

"A FEA e a USP respeitam os direitos autorais deste trabalho. Nós acreditamos que a melhor proteção contra o uso ilegítimo deste texto é a publicação online. Além de preservar o conteúdo motiva-nos oferecer à sociedade o conhecimento produzido no âmbito da universidade pública e dar publicidade ao esforço do pesquisador. Entretanto, caso não seja do interesse do autor manter o documento online, pedimos compreensão em relação à iniciativa e o contato pelo e-mail [bibfea@usp.br](mailto:bibfea@usp.br) para que possamos tomar as providências cabíveis (remoção da tese ou dissertação da BDTD)."

# **Implementação do Método de Distribuição de Perdas para Risco Operacional**

Terence Augusto Guimarães

Dissertação apresentada à Faculdade de  
Economia, Administração e Contabilidade  
e ao Instituto de Matemática e Estatística  
da Universidade de São Paulo para  
obtenção do Título de Mestre.  
Orientador Dr. Julio Stern

São Paulo  
2003

## ABSTRACT

Measuring operational risk is a major challenge in running financial institutions. As the publication date of the New Basel Capital Accord gets closer, Modeling Operational Risk is becoming increasingly important for financial institutions and regulators. Banks and financial institutions are looking for adequate methodologies to measure and protect against losses from Operational Risk. In this work we implement a Loss Distribution Approach (LDA) as platform for measuring operational risk. In addition to the classical model, we introduce a loss distribution model with recoveries as an extension to standard model. The results achieved in this work are promising and motivate future research.

*Key – Words : Operational Risk, Frequency and Severity distributions, Convolution, Numerical Simulation and Cross-Validation.*

## RESUMO

Mensurar risco operacional é um grande desafio para as instituições financeiras hoje. À medida que a data de publicação do Novo Acordo de Capital da Basileia se aproxima, a Modelagem de Risco Operacional está se tornando cada vez mais importante para as instituições financeiras e órgãos reguladores. Os bancos e as empresas financeiras estão em busca de metodologias adequadas para mensuração e proteção contra as perdas de Risco Operacional. Neste estudo nós implementamos o Método de Distribuição de Perdas como base para mensuração do risco operacional. Adicionalmente à abordagem clássica, nós introduzimos um modelo de distribuição de perdas com recuperações como uma extensão ao modelo padrão. Os resultados obtidos neste estudo foram bastantes motivadores e abrem caminho para futuras pesquisas.

*Palavras – Chaves : Risco Operacional, Distribuição de Frequência e Severidade, Convolução, Simulação Numérica e Cross-Validation.*

## AGRADECIMENTOS

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para que este trabalho se tornasse realidade, especialmente a Malba Tahan pelo estímulo ao gosto pela Matemática. Ao Pedro Melo por todo apoio e aprendizado sobre sistema financeiro, ao Marcelo Lauretto pela imensurável ajuda na implementação dos algoritmos em Matlab, aos professores Julio Stern e Carlos Alberto de Bragança pelos seus conselhos sábios, aos meus pais e familiares pelo carinho e incentivo, aos amigos do banco Itaú e do banco Real, à Samya Paiva pelas discussões e reflexões sobre risco operacional e a Rose por todo seu carinho, compreensão e apoio durante esta jornada. Em especial ao banco Real ABN Amro S.A. pela gentileza em nos ceder sua Base de Dados para este estudo.

## Índice

|   |            |
|---|------------|
| <b>ABSTRACT .....</b>   | <b>iii</b> |
| <b>AGRADECIMENTOS.....</b>  | <b>v</b>   |
| <b>1 Introdução .....</b>   | <b>1</b>   |
| 1.1 Motivação .....   | 2          |
| 1.2 Estrutura do trabalho .....                                       | 4          |
| <b>2 Risco Operacional e o Ambiente Regulatório.....</b>              | <b>6</b>   |
| 2.1 O Novo Acordo de Capital da Basileia .....                        | 6          |
| 2.2 Definição de Risco Operacional .....                              | 10         |
| 2.3 Abordagens para Alocação de Capital para Risco Operacional .....  | 12         |
| <b>3 Base de Dados.....</b>   | <b>25</b>  |
| 3.1 Procedimentos de Coleta .....                                     | 26         |
| 3.2 Análise inicial dos dados .....                                   | 27         |
| <b>4 Implementação do Método de Distribuição de Perdas.....</b>       | <b>31</b>  |
| 4.1 Definição do Processo .....                                       | 31         |
| 4.2 Seleção de Modelos de Frequência e Severidade .....               | 33         |
| 4.3 Extensão a abordagem clássica - Introdução das Recuperações ..... | 37         |
| 4.4 Cálculo da Distribuição de Perdas Com e Sem Recuperação .....     | 40         |
| 4.5 Validação do modelo através da técnica de Cross Validation .....  | 42         |
| <b>5 Análise dos Resultados .....</b>                                 | <b>45</b>  |
| 5.1 Análise dos erros .....   | 45         |
| 5.2 Alocação de Capital nos modelos com e sem recuperação .....       | 47         |
| <b>6 Conclusões .....</b>   | <b>49</b>  |

Apêndice

|                                      |           |
|--------------------------------------|-----------|
| A. Distribuição de Poisson . . . . . | 51        |
| B. Distribuição Gama . . . . .       | 55        |
| <b>Referências . . . . .</b>         | <b>57</b> |

## Capítulo 1

### Introdução

*"... by taking a proactive approach to operational risk, executives not only keep their institutions a step ahead of the industry average they can also have a positive impact on the bottom line. At the same time, their institution will become a better-managed organisation. Financial services companies with enterprise-wide operational risk awareness, as well as clear processes for monitoring and managing risk, will be better-equipped to embrace change, and ultimately to benefit and profit from new opportunities. "* Leon Bloom<sup>1</sup>

Lidar com a incerteza e analisar riscos<sup>2</sup> sempre foi uma característica muito forte da atividade bancária. A gestão de riscos, através da utilização de modelos internos como ferramentas de decisão, possibilita aos bancos um maior controle sobre as perdas potenciais, assegurando uma melhor performance e minimizando a probabilidade de desastres financeiros. Desse modo, os bancos que têm uma melhor gestão sobre seus riscos não só asseguram a estabilidade financeira, como também apresentam uma vantagem competitiva em relação a seus concorrentes.

Apesar da gestão de riscos não ser novidade para os bancos, existe uma pressão crescente para que o mercado financeiro administre seus riscos como consequência do aumento da complexidade do sistema financeiro e da exigência dos organismos reguladores.

A globalização, a desregulamentação do sistema financeiro e o desenvolvimento tecnológico estão tornando as atividades bancárias e, conseqüentemente seus riscos cada vez mais complexos. Adicionalmente, a ocorrência de alguns escândalos financeiros, como o que levou o Banco Barings a falência, levou a comunidade financeira e os órgãos reguladores a perceberem que a atividade bancária, além dos riscos de crédito e de mercado, também estava sujeita a um outro tipo de risco: o Risco Operacional, o qual poderia ter efeitos catastróficos, caso não fosse administrado.

---

<sup>1</sup> Líder Global de Gerenciamento de Riscos e Controles da Deloitte Touche Tohmatsu.

<sup>2</sup> Risco é entendido como uma condição onde existe uma possibilidade de um evento adverso do esperado ocorrer.

A tabela abaixo relata as principais ocorrências de risco operacional que despertaram a atenção da comunidade financeira internacional. Como podemos notar a maioria desses grandes escândalos financeiros ocorreram nos anos 90 e foi, justamente neste período, que a indústria financeira e, em especial o Comitê de Supervisão Bancária da Basileia<sup>1</sup>, passaram a sinalizar que o risco operacional, assim como os riscos de crédito e de mercado também deveriam ser gerenciados.

| Instituição                | Evento   | Ano          | Perda US\$ milhões |
|----------------------------|--|--------------|--------------------|
| Daiwa Bank, New York       | Negociação não autorizada de bonds devido à falha em controles gerenciais. | 1984-1995    | 1,100              |
| Sumitomo Corp, London      | Negociações não autorizadas, fraude e falsificação                         | 1986-1996    | 1,700              |
| UK Life-insurance industry | Falta de controles internos  | 1988-1994    | 18,000             |
| Standard Chartered, India  | Irregularidades no Bombay Stock Exchange                                   | 1992         | 400                |
| Credit Lyonnais            | Falta de controle de empréstimos   | 1980s, 1990s | 29,000             |
| US banks, retailers        | Fraudes em cheques   | 1993         | 12,000             |
| London Stock Exchange      | Cancelamento do sistema TAURUS   | 1993         | 700                |
| Kidder Peabody             | Falta de controles internos  | 1994         | 200                |
| Morgan Grenfell            | Falsidade ideológica   | 1990s        | 640                |
| Orange County              | Falta de supervisão gerencial  | 1994         | 1,700              |
| Barings, Singapore         | Controle inadequado das operações de futuros                               | 1995         | 1,600              |
| Deutsche Bank, London      | Investimentos sem autorização  | 1996         | 600                |
| eBay                       | Leilões na internet, falha tecnológica                                     | 1999         | 5,000              |

Fonte: Marshal [51]

## 1.1 Motivação

Por que modelar Risco Operacional? Como vimos na tabela anterior um dos fortes argumentos para modelar risco operacional é a possibilidade de se proteger contra perdas futuras. No entanto, atualmente a motivação mais forte para o desenvolvimento da modelagem de risco operacional é a

---

<sup>1</sup> O comitê de Supervisão Bancária de Basileia é um grupo de autoridades supervisoras, que foi estabelecido pelos bancos centrais do G10 em 1975. Fazem parte deste comitê representantes seniores dos bancos centrais da Bélgica, Canadá, França, Itália, Luxemburgo, Holanda, Suécia, Suíça, Inglaterra e Estados Unidos. A sede do comitê é na Basileia, onde ocorrem as reuniões a cada a cada três meses no *Bank for International Settlements*, BIS.

- O segundo foi escolher dentre estes modelos, aqueles que proporcionassem o melhor ajuste aos dados observados.

Esses dois princípios nos levaram a optar pela implementação do Método de Distribuição das Perdas, que é reconhecido na literatura como LDA, que é a abreviação em inglês da expressão *Loss Distribution Approach*. Pelo LDA os bancos estimam a distribuição de probabilidade de perdas futuras com base no histórico de perdas observadas, conforme documento da Basileia [10]. Como veremos neste estudo, este modelo ofereceu uma base muito eficaz para quantificação do risco operacional, incorporando muito bem as características dos dados estudados.

Além disso, o modelo LDA mostrou ser um excelente ponto de partida para algumas generalizações como a incorporação da taxa de recuperação, cuja literatura desconhecemos.

## 1.2 Estrutura do trabalho

A apresentação deste estudo segue a seguinte estrutura:

No capítulo 2 descrevemos os conceitos básicos envolvendo risco operacional e o ambiente regulatório. Inicialmente, na seção 2.1, falamos sobre o Novo Acordo de Capital da Basileia e as suas principais inovações com relação ao Acordo vigente. Em seguida, na seção 2.2, definimos o risco operacional e sua estrutura metodológica. Finalmente, na seção 2.3, apresentamos as abordagens para alocação de capital para risco operacional propostas no Novo Acordo da Basileia. É importante destacar que dentre estas abordagens sugeridas pela Basileia está o Método de Distribuição de Perdas que é o método objeto deste estudo.

O capítulo 3 é dedicado à descrição dos dados utilizados neste trabalho. Na seção 3.1, introduzimos os aspectos referentes ao processo de coleta e em seguida, na seção 3.2, analisamos de forma exploratória os dados utilizados na modelagem do risco operacional.

aproximação do Novo Acordo da Basileia, que além dos riscos de mercado e crédito, também irá prever alocação de capital para o risco operacional.

Pela proposta do Novo Acordo de Capital da Basileia os bancos poderão desenvolver seus próprios modelos internos de mensuração, no entanto, segundo dados da última pesquisa realizada pelo Comitê da Basileia, apenas um pequeno número de bancos já está utilizando métodos estatísticos para modelar risco operacional. A escassez de dados históricos, aparece como o principal fator impeditivo ao desenvolvimento de modelos estatísticos mais sofisticados. Esta dificuldade foi superada neste trabalho graças à contribuição do Banco Real ABN Amro S.A. por ter permitido a utilização de seu banco de dados para realização deste estudo.

Além da proteção e da exigência regulatória, a modelagem de risco operacional também pode ser excelente ferramenta para os bancos maximizarem valor para seus acionistas, pois a construção de cenários, pode auxiliar os executivos tomarem decisões importantes com relação seus processos, produtos ou serviços, minimizando perdas e aumentando a eficiência dos bancos.

Com essa motivação, nosso objetivo neste estudo foi implementar um método sólido que possibilitasse a quantificação do risco operacional. Uma das primeiras escolhas feitas neste processo de modelagem foi decidir o modelos a serem utilizados.

A primeira observação a ser considerada na modelagem matemática é que não existe um modelo<sup>3</sup> "certo", mas sim que existem modelos úteis, que podem nos auxiliar no processo de estudo dos dados e tomada de decisões.

Para manter a simplicidade e evitar peculiaridades sobre o processo de modelagem do risco operacional, adotamos neste estudo dois princípios bastante úteis:

- O primeiro foi elencar modelos simples e de fácil interpretação;

---

<sup>3</sup> Um modelo matemático é uma representação abstrata e simplificada de um dado fenômeno, que pode ser expresso em termos matemáticos.

O capítulo 4 pode ser considerado como a parte principal desta dissertação. Na seção 4.1, formalizamos o processo que queremos descrever, que é o processo estocástico das perdas decorrentes de risco operacional. Após esta formalização, na seção 4.2 conduzimos a seleção dos modelos de frequência e severidade. Nesta seção sugerimos dois modelos de distribuição de perdas: um com ajuste à uma única curva de severidade e outro particionado em faixas de severidades distintas. Na seção 4.3, como uma extensão adicional à abordagem clássica do LDA, propomos a introdução da taxa de recuperação no modelo de distribuição de perdas. As seções finais deste capítulo, descrevem o algoritmo de cálculo da distribuição de perdas (seção 4.4) e a técnica de *Cross-Validation* (seção 4.5), que foi a técnica utilizada para validação dos modelos.

