclear reactor systems.** Florida: The Ronald Press Company, 1970.
- [37] LEE, S. M. **Obtenção de reatividade subcrítica por meio de medidas de APSD e CPSD utilizando detectores modo pulso no Reator IPEN/MB-01.** 2014. 136 p. Tese (Doutorado em Tecnologia Nuclear) Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN-CNEN/SP. São Paulo.
- [38] SOUZA, G. S. DE. **Experimentos de reatividade subcrítica em diferentes configurações subcríticas no reator IPEN/MB-01 utilizando CPSD.** 2019. Tese (Doutorado em Tecnologia Nuclear) Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN-CNEN/SP. São Paulo.
- [39] SAITO, K. **Source papers in reactor noise.** *Progress in Nuclear Energy*, v. 3, n. 3, p. 157–218, 1979.
- [40] SCHRÖDINGER, E. **Probability problems in nuclear chemistry.** *R. Ir. Acad.*, v. 1, n. L1, 1945.
- [41] FERMI, E.; FEYNMAN, R. P.; DE HOFFMANN, F. **Theory of Criticality of the Water Boiler and the Determination of the Number of Delayed Neutrons,** USAEC report MDDC-383 (LA DC-269). 1944.
- [42] FEYNMAN, R. P.; HOFFMANN, F. DE; SERBER, R. **Dispersion of the neutron emission in U-235 fission.** *Journal of Nuclear Energy*, v. 3, p. 64–69, 1956.
- [43] COURANT, E. D.; WALLACE, P. R. **Fluctuations of the number of neutrons in a pile.** *Phys. Rev.*, v. 72, n. 1038, 1947.
- [44] COHN, C. E. **A simplified theory of pile noise.** *Nucl. Sci. Engng.*, v. 7, n. 472, 1960.
- [45] MOORE, M. N. **The determination of reactor transfer function from measurements at steady operation.** *Nucl. Sci. Engng.*, v. 3, p. 387, 1958.

- [46] PÁL, L. **On the theory of stochastic processes in nuclear reactors.** *Nuovo Cim. Supplement*, v. 7, p. 25, 1958.
- [47] MOGILNER, A. I.; ZOLOTUKHIN, V. G. **Measuring the characteristics of kinetics of a reactor by the statistical P-method.** *Atom. Energ.*, v. 10, p. 377, 1961.
- [48] BELL, G. I. **On the stochastic theory of neutron transport.** *Nucl. Sci. Engng.*, v. 21, p. 390, 1965.
- [49] BABALA, D. **On the theory of Rossi-Alpha experiment in reactor noise studies.** *Nucl. Sci. Engng.*, v. 24, p. 418, 1966.
- [50] PACILIO, N. **Reactor noise analysis in the time domain**, USAEC Critical Review Series TID-24512. 1969.
- [51] PACILIO, N. **Reactor neutron noise analysis: state of the art 1971.** Comitato Nazionale Energia Nucleare, RT/FI(72)11, 1972.
- [52] PACILIO, N.; JORIO, V. M.; NORELLI, F.; MOSIELLO, R. **Toward a unified theory of reactor noise analysis techniques.** *Ann. nucl. Energy*, v. 3, p. 239, 1976.
- [53] STACEY, W. M. **Space-Time Nuclear Reactor Kinetics.** New York, 1969.
- [54] SAITO, K. **On the theory of power reactor noise.** *Ann. nucl. Sci. Engng.*, v. 1, n. 31, p. 107–209, 1974.
- [55] ORNDOFF, J. D. **Prompt neutron periods of metal critical assemblies.** *Nucl. Sci. Engng.*, v. 2, p. 450, 1957.
- [56] DE HOFFMANN, F. **Statistical aspects of pile theory.** C. D. Ed. Goodman (Org.); Science and Engineering on Nuclear Power, Vol. II, 1949. Addison-Wesley, Mass.
- [57] BENNETT, E. F. **The Rice formulation of pile noise.** *Nucl. Sci. Engng.*, v. 8, p. 53, 1960.
- [58] FURUHASHI, A.; INABA, G. **Eine Korrektur der Formel für die Rossi- α Methode.** *J. Nucl. Sci. Technol.*, v. 3, p. 305, 1966.
- [59] UKAI, S.; TAKEDA, S.; YAMADA, S. **A generalized analysis of Rossi- α experiments.** *J. Nucl. Sci. Technol.*, v. 2, p. 355, 1965.
- [60] OTSUKA, M.; IJIMA, T. **Space-dependent formula for Rossi- α measurements.** *Nukleonik*, v. 7, p. 488, 1965.
- [61] BORGWALDT, H.; MURLEY, T.; SANITZ, D. **The modal synthesis of Rossi-alpha data for moderator reflected fast assemblies, Neutron Noise, Waves and Pulse Propagation.** USAEC CONF-660206. p.747–761, 1967.
- [62] IJIMA, T.; SUGI, T.; EZURE, H.; KASAI, M. **Space-dependent effects in Rossi-alpha experiments.** *Nucl. Sci. Engng.*, v. 33, p. 344, 1968.

- [63] USSACHOFF, L. N. **Equation for the importance of neutrons, reactor kinetics and the theory of perturbation**. Proc. 1st United Nations International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy, v. 5, p.503–510, 1955. Geneva.
- [64] DALFES, A. **Functional analysis of the random processes in nuclear reactor**. *Nukleonik*. v. 9, p. 123, 1967.
- [65] MOORE, M. N. **Reactor transfer functions: addendum**. *Nucl. Sci. Engng.*, v. 4, p. 134, 1958.
- [66] MOORE, M. N. **The power noise transfer function of a reactor**. *Nucl. Sci. Engng.*, v. 6, p. 448, 1959.
- [67] dos SANTOS, A. Comunicação pessoal em julho, 2019. São Paulo, IPEN.
- [68] SANTOS, D. F.; SILVA, G. S. A.; FANARO, L. C. C. B.; YAMAGUCHI, M. **Especificação nuclear do núcleo tipo placa do reator IPEN/MB-01**. Rel IPEN-CEN-PSE-RMB-005-00-RELT-023-01. São Paulo, 2017.
- [69] JOÃO, T. G.; SANTOS, D. F.; ROSSI, P. C. R.; SOUZA, G. S.; dos SANTOS, A. **Monte Carlo modeling of the new plate-type core for the brazilian IPEN/MB-01 research reactor**. International Nuclear Atlantic Conference (INAC). p. 4131–4143, 2019. Santos, SP, Brasil.
- [70] SANTOS, D. F. **Caracterização dos campos neutrônicos obtidos por meio de armadilhas de nêutrons a partir da utilização de água pesada (D2O) no interior do núcleo do reator nuclear IPEN/MB-01**. 2015. 218 p. Dissertação (Mestrado em Tecnologia Nuclear) Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN-CNEN/SP. São Paulo.
- [71] SANTOS, D. F. **Modelagem do núcleo do reator IPEN/MB-01 tipo vareta com o código MCNP**. Rel IPEN-CEN-PSE-RMB-005-00-RELT-005-00. São Paulo: IPEN, 2016.
- [72] FANARO, L. C. C. B. **Determinação experimental de índices espectrais por varredura gama de vareta combustível no reator IPEN/MB-01**, 2009. 133 p. Tese (Doutorado em Tecnologia Nuclear) Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares – IPEN-CNEN/SP. São Paulo.
- [73] dos SANTOS, A.; SILVA, G. S. DE A.; DINIZ, R. et al. **SUB-LEU-COMP-THERM-002 Subcritical loading configurations of the IPEN/MB-01 reactor**. International Handbook of Evaluated Reactor Physics Benchmark Experiments, 2014. Paris: NEA/NSC.

- [74] dos SANTOS, A.; PASQUALETO, H.; FANARO, L. C. C. B.; FUGA, R.; JEREZ, R. **The Inversion Point of the Isothermal Reactivity Coefficient of the IPEN/MB-01 Reactor-1: Experimental Procedure**. Nuclear Science and Engineering, v. 133, n. 314, 1999.
- [75] KNOLL, G. F. **Radiation detection and measurement**. 3ª edição, New York: John Wiley & Sons, Inc, 2000.
- [76] TSOULFANIDIS, N. **Measurement and detection of radiation**. 2ª edição, Washington: Taylor and Francis, 1995.
- [77] NAING, W.; TSUJI, M.; SHIMAZU, Y. **Subcriticality Measurement of Pressurized Water Reactors during Criticality Approach using a Digital Reactivity Meter**. Journal of Nuclear Science and Technology, v. 42, n. 2, p. 145-152, 2004.
- [78] ORTEC. **Model CO4020 Quad 4-Input Logic Unit Operating and Service Manual**. 2002.
- [79] KITAMURA, Y.; MATOBA, M.; MISAWA, T.; UNESAKI, H.; SHIROYA, S. **Reactor noise experiments by using acquisition system for time series data of pulse train**. Journal of Nuclear Science and Technology, v. 36, n. 8, p. 653–660, 1999.
- [80] BRUN, R.; RADEMAKERS, F. **ROOT Data Analysis Framework: User's Guide**. 2018. Geneva.
- [81] LAMARSH, J. R. **Introduction to nuclear reactor theory**. Massachusetts, EUA: Addison-Wesley Publishing Company, inc., 1966.
- [82] BEVINGTON, P. R.; ROBINSON, D. K. **Data reduction and error analysis for the physical sciences**. 3ª edição, New York, NY: McGraw-Hill, 2003.
- [83] DUDERSTADT, J. J.; HAMILTON, L. J. **Nuclear Reactor Analysis**. Michigan: John Wiley & Sons, Inc, 1976.
- [84] SAYRES, A. R.; JONES, K. W.; WU, C. S. **Interaction of Neutrons with He³**. Physical, v. 122, n. 6, p. 1853–1863, 1961.
- [85] Japan Atomic Energy Agency (JAEA). Disponível em: <<https://www.ndc.jaea.go.jp/NuC/index.html>>. Acesso em: 01/06/2019.
- [86] BELL, G. I. I.; GLASSTONE, S. **Nuclear Reactor Theory**. Van Nostrand Reinhold, New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1970.
- [87] HENRY, A. F. **The application of the reactor kinetics to the analysis of experiments**. Nuclear Science, n. 3, p. 52–70, 1958.

- [88] HETRICK, D. L. **Dynamics of nuclear reactors**. Chicago: The University of Chicago Press, 1971.
- [89] GOORLEY, J. T.; JAMES, M. R.; BOOTH, T. E. et al. **MCNP6 User's Manual Version 1.0**. Los Alamos, New Mexico: Los Alamos National Laboratory, 2013.
- [90] PADOVANI, E.; POZZI, S. A.; CLARKE, S. D.; MILLER, E. C. **MCNPX-PoliMi Users Manual**.
- [91] DUDERSTADT, J. J.; MARTIN, W. R. **Transport theory**. Michigan: John Wiley & Sons, 1978.
- [92] IAEA. Disponível em: <<https://www-nds.iaea.org/>>. Acesso em: 2018.
- [93] dos SANTOS, A. Comunicação pessoal em junho, 2019. IPEN, São Paulo.
- [94] BOAS, M. L. **Mathematical methods in the physical sciences**. 3ª edição, DePaul University: John Wiley & Sons, Inc, 2006.
- [95] SPRIGGS, G. D.; BUSCH, R. D. **On the definition of neutron lifetimes in multiplying and non-multiplying systems (LA-13260-MS)**. Brazilian Meet. React. Phys. thermohydraulics, 1997.
- [96] X-5 MONTE CARLO TEAM. **MCNP - A general Monte Carlo N-Particle transport code, version 5**. v. 1, 2008. Los Alamos, New Mexico: OAK Ridge National Laboratory.
- [97] SHULTIS, J. K.; FAW, R. E. **An MCNP primer**. Manhattan: Kansas State University, 2011.
- [98] CHADWICK, M. B.; OBLOZINSKI, P.; HERMAN, M. et al. **ENDF/B-VII.0: Next generation evaluated nuclear data library for nuclear science and technology. Nuclear Data Sheets**. v. 107, n. 12, p. 2931–3060, 2006. Disponível em: <<papers2://publication/uuid/850B0116-BC50-4DD8-B9AA-0C5DDDD2F44E>>.
- [99] SHIBATA, K.; KAWANO, T.; NAKAGAWA, T. et al. **Japanese evaluated nuclear data library version 3 revision-3: JENDL-3.3**. Journal of Nuclear Science and Technology, v. 39, n. 11, p. 1125–1136, 2002.
- [100] TERRANOVA, N.; ZOIA, A. **Generalized Iterated Fission Probability for Monte Carlo eigenvalue calculations**. Annals of Nuclear Energy, v. 108, p. 57–66, 2017. Elsevier Ltd. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.anucene.2017.04.014>>.
- [101] KIEDROWSKI, B. C. **Adjoint Weighting Methods Applied to Monte Carlo Simulations of Applications and Experiments in Nuclear Criticality (LA-UR-14-21608)**. Michigan, United States, 2014.

- [102] KIEDROWSKI, B. C. **Comparison of Prompt Kinetics Models Derived from Alternate Eigenvalues (LA-UR-14-24365)**. American Nuclear Society Annual Meeting 2014. California, United States: Los Alamos National Laboratory, 2014.
- [103] KIEDROWSKI, B. C. **Prompt Behavior of Generalized-Eigenvalue Point Kinetics Models (LA-UR-14-20340)**. PHYSOR 2014 - The Role of Reactor Physics toward a Sustainable Future. Kyoto, Japan, 2014.
- [104] dos SANTOS, A. DDINIZ, R. **The evaluation of the effective kinetic parameters and reactivity of the IPEN/MB-01 reactor for the international reactor physics experiment evaluation project**. Nucl. Sci. Eng., v. 178, n. 4, p. 459–478, 2014.
- [105] WATT, B. E. **Energy spectrum of neutrons from thermal fission of U235**. Physical Review, v. 87, n. 6, p. 1037–1041, 1952.
- [106] MCCONN JR, R. J.; GESH, C. J.; PAGH, R. T.; RUCKER, R. A.; WILLIAMS III, R. G. **Compendium of Material Composition Data for Radiation Transport Modeling (PNNL-157870 Rev. 1)**. Pacific Northwest National Laboratory, 2011.
- [107] RHOADES, W. A.; CHILDS, R. L. **The TORT Three-Dimensional Discrete Ordinates Neutrons/Photon Transport Code**. 1987. Oak Ridge, TN: Oak Ridge National Laboratory.
- [108] CANBERRA. **User's Manual: Model 2006 Proportional Counter Preamp (9231669A 6/96)**. 1996.
- [109] ORTEC. **Model 4002P Portable Power Supply Operating and Service Manual**. 2002.
- [110] ORTEC. **Model 4001C Modular System Bin Operating and Service Manual**. 2002. Advanced Measurement Technology, Inc.
- [111] ORTEC. **Model 572 Spectroscopy Amplifier Operating and Service Manual**. 2004.
- [112] ORTEC. **ASPEC-927 Dual Multichannel Buffer (user manual)**. 2014.
- [113] **MAESTRO-32® MCA Emulator for Microsoft® Windows® 2000 Professional and XP® Professional A65-B32 Software User's Manual**. 2006. USA.
- [114] ORTEC. **Model 551 Timing Single-Channel Analyzer Operating and Service Manual**. 2002. Disponível em: <<http://www.ortec-online.com/-/media/ametekortec/manuals/551-mnl.pdf>>.
- [115] ORTEC. **MCS-pci (A73-B32) hardware and software user's manual**.
- [116] NI. **LabVIEW: User Manual**. 1998.

- [117] HARRIS, F. J. **On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier Transform**. Proceedings of the IEEE, v. 66, n. 1, p. 51–83, 1978.
- [118] SANTOS, D. F.; BETTI, F. **Reposicionamento dos detectores nucleares do reator IPEN/MB-01 tipo placa**. Rel IPEN-CEN-PSE-RMB-005-00-RELT-015-00. São Paulo: IPEN, 2016.
- [119] SANTOS, D. F.; BETTI, F. **Reposicionamento dos detectores nucleares do reator IPEN/MB-01 tipo placa – definição final**. Rel IPEN-CEN-PSE-RMB-005-00-RELT-051-00. São Paulo, 2017.
- [120] FOURMILAB. **Chi-Square Calculator**. Disponível em: <<https://www.fourmilab.ch/rpkp/experiments/analysis/chiCalc.html>>. Acesso em: 16/08/2019.
- [121] Japan Atomic Energy Agency (JAEA) - Nuclear Data Center (NDC). http://wwwndc.jaea.go.jp/j40fig/jpeg/cd113_f1.jpg.
- [122] LORCH, E. A. Int. J. Appl. Radiat. Is. 24 (1973) 585.
- [123] **Sealed Radiation Sources - Product Information**. Eckert & Ziegler Nuclitec GmbH. Rev. 07, 2009.
- [124] **Compendium of neutron spectra and detector responses for radiation protection purpose**. Technical Report Series, n 318. Vienna: IAEA, 2001.
- [125] MURA, L. F. L. **Medidas de taxas de reação nuclear e de índices espectrais ao longo do raio das pastilhas combustíveis do reator IPEN/MB-01**. 2010. Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares.
- [126] HELENE, O. A. M.; VANIN, V. R. **Tratamento estatístico de dados em física experimental**. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda, 1981.

ANEXO A –Análise química da água do moderador



São Paulo, 25 de maio 2018

Resultados das determinações dos elementos por ICP OES

Solicitação: 25822

25822	B (mg/L)
1ª Diluição	47.9
2ª diluição	88.9
3ª diluição	136.5
4ª diluição	185.1
5ª diluição	245.2
6ª diluição	286.8

Observações:

- ✓ Resultados referentes somente à leitura.
- ✓ 1 % = 10.000 ppm (mg/L).
- ✓ Equipamento utilizado: Espectrômetro Ótico de Emissão Atômica com Plasma Indutivamente Acoplado (ICP OES, Radial) da marca Spectro, modelo Arcos.
- ✓ Parâmetros operacionais do ICP OES:

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
Potência aplicada	1400 W	Vazão do gás de nebulização	0,85 L min ⁻¹
Radiofrequência do gerador de RF	27,12 MHz	Vazão de introdução de amostra	0,85 L min ⁻¹
Vazão do gás do plasma	12 L min ⁻¹	Velocidade da bomba	30 rpm
Vazão do gás auxiliar	1 L min ⁻¹	Nebulizador	crossflow

Victor Basile Astuto (vastuto@iq.usp.br)

Telefone: (11) 3091 3212 Ramal 12 ou 21



SÃO PAULO, 01 DE OUTUBRO DE 2018.

RESULTADOS* DAS DETERMINAÇÕES DOS ELEMENTOS POR ICP OES

Elemento: B

Amostras	B (mg/L)
3° Agua - Tq 202	0,186
2° lavagem - Tq 202	7,287
Agua Tq 202 - 1° lavagem	76,13
6° Concentração	578,6

Resultados referentes somente à leitura do equipamento. Amostras enviadas já preparadas.

Obs.: 1 % = 10.000 ppm (mg/kg ou mg/L)

Equipamento utilizado: Espectrômetro Ótico de Emissão Atômica com Plasma Indutivamente Acoplado (ICP OES, Radial) da marca Spectro, modelo Arcos.

REBECA YATSUZUKA (rebeca@iq.usp.br)
TELEFONE: (11) 3091 3212 RAMAL 12

Av. Prof. Lineu Prestes, 748 – Bloco Zero, 05508-900 São Paulo - Brasil
Caixa Postal 26.077 - 05513-970 São Paulo – Brasil Fone (11) 30913212, ramal 12, FAX (11) 30913155

- * Na análise de 01 de outubro de 2018, onde está “6° Concentração” na verdade é a 7ª Concentração de boro natural.
- * A precisão do instrumento de medida é de 10 ppm.

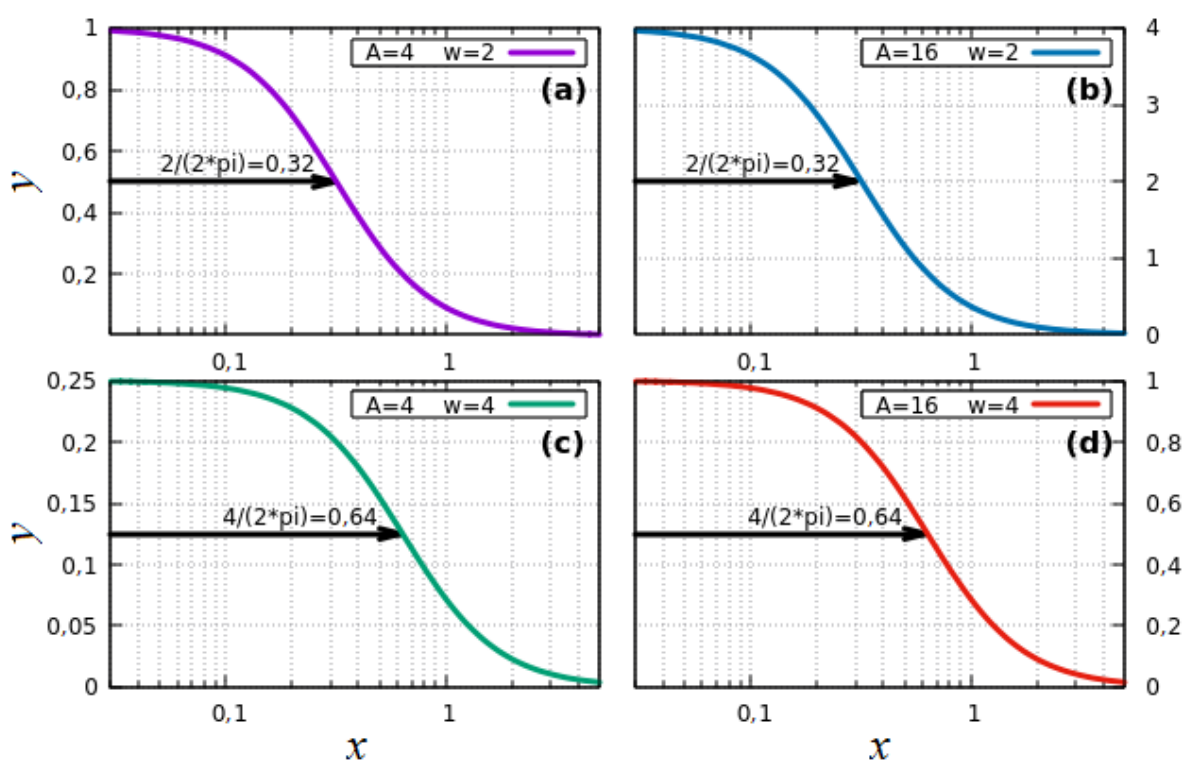
APÊNDICE A – Estudo da função APSD com um modo

Na Equação (2.1) existe um modo e é definido por um coeficiente A e uma raiz ω , como em

$$y = \frac{A}{\omega^2 + (2\pi x)^2}, \quad \text{A.1)}$$

onde $y = f(x)$. Conforme mostrado na Figura A.1, quando $x = 0$ a função alcança a amplitude máxima, que é dada por A/ω^2 . Como mostrado nos pares de gráficos (a) e (b), e (c) e (d) na Figura A.1, a modificação do valor de A altera as amplitudes, mas as formas das curvas ficam inalteradas. Comparando os pares de gráficos (a) e (c), e (b) e (d) na Figura A.1, com o aumento do valor de ω pode-se concluir erradamente que a função é transladada para a direita e as formas se equiparam. Mas o que ocorre é um decréscimo mais lento da função. O valor de ω está relacionado com o comprimento a meia altura da amplitude máxima, como mostrado pelas setas na Figura A.1. Esta relação é dada por $d = \omega/2\pi$, onde d é o comprimento a meia altura. Ou seja, a raiz pode ser calculada com $\omega = 2\pi d$.

Figura A.1 – Curvas de um modo para a variação dos valores de A e ω



Fonte: autor da tese.

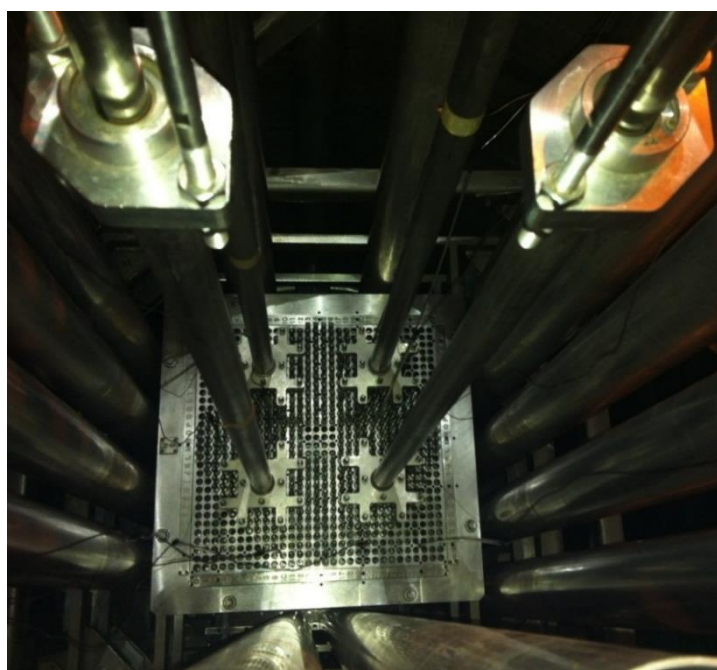
APÊNDICE B – Montagem experimental detalhada para aquisição de APSD de alta frequência com o reator IPEN/MB-01 no estado subcrítico

A medida subcrítica de uma APSD de alta frequência é muito sensível. Por isso, este apêndice apresenta todos os detalhes da montagem experimental com os cuidados requeridos, detectores, equipamentos, módulos, conexões e cabos que foram utilizados para auxiliar em montagens corretas e seguras em futuros experimentos. Além disso, garantirá a reprodutibilidade e uma espécie de relatório experimental para os pesquisadores da área. Para facilitar o entendimento, os instrumentos utilizados foram divididos em célula crítica e sala de controle do reator.

B.1 Instrumentos da célula crítica

A célula crítica é o espaço isolado onde se encontra o núcleo do reator IPEN/MB-01, Figura B.1. Esse núcleo é cercado por detectores dentro de tubos de alumínio (canais nucleares) e todos estão inseridos num tanque moderador, como mostrado na Figura B.2. Os dados das reações nucleares ocorridas no núcleo são adquiridos por esses detectores que estão ligados por uma série de instrumentos para levar o sinal até a sala de controle do reator.

Figura B.1 – Núcleo do reator IPEN/MB-01



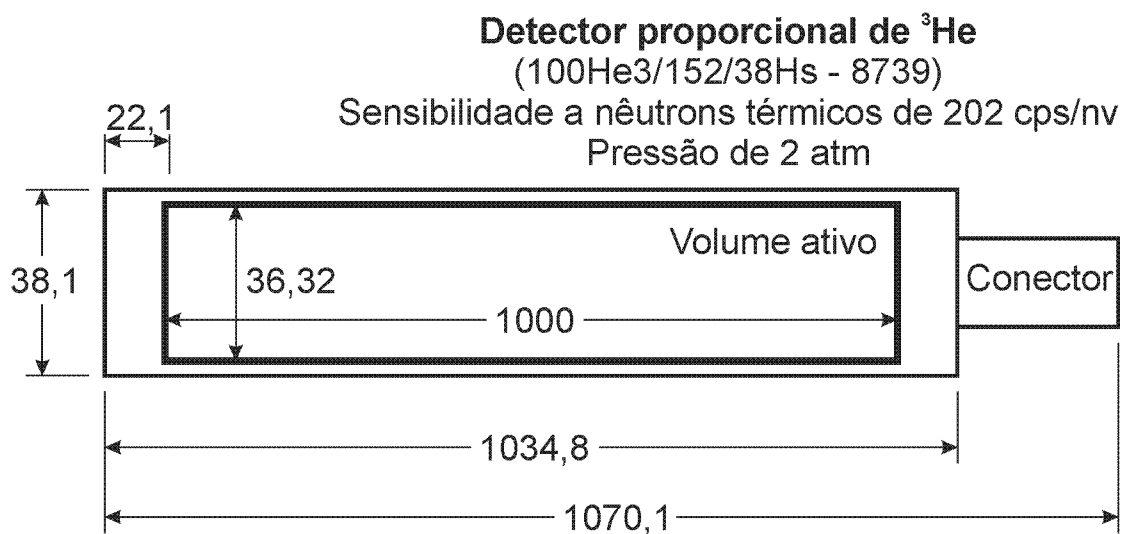
Fonte: autor da tese.

Figura B.2 - Tubos de aço inoxidável ao redor do núcleo do reator onde os detectores são inseridos para evitar o contato com a água



Fonte: autor da tese.

Após vários testes conseguiu-se dois conjuntos de instrumentos bons para efetuar as medidas. Foram utilizados dois detectores proporcionais de ^3He modo pulso da Centronic® colocados em lados simetricamente opostos do núcleo do reator. O detector do modelo 100He3/152/38HS, identificado pelo número de série (n/s) 8739, foi colocado na face oeste do núcleo e outro do modelo 100He3/304/38HS, o mais sensível de todos os detectores disponíveis, identificado pelo n/s 8740, na face leste, como apresentado na Figura B.3.

Figura B.3 – Desenhos dos detectores de ^3He 

Desenho fora de escala (mm)

Fonte: autor da tese.

Os detectores foram inseridos nos canais nucleares, encaixados em discos furados de polietilenos (Figura B.4) e colocados sobre discos de polietileno de 15 mm de espessura para evitar o contato com as paredes de alumínio dos canais nucleares.

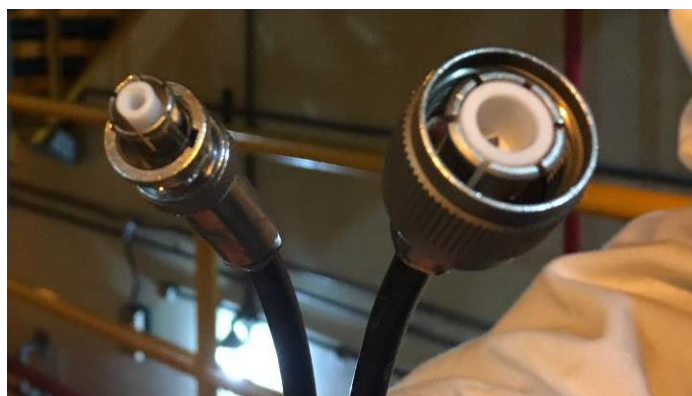
Figura B.4 – Detector proporcional de ^3He modo pulso n/s 8741 que foi utilizado nos treinamentos



Fonte: autor da tese.

