UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
ESCOLA DE ENGENHARIA DE LORENA

NEIMAR JULIANO ALBANO DA SILVA

Laboratório de Matemática: Jogos matemáticos no ensino de funções com a
utilização da metodologia ABP

Lorena
2019

NEIMAR JULIANO ALBANO DA SILVA

Laboratório de Matemática: Jogos matemáticos no ensino de funções com a
utilização da metodologia ABP

Dissertação apresentada à Escola de
Engenharia de Lorena da Universidade
de São Paulo para obtenção do título
de Mestre em Ciências do Programa de
Mestrado Profissional em Projetos
Educaçãoais de Ciências.

Orientador: Prof. Dr. Estaner Claro
Romão

Versão Corrigida

Lorena
2019

AUTORIZO A REPRODUÇÃO E DIVULGAÇÃO TOTAL OU PARCIAL DESTE TRABALHO, POR QUALQUER MEIO CONVENCIONAL OU ELETRÔNICO, PARA FINS DE ESTUDO E PESQUISA, DESDE QUE CITADA A FONTE

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema Automatizado
da Escola de Engenharia de Lorena,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Silva, Neimar Juliano Albano da
Laboratório de Ensino de Matemática: Jogos
matemáticos no ensino de funções com a utilização da
metodologia ABP / Neimar Juliano Albano da Silva;
orientador Estaner Claro Romão - Versão Corrigida. -
Lorena, 2019.
86 p.

Dissertação (Mestrado em Ciências - Programa de
Mestrado Profissional em Projetos Educacionais de
Ciências) - Escola de Engenharia de Lorena da
Universidade de São Paulo. 2019

1. Aprendizagem baseada em projetos. 2.
Estimular. 3. Metodologia de ensino. 4. Jogos
matemáticos. 5. Funções. I. Título. II. Romão, Estaner
Claro, orient.

Dedico este trabalho aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

A Deus.

A minha família.

A minha noiva.

A meus amigos pelo apoio.

Aos gestores e professores das duas escolas em que apliquei o projeto.

Ao meu orientador pelo compromisso.

“Na maior parte das ciências, uma geração põe abaixo o que a outra construiu, e o que a outra estabeleceu a outra desfaz. Somente na Matemática é que cada geração constrói um novo andar sobre a antiga estrutura.”

(Hermann Hankel)

RESUMO

SILVA, Neimar Juliano Albano Da. **Laboratório de Matemática: Jogos matemáticos no ensino de funções com a utilização da metodologia ABP.** 2019. 86 p. Dissertação (Mestrado em Ciências) – Escola de Engenharia de Lorena, Universidade de São Paulo, Lorena, 2019.

Nesta dissertação, abordamos a Metodologia Ativa de Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP) e a metodologia de Jogos no ensino de Funções. Ambas podem ser utilizadas como forma diferenciada para estimular o aprendizado dos alunos. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) no ensino da matemática é necessário iniciar os alunos nos conceitos de raciocínio lógico; capacidade de trabalhar em grupos; desenvolver a independência do mesmo no cotidiano com o auxílio no ensino por meio de metodologias ativas e de maneira lúdica. Com a utilização destes recursos pretende-se que o aluno aprenda a partilhar seus conhecimentos e aprendizados com o outro, e dividir as ideias e as experiências vivenciadas. Esses tipos de atividades fornecem ao adolescente um ambiente no qual ele sente-se motivado a buscar uma nova aprendizagem que o faça sentir prazer em aprender. A presente pesquisa foi dividida em duas etapas, a primeira utilizou-se a metodologia da ABP e o produto que esta gerou foram os jogos matemáticos nos quais os alunos aprenderam de forma prática as funções. E em uma etapa posterior a metodologia de ensino desenvolvida foi a de Jogos no ensino de funções. Os resultados coletados se dividem em quantitativos como um bom avanço nos níveis de aprendizagem de funções e qualitativos como melhor participação nos trabalhos em grupos e interações em sala de aula.

Palavras chave: Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP). Estimular. Metodologia de Ensino. Jogos Matemáticos. Funções.

ABSTRACT

SILVA, Neimar Juliano Albano Da. **Laboratory of Mathematics: Mathematical games in teaching functions using the ABP methodology.** 2019. 86 p. Dissertation (Master of Science) - Escola de Engenharia de Lorena, Universidade de São Paulo, Lorena, 2019.

In this dissertation, we approach the Active Methodology of Project-Based Learning (ABP) and the methodology of Games in the teaching of Functions. Both can be used as a differentiated way to stimulate student learning. According to the National Curricular Parameters (NCP) in the teaching of mathematics it is necessary to initiate the students in the concepts of logical reasoning; ability to work in groups; develop the independence of the same in the daily life with the aid in teaching through active and playful methodologies. With the use of these resources it is intended that the student learn to share his knowledge and learning with the other, and share the ideas and experiences. These types of activities provide the adolescent with an environment in which he or she feels motivated to seek new learning that makes him or her enjoy learning. The present research was divided in two stages, the first one was used the methodology of the BPA and the product that it generated were the mathematical games in which the students learned in a practical way the functions. And in a later stage the methodology of teaching developed was that of Games in the teaching of functions. The results collected are divided into quantitative as a good advance in the levels of learning of functions and qualitative as better participation in the work in groups and interactions in the classroom.

Keywords: Project-Based Learning (PBL). Encourage. Teaching Methodology. Mathematical games. Functions.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Processo de execução dos jogos.....	37
Figura 2 - Processo de execução dos jogos	37
Figura 3 - Processo de execução dos jogos	38
Figura 4 - Construção dos jogos.....	39
Figura 5 – Cartela do Jogo Bingo das Funções.....	48
Figura 6 – Cartela do Jogo Bingo das Funções.....	48
Figura 8 – Cartela do Jogo Máquina das Funções.....	50
Figura 9 – Cartela do Jogo Máquina das Funções.....	50
Figura 10 - Desenvolvimento dos jogos.....	51
Figura 11 - Desenvolvimento dos jogos.....	52
Figura 12 - Desenvolvimento dos jogos.....	52
Figura 13 - Habilidades que foram trabalhadas no pré e pós-teste com a AAP.....	56
Figura 14 - Habilidades que foram trabalhadas na Recuperação com a AAP.....	72

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Resultados do Pré-teste e Pós-teste 3ºano, Turma 1.....	57
Gráfico 2 - Resultados do Pré-teste e Pós-teste 3ºano, Turma 2.....	58
Gráfico 3 - O que você achou dos jogos?.....	66
Gráfico 4 - Notas para os jogos.....	68
Gráfico 5 - Gostaram dos jogos?.....	68
Gráfico 6 - O que vocês aprenderam com os jogos?.....	69
Gráfico 7 - Gostaram da apresentação?.....	69
Gráfico 8 - Resultados antes e depois da recuperação.....	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Sequência didática da aplicação do projeto realizado no 3º Bimestre do 3º ano do ensino médio regular do ano de 2017.....	41
Tabela 2 – Resultados antes da Recuperação do 1ºA e B.....	49
Tabela 3 – Resultados do Pré-teste e Pós-teste 3ºano, Turma 1.....	46
Tabela 4 – Resultados do Pré-teste e Pós-teste 3ºano, Turma 2.....	57
Tabela 5 – Resultados antes e após a Recuperação do 1ºA e B.....	57
Tabela 6 – Fechamento do 1º Bimestre antes e depois da Avaliação de recuperação respectivamente.....	74
Tabela 7 – Classificação dos valores do tamanho do ganho educacional pelo fator G de Gery.....	76

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	21
2. A MATEMÁTICA NO CONTEXTO HISTÓRICO	24
2.1 Matemática no Ensino Médio	25
3. LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA.....	28
3.1 Aprendizagem Baseada em Projetos.....	29
3.2 O Ensino com Jogos.....	33
4. METODOLOGIA	36
4.1 Metodologia Ativa ABP como Base para o Aprendizado das Funções	36
4.2 Metodologia de Jogos no Ensino de Funções.....	43
4.3 Metodologia da Pesquisa Qualitativa	53
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	55
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	78
REFERÊNCIAS	79
Anexo A	82

1. INTRODUÇÃO

Na atualidade, devido aos baixos índices em avaliações externas como SARESP e a Prova Brasil na disciplina de matemática, as escolas de ensino básico estão buscando um ensino que promova um maior interesse pelo aprendizado nos alunos. Isto faz parte das mudanças pelas quais as escolas de ensino básico estão passando. Diante dessa realidade, faz-se necessário que os professores utilizem formas diferenciadas de ensino como estratégias para incentivar e estimular o aprendizado do aluno e neste caso citamos a metodologia ativa da Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP) e a metodologia de Jogos matemáticos no ensino. A presente pesquisa foi dividida em duas etapas sendo que na primeira utilizou-se a metodologia ABP, e o produto que esta gerou foram os jogos matemáticos construídos pelos alunos de um 3º ano de uma escola no interior do Estado de São Paulo nos quais estes aprenderam de forma prática o conteúdo funções, e em uma segunda etapa a aplicação foi de Jogos pré-estabelecidos pelo professor para recuperação do aprendizado de funções de alunos do 1º ano em outra escola também do interior de São Paulo que se diferencia da outra escola por ser de tempo integral. O texto também tentará responder algumas questões como: A metodologia ABP pode ser utilizada para o ensino de funções? E em uma comparação com as duas aplicações, qual dará melhores resultados?

A meta consistiu em investigar de que forma a utilização da ABP, em um 3º ano do ensino médio, pode ser utilizada no ensino de funções, nesta primeira aplicação, com a utilização da metodologia ABP, os alunos puderam usar a imaginação e a sua forma de organização e o trabalho em equipe que são habilidades essenciais para a atual realidade do campo de atividades produtivas e criativas e que tem ligação com o ambiente de aprendizado que transfere o conhecimento para o discente e que o prepara para a sua nova realidade de vida após a conclusão de seus estudos, seguindo o que se pede no PCN. Na segunda aplicação, com outros estudantes de 1º ano do ensino médio e em um novo local, o professor que também é o pesquisador definiu os Jogos que os alunos iriam jogar e a finalidade de aprendizagem e sociabilidade destes. Analisaram-se como essas práticas podem ser explicadas e discutidas com os alunos. Analisou-se também a importância da utilização de um espaço provido de instalações com

materiais necessários para o ensino das ciências exatas de forma prática no decorrer do projeto.

Grande parte dos alunos do Ensino Médio apresentam dificuldades na aprendizagem da matemática, um dos fatores é o espaço que existe entre o que se conhece cientificamente e sua aplicação no cotidiano. Tendo como base os dados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) de 2015, que mostrou que a nota de matemática no estado de São Paulo foi 3,9 e ficou abaixo da meta que era de 4,2, foi constatada a necessidade de elaborar uma combinação de conjuntos de elementos que tem por objetivo mostrar que são vantajosos e apresentam condições satisfatórias para o caminho que se percorre dentro do sistema no qual adquire-se o conhecimento das ciências exatas. Entre os principais conceitos matemáticos estão os estudos das funções no currículo escolar do ensino médio e o entendimento dos fenômenos relacionados às variadas áreas do conhecimento, que se tornaram necessário serem trabalhados no conteúdo do atual projeto.

Esta proposta foi elaborada a partir da verificação desses dados do Ideb, da avaliação de estudos preliminares com os alunos, e da existência de dificuldades em relação a compreensão e aprendizagem relacionados às funções. Segundo os dados obtidos no Índice de Desenvolvimento da Educação de São Paulo (IDESP) os discentes finalizam o ensino médio com insatisfatória aprendizagem deste conteúdo. Com isto observou-se a necessidade de ensinar funções de uma forma diferente da tradicional (centralizada no docente e na forma como ele passa a informação que ele detém, mostrando seu conhecimento sobre o assunto e como ele dirige no caminho que escolhido para que o discente aprenda e assim sendo o apresenta como modelo a ser seguido), levando em consideração que o ensino não deve ser colocado como antecedente da aprendizagem. Por isto, tornou-se essencial a escolha do ensino de funções pelos jogos matemáticos, que foram construídos pelos alunos da primeira aplicação com o respaldo em sala de aula do docente. E com a segunda turma “apenas” jogando os jogos escolhidos pelo professor.

O objetivo do atual projeto foi o de mostrar que é possível aprimorar a qualidade do ensino da matemática e especificamente o ensino das funções pela metodologia ABP. No trabalho desenvolvido discutiu-se a importância de criar um local diferente para a transferência de conhecimento sobre a ciência exatas como

o LEM e a utilização deste na construção dos jogos que serão desenvolvidos pelos alunos, bem como armazenamento e espaço com mesas e ferramentas para jogos em grupos. O projeto teve por meta utilizar os mecanismos inter e multidisciplinares.

Esta dissertação está subdividida em quatro capítulos. O primeiro capítulo busca contextualizar a realidade do ensino da matemática nas escolas tomando como base a mesma em que o professor que também é o pesquisador trabalha, além de introduzir os principais objetivos da pesquisa. O segundo capítulo traz uma introdução ao ensino da matemática com enfoque para o ensino médio. Dando-se continuidade, o capítulo seguinte, traz referências para os principais assuntos do texto que são o ambiente adaptado para o aprendizado das funções com jogos. Por fim o quarto capítulo descreve a aplicação do trabalho, a escolha e a utilização da metodologia qualitativa a elaborar conclusões da aplicação do projeto.