No capítulo 5, apresentamos os resultados da implementação dos quatro modelos testados: modelos com partição e sem partição, sem a inclusão da recuperação e os modelos com partição e sem partição, com a inclusão das recuperações. Na seção 5.1, analisamos os erros destes modelos através da técnica de *Cross-Validation* e na seção 5.2 calculamos o capital alocado para risco operacional nestes modelos.

Finalmente, no capítulo 6 apresentamos as conclusões e considerações finais sobre o estudo realizado.

No Apêndice encontra-se uma breve descrição da distribuição de Poisson e da distribuição Gama, utilizadas no modelo de frequência e severidade, respectivamente.

## Capítulo 2

### Risco Operacional e o Ambiente Regulatório

Este capítulo é dedicado aos conceitos básicos de risco operacional. Primeiramente descrevemos o ambiente regulatório em que o risco operacional está inserido, em seguida apresentamos a definição e a estrutura de risco operacional. Finalmente, na última seção deste capítulo explicitamos as abordagens de alocação de capital para risco operacional propostas pelo Comitê de Supervisão Bancária da Basileia no Novo Acordo de Capital.

O leitor já familiarizado com estes conceitos básicos e que está interessado somente na modelagem de risco operacional, poderá se dirigir para o capítulo 3, que é a partir de onde iniciamos o estudo quantitativo do risco operacional.

#### 2.1 O Novo Acordo de Capital da Basileia

Desde a sua implantação em 1988, o principal objetivo do Acordo de Capital da Basileia tem sido assegurar um nível adequado de capital para proteger e garantir a segurança e a solidez do sistema financeiro.

O acordo de 1988 focalizava o montante do capital bancário necessário para reduzir o risco da insolvência bancária e o custo potencial de uma falha bancária para os depositantes. Este acordo estabelecia o requisito mínimo de capital de 8% para o risco de crédito inicialmente e, em 1996, este percentual também passou a ser considerado para o risco de mercado. Apesar de o risco operacional não estar reconhecido, o Comitê da Basileia declarou que os outros tipos de riscos, incluindo este, estariam implicitamente cobertos.

*"Under the 1988 Accord, the Committee recognizes that the capital buffer related to*

*credit risk implicitly covers other risks. The broad brush approach in the 1988 Accord delivered an overall cushion of capital for both the measured risks (credit and market) and other (unmeasured) banking risks. To the extent that the new requirements for measured risks are a closer approximation to the actual level of those risks (as a result of the proposed changes to the credit risk calculation) less of a buffer will exist for other risks. It should also be noted that banks themselves typically hold capital well in excess of the current regulatory minimum and that some are already allocating economic capital for other risks"*

Durante mais de dez anos, o Acordo de 1988 tornou-se um padrão aceito mundialmente, com a maioria dos países aplicando a estrutura da Basileia em seus sistemas de supervisão bancária. No entanto, durante este período as atividades bancárias, os modelos de gerenciamento de risco e os mercados financeiros passaram por uma sofisticação significativa.

No final dos anos 90, com a complexidade da atividade bancária, o requisito de capital regulatório com encargo único, passou a entrar em conflito com nova ordem financeira mundial e era clara a necessidade de uma estrutura de capital mais suscetível ao risco.

Em janeiro de 2001 o Comitê de Supervisão Bancária da Basileia lançou a proposta do Novo Acordo de Capital da Basileia, que depois de finalizado irá substituir o Acordo de 1988. Esta proposta está baseada em três pilares que permitirão aos bancos e aos órgãos reguladores uma melhor avaliação de seus vários riscos:

- **PILAR I - REQUERIMENTO MÍNIMO DE CAPITAL**
- **PILAR II – PROCESSO DE SUPERVISÃO**
- **PILAR III – DISCIPLINA DE MERCADO**

O Primeiro Pilar determina os requerimentos mínimos de capital e mantém, tanto a definição atual de capital regulatório, quanto o requisito mínimo de 8% do capital para ativos ponderados pelo risco. As principais mudanças são a sofisticação dos métodos de mensuração de risco de crédito e a inclusão da mensuração de risco operacional independente da mensuração do risco de crédito e de mercado.

O Capital Mínimo Regulatório pode ser expresso como:

$$\frac{\text{Capital Total}}{(\text{Risco Mercado} + \text{Risco Operacional})12.5 + \text{Risco Crédito}} \geq 8\% \quad (2.1a)$$

O denominador, ou o total de ativos ponderados pelo risco, será determinado pela multiplicação do capital regulatório exigido para risco de mercado mais o capital regulatório exigido para risco operacional<sup>1</sup> por 12.5 mais o capital exigido para risco de crédito. O numerador corresponde ao Capital Regulatório Total, cuja definição permanece a mesma estabelecida no Acordo de 1988<sup>2</sup>.

A equação 2.1a pode ser reescrita como

$$\text{Capital Total} \geq 8\%(\text{RiscoCrédito}) + \text{Risco Mercado} + \text{Risco Operacional} \quad (2.2)$$

O Segundo Pilar, processo de supervisão exige que os órgãos reguladores assegurem que cada banco tenha processos internos sólidos para avaliar a adequação de seu capital com base em uma avaliação completa de seus riscos. A nova estrutura enfatiza a importância da comunidade bancária desenvolver um processo interno de avaliação e estabelecer metas para o que capital alocado corresponda ao ambiente de controle e perfil particular de risco do banco.

O Terceiro Pilar, disciplina de mercado é um complemento dos outros dois pilares. Por este pilar o Comitê procura estimular os bancos a avaliarem outros bancos com relação ao seu perfil

<sup>1</sup> A alocação de capital para risco operacional proposta pela Basileia é de 20%

<sup>2</sup> Para maiores detalhes sobre a exigência de capital, o leitor poderá consultar o documento "*The New Basel Capital Accord*", disponível site do BIS, [www.bis.org](http://www.bis.org).

de risco e nível de capitalização e assim promoverem benefícios significativos como o aumento da estabilidade e o estímulo a gestão de risco mais sofisticada.

A inovação mais significativa deste novo acordo foi a possibilidade dos bancos utilizarem modelos internos para mensuração e administração de seus riscos. No quadro abaixo, podemos observar as principais diferenças entre o acordo atual e a proposta do novo acordo:

| ACORDO ATUAL   | NOVO ACORDO   |
|--|---|
| Contempla basicamente a administração do nível mínimo de capital bancário                  | Combina a administração eficaz do nível mínimo de capital bancário, a disciplina de mercado e a fiscalização necessária |
| Tamanho único (modelo padrão)  | Mais ênfase nas metodologias internas próprias dos bancos   |
| Não exige aprimoramento na gestão do risco   | Incentiva uma melhor administração de riscos: quanto melhor o controle interno, menor o capital mínimo requerido        |
| Foco em uma mensuração única de risco, não propiciando grandes diferenciações entre riscos | Propicia uma maior diferenciação entre riscos, gerando capitais mínimos para riscos de Crédito, Mercado e Operacional   |

O Comitê acredita que as propostas do Novo Acordo, lançadas em seu último documento consultivo, ver [11], são adequadas e atingem a maioria dos bancos. É de comum acordo, para os países do G10, que a completa implementação do Novo Acordo deverá ser concluída até o final do ano de 2006.

Nestes países, o Novo Acordo pretende alcançar, principalmente os bancos com presença internacional, no entanto deverá ser aplicado a todo sistema bancário. Os órgãos de supervisão bancária nacional deverão garantir que os bancos que não implementarem o Novo Acordo da Basiléia até o final de 2006 sejam punidos por medidas administrativas prudentes.

## 2.2 Definição de Risco Operacional

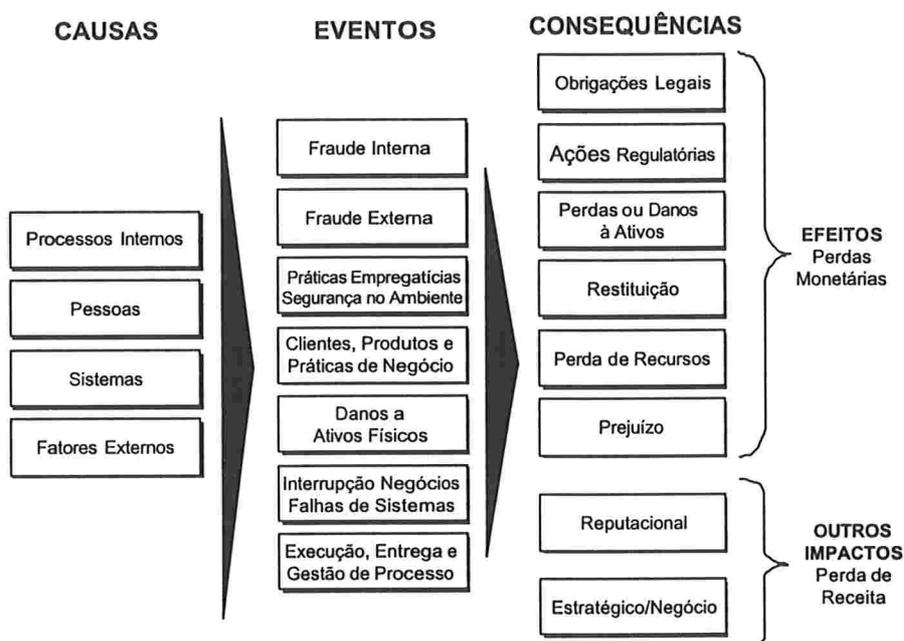
Inicialmente o risco operacional era classificado pela comunidade financeira, incluindo o Comitê da Basileia, como o risco que não era classificado como risco de crédito, nem de mercado. Apesar de amplamente aceita, esta definição de risco operacional, acabava por englobar outros tipos de riscos, como o risco de liquidez, risco estratégico e risco reputacional. Durante alguns anos, houve muita discussão a cerca da definição de risco operacional até que em janeiro de 2001, o Comitê de Supervisão Bancária da Basileia, em seu primeiro documento consultivo [8], definiu o risco operacional como:

*"O risco de perdas diretas e indiretas resultante de processos internos inadequados ou falhos, pessoas e sistemas, ou de eventos externos"*

Esta definição foi muito bem aceita pelo mercado, no entanto a falta de clareza com relação ao significado de *"perdas diretas e indiretas"*, levou o Comitê da Basileia, em setembro de 2001, a substituir a definição de *"perdas diretas e indiretas"* por *"perdas"* simplesmente. A principal razão para isto foram as dificuldades que surgiram na identificação das perdas indiretas e custos de oportunidades decorrentes das falhas operacionais.

Segundo esta definição, as perdas de risco operacional devem ser entendidas como sendo os impactos financeiros sofridos por falhas operacionais, decorrentes de falhas de processos, pessoas, sistemas ou eventos externos os quais afetam diretamente os resultados da instituição (Lucros & Prejuízos) <sup>3</sup>.

A figura seguir, sumariza a estrutura de risco operacional:



Estrutura de Risco Operacional

A distinção entre as categorias <sup>4</sup> de causas, eventos e efeitos é importante para a gestão do risco operacional. A utilização desta abordagem faz parte da estruturação metodológica do risco opera-

<sup>3</sup> Vale lembrar, no entanto que um dos principais efeitos de risco operacional são os impactos causados na imagem da instituição financeira, que na maioria das vezes, não pode ser mensurado diretamente, mas pode resultar em uma queda significativa do valor de mercado da empresa.

<sup>4</sup> Para uma análise mais detalhada sobre cada uma dessas categorias o leitor poderá consultar o último documento da Basileia sobre o Novo Acordo de Capital [11].

cional proposta pela Basileia e permite uma atuação distinta sobre cada uma dessas componentes.

A identificação das causas é importante para o entendimento sobre os fatores que levam a materialização do risco operacional, fornecendo subsídios a criação de controles. A atuação sobre as causas influenciam diretamente as perdas de risco operacional, pois a utilização de controles sobre as causas pode diminuir a probabilidade de ocorrência do risco operacional.

É importante salientar que risco operacional pode ter como causas tanto fatores internos (processos, pessoas e sistemas), quanto fatores externos (ataques criminais e eventos da natureza) o que acaba tornando a gestão do risco operacional ainda mais complexa.

Além disso, um evento de risco operacional pode ter várias causas associadas, por isso para mensuração do risco operacional, é preciso, além da categorização por causas, a categorização por tipos de eventos. O Comitê de Supervisão Bancária da Basileia define sete categorias de eventos para fins de parametrização do risco operacional. Essa parametrização, além facilitar o processo de modelagem do risco operacional, auxilia no processo de análise do comportamento de cada uma dessas categorias, que têm distribuições de probabilidade diferentes entre si.

Finalmente, a classificação dos tipos de efeitos esclarece quais são os tipos de perdas, decorrentes de risco operacional, que afetam os resultados da instituição. A identificação dos efeitos auxilia, principalmente no processo de criação de contingências financeiras como o estabelecimento provisões e a utilização de seguros.

### 2.3 Abordagens para Alocação de Capital para Risco Operacional

Como visto anteriormente, na proposta do Novo Acordo de Capital da Basileia todos os bancos deverão reservar uma parcela de seu capital para proteção contra o risco operacional que eles enfrentam. O montante desse capital alocado dependerá da abordagem que o banco optar. O

Comitê da Basileia propõe três abordagens de cálculo de capital, em escala crescente de sofisticação e sensibilidade ao risco:

- **Abordagem Básica**
- **Abordagem Padronizada**
- **Abordagem Avançada**

O comitê da Basileia exige que os bancos internacionalmente ativos atendam a Abordagem Avançada. Os demais bancos não são obrigados a atender ao método avançado, no entanto são estimulados pela Basileia a desenvolverem métodos que estejam em acordo com seu perfil de risco, ou seja, os bancos devem desenvolver modelos de gestão e alocação de capital que sejam congruentes com a complexidade de seu negócio.