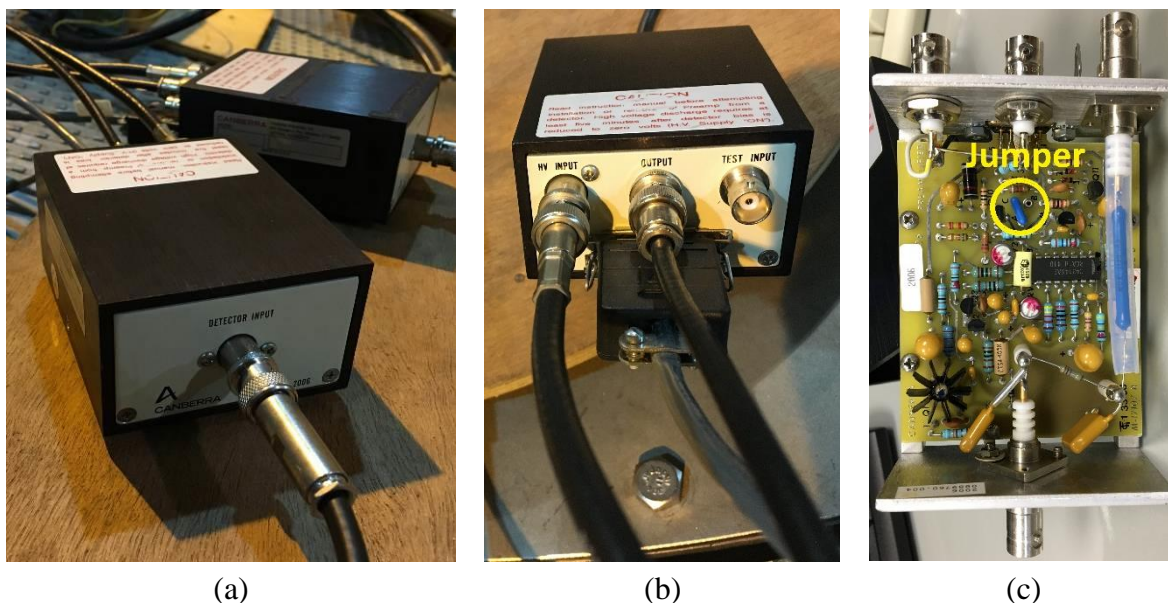
Os detectores foram conectados por um cabo com conectores HN-SHV (Figura B.5) em pré-amplificadores na entrada *input* (Figura B.6). Os pré-amplificadores eram da Canberra modelo 2006 [108] colocados com um ganho normal de 47 mV/M-par-de-íons (*jumper* interno ligado em A-C). Esse ganho pode ser aumentado em cinco vezes com o *jumper* interno em A-B, como mostrado na Figura B.6 (c). Essa configuração não foi utilizada porque o espectro formado ficava amplificado demais, impossibilitando a seleção do espectro de nêutrons e achatamento dos pulsos. Cada detector foi acompanhado por um pré-amplificador, sendo o detector 8739 com o pré-amplificador com o n/s 960 e o 8740 com o n/s 578. A plataforma que cerca o tanque moderador é de metal e para evitar qualquer tipo de interferência eletromagnética os pré-amplificadores foram colocados em cima de tábuas, como mostrado na Figura B.2.

Figura B.5 – Cabo com conectores HN-SHV



Fonte: autor da tese.

Figura B.6 - Pré-amplificador: (a) parte frontal, (b) traseira e (c) interna.



Fonte: autor da tese.

A alimentação dos detectores foi fornecida por fontes de alta tensão da Canberra modelo 3002D (Figura B.7) através de cabos com conectores SHV-SHV (Figura B.8), conectados na entrada *HV input* do pré-amplificador e na saída *HV* da fonte. Cada detector tinha a própria fonte de alta tensão: o detector 8739 foi alimentado pela fonte de alta tensão n/s 331 com a tensão de 1000 V e o 8740 pela fonte n/s 333 com a tensão de 1200 V.

Figura B.7 - Fonte de alta tensão



Fonte: autor da tese.

Figura B.8 - Cabo com conectores SHV-SHV



Fonte: autor da tese.

A tensão dos pré-amplificadores foram fornecidas pela fonte da Ortec modelo 4002P [109] (Figura B.9) com os cabos com conectores do tipo D de 9 pinos (Figura B.10). A régua, onde foram encaixadas as tomadas, foi distanciada das fontes de alta tensão e da fonte de alimentação do pré-amplificador para evitar a interferência eletromagnética.

Figura B.9 - Fonte de alimentação do pré-amplificador (*Portable Power Supply*)

Fonte: autor da tese.

Figura B.10 – Cabo com conectores do tipo D de 9 pinos macho e fêmea



Fonte: autor da tese.

Ao fim das operações, o reator era desligado e por segurança radiológica só se podia entrar na célula crítica no dia seguinte. Quando a energia elétrica da célula crítica do reator era desligada, todos os equipamentos se desligavam. No retorno da energia, o sistema de proteção da alimentação de tensão dos instrumentos, mostrado na Figura B.11, permanecia desligado impossibilitando que os equipamentos conectados ligassem por estarem no modo ligado. Esses equipamentos eram a fonte de alta tensão e a fonte de alimentação do pré-amplificador. Assim, o detector ficava protegido do retorno da energia elétrica que faria com que a fonte de alta tensão retornasse com a tensão em que estava no fim da operação no dia anterior. Antes de ligar o sistema de proteção novamente, o procedimento era de zerar a fonte de alta tensão e desligar a fonte de alimentação do pré-amplificador. Como mais uma medida de proteção, a fonte de alta tensão era aumentada de forma gradual até a tensão de operação de cada detector.

Figura B.11 - Sistema de proteção da alimentação AC



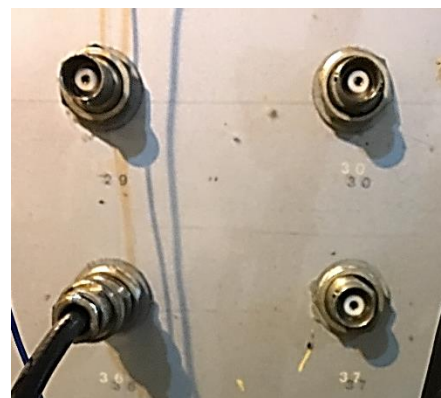
Fonte: autor da tese.

Os detectores geravam pulsos a partir das interações dos nêutrons com os átomos de ^3He . Esses pulsos eram amplificados no pré-amplificador e o sinal era enviado para a sala de controle através do painel de entrada de sinais mostrado na Figura B.12. Cabos com conectores BNC-BNC fizeram a ligação da saída dos sinais (*output*) dos pré-amplificadores (Figura B.6) até o painel de entrada de sinais. Este possuía várias entradas numeradas, sendo que o sinal do detector 8739 foi enviado pela porta 37 e o 8740 pela 38.

Figura B.12 - Painel de entrada de sinais do núcleo do reator



Visualização ampliada de algumas portas (conectores fêmeas) de entrada de sinais



Fonte: autor da tese.

B.2 Instrumentos da sala de controle

Os sinais do painel de entrada de sinais na célula crítica foram levados até o painel de saída de sinais na sala de controle (Figura B.13). Nele, cada porta numerada correspondia a porta numerada do painel de entrada na célula crítica.

Figura B.13 - Painel de saída de sinais da célula crítica



Fonte: autor da tese.

Todos os equipamentos e computadores utilizados nos experimentos foram ligados num grande estabilizador de tensão alternada modelo 500 TRV-1A/I, mostrado na Figura B.14.

Figura B.14 – Estabilizador eletrônico de tensão alternada modelo 500 TRV-1A/I



Fonte: autor da tese.

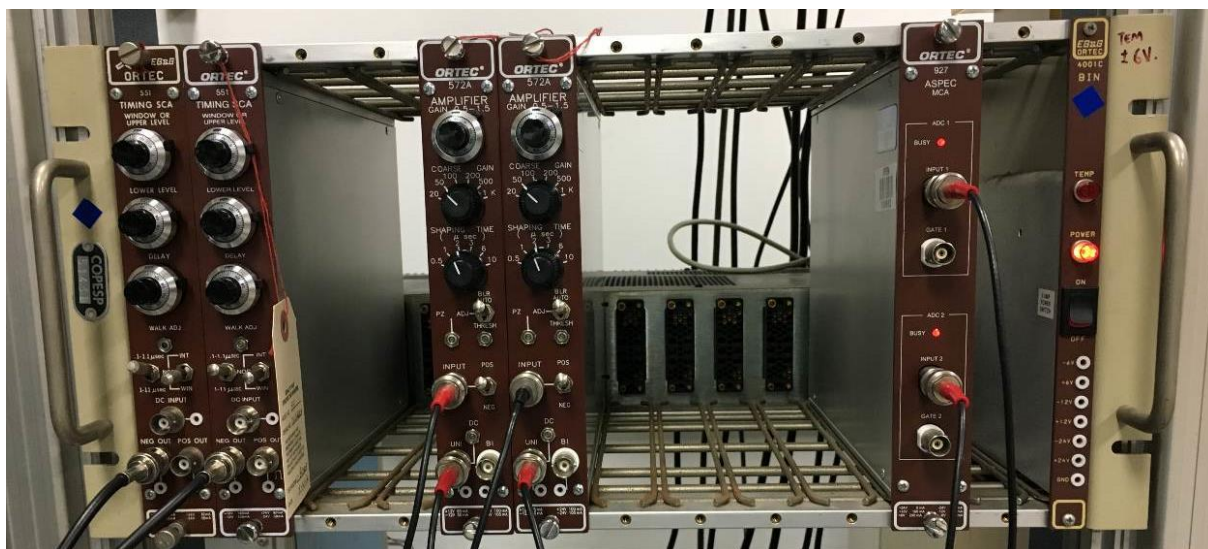
O raque (Figura B.15) é uma espécie de estante, onde é possível encaixar vários bastidores (“gavetas”) [110] (Figura B.16). Cada bastidor tem sua própria fonte de alta tensão e nele pode ser inserido vários módulos, como amplificadores, multicanais, entre outros.

Figura B.15 – Raque



Fonte: autor da tese.

Figura B.16 - Bastidor com alguns módulos



Fonte: autor da tese.

Os módulos utilizados nos bastidores foram da Ortec® e as ligações entre eles foram feitas com cabos com conectores BNC-BNC do mesmo tipo, como o mostrado na Figura B.17.

Figura B.17 - Cabo coaxial com conectores BNC-BNC



Fonte: autor da tese.

Ao todo foram utilizados nas montagens experimentais na sala de controle dois amplificadores (*amplifier*), um multicanal (*Multi Channel Analyzer - MCA*), dois monocanais (*Timing Single Channel Analyzer - SCA*) e um módulo de entrada lógica (*Model CO4020 Quad 4-Input Logic Unit*). A Figura B.18 mostra alguns dos módulos utilizados no experimento.

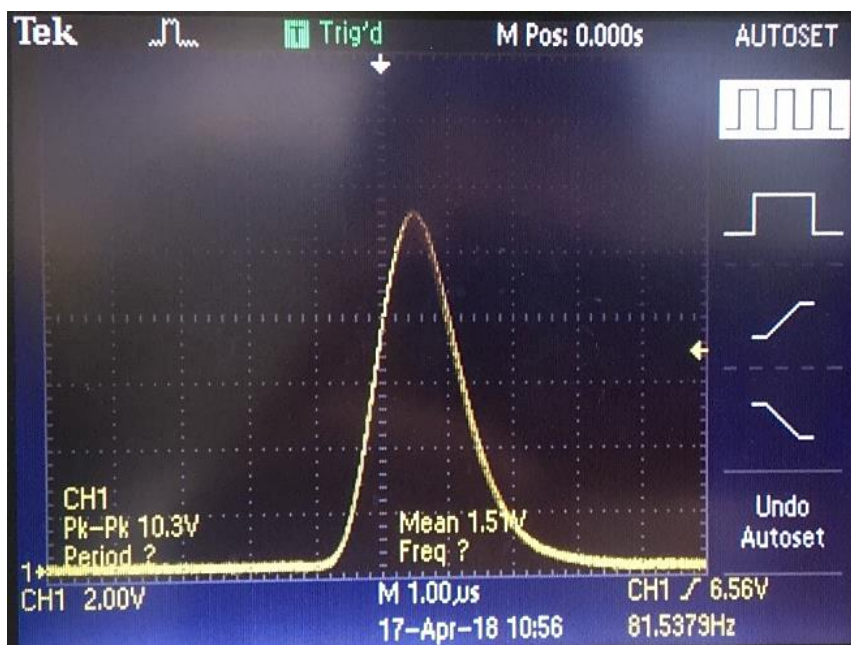
Figura B.18 - Módulos da Ortec: (a) Painel de controle do bastidor, (b) Amplificador, (c) Multicanal, (a) Monocanal e (d) Módulo de entrada lógica.



Fonte: autor da tese.

Os sinais do painel de saída de sinais entraram nas portas *Input* dos amplificadores. O amplificador da Ortec modelo 572A n/s 160 estava com o sinal do detector 8739 e do modelo 572 n/s 4355 com o detector 8740 [111]. Os sinais saíam dos amplificadores pelas portas UNI (unipolar). Os sinais de saída dos amplificadores foram ajustados da mesma forma com o osciloscópio. Com ele, cancelaram-se os polos zeros nos amplificadores, pois os decaimentos exponenciais dos pulsos ultrapassavam as retas com os valores de tensão nos tempos iniciais. Também foram ajustadas as linhas base de zero volt com o DC. Esses ajustes foram necessários porque alteravam as medidas das APSDs. O pulso de um dos amplificadores ajustados é apresentado na Figura B.19.

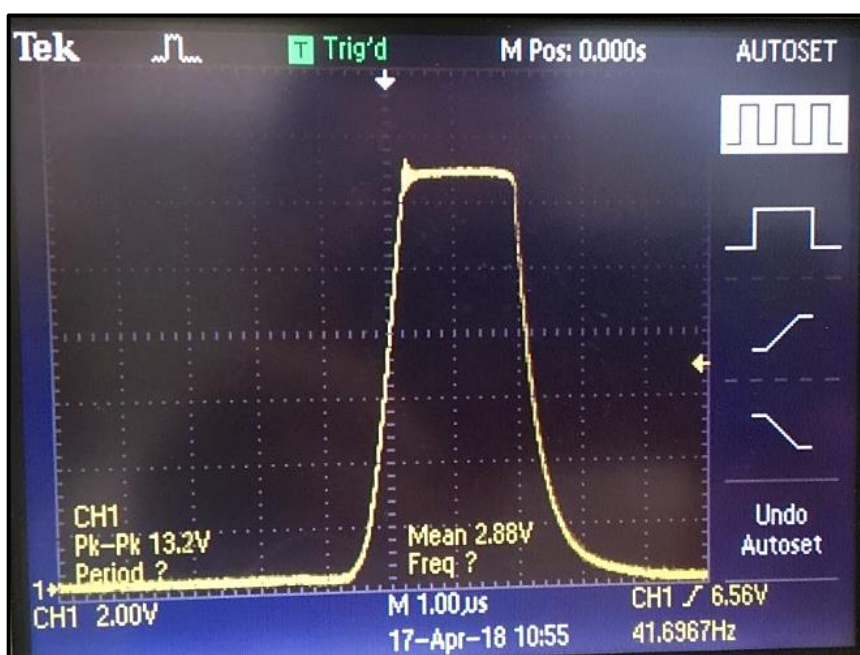
Figura B.19 – Foto do osciloscópio do sinal de saída de um dos amplificadores



Fonte: autor da tese.

Ainda no osciloscópio, o ganho grosso (*coarse gain*) e o ganho fino (*gain*) foram testados. O ganho variava a amplitude dos pulsos e existia um limite para o aumento desse ganho. Se o limite fosse ultrapassado, ultrapassaria a tensão máxima permitida e os picos dos pulsos eram achatados, conforme mostrado na Figura B.20.

Figura B.20 – Foto do osciloscópio de um sinal muito amplificado



Fonte: autor da tese.

Após os ajustes e verificações, os sinais dos amplificadores foram enviados para o módulo multicanal modelo 927 ASPEC MCA [112] nas portas Input 1 (detector 8739) e Input 2 (detector 8740). Uma luz vermelha acima da entrada *Input (busy)* mostrava se existiam sinais nos cabos conectados. Os sinais saíam de trás do multicanal por um cabo USB A/B (Figura B.21) até um computador portátil com o programa Maestro [113].

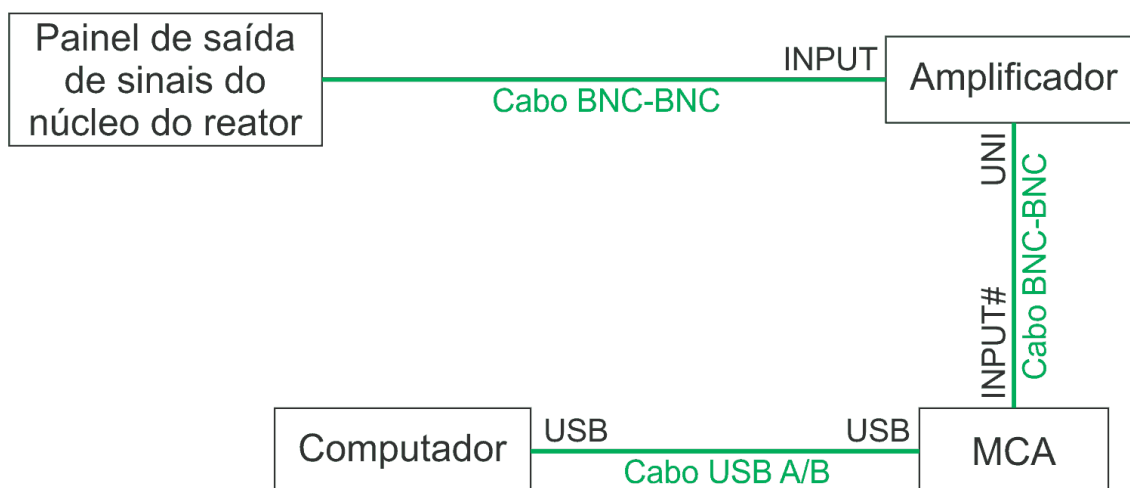
Figura B.21 - Cabo USB A/B



Fonte: autor da tese.

O esquema experimental dentro da sala de controle do reator então ficou como o apresentado na Figura B.22.

Figura B.22 - Montagem experimental para aquisição do espectro no programa Maestro

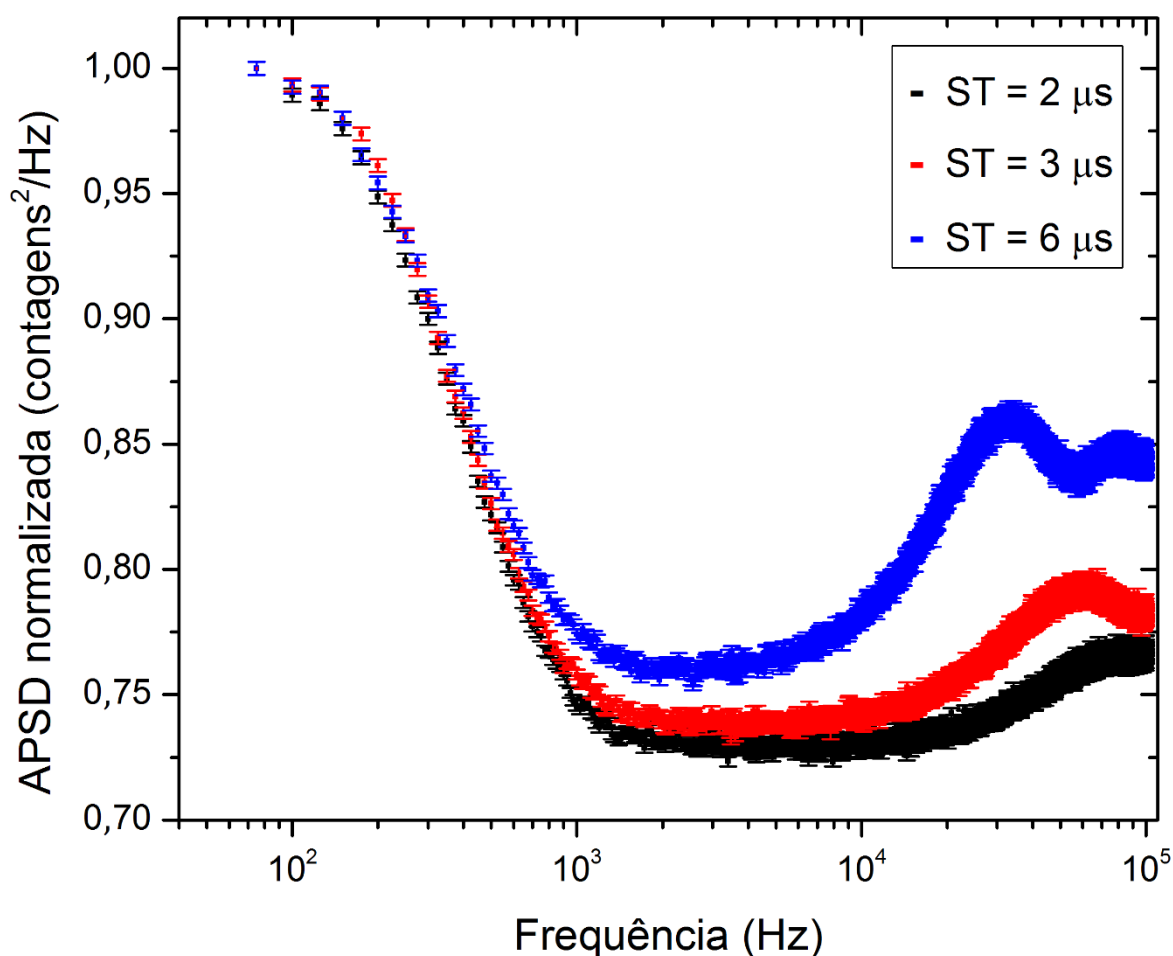


Fonte: autor da tese.

A configuração do programa Maestro estava para uma janela com 8192 canais do multicanal num intervalo de 0 até 10 V [112]. O Maestro computava as contagens nos

canais de tensão de acordo com a amplitude dos pulsos. O acúmulo das contagens em cada canal produzia uma altura de pulso e o conjunto delas formava um espectro geral. O *shaping time* (*ST*), o ganho grosso (*GG*) e o ganho fino (*GF*) modificavam o espectro. O *shaping time* é o tempo de formatação dos pulsos. Se for escolhido um *shaping time* grande, pode ocorrer o empilhamento de pulsos [75]. Quanto maior for o *shaping time*, maior será o valor da APSD em altas frequências e mais comprimido será o espectro em altas frequências, ou seja, a curva em altas frequências tem uma inclinação positiva maior, como mostrado na Figura B.23. Após vários testes, foi escolhido o $ST = 2 \mu s$, o menor *shaping time* possível que formava um espectro de nêutrons de acordo com o esperado para os detectores de ^3He [75].

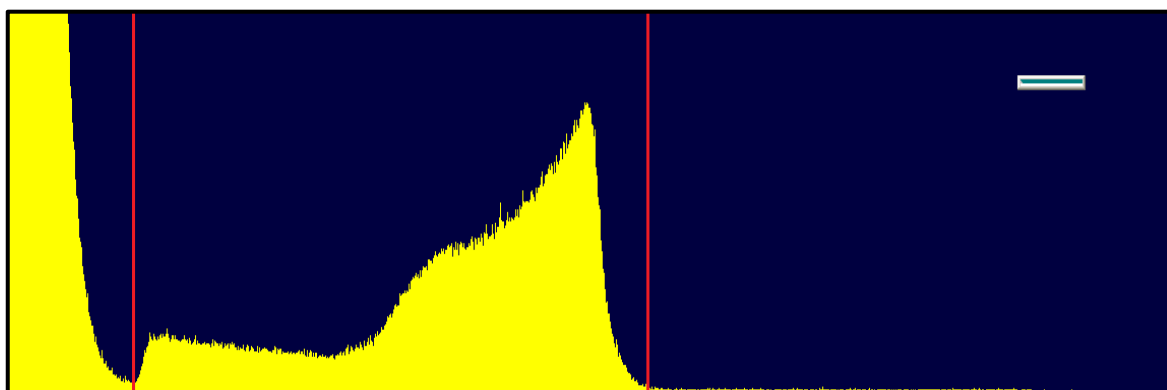
Figura B.23 – APSDs até 100 kHz em função do *shaping time* normalizadas e adquiridas com o reator IPEN/MB-01 no arranjo de 26×24 varetas combustíveis sem boro, barras de controle totalmente inseridas e de segurança totalmente retiradas



Fonte: autor da tese.

A amplificação total do espectro é dada pela multiplicação dos ganhos grosso (GG) e fino (GF). Essas amplificações foram colocadas com valores abaixo da ocorrência do achatamento de pulsos, como mostrado na Figura B.20. O detector 8739 ficou com $GG = 200$ e $GF = 0,7$ e o 8740 com $GG = 50$ e $GF = 0,7$ nos dois experimentos com boro. Com essas amplificações, os espectros alcançaram canais próximos do meio da janela, como mostrado no exemplo da Figura B.24. Em baixas energias (lado esquerdo do espectro até o encontro da linha vermelha) existem os pulsos das interações gama, ruído eletrônico, entre outros eventos que não são nêutrons. Em energias mais altas, entre as linhas vermelhas da Figura B.24, são as reações com os nêutrons [75]. O objetivo desse tipo de experimento é detectar nêutrons de uma mesma família. Então, tinha-se a necessidade de discriminar o espectro de nêutrons de todos os eventos que não eram nêutrons. O intervalo do espectro de interesse iniciava no começo do primeiro patamar e ia até o fim do último pico do espectro dos nêutrons (Figura B.24). Esse espectro era localizado em *Marker* na janela do programa Maestro em todo começo de dia de trabalho, pois variavam um pouco de dia para dia. Em média, para o detector 8739 o espectro de nêutrons iniciava no canal 450 e terminava no 2300 e no 8740 iniciava no 700 e terminava no 3600.

Figura B.24 - Espectro das alturas de pulso de um detector de ^3He



Fonte: autor da tese.

Os sinais de saída dos amplificadores foram enviados por cabos com conectores BNC-BNC até as portas *DC INPUT* dos monocanais da Ortec do modelo 551 [114]. Os canais que delimitavam os intervalos de nêutrons no espectro de altura de pulsos localizados no multicanal foram colocados na equação a seguir:

$$L = \frac{10 V}{8192 \text{ canais}} C, \quad (\text{B.1})$$

onde L é o valor calculado para ser colocado no monocanal em função dos canais C localizados no multicanal. A separação eletrônica dos espectros de nêutrons foi realizada com o ajuste dos valores nos discriminadores *Lower* e *Upper level* nos monocanais, onde foram colocados os valores limites dados por L . O monocanal de n/s 654 ficou com o detector 8739 e delimitou o espectro de nêutrons com os discriminadores entre 0,55 V até 2,81 V em média. O monocanal de n/s 024545 ficou com o 8740 e na média com discriminadores entre 0,85 V e 4,39 V. Com cabos BNC-BNC nas saídas de sinais lógicos negativos (*NEG OUT*) dos monocanais, os sinais foram levados para o osciloscópio para uma verificação simples dos pulsos.

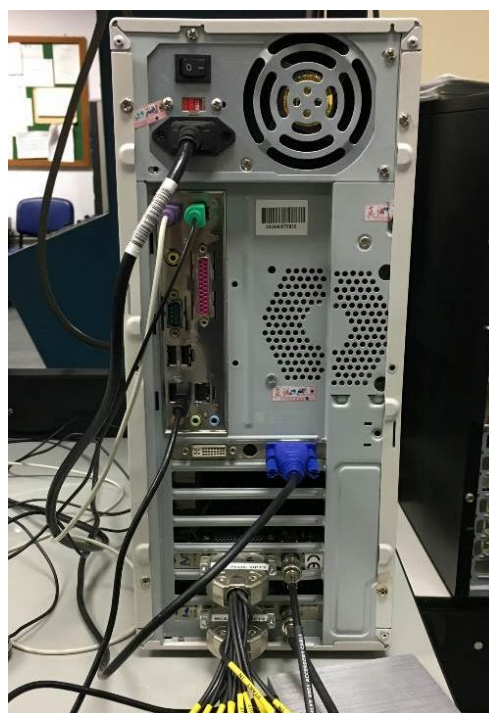
Após a verificação, os sinais dos monocanais foram enviados para as placas contadoras multicanal (*Multi-Channel Scaler –MCS*) com barramentos PCI [115]. Elas estavam instaladas num computador com processador de 3 GHz (Figura B.25), o qual era dedicado exclusivamente à aquisição de dados. Esse computador tinha extrema importância para aquisição de medidas subcríticas porque era o único a possuir barramentos PCI para o encaixe das placas MCS. A placa MCS registrava o intervalo de tempo entre um sinal de *trigger* e cada pulso lógico negativo subsequente. A placa MCS tinha canais de tempo (*dwell time*) selecionáveis de 100 ns a 1300 segundos, com um número de canais que podia variar de 4 à 65536, resultando num intervalo de tempo de 400 ns até 2,7 anos [115].

Existiam duas placas MCS (Figura B.25 (c)) conectadas pelos cabos tipo D de 25 pinos mostrados na Figura B.26. Esses dois cabos foram conectados pelas saídas BNC nomeada *start out* do cabo 1 na entrada *start in* do cabo 2 e saída CHN ADV *out* do cabo 1 na entrada CHN ADV *in* do cabo 2. Devido à conexão das placas, a placa com o número 1 passou a ser a placa mestre (*master*) e a 2 a escrava (*slave*), como mostrado em (d) na Figura B.25. Num experimento com dois sinais de detectores, as duas placas MCS podem receber um sinal em cada placa. Esse procedimento também foi realizado uma simples verificação das formas das curvas APSD de cada detector.