2. A MATEMÁTICA NO CONTEXTO HISTÓRICO

Atualmente, segundo o autor D'Ambrosio (1996) e nossa própria vivência como professor, surge a necessidade de uma maior exploração da História da Matemática no ambiente de sala de aula, principalmente, no ensino médio. Esse conteúdo deixou de ser um recurso apresentado nos livros didáticos, mas ele pode ser utilizado de forma a trazer inovações para prática pedagógica, com a possibilidade de proporcionar melhores rendimentos dentro do processo educativo.

A História da Matemática é importante na formação do aluno porque dá a ele a noção de que esta é constituída por erros e acertos. Tendo em vista estes válidos argumentos e para melhor contextualizar o uso de novas práticas no processo de ensino aprendizagem se realizou uma pesquisa histórica sobre a matemática e também como ela é ensinada nos tempos atuais na educação básica (D'AMBRÓSIO, 1996).

De acordo com as Diretrizes do Ministério da Educação (BRASIL, 2000) a matemática nos dias de hoje passa por uma transformação, o que é natural olhando para a história desta nos tempos passados, os meios de coletas de dados e de processamento destes mudaram. Vivemos na era dos recursos tecnológicos avançados, computadores, das comunicações e da informática em geral. Toda essa transformação surge no início do século XXI. Os alunos de hoje têm em suas mãos informações que os alunos de outrora não tinham e caberá aos pesquisadores de Educação perceberem a necessidade de um currículo baseado em ferramentas do mundo moderno.

Segundo D'Ambrosio (1996) a matemática é conceituada como a ciência dos números e das formas, das relações, e medidas das inferências e suas características se direcionam para o rigor, a precisão e a exatidão. E contextualizar a matemática é essencial para o ensino da mesma principalmente para os alunos do ensino básico.

A Teoria em conjunto com a prática direciona o aluno a praticar de acordo com essa teoria até atingir os resultados desejados. Assim tem-se a necessidade de espaços diferenciados dentro das escolas para esta prática como o laboratório de ensino de matemática o que será visto a frente neste trabalho.

2.1 Matemática no Ensino Médio

Segundo o Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) no ensino médio com duração mínima de 03 anos tem como finalidade e diretrizes voltadas para o conhecimento matemático e científico, buscando consolidar e aprofundar os conhecimentos adquiridos no ensino fundamental. Possibilitando que os alunos prossigam nos estudos, compreendam os fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, fazendo a relação entre a teoria e a prática no ensino de cada disciplina e o domínio dos princípios científicos e tecnológicos que presidem à produção moderna (BRASIL, 2000). E de acordo com as Diretrizes do MEC relação aos campos da matemática, são objetivos específicos do ensino da matemática no ensino médio:

- Utilizar o sistema de numeração as operações suas propriedades e suas regularidades nos diversos conjuntos numéricos;
 - Empregar corretamente os conceitos e procedimentos algébricos incluindo o uso do importante conceito de função e de suas várias representações como gráficos, tabelas, fórmulas, etc.;
 - Conhecer as propriedades geométricas das figuras planas e sólidas e suas representações gráficas e algébricas bem como reconhecer regularidade nelas;
 - Compreender os conceitos fundamentais de grandezas e medidas e saber usá-los na formulação e resolução de problemas;
 - Utilizar os conceitos e procedimentos da estatística e da probabilidade valendo-se para isso da combinatória entre outros recursos.
- (portal.mec.gov.br)

Com relação à disciplina de Matemática as orientações curriculares apresentadas neste texto, têm o intuito de suscitar discussões e fornecer subsídios para opções de ênfase no conhecimento matemático, essencial à formação do aluno no ensino médio. Mas as opções também devem adequar-se ao projeto político pedagógico de cada escola (BRASIL, 2000).

Sabe-se que na organização curricular deverá haver equilíbrio na distribuição da carga horária das diferentes disciplinas. É importante que se destaque a necessidade de um trabalho contínuo com a Matemática durante os três anos do ensino médio, sendo difícil propiciar uma aprendizagem significativa

dos conceitos matemáticos sem uma carga horária adequada de aulas semanais, em cada ano desse nível de ensino.

O currículo de matemática do Ensino Médio tem como base os Parâmetros Curriculares Nacionais, nos currículos escolhidos pelas Secretarias Estaduais de Educação e em Matrizes de Referências que contém um conjunto de competências e habilidades que se espera dos alunos desenvolvam em seus respectivos anos e séries. A competência é definida como a ação eficaz em uma situação particular, tendo apoio nos aprendizados mas sem se limitar a eles. E a habilidade é a prática do saber fazer e decorre, das competências pré-adquiridas e que se transformam em habilidades (BRASIL, 2000).

A Matriz de Referência de Matemática está estruturada com base na resolução de problemas, e traz de forma intrínseca que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e desenvolvem estratégias de resolução, utilizando de recursos cognitivos que é a aplicação de conceitos que já foram construídos por eles. A capacidade de se resolver problemas desenvolve nos alunos a observação, comunicação, argumentação e estimula a forma de raciocínio como intuição, dedução e estimativa. As matrizes de matemática estão estruturadas em duas dimensões: (1) objeto do conhecimento ao qual foram elencados quatro tópicos relacionados a habilidades desenvolvidas pelos estudantes; (2) competências, e dentro dessa perspectiva, foram elaborados descritores, sendo o descritor uma associação entre conteúdos curriculares e operações mentais desenvolvidas pelos discentes. Eles indicam habilidades gerais que se esperam dos alunos e constituem referência para a seleção dos itens que deve compor uma prova de avaliação descritores matriz curricular (BRASIL, 2000).

Para o 3º ano do ensino médio, a Matriz de Referência completa, em Matemática, é formada por 35 descritores divididos em 04 eixos (temas) que são:

- I. Espaço e Forma;
- II. Grandezas e Medidas;
- III. Números e Operações /Álgebra e Funções;
- IV. Tratamento da Informação.

Nas escolas em geral existem diversos livros didáticos, pré-estabelecidos pelo MEC, no qual os professores de matemática podem utilizar para auxiliar em seus respectivos planos de ensino e de aula. Os livros direcionados pelo MEC

além de auxiliar o professor enriquecem suas aulas por meio de orientações didáticas específicas para o trabalho em sala, sugerem diversas leituras extras e atividades que desenvolvem habilidades como raciocínio lógico, escrita e resolução de problemas. Além de propostas para avaliação e meios para interdisciplinaridade.

3. LABORATÓRIO DE ENSINO DE MATEMÁTICA

Uma das principais características do Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) é ser um local para aulas extras ou regulares de matemática, uso de metodologias ativas, planejamento de aulas, criação e desenvolvimento de atividades de cunho experimental, utilização de novas tecnologias ou ainda para produção de materiais instrucionais que facilitem a aprendizagem. No LEM pode-se desenvolver uma prática de espontaneidade, diversão e, acima de tudo, de autonomia intelectual do educando (BARROSO; FRANCO, 2010). Estes espaços diferenciados para o ensino e em especial da matemática mudam a maneira do professor enxergar esta disciplina como nos ensina Mendes (2002):

A Matemática deverá contemplar a observação, a experimentação, a investigação e a descoberta, que ajudarão os alunos a fazerem reflexões mais abstratas. O Laboratório é o meio ideal para explorar conceitos matemáticos e para os descobrir (MENDES, 2002, p. 5).

No laboratório o aluno poderá desenvolver suas competências e otimizar o aprendizado com a realização de atividades em grupos, desenvolvimento de projetos e a utilização de metodologias ativas como Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP) para um melhor aprendizado do aluno.

O LEM é um espaço para que aluno possa desenvolver a sua criatividade, sua aptidão através de metodologias aplicadas de forma interdisciplinar e multidisciplinar, no qual o aluno é estimulado a desenvolver pesquisa, investigação e a criação de projetos que o levem a desenvolver competências paralelas interdisciplinarmente.

No laboratório o aluno é incentivado pela criação de projetos e metodologias ativas. Segundo Mendes (2002) o Laboratório de Ensino de Matemática é um importante modelo que pode proporcionar aos alunos explorarem conceitos matemáticos. Ainda para o autor, a Matemática proporciona experiências no desenvolvimento de reflexões abstratas através da observação e experimentação, o que leva os alunos a fazerem novas descobertas nas diversas áreas do conhecimento.

O Laboratório de Ensino de Matemática traz para a escola uma oportunidade de a mesma ser um ambiente diferenciado que auxiliará em futuras pesquisas tanto para o corpo docente quanto para os discentes, trazendo recursos instrucionais diversos, criando e montando experiências de ensino com a utilização de materiais concretos e manipulativos que podem facilitar a aprendizagem de conceitos matemáticos. Seguindo nesta mesma direção, o LEM traz oportunidade de vivência de abordagens metodológicas diversificadas, proporcionando a participação ativa dos alunos, seja em grupos ou individualmente, agindo como construtores do seu próprio conhecimento (LOPES; ARAUJO, 2007).

3.1 Aprendizagem Baseada em Projetos

O uso de metodologias ativas de aprendizagem tem como objetivo fazer do estudante o protagonista no seu processo de ensino e de aprendizagem, o professor assume o papel de facilitador e de orientador, aos quais ambos aprendem juntos. Sua finalidade é colocar o aluno em ação, com papel fundamental na construção de seu próprio aprendizado, resolvendo problemas complexos e contextualizados. Bastos (2006, p. 10) conceitua esse método de ensino como “processos interativos de conhecimento, análise, estudos, pesquisas e decisões individuais ou coletivas, com a finalidade de encontrar soluções para um problema.” Berbel (2011, p. 28) discorre que esse método de ensino “têm o potencial de despertar a curiosidade, à medida que os alunos se inserem na teorização e trazem elementos novos, ainda não considerados nas aulas ou na própria perspectiva do professor”.

Essa forma de ensino vem sendo discutida há muito tempo, Dewey (1859-1952), filósofo, psicólogo e pedagogo norte-americano, precursor do movimento Nova Escola, já defendia uma escola em que os alunos participassem efetivamente do processo de ensino e de aprendizagem, valorizando a ação e a problematização. Entretanto, atualmente o uso das tecnologias digitais auxilia no desenvolvimento das competências necessárias para os alunos do século XXI. Pois é uma ferramenta muito útil na aplicação das metodologias ativas, em razão da quantidade de informações disponíveis, facilitando assim as

pesquisas, aplicativos e programas de computador que ajudam no desenvolvimento, correção e elaboração de conteúdos escolares.

A prática de desenvolver atividades baseadas em projetos é segundo Moura e Barbosa (2010) necessária em muitos setores de atividade humana e, dentro da área educacional o crescimento de atividades baseadas em projetos já podem ser encontradas nos sistemas educacionais públicos e privados.

A *Project Based Learning* (PBL), ou seja, Aprendizagem Baseada em Projetos, é uma modalidade de aprendizagem de caráter ativo e colaborativo com ênfase nas atividades de projeto, cuja principal característica é a construção coletiva do conhecimento interdisciplinar e centrada no aluno. Sua prática tem fundamentação, também, no uso de temas transversais e interdisciplinares, possibilitando ao aluno uma visão holística do conhecimento.

É um método ativo de ensino que tem por objetivo promover a aprendizagem dos alunos por meio de atividades colaborativas e busca desenvolver as competências e habilidades.

Aprendizagem Baseada em Problemas é uma precursora da Aprendizagem Baseada em Projetos (*Problem Based Learning*), método que teve início no final dos anos de 1960, nas Universidades de McMaster (Canadá) e de Maastricht (Holanda). Na Aprendizagem Baseada em Problemas o foco é no problema, e na Aprendizagem Baseada em Projetos no projeto ou produto, sendo vários os pontos comuns aos dois métodos, dentre os quais se destacam o ensino centrado no aluno e a construção do conhecimento de forma colaborativa e participativa, a partir de solução de problemas vivenciados pelos aprendizes, conjugando-se a prática e a teoria.

O Doutor em Educação Especial William N. Bender, autor e um dos mais respeitados estudiosos da metodologia ABP, conta com mais de 60 artigos e 23 livros escritos na área de educação e metodologia de ensino. Ele relata que aprendizagem baseada em projetos tem como modelo de ensino permitir que os alunos confrontem as questões e os problemas do mundo real que consideram significativos, ensinando como os abordamos e os resolvemos. Agindo de forma cooperativa em busca das soluções (BENDER, 2014). A ABP deve ser por muitas vezes um esforço realizado não só pelo idealizador e aplicador do projeto, mas pela escola inteira.

Hoje as novas tecnologias desempenham um papel decisivo na ABP, e segundo Bender (2014) é recomendável que os educadores sigam essa abordagem de ensino inovador. Dentro da ABP se utiliza a *webquest* que é uma ferramenta que direciona o trabalho de pesquisa utilizando os recursos da internet. Em geral a *webquest* é elaborada por um professor com questões a serem solucionadas pelos alunos, conceito criado por Bernie Dodge em 1995. Estratégias de ensino como a aprendizagem cooperativa e o ensino estruturado são descritos no contexto do ensino na ABP e ferramentas de avaliação baseada em rubricas, que são descritas como auto-avaliação, avaliação de colegas, atribuições de notas em grupo e avaliação de portfólio.