É importante ressaltar que apenas os bancos que adotarem a Abordagem Avançada poderão utilizar seguros como fator mitigador do risco operacional para efeitos de cálculo do capital exigido, desde que não exceda ao limite de 20% do total do capital alocado para risco operacional. Para os outros tipos de abordagens a utilização de seguros não poderá ser considerada para efeitos de cálculo de capital.

## Abordagem Básica

Os bancos que optarem pela Abordagem Básica, BIA <sup>5</sup>, devem alocar um percentual fixo de 15% <sup>6</sup> da média da receita bruta dos três últimos anos.

$$K_{BIA} = GI.\alpha \quad (2.3)$$

Onde,

$K_{BIA}$  = Capital total alocado para riscos operacionais pelo método básico;

$GI$  = Média da Receita Bruta <sup>7</sup> dos três últimos anos;

$\alpha$  = 15% estabelecido pelo Comitê, em acordo com o nível de capital exigido pela indústria;

---

<sup>5</sup> Abreviação da expressão em inglês, *Basic Indicator Approach*.

<sup>6</sup> Percentual determinado pela Basileia na publicação de seu último paper [12].

<sup>7</sup> Receita Bruta é definida como: Receita Bruta = Receita Líquida de Juros + Receita Líquida Extra-Juros (abrangendo (i) taxas e comissões a receber menos taxas e comissões a pagar, (ii) resultado líquido das operações financeiras, e (iii) outros resultados brutos. (Isso exclui itens extraordinários ou irregulares, como as receitas de seguros). Pretende-se que essa mensuração reflita o lucro antes da dedução das perdas operacionais.

## Abordagem Padronizada

Os bancos que optarem pela Abordagem Padronizada, SA <sup>8</sup>, deverão efetuar o cálculo da alocação de capital para cada uma das oito linhas de negócio definidas pela Basileia. Aqui, como no método padrão, a receita bruta é utilizada como parâmetro de escala para mensuração de exposição aos riscos operacionais, ou seja, para cada linha de negócio a alocação de capital é calculada multiplicando-se a receita bruta por um fator  $\beta$  <sup>9</sup>:

| Unidades de negócios        | Linhas de Negócios       | Indicador                          | Fatores de capital |
|-----------------------------|--------------------------|------------------------------------|--------------------|
| Atividades de investimentos | <i>Corporate finance</i> | Receita Bruta                      | $\beta_1$          |
|                             | Negociação e Vendas      | Receita Bruta                      | $\beta_2$          |
| Atividades bancárias        | Varejo                   | Ativos Médios Anuais               | $\beta_3$          |
|                             | Banco Comercial          | Ativos Médios Anuais               | $\beta_4$          |
|                             | Pagamento e Recolhimento | Rendimento Anual                   | $\beta_5$          |
|                             | Serviços de Consultoria  | Rendimento Anual                   | $\beta_6$          |
| Outros                      | Corretagem no Varejo     | Receita Bruta                      | $\beta_7$          |
|                             | Administração de Ativos  | Total dos fundos sob administração | $\beta_8$          |

O  $\beta$  é um parâmetro para estimação da relação entre a receita bruta e as perdas com riscos operacionais de cada linha de negócio. O capital total alocado para riscos operacionais no método padrão corresponde a soma <sup>10</sup> das alocações de capital por linhas de negócio, conforme definido pela expressão abaixo:

<sup>8</sup> Abreviação da expressão em inglês, *Standardised Approach*.

<sup>9</sup> Estes percentuais também foram determinados pela Basileia na publicação de seu último paper [12].

<sup>10</sup> Calcular o capital total alocado como a soma do capital alocado para cada linha de negócio corresponde a assumir que há uma dependência positiva perfeita entre as linhas de negócio e que não há sobreposição entre elas.

$$K_{TSA} = \sum_{i=1}^8 (GI_i \cdot \beta_i) \quad (2.4)$$

Onde,

$K_{TSA}$  = Capital total alocado para riscos operacionais, pelo método padrão;

$GI_i$  = Média da Receita Bruta dos três últimos anos para cada uma das oito linhas de negócio;

$\beta_i$  = Percentuais definidos pelo Comitê da Basileia, para cada uma das oito linhas de negócio, ver tabela abaixo:

| Linhas de Negócios       | Fatores de capital |
|--------------------------|--------------------|
| <i>Corporate finance</i> | $\beta_1 = 18\%$   |
| Negociação e Vendas      | $\beta_2 = 18\%$   |
| Varejo                   | $\beta_3 = 12\%$   |
| Banco Comercial          | $\beta_4 = 15\%$   |
| Pagamento e Recolhimento | $\beta_5 = 18\%$   |
| Serviços de Consultoria  | $\beta_6 = 15\%$   |
| Corretagem no Varejo     | $\beta_7 = 12\%$   |
| Administração de ativos  | $\beta_8 = 12\%$   |

Os percentuais dos  $\beta_i$  foram confirmados pela Basileia em seu último paper, com base no estudo realizado com os bancos e publicado em Abril de 2003, ver [12].

### Abordagem Padronizada Alternativa

Para alguns bancos, o encargo sobre a receita bruta pode acarretar em dupla contagem de alocação de capital para risco de crédito nas linhas de negócio banco de varejo e banco comercial.

Para evitar esta situação o Comitê da Basileia, propôs em seu último documento [11], a Abordagem Padronizada Alternativa, ASA <sup>11</sup>.

O método é o mesmo com exceção de que, para estas duas linhas de negócio, os empréstimos e adiantamentos são multiplicados por um fator ( $m$ ) que substitui a Receita Bruta. Para essas linhas de negócio o capital alocado pode ser expresso como:

$$K_{RB} = \beta_{RB} \cdot m \cdot LA_{RB} \quad (2.5)$$

Onde,

$K_{RB}$  = é o capital requerido para linha de negócio banco de varejo e comercial;

$\beta_{RB}$  = é o beta para linha de negócio de banco de varejo e comercial, estabelecido em 15% pelo Comitê da Basileia;

$m = 0,035$  estabelecido pelo Comitê da Basileia;

$LA_{RB}$  = é a média dos últimos três anos do total de empréstimos e adiantamentos (não ponderadas pelo risco e livre de provisões) para banco comercial e de varejo.

Pelo ASA os bancos, que desejarem poderão agregar as linhas de negócio de banco de varejo e banco comercial utilizando o  $\beta = 15\%$ . Similarmente, os bancos que são incapazes de separar sua receita bruta nas outras seis linhas de negócio podem considerar o total de receita bruta para as seis linhas de negócio utilizando  $\beta = 18\%$ .

Como na Abordagem Padronizada, na Abordagem Padronizada Alternativa o capital total é a somatória capitais exigidos para cada uma das oito linhas de negócio.

---

<sup>11</sup> Abreviação da expressão em inglês, *Alternative Standardised Approach*.

## Abordagem Avançada

Os bancos que optarem pela Abordagem Avançada, AMA <sup>12</sup>, poderão desenvolver seus próprios modelos internos de mensuração para alocação de capital, no entanto para a implementação deste método, os bancos terão que atender à exigências quantitativas e qualitativas <sup>13</sup> que assegurem a integridade e robustez do modelo de mensuração utilizado. Abaixo estão destacadas algumas das exigências quantitativas:

- Para o cálculo do capital alocado para risco operacional por modelos internos, os bancos deverão se utilizar de uma base de dados de perdas com um histórico de cinco anos, no entanto um mínimo de três anos será aceito no início da vigoração do novo acordo;
- Para obtenção do valor de capital alocado para risco operacional, os bancos deverão estar aptos a calcular um "VaR", para o período de um ano, com um intervalo de confiança de 99.9%;
- Apesar do cálculo do capital alocado, nestas abordagens ser de responsabilidade dos bancos, o Comitê da Basileia determinou inicialmente um piso de 75% do capital alocado pela Abordagem Padronizada;
- O Comitê da Basileia exige que os bancos calculem seu capital regulatório para risco operacional como a soma das perdas esperadas e não esperadas.
- Os bancos deverão considerar também em seu modelo de perdas a utilização de dados externos em conjunto com "*Expert Opinions*", especialmente nos casos em que há razões para acreditar

---

<sup>12</sup> Abreviação da expressão em inglês, *Advanced Measurement Approaches*.

<sup>13</sup> Neste trabalho, por uma limitação de escopo não vamos detalhar todas exigências. Para aqueles que tenham maior interesse conhecer estas exigências, poderão consultar o documento referente as "*sound practices for operational risk*" no site do BIS, Bank For International Settlements, [www.bis.org](http://www.bis.org).

que o banco está exposto a perdas de baixa frequência e alta severidade;

- Adicionalmente, como medida de ajuste para calibração dos modelos, poderão ser utilizados metodologias de auto-avaliação de riscos e indicadores de risco, pois trazem informações relevantes sobre o ambiente de controle e a exposição aos risco latentes.

Por uma limitação de escopo, algumas destas exigências, como a utilização de dados externos e os ajustes qualitativos, não estarão sendo contemplados neste estudo. Entendemos que a introdução destes parâmetros de calibração ainda é prematura no estágio atual e que este tipo de sofisticação deverá ser introduzido em estudos futuros.

Os Bancos que optarem pela abordagem avançada de mensuração deverão estar habilitados à atender todas estas exigências com no mínimo um ano de antecedência à implementação do Novo Acordo, prevista para o final de 2006. Para facilitar a adoção da Abordagem Avançada de Mensuração, o Comitê de Supervisão Bancária da Basileia irá permitir a adoção parcial <sup>14</sup>, ou seja, os bancos poderão aplicar a abordagem avançada em algumas linhas de negócio e a abordagem padronizada em outras. No entanto, não será permitido aos bancos que optarem pela Abordagem Avançada reverter para as Abordagens mais simples, a não ser que o órgão de supervisão bancária o exija.

O Comitê da Basileia espera que o AMA leve os bancos a evoluir o método de mensuração de alocação para risco operacional para modelos mais sofisticados. Entretanto, o Comitê reconhece que atualmente o setor ainda está em um estágio inicial de desenvolvimento.

Dentre as três abordagens propostas pelo BIS, o AMA é a abordagem mais sofisticada e, também a que oferece maior flexibilidade. Atualmente, o AMA oferece três formas alternativas de

---

<sup>14</sup> No documento de Abril de 2003, o Comitê da Basileia, flexibiliza a utilização do AMA em conjunto com outras abordagens desde que algumas condições sejam atendidas. Para maiores detalhes sobre estas exigências o leitor poderá consultar o documento em referência.

mensuração do risco operacional:

- Método de Mensuração Interna;
- Método de Distribuição de Perdas;
- Método de Scorecard.

A seguir resumimos brevemente cada um deles:

### Método de Mensuração Interna

Pelo Método de Mensuração Interna, IMA<sup>15</sup>, o cálculo de capital para risco operacional será determinado utilizando-se uma matriz de linhas de negócios versus categorias de eventos de risco operacional:

|                          | Fraude Interna              | Fraude Externa | Práticas Empregatícias e Relações de Trabalho | Clientes, Produtos e Práticas do Negócio | Danos para Ativos Físicos | Execução, Entrega e Gestão do Processo | Interrupção de Negócios e Falhas de Sistemas |
|--------------------------|-----------------------------|----------------|---|--|---------------------------|--|--|
| <i>Corporate Finance</i> | $\gamma_{ij} \cdot EL_{ij}$ | .              | .   | .  |                           |  |  |
| Negociação e Vendas      |                             |                |   |  |                           |  |  |
| Varejo                   | .                           |                |   |  |                           |  |  |
| Banco Comercial          | .                           |                |   |  |                           |  |  |
| Pagamento e Recolhimento |                             |                |   |  |                           |  |  |
| Serviços de Consultoria  |                             |                |   |  |                           |  |  |
| Corretagem no Varejo     |                             |                |   |  |                           |  |  |
| Administração de Ativos  |                             |                |   |  |                           |  |  |

O capital alocado para cada célula desta matriz será obtido através da multiplicação da Perda Esperada (EL) por um fator  $\gamma$  determinado pelo Comitê da Basileia. A perda esperada é obtida através da multiplicação da probabilidade da perda pela sua dimensão<sup>16</sup> e ajustada por um indicador de exposição (EI).

<sup>15</sup> Abreviação da expressão em inglês, *Internal Measurement Approach*.

<sup>16</sup> Os bancos são os responsáveis pela estimação da probabilidade de perda e sua dimensão. No entanto, estarão sujeitos à orientação do Comitê para assegurar a integridade do método.

$$K_{i,j} = \gamma_{i,j} \cdot EI_{i,j} \cdot PE_{i,j} \cdot LGE_{i,j} = \gamma_{i,j} \cdot EL_{i,j} \quad (2.6)$$

Onde,

$K_{i,j}$  = é o capital requerido para cada linha de negócio/tipo de evento;

$\gamma_{i,j}$  = é um fator <sup>17</sup> para cada linha de negócio/tipo de evento, estabelecido pelo Comitê da Basileia;

$EI_{i,j}$  = é um fator para ajustar o negócio a dimensão de seu risco;

$PE_{i,j}$  = é a probabilidade de ocorrência de uma perda para cada linha de negócio/tipo de evento;

$LGE_{i,j}$  = é a dimensão da perda, valor monetário ou número, para cada linha de negócio/tipo de evento;

$EL_{i,j}$  = é a perda esperada para uma linha de negócio/tipo de evento;

Como na Abordagem Padronizada, o capital total é a simples soma de todos os produtos resultantes, assumindo que não há correlação entre as linhas de negócio/tipos de eventos, no entanto o Comitê da Basileia assegura que na calibração dos  $\gamma$  vai procurar reduzir o nível de exigência de capital requerido por este método se comparado a Abordagem Padronizada.