Figura B.25 – Computador com as placas MCS: (a) parte frontal do gabinete do computador, (b) parte traseira do gabinete, (c) placa MCS número 1 (*master*) e 2 (*slave*) encaixadas no barramento PCI da placa mãe do computador e (d) placas MCS conectadas pelos cabos tipo D e com os cabos BNC com os sinais dos monocanais



(a)



(b)



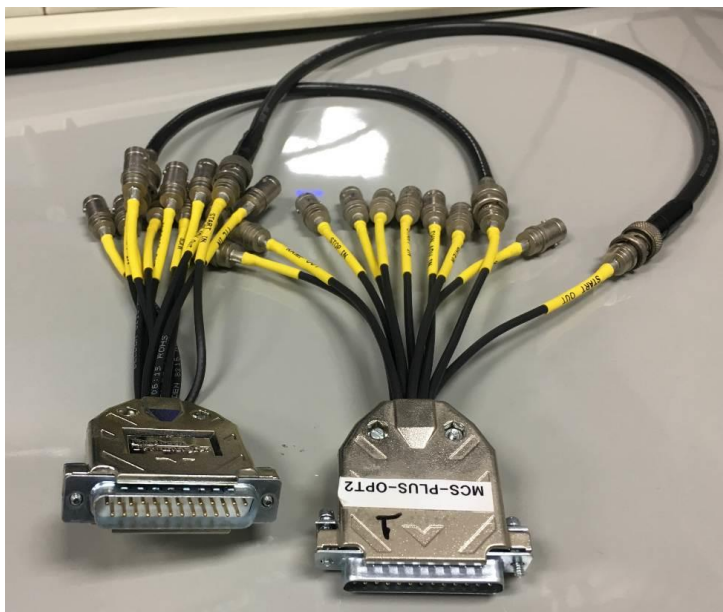
(c)



(d)

Fonte: autor da tese.

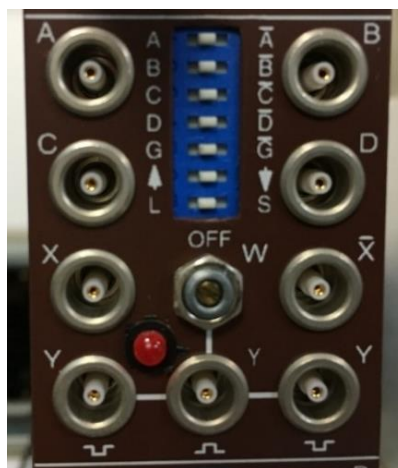
Figura B.26 - Cabos tipo D de 25 pinos machos e múltiplas saídas BNC



Fonte: autor da tese.

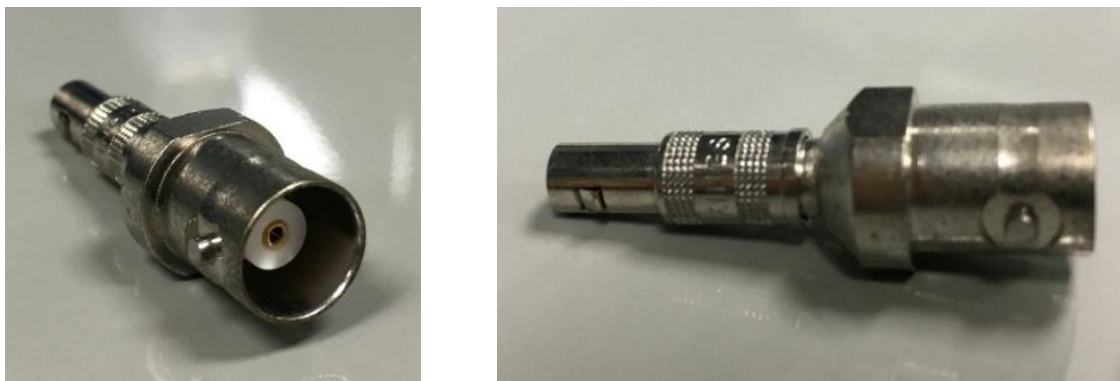
Após mais essa verificação, os cabos BNC-BNC foram substituídos por BNC/mini-BNC com as pontas mini-BNC conectadas no módulo de entrada lógica da Ortec modelo CO4020 [78]. Esse módulo fez o trabalho de somar os pulsos lógicos negativos dos dois detectores com a lógica OU ($X = A + B$) [78]. Na montagem experimental da tese, os pulsos do detector 8739 entraram pela porta A com a chave seletora em A e o 8740 pela porta B com a chave seletora em B, como mostrado na Figura B.27 com um dos quatro quadros de entrada do módulo lógico da Figura B.18 (e). Os pulsos somados saíram pela porta X utilizando um adaptador mini-BNC (Figura B.28) num cabo BNC-BNC.

Figura B.27 – Um quadro do módulo de entrada lógica



Fonte: autor da tese.

Figura B.28 - Adaptador mini-BNC



Fonte: autor da tese.

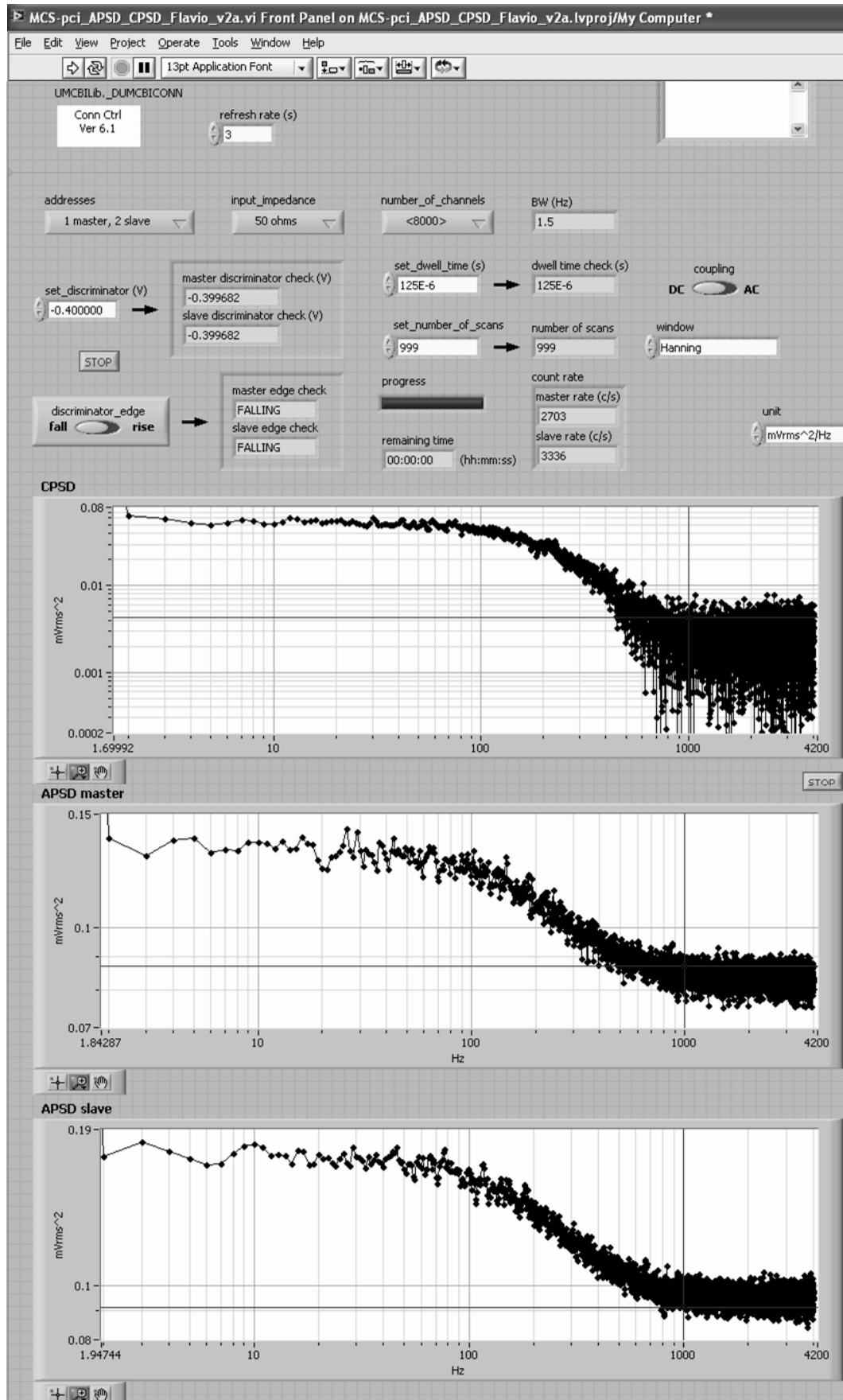
O cabo do módulo de entrada lógica foi conectado uma placa MCS: a placa 1. No computador estava instalado o programa LabVIEW 5.1 (*Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench*), onde foi possível abrir o código de entrada em linguagem G (*Graphical programming language*), nomeado MCS-pci_APSD_CPSD_Flavio_v2a.vi, que estava dentro do projeto MCS-pci_APSD_CPSD_Flavio_v2a.lvproj. Esse programa fez o controle da aquisição de dados através de instrumentos virtuais (*Virtual Instruments-VI's*) desenvolvidos no IPEN/CEN e era formalmente chamado de *Correlator* [27]–[30], [116]. O sistema de aquisição se baseava no trabalho de Kitamura [79]. O sistema processava as contagens com a Transformada Rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform, FFT*), adquirindo como produto a APSD com todo o esquema experimental apresentado acima. A APSD foi calculada com

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{N \cdot B} \sum_N [FFT(t_k) \cdot FFT(t_k)^*], \quad (\text{B.2})$$

onde *FFT* é a Transformada Rápida de Fourier, t_k é a janela de tempo do canal k (conforme a janela de Hanning [117]), N é o número de médias, B é a largura de banda e (*) significa o complexo conjugado [30].

A interface gráfica do código de entrada com a aquisição de dois sinais de entrada nas placas MCS é apresentada na Figura B.29, onde o código fornece uma CPSD e uma APSD para cada sinal. Nos experimentos com boro tinha apenas um sinal de entrada com a soma dos pulsos pelo módulo lógico de dois detectores, logo, na interface gráfica aparecia apenas um gráfico de APSD.

Figura B.29 – Interface gráfica do *Correlator* com duas APSDs e uma CPSD



Fonte: autor da tese.

Os campos utilizados do programa nos experimentos foram o *dwell time* (tamanho do canal de tempo), o número de canais de tempo para dois lados (*two-sided number of channels*) e o número de aquisições de taxas de contagens (*number of scans*, denominado de médias). Após os testes, as configurações selecionadas no *Correlator* para obtenção de APSD de altas frequências foram 3000 médias, um *dwell time* de $5 \mu\text{s}$ e 62500 canais de tempo, resultando num domínio até a frequência máxima de 100 kHz, dados adquiridos em passos de 3,2 Hz e uma largura de banda 4,8 Hz. Os valores devem ser selecionados de acordo com o objetivo do experimento. Para altas frequências, devem ser escolhidos perto da quantidade máxima de canais da placa MCS para se ter uma boa resolução em baixas frequências e um *dwell time* (D) adequado para atingir a frequência máxima para um lado (*one-sided* $f_{\text{máx}}$) desejada de acordo com

$$f_{\text{máx}} = \frac{1}{2D}. \quad (\text{B.3})$$

O programa *Correlator* fornecia dois arquivos de saída: um denominado *counts* com as taxas de contagens e o outro *spectra* com valores da APSD. O arquivo com as taxas de contagens continha uma quantidade de dados igual ao número de médias digitado na interface gráfica, sendo que a primeira coluna apenas enumerava as taxas de contagens realizadas, a segunda se referia as taxas de contagens do sinal da placa MCS mestre e a terceira coluna da placa MCS escrava. O tempo apresentado em *remaining time* não correspondia ao tempo real. O tempo médio real cronometrado nos experimentos foi de aproximadamente 35 minutos com as configurações mencionadas no parágrafo anterior. Para confirmar a soma de pulso realizada pelo módulo lógico, adquiriu-se dados no dia 09/05/2018 com a água do reator com 286,8 ppm de boro natural, barras absorvedoras totalmente retiradas e os detectores proporcionais de ^3He gêmeos de n/s 8741 e 8742 que foram utilizados na maioria dos testes. Nesse teste, os detectores estavam simetricamente posicionados do lado oeste do núcleo e os pulsos de 3000 médias foram contados separadamente e, posteriormente, somados com o módulo lógico. As taxas de contagens do detector 8741 foi de (385 ± 21) contagens/s (cps), do 8742 foi de (377 ± 21) cps e com a soma realizada pelo módulo lógico foi de (762 ± 32) cps. A soma das contagens separadas ficou exatamente igual ao valor médio das contagens somadas pelo módulo de entrada lógica. Assim, verificou-se que os pulsos separados correspondiam aos somados pelo módulo lógico.

O arquivo *spectra* fornecia quatro colunas, sendo uma da frequência, uma da APSD da placa MCS mestre, uma da APSD da placa MCS escrava e outra da CPSD. Por padrão, a coluna das frequências tinha valores de 1 em 1 Hz, então era preciso colocar os valores corretos das frequências (f) com

$$f = f_{saída} \frac{2f_{máx}}{n_{ct}}, \quad (\text{B.4})$$

onde $f_{máx}$ é a frequência máxima para um lado, $f_{saída}$ é a frequência de saída do programa (de 1 em 1 Hz) e n_{ct} é o número de canais de tempo para dois lados. Nos experimentos com boro o passo da frequência foi de 3,2 Hz. Os erros absolutos dos dados de APSDs e CPSDs são dados por

$$\sigma = \frac{V_m}{\sqrt{N_M}}, \quad (\text{B.5})$$

onde V_m é o valor medido e N_M é o número de médias, logo, $1/\sqrt{N_M}$ forneceu um erro relativo que foi multiplicado pelo valor medido para calcular o erro absoluto. Como foram 3000 médias, obteve-se um erro relativo percentual de 1,83% em cada dado.

As APSDs dos experimentos com 286,8 e 578,6 ppm de boro natural na água do reator são a média de várias APSDs. Isso ajudou principalmente de duas formas para obter dados com mais qualidade. Primeiramente devido às instabilidades imprevistas do reator IPEN/MB-01 com desligamentos involuntários (“SCRAM”) que ocorriam ocasionalmente. Esses desligamentos também ocorreram por vezes devido ao intertravamento por taxa de contagem mínima (condições de segurança pré-estabelecidas eletronicamente). O reator na configuração 26×24 varetas combustíveis com boro no moderador estava muito subcrítico e, por consequência, as taxas de contagem estavam muito baixas. Assim, quando qualquer um dos detectores 1, 2 e 9 da fase de partida atingiam valores abaixo de 2 cps ocorriam os desligamentos involuntários do reator [116], [117], mostrando mais uma vez a sensibilidade dessa medida de ruído neutrônico. Segundo porque o desvio padrão da média é menor que o desvio padrão de uma única medida. Aliás, uma única medida seria impossível porque os operadores do reator trabalham mais ou menos no horário comercial e o reator precisava ser desligado.

As configurações do *Correlator* foram escolhidas de forma que o tempo fosse de aproximadamente meia hora para que cada medida ficasse com uma qualidade razoável e para se proteger de possíveis desligamentos do reator. Cada aquisição foi feita em aproximadamente 35 minutos. A APSD do experimento de 286,8 ppm de boro natural foi a média de 12 aquisições e a do experimento de 578,6 ppm de boro natural foi a média de 174 aquisições. O que resultou num total de aproximadamente 109 horas contínuas de aquisição de dados em quase um mês de trabalho, de 14/05/18 até 13/06/18. Em média foram 5 horas de aquisição de dados e por volta de 9 horas de trabalho por dia. Essa diferença foi devido ao tempo gasto para os operadores ligarem o reator, o tempo para ligar tudo que fazia parte da instrumentação, o acerto da instrumentação, o intervalo de tempo entre uma aquisição e outra, o desligamento do reator e de toda a instrumentação e os imprevistos experimentais como desligamentos involuntários, ruídos espúrios e instrumentos com algum tipo de problema que precisava ser enfrentado.

A taxa de contagem média da média do experimento de 286,8 ppm de boro natural foi de (923 ± 11) cps e de 578,6 ppm foi de $(198,2 \pm 1,1)$ cps. O desvio padrão da média das APSDs foi dado por

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{N_A}}, \quad (\text{B.6})$$

onde σ_m é o desvio padrão da média e N_A é o número de vezes que as APSDs foram coletas. No experimento com 286,8 ppm de boro natural o desvio relativo caiu para 0,53% e no experimento de 578,6 ppm para 0,14%.

Com os dados adquiridos e tratados com mostrado acima, pode-se realizar os ajustes e análises apresentadas no capítulo de resultados experimentais.

APÊNDICE C – Exemplo de um arquivo de entrada do ROOT/C++ com a função da APSD com quatro modos

Este apêndice foi feito para guardar o trabalho realizado com o programa de ajustes ROOT versão 6.14 do CERN para o Linux [80]. O arquivo de entrada apresentado a seguir foi utilizado nos dados da APSD do experimento de 578,6 ppm de boro natural para o ajuste de 0 até 71,8 kHz. Esse arquivo foi escrito na linguagem de programação C++ e rodado dentro do programa ROOT. Ele é um arquivo padrão que foi utilizado para realizar os ajustes dos dados experimentais em vários intervalos de frequência e com diferentes valores iniciais. A função ajustada aos dados foi a Equação (4.1) da APSD com quatro modos com todos os parâmetros soltos.

```
// Le o arquivo de dados experimentais
g=new TGraphErrors("dados_579ppm ", "%lg %lg %lg");

// Construcao do grafico
gStyle->SetOptFit(1111);
TCanvas *c1 = new TCanvas("c1", "c1");
c1->SetLogx();
g->SetTitle("");
g->GetXaxis()->SetTitle("Frequencia (Hz)");
g->GetXaxis()->SetTitleOffset(1.3);
g->GetXaxis()->CenterTitle(true);
g->GetYaxis()->SetTitle("APSD (contagens^{2}/Hz)");
g->GetYaxis()->CenterTitle(true);
g->Draw("AP");

// Funcao ajustada de 0 ate 71800 Hz
f=new TF1("f", "[0]/(pow([4],2)+pow(2*pi*x,2)) + [1]/(pow([5],2)+pow(2*pi*x,2)) +
[2]/(pow([6],2)+pow(2*pi*x,2)) + [3]/(pow([7],2)+pow(2*pi*x,2)) + [8]", 0, 71800);

// Nomes dos parametros
f->SetParNames("A_{7}", "A_{8}", "A_{9}", "A_{10}",
"#omega_{7}", "#omega_{8}", "#omega_{9}", "#omega_{10}", "C");
```

```

// Limites dos parametro A7 A8 A9 e A10 para facilitar o ajuste
f->SetParLimits(0,0,1);
f->SetParLimits(1,-1,0);
f->SetParLimits(2,0,100000);
f->SetParLimits(3,-100000,0);

// Valores iniciais dos parametros
f->SetParameter(0,0.051);
f->SetParameter(1,-0.051);
f->SetParameter(2,19);
f->SetParameter(3,-50);
f->SetParameter(4,-4400);
f->SetParameter(5,-9500);
f->SetParameter(6,-180000);
f->SetParameter(7,-200000);
f->SetParameter(8,3.19e-8);

// Ajuste da funcao e calculo de covariancias e correlacoes
TFitResultPtr r = g->Fit(f,"SREM");
r->Print("V");
f->Draw("SAME");

// Chi-quadrado
double chi2 = f->GetChisquare();
// Graus de liberdade
int NDF = f->GetNDF();
// Chi-quadrado reduzido
double chi2_red = chi2/NDF;
// Probabilidade integral do chi-quadrado
double Prob = f->GetProb();

// Escreve os dados calculados na tela
cout << "\n chi2 " << chi2 << "\n chi2_reduzido " << chi2_red << "\n Prob " << Prob << endl;
}

```

APÊNDICE D – Análise do experimento com 286,8 ppm de boro natural

Após a coleta e trabalho dos dados do experimento com 286,8 ppm de boro natural na água do reator, foi possível ajustar até quatro modos com o programa de ajustes ROOT versão 6.14 do CERN para o Linux [80]. Um exemplo de um arquivo de entrada para o programa ROOT é apresentado no APÊNDICE C. Inicialmente, foram feitos vários ajustes com um modo. Depois foi inserido mais um modo devido à contribuição do refletor. A partir daí ocorreu uma escalada com ajustes de três até seis modos de acordo com o aumento da frequência ajustada. As raízes ω_7 e ω_8 e seus respectivos coeficientes A_7 e A_8 tinham valores que se alteravam pouco nos ajustes com mais de dois modos. Esses quatro parâmetros foram fixados no ajuste com três modos e os valores obtidos desse ajuste foram colocados num novo ajuste como valores iniciais (“chutes iniciais”) com todos os parâmetros soltos, para que fossem calculados através dos mínimos quadrados. Este mesmo processo foi repetido para quatro modos. Contudo, os parâmetros calculados para os coeficientes A_9 e A_{10} e as raízes ω_9 e ω_{10} mudavam de acordo com os valores iniciais dados aos parâmetros e os limites superiores dos intervalos de frequência ajustados. Agora os valores dos dois primeiros modos (A_7 , ω_7 , A_8 e ω_8) continuavam a se alterar muito pouco. Assim, dentre os ajustes realizados com essas variações, foi escolhido o que obteve o χ^2 -reduzido mais próximo de um. O ajuste escolhido foi o que estava até a frequência de 70 kHz. Os valores dos parâmetros dos dois primeiros modos desse ajuste foram fixados e inseridos num algoritmo feito em C++/ROOT para variar os parâmetros considerados de mais difícil ajuste, sendo eles A_9 , ω_9 , A_{10} e ω_{10} . Os valores fixados são os apresentados na Tabela D.1.

Tabela D.1 – Parâmetros fixados para os ajustes de 70 kHz

Parâmetro	Valor
A_7	-0,5359
A_8	-0,5363
ω_7	-2504 Hz
ω_8	-6203 Hz

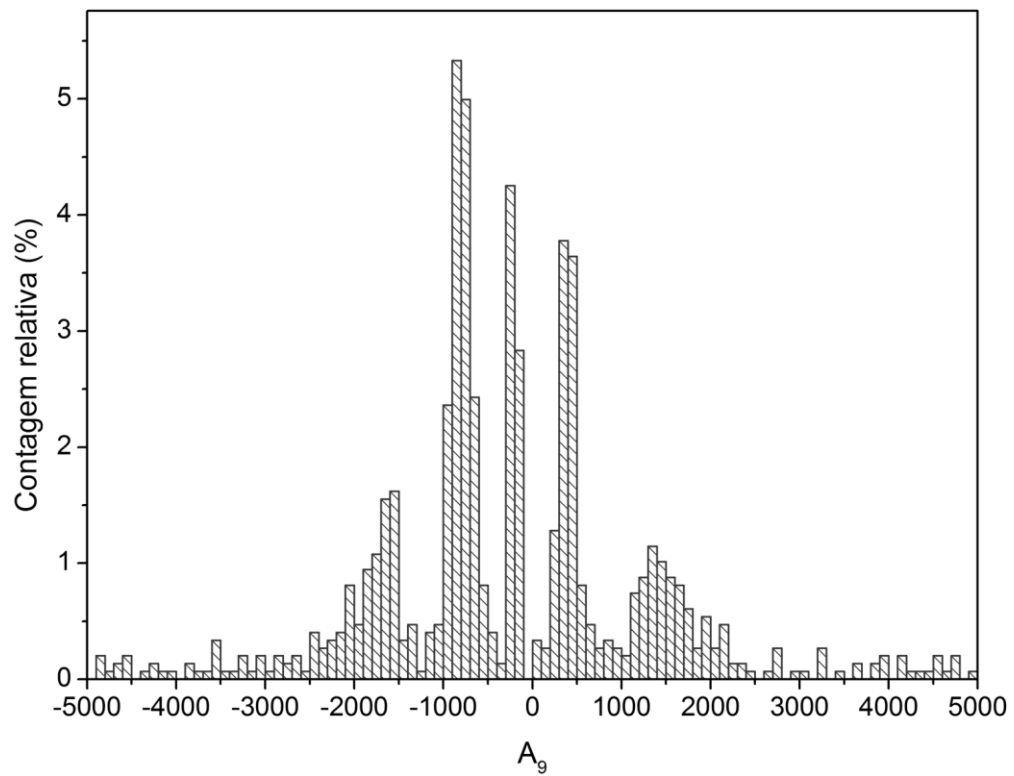
Fonte: autor da tese.

No algoritmo em C++/ROOT, os parâmetros A_9 e A_{10} foram variados com $\pm 8^i$, sendo i de 1 até 7, ou seja, esses parâmetros tinham valores iniciais que alcançavam

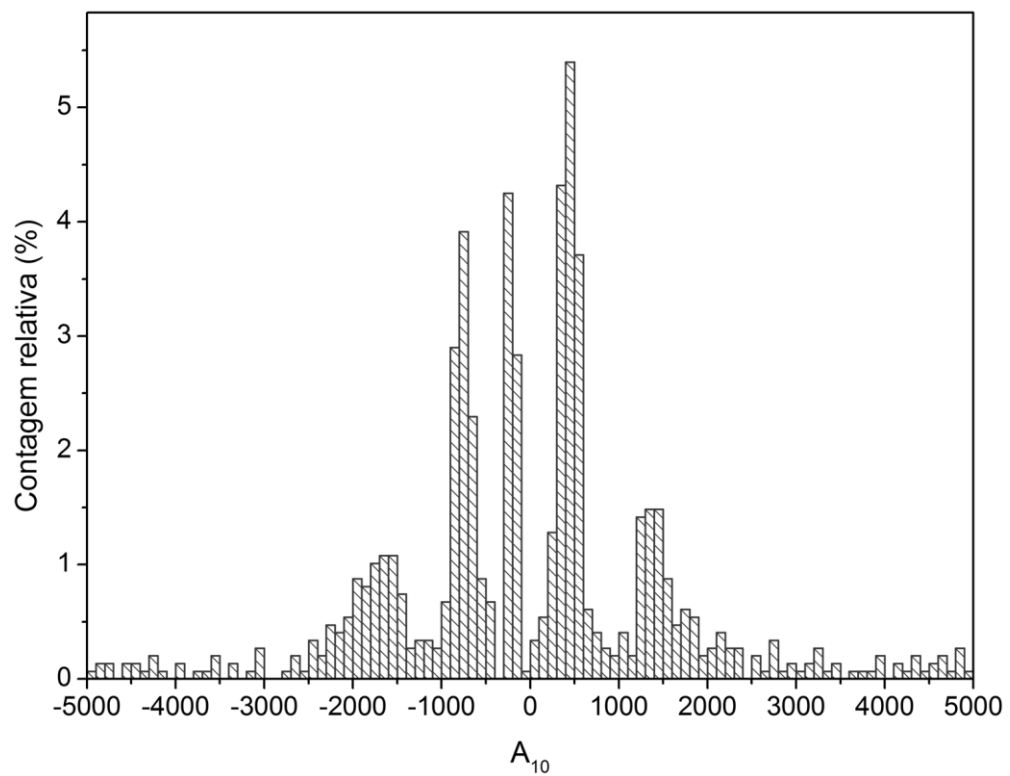
números absolutos próximos de 2×10^6 . Os parâmetros ω_9 e ω_{10} também iteraram numa potência de base 8, mas apenas para valores negativos e um expoente i que ia de 1 até 12. Assim, foram obtidos 28.224 ajustes ($14 \times 14 \times 12 \times 12$). O arquivo de entrada utilizado nessas iterações é apresentado no APÊNDICE E.

Desses dados foram escolhidos os ajustes que tinham desvios de até 1% do χ^2 -reduzido igual a um. Por padrão, o programa ROOT tem como saída a probabilidade integral do χ^2 , denominada “Prob”. Como existiam muitos ajustes com o χ^2 -reduzido entre 0,99 e 1,01, a probabilidade integral do χ^2 ajudou a eliminar vários deles com a delimitação entre 20% e 80%. Quando se tem um grau de liberdade alto e essa probabilidade está próxima de 0,5 (50%) a probabilidade integral do χ^2 é máxima e, conseqüentemente, também é máxima a probabilidade de se ter um ajuste de boa qualidade [82]. A probabilidade integral do χ^2 está descrita no APÊNDICE F. Outras delimitações foram a escolha de incertezas relativas porcentuais menores que 10% para os parâmetros A_9 e A_{10} e menores que 2% para ω_9 e ω_{10} . Também foram descartados ajustes que tinham o erro absoluto de 1,41421, porque este erro estava junto de parâmetros com valores enormes que atingiam a ordem de 10^{38} ou estava junto com parâmetros com valores diversos. Possivelmente o minimizador do ROOT (denominado Minuit) foi interrompido de forma anormal nesses ajustes. Quando isso ocorria, a matriz de covariância não era calculada e claramente o programa foi interrompido durante o processo de minimização. Com todos esses cortes, a quantidade de ajustes foi reduzida para 1482, possibilitando uma melhor visualização dos dados em gráficos e o prosseguimento do trabalho com os valores mais prováveis.

Os parâmetros calculados nos ajustes foram colocados em histogramas para encontrar valores prováveis e como pares ordenados em gráficos de dispersão para verificar a existência de tendências. Os histogramas em intervalos de 100 dos parâmetros A_9 e A_{10} são apresentados nas Figuras D.1 e D.2, onde parecem três picos maiores e dois menores.