A metodologia é uma forma de envolver os alunos no formato de ensino mais atraente e inovador, na qual os alunos são motivados a realizar tarefas e resolver problemas do mundo real e que em muitos casos contribuem para a sua comunidade de fato. E com a utilização de projetos realistas baseados em uma questão motivadora resulta em altos níveis de envolvimento com conteúdo acadêmico (GRANT, 2002). As modernas tecnologias de ensino e as tecnologias de comunicação e de redes sociais são essenciais para a ABP. Termos usados na ABP como âncora que é uma base para a pergunta motivadora e pode ser vídeo ou artigo, artefatos que são possíveis soluções ou produtos criados pelos alunos para a solução dos problemas com desempenho autênticos, brainstorming que são as ideias, questão motriz ou questão motivadora e aprendizagem expedicionária que se configura em passeios ou viagens para melhorar o entendimento sobre determinado assunto dão voz às escolhas do aluno.

A ABP tem um ensino diferenciado e três fatores são destacados: padrões de conteúdo de aprendizagem, processos de aprendizagem e produtos de aprendizagem. Estes fatores são os principais focos da ABP e do ensino diferenciado, eles visam atender as necessidades dos diversos alunos nas salas de aula atualmente, sendo que uma variedade de atividades de ensino é necessária com alguns alunos completando algumas atividades enquanto os demais completam outras. A ABP tende a promover níveis altos de ensino diferenciado na maioria dos casos, mas nem todos os trabalhos elaborados em sala de aula devem ser considerados como exemplos de ABP, os alunos devem entender o projeto de ABP com significância para eles. Outras características que identificam um projeto que segue a metodologia ABP, são a distinção dos papéis

dos alunos dentro de um contexto do projeto e questão altamente motivadora que é autêntica em virtude de estar focado em cenários do mundo real. A ABP tem também como característica essencial a aprendizagem cooperativa, sendo essa característica frequentemente mencionada por autores do assunto pela sua importância. Esta estratégia tem sido usada em salas de aula nas últimas três décadas (BENDER, 2014).

O ensino médio de acordo com os PCN (2000) demanda a expansão das vias de interação bem como a ampliação das dimensões do trabalho cooperativo e sendo assim, trabalhar ABP no ensino médio pode proporcionar um leque de possibilidades de efetivação dos processos educacionais. O grande desenvolvimento dos meios de comunicação torna-se nos tempos atuais um dos aspectos mais marcantes da chamada era do conhecimento e outras estratégias frequentemente descritas como componentes de ABP incluindo o *brainstorming*, agrupar os alunos para o ensino de táticas de investigação dirigidas pelos alunos e incluindo vários procedimentos de ensino metacognitivos e táticas de ensino dirigidas pelo professor. Os proponentes da ABP recomendam o uso generalizado de trabalho cooperativo porque reflete melhor as demandas do ambiente de trabalho do Século 21, do que as tarefas individuais de resolução de problemas. De acordo com Bender (2014) o papel do professor é outro e esse papel pode incluir o seguinte:

- Assegurar que textos de internet e outros recursos estejam disponíveis na questão motriz escolhida pelos alunos;
- Sugerir pessoas da comunidade que poderiam ser entrevistadas a respeito de um determinado tópico;
- Localizar vídeos no centro de mídia;
- Apresentar opções para os cronogramas planejados pelos alunos;
- Outros suportes para o planejamento de vários aspectos dos artefatos.

Dentro do projeto da ABP o professor pode facilitar as discussões de grupo, realizar Brainstorming sobre o tópico, pedir pequenas lições de casa sobre aspectos específicos do tópico escolhido ou problema, orientar alunos individualmente ou em pequenos grupos sobre habilidades de trabalho em grupo e de aprendizagem cooperativa e avaliar tarefas tanto individualmente, ou seja, no papel tradicional do professor avaliador como por meio do uso da avaliação do

professor combinada com avaliação dos alunos, e qualquer outro tipo de orientação, incentivo, aconselhamento e autoridade arbitrária para resolver conflitos.

3.2 O Ensino com Jogos

Na Aprendizagem Baseada em Projetos se faz necessária entrega de um produto ao fim de sua aplicação e neste trabalho foi proposto aos alunos as construções de jogos didáticos para o ensino e um maior interesse no aprendizado de funções. Os jogos têm como base a teoria piagetiana e o fator do desenvolvimento cognitivo. No presente trabalho os jogos podem envolver exercícios, símbolos e regras. Os jogos são abordados e recomendados nos Parâmetros Curriculares Nacionais como um recurso auxiliador para o processo de aprendizagem. Os jogos educativos são de suma importância, pois envolvem situações de ensino-aprendizagem e contribuem na construção do conhecimento e no desenvolvimento do raciocínio lógico. Os jogos podem introduzir atividades lúdicas e desenvolver a capacidade de autonomia e aumentar a motivação dos discentes. “A estimulação, a variedade, o interesse, a concentração e a motivação são igualmente proporcionados pela situação lúdica...” (MOYLES, 2002, p. 21)

Entende-se que os jogos são fundamentais no auxílio do ensino e na aprendizagem dos alunos, além de ser uma ferramenta pedagógica que favorece aspectos como a socialização, concentração, imaginação. De acordo com Friedmann (1996) o jogo tem fundamental importância no apoio ao desenvolvimento afetivo aos discentes, envolvendo a criança com seus pares. E segundo o autor o jogo é uma ‘janela’ da vida emocional das crianças.

No ensino de matemática existem disponíveis diversas formas de se trabalhar seus conceitos, como a resolução de problemas, a abordagem Etnomatemática, o uso de computadores, a modelagem matemática e o uso de jogos matemáticos. Segundo Smole (2008. et al.) a utilização dos jogos confirmam o valor formativo da matemática, não somente como ferramenta de auxílio na estruturação do pensamento e do raciocínio dedutivo, mas, também o de desenvolver nos alunos a autonomia e a criatividade.

Para caracterizar o que é um jogo, Smole (2008) traz algumas afirmações:

(1) que o jogo deve ser para dois ou mais jogadores, sendo, portanto, uma atividade que os alunos realizam juntos; o jogo deverá ter um objetivo a ser alcançado pelos jogadores, ou seja, ao final haverá um vencedor; (2) o jogo deverá permitir que os alunos assumam papéis interdependentes, opostos e cooperativos, isto é, os jogadores devem perceber a importância de cada um na realização dos objetivos do jogo, na execução das jogadas, e observar que um jogo não se realiza a menos que cada jogador concorde com as regras estabelecidas e coopere seguindo-as e aceitando suas consequências; (3) o jogo deve ter regras preestabelecidas que não podem ser modificadas no decorrer de uma jogada, isto é, cada jogador precisa perceber que as regras são um contrato aceito pelo grupo e que sua violação representa uma falta; (4) havendo o desejo de fazer alterações, isso deve ser discutido com todo o grupo e, no caso de concordância geral, podem ser impostas ao jogo, daí por diante; (5) no jogo, deve haver a possibilidade de usar estratégias, estabelecer planos, executar jogadas e avaliar a eficácia desses elementos nos resultados obtidos, isto é, o jogo não deve ser mecânico e sem significado para os jogadores. (SMOLE, 2007, p.13)

Os jogos, que foram utilizados dentro da metodologia ABP e também como recurso principal na segunda aplicação, no atual projeto têm um papel fundamental e mais especificamente no ensino de funções com o objetivo de explicar esse processo cognitivo serão tomadas como base as noções de conceito imagem e conceito, definições desenvolvidas por Tall e Vinner (1981). A aprendizagem dos conceitos de funções ocorre nos exemplos que são representados pela utilização de fórmulas. Tall e Vinner (1981) dizem que nesse caso a imagem conceitual pode tornar-se uma noção mais restrita apenas envolvendo fórmulas no qual a definição conceitual é pela maior parte inativa na estrutura cognitiva. Enquanto essa noção restrita satisfaz o estudante nesse contexto, em uma situação ampliada o aluno pode ser incapaz de lidar com a mesma e em geral o programa escolar é responsável por esta infeliz situação, pois não busca alternativas que busquem ampliar as situações de aprendizagem.

Para Rizzo (1996) o jogo é importante no estímulo em construir esquemas de raciocínios através de sua ativação, por proporcionar a tentativa de resolver problemas propostos pelos jogos através de um esforço voluntário, este constitui-se em um excelente recurso pedagógico, e onde a problemática contida neste

desafio faz com que o aluno, na busca de diferentes processos que deverão induzir a novas estratégias para resolução dos cálculos presentes nas atividades, seja capaz de buscar soluções não somente para determinados contextos restritos, mas também generalizar e ampliar as fórmulas como nos exemplos de funções.

4. METODOLOGIA

4.1 Metodologia Ativa ABP como Base para o Aprendizado das Funções

A realização desta etapa do projeto aconteceu com 60 alunos de duas salas de terceiros anos do Ensino Médio de uma Escola Estadual por um tempo de oito semanas e teve como base a metodologia ativa ABP que é formada por quatro conceitos: o que se baseia na eficiência; o que envolve muitas pessoas em um mesmo trabalho; a inter-relação das circunstâncias e o potenciador.

Primeiramente o professor aplicou um pré-teste para os alunos a qual foi utilizada a Avaliação de Aprendizagem em Processo (AAP), do 3º bimestre de 2016, com o conteúdo de funções, que é uma prova do governo estadual paulistano em que se verifica o nível de aprendizagem dos alunos bimestre a bimestre. Numa segunda etapa o professor levou os alunos para um ambiente diferenciado dentro da escola que está sendo organizado para ser o Laboratório de Ensino de Matemática (LEM), e dentro desse espaço o professor que também foi o pesquisador trouxe imagens e vídeos de jogos educativos, com conteúdo de matemática, e também alguns jogos para o manuseio dos mesmos, assim como aplicativos com jogos online para uma maior interação dos alunos. Sendo feito em seguida uma abordagem seguindo os passos da ABP, mostrando um problema e um desafio para que os alunos e fazendo com que os mesmos se apropriem da ideia do projeto que será a construção de jogos matemáticos com enfoque na revisão do conteúdo de funções e também a apresentação de seminários dos conceitos de funções, seus gráficos e suas aplicações. A partir daí os alunos montaram grupos de 05 a 06 pessoas e escolheram um responsável para comandar todo o processo de execução dos jogos e um auxiliar para registrar os acontecimentos e o andamento dos jogos, como também um nome para o grupo (Figuras 1 a 3). A pedido do professor o líder colocou todos os participantes do grupo em um grupo de contatos no *whatsapp*, junto com o professor que foi o tutor, para uma melhor interação dos mesmos e nesse ambiente puderam colocar informações sobre o projeto.

Figura 1- Processo de execução dos jogos.

Fonte: Próprio Autor.

Figura 2 - Processo de execução dos jogos.

Fonte :Próprio Autor.

Figura 3 - Processo de execução dos jogos.

Fonte: Próprio Autor.

A construção dos jogos com o intuito de se ensinar funções (Figura 4) foi realizada pelos alunos e se deu desde a escolha de quais conteúdos de funções estão nos jogos, regras, confecção e testes (alunos jogando e ensinando outros alunos a jogar). Foi um projeto aberto sendo que como a construção dos jogos foi realizada pelos alunos, estes escolheram como projetá-lo e as formas utilizadas.

O desenvolvimento foi realizado no LEM e também em outros espaços da escola como sala de leitura e informática, os discentes tiveram uma semana para definição de que tipo de jogo iriam construir, qual conteúdo de funções trataria o jogo e se seria manual, confeccionado pelos mesmos, ou com recurso tecnológico (jogos digitais).

Figura 4 – Construção dos jogos.

Fonte: Próprio autor

O desenvolvimento foi realizado no LEM e também em outros espaços da escola como a sala de leitura e informática, e os discentes tiveram uma semana para definição de que tipo de jogo iriam construir, qual conteúdo de funções trataria o jogo e se seria manual, confeccionado pelos mesmos, ou com recurso tecnológico (jogos digitais). Após a definição teriam 6 semanas para as pesquisas, a construção e entrega dos jogos e logo após a apresentação destes para a própria turma no LEM e uma semana depois as apresentações dos seminários de cada grupo. No decorrer da aplicação do projeto o professor abordou os conceitos de funções utilizando o caderno do aluno que faz parte do currículo estadual, também ministrou aulas utilizando recursos como o software Geogebra para construção e melhor visualização dos gráficos, os alunos no decorrer da aplicação do projeto participaram de 2 palestras, uma sobre jogos com um palestrante convidado pelo professor na própria escola e uma outra que foi realizada na expedição a Universidade Estadual Paulista (UNESP) onde

tiveram a palestra sobre conceitos e aplicações de funções com uma professora da Instituição.

De acordo com Bender (2014) a ABP desenvolve nos alunos a destreza que pode ser do próprio discente ou à que ele desenvolveu em grupo pelo interesse em investigar os assuntos que são de seu interesse e os tornam subalternos dos objetivos que justificam o conteúdo ensinado e envolve ações verdadeiras que os instigam. Com isso criam-se condições para serem executadas e também desenvolvendo situações que permitem o aprender que incentiva uma autonomia e a imaginação dos envolvidos com o esforço do próprio discente.