### Método de Distribuição de Perdas

A vantagem deste método sobre os outros métodos sugeridos pelo Comitê é que o LDA não requer nenhuma imposição subjetiva para determinação do capital alocado, pois a alocação de capital deriva diretamente dos parâmetros de distribuição das perdas observadas. Na literatura,

---

<sup>17</sup> O fator gama representa uma constante que serve para transformar a perda esperada (EL) em risco ou capital alocado, que é definido como o valor máximo de uma perda, dentro de um certo período, e que atenda a um certo intervalo de confiança, ou seja, é a razão entre perda esperada e perda não esperada.

a qualidade e solidez do método de Distribuição de Perdas é equiparada à dos modelos utilizados para mensuração da risco de crédito e de mercado.

O LDA deriva da modelagem estatística utilizada pela indústria seguradora, pois envolve as mesmas técnicas utilizadas no mercado segurador para precificação do seguro. A utilização desta técnica na mensuração do risco operacional é possível, pois as perdas decorrentes de risco operacional têm características bastante comuns com as perdas modeladas pela indústria seguradora.

Na literatura atuarial este tipo de modelagem é usualmente conhecido como modelo de frequência e severidade, pois envolve a estimação da distribuição frequência (número de incidentes) e a estimação da distribuição de severidade (magnitude das perdas) das perdas de forma independente, combinando-as posteriormente em uma única distribuição de probabilidade, denominada Distribuição de Perdas Agregadas.

As razões que orientam separação da perda em um processo de frequência e outro de severidade é que as componentes que regem estas distribuições são independentes, ou seja, o processo que determina a ocorrência das perdas independe do valor da perda e, por sua vez o processo que determina o valor da perda independe da frequência de eventos.

Pelo Método de Distribuição das Perdas os bancos deverão estimar a provável distribuição de perdas de risco operacional dentro do período futuro de um ano. O capital exigido para risco operacional por este método é obtido através desta distribuição de perdas estimada. Esta técnica equivale ao cálculo do *Value at Risk*<sup>18</sup>, técnica bastante utilizada para cálculo da exposição ao risco de mercado.

---

<sup>18</sup> Value at Risk, para maiores detalhes sobre esta técnica o leitor pode consultar [54].

A principal diferença entre o "VaR" de risco operacional e o "VaR" de risco de mercado é o método de estimação de probabilidade de perdas. Em risco operacional, a técnica para estimação da distribuição de probabilidade das perdas deriva das técnicas utilizadas pela indústria seguradora para cálculo do prêmio de risco. Por este método estima-se as funções de distribuição de probabilidades de frequência e severidade das perdas, convoluindo-as posteriormente para obtenção da distribuição das perdas agregadas.

A figura a seguir sintetiza a estrutura deste tipo de modelagem:

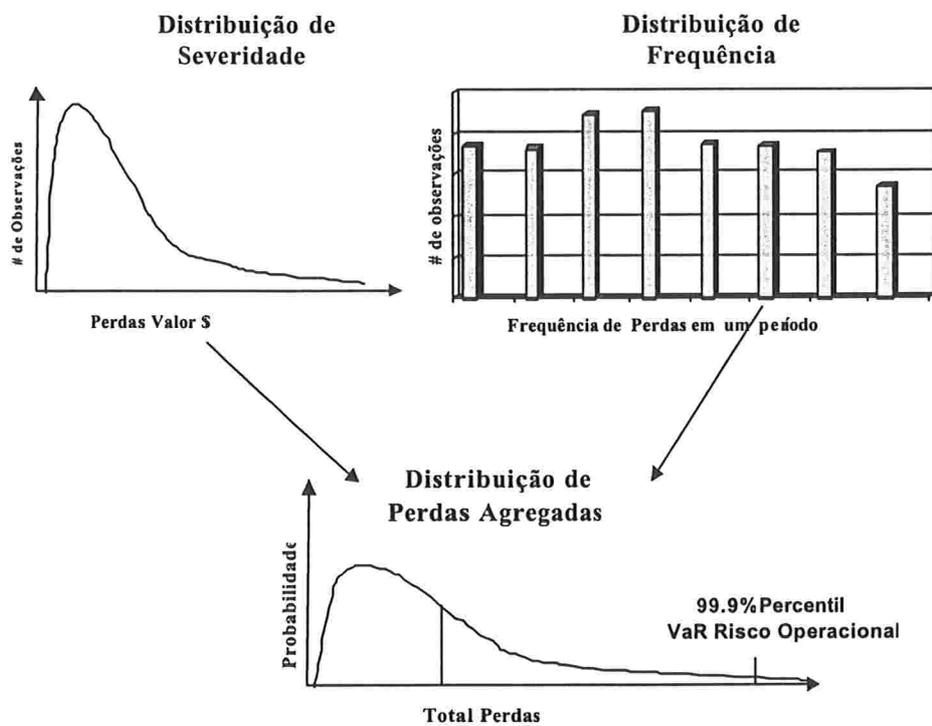


Figura - Método de Distribuição de Perdas

A partir da distribuição de Perdas Agregadas podemos dizer, por exemplo que com 99,9% de probabilidade a perda não excederá um determinado valor em risco dentro de um determinado

intervalo de confiança, ou seja, a partir desta distribuição de Perdas Agregadas é que podemos calcular o "*VaR*" de risco operacional. Portanto, por este método não há necessidade de o Comitê determinar o fator  $\gamma$ , como no IMA.

O encargo total de capital para risco operacional é obtido através da somatória dos "*VaR*" para cada uma das linhas de negócio/tipos de risco. Como na abordagem padronizada as correlações entre as linhas de negócio/tipos de eventos são desconsideradas.

Como veremos no capítulo 4 o foco deste trabalho foi na implementação deste modelo.

### **Método de Scorecard**

Nesta abordagem os bancos irão determinar um nível inicial de alocação de capital para risco operacional, o qual deverá ser alterado com o tempo de acordo com um "*Scorecard*", cujo objetivo é capturar o perfil de risco e ambiente de controle nas várias linhas de negócio.

Pelo método de Scorecard o cálculo de capital busca refletir como as mudanças no ambiente de controle que poderão reduzir tanto a frequência, quanto o impacto de futuras perdas de risco operacional. O "*Scorecard*" deverá ser preenchido por funcionários da instituição, em intervalos de tempo regulares e deverá ser analisado pela área de gerenciamento de riscos.

Apesar do forte apelo qualitativo deste tipo de abordagem, o capital regulatório exigido para risco operacional deverá ser constituído com base em uma análise rigorosa de dados de perdas internas e externas semelhantes às estimativas utilizadas no método de distribuição interna. A principal diferença é que este método é menos dependente do histórico de perdas na determinação do capital regulatório, pois uma vez definido o montante inicial, a calibração do capital total e sua alocação nas linhas de negócio são determinadas por indicadores qualitativos.

## Capítulo 3

### Base de Dados

*"The development of a model for measuring Operational Risk begins with the database",*  
Rodney Coleman<sup>1</sup>

Quando a decisão é modelar risco operacional, a primeira questão que surge é de onde virão os dados? Essa questão é mais fácil de ser respondida para o risco de mercado e de crédito, mas não para o risco operacional.

Risco de mercado e risco de crédito têm um volume muito grande de dados graças ao exercício de coleta de dados ao longo de vários anos. Este mesmo exercício de coleta de dados está apenas se iniciando para eventos de risco operacional.

Existem duas grandes dificuldades em se coletar eventos de risco operacional:

- A primeira é que eventos de risco operacional têm sua natureza descentralizada, ou seja, este tipo de risco pode se materializar em qualquer unidade de negócio, podendo estar relacionado a qualquer processo, produto ou serviço <sup>2</sup>;
- A segunda e, maior dificuldade, é que ainda há uma carência cultural no processo de coleta deste tipo de perda, principalmente pelo fato de ser uma informação sensível e ainda não haver um claro entendimento dos benefícios como o ganho de eficiência que este rastreamento de perdas pode trazer.

Dessa forma a melhor alternativa para se construir uma base de dados sólida de risco operacional é estabelecer procedimentos internos apoiados por uma forte política corporativa, que difunda esta cultura e atribua responsabilidades claras no processo de coleta.

---

<sup>1</sup> Rodney Coleman é catedrático em matemática pela Imperial College em Londres.

<sup>2</sup> Em geral a potencialidade do risco operacional é dimensionada pela escala do negócio à que ele se relaciona.

Na seção seguinte estão descritos os principais procedimentos de coleta de perdas de risco operacional.

### 3.1 Procedimentos de Coleta

Atualmente, existem três formas alternativas, não excludentes, de se coletar as perdas decorrentes de risco operacional:

- 1 Registrar manualmente as ocorrências de risco operacional à medida que os eventos de perda ocorrem. Para isso um sistema de reporte deve estar disponível e as pessoas devem estar capacitadas para identificar e registrar este tipo de perda;
- 2 Coletar os dados de fontes gerenciais, pois determinados tipos de perdas que já dispõem de acompanhamento gerencial, como por exemplo as fraudes com cartão de crédito;
- 3 Minerar nas contas contábeis as perdas decorrentes de eventos de risco operacional.

No quadro abaixo, resumimos as vantagens e desvantagens de cada uma dessas formas de coleta:

| Forma de Coleta | Vantagens  | Desvantagens  |
|-----------------|--|---|
| Manual          | É possível ter um maior detalhamento da perda, como a identificação precisa das causas, efeitos e ações mitigadoras. | Requer muito recurso humano e treinamento para atingir a cobertura total das perdas.  |
| Gerencial       | O esforço humano é menor e possível adaptar a informação para a taxonomia de riscos operacionais                     | A informação é menos confiável do que a contábil.   |
| Contábil        | O esforço humano é mínimo e a confiabilidade deste tipo de informação é muito maior do que as outras.                | Ainda não existem contas específicas para este tipo de perda e é difícil identifica-las dentro da taxonomia de riscos operacionais. |

Uma base de dados sólida e confiável é essencial para o desenvolvimento de modelos quantitativos, pois com base nestas informações é que serão feitas as análises sobre o risco potencial

para cada unidade de negócio. Por isso, o Comitê de Supervisão Bancária da Basileia exige que a base de dados, sobre a qual será calculada a alocação de capital, que seja constantemente avaliada quanto à qualidade, integridade e confiabilidade de seus dados. Esta preocupação está associada, principalmente à credibilidade do modelo que os bancos irão implementar.

O banco ABN Amro por ser um banco internacionalmente ativo irá atender ao Método Avançado de Mensuração, AMA. Com esta meta estabelecida o grupo ABN, em janeiro de 2001, estruturou sua base de dados e iniciou seu processo de coleta de perdas operacionais em todas as suas unidades, incluindo o Brasil, que é representado pelo Banco Real ABN Amro, que também deverá seguir a abordagem da matriz para alocação de capital.

Nesta base de dados estão todas as perdas decorrentes de risco operacional coletadas neste período. Estas perdas estão classificadas de acordo com a estrutura metodológica de causas, eventos e efeitos, definida pela Basileia e que estão descritas no capítulo 2. É importante salientar que, para fins de credibilidade, os padrões de qualidade, confiabilidade e integridade dessa base de dados estão em conformidade com as exigências regulatórias e são alvo de constante avaliação.

O estudo desenvolvido neste trabalho foi feito a partir da utilização desta base de dados, gentilmente cedida pelo Banco Real ABN Amro S.A.

### 3.2 Análise inicial dos dados

A modelagem de risco operacional que desenvolvemos nesta dissertação foi baseada no histórico de perdas operacionais de uma categoria de evento durante o período de dois anos. Por motivos de confiabilidade, não revelaremos a que categoria de evento estas perdas pertencem. Além disso, os valores apresentados neste trabalho estão representados uma unidade monetária (UM) fictícia. No entanto, para que este estudo não perdesse sua relevância, as proporções utilizadas

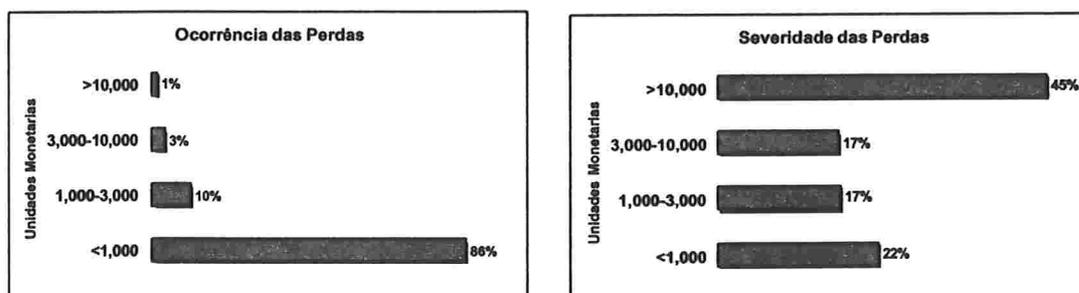
foram preservadas.

Abaixo apresentamos o sumário das Perdas e Recuperações ocorridas durante o período estudado:

| Número de Eventos | Severidade 1,000UM | Número de Recuperações | Recuperado Total 1,000UM |
|-------------------|--------------------|------------------------|--------------------------|
| 41368             | 40978              | 702                    | 3241                     |

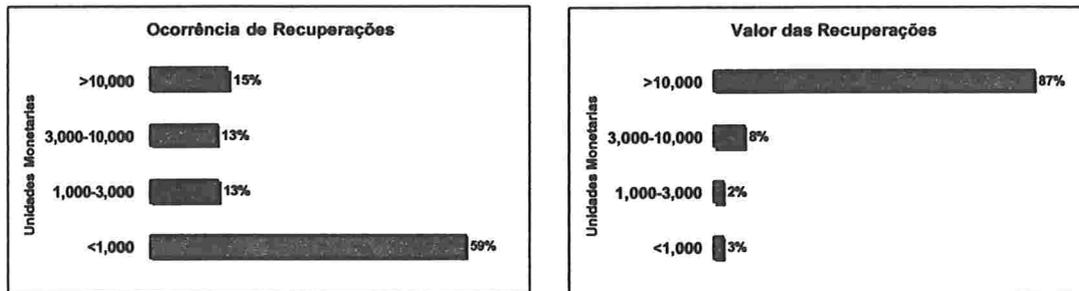
Na análise exploratória dos dados notamos uma característica muito particular e esperada deste tipo de dado, que é uma grande quantidade de perdas com valores baixos e uma quantidade baixa de perdas com valores altos. Um outro comportamento observado é que a ocorrência de recuperações é um fenômeno com pouca chance de acontecer, aproximadamente 700 recuperações para mais de 40.000 eventos de perdas, no entanto o volume total de capital recuperado é significativo, pois representa aproximadamente 8% do volume total de perdas ocorridas.