Figura D.1 – Histograma do coeficiente A_9 em intervalos de tamanho 100

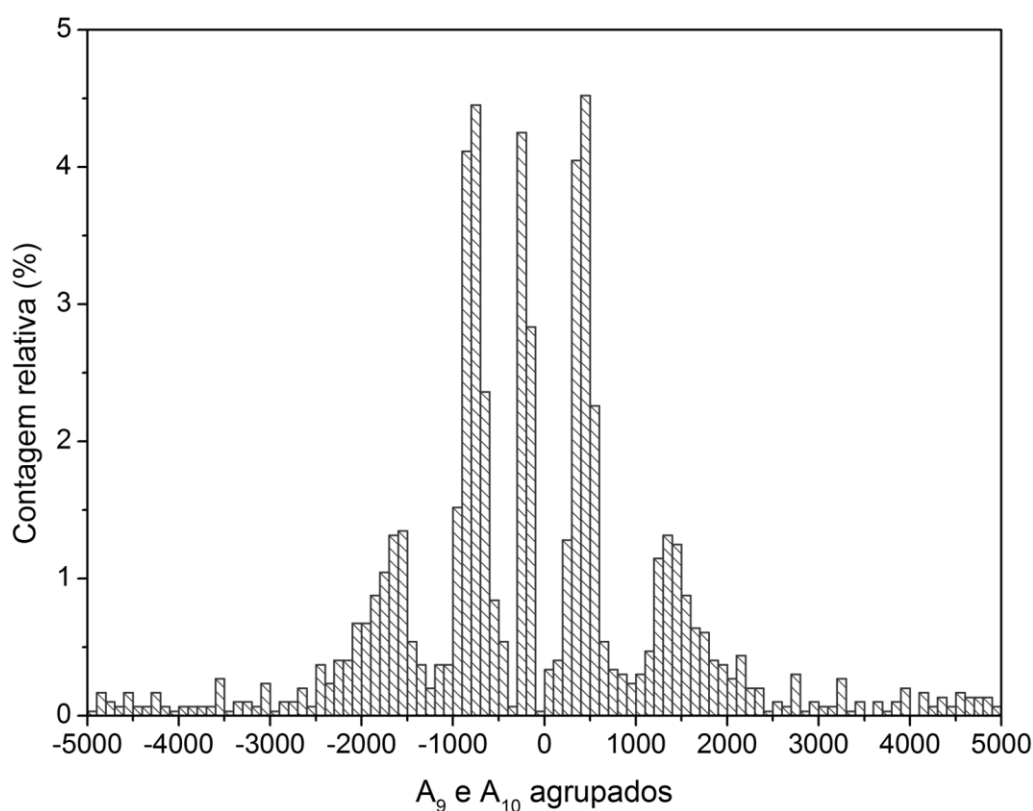
Fonte: autor da tese.

Figura D.2 – Histograma do coeficiente A_{10} em intervalos de tamanho 100

Fonte: autor da tese.

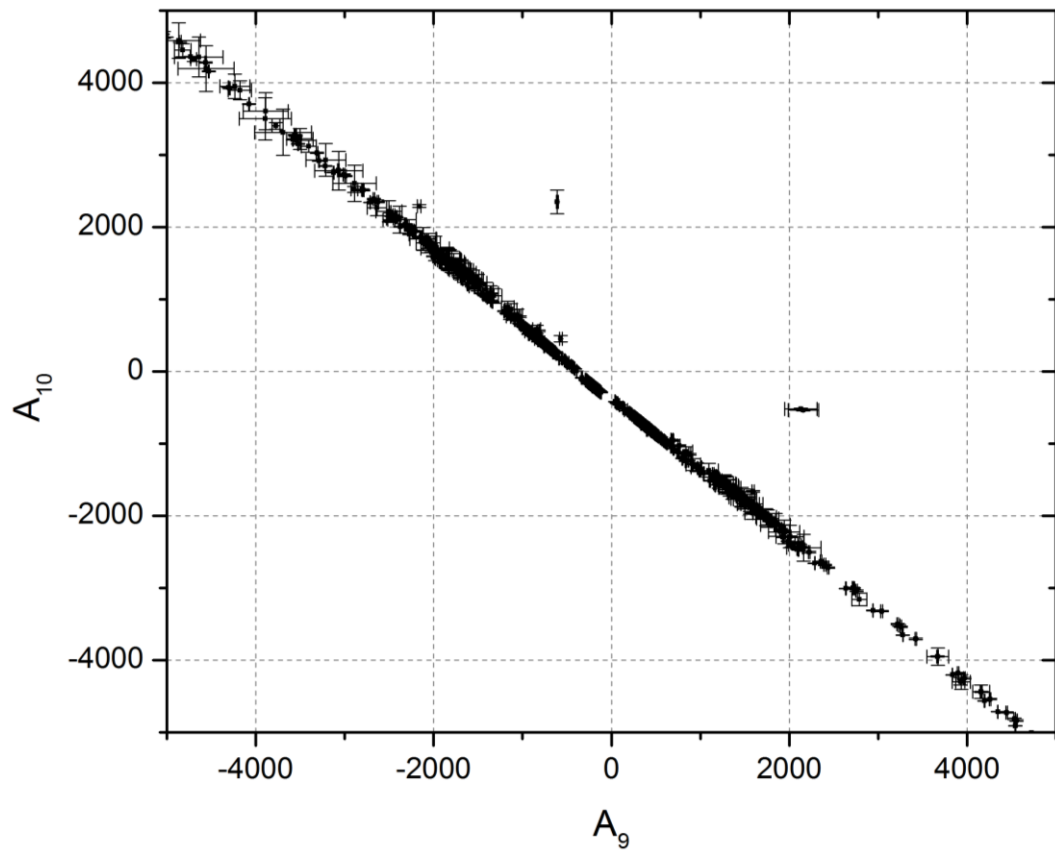
Os histogramas de A_9 e A_{10} ficaram bem similares e parecem estar espelhados horizontalmente. Isso ocorreu porque o método dos mínimos quadrados não faz distinção entre as parcelas da soma da função ajustada (Equação (4.1)). Como no ajuste foi impossível diferenciar matematicamente os coeficientes A_9 e A_{10} , então, realizou-se um agrupamento deles, que é apresentado na Figura D.3. Obviamente, o histograma do agrupamento resultou num gráfico muito parecido com os dois anteriores. Contudo, foi desse gráfico que os valores de A_9 e A_{10} foram retirados. Os valores mais frequentes foram -750, -250 e 450 dos três picos maiores e -1550 e 1350 dos dois picos menores. Esses valores foram utilizados em novos ajustes como valores iniciais.

Figura D.3 – Histograma dos coeficientes A_9 e A_{10} agrupados em intervalos de tamanho 100



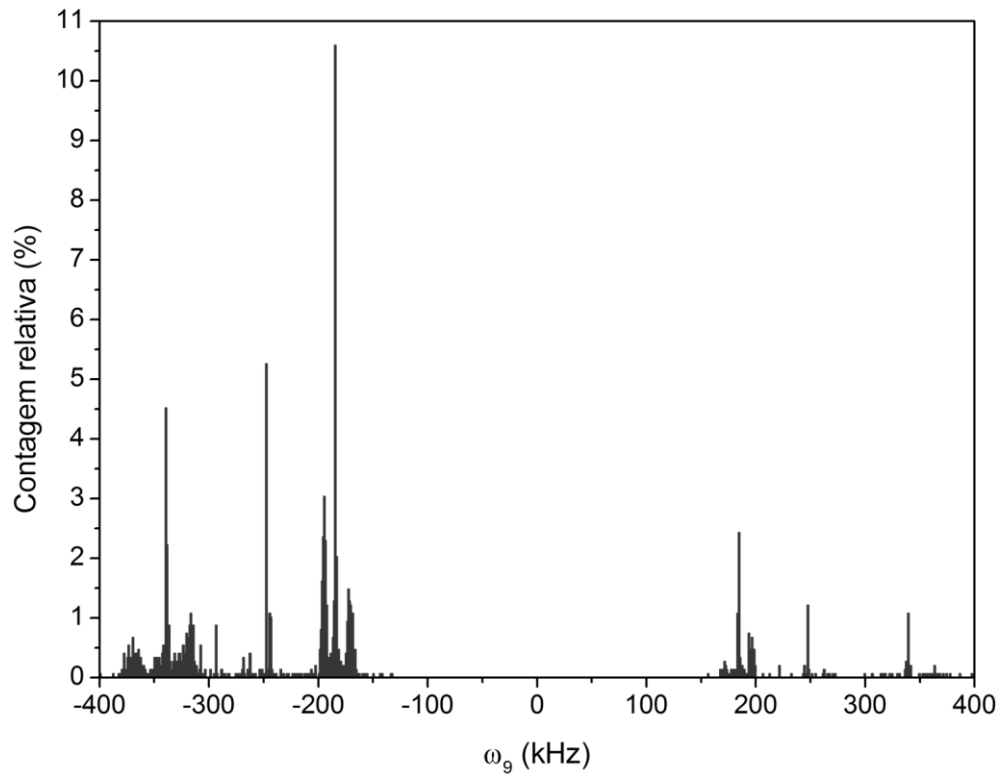
Fonte: autor da tese.

A Figura D.4 mostra uma forte anticorrelação no gráfico dos pares coordenados dos parâmetros A_9 e A_{10} . Na maior parte dos ajustes ocorreu que se o parâmetro A_9 for positivo, então o A_{10} será negativo e vice-versa. Como a reta passa um pouco abaixo da origem (coordenadas (0, 0)), então ainda existem alguns valores em que A_9 e A_{10} são ambos negativos, mas exclui a possibilidade de ambos serem positivos.

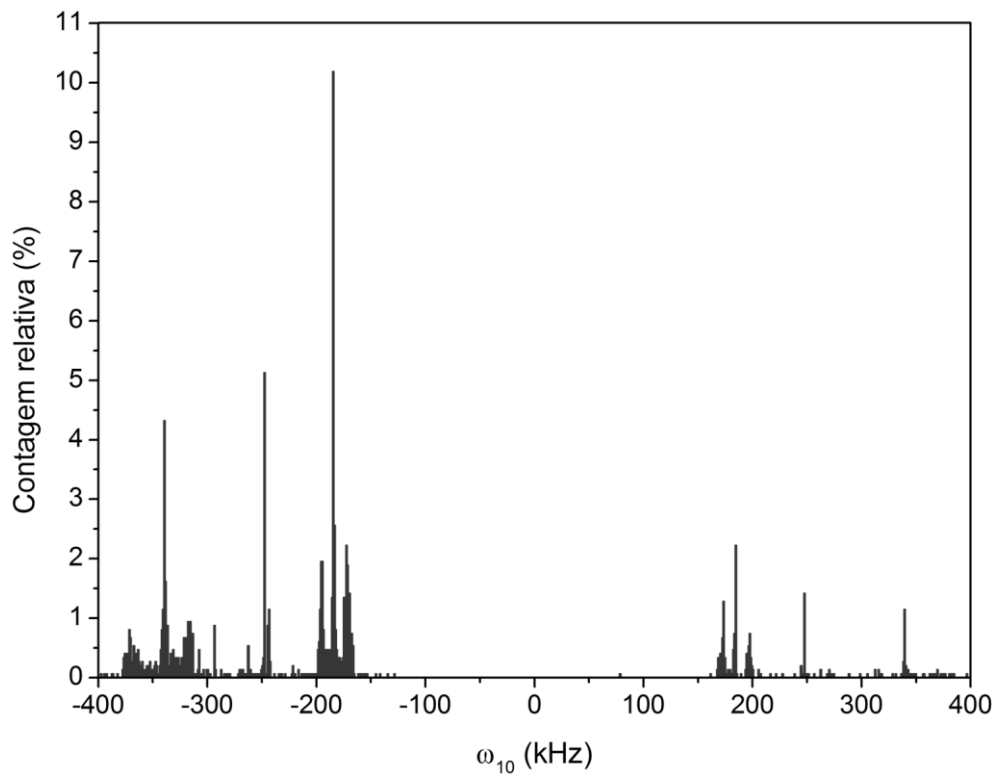
Figura D.4 – Gráfico de dispersão dos coeficientes A_9 e A_{10} dos ajustes

Fonte: autor da tese.

As Figuras D.5 e D.6 apresentam os histogramas dos valores calculados de ω_9 e ω_{10} . As raízes da equação *Inhour* para uma condição subcrítica são todas negativas; contudo foi impossível colocar essa condição no algoritmo devido o C++ ser rodado dentro do ROOT.

Figura D.5 – Histograma da raiz ω_9 em intervalos de 1 kHz

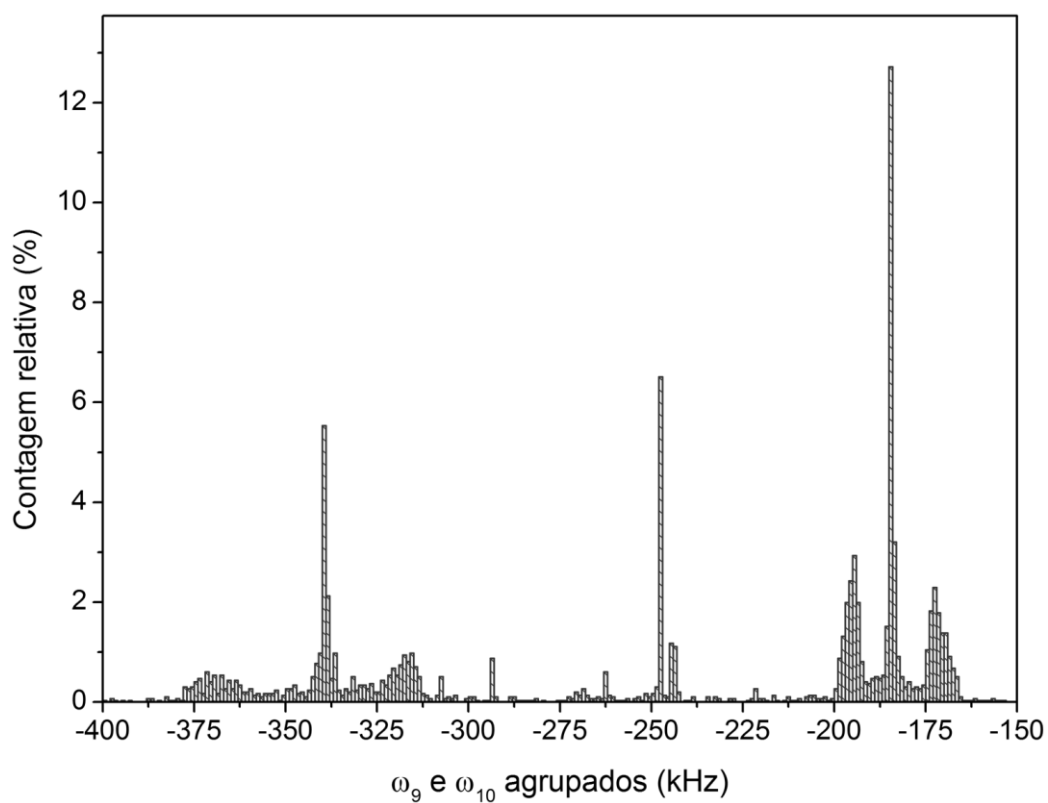
Fonte: autor da tese.

Figura D.6 – Histograma da raiz ω_{10} em intervalos de 1 kHz

Fonte: autor da tese.

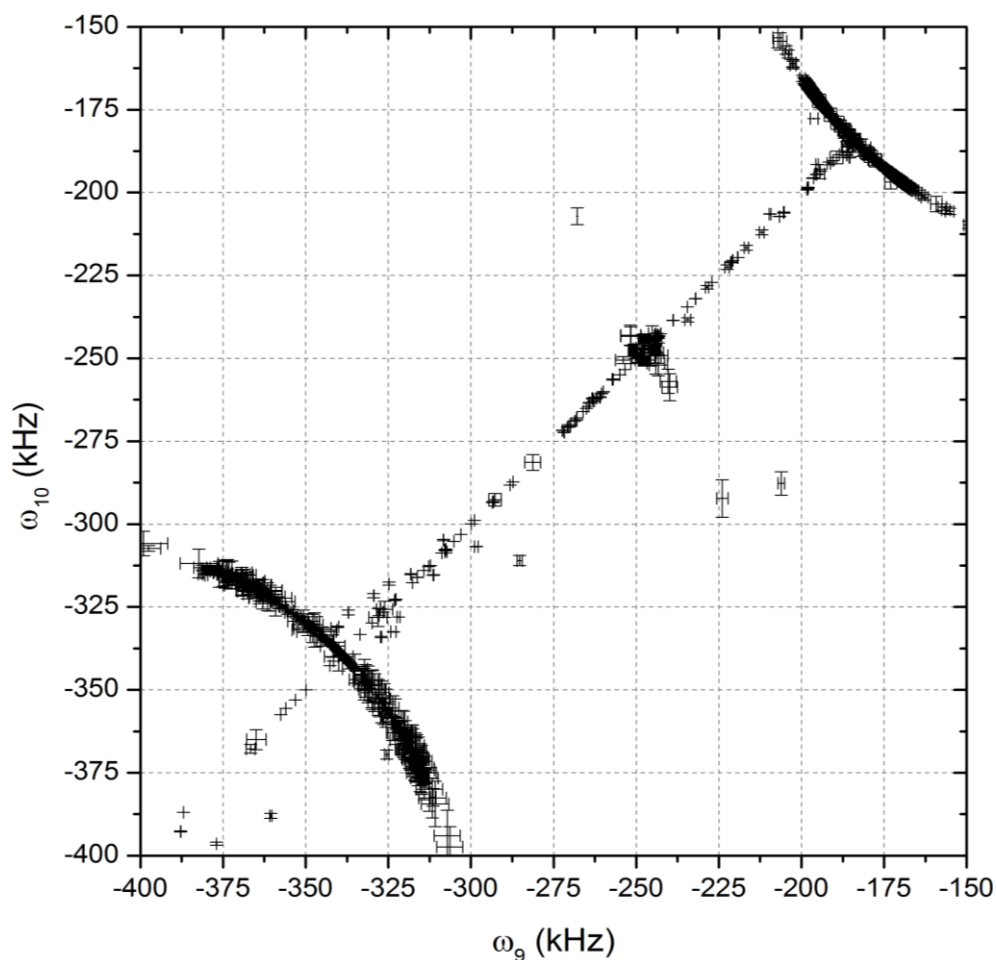
No método dos mínimos quadrados os termos são matematicamente iguais. Por esse motivo, as raízes ω_9 e ω_{10} foram agrupadas. De acordo com a equação ajustada, os valores das raízes são elevados ao quadrado, tornando importante apenas o valor absoluto da grandeza. Estes valores foram acompanhados do sinal negativo para ficar com o significado físico correto das raízes da equação *Inhour*. A Figura D.7 apresenta um domínio de frequência menor, o que melhora a visualização do histograma. Dele, tira-se três picos maiores de -184,5, -247,5 e -339,5 kHz, quatro menores de -172,5, -194,5, -315,5 e -371,5 kHz.

Figura D.7 – Histograma de ω_9 e ω_{10} modificados para valores negativos e agrupados em intervalos de 1 kHz



Fonte: autor da tese.

O gráfico da Figura D.8 apresenta as coordenadas dadas pelas por (ω_9, ω_{10}) dos ajustes. A reta com inclinação positiva que passa na origem desse gráfico mostra valores quase iguais para ω_9 e ω_{10} . Dos 1482 ajustes, em 548 foram calculadas raízes ω_9 e ω_{10} muito próximas com $\omega_9 - 1000 < \omega_{10} < \omega_9 + 1000$. A maior parte destes ajustes tinham os coeficientes A_9 e A_{10} com valores absolutos iguais, mas sinais opostos, ou seja, um modo cancelava o outro. A maior parte das raízes iguais que estavam por volta de -250 kHz tinham o mesmo problema. No restante, em sete ajustes os valores dos parâmetros calculados de A_9 e A_{10} estavam com os valores aproximadamente iguais por volta de -204,5 e lembrando que também tinham as raízes iguais. Portanto, eram modos iguais e foram descartados. Também foram encontrados 68 ajustes onde os coeficientes A_9 e A_{10} estavam respectivamente entre -180 e -117 com cerca de 4% de erro e entre -292 e -220 com cerca de 2% de erro. Esses erros foram maiores que grande parte dos erros encontrados nos ajustes, que eram menores que 1% nesta etapa da análise dos dados. Outro fator que retiraram a possibilidade desses ajustes serem a representação do que se procurava, foi que as raízes por volta de -250 kHz são praticamente iguais com a diferença de ± 1 Hz. Assim, como os denominadores dos terceiro e quarto modos são praticamente os mesmos, então os numeradores dados por A_9 e A_{10} poderiam ser somados. Isso resultaria num ajuste com apenas três modos. Logo, esses valores não poderiam ser os valores verdadeiros dessas raízes, dado que as raízes da equação *Inhour* precisavam ter valores diferentes. As raízes dos três picos maiores estavam nessa reta que passa pela origem. Como nessa reta as raízes ω_9 e ω_{10} erram repetidas, então, por esse motivo, obtiveram picos no histograma da Figura D.7 tão pronunciados. Após essa análise, todos os ajustes com as raízes que estão nessa reta foram desconsiderados. A Figura D.7 mostra que cada um dos picos maiores dos extremos (-184,5 e -339,5 kHz) estão entre dois outros menores (-172,5, -194,5, -315,5 e -371,5 kHz). Estes picos menores estão nos dois arcos apresentados na Figura D.8 e são os que restaram da análise.

Figura D.8 – Gráfico de dispersão das raízes ω_9 e ω_{10} dos ajustes

Fonte: autor da tese.

As quatro raízes e os cinco coeficientes restantes foram cruzados para saber quais coeficientes acompanhavam quais as raízes. Lembrando que os coeficientes são os parâmetros que estão no numerador e acompanham as raízes que estão no denominador, ver Equação (4.1). Esses cruzamentos foram feitos em intervalos que cobriam todos os picos nos histogramas. A Tabela D.2 apresenta os cruzamentos dos coeficientes em relação às raízes. O coeficiente do meio, de -350 até 50, onde era possível se ter dois coeficientes negativos ao mesmo tempo (Figura D.4), não acompanhou nenhuma das raízes selecionadas. Os demais coeficientes acompanharam na maioria dos ajustes apenas uma raiz. Daí surgiram os pares coeficiente-raiz. Em algumas linhas e colunas a soma dos percentuais é menor que 100% porque esses coeficientes acompanham raízes que não estão nos intervalos da Tabela D.2.

Tabela D.2 – Contagem relativa dos cruzamentos entre as raízes ω_9 e ω_{10} com os coeficientes A_9 e A_{10}

Intervalos		Coeficientes				
]-2550, -1250[]-1250,-350[]-350,-50[]-50, 950[]950, 2450[
Raízes (kHz)]-379,5, -356,5[0,5%	0,0%	0,0%	0,0%	95,7%
]-325,5, -309,5[85,5%	0,0%	0,0%	0,0%	0,4%
]-201,5, -190,5[0,0%	95,9%	0,0%	0,0%	0,0%
]-176,5, -164,5[0,0%	0,0%	0,0%	100,0%	0,0%

Fonte: autor da tese.

De acordo com o gráfico da Figura D.8 e os cruzamentos na Tabela D.2, pode-se nomear as raízes e coeficientes adequadamente. As duas primeiras raízes da Tabela D.2 correspondem ao par ordenado do arco da esquerda do gráfico na Figura D.8 e as duas últimas ao arco da direita. Desses pares de raízes, as de valores absolutos menores foram nomeadas de ω_9 e as maiores de ω_{10} . Fazendo a conexão dessas raízes com os cruzamentos na Tabela D.2, chegaram-se as denominações apresentadas na Tabela D.3. O próximo passo foi verificar qual a ocorrência dos pares $A_9-\omega_9$ e $A_{10}-\omega_{10}$ num mesmo ajuste de mínimos quadrados. Isso é mostrado na coluna nomeada de ocorrência da Tabela D.3, que se refere aos dois pares ocorrerem no mesmo ajuste em relação ao número total de ocorrências das raízes ω_9 e ω_{10} nos intervalos da Tabela D.2. Como mostrado na Tabela D.3, o conjunto de dados 2 (*i*) correu quase o dobro do primeiro. O total de ocorrências dos conjuntos de dados foi de 93,2% com o restante sendo os ajustes que não formaram os pares desses conjuntos.

Tabela D.3 – Ocorrência dos pares $A_9-\omega_9$ e $A_{10}-\omega_{10}$ no mesmo ajuste

<i>i</i>	Ocorrência	A_9	A_{10}	ω_9 (kHz)	ω_{10} (kHz)
1	32,4%	-2550 até -1250	950 até 2450	-325,5 até -309,5-	-379,5 até -356,5
2	60,8%	-50 até 950	-1250 até -350	-176,5 até -164,5	-201,5 até -190,5

Fonte: autor da tese.

A Tabela D.4 apresenta os valores dos picos dos histogramas dos parâmetros nos intervalos mostrados na Tabela D.3 e nas Figuras D.3 e D.7.

Tabela D.4 – Valores iniciais utilizado nos ajustes finais

i	A_9	A_{10}	ω_9 (kHz)	ω_{10} (kHz)
1	-1550	1350	-315,5	-371,5
2	450	-750	-172,5	-194,5

Fonte: autor da tese.

Os dois conjuntos de dados da Tabela D.4 foram inseridos no código de entrada como valores iniciais para o método de mínimos do programa ROOT. Todos os parâmetros da Equação (4.1) foram soltos. No processamento do ajuste do primeiro conjunto de dados ocorreu uma interrupção anormal. Mesmo colocando outros valores próximos dos valores de referência da Tabela D.4. Obteve-se êxito apenas quando os valores de A_9 e A_{10} foram fixados. Como mostrado na Tabela D.5 no Caso 1.1, os parâmetros dos dois primeiros modos ficaram próximos dos valores iniciais (ver Tabela D.1) e as duas últimas raízes também (ver Tabela D.4). Todos os valores adquiridos foram colocados como valores iniciais dos parâmetros num novo ajuste com todos os parâmetros sendo novamente soltos. Os valores obtidos estão na Tabela D.5 Caso 1.2. Neste ajuste ocorreu uma interrupção anormal, os parâmetros calculados A_9 e A_{10} ficaram longe do esperado e a última raiz dobrou de valor, saindo fora do primeiro arco mostrado na Figura D.8.

Tabela D.5 – Parâmetros calculados no ajuste até 70 kHz para o conjunto de dados 1 em aproximações distintas

	Caso 1.1	Caso 1.2
	A_9 e A_{10} fixos e todos os outros parâmetros soltos	Todos os parâmetros soltos
χ^2 -reduzido	0,9902	0,9927
Prob.	84,64%	77,62%
Parâmetros	Valores calculados	Valores calculados
A_7	0,578 \pm 6,0%	0,556 \pm 2,5%
A_8	-0,536 \pm 5,1%	-0,534 \pm 2,6%
A_9	-1550 (fixo)	-2233,86 \pm 6,2%
A_{10}	1350 (fixo)	7339,81 \pm 7,9%
ω_7 (Hz)	-2550 \pm 1,6%	-2527 \pm 0,7%
ω_8 (Hz)	-5573 \pm 5,4%	-5867 \pm 2,4%
ω_9 (Hz)	-312420 \pm 0,7%	-368323 \pm 1,4%
ω_{10} (Hz)	-378470 \pm 1,3%	-678891 \pm 0,8%
C	1,4949E-07 \pm 0,02%	1,436E-07 \pm 0,3%

Fonte: autor da tese.

O ajuste do segundo conjunto de valores iniciais da Tabela D.4 rodou o processo de minimização até o fim e ajustou os dados perfeitamente. Como apresentado na Tabela D.6, os valores ajustados ficaram próximos dos valores iniciais mostrados nas Tabelas D.1 e D.4, a probabilidade integral do χ^2 ficou um pouco maior que no caso 1.2 da Tabela D.5 e três parâmetros ficaram com os desvios maiores que 5%.

Tabela D.6 – Ajuste realizado com valores iniciais do conjunto de dados 2

χ^2-reduzido	0,9923
Prob.	78,82%
Parâmetros	Valores calculados
A_7	0,536 ± 4,7%
A_8	-0,536 ± 3,2%
A_9	421 ± 16,4%
A_{10}	-793 ± 8,6%
ω_7 (Hz)	-2504 ± 1,4%
ω_8 (Hz)	-6203 ± 5,5%
ω_9 (Hz)	-171596 ± 2,6%
ω_{10} (Hz)	-195059 ± 2,5%
C	1,4970E-07 ± 0,03%

Fonte: autor da tese.

O ajuste apresentado na Tabela D.6 até 70 kHz é bom, mas ainda poderia ser melhorado calculando uma probabilidade integral do χ^2 mais próxima de 50%. Por esse motivo, o extremo superior da frequência dos ajustes foi variado, os valores iniciais dos parâmetros foram alterados com os parâmetros obtidos na Tabela D.6 e todos os parâmetros continuaram soltos. Os parâmetros calculados nos ajustes em função da frequência máxima são mostrados na Tabela D.7.

Tabela D.7 – Ajustes para quatro modos em função da variação da frequência máxima para o experimento com 286,8 ppm de boro natural.