Os caminhos percorridos para a aplicação do projeto com os grupos de alunos foram baseados na didática da metodologia ativa ABP, de acordo com os sete passos recomendados que são:

1. Questão motivacional: O que são funções e para que elas servem?
2. Proposta: Construção de Jogos didáticos para o ensino de funções no ensino médio. Seminário apresentado pelos grupos sobre funções afim, quadrática, exponencial, logarítmica e trigonométrica.
3. Descoberta de novos conhecimentos: com o docente na sala de informática e na aplicação dos jogos realizados pelos discentes. Conceitos de funções que serão utilizados nos jogos e apresentados no seminário, jogos didáticos, construções de jogos, aplicações de funções.
4. Relatando a descoberta dos novos conhecimentos adquiridos pela prática dos jogos: Entrega dos jogos e material impresso com um relatório de desenvolvimento do projeto, arquivo no Power Point contendo o seminário que será apresentado.
5. Pensamento e retorno: Será realizada nas apresentações pelos alunos e, ao final de cada uma delas, haverá um debate sobre os jogos, a sua aplicabilidade e os desafios no processo de criação. Além da verificação dos conceitos apresentados no seminário.
6. Respostas das primeiras perguntas. Os discentes responderão a um questionário e um relatório entregue pelo professor.

Questionário de avaliação do projeto individual e em grupo: Baseado em Aaker (2001) os caminhos para que fossem pensados os questionários foram elaborados em fases:

(1) Planejamento e mensuração que objetivou-se tornar evidente objetivos já apresentados desta pesquisa; a pesquisa com resultados de seu questionário; as informações adicionais sobre os escritos da pesquisa com as fontes de informações de segundo plano e a pesquisa exploratória; determinação do que vai ser abordado nos escritos da pesquisa; (2) A forma das perguntas: em cada escrito, explicar o conteúdo de cada questionamento, definir sobre o formato de cada pergunta; (3) Redação das perguntas: explicar como as questões serão redigidas e avaliar cada pergunta pela sua facilidade de compreensão, conhecimentos e habilidades exigidas, e disposição dos respondentes; (4) Decisões sobre sequenciamento e aparência: Dispor as questões em uma ordem adequada, agrupar todas as questões de cada subtópico para obter um único questionário; (5) Pré-teste e correção de problemas: Ler o questionário inteiro para verificar se faz sentido, e se consegue mensurar, o que está previsto para ser mensurado, verificar possíveis erros no questionário, fazer o pré-teste no questionário e corrigir o problema. (AAKER, 2001, p. 331)

A escolha do formato das respostas mais adequado segundo Mattar (1994) deve levar em conta as vantagens e desvantagens de cada tipo para o objetivo da pesquisa. As questões podem ser abertas, múltipla escolha ou dicotômicas.

7. Avaliação do aprendizado: Avaliação formativa e processual. Avaliação como pós teste sendo utilizado a AAP de Matemática do 3º bimestre do currículo do estado de SP.

A seguir na tabela 1 será apresentada toda a sequência didática realizada ao longo de 1 bimestre com os alunos dos dois 3º anos escolhidos para a realização deste trabalho com a metodologia ABP.

Tabela 1 - Sequência didática da aplicação do projeto realizado no 3º Bimestre do 3º ano do ensino médio regular do ano de 2017.

Passos da Aplicação	Duração da prática
Aplicação da AAP como pré-teste.	2 aulas
Revisão do professor com as turmas sobre função afim e quadrática e suas aplicações.	4 aulas
Pesquisas direcionadas pelo professor referente ao que será trabalhado no projeto.	2 aulas
Separação dos grupos (times) e escolha do líder e secretário. Essa escolha pode ser por afinidade.	1 aula
O professor discute sobre a questão motriz para os grupos e após uma discussão sobre o assunto, propõe o desafio	

de construir jogos com o intuito de revisar o aprendizado de funções.	1 aula
Os grupos devem trabalhar nas pesquisas (web searches) sobre jogos, jogos matemáticos, funções e aplicações de funções a fim de aprimorar suas ideias e elaborar um primeiro relatório contendo o nome do jogo e as primeiras informações como número de participantes, idade mínima para se jogar, quais funções podem ser utilizadas pelo jogo e como seria o jogo, virtual ou manipulável, suas regras e materiais ou softwares que seriam utilizados para sua construção. As pesquisas variam de grupo a grupo e os temas mais procurados devem ter ligações com o produto da ABP.	5 aulas
Revisão do professor com as turmas sobre funções Exponenciais e Logarítmicas e suas aplicações.	4 aulas
Os grupos preparam uma primeira apresentação que é feita para as duas turmas contendo o formato do jogo. Ao final de cada apresentação sobre o jogo o professor e o restante da sala discutem as ideias apresentadas para melhor definir a construção dos mesmos.	2 aulas
Passos da Aplicação	Duração da prática
Expedição: Passeio com o intuito de explorar e aprender num lugar apropriado sobre o assunto abordado na ABP.	4 aulas
Revisão do professor com as turmas sobre as funções trigonométricas e suas aplicações, utiliza-se além do material didático o software geogebra.	4 aulas
Os grupos montam fichas resumo contendo revisão e exemplos de cada função utilizada em seus respectivos jogos.	1 aula
Trabalham paralelamente sobre a forma de escrita que será a ideal para se desenvolver as normas do jogo com o Professor de Português da Classe.	1 aula
Os alunos fazem um Tutorial contendo as regras, objetivo	

e modo de se jogar os jogos para ser colocado juntos a estes.	1 aula
Os grupos trabalham paralelamente com o Professor de Artes sobre o design dos jogos e a customização das caixas para guardar os jogos.	1 aula
Fazem um relatório contendo o material necessário para construção dos jogos. A direção da escola pode disponibilizar alguns materiais para os alunos.	1 aula
Aulas no laboratório de informática para construir e analisar gráficos de variadas funções utilizando o software geogebra.	2 aulas
Os alunos trazem os jogos ou parte deles para as finalizações dos mesmos.	2 aulas
Com os jogos finalizados os alunos trazem para serem ensinados e jogado em sala. Os grupos de alunos a convite do professor demonstram e ensinam os alunos do 1º ano a jogar seus jogos.	6 aulas
Passos da Aplicação	Duração da prática
Os grupos utilizam o Power Point para preparar os Seminários de Funções e suas Aplicações.	2 aulas
Apresentação dos Seminários de Funções e suas Aplicações.	3 aulas
Aplicação da AAP e do Questionário, sobre os trabalhos do projeto, como pós teste.	2 aulas
Total	51 aulas

Fonte: Próprio autor.

4.2 Metodologia de Jogos no Ensino de Funções

A realização desta etapa final do projeto aconteceu da seguinte maneira. O professor, que também é o pesquisador, é o docente de matemática das duas

turmas do 1º ano do ensino médio de uma Escola Estadual da cidade de Lorena no interior de São Paulo. A Escola que o professor atua nesta fase da aplicação é de tempo integral. No Programa de Ensino Integral (PEI) os alunos ficam na escola das 7:30h as 16:30h de segunda a sexta-feira e comparada com o ensino regular da mesma rede em que o professor atuava na primeira aplicação, verifica-se que a Escola tem metodologias e recursos mais diversificados que a anterior contando com um grupo de professores que é mais presente durante o período letivo, disciplinas da parte diversificada como eletivas, práticas de matemática, física, química e biologia. Além de incentivar os alunos em suas escolhas com disciplinas de protagonismo juvenil, preparação acadêmica, projeto de vida, mundo do trabalho e tutoria individual. Assim desenvolvendo nos discentes estes princípios:

- A Educação Interdimensional, A Pedagogia da Presença, os 4 Pilares da Educação para o Século XXI e o Protagonismo Juvenil.

Os Jogos escolhidos pelo professor, já praticados por professores de matemática da escola, foram o Bingo das Funções e a Máquina das Funções, e estes trazem conceitos ligados a construção dos conhecimentos de funções e também cálculos para funções do 1º e 2º grau, e isto motivou a escolha. Os jogos foram aplicados em uma turma do primeiro ano do ensino médio e dentro da disciplina de Práticas de Matemática, que é um apoio chamado de parte diversificada, dentro do programa, para a disciplina de Matemática da Base Nacional Comum (BNC). A professora de Práticas de matemática da turma que aplicou os jogos. A turma para a qual os jogos foram aplicados é constituída por 36 alunos, 19 homens e 17 mulheres, com idades entre 14 e 16 anos.

A aplicação dos jogos foi realizada em 8 aulas e no período de duas semanas no final do 1º Bimestre. O professor, que também é o pesquisador da turma, iniciou o primeiro bimestre fazendo uma breve introdução de conjuntos e depois entrou com o assunto de funções. O currículo paulista vem passando por um momento de transição em seus objetos de conhecimento (conteúdos) e respectivas habilidades e competências. No 1º Bimestre do 1º ano do Ensino Médio paulista o objeto do conhecimento que deve ser desenvolvido com os alunos é o de Funções do 1º e 2º grau, afim e quadrática, e a habilidade associada é a:

Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza que envolvem a variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação com ou sem apoio de tecnologias digitais. (BNCC, 2019)

Primeiramente o professor iniciou o conteúdo da maneira “tradicional” com o auxílio do livro didático de matemática escolhido pela escola para o respectivo ano série. Abordou o assunto de maneira didática e realizou e corrigiu diversos exercícios de funções do 1º e 2º graus e seus gráficos. Além da utilização da Lousa Digital, a escola conta com 11 dessas lousas que ficam nas salas de aula, que é mais um instrumento facilitador no processo de ensino aprendizagem de funções na construção e análise de gráficos com a utilização do software Geogebra e também um banco de questões do Enem. O professor propôs aos alunos 1 lista de exercícios, 1 prova mensal e 1 prova bimestral. Após a correção foi identificado que dos 36 alunos da sala 18, metade, não conseguiram atingir o nível adequado de proficiência na habilidade desenvolvida **Escolha da turma**

A turma escolhida para aplicação dos jogos foi a turma do 1º ano A e a de controle 1º ano B. As duas salas têm alunos de características parecidas com alguns pontos a se destacar. A turma escolhida vem da mesma escola nos anos anteriores e a outra turma veio da rede municipal.

Num primeiro diagnóstico feito ao decorrer do primeiro bimestre letivo foi de que a aprendizagem em que o professor se aplicou em ensinar, função afim e quadrática e suas aplicações, as duas salas obtiveram resultados em suas avaliações mensais e bimestrais bem parecidos como será visto na tabela 2 a seguir.

Tabela 2: Dados do 1º Bimestre da turma dos 1º anos.

Turmas do 1ºano	Avaliação Mensal	Avaliação Bimestral	Lista de exercícios	Médias acima de 5,0	Médias acima de 7,0
A	55%	58%	1,0 ponto	64%	50%

(36 alunos)	(20 alunos)	(21 alunos)	para 30 alunos	(23 alunos)	(18 alunos)
B (34 alunos)	50% (17 alunos)	65% (22 alunos)	1,0 ponto para 32 alunos	68% (23 alunos)	59% (20 alunos)

Fonte: Próprio autor.

Ao analisar-se os resultados percebe-se que no 1º ano A dos 36 alunos 13 precisam de recuperação, sabendo que a média considerada básica para a escola é de 5. E se considerar que a Escola incentiva os alunos para ficarem no nível adequado (média 7 e 8) o resultado piora e identifica que 18 alunos, ou seja, metade da sala precisa de recuperação. Este resultado é a premissa que utilizei para escolha da turma que realizou a metodologia de Jogos no Ensino de Funções.

Após está análise veremos na tabela 3 como foi o planejamento da segunda aplicação desta dissertação para os alunos do 1º ano da Escola de tempo integral.

Tabela 3: Plano de Ensino da aplicação dos Jogos.

Duração da prática	Passos da Aplicação
2 aulas	Aplicação do Jogo Bingo das Funções.
2 aulas	Comentário, tira dúvidas e resolução de exercícios de funções.
2 aulas	Aplicação do Jogo Máquina das Funções.
2 aulas	Comentário, tira dúvidas e resolução de exercícios de funções.

Fonte: Próprio autor.

Na sequência pode-se observar os nomes, regras e cartelas (figuras 5 e 6) dos dois jogos utilizados pelo professor/pesquisador.

Jogos

Bingo das Funções.

O jogo é formado por cartelas impressas e utiliza-se milhos para marcá-las. Os alunos podem recorrer a folhas em seu caderno e lápis para realizar os cálculos, também se utiliza roleta de bingos com pedrinhas que variam entre 1 e 25. O jogo terá três ganhadores para quem preencher uma coluna, linha e ou a cartela cheia e gritar Bingo.

Distribui-se para os alunos as cartelas. Cada aluno recebeu uma cartela com a função e numerações diferentes dos outros alunos. A professora de prática aplicou em uma turma do 1º ano do ensino médio. Os números eram sorteados e esse número era substituído no lugar do x na função que estava na cartela. Os alunos poderiam efetuar a operação mentalmente ou na folha de rascunho e determinavam o valor da imagem da função para o número sorteado. O valor dessa imagem era o que poderia estar na cartela e se estivesse marcavam com o milho deixado na mesa pela professora.