Para facilitar o entendimento sobre estes fenômenos particionamos o conjunto de dados algumas faixas de valores e representamos graficamente os percentuais de cada um:



O que pudemos observar é que praticamente toda a distribuição de ocorrência de perdas está concentrada nas faixas de valores baixos e que apenas 1% da distribuição de perdas corresponde às perdas de valores altos (acima de 10,000 UM). No entanto, estas perdas, que representam apenas 1% do número de ocorrências, equivalem a 45% do montante total das perdas.

Também pudemos observar que o comportamento das recuperações é semelhante ao comportamento das perdas, sendo a ocorrência de eventos de recuperação maior para as perdas de valores mais baixos, porém este processo é menos acentuado (16% das ocorrências de recuperações se concentram na faixa de valor mais alto contra, apenas 1% da severidade das perdas).



Um fenômeno interessante observado é que o percentual recuperado é muito maior para os eventos de perda que se concentram na faixa de perdas com valores mais altos (87% montante recuperado se encontram na faixa dos valores de perdas acima de 10,000 UM). Este fenômeno talvez se justifique pelo fato de haver um maior esforço para se recuperar as perdas, quando o montante de capital envolvido é maior.

Como veremos no capítulo 4 o ponto chave na modelagem de risco operacional é definir os modelos que melhor se ajustem aos dados observados. O que esta análise inicial dos dados demonstra é que aparentemente existem dois fenômenos conflitantes, que é a combinação de eventos de valores baixos com alta frequência *versus* eventos de valores altos com baixa frequência.

Alguns trabalhos desconsideram na modelagem de risco operacional valores abaixo de um certo limite de severidade, ver Ebnother [25]. Contudo, estabelecer um corte pode implicar em descartar uma parcela importante das perdas. Como pudemos observar na análise anterior, se tivéssemos estabelecido o corte em 10,000 unidades monetárias estaríamos descartando praticamente 99% do total de nossas ocorrências e 55% do montante total de perdas, o que afetaria significativamente alocação de capital para o risco operacional.

Dessa forma, neste trabalho optamos por considerar todos os valores de severidade. Como veremos mais adiante essa disparidade no comportamento dos dados foi contornada pelo modelo implementado neste estudo, mostrando que o modelo de Distribuição de Perdas é um modelo capaz descrever o processo de perdas de maneira sólida e consistente.

Adicionalmente à abordagem clássica, que só modela o comportamento das perdas de maneira isolada, também consideramos neste estudo a inclusão das recuperações, pois como pudemos constatar nesta análise inicial, apesar de sua baixa incidência, as recuperações representam 8% do total das perdas e isto pode implicar em uma redução no montante de perdas, podendo proporcionar um "ganho" de eficiência na determinação do capital alocado para o risco operacional.

## Capítulo 4

### Implementação do Método de Distribuição de Perdas

Este capítulo é dedicado a implementação do Método de Distribuição de Perdas, LDA, que como vimos na seção 2.3, é um dos modelos de alocação sugeridos pelo Comitê de Supervisão Bancária da Basileia para alocação de capital de risco operacional.

#### 4.1 Definição do Processo

O processo estocástico, onde a distribuição da frequência e a distribuição de severidade das perdas são convoluídas é chamado na literatura de Método de Distribuição de Perdas. Esta seção é dedicada a formalização deste processo, que segue as mesmas definições descritas na literatura atuarial Klugman, [48]. O ponto chave na definição deste processo é considerar a perda total como a soma das perdas,  $S$  de um número estocástico de ocorrências  $N$ , ou seja:

$$S = X_1 + X_2 + \dots + X_N \quad N = 0, 1, 2, \dots \quad (4.1)$$

As hipóteses que assumimos neste modelo são:

- 1 Condicionadas a  $N = n$ , as variáveis aleatórias  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , são independentes e identicamente distribuídas, *iid*;
- 2 Condicionadas a  $N = n$ , a distribuição das variáveis aleatórias  $X_1, X_2, \dots, X_n$  independe de  $n$ ;
- 3 A distribuição de  $N$  não depende dos valores das variáveis aleatórias  $X_1, X_2, \dots, X_n$ ;

Seja  $S$  a soma das perdas definida na equação 4.1, onde  $N$  representa distribuição de frequência, sua distribuição é

$$\begin{aligned} F_S(x) &= P(S \leq x) \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} p_n P(S \leq x | N = n) \end{aligned}$$

A distribuição da variável aleatória definida na equação 4.1 é

$$= \sum_{n=0}^{\infty} p_n F_X^{*n}(x) \quad (4.2)$$

onde,

$F_X(x) = P(S \leq x)$  é a função de distribuição de  $X_j$ s e  $p_n = P(N = n)$  e na equação 4.2  $F_X^{*n}(x)$

é a  $n$ -ésima convolução da distribuição acumulada de  $X$ , obtida como

$$F_X^{*0}(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < 0 \\ 1, & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

e

$$F_X^{*k}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F_X^{*(k-1)}(x-y) dF_X(y) \quad (4.3)$$

Se  $X$  é uma variável contínua com probabilidade nula para valores negativos, então temos

$$F_X^{*k}(x) = \int_0^x F_X^{*(k-1)}(x-y) f_X(y) dy \quad (4.4)$$

diferenciando a equação 4.4 obtemos a função de densidade de probabilidade

$$f_X^{*k}(x) = \int_0^x f_X^{*(k-1)}(x-y) f_X(y) dy$$

Se  $X$  é uma variável discreta contínua com probabilidade para  $x = 0, 1, 2, \dots$  então temos

$$F_X^{*k}(x) = \sum_{y=0}^x F_X^{*(k-1)}(x-y) f_X(y), \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

e a correspondente função de densidade de probabilidade é

$$f_X^{*k}(x) = \sum_{y=0}^x f_X^{*(k-1)}(x-y)f_X(y), \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

A distribuição 4.2 é denominada distribuição de perda agregada e a sua função de probabilidade é:

$$f_S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n f_X^{*n}(x) \quad (4.5)$$

Em geral não há solução analítica para a equação 4.5 para um intervalo finito e a solução distribuição de perda agregada é obtida através da aplicação de métodos recursivos como a simulação de Monte-Carlo. Existem também outras técnicas como a aplicação da transformação rápida de Fourier.

Neste trabalho utilizamos o método de simulação de Monte-Carlo, cujo algoritmo de implementação está descrito no Capítulo 5. O leitor, interessado em obter maiores detalhes sobre estas técnicas poderá consultar Klugman, [48].

#### 4.2 Seleção de Modelos de Frequência e Severidade

O primeiro passo na modelagem pelo método LDA é selecionar os modelos de frequência e severidade que serão utilizados para estimar a distribuição das perdas.

Em geral, escolher a distribuição de frequência e de severidade pelo ajuste aos dados, traz uma série de distribuições como fortes candidatas ao processo de modelagem. No entanto, algumas distribuições são preferíveis por uma série de razões práticas.

Neste estudo, como veremos optamos pela distribuição de *Poisson* para descrever o processo de frequência  $N$  e a distribuição *Gama* para descrever o processo da severidade  $S$ , não só por

serem modelos simples e de fácil interpretação, mas sim pelo fato de que a convolução destas duas distribuições proporcionou ótimos resultados na simulação final.

### **Seleção da Distribuição de Frequência**

O estudo da distribuição de frequência no contexto de risco operacional é bastante simples, pois envolve a contagem dos eventos de perdas em uma determinada janela de tempo. Essas características nos direcionam a distribuição de probabilidade de Poisson, pois o processo que queremos descrever é um processo de uma variável aleatória discreta definida apenas para números inteiros e não negativos.

A distribuição de *Poisson* é a distribuição mais utilizada para modelar os processos de frequência, principalmente pela sua simplicidade (apenas um parâmetro). Além disso, a utilização da distribuição de *Poisson* traz muitas vantagens neste tipo de modelagem, principalmente pelo fato de ser uma distribuição aditiva. Essa propriedade, além de facilitar a implementação, simplifica o processo de agregação das perdas no tempo. Para um maior detalhamento sobre as propriedades da *Poisson* o leitor o poderá consultar o apêndice A.

Como já mencionamos anteriormente, nossa maior motivação pela escolha da distribuição de *Poisson* foi a aderência aos dados e os excelentes resultados alcançados na simulação da distribuição final de perdas.

### **Seleção da Distribuição de Severidade**

A modelagem da severidade<sup>1</sup> é similar a modelagem da frequência, no entanto neste caso as distribuições candidatas são as distribuições contínuas. Assim como para as distribuições de frequência, onde já existe um grupo de distribuições paramétricas que tede[m] a melhor representar o

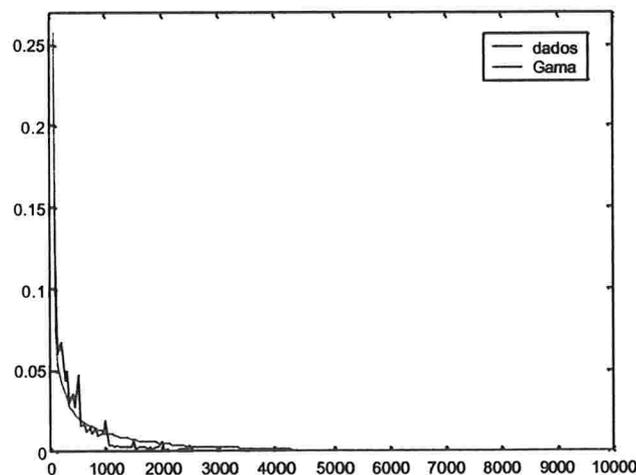
---

<sup>1</sup> Severidade ou impacto é o valor monetário que a instituição financeira perde, caso um evento de risco operacional se materialize.

fenômeno de ocorrência das perdas, para as distribuições de severidade o mesmo ocorre. Neste caso, as distribuições candidatas que aparecem são a *Lognormal*, a *Gama* e a *Weibull* dentre outras. O leitor interessado em conhecer outras distribuições aplicáveis a este problema poderá consultar Cruz, [19].

Para modelar a severidade, como já havíamos mencionado, optamos pela distribuição *Gama*, pois além da aderência muito boa aos dados a simulação desta distribuição. A distribuição *Gama*, além de ser uma distribuição simples, é também uma distribuição bastante flexível, pois tem um parâmetro de ajuste da forma da curva, possibilitando um melhor ajuste dos dados. Para maiores detalhes sobre a distribuição *Gama* o leitor poderá consultar o apêndice B.

Como podemos observar na figura<sup>2</sup> abaixo, a forte concentração de eventos de valores baixos em contraste com a baixa incidência de eventos de valores altos nos levou a acreditar que o ajuste em uma única distribuição de probabilidade de severidades para todos os valores poderia prejudicar a qualidade da modelagem.

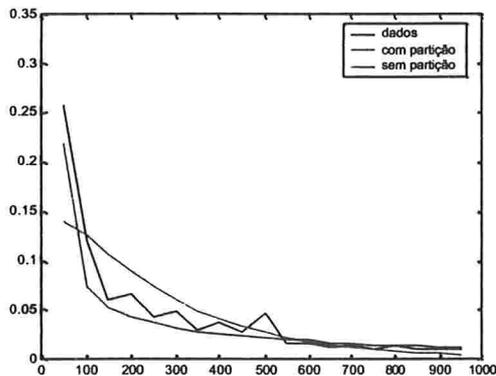


### Ajuste da Severidade

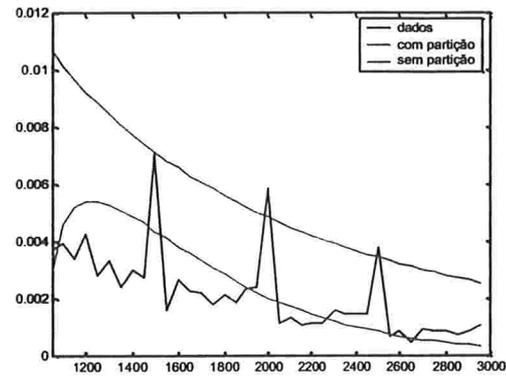
<sup>2</sup> Para facilitar a visualização gráfica do comportamento da severidade limitamos o eixo dos valores das perdas dentro ao intervalo de 0 a 10,000 Unidades Monetárias.

Por esta razão, em nosso trabalho como uma derivação da abordagem clássica do método de distribuição de perdas, realizamos a comparação entre dois modelos distintos para estimação das severidades: no primeiro modelo adotamos o ajuste da severidade por uma única curva para todo o conjunto de dados de severidade. No segundo modelo particionamos o espaço amostral das severidades em alguns intervalos. A segregação nessas faixas procurou agrupar em conjuntos distintos as perdas de valores baixos, intermediários e altos determinados com base na observação dos dados.