Em cinza estão destacados os melhores ajustes segundo a probabilidades integrais do χ^2

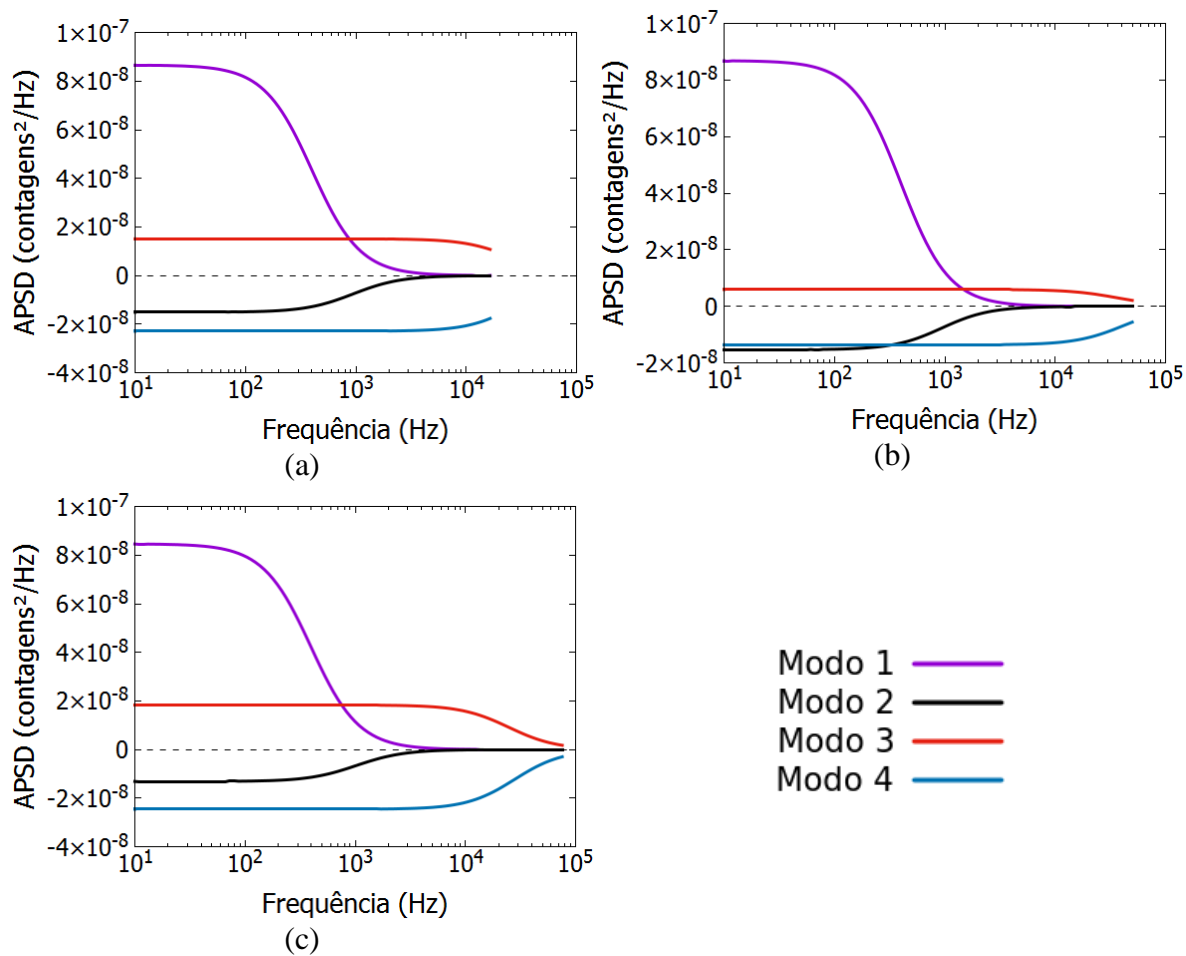
Freq. (Hz)	χ^2 reduzido	Prob. (%)	A_7	σ_A (%)	A_8	σ_B (%)	A_9	σ_D (%)	A_{10}	σ_E (%)	ω_7	σ_7 (%)	ω_8	σ_8 (%)	ω_9	σ_9 (%)	ω_{10}	σ_{10} (%)	C	σ_C (%)
1000	0,8552	96,73	0,5180	1,1	-0,4751	5,2	436,5	3,5	-767,6	2,4	-2479	0,4	-6240	2,6	-174349	1,7	-191623	1,2	1,4923E-07	0,33
4000	0,9673	79,11	0,5317	1,2	-0,5232	2,5	449,9	2,0	-717,4	1,0	-2498	0,4	-6221	2,1	-194870	1,0	-174597	0,5	1,5472E-07	0,15
10000	0,9925	61,28	0,5013	1,4	-0,5966	2,9	151,5	2,8	-1360,4	1,4	-2460	0,5	-7158	2,6	-90176	2,4	-166010	0,9	1,7430E-07	0,69
16500	0,9996	50,55	0,5502	1,3	-0,5341	1,9	403,2	0,9	-826,0	0,6	-2521	0,4	-5956	1,8	-163265	0,4	-190050	0,3	1,5086E-07	0,06
20000	1,0112	26,42	0,5564	1,3	-0,5321	1,9	451,7	0,9	-742,1	0,6	-2527	0,4	-5852	1,8	-177748	0,4	-192444	0,3	1,4882E-07	0,05
30000	0,9963	59,94	0,5527	1,3	-0,5324	1,8	446,2	0,8	-752,0	0,6	-2523	0,4	-5909	1,8	-176080	0,4	-192519	0,3	1,4900E-07	0,04
40000	1,0066	29,94	0,5528	4,6	-0,5323	3,5	284,4	7,1	-985,7	3,2	-2523	1,3	-5908	4,8	-268146	8,3	-287650	3,5	1,5105E-07	0,16
50000	1,0001	49,45	0,5532	1,3	-0,5319	1,8	327,5	1,7	-927,8	0,7	-2524	0,4	-5899	1,8	-233807	0,8	-261545	0,4	1,5066E-07	0,03
51000	1,0023	41,70	0,5539	1,3	-0,5319	1,8	310,3	1,9	-946,6	0,7	-2525	0,4	-5888	1,8	-247536	1,0	-272295	0,4	1,5079E-07	0,03
60000	0,9940	71,81	0,5489	1,3	-0,5325	1,8	369,6	1,2	-868,0	0,6	-2519	0,4	-5969	1,8	-204079	0,6	-232653	0,4	1,5027E-07	0,02
70000	0,9923	78,82	0,5358	1,3	-0,5363	1,9	421,2	0,7	-793,2	0,4	-2504	0,4	-6203	1,9	-171595	0,4	-195058	0,3	1,4970E-07	0,01
73000	0,9938	74,47	0,5296	1,3	-0,5395	1,9	435,3	0,7	-772,4	0,4	-2496	0,4	-6329	2,0	-162281	0,3	-183781	0,3	1,4952E-07	0,01
75000	0,9970	62,69	0,5261	1,3	-0,5417	1,9	442,1	0,6	-762,3	0,4	-2492	0,4	-6404	2,0	-157678	0,3	-178164	0,3	1,4943E-07	0,01
75500	0,9973	61,60	0,5253	1,3	-0,5423	1,9	443,7	0,6	-760,0	0,4	-2491	0,4	-6423	2,0	-156614	0,3	-176865	0,3	1,4941E-07	0,01
75800	0,9998	50,58	0,5246	1,3	-0,5428	1,9	444,9	0,6	-758,2	0,4	-2490	0,4	-6438	2,0	-155790	0,3	-175856	0,3	1,4940E-07	0,01
76000	1,0010	45,62	0,5241	1,3	-0,5432	1,9	445,8	0,6	-756,8	0,4	-2489	0,4	-6450	2,1	-155153	0,3	-175077	0,3	1,4939E-07	0,01
78000	1,0023	39,93	0,5215	1,3	-0,5452	1,9	450,1	0,6	-750,5	0,4	-2486	0,4	-6509	2,1	-152183	0,3	-171443	0,3	1,4933E-07	0,01
80000	1,0058	25,83	0,5184	1,3	-0,5479	2,0	454,9	0,5	-743,3	0,4	-2482	0,4	-6583	2,1	-148736	0,3	-167227	0,2	1,4926E-07	0,01
90000	1,0155	03,34	0,5058	1,3	-0,5626	2,1	471,6	0,4	-718,8	0,3	-2466	0,5	-6921	2,2	-136442	0,2	-152214	0,2	1,4902E-07	0,01
100000	1,0282	0,02	0,4937	3,4	-0,5837	3,2	675,5	10,3	-891,5	7,8	-2449	1,1	-7310	5,5	-128166	1,2	-138428	1,1	1,4882E-07	0,01

Fonte: autor da tese.

Na Tabela D.7 existem três ajustes ótimos segundo o valor da probabilidade integral do χ^2 e os desvios relativos pequenos em relação aos demais ajustes. Nos três casos, nos gráficos de resíduos inexistiam tendências consideráveis. Em seguida, como apresentado na Figura D.9, os parâmetros calculados nesses três ajustes foram utilizados para refazer as curvas dos modos individuais com a exclusão da constante C e até onde o ajuste foi calculado com os mínimos quadrados, sendo que os modos 1, 2, 3 e 4 representam os termos que contêm as raízes ω_7 , ω_8 , ω_9 e ω_{10} , respectivamente. Nesses gráficos nota-se que os dois primeiros modos iniciam num patamar em baixa frequência e decaem conforme a frequência aumenta. O oposto acontece com os dois últimos modos, que decaem com o decréscimo da frequência. A Figura D.9 (a) mostra que o ajuste até a frequência máxima de 16,5 kHz pega praticamente apenas a parte decaída dos modos três e quatro, mas pouco do patamar deles em frequências mais altas. Assim, esse ajuste contém pouco desses modos e as curvas deles se transformam quase que em retas. O ajuste até a frequência de 50 kHz (Tabela D.7) apresentou valores diferentes dos valores iniciais dados (conjunto de dados 2 da Tabela D.4) e já poderia ser descartado. Contudo, os modos individuais desse ajuste foram colocados no gráfico da Figura D.9 (b) para se ter certeza que poderia ser descartado e, como pode se notar, esse gráfico apresenta os dois últimos modos num padrão diferente dos demais. No ajuste até 75,8 kHz na Figura D.9 (c) delineou o decaimento dos dois últimos modos quase que completamente.

Com os gráficos dos modos parciais, chega-se à conclusão de que o melhor ajuste é aquele, que além de ter uma probabilidade integral do χ^2 próxima a 50%, ainda deve ter a maior frequência possível para pegar todo o decaimento dos modos de alta frequência. Portanto, o ajuste até 75,8 kHz é o melhor ajuste possível para quatro modos de decaimento.

Figura D.9 – Modos parciais do ajuste até (a) 16,5 kHz, (b) 50 kHz e (c) 75,8 kHz



Fonte: autor da tese.

APÊNDICE E – Arquivo de entrada do ROOT/C++ utilizado para variar os valores iniciais dos parâmetros ajustados

O arquivo de entrada apresentado abaixo foi utilizado nos dados da APSD do experimento de 286,8 ppm de boro natural para ajustes de 0 até 70 kHz. A função ajustada aos dados foi a Equação (4.1) da APSD com quatro modos. Os parâmetros A_7 , A_8 , ω_7 , ω_8 e C foram fixados. Os parâmetros A_9 e A_{10} foram variados com $\pm 8^i$, sendo i de 1 até 7, ou seja, esses parâmetros tinham valores iniciais que alcançavam números absolutos próximos de 2×10^6 . Os parâmetros ω_9 e ω_{10} iteraram em potências de 8, apenas para valores iniciais negativos e expoentes que iam de 1 até 12. Assim, foram obtidos 28224 ajustes ($14 \times 14 \times 12 \times 12$). As variáveis que passavam as condições *if* e *else* eram deletadas. Para resolver esse problema foram criados arquivos temporários para guardar essas informações e utilizá-las mais adiante. O arquivo de entrada apresentado é geral, mas quando rodado foi dividido em quatro partes para acelerar os cálculos e utilizar melhor os núcleos do computador. A seguir é apresentado o arquivo de entrada utilizado no programa ROOT com laços (*loops*) para variar os valores iniciais dos ajustes e guardar as informações dos parâmetros ajustados num arquivo de saída.

```
{
// Le arquivo de dados experimentais
  g=new TGraphErrors("dados_287ppm.txt", "%lg %lg %lg");

// Funcao ajustada de 0 ate 70000 Hz
  f=new TF1("f", "[0]/(pow([4],2)+pow(2*pi*x,2)) + [1]/(pow([5],2)+pow(2*pi*x,2)) +
[2]/(pow([6],2)+pow(2*pi*x,2)) + [3]/(pow([7],2)+pow(2*pi*x,2)) + [8]", 0, 70000);

// Nomes dos parametros
  f->SetParNames("A_{7}", "A_{8}", "A_{9}", "A_{10}",
                "#omega_{7}", "#omega_{8}", "#omega_{9}", "#omega_{10}", "C");

// Parametros fixos   A7 A8 w7 w8 e C
  f->FixParameter(0,0.5359);
  f->FixParameter(1,-0.5363);
  f->FixParameter(4,-2504);
```

```

f->FixParameter(5,-6203);
f->FixParameter(8,1.497e-7);

// Arquivo para guardar valores temporarios
ofstream tempA9;
ofstream tempA10;

// Arquivo de saida com os dados dos ajustes
ofstream datafile;
datafile.open ("output_file.txt");

// Cabecalho
datafile << "  A7" << "  A7err" << "  A8" << "  A8err" << "  A9chute" << "  A9"
<< "  A9err" << "  A10chute" << "  A10" << "  A10err" << "  w7" << "  w7err" << "
w8" << "  w8err" << "  w9chute" << "  w9" << "  w9err" << "  w10chute" << "
w10" <<
"  w10err" << "  C" << "  Cerr" << "  Prob" << "  chi2_red";

datafile.close();

int j, k, l, m;

// Laco para calcular os valores iniciais do parametro A9
for (int j = 1; j<15; j++) {
  if (j < 8) {
    float De = - pow(8,8-j);
    tempA9.open ("tempA9.txt");
    tempA9 << De;
    tempA9.close();}
  else {
    float De = pow(8,j-7);
    tempA9.open ("tempA9.txt");
    tempA9 << De;
    tempA9.close();}
}

```

```
// Le o valor de A9 guardado no arquivo temporario tempA9 e transforma a string em  
double
```

```
    ifstream DD;  
    DD.open ("tempA9.txt");  
    string Dee;  
    getline(DD, Dee);  
    double De;  
    De = stod(Dee);  
    DD.close();
```

```
// Laco para calcular os valores iniciais do parametro A10
```

```
    for (int k = 1; k<15; k++) {  
        if (k < 8) {  
            float Ee = - pow(8,8-k);  
            tempE.open ("tempA10.txt");  
            tempE << Ee;  
            tempE.close();}  
        else {  
            float Ee = pow(8,k-7);  
            tempA10.open ("tempA10.txt");  
            tempA10 << Ee;  
            tempA10.close();}
```

```
// Le o valor de A10 guardado no arquivo temporario tempA10 e transforma a string em  
double
```

```
    ifstream EE;  
    EE.open ("tempA10.txt");  
    string Eee;  
    getline(EE, Eee);  
    double Ee;  
    Ee = stod(Eee);  
    EE.close();
```

```
// Calcula o valor inicial do parametro w9
for (int l = 1; l<13; l++) {
    float w9e = - pow(8,13-l);

// Calcula o valor inicial do parametro w10
for (int m = 1; m<13; m++) {
    float w10e = - pow(8,13-m);

// Os valores calculados acima são utilizados como valores iniciais nos parametros do
ajuste
    f->SetParameter(2,De);
    f->SetParameter(3,Ee);
    f->SetParameter(6,w9e);
    f->SetParameter(7,w10e);

// Minimos quadrados
    g->Fit(f,"SREM");

// Atribuicao dos parametros ajustados as variaveis
    double A7 = f->GetParameter(0);
    double A7err = f->GetParError(0);

    double A8 = f->GetParameter(1);
    double A8err = f->GetParError(1);

    double A9 = f->GetParameter(2);
    double A9err = f->GetParError(2);

    double A10 = f->GetParameter(3);
    double A10err = f->GetParError(3);

    double w7 = f->GetParameter(4);
    double w7err = f->GetParError(4);
```

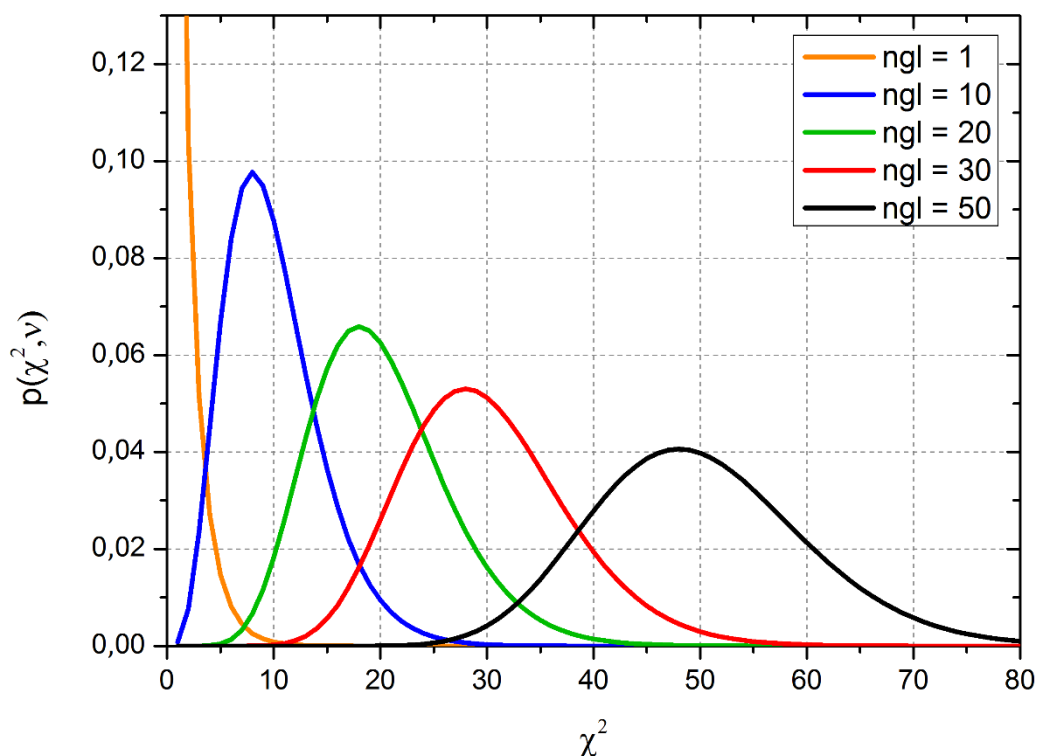

APÊNDICE F – Probabilidade integral do χ^2

O χ^2 mede a qualidade do ajuste e tem uma função distribuição de probabilidade (FDP)

$$p_{\chi^2}(\chi^2, \nu) = \frac{(\chi^2)^{\nu/2-1} e^{-\chi^2/2}}{2^{\nu/2} \Gamma(\nu/2)} \quad (\text{F.1})$$

dependente do valor do χ^2 e do número de graus de liberdade ν , onde a função gama $\Gamma(n)$ é equivalente à função fatorial $n!$. Como mostrado na Figura F.1, quando o número de graus de liberdade (ngl) aumenta, a FDP do χ^2 tende a uma distribuição normal. Com $ngl = 50$ a FDP do χ^2 começa a se aproximar de uma FDP normal.

Figura F.1 – Curvas da função distribuição de probabilidade do χ^2 de acordo com o número de graus de liberdade (ngl)



Fonte: autor da tese.

Como exemplo, o ajuste em quatro modos até a frequência máxima de 75,8 kHz do experimento com 286,8 ppm de boro natural tinha um $ngl = 23676$ e um $\chi^2 = 23672,2$, resultado num $\chi^2/ngl = 0,9998$ (χ^2 reduzido). Quanto mais próximo o

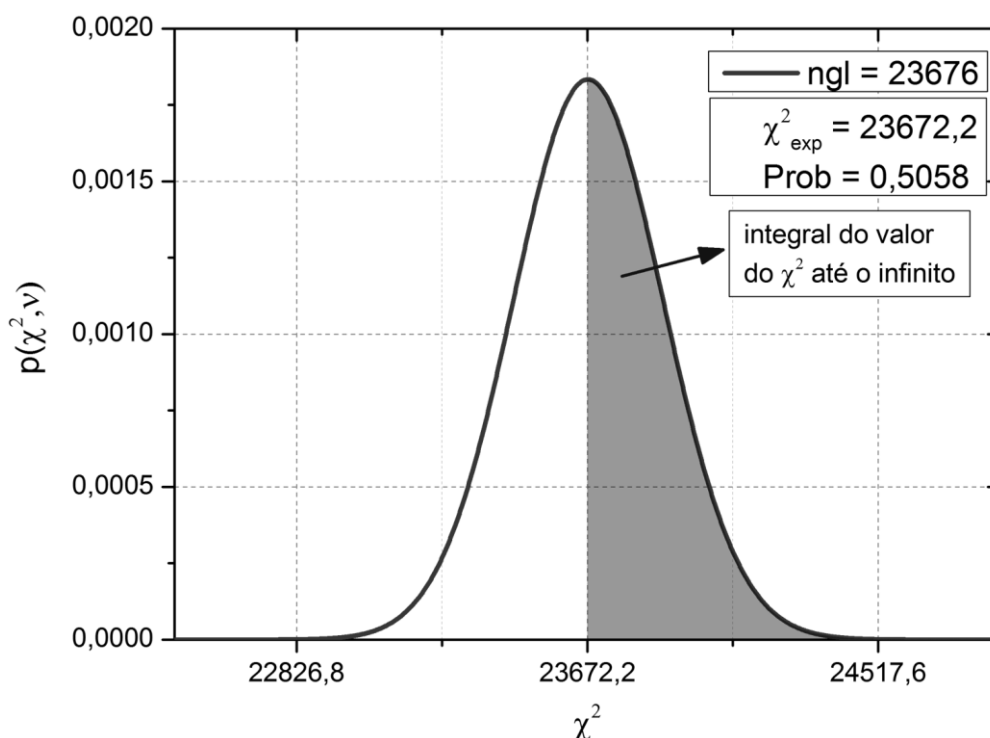
χ^2 -reduzido estiver de um, melhor será a qualidade do ajuste. Obviamente para ser considerado um bom ajuste ainda deve-se analisar os desvios padrões e os resíduos da função ajustada.

Como mostrado na Figura F.2, o ngl do experimento com 286,8 ppm de boro natural é muito maior que 50, logo, certamente a FDP é normal e a probabilidade integral do χ^2 se torna um ótimo parâmetro para se medir a qualidade do ajuste. No programa de ajustes ROOT, a probabilidade integral do χ^2 aparece denominada por “Prob”, que é dada por

$$P_{\chi^2}(\chi^2, \nu) = \int_{\chi_{exp}^2}^{\infty} p_{\chi^2}(\chi^2, \nu) d\chi^2, \quad (F.2)$$

onde χ_{exp}^2 é o medido e calculado pelo programa, então os limites de integração estão entre χ_{exp}^2 até o infinito com a integral normalizada para um. Assim, a probabilidade máxima do χ^2 é atingida quando Prob = 0,5 (50% da área abaixo da curva) [82], [120]. Essa é a probabilidade máxima de um ajuste com boa qualidade e pode ser utilizada no lugar do χ^2 -reduzido.

Figura F.2 – Função distribuição de probabilidade do χ^2 do experimento com 286,8 ppm de boro natural



Fonte: autor da tese.

APÊNDICE G – Ajustes com um, dois, três, cinco e seis modos para o experimento de 286,8 ppm de boro natural

Este apêndice tem a finalidade de mostrar qual é o comportamento dos parâmetros para quantidades diferentes de modos e para a variação na frequência máxima do ajuste no experimento de 286,8 ppm de boro natural. As Tabelas G.1 até G.5 apresentam os valores calculados para um, dois, três, cinco e seis modos, respectivamente.

Para um modo, obteve-se um bom ajuste até 1175 Hz com uma probabilidade integral do χ^2 (Prob) de 51,36% e desvios padrões abaixo de 2% nos parâmetros. Esse ajuste demandou uma procura maior porque a frequência máxima estava entre os ajustes de 1 e 2 kHz que obtiveram, respectivamente, uma probabilidade integral do χ^2 muito grande (próximo a 90%) e muito pequeno (muito menor que 1%). O cálculo do ajuste de um modo é o mais fácil de todos por ter apenas três parâmetros a serem ajustados, ainda levando em conta que o primeiro modo é o menos sensível a mudanças no valor inicial. Logo, os valores obtidos desse ajuste servem como uma boa estimativa para ajustes com mais modos.

Em dois modos, o ajuste de 9650 Hz obteve uma $Prob = 52,39\%$ e desvios padrões menores que 3% nos parâmetros ajustados. Os coeficientes e as raízes calculados ficaram próximos dos de quatro modos, sendo que a raiz ω_8 obteve uma diferença um pouco maior. Essa diferença existe porque os dois modos que foram adicionados em quatro modos não conseguem modificar muito os parâmetros do primeiro modo, o que leva a atingir o valor absoluto de ω_8 . Apesar disso, os parâmetros obtidos servem como ótimos valores iniciais para ajustes com mais modos.

Com a entrada do terceiro modo, foram calculados dois ajustes bons, um de 27 kHz e outro de 74,1 kHz. Eles obtiveram probabilidades integrais do χ^2 próximas de 50% e desvios padrões menores que 2%. O primeiro ajuste pode ser descartado por estar num domínio de frequências que considera apenas a parte decaída do terceiro modo. O melhor ajuste com três modos é o de 74,1 kHz. Porém, os valores dos parâmetros estão um pouco afastados dos de quatro modos e não serviriam como valores iniciais para esse ajuste.

Em cinco modos foram obtidos vários bons ajustes para a frequência de 81,5 kHz, mas na Tabela G.4 foram colocados apenas dois deles. Por causa da quantidade de parâmetros a serem ajustados, o programa de ajustes interrompia o processo de minimização de forma anormal e obtinha respostas que diferiam bastante do que foi sendo

obtido com os ajustes com menos modos. O mesmo ocorreu para seis modos em 100 kHz, como mostrado na Tabela G.5.

Tabela G.1 – Ajustes para um modo variando a frequência máxima nos dados experimentais com 286,8 ppm de boro natural

Frequência (Hz)	χ^2 reduzido	Prob. (%)	A_7	σ_{A_7} (%)	ω_7	σ_7 (%)	C	σ_C (%)
100	0,6464	91,48	0,4083	60,6	-2388	16,3	1,430E-07	14,98
200	0,7323	93,54	0,9585	2,0	-2953	0,8	1,047E-07	1,47
300	0,7231	97,66	0,4452	20,2	-2391	6,1	1,369E-07	4,63
400	0,7409	98,49	0,4372	7,8	-2377	2,6	1,375E-07	1,57
500	0,7856	97,60	0,4720	4,4	-2436	1,6	1,352E-07	0,84
600	0,8690	89,86	0,4511	2,8	-2400	1,1	1,365E-07	0,47
700	0,8690	91,67	0,4401	2,1	-2378	0,9	1,370E-07	0,30
800	0,8806	91,11	0,4303	1,6	-2358	0,7	1,376E-07	0,21
900	0,8651	94,89	0,4208	1,3	-2337	0,6	1,380E-07	0,16
1000	0,8974	90,16	0,4147	1,2	-2324	0,6	1,383E-07	0,13
1175	0,9956	51,36	0,4051	1,0	-2301	0,5	1,387E-07	0,09
2000	1,4965	1,2E-12	0,3600	0,6	-2183	0,4	1,405E-07	0,04
3000	1,8650	2,5E-49	0,3342	0,5	-2108	0,3	1,415E-07	0,03
4000	2,0085	1,2E-84	0,3202	0,5	-2064	0,3	1,420E-07	0,02

Fonte: autor da tese.

Tabela G.2 – Ajustes para dois modos variando a frequência máxima nos dados experimentais com 286,8 ppm de boro natural

Frequência (Hz)	χ^2 reduzido	Prob. (%)	A_7	σ_{A_7} (%)	A_8	σ_{A_8} (%)	ω_7	σ_7 (%)	ω_8	σ_8 (%)	C	σ_C (%)
200	0,7590	90,62	0,9039	1,7	-0,857	80,3	-2906	0,7	-20373	41,0	1,097E-07	1,55
1000	0,8437	97,80	0,5528	15,7	-0,379	19,2	-2512	3,6	-5101	22,2	1,417E-07	0,45
4000	0,9649	80,83	0,5131	1,6	-0,567	2,9	-2476	0,5	-6792	2,7	1,434E-07	0,04
5000	0,9813	69,55	0,5281	8,5	-0,549	3,6	-2495	2,5	-6405	10,7	1,432E-07	0,05
9650	0,9982	52,39	0,5145	1,7	-0,555	2,0	-2477	0,5	-6695	2,4	1,433E-07	0,01
10000	1,0108	33,22	0,5080	3,7	-0,560	2,4	-2469	1,2	-6857	5,1	1,433E-07	0,02
20000	1,1263	5,7E-10	0,4003	1,7	-0,977	5,0	-2279	0,7	-13460	5,2	1,438E-07	0,01
50000	1,1398	1,4E-30	0,2993	0,4	-325	3,7	-1996	0,3	-220226	1,4	1,493E-07	0,05

Fonte: autor da tese.

Tabela G.3 – Ajustes para três modos variando a frequência máxima nos dados experimentais com 286,8 ppm de boro natural

Frequência (Hz)	χ^2 reduzido	Prob. (%)	A_7	σ_{A_7} (%)	A_8	σ_{A_8} (%)	A_9	σ_{A_9} (%)	ω_7	σ_7 (%)	ω_8	σ_8 (%)	ω_9	σ_9 (%)	C	σ_C (%)
1000	0,8495	97,30	0,5186	1,3	-0,476	5,4	-684,3	6,8	-2480	0,4	-6233	2,8	-303121	3,4	1,501E-07	0,34
4000	0,9662	79,87	0,5155	4,4	-0,558	3,5	-667,6	1,1	-2479	1,3	-6701	6,8	-305550	4,3	1,504E-07	0,48
10000	1,0009	48,33	0,5705	1,5	-0,531	1,9	-684,1	1,8	-2542	0,4	-5643	1,8	-275564	0,9	1,520E-07	0,10
20000	1,0109	26,98	0,5575	1,5	-0,532	1,9	-678,5	1,5	-2528	0,5	-5834	1,9	-292709	0,7	1,510E-07	0,06
27000	0,9999	50,02	0,5557	1,5	-0,532	1,9	-677,6	1,4	-2527	0,5	-5861	1,9	-293790	0,5	1,509E-07	0,05
30000	0,9960	60,54	0,5573	1,5	-0,532	1,9	-593,4	1,5	-2528	0,5	-5837	1,9	-283002	0,6	1,505E-07	0,04
40000	1,0065	30,40	0,5517	14,8	-0,532	10,3	-727,3	12,5	-2522	4,2	-5921	14,7	-300698	4,0	1,511E-07	0,26
50000	1,0000	49,85	0,5561	18,9	-0,532	13,6	-666,5	6,8	-2527	5,2	-5856	18,1	-292579	2,4	1,509E-07	0,12
60000	0,9941	71,36	0,5638	6,4	-0,533	5,1	-603,2	3,4	-2535	1,7	-5747	6,1	-283079	1,3	1,506E-07	0,05
70000	0,9944	72,08	0,5900	1,5	-0,539	1,9	-484,4	1,1	-2562	0,4	-5434	1,7	-262262	0,5	1,501E-07	0,02
74100	1,0001	49,45	0,6099	1,5	-0,547	1,8	-431,7	1,1	-2581	0,4	-5240	1,6	-251463	0,5	1,498E-07	0,01
75000	1,0014	43,83	0,6140	1,5	-0,549	1,8	-423,2	1,1	-2585	0,4	-5204	1,6	-249616	0,5	1,498E-07	0,01
80000	1,0126	8,04	0,6386	1,4	-0,562	1,8	-380,2	1,1	-2606	0,4	-5012	1,5	-239769	0,5	1,495E-07	0,01
90000	1,0267	0,08	0,6945	1,3	-0,599	1,7	-321,0	1,0	-2649	0,4	-4685	1,3	-224542	0,5	1,492E-07	0,01
100000	1,0441	2,7E-6	0,7775	1,2	-0,665	1,5	-276,5	0,9	-2702	0,3	-4369	1,1	-211438	0,5	1,490E-07	0,01

Fonte: autor da tese.