Tempo estimado: 2 aulas. Local: Laboratório de práticas de matemática.

Conteúdo praticado: Funções afim e quadráticas.

Quantidade de alunos: 16.

Cartelas do tipo:

Figura 5 – Cartela do Jogo Bingo das Funções.

$f(x) = 2x + 3$				
5	7	9	15	17
19	23	FUNÇÕES	25	29
31	35	39	41	43

Fonte: Próprio autor.

Figura 6 – Cartela do Jogo Bingo das Funções.

$f(x) = x^2 + 1$				
2	10	26	37	50
82	101		145	170
197	257	325	362	401

Fonte: Próprio autor.

Máquina das funções.

São cartelinhas impressas com as “máquinas” e seus respectivos comandos ou lei de formação. Para cada valor que é colocado na máquina, haverá somente um valor de saída. Por isso, a máquina com uma regra de programação é chamada de função. A entrada dos números está à esquerda e a saída será à direita e terá o resultado da operação, que é uma função afim ou quadrática. A professora de prática aplicou em uma turma do 1º ano do ensino médio. Distribuiu as cartelinhas para os alunos e dava 10 minutos, ou mais tempo se precisassem, para cumprirem os comandos das “máquinas” e poderiam pegar novas cartelas. Ganha o jogo quem no fim preencher o maior número de cartelas.

Tempo estimado: 2 aulas.

Local: Laboratório de práticas de matemática.

Conteúdo praticado: Funções afim e quadráticas.

Quantidade de alunos: 16.

Cartelas do tipo:

Figura 7 – Cartela do Jogo Máquina das Funções.

Fonte: Próprio autor.

Figura 8 – Cartela do Jogo Máquina das Funções.

Fonte: Próprio autor.

Figura 9 – Cartela do Jogo Máquina das Funções.

Fonte: Próprio autor.

Os registros das aplicações (figuras 10, 11 e 12) foram feitos pelo professor/pesquisador que estava junto à professora de prática que aplicou os jogos em suas aulas de práticas experimentais de matemática no LEM da escola.

Registros da aplicação

Figura 10 – Desenvolvimento dos jogos.

Fonte: Próprio autor.

Figura 11 – Desenvolvimento dos jogos.

Fonte: Próprio autor.

Figura 12 – Desenvolvimento dos jogos.

Fonte: Próprio autor

4.3 Metodologia da Pesquisa Qualitativa

Optou-se para analisar os resultados e investigar a aprendizagem dos alunos deste trabalho a Metodologia Qualitativa e o Estudo de Caso. Esses instrumentos visam investigar alunos de diversos níveis de aprendizagem como o fundamental, o médio que é o nível dos alunos desta dissertação e faculdades. Além de ser utilizado para pesquisar práticas profissionais dos professores, os programas de formação de professores nas universidades, projetos curriculares que evidenciam a sua identidade.

Um estudo de caso visa conhecer uma entidade bem definida como uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O seu objetivo é compreender em profundidade o “como” e os “porquês” dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador. É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo contribuir para a compreensão global de um certo fenómeno de interesse (PONTE, BROCARD, OLIVEIRA, 2006, p. 112).

A inovação na forma de aprender faz com que situações vividas no dia a dia tornam-se reais dentro do contexto de aprendizado da escola e com isso surgem a compreensão de muitas realidades que irão juntar-se a muitos acontecimentos que despertarão o interesse de quem está aprendendo, por isso, com passar dos anos as revistas passaram a aceitar artigos de pesquisa qualitativa na área de educação matemática como a “*Journal of Research in Mathematics Education*”, que mudou o aceite desses artigos para além da pesquisa quantitativa, aceitando também as de caráter qualitativo. No entanto, o etnográfico é o nome muitas vezes dado a pesquisa qualitativa podendo ser chamada de participantes, inquisitiva ou naturalística. Em todas as nomenclaturas apresentadas o enfoque é o mesmo, sendo a pesquisa objetivada no indivíduo e esse é um ser complexo que está inserido e interage com o ambiente sociocultural e natural. E a interação pesquisador pesquisado é fundamental, sendo esta modalidade por vezes chamada também de pesquisa-ação que são divididas em algumas etapas.

A pesquisa qualitativa organiza-se em algumas etapas, sendo estas: (1) formulação das questões a serem investigadas com base no referencial teórico do pesquisador; (2) seleção de locais, sujeitos e objetos que constituíram o foco da investigação; (3) identificação das relações entre esses elementos; (4) definição de estratégias de coleta e análise de dados; (5) coleta de dados sobre os elementos selecionados no item 2 e sobre as relações identificadas no item 3; (6) análise desses dados e refinamento das questões formuladas no item 1 e da seleção proposta no item 2; (7) redefinição de estratégias definidos no item 4; (8) coleta e análise dos dados. (BICUDO, 2011)

Com essas etapas pode-se observar que na pesquisa qualitativa a validação não é muito diretiva como no caso da pesquisa quantitativa, em que critérios matemáticos são sempre utilizados, sendo muitas vezes chamada de pesquisa positivista. A pesquisa qualitativa é influenciada por critérios subjetivos que se baseiam na metodologia da pesquisa o registro dos dados deve ser o mais referenciado possível e escrito com elementos identificadores dos locais e objetos descritos além dos indivíduos entrevistados. A fundamentação teórica é um fator determinante para a análise desses dados e é importante também o pesquisador ser o professor e estar na atividade proposta em sala de aula. E de acordo com Bicudo (2011), pesquisas qualitativas permitem compreender as características do fenômeno investigado e dessa maneira dão oportunidades para outras formas possíveis de entendimento quando os questionamentos do fenômeno são conduzidos a explicações diferentes dos efetuados pela investigação. E ainda segundo a autora sustenta o raciocínio dos articuladores para a tomada de decisões, sejam elas políticas educacionais e de pesquisa. A pesquisa qualitativa admite diversos procedimentos que são sustentados por diferentes concepções de realidade e de conhecimento.

A Metodologia de Pesquisa Qualitativa possui uma abordagem no qual o aquele que faz a pesquisa é o canal de investigação e, as informações conseguidas pela pesquisa são estudadas a partir das observações, entrevistas, questionários, de diferentes formas, discussões e reflexões. Segundo Bauer e Gaskell (2002) “uma pesquisa qualitativa deve assegurar uma adequada compreensão dos acontecimentos sociais e exige muitos métodos e dados.”

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados estão subdivididos na primeira e na segunda aplicação e em uma comparação entre elas. Utilizou-se os dados coletados pelo professor nas aplicações e também uma análise de Gery (1972).

Primeira Aplicação, a Metodologia ABP no ensino de Funções

Os conteúdos multidisciplinares em que os alunos trabalharam neste projeto foram Matemática, Artes, Português e Informática. Os alunos puderam recorrer ao uso de softwares, ferramentas de design gráficos para a criação dos jogos, desenvolvendo neles a capacidade de se desenvolver em outras áreas do conhecimento. Foi trabalhado a sustentabilidade por meio do que já existe na escola, não havendo gastos com novos objetos. Foram desenvolvidas habilidades e competências na escrita de textos, raciocínio lógico matemático além de interpretar situações-problemas e chegar a solução por meio de ferramentas matemáticas.

Objetivou-se valorizar o LEM como um espaço de aprendizagem, desenvolver habilidades para o uso de softwares como o office, geogebra, *web searchs* e ligar a ciência do raciocínio lógico com as situações cotidianas. As habilidades fundamentais que os alunos puderam adquirir neste projeto foi aprender a valorizar o trabalho em equipe, estabelecer relações entre seus conhecimentos e por meio disso colocar em prática a sua criação. Também criaram hábitos mentais que foram desenvolvidos na criatividade da criação dos jogos, identificação de textos em que a leitura auxilie na criação dos jogos, formulação de texto escrito dos procedimentos realizados e o que aprenderam e exposição oral dos procedimentos realizados e o que aprenderam.

Têm se também alguns resultados com a apresentação das ideias da construção dos jogos. Os grupos prepararam uma primeira apresentação que foi feita para as duas turmas contendo o formato do jogo. Ao final de cada apresentação sobre o jogo o professor e o restante da sala discutiram as ideias apresentadas para melhor definir a construção dos mesmos. As principais intervenções dos alunos eram que o jogo precisava ser dinâmico e educativo, e

percebeu-se dificuldades para se construir jogos virtuais em grupos tendo em vista que os alunos em sua maioria só conseguem se reunir na escola, com isso todos os grupos decidiram construir jogos manipuláveis. O professor notou e questionou porquê os grupos não escolhiam funções trigonométricas para serem utilizadas nos jogos e a resposta foi que tinham dificuldades em entendê-las, houve estímulo por parte do professor ao assunto e o mesmo disse que iria abordar o conteúdo de outras formas para o melhor entendimento.

Na sequência serão demonstradas as habilidades (figura 13) trabalhadas nos testes (anexo A) e os dados quantitativos do Pré-teste e Pós-teste (tabela 4 e 5 e gráfico 1,2) realizados com os discentes integrantes do projeto.

Figura 13: Habilidades da AAP de matemática do 3º Bimestre de 2017

Questão	Código da Habilidade	Descrição
1	MP12	Representar diferentes fenômenos por meio de funções.
2		
3		
4	MP13	Expressar fenômenos diversos por meio de gráficos.
5		
6		
7	MP14	Identificar o crescimento ou decrescimento de funções lineares representados por gráficos.
8		
9		
10	MP15	Identificar o crescimento ou decrescimento de funções exponenciais representados por gráficos.
11		
12		

Fonte: São Paulo, 1997.

Tabela 4 – Resultados do Pré-teste e Pós-teste 3ºano, Turma 1.

Notas 3M1	Pré-teste	Pós-teste
0 a 2	14	1
3 a 4	15	3
5 a 6	1	11
7 a 8	0	14
9 a 10	0	1

Fonte: Próprio Autor.

Gráfico 1

Fonte: Próprio Autor.

Tabela 5 – Resultados do Pré-teste e Pós-teste 3ºano, Turma 2.

Notas 3M2	Pré-teste	Pós-teste
0 a 2	14	1
3 a 4	15	2
5 a 6	2	8
7 a 8	0	17
9 a 10	0	3

Fonte: Próprio Autor.

Gráfico 2

Fonte: Próprio Autor.

Os resultados relatados nas tabelas e gráficos revelam uma melhora no pós-teste em relação ao pré-teste dos discentes que fizeram a ABP no ensino de funções e, por isso, o aprofundamento no estudos sobre a metodologia ABP e a utilização dos jogos no ensino de funções, foi aplicado um questionário aos alunos e ressaltou-se a importância de diversificar as formas de avaliação a fim de obter informações acerca do processo de ensino e aprendizagem, pois:

A diversidade de instrumentos permite ao professor a obtenção de um número maior e mais variado de informações e, ao aluno, possibilita a ampliação de oportunidades de expressar-se em diferentes modalidades, para que possa desenvolver habilidades de pensar de naturezas diversas. Afinal nenhum instrumento de avaliação é completo em si mesmo. (DEPRESBITERIS; TAVARES, 2009, p. 99)

A diversificação, por parte do docente, leva a um resultado mais abrangente do discente e por isso, o questionário utilizado foi organizado com sete questões que abordou aspectos como a organização das tarefas em grupo; critérios utilizados para escolher o modo de representação dos jogos; dificuldades para a realização dos jogos; a ajuda dos integrantes do grupo; quais habilidades desenvolvidas durante o processo; como foi apresentar e ensinar o jogo

para outras séries; e qual a colaboração que o projeto trouxe no aprendizado das funções. Esses sete questionamentos foram realizados com os onze grupos dos discentes integrantes do trabalho. As identidades dos alunos foram preservadas para fins éticos e aqui serão nomeados como: Grupo 1, Grupo 2, Grupo 3, Grupo 4, Grupo 5, Grupo 6, Grupo 7, Grupo 8, Grupo 9, Grupo 10 e Grupo 11.

Pergunta 1 e respostas:

– “Como aconteceu a distribuição das atividades em grupo?”