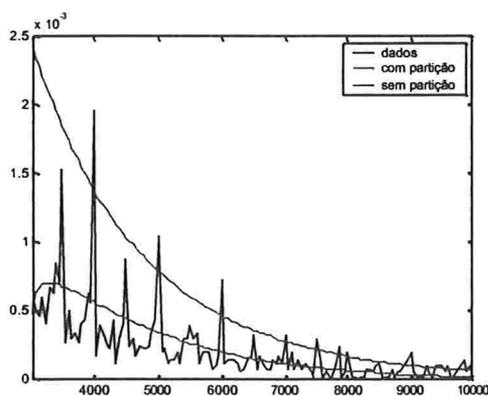
A seguir demonstramos graficamente as diferenças entre os ajustes de severidade utilizando a distribuição *Gama* nos modelos com e sem partição:



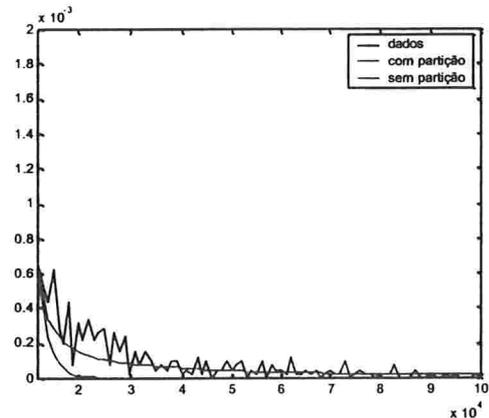
Severidade &lt; 1,000 UM



Severidade 1,000 - 3,000 UM



Severidade 3,000 - 10,000 UM



Severidade &gt; 10,000 UM

Como podemos observar, aparentemente o ajuste da distribuição *Gama* para a severidade no modelo particionado aparenta fornecer um ajuste melhor do que o modelo descrito por uma única curva.

O objetivo desta derivação em um modelo particionado foi verificar se haveria alguma melhora no processo de estimação de perdas, levando em consideração a estimação dos parâmetros de severidade em faixas de valores, principalmente pelo fato de que as perdas de valores baixos têm uma frequência de ocorrência muito alta e as perdas de valores altos são pouco frequentes. Marshal [51] chega a afirmar que *"combinando eventos de frequência extremamente baixa no mesmo modelo com eventos de frequência muito mais alta, é improvável que se consiga bons resultados"*.

No entanto, como veremos na simulação final, apesar do modelo particionado apresentar uma performance melhor, esta vantagem não foi tão significativa que justificasse esta derivação.

#### 4.3 Extensão a abordagem clássica - Introdução das Recuperações

Se consideramos que existe uma chance de recuperação, ainda que pequena e, que esta recuperação pode ser parcial ou total, então podemos dizer que a construção de um modelo de perdas com recuperação afeta a distribuição de perdas e, conseqüentemente a quantidade de capital alocado para risco operacional. Tendo essa motivação, sugerimos o seguinte modelo de distribuição de perdas com recuperação como uma extensão ao LDA padrão:

$$\text{Perda Líquida} = \text{Perda Bruta} - \text{Recuperação}$$

Para construção desse modelo, assumimos que a distribuição de probabilidade das recuperações é desconhecida e que precisamos estimá-la, assim como estimamos a distribuição das perdas. Primeiramente precisamos definir o processo que irá descrever as recuperações.

No modelo de distribuição de perdas com recuperação que aqui propomos existem dois fatores a serem considerados a perda bruta  $X$  e a recuperação  $Z$ :

$$Y = X - Z \quad (4.6)$$

onde  $Y$  seria considerado como a perda "líquida", ou seja, a perda bruta descontada a recuperação.

A ocorrência de uma recuperação em um certo evento de perda é uma variável aleatória, cujos estados possíveis são sucesso (a recuperação ocorrer) ou fracasso (a recuperação não ocorrer). Uma hipótese bastante comum é supor que a ocorrência de recuperação é um processo que segue uma distribuição binomial.

Reescrevendo a equação 4.6 temos

$$Y = X - I.Z \quad (4.7)$$

onde  $I \in \{0, 1\}$  indicando a ocorrência ou não da recuperação.

Em nosso modelo, a variável aleatória  $I$  segue uma distribuição de *Bernoulli*, ou seja:

$$I \sim \text{Bernoulli}(p)$$

onde  $p$  é a probabilidade de ocorrência de recuperação em um evento qualquer.

Para estimar a probabilidade  $p$  de ocorrência de recuperação, utilizaremos o estimador de máxima verossimilhança da distribuição *Binomial*( $n, p$ ), da qual a distribuição de Bernoulli é um caso particular onde  $n = 1$ . Em nosso caso:

$$\hat{p} = \frac{\# \text{ eventos com recuperação}}{\# \text{ total de eventos}}$$

onde a somatória de  $n$  representa o total dos eventos com recuperação e a somatória de  $k$  representa o número total de eventos.

Descrito o processo de ocorrência da recuperação, nosso próximo passo é descrever o processo que determina a taxa de recuperação, dado que houve alguma recuperação em um certo evento.

Podemos escrever o montante recuperado como uma fração da perda no evento:

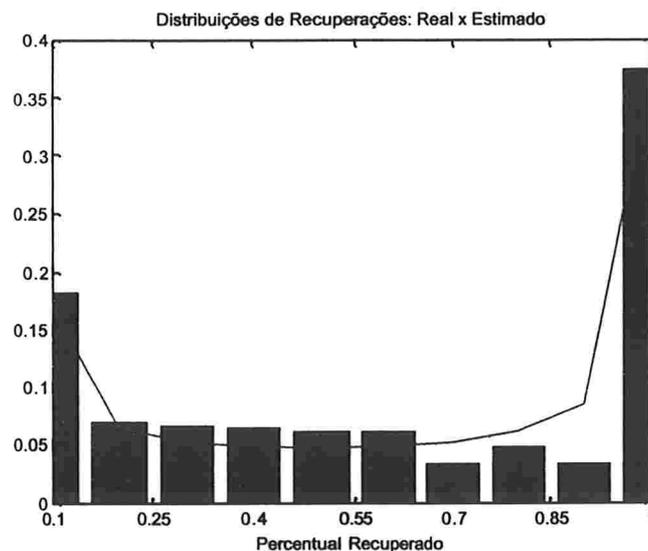
$$Z = X.R$$

onde  $R \in [0, 1]$  é o percentual do valor da perda que foi recuperado.

Reescrevendo novamente a equação 4.7 chegamos a

$$Y = X(1 - I.R) \quad (4.8)$$

Para a variável aleatória  $R$ , adotamos em nosso estudo a distribuição Beta, que além de ser uma distribuição adequada para o domínio  $[0,1]$ , mostrou-se empiricamente ajustar-se bem aos dados conforme podemos observar na análise gráfica abaixo:



Finalmente, podemos dizer que nosso modelo de perdas agregadas com recuperação  $S_R$  pode ser descrito como a soma da distribuição das perdas agregadas com recuperação  $Y_N$ , ou seja,

$$S_R = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_N$$

onde

$$F_{S_R} = P(S_R \leq y)$$

#### 4.4 Cálculo da Distribuição de Perdas Com e Sem Recuperação

*"ninguém deve ir além do necessário para explicar algo" Ocammm<sup>3</sup>*

Na seção 4.1, apresentamos o total de perdas em um período, por exemplo de um ano, como a soma  $S$  das perdas de todos os eventos daquele período:

$$S = X_1 + X_2 + \dots + X_N$$

Conforme visto naquela seção, a função de densidade de probabilidade de uma perda  $x$  é dada por:

$$f_S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n \cdot f_X^{*n}(x)$$

onde  $p_n = P(N = n)$ ,  $f_X(y)$  é a *f.d.p* da severidade  $y$  de um evento e  $f_X^{*n}(x)$  é a *f.d.p.* convoluída de  $f_X$ .

Conforme descrito nas seções anteriores, em nosso estudo combinamos:

$$p_n \sim \text{Poisson}(\lambda)$$

e

$$y \sim \text{Gama}(\alpha, \beta)$$

---

<sup>3</sup> Esta frase é atribuída William of Occam (ou Ockham). Este princípio diz que não se deve fazer mais hipóteses do que o mínimo necessário. Fazendo isto o desenvolvimento de um modelo se tornará muito mais fácil e as chances de introduzir inconsistências, ambiguidades e redundâncias diminuí.

Para cálculo da distribuição frequência e severidade, respectivamente. Para cálculo da distribuição de recuperação, conforme apresentado na seção anterior, consideramos:

$$z \sim \text{Beta}(\alpha, \beta)$$

Nesta seção, resumimos os procedimentos para obtenção da distribuição de perdas agregadas. Como já mencionamos a resolução da distribuição de perdas agregadas é em muitos casos impossível de se obter analiticamente. No entanto, graças ao incrível aumento da capacidade de processamento dos computadores atuais pode ser facilmente obtida através do método simulação numérica.

Neste estudo, para cálculo da distribuição de perdas agregadas utilizamos o método de simulação de Monte-Carlo. A seguir descrevemos em linhas gerais o algoritmo de simulação implementado em Matlab<sup>4</sup>:

Primeiramente, com base nos parâmetros estimados pela distribuição de *Poisson* para o intervalo de uma semana geramos aleatoriamente a frequência de eventos  $N_i$ . Para este conjunto de eventos sorteados na semana, é gerado aleatoriamente os valores de severidade para cada um destes eventos  $X_{ij}$  de acordo com os parâmetros estimados pela distribuição *Gama*. Este conjunto de perdas é então somado formando o que chamamos de perda agregada semanal  $S_i$ . Este fenômeno é repetido recursivamente para o número de cenários escolhido.

Para os modelos onde há a inclusão da recuperação, a única diferença a ser considerada no procedimento de simulação é que agora também sorteamos a taxa de recuperação  $Y_i$  pelos parâmetros estimados pela distribuição *Beta* e descontamos esta taxa do valor da severidade.

---

<sup>4</sup> Matlab é uma solução tecnológica desenvolvida pela Mathworks de grande auxílio no desenvolvimento de algoritmos matemáticos.

Para determinação das perdas agregadas anuais, acumulamos as perdas semanais para o período de 52 semanas. Neste estudo simulamos 10,000 cenários anuais, ou seja, simulamos o equivalente a 52,000 semanas de perdas agregadas.

É a partir desta distribuição de perda agregada simulada, que vamos extrair as estatísticas para cálculo do "*VaR*". No entanto, antes de determinarmos o "*VaR*" precisamos assegurar a robustez do modelo.

Para checar a robustez dos modelos implementados neste estudo utilizamos a técnica conhecida como *Cross-Validation*, cuja descrição se encontra na seção seguinte.

#### 4.5 Validação do modelo através da técnica de Cross Validation

A técnica de *Cross-Validation* consiste em não utilizar todo o conjunto de dados durante o processo de simulação, ou seja, retira-se uma parcela dos dados antes de se iniciar o processo e, então quando a simulação é realizada, a parcela retirada dos dados originais é utilizada para testar a performance dos dados gerados pela simulação. Esta é a idéia básica da técnica de *cross-validation*.

O método de *holdout* é o método mais simples de *cross-validation*. Por este método o conjunto total dos dados são separados em dois subconjuntos de mesmo tamanho chamados de sub-conjunto de treinamento e subconjunto de teste. Primeiramente, a função de aproximação ajusta os dados usando o conjunto de treinamento somente. No próximo passo, a função de aproximação é requerida para prever os valores de resultado do conjunto de treinamento. Os erros gerados são acumulados e através deles podemos calcular a média dos erros e o erro absoluto.

A técnica de *cross-validation* pode ser utilizada tanto para estimar os erros gerados por um determinado modelo, quanto para a seleção de modelos através da escolha daquele com os menores erros gerados.

Apesar da simplicidade de implementação do método de *holdout*, este tipo de análise pode ter uma alta variância, pois pode depender muito dos pontos do conjunto final, onde os testes são executados. Dessa forma, este método torna-se muito dependente de como a divisão dos conjuntos foi estabelecida.

A técnica conhecida para contornar este tipo de problema, que utilizaremos em nosso modelo, é a técnica conhecida como "*k-fold Cross Validation*". Os dados agora são divididos em  $k$  subconjunto se o mesmo procedimento aplicado pelo método de *holdout* agora é aplicado nos  $k$  subconjuntos, ou seja, um dos  $k$  subconjuntos é utilizado como conjunto de teste e outros  $k_{j-1}$  subconjuntos são agrupados para formar o conjunto de treinamento. Da mesma forma que no método anterior, os erros são acumulados para todas as  $k$  simulações computadas. Pelo "*k-fold Cross Validation*" o modelo deixa de ser tão dependente da forma como os subconjuntos são formados e a variância do resultado estimado reduz com o aumento do número de subdivisões  $k$ .

Em nosso trabalho, dividimos o conjunto de dados de perdas  $S$  aleatoriamente em  $K = 5$  subconjuntos disjuntos  $S_1, S_2, \dots, S_K$  tal que:

$$S_k = \frac{S}{K}, \quad k = 1, 2, \dots, K$$

onde cada subconjunto  $S_k$  têm o mesmo tamanho.

A seguir, para cada  $k \in \{1, 2, \dots, K\}$ , separamos o subconjunto  $S_k$  para teste e agrupamos todos os demais subconjuntos para formar o subconjunto de treinamento, que utilizamos para a estimação dos parâmetros e simulação de cenários.

A grande vantagem da técnica de *cross-validation* é que praticamente todo o conjunto de perdas geradas é utilizado, tanto para a construção, quanto para o teste, ver Lauretto [50].

Finalmente computamos o erro através da diferença, relativa e absoluta, entre o resultado obtido na simulação e o resultado observado no  $k$  -ésimo subconjunto. Sobre os erros computados,

podemos calcular os momentos estatísticos, média e desvio padrão, que indicam a qualidade do modelo adotado.

## Capítulo 5

### Análise dos Resultados

Este capítulo é destinado a análise dos dados dos resultados obtidos nos modelos de simulação de Distribuição de Perdas Agregadas. Inicialmente analisamos os erros relativos calculados pela técnica de cross-validation. Em seguida calculamos o "VaR" para risco operacional em cada um dos modelos analisados.