Tabela G.4 – Ajustes para cinco modos variando a frequência máxima nos dados experimentais com 286,8 ppm de boro natural

Freq. (Hz)	χ^2 reduzido	Prob. (%)	A_7	σ_{A_7} (%)	A_8	σ_{A_8} (%)	A_9	σ_{A_9} (%)	A_{10}	$\sigma_{A_{10}}$ (%)	A_{11}	$\sigma_{A_{11}}$ (%)
81500	0,9999	50,38	0,498	1,4	-0,521	2,4	299	0,9	-808	0,8	1610	4,1
81500	1,0007	46,86	0,991	0,2	-0,924	1,1	197	2,7	-754	2,1	2431	1,6
86000	1,0024	38,91	0,553	1,2	-0,571	2,4	279	1,4	-727	0,7	1219	5,2

Continuação

Freq. (Hz)	ω_7	σ_7 (%)	ω_8	σ_8 (%)	ω_9	σ_9 (%)	ω_{10}	σ_{10} (%)	ω_{11}	σ_{11} (%)	C	σ_C (%)
81500	-2451	0,5	-6791	2,9	-170660	1,3	-210084	1,2	-650291	1,1	1,474E-07	0,04
81500	-2852	0,4	-4257	1,1	-172549	1,9	-223966	1,1	-714210	0,4	1,467E-07	0,04
86000	-2530	0,5	-6126	1,8	-153567	0,5	-192502	0,7	-593870	0,7	1,476E-07	0,05

Fonte: autor da tese.

Tabela G.5 – Ajustes para seis modos variando a frequência máxima nos dados experimentais com 286,8 ppm de boro natural

Freq. (Hz)	χ^2 reduzido	Prob. (%)	A_7	σ_{A_7} (%)	A_8	σ_{A_8} (%)	A_9	σ_{A_9} (%)	A_{10}	$\sigma_{A_{10}}$ (%)	A_{11}	$\sigma_{A_{11}}$ (%)	A_{12}	$\sigma_{A_{12}}$ (%)
70000	0,9925	78,23	0,536	1,0	-0,536	1,7	255	1,0	-495	0,6	66	3,9	-199	1,5
80000	0,9971	62,82	0,552	3,2	-0,547	2,6	215	0,4	-587	0,3	11756	6,6	-357	2,8
86000	0,9952	71,12	0,550	0,3	-0,548	1,0	102	1,6	-1329	2,0	18515	4,0	-160	1,3
100000	0,9987	56,42	0,784	1,6	-0,696	2,3	173	2,3	-771	2,2	15962	8,6	-6	7,2
100000	0,9984	57,72	0,607	1,8	-0,572	2,2	178	1,3	-707	1,0	4602	5,1	-528	2,3

Continuação

Freq. (Hz)	ω_7	σ_7 (%)	ω_8	σ_8 (%)	ω_9	σ_9 (%)	ω_{10}	σ_{10} (%)	ω_{11}	σ_{11} (%)	ω_{12}	σ_{12} (%)	C	σ_C (%)
70000	-2504	0,3	-6203	1,6	-168519	0,6	-197966	0,4	-170086	2,3	-195807	1,0	1,50E-07	0,01
80000	-2525	0,9	-6027	3,5	-179161	1,2	-220930	0,8	-1063610	1,6	-308829	1,6	1,42E-07	0,23
86000	-2530	0,9	-6130	3,5	-236360	0,5	-315561	0,7	-1050220	0,7	-2589740	1,9	1,38E-07	0,24
100000	-2724	0,4	-4505	1,4	-151196	1,6	-226111	1,7	-1186370	1,5	-68761	2,4	1,40E-07	0,38
100000	-2587	0,6	-5439	1,6	-200571	0,6	-260558	0,7	-690145	1,3	-311495	0,9	1,45E-07	0,11

Fonte: autor da tese.

O processo começou com apenas com um modo e foi sendo adicionado outros. Com a inserção de mais modo os desvios padrões relativos diminuíram até o quarto modo. Em cinco e seis modos o programa foi incapaz de terminar o processo de minimização. Três aspectos importantes foram observados:

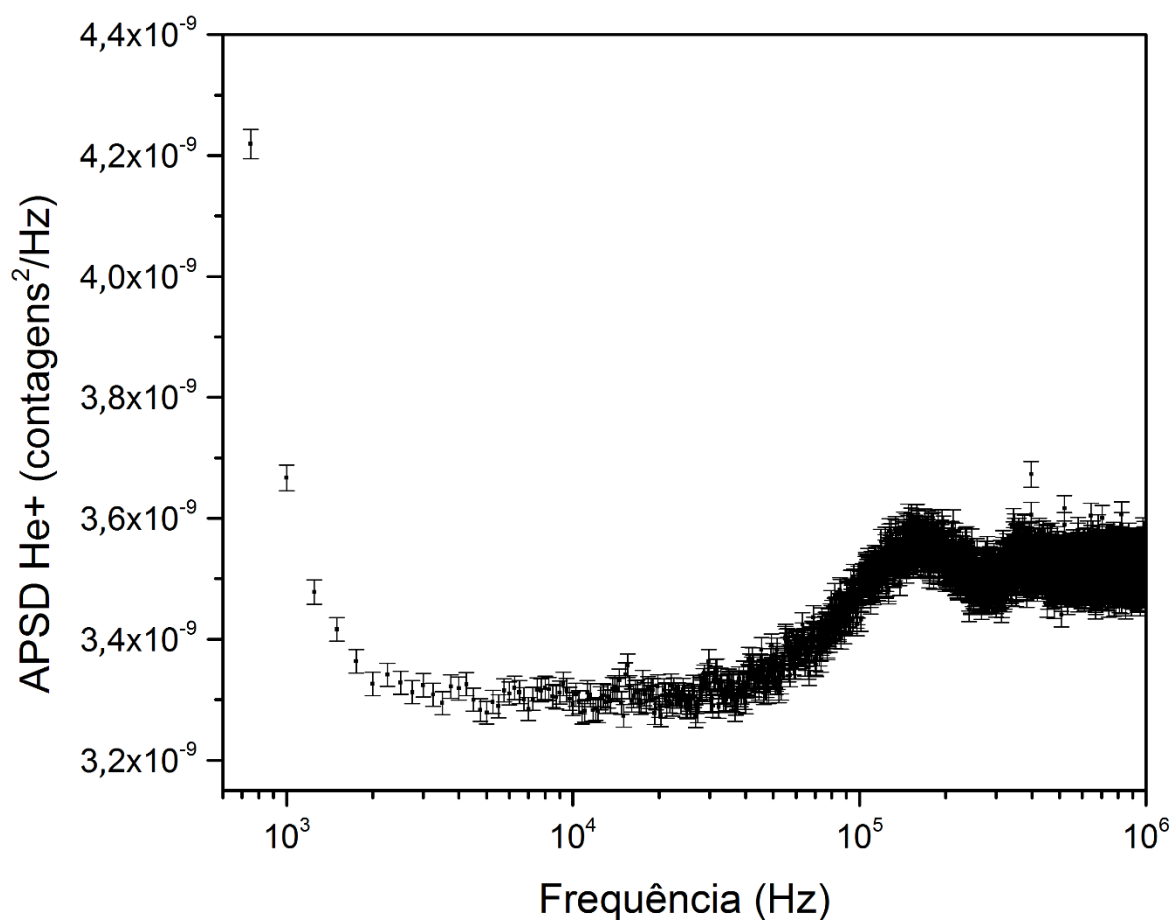
- 1) os coeficientes se alternam entre positivo e negativo, começando do A_7 positivo;
- 2) $A_7 \cong -A_8$;
- 3) o valor absoluto das raízes e coeficientes aumentam de forma progressiva.

Esses aspectos foram considerados no ajuste dos dados do experimento de 578,6 ppm de boro natural.

Os ajustes mais consistentes foram obtidos quando os modos estavam em um número par. Cada par de modos corresponde a uma descida de um máximo qualquer da função ou uma subida até ele. Os dados dos principais resultados experimentais da tese (Figuras 4.1 e 4.6) mostram apenas dois pontos de máximo; contudo, existem vários outros. Como demonstrado no APÊNDICE A quanto maior o comprimento a meia altura do pico, maior será o valor da raiz ou frequência, logo, menor será o tempo de chegada desses nêutrons até o detector. Os dados nas Figuras 4.1 e 4.6 apresentam um início de descida do segundo pico próximo de 100 kHz. Até esta frequência máxima, poderiam ser ajustados seis modos, porém a descida teria que estar completa e o conjunto de dados com uma flutuação menor. O caso com seis modos é interessante para estudos futuros para investigar nêutrons rápidos com uma frequência maior que as obtidas nos experimentos desta tese.

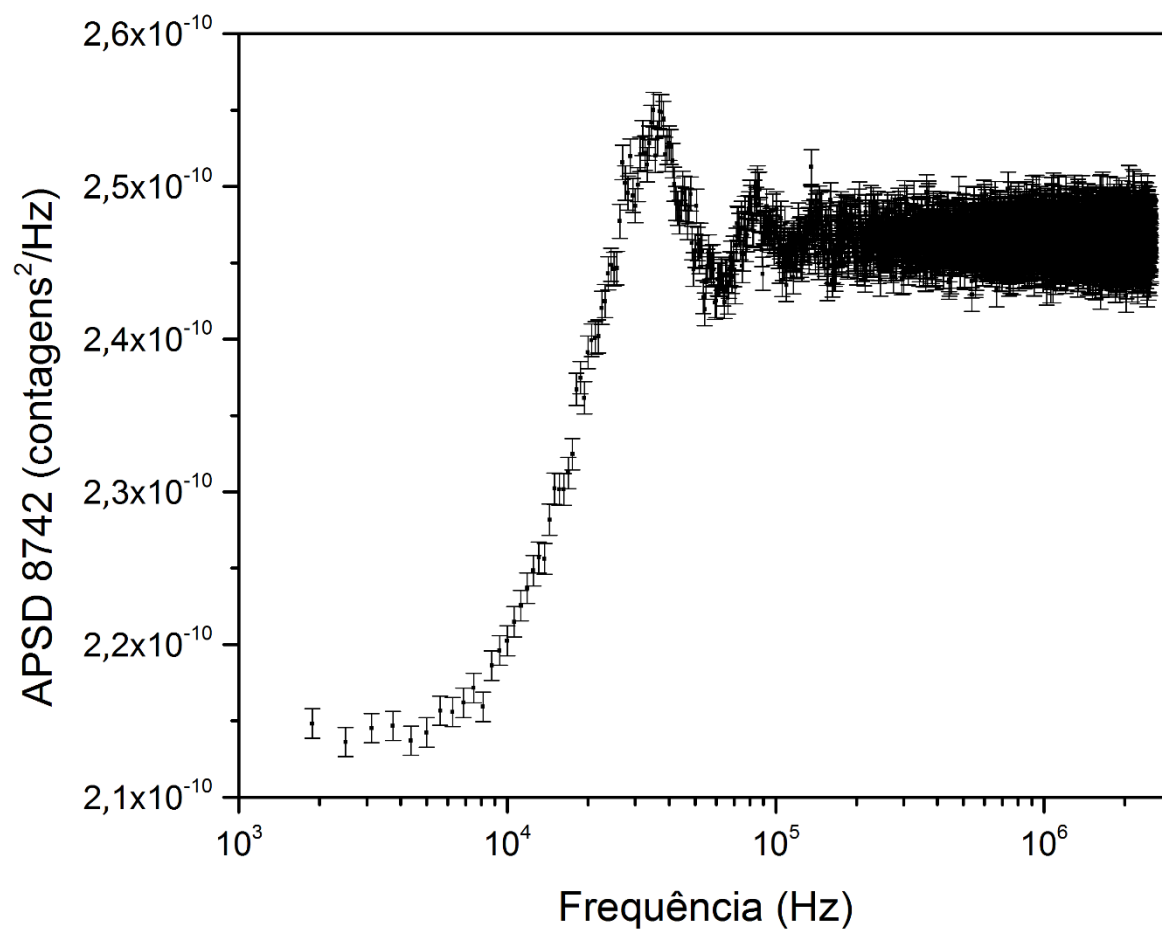
Para mostrar os vários picos que aparecem serão mostradas duas medidas realizadas durante os treinamentos que têm flutuações nos dados maiores do que as medidas com boro, mas ainda pode-se observar os vários picos mencionados no parágrafo anterior. A primeira medida é apresentada na Figura G.1 com uma APSD até 1 MHz com 30000 médias, um *dwell time* de 0,5 μ s e 8000 canais de tempo para os dois lados, obtida no dia 06/03/2018. O reator estava na configuração padrão de 28x26 varetas combustíveis com as barras de segurança totalmente retiradas e as de controle 25% retiradas. Para essa medida, foi utilizado na face leste do reator um detector proporcional de ^3He , denominado He+, que continha um volume sensível bem menor que os detectores utilizados nos dois experimentos da tese. Nele foi possível utilizar um *shaping time* pequeno de 0,5 μ s. Essa medida tinha uma resolução de 250 Hz, sendo os dois primeiros pontos descartados, então o domínio foi de 750 Hz até 1 MHz.

Figura G.1 – Ajuste até 1 MHz do detector He+ para o reator na configuração padrão retangular e barras de controle 25% retiradas



Fonte: autor da tese.

A segunda medida apresentada na Figura G.2 está numa outra situação com uma APSD medida até 2,5 MHz, 50000 médias, um *dwell time* de 0,2 μ s, 8000 canais de tempo para dois lados, resultando numa resolução de 625 Hz e domínio de 1875 Hz até 2,5 MHz. Esta outra medida foi realizada no dia 18/12/2017 com o detector proporcional de ^3He n/s 8742 que continha um volume sensível por volta de duas vezes maior que o detector He+. Ele estava posicionado na face leste ao sul e o reator nas mesmas condições que o da medida até 1 MHz. Nessas duas medidas, o primeiro patamar comumente encontrado nas APSD se perdeu porque as resoluções foram pequenas. Em experimentos futuros esses vários modos poderiam ser melhor investigados com medidas mais precisas.

Figura G.2 – Ajuste até 2,5 MHz do detector de ^3He 8742

Fonte: autor da tese.

APÊNDICE H – Análise do experimento com 578,6 ppm de boro natural

A obtenção do ajuste final para o experimento com 578,6 ppm de boro natural na água do refletor seguiu um processo bem mais simples que o experimento anterior. Inicialmente foi feito um ajuste com apenas um modo até a frequência máxima de 1.175 Hz. Esta foi a frequência com o melhor ajuste no caso de 286,8 ppm de boro natural, mostrado no APÊNDICE G. Os parâmetros calculados foram utilizados como valores iniciais num ajuste em dois modos até a frequência de 5 kHz. Os parâmetros ajustados para um e dois modos estão na Tabela H.1.

Tabela H.1 – Parâmetros ajustados com um e dois modos no caso com 578,6 ppm de boro natural

	Um modo	Dois modos
Frequência máxima (Hz)	1175	5000
χ^2-reduzido	0,9901	0,9950
Prob.	0,5428	0,5507
Parâmetros	Valores calculados	Valores calculados
A_7	0,0387 \pm 2,8%	0,0502 \pm 12%
A_8	----- ---	-0,0501 \pm 6,1%
ω_7 (Hz)	-4139 \pm 1,1%	-4414 \pm 2,9%
ω_8 (Hz)	----- ---	-9789 \pm 14%
C	3,12E-08 \pm 0,06%	3,14E-08 \pm 0,02%

Fonte: autor da tese.

Os parâmetros obtidos para dois modos que estão na Tabela H.1 e os valores dos parâmetros A_9 , A_{10} , ω_9 e ω_{10} do melhor ajuste do caso com 286,8 ppm de boro natural foram utilizados como valores iniciais num ajuste até 50 kHz em quatro modos. Os valores iniciais dos dois primeiros modos vindos do ajuste com dois modos seguem as constatações observadas no APÊNDICE G, que avalia a variação da quantidade de modos e as frequências máximas em relação ao experimento anterior. Os dois últimos modos utilizaram os valores iniciais das raízes obtidas no experimento anterior porque em alta frequência essas raízes estão ligadas aos nêutrons rápidos. Espera-se que a frequência para esses nêutrons se altere pouco com a variação da concentração de boro no refletor, já que a seção de choque de absorção do boro natural é pequena para nêutrons rápidos (por volta de 5 barns [121]) e dobrar a concentração de boro continuaria resultando numa seção de

choque de absorção pequena. Com esses valores iniciais, calculou-se facilmente o ajuste com quatro modos até a frequência de 50 kHz mostrado na Tabela H.2. Adquiriu-se valores com o mesmo padrão que no ajuste do experimento anterior, com $A_7 \cong -A_8$, alternância nos sinais dos coeficientes A_7 , A_8 , A_9 e A_{10} , e as raízes crescendo em valor absoluto. Neste ajuste, as raízes da parte térmica ficaram próximas das calculadas em dois modos (Tabela H.1). Os modos térmicos foram pouco sensíveis aos valores iniciais, logo, são ótimos valores de referência. Os valores iniciais dos parâmetros do terceiro e quarto modos também foram alterados diversas vezes para verificar se os resultados eram consistentes.

Os resultados obtidos em quatro modos até a frequência de 50 kHz foram consistentes, o que possibilitou a procura por um ajuste melhor com a variação da frequência máxima. A Tabela H.2 apresenta os resultados obtidos. Os ajustes com as frequências de 4950 Hz e 71,8 kHz obtiveram as probabilidades do χ^2 mais próximas de 50% e os desvios padrões relativos pequenos. O ajuste até 4950 Hz considera apenas a parte quase constante dos modos rápidos, pegando apenas a parte decaída desses modos. Logo, o melhor ajuste para o caso de 578,6 ppm de boro natural foi o de 71,8 kHz que contempla inteiramente os modos de alta frequência e tem os padrões descritos no parágrafo anterior – igual ao experimento com 286,8 ppm de boro natural. Nesse ajuste, a diferença entre os coeficientes A_7 e A_8 foi um pouco maior que no experimento anterior.

Tabela H.2 – Ajustes para quatro modos em função da variação da frequência máxima para o experimento com 578,6 ppm de boro natural.

Em cinza estão destacados os melhores ajustes segundo a probabilidades integrais do χ^2

Freq. (Hz)	χ^2 reduzido	Prob. (%)	A_7	σ_A (%)	A_8	σ_B (%)	A_9	σ_D (%)	A_{10}	σ_E (%)	ω_7	σ_7 (%)	ω_8	σ_8 (%)	ω_9	σ_9 (%)	ω_{10}	σ_{10} (%)	C	σ_C (%)
4000	1,0275	24,43	0,0607	3,3	-0,0473	4,9	24,60	4,8	-44,81	1,2	-4567	0,7	-7630	4,9	-328919	10,9	-169603	5,1	3,2671E-08	0,516
4950	0,9991	50,56	0,0530	1,4	-0,0487	2,9	19,84	1,8	-49,34	1,0	-4463	0,4	-9045	2,1	-171294	0,9	-201673	0,5	3,1911E-08	0,037
5000	0,9974	52,44	0,0543	1,3	-0,0482	2,8	20,26	2,0	-48,53	1,0	-4485	0,4	-8734	2,1	-183302	1,0	-200554	0,5	3,1972E-08	0,037
10000	0,9580	95,28	0,0512	1,4	-0,0484	2,6	19,86	1,3	-49,31	0,7	-4431	0,4	-9417	2,1	-171344	0,7	-201729	0,4	3,1911E-08	0,025
20000	0,9896	71,79	0,0504	1,5	-0,0483	2,6	23,67	1,1	-45,75	0,7	-4415	0,5	-9619	2,2	-193810	0,5	-209838	0,3	3,1786E-08	0,014
30000	0,9857	83,60	0,0516	1,5	-0,0486	2,4	23,28	1,0	-45,92	0,6	-4438	0,5	-9348	2,1	-191033	0,5	-208070	0,3	3,1799E-08	0,010
40000	0,9957	63,12	0,0482	6,0	-0,0484	4,3	11,04	12	-71,78	4,9	-4370	1,6	-10208	6,4	-258128	3,1	-301194	3,2	3,2005E-08	0,060
50000	0,9918	76,43	0,0478	1,6	-0,0488	2,6	18,42	1,2	-53,43	0,5	-4362	0,5	-10361	2,4	-189693	0,6	-227684	0,3	3,1900E-08	0,006
60000	0,9958	65,56	0,0466	1,5	-0,0496	2,7	19,96	0,9	-49,67	0,4	-4334	0,5	-10831	2,5	-173707	0,4	-207625	0,3	3,1875E-08	0,004
70000	0,9968	63,13	0,0448	1,6	-0,0517	3,0	21,24	0,7	-46,93	0,4	-4291	0,5	-11652	2,8	-159864	0,4	-190205	0,3	3,1855E-08	0,003
71000	0,9972	61,46	0,0444	1,6	-0,0524	3,0	21,49	0,7	-46,46	0,4	-4280	0,5	-11888	2,8	-157149	0,3	-186804	0,3	3,1851E-08	0,003
71500	0,9991	53,70	0,0441	1,6	-0,0530	3,1	21,68	0,7	-46,14	0,4	-4272	0,5	-12071	2,8	-155212	0,3	-184362	0,3	3,1848E-08	0,003
71800	1,0002	49,18	0,0439	1,6	-0,0533	3,1	21,76	0,7	-45,99	0,4	-4269	0,5	-12159	2,9	-154328	0,3	-183244	0,3	3,1847E-08	0,003
72000	1,0015	43,48	0,0439	1,6	-0,0534	3,1	21,79	0,7	-45,93	0,4	-4267	0,5	-12192	2,9	-154003	0,3	-182833	0,3	3,1847E-08	0,003
80000	1,0083	17,76	0,0413	3,4	-0,0625	3,9	56,04	24	-76,41	17,6	-4193	1,2	-14283	5,9	-145840	1,1	-158076	1,0	3,1827E-08	0,004
90000	1,0269	0,08	0,0382	3,0	-0,0933	14,5	45,51	24	-62,53	17,3	-4092	1,1	-18777	9,8	-128157	2,3	-140981	0,8	3,1807E-08	0,003
100000	1,0615	2E-12	0,0569	2,0	-0,0686	1,7	31,67	0,5	-46,85	0,1	-4600	0,7	-10122	1,8	-122083	0,7	-136661	0,8	3,1793E-08	0,002

Fonte: autor da tese.

APÊNDICE I – Ajustes com três, cinco e seis modos para o experimento de 578,6 ppm de boro natural

Este apêndice tem a finalidade de mostrar qual é o comportamento dos parâmetros para quantidades diferentes de modos e variações nas frequências máximas dos ajustes do experimento de 578,6 ppm de boro natural. Porém, diferentemente do que foi feito no apêndice anterior, neste iniciar-se-á com três modos.

A Tabela I.1 apresenta os ajustes para três modos, onde existem três ajustes com as probabilidades integrais do χ^2 próximas de 50%. O ajuste até a frequência máxima de 5 kHz tem desvios pequenos, mas uma frequência máxima baixa para três modos. Os ajustes até 61 e 70 kHz têm desvios enormes para os coeficientes A_7 e A_8 . Portanto, nenhum deles poderiam ser utilizados como referência para obter a solução do problema físico em quatro modos.

A Tabela I.2 mostra os ajustes em cinco modos. Segundo a probabilidade integral do χ^2 , o melhor ajuste é o de 87 kHz, porém, obteve-se $A \neq -B$. Já o ajuste de 80 kHz, que poderia ser considerado bom por ter os parâmetros no padrão mencionado no fim do APÊNDICE G, tem uma probabilidade integral do χ^2 um pouco alta de 66,24% e desvios padrões maiores que 5% nos coeficientes A_9 , A_{10} e A_{11} .

A Tabela I.3 apresenta três ajustes com $Prob \cong 50\%$ para a frequência de 75 kHz em seis modos. Contudo, os valores nos parâmetros calculados são diferentes de um ajuste para outro e em todos os casos ocorreram interrupções anormais do minimizador do programa ROOT.

Tabela I.1 – Ajustes para três modos variando a frequência máxima nos dados experimentais com 578,6 ppm de boro natural

Freq. (Hz)	χ^2 reduzido	Prob. (%)	A_7	σ_{A_7} (%)	A_8	σ_{A_8} (%)	A_9	σ_{A_9} (%)	ω_7	σ_7 (%)	ω_8	σ_8 (%)	ω_9	σ_9 (%)	C	σ_C (%)
4000	1,0273	24,60	0,0487	1,6	-0,0502	4,1	-48,16	2,2	-4383	0,5	-10236	2,8	-278454	1,1	3,200E-08	0,043
5000	0,9961	53,86	0,0543	1,5	-0,0482	3,0	-45,51	1,7	-4485	0,4	-8735	2,3	-248092	0,9	3,211E-08	0,038
10000	0,9574	95,53	0,0515	1,6	-0,0484	2,6	-48,63	1,5	-4436	0,5	-9355	2,3	-285877	0,8	3,197E-08	0,028
20000	0,9893	72,40	0,0503	1,7	-0,0483	2,6	-31,60	1,5	-4415	0,5	-9623	2,3	-260543	0,7	3,184E-08	0,016
30000	0,9855	83,87	0,0523	12	-0,0487	9,2	-27,48	19,8	-4452	2,8	-9194	10,3	-247661	6,2	3,182E-08	0,111
40000	0,9955	63,67	0,0481	7,7	-0,0484	4,9	-65,44	11,5	-4369	2,1	-10230	8,5	-319803	3,6	3,202E-08	0,091
50000	0,9921	75,68	0,0518	14,7	-0,0488	11,5	-47,05	4,7	-4443	3,6	-9315	12,5	-288408	1,6	3,194E-08	0,028
60000	0,9972	60,60	0,0564	7,4	-0,0509	7,1	-39,52	2,6	-4522	1,7	-8570	5,3	-271953	1,0	3,191E-08	0,013
61000	0,9998	50,67	0,0575	12,4	-0,0515	11,9	-38,44	2,4	-4540	2,7	-8426	8,2	-269319	0,9	3,190E-08	0,012
63000	1,0017	43,20	0,0601	15,5	-0,0532	15,3	-36,52	2,5	-4578	3,2	-8148	9,2	-264466	1,0	3,189E-08	0,012
65000	1,0017	43,07	0,0608	19,7	-0,0537	20,0	-36,07	2,1	-4588	4,0	-8080	11,1	-263315	0,8	3,189E-08	0,010
67000	1,0028	38,72	0,0629	1,6	-0,0553	2,1	-34,98	0,9	-4616	0,4	-7897	1,6	-260410	0,4	3,189E-08	0,004
69000	1,0012	45,06	0,0652	8,5	-0,0571	9,0	-34,06	1,7	-4645	1,6	-7727	4,4	-257857	0,7	3,188E-08	0,007
70000	1,0004	48,32	0,0662	21,3	-0,0579	22,6	-33,72	1,8	-4657	4,0	-7661	10,1	-256915	0,7	3,188E-08	0,008
80000	1,0191	1,70	0,0925	3,7	-0,0806	4,1	-27,09	1,2	-4864	0,6	-6624	1,7	-236458	0,5	3,185E-08	0,005
90000	1,0466	3E-06	0,0914	3,0	-0,0772	3,7	-22,58	1,0	-4815	0,6	-6438	1,4	-220039	0,5	3,182E-08	0,003
100000	1,0884	3E-25	0,0837	4,7	-0,0672	6,0	-19,14	0,9	-4719	0,9	-6348	1,6	-205593	0,4	3,180E-08	0,002

Fonte: autor da tese.

Tabela I.2 – Ajustes para cinco modos variando a frequência máxima nos dados experimentais com 578,6 ppm de boro natural

Freq. (Hz)	χ^2 reduzido	Prob. (%)	A_7	σ_{A_7} (%)	A_8	σ_{A_8} (%)	A_9	σ_{A_9} (%)	A_{10}	$\sigma_{A_{10}}$ (%)	A_{11}	$\sigma_{A_{11}}$ (%)
60000	0,9955	66,71	0,0481	4,5	-0,05021	4,0	13,85	13,4	-68,8	10,2	97	35,0
70000	0,9957	67,12	0,0469	3,8	-0,05078	3,7	18,14	1,2	-56,5	1,9	75	11,9
80000	0,9962	66,24	0,0550	0,9	-0,05495	2,3	5,34	16,6	-121,9	5,8	396	6,9
86000	0,9944	73,96	0,0477	0,7	-0,04893	3,0	0,88	44,8	-182,5	5,1	631	5,0
87000	0,9987	56,02	0,0350	1,1	-0,09055	2,6	62,55	2,8	-114,8	1,7	284	3,8
90000	1,0047	28,69	0,0362	1,6	-0,08306	10,7	7,16	8,4	-77,4	2,0	105	2,3
100000	1,0026	37,30	0,0349	1,0	-0,09093	7,4	4,43	1,4	-121,5	0,4	374	0,6

Continuação

Freq. (Hz)	ω_7	σ_7 (%)	ω_8	σ_8 (%)	ω_9	σ_9 (%)	ω_{10}	σ_{10} (%)	ω_{11}	σ_{11} (%)	C	σ_c (%)
60000	-4372	1,4	-10434	4,9	-186519	1,0	-249451	4,5	-534483	1,1	4,180E-11	0,132
70000	-4343	1,1	-10860	5,7	-174665	1,7	-219457	1,4	-612277	2,1	1,062E-11	0,033
80000	-4526	0,4	-9309	1,3	-190436	0,6	-317769	2,4	-637066	0,7	1,864E-11	0,059
86000	-4360	0,4	-10414	1,8	-170399	1,4	-368009	1,8	-676132	0,8	1,669E-11	0,053
87000	-3959	0,5	-22288	0,8	-187420	0,8	-215572	0,5	-706286	1,3	8,031E-12	0,025
90000	-4015	0,7	-19952	6,1	-137813	2,4	-242484	1,1	404301	0,7	1,846E-12	0,006
100000	-3964	0,5	-22384	4,5	-148195	0,9	-309122	0,2	-609228	0,2	2,428E-12	0,008

Fonte: autor da tese.