1- <i>Iris, Isadora, organizaram as questões. Caio, Reynio e Fabricio fizeram os slides para a apresentação e Pedro e Talita montaram o jogo!</i>	2- <i>Cada um do grupo se ocupou na parte em que tinha mais facilidade, dois dos participantes foram os idealistas, e os outros fizeram a parte de construir.</i>
3- <i>Cada um ficou responsável em entender e aprender uma função, pois foram utilizadas mais de 4 tipos de funções em nosso jogo. E com isso o jogo foi sendo montado com a participação e ajuda de todos os participantes.</i>	4- <i>Definimos as funções de cada integrante, conforme as necessidades do grupo.</i>
5- <i>No nosso grupo não teve muita distribuição, porque resolvemos todos fazermos juntos, até na hora de escolher o jogo nos pensamos juntos, e fizemos todo o trabalho juntos.</i>	6- <i>Em partes: Bruno e Samara ficaram responsáveis pelas contas, definir as funções etc. Sarah deu a ideia para o projeto do jogo e ajudou com a produção do mesmo. Luis Felipe, Diana e Shaiany montaram o projeto colando as partes, pintaram a tábua, com ajuda dos integrantes compraram as coisas que seriam necessária para a realização do projeto.</i>
7- <i>A distribuição ocorreu de acordo com a disponibilidade de cada um.</i>	8- <i>Não respondeu à questão.</i>

9- <i>Discutimos qual jogo seria, e distribuímos para cada integrante do grupo as tarefas.</i>	10- <i>Cada integrante se ocupou na parte em que entendia.</i>
11- <i>Algumas pessoas ficaram com a parte do computador elaborando o jogo e as outras foram e fizeram as garrafas.</i>	
<p>Pergunta 2 e respostas:</p> <p>– “Descreva os critérios que seu grupo utilizou para escolher o modo de representar o jogo escolhido?”</p>	
1- <i>Porque foi o único modo de jogo de veio à cabeça, é um estilo de jogo diferente da sala.</i>	2- <i>Não queríamos jogo de tabuleiro, queríamos fazer um jogo de roleta e que envolvesse as funções de primeiro e segundo grau.</i>
3- <i>Escolha das funções; Pesquisa das características; Pesquisa dos gráficos; Desenvolvimento das fases; Conclusão do jogo. Esses 3 critérios foram os principais para a realização do jogo para não nos confundirmos.</i>	4- <i>Os critérios utilizados foram bem simples para ter um jogabilidade de nível fácil, usando a função do 1º grau.</i>
5- <i>Escolhemos uma função que não era difícil. Escolhemos as fases. Como o jogo foi feito. Escolhemos com quantos “eixos” seria a torre de Hanói.</i>	6- <i>Fazer uma corrida das funções, no qual, os jogadores conseguissem jogar sem aquele modo de fazer conta, perder etc.</i>
7- <i>O jogo foi escolhido por um pequeno conhecimento do jogo, ele era um jogo com regras simples, e com um tabuleiro com várias cores, que daria a alegria ao jogo.</i>	8- <i>Não responderam a questão</i>
9- <i>Para escolher as funções usamos como critério as mais fáceis de serem explicadas para que as pessoas que jogassem pudessem entender com facilidade.</i>	10- <i>Cada participante do grupo teve uma função, e dentro dessas funções tinha a responsabilidade da preparação dos objetos para preparação do projeto (jogo), assim, cada pessoa teve que criar parte do jogo.</i>

11- A facilidade, e o desafio de ter que jogar as argolas.	
<p>Pergunta 3 e respostas:</p> <p>– “Identifique e apresente as dificuldades para a realização do jogo?”</p>	
1- A dificuldade foi montar as questões de acordo com o que se pediu.	2- A maior dificuldade foi para achar os materiais, no começo íamos fazer um jogo com imãs, a roleta ia ser feita com dois imãs redondos, mas não achamos imãs o suficiente então fizemos com hand spinner.
3- As dificuldades foram aprender as funções relacionadas e concluir / fazer o jogo.	4- Houve dificuldade na criação de perguntas e dos gráficos.
5- A maior dificuldade que nosso grupo teve foi na hora de montar o jogo, porque a gente não sabia se compraria ele já feito ou se nós iríamos fazer ele, daí resolvemos fazer a torre de Hanói.	6- A maior dificuldade foi o tempo, pois, quase todos os integrantes do grupo estudam e trabalham nos três períodos, fazendo com que o grupo se divida em partes para que o projeto se concretizasse.
7- Aconteceram vários empecilhos na escolha dos jogos, depois as questões nos deram também, pois eram questões para resolver, e o último foi tabuleiro que só ficou pronto na última hora.	8- Não responderam.
9- Na execução do jogo, tivemos dificuldades na organização do jogo e do grupo, pois foi difícil combinar os gostos e os horários dos integrantes para fazer o jogo.	10- Nem todos queriam colaborar com o jogo, mas no decorrer do tempo o grupo teve um desenvolvimento positivo.

<p>11- Conseguir garrafas iguais, um pouco de dificuldade do jogo para ser elaborado.</p>	
<p>Pergunta 4 e respostas: – “Qual foi a participação de cada integrante do grupo?”</p>	
<p>1- Iris, Isadora organizaram as questões. Caio, Reynio e Fabricio fizeram os slides para a apresentação. Pedro e Talita montaram o jogo.</p>	<p>2- O Brian e o José foram os que formularam o jogo, falando como ia ser e quais materiais seriam necessários para a construção, o Bruno, Ana Julia, Larissa, o Matheus, Klaus fizeram o jogo.</p>
<p>3- Cada um escolheu uma função as características da mesma e cada um escolheu o gráfico a ser utilizado no jogo. Todos ajudaram, também na montagem.</p>	<p>4-Todos participaram ativamente, tanto na criação das funções, como na criação do tabuleiro.</p>
<p>5- Todos ajudaram a fazer a pesquisa para saber como todos apresentaria o jogo. No começo foi meio complicado, mais depois todos os integrantes pegaram o jeito e colaboraram.</p>	<p>6- Bruno e Samara ficaram responsáveis pelos cálculos e matérias para o projeto. Sarah deu a ideia para o mesmo, Luís Felipe, Diana e Shaiany montaram o projeto, parte prática, sempre com o envolvimento de todos, cada um dando a sua opinião para que o projeto se caracteriza-se de uma maneira simples.</p>
<p>7- Todos ajudaram em todas as funções.</p>	<p>8- Não respondeu à questão.</p>
<p>9- No começo cada integrante procurou entender sobre as funções utilizadas. Depois começou a montagem dos gráficos e das tabelas. (Amanda cuidou dos gráficos e Maria Rita, Maria Julia cuidaram das tabelas). A Verônica cuidou de como se joga o jogo e as regras, Maria Rita e Maria Julia cortaram e colaram as cartas do jogo e no final “plastificamos” as cartas.</p>	<p>10- Amanda, Débora, Bianca e Fátima ficaram com as perguntas. O Lucas ficou com os gráficos e Saulo ficou com a apresentação no Power Point, e na montagem do jogo todos ajudaram.</p>
<p>11- Natalia, Lucas, Luara, Angélica, Alice e João Vitor, todos ajudaram a desenvolver o</p>	

jogo e todos ajudaram a montar.	
---------------------------------	--

Pergunta 5 e respostas:

– “Quais habilidades os integrantes do grupo desenvolveram durante o projeto? (Ex. FALAR: persuadir, falar em público e debater. APRESENTAR: planejar e fazer apresentações orais. ESCREVER: fazer relatórios. DELEGAR: atribuir papéis aos integrantes do grupo. Trabalhar, colaborar e interagir com o grupo. Utilizar aplicativos e softwares, utilizar a internet para pesquisas escolares ...).”

1- Aprendemos a apresentar melhor os projetos de matemática, falar em público e logicamente aprendemos a fazer mais exercícios sobre funções e onde elas são utilizadas.	2- A maioria das habilidades que nós utilizamos já sabíamos, porque foram poucas que usamos, procuramos vários métodos de fazer roletas e usamos o geogebra para achar os pontos dos gráficos.
--	--

<p>3- As habilidades foram aprender as funções, falar em público sobre as mesmas, tornar o jogo mais interessante para o público.</p>	<p>4- De realizar funções e a trabalhar em grupo.</p>
<p>5- As habilidades foram conseguir falar em público e debater, trabalhamos muito em equipe e todos do grupo colaboraram e interagiram na hora da apresentação do trabalho.</p>	<p>6- Bruno- fazer relatório, explicar como jogar para alunos, trabalho em equipe, planejar e delegar, etc. Luis Felipe - Delegar, persuadir, explicar, como jogar para alunos, apresentar o trabalho, Trabalho em equipe, etc. Sarah- trabalho em equipe, colaborar, interagir com o grupo, comprar pão, etc. Shaiany- delegar, trabalho em equipe, achar quando mandava algo, planejar, colaborar, etc. Diana- Apresentar as apresentações orais, colaborar, interagir, com o grupo, utilizar a internet para pesquisas etc. Samara- Trabalho em equipe, fazer relatório, atribuir notícias ao grupo, utilizar internet para pesquisa relacionada ao grupo etc.</p>
<p>7- Foi interessante, porque os alunos de outras salas mostraram interesse ao aprender com alunos do 3º ano.</p>	<p>8- Não respondeu à questão.</p>
<p>9- Durante o período que planejamos e apresentamos o jogo, tivemos que usar diversas habilidades; planejamos, organizamos, criamos desenhos, falamos em público, e convencemos as pessoas que nosso jogo era legal para atrai-los para jogar.</p> <p>11- Foi um pouco difícil a colaboração das pessoas do grupo para a elaboração do jogo, mais tentamos trabalhar em grupos, isso foi mais difícil, mais no final deu certo.</p>	<p>10- Planejar e fazer apresentações orais, delegar e utilizar a internet para fazer pesquisas de jogo.</p>

Pergunta 6 e respostas:

– “Como foi para o grupo apresentar e ensinar o jogo para os alunos de outras salas?”

<p>1- Foi bastante trabalhoso pois antes precisamos estudar e entender mais sobre funções.</p>	<p>7- Na primeira vez foi difícil, pois não sabíamos como fazer, já as outras vezes foi bem mais fácil, pois já estávamos acostumados. E foi interessante, porque os alunos de outras salas mostraram interesse ao aprender conosco.</p>
<p>2- Foi complicado em algumas partes, pois tivemos que ensinar as funções desde o início para alguns. Mas o bom é que aprendemos mais com isso.</p>	<p>8- Não respondeu à questão.</p>
<p>3- Foi tranquilo, eles entenderam bem a proposta que o jogo passava, alguns tiveram um pouco de dificuldade mas o pessoal do primeiro ano teve mais dificuldades que o terceiro que já tiveram a matéria e um desempenho melhor.</p>	<p>9- Ficamos com vergonha, mas nós desenvolvemos bem. Tivemos algumas dificuldades para ensinar, as pessoas que já tiveram contato com as funções tiveram mais facilidade</p>
<p>4- Difícil, faltou comprometimento por parte de alguns alunos, que viram a apresentação do grupo. Mas aos que se dedicaram, foi bom.</p>	<p>10- Alguns alunos apresentaram dificuldade por não conhecer o jogo, mas eles adaptaram após a explicação dos integrantes do grupo.</p>
<p>5- No começo foi um pouco difícil para apresentar e ensinar para outros alunos, porque alguns tiveram dificuldade, mas depois aprenderam e foi bem divertido.</p> <p>6- Muito bom, não só para eles mas para nós também, aprendemos com eles e eles com nós, uma troca de favores que ajudou muito o grupo, a alegria deles ao jogar nos motivou muito e vimos que aquelas horas e horas planejando, montando o projeto valeu muito a pena. Foi muito bom!</p>	<p>11- Não foi muito fácil, algumas pessoas tiveram uma dificuldade de aprender, mas deu certo.</p>

Pergunta 7 e respostas:

– “Qual a colaboração que o projeto trouxe para o grupo no aprendizado de funções?”

1- Aprendemos a melhorar nosso conhecimento sobre funções e a explicar para os outros.	7- Alguns desenvolveram a capacidade de falar, fazer o trabalho em grupo e até mesmo conviver. Aprendemos formas mais rápidas de resolver as questões.
2- Aprendemos sobre funções, com as dificuldades dos alunos e com as nossas.	8- Não respondeu à questão.
3- Nos ajudou a aprender as funções de uma maneira melhor e de uma forma mais fácil, com isso todos aprenderam melhor.	9- Foi mais fácil entender a matéria, até porque tivemos que estudar bastante a matéria para fazer o jogo.
4- Facilidade no aprendizado.	10- Ele ajudou na aprendizagem de montagem de gráficos de funções e nos mostrou que é possível facilitar o entendimento das funções.
5- Aprendemos que as funções e principalmente a função exponencial não é tão difícil e pode ser utilizada em muitos lugares.	11- Sim, com a montagem das funções (questões e respostas) ficou mais fácil aprender as funções principalmente a de 1º grau que foi a função do jogo, pelo menos foi bem fácil.
6- Hoje, dependendo do tipo de pergunta, seja de concursos, vestibulares ou provas escolares, nós conseguimos achar a resolução ou montar a fórmula, na maioria das vezes ou caso precise, fazemos com maior facilidade lembrando algumas coisas que tínhamos esquecido e isso também foi muito importante.	

As avaliações a seguir foram realizadas pelos idealizadores dos jogos aos alunos do primeiro ano do ensino médio que jogaram os jogos construídos pelos os alunos do terceiro ano e que também foram os mediadores dos jogos.

Avaliando o comportamento dos alunos do primeiro ano ao jogar, percebeu-se que pode-se utilizar os jogos como instrumentos para o início do aprendizado das funções servindo para envolvê-los na compreensão do conceito proposto. O jogo demonstrou ter o papel de mediador do processo de aprendizagem, desafiando de forma lúdica e indicando que a apreensão e a abrangência que se tem dos jogos dependerá do conceito que se tem de aluno.

Pesquisa de satisfação, dos alunos que jogaram os jogos, realizada pelos alunos:

Gráfico 3 – O que você achou dos jogos?

Fonte: Próprio Autor.