#### 5.1 Análise dos erros

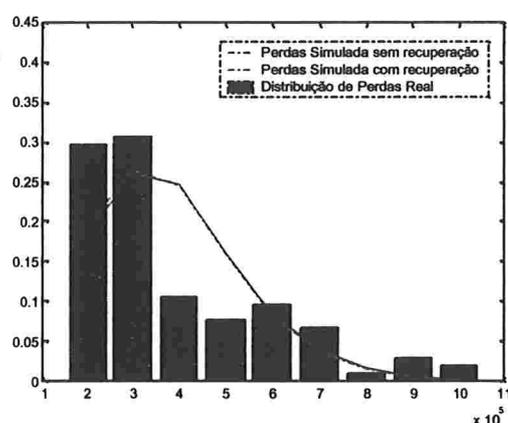
Para o cálculo dos erros relativos utilizando a técnica de Cross-Validation foram simulados 400 cenários de 52 semanas, para cada um dos 5 subconjuntos de dados. Na tabela abaixo, estão resumidas as médias e os desvios padrões dos erros relativos computados através do método de *Cross-Validation* para cada um dos modelos de distribuição de perdas implementados neste estudo:

|                     | <b>Perdas Sem Recuperação</b> | <b>Perdas Com Recuperação</b> |
|---------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Modelos             | Média e Desvio Padrão         | Média e Desvio Padrão         |
| <b>Sem Partição</b> | 2,40% ± 1,71%                 | 6,56% ± 3,68%                 |
| <b>Com Partição</b> | 1,88% ± 1,54%                 | 2,86% ± 3,81%                 |

Como podemos observar pelas estatísticas dos erros relativos, para as perdas modeladas sem recuperação tanto os modelos sem partição, quanto os modelos com partição apresentaram uma performance muito boa na estimação da distribuição de perda agregada, pois a média e o desvio padrão dos erros relativos foram bastante baixos.

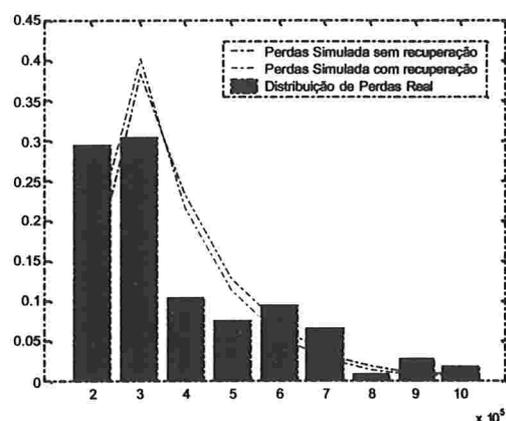
Já para as perdas modeladas com a inclusão da recuperação observamos que a média e o desvio padrão dos erros foram maiores, principalmente no modelo sem partição. Este resultado, apoiado pela análise inicial dos dados, nos leva a crer que talvez a taxa de recuperação seja fortemente influenciada pelo valor da severidade, no entanto para uma análise mais precisa sobre este fenômeno estudos adicionais deverão ser elaborados.

Para se ter uma idéia melhor destes resultados, a seguir representamos graficamente o ajuste dos quatro modelos simulados neste estudo contra os dados de perdas observadas:



Distribuição de Perdas Agregadas Semanais

Modelo sem Partição



Distribuição de Perdas Agregadas Semanais

Modelo com Partição

Como podemos observar pela análise gráfica acima não temos como precisar qual o modelo seria o melhor. Como já mencionamos anteriormente, pelo princípio da simplicidade, o modelo sem partição prevaleceria, no entanto quando incorporamos a taxa de recuperação em nosso estudo, esta vantagem do modelo de distribuição de perdas não particionado seria superada pelo menor média do erro relativo do modelo com partição.

## 5.2 Alocação de Capital nos modelos com e sem recuperação

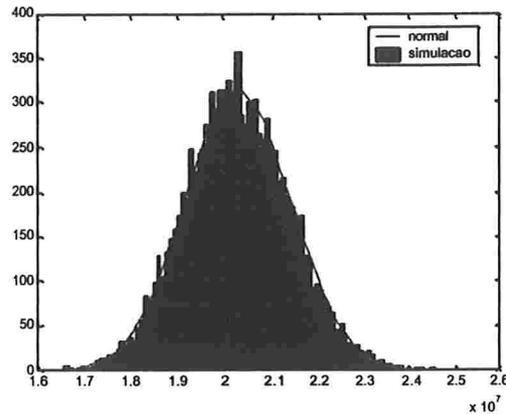
*"In our everyday lives, we are surrounded by uncertainty due to random variation. We often make decisions based on incomplete information. Mostly, we can cope with this level of uncertainty, but in situations where the decision is of particular importance, it can be informative to understand this uncertainty in greater detail, to aid the decision making. Statistics is unique in that it allows us to make formal statements quantifying uncertainty, and this provides a framework for decision making when faced with uncertainty."* Janet Heernan and Jonathan Tawn

Na seção anterior efetuamos uma breve descrição sobre a robustez dos modelos de distribuições de perdas agregadas implementados neste estudo. Nesta seção vamos apresentar os resultados da estimação do "*VaR*"<sup>1</sup> de risco operacional, com base na simulação de 10,000 cenários para cada um destes modelos.

Para cálculo o valor do "*VaR*" de risco operacional adotamos a abordagem paramétrica, apoiados na hipótese do Teorema do Limite Central, que diz que a distribuição estimada tenderá a convergir assintoticamente para uma distribuição normal à medida que o número de simulações aumenta. Analisando histograma abaixo das perdas anuais simuladas, podemos confirmar esta hipótese:

---

<sup>1</sup> O "*VaR*" de risco operacional difere do "*VaR*" utilizado para risco de mercado. Aqui o que queremos estimar não é a volatilidade de preços de ativos, mas sim a perda máxima estimada dentro de período de tempo, dado um intervalo de confiança.



Normal x Histograma das Perdas Simuladas

Finalmente, nas tabelas abaixo estão resumidas as estatísticas dos modelos, com base na simulação de 10,000 cenários:

| Modelo de Distribuição de Perdas sem Partição |                  |                 |                 |                 |                 |
|---|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Estatísticas                                  | media            | desvio          | VaR 95%         | VaR 99%         | VaR 99.99%      |
| Sem Recuperacao                               | \$ 20,285,783.00 | \$ 1,119,786.20 | \$22,525,355.40 | \$22,883,686.98 | \$25,324,820.90 |
| Com Recuperacao                               | \$ 20,076,613.00 | \$ 1,113,518.00 | \$22,303,649.00 | \$22,659,974.76 | \$25,087,444.00 |

| Modelo de Distribuição de Perdas com Partição |                  |                 |                 |                 |                 |
|---|------------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Estatísticas                                  | media            | desvio          | VaR 95%         | VaR 99%         | VaR 99.99%      |
| Sem Recuperacao                               | \$ 20,477,363.00 | \$ 1,128,293.60 | \$22,733,950.20 | \$23,095,004.15 | \$25,554,684.20 |
| Com Recuperacao                               | \$ 19,443,882.00 | \$ 1,059,832.30 | \$21,563,546.60 | \$21,902,692.94 | \$24,213,127.35 |

Como podemos perceber pelos resultados das tabelas acima as diferenças entre as estatísticas do modelos simulados é relativamente pequena. Dessa forma, os valores no risco, "VaR" estimados para risco operacional nestes modelos são bastante parecidos. Como já mencionado anteriormente, a diferença entre os modelos só é notada no modelo particionado onde há a inclusão da recuperação.

## Capítulo 6

### Conclusões

Verificamos neste estudo que o método de Distribuição de Perdas ofereceu uma excelente performance na modelagem dos dados de perdas operacionais, comprovando ser uma excelente ferramenta para mensuração do Risco Operacional. Isto significa que aplicação de técnicas quantitativas para mensuração de risco operacional é perfeitamente factível e que o processo que descreve o risco operacional pode ser suportado por um modelo matemático e não simplesmente por hipóteses subjetivas.

A característica geral dos dados analisados neste trabalho é uma forte concentração de perdas de valores baixos, combinada com poucas perdas de valores altos. Este comportamento nos levou a sugerir uma extensão a abordagem clássica, particionando o conjunto dos dados em regiões distintas de severidades.

Com base nos erros obtidos pela técnica de *Cross-Validation*, observamos, que ao contrário de nossas expectativas, a modelagem considerando uma única curva para a frequência e a severidade se mostrou tão eficiente quanto os modelos em que adotamos particionamento dos dados em diferentes faixas de severidade.

No entanto, as diferenças entre os modelos com partição e sem partição ficaram evidentes, quando incorporamos as taxas de recuperações em nossos modelos. Isso corrobora a idéia de que talvez a fração recuperada seja dependente do tamanho da perda. No entanto, essa dependência deve ser melhor explorada em trabalhos específicos.

Adicionalmente, a introdução da recuperação na modelagem de risco operacional traz à luz uma questão importante na constituição de uma base de dados, ou seja, o processo de coleta não deve

ser focado apenas nas perdas, mas também nas recuperações, dada a possibilidade de redução na parcela de capital alocada para risco operacional.

Finalmente, concluímos através da implementação dos modelos estudados nesta dissertação, que a flexibilidade e a robustez proporcionada pelo Método de Distribuição de Perdas abre caminhos para estudos futuros, visando principalmente a sofisticação deste método.

### A. Distribuição de Poisson

A distribuição de Poisson é a distribuição mais utilizada para descrever os processos de frequência, principalmente pela sua simplicidade e precisão para modelar processos de contagem. Além de ser uma distribuição simples, apenas um parâmetro, a distribuição de Poisson algumas propriedades muito interessantes que veremos logo abaixo.

Primeiramente, vamos formalizar o processo descrito por uma distribuição de Poisson. Seja a função de distribuição de probabilidade representada por

$$p_n = P(N = n), \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

onde,  $p_n$  representa a probabilidade de  $n$  ocorrer, então temos a função geradora

$$P(z) = P_N(z) = E(z^N) = \sum_{n=0}^{\infty} p_n z^n \quad (\text{A.1})$$

A distribuição de Poisson tem a seguinte função de distribuição de probabilidade

$$p_n = \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

De A.1 temos a função de probabilidade geradora, *pgf*:

$$P(z) = e^{\lambda(z-1)}, \quad \lambda > 0$$

A média e a variância podem ser calculadas como

$$E(N) = P'(1) = \lambda$$

$$E[N(N-1)] = P''(1) = \lambda^2$$

$$Var(N) = E[N(N-1)] + E(N) + [E(N)]^2$$

$$= \lambda^2 + \lambda - \lambda^2$$

$$= \lambda$$

Como podemos observar na distribuição de Poisson a Variância é igual a média, além disso esta distribuição tem mais duas características muito úteis na modelagem de perdas operacionais:

**Teorema:** Seja  $N_1, N_2, \dots, N_n$  variáveis independentes de Poisson com parâmetros  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ . Então  $N = N_1 + N_2 + \dots + N_n$  forma uma distribuição de Poisson com os parâmetros  $\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n$ .

**Prova:** A *pgf* da soma de variáveis independentes é o produto de *pgfs* individuais. Para a soma das variáveis de Poisson temos:

$$\begin{aligned} P_N(z) &= \prod_{j=1}^n P_{N_j}(z) = \prod_{j=1}^n \exp[\lambda_j(z-1)] \\ &= \exp \left[ \sum_{j=1}^n \lambda_j(z-1) \right] \\ &= e^{\lambda(z-1)} \end{aligned}$$

Onde,  $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n$

**Teorema:** Supondo que o número de eventos  $N$  é uma variável aleatória de Poisson com média  $\lambda$ . Adicionalmente considere que cada evento pode ser classificado em uma das  $m$  classes de probabilidade  $p_1, p_2, \dots, p_m$  independente de todos os eventos. Então o número de eventos  $N_1, N_2, \dots, N_m$  correspondem aos eventos do tipo 1, 2,  $\dots$ ,  $m$  respectivamente e são variáveis aleatórias de Poisson com médias  $\lambda_{p_1}, \lambda_{p_2}, \dots, \lambda_{p_m}$  respectivamente.

**Prova:** Para um  $N = n$  fixo, a distribuição condicional conjunta de  $(N_1, N_2, \dots, N_m)$  é uma polinomial com parâmetros  $(n, p_1, p_2, \dots, p_m)$ . Também para  $N = n$ , a distribuição condicional marginal de  $N_j$  é uma binomial com os  $(n, p_j)$ .

A distribuição conjunta de  $N_1, N_2, \dots, N_m$  é dada por

$$\begin{aligned}
P_N(N_1 = n_1, \dots, N_m = n_m) &= P_N(N_1 = n_1, \dots, N_m = n_m | N = m) \cdot P(N = n) \\
&= \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_m!} p_1^{n_1} \dots p_m^{n_m} \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!} \\
&= \prod_{j=1}^m e^{-\lambda p_j} \frac{(\lambda p_j)^{n_j}}{n_j!}
\end{aligned}$$

Onde,  $n = n_1 + n_2 + \dots + n_m$ . Similarmente, temos a distribuição marginal de  $N_j$

$$\begin{aligned}
P(N_j = n_j) &= \sum_{n=n_j}^{\infty} P(N_j = n_j | N = m) \cdot P(N = n) \\
&= \sum_{n=n_j}^{\infty} \binom{n}{n_j} p_j^{n_j} (1 - p_j)^{n-n_j} \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!} \\
&= e^{-\lambda} \frac{(p_j)^{n_j}}{n_j!} \sum_{n=n_j}^{\infty} \frac{[\lambda(1 - p_j)]^{n-n_j}}{(n - n_j)!} \\
&= e^{-\lambda} \frac{(p_j)^{n_j}}{n_j!} e^{\lambda(1-p_j)} \\
&= e^{-\lambda p_j} \frac{(\lambda p_j)^{n_j}}{n_j!}
\end{aligned}$$

### Estimadores da distribuição de frequência - Poisson

Seja  $n_k$  o número de anos e  $k$  o número de perdas ocorridas durante esses anos, então a frequência esperada é

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} k n_k}{\sum_{k=0}^{\infty} n_k}$$

onde  $n_k$  representa o número de valores observados com uma frequência  $k$ .