Tabela I.3 – Ajustes para seis modos variando a frequência máxima nos dados experimentais com 578,6 ppm de boro natural

Freq. (Hz)	χ^2 reduzido	Prob. (%)	A_7	σ_{A_7} (%)	A_8	σ_{A_8} (%)	A_9	σ_{A_9} (%)	A_{10}	$\sigma_{A_{10}}$ (%)	A_{11}	$\sigma_{A_{11}}$ (%)	A_{12}	$\sigma_{A_{12}}$ (%)
60000	0,9954	67,13	0,0530	4,5	-0,0520	3,5	26,65	1,1	-94,4	0,8	769,7	0,2	-575,6	1,9
70000	0,9968	63,04	0,0464	2,4	-0,0505	3,8	31,43	2,5	-58,5	1,7	57886	0,5	-99997	2,7
75000	1,00002	49,78	0,0533	2,2	-0,0519	3,9	30,55	2,1	-89,6	0,7	764,6	0,4	-550,7	1,4
75000	1,0006	47,34	0,0402	1,8	-0,0531	3,8	36,59	0,9	-93,0	2,5	836,3	1,9	-396,2	22,5
75000	1,0039	33,58	0,0403	1,5	-0,0588	3,3	59,31	1,7	-35,7	2,3	65,4	2,6	-98,4	0,9
75000	0,99992	50,23	0,0452	2,6	-0,0484	3,2	24,69	1,8	-155,1	2,1	417,0	2,3	-0,27	88,5
75000	0,99997	50,03	0,0611	1,7	-0,0541	3,1	51,02	0,2	-46,4	0,3	252,3	5,3	-98,9	0,7
86000	0,9948	72,42	0,0513	2,2	-0,0523	2,9	7,07	4,2	-141,6	5,5	673,8	10,1	-597,4	7,0

Continuação

Freq. (Hz)	ω_7	σ_7 (%)	ω_8	σ_8 (%)	ω_9	σ_9 (%)	ω_{10}	σ_{10} (%)	ω_{11}	σ_{11} (%)	ω_{12}	σ_{12} (%)	C	σ_C (%)
60000	-4480	1,1	-9404	4,0	-252745	0,8	-317576	1,2	-436499	0,3	-391633	0,7	3,161E-08	0,064
70000	-4333	0,8	-10984	3,8	-169773	0,8	-193123	0,6	7118670	3,5	-23460000	13,5	3,090E-08	0,115
75000	-4483	0,8	-9318	1,3	-266830	2,7	-348001	2,6	-443810	0,4	-382710	0,6	3,157E-08	0,042
75000	-4151	0,7	-13974	1,3	-203449	1,9	-242805	2,1	1006880	1,1	-3765100	2,6	3,129E-08	0,034
75000	-4157	0,6	-14535	0,5	-179258	0,9	-234529	2,5	-295231	1,7	-204309	1,4	3,181E-08	0,008
75000	-4296	0,8	-11145	3,0	-242173	1,1	-315797	0,8	-626225	0,6	-244738	2,8	3,146E-08	0,024
75000	-4600	0,5	-8115	0,9	-118434	0,4	-115711	0,5	-570168	2,1	-291514	0,5	3,158E-08	0,044
86000	-4449	0,7	-9847	2,8	-212550	3,2	-334376	2,4	-739807	2,3	4968140	4,0	3,129E-08	0,134

Fonte: autor da tese.

APÊNDICE J – Fonte externa do reator IPEN/MB-01

A fonte externa do reator IPEN/MB-01 é uma fonte utilizada principalmente na partida do reator. Ela é composta por Amerício-Berílio ($^{241}\text{Am-Be}$) com 1 Ci ($3,7 \times 10^{10}$ Bq) do modelo ANM-9022 e emite nêutrons a uma taxa de aproximadamente $2,2 \times 10^6$ nêutrons/s em 4π [122][123]. O ^{241}Am é um emissor alfa que provoca reação do tipo $Be(\alpha, n)C$. O ^{241}Am possui uma meia vida de 432,6 anos [92]. Portanto, o decaimento da fonte durante a vida útil do reator é pouco significativo, como pode ser demonstrado pela equação a seguir:

$$A = A_0 e^{-\left(\frac{\ln 2}{T_{1/2}}\right)t}, \quad \text{J.1)}$$

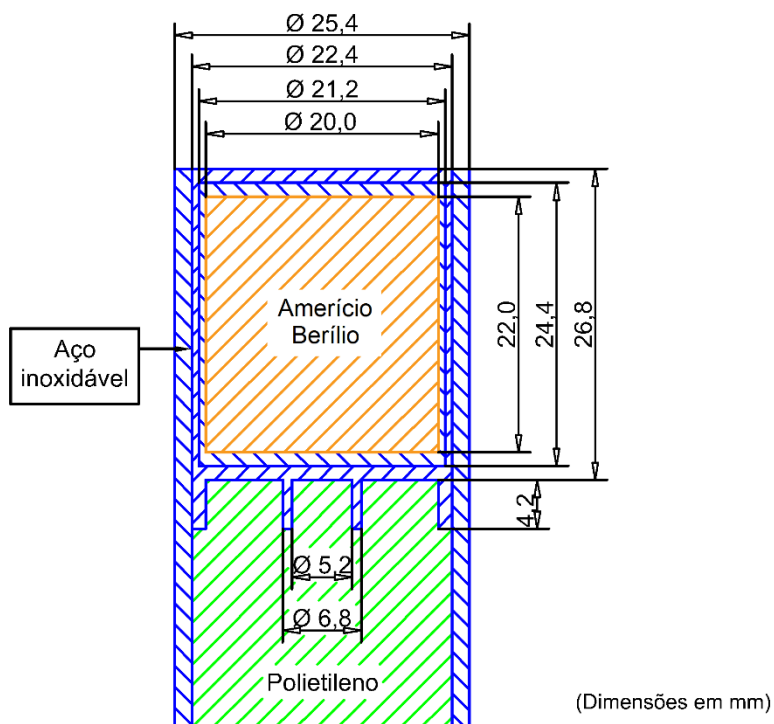
onde A_0 é a atividade inicial da fonte, $T_{1/2}$ é a meia-vida e $t \cong 40$ anos (vida útil do reator). Logo, atualmente a atividade é $A = 0,9379$ Ci = $3,47 \times 10^{10}$ Bq, ou seja, a fonte de nêutrons está com 93,79% da atividade inicial. Assim, pode-se considerar que o decaimento da fonte foi praticamente constante durante os experimentos [68].

Durante os procedimentos de partida do reator, a fonte de nêutrons é transportada de um alojamento blindado existente no pavimento inferior do prédio, abaixo do tanque do moderador, e posicionada a uma distância de 20 mm abaixo da base inferior da placa matriz [68].

A fonte é encapsulada por dois cilindros de aço inoxidável, permanecendo dentro do tubo guia também de aço inoxidável e acima de um cilindro de polietileno. As dimensões e materiais da fonte estão indicados na Figura J.1 [68].

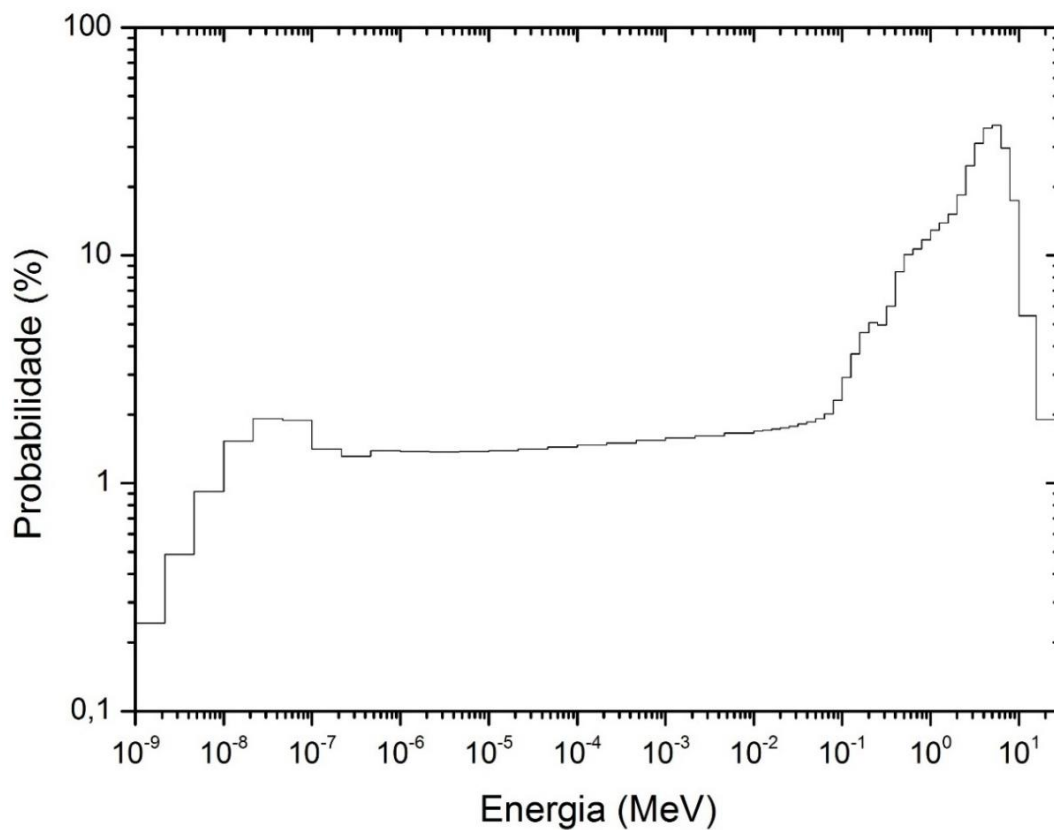
O espectro característico ou probabilidade de emissão de nêutrons da fonte externa de $^{241}\text{Am-Be}$ é apresentado na Figura J.2 [124][71], onde pode-se verificar que a probabilidade de emissão de nêutrons rápidos é bem maior que a de nêutrons térmicos. Lembrando que o limite superior da energia térmica é um pouco arbitrário, mas está próxima de 1 eV.

Figura J.1 - Dimensões e materiais da fonte de partida de $^{241}\text{Am-Be}$



Fonte: autor da tese.

Figura J.2 – Espectro de emissão de nêutrons relativo da fonte de partida de $^{241}\text{Am-Be}$



Fonte: autor da tese.

APÊNDICE K – Análise de incertezas

Ao se manipular os conjuntos de dados objetivando obter grandezas dependentes, é necessário propagar as incertezas associadas a eles. A propagação visa obter a incerteza associada a essa grandeza que, por consequência, determina a precisão de todo processo de medida. Para determinar a estimativa da incerteza é utilizada a lei geral de propagação de incertezas. Essa lei abrange tanto o tratamento de variáveis independentes como correlacionadas [125].

Sendo $w(x_i)$ dependente de um conjunto de grandezas não-correlacionadas e correlacionadas x_i , as quais possuem variâncias σ_i^2 e covariâncias entre duas grandezas σ_{ij} , tem-se que a incerteza associada a $w(x_i)$ é dada pela equação geral da propagação das incertezas associadas [126],

$$\sigma_w^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial w}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i>j}^n \left(\frac{\partial w}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x_j} \right) \sigma_{ij}. \quad (\text{K.1})$$

Esta equação pode ser colocada em relação ao fator de correlação C_{ij} e os desvios padrões dos parâmetros correlacionados σ_i e σ_j com $\sigma_{ij} = C_{ij}\sigma_i\sigma_j$, logo,

$$\sigma_w^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial w}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i>j}^n C_{ij} \left(\frac{\partial w}{\partial x_i} \right) \sigma_i \left(\frac{\partial w}{\partial x_j} \right) \sigma_j. \quad (\text{K.2})$$

Os cálculos das incertezas em relação às correlações mostram, obviamente, como é a interdependência entre os parâmetros ajustados e, por consequência, como as grandezas físicas estão relacionadas, ou seja, quando uma grandeza varia implica necessariamente que a outra também varie. Assim, a interpretação física é analisada implicitamente com a propagação das incertezas. Vale lembrar que $C_{ij} = 1$ corresponde às grandezas totalmente correlacionadas, $C_{ij} = -1$ é referente às grandezas totalmente anticorrelacionadas e $C_{ij} = 0$ são as grandezas não-correlacionadas.

Os valores médios calculados pelo MCNP6 são acompanhados do desvio padrão da média. Porém, no arquivo de saída desse programa inexistem as covariâncias ou

correlações entre as grandezas calculadas. Propagando-se as incertezas relacionadas à variação de reatividade, dada pela Equação (7.3), obtém-se

$$\sigma_{\Delta\rho}^2 = \left(\frac{\partial\Delta\rho}{\partial k_{eff}^R} \right)^2 \sigma_{k_{eff}^R}^2 + \left(\frac{\partial\Delta\rho}{\partial k_{eff}^P} \right)^2 \sigma_{k_{eff}^P}^2. \quad (K.3)$$

Calculando as derivadas parciais e organizando a equação acima, resulta em

$$\sigma_{\Delta\rho}^2 = \left[\frac{\sigma_{k_{eff}^R}}{(k_{eff}^R)^2} \right]^2 + \left[\frac{\sigma_{k_{eff}^P}}{(k_{eff}^P)^2} \right]^2. \quad (K.4)$$

No capítulo 8 foram realizados vários cálculos com o código MCNP6. Para exemplificar, será apresentado apenas a propagação de incertezas da variação de reatividade entre duas simulações, mostradas na Tabela 8.2. A simulação de referência com água no moderador e no refletor obteve um valor de $k_{eff}^R = 0,99917 \pm 0,00005$ e a simulação perturbada com 286,8 ppm de boro natural no núcleo e no refletor um $k_{eff}^P = 0,93636 \pm 0,00005$. Substituindo os valores na Equação (K.4), obtém-se $\sigma_{\Delta\rho} = 8 \text{ pcm}$. Todas as incertezas propagadas da variação de reatividade podem ser encontradas junto aos valores médios no capítulo 8.

Os ajustes de funções pelo método de mínimos quadrados foram realizados pelo programa ROOT versão 6.14 do CERN para o Linux [80]. Este programa permite ajustar a qualquer coleção de dados experimentais do tipo (x_i, y_i) a uma função $y = f(x)$, fornecendo a incerteza em cada parâmetro ajustado e as matrizes de covariância e correlação [126]. Todas as incertezas propagadas de dados experimentais utilizaram as matrizes de correlação calculadas pelo programa ROOT. A seguir serão apresentadas as propagações de incertezas para as reatividades e *lifetimes* calculados no capítulo 6, sendo que os fatores de correlação C_{ij} utilizados nos cálculos estão nas Tabelas 4.2, 6.2 e 6.4.

A propagação de incertezas da reatividade térmica, dada pela Equação (5.123), é

$$\sigma_{\rho^{TT}}^2 = \left(\frac{\partial\rho^{TT}}{\partial\rho_c^{TT}} \right)^2 \sigma_{\rho_c^{TT}}^2 + \left(\frac{\partial\rho^{TT}}{\partial\rho_r^{TT}} \right)^2 \sigma_{\rho_r^{TT}}^2 + 2C_{ij} \left(\frac{\partial\rho^{TT}}{\partial\rho_c^{TT}} \right) \sigma_{\rho_c^{TT}} \left(\frac{\partial\rho^{TT}}{\partial\rho_r^{TT}} \right) \sigma_{\rho_r^{TT}}. \quad (K.5)$$

Com o cálculo das derivadas parciais, obtém-se

$$\sigma_{\rho^{TT}}^2 = \sigma_{\rho_c^{TT}}^2 + \sigma_{\rho_r^{TT}}^2 + 2C_{\rho_c^{TT}\rho_r^{TT}}\sigma_{\rho_c^{TT}}\sigma_{\rho_r^{TT}}. \quad (\text{K.6})$$

A incerteza da reatividade térmica sem o termo de correlação foi $\sigma_{\rho^{TT}} = 75 \text{ pcm}$, mas como existe uma anticorrelação parcial entre ρ_c^{TT} e ρ_r^{TT} devido à soma na Equação (5.123), então a incerteza com a correlação foi $\sigma_{\rho^{TT}} = 61 \text{ pcm}$.

A propagação das incertezas da Equação (5.119) da reatividade no núcleo dependente da raiz ω_7 ou ω_8 fica

$$\begin{aligned} \sigma_{\rho_c^{TT}}^2 = & \left(\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \omega_j} \right)^2 \sigma_{\omega_j}^2 + \left(\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \Lambda_c^T} \right)^2 \sigma_{\Lambda_c^T}^2 + \left(\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial j_{c \rightarrow r}^T} \right)^2 \sigma_{j_{c \rightarrow r}^T}^2 + \left(\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \beta_r} \right)^2 \sigma_{\beta_r}^2 \\ & + \left(\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \alpha_r} \right)^2 \sigma_{\alpha_r}^2 + \left(\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \beta_{eff}^{TF}} \right)^2 \sigma_{\beta_{eff}^{TF}}^2 + 2C_{\Lambda_c^T \beta_r} \left(\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \Lambda_c^T} \right) \sigma_{\Lambda_c^T} \left(\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \beta_r} \right) \sigma_{\beta_r} \\ & + 2C_{\Lambda_c^T \alpha_r} \left(\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \Lambda_c^T} \right) \sigma_{\Lambda_c^T} \left(\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \alpha_r} \right) \sigma_{\alpha_r} + 2C_{\beta_r \alpha_r} \left(\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \beta_r} \right) \sigma_{\beta_r} \left(\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \alpha_r} \right) \sigma_{\alpha_r}. \end{aligned} \quad (\text{K.7})$$

Lembrando que $\beta_{eff}^{TF} = 0,00675 \pm 0,00005$ [27]–[29]. As derivadas parciais da equação acima são apresentadas na Tabela K.1, onde ω_j pode ser a raiz ω_7 ou ω_8 . Essa tabela também mostra as incertezas calculadas sem e com os termos de correlação. A diferença nas equações de ρ_c^{TT} são as raízes ω_7 e ω_8 , mas o que fez a incerteza aumentar 12% na equação com ω_7 e diminuir 4% com ω_8 foi a derivada parcial em relação a β_r que alternou de sinal de uma raiz para a outra.

Tabela K.1 – Derivadas parciais e as incertezas de ρ_c^{TT}

Derivadas parciais	Valores com ω_7	Valores com ω_8
$\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \omega_j} = \Lambda_c^T + \frac{\beta_r}{(\omega_j - \alpha_r)^2}$	7,36147E-05	2,81173E-05
$\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \Lambda_c^T} = \omega_j$	-2490	-6438
$\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial j_{c \rightarrow r}^T} = 1$	1	1
$\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \beta_r} = -\frac{\beta_r}{\omega_j - \alpha_r}$	-9,16590E-04	3,50018E-04
$\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \alpha_r} = -\frac{\beta_r}{(\omega_j - \alpha_r)^2}$	-5,32647E-05	-7,76728E-06
$\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \beta_{eff}^{TF}} = 1$	1	1
$\sigma_{\rho_c^{TT}}$ sem correlações (pcm)	333	546
$\sigma_{\rho_c^{TT}}$ com correlações (pcm)	373	525

Fonte: autor da tese.

A incerteza da reatividade no refletor dependente da raiz ω_7 ou ω_8 , Equação (5.121), é determinada por

$$\begin{aligned}
\sigma_{\rho_r^{TT}}^2 = & \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \omega_j} \right)^2 \sigma_{\omega_j}^2 + \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \Lambda_r^T} \right)^2 \sigma_{\Lambda_r^T}^2 + \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial j_{r \rightarrow c}^T} \right)^2 \sigma_{j_{r \rightarrow c}^T}^2 + \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \Lambda_c^T} \right)^2 \sigma_{\Lambda_c^T}^2 \\
& + \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \beta_r} \right)^2 \sigma_{\beta_r}^2 + \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \alpha_c} \right)^2 \sigma_{\alpha_c}^2 + 2C_{\Lambda_r^T j_{r \rightarrow c}^T} \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \Lambda_r^T} \right) \sigma_{\Lambda_r^T} \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial j_{r \rightarrow c}^T} \right) \sigma_{j_{r \rightarrow c}^T} \\
& + 2C_{\Lambda_c^T \beta_r} \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \Lambda_c^T} \right) \sigma_{\Lambda_c^T} \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \beta_r} \right) \sigma_{\beta_r} + 2C_{\Lambda_c^T \alpha_c} \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \Lambda_c^T} \right) \sigma_{\Lambda_c^T} \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \alpha_c} \right) \sigma_{\alpha_c} \\
& + 2C_{\beta_r \alpha_c} \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \beta_r} \right) \sigma_{\beta_r} \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \alpha_c} \right) \sigma_{\alpha_c} .
\end{aligned} \tag{K.8}$$

A Tabela K.2 mostra o resultado das derivadas parciais e as incertezas propagadas sem e com as correlações. O acréscimo das correlações fez a incerteza cair 12% na equação dependente de ω_7 e 4% na equação com ω_8 . Isso ocorreu principalmente devido ao termo anticorrelacionado das grandezas Λ_r^T e $j_{r \rightarrow c}^T$.

Tabela K.2 – Derivadas parciais e as incertezas de ρ_r^{TT}

Derivadas parciais	Valores com ω_7	Valores com ω_8
$\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \omega_j} = \Lambda_r^T + \frac{\Lambda_r^T \beta_r}{\Lambda_c^T (\omega_j - \alpha_c)^2}$	9,61466E-06	2,52108E-05
$\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \Lambda_r^T} = \omega_j - \frac{\beta_r}{\Lambda_c^T (\omega_j - \alpha_c)}$	-3580	-3580
$\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial j_{r \rightarrow c}^T} = 1$	1	1
$\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \Lambda_c^T} = \frac{\Lambda_r^T}{(\Lambda_c^T)^2} \left(\frac{\beta_r}{\omega_j - \alpha_c} \right)$	3,72827E+02	-9,77559E+02
$\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \beta_r} = -\frac{\Lambda_r^T}{\Lambda_c^T} \left(\frac{1}{\omega_j - \alpha_c} \right)$	-1,19669E-04	3,13775E-04
$\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \alpha_c} = -\frac{\Lambda_r^T \beta_r}{\Lambda_c^T (\omega_j - \alpha_c)^2}$	-2,65466E-06	-1,82508E-05
$\sigma_{\rho_r^{TT}}$ sem correlações (pcm)	66	361
$\sigma_{\rho_r^{TT}}$ com correlações (pcm)	58	347

Fonte: autor da tese.

Para o cálculo da soma das reatividades térmicas foi utilizada a Equação (K.6). As incertezas da reatividade térmica com ω_7 e ω_8 estão na Tabela K.3. A incerteza propagada na equação com ω_7 aumentou 5% e diminuiu 21% com ω_8 . A reatividade térmica dependente de ω_7 aumentou porque nessa equação está a reatividade ρ_c^{TT} da Tabela K.1 dependente de ω_7 com as correlações. Essa reatividade foi 12% maior que ρ_c^{TT} sem as correlações.

Tabela K.3 – Incertezas da reatividade térmica ρ^{TT}

Incertezas	Valores com ω_7	Valores com ω_8
$\sigma_{\rho^{TT}}$ sem correlações (pcm)	339	654
$\sigma_{\rho^{TT}}$ com correlações (pcm)	357	518

Fonte: autor da tese.

Utilizaram-se também as equações das reatividades independentes das raízes ω_7 e ω_8 para verificar a consistência das equações com o retorno dos valores das

reatividades. Assim, calculou-se a reatividade do núcleo com a Equação (5.126), cuja equação das incertezas propagadas é dada por

$$\begin{aligned} \sigma_{\rho_c^{TT}}^2 = & \left(\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \alpha_c} \right)^2 \sigma_{\alpha_c}^2 + \left(\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \Lambda_c^T} \right)^2 \sigma_{\Lambda_c^T}^2 + \left(\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \beta_{eff}^{TF}} \right)^2 \sigma_{\beta_{eff}^{TF}}^2 + \left(\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial j_{c \rightarrow r}^T} \right)^2 \sigma_{j_{c \rightarrow r}^T}^2 \\ & + 2C_{\Lambda_c^T \alpha_c} \left(\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \alpha_c} \right) \sigma_{\alpha_c} \left(\frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \Lambda_c^T} \right) \sigma_{\Lambda_c^T}. \end{aligned} \quad (K.9)$$

Fazendo as derivadas parciais e arranjando os termos, obtém-se

$$\sigma_{\rho_c^{TT}}^2 = (\Lambda_c^T \sigma_{\alpha_c})^2 + (\alpha_c \sigma_{\Lambda_c^T})^2 + \sigma_{\beta_{eff}^{TF}}^2 + \sigma_{j_{c \rightarrow r}^T}^2 + 2C_{\alpha_c \Lambda_c^T} \Lambda_c^T \sigma_{\alpha_c} \alpha_c \sigma_{\Lambda_c^T}. \quad (K.10)$$

Logo, a incerteza sem correlação da reatividade no núcleo foi $\sigma_{\rho_c^{TT}} = 347 \text{ pcm}$ e com correlação foi $\sigma_{\rho_c^{TT}} = 366 \text{ pcm}$, ocorrendo um aumento na incerteza devido ao termo correlacionado. Neste caso, o fator de correlação $C_{\alpha_c \Lambda_c^T}$ foi negativo, mas na multiplicação com as demais grandezas resultou num termo positivo.

A incerteza na reatividade do refletor da Equação (5.127) pode ser calculada por

$$\begin{aligned} \sigma_{\rho_r^{TT}}^2 = & \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \alpha_r} \right)^2 \sigma_{\alpha_r}^2 + \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \Lambda_r^T} \right)^2 \sigma_{\Lambda_r^T}^2 + \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial j_{r \rightarrow c}^T} \right)^2 \sigma_{j_{r \rightarrow c}^T}^2 \\ & + 2C_{\Lambda_r^T j_{r \rightarrow c}^T} \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \Lambda_r^T} \right) \sigma_{\Lambda_r^T} \left(\frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial j_{r \rightarrow c}^T} \right) \sigma_{j_{r \rightarrow c}^T}, \end{aligned} \quad (K.11)$$

que fica

$$\sigma_{\rho_r^{TT}}^2 = (\Lambda_r^T \sigma_{\alpha_r})^2 + (\alpha_r \sigma_{\Lambda_r^T})^2 + \sigma_{j_{r \rightarrow c}^T}^2 + 2C_{\Lambda_r^T j_{r \rightarrow c}^T} \alpha_r \sigma_{\Lambda_r^T} \sigma_{j_{r \rightarrow c}^T}. \quad (K.12)$$

Logo, a incerteza sem correlação da reatividade no refletor foi $\sigma_{\rho_r^{TT}} = 62 \text{ pcm}$ e com correlação foi $\sigma_{\rho_r^{TT}} = 57 \text{ pcm}$, sendo que o termo correlacionado diminuiu em 8% a incerteza de ρ_r^{TT} . As grandezas Λ_r^T e $j_{r \rightarrow c}^T$ são correlacionadas parcialmente, mas na

multiplicação ocorrida no termo de correlação resultou num valor negativo e fez a incerteza diminuir.

Com a Equação (K.6), a incerteza da soma das reatividades térmicas sem correlação foi $\sigma_{\rho_{TT}} = 353 pcm$ e com correlação foi $\sigma_{\rho_{TT}} = 350 pcm$. Logo, o termo correlacionado mudou pouco a incerteza de $\sigma_{\rho_{TT}}$.

Para propagar as incertezas da Equação (5.175) do *lifetime* de nêutrons térmicos é necessário considerar na regra da cadeia as Equações (5.123), (5.125) e (5.176). Então, a propagação de incertezas dessa Equação (5.125) é dada por

$$\begin{aligned} \sigma_{\tau^T}^2 = & \left(\frac{\partial \tau^T}{\partial \Lambda_c^T} \right)^2 \sigma_{\Lambda_c^T}^2 + \left(\frac{\partial \tau^T}{\partial \Lambda_r^T} \right)^2 \sigma_{\Lambda_r^T}^2 + \left(\frac{\partial \tau^T}{\partial \rho_c^{TT}} \right)^2 \sigma_{\rho_c^{TT}}^2 + \left(\frac{\partial \tau^T}{\partial \rho_r^{TT}} \right)^2 \sigma_{\rho_r^{TT}}^2 \\ & + 2C_{\Lambda_r^T \rho_c^{TT}} \left(\frac{\partial \tau^T}{\partial \Lambda_r^T} \right) \sigma_{\Lambda_r^T} \left(\frac{\partial \tau^T}{\partial \rho_c^{TT}} \right) \sigma_{\rho_c^{TT}} + 2C_{\Lambda_r^T \rho_r^{TT}} \left(\frac{\partial \tau^T}{\partial \Lambda_r^T} \right) \sigma_{\Lambda_r^T} \left(\frac{\partial \tau^T}{\partial \rho_r^{TT}} \right) \sigma_{\rho_r^{TT}} \quad (K.13) \\ & + 2C_{\rho_c^{TT} \rho_r^{TT}} \left(\frac{\partial \tau^T}{\partial \rho_c^{TT}} \right) \sigma_{\rho_c^{TT}} \left(\frac{\partial \tau^T}{\partial \rho_r^{TT}} \right) \sigma_{\rho_r^{TT}} . \end{aligned}$$

Nesta equação existem as derivadas parciais implícitas em relações os tempos de geração e reatividades no núcleo e no refletor que podem ser resolvidas pela regra da cadeia. A Tabela K.4 apresenta as derivadas parciais com aplicação da regra da cadeia e as incertezas de τ^T sem e com as correlações entre as grandezas. Os termos correlacionados adicionaram valores desprezíveis em relação aos não-correlacionados, fazendo com que a incerteza sem correlação ficasse igual a com correlação até o algarismo significativo exposto na tabela.

Tabela K.4 – Derivadas parciais e as incertezas de τ^T

Derivadas parciais	Valores
$\frac{\partial \tau^T}{\partial \Lambda_c^T} = \frac{\partial \tau^T}{\partial \Lambda^T} \frac{\partial \Lambda^T}{\partial \Lambda_c^T} = k_{eff}^T$	0,93552
$\frac{\partial \tau^T}{\partial \Lambda_r^T} = \frac{\partial \tau^T}{\partial \Lambda^T} \frac{\partial \Lambda^T}{\partial \Lambda_r^T} = k_{eff}^T$	0,93552
$\frac{\partial \tau^T}{\partial \rho_c^{TT}} = \frac{\partial \tau^T}{\partial k_{eff}^T} \frac{\partial k_{eff}^T}{\partial \rho_c^{TT}} \frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \rho_c^{TT}} = \Lambda^T (k_{eff}^T)^2$	2,39018E-05
$\frac{\partial \tau^T}{\partial \rho_r^{TT}} = \frac{\partial \tau^T}{\partial k_{eff}^T} \frac{\partial k_{eff}^T}{\partial \rho_r^{TT}} \frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \rho_r^{TT}} = \Lambda^T (k_{eff}^T)^2$	2,39018E-05
σ_{τ^T} sem correlações (μs)	0,57
σ_{τ^T} com correlações (μs)	0,57

Fonte: autor da tese.