O Gráfico 3 mostrou que a atividade de jogos despertou os alunos para o aprender e se divertir com os jogos. O gráfico mostrou que quase todos os alunos se interessaram pelos jogos e a maioria achou satisfatório. A dificuldade em alguns dos jogos também foi demonstrada por aproximadamente 20% dos alunos, podendo ser a causa de falta de domínio de determinado assunto, pois os alunos que jogaram eram do 1º ano do Ensino Médio e vários assuntos sobre funções ainda não teriam sido visto ou aprendido por estes alunos.

Gráfico 4 – Notas para os jogos

Fonte: Próprio Autor.

O gráfico 4 mostra que os alunos gostaram dos jogos e atribuíram notas. E entre notas de 0 a 10 a maioria atribuiu nota 10 seguido pela nota 9 o que mostra que os alunos se sentiram motivados em jogar e aprender.

Gráfico 5 – Gostaram dos jogos?

Fonte: Próprio Autor.

Este gráfico 5 comprova o Gráfico 3. Neste a pergunta foi objetiva para que eles pudessem responder também de forma objetiva. E percebe-se que o interesse pelos jogos foi satisfatório. **Gráfico 6 – O que vocês aprenderam com os jogos?**

Fonte: Próprio Autor.

No gráfico 6 eles mostraram o que aprenderam de funções, gráficos e conjunto domínio e imagem. As respostas mostram que os alunos obtiveram aprendizagens relacionadas as funções por meio dos jogos e de formas variadas.

Gráfico 7 – Gostaram da apresentação?

Fonte: Próprio Autor.

O gráfico 7 mostrou-se importante para perceber que a apresentação dos jogos foi aprovada pelos alunos, e demonstra que os grupos estavam comprometidos e entusiasmados para apresentar seus jogos.

A seguir alguns resultados específicos obtidos por “Rubricas” referentes a aplicação de alguns passos da metodologia ABP.

A Expedição:

Os alunos fizeram uma expedição para a UNESP de Guaratinguetá onde tiveram uma palestra com o Tema “Um Estudo sobre Funções e suas Aplicações” ministrada pela Prof^a Elizangela Pavanelo da própria instituição.

Foi trabalhado na palestra:

- Introdução de funções
- Exemplos variados de funções trabalhadas no Ensino Médio
- Aplicações de funções
- Como são vistas as funções na graduação
- Importância de se estudar Matemática para o desenvolvimento do pensamento lógico
- Motivação para se estudar
- Experiências profissionais e acadêmicas.

A expedição foi por diversos aspectos frutuosa para os alunos, os mesmos demonstraram grande interesse em conhecer mais sobre o assunto de funções após o passeio e também ficaram entusiasmados em terem ido à universidade da qual eles admiram.

A Mostra Cultural:

A culminância do Projeto e apresentação dos Jogos para comunidade escolar deu-se com a abertura do Laboratório de Ensino de Matemática para uma mostra feita pelos alunos dos jogos na Mostra Cultural da Escola. E aconteceram reflexões sobre a forma de criar os jogos e do LEM e a importância de espaços diferenciados de ensino na escola junto com a superação do desafio inicial e como as habilidades desenvolvidas no projeto de construção de jogos serão benéficas no momento em que esses alunos forem inseridos no mercado de trabalho.

Pesquisas ou Web Searches: As pesquisas variaram de grupo a grupo e os temas mais procurados foram “o que é função”, “gráficos de funções”, “onde as funções são utilizadas”, “jogos de tabuleiro”, “como fazer um jogo virtual”, “rpg no ensino de matemática”, “jogos e funções”, “onde se utiliza função”. O professor levou para os alunos uma professora de outra escola que costuma desenvolver

jogos e a mesma construiu umas peças de jogos e falou sobre a importância desses para o processo de ensino aprendizagem em suas aulas.

Segunda Aplicação, a Metodologia de Jogos no Ensino de Funções

Análise dos resultados qualitativos

Após o período de um ano da primeira aplicação e devido a fatores externos da profissão do professor aconteceu a segunda aplicação em uma outra instituição de ensino na qual o professor/pesquisador se encontrava como professor de matemática das turmas de primeiro ano do ensino médio.

Obtiveram-se resultados variados com esta segunda aplicação, assim como a primeira, e pode-se observar estes resultados a seguir com as observações da professora que ajudou na segunda aplicação, as perguntas e respostas dadas pelos alunos que participaram desta fase da aplicação, e por fim os resultados quantitativos retirados da caderneta do professor após a aplicação da recuperação, que foi a aplicação de uma prova do Governo do Estado de São Paulo que se chama Avaliação de Aprendizagem em Processo (AAP) do primeiro Bimestre de 2016 (Anexo B) sobre funções afins e quadráticas, onde as habilidades trabalhadas estão na matriz processual (MP) na figura 14, e que foram analisados pelo professor/pesquisador.

Figura14: Habilidades que foram trabalhadas na Recuperação com a AAP.

Questão	Código da Habilidade	Descrição
01	MP07	<i>Expressar a proporcionalidade, direta ou inversa, como função.</i>
02		
03	MP08	<i>Identificar o gráfico que expressa uma proporcionalidade direta entre grandezas.</i>
04		
05	MP09	<i>Identificar crescimento ou decrescimento de uma função de 1º grau por meio de seu gráfico.</i>
06		
07	MP10	<i>Identificar o gráfico que expressa uma proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.</i>
08		
09	MP11	<i>Expressar por meio de funções quadráticas a proporcionalidade direta entre uma grandeza e o quadrado de outra.</i>
10		
11	MP12	<i>Resolver problemas que envolvem otimizações (máximos ou mínimos).</i>
12		

Fonte: São Paulo, 1997.

Fala da professora de prática de matemática que aplicou os jogos no 1º ano A:

“Durante as aulas onde os jogos foram aplicados, foi nítido o envolvimento de todos os alunos. Nesse processo, percebi também a importância dos jogos nas aulas de matemática pois além de desenvolver o raciocínio lógico nos alunos, estes se apropriam das habilidades da disciplina, e também desenvolvem as habilidades sócio emocionais. A socialização, o saber escutar e se posicionar na hora adequada e até mesmo, vibrar e torcer pelo outro. Dentre os dois jogos aplicados, percebi uma maior interação durante o bingo das funções. Mas os dois jogos foram essenciais para um avanço nos níveis de proficiência do básico para o adequado.”

Questionário aplicado aos alunos sobre os Jogos:

- 1) Pra você, como foi a aplicação do jogo?
- 2) Você acha importante a utilização dos jogos no processo da sua aprendizagem?
- 3) O que você aprendeu com os jogos em relação a sua aprendizagem?

Respostas dos alunos:

1) Pra você, como foi a aplicação do jogo? *Lucas: Eu achei muito interessante porque os jogos nos ajudam a desenvolver estratégias que ajudam na matéria de funções.*

Vitor: Muito Legal! Agora aprendi a calcular os valores de maneira mais fácil.

Nádia: Eu achei maravilhoso aprender deste jeito, pois não estava sabendo fazer as substituições direito e agora aprendi. E depois fiz muitos exercícios de função.

Vinicius: Eu achei muito dinâmico e legal.

Gisele: Achei que seria entediante, mas quando começamos a jogar gostei muito. Os jogos me ajudaram a gostar do assunto.

- 2) Você acha importante a utilização dos jogos no processo da sua aprendizagem?

Lucas: Muito importante, porque aprendemos com mais facilidade e a gente se diverte.

Vitor: Sim. Tenho mais facilidade agora.

Nádia: Sim. Formas diferentes de aprendizagem.

Vinicius: Eu acho muito bom porque estimula os alunos a aprenderem.

Gisele: Sim, sem dúvidas.

3) O que você aprendeu com os jogos em relação a sua aprendizagem?

Lucas: Eu não sabia achar os pontos e qual gráfico era de uma função e de outra, agora sei. Estou melhorando.

Vitor: Na substituição do x . A função que minha cartela tinha no bingo era do 2º grau e consegui resolver as contas, estou feliz com isso.

Nádia: Aprendi fazer os cálculos do vértice, e também entendi melhor as definições.

Vinicius: Aprendi com a máquina da função como é a lei de formação, também sei diferenciar o domínio da imagem.

Gisele: Agora sei calcular as raízes da função e montar gráficos.

As respostas dos alunos corroboram com os autores citados no texto identificando as diversas aprendizagens com a utilização dos jogos no ensino e mais especificamente no ensino de funções que foi o objetivo do trabalho.

Análise dos resultados quantitativos

A seguir analisaremos o resultado das turmas de aplicação e de monitoramento.

Tabela 6: Fechamento do 1º Bimestre antes e depois da Avaliação de recuperação respectivamente

Turmas do 1ºano	Médias acima de 5,0	Médias acima de 7,0	Médias acima de 5,0	Médias acima de 7,0	Crescimento na média acima de 7,0

A (36 alunos)	64% (23 alunos)	50% (18 alunos)	89% (32 alunos)	75% (27 alunos)	50% (9 alunos)
B (34 alunos)	68% (23 alunos)	59% (20 alunos)	82% (28 alunos)	65% (22 alunos)	10% (2 alunos)

Fonte: Próprio Autor.

Gráfico 8

Fonte: Próprio Autor

Tendo como base as respostas da professora que aplicou os jogos, da turma que jogou e principalmente do avanço no nível adequado das turmas A e B, que estão na tabela 6 e gráfico 8, nota-se uma considerável melhora na aprendizagem que resulta em melhoras notas em sala. O professor de Matemática da turma e pesquisador deste trabalho também verificou por meio das aulas, de conversas com a professora que o ajudou e das próprias notas dos alunos um maior comprometimento com a avaliação de recuperação.

Tendo como base os autores que escreveram sobre o conhecimento especulativo, metódico e organizado de caráter hipotético e sintético sobre o que está sendo abordado nesta dissertação ficou esclarecido que as formas que mostram que as metodologias ativas e essa ação continuada de uma atividade trazem resultados positivos para o aprendizado. Analisou-se também como essas

práticas podem ser explicadas e discutidas com os alunos. Porém procurou-se ser devotado ao propósito desta pesquisa. Analisou-se a importância da utilização de um espaço provido de instalações com materiais necessários para o ensino das ciências exatas de forma prática no decorrer do projeto.

Comparação quantitativa e qualitativa entre as duas aplicações.

No comparativo entre as duas aplicações podemos observar, seguindo por uma análise qualitativa, que a aplicação envolvendo a metodologia ABP traz bons resultados além dos já vistos com os cálculos estatísticos em relação a aplicação direta dos Jogos como na segunda aplicação. A metodologia ABP foi trabalhada no período de um bimestre e neste tempo de pouco mais de dois meses pude observar uma grande interação entre os grupos que para construção dos jogos tiveram que se reunir antes, decidir os integrantes, negociar, pesquisar sobre o conteúdo de funções, construção de jogos e informações variadas como softwares, design gráficos entre outros. Além da expedição que trouxe mais convivência e troca de ricas experiências. A ABP tem também como característica essencial a aprendizagem cooperativa, sendo essa característica frequentemente mencionada por autores do assunto pela sua importância (BENDER, 2014). Após um breve estudo sobre métodos de analisar resultados quantitativos na área educacional, escolheu-se um parâmetro utilizado para se mensurar o ganho que foi alcançado, o <g> ganho educacional, esse parâmetro é do estatístico Gery (1972) que propôs o cálculo do ganho educacional medido como uma variável dependente das médias obtidas:

O fator <g> Gery (1972) é calculado da seguinte maneira:

$$\langle g \rangle = \frac{\bar{n}_2 - \bar{n}_1}{\bar{n}_m - \bar{n}_1}$$

Sendo:

$\bar{n}_1$: Média de acertos do pré-teste;

$\bar{n}_2$: Média de acertos do pós-teste;

$\bar{n}_m$: Nota máxima que o aluno pode alcançar.

Os valores obtidos são classificados de acordo com a Tabela 6.

Tabela 7: Classificação dos valores do tamanho do ganho educacional pelo fator G de Gery.

Classificação	Valores
Ganho baixo	$0,00 < g < 0,30$
Ganho médio	$0,30 < g < 0,70$
Ganho alto	$g > 0,70$

Fonte: Gery (1972).

E um dos objetivos deste trabalho era apresentar os resultados obtidos com as aplicações. E a eficiência da intervenção didática foi medida usando os parâmetros estatísticos de Gery e o ganho educacional.

O resultado da primeira aplicação utilizando os Jogos como produto da metodologia ABP foi médio segundo o fator de Gery (1972), $\langle g \rangle = 0,57$ (Ganho Médio). Depois de verificar um baixo nível de conhecimento de funções no pré-teste, a metodologia mostrou-se eficiente naquilo que se pretendia, os alunos obtiveram resultados melhores em sua grande maioria no pós-teste.

Na segunda aplicação a metodologia principal utilizada foi dos Jogos, não mais utilizando a ABP, como instrumento motivador e auxílio na aprendizagem dos alunos, o recurso foi escolhido pelo professor por ser uma ferramenta já consolidada no processo de ensino aprendizagem e atuou de maneira eficaz, sendo um reforço e também uma maneira de aprender de forma diferenciada o conteúdo já visto pois o recurso se deu na recuperação dos alunos. Para Rizzo (1996) o jogo é importante no estímulo em construir esquemas de raciocínios através de sua ativação, por proporcionar a tentativa de resolver problemas propostos pelos jogos através de um esforço voluntário, este constitui-se em um excelente recurso pedagógico.