Supondo que a verossimilhança de uma observação  $k$  é  $p_k$ , então para toda a amostra a verossimilhança é

$$L = \prod_{k=0}^{\infty} p_k^{n_k} \tag{A.2}$$

e aplicando o logarítmo em A.2 temos

$$l = \sum_{k=0}^{\infty} n_k \log p_k$$

Como na distribuição de Poisson, existe apenas um parâmetro a maximização se torna elementar

$$p_k = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

aplicando logarítmo

$$\log p_k = -\lambda + k \log \lambda - \log k! \quad (\text{A.3})$$

para maximizar esta função, primeiro diferenciamos o A.3 em relação a  $\lambda$

$$\frac{\partial l}{\partial \lambda} = -n + \sum_{k=0}^{\infty} k n_k \frac{1}{\lambda}$$

e depois igualamos a zero onde obtemos a função de máxima verossimilhança da distribuição de Poisson

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} k n_k}{n}$$

Um característica interessante da distribuição de Poisson é que os estimadores de máxima verossimilhança são idênticos aos estimadores de momentos, ou seja, tem média

$$E(\hat{\lambda}) = E(N) = \lambda$$

e variância

$$Var(\hat{\lambda}) = \frac{Var(N)}{n} = \frac{\lambda}{n}$$

outra característica importante é o que o estimador de máxima verossimilhança é normalmente distribuído, com a média e variância:

$$Var(\hat{\lambda}) = \left\{ -n E \left[ \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} \log p_N \right] \right\}^{-1}$$

$$\begin{aligned}
&= \left\{ -nE \left[ \frac{\partial^2}{\partial \lambda^2} (-\lambda + N \log \lambda - \log N) \right] \right\}^{-1} \\
&= \left[ -nE \left( \frac{N}{\lambda^2} \right) \right]^{-1} \\
&\quad (n\lambda^{-1})^{-1} = \frac{\lambda}{n}
\end{aligned}$$

### B. Distribuição Gama

Seja  $X = X_1, X_2, \dots, X_n$  o vetor de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas por uma Gama temos

$$f_{X_i}(x, \alpha, \beta) = \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\beta x}, \quad \text{onde } x \geq 0, \alpha > 0, \beta > 0 \quad (\text{B.4})$$

onde

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} u^{\alpha-1} e^{-u} du$$

A distribuição Gama é uma distribuição de dois parâmetros. Uma constante escalar  $\beta$  e um parâmetro de forma  $\alpha$  :

Se  $\alpha < 1$ , a função de densidade de probabilidade tem um comportamento assintótico no ponto  $x = 0$ , decrescendo no limite inferior;

Se  $\alpha = 1$ , a função de densidade de probabilidade se torna exponencial a uma taxa constante;

Se  $\alpha > 1$ , a função de densidade de probabilidade é nula no ponto  $x = 0$ , cresce até uma moda e decresce novamente para zero quando  $x$  tende ao infinito;

### **Estimadores da distribuição de severidade - Gama**

A função de verosimilhança de  $X$ , distribuído por uma Gama é

$$L_X(\alpha, \beta) = \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i, \alpha, \beta)$$

$$= \frac{1}{\beta^{n\alpha} \Gamma^n(\alpha)} \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^n x_i\right) \quad (\text{B.5})$$

e aplicando o logaritmo em B.5 temos

$$l = -n\alpha \log \beta - n \log \Gamma(\alpha) + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^n \log x_i - \frac{1}{\beta} \sum_{i=1}^n x_i \quad (\text{B.6})$$

diferenciando B.6 primeiramente com relação a  $\alpha$  temos

$$\frac{\partial l}{\partial \alpha} = -n\alpha \log \beta - n \frac{\Gamma'(\alpha)}{\Gamma(\alpha)} + \sum_{i=1}^n \log x_i \quad (\text{B.7})$$

igualando B.7 a zero chegamos a

$$\log \beta + \frac{\Gamma'(\alpha)}{\Gamma(\alpha)} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log x_i \quad (\text{B.8})$$

agora diferenciando B.6 com relação  $\beta$  temos

$$\frac{\partial l}{\partial \beta} = -\frac{n\alpha}{\beta} + \frac{1}{\beta^2} \sum_{i=1}^n \log x_i \quad (\text{B.9})$$

e depois igualando B.9 a zero chegamos a

$$\alpha\beta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (\text{B.10})$$

finalmente substituindo  $\beta$  de B.8 na equação B.10 chegamos a

$$\frac{\Gamma'(\alpha)}{\Gamma(\alpha)} - \log \alpha = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log x_i - \log\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i\right) \quad (\text{B.11})$$

Da equação B.10 obtemos o  $\beta$ . Para obter o  $\alpha$  é preciso resolver numericamente a equação B.11.

Um resultado interessante é que  $E(\hat{X}) = E(X) = \alpha\beta$  e  $Var(\hat{X}) = Var(X) = \alpha\beta^2$ .

## Referências

- [1] ABN AMRO Bank (2002), "Operational Risk Policy", Amsterdam, July 2002
- [2] Álvarez,G (2001) Operational Risk Quantification, Mathematical Solutions for Analyzing Loss Data, May 2001
- [3] Barnhil Jr, T.M., Gleason, K, (2002) "O Novo Acordo da Basileia: a importância de estrutural conceitual", Resenha BM&F - 150
- [4] Basel Committee on Banking Supervision (1997), "Core principles for effective banking supervision", Basel, September 1997
- [5] Basel Committee on Banking Supervision (1998), "Framework for the evaluation of internal control systems", Basel, January 1998
- [6] Basel Committee on Banking Supervision (1998), "Operational risk management, Basel", September 1998
- [7] Basel Committee on Banking Supervision (1999), "Core principles methodology", Basel, October 1999
- [8] Basel Committee on Banking Supervision (2001), "Operational risk". Supporting document to the new Basel capital accord, Consultative document, Basel, January 2001
- [9] Basel Committee on Banking Supervision (2001), "QIS 2 - Operational loss risk data, Guidance note to Quantitative Impact Survey", Basel, May 2001
- [10] Basel Committee on Banking Supervision (2001), "Working paper on the regulatory treatment of operational risk", Basel, September 2001
- [11] Basel Committee on Banking Supervision (2003), "Overview of The New Basel Capital Accord", Consultative document, Basel, April 2003
- [12] Basel Committee on Banking Supervision (2003), "The 2002 Loss Data Collection Exercise for Operational Risk: Summary of the Data Collected", Basel, March 2003
- [13] Ceske,R.(1999) Operational Risk: Current Issues and Best Practices, Operational Risk Group, GARP July 28, 1999
- [14] Coleman,R. (2002) Operational Risk: Modelling Extremes, Actuarial Teaching and Research Conference 8th and 9th July 2002 Christ Church, Oxford
- [15] Coleman,R.(2000) Using Modelling in Operational Risk Management, Conference "Operational Risk in Retail Financial Services" 19th & 20th June 2000, The Mayfair Conference Centre, London

- [16] Cruz, M.,(1998), Modeling and Measuring Operational Risk, Journal of Risk 1(1), pages 63-72, 1998.
- [17] Cruz, M.(2001) Developing an Operational VAR Model using EVT, Advances in Operational Risk, Londres, Editora Risk Books, 2001.
- [18] Cruz, M.R. Coleman and G Salking (2001) Statistical/Actuarial Modeling and Econometric Causal Models, apresentado na Mastering and Applying Operational Risk Quantification Methods, Nova York, Julho/2001.
- [19] Cruz, M., (2002), Modeling, Measuring and Hedging Operational Risk, Londres, John Wiley & Sons, Ltd, 2002.
- [20] Daykin,C. D., Pentikainen, T.and Pesonen,M.,(1994), "Practical risk theory for actuaries", Chapman and Hall, 1994.
- [21] Deloach, J. W., (2000) Enterprise-wide Risk Management (EWRM), Financial Times, Prentice Hall, 2000
- [23] Duarte, A. M. Jr, (2000) Risco: Definições, Tipos, Medição e Recomendações para seu Gerenciamento, Resenha BM&F - 114
- [24] Duarte, A. M. Jr, J.,M. R., Mohr, E.F, (2002), Gerenciamento de Riscos Operacionais e sua Evolução no Mercado Financeiro Brasileiro, Resenha BM&F - 146
- [25] Ebnother, S.,Vanini,P.,Mcneil,A., Antolinez,P. (2002) Operational Risk: Practitioner´s View, Zurich, October 2002.
- [26] Efron, B. (1983), "Estimating the error rate of a prediction rule: Improvement on cross-validation," J. of the American Statistical Association.
- [27] Efron, B. and Tibshirani, R.J. (1993), An Introduction to the Bootstrap, London: Chapman & Hall.
- [28] Egeraat, F.J.M. van,(2001) The Value of Operational Risk'Allocating capital for operational risk in a value based banking environment,
- [29] Embrechts, P.,(2000), Extremes and Integrated Risk Management, Risk Books in association with UBS Warburg, July 2000.
- [30] Embrechts, P.,Kluppelberg, C. and Mikosch,T.,(1997) Modelling Extremal Events, Springer, 1997.
- [31] Federal Reserve Bank of Boston, (2001) Operational Risk Management: A Practical Approach and its Regulatory Implications, November 2001
- [32] Feller, W.(1970) An Introduction to probability Theory and Its Applications, Volume I, Third Edition revised, June 1970.
- [33] Financial Services Authority, (2002), Operational risk systems and controls, July 2002

- [34] Goodhart,C. (2001) Operational Risk, Special Paper 131, September2001
- [35] Guldumann,T.(2001), Capital Allocation for Operational Risks, The Federal Reserve Bank of Boston November 15, 2001
- [36] H. Panjer, (1986), "Proceedings of Symposia in Applied Mathematics", Actuarial Mathematics, 35, Amer. Math. Soc.,1986
- [37] Hans-Ulrich Doerig, (2000) Operational Risk in Financial Services, Institut International D'Etudes Bancaries, London, October 2000
- [38] Heckman & Meyers, (1983) The calculation of aggregate loss distributions from claim severity and claim amount distributions, 1983, Proc. Casualty Actuarial Soc., LXX, 22-61.
- [39] Hjorth, J.S.U. (1994), Computer Intensive Statistical Methods Validation, Model Selection, and Bootstrap, London: Chapman & Hall.
- [40] Insurance of Operational Risk Under the New Basel Capital Accord, (2001), A Working Paper submitted by Insurance Companies, November 7, 2001
- [41] ITWGOR, (2001) Industry Technical Working Group on Operational Risk, "Loss Distribution Approach for Operational Risk", November 2001.
- [42] ITWGOR, (2001), Industry Technical Working Group on Operational Risk, "Regulatory Holding Period for OR Capital Calculations", November 2001.
- [43] J.P. Morgan, (1997) RiskMetrics<sup>TM</sup>, "Technical Document", New York - 1996
- [44] J.P. Morgan, (1997), CreditMetrics<sup>TM</sup>, "Technical Document", New York - 1997
- [45] Kaiser,T.(1996) The Quantitative Methods of Operational Risk, CFSforum Operational Risk
- [46] King, J.L.,(2001) Operational risk. Measurement and Modelling, John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, 2001
- [47] Kingsley, S., A. Rolland, A. Tinney and P. Holmes,(1998), Operational risk and financial institutions: getting started, In: Arthur Andersen, Operational risk and financial institutions, Risk Books, London, December 1998
- [48] Klugman, S. A, Panjer, H. A. and Willmot, G. E.,(1998), Loss Models – From Data to Decisions, John Wiley & Sons,Ltd, 1998.
- [49] Klugman, S. A, Rioux, J., (2002), "Toward a unified approach to fitting loss models", July 2002
- [50] Lauretto, M. (1996), "Árvores de Classificação para Escolha de Estratégias de Operação em Mercados de Capitais", São Paulo
- [51] Marshal, C. L., (2000) Measuring and Managing Operational Risk in Financial Institutions, John Wiley & Sons, Ltd,Asia, 2000.
- [52] Medova, E. A. and Kyriacou,M. N.(2001), "Extremes in operational risk management", University of Cambridge, March 2001

- [53] Medova, E. A., (2001) Operational Risk Capital Allocation and Integration of Risk. Advances in Operational Risk, Londres, Editora Risk Books, 2001.
- [54] P. Jorion.(1997), "Value at risk: A Nova Fonte de Referência para o Controle de Risco de Mercado", 1997
- [55] Powojowski,M.R., Diane Reynolds and Hans J.H. Tuenter(2002), Dependent Events and Operational Risk Algo Research Quartely, Summer 2002
- [56] Reynolds, D., Syer,D., (2002), Mark to Future and Operational Risk, Algo Research Quartely, Summer 2002
- [57] Reynolds, D., Syer,D.,(2002) "The Actuarial Approach to Loss Distributions," Diane Reynolds and Dave Syer Algo Research Quartely, Summer 2002
- [58] Reynolds, D.,(2002) "BIS II and Beyond", Algo Research Quartely, Summer 2002
- [59] Risk Publications, (1999) "OperationalRisk",Risk Special Report , London, November 1999
- [60] Risk Publications, (1999), "OperationalRisk",Risk Special Report , London, July 1999
- [61] Rodger, C. and Petch, J., (1999), Uncertainty & Risk Analysis, PWC, United Kingdom, April 1999
- [62] Roehr, A., (2002), "Modelling Operational Losses", Algo Research Quartely, Summer 2002
- [63] Ross, S. M.,(2001), Introduction to Probability Models, Seventh Edition, Harcourt Academic Press, 2001
- [64] Sparrow, A, (2000), "A Theoretical Framework for Operational risk management and opportunity realisation", 2000
- [65] Stone, C. A. Zissu,(1994) A. Global Risk based capital regulations. New York, Irwin Professional Publishing, 1994.
- [66] Vose, D., (2000) Risk Analysis. Chichester, Wiley Finance, 2000.