A propagação das incertezas do *lifetime* de nêutrons térmicos com fonte de nêutrons térmicos no núcleo, Equação (5.189), é dada por

$$\begin{aligned}
\sigma_{\tau_{c^*}^T}^2 = & \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial \rho_c^{TT}} \right)^2 \sigma_{\rho_c^{TT}}^2 + \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial \rho_r^{TT}} \right)^2 \sigma_{\rho_r^{TT}}^2 + \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial \beta_{eff}^T} \right)^2 \sigma_{\beta_{eff}^T}^2 + \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial \omega_7} \right)^2 \sigma_{\omega_7}^2 \\
& + \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial \omega_8} \right)^2 \sigma_{\omega_8}^2 + \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial j_{c \rightarrow r}^T} \right)^2 \sigma_{j_{c \rightarrow r}^T}^2 + \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial \Lambda_r^T} \right)^2 \sigma_{\Lambda_r^T}^2 + \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial \alpha_r} \right)^2 \sigma_{\alpha_r}^2 \\
& + 2C_{\rho_c^{TT} \rho_r^{TT}} \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial \rho_c^{TT}} \right) \sigma_{\rho_c^{TT}} \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial \rho_r^{TT}} \right) \sigma_{\rho_r^{TT}} + 2C_{\rho_c^{TT} j_{c \rightarrow r}^T} \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial \rho_c^{TT}} \right) \sigma_{\rho_c^{TT}} \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial j_{c \rightarrow r}^T} \right) \sigma_{j_{c \rightarrow r}^T} \\
& + 2C_{\rho_c^{TT} \Lambda_r^T} \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial \rho_c^{TT}} \right) \sigma_{\rho_c^{TT}} \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial \Lambda_r^T} \right) \sigma_{\Lambda_r^T} + 2C_{\rho_r^{TT} j_{c \rightarrow r}^T} \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial \rho_r^{TT}} \right) \sigma_{\rho_r^{TT}} \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial j_{c \rightarrow r}^T} \right) \sigma_{j_{c \rightarrow r}^T} \\
& + 2C_{\rho_r^{TT} \Lambda_r^T} \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial \rho_r^{TT}} \right) \sigma_{\rho_r^{TT}} \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial \Lambda_r^T} \right) \sigma_{\Lambda_r^T} + 2C_{\omega_7 \omega_8} \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial \omega_7} \right) \sigma_{\omega_7} \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial \omega_8} \right) \sigma_{\omega_8} \\
& + 2C_{j_{c \rightarrow r}^T \Lambda_r^T} \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial j_{c \rightarrow r}^T} \right) \sigma_{j_{c \rightarrow r}^T} \left(\frac{\partial \tau_{c^*}^T}{\partial \Lambda_r^T} \right) \sigma_{\Lambda_r^T}.
\end{aligned} \tag{K.14}$$

As derivadas parciais e as derivadas parciais com a regra da cadeia considerando as Equações (5.123) e (5.176) das incertezas de $\tau_{c^*}^T$ sem e com correlações estão na Tabela K.5. As grandezas ω_7 e ω_8 , e $j_{c \rightarrow r}^T$ e Λ_r^T são anticorrelacionadas e conseguiram fazer a incerteza cair 16%.

Tabela K.5 – Derivadas parciais e as incertezas de τ_c^T

Derivadas parciais	Valores
$\frac{\partial \tau_c^T}{\partial \rho_c^{TT}} = \frac{\partial \tau_c^T}{\partial k_{eff}^T} \frac{\partial k_{eff}^T}{\partial \rho_c^{TT}} \frac{\partial \rho_c^{TT}}{\partial \rho_c^{TT}} = \frac{\beta_{eff}^{TF} - 1}{\omega_7 \omega_8} \left(\frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} - \alpha_r \right) (k_{eff}^T)^2$	-5,81101E-04
$\frac{\partial \tau_c^T}{\partial \rho_r^{TT}} = \frac{\partial \tau_c^T}{\partial k_{eff}^T} \frac{\partial k_{eff}^T}{\partial \rho_r^{TT}} \frac{\partial \rho_r^{TT}}{\partial \rho_r^{TT}} = \frac{\beta_{eff}^{TF} - 1}{\omega_7 \omega_8} \left(\frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} - \alpha_r \right) (k_{eff}^T)^2$	-5,81101E-04
$\frac{\partial \tau_c^T}{\partial \beta_{eff}^{TF}} = \frac{k_{eff}^T}{\omega_7 \omega_8} \left(\frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} - \alpha_r \right)$	6,25374E-04
$\frac{\partial \tau_c^T}{\partial \omega_7} = -\frac{1 - k_{eff}^T (1 - \beta_{eff}^{TF})}{\omega_7^2 \omega_8} \left(\frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} - \alpha_r \right)$	1,90056E-08
$\frac{\partial \tau_c^T}{\partial \omega_8} = -\frac{1 - k_{eff}^T (1 - \beta_{eff}^{TF})}{\omega_7 \omega_8^2} \left(\frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} - \alpha_r \right)$	7,35071E-09
$\frac{\partial \tau_c^T}{\partial j_{c \rightarrow r}^T} = \frac{1 - k_{eff}^T (1 - \beta_{eff}^{TF})}{\omega_7 \omega_8} \left(\frac{1}{\Lambda_r^T} \right)$	6,34507E-04
$\frac{\partial \tau_c^T}{\partial \Lambda_r^T} = -\frac{1 - k_{eff}^T (1 - \beta_{eff}^{TF})}{\omega_7 \omega_8} \left(\frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^{T^2}} \right)$	-4,52724E+00
$\frac{\partial \tau_c^T}{\partial \alpha_r} = -\frac{1 - k_{eff}^T (1 - \beta_{eff}^{TF})}{\omega_7 \omega_8}$	-4,41617E-09
$\sigma_{\tau_c^T}$ sem correlações (μs)	1,4
$\sigma_{\tau_c^T}$ com correlações (μs)	1,1

Fonte: autor da tese.

A propagação das incertezas do *lifetime* de nêutrons térmicos com fonte de nêutrons térmicos no refletor, Equação (5.190), é dada por

$$\begin{aligned}
\sigma_{\tau_r^T}^2 &= \left(\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \rho_c^{TT}} \right)^2 \sigma_{\rho_c^{TT}}^2 + \left(\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \rho_r^{TT}} \right)^2 \sigma_{\rho_r^{TT}}^2 + \left(\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \beta_{eff}^{TF}} \right)^2 \sigma_{\beta_{eff}^{TF}}^2 + \left(\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \omega_7} \right)^2 \sigma_{\omega_7}^2 \\
&+ \left(\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \omega_8} \right)^2 \sigma_{\omega_8}^2 + \left(\frac{\partial \tau_r^T}{\partial j_{r \rightarrow c}^T} \right)^2 \sigma_{j_{r \rightarrow c}^T}^2 + \left(\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \Lambda_c^T} \right)^2 \sigma_{\Lambda_c^T}^2 + \left(\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \alpha_c} \right)^2 \sigma_{\alpha_c}^2 \\
&+ 2C_{\rho_c^{TT} \rho_r^{TT}} \left(\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \rho_c^{TT}} \right) \sigma_{\rho_c^{TT}} \left(\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \rho_r^{TT}} \right) \sigma_{\rho_r^{TT}} + 2C_{\rho_c^{TT} j_{r \rightarrow c}^T} \left(\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \rho_c^{TT}} \right) \sigma_{\rho_c^{TT}} \left(\frac{\partial \tau_r^T}{\partial j_{r \rightarrow c}^T} \right) \sigma_{j_{r \rightarrow c}^T} \quad (K.15) \\
&+ 2C_{\rho_r^{TT} j_{r \rightarrow c}^T} \left(\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \rho_r^{TT}} \right) \sigma_{\rho_r^{TT}} \left(\frac{\partial \tau_r^T}{\partial j_{r \rightarrow c}^T} \right) \sigma_{j_{r \rightarrow c}^T} + 2C_{\omega_7 \omega_8} \left(\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \omega_7} \right) \sigma_{\omega_7} \left(\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \omega_8} \right) \sigma_{\omega_8} \\
&+ 2C_{\Lambda_c^T \alpha_c} \left(\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \Lambda_c^T} \right) \sigma_{\Lambda_c^T} \left(\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \alpha_c} \right) \sigma_{\alpha_c} .
\end{aligned}$$

A Tabela K.6 mostra as derivadas parciais com as Equações (5.123) e (5.176) e as incertezas de τ_r^T sem e com correlações. Os dois fatores de correlação são negativos, o que resultou numa incerteza 10% menor em $\sigma_{\tau_r^T}$ com as correlações.

Tabela K.6 – Derivadas parciais e as incertezas de τ_r^T

Derivadas parciais	Valores
$\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \rho_c^{TT}} = \frac{\partial \tau_r^T}{\partial k_{eff}^T} \frac{\partial k_{eff}^T}{\partial \rho^{TT}} \frac{\partial \rho^{TT}}{\partial \rho_c^{TT}} = \frac{\beta_{eff}^{TF} - 1}{\omega_7 \omega_8} \left(\frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} - \alpha_r \right) (k_{eff}^T)^2$	-3,59857E-04
$\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \rho_r^{TT}} = \frac{\partial \tau_r^T}{\partial k_{eff}^T} \frac{\partial k_{eff}^T}{\partial \rho^{TT}} \frac{\partial \rho^{TT}}{\partial \rho_r^{TT}} = \frac{\beta_{eff}^{TF} - 1}{\omega_7 \omega_8} \left(\frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} - \alpha_r \right) (k_{eff}^T)^2$	-3,59857E-04
$\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \beta_{eff}^{TF}} = \frac{k_{eff}^T}{\omega_7 \omega_8} \left(\frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} - \alpha_r \right)$	3,38944E-04
$\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \omega_7} = -\frac{1 - k_{eff}^T (1 - \beta_{eff}^{TF})}{\omega_7^2 \omega_8} \left(\frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} - \alpha_r \right)$	1,03008E-08
$\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \omega_8} = -\frac{1 - k_{eff}^T (1 - \beta_{eff}^{TF})}{\omega_7 \omega_8^2} \left(\frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^T} - \alpha_r \right)$	3,98398E-09
$\frac{\partial \tau_r^T}{\partial j_{c \rightarrow r}^T} = \frac{1 - k_{eff}^T (1 - \beta_{eff}^{TF})}{\omega_7 \omega_8} \left(\frac{1}{\Lambda_r^T} \right)$	2,17011E-04
$\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \Lambda_r^T} = -\frac{1 - k_{eff}^T (1 - \beta_{eff}^{TF})}{\omega_7 \omega_8} \left(\frac{j_{c \rightarrow r}^T}{\Lambda_r^{T^2}} \right)$	-9,98142E-02
$\frac{\partial \tau_r^T}{\partial \alpha_r} = -\frac{1 - k_{eff}^T (1 - \beta_{eff}^{TF})}{\omega_7 \omega_8}$	-4,41617E-09
$\sigma_{\tau_r^T}$ sem correlações (μs)	0,65
$\sigma_{\tau_r^T}$ com correlações (μs)	0,59

Fonte: autor da tese.

A propagação da Equação (5.194) do *lifetime* térmico pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \sigma_{\tau^T}^2 = & \left(\frac{\partial \tau^T}{\partial \rho_c^{TT}} \right)^2 \sigma_{\rho_c^{TT}}^2 + \left(\frac{\partial \tau^T}{\partial \rho_r^{TT}} \right)^2 \sigma_{\rho_r^{TT}}^2 + \left(\frac{\partial \tau^T}{\partial \omega_7} \right)^2 \sigma_{\omega_7}^2 \\ & + 2C_{\rho_c^{TT} \rho_r^{TT}} \left(\frac{\partial \tau^T}{\partial \rho_c^{TT}} \right) \sigma_{\rho_c^{TT}} \left(\frac{\partial \tau^T}{\partial \rho_r^{TT}} \right) \sigma_{\rho_r^{TT}} . \end{aligned} \quad (K.16)$$

Nesta equação certamente existem correlações entre essas grandezas ρ_c^{TT} e ρ_r^{TT} , e ω_7 , porém, as matrizes de correlação dessas grandezas foram calculadas separadamente, as correlações das reatividades estão na Tabela 6.4 e da raiz ω_7 na Tabela 4.2. A seguir, a Tabela K.7 apresenta os cálculos das derivadas parciais considerando as Equações (5.123) e (5.176) e das incertezas de τ^T . O termo correlacionado fez a incerteza diminuir 16% devido à anticorrelação existente entre as reatividades.

Tabela K.7 – Derivadas parciais e as incertezas de τ^T

Derivadas parciais	Valores
$\frac{\partial \tau^T}{\partial \rho_c^{TT}} = \frac{\partial \tau^T}{\partial k_{eff}^T} \frac{\partial k_{eff}^T}{\partial \rho^{TT}} \frac{\partial \rho^{TT}}{\partial \rho_c^{TT}} = \frac{(k_{eff}^T)^2}{\omega_7}$	-3,5149E-04
$\frac{\partial \tau^T}{\partial \rho_r^{TT}} = \frac{\partial \tau^T}{\partial k_{eff}^T} \frac{\partial k_{eff}^T}{\partial \rho^{TT}} \frac{\partial \rho^{TT}}{\partial \rho_r^{TT}} = \frac{(k_{eff}^T)^2}{\omega_7}$	-3,5149E-04
$\frac{\partial \tau^T}{\partial \omega_7} = -\frac{\tau^T}{\omega_7}$	1,0399E-08
σ_{τ^T} sem correlações (μs)	0,29
σ_{τ^T} com correlações (μs)	0,24

Fonte: autor da tese.

APÊNDICE L – Arquivo de entrada do MCNP6 do reator IPEN/MB-01 em duas regiões

O arquivo de entrada apresentado abaixo é um modelo do reator IPEN/MB-01 que considerou o arranjo de 26×24 varetas combustíveis, as barras de controle e de segurança totalmente retiradas, o núcleo com água com boro e o refletor com água leve. Este arquivo serve de exemplo para demais modelagens, dado que se pode alterar facilmente a água do reator para o material de água leve (material 4), água borada na concentração de 286,8 ppm (material 44) ou 578,6 ppm (material 45). O arranjo das varetas combustíveis foi dividido em três regiões (universos 15, 16 e 17) para delimitar onde se tinha apenas combustível nuclear. Esta região foi considerada o núcleo e o restante o refletor. Os nêutrons partiram do combustível nuclear com a fonte KCODE. A fonte externa de nêutrons foi modelada e colocada como comentário para ficar arquivada. O espectro característico dela está de acordo com os dados da Figura J.2. O cartão KOPTS foi inserido com 10 gerações de nêutrons para calcular os parâmetros cinéticos do reator. O corte dos nêutrons que alcançam a energia de 1 eV está comentado em CUT. Os volumes sensíveis dos detectores estão nas células 602 e 612. Os *tallies* pedidos também estão nesse código de entrada, porém os grupos de energia e de tempo foram retirados por ocuparem muitas linhas. A linha onde devem ser inseridos esses grupos estão indicadas no código.

```

c Simulacao do reator IPEN/MB-01
c configuracao 24X26 varetas combustiveis
c BC e BS totalmente retiradas
c BORO (15 kg) 286.2 ppm no nucleo e H2O no relfetor
c ----- Celulas -----
c
c vareta combustivel padrao (material densidade e geometria)
c parte ativa - UO2 -----> 0.0 a 54.84 cm
10 1 6.81901e-02 -1          u=1 imp:n=1 $ uo2 (pastilha)
20 2 -0.0001      1 -2          u=1 imp:n=1 $ gap
30 3 8.65589E-02  2 -3          u=1 imp:n=1 $ clad (SS)
c moderator
40 44 1.00120E-01  3          u=1 imp:n=1 $ agua
c tubo guia (material densidade e geometria)
50 44 1.00120E-01 -18          u=2 imp:n=1 $ agua (interna)
60 9 8.42905E-02  18 -17          u=2 imp:n=1 $ tubo (SS)
70 44 1.00120E-01  17          u=2 imp:n=1 $ agua (externa)
c barras de controle #1 e #2 -----> superficie 31 define insercao
80 6 5.82295E-02 -29 31          u=5 imp:n=1 $ absorvedor (AgInCd)
90 2 -0.0001      29 -2 31          u=5 imp:n=1 $ gap
100 13 8.51019E-02  2 -3 31          u=5 imp:n=1 $ clad
110 44 1.00120E-01  3 -18          u=5 imp:n=1 $ agua (interna)

```



```

7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7
7 7 7 7 3 7 7 7 3 7 7 7 7 7 7 7 3 7 7 7 3 7 7 7 7
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7
7 7 7 7 3 7 7 7 3 7 7 7 7 7 7 7 3 7 7 7 3 7 7 7 7
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7
7 7 3 7 7 7 3 7 7 7 3 7 7 7 3 7 7 7 3 7 7 7 3 7 7
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7
7 7 7 7 3 7 7 7 3 7 7 7 7 7 7 7 3 7 7 7 3 7 7 7 7
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7
7 7 3 7 7 7 3 7 7 7 3 7 7 7 3 7 7 7 3 7 7 7 3 7 7
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7
7 7 7 7 3 7 7 7 3 7 7 7 7 7 7 7 3 7 7 7 3 7 7 7 7
7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7 7

```

c limite do arranjo - parte inferior

420 0 -13 14 -15 16 25 -81 fill=16 u=80 imp:n=1

c

c

c Universo u=3 tubo guia superior

c Universo u=6 BC#1 e BC#2 - parte superior

c Universo u=8 alumina e tubo espacador

c

500 0 -4 5 7 -6 u=17 imp:n=1 lat=1 fill=-13:12 -11:12 0:0

```

8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8
8 8 8 8 3 8 8 8 3 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8
8 8 3 8 8 8 3 8 8 8 3 8 8 8 8 6 8 8 8 6 8 8 8 6 8 8
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8
8 8 8 8 3 8 8 8 3 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8
8 8 3 8 8 8 3 8 8 8 3 8 8 8 8 6 8 8 8 6 8 8 8 6 8 8
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8
8 8 8 8 3 8 8 8 3 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8
8 8 8 8 6 8 8 8 6 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 3 8 8 8 3 8 8 8
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8
8 8 6 8 8 8 6 8 8 8 6 8 8 8 8 3 8 8 8 3 8 8 8 3 8 8 8
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8
8 8 8 8 6 8 8 8 6 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 3 8 8 8 3 8 8 8
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8
8 8 8 8 6 8 8 8 6 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 3 8 8 8 3 8 8 8
8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8

```

```

c limite do arranjo - parte superior
510 0      -13 14 -15 16 91 fill=17      u=80 imp:n=1
c
520 0          -13 14 -15 16 81 -8      u=80 imp:n=1
530 0          -13 14 -15 16 -91 9      u=80 imp:n=1
c placa matriz (2.20 cm)
540 10 8.66907E-02 -34 35 -36 37 -25 32 u=80 imp:n=1
c
c detetor oeste 8739
600 19 -0.00120492 ( 300 302 -303 ):
          ( 300 -301 -302 )              u=80 imp:n=1
601 20 0.060075 ( 303 -304 300 -50):
          (-304 25 -300 )                u=80 imp:n=1
c regioa sensivel do detetor 8739
602 21 5e-5 ( 301 -50 -302 )            u=80 imp:n=1
c
c detetor leste 8740
610 19 -0.00120492 ( 300 312 -313 ):
          ( 300 -311 -312 )              u=80 imp:n=1
611 20 0.060075 ( 313 -314 300 -50):
          (-314 25 -300 )                u=80 imp:n=1
c regioa sensivel do detetor 8740
612 21 1e-4 ( 311 -50 -312 )            u=80 imp:n=1
c
c agua do tanque moderador
997 4 1.00104e-01 ( -32 178 ):
          (-178 290 ):
          (-35 -25 32 ):
          ( 34 -25 32 ):
          ( 36 -34 35 -25 32 ):
          (-37 -34 35 -25 32 ):
          (-14 25 304):
          ( 13 25 314):
          ( 15 25 ):
          (-16 25 )                        u=80 imp:n=1
c -----/
c
998 0          -12 33 -50 fill=80        imp:n=1
c universo exterior
999 0          50:-33:( -50 33 12)       imp:n=0
c
c ccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccccc
c ----- Superficies -----
c
1 cz 0.42447      $ raio da pastilha de UO2
2 cz 0.42873      $ raio interno do clad
3 cz 0.49037      $ raio externo do clad
4 px 0.75          $ metade do pitch
5 px -0.75        $ metade do pitch

```

6 py 0.75 \$ metade do pitch
 7 py -0.75 \$ metade do pitch
 8 pz 0 \$ origem axial
 81 pz -0.00000001 \$ origem axial
 9 pz 54.840 \$ altura ativa da vareta combustivel
 91 pz 54.84000001 \$ altura ativa da vareta combustivel
 10 cz 0.425 \$ raio externo tudo espacador
 11 cz 0.4235 \$ raio externo alumina
 12 cz 100.00 \$ raio do tanque de moderador
 13 px 18.75 \$ limite em x (1.5 x 14.5)
 14 px -20.25 \$ limite em -x (1.5 x 15.5)
 15 py 17.25 \$ limite em y (1.5 x 14.5)
 16 py -18.75 \$ limite em -y (1.5 x 15.5)
 17 cz 0.6000 \$ raio externo do tubo guia
 18 cz 0.565 \$ raio interno do tubo guia
 23 pz 60.24 \$ fim da alumina superior
 25 pz -9.10 \$ fim da alumina inferior
 28 cz 0.365 \$ raio interno do tubo espacador
 29 cz 0.416 \$ raio interno da vareta de controle
 30 pz 52.93 \$ final da ponteira da BC#1 e BC#2 (2/3 de 2.50 cm)
 31 pz 54.60 \$ insercao da barra de controle BC#1 e BC#2
 32 pz -11.30 \$ fim da placa matriz
 33 pz -41.30 \$ inicio do tanque do reator (parte inferior)
 34 px 28.65 \$ largura da placa matriz +X
 35 px -30.15 \$ largura da placa matriz -X
 36 py 28.65 \$ largura da placa matriz +Y
 37 py -30.15 \$ largura da placa matriz -Y
 50 pz 71.2 \$ fim do tanque do reator (parte superior)

c

172 pz -16.4
 173 pz -15.98
 174 pz -15.86
 175 pz -15.74
 176 pz -13.54
 177 pz -13.42
 178 pz -13.3
 285 cz 0.26
 286 cz 0.34
 287 cz 1
 288 cz 1.06
 289 cz 1.12
 290 cz 1.27

c

c detector oeste 8739 # XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
 300 pz -6.2
 301 pz -2.59
 302 c/z -36.75 0 1.816
 303 c/z -36.75 0 4.75
 304 c/z -36.75 0 5

c -----
c Alumina (1.11860E-01 atom/barn.cm)
c -----
m5 8016.70c 6.71160e-02 13027.70c 4.47440e-02
c -----
c Control Rod Absorber AG-IN-CD (5.82295E-02 atom/barn.cm)
c -----
m6 47107.70c 2.29776E-02 47109.70c 2.13474E-02
49113.70c 3.36838E-04 49115.70c 7.51486E-03
48106.70c 3.23675E-05 48108.70c 2.30457E-05 48110.70c 3.23416E-04
48111.70c 3.31443E-04 48112.70c 6.24822E-04 48113.70c 3.16425E-04
48114.70c 7.43935E-04 48116.70c 1.93946E-04
16032.70c 1.78552E-04 16033.70c 1.40933E-06 16034.70c 7.91101E-06
16036.70c 3.75820E-08
6000.70c 1.50520e-03 8016.70c 1.77030E-03
c -----
c Spacer Tube (8.79438E-02 atom/barn.cm)
c -----
m7 25055.70c 1.15810E-03
14028.70c 1.06812E-03 14029.70c 5.42338E-05 14030.70c 3.57505E-05
28058.70c 4.47280E-03 28060.70c 1.72290E-03 28061.70c 7.49003E-05
28062.70c 2.38761E-04 28064.70c 6.08401E-05
24050.70c 7.29048E-04 24052.70c 1.40590E-02 24053.70c 1.59417E-03
24054.70c 3.96823E-04 26054.70c 3.61759E-03
26056.70c 5.67884E-02 26057.70c 1.31149E-03 26058.70c 1.74535E-04
6000.70c 2.40780E-04 15031.70c 3.11240E-05 27059.70c 1.14500E-04
c -----
c Guide Tube (8.42905E-02 atom/barn.cm)
c -----
m9 26054.70c 3.32832E-03 26056.70c 5.22475E-02 26057.70c 1.20662E-03
26058.70c 1.60579E-04
6000.70c 8.89680E-05
24050.70c 7.08148E-04 24052.70c 1.36559E-02 24053.70c 1.54847E-03
24054.70c 3.85448E-04
28058.70c 6.19753E-03 28060.70c 2.38726E-03 28061.70c 1.03782E-04
28062.70c 3.30828E-04 28064.70c 8.43003E-05
25055.70c 1.15010E-03 15031.70c 4.50000E-05
14028.70c 6.10286E-04 14029.70c 3.09874E-05 14030.70c 2.04267E-05
c -----
c Grid Plate (8.66907E-02 atom/barn.cm)
c -----
m10 6000.70c 7.94260E-05 25055.70c 1.25030E-03 15031.70c 5.54400E-05
16032.70c 4.23979E-06 16033.70c 3.34650E-08 16034.70c 1.87850E-07
16036.70c 8.92400E-10
14028.70c 7.98859E-04 14029.70c 4.05623E-05 14030.70c 2.67384E-05
28058.70c 5.21749E-03 28060.70c 2.00976E-03 28061.70c 8.73707E-05
28062.70c 2.78513E-04 28064.70c 7.09696E-05
24050.70c 7.25832E-04 24052.70c 1.39970E-02 24053.70c 1.58714E-03
24054.70c 3.95073E-04
42092.70c 4.42692E-06 42094.70c 2.75937E-06 42095.70c 4.74910E-06

42096.70c 4.97581E-06 42097.70c 2.84886E-06 42098.70c 7.19822E-06
 42100.70c 2.87273E-06
 26054.70c 3.50910E-03 26056.70c 5.50854E-02 26057.70c 1.27216E-03
 26058.70c 1.69302E-04

c -----

c Control Rod Clad (8.51019E-02 atom/barn.cm)

c -----

m13 26054.70c 3.38066E-03 26056.70c 5.30691E-02 26057.70c 1.22560E-03
 26058.70c 1.63105E-04
 24050.70c 7.31920E-04 24052.70c 1.41143E-02 24053.70c 1.60045E-03
 24054.70c 3.98387E-04
 28058.70c 6.46468E-03 28060.70c 2.49017E-03 28061.70c 1.08256E-04
 28062.70c 3.45089E-04 28064.70c 8.79342E-05
 14028.70c 7.05013E-04 14029.70c 3.57972E-05 14030.70c 2.35972E-05
 16032.70c 4.24124E-06 16033.70c 3.34764E-08 16034.70c 1.87914E-07
 16036.70c 8.92704E-10
 42092.70c 2.21497E-06 42094.70c 1.38063E-06 42095.70c 2.37617E-06
 42096.70c 2.48961E-06 42097.70c 1.42540E-06 42098.70c 3.60157E-06
 42100.70c 1.43734E-06
 29063.70c 9.34774E-05 29065.70c 4.16641E-05
 50112.70c 3.11908E-08 50114.70c 2.12226E-08 50115.70c 1.09329E-08
 50116.70c 4.67541E-07 50117.70c 2.46954E-07 50118.70c 7.78806E-07
 50119.70c 2.76216E-07 50120.70c 1.04763E-06 50122.70c 1.48880E-07
 50124.70c 1.86180E-07

c -----

c aco inoxidable SS (8.67030e-02 at/b.c)

c -----

m15 26054.70c 0.0036363 \$MAT5
 26056.70c 0.0549964 26057.70c 0.00124843 26058.70c 0.000162047
 24050.70c 0.000756501 24052.70c 0.0140122 24053.70c 0.00155868
 24054.70c 0.000380042 28058.70c 0.00528566 28060.70c 0.00196791
 28061.70c 8.41568e-005 28062.70c 0.000263658 28064.70c 6.54358e-005
 14000.60c 0.000866327 16000.66c 4.46352e-006 42000.66c 2.98513e-005
 25055.70c 0.0012503 15031.70c 5.544e-005 6000.70c 7.9426e-005

c

c -----

c polietileno

c -----

m17 1001.70c -0.143711 \$MAT7
 6000.70c -0.856289

mt17 poly.10t

c

c -----

c Berilio dens=-1.848 g/cc @ 20C

c -----

m18 4009.70c 1 \$MAT8

mt18 be.10t

c

c -----


```

c
c -----
c -----
c
f34:n  602 612 T
fm34:n (1)(1 21 1)(1 21 -2)(1 21 2)(1 21 103)(1 21 104)
fc34   320 grupos energia detector (Fluxo Total Absorcao Elastico NP ND)
e34    INSERIR INTERVALOS DE ENERGIA
c
c -----
c -----
c
f54:n  602 612 T
ft54   INC
fu54   0 499i 500
fc54   numero de colisoes 1 grupo
c
c -----
c -----
c
f64:n  602 612 T
ft64   INC
fu64   0 499i 500
e64    1e-6 0.1 20
fc64   numero de colisoes 4 grupos
c
c -----
c -----
c
f74:n  997
fm74:n (1)(1 21 1)(1 21 -2)(1 21 2)
sd74   1
fc74   4 grupos de energia agua (Fluxo Total Absorcao Elastico)
e74    1e-6 0.1 20
c
c -----
c -----
c
f94:n  602 612 T
fm94:n (1)(1 21 1)(1 21 -2)(1 21 2)(1 21 103)(1 21 104)
fc94   SHAKES 4 grup energ detector (Fluxo Total Absorcao Elastico NP ND)
e94    1.00E-010 0.625e-6 1e-6 0.1 20
T94    INSERIR INTERVALOS DE TEMPO EM SHAKES
c
c -----
c -----
c
print

```

INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES
Diretoria de Pesquisa, Desenvolvimento e Ensino
Av. Prof. Lineu Prestes, 2242 – Cidade Universitária CEP: 05508-000
Fone/Fax(0XX11) 3133-8908
SÃO PAULO – São Paulo – Brasil
<http://www.ipen.br>

O IPEN é uma Autarquia vinculada à Secretaria de Desenvolvimento, associada à Universidade de São Paulo e gerida técnica e administrativamente pela Comissão Nacional de Energia Nuclear, órgão do Ministério da Ciência, Tecnologia, Inovações e Comunicações.