Utilizando novamente o parâmetro do estatístico Gery (1972), temos novamente um ganho médio, $\langle g \rangle = 0,5$ (Ganho Médio). Assim também como na primeira aplicação, depois de verificar-se um nível insuficiente de aprendizagem de funções afins e quadráticas nos teste anteriores da turma em que foi aplicada

os jogos, a metodologia de Jogos mostrou-se eficiente naquilo que se pretendia, e os alunos obtiveram resultados melhores em sua grande maioria no teste de recuperação.

A comparação entre as metodologias não pode ser definida e analisada, neste trabalho, somente por dados quantitativos uma vez que a aplicação da Metodologia ABP envolve diversos recursos e também os Jogos. E ainda a primeira aplicação teve a seu favor o fator de maior tempo, já que a mesma foi aplicada por quase 10 semanas e a segunda aplicação em um período de 1 semana e meia. A comparação entre as duas aplicações deu-se mais no campo qualitativo, onde podemos observar nos relatos dos alunos e do professor/aplicador.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Se considerar o discente como quem atua de forma passiva e o torna um lugar em que se deposita apenas teorias, o jogo não apresentará a sua eficácia em relação ao propósito desejado. Mas se enxergarmos outras formas de mediação dos jogos, isto, poderá fazer com que ocorra uma verdadeira formação no qual o discente irá tornar-se ativo e responsável pelo seu aprendizado. E com isto, aprender não será reproduzir, mas, deverá ser enxergado como fenômeno construtivo no qual o jogo permite o desenvolvimento; a identificação; a decodificação; a comparação; a análise; a síntese; a representação mental; o raciocínio divergente; o raciocínio hipotético; a curiosidade e o engajamento. O uso, dos jogos na formação dos alunos propicia a mediação entre sujeitos, através de ações propulsoras de simulações do real.

Com essa pesquisa, verificou-se que a expressão “aprender brincando” é uma realidade que pode ser verificada nos gráficos apresentados do 1 ao 5 no qual os discentes responderam sobre os jogos e que revelam que os jogos são atividades que envolvem descontração e alegria e onde o discente pode desenvolver não apenas os aspectos cognitivos, mas, os aspectos morais, psicológicos, afetivos e de raciocínio lógico e também o equilíbrio da personalidade do educando, pois estimula a contribuição entre os pares.

Comparando as duas aplicações com a utilização dos Jogos verificamos que a primeira abordagem com a ABP, e a construção destes, trouxeram uma maior interação e absorção do conteúdo medidas pelos resultados das provas. Também o tempo do projeto, 1ª aplicação 2 meses e segunda 2 semanas, foi essencial para o melhor aproveitamento dos recursos metodológicos.

Os Jogos como forma de desenvolver melhor o raciocínio e estimular uma maior busca pela aprendizagem é essencial, como pudemos observar com este trabalho. Mas o diferencial foi ter como uma nova ferramenta o suporte da metodologia ABP que trouxe grande auxílio para o professor em sala de aula.

REFERÊNCIAS

AAKER, David A. **A Pesquisa de Marketing**. São Paulo: Atlas, 2001.

BARROSO, Mariana Moran; FRANCO, Valdeni Soliani. **O laboratório de ensino de matemática e a identificação de obstáculos no conhecimento de professores de matemática**. Zetetiké: Revista de Educação Matemática, Campinas, v. 18, n. 34, p.205-234, dez. 2010. Quadrimestral. Disponível em: file:///C:/Users/Windows 7/Documents/LEM/2821-10617-1-PB.pdf. Acesso em: 03 jun. 2017.

BASTOS, C. C. **Metodologias ativas**. Disponível. 2006. em: <http://educacaoemedicina.blogspot.com.br/2006/02/metodologiasativas.html>. Acesso em: 22 de out. 2015

BAUER, M. W.; GASKELL, G. **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático**. Petrópolis: Vozes, 2002.

BENDER, W. N. **Aprendizagem baseada em projetos: educação diferenciada para o século XXI**. São Paulo: Penso, 2014.

BERBEL, N. A. N. **A metodologia da problematização e os ensinamentos de Paulo Freire: uma relação mais que perfeita**. In: _____. (Org.). Metodologia da problematização: fundamentos e aplicações. Londrina: Eduel, 2011. p.28.

BICUDO, M.A.V (org). **A pesquisa Qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez Editora, 2011.

BORIN, J. **Jogos e resolução de problemas: uma estratégia para as aulas de matemática**. 3ª ed. São Paulo: CAEM-USP, 1998, 8p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Rio de Janeiro: DP&A, 2000 v. 2, v. 3.

BUCK INSTITUTE FOR EDUCATION. **Aprendizagem baseada em projetos: guia para professores de ensino fundamental e médio**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2008. 200 p.

D'AMBRÓSIO, U. **“Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates”** Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Brasília, 1996.

DEPRESBITERIS, Léa; TAVARES, Marialva Rossi. **Diversificar é preciso...: instrumentos e técnicas de avaliação de aprendizagem**. São Paulo: Editora Senac, 2009.

FRIEDMANN, A. **Brincar: crescer e aprender, o resgate do jogo infantil**. São Paulo: Moderna, 1996.

GRANT, M. M. **Getting a grip on project-based learning: Theory, cases and recommendations**. Meridian, Raleigh, v. 5, n. 1, 2002. Disponível em <http://www.ufjf.br/emem/files/2015/10/AN%C3%81LISE-DE-METODOLOGIAS-EM-TESES-DEFENDIDAS-BUSCANDO-UM-ENFOQUE-NO-ESTUDO-DE-CASO-E-PESQUISA-QUALITATIVA.pdf>. Acesso em: 03 jul. 2017.

LARMER, J.; MERGENDOLLER, J. R. **7 Essentials for project-based learning**. Educational Leadership, Alexandria, v. 68, n. 1, 2010.

GERY, F. W. **Does mathematics matter?** Research papers in economic education, p. 142-157, 1972.

LOPES, J. de A; ARAUJO, E. A. **O Laboratório de Ensino de Matemática: Implicações na Formação de Professores**. ZetetikÉ: Revista de Educação Matemática, Campinas, v. 15, n. 27, p.57-70, jun. 2007. Quadrimestral. Disponível em: [file:///C:/Users/Windows 7/Documents/LEM/2420-9228-1-PB.pdf](file:///C:/Users/Windows%207/Documents/LEM/2420-9228-1-PB.pdf). Acesso em: 03 jun. 2017.

MATTAR, F. N. **Pesquisa de marketing: metodologia, planejamento, execução e análise**, 2ª ed. São Paulo: Atlas, 1994, 2v., v.2.

MENDES, P. C. **Projeto de Criação de um Laboratório de Matemática na Escola**. Disponível em: <http://www.prof2002.pt:9999/users/pcam/tarefa1.htm>. Acesso em 10 ago. 2017.

MOURA, D.G.; BARBOSA, E. F. **Trabalhando com projetos**. Petrópolis: Vozes, 2010.

MOYLES, J. R. **Só brincar? O papel do brincar na educação infantil**. Tradução: Maria Adriana Veronese. Porto Alegre: Artmed, 2002. 21p.

PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAL. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro01.pdf>. 2000. Acesso em 12 out. 2018.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PORTAL DO IDEB, Resultados do IDEB. Disponível em: <http://ideb.inep.gov.br/resultado/resultado/resultadoBrasil.seam?cid=1204574>. Acesso em: 29 jan. de 2018.

RIZZO, G. **Jogos Inteligentes: A construção do raciocínio na escola natural**. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1996.

SÃO PAULO. (ESTADO). Conselho Estadual de Educação. **Indicação CEE nº 22/1997**. São Paulo: CEE, 1997a. Disponível em: http://www.crmariocovas.sp.gov.br/pdf/diretrizes_p0947-0952_c.pdf. Acesso em 2.ago.2018

SMOLE, K. Stocco; DINIZ, M. I. **Ler, escrever e resolver problemas: Habilidades básicas para aprender matemática.** Porto Alegre: Artmed, 2001. 204 p.

SMOLE, K. et al. **Jogos de Matemática: de 1º e 3º ano.** Porto Alegre: Artmed, 2008. (Cadernos do Mathema - Ensino Médio)

TALL, D. O.; VINNER, S. **Concept image and concept definition in Mathematics with particular reference to Limits and Continuity.** Educational Studies in Mathematics, Netherlands, v. 12, n. 2, 158-161, 1981. ISSN: 0013-1954.

Anexo A

Pós-Teste da primeira aplicação nas salas 3M1 e 3M2, conteúdo de Funções Afim, Quadrática, Logarítmica e Exponencial.

As Avaliações dos anexos A e B foram retiradas do site <https://sed.educacao.sp.gov.br/> da Secretaria Digital do Estado de São Paulo.

AVALIAÇÃO DA APRENDIZAGEM EM PROCESSO

Matemática

3ª série do Ensino Médio Turma 3º Bimestre de 2017 Data /

/ Escola:

Aluno:

Questão 01

Para a realização de construções submarinas é preciso considerar a variação da pressão (p) da água em função da profundidade (h) em metros. Esta pressão é medida em atmosferas (atm). Sabendo que:

- a pressão da água ao nível do mar é de 1 atm.
- ao passar de um ponto do mar a outro situado 1 m abaixo haverá sempre um aumento da pressão de, aproximadamente, 0,1 atm.
- A pressão total (p) é dada pela pressão ao nível do mar acrescida da pressão relativa à profundidade h .

Podemos afirmar que a uma profundidade de h metros a pressão p , em atmosferas, é dada por:

- (A) $p = 1,1 h$
- (B) $p = h + 1,1$
- (C) $p = 1 + 0,1 h$
- (D) $p = h (1 + 0,1)$
- (E) $p = 1 + h (1 + 0,1)$

Questão 02

Um levantamento de uma equipe sanitaria estimou que, em 2018, numa certa região existam 100.000 ratos. Esta equipe avaliou que no período de 2018 – 2022 a população desse roedor aumente 40% a cada ano. A função que permite calcular a população de ratos dependendo do tempo é dada por:

- (A) $100.000 \times 40t$
- (B) 100.000×40^t
- (C) $100.000 \times 0,4t$
- (D) $100.000 \times 0,4^t$
- (E) $100.000 \times 1,4^t$

Questão 03

Por volta do ano 1660 o cientista experimental Robert Hooke observou que o alongamento A de uma mola, dentro de certos limites, antes de perder sua elasticidade dada por uma constante k , é função do peso P do objeto suspenso por ela. Para uma mola em que $k = 0,05$ obteve-se o seguinte gráfico:

A lei desta função é dada por:

- (A) $A = 0,05 P$
- (B) $P = 0,05 A$
- (C) $A = P + 0,05$
- (D) $P = A + 0,05$
- (E) $A = P + 0,05P$

Questão 04

A trajetória de uma pedra lançada ao ar é dada por $y = -5x^2 + 20x$, com x e y em metros. O gráfico da trajetória da pedra é dado por:

Questão 05

Analise o gráfico a seguir.

Este gráfico pode ser um registro de representação da seguinte situação:

- (A) Um capital C de uma firma, decorridos t anos de sua criação é dado por $C = C_{\text{inicial}} \cdot 1,45^t$
- (B) A desintegração de uma substância radioativa de massa M em t dias é dada por $M = M_{\text{inicial}} \cdot 0,83^t$
- (C) A pressão P da água a uma profundidade h , relativamente ao nível do mar, é dada por $P = 1 + 0,1h$
- (D) O aumento trimestral T da produção de uma empresa é dada por $T_n = 1,2 T_{n-1} - 1$, para $n > 1$
- (E) A potência P , em watts, que um gerador lança num circuito é dada por $P = 20i - 5i^2$, com i em ampères

Questão 06

No plano cartesiano a seguir estão apresentados os gráficos da massa em função do volume para o álcool e para o ferro, ambos à temperatura de 0°C . Para o ferro tem-se $M = 8\text{ V}$ e para o álcool tem-se $M = 0,8\text{ V}$.

As retas indicadas no plano cartesiano que correspondem à variação da massa em função do volume do ferro e do álcool, são respectivamente:

- (A) Função 1 e Função 2
- (B) Função 2 e Função 1
- (C) Função 1 e Função 3
- (D) Função 3 e Função 1
- (E) Função 2 e Função 3

Questão 07

O governante de um país deve anunciar à população que em seu governo a mortalidade infantil tem decrescido a uma taxa constante. O gráfico que ele deve apresentar é:

Questão 08

Observando as retas 1, 2 e 3 no plano cartesiano ao lado, podemos afirmar que uma função crescente está representada:

- (A) apenas pela reta 1.
- (B) apenas pela reta 2.
- (C) apenas pela reta 3.
- (D) pelas retas 1 e 3.
- (E) pelas retas 2 e 3.

Questão 09

A evolução dos lucros que os produtos de uma empresa tiveram no último semestre pode ser observado no gráfico abaixo.

O produto cujo lucro teve crescimento mais lento foi:

- A) P_1
- B) P_2
- C) P_3
- D) P_4**
- E) P_